

ISSN 0013-5380



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1985

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

3

УДК 621.316.5:621.314.21.013.1.014.2:537.312.62

Токоограничивающие выключатели трансформаторного типа с управляемыми сверхпроводниковыми экранами

ВЕРШИНИН Ю. Н., доктор техн. наук, ЯКИМЕЦ И. В., канд. техн. наук

ЭНИН им. Г. М. Кржижановского

В конце 60-х годов в связи с интенсивным строительством атомных и гидроаккумулирующих станций в практике мировой энергетики появилась тенденция к более широкому применению сильноточных генераторных выключателей. По данным [1] прогнозируемые на ближайшие годы номинальные токи генераторов оцениваются в 30—50 кА, токи к. з. генераторов в 100—200 кА, токи к. з., поступающие через трансформатор от сети, в 200—400 кА, пиковые значения токов в 500—1000 кА. Анализ характеристик наиболее совершенных выключателей, выпускаемых фирмами Brown Boveri, Dell Alsthom, Mitsubishi, проведенный с учетом перспективы роста аварийных и номинальных токов генераторных цепей, позволяет сделать вывод о предельных возможностях контактного принципа коммутации. Увеличение плотности тока в контактной системе осуществляется только за счет интенсивного охлаждения водой, воздухом или элегазом и связано с существенными потерями энергии и значительным усложнением конструкции. Выключатели с повышенной плотностью тока требуют ревизии с заменой контактной системы после трех-четырех отключений тока 200 кА или 6 отключений тока 150 кА. Для уменьшения электродинамического или термического воздействия аварийных токов на шины и оборудование наиболее целесообразно было бы создание коммутационной аппаратуры, способной не только отключать большие токи к. з., но также ограничивать их максимальные значения. Однако физические пределы контактной системы выключателей традиционного исполнения не позволяют решить такую задачу. В связи с этим ведется поиск новых способов коммутации, основанных на использовании нетрадиционных проводящих материалов, в частности сверхпроводников.

На рис. 1 приведена принципиальная схема однофазного трансформаторного коммутатора с управляемыми сверхпроводниковыми (СП) экранами [2]. На стержнях устройства размещены односекционная w_1 , двухсекционная w_2 , w_4 и экранирующая (СП экран) w_3 обмотки. Секции w_2 и w_4 объединены таким образом, чтобы при отсутствии экранирования (СП экран в резистивном состоянии) суммарная э. д. с. двухсекционной обмотки равнялась нулю, т. е. отсутствовала магнитная связь между двухсекционной и односекционной обмотками. Отсутствие магнитной связи между питающей и нагрузочной обмотками обеспечивается соответствующим подбором числа витков w_2 и w_4 и распределением потоков в магнитопроводе. В зависимости от требуемых параметров трансформаторного коммутатора первичные и вторичные обмотки, расположенные на двух левых и двух правых стержнях, могут соединяться последовательно или параллельно. Устройство является обра-

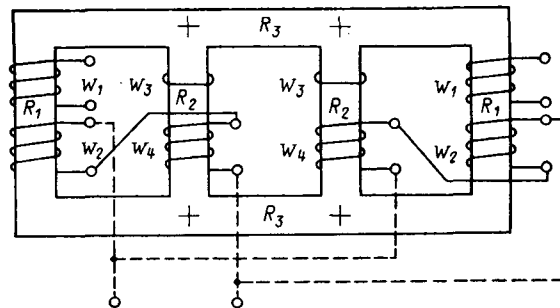


Рис. 1. Принципиальная схема однофазного четырехстержневого трансформаторного коммутатора

тимым, т. е. питающими могут быть как односекционная, так и двухсекционная обмотки. С учетом изоляционных возможностей диэлектрического криостата управляемого СП экрана целесообразно в качестве обмотки низшего напряжения использовать двухсекционную обмотку $\omega_2 - \omega_4$. При нахождении экрана в сверхпроводящем состоянии поток в стержень секции ω_4 не проходит, и устройство работает как обычный трансформатор.

В трансформаторном выключателе с управляемым СП экраном реализуется эффект перехода из сверхпроводящего состояния в нормальное при превышении одного из критических параметров сверхпроводника: температуры, магнитного поля, плотности тока. По условиям оперативных функций генераторного выключателя быстрое действие перевода сверхпроводникового экрана в резистивное состояние требуется не ниже $10^{-2} - 10^{-3}$ с. В качестве наиболее простого способа управления, удовлетворяющего этому требованию, рассматривается нагрев. При этом конструктивно экран представляет собой многослойный цилиндр, состоящий из чередующихся фольг сверхпроводника, диэлектрика и нагревателя, занимающий вместе с криостатом сравнительно небольшой объем. В режиме аварийного переключения переход в резистивное состояние осуществляется автоматически за счет увеличения тока в замкнутом контуре экрана.

Трансформаторный выключатель представляет собой сложную электромагнитную систему с разветвленным магнитопроводом и электрически связанными обмотками, расположенными на разных стержнях. Анализ систем такого типа целесообразно проводить на основе рассмотрения магнитных и электрических схем замещения [3, 4]. Полученные при этом расчетные соотношения могут быть использованы для определения требуемых конструктивных параметров. В частности, для работы устройства выключателем необходимо, чтобы

$$\omega_4/\omega_2 = 1 + R_2/R_3, \quad (1)$$

где R_2, R_3 — магнитные сопротивления стержня и ярма. При определении магнитных сопротивлений необходимо рассматривать реальные характеристики шихтованного магнитопровода с учетом стыков магнитной системы. Хотя магнитное сопротивление стали зависит от индукции, тем не менее в нормальных режимах индукция в стали с изменением нагрузки от холостого хода до максимального значения изменяется не столь сильно. В связи с этим при расчете по соотношению (1) можно пренебречь изменением индукции и взять некоторое среднее значение сопротивлений, например те, которые имеют место при нормальном напряжении. Возможность искажения напряжения обмоток за счет нелинейности характеристик стали при переводе экрана в резистивное состояние в работе не учитывалась.

Условие (1) соответствует отсутствию магнитной связи между односекционной и двухсекционной обмотками. Отношение величины потока Φ_m , проходящего по стержню, охваченному экранируемой обмоткой, к потоку в этом же стержне без экрана Φ_0

$$\Phi_m/\Phi_0 = \sqrt{(\alpha_s^2 + \beta_2)/(1 + \beta^2)}; \quad (2)$$

$$\alpha_s = L_s/L_a; \quad \beta = r_s/\omega L_a, \quad L_a = L_s + \omega_s^2/R_{m.a},$$

где r_s, L_s — активное сопротивление и индуктивность нагрузки в цепи экрана [4], ω_s — число витков экрана, $R_{m.a}$ — магнитное сопротивление экранирующему потоку. Из выражения (2) видно, что при отсутствии в цепи экрана активного сопротивления ($\beta=0$) поток, пропус-

каемый экраном, определяется только индуктивностью рассеяния. При введении в цепь экрана большого активного сопротивления ($\beta \gg 1$) экран полностью пропускает магнитный поток. Характеризуя качество работы экрана задаваемой малой величиной ϵ , можно оценить режим замыкания как пропускание потока, не превосходящего $\epsilon\Phi_0$, а режим размыкания как пропускание потока, превышающего по величине $(1-\epsilon)\Phi_0$.

При проектировании трансформаторного выключателя конструкция экрана должна соответствовать требуемому качеству коммутационного режима. Например, при $\epsilon=0,01$ в сверхпроводящем режиме $\beta_{сн} \leq 0,01$, а в резистивном $\beta_{рез} \geq 7$. Первая величина определяет предельно допустимые сопротивления спаев отдельных участков экрана и активное сопротивление сверхпроводника, вызванное потерями на переменном токе. Вторая величина определяет необходимое сопротивление экрана в резистивном состоянии. При выполнении этих условий экран можно считать практически идеальным коммутатором потока, поскольку $\epsilon=0,01$ соответствует пропусканию не менее 99 % потока в резистивном состоянии и прохождению не более 1 % в режиме экранирования.

Сверхпроводниковый экран выполняется в виде нескольких слоев сверхпроводника толщиной 2—15 мкм каждый, укрепленных на цилиндрической подложке из диэлектрика, обеспечивающей требуемую механическую и изоляционную прочность. Токовая нагрузка современных мощных трансформаторов составляет сотни ампер на сантиметр, так что в качестве материала экрана можно использовать сверхпроводники, обеспечивающие необходимое экранирование в слабом магнитном поле. Последнее условие выполняется, так как экран работает в сравнительно небольшом поле рассеяния 0,3—0,5 Тл. Собственная индуктивность экрана составляет сотни микрогенри и, следовательно, его активное сопротивление может быть не выше 5—20 Ом.

Применение сверхпроводников второго рода для экранирования и коммутации переменных магнитных полей встречает ряд трудностей, связанных с нестабильностью и потерями на гистерезис. Несмотря на имеющиеся у жестких сверхпроводников высокие верхние критические поля, их экранирующая способность из-за возможной деградации сверхпроводимости лежит в интервале между первым и вторым критическими полями. Следует отметить, что широко распространенные для магнитных и кабельных сверхпроводниковых систем композитные сверхпроводники, имеющие большую динамическую стабильность, для целей управления магнитным потоком в большинстве случаев непригодны. Это связано с тем, что, во-первых, разогрев за счет вихревых токов матрицы нормального металла, находящейся в переменном магнитном поле, может быть довольно большим. Во-вторых, для экранов коммутационных элементов, обладающих двумя устойчивыми состояниями, наличие металла с большой удельной проводимостью при переводе сверхпроводника в нормальное состояние является шунтом и недопустимо искажает картину поля. Амплитуда поля на поверхности экрана зависит от линейной нагрузки, которая для современных мощных силовых трансформаторов имеет значения порядка от 1,1 кА/см до 3,4 кА/см, соответствующего трехкратной перегрузке. В таком диапазоне скорость изменения магнитной индукции достигает значений 30—100 Тл/с, определяющих адиабатические условия работы сверхпроводников.

На рис. 2 показаны области адиабатической стабильности сверхпроводников $Nb_{0,6}Ti_{0,4}$ кривые (1), Nb_3Sn кривые (2) при кубической аппроксимации удельной теплоемкости c_p . Штриховые кривые определяют поле экранирования H_g как верхнюю границу параллельного поверхности сверхпроводника магнитного поля, не приводящего к лавинообразному нарастанию внутри сверхпроводника при малых возмущениях поля на поверхности

$$H_g = \left[\frac{3c_p \delta}{\mu_0 k} (T_c - T) \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где $c_p \delta$ — теплоемкость, отнесенная к единице объема материала; μ_0 — магнитная проницаемость; T_c — критическая температура сверхпроводника; k — коэффициент в выражении температурной зависимости критической плотности тока, принимающий значения от 0,5 до 2;

$$J_c(T) = J_c(0)(1 - T/T_c)^k. \quad (4)$$

Сплошные кривые характеризуют минимальное поле H_L , обуславливающее достижение сверхпроводником критической температуры при условии полной диссипации магнитной энергии в объеме сверхпроводника:

$$\left. \begin{aligned} \int_{T_0}^{T_c(H)} c_p \delta dT &= \mu_0 \frac{H_L^2}{2}; \\ T_c(H) &= T_c(0) \sqrt{1 - H/H_{c2}}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где H_{c2} — верхнее критическое поле при $T=0$; $T_c(0)$ — критическая температура при $H=0$; T_0 — рабочая температура экрана. Заштрихованная область I соответствует возможному диапазону изменения амплитуд магнитных полей, существующих при работе энергетических устройств трансформаторного типа в номинальном и перегрузочных режимах.

Как следует из рис. 2, условия адиабатической стабильности не всегда совместны с условиями необходимого экранирования. В качестве практических мер, улучшающих адиабатическую стабильность нестабилизированных нормальным металлом сверхпроводников, наиболее целесообразно повышение параметра $c_p \delta$ и снижение экранируемого поля. В частности, при использовании известного в трансформаторостроении способа разделения рабочей (экранируемой) обмотки на две равные концентрические части и расположении экрана между ними, границы диапазона экранируемого поля сжимаются вдвое (область II рис. 2).

Поскольку сверхпроводниковые экраны работают в переменных магнитных полях, то одним из существенных вопросов, связанных с к. п. д. устройства, является величина гистерезисных потерь. При этом большое влияние на уровень потерь оказывает конструктивное выполнение экрана. На рис. 3 сплошными линиями показаны расчетные зависимости мощности гистерезисных потерь от амплитуды внешнего поля в экране, представляющем собой замкнутую накоротко многослойную обмотку из ленты нестабилизированного сверхпроводника с последовательным соединением витков, находящихся в разных слоях. Толщина слоя принята $d_n = 2$ мкм, плотность критического тока $J_c = 10^{10}$ А/м². Как видно из рисунка, для мощности потерь в многослойном экране характерна слабонелинейная зависимость от H_m . При фиксированной толщине ленты и возрастании числа сло-

ев (увеличении экранирующей способности) зависимость гистерезисных потерь от амплитуды магнитного поля приобретает линейный характер.

Для многослойных экранов наблюдается обратно пропорциональная зависимость гистерезисных потерь от числа слоев ($n > 2$) при сохранении экранирующей способности, которая может быть обеспечена изменением толщины ленты обратно пропорционально числу слоев.

Использование нагрева в качестве способа перевода экрана в резистивное состояние в режиме оперативных переключений трансформаторного выключателя связано с определенной инерционностью управления. На рис. 4

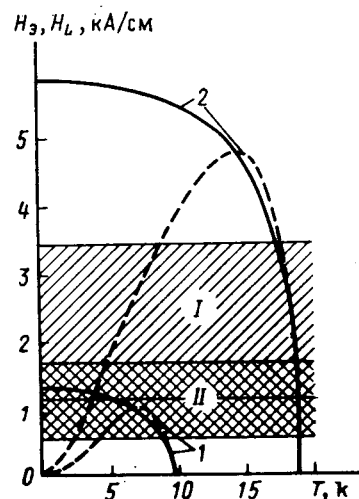


Рис. 2. Области адиабатической стабильности сверхпроводниковых экранов переменного магнитного поля

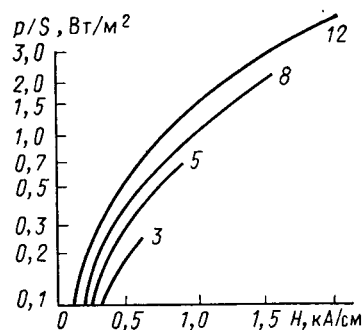


Рис. 3. Зависимость мощности гистерезисных потерь в экране из ленты толщиной 2 мкм от амплитуды внешнего поля; 3, 5, ... — число слоев экрана

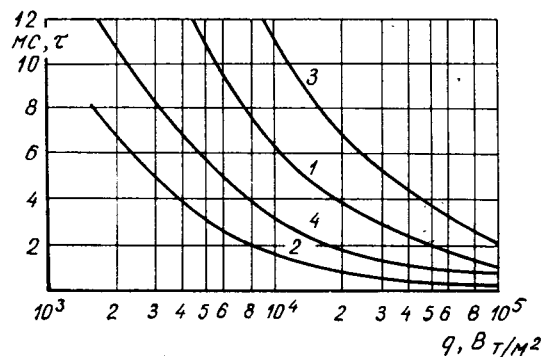


Рис. 4. Зависимость времени нагрева сверхпроводникового экрана от мощности нагревателя.

представлена зависимость времени нагрева сверхпроводника от мощности нагревателя, полученная в результате решения уравнений теплопроводности для многослойной структуры экрана, содержащей нагреватель, диэлектрик и сверхпроводник. Рассматривались: нагреватель из нихромовой фольги толщиной 15 мкм, сверхпроводник — фольга из NbTi или Nb₃Sn толщиной 15 мкм и диэлектрик толщиной l_d равной 15 и 30 мкм. Теплофизические свойства материалов в диапазоне температур от 4 до 250 К аппроксимировались функциями в виде полиномов третьей степени [5, 6]. Температура нагрева NbTi ограничивалась 10 К, Nb₃Sn — 20 К. Данные кривых рис. 4: 1 — $l_d=15$ мкм, $T=20$ К; 2 — $l_d=15$ мкм, $T=10$ К; 3 — $l_d=30$ мкм, $T=20$ К; 4 — $l_d=30$ мкм, $T=10$ К. Анализ кривых рис. 4 показывает, что время разогрева сверхпроводника в многослойном экране до уровня критических температур может быть не выше нескольких десятков миллисекунд. По расчету для толщины диэлектрика $l_d=0,5$ мм при удельной мощности нагревателя 10^5 Вт/м² время разогрева сверхпроводника до 10 К имеет порядок 2,5 периода, а до 20 К — 5,5 периодов промышленной частоты. В связи с этим наиболее целесообразным является конструктивное разделение сверхпроводника и нагревателя слоем диэлектрика толщиной не более нескольких десятков микрон. В этом случае время срабатывания индукционного выключателя в режиме оперативных переключений вполне соизмеримо с собственным временем отключения лучших сильноточных генераторных выключателей [1]. Полное время оперативного срабатывания трансформаторного выключателя складывается из времени срабатывания релейной защиты $t_{p.з.}$, времени перевода экрана в резистивное состояние t_n и времени переходного процесса в управляемом экране $t_{пер.}$. Принимая $t_{p.з.}=0,01$ с; $t_n=0,015$ с; $t_{пер.}=0,0002$ с [3], получаем время срабатывания выключателя, равным примерно одному периоду промышленной частоты.

При оценке полного времени аварийного срабатывания трансформаторного выключателя при к. з. следует обратить внимание на то, что время переходного процесса затухания тока в экране при его переходе в резистивное состояние составляет лишь сотую часть периода. Последнее обстоятельство особенно важно при отключении ударных токов. Значение отключаемого ударного тока выбирается из соображений надежности и технико-экономических показателей проектируемого электротехнического объекта. Требуемый уровень отключаемого тока обеспечивается соответствующим вы-

бором критической плотности тока, суммарной толщиной слоев и тепловым режимом работы экрана.

В процессе перехода сверхпроводника в резистивное состояние происходит диссипация энергии, запасенной в экране к моменту переключения. Анализ переходного процесса индукционного устройства [4] показывает, что мощность тепловыделений в экране в режиме переключения существенно больше мощности теплового управления, а время коммутации имеет порядок одной сотни микросекунд, в связи с чем процесс нагрева можно рассматривать как адиабатический. Оценочные расчеты зависимости температуры сверхпроводника толщиной 15 мкм от удельного сопротивления ρ и критической плотности тока J_c показывает, что при $\rho=10^{-6}$ Ом·м и $J_c=10^9$ А/м² температура экрана $T_э$ равна 56,7 К, выделившаяся энергия $W=375$ Дж/м²; при $\rho=10^{-5}$ Ом·м, $J_c=10^9$ А/м², $T_э=100,8$ К, $W=3750$ Дж/м²; при $\rho=10^{-6}$ Ом·м, $J_c=10^{10}$ А/м², $T_э=179$ К, $W=375 \times 10^2$ Дж/м². Соответствующее указанным температурам время остывания экрана в условиях идеального теплообмена не превышает 10–20 с при толщине диэлектрика 1 мм. Поскольку бестоковая пауза для генераторных выключателей, не предназначенных для автоматического повторного включения, регламентируются в пределах 180 с, то можно предположить, что тепловое управление экраном обеспечит требуемый послекоммутационный режим работы трансформаторного выключателя.

На рис. 5 приведена конструктивная схема магнитной системы с обмотками однофазного четырехстержневого трансформаторного выключателя мощностью 450 МВ·А. Трехфазная группа устройств такого типа позволит осуществить коммутацию криотурбогенератора 1200 МВт в нормальных и аварийных режимах. В качестве первого приближения для выбора параметров индукционного устройства использован принцип минимума потерь. При оптимизации параметров учитывались потери в экранах, приведенные к «тепловой» зоне, потери в обмотках и стали. Транспортные ограничения, коэффициент заполнения, магнитная индукция в каналах рассеяния, плотность тока в основных обмотках, изоляционные промежутки и другие условия исполнения приняты такими же, как и в трансформаторе ОРЦ 417000/750.

Параметры трансформаторного выключателя 450 МВ·А: напряжение $(750-\sqrt{3})/24$ кВ, ток двухсекционной обмотки — 9,3 кА, индукция в стали — 1,7 Тл. Расчетное число витков обмоток $w_1=608$, $w_2=32$, $w_4=60$, $\mu_k=18,5$ %; обмотки нижнего напряжения включены в треугольник, высшего — в звезду с заземленной нейтралью; осевая составляющая напряженности магнитного поля на поверхности СП экрана (амплитудное значение) 343 кА/м. Принято число слоев экрана $n=6$, толщина сверхпроводниковой ленты $d_s=5$ мкм, материал сверхпроводника — нестабилизированная фольга с параметрами $J_c=2 \cdot 10^{10}$ А/м² $\rho=(3-5)10^{-6}$ Ом·м. Потери в криогенной части выключателя учитываются теплопритоки в «холодную» зону $\Delta p_{х.з.}$ и гистерезисные потери в сверхпроводнике $\Delta p_{сп}$

$$\Delta p_k = (\Delta p_{х.з.} + \Delta p_{сп})k, \quad (6)$$

где k — коэффициент приведения к «теплой» зоне. Удельная величина теплопритоков принята равной 0,3 Вт/м², $k=250$. Полученные в результате расчета $\Delta p_{х.з.}=0,04$ кВт; $\Delta p_{сп}=1,05$ кВт. Суммарные потери трансформаторного выключателя $\Delta p=2000$ кВт, в том

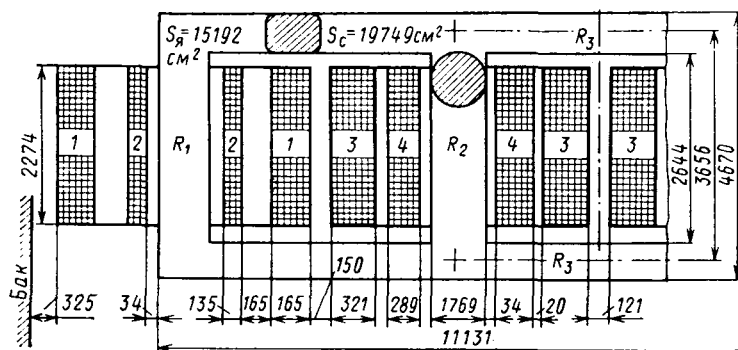


Рис. 5. Магнитная система однофазного четырехстержневого трансформаторного выключателя мощностью 450 МВ·А

числе потери в стали $\Delta p_{\text{ст.}} = 595$ кВт, потери в меди $\Delta p_{\text{мед.}} = 1019$ кВт, потери в криогенной части $\Delta p_{\text{кр.}} = 386$ кВт. Коэффициент полезного действия 99,63 %.

С целью уменьшения тепловыделений при переводе экрана в резистивное состояние эксплуатация трансформаторного выключателя предполагается совместно с разъединителями, установленными со стороны высшего и низшего напряжений. Эти разъединители должны отключать намагничивающий ток трансформатора, составляющий 0,3 % номинального. Отключение аварийных токов происходит при возникновении на поверхности экрана поля с напряженностью выше 700 кА/м, т. е. при достижении током в обмотках двукратного номинального значения.

Для сравнения параметров базового трансформатора типа ОРЦ 417000/750: суммарные потери — 1170 кВт, длина магнитопровода 7,175 м, высота магнитопровода 4,7 м, к. п. д. 99,72 %. Коэффициент полезного действия трансформаторного выключателя ниже к. п. д. трансформатора аналогичной мощности в основном за счет потерь в экране, дополнительной обмотке, а также за счет увеличения размеров магнитной системы. Однако функциональные возможности индукционного коммутатора значительно шире, чем у обычного трансформатора. Кроме того, если учесть потери в силовоточной коммутационной аппаратуре, применяемой за рубежом [1] со стороны генератора (300—400 кВт на фазу при мощности 400 МВт), то разница в к. п. д. не превышает 0,05—0,08 %.

Применение трансформаторных выключателей позволит существенно упростить главные цепи генераторов. В частности, при использовании блочных схем отпадает необходимость как в высоковольтном, так и в генераторном выключателе, обеспечивающем резервирование собственных нужд, а в схемах распределительных устройств типа многоугольник может быть исключен по меньшей мере один высоковольтный выключатель, защищающий генераторное присоединение.

Сравнение массовых показателей трансформаторного выключателя и базового трансформатора ОРЦ 417000/750 показывает увеличение массы магнитопровода примерно в 1,8 раза, а веса обмоточного провода — в 1,6 раза. При этом стоимости основных материалов трансформаторного устройства распределяются следующим образом: электротехническая сталь 29,3 %, обмоточный про-

вод 15,8 %, трансформаторное масло 2,6 %, сверхпроводник 0,5 %, холодильная установка 22,5 %, диэлектрический криостат 13,6 %, прочие материалы 15,7 %. Расчетная оптовая цена трансформаторного выключателя с учетом стоимости сверхпроводника, холодильной установки и диэлектрических криостатов больше стоимости трансформатора аналогичной мощности примерно в 1,9 раза. Тем не менее оценка наиболее простого случая замены трансформаторным выключателем традиционного трансформатора с соответствующим комплексом коммутационной аппаратуры показывает возможность уменьшения расчетной стоимости оборудования более, чем на 15 %. Соответствующее приведенной оценке соотношение стоимостей: трансформаторный выключатель — 1; трансформатор типа ОРЦ 417000/750 — 0,45; выключатель 750 кВ — 0,53; генераторный выключатель на грузки — 0,18.

Выводы. 1. Использование управляемых сверхпроводниковых экранов в индукционных устройствах, объединяющих функции силовых трансформаторов и выключателей, позволит ограничить максимальные значения аварийных токов.

2. Сравнительный анализ традиционных и сверхпроводниковых коммутационных аппаратов показывает возможность использования токоограничивающих выключателей трансформаторного типа с управляемыми СП экранами в качестве одного из мероприятий упрощения схем выдачи энергии мощных электростанций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бронштейн А. М. Коммутационные аппараты для главных цепей генераторов. — М.: Информэлектро, 1982.
2. Якимец И. В. Переключатели магнитного потока в электротехнических устройствах трансформаторного типа. — Электричество, 1982, № 10.
3. Лутидзе Ш. И., Наровлянский В. Г., Якимец И. В. Схемы замещения магнитных цепей в электромагнитных устройствах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 5.
4. Лутидзе Ш. И., Наровлянский В. Г., Якимец И. В. Работа переключателя магнитного потока в токоограничивающем устройстве. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 6.
5. Справочник по физико-техническим основам глубокого охлаждения/ И. П. Малков, И. Б. Данилов, А. Г. Зельдович, А. Б. Фрадков. М.: Л.: ГЭИ, 1963.
6. Брехна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. — М.: Мир, 1976.

[20.07.84]

УДК 621.315.1:551.594.221

Сопротивление канала главного разряда молнии

КОСТЕНКО М. В., чл.-корр. АН СССР

Ленинградский политехнический институт

Автор статьи делает попытку оценить эквивалентное сопротивление канала главного разряда молнии на начальных этапах ее развития в процессе перехода из лидерной стадии.

Вместе с амплитудой и крутизной фронта расчетного тока молнии (в случае удара в хорошо заземленный объект) ее эквивалентное сопротивление z_m заметно влияет на расчеты перенапряжений и оценки надежности грозозащиты линий электропередачи и подстанций. В результате многочисленных полевых измерений в разные годы получены статистические характеристики амплиту-

ды и крутизны фронта тока молнии. Сопротивление же z_m не поддается непосредственному измерению.

Ориентировочная оценка среднего значения z_m получена [1—3] в результате оригинального анализа многочисленных осциллограмм токов молнии, поразивших Останкинскую телебашню.

В соответствии с [4] и общепринятой в настоящее время структурой лидерного разряда принято, что перед последней ступенькой лидер имеет три характерные области:

область ионизации, состоящую из серии диффузных

стримеров, охватывающую пространство от головки лидера до земли (или до встречного лидера);

канал лидера, обладающий относительно высокой температурой и проводимостью;

пространственный заряд, осесимметрично окружающий канал лидера.

Последующий главный разряд развивается от земли к облаку. Принятая в настоящее время модель главного разряда рассматривает молнию как разряд однородной линии без потерь, но с условной скоростью распространения примерно 10—30 % скорости света. Эффективное волновое сопротивление такой линии, определенной как соотношение напряжения к току волны, предполагается постоянным в пределах всего процесса разряда молнии и равным в зависимости от интуиции авторов различных статей от 300 до 3000 Ом; в ряде случаев молния рассматривается как источник тока с бесконечно большим эффективным сопротивлением.

Это противоречит нашим представлениям о физике молнии. Ток в канале главного разряда нарастает со скоростью в десятки килоампер в микросекунду. Происходит быстрое расширение и разогревание канала за счет гидродинамического удара, ионизации и диссоциации воздуха [5]. Большие потери энергии на разогрев канала приводят к существенной задержке развития молнии и увеличению эквивалентного сопротивления z_m на начальных стадиях. В дальнейшем объемный заряд, окружающий лидер, интенсивно нейтрализуется вследствие стримерной короны обратного знака вокруг канала. Расширение канала и корона обратного знака наоборот приводят к снижению z_m на последующих стадиях при больших токах молнии.

Физическая природа процессов перехода от лидерной стадии к главному разряду молнии весьма сложна, а необходимые для их математического описания электрофизические характеристики канала не поддаются непосредственному измерению. Поэтому для приближенной оценки эквивалентного сопротивления молнии будем прибегать к весьма ориентировочным расчетам характеристик по данным исследований газового разряда в лабораторных условиях. Имеется в виду, что такие оценки приближенно справедливы только на начальных стадиях формирования канала главного разряда из отрицательного лидера и стримерной зоны перед ним. Но именно эти стадии имеют наибольший практический интерес для инженерных расчетов грозозащиты. Авторы оригинальной работы [6] попытались уточнить математическое моделирование волновых процессов в молнии как в системе с распределенными параметрами, однако их решение получилось сложным. Даже для простейшего случая приходится прибегать к численному интегрированию уравнений в частных производных с коэффициентами, заданными в интегральной форме. Задача дополнительно усложнилась бы при практических расчетах грозозащиты с учетом входного сопротивления линии или подстанции.

В настоящей статье дифференциальные уравнения канала молнии будут рассматриваться в следующем виде:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial t} + Gu; \quad (1)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + E_x. \quad (2)$$

Уравнение (1) соответствует первому закону Кирхгофа и выражает уменьшение тока по высоте рассматриваемого участка канала молнии, которое возникает из-за изменения (суммарного заряда в канале молнии и объемного заряда в окружающем пространстве) $\partial q/\partial t$ и тока утечки Gu .

По аналогии с результатами исследований импульсной короны на проводах [7, 8] принимаем, что выраженные в относительных единицах (по отношению к коронному) заряд и напряжение связаны вольт-кулоновой характеристикой $f\left(\frac{q}{q_{кр}}, \frac{u}{u_{кр}}\right) = 0$. Однако применительно к каналу молнии следует, вообще говоря, принимать во внимание, что с ростом тока канал молнии расширяется, и поэтому $q_{кр}$ и $u_{кр}$ зависят также от тока. Таким образом:

$$q = f_q(u, i), C_d = \frac{\partial f_q}{\partial u} = f_c(u, i), T_d = \frac{\partial f_q}{\partial i} = f_t(u, i), \quad (3)$$

где C_d — «динамическая емкость системы», определенная как отношение приращения суммарного заряда к вызвавшему его приращению напряжения; T_d — временная поправка, определенная как отношение приращения заряда к приращению тока; она учитывает «сползание» вольт-кулоновой характеристики вследствие расширения канала с увеличением тока. Поскольку q зависит от u и i , то и ее частные производные могут зависеть от u и i .

Принимаем, кроме того, что стримеры короны вокруг лидера не достигают земли, и сквозная проводимость $G \approx 0$.

Уравнение (2) соответствует второму закону Кирхгофа. Падение напряжения на единицу длины канала $-\frac{\partial u}{\partial x}$ складывается из индуктивной $\partial \Phi/\partial t$ и активной E_x составляющих.

Будем считать, что суммарные потокоцепления на фронте импульса зависят только от мгновенного значения тока, при этом

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \approx L_d \frac{\partial i}{\partial t}; L_d = \frac{d\Phi}{di} = \frac{\partial \Phi}{\partial i} + \frac{\partial \Phi}{\partial r_m} \frac{\partial r_m}{\partial i} = f_L(i), \quad (4)$$

где L_d — «динамическая индуктивность» канала, зависящая только от тока, но с учетом того обстоятельства, что канал молнии расширяется вследствие разогрева его током главного разряда, при этом предполагается, что радиус r_m зависит только от мгновенного значения тока на фронте импульса $r_m = f_r(i)$.

Наиболее сложным и в то же время существенным является учет активного падения напряжения E_x . Условимся, что на начальных стадиях развития главного разряда E_x в основном определяется вольт-амперной характеристикой дуги $u_d = f_u(i)$. На данном этапе автору удалось найти достаточно простой для инженерных расчетов путь решения уравнений (1) и (2), который возможен только при введении условной «динамической вольт-амперной характеристики» дуги:

$$E_x = \frac{\partial u_d}{\partial x} \approx z_d \frac{\partial i}{\partial x}, \quad (5)$$

где $z_d = \frac{d u_d}{d i} < 0$ — динамическое сопротивление дуги, возникающей на последней ступеньке лидера и развивающейся из стримерной зоны канала молнии при ее ударе в наземный объект; z_d определяется как отношение от-

рицательного приращения падения напряжения к приращению тока. Предполагается, что z_d зависит только от мгновенного значения тока на фронте импульса.

Учитывая принятые допущения, получаем из (1) и (2) следующую систему квазилинейных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial i}{\partial x} + C_d \frac{\partial u}{\partial t} + T_d \frac{\partial i}{\partial t} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + z_d \frac{\partial i}{\partial x} + L_d \frac{\partial i}{\partial t} = 0, \quad (7)$$

причем C_d и T_d зависят от u и i , а z_d и L_d — только от i ; от x , t и других переменных они зависят только через посредство u и i .

Решение уравнений методом характеристик. Будем искать решение системы (6), (7) в параметрической форме:

$$i(t, x) = i(\tau); u(t, x) = u(\tau), \tau = t - \frac{x}{v}; v = f_v(u, i). \quad (8)$$

Неизвестная функция f_v от напряжения u и тока должна быть выбрана так, чтобы равенства (6) и (7) выполнялись тождественно при любых значениях независимых переменных t и x , удовлетворяющих условию (8), и при произвольных зависимостях тока и напряжения от параметра τ . Частные производные в (6) и (7), как показано в приложении 1, можно представить в следующем параметрическом виде:

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{i'}{\Delta}, \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u'}{\Delta}, \frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{i'}{\Delta v}, \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u'}{\Delta v}, \quad (9)$$

где

$$i' = \frac{di}{d\tau}, u' = \frac{du}{d\tau}, \Delta = 1 - i' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial i} - u' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial u}.$$

Подставив (9) в (6) и (7) и сократив на $\Delta \neq 0$, убеждаемся в том (см. приложение 2), что решения (8) тождественно удовлетворяют уравнениям (6) и (7), если $v = f_v(u, i)$ определить по формуле:

$$v = \frac{1}{2L_d} \left[z_d - \frac{T_d}{C_d} + \sqrt{\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right)^2 + 4 \frac{L_d}{C_d}} \right]. \quad (10)$$

Для определения произвольных зависимостей $u = u\left(t - \frac{x}{v}\right)$ и $i = i\left(t - \frac{x}{v}\right)$ необходимо удовлетворить граничные условия в точке удара молнии в линию. Для этого воспользуемся правилом эквивалентной волны [9], причем молнию рассматриваем как линию $i=1$ (рис. 1):

$$u_x + i_x z_{\text{экр}} = i_m z_{\text{экр}} + \sum_{i=2}^n \frac{u_{ix} z_{\text{экр}}}{z_i}, \quad (11)$$

где u_x , i_x — напряжение в точке удара молнии и ток через сосредоточенное сопротивление z_x ; i_m — расчетный ток молнии (при ее ударе в объект с $z_x \rightarrow 0$) — ток «короткого замыкания» молнии (линии $i=1$) на землю;

$$z_m = \frac{u\left(t - \frac{x}{v}\right)}{i\left(t - \frac{x}{v}\right)} \text{ — эквивалентное сопротивление молнии;}$$

z_i , u_{ix} , u_{xi} — волновые сопротивления и напряжения волн, приходящих в узел и уходящих от него по остальным линиям ($i=2, 3, \dots, n$);

$z_{\text{экр}} = \left(\sum_{i=1}^n 1/z_i \right)^{-1} = z_m \| z_2 \| \dots \| z_n$ — эквивалентное сопротивление всех линий, сходящихся в узле, полученное параллельным сложением z_m и z_i .

Первоначально все приходящие волны, кроме u_{1x} , отсутствуют и $u_{ix}=0$, однако, спустя двойное время пробега волн u_{xi} до соседних узлов и волн u_{ix} и обратно, в узел приходят волны $u_{ix} \neq 0$, отраженные от соседних узлов; их необходимо учитывать в соответствии с формулой (11) и методом бегущих волн в виде:

$$u_{ix} + u_{xi} = u_x. \quad (12)$$

Таким образом, напряжение в месте удара молнии, а также в других точках эквивалентной схемы с многочисленными отражениями можно вычислить методом бегущих волн на основе правила эквивалентной волны. Однако для этого необходимо располагать расчетными токами молнии i_m (например, их амплитудой I_m и крутизной фронта I_m') по данным полевых измерений и вычислить зависимость эквивалентного сопротивления молнии от тока и напряжения:

$$z_m = \frac{u\left(t - \frac{x}{v}\right)}{i\left(t - \frac{x}{v}\right)} = f_m(i, u). \quad (13)$$

Его динамическую характеристику $z_{m,d}$ можно определить как отношение приращений Δu к Δi . Для этого необходимо подставить найденное по (10) значение $v = f_v(u, i)$ в систему уравнений (6), (7) с учетом (9). После преобразований (см. приложение 2) получим:

$$z_{m,d} = \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{1}{2} \left[-\left(z_d + \frac{T_d}{C_d} \right) + \sqrt{\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right)^2 + 4 \frac{L_d}{C_d}} \right] = -z_d + L_d v. \quad (14)$$

Таким образом, динамическую характеристику эквивалентного сопротивления молнии можно представить в виде последовательного соединения условного динамического сопротивления дуги ($-z_d > 0$) и условного добавочного динамического сопротивления:

$$L_d v = \frac{1}{2} \left[z_d - \frac{T_d}{C_d} + \sqrt{\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right)^2 + 4 \frac{L_d}{C_d}} \right]. \quad (15)$$

Соответствующее эквивалентное сопротивление молнии для правила эквивалентной волны (13) также представим в виде последовательного соединения сопротивлений:

$$z_m = R_d + z_w; z_w = \frac{1}{2i} \int_0^i L_d v di, \quad (15')$$

где $R_d = \frac{u_n}{i}$ — сопротивление, определенное по статической вольт-амперной характеристике перехода стрижки

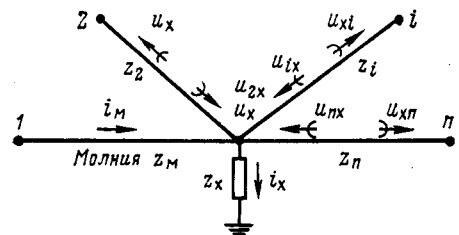


Рис. 1. К правилу эквивалентной волны

мерной зоны к дуговой стадии, зависящее только от мгновенного значения тока i на фронте импульса;

$$z_w = \frac{1}{2i} \int_0^i L_d v di \text{ — добавочное сопротивление канала, по}$$

которому распространяется волна $u_{xm} = z_w i$ нейтрализации заряда лидера и окружающего объемного заряда.

Сопротивление z_w зависит от мгновенного значения тока молнии i и кратности перенапряжений по отношению к коронному $u^* = u/u_{кр}$. При этом для короны обратного знака следует учитывать, что волна u_{xm} сначала должна нейтрализовать предшествующий отрицательный заряд лидера, затем сообщить каналу положительный заряд, равный критическому коронному. Только после этого начинает развиваться положительная стримерная корона, нейтрализующая поле отрицательного объемного заряда, окружающего канал молнии. Таким образом, напряжение u в вольт-кулоновой характеристике короны обратного знака принимаем равным

$$u = u_{xm} - u_{кр} = z_w i - u_{кр}.$$

В ряде случаев приходится прибегать к методу последовательных приближений при определении z_w , z_m , u_{xm} и u^* .

Приближенная оценка динамических характеристик молнии. Прямые измерения z_d , L_d , C_d и T_d , которые могли бы служить надежными исходными эмпирическими данными для расчета z_m , в настоящее время отсутствуют. Впредь до получения более надежных зависимостей для приближенной оценки динамических характеристик, входящих в (10), (14), (15), мы вынуждены основываться на результатах, вытекающих из исследований электрической дуги и импульсной короны в лабораторных условиях. Контролем могут служить косвенные оценки [3] среднего значения $z_m \approx 600\text{—}2500$ Ом. Они получены в результате обработки (согласно методике [2]) осциллограмм тока с коротким фронтом (меньшим, чем двойное время пробега волны вдоль Останкинской телебашни).

Для оценки динамического z_d и статического R_d сопротивлений исходим из следующей структуры характеристики электрической дуги, полученной в лабораторных условиях [9]:

$$u_d = \frac{A h_d}{i^\alpha}; R_d = \frac{u_d}{i} = \frac{A h_d}{i^{1+\alpha}},$$

где A — коэффициент, зависящий от градиента $E_{стр}$ в предшествующей стримерной зоне; h_d — длина дугового промежутка (в качестве такового принимаем высоту h_m последней ступеньки лидера); по данным [10] и [11] принимаем:

$$E_{стр} = \frac{u_d}{h_m} \approx 5 \text{ кВ/см}, h_d = h_m \approx 50 \text{ м};$$

α — показатель нелинейности ($0 < \alpha < 1$).

По данным [9] полагаем $\alpha \approx 0,15$. Значение коэффициента A оценим, исходя из предположения, что начальный ток перехода от лидерно-стримерной стадии к главному разряду равен току лидера $I_0 = 0,2$ кА:

$$A = E_{стр} I_0^{0,15} = 5 \cdot 10^5 \cdot 200^{0,15} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ В А}^\alpha/\text{м}.$$

Таким образом, будем исходить из следующей формулы для динамического сопротивления дуги:

$$z_d = \frac{d u_d}{d i} = -\frac{\alpha A h_m}{i^{1+\alpha}} = -1,66 \cdot 10^5 h_m i^{-1,15}$$

где z_d — в омах; h_m — в метрах; i — в амперах.

Динамическая индуктивность

$$L_d = \frac{d\Phi}{di} = \frac{\partial\Phi}{\partial i} + \frac{\partial\Phi}{\partial r_m} \frac{dr_m}{di},$$

где r_m — радиус развивающегося канала главного разряда молнии.

Как показано в [12], при достаточно больших скоростях нарастания тока ($\frac{di}{dt} \geq 15$ кА/мкс, что характерно для молнии), средняя плотность тока в канале имеет тенденцию к насыщению на уровне $j_{ср} \approx 20\text{—}25$ кА/см², поэтому будем принимать в среднем

$$r_m \approx \frac{1}{\sqrt{j_{ср} \pi}} \sqrt{i} = 0,38 \cdot 10^{-4} \sqrt{i}, \quad (16)$$

где r_m — в метрах; i — в амперах.

Численные расчеты показали, что, так как $\frac{\partial\Phi}{\partial r_m} < 0$

необходимо принимать во внимание проникновение магнитного поля в канал молнии и в землю. В противном случае фазовая скорость v при больших токах i и малых кратностях перенапряжений u^* оказывается несколько больше скорости света (до 1,05 с), поэтому полные токосцепления определялись по формуле:

$$\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[\ln \frac{2(h_m + h_0)}{r_m} + \frac{1}{4} \right]. \quad (17)$$

Поправка $1/4$ в (17) предполагает равномерное распределение тока в пределах поперечного сечения канала молнии, а поправка h_0 учитывает проникновение магнитного поля в землю.

По данным [13] эквивалентная глубина проникновения магнитного поля в землю (в метрах) приближенно равна

$$h_0 \approx 400 \sqrt{\frac{\rho_z}{f_{эвб}}}, \quad (18)$$

где ρ_z — удельное сопротивление земли, Ом·м; $f_{эвб} \approx \frac{1}{4\tau_\Phi}$ — эквивалентная частота, выбранная исходя из замены длины фронта четвертью периода синусоиды.

При $h_m = 50$ м; $\rho_z = 160$ Ом·м, $\tau = 2$ мкс имеем:

$$L_d = \frac{r_d}{di} \left\{ \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[\ln \frac{2(h_m + h_0)}{0,38 \cdot 10^{-4} \sqrt{i}} + \frac{1}{4} \right] \right\} \approx \frac{60}{c} \ln \frac{2 h_m}{r_m}. \quad (19)$$

При этом фазовая скорость v в пределе стремится к скорости света.

Динамическую емкость определяем на основании эмпирических вольт-кулоновых характеристик импульсной короны, полученных на лабораторных моделях проводов постоянного радиуса. Канал молнии расширяется с увеличением тока. Это обстоятельство находит отражение во временной поправке T_d при взятии производной от полного заряда по току.

Кроме того, следует подчеркнуть, что вокруг канала и главного разряда развивается корона обратного знака, т. е. положительная корона. Она образует объемный заряд значительно интенсивнее, чем отрицательная корона. Однако в пределе положительный объемный заряд может лишь нейтрализовать отрицательный, возникший на лидерной стадии. Можно ожидать, что в первые моменты развития главного разряда его вольт-кулоновая характеристика приближается к положитель-

ной, а в дальнейшем — к отрицательной. Этот вопрос нуждается в специальном экспериментальном исследовании.

Учитывая ориентировочный характер всех исходных данных с целью охвата всего возможного диапазона сопротивлений молнии в настоящей работе рассмотрены вольт-кулоновые характеристики обеих полярностей.

В результате статистической обработки экспериментальных исследований получена [14] следующая эмпирическая формула

$$q^* = \begin{cases} u^* & \text{при } u^* \leq 1; \\ u^* + k(u^* - 1)^{5/3} & \text{при } u^* \geq 1, \end{cases} \quad (20)$$

где $k^{(+)} = 0,78$ при положительной и $k^{(-)} = 0,375$ при отрицательной импульсной короне: $q^* = \frac{q}{q_{кр}}$, $u^* = \frac{u}{u_{кр}}$ — кратности суммарного заряда и напряжения по отношению к критическим коронным, равным

$$q_{кр} = 2\pi\epsilon_0 r_m E_H; u_{кр} = r_m E_H \ln \frac{2h_m}{r_m}; \quad (21)$$

E_H — начальная напряженность общей короны у поверхности провода по данным [15]:

$$E_H = 30 \cdot 10^5 m_v \delta \left[1 + \frac{3,01 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{\delta r_m}} \right], \quad (22)$$

причем

$$E_H — \text{В/м}; r_m — \text{м}.$$

Применительно к главному разряду молнии под r_m будем понимать радиус канала по (16), коэффициент негладкости $m_v \approx 1$, относительная плотность воздуха $\delta \approx 1$.

Таким образом, динамическая емкость при $u^* \geq 1$ равна:

$$C_d = \frac{\partial q}{\partial u} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h_m}{r_m}} \left[1 + \frac{5}{3} k \left(\frac{u}{u_{кр}} - 1 \right)^{2/3} \right] = \frac{1 + \frac{5}{3} k (u^* - 1)^{2/3}}{60 c \ln \frac{2h_m}{r_m}}. \quad (23)$$

Динамическое запаздывание (временная поправка) T_d определяется из той же эмпирической формулы для вольт-кулоновых характеристик (20) как частная производная от суммарного заряда по току:

$$T_d = \frac{\partial q}{\partial i} = \frac{\partial q}{\partial i} \left[\frac{2\pi\epsilon_0 u}{\ln \frac{2h_m}{r_m}} + k 2\pi\epsilon_0 r_m E_H \left(\frac{u}{r_m E_H \ln \frac{2h_m}{r_m}} - 1 \right)^{5/3} \right], \quad (24)$$

причем r_m и E_H зависят от тока по (16) и (22).

После преобразований имеем в форме, удобной для программирования на микрокалькуляторе:

$$\frac{T_d}{C_d} = i^{-1/3} [278 u^* (i_m^{-1/3} + 0,205) - \frac{55,6 (0,41 + i^{-1/3}) (u^* - 1)^{2/3} \left(\frac{3}{2} + u^* \right) \ln \frac{2h_m}{r_m}}{\frac{3}{5k} + (u^* - 1)^{2/3}}]. \quad (25)$$

Таким образом, получены приближенные оценки динамических характеристик молнии, входящих в (10) и (16) в зависимости от мгновенных значений тока i и кратности напряжения u^* на фронте импульса главного разряда молнии.

Оценка эквивалентного сопротивления и фазовой скорости молнии. На рис. 2 приведены результаты численных расчетов по (15') и (10) зависимостей z_m , z_w и v/c от мгновенных значений тока молнии i при различных кратностях напряжений ($u^* \approx 1, 2$ и 3).

На их основании можно сделать практические выводы:

1. Влияние характеристики запаздывания T_d/C_d на результаты расчета z_m , z_w и v не превосходит долей процента. Учитывая малую точность всех исходных данных ею вполне можно пренебречь, что значительно упрощает расчетные формулы;

2. При токах менее 5 кА эквивалентное сопротивление молнии z_m составляет тысячи и даже десятки тысяч Ом. Подавляющая часть энергии расходуется на разогрев канала молнии и лишь незначительная часть на перезарядку канала лидера и нейтрализацию окружающего объемного заряда, так как $z_w \ll z_m$. В большинстве случаев входное сопротивление схемы в месте удара во много раз меньше, чем эквивалентное сопротивление молнии, и при токах до 5 кА молнию можно считать как источник тока с бесконечно большим эквивалентным сопротивлением;

3. При токах в интервале от 5 до 30 кА эквивалентное сопротивление молнии быстро падает до $z_m = 900 \dots 600$ Ом, причем 40–50 % z_m приходится уже на z_w , т. е. на перезарядку и нейтрализацию окружающего объемного заряда;

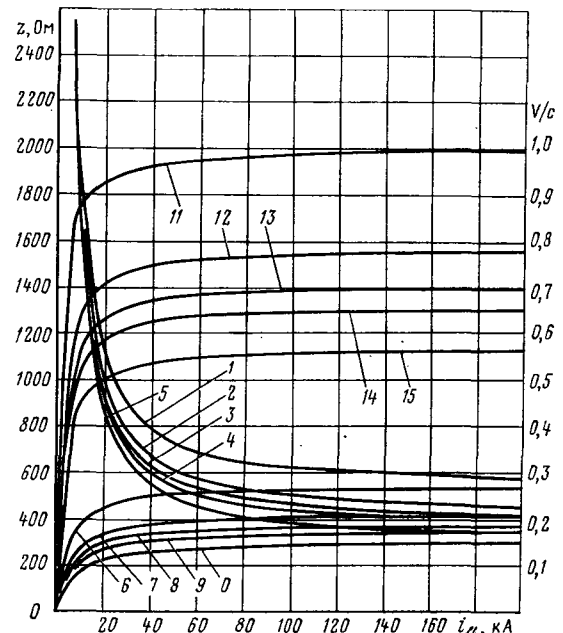


Рис. 2. Эквивалентное сопротивление молнии z_m (кривые 1–5), добавочное сопротивление канала z_w (кривые 6–10) и фазовая скорость v/c (кривые 11–15) при полярности и кратности перенапряжений $u^* = \pm 1$ (кривые 1, 6, 11), $u^* = -2$ (кривые 2, 7, 12), $u^* = -3$ (кривые 3, 8, 13), $u^* = +2$ (кривые 4, 9, 14), $u^* = +3$ (кривые 5, 10, 15) в зависимости от мгновенных значений тока в канале молнии i

4. При больших токах (30—200 кА) устанавливается сравнительно стабильное эквивалентное сопротивление молнии $z_m \approx 300\text{—}600$ Ом, зависящее от кратности перенапряжения u^* . Большая часть его приходится уже на $z_w = 0,6\text{—}0,9 z_m$, а падение напряжения в электрической дуге лежит в пределах 10—40 %;

5. Динамическая характеристика $v = f_v(u, i)$, имеющая физический смысл фазовой скорости, при токах $i < 5$ кА значительно меньше скорости света, но быстро возрастает с увеличением тока на фронте импульса. Увеличение фазовой скорости с ростом тока будет вызывать кажущееся увеличение крутизны волны тока в канале молнии. Однако процесс распространения по каналу волны тока молнии нуждается в специальном рассмотрении с учетом нейтрализации заряда в ответвлениях лидерной стадии и отражений от этих ответвлений и далеко выходит за пределы возможностей полученного в данной работе решения;

6. Необходимо еще раз подчеркнуть, что результаты расчетов основываются на ряде допущений, и, в частности, на постоянстве плотности тока в канале молнии, что приблизительно справедливо только при достаточно большой скорости нарастания тока. При $I_m' < 15$ кА/мкс необходимо учитывать влияние крутизны фронта тока молнии, что значительно усложняет задачу, нуждается в дальнейшем исследовании и не рассматривается в данной работе;

7. Нуждаются в дальнейших уточнениях также вольт-кулоновые характеристики короны обратного знака и динамическая вольт-амперная характеристика дуги. Принятые в данной работе зависимости следует рассматривать как сугубо ориентировочные, дающие возможность приближенно оценить эквивалентное сопротивление молнии.

Заключение. В предлагаемой вниманию читателя работе рассмотрена методика оценки эквивалентного сопротивления молнии, основанная на решении приближенных квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Это сопротивление изменяется в весьма широких пределах при нарастании тока молнии на фронте импульса. Автор не ставил перед собой задачу разработать универсальную физико-математическую модель волновых процессов молнии, а стремился лишь сформулировать проблему и наметить пути ее решения применительно к удару молнии в линию электропередачи.

Приведенные в работе методика и результаты численных расчетов дают возможность, по мнению автора, полнее отразить физические процессы главного разряда молнии, чем это удается при представлении молнии в виде источника тока с бесконечно большим или с конечным постоянным сопротивлением.

Для уточнения полученных решений желательно продолжить исследования на лабораторных моделях электрофизических характеристик короны дуги и других стадий газового разряда в широком диапазоне токов, напряжений, крутизны токов, размеров промежутков и других параметров.

Желательно также провести контрольные расчеты применительно к условиям ударов молнии в Останкинскую телебашню и сравнить их с имеющимися осциллограммами.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность В. С. Комелькову и Б. Г. Горину за цен-

ные критические замечания, высказанные ими при обсуждении статьи и учтенные в процессе ее доработки.

Приложение 1. Частные производные $\frac{\partial i}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial i}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x}$.

Для нахождения частных производных по t от неявных функций (8) аналогично [9] имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial t} &= \frac{di}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = i' \left[1 + \frac{x}{v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right]; \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{du}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = u' \left[1 + \frac{x}{v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-1})$$

где $i' = \frac{di}{d\tau}$; $u' = \frac{du}{d\tau}$.

Уравнения (П1-1) будем рассматривать, как систему из двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными $\frac{\partial i}{\partial t}$ и $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Решив их относительно этих неизвестных, находим:

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\begin{vmatrix} i' & -i' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial u} \\ u' & 1 - u' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial i} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 - i' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial i} & -i' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial u} \\ -u' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial i} & 1 - u' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial u} \end{vmatrix}}$$

и аналогично для $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Раскрыв определители, получим после преобразований

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{i'}{\Delta}; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u'}{\Delta}; \quad \Delta = 1 - i' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial i} - u' \frac{x}{v^2} \frac{\partial v}{\partial u}. \quad (\text{П1-2})$$

Аналогично для частных производных по x имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= i' \left[-\frac{1}{v} + \frac{x}{v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]; \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= u' \left[-\frac{1}{v} + \frac{x}{v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-3})$$

После преобразований находим:

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{i'}{\Delta v}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u'}{\Delta v}.$$

Приложение 2. Подставив частные производные (9) в систему (6), (7), имеем:

$$\begin{aligned} -\frac{i'}{\Delta v} + C_d \frac{u'}{\Delta} + T_d \frac{i'}{\Delta} &= 0, \quad -\frac{u'}{\Delta v} - z_d \frac{i'}{\Delta v} + \\ &+ L_d \frac{i'}{\Delta} = 0. \end{aligned} \quad (\text{П2-1})$$

Решая уравнения (П2-1) совместно и учитывая, что $v \neq 0$, $i' \neq 0$, $u' \neq 0$, $\Delta \neq 0$, получаем квадратное уравнение относительно неизвестной v :

$$v^2 + \frac{1}{L_d} \left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right) v - \frac{1}{L_d C_d} = 0. \quad (\text{П2-2})$$

Решение уравнения (П2-2) имеет вид:

$$v = \frac{1}{2L_d} \left[-\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right) \pm \sqrt{\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right)^2 + 4 \frac{L_d}{C_d}} \right], \quad (\text{П2-3})$$

причем динамическое сопротивление дуговой стали канала $z_d = \frac{\partial u_d}{\partial i} < 0$.

Отрицательный знак перед корнем в (П2-3) соответствует волне, распространяющейся из облака в направлении к земле ($v < 0$). В работе рассматриваются начальные стадии главного разряда. Волны нисходящего лидера, отражений от разветвлений канала молнии и от облака не учитываются. При этих предположениях можно считать, что нисходящая волна с отрицательным знаком перед корнем отсутствует.

Положительный знак перед корнем дает значения $v > 0$, что отвечает распространению волны от земли вверх.

Подставив найденное значение $v = f_v(u, i)$ в одно из уравнений (П2-1), получаем после преобразований динамическую характеристику эквивалентного сопротивления молнии:

$$z_{м,д} = \frac{\Delta u}{\Delta i} = L_d v - z_d = \frac{1 - T_d v}{C_d v} = \frac{1}{2} \left[- \left(\frac{T_d}{C_d} + z_d \right) + \sqrt{\left(\frac{T_d}{C_d} - z_d \right)^2 + 4 \frac{L_d}{C_d}} \right]. \quad (\text{П2-4})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горин Б. Н., Левитов В. И., Шкилев А. В. Разряды молнии в Останкинскую телебашню. — Электричество, 1972, № 2.

2. Горин Б. Н., Левитов В. И., Шкилев А. В. Поражения молнией Останкинской телебашни. — Электричество, 1977, № 8.

3. Горин Б. Н., Шкилев А. В. Измерения токов молнии на Останкинской телебашне. — Электричество, 1984, № 8.

4. Комельков В. С. Структура и параметры лидерного разряда. — Изв. АН СССР. ОН, 1947, № 8.

5. Дабкина С. И. К теории развития канала искрового разряда. — ЖЭТФ, 1951, т. XXI, вып. 4.

6. Горин Б. Н., Маркин В. И. Главная стадия молнии как переходный процесс в распределенной системе. — Труды ЭНИН, 1975, вып. 43.

7. Бочковский Б. Б. Импульсная корона на одиночных и расщепленных проводах. — Электричество, 1966, № 7.

8. Вольт-кулоновые характеристики короны на расщепленных проводах при импульсном напряжении/ И. М. Богатенков, Н. И. Гумерова, М. В. Костенко и др. — Труды ЛПИ, 1974, № 340.

9. Техника высоких напряжений/ Под ред. М. В. Костенко. — М.: Высшая школа, 1973.

10. Горин Б. Н., Берлина Н. С. Методика оценки защитного действия тросовых молниеотводов с учетом характеристик разброса. — Электричество, 1972, № 6.

11. Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978.

12. Техника больших импульсных токов и магнитных полей/ Под ред. В. С. Комелькова. — М.: Атомиздат, 1970.

13. Костенко М. В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле. — Электричество, 1955, № 10.

14. Анализ надежности грозозащиты подстанций/ М. В. Костенко, Б. В. Ефимов, И. М. Зархи, Н. И. Гумерова. — Л.: Наука, 1981.

15. Пик Ф. Диэлектрические явления в технике высоких напряжений. — М. — Л.: ГЭИ, 1934.

[12.01.84]

УДК 621.316.9:551.594.221

Влияние на работу высокочастотной защиты ударов молнии, не вызывающих короткого замыкания ВЛ

ЛАЧУГИН В. Ф., ЛЕВИУШ А. И.

Москва

Постановка задачи. На воздушных линиях электропередачи напряжением 500 кВ и выше 10—20 % аварийных отключений происходит при грозовых разрядах [1, 2], в подавляющем большинстве являющихся прорывами молнии сквозь тросовую защиту. Однако далеко не все прорывы сопровождаются переходом в короткое замыкание (к. з.). Так, с повышением класса напряжения линии вероятность прорывов, приводящих к к. з., снижается с 96 % для ВЛ 110 кВ до 60 % — для ВЛ 500 кВ и до 45 % для ВЛ 750 кВ [3]. Это связано с повышением импульсных разрядных напряжений на гирлянде изоляторов линии.

При ударе молнии в провод даже без перехода в устойчивое к. з. в линии возникают свободные колебания. Анализ того, могут ли эти колебания оказывать влияние на работу ВЧ защиты, реагирующей на составляющие промышленной частоты, и является предметом настоящей статьи. Анализ носит предварительный характер, учитывая, что он, по мнению авторов, предпринимается впервые, а предмет исследования лежит на стыке релейной защиты и техники высоких напряжений.

Естественно требование к релейной защите, чтобы при отсутствии переходов в к. з. она не срабатывала или

срабатывала крайне редко. Прежде всего была оценена энергия, выделяемая в линии при ударе молнии W_m . В 50 % случаев заряд, проходящий по каналу молнии, не превышает 5,2 Кул [4]. Принимаем напряжение в месте удара молнии равным импульсному разрядному напряжению гирлянды [3], откуда получаем

$$W_m [\text{кВт} \cdot \text{ч}] = \frac{QU}{2} = 2,3.$$

Энергия, запасенная в емкости линии 750 кВ ($CU^2/2$) длиной 526 км, для рассматриваемого ниже примера составляет

$$W_c \approx 0,6 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Сопоставление значений этих величин показывает, что постановка вопроса, вынесенная в заголовок статьи, является естественной. Во время кратковременного удара молнии энергия вводится в линию, а затем часть ее расходуется в процессе свободных колебаний.

Ниже в качестве первого приближения, учитывая наличие в измерительных органах защит частотных фильтров с полосой пропускания 25—100 Гц, рассматриваются лишь свободные составляющие, попадающие в эту полосу.

Параметры молнии и сети. До 90 % ударов молнии имеют отрицательную полярность и в первом приближении в выполняемых ниже расчетах представляются импульсами тока экспоненциальной формы $i_m = I_m e^{-\delta_m t}$, где I_m — амплитуда тока молнии; δ_m — показатель затухания (рис. 1). Следует отметить, что 40—60 ударов молнии состоят из нескольких разрядов, интервал между которыми колеблется от 7 до 150 мс со средним значением 33 мс, с амплитудой тока второго разряда, примерно в три раза меньшей амплитуды тока первого разряда, и в 2—4 раза большим показателем затухания. В 50 % случаев разряды имеют длительность t_m менее 75 мкс, а в 75 % — менее 150 мкс и $\delta_m = 0,7/t_m$ соответственно 9200 и 4600 1/с [4]. Последующие разряды молнии ниже не учитываются.

Амплитудное значение тока молнии отрицательной полярности, определяемое импульсным разрядным напряжением на гирлянде и волновыми сопротивлениями каналов ВЛ и разряда, при которой ток молнии еще не приводит к к. з., обозначим через $I_{м.гр}$. Для ВЛ 500 кВ $I_{м.гр} = 20$ кА, а для ВЛ 750 кВ $I_{м.гр} = 30$ кА [3].

Ниже молния представляется источником тока в соответствии с данными [5 и др.], где сопротивление канала молнии оценивается килоомами. Представление молнии источником тока может привести лишь к некоторому завышению расчетных оценок по сравнению с реальным положением. Кроме того, следует отметить, что постоянная времени затухания свободных составляющих (40—60 мс) на два порядка больше времени существования тока молнии главного разряда. Представление молнии источником тока правомерно еще и потому, что сопротивление ВЛ в месте удара молнии составляет половину значения ее волнового сопротивления, которое на порядок меньше сопротивления канала разряда молнии, а с развитием разряда в течение сотен микросекунд сопротивление канала разряда молнии возрастает еще на несколько порядков [1].

По данным [4] ток молнии с амплитудой менее 30 кА наблюдается в 50 % случаях. Удары молнии положительной полярности характеризуются в 3—10 раз большей длительностью t_m , т. е. большей энергией и другой формой импульса (рис. 1).

Для свободных составляющих интересующего нас диапазона частот значения индуктивности, емкости и активного сопротивления ВЛ близки к таковым при промышленной частоте. При этом импульсная корона не учитывается, поскольку она практически не оказывает

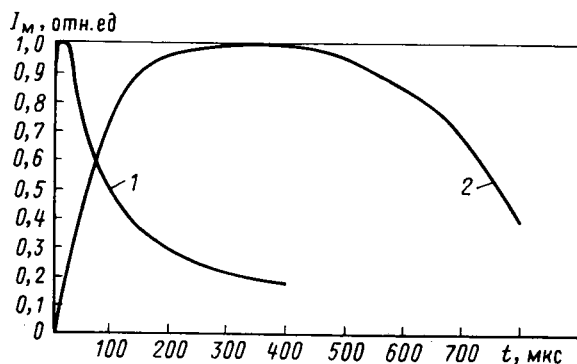


Рис. 1. Типичные формы тока молнии отрицательной (первый разряд) (1) и положительной (2) полярности; за единицу принята амплитуда тока молнии

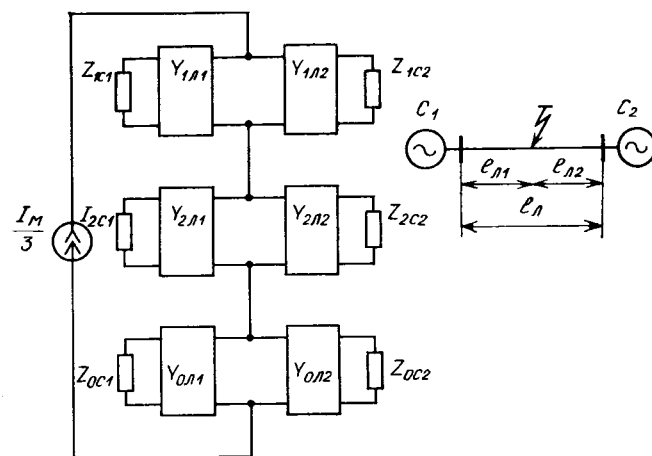


Рис. 2. Комплексная схема замещения при ударе молнии в провод:

$Z_{kc1}, Z_{kc2}, Y_{1л1}, Y_{1л2}, Y_{2л1}, Y_{2л2}$ — сопротивления примыкающих систем $C1$ и $C2$ и проводимости участков l_1 и l_2 линии длиной $l_{л}$ для $k=x$ (прямой, обратной и нулевой) последовательностей

влияния на затухание волн с длительностью $t \geq 50$ мкс [3].

Метод расчета свободных составляющих. Использован инженерный метод расчета переходных процессов, разработанный в [7]. Линия в диапазоне частот, близком к полосе пропускания частотных фильтров измерительных органов, может рассматриваться как симметричная, что позволяет применить метод симметричных составляющих [6].

При включении источника тока, моделирующего удар молнии в одну из фаз ВЛ, система уравнений для граничных условий через симметричные составляющие запишется как

$$\left. \begin{aligned} I_1(p) + I_2(p) + I_0(p) &= I_m(p); \\ a^2 I_1(p) + a I_2(p) + I_0(p) &= 0; \\ a I_1(p) + a^2 I_2(p) + I_0(p) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $I_m(p), I_1(p), I_2(p), I_0(p)$ — изображения тока молнии и его симметричных составляющих.

Из (1)

$$I_1(p) = I_2(p) = I_0(p) = \frac{1}{3} I_m(p).$$

Комплексная система замещения, соответствующая этим уравнениям, приведена на рис. 2 для случая одиночной связи между двумя энергосистемами, где четырехполюсники соответствуют участкам ВЛ. Такая схема без большого ущерба для общности позволяет объяснить физическую картину явления.

Если нужно провести расчеты для электропередачи в целом, то можно воспользоваться методикой [7], в соответствии с которой в секторе электромагнитных переходных процессов «Энергосетьпроект» разработан комплект программ для ЭВМ по расчету электромагнитных переходных процессов.

Переходный процесс в схемах прямой, обратной и нулевой последовательности может рассматриваться как независимый. В соответствии с [7] для общего случая воздействия возмущающей силы

$$g(t) = G_m e^{-\delta_n t} \sin(\omega_n t + \varphi)$$

переходную функцию можно записать в следующем виде:

$$f(t) = \frac{G_M e^{-\delta_H t}}{|H_\Sigma(-\delta_H + j\omega_H)|} \sin(\omega_H t + \varphi - \theta_H) +$$

$$+ \sum_{s=1}^m \frac{G_M \cos(\varphi + \psi_{as}) e^{-\delta_{as} t}}{\sqrt{(\delta_{as} - \delta_H)^2 + \omega_H^2} H'_\Sigma(-\delta_{as})} +$$

$$+ \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 G_M e^{-\delta_s t} \left[\sqrt{(\delta_s - \delta_H)^2 + \omega_s^2} \sin \varphi \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s) - \right. \\ \left. - \xi_s - \omega_H \cos \varphi \cos(\omega_s t - \xi_s) \right]}{[(\omega_s^2 - \omega_H^2) - (\delta_s - \delta_H)^2]^2 + [2\omega_s(\delta_s - \delta_H)]^2}^{1/2} \times \\ \times \frac{H'_\Sigma(p_s)}{|H'_\Sigma(p_s)|}, \quad (2)$$

$$\psi_{as} = \arctg \frac{\delta_{as} - \delta_H}{\omega_H};$$

$$\psi_{Ts} = \arctg \frac{\delta_s - \delta_H}{\omega_s};$$

$$\xi_s = \arctg \frac{2\omega_s}{\omega_s^2 - \omega_H^2 - (\delta_s - \delta_H)^2} + \arg H'_\Sigma(p_s).$$

Первое слагаемое — принужденная составляющая, второе и третье — сумма аperiodических и периодических свободных составляющих, где m — число аperiodических свободных составляющих; δ_{as} и δ_s , ψ_{as} и $(\psi_{Ts} - \xi_s)$, 0 и ω_s — показатель затухания, начальная фаза и частота аperiodических и периодических свободных составляющих; p_s — нуль функции $H_\Sigma(p)$, $H'_\Sigma(p_s)$ — ее производная при $p=p_s$; θ_H — угол комплексной величины $H_\Sigma(-\delta_H + j\omega_H)$.

В нашем случае для удара молнии отрицательной полярности

$$g(t) = i_M(t) = I_M e^{-\delta_M t}; \quad (3)$$

$$G_M = I_M; \quad \delta_H = \delta_M; \quad \omega_H = 0; \quad \varphi = \frac{\pi}{2};$$

$H_\Sigma(p)$ — входная проводимость схемы.

Напряжение любой из последовательностей с учетом (2) и (3) и месте удара молнии запишется в виде:

$$u_M(t) = \frac{I_M e^{-\delta_M t}}{|Y(-\delta_M)|} \cos \theta_H + \sum_{s=1}^m \frac{I_M \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi_{as}\right) e^{-\delta_{as} t}}{(\delta_{as} - \delta_M) Y'_\Sigma(-\delta_{as})} +$$

$$+ \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 I_M e^{-\delta_s t} \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s)}{\sqrt{\omega_s^2 + (\delta_s - \delta_M)^2} Y'_\Sigma(p_s)}. \quad (4)$$

Для определения амплитуды интересующей нас первой периодической низкочастотной свободной составляющей, следуя [7], рассматривается схема с реактивными элементами, а активные сопротивления учитываются только при определении коэффициента ее затухания. Определение параметров ВЛ для указанных низких частот не встречает затруднений. При этом δ_s приближенно определяется как $R_{\Sigma}/2L_{\Sigma}$. Сложнее определить параметры схемы замещения для вынужденной составляющей, однако в первом приближении мы ее не учитываем ввиду малой длительности. В приложении 1 дается определение $Y_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s)$ и $Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s)$.

Определение частот свободных колебаний ω_s . Частоты свободных колебаний определяются из выражения (П-1) при

$$Y_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s) = 0.$$

При этом

$$\tg\left(\theta_{s2} + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{Z_B}\right) = -\tg\left(\theta_{s1} + \arctg \frac{\omega_s L_{c1}}{Z_B}\right) \quad (5)$$

и

$$k = \pi - (\theta_{s1} + \theta_{s2}) = \arctg \frac{\omega_s L_{c1}}{Z_B} + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{Z_B}.$$

В соответствии с обозначениями (П-1) получаем уравнение для определения частоты ω_{s1} первой периодической свободной составляющей ($k=1$):

$$\pi - \omega_{s1} \sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}} l_{\Sigma} = \arctg \frac{\omega_{s1} L_{c1}}{Z_B} + \arctg \frac{\omega_{s1} L_{c2}}{Z_B}. \quad (5')$$

Из (5) и (5') видно, что частоты свободных составляющих не зависят от места удара молнии. Указанное сообщается с физическими представлениями, так как источник тока имеет бесконечно большое внутреннее сопротивление. Следует отметить, что частоты свободных составляющих при прорыве молнии через тросовую защиту и трехфазном одновременном включении ВЛ в транзит [7] совпадают.

Определение места удара молнии, при котором наблюдаются максимальные значения свободных составляющих в месте установки защиты. По напряжению в месте удара молнии $u_M(t)$ из (4) можно определить токи I_{3s} и напряжения u_{3s} свободных составляющих в месте установки защиты (рис. 3). На этом рисунке u_{Ms} — напряжение, например, первой свободной составляющей с частотой ω_{s1} в месте удара молнии. Определение I_{3s} и u_{3s} проведено в приложении 2 согласно принятым в [7] допущениям в реактивной схеме с учетом уравнений длинной линии без потерь.

В соответствии с (П-7) для i_{3s} от места удара молнии зависит только множитель, максимальное значение которого равно 1:

$$\left| \sin\left(\omega_{s1} \sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}} l_{2 \max} + \arctg \frac{\omega_{s1} L_{c2}}{Z_B}\right) \right| = 1, \quad (6)$$

откуда

$$l_{2 \max} = \frac{\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega_{s1} L_{c2}}{Z_B}}{\omega_{s1} \sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}}}. \quad (6')$$

Определим значение l_2 , при котором свободные составляющие тока и напряжения максимальны, для частного случая:

$$L_{c1} = L_{c2} = L_c.$$

Из (5')

$$\arctg \frac{\omega_{s1} L_c}{Z_B} = \frac{\pi}{2} - \omega_{s1} \sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}} \frac{l_{\Sigma}}{2}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6'), получаем $l_{2 \max} = l_{\Sigma}/2$, т. е. при прочих равных условиях максимальные значения токов и напряжений первой свободной составляющей в месте установки защиты для рассматриваемого случая имеют место при ударе молнии в середину линии.

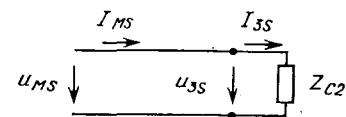


Рис. 3. К определению свободных составляющих в месте установки защиты

Распределение амплитуд первых свободных составляющих вдоль линии. Схема замещения для определения распределения амплитуд свободных составляющих приведена на рис. 4. С учетом уравнений линии имеем

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_{Is} \cos \theta_{sx} - j I_{Is} z_B \sin \theta_{sx}; \\ i_x &= -j \frac{U_{Is}}{z_B} \sin \theta_{sx} + I_{Is} \cos \theta_{sx}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где

$$\omega_{s1} \sqrt{L_{\pi} C_{\pi}} l_x = \theta_{sx}.$$

Если обозначить $\omega_{s1} \sqrt{L_{\pi} C_{\pi}} l_{\pi} = \theta_s$, то $\theta_{sx} = \theta_s \frac{x}{l}$.

Кроме того, введя обозначение $\frac{\omega_{s1} L_{c1}}{z_B} = \operatorname{tg} \delta$, с учетом

$\dot{U}_{Is} = -\frac{\dot{U}_{Is}}{j \omega_{s1} L_{c1}}$ после преобразования (8) можно получить:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{xs} &= \dot{U}_{Is} \frac{\sin \left(\theta_s \frac{x}{l} + \delta \right)}{\sin \delta}; \\ i_{xs} &= i_{Is} \frac{\cos \left(\theta_s \frac{x}{l} + \delta \right)}{\cos \delta}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для частного случая $L_{c1} = L_{c2} = L_c$ из (7)

$$\theta_s = \pi - 2\delta. \quad (10)$$

При $l_x = l_{\pi}$, $\dot{U}_{xs} = \dot{U}_{II}$ и $i_{xs} = i_{II}$, после подстановки (10) в (9) получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{II} &= \dot{U}_{Is}; \\ i_{II} &= -i_{Is}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Следует отметить, что характер распределения амплитуд свободных составляющих вдоль линии не зависит от места удара молнии.

Соотношения между амплитудами тока и напряжений первых свободных составляющих по концам линии в общем случае $L_{c1} \neq L_{c2}$ приведены в приложении 3. Как видно из (П-9), для первых периодических свободных составляющих токи i_{II} и i_{Is} — противоположны по знаку, а напряжения \dot{U}_{II} и \dot{U}_{Is} — одного знака. При $L_{c1} = L_{c2}$ (П-9) естественно приводятся к (11).

Компенсация емкостных токов. Как известно, в измерительных органах защиты выполняется компенсация емкостных токов с уставкой, равной половине емкостной проводимости линии. Таким образом, ток первой свободной составляющей в измерительном органе

$$I_{zs1k} = I_{zs1} - U_{zs1} \omega_{s1} C_{\pi} \frac{l_{\pi}}{2}. \quad (12)$$

Примеры. Чтобы оценить порядок величин, в приложении 4 рассмотрен ряд примеров. В первом примере

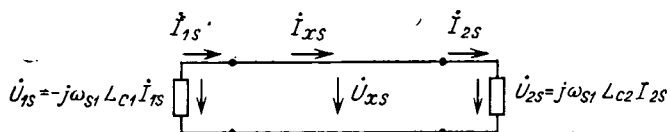


Рис. 4. К распределению амплитуд первых свободных составляющих вдоль линии

реальная длина ВЛ 750 кВ — 526 км, весьма маломощные системы (200 Ом), частота первой свободной составляющей 100 Гц. Во втором примере одна из систем бесконечной мощности ($L_c = 0$), при этом, когда для другой системы $x_c = 200$ Ом (на промышленной частоте), то, чтобы иметь частоту ω_{s1} равной 628 1/с (100 Гц), длину ВЛ следует взять равной 980 км, т. е. существенно превышающей длины существующих ВЛ 750 кВ.

И, наконец, в третьем примере при реальной длине ВЛ 526 км и примыкающих системах бесконечной мощности первая собственная частота составляет примерно 170 Гц, т. е. лежит вне полосы пропускания частотных фильтров защиты, а получающиеся при этом величины находятся ниже уровня срабатывания измерительных органов.

В рассматриваемых примерах не учитывается работа разрядников (или ограничителей перенапряжений). Последнее связано с тем, что максимальные первые свободные составляющие в месте установки защиты имеют место при ударе молнии, например, как в первом примере, в середине линии. При подходе к подстанции волна перенапряжения затухает настолько, что разрядник не срабатывает, естественно, при достаточной длине ВЛ. Нас же интересуют именно протяженные ВЛ, где имеют место низкие частоты первых свободных составляющих. Для оценки порядка величин на ВЛ 750 кВ ток молнии с амплитудой $I_{м.гр} = 30$ кА соответствует напряжению в месте удара молнии 3200 кВ (импульсное разрядное напряжение на гирлянде); импульсное пробивное напряжение разрядника — на уровне 1500 кВ [3].

В случае, если удар молнии придется ближе к одному из концов и разрядник сработает, интенсивность свободных колебаний снизится, так как часть энергии выделится в разряднике.

Направленная фильтровая защита и свободные составляющие [8, 9]. В соответствии с рис. 4 на первом конце ВЛ свободная составляющая тока опережает напряжение при принятых положительных направлениях, а на втором конце — отстает, однако в месте установки защиты с учетом полярности трансформаторов тока ток также будет опережать напряжение. Таким образом, фазные соотношения таковы, что реле направления мощности обратной последовательности защиты по концам ВЛ могут работать в сторону отключения под влиянием свободных составляющих.

Свободные величины прямой и обратной последовательности в соответствии с рис. 4 получаются одинаковыми.

Оценим теперь величины, подводимые к реле мощности обратной последовательности, по типу, соответствующему [10]. Расчет этих величин приведен в приложении 5 с учетом того, что вторая гармоника ослабляется в цепях тока в 2,5 раза и в цепях напряжения в 5 раз (по данным технического описания Чебоксарского электроаппаратного завода).

Напряжения на выходе фильтра обратной последовательности с частотным коэффициентом $\gamma = 0,5$ получаются примерно на 20 % больше, чем соответствующие им значения свободных составляющих обратной последовательности в особой фазе, так как свободные составляющие прямой последовательности частоты 100 Гц также создают напряжение на выходе фильтра. Напряжение на трехфазном выходе фильтра существенно несимметрично в этом случае.

Как известно, параметры срабатывания реле [9]:

$$U_{2cp}=2 \text{ В}; I_{2cp}=50 \text{ мА};$$

$$U_{26л}=1 \text{ В}; I_{26л}=25 \text{ мА}.$$

В примере 1 (приложение 5) реле мощности в сторону отключения работать не будет, так как ток в реле с учетом компенсации значительно меньше уставки I_{2cp} . Следует отметить, что в условиях примера 1 «хорошо работает» компенсация емкостных токов.

В примере 2 со стороны маломощного конца реле работает в направлении блокировки (знак минус у тока $I_{38лк}$ приложения 4 — «преобладание» компенсации), а со стороны мощного конца — может работать на отключение при больших z_k . Отметим, что принятое устройство компенсации емкостных токов здесь не работает, так как $U_{38л}=0$.

Для примера 3 частота свободных составляющих 170 Гц подавляется частотными фильтрами значительно выше.

Оценивая порядок величин, следует отметить, что ложное срабатывание защиты на существующих линиях при ударах молнии отрицательной полярности маловероятно, так как все расчеты проводились при граничном значении тока молнии $I_{м.гр}$. В этом отношении большую опасность представляют удары положительной полярности, так как они имеют большую энергию. Однако, как указывалось выше, их доля не превышает 10—15 % в общем числе ударов молнии.

Авторы не сочли целесообразным привести в статье расчетные соотношения для ударов молнии положительной полярности с учетом их формы, отличной от разрядов отрицательной полярности вследствие ограниченности имеющихся у авторов статистических данных по положительным разрядам. В то же самое время для ориентировочной оценки процессов при положительной полярности разрядов молнии достаточно брать увеличенные значения t_m (4), что отражает большую энергию этих разрядов и повышенные значения амплитуд обусловленных ими свободных составляющих.

Дифференциально-фазная защита и свободные составляющие. В соответствии с (11) свободные составляющие токов имеют противоположное направление при принятых на рис. 4 положительных направлениях, т. е. принципиально воспринимаются как к. з. в зоне.

Однако манипуляция ВЧ передатчиком производится напряжением $U_m = I_1 + kI_2$, т. е. в манипуляции участвует составляющая нагрузочного режима. Таким образом, при больших нагрузках в симметричном режиме определяющей будет составляющая I_1 нагрузочного режима, и ложная работа исключена. При малых нагрузках все сказанное для направленных защит остается справедливым и для дифференциально-фазных защит.

Влияние грозových возмущений на поведение защит, реагирующих на параметры токов и напряжений промышленной частоты, в настоящей статье не рассматривались, поскольку оно подробно проанализировано в [11].

Сопоставление с внешними к. з. Для оценочного сопоставления величин свободных составляющих при прорывах молнии через тросовую защиту с аналогичными величинами при внешних трехфазных к. з. на шинах защищаемой ВЛ были проведены соответствующие расчеты по методике [7]. При этом несинхронные включения линии в транзит не рассматривались, так как на

ВЛ 500 кВ и выше они маловероятны и специально не предусматриваются.

Внешние трехфазные к. з. рассматриваются в связи с тем, что этот режим является одним из расчетных для выбора амплитудно-частотных характеристик фильтров направленных защит обратной последовательности, так как при этом на реле мощности обратной последовательности действуют только величины свободных составляющих. Для дифференциально-фазных защит этот режим не является опасным, так как их правильная работа в основном обеспечивается за счет составляющих прямой последовательности промышленной частоты. Выполненные расчеты показывают, что при трехфазных к. з. и при прорывах молнии отрицательной полярности полученные результаты при $\delta_m = 4600$ 1/с близки ($t_m = 150$ мкс). При больших δ_m амплитуды свободных составляющих падают.

В статье рассматривались параметры конкретных фильтров, выбранных для защит ВЛ, не превышающих определенную длину. Естественно, что при увеличении длины линии к частотным фильтрам должны предъявляться более жесткие требования. Следует отметить, что при первом рассмотрении не учитывалось влияние фильтрующих свойств схемы сравнения реле направления мощности обратной последовательности, которое уже при частотах выше 100 Гц окажется существенным. С целью более полного учета всех факторов необходимо использование математических моделей реле совместно с математической моделью первичного процесса, что является предметом другой работы.

Поскольку при отрицательной полярности разрядов молнии в случаях прорывов тросовой защиты без перехода в к. з. уровень свободных составляющих не больше, чем при внешних трехфазных к. з., указанные прорывы практически не могут привести к ложному срабатыванию защиты. Последнее справедливо, конечно, при правильном выборе частотных характеристик фильтров с учетом внешних трехфазных к. з.

При положительной полярности молнии ее энергия возрастает [4], а уровень свободных составляющих может превышать уровень свободных составляющих при внешних трехфазных к. з., что естественно увеличивает вероятность ложных срабатываний защит.

Приложение 1. Определение $Y_{\Sigma \text{reak}}(j\omega_s)$ и $Y'_{\Sigma \text{reak}} \times (j\omega_s)$. В соответствии со схемой замещения рис. 2 для любой последовательности

$$Y_{\Sigma \text{reak}}(j\omega_s) = \frac{1}{Z_{1 \text{reak}}} + \frac{1}{Z_{2 \text{reak}}},$$

где $Z_{1 \text{reak}}$ и $Z_{2 \text{reak}}$ — входные сопротивления схемы замещения слева и справа от места удара молнии.

Обозначим $\theta_{s1} = \omega_s \sqrt{L_{\pi} C_{\pi}} I_1$ и $\theta_{s2} = \omega_s \sqrt{L_{\pi} C_{\pi}} I_2$, где L_{π} , C_{π} — удельные параметры линии, тогда после преобразования получим:

$$Y_{\Sigma \text{reak}}(j\omega_s) = -\frac{j}{z_b} \left[\text{ctg} \left(\theta_{s1} + \arctg \frac{\omega_s L_{c1}}{z_b} \right) + \text{ctg} \left(\theta_{s2} + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_b} \right) \right], \quad (\text{П-1})$$

где z_b — волновое сопротивление.

Производная проводимости

$$Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s) = \frac{\partial Y_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s)}{\partial (j\omega_s)} = -j \sqrt{\frac{C_{\text{л}}}{L_{\text{л}}}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\sin^2 \omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_1 + \arctg \frac{\omega_s L_{c1}}{z_B}} \times \right.$$

$$\times \left[-j \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_1 + \frac{1}{1 + \frac{\omega_s^2 L_{c1}^2}{z_B^2}} \left(-j \frac{L_{c1}}{z_B} \right) \right] -$$

$$\frac{1}{\sin^2 \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right)} \times$$

$$\times \left[-j \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \frac{1}{1 + \frac{\omega_s^2 L_{c2}^2}{z_B^2}} \left(-j \frac{L_{c2}}{z_B} \right) \right] \Bigg\}.$$

После преобразований

$$Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s) = \left[C_{\text{л}} l_1 + \frac{L_{c1}}{z_B^2 + (\omega_s L_{c1})^2} \right] \times$$

$$\times \sin^{-2} \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_1 + \arctg \frac{\omega_s L_{c1}}{z_B} \right) +$$

$$+ \left[C_{\text{л}} l_2 + \frac{L_{c2}}{z_B^2 + (\omega_s L_{c2})^2} \right] \sin^{-2} \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \right.$$

$$\left. + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right). \quad (\text{П-2})$$

Приложение 2. Определение токов и напряжений в месте установки защиты. В соответствии с рис. 3

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{3s} &= \dot{U}_{Ms} \cos \theta_{s2} - j \dot{I}_{Ms} z_B \sin \theta_{s2}; \\ \dot{I}_{3s} &= -j \frac{\dot{U}_{Ms}}{z_B} \sin \theta_{s2} + \dot{I}_{Ms} \cos \theta_{s2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-3})$$

где $\theta_{s2} = \omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2$.

Из (П-3)

$$\dot{U}_{3s} = \dot{U}_{Ms} \frac{\omega_s L_{c2}}{\omega_s L_{c2} \cos \theta_{s2} + z_B \sin \theta_{s2}};$$

$$\dot{I}_{3s} = -j \dot{U}_{Ms} \frac{1}{\omega_s L_{c2} \sin \theta_{s2} + z_B \cos \theta_{s2}}.$$

Далее с учетом (4)

$$u_{3s} =$$

$$= \frac{2 I_M e^{-\delta_s t} \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s)}{3 \sqrt{(\delta_m - \delta_s)^2 + \omega_s^2} Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s) \left(\frac{z_B}{\omega_s L_{c2}} \sin \theta_{s2} + \cos \theta_{s2} \right)};$$

$$(\text{П-4})$$

$$i_{3s} =$$

$$= \frac{2 I_M e^{-\delta_s t} \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s - 90^\circ)}{3 \sqrt{(\delta_m - \delta_s)^2 + \omega_s^2} Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s) (z_B \sin \theta_{s2} + \omega_s L_{c2} \cos \theta_{s2})}.$$

$$(\text{П-5})$$

Преобразуем выражение (П-2); для $Y'_{\Sigma \text{ реак}}(j\omega_s)$ с учетом (5)

$$Y'_{\Sigma \text{ реак}} = \sin^{-2} \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right) \times$$

$$\times \left[C_{\text{л}} l_1 + \frac{(L_{c1} + L_{c2}) (z_B^2 + \omega_s^2 L_{c1} L_{c2})}{(z_B^2 + \omega_s^2 L_{c1}^2) (z_B^2 + \omega_s^2 L_{c2}^2)} \right]. \quad (\text{П-6})$$

Второй сомножитель (П-6) обозначим через A , а в (П-5) введем обозначение

$$B = Y'_{\Sigma \text{ реак}} [z_B \sin(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2) + \omega_s L_{c2} \cos(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2)].$$

После преобразования

$$B = \frac{A z_B}{\sin \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right) \cos \left(\arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right)}$$

и подстановки его в (П-5) получим

$$i_{3s} = \frac{2 I_M e^{-\delta_s t} \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s - 90^\circ)}{3 \sqrt{(\delta_m - \delta_s)^2 + \omega_s^2} A z_B} \times$$

$$\times \sin \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right) \cos \left(\arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right); \quad (\text{П-7})$$

$$u_{3s} = \frac{2 I_M e^{-\delta_s t} \sin(\omega_s t + \psi_{Ts} - \xi_s) \omega_s L_{c2}}{3 \sqrt{(\delta_m - \delta_s)^2 + \omega_s^2} A z_B} \times$$

$$\times \sin \left(\omega_s \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}} l_2 + \arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right) \cos \left(\arctg \frac{\omega_s L_{c2}}{z_B} \right).$$

Приложение 3. Соотношения между амплитудами токов и напряжений первых свободных составляющих по концам линии в общем случае $L_{c1} \neq L_{c2}$. Уравнения (8) с учетом введенных после них обозначений при $l_x = l_{\text{л}}$ приводятся к виду:

$$\dot{U}_{\text{II}s} = \dot{U}_{\text{Is}} \left(\cos \theta_s + \frac{z_B}{\omega_{s1} L_{c1}} \sin \theta_s \right) = \sin \theta_s \left(\text{ctg} \theta_s + \right.$$

$$\left. + \frac{z_B}{\omega_{s1} L_{c1}} \right) \dot{U}_{\text{Is}};$$

$$\dot{I}_{\text{II}s} = \dot{I}_{\text{Is}} \left(\cos \theta_s + \frac{\omega_{s1} L_{c1}}{z_B} \sin \theta_s \right) = \sin \theta_s \left(\text{ctg} \theta_s - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega_{s1} L_{c1}}{z_B} \right) \dot{I}_{\text{Is}}$$

и далее

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{\text{II}s} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \theta_s}} \left(\text{ctg} \theta_s + \frac{z_B}{\omega_{s1} L_{c1}} \right) \dot{U}_{\text{Is}}; \\ \dot{I}_{\text{II}s} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \theta_s}} \left(\text{ctg} \theta_s + \frac{\omega_{s1} L_{c1}}{z_B} \right) \dot{I}_{\text{Is}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-8})$$

Преобразуя (5), получаем

$$\text{ctg} \theta_s = \frac{\omega_{s1}^2 L_{c1} L_{c2} - z_B^2}{z_B \omega_{s1}^2 (L_{c1} + L_{c2})}.$$

Подставляя значение $\text{ctg} \theta_s$ в (П-8), имеем

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{\text{II}s} &= \\ &= - \frac{\omega_{s1}^2 L_{c1}^2 + z_B^2}{\sqrt{\omega_{s1}^4 L_{c1}^2 L_{c2}^2 + z_B^4 + z_B^2 \omega_{s1}^2 (L_{c1}^2 + L_{c2}^2)}} \dot{I}_{\text{Is}}; \\ \dot{U}_{\text{II}s} &= \frac{L_{c2}}{L_{c1}} \times \\ &\times \frac{\omega_{s1}^2 L_{c1}^2 + z_B^2}{\sqrt{\omega_{s1}^4 L_{c1}^2 L_{c2}^2 + z_B^4 + z_B^2 \omega_{s1}^2 (L_{c1}^2 + L_{c2}^2)}} \dot{U}_{\text{Is}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-9})$$

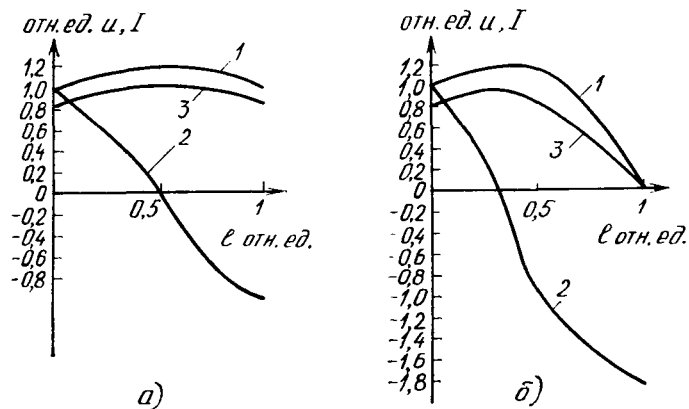


Рис. 5. Распределение амплитуд первых свободных составляющих напряжения (1), тока (2) обратной последовательности вдоль линии, (3) относительные величины амплитуд первых свободных составляющих тока в месте установки защиты в зависимости от места удара молнии:

а — для примера 1, б — для примера 2

Приложение 4. Пример 1. ВЛ-750 кВ длиной $l_{\text{л}}=526$ км с параметрами: $x_1=0,285$ Ом/км; $r_1=0,0137$ Ом/км; $b_1=4,2 \cdot 10^{-6}$ 1/Ом·км. К ВЛ примыкают маломощные системы $x_{c1}=x_{c2}=200$ Ом. На основании этих данных получим $L_{c1}=L_{c2}=L_c=0,637$ Гн; $L_{\text{л}}=0,908$ мГн/км; $C_{\text{л}}=1,34 \cdot 10^{-8}$ Ф/км; $\delta_s=7,54$ 1/с; $z_b=260$ Ом.

Из (7) графически (или другим способом) определяем $\omega_{s1}=628$ 1/с.

В провод на середине линии попадает отрицательный удар молнии с током $I_{\text{м}}=I_{\text{м.гр}}=30$ кА.

Из (П-7) получим для $\delta=9200$ 1/с ($t_{\text{м}}=75$ мкс); $i_{3s1}=0,360 e^{-7,5t} \sin(628t - \pi/2)$, кА; $u_{3s1}=144 e^{-7,5t} \times \sin 628t$, кВ.

Для $\delta_{\text{м}}=4600$ 1/с ($t_{\text{м}}=150$ мкс) ток и напряжение получаются с вдвое большими амплитудами.

С учетом компенсации емкостных токов в соответствии с (12), переходя к действующим значениям,

$$I_{3s1\text{к}}=0,031 \text{ кА}; U_{3s1}=102 \text{ кВ}.$$

Распределение амплитуд первых свободных составляющих рассчитано по (9) и приведено на рис. 5. Кривая относительных значений амплитуд первых свободных составляющих в месте установки защит в зависимости от места удара молнии приведена на том же рисунке (кривая 3). Она рассчитана с учетом (6) при изменении l_2 от 0 до $l_{\text{л}}$.

Пример 2. ВЛ с теми же погонными параметрами: $x_{c1}=200$ Ом; $x_{c2}=0$ (система бесконечной мощности). Из (5') длина линии, при которой $\omega_{s1}=628$ 1/с,

$$l_{\text{л}} = \frac{\pi - \arctg \frac{\omega_{c1} L_{c1}}{z_b}}{\omega_{s1} \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}}} = 980 \text{ км},$$

а место удара молнии, сопровождаемое максимальными первыми свободными составляющими в месте установки защиты:

$$l_{2\text{max}} = \frac{\pi}{2 \omega_{s1} \sqrt{L_{\text{л}} C_{\text{л}}}} = 717 \text{ км}.$$

При ударе молнии с током $I_{\text{м}}=30$ кА и с $\delta=9200$ 1/с получим точку $l_{2\text{max}}$ со стороны маломощной системы

$$i_{3s1}=0,462 e^{-7,5t} \sin(628t - \pi/2), \text{ кА};$$

$$u_{3s1}=185 e^{-7,5t} \sin 628t, \text{ кВ},$$

а со стороны мощной системы —

$$i_{3s1}=-0,849 e^{-7,5t} \sin\left(628t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ кА};$$

$$u_{3s1}=0.$$

С учетом компенсации емкостных токов в соответствии с (12), переходя к действующим значениям, получим со стороны маломощной системы

$$I_{3s1\text{к}}=-0,212 \text{ кА}; U_{3s1}=131 \text{ кВ},$$

а со стороны мощной системы —

$$I_{3s1}=0,6 \text{ кА}; U_{3s1}=0.$$

На рис. 5, б приведены кривые, аналогичные кривым рис. 5, а, рассчитанные по тем же формулам.

Пример 3. Для реальной линии $l_{\text{л}}=526$ км; $x_{c1}=200$ Ом, $x_{c2}=0$ определим ω_{s1} по уравнению (5): $\omega_{s1}=1055$ 1/с или $f=168$ Гц.

Приложение 5. Величины (приведенные к промышленной частоте), подводимые к реле, вычисляются по формулам:

$$I_{3s1\text{к.вт}} = \frac{I_{3s1\text{к}}}{k_{\Phi I} n_{\text{т.т}}};$$

$$U_{3s1\text{вт}} = \frac{U_{3s1}}{k_{\Phi U} n_{\text{т.н}}}.$$

где $k_{\Phi I}$, $k_{\Phi U}$ — коэффициенты ослабленной второй гармоники (100 Гц) частотными фильтрами; $n_{\text{т.т}}$, $n_{\text{т.н}}$ — коэффициенты трансформации.

Коэффициент $n_{\text{т.т}}$ выбирается минимальным (2000/1).

Пример 1 приложения IV:

$$I_{3s1\text{к.вт}}=6 \text{ мА}; U_{3s1\text{вт}}=2,7 \text{ В}$$

для $\delta_{\text{м}}=9200$ 1/с и в два раза большие — для $\delta_{\text{м}}=4600$ 1/с. Указанные величины одинаковы для обоих концов линии.

Пример 2 приложения IV. Для первого конца линии со стороны маломощной системы

$$I_{3s1\text{к.вт}}=-42 \text{ мА}; U_{3s1\text{вт}}=3,5 \text{ В};$$

для вторичного конца линии со стороны мощной системы

$$I_{3s1\text{к.вт}}=124 \text{ мА}; U_{3s1\text{вт}}=0 \text{ В}$$

для $\delta_{\text{м}}=9200$ 1/с и в два раза большие — для $\delta_{\text{м}}=4600$ 1/с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Майкопар А. С. Дуговые замыкания на линиях электропередачи. — М.: Энергия, 1965.
2. Зеличенко А. С. Некоторые вопросы эксплуатации линий электропередачи 400—500 кВ. — В кн.: Дальние электропередачи 500 кВ. — М.: Энергия, 1964.
3. Бронфман Л. И. Режимы работы вентильных разрядников при грозовых перенапряжениях. — Л.: Энергия, 1977.
4. Berger K., Anderson R. B., Kroninger H. Parameters of lightning flashes. — Electra, 1975, N41.
5. Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
6. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. — М.: Энергия, 1973.
7. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Расчет электромагнитных переходных процессов для релейной защиты на линиях большой протяженности. — М.: Энергия, 1972.

8. Левиуш А. И., Медведева Л. Н., Сапир Е. Д. Принципы выполнения однопериодной высокочастотной защиты ВЛ-750 кВ. — Электричество, 1973, № 8.

9. Дони Н. А., Надель Л. А., Левиуш А. И. Основная высокочастотная защита высоковольтных линий электропередачи напряжением 500—750 кВ — ЭП. Аппараты низкого напряжения, 1977, вып. 6(64).

10. Левиуш А. И., Медведева Л. Н., Сапир Е. Д. Быстродействующее реле направления мощности обратной последовательности. — Электричество, 1972, № 6.

11. Лачугин В. Ф., Попов И. Н., Соколова Г. В., Зейналов А. Д. Исследование волновых процессов для релейной защиты линий сверхвысокого напряжения. — Электричество, 1983, № 3.

[29.08.84]

УДК 621.315.2.016.2:537.312.62.001.24

Вольт-амперные характеристики длинномерных образцов сверхпроводникового кабеля

БЕНДИК Н. Т., КОМИССАРЖЕВСКИЙ Н. Е.

Москва

К настоящему времени разработано несколько различных технологий изготовления тонконесущих систем (ТНС) сверхпроводникового кабеля (СПК) на основе соединения станнида ниобия, предназначенных для создания СПК на токи выше 10 кА при рабочей температуре 6—10 К. Один из способов изготовления ТНС заключается в нанесении сверхпроводниковых лент станнида ниобия на медную трубчатую подложку с последующим соединением лент с подложкой пайкой в атмосфере инертного газа [1] или просто на воздухе с использованием низкотемпературного припоя [2]. По этой технологии в ЭНИН им. Г. М. Кржижановского изготовлены ТНС установок ЗСПК [2], 1СПК-М [3] и опытного участка сверхпроводникового кабеля СПК-100 [4]. Другой способ, разработанный в ИМФ АН УССР, предусматривает образование слоя станнида ниобия непосредственно на медных трубчатых проводниках коаксиала [5]. На базе традиционного кабельного оборудования во ВНИИ кабельной промышленности изготовлены образцы гибкой ТНС с использованием ленточного сверхпроводника станнида ниобия, плакированного медью [6]. Одновременно с разработкой технологий возникла задача определения токонесущей способности длинномерных образцов ТНС при рабочих температурах 6—10 К путем исследования вольт-амперных характеристик (ВАХ).

Известно значительное количество статей, например [7—10], посвященных исследованиям ВАХ ленточных и проволочных комбинированных сверхпроводников П рода в диапазоне токов до 1 кА. Исследования ВАХ таких образцов выполняются обычно во внешних продольных или поперечных магнитных полях в условиях, когда образцы погружены в жидкий гелий. При этом получают стационарные в электрическом и тепловом отношениях ВАХ.

Для исследования стационарных ВАХ длинномерных образцов ТНС СПК требуется создание мощных и дорогостоящих экспериментальных стендов. Например, для исследования ВАХ при токах до 20 кА стенд должен быть оснащен криогенной гелиевой установкой, способной производить около 3 г/с гелия для охлаждения тоководов, так как оптимальное значение расхода составляет $6 \cdot 10^{-8}$ кг/(с·А) [11].

Нами проведено исследование ВАХ участков ТНС сверхпроводникового кабеля в динамическом режиме. При высоких скоростях роста тока выделившееся за время измерения всей ВАХ тепло оказывается недостаточным, чтобы заметно повысить температуру рассмат-

риваемого участка ТНС. В то же время, если скорости роста тока невелики, то погрешности измерения напряжения, связанные с конечным временем проникновения тока в стабилизирующий металл (подложку) при $I > I_c$, а также динамические погрешности средств измерения не превышают погрешностей, обусловленных нагревом. Таким образом, при разумных требованиях на точность динамические ВАХ, полученные при оптимальных скоростях роста тока, можно рассматривать как изотермические. Данный способ исследования ВАХ можно использовать на любой установке, которая обеспечивает криостатирование без тока на данном температурном уровне. При этом величина критерия криостатической стабилизации по Стекли может быть любой, в том числе и больше единицы.

Ниже приведены результаты исследования изотермических ВАХ участков жил кабеля 1СПК-М в диапазоне токов от 0 до 20 кА. Экспериментальный стенд кабеля 1СПК-М оснащен криогенной гелиевой установкой, производящей около 1 г/с жидкого гелия. В качестве источника тока использован выпрямительный агрегат ВАК 12500, обеспечивающий стационарный ток до 12,5 кА, а в режиме кратковременной перегрузки (менее 1 с) до 20 кА. Гальванические токовые вводы кабеля 1СПК-М оптимизированы на ток 6 кА. Приведены результаты исследования изотермических ВАХ секций опытного участка СПК-100. В статье содержатся также формулы, позволяющие произвести выбор оптимальной скорости линейного роста тока, при которой отличия динамической ВАХ от изотермической являются минимальными.

Методика исследований динамических ВАХ ТНС СПК. Рассмотрим внутреннюю жилу образца коаксиальной ТНС СПК, представляющую собой медный трубчатый проводник большого по сравнению с толщиной стенки диаметра, на наружную поверхность которого нанесен слой станнида ниобия. Определим аналитический вид зависимости напряжения на участке образца ТНС от тока при его изменении с большой скоростью. Для ликвидации погрешностей измерения напряжения, связанных с наводками в контуре измерительных зондов, регистрацию напряжения будем проводить с помощью внутренних потенциальных зондов, проложенных внутри трубчатого проводника вне поля транспортного тока [3].

Пусть стационарная ВАХ участка жилы является линейной. Тогда зависимость напряжения U от тока I

$$U = Rl[I - I_c(T_w)] + \Sigma(\Delta U)_i, \quad (1)$$

где R — сопротивление единицы длины подложки; l — длина участка, $I_c(T_w)$ — критический ток при температуре T_w участка жилы.

Первое слагаемое в (1) определяется параметрами самой ТНС, а второе представляет собой сумму погрешностей, связанных с влиянием условий эксперимента.

Проведем оценку величин $(\Delta U)_i$, связанных с влиянием следующих факторов: нагрева ТНС при $I > I_c(T_w)$; конечного времени проникновения тока в подложку; динамических характеристик средств измерения.

Оценку нагрева участка ТНС и связанного с нагревом увеличения напряжения на участке проведем с помощью уравнения теплового баланса в адиабатических условиях:

$$c_w \frac{dT_w}{dt} = W, \quad (2)$$

где c_w , W — теплоемкость и мощность тепловыделений на единице длины ТНС.

При линейном росте тока во времени $I(t) = k_I t$ мощность W можно в соответствии с выражением (1) при $\Sigma(\Delta U)_i \approx 0$ представить в виде:

$$W = IU = k_I^2 (t - t_0) t R, \quad (3)$$

где $t_0 = I_c(T_{w0})/k_I$ — момент достижения током критического значения $I_c(T_{w0})$; T_{w0} — начальная температура участка ТНС.

Интегрирование (2) с учетом (3) приводит к выражению:

$$\Delta T_w = T_w - T_{w0} = \frac{I_c^3(T_{w0}) R}{6c_w k_I} (2i^3 - 3i^2 + 1), \quad (4)$$

где

$$i = I/I_c(T_{w0}).$$

Нагрев жилы на величину ΔT_w приводит к увеличению напряжения на величину $(\Delta U)_{\text{нагр}} = U(T_w) - U(T_{w0})$. При линейной зависимости $I_c(T)$ величина $(\Delta U)_{\text{нагр}}$ определяется выражением:

$$(\Delta U)_{\text{нагр}} = k_{Ic} R \Delta T_w = \frac{I_c^3(T_{w0}) R^2 k_{Ic}}{6c_w k_I} (2i^3 - 3i^2 + 1), \quad (5)$$

где

$$k_{Ic} = -\frac{dI_c}{dT}.$$

Выражение (5) позволяет оценить величину увеличения напряжения на участке ТНС при заданной температуре при любых значениях транспортного тока и скорости его роста и показывает, что с увеличением скорости k_I увеличивается диапазон токов i , в котором увеличение напряжения, связанное с нагревом, не превышает некоторого допустимого.

Оценку времени проникновения тока в подложку проведем на основе уравнения магнитной диффузии в подложке:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\rho}{\mu_0} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \quad (6)$$

где ρ — удельное сопротивление материала подложки.

Напряжение $U(d, t)$ на внутренней поверхности трубчатого проводника при линейном росте тока во времени,

полученное из решения уравнения (6) при токах выше критического, описывается соотношением [12]:

$$U(d, t) = Rl k_I (t - t_0) + 2k_I Rl \tau_n \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \times \\ \times \left[1 - \exp\left(-\frac{n^2(t - t_0)}{\tau_n}\right) \right], \quad (7)$$

где $\tau_n = \frac{d^2 \mu_0}{\pi^2 \rho}$, d — толщина подложки.

Учитывая, что $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = -\frac{\pi^2}{12}$, при $(t - t_0) \geq (3 \div 4) \tau_n$

получим:

$$U(d, t) = k_I Rl (t - t_0) - \frac{\pi^2}{6} k_I Rl \tau_n. \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что напряжение, регистрируемое с помощью внутренних зондов при линейном росте тока, отличается от напряжения при протекании такого же по величине стационарного тока на величину

$$(\Delta U)_{\text{подл}} = -\frac{\pi^2}{6} k_I Rl \tau_n. \quad (9)$$

Диффузия магнитного поля в сверхпроводнике II рода рассмотрена в [13]. Вследствие малой толщины и большого сопротивления сверхпроводника в ТНС СПК характерное время процесса магнитной диффузии в нем составляет около 10^{-11} с, тогда как для подложки это время порядка 10^{-3} с.

Оценку влияния динамических характеристик регистрирующих ток и напряжение осциллографических гальванометров проведем по уравнению движения рамки гальванометра [14]:

$$y'' + 2\beta y' + y = y_d(\omega_0 t), \quad (10)$$

где y — записанный сигнал; y_d — действующий сигнал; β и ω_0 — степень успокоения и собственная круговая частота гальванометра.

Если действующий сигнал изменяется по линейному закону $y_d(\omega_0 t_0) = k_y \omega_0 t$, то решение уравнения (10) при $\beta > 1$ имеет вид [14]:

$$y = k_y (\omega_0 t - 2\beta) + \frac{\exp(-\beta \omega_0 t)}{\sqrt{\beta^2 - 1}} k_y \operatorname{sh}(\omega_0 t \sqrt{\beta^2 - 1} + \\ + \operatorname{arth} \frac{2\beta \sqrt{\beta^2 - 1}}{\beta^2 - 1}). \quad (11)$$

Второе слагаемое в (11) быстро уменьшается со временем и по истечении времени, равного периоду T_0 собственных колебаний гальванометра, становится практически равным нулю. При $t > T_0$

$$y = k_y (\omega_0 t - 2\beta). \quad (12)$$

Выражение (12) показывает, что регистрация линейно увеличивающегося во времени сигнала производится гальванометром без искажения крутизны сигнала, но с запаздыванием, равным $2\beta/\omega_0$. Регистрируемая гальванометром кривая напряжения, следовательно, отличается от действительной кривой напряжения на величину

$$(\Delta U)_{\text{гальв}} = -2\beta k_I Rl / \omega_0. \quad (13)$$

Следует отметить, что аналогичное отличие записанной кривой от действительной может наблюдаться и при регистрации тока, однако в этом случае отличия кривых можно уменьшить как за счет уменьшения ве-

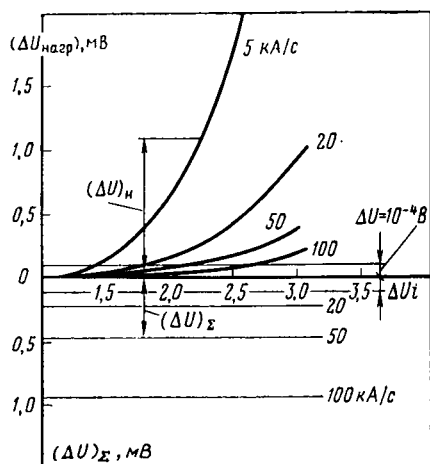


Рис. 1. Расчетные динамические искажения регистрируемого напряжения в условиях установки ИСПК-М при $T=12$ К

личины β , т. е. введением в цепь гальванометра внешнего критического сопротивления, так и за счет увеличения ω_0 , используя высокочастотные гальванометры. При регистрации напряжения выбор гальванометра ограничен требованием высокой чувствительности к напряжению, которая должна быть на уровне 10^{-4} В на миллиметр ширины диаграммы ленты. Высокие требования к чувствительности не позволяют использовать в цепи гальванометра добавочные сопротивления и затрудняют использование высокочастотных гальванометров.

Объединив выражения (9) и (13), получим

$$(\Delta U)_\Sigma = -\left(\frac{\pi^2}{6} \tau_n + \frac{2\beta}{\omega_0}\right) k_I R l. \quad (14)$$

Выражение (14) показывает, что при увеличении скорости k_I отличия динамической ВАХ от стационарной увеличиваются. Для выбора оптимальной скорости роста тока необходимо компромиссное решение, приводящее к минимальному нагреву участка при допустимой динамической погрешности регистрации напряжения. На рис. 1 приведены зависимости величины $(\Delta U)_\Sigma$ от тока i при различных значениях k_I , рассчитанные по выражениям (5) и (14) для описанных ниже условий внутренней жилы ТНС установки ИСПК-М при $T=12$ К. Видно, что при $k_I \leq 10$ кА/с динамические погрешности не превышают порога чувствительности гальванометра, но диапазон токов, в котором ВАХ можно считать изотермической, составляет около $1,8 I_c$. При $k_I=20$ кА/с $(\Delta U)_\Sigma \approx 0,2$ мВ, тогда как $(\Delta U)_{\text{нагр}} \approx 0,2$ мВ, при $i=2,1$. Увеличение k_I выше 20 кА/с приводит к росту $(\Delta U)_\Sigma$ при значительном увеличении допустимого по нагреву диапазона токов. Рост $(\Delta U)_\Sigma$ можно компенсировать введением расчетных поправок, однако представляется целесообразным считать $k_I=20$ кА/с оптимальной скоростью роста тока в данных условиях, а экспериментальные ВАХ при этой скорости считать изотермическими вплоть до $i=2,1$.

Экспериментальные установки. Токонесущая система СПК жесткого типа представляет собой коаксиальную трубчатую конструкцию из медных трубчатых проводников, покрытых со стороны коаксиального зазора слоем сверхпроводника II рода. В качестве сверхпроводника в описываемых экспериментальных установках использована лента из станнида ниобия, полученная

путем протяжки ниобиевых лент через расплав олова с последующей термообработкой. Толщина ленты 30–40 мкм, из которых 10–12 мкм приходится на долю ниобиевого керна, 2–3 мкм на каждую сторону — толщина слоя станнида ниобия, 5–10 мкм на сторону — толщина избыточного олова. Сверхпроводниковые ленты шириной около 40 мм наплавлялись вдоль образующей на медные трубы с перехлестом около 10 мм. При изготовлении ТНС использовались медные трубы следующих диаметров и толщин: СПК—100—80×2,5 мм и 116×3 мм; ИСПК-М—55×2,5 мм, 80×2,5 мм. Удельное остаточное сопротивление используемой меди составляет около $3 \cdot 10^{-10}$ Ом·м.

Потенциальные зонды, используемые для регистрации напряжения, припаяны к медным трубам и проложены вне коаксиального зазора. Расстояние между потенциальными зондами составляет в случае ИСПК-М—1 м, в случае СПК-100—12 м.

Криостатирование ТНС осуществляется потоком гелия сверхкритических параметров, протекающим по коаксиальному зазору. В качестве источников тока используются выпрямительные агрегаты ВАК 12500, обеспечивающие протекание токов до 20 кА в кратковременном режиме. Управление выходным током осуществляется с помощью измерительно-вычислительного комплекса ИВК-2, включающего в себя мини-ЭВМ СМ-4.

Регистрация напряжения на участках токонесущей системы и шунте, используемом для измерения тока через кабель, осуществляется с помощью светолучевого осциллографа Н-115. Чувствительность осциллографических гальванометров, регистрирующих напряжение, обеспечивает регистрацию продольного электрического поля на уровне 10^{-4} В/м.

Экспериментальные результаты. Эксперименты по определению ВАХ участков ТНС производились в стационарном тепловом режиме работы кабеля. Перед каждой подачей тока регистрировалось распределение температуры по длине, давление и расход гелия через кабель. В качестве примера на рис. 2 приведена осциллограмма тока и напряжений на участках внутренней жилы кабеля ИСПК-М, полученная при $k_I=50$ кА/с. Соответствующее этой осциллограмме распределение температуры, а также схема размещения датчиков температуры и потенциальных зондов на внутренней трубе коаксиала приведены на рис. 3. На этом же рис. 3 построена ВАХ участка жилы между потенциальными зондами 4–5, соответствующая осциллограмме рис. 2, и

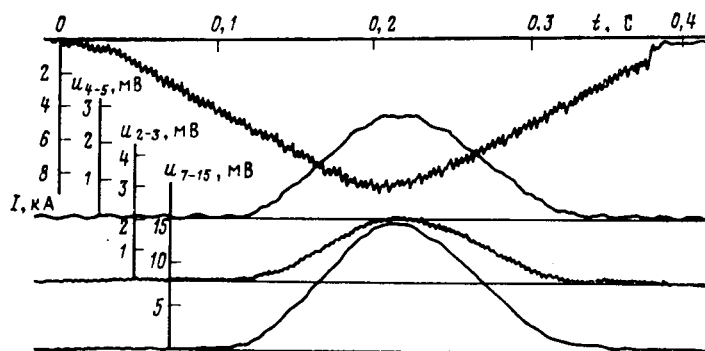


Рис. 2. Экспериментальная осциллограмма тока и напряжений на участках внутренней жилы установки ИСПК-М при $k_I=50$ кА/с

ВАХ участка 4—5, полученная при скорости роста тока $k_I = 5$ кА/с. Видно, что ВАХ, соответствующая $k_I = 50$ кА/с, близка к линейной и параллельна расчетной изотермической ВАХ медной подложки при нулевой скорости роста тока. Вольт-амперная характеристика, соответствующая $k_I = 5$ кА/с, линейна на небольшом участке вблизи критического тока. Такой вид кривых согласуется с изложенными выше представлениями. При низкой скорости $k_I = 5$ кА/с динамические погрешности малы, но разогрев участка жилы при $I > 7,0$ кА значителен, поэтому кривая 1 линейна при небольших превышениях тока над критическим и нелинейна вследствие нагрева при больших значениях тока. При $k_I = 50$ кА/с нагрев ТНС в соответствии с графиком рис. 1 заметен при $I > 10$ кА, а влияние динамических погрешностей проявляется в сдвиге ВАХ по оси тока. Сопоставление экспериментальных результатов с расчетами, проведенное в таблице, свидетельствует о соответствии результатов и подтверждает правильность расчетных предположений.

Величина	Расчет	Эксперимент
$(\Delta U)_{\text{нагр}}, \text{ мВ}$	0,95	1,0
$(\Delta U)_{\Sigma}, \text{ мВ}$	0,47	0,45

На рис. 4 показаны ВАХ метрового участка внутренней жилы модели ИСПК-М, полученные при различных исходных температурах участка при скоростях роста тока 20—30 кА/с. Полученные ВАХ линейны, и их пересечения с осью тока позволяют построить температурную зависимость линейной плотности критического тока $j_c(T)$, представляющую собой отношение критического тока I_c к длине окружности проводника, и показанную на рис. 5. Зависимость $j_c(T)$ линейна в исследованном интервале температур, отклонение экспериментальных точек от среднего значения не превышает 5 %.

Отработанный на установке ИСПК-М метод определения изотермических ВАХ использован для исследования ВАХ секций опытного участка кабеля СПК-100. Исследование проведено при различных температурах в интервале от 7,5 до 9,5 К. Перепад температуры по длине кабеля (100 м) не превышал 1 К. Скорость нарастания тока находилась в пределах от 50 до 100 кА/с. На рис. 6 приведены экспериментальные ВАХ одной из секций СПК-100, полученные при различных начальных температурах секции. Экспериментальные ВАХ отличаются существенной нелинейностью, причем характер зависимости напряжения от тока на начальном участке ВАХ близок к экспоненциальному, а в области достаточно больших напряжений — к линейному. Экстраполяция линейных участков ВАХ к оси тока приводит к значениям критического тока, соответствующим с учетом масштаба зависимости $j_c(T)$, полученной на модели ИСПК-М (рис. 5).

Обсуждение экспериментальных результатов. Обнаруженную нелинейность ВАХ секций СПК-100 можно связать с неоднородностью сверхпроводника по его длине. При этом локальная величина I_c различна в разных точках по длине секции, а ВАХ секции описывается интегральным выражением вида

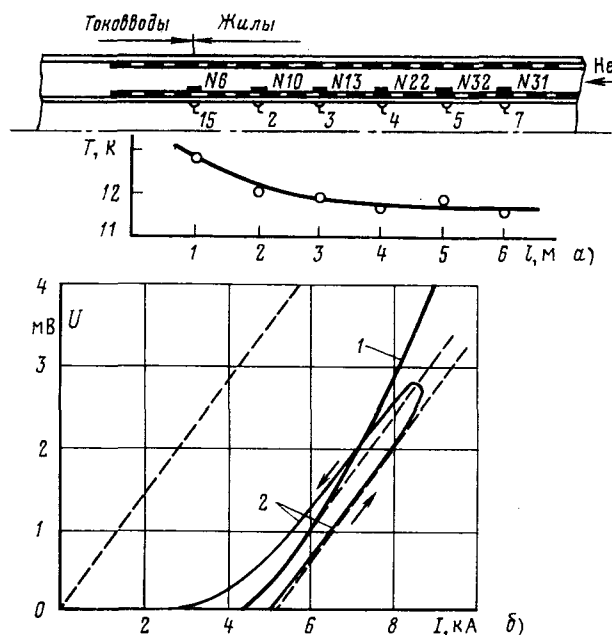


Рис. 3. Экспериментальные ВАХ участка жилы ИСПК-М при $k_I = 5$ кА/с (кривая 1) и $k_I = 50$ кА/с (кривая 2): а — схема расположения термометров и потенциальных зондов на внутренней жиле; б — распределение температуры по длине ТНС до подачи тока

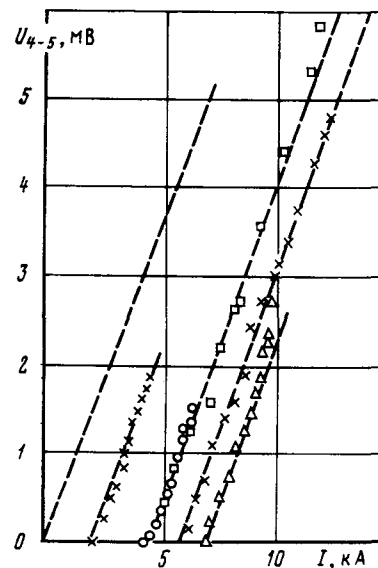


Рис. 4. Экспериментальные ВАХ участка жилы ИСПК-М при различных начальных температурах: * — $T = 14,3$ К; O — $T = 12,3$ К; x — $T = 11$ К; Δ — $T = 10$ К

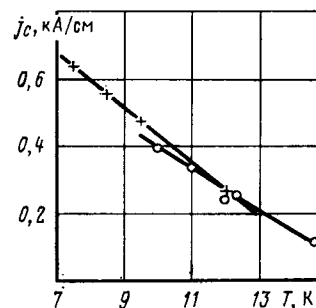


Рис. 5. Температурная зависимость линейной критической плотности тока O — ИСПК-М; + — СПК-100

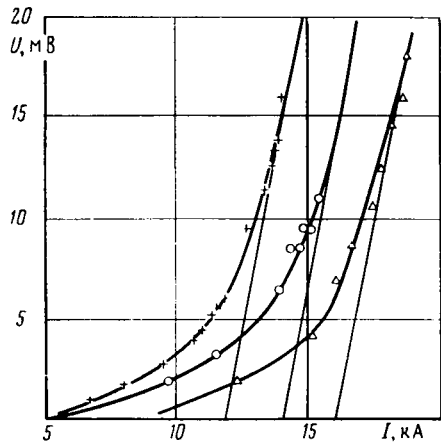


Рис. 6. Экспериментальные ВАХ секции СПК-100:

— эксперимент; --- расчет при $\varepsilon = 0,1$; $\beta = 0,5$.
 + — $T = 9,5$ К; O — $T = 8,5$ К; Δ — $T = 7,5$ К

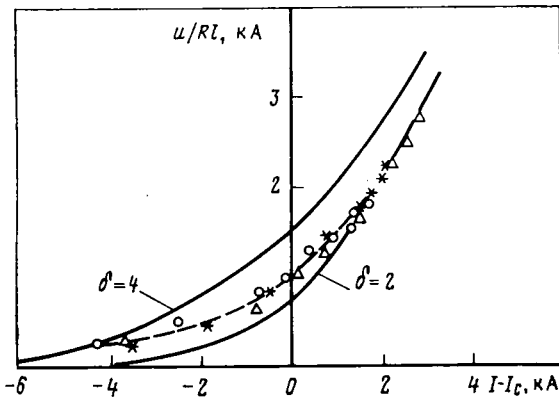


Рис. 7. Сопоставление экспериментальных ВАХ секции СПК-100 с расчетами по выражению (17):

— расчет при $\sigma_1 = 2$ кА, $\sigma_2 = 4$ кА;
 --- эксперимент; * — $T = 9,5$ К; O — $T = 8,5$ К;
 Δ — $T = 7,5$ К

$$U(I) = Rl \int_0^I (I - I_c) f(I_c) dI_c, \quad (15)$$

где $f(I_c)$ — плотность распределения критического тока.

Для определения вида зависимости $U(I)$ по выражению (15) плотность $f(I_c)$ должна быть известна заранее. Можно предположить нормальный закон распределения, при котором

$$f(I_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\bar{I}_c - I)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (16)$$

где \bar{I}_c — среднее значение критического тока; σ^2 — дисперсия критического тока.

При нормальном распределении $f(I_c)$ интегрирование выражения (15) приводит к выражению для безразмерной ВАХ в виде:

$$\omega = -\frac{j}{\sqrt{2}} (1 - \operatorname{erf}(j)) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-j^2), \quad (17)$$

где

$$\omega = \frac{U}{Rl\sigma}; \quad j = \frac{\bar{I}_c - I}{\sqrt{2}\sigma}.$$

Зависимость (17) в предельных случаях переходит в известные из литературы [8] зависимости вида

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}j^2} \exp(-j^2) \quad \text{при } \bar{I}_c - I \gg \sigma,$$

$$U = Rl(I - \bar{I}_c) \quad \text{при } I - \bar{I}_c \gg \sigma.$$

Сопоставление экспериментальных результатов с расчетами по выражению (17) проведено на рис. 7. Экспериментальная величина среднего по длине значения \bar{I}_c может быть определена экстраполяцией линейной части ВАХ к нулевому напряжению. Зная величину \bar{I}_c нетрудно привести экспериментальные зависимости $U(I)$ к виду $U/(Rl) = f(I - \bar{I}_c)$ и сравнить их с расчетными. Рис. 7 показывает, что экспериментальные точки, приведенные к виду $U/(Rl) = f(I - \bar{I}_c)$, ложатся на одну кривую независимо от начальной температуры секции, причем приведенная экспериментальная кривая расположена между расчетными кривыми, полученными по выражению (17) при $\sigma_1 = 2$ кА и $\sigma_2 = 4$ кА. Можно считать, что экспериментальная величина σ в исследованном диапазоне температур 7,5 К–9,5 К не зависит от температуры, но зависит от разности между транспортным и средним критическим током секции. Расчетные зависимости (17) основаны на обратных предположениях, вследствие чего точное сопоставление расчетных и экспериментальных кривых затруднительно.

Другой причиной неоднородности сверхпроводника по длине секции может быть повреждение или дефект сверхпроводниковой ленты. В этом случае секция может быть представлена в виде двух участков, на одном из которых длиной l_1 величина критического тока составляет I'_c , а на другом, длиной $l - l_1$ критический ток не отличается от номинального значения I_c . При известном законе $I_c(x)$ распределения критического тока по длине секции для определения величины напряжения удобно использовать интеграл вида

$$U(I) = R \int_0^I [I - I_c(x)] dx. \quad (18)$$

Введя безразмерные параметры $\varepsilon = l_1/l$; $\beta = I'_c/I_c$, получим для рассматриваемого случая выражение ВАХ в виде

$$\frac{U}{Rl} = \begin{cases} 0 & \text{при } I < I'_c; \\ \varepsilon (I - \beta I_c) & \text{при } I'_c < I < I_c; \\ I - (\varepsilon\beta - \varepsilon + 1)I_c & \text{при } I > I_c. \end{cases} \quad (19)$$

На рис. 5 приведены результаты расчета по выражению (19) при $\varepsilon = 10\%$, $\beta = 50\%$. Сопоставление расчетных кривых с экспериментальными показывает, что предложенное описание также является очень приближенным вследствие сильных отличий экспериментальных результатов от расчетных. По-видимому, неоднородность сверхпроводника по длине на секциях СПК-100 связана как со случайными отклонениями локального критического тока от среднего по длине участка значения, так и с механической деформацией сверхпроводника на отдельных участках секции.

Выводы. 1. Для заданного интервала изменения тока существует оптимальная скорость роста тока, при которой отличия экспериментальной динамической ВАХ от изотермической минимальны.

2. Экспериментальные ВАХ участков внутренней жилы установки СПК-М практически линейны при всех исследованных превышениях тока над критическим (до $2,5 I_c$) во всем исследованном температурном интервале (10—14 K).

3. Экспериментальные ВАХ секций СПК-100 существенно нелинейны в исследованном интервале изменения токов (3—19 kA) в исследованном температурном интервале (7,5—9,5 K), что, по-видимому, связано с продольной неоднородностью сверхпроводникового покрытия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A method for producing long cylindrical superconducting flux shields/ A. C. Newton et al. — Rev. Sci. Instr., 1973, vol. 44, N 2.
2. Бендик Н. Т., Гольденберг Е. С., Куно М. Я. Экспериментальные исследования некоторых режимов работы лабораторного участка трехфазного СПК. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 4.
3. Бендик Н. Т., Комиссаржевский Н. Е. Метод измерения критического тока длинномерных образцов токонесущей системы СПК. — Электричество, 1983, № 2.
4. Экспериментальное исследование опытного участка СПК-100/ А. Н. Курочкин, Д. Е. Румянцев, С. П. Горбачев, И. М. Селезнев — В кн.: Создание сверхпроводникового токопровода генераторного напряжения. — М.: Изд. ЭНИН, 1981.

5. Длинномерные трубчатые токонесущие элементы на основе станида инобия для СПК переменного тока/ В. М. Пан, Г. А. Клименко, Ю. И. Белецкий, В. С. Флис. — В кн.: Создание сверхпроводникового токопровода генераторного напряжения. — М.: Изд. ЭНИН, 1981.

6. The present state and prospects of the research effort in the sphere of making flexible cryocables in the USSR/ G. I. Meschanov et al. — IEEE Trans. on Magn., 1977, vol. 13, N 1.

7. Polak M., Hlasnik J., Krempasky L. Voltage — current characteristics of NbTi and Nb₃Sn superconductors in the flux creep region. — Cryogenics, vol. 13, N 12, 1973.

8. Dorofeev G. L., Imenitov A. B., Klimenko E. Yu. Voltage — current characteristics of type III superconductors. — Cryogenics, 1980, vol. 20, N 6.

9. Kuroda K. Current sharing in a fully stabilized superconductor. — J. Appl. Phys., 1975, vol. 46, N 7.

10. Powell R. L., Clark A. F. Definitions of terms for practical superconductors, p. 2. Critical parameters. — Cryogenics, 1978, vol. 18, N 2.

11. Беляков В. П., Горбачев С. П., Матющенков В. К. Газоохлаждаемые тоководы криоэнергетических установок. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 3.

12. Бендик Н. Т., Комиссаржевский Н. Е. Экспериментальное исследование критического тока участка жилы СПК. — В кн.: Создание сверхпроводникового токопровода генераторного напряжения. — М.: Изд. ЭНИН, 1981.

13. Брехна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. — М.: Мир, 1976.

14. Светолучевые осциллографы/ Б. Хертель и др. — М.; Л.: Энергия, 1965.

[16.10.84]

УДК 621.313.17.001.24

Особенности расчета высокоиспользованных синхронных генераторов для автономных энергоустановок

БУТ Д. А., доктор техн. наук

Москва

Синхронные генераторы (СГ) для автономных энергоустановок (АЭУ), как правило, должны иметь повышенные электромагнитные и механические нагрузки, малые удельные массы (кг/кВ·А) при относительно высоких к. п. д., хорошие динамические качества и высокую надежность. Последняя особенность предопределяет большую роль бесконтактных модификаций синхронных генераторов в АЭУ, в частности, генераторов с высококоэрцитивными постоянными магнитами (ПМ).

Проектирование СГ для АЭУ имеет ряд особенностей, связанных с относительным многообразием принимаемых к рассмотрению типов СГ, минимизацией массогабаритных показателей, обеспечением быстрого запуска и др.

Значительная роль при проектировании СГ для АЭУ отводится оптимизации получаемых решений, требующей расчета большого числа вариантов в течение относительно малого времени с учетом как традиционных, так и специфических ограничений, диктуемых согласованием характеристик СГ и АЭУ в целом.

В этой связи возникает необходимость тщательного предварительного анализа различных типов СГ и оценок их показателей на базе упрощенных методов с учетом основных требований технического задания. Это позволяет отбирать наиболее рациональные варианты решений, а затем проводить их детальный расчет на основе полных методик.

Важным этапом проектирования СГ для АЭУ является предварительный выбор главных размеров машины,

позволяющий эффективно сузить область поиска рациональных решений.

Ниже проводится анализ основных расчетных соотношений СГ для АЭУ, связывающих электромагнитные, механические и геометрические показатели, рассматриваются упрощенные методики расчета СГ с электромагнитным и магнитоэлектрическим возбуждением, приводятся результаты расчетов некоторых СГ для АЭУ.

Выбор главных размеров СГ. Основное расчетное соотношение, связывающее электромагнитные величины, частоту вращения ротора и размеры активной зоны для электрической машины с электромагнитным возбуждением имеет вид [1]:

$$S = (k_B k_0 \pi^2 \alpha / 60) n A B_\delta \lambda D^3, \quad (1)$$

где S — расчетная мощность, В·А; k_B — коэффициент формы поля; k_0 — обмоточный коэффициент; α — расчетный коэффициент полюсной дуги; n — частота вращения, об/мин; A — линейная нагрузка, А/м; B_δ — магнитная индукция в рабочем зазоре, Тл; D — диаметр якорной зоны, м; $\lambda = l/D$ — геометрический фактор; l — длина активной зоны, м.

Расчетная мощность связана с номинальной соотношением [2]

$$S = k_E S_H = k_E P_H / \cos \varphi, \quad (2)$$

где

$$k_E = \sqrt{\cos^2 \varphi + (\sin \varphi + X_{s*})^2}; \quad (3)$$

S_n — номинальная полная мощность; $\cos \varphi$ — коэффициент мощности; X_{s*} — относительное индуктивное сопротивление рассеяния якорной обмотки.

С помощью (1) можно выявить некоторые общие особенности высокоиспользованных генераторов для АЭУ.

Рассмотрим вначале ряд машин с одинаковыми n и λ ($n = \text{idem}$, $\lambda = \text{idem}$), который характерен для машин общего применения. При увеличении D и S произведение AB_δ также несколько возрастает, так что можно условно принять $AB_\delta \propto D^\beta$, где $\beta < 1$ [2]. Следовательно, $S \propto D^{3+\beta}$. Масса машины $M \propto D^3$, поэтому удельная масса $m^* = M/S \propto D^{-\beta}$, т. е. будет тем меньше, чем крупнее машина. Эта закономерность является одной из причин, объясняющих тенденцию к созданию мощных стационарных электроэнергетических агрегатов.

В автономной энергетике условия $n = \text{idem}$, $\lambda = \text{idem}$ для высокоиспользованных генераторов различной мощности могут не выполняться, особенно в тех случаях, когда минимизируется m^* . Вместо этих условий вводятся ограничения, связанные с предельными окружными скоростями ротора, определяемыми его прочностью, с максимальными электромагнитными нагрузками, а также в ряде случаев с механической постоянной, характеризующей быстроту запуска агрегата или его способность демпфировать колебания частоты вращения привода.

Дополнительные особенности генераторов для АЭУ проявляются также при выборе λ с учетом многообразия принимаемых к рассмотрению типов генераторов.

Рассмотрим последовательно влияние перечисленных факторов на размеры активной зоны вначале для генераторов с электромагнитным, а затем с магнитоэлектрическим возбуждением.

Если при минимизации m^* частота тока жестко не фиксируется (например, при работе генератора на выпрямительную нагрузку), то ограничения, связанные с прочностью ротора, могут приближенно учитываться соотношением вида [3]: $n_m = C_n/D^v$, где C_n — постоянная, определяемая прочностными свойствами материала ротора; v — показатель, зависящий от его конструктивного исполнения (явнополюсности, наличия консольных выступов, вида бандажей и т. п.). Если ротор — сплошной цилиндр (или диск), то механические напряжения (Н/м^2) в нем $\sigma \propto \gamma v^2$, где γ — плотность материала, кг/м^3 ; v — окружная скорость, м/с .

В этом случае прочность ротора может характеризоваться предельной окружной скоростью v_m независимо от диаметра. Поскольку

$$v_m = \pi D n_m / 60, \quad (4)$$

для сплошного ротора $v = 1$. Для роторов более сложного вида $v > 1$, так как значения n_m должны быть меньше. Будем считать, как и ранее, $AB_\delta \propto D^\beta$ (значения β для стационарных и автономных генераторов будут разные), тогда с учетом (4) имеем из (1) $S \propto D^{3-v+\beta}$ и соответственно $m^* \propto D^{-\beta}$. Поскольку $v - \beta > 0$, удельная масса машин, работающих с предельными окружными скоростями, возрастает с увеличением их размеров, и может возникнуть ситуация, когда вместо одной крупной машины рациональнее иметь несколько машин с той же суммарной мощностью. На это обстоятельство впервые указал А. И. Бертинов.

В компактных высокоиспользованных машинах для АЭУ роторы обычно снабжаются мощными прочностными бандажами, поэтому можно принять $v = 1$ независимо от внутренней структуры ротора и определять n_m по заданному значению v_m с помощью (4). Тогда с учетом $k_B k_0 \approx 1$ из (1) следует:

$$D = \sqrt{S/\pi \lambda A B_\delta v_m}. \quad (5)$$

Ограничения на электромагнитные нагрузки автономных генераторов с обмотками возбуждения проявляются в основном при выборе значений A , поскольку индукция B_δ меняется мало и выбирается так, чтобы чрезмерно не насыщалась зубцовая зона ($B_\delta \leq 1$ Тл). Допустимые значения A определяются действием реакции якоря и тепловыми режимами машины. Поэтому величина A должна, во-первых, соответствовать ограничениям, накладываемым на относительное индуктивное сопротивление реакции якоря X_{ad*} (у автономных генераторов $X_{ad*} \leq 1,9 \div 2$ [4]), и, во-вторых, согласовываться с условиями охлаждения. Последнее влияет на выбор допустимых значений плотности тока в обмотке якоря j_a , которая связана с A . Увеличение j_a , в свою очередь, требует использования систем интенсивного охлаждения или применения термоинерционных генераторов [4], особенно перспективных для АЭУ, работающих в циклическом режиме. Подобные генераторы не имеют системы непрерывного охлаждения, но время одного цикла включения для них таково, что генератор не успевает перегреться.

Расчет теплового режима термоинерционного генератора является сложной задачей, которая не может быть решена на начальном этапе его проектирования. Можно, однако, получить достаточно достоверные оценки j_a , если использовать адиабатную модель нагрева обмоток якоря. При этом имеем для единичного объема проводников $j_a^2 \rho dt = c \gamma dT$, где ρ — удельное сопротивление; t — время; c — теплоемкость; T — температура. Так как $\rho = \rho_0(1 + \alpha_t \Delta T)$, где ρ_0 — базовое значение сопротивления; $\alpha_t \approx 0,004$ 1/град; $\Delta T = T_2 - T_1$ — разность конечной и начальной температур, то после интегрирования

$$j_a = \sqrt{c \gamma \ln(1 + \alpha_t \Delta T) / \rho_0 \alpha_t \Delta T}. \quad (6)$$

На рис. 1 приведены зависимости j_a от времени включения Δt при разных ΔT для медного провода. Видно, что при циклах длительностью несколько десятков секунд значения j_a могут достигать 40 А/мм², что соответствует самым интенсивным системам жидкостного охлаждения. Высокие плотности тока в термоинерционных генераторах даже при средних значениях A позволяют уменьшить толщину обмотки якоря и сократить габариты машины, как это демонстрируется ниже. Заметим, что формула (6) дает заниженные значения j_a , так как не учитывает теплоотвод. Ее точность, очевидно, тем выше, чем меньше Δt .

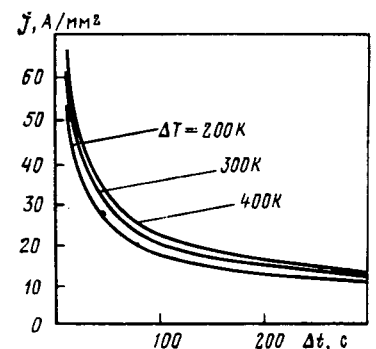


Рис. 1.

В ряде случаев при проектировании генератора для АЭУ накладываются ограничения на его механическую постоянную времени $T_J = J\Omega^2/S_H$, где J — момент инерции ротора; $\Omega = \pi n/30$ — угловая частота вращения. Физически T_J характеризует время разгона ротора при холостом ходе под действием момента на валу, равного номинальному моменту при $\cos \varphi = 1$. Обычно ограничения на T_J связаны либо с требуемым временем запуска установки, либо с условием, чтобы постоянная T_J заметно превышала период пульсаций приводного момента (например, в поршневых приводах). Для цилиндрического ротора $J = M_p D^2/8$, масса ротора $M_p = \gamma_{ст} k_\gamma \pi D^3 \lambda/4$, где $\gamma_{ст}$ — плотность стали; k_γ — коэффициент плотности, характеризующий заполнение ротора разными материалами с учетом полостей, каналов охлаждения и т. п.

С учетом (2) и (5), а также выражений для T_J , J , M_p находим значения D и λ , обеспечивающие требуемое значение T_J при предельно допустимой окружной скорости ротора v_m :

$$D = 8\alpha A B_\delta T_J / k_E k_\gamma \gamma_{ст} v_m; \quad (7)$$

$$\lambda = k_\gamma^2 \gamma_{ст}^2 v_m^2 S_H (k_E / \alpha A B_\delta)^3 / 64 \pi T_J^2. \quad (8)$$

Возможен случай, когда заданы постоянная T_J и значение n , определяемое типом привода или требуемой частотой тока. Тогда, используя аналогичный подход, можно получить следующую формулу для λ :

$$\lambda = (k_\gamma \gamma_{ст} / 8 T_J)^{3/2} (n/60\pi)^{1/2} (k_E / \alpha A B_\delta)^{3/2} S_H, \quad (9)$$

а затем с помощью (1) определить диаметр D . При этом окружная скорость ротора по (4) не должна превышать допустимых значений v_m .

Выбор значения λ , входящего в (5), должен согласовываться с типом генератора. В генераторах обычной конструкции (с радиальным потоком) предельные значения λ определяются механической прочностью вала ($\lambda \leq 6$). Обычно λ для таких машин выбирается по известным эмпирическим формулам в зависимости от числа пар полюсов p , например, $\lambda = 0,8/p^{1/2}$ [4]. В машинах с радиально-осевым магнитным потоком (с внешнезамкнутым и внутризамкнутым магнитопроводом, индукторных и др.) имеется дополнительное жесткое ограничение на λ , определяемое тем, что полный рабочий радиальный магнитный поток через полюсы одной полярности $0,5\alpha\pi D l B_\delta$ должен замыкаться в осевом направлении через магнитопровод с диаметром $d < D$, т. е. $0,5\alpha\pi D l B_\delta \approx (1/k'_\sigma)(\pi d^2/4) B'$, где B' — индукция в осевом магнитопроводе; k'_σ — коэффициент рассеяния магнитной цепи, в которой рабочий поток меняет направление от осевого к радиальному. Отсюда следует оценка для предельных значений λ :

$$\lambda \leq (2\alpha k'_\sigma)^{-1} (B'/B_\delta) (d/D)^2. \quad (10)$$

Если принять $\alpha \approx 0,7$; $k'_\sigma \approx 1,2$; $B'/B_\delta \approx 1,5$; $d/D \approx 0,7$, то $\lambda \leq 0,44$. При нарушении ограничения (10) сталь осевого магнитопровода насыщается.

При определении λ необходимо оценивать значения критических частот вращения $n_{кр}$, соответствующих радиальным или крутильным резонансным колебаниям ротора [12]. Значения $n_{кр}$ обычно тем ниже, чем больше λ . Номинальная частота вращения ротора должна существенно отличаться от $n_{кр}$.

Получим теперь основные расчетные соотношения, определяющие главные размеры генератора с возбуждением от ПМ. Для определенности выберем конструкцию

ротора (рис. 2) с тангенциально намагниченными высококоэрцитивными магнитами на базе редкоземельных материалов (РЗМ). Подобные конструкции считаются в настоящее время одними из наиболее перспективных для АЭУ [5]. В безразмерных координатах b и h (рис. 3) рабочая диаграмма магнитов строится по общему методу [1, 6] с использованием прямолинейной характеристики размагничивания I для материала типа SmCo_5 [7], луча 2 под углом α_σ к оси h , соответствующего потоку рассеяния магнитов, луча 3 под углом α_δ , соответствующего зависимости потока в зазоре от м. д. с. зазора и луча 4 под углом α_s , соответствующего падению напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния якоря. Абсциссы и ординаты точек всех линий считаются положительными.

Вначале из ординат линии 1 вычитаются ординаты линии 2 и находится линия 5, характеризующая полезный поток. Затем из абсцисс линии 5 вычитаются абсциссы луча 3 и находится линия 6, из ординат которой вычитаются ординаты луча 4, в результате чего строится линия 7 — внешняя характеристика генератора при чисто индуктивной нагрузке. Ее крайние точки определяют значения э. д. с. холостого хода \dot{E}_0 и тока короткого замыкания $\dot{I}_{кз}$. Для безразмерных магнитных проводимостей зазора, рассеяния магнитов и рассеяния якорной обмотки имеем: $\dot{\Lambda}_\delta = \text{tg } \alpha_\delta$, $\dot{\Lambda}_\sigma = \text{tg } \alpha_\sigma$, $\dot{\Lambda}_s = \text{tg } \alpha_s$. В качестве масштабов используются: для индукции — остаточная индукция B_r ; для напряженности — коэрцитивная сила H_c ; для магнитной проводимости $H_c l_M / B_r S_M$; для напряжения — $m_e = 2\pi \sqrt{2} k_\delta \omega f B_r S_M$; для тока — $m_i = \pi p H_c l_M / m \sqrt{2} k_d k_\delta \omega$. Здесь l_M — длина магнита на один полюс (рис. 2); $S_M = b_M l$; b_M — ширина магнита по радиусу; ω — число витков фазы якорной обмотки; $f = pn/60$ — частота; k_d — коэффициент продольной реакции якоря; m — число фаз. Множитель 2 в формуле для m_e определяется тем, что в каждом полюсном секторе при тангенциальном намагничивании суммируются потоки двух соседних магнитов. Видоизменяя известные формулы [8, 9] для случая линейной характеристики размагничивания, т. е. полагая относительную проницаемость возврата $\mu_v = 1$ и остаточный коэффициент $a = 0$, получаем:

$$\dot{E}_0 = \dot{\Lambda}_\delta / (\dot{\Lambda}_\delta + \dot{\Lambda}_\sigma + 1); \quad (11)$$

$$\dot{I}_{кз} = [\dot{\Lambda}_s + (1 + \dot{\Lambda}_\sigma)(1 + \dot{\Lambda}_s/\dot{\Lambda}_\delta)]^{-1}. \quad (12)$$

Будем рассматривать генераторы, у которых $X_d \approx X_q$ и активное сопротивление якоря пренебрежимо мало. Тогда согласно [8]

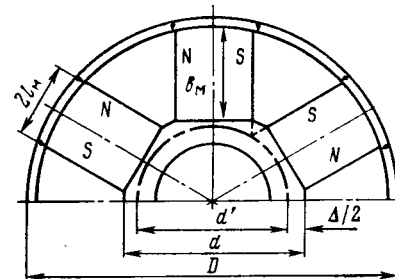


Рис. 2

$$S_H = mE_0 I_K k_u = m\dot{E}_0 \dot{I}_K k_u m_e m_i, \quad (13)$$

где

$$k_u = (\sqrt{1 - (u \cos \varphi)^2} - u \sin \varphi) u; \quad (14)$$

$u = U/E_0$ — относительное напряжение при нагрузке.

С учетом записанных соотношений и масштабов m_e и m_i из (13) получается следующее выражение для объема магнитов:

$$Q_M = 2\rho S_M (2l_M) = 120 S_H k_d / k_u \pi^2 p n B_r H_c f(\dot{\Lambda}), \quad (15)$$

где

$$f(\dot{\Lambda}) = \frac{\dot{\Lambda}_\delta}{(1 + \dot{\Lambda}_\delta + \dot{\Lambda}_\sigma) [\dot{\Lambda}_\sigma + (1 + \dot{\Lambda}_\sigma)(1 + \dot{\Lambda}_\sigma / \dot{\Lambda}_\delta)]}. \quad (16)$$

Записанные формулы верны и для ПМ с радиальным намагничиванием, когда $m_e = \pi \sqrt{2} k_0 \omega f B_r S_M$ и $Q_M = 2\rho S_M l_M$, т. е. значения m_e и Q_M формально уменьшены в 2 раза. Как видно из (16), при $\dot{\Lambda}_\sigma = \text{const}$, $\dot{\Lambda}_\delta = \text{const}$ функция $f(\dot{\Lambda})$ монотонно возрастает с увеличением $\dot{\Lambda}_\delta$, причем тем медленнее, чем больше $\dot{\Lambda}_\delta$. Поэтому объем магнитов всегда уменьшается с уменьшением зазора δ . Отсюда следует, что переход к беспазовым конструкциям статора оправдан в зоне насыщения функции $f(\dot{\Lambda})$, т. е. при достаточно больших $\dot{\Lambda}_\delta$, как это показано ниже на конкретном примере. Пределом $f(\dot{\Lambda})$ при $\dot{\Lambda}_\delta \rightarrow \infty$ будет $\lim f(\dot{\Lambda}) = (1 + \dot{\Lambda}_\sigma + \dot{\Lambda}_\sigma)^{-1}$.

Диаметр ротора

$$D = \sqrt[3]{4Q_M / \pi \lambda k_{з.м}}, \quad (17)$$

где $k_{з.м}$ — коэффициент заполнения ротора магнитами.

Если генератор рассчитывается на предельно допустимые окружные скорости, то из (17) с учетом (4) и (15)

$$D = \frac{2}{\pi} \sqrt[3]{2k_d S_H / p k_{з.м} k_u \lambda B_r H_c v_m f(\dot{\Lambda})}, \quad (18)$$

которое является аналогом (5).

Для случаев, когда задана постоянная T_J , приходим к следующим соотношениям для D и λ , аналогичным (7) и (8):

$$D = \pi k_{з.м} k_u p B_r H_c f(\dot{\Lambda}) T_J / k_\gamma \gamma_{ст} k_d v_m; \quad (19)$$

$$\lambda = (k_\gamma \gamma_{ст} v_m S_H / \pi T_J) [2k_d / \pi k_{з.м} k_u p B_r H_c f(\dot{\Lambda})]^3. \quad (20)$$

Упрощенная методика расчета синхронного генератора с электромагнитным возбуждением. После нахождения D и l для выбранных электромагнитных нагрузок, определяемых условиями охлаждения и мощностью генератора, можно провести приближенный расчет генератора, используя известную методику с некоторыми упрощающими модификациями. Последовательность расчета кратко излагается ниже.

Для выбранного значения p (обычно $p=1$ для $n > 12\,000$ об/мин [12]) находят полюсное деление $\tau = \pi D / 2p$ и глубину паза $h_n = A / j_a \dot{b}_n k_{и.п.}$, где j_a — выбранная плотность тока в якоре; $\dot{b}_n = b_n / t_z$ — относительная ширина паза; t_z — зубцовое деление; $k_{и.п.}$ — коэффициент использования паза. Можно предварительно принять $\dot{b}_n \approx 0,5 - 0,6$; $k_{и.п.} \approx 0,4$ (для круглого провода) [2, 4]. Значение j_a определяется интенсив-

ностью охлаждения (для воздушного охлаждения $j_a \approx 8 - 16$ А/мм² [4, 9])

Толщина яра статора |

$$h_{я} = 0,5 \alpha \tau k_E (B_\delta / B_{я}),$$

где $B_{я}$ — индукция в якоре.

Расчетный рабочий зазор находится по известной формуле (см., например, [2])

$$\delta' = \sqrt{2} \mu_0 \tau k_0 k_d A / X_{ад*} \pi k_\mu B_\delta,$$

где k_μ — коэффициент насыщения стали ($k_\mu \approx 1,1 - 1,2$).
М. д. с. возбуждения холостого хода

$$F_{в0} = k_\mu B_\delta \delta' / \mu_0;$$

м. д. с. якоря

$$F_a = m \sqrt{2} k_0 I \omega / \pi p = k_0 A D / \sqrt{2} p;$$

м. д. с. возбуждения при нагрузке [2]

$$\dot{F}_B = F_B / F_{в0} \approx \sqrt{k_E^2 + \dot{F}_a^2 + 2k_E \dot{F}_a \sin(\varphi + \alpha)},$$

где $\dot{F}_a = F_a / F_{в0}$; $\alpha = \arcsin(X_{S*} \cos \varphi / k_E)$.

Сечение меди обмотки возбуждения на полюс

$$S_B = \dot{F}_B F_{в0} / j_B,$$

где j_B — плотность тока возбуждения.

Объем меди обмотки возбуждения на полюс

$$Q_B \approx 2S_B (l + \alpha \tau).$$

Потери в обмотках находятся по плотности тока и их активным объемам. Потери на возбуждение

$$\Delta p_B = \rho j_B^2 Q_B \approx 4 \rho j_B F_B (l + \alpha \tau) p.$$

Объем меди обмотки якоря при отгибе лобовых частей на угол $\nu_{л} = 45^\circ$

$$Q_a = \pi h_n b_n^* k_{и.п.} (D + h_n) (l + \sqrt{2} \tau).$$

Отклонения $\nu_{л}$ от 45° несущественно влияют на Q_a .

Потери в обмотке якоря

$$\Delta p_a = \rho j_a^2 Q_a.$$

Объем и масса зубцов якоря

$$Q_z \approx \pi h_n l (1 - b_n^*) (D + h_n); \quad M_z = \gamma_{ст} Q_z.$$

Потери в стали зубцов [4]

$$\Delta p_z \approx \rho_0 k_{tz} [B_\delta / (1 - b_n^*)]^2 (f/400)^{1,5} M_z,$$

где ρ_0 — удельные потери (Вт/кг) при $B_z = 1$ Тл и частоте 400 Гц; k_{tz} — технологический коэффициент ($k_{tz} \approx 2$).

Объем и масса яра якоря

$$Q_{я} \approx \pi l h_{я} (D + h_{я} + 2h_n); \quad M_{я} = \gamma_{ст} Q_{я}.$$

Потери в стали яра [4]

$$\Delta p_{я} = \rho_0 k_{т.я} (B_{я})^2 (f/400)^{1,5} M_{я}, \quad k_{т.я} \approx 1,4.$$

Поверхностные потери в роторе рассчитываются по известной формуле (см., например, [2]), несколько измененной за счет очевидных подстановок:

$$\Delta p_{пов} = \pi D \alpha l K_0 n^{1,5} (\pi D B_0)^2 / \sqrt{Z},$$

где K_0 — коэффициент, учитывающий структуру наружной части ротора (для сплошного слоя $K_0 = 23,3$); B_0 — амплитуда пульсаций индукции; Z — число зубцов якоря, определяемое по выбранному числу пазов на полюс и фазу q как $Z = 2pqt$. Согласно [11] $B_0 \approx B_\delta (k_\delta - 1)$, где коэффициент зазора k_δ рассчитывается по известным формулам.

По значениям D , l , n и условиям охлаждения ротора можно определить механические потери (обычно $\Delta p_{\text{мех}} \approx 0,01-0,05 P_{\text{н}}$) и добавочные потери $\Delta p_{\text{д}} = k_{\text{д}} P_{\text{н}}$. При вентиляционном охлаждении в $\Delta p_{\text{мех}}$ входят потери в вентиляторе, которые в высокоскоростных машинах являются существенными. В термоинерционных машинах $\Delta p_{\text{мех}}$ заметно снижаются из-за отсутствия вентилятора.

К. п. д. генератора

$$\eta = P_{\text{н}} / (P_{\text{н}} + \Delta p),$$

где $\Delta p = \Delta p_{\text{а}} + \Delta p_{\text{в}} + \Delta p_{\text{з}} + \Delta p_{\text{я}} + \Delta p_{\text{пов}} + \Delta p_{\text{мех}} + \Delta p_{\text{д}}$.

Характерное время переходных процессов при регулировании генератора может быть оценено по значению постоянной времени обмотки возбуждения в отсутствие демпфирующих контуров:

$$\tau_{\text{в}} = R_{\text{в}} / L_{\text{в}} \approx \mu_0 S_{\text{в}} \alpha l k_{\sigma} / 2 \rho k_{\mu} \delta' (l + \alpha \tau),$$

где k_{σ} — коэффициент рассеяния полюсов.

Далее находятся относительное продольное синхронное индуктивное сопротивление $X_{\text{д}*} = X_{\text{ад}*} + X_{\text{с}*}$, $\text{ОКЗ} = X_{\text{д}*}^{-1}$, кратность тока короткого замыкания $I_{\text{к}*} = \dot{F}_{\text{в}} / X_{\text{д}*}$, статическая перегружаемость $s = I_{\text{к}*} / \cos \varphi$. Затем подсчитывается масса активных материалов для статора $M_{\text{а1}} = \gamma_{\text{м}} Q_{\text{а}} + M_{\text{з}} + M_{\text{я}}$, где $\gamma_{\text{м}}$ — плотность меди, и для ротора $M_{\text{а2}} \approx M_{\text{р}} = k_{\text{р}} \gamma_{\text{ст}} \pi D^2 \lambda / 4$. Полная масса $M = k_{\text{к}} (M_{\text{а1}} + M_{\text{а2}})$, где $k_{\text{к}}$ — конструктивный коэффициент, зависящий от типа и мощности генератора [12]. Обычно $k_{\text{к}} \approx 1,3-1,5$. Удельная масса генератора $\dot{m} = M / P_{\text{н}}$.

В процессе расчета целесообразно оценить значение $X_{\text{с}*}$ и сравнить его с предварительно выбранным, используя формулу [13]

$$X_{\text{с}*} = \pi \sqrt{2} \mu_0 A \Sigma \lambda_{\text{s}} / m q k_0 B_{\delta}.$$

Удельная проводимость рассеяния $\Sigma \lambda_{\text{s}}$, учитывающая пазовое, лобовое и дифференциальное рассеяние, может приближенно оцениваться с использованием рекомендаций [10]

$$\Sigma \lambda_{\text{s}} \approx (h_{\text{п}} / 3 b_{\text{н}}) + (q / 2 p \lambda) + (t_{\text{з}} / 12 \delta'),$$

где $t_{\text{з}} = \pi D / Z$.

Если предварительно выбранное и найденное значения $X_{\text{с}*}$ сильно отличаются, необходимо скорректировать расчет.

Упрощенная методика расчета синхронного генератора с постоянными магнитами на базе редкоземельных материалов. В отличие от упрощенной методики для СГ с электромагнитным возбуждением, которая в основном базируется на известных расчетных соотношениях, методика для СГ с магнитами из РЗМ пока еще не разработана в полной мере. Ее создание облегчается линейным характером кривой размагничивания ПМ, что позволяет получить простые аналитические расчетные соотношения для СГ этого типа.

Вначале необходимо найти проводимости $\dot{\Lambda}_{\delta}$, $\dot{\Lambda}_{\sigma}$ и $\dot{\Lambda}_{\text{s}}$, зависящие от геометрии ПМ и активной зоны (рис. 2). Будем считать, что диаметр d внутренней втулки превышает на Δ диаметр d' , на котором пересекаются продолжения границ соседних ПМ. Величина Δ учитывает технологические факторы. Имеем $d' = (1 - \alpha)D$, $d = d' + \Delta = D(1 - \alpha + \dot{\Delta})$, где $\dot{\Delta} = \Delta / D$; $b_{\text{м}} = 0,5(D - d) = 0,5(\alpha - \dot{\Delta})D$. Относительные раз-

меры магнита: ширина $b_{\text{м}} = (b_{\text{м}} / 0,5 D) = \alpha - \dot{\Delta}$; длина $\dot{L} = (2l_{\text{м}} / b_{\text{м}}) = (1 - \alpha) \tau / b_{\text{м}} = \pi(1 - \alpha) / p(\alpha - \dot{\Delta})$.

При определении $b_{\text{м}}$ значение $\dot{\Delta}$ выбирается так, чтобы учесть толщину наружного цилиндра. Коэффициент заполнения ротора магнитами

$$k_{\text{з.м}} = 2p(2l_{\text{м}})b_{\text{м}} / (\pi D^2 / 4) = 2(1 - \alpha)(\alpha - \dot{\Delta}).$$

Проводимость зазора, соответствующая одному полюсу магнита,

$$\dot{\Lambda}_{\delta} = (0,5 \mu_0 \alpha \tau l / \delta'') H_{\text{с}} l_{\text{м}} / B_{\text{р}} b_{\text{м}} l$$

или после подстановок

$$\dot{\Lambda}_{\delta} = \alpha \pi \dot{L} / 8 \rho \mu_{\text{р}} \dot{\delta}'' = \alpha \pi^2 (1 - \alpha) / 8 (\alpha - \dot{\Delta}) \mu_{\text{р}} \dot{\delta}''^2 p^2,$$

где $\mu_{\text{р}} = B_{\text{р}} / \mu_0 H_{\text{с}}$; $\dot{\delta}'' = \delta'' / D$; $\delta'' = k_{\delta} k_{\mu} \delta$.

Согласно [9] $\dot{\delta}'' \approx (6,5-9,5) \cdot 10^{-3}$ при $D \approx 0,03-0,1$ м, $k_{\delta} k_{\mu} \approx 1,05-1,35$.

Проводимость рассеяния магнита

$$\dot{\Lambda}_{\sigma} = (k_{\sigma} - 1) \dot{\Lambda}_{\delta},$$

где k_{σ} — коэффициент рассеяния магнита при холостом ходе, зависящий от формы ПМ, значений δ , λ и т. п.; обычно [9, 14] $k_{\sigma} \approx 1,1-1,3$.

Проводимость рассеяния якорной обмотки

$$\dot{\Lambda}_{\text{s}} = \dot{X}_{\text{s}} = X_{\text{s}} (m_{\text{i}} / m_{\text{е}}) = (4 \pi \mu_0 f \omega^2 l \Sigma \lambda_{\text{s}} / p q) \times (m_{\text{i}} / m_{\text{е}}) = \pi^2 (1 - \alpha) \Sigma \lambda_{\text{s}} / [2 p (\alpha - \dot{\Delta}) \mu_{\text{р}} m q k_{\text{а}} k_0^2].$$

У генераторов с ПМ, имеющих повышенное число полюсов и небольшое τ , задаются $\Sigma \lambda_{\text{s}}$ в пределах 2-4 [9], а q выбирают согласно общим рекомендациям.

Легко установить связь между $\dot{X}_{\text{s}} = \dot{\Lambda}_{\text{s}}$ и обычным относительным индуктивным сопротивлением рассеяния

$$X_{\text{s}*} = X_{\text{s}} I_{\text{н}} / U_{\text{н}} = \dot{\Lambda}_{\text{s}} (m_{\text{е}} / m_{\text{i}}) (I_{\text{н}} / U_{\text{н}}) = \dot{\Lambda}_{\text{s}} (\dot{I} / u \dot{E}_0).$$

Для автономных генераторов [4] $X_{\text{s}*} \approx 0,05-0,15$.

По $\dot{\Lambda}_{\delta}$, $\dot{\Lambda}_{\sigma}$ и $\dot{\Lambda}_{\text{s}}$ находится $\dot{f}(\dot{\Lambda})$ и оцениваются размеры активной зоны согласно (18) или (19), (20). Определяется линейная нагрузка $A = 2 m l \omega / \pi D$ или после подстановок $A = \pi \sqrt{2} (1 - \alpha) H_{\text{с}} \dot{I} / 4 k_{\text{а}} k_0$, где

относительный ток $\dot{I} = \dot{I}_{\text{к}} (\sqrt{1 - (u \cos \varphi)^2} - u \sin \varphi)$, а $\dot{I}_{\text{к}}$ находится по (12). Значение A не должно превышать предельного, определяемого тепловым режимом якоря, в противном случае нужно снизить \dot{I} , например, путем увеличения u , что согласно (14) и (15) приводит к росту $Q_{\text{м}}$. Интересно отметить, что в СГ с тангенциально и радиально намагниченными ПМ значения A зависят от p по-разному. В первом случае эта

зависимость проявляется через \dot{I} , а во втором случае, как легко показать, $A = \sqrt{2} p H_{\text{с}} \dot{I} (l_{\text{м}} / D) / k_{\text{а}} k_0$, т. е. при $(l_{\text{м}} / D) = \text{const}$ нагрузка A сильнее зависит от p [6].

Из формулы для \dot{I} находится кратность тока к. з.

$$\dot{I}_{\text{к}} / \dot{I} = (\sqrt{1 - (u \cos \varphi)^2} - u \sin \varphi)^{-1}.$$

Параметры магнита в номинальном режиме (точка С на рис. 3) находятся следующим образом. Вначале определяется продольная составляющая тока по формуле $\dot{I}_{\text{а}} = \dot{I} \sqrt{1 - (u \cos \varphi)^2}$, получаемой с помощью век-

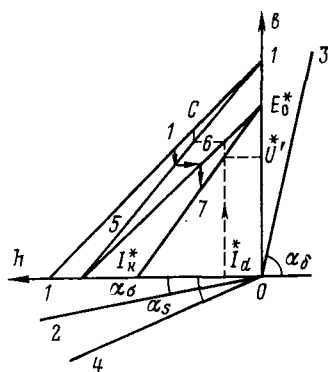


Рис. 3

торной диаграммы неявнополюсного СГ, затем напряжение \dot{U}' , соответствующее току \dot{I}_d по кривой 7: $\dot{U}' = \dot{E}_0 (1 - \dot{I}_d / \dot{I}_{K1})$, э. д. с. $\dot{E}_\delta = \dot{U}' + \dot{I}_d \dot{\Lambda}_\delta$, м. д. с. зазора $\dot{F}_\delta = \dot{E}_\delta / \dot{\Lambda}_\delta$, после чего находятся напряженность магнита $\dot{H}_m = \dot{I}_d + \dot{F}_\delta$ и его индукция $\dot{B}_m = 1 - \dot{H}_m$. Полезная индукция магнита $\dot{B}_n = \dot{B}_m - \dot{H}_m \dot{\Lambda}_\sigma$; индукция в зазоре $B_\delta = 2B_n b_m / \alpha \tau = 2p \dot{B}_n (\alpha - \Delta) / \pi \alpha$.

Синхронное индуктивное сопротивление генератора

$$X_d = (m_e / m_i) (\dot{E}_0 / \dot{I}_{K1});$$

его относительное значение с учетом записанных соотношений $X_{d*} = X_d (I_n / U_n) = \sqrt{u^{-2} - \cos^2 \varphi} - \sin \varphi$.

Последовательность расчета генератора следующая. Задаются числом фаз m , числом пар полюсов ($p \approx 3-6$), значениями α , $\dot{\Lambda}$, q , k_σ , $\Sigma \lambda_s$. Находят \dot{b}_m , L , $k_{a.m}$, $\dot{\Lambda}_\delta$, $\dot{\Lambda}_\sigma$, $\dot{\Lambda}_s$, $f(\dot{\Lambda})$ и определяют размеры активной зоны. Затем находят A , после чего рассчитывают якорную цепь (h_n , h_a , Q_a , Q_n и т. п.) так же, как и для генератора с электромагнитным возбуждением, уточняя при этом значение $\Sigma \lambda_s$ и корректируя расчет при необходимости. В заключение оценивают к. п. д. и удельную массу генератора, пользуясь тем же подходом, что и при анализе генераторов с электромагнитным возбуждением.

Выбор оптимального числа пар полюсов во многих случаях может проводиться по минимуму зависимости $Q_m(p)$, при нахождении которого с использованием (15) и (16) следует учесть, что для рассматриваемого типа генератора $\dot{\Lambda}_\delta \sim p^{-2}$, $\dot{\Lambda}_s \sim p^{-1}$, $\dot{\Lambda}_\sigma = (k_\sigma - 1) \dot{\Lambda}_\delta$, где $(k_\sigma - 1)$ быстро увеличивается с ростом p . Для ряда случаев можно принять $(k_\sigma - 1) \sim p^2$ [14] и $\dot{\Lambda}_\sigma \approx \text{const}$. При отсутствии полюсных наконечников (наружного цилиндра) согласно вспомогательным расчетам $(k_\sigma - 1) \sim p$ и $\dot{\Lambda}_\sigma \sim p^{-1}$.

Расчеты и обсуждение результатов. В качестве примеров были рассчитаны: генератор с электромагнитным возбуждением (вариант 1), генератор с ПМ (вариант 2) и термоинерционный генератор с ПМ (вариант 3). Результаты расчетов приведены в таблице. Для всех генераторов: $P_n = 10^5$ Вт; $m = 3$; $\cos \varphi = 0,9$; $u = 0,8$; $v_m = 120$ м/с; $T_J = 0,5$ с; $k_d = 0,85$; $b_n^* = 0,5$; $k_{ин} = 0,4$.

Для варианта 1 принималось $k_\delta k_\mu = 1,56$, для вариантов 2 и 3 — $k_\delta k_\mu = 1,4$, $\dot{\Lambda} = 0,1$, $k_\sigma = 1,15$,

Параметр	Варианты		
	1	2	3
Время работы Δt , с	длительное		
Температура обмоток t , °C	200	200	30 $t_1 = 20$ $t_2 = 300$
Диаметр активной зоны D , м	0,095	0,085	0,097
Геометрический фактор λ	1,9	2,25	1,5
Наружный диаметр D_n , м	0,19	0,146	0,129
Зазор δ , мм	1,3	0,6	0,7
Глубина паза h_n , мм	17	16	4
Коэффициент полюсной дуги α	0,65	0,6	0,6
Число полюсов $2p$	2	6	6
Число пазов на полюс и фазу q	3	5/3	5/3
Число зубцов Z	18	30	30
Частота вращения n , об/мин	24 125	27 090	23 627
Частота тока f , Гц	402	1354	1181
Линейная нагрузка A , А/м	$4 \cdot 10^4$	$3,78 \cdot 10^4$	$4,35 \cdot 10^4$
Индукция в зазоре B_δ , Тл	0,7	0,83	0,81
Плотность тока			
\dot{I}_a , А/мм ²	12	12	35,4
\dot{I}_b , А/мм ²	8	—	—
М. д. с. возбуждения F_b , F_m , А	3220	982	1150
Постоянная времени обмотки возбуждения τ_b , с	0,34	—	—
Кратность тока к. з. I_{K1}/I	1,42	2,9	2,9
Относительные индуктивные сопротивления			
X_{d*}	1,9	0,37	0,37
X_{s*}	0,1	0,15	0,114
Удельная проводимость рассеяния (выбранная/расчетная) $\Sigma \lambda_s$	2,5/2,3	2,5/2,25	1,6/1,48
Относительные магнитные проводимости			
$\dot{\Lambda}_\delta$	—	5,65	5,65
$\dot{\Lambda}_\sigma$	—	0,85	0,85
$\dot{\Lambda}_s$	—	0,785	0,5
Потери:			
в обмотке якоря Δp_a , Вт	2015	1094	3125
на возбуждение Δp_b , Вт	857	—	—
в стали зубцов Δp_z , Вт	207	1928	375
в стали ядра Δp_a , Вт	646	1307	842
поверхностные $\Delta p_{пов}$, Вт	2810	3390	3440
механические $\Delta p_{мех}$, Вт	5000	5000	2500
добавочные $\Delta p_{доб}$, Вт	1000	1000	1000
К. п. д. η , %	89	88	93
Коэффициент плотности k_γ	0,75	0,9	0,9
Масса активных элементов M_a , кг	32	19,1	13,5
Конструктивный коэффициент k_k	1,4	1,4	1,3
Полная масса M , кг	45	27	18
Удельная масса m , кг/кВт	0,45	0,27	0,18

$B_r = 0,82$ Тл, $H_c = 0,56 \cdot 10^6$ А/м, что соответствует минимально допустимым показателям магнитов из материала КСП 37А [7].

Расчеты показывают, что требование быстрого запуска ($T_J = 0,5$ с) приводит для всех вариантов к относительно большому λ , обеспечивающим малые J .

Генератор с электромагнитным возбуждением выполнен двухполюсным с ротором, охваченным сварным биметаллическим цилиндром (рис. 4). Такая конструкция предназначена для высокой частоты вращения [12]. Плотности тока в обмотках генераторов соответствуют интенсивному вентиляторному охлаждению [9].

При использовании жидкостного охлаждения они могут быть повышены до 25 А/мм² [15].

Конструкция ротора генераторов с ПМ показана на рис. 2. Высокая прочность ротора также обеспечивается наружным сварным цилиндром, содержащим немагнитные участки, примыкающие к ПМ, и магнитные участки между ПМ. Малое время включения термоинер-

ционного генератора позволяет втрое увеличить j_a и получить наименьшее значение m . Из-за наличия сплошного цилиндрического банджа поверхностные потери во всех генераторах получаются значительными.

Максимальный к. п. д. у термоинерционного генератора объясняется пониженными механическими потерями из-за отсутствия вентилятора. В то же время потери Δp_a у этого генератора наибольшие вследствие высоких j_a . Увеличение потерь Δp_z в варианте 2 связано с ростом f , а снижение Δp_z в варианте 3 — с малым объемом зубцов. Наибольшее значение X_{s*} в варианте 2 определяется уменьшением b_n и q по сравнению с вариантом 1, а снижение X_{s*} в варианте 3 — малым значением h_n .

Изменение T_J существенно влияет на геометрию и параметры генераторов. Так, если принять $T_J = 1$ с, то для варианта 1 при тех же A и B_δ будем иметь: $D = 0,16$ м; $\lambda = 0,7$; $n = 14\,324$ об/мин; $m = 0,6$ кг/кВт, а для варианта 2: $D = 0,191$ м; $\lambda = 0,46$; $n = 12\,732$ об/мин; $m = 0,4$ кг/кВт. Поскольку последние две машины имеют относительно малую длину и улучшенные условия охлаждения, в обоих случаях принималось $k_v = 0,9$. Видно, что увеличение T_J приводит к росту удельной массы генераторов.

Такое же сильное влияние на показатели генераторов оказывает изменение v_m , как это видно из записанных ранее формул. Оптимальные p для вариантов 2 и 3, обеспечивающие $\min Q_m$, лежат в пределах 5—6 при допущении $(k_\sigma - 1) \sim p^2$. Для $p = 3$ объем Q_m возрастает на 15—20 % по сравнению с $p = p_{\text{опт}}$. Выбор $p = 3$ соответствует более простой конструкции ротора, умеренным значениям частоты и потерь, а также более рациональной геометрии машины.

Для оценки влияния размера зазора на показатели генератора построена зависимость $f(\dot{\Lambda})$ от $\dot{\Lambda}_\delta$ на рис. 5 при $\dot{\Lambda}_\sigma = 0,85 = \text{const}$ и $\dot{\Lambda}_s = 0,785 = \text{const}$ (вариант 2). В общем случае $\dot{\Lambda}_\sigma$ и $\dot{\Lambda}_s$ зависят от $\dot{\Lambda}_\delta$, однако, как показывают вспомогательные расчеты, эта зависимость слабая, поэтому по кривой на рис. 5 можно судить, например, о связи между размером зазора δ и объемом магнитов $Q_m \propto 1/f(\dot{\Lambda})$.

Так, уменьшение $\dot{\Lambda}_\delta$ с 5 до 2 (увеличение зазора в 2,5 раза при малых $\dot{\Lambda}_\delta$) приводит к снижению $f(\dot{\Lambda})$ с 0,3 до 0,15, т. е. требует удвоения объема магнитов. В то же время уменьшение $\dot{\Lambda}_\delta$ с 12,5 до 5 (увеличение

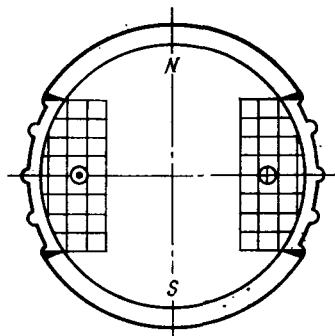


Рис. 4

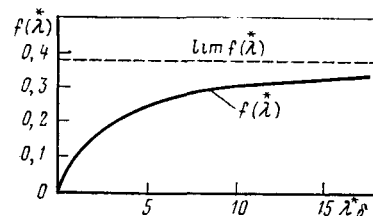


Рис. 5

зазора в 2,5 раза при существенных $\dot{\Lambda}_\delta$) приводит к уменьшению $f(\dot{\Lambda})$ с 0,31 до 0,25, т. е. требует увеличения Q_m только в 1,24 раза. Отсюда можно сделать вывод, что переход к беспазовым конструкциям имеет смысл при $\dot{\Lambda}_\delta \geq 6-8$ (для $\dot{\Lambda}_\sigma$ и $\dot{\Lambda}_s$ в пределах 0,5—1), хотя такой переход при заданной мощности генератора всегда требует увеличения объема магнитов.

Обеспечение достаточно высоких значений $\dot{\Lambda}_\delta$ в беспазовых генераторах возможно при больших j_a и малых толщинах якорной обмотки, т. е. при использовании систем интенсивного охлаждения (жидкостного, криогенного и т. п.) или термоинерционных генераторов.

Особенностью упрощенных методик является широкое использование относительных величин и параметров. Это, в частности, позволяет рассчитывать основные массо-габаритные и энергетические показатели генераторов без предварительного задания напряжения, которое непосредственно не входит в расчетные зависимости. Его значение должно учитываться лишь при выборе коэффициента $k_{\text{ин}}$, существенно зависящего от толщины изоляции в пазу.

Требуемое выходное напряжение генератора U обеспечивается выбором соответствующего числа витков фазы якорной обмотки $w = k_E U / 4k_B k_0 f \Phi_\delta$. Сечение проводника находится по току I и значению j_a .

Как показали сравнительные оценки, использование рассмотренных упрощенных методик расчета СГ дает результаты, отличающиеся от результатов полных традиционных методик не более, чем на 10 % (т. е. в пределах, например, допустимых отклонений свойств материалов для ПМ). В то же время рассмотренные методики с самого начала учитывают ограничения, связанные с предельными режимами работы генераторов в АЭУ, и существенно сокращают время расчета СГ, что позволяет достаточно быстро находить рациональные варианты генераторов для АЭУ, проводить их сопоставление и намечать наиболее удачные инженерные решения с учетом основных требований технического задания. Отбираемые таким образом варианты могут быть объектами последующих детальных разработок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бертинов А. И. Авиационные электрические генераторы. — М.: Оборонгиз, 1959.
2. Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. Проектирование электрических машин. — М.: Энергия, 1969.
3. Бут Д. А. Электрические генераторы для летательных аппаратов. — М.: Изд. МАИ, 1976.
4. Балагуров В. А. Проектирование специальных электрических машин переменного тока. — М.: Высшая школа, 1982.
5. Балагуров В. А. Новые магнитные материалы и разработка магнитоэлектрических машин. — В сб.: Применение постоянных магнитов в электромеханических системах. — Труды МЭИ, вып. 562, 1982.

6. Балагуров В. А., Галтеев Ф. Ф., Ларионов А. Н. Электрические машины с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1964.
7. Постоянные магниты. Справочник/ А. Б. Альтман, Э. Е. Верниковский, А. Н. Гербергер и др. — М.: Энергия, 1980.
8. Электрические машины малой мощности/ Д. А. Заваляшин, С. И. Бардинский, О. Б. Певзнер и др. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
9. Ермилов М. А., Мизюрин С. Р. Расчет магнитоэлектрических синхронных генераторов. — М.: Изд. МАИ, 1968.
10. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.

11. Проектирование электрических машин/ И. П. Копылов, Ф. А. Горяинов, Б. К. Клоков и др. — М.: Энергия, 1980.
12. Поспелов Л. И. Конструкция авиационных электрических машин. — М.: Энергоиздат, 1982.
13. Вольдек А. И. Электрические машины. — М.: Энергия, 1966.
14. Овчинников И. Е., Лебедев Н. И. Бесконтактные двигатели постоянного тока. — Л.: Наука, 1979.
15. Науменко В. И., Ключков О. Г. Авиационные электрические машины с интенсивным охлаждением. — М.: Машиностроение, 1977.

[23.10.84]

УДК 621.313.3.001.57

Автоматизированная система моделирования регулируемых бесколлекторных электрических машин

ОВЧИННИКОВ И. Е., ПЛАХТЫНА Е. Г., РЯБОВ В. Н.

Успехи полупроводниковой техники, обеспечивающие возможность выполнения достаточно надежных и экономичных управляемых тиристорных преобразователей, создали реальную основу для широкого внедрения в промышленности и на транспорте регулируемых электрических машин переменного тока (РЭМПТ).

Обеспечение надежности и экономичности РЭМПТ зависит от правильного выбора их параметров, которые при проектировании определяются либо путем расчета либо на основе имеющегося опыта проектирования и эксплуатации этих видов электрических машин, который пока недостаточен для выбора оптимальных параметров.

Работа, связанная с расчетом процессов и характеристик РЭМПТ и выбором их параметров, может выполняться в системе «человек — ЦВМ». Назовем ее автоматизированной системой моделирования регулируемых электрических машин переменного тока.

Эта система моделирования должна иметь адекватное оригиналу математическое обеспечение и оптимальную структуру программного обеспечения. Адекватность математического обеспечения зависит от принятых исходных допущений, а структура программного обеспечения — от избранного метода описания объектов.

РЭМПТ является системой, состоящей из электрической машины, тиристорного преобразователя, системы управления, которые объединены между собой определенным образом. Входящие в эту систему элементы, которые в дальнейшем будем называть структурными элементами, могут иметь различные технические решения.

При разработке математических моделей и программного обеспечения для расчетов процессов и характеристик РЭМПТ можно идти двумя путями: первый — разработка математических моделей и программного обеспечения для каждого возможного варианта выполнения РЭМПТ; второй — разработка математических моделей и программного обеспечения структурных элементов РЭМПТ, представленных в определенном виде, и единого алгоритма, в соответствии с которым эти модели могут «соединяться» в модель РЭМПТ.

Второй путь представляется более рациональным, так как в разработанную в соответствии с ним автоматизированную систему моделирования РЭМПТ войдет

относительно меньшее количество программ. Это связано с тем, что они являются универсальными, т. е. разработанные один раз для математической модели структурного элемента программы могут использоваться в качестве стандартных при расчетах процессов и характеристик различных видов РЭМПТ.

Здесь предлагается структура автоматизированной системы моделирования РЭМПТ, в которой каждый структурный элемент представлен собственной математической моделью, а модель РЭМПТ образуется определенным способом из математических моделей ее структурных элементов.

В статье описаны принципы составления математических моделей структурных элементов и способ составления из них математических моделей РЭМПТ, а также приведена структура автоматизированной системы моделирования РЭМПТ, в основу которой положены эти принципы.

Рассмотрим их теоретическую сущность.

Структурные элементы РЭМПТ будем рассматривать как многополюсники, т. е. считать устройствами, для которых все процессы описываются замкнутой системой уравнений (дифференциальных, алгебраических или тех и других, вместе взятые), если заданы все воздействующие на эти устройства вынуждающие силы. Точки подключения вынуждающих сил будем называть полюсами многополюсника или просто полюсами. Систему управления в некоторых случаях удобно представлять уравнениями алгебры логики.

С учетом принятых положений РЭМПТ можно рассматривать как совокупность многополюсников, соединенных в соответствии со схемой, специфической только для данной РЭМПТ.

Математические модели структурных элементов и способ их соединения в модели РЭМПТ должны быть совместимыми, т. е. допускать преобразование любой математической модели регулируемых электрических машин переменного тока без дополнительной их обработки. Этого можно достичь следующим образом.

Каждый структурный элемент описывается системой дифференциальных уравнений, которая может быть приведена к нормальной форме при известных значениях вынуждающих сил, действующих на полюса многополюсников (структурных элементов). Алгоритмы опре

деления коэффициентов системы дифференциальных уравнений и приведения ее к нормальной форме представляются отдельными модулями-программами.

Определить вынуждающие силы, действующие на полюса, и произвести численное интегрирование можно лишь тогда, когда известна схема соединений структурных элементов в РЭМПТ. Эти операции являются общими, следовательно, они представлены отдельными модулями-программами и, вместе с тем, на них возложены функции формирования математических моделей РЭМПТ.

Таким образом, под математической моделью структурного элемента будем понимать совокупность модулей, выполняющих операции по приведению их дифференциальных уравнений к нормальной форме и предназначенных для построения моделей РЭМПТ, а под математической моделью РЭМПТ — совокупность модулей ее структурных элементов и некоторых других модулей, выполняющих вместе операции численного решения ее системы дифференциальных уравнений.

Опишем общие принципы построения математических моделей структурных элементов и способ формирования из них моделей РЭМПТ.

Для структурного элемента, рассматриваемого как многополюсник, можно записать систему уравнений, которая в векторной форме имеет вид:

$$\check{L}\bar{P}\bar{i}_e + \bar{V}_e = \bar{B}, \quad (1)$$

где \bar{V}_e — вектор межполюсных напряжений (вынуждающих сил); \bar{i}_e — вектор токов ветвей, подходящих к многополюснику; \check{L} — матрица коэффициентов при $\bar{p}\bar{i}_e$; \bar{B} — вектор свободных членов; $p = d/dt$ — оператор дифференцирования по времени t .

Векторное уравнение (1) может быть получено следующим образом.

Составляют систему дифференциальных уравнений многополюсника (структурного элемента), в которую в общем случае войдут уравнения для контуров и ветвей, проходящих через полюса, в векторной форме имеющие вид:

$$f_1(\bar{i}_e, \bar{p}\bar{i}_e, \bar{V}_e, \bar{y}_1, \bar{p}\bar{y}_1, \bar{y}_2) = 0 \quad (2)$$

и уравнения

$$f_2(\bar{i}_e, \bar{p}\bar{i}_e, \bar{y}_1, \bar{p}\bar{y}_1, \bar{y}_2) = 0. \quad (3)$$

Разница между векторными уравнениями (2) и (3) состоит в том, что в отличие от (3) в (2) входит вектор \bar{V}_e межполюсных напряжений. В уравнениях (2), (3) вектор \bar{y}_1 охватывает неизвестные, которые находятся под знаком производной, за исключением тех, которые входят в вектор \bar{i}_e , а именно: токи внутренних ветвей или контуров многополюсника, переменные, характеризующие взаимные положения контуров, напряжения на емкостях, магнитные индукции и потоки и др., а в вектор \bar{y}_2 входят те переменные, которые не стоят под знаком производной, за исключением переменных, входящих в вектор \bar{V}_e .

Исключив из (2) $\bar{p}\bar{y}_1$, \bar{y}_2 путем подстановки в это уравнение выражений для $\bar{p}\bar{y}_1$, \bar{y}_2 , найденных из (3), приходим к уравнению вида (1). Выражения для $\bar{p}\bar{y}_1$, \bar{y}_2 определяются путем решения векторного уравнения (3), они имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}\bar{y}_1 &= f_3(\bar{i}_e, \bar{p}\bar{i}_e, \bar{y}_1); \\ \bar{y}_2 &= f_4(\bar{i}_e, \bar{p}\bar{i}_e, \bar{y}_1). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из этих преобразований следует, что матрица \check{L} и вектор \bar{B} в общем случае являются функциями векторов \bar{i}_e , \bar{y}_1 , \bar{y}_2 .

Кроме уравнений вида (1) — (4) структурный элемент РЭМПТ может иметь уравнение механического равновесия

$$Jp\omega = M + M_n, \quad (5)$$

где J — момент инерции ротора; ω — частота вращения ротора; M — электромагнитный момент; M_n — момент нагрузки.

При расчетах определяются величины \bar{i}_e , \bar{y}_1 , ω , \bar{V}_e , \bar{y}_2 . Они являются функциями аргумента t , поэтому называются зависимыми переменными. Значения \bar{i}_e , \bar{y}_1 , ω определяются в результате численного интегрирования, поэтому назовем их интегральными зависимыми переменными, а их совокупность — вектором интегральных зависимых переменных структурного элемента:

$$\bar{z} = (\bar{i}_e, \omega, \bar{y}_1)_t. \quad (6)$$

Величины $\bar{p}\bar{i}_e$, $p\omega$, $\bar{p}\bar{y}_1$ — производные зависимых интегральных переменных образуют вектор, который назовем вектором интегрирования структурного элемента:

$$p\bar{z} = (\bar{p}\bar{i}_e, p\omega, \bar{p}\bar{y}_1)_t. \quad (7)$$

Переменные \bar{V}_e , \bar{y}_2 определяются путем численного решения алгебраической системы уравнений или задаются, поэтому назовем их неинтегрируемыми зависимыми переменными структурного элемента.

Величины \bar{i}_e , \bar{V}_e , ω назовем внешними переменными структурного элемента, а остальные — внутренними его переменными. Уравнения (1), (5), в которые входят только внешние переменные, назовем внешними уравнениями структурного элемента, а уравнение (4), с помощью которого определяются внутренние переменные по известным внешним, назовем внутренними уравнениями структурного элемента.

Для работы математической модели структурного элемента необходима исходная информация. Она должна быть, с одной стороны, достаточно полной, с тем чтобы обеспечивать возможность выполнения расчетов в соответствии с исходными допущениями, и, с другой стороны, — максимально простой, т. е. представленной в виде, не требующем обработки путем ручного счета. Все подготовительные вычислительные операции следует возложить на ЦВМ.

С учетом вышеизложенного математическую модель структурного элемента РЭМПТ целесообразно представить тремя модулями-программами:

модулем ввода и обработки исходных данных, выполняющим ввод исходных данных и преобразование их к виду, наиболее удобному для работы последующих моделей;

модулем определения коэффициентов внешних уравнений, вычисляющим матрицу \check{L} , вектор \bar{B} и момент M ; модулем определения вектора интегрирования.

Первый из этих модулей выполняет вычислительные операции только один раз в начале работы математической модели, а остальные выполняют вычисления на каждом шаге (подшаге) интегрирования.

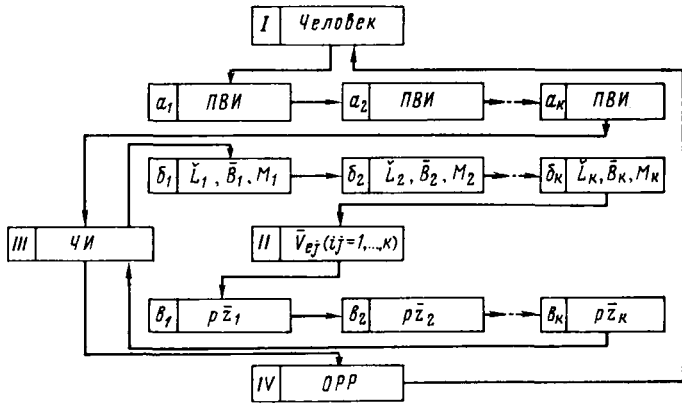


Рис. 1. Блок-схема автоматизированной системы моделирования регулируемых электрических машин переменного тока

Математическая модель РЭМПТ состоит из трех модулей для каждого ее структурного элемента и модулей, реализующих способ соединения моделей структурных элементов в модель РЭМПТ. Система автоматизированного моделирования РЭМПТ имеет структуру, изображенную блок-схемой на рис. 1. На этой схеме индексы $j = 1, \dots, k$ обозначают номера элементов РЭМПТ, буква a обозначает принадлежность к модулю ввода и обработки исходных данных структурного элемента; b — к модулю определения коэффициентов внешних уравнений структурного элемента — $\tilde{L}_j, \bar{B}_j, M_j$; b — к модулю определения векторов интегрирования pz_j структурного элемента; римская цифра обозначает модуль определения векторов \bar{V}_{ej} ; П — модуль численного интегрирования; IV — модуль обработки и выдачи расчетных результатов.

Рассмотрим работу модуля П более подробно. В его основу положен численный метод узловых потенциалов для расчета переходных процессов в электрических цепях, описанный в [1].

Система уравнений электрического равновесия РЭМПТ может быть составлена по известным уравнениям вида (1) структурных элементов и схеме соединений между собой этих структурных элементов. Она имеет вид:

$$\tilde{L}_m \bar{p} \bar{i}_m + \tilde{P}_\Phi \Phi_m = \bar{B}_m; \quad \tilde{P} p i_m = 0, \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \tilde{L}_m &= \text{diag}(\tilde{L}_1, \dots, \tilde{L}_k); \quad \bar{i}_m = (\bar{i}_{e1}, \dots, \bar{i}_{ek})_t; \\ \bar{B}_m &= (\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_k); \quad \Phi_m = (\Phi_1, \dots, \Phi_m)_t; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

m — число независимых узлов — точек соединения структурных элементов в РЭМПТ; \tilde{P} — матрица соединений, составляемая в соответствии с топологией схемы соединений структурных элементов в РЭМПТ [2]; \tilde{P}_Φ — матрица, устанавливающая связь между потенциалами независимых узлов и межполюсными напряжениями (если структурные элементы РЭМПТ являются двухполюсниками или состоят из разведенных двухполюсников, то она является транспонированной по отношению к матрице \tilde{P}); $\bar{\Phi}_m$ — вектор потенциалов независимых узлов РЭМПТ, т. е. точек соединений структурных элементов.

Структура матрицы \tilde{L}_m показана на рис. 2.

Система уравнений (8) составлена с учетом того, что

$$\bar{V}_m = \tilde{P}_\Phi \Phi_m, \quad (10)$$

где

$$\bar{V}_m = (\bar{V}_{e1}, \dots, \bar{V}_{ek})_t.$$

С целью сокращения порядка системы уравнений (8), подлежащей совместному решению, исключим из нее вектор $p i_m$.

Из первого уравнения системы (8) имеем

$$p i_m = -\tilde{L}_m^{-1} \tilde{P}_\Phi \Phi_m + \tilde{L}_m^{-1} \bar{B}_m. \quad (11)$$

Подставив (11) во второе уравнение (8), получим

$$\tilde{P} \tilde{L}_m^{-1} \tilde{P}_\Phi \Phi_m = \tilde{P} \tilde{L}_m^{-1} \bar{B}_m. \quad (12)$$

Следовательно, для определения вынуждающих сил, действующих на полюса многополюсников (структурных элементов РЭМПТ), необходимо сформировать и решить систему уравнений (12). Для этого требуется выполнить обращение матрицы \tilde{L}_m , которая является кодиагональной, и выполнить перемножение матриц согласно (12). Система уравнений (12) решается относительно потенциалов полюсов численным способом решения алгебраических уравнений. По известным значениям потенциалов полюсов легко определяются межполюсные напряжения структурных элементов.

Выполнение всех вычислительных операций, связанных с решением уравнения (12) и определением межполюсных напряжений, осуществляется П модулем программой.

Содержание III модуля определяется избранным численным методом интегрирования, а содержание IV модуля — видом требуемой расчетной информации.

Человек в предложенной структуре системы моделирования РЭМПТ выполняет функции: определения модулей-программ, которые должны войти в математическую модель конкретной РЭМПТ; задания исходной информации; анализа результатов расчета.

Описанная структура цифрового моделирования явилась теоретической основой создания автоматизированной системы моделирования РЭМПТ. Основными компонентами, входящими в эту систему, являются математическое, информационное, техническое и методическое обеспечение.

Математическое обеспечение представляет собой комплекс программ, составленных на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV, реализующих модули, соответствующие рис. 1. В него вошли программные модули структурных элементов РЭМПТ (явнополюсных и неявнополюсных синхронных машин, асинхронной машины, выпрямителя, инвертора, некоторых видов циклоконвертеров), а также программные модули, осуществляющие по предложенному способу образование математических моделей РЭМПТ из моделей их структурных элементов. Математические модели электрических машин представлены в фазных координатах, а модели ти-

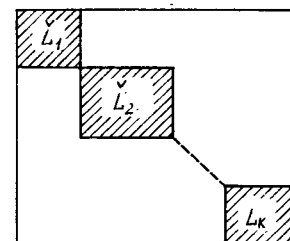


Рис. 2. Структура матрицы L_m

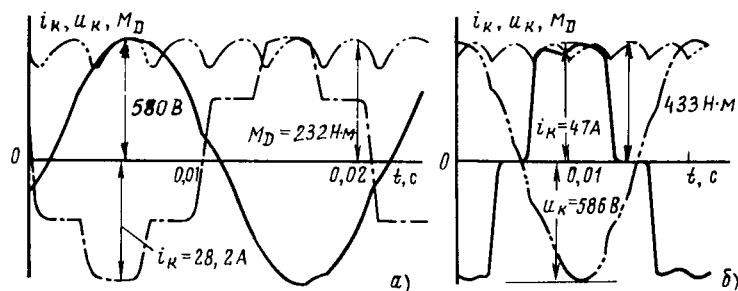


Рис. 3. Расчетные зависимости тока i_k и напряжения u_k обмотки статора и электромагнитного момента M_D от времени (угол опережения равен 20°): а — соединение обмотки в треугольник; б — соединение обмотки в звезду

ристорных преобразователей — уравнениями, описывающими их как объекты с постоянной структурой и переменными параметрами [3]. Тиристоры эквивалентизируются последовательно соединенными активными сопротивлениями и индуктивностями, малыми в проводящем состоянии и большими в непроводящем. Параметры электрических машин определяются с учетом насыщения элементов магнитопровода. В качестве численного метода интегрирования дифференциальных уравнений избран метод Рунге — Кутты четвертого порядка. Программные модули, соответствующие блокам $a_1 \div a_h$, IV (см. рис. 1), являются сервисными, а остальные моделирующими.

Информационное обеспечение представляет собой записанную на магнитных дисках информацию о геометрических размерах и характеристиках намагничивания магнитопроводов и обмоточных данных некоторых типов электрических машин, которая используется для расчетов параметров (динамических индуктивностей и активных сопротивлений).

Техническое обеспечение представляет собой стандартный комплекс ЕС-1022 с дисплеями ЕС-7906.

В методическое обеспечение входят инструкции по эксплуатации программ.

С помощью описанной автоматизированной системы моделирования могут проводиться расчеты электромагнитных и электромеханических процессов РЭМПТ — вентильных двигателей постоянного и переменного тока, асинхронно-вентильных каскадов и других, состоящих из упомянутых выше структурных элементов. Для выполнения этих расчетов необходимо задаться типом двигателя (для двигателей, исходная информация которых входит в информационное обеспечение) либо исходной информацией в виде геометрических размеров и характеристик намагничивания магнитопроводов и обмоточных данных (для проектируемых двигателей), типом тиристорного преобразователя, структурой соединений в виде матрицы соединений, начальными условиями, соответствующими началу расчета, а также условиями, которые обеспечивают вывод необходимой информации. Выводимой информацией являются зависимости от времени и интегральные показатели токов и напряжений ветвей схемы, электромагнитного момента и скорости, магнитных потоков и индукций. Выводимая информация распечатывается на алфавитно-цифровом печатающем устройстве в виде таблиц чисел либо графических зависимостей.

Объем процессорной памяти, занимаемый программами, участвующими в моделировании РЭМПТ, колеб-

лется в зависимости от сложности схемы и требуемого объема выводимой информации, однако для моделирования вентильных двигателей постоянного и переменного тока он не превышает 256 кбайт.

Разработанная автоматизированная система моделирования является «доступной» в плане увеличения в ней номенклатуры математических модулей РЭМПТ и их совершенствования. Она может войти в качестве подсистемы в САПР электрических машин. Отметим, что особенностью разработанной автоматизированной системы моделирования, отличающей ее от существующих, в частности, прикладных программ для моделирования подобного рода систем [4, 5] является способ формирования моделей РЭМПТ по известным моделям структурных элементов, в основу которого положен метод узловых потенциалов, а также способ описания электрических машин, который учитывает динамическое изменение параметров.

На рис. 3, а и б приведены примеры расчета электромагнитных процессов вентильного двигателя постоянного тока, структурными элементами которого являются: явнополюсная синхронная машина ГМ-400-1000, обмотки статора которой соединены в треугольник (рис. 3, а) и в звезду (рис. 3, б); инвертор, собранный на тиристорах по схеме Ларионова, и система управления с механическим датчиком положения ротора. Этот расчет выполнен на ЦВМ ЕС-1022 по программам, входящим в программное обеспечение автоматизированной системы моделирования РЭМПТ.

В основу математических моделей структурных элементов вентильного двигателя постоянного тока, примеры расчетов которых приведены на рис. 3, а и б, положены исходные допущения, описанные в [3], которые предусматривают учет насыщения элементов магнитопровода и несинусоидальность распределения м. д. с. в воздушном зазоре явнополюсной синхронной машины и коммутационных процессов инвертора.

Время расчета приведенных зависимостей составило около 2 мин.

Выводы. 1. Современные методы проектирования регулируемых бесколлекторных электрических машин должны включать в себя автоматизированную систему моделирования процессов и расчета характеристик с помощью ЦВМ.

2. Программное обеспечение этой автоматизированной системы целесообразно создавать по модульному принципу, в соответствии с которым структурные элементы РЭМПТ представляются собственными математическими моделями в виде соответствующих модулей-программ, а математические модели РЭМПТ в целом формируются из моделей структурных элементов по описанному в статье способу.

3. Модульный принцип создания математического обеспечения автоматизированной системы моделирования РЭМПТ предпочтительно реализовать с помощью метода узловых потенциалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плахтына Е. Г. Применение метода узловых потенциалов для расчета переходных процессов в электрических цепях. — В кн.: Теоретическая электротехника. — Львов: Выща школа, 1978, вып. 24.
2. Блажевич Б. И. Топологические методы анализа электрических цепей. — Киев: Наукова думка, 1971.
3. Плахтына Е. Г., Фильц Т. В. Математическая модель системы «явнополюсный синхронный генератор — циклоконвер-

тер — асинхронный двигатель». — В кн.: Преобразовательные устройства в тиристорном электроприводе. — Кишинев: Штиница, 1977.

4. Терзян А. А. Методы и средства автоматизированного проектирования электрических машин автономной энергетики. — Электричество, 1982, № 4.

5. Комплекс программ для анализа тиристорного электропривода переменного тока в рамках универсальной модели. Математическое и программное обеспечение цифрового моделирования вентильных преобразователей/Н. Ф. Елькин, П. Д. Андриенко, Г. П. Борейко, М. А. Еременко. — ИЭД АН УССР, Киев, 1978, 98 с.

[04.07.84]

УДК 62-83.001.1

Проблемы теории и практики современного электропривода

ИЛЬИНСКИЙ Н. Ф., ЮНЬКОВ М. Г.

Москва

Электрический привод потребляет более 60 % всей вырабатываемой в стране электроэнергии. Этот общеизвестный факт, свидетельствующий о значимости электрического привода, приобретает сегодня особое значение в связи с остро поставленной партией задач экономии энергетических ресурсов. Энергоснабжение, активная энергосберегающая политика занимают центральное место в энергетической программе.

Отмечая значение электрического привода в решении важнейших экономических задач — повышении производительности труда и энергоснабжении, необходимо подчеркнуть ответственность специалистов, работающих в области электропривода, за совершенство его теории, технический уровень сегодня и в перспективе.

Рассмотрим в целях анализа перспектив и тенденций развития электропривода две типичные технические ситуации.

Первая ситуация: в объекте, обслуживаемом электроприводом, должны осуществляться с высокой скоростью и точностью сложные и разнообразные пространственные движения. Характерными примерами таких объектов могут служить современные станки с ЧПУ, роботы, линии производства микросхем, установки гибких автоматизированных производств в различных отраслях промышленности и т. п.

Вторая ситуация: объект, снабженный электроприводом, предполагает простые виды движения (вращение, поступательное движение), предъявляет ограниченные требования к диапазонам изменения координат и к качеству управления движением или вовсе не требует управления движением. Этой ситуации, как известно, соответствует подавляющее большинство современных технологических установок и производственных машин во всех отраслях народного хозяйства. Мощности основной части приводов здесь составляют единицы-десятки киловатт.

Очевидно, тенденции развития электропривода в двух названных ситуациях существенно различны.

Рассмотрим подробнее первую ситуацию. Привод здесь должен интегрироваться с рабочей машиной, быть узко специализирован, в ряде случаев — уникален. Опыт развития техники убедительно показывает, что серьезные успехи достигаются именно на этом пути.

Приведем несколько примеров. Так, переход в электроприводе технологических установок для производства микросхем от традиционных решений (вращающиеся двигатели — передачи винт-гайка — рабочие органы) к многокоординатному прецизионному дискретному электроприводе в модульном исполнении с интеграцией электромеханических модулей с технологическими узлами

установок позволил создать новое поколение технологических линий, обеспечивающее существенное (в 5—10 раз) повышение производительности, увеличение процента выхода годных изделий, улучшение их качества и условий труда работающих, дал экономический эффект в десятки миллионов рублей в год.

Осуществить эффективные нетрадиционные технические решения применительно к технологическим установкам линейного производства позволило использование различных МГД-приводов, интегрированных с конструктивами установок для транспортировки и дозированной разливки жидких металлов.

На выставке «Наука-83» экспонировалась ультрацентрифуга К-32М с работающим в вакууме специальным высокоскоростным, точным и надежным приводом. Это устройство открыло принципиально новые возможности в исследовании живой материи, в биотехнологии.

Примеры достижения принципиально новых свойств технологического оборудования за счет нетрадиционных решений привода не исчерпываются приведенными. Однако следует подчеркнуть, что еще ждут своего решения непростые вопросы создания эффективных приводов промышленных роботов, ряда станков, узлов ГАП, многих других ответственных установок. И главное здесь — резкое повышение технического уровня оборудования за счет нетрадиционного принципиального решения электропривода, совершенного в технологическом и конструктивном отношении, максимально интегрированного с технологическими узлами установки, снабженного современными средствами микропроцессорного управления.

В научном плане здесь представляются важными вопросы типизации технологического оборудования, обоснования необходимости и уровня интеграции привода и машины, разработка и детальное исследование принципиально новых технических решений привода в целом и его модулей.

В практическом плане исключительно важна координация усилий различных отраслей по созданию таких устройств, отвечающих мировым стандартам.

Вторая из названных выше характерных технических ситуаций относится к электроприводе, отличающемуся массовостью со всеми вытекающими отсюда последствиями. На первый план в таком приводе в связи с резким увеличением потребности в нем наряду с проблемой надежности выдвинулись сейчас проблемы энергетической эффективности, экономии материальных и трудовых ресурсов как в сфере его производства, так и в сфере при-

менения. Остро стоит проблема комплектности и заводской готовности.

Идеальное техническое решение здесь очевидно и состоит в выпуске серий комплектных электроприводов, отвечающих наиболее характерным для современных общепромышленных установок требованиям, имеющих модульное исполнение на универсальной элементной базе, снабженных исчерпывающими и удобными паспортными данными. В этом случае потребители — разработчики машин и технологических установок — имеют достаточный набор комплектных технических решений и возможность обоснованно применить нужное.

Несмотря на большие успехи, достигнутые в последние годы электротехнической промышленностью в освоении выпуска комплектных электроприводов, сделано еще далеко не все. Главный недостаток состоит, по-видимому, в том, что спектр возможностей комплектных приводов не соответствует в должной мере спектру технических требований. Иными словами, для рассмотренных выше установок с очень высокими техническими требованиями (станки с ЧПУ и т. п.) возможности комплектных приводов недостаточны (хотя часть их была специально разработана применительно к этим ответственным объектам), а для большинства общепромышленных объектов — избыточны. Отсюда избыточны стоимость, масса, габариты, эксплуатационные издержки и т. п.

Так, в большом числе общепромышленных технологических установок (насосы, вентиляторы, транспортеры и т. п.), оснащенных до настоящего времени нерегулируемым приводом мощностью 5—15 кВт, существенные технические и экономические преимущества достигаются при переходе к приводу с регулированием скорости и момента в небольших пределах ($D = 2—5$) при ограниченной точности (проценты) и быстродействии (доли секунды). Вместе с тем неперемennым условием перехода на такие приводы является их высокая надежность, предельная неприхотливость в обслуживании. Желательны также умеренная стоимость заменяющего привода, его энергетическая эффективность.

Такие комплектные приводы серийно не выпускаются, хотя известны, хорошо отработаны, многократно проверены на практике оригинальные технические решения, полностью отвечающие названным выше требованиям.

Приведем один пример. Переход на намоточных аппаратах ряда волочильных станов от нерегулируемого асинхронного привода к простейшему приводу с нетрадиционным вентильно-емкостным преобразователем (источником тока) в якорной цепи двигателя постоянного тока позволил повысить качество намотки проволоки, резко сократить брак, исключить разрушение шпуль, в 3—4 раза уменьшить удельную энергоемкость процесса намотки. При этом не потребовалось каких-либо дополнительных затрат в сфере эксплуатации, не усложнилось, а упростилось обслуживание, поскольку повысилась надежность установки в целом.

Подобные примеры можно найти в различных отраслях промышленности, однако они носят единичный характер, как правило, не базируются на существующих комплектных технических решениях. Недостаточно широкий набор технических решений комплектных электроприводов приводит к тому, что приводы комплектуются разработчиками оборудования из разрозненных, подчас плохо стыкуемых элементов и блоков, не всегда квалифицированно. Это порождает значительные издержки, снижает технический уровень технологического оборудо-

ования. Итак, научное содержание рассматриваемой проблемы состоит в строгом и всестороннем обосновании набора технических решений комплектного общепромышленного привода, соответствующего совокупности современных технических требований.

Набор решений должен быть широким — от простейших дешевых и надежных массовых регулируемых приводов, например, по системе параметрический источник тока — двигатель до прецизионных дорогих приводов с развитым микропроцессорным управлением. Здесь необходимы критический анализ огромного научного задела, детальное изучение созданных и опробованных технических решений, формулировка, обоснование и широкое обсуждение критериев отбора решений, учет как зарубежного, так и главным образом нашего собственного опыта.

Указанная проблема не может быть решена без пристального внимания к современной технологии, обеспечиваемой приводом в различных сферах производства, без серьезнейшего критического анализа и глубокого обобщения технических требований, предъявляемых к электроприводу. Если в обсуждавшейся выше первой технической ситуации привод физически интегрирован с обслуживаемым им объектом, то здесь должны быть интегрированы знания о приводе и технологии и на этой основе определено искомое оптимальное соответствие.

В практическом плане важную роль играет правильное сочетание универсальности узлов и блоков комплексного привода с широким набором технических решений. Здесь необходима единая техническая политика, четкая координация усилий и действий. Именно здесь мы можем с наибольшей полностью использовать преимущества социалистической системы хозяйства, свободной от негативных проявлений конкурентной борьбы.

В основу создания нового поколения комплексных приводов должен быть положен модульный принцип построения при резком увеличении роли стандартизации на всех уровнях, повышении ответственности всех служб за выполнение установленных стандартов.

Исключительно важную роль играет повышение конструкторского и технологического уровня изделий, комплектующих приводы. Вопрос этот, как хорошо известно, комплексный, имеющий много различных аспектов. Отметим здесь лишь два из них.

В настоящее время стали заметными недостатки в конструкторско-технологической подготовке инженеров-электриков и электромехаников, специализирующихся в области электрических машин, аппаратов, устройств, преобразовательной техники. Многие выпускники, хорошо ориентируясь в теоретических аспектах специальности, освоив математический аппарат, вычислительную технику, испытывают затруднения при необходимости на практике решать конструкторские и технологические задачи. Подготовке инженеров-электроприводчиков присущ тот же недостаток — они часто с трудом взаимодействуют с конструкторами и технологами при совместном создании оборудования, им не привито в должной мере уважение к этому важнейшему виду инженерной деятельности.

В ряде кандидатских диссертаций также крайне резко можно увидеть конструкторские и технологические обоснования целесообразности и полезности разрабатываемых решений. Это же невнимание к главной составляющей инженерной и научной деятельности прослеживается в современной технической литературе по

электроприводу и его элементной базе — периодической, учебной, справочной. Положение дел здесь надо менять быстро и кардинально.

Особое значение в связи с вводом в действие Энергетической программы приобретают, как уже отмечалось, вопросы энергосбережения в электроприводе.

При рассмотрении проблемы массового регулируемого привода было отмечено, что расширение набора технических решений, в том числе за счет включения в него нетрадиционных энергосберегающих видов электропривода, явится существенным шагом на пути экономии электроэнергии, а также материальных и трудовых ресурсов.

Центральное место в проблеме энергоснабжения в электрическом приводе занимает массовый нерегулируемый по скорости привод на основе короткозамкнутых асинхронных двигателей. Эти приводы потребляют около 50 % всей вырабатываемой в стране электроэнергии, в связи с чем даже относительно небольшое повышение эффективности их использования в энергетическом отношении может дать заметный результат в масштабе страны.

Рассмотрим кратко два направления решения этой задачи. Первое направление, почти не требующее дополнительных материальных затрат, однако предполагающее серьезные научные исследования и разработки, состоит в кардинальном совершенствовании алгоритма выбора двигателей из существующего набора для конкретных применений.

В настоящее время для этих целей используются крайне ограниченные номинальные данные двигателей, некоторые признаки предполагаемых режимов работы и параметры механизма. Выбор в лучшем случае основывается на одном из классических методов — средних потерь, эквивалентного тока, момента, мощности. В результате мощность двигателя часто необоснованно завышается, что приводит к бесполезной трате материальных ресурсов, заметно ухудшает энергетiku привода. Так, обследование электрооборудования прессового хозяйства одного из машиностроительных заводов показало, что двигатели прессов загружены в лучшем случае на 40 %.

Совершенствование алгоритмов выбора двигателей массовых применений должно основываться на использовании емких и компактных тепловых и ресурсных моделей, устанавливающих интегральные связи между этими показателями и параметрами двигателя, механизма, признаками режима. В большинстве случаев задачи выбора, имеющие стохастический характер, должны решаться на основе адекватного математического аппарата с применением необходимых вычислительных средств. Иными словами, речь идет о серьезной и глубокой разработке одной из важных ветвей САПР электропривода, охватывающей наиболее массовые и естественно типизируемые ситуации.

Второе направление связано с разработкой специальных технических средств энергоснабжения в массовом асинхронном электроприводе, работающем в силу объективных технологических причин с переменной нагрузкой. Это направление начало активно разрабатываться в середине 70-х годов у нас в стране и в США. К настоящему времени в США выпущены партии регуляторов коэффициента мощности — устройств, обеспечивающих улучшение энергетических показателей применительно главным образом к массовому однофазному бытовому приводу. У нас создан серьезный научный задел в об-

ласти построения экстремальных регуляторов напряжения, включаемых между сетью и статором трехфазного асинхронного двигателя и минимизирующих ток и потери при изменении нагрузки, проведены экспериментальные исследования, опытно-промышленные испытания. Дело за массовым производством и широким применением.

В связи с изложенным назовем некоторые задачи в области теории и практики электропривода, ставшие особенно актуальными в последнее время.

Необходимо глубокое и всестороннее обоснование промышленных реализаций рядов комплектного электропривода для массовых применений. При этом предполагается обстоятельный анализ массива известных решений на основе технико-экономических критериев, учет интересов отраслей, производящих электроприводы, и потребителей, полное использование возможностей современной вычислительной техники.

Теоретические аспекты электропривода должны развиваться в непосредственной органической связи с конструкторскими и технологическими особенностями как самого электропривода, так и обслуживаемых приводом объектов.

Должно быть существенно повышено внимание во всех разделах теории электропривода к вопросам его энергетической эффективности. Требуется дальнейшего серьезного развития раздел теории электропривода, относящийся к энергетике электромеханического преобразования энергии.

Исследования типовых структур и систем электропривода должны завершаться получением хорошо обоснованных, компактных моделей, удобных для решения задач синтеза в широкой инженерной практике со строго оговоренными условиями их применимости. Широкое использование ЭВМ и микропроцессорной техники, революционизируя процесс научных исследований и инженерную практику, делает особо необходимыми строгие доказательства адекватности теоретических моделей реальным объектам.

Необходимо развивать и применять приемы свертывания информации, основанные, в первую очередь, на аппарате теории подобия. Этот аппарат очень мало используется в электроприводе, хотя он полезен здесь, а опыт его применения убедительно демонстрирует высокую эффективность в теоретическом обобщении результатов. Представляется, что теория подобия должна существенным образом служить основой развития алгоритмов и процедур САПР электропривода, широко использоваться при технической паспортизации разрабатываемых комплектов универсальных устройств.

Необходимо развивать разделы теории электропривода, связанные с стохастическим характером процесса. Это, в первую очередь, относится к задачам энергетическим, тепловым, ресурсным, так как режимы работы привода обычно отличаются стохастичностью, а также к задачам точностным, в которых также ярко проявляется, а иногда играет решающую роль, случайность. Дисперсионный и регрессионный анализ, теория случайных процессов и свойственные этому аппарату модели должны стать рабочим инструментом теоретика и разработчика в соответствующих ситуациях.

Должны продолжаться и развиваться исследования в нетрадиционных областях электропривода, таких как МГД-привод, привод на основе электростатических, пьезоэлектрических, магнитострикционных и других электромеханических преобразователей.

В практической области среди множества задач, часть которых упоминалась ранее, следует выделить главную — создание на базе уже имеющегося научного задела совершенных, интегрированных со специальным технологическим оборудованием современных электроприводов — сложных электромеханических и инфор-

мационных комплексов и разработка гаммы комплектных, универсальных, полностью отвечающих современным требованиям и современному уровню техники общепромышленных электроприводов.

[23.07.84]

УДК 621.316.722.001.24

Анализ токов в преобразователях с широтно-импульсным регулированием переменного напряжения

ОБРУСНИК В. П., доктор техн. наук, КОБЗЕВ А. В., доктор техн. наук, ШАДРИН Г. А., канд. техн. наук

Томск

Среди устройств преобразовательной техники одно из ведущих мест занимают системы, включающие в себя регулирующие органы (РО) переменного напряжения. В настоящее время создано множество таких РО с естественной (ЕК) и принудительной (ПК) коммутацией тока [2—7] и лучшими признаны двухключевые с ПК [7], позволяющие регулировать переменное напряжение в активно-индуктивной нагрузке. Кривые выходного напряжения, формируемые в двухключевых схемах, определяются только способом широтно-импульсного регулирования (ШИР), их характеристики подробно исследованы [2, 4 и 5] и даны рекомендации наиболее рационального использования способов: регулирование фазовое (РФ — рис. 1, а) — для регулирования переменного напряжения и генерирования реактивной мощности [2, 5 и 9]; регулирование импульса (РИ — рис. 1, б), применяемое для регулирования переменного напряжения; регулирование паузы (РП — рис. 1, в) — для регулирования выпрямленного напряжения.

Исследованию параметров электрической энергии РО переменного напряжения при активно-индуктивной нагрузке с ШИР посвящен ряд работ [1, 3, 4, 6 и 9]. Тем не менее, многие вопросы этой проблемы освещены лишь частично либо не освещены вообще. В то же время характеристики входного тока, который определяет взаимодействие РО с питающей сетью и другими потребителями, имеют важное значение, особенно в системах большой мощности.

В статье изложен сравнительный анализ характеристик тока сети однофазных двухключевых РО с искусственной коммутацией при ШИР с кратностью частоты коммутации $K = 2$, что является новым по исследованию входного тока. При $K \neq 2$ аналогичные характеристики рассмотрены в [1 и 8].

Анализ электромагнитных процессов и особенностей работы РО, проведенный при общепринятых для вентильных схем допущениях (идеальный случай) [3 и 8], показал, что весь процесс регулирования при способах ШИР (рис. 1) представлен тремя интервалами, в течение которых нагрузка или подключена к питающей сети, обеспечивая зоны рекуперации энергии в сеть и потребления, или замкнута накоротко, создавая паузу в потреблении энергии. В установившемся режиме работы эти интервалы периодически повторяются.

Установлено [8 и 9], что при ШИР с $K = 2$ (рис. 1) мгновенные значения токов нагрузки i_n и его составляющих — тока сети i_c и тока i_3 , протекающего в коротко-

замкнутом контуре нагрузки, описываются выражениями:

$$i_n(\alpha) = i_c(\alpha) + i_3(\alpha); \quad (1)$$

$$i_c(\alpha) = \frac{k_2}{k_1^2 + 1} (k_1 \sin \alpha - \cos \alpha + \delta e^{-k_1 \alpha}); \quad (2)$$

$$i_3(\alpha) = \frac{k_2 e^{-k_1 \alpha}}{k_1^2 + 1} [\delta + (k_1 \sin \alpha_k - \cos \alpha_k) e^{k_1 \alpha_k}] = \frac{k_2 e^{-k_1 \alpha}}{k_1^2 + 1} \lambda. \quad (3)$$

Коэффициенты k_1 , k_2 , δ и λ , учитывающие параметры нагрузки, начальные условия припасовывания и диапазон изменения узлов α и α_k в уравнении (2), приведены в табл. 1.

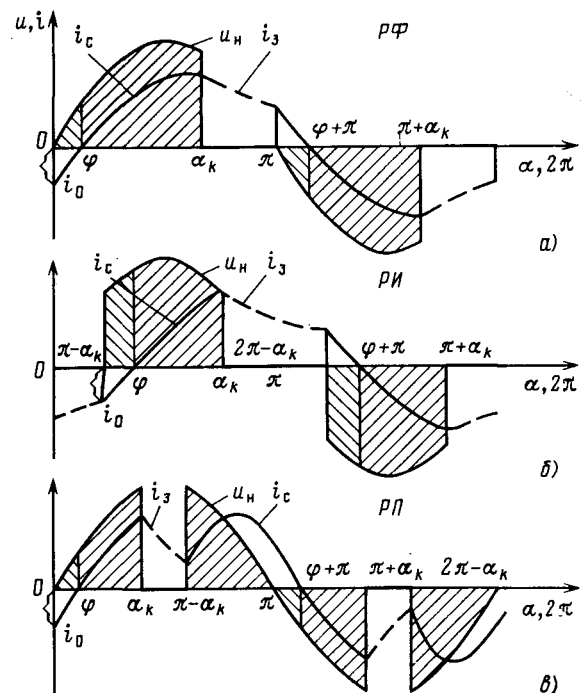


Рис. 1. Различные способы ШИР: а — регулирование фазовое (РФ) по углу выключения; б — регулирование импульса (РИ) напряжения; в — регулирование паузы (РП) симметричного $\alpha = \pi m/2$, где $m = 1, 2, 3$

Таблица 1

Способ ШИР и значения угла	Начальные условия	Коэффициенты
		$k_1 = \frac{R_H}{\omega L_H} = \operatorname{ctg} \varphi_H, \quad k_2 = \frac{V_m}{\omega L_H}$
РФ (рис. 1, а) $0 \leq \alpha \leq \pi,$ $0 \leq \alpha_K \leq \pi,$ $\alpha_K^* = \alpha_K / \pi$	$\alpha = 0$ $i_c(0) = i_0$	$\delta = 1 + \frac{1}{1 - e^{-2k_1\pi}} \left[\cos \alpha_K (e^{-k_1(\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)}) + e^{-2k_1\pi} - e^{-k_1\pi} + k_1 \sin \alpha_K \times \right. \\ \left. \times (e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi - \alpha_K)}) \right] \quad (4)$
РИ (рис. 1, б) $0 \leq \alpha \leq \pi,$ $\frac{\pi}{2} \leq \alpha_K \leq \pi,$ $\alpha_K^* = \left \frac{\alpha_K}{\pi/2} - 1 \right $	$\alpha = \pi - \alpha_K,$ $i_c(\pi - \alpha_K) = i_0$	$\delta = \frac{1}{1 - e^{-2k_1\pi}} \left[\cos \alpha_K (e^{-k_1(\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)}) + e^{-k_1\alpha_K} - e^{-k_1(\pi + \alpha_K)} + k_1 \sin \alpha_K \times \right. \\ \left. \times (e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi + \alpha_K)} + e^{-k_1\alpha_K}) \right] - (k_1 \sin \alpha_K + \cos \alpha_K) \times \\ \times e^{k_1(\pi - \alpha_K)} \quad (5)$
РП (рис. 1, в) $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2},$ $0 \leq \alpha_K \leq \frac{\pi}{2},$ $\alpha_K^* = \frac{\alpha_K}{\pi/2}$	$\alpha = 0,$ $i_c(0) = i_0$	$\delta = 1 + \frac{1}{1 - e^{-2k_1\pi}} \left[(e^{-k_1(\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi + \alpha_K)} + e^{-k_1\alpha_K}) \cos \alpha_K + \right. \\ \left. + e^{-2k_1\pi} - 1 + k_1 \sin \alpha_K (e^{-k_1(2\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1(\pi + \alpha_K)} + e^{-k_1\alpha_K}) \right] \quad (6)$

Неизвестный угол φ , характеризующий момент перехода тока через естественный нуль (рис. 1), находится из решения трансцендентного уравнения (2) на ЭВМ при равенстве его левой части нулю. Расчет электромагнитных процессов и необходимых характеристик можно выполнить численным интегрированием дифференциальных уравнений (2) и (3) соответственно в пределах:

- при РФ (рис. 1, а): $0 \leq \alpha \leq \pi, \alpha_K \leq \alpha \leq \pi$;
- при РИ (рис. 1, б): $0 \leq \alpha \leq \pi, \alpha_K \leq \alpha \leq 2\pi - \alpha_K$;
- при РП (рис. 1, в): $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2, \alpha_K \leq \alpha \leq \pi - \alpha_K$.

Степень несинусоидальности токов и характер взаимодействия РО с питающей сетью принято оценивать спектральным составом, параметры которого находятся при разложении кривых токов сети в ряд Фурье и ха-

рактеризуются фазой и амплитудой. В общем виде действующие значения токов сети находятся путем интегрирования уравнения (2):

$$I_c = \frac{k_2}{k_1^2 + 1} \left[k_1^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_K} \sin^2 \alpha + \int_{\alpha_1}^{\alpha_K} \cos^2 \alpha - k_1 \int_{\alpha_1}^{\alpha_K} \sin 2\alpha + \right.$$

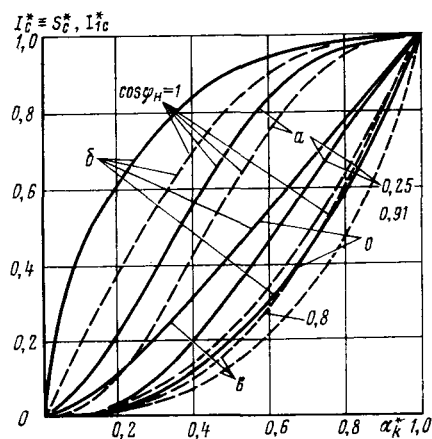


Рис. 2. Регулировочные характеристики тока сети (в отн. ед.):
— — действующие значения $I_c^* = f(\alpha_K^*)$; — — — амплитуды основных гармоник тока сети $I_{1c}^* = f(\alpha_K^*)$ для $\cos \varphi_H$, при котором эти функции имеют экстремальные значения

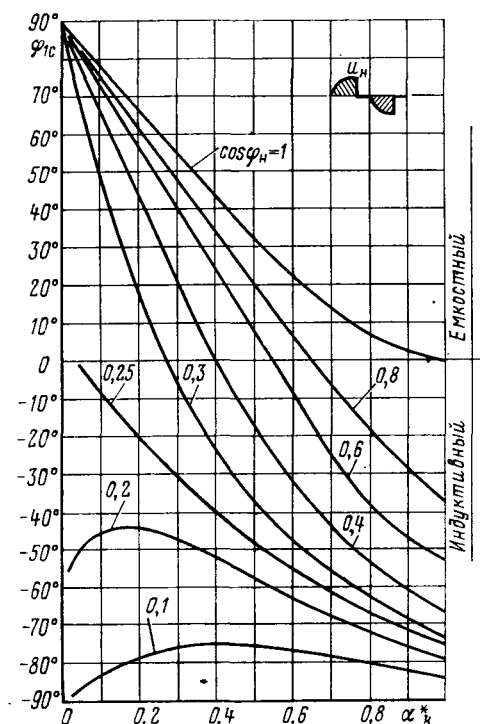


Рис. 3. Зависимости угла сдвига основной гармоники тока сети от угла коммутации α_K^* и $\cos \varphi_H$ при фазовом регулировании по углу выключения

Таблица 2

Способ ШИР	Коэффициенты гармонического ряда и действующие значения тока сети
РФ (рис. 1, а)	$a_{2n-1} = \frac{k_2}{\pi (k_1^2 + 1)} \left\{ k_1 \left[\frac{1 - \cos 2n\alpha_K}{2n} + \frac{1 - \cos (1-n) 2\alpha_K}{2(1-n)} \right] - \frac{\sin 2n\alpha_K}{2n} - \frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{2(1-n)} + \right. \\ \left. + \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} [(2n-1) \sin (2n-1) \alpha_K - k_1 \cos (2n-1) \alpha_K] e^{-k_1 \alpha_K} - k_1 \right\}; \quad (8)$
	$b_{2n-1} = \frac{k_2}{\pi (k_1^2 + 1)} \left\{ k_1 \left[\frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{2(1-n)} - \frac{\sin 2n\alpha_K}{2n} \right] - \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} [k_1 \sin (2n-1) \alpha_K + (2n-1) \times \right. \\ \left. \times \cos (2n-1) \alpha_K] e^{-k_1 \alpha_K} - 2n + 1 \right\}; \quad (9)$
	$I_c = \frac{k_2}{(k_1^2 + 1) \sqrt{2\pi}} \left[(k_1^2 + 1) \alpha_K + (1 - k_1^2) \frac{\sin 2\alpha_K}{2} - 2k_1 \sin^2 \alpha_K - 4\delta \sin \alpha_K e^{-k_1 \alpha_K} + \right. \\ \left. + \frac{\delta^2}{k_1} (1 - e^{-2k_1 \alpha_K}) \right]^{1/2} \quad (10)$
РИ (рис. 1, б)	$a_{2n-1} = \frac{k_2}{(k_1^2 + 1) \pi} \left\{ \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} [(2n-1) \sin (2n-1) \alpha_K (e^{-k_1 (\pi - \alpha_K)} - e^{-k_1 \alpha_K}) - k_1 \cos (2n-1) \alpha_K \times \right. \\ \left. \times (e^{-k_1 (\pi - \alpha_K)} + e^{-k_1 \alpha_K})] - \frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{1-n} - \frac{\sin 2n\alpha_K}{n} \right\}; \quad (11)$
	$b_{2n-1} = \frac{k_1}{\pi (k_1^2 + 1)} \left\{ k_1 \left[\frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{1-n} - \frac{\sin 2n\alpha_K}{n} \right] + \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} [k_1 \sin (2n-1) \alpha_K (e^{-k_1 (\pi - \alpha_K)} - \right. \\ \left. - e^{-k_1 \alpha_K}) - (2n-1) \cos (2n-1) \alpha_K (e^{-k_1 (\pi - \alpha_K)} + e^{-k_1 \alpha_K})] \right\}; \quad (12)$
	$I_c = \frac{k_2}{(k_1^2 + 1) \sqrt{2\pi}} \left[(k_1^2 + 1) (2\alpha_K - \pi) + (1 - k_1^2) \sin 2\alpha_K - 4\delta \sin \alpha_K (e^{-k_1 \alpha_K} - e^{-k_1 (\pi - \alpha_K)}) + \right. \\ \left. + \frac{\delta^2}{k_1} (e^{-2k_1 (\pi - \alpha_K)} - e^{-2k_1 \alpha_K}) \right]^{1/2} \quad (13)$
РП (рис. 1, в)	$a_{2n-1} = \frac{k_2}{\pi (k_1^2 + 1)} \left\{ \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} (2n-1) \sin (2n-1) \alpha_K (e^{-k_1 \alpha_K} - e^{k_1 \alpha_K}) + k_1 \cos (2n-1) \alpha_K (e^{k_1 \alpha_K} - \right. \\ \left. - e^{-k_1 \alpha_K}) - \frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{1-n} - \frac{\sin 2n\alpha_K}{n} \right\}; \quad (14)$
	$b_{2n-1} = \frac{k_2}{\pi (k_1^2 + 1)} \left\{ k_1 \left[\frac{\sin (1-n) 2\alpha_K}{1-n} - \frac{\sin 2n\alpha_K}{n} \right] - \frac{2\delta}{k_1^2 + (2n-1)^2} [k_1 \sin (2n-1) \alpha_K (e^{k_1 \alpha_K} + \right. \\ \left. + e^{-k_1 \alpha_K}) - (2n-1) \cos (2n-1) \alpha_K (e^{k_1 \alpha_K} - e^{-k_1 \alpha_K})] \right\}; \quad (15)$
	$I_c = \frac{k_2}{(k_1^2 + 1) \sqrt{2\pi}} \left[(k_1^2 + 1) 2\alpha_K + (1 - k_1^2) \sin 2\alpha_K - 4\delta \sin \alpha_K (e^{-k_1 \alpha_K} + e^{k_1 \alpha_K}) + \right. \\ \left. + \frac{\delta^2}{k_1} (e^{2k_1 \alpha_K} - e^{-2k_1 \alpha_K}) \right]^{1/2} \quad (16)$

$$+ 2\delta \int_{\alpha_1}^{\alpha_K} (k_1 \sin \alpha - \cos \alpha) e^{-k_1 \alpha} + \delta^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_K} e^{-2k_1 \alpha} \Big] d\alpha. \quad (7)$$

Нижним пределом интегрирования в соответствии с рис. 1 следует принимать: для РФ — $\alpha_1 = 0$, РИ — $\alpha_1 = \pi - \alpha_K$, РП — $\alpha_1 = -\alpha_K$.

Аналитические уравнения коэффициентов Фурье и действующих значений токов сети для ШИР по рис. 1, полученные на основании (2), приведены в табл. 2.

Из уравнений (8) — (16) видно, что индуктивность нагрузки оказывает сильное влияние на ток сети, его гармонический состав. Последний для рассматриваемых

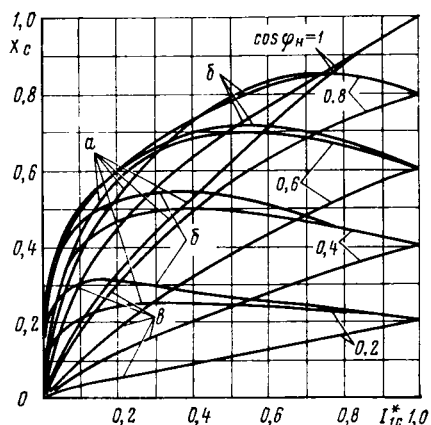


Рис. 4. Зависимости коэффициента сдвига основной гармоники тока сети от амплитуды

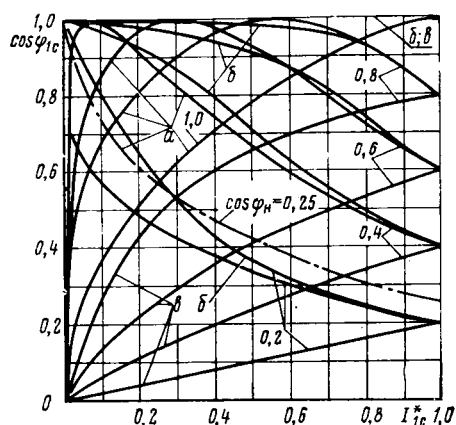


Рис. 5. Зависимости коэффициента мощности от амплитуды основной гармоники тока сети

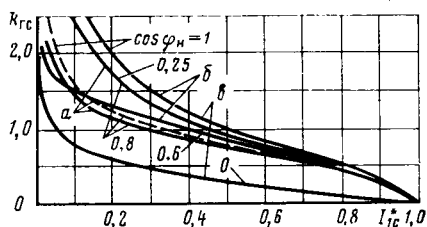


Рис. 6. Графики изменения коэффициента гармоник тока сети от амплитуды основной гармоники тока сети для $\cos \varphi_n$, при которых $k_{г.с}$ имеет экстремальные значения

способов ШИР содержит только нечетные гармоники. Раскрывая неопределенность в формулах (8), (9), (11), (12), (14), (15), получим коэффициенты Фурье для первой гармоники тока.

На рис. 2 построены зависимости $I_c^* = f(\alpha_k^*, \cos \varphi_n)$ и $I_{1c}^* = f(\alpha_k^*, \cos \varphi_n)$. Их анализ показывает, что амплитуды основных гармоник с уменьшением значения $\cos \varphi_n$ уменьшаются, достигая минимального значения в РО с регулированием фазы при $\cos \varphi_n = 0,25$, с регулированием паузы при $\cos \varphi_n = 0,91$, а в РО с регулированием импульса при $\cos \varphi_n = 0$ (рис. 2). Различное влияние $\cos \varphi_n$ на амплитуду I_{1c}^* прежде всего связано с разным влиянием угла α_k^* на характеристику $\varphi = f(\cos \varphi_n)$. Поэтому на интервалах, где характерис-

тики $\varphi = f(\alpha_k^*, \cos \varphi_n)$ нелинейны, I_{1c}^* изменяется сильно, а где линейны или близки к ним — незначительно. Другой причиной появления экстремальных значений $I_{1c}^* = f(\cos \varphi_n)$ является уменьшение доли тока, отвечающего в нулевой ключ, которая при определенных значениях $\cos \varphi_n$ и α_k^* может быть равна нулю.

Фазы основных гармоник тока сети при $\cos \varphi_n = \text{var}$ с увеличением глубины регулирования изменяются нелинейно от максимальных при $\alpha_k^* = 0$ углов: $\varphi_{1c}(0) = -\pi/2$ для РП, $\varphi_{1c}(0) = 0$ для РИ и $\varphi_{1c}(0) = \pi/2$ для РФ до угла $\varphi_{1c} = \varphi_n$ при $\alpha_k^* = 1$. Если при $\varphi_n < 1$ для РИ и РП угол сдвига основной гармоники относительно напряжения сети всегда отстающий, то при РФ он может быть как опережающим, так и отстающим (рис. 3).

Индуктивность нагрузки в зависимости от способа ШИР оказывает различное фильтрующее действие на гармоники. С ростом реактивного сопротивления нагрузки при РП они фильтруются во всем диапазоне изменения угла α_k^* , отличаясь при $\cos \varphi_n = 1$ и $\cos \varphi_n = 0$ в $1/n$ раз. При РФ и РИ, фильтруясь в диапазоне малых углов α_k^* , максимумы гармоник смещаются в сторону $\alpha_k^* = 0,65-0,95$, приближаясь к предельному углу с увеличением номера гармоники. Необходимо отметить, что в указанном диапазоне α_k^* амплитуды гармоник при РФ возрастают: третьей в 1,2 раза, пятой в 1,7 раза, седьмой в 1,78 раза и т. д., достигая максимального значения при $\cos \varphi_n = 0,25$. Фазы высших гармоник сложным образом взаимосвязаны с α_k^* и $\cos \varphi_n$, особенно при фазовом регулировании.

Регулировочные характеристики $I_c^* = f(\alpha_k^*)$ ограничены сверху кривыми при $\cos \varphi_n = 1$ (рис. 2), а снизу — для РФ при $\cos \varphi_n = 0,25$, для РП при $\cos \varphi_n = 0,8$ и для РИ при $\cos \varphi_n = 0$. Из анализа этих характеристик для фиксированных значений α_k^* и $\cos \varphi_n$ следует, что эффективные значения тока сети при $\cos \varphi_n = 1$ снижаются в среднем в 2 раза; с увеличением реактивного сопротивления нагрузки характеристики становятся более линейными.

Основными показателями, характеризующими эффективность потребления электрической энергии, являются коэффициент гармоник $k_{г.с}$ и коэффициент мощности χ_c , определяемые с учетом (8) — (16) по выражениям

$$\chi_c = v_c \cos \varphi_{1c} = \frac{I_{1c}}{\sqrt{2} I_c} \frac{b_{1c}}{I_{1c}} = \frac{b_{1c}}{\sqrt{2} I_c}; \quad (17)$$

$$k_{г.с} = \frac{\sqrt{2I_c^2 - I_{1c}^2}}{I_{1c}} = \sqrt{\frac{1}{v_c^2} - 1}, \quad (18)$$

где v_c , $\cos \varphi_{1c}$ — коэффициент искажения и коэффициент сдвига основной гармоники тока сети.

На рис. 4—6 приведены зависимости $\cos \varphi_{1c} = f(I_{1c}^*, \cos \varphi_n)$, $\chi_c = f(I_{1c}^*, \cos \varphi_n)$.

По мере возрастания реактивной составляющей нагрузки ток сети искажается, изменяется его гармонический состав и происходит перераспределение активной и реактивной мощностей. В связи с этим при симметричном (относительно $\alpha = \pi/2$) регулировании напряжения (РИ и РП, рис. 1, б, в) коэффициент v_c увеличивается и, наоборот, снижается при РФ, достигая минимального значения при $\cos \varphi_n = 0,25$. Однако возрастание

v_c в диапазоне $0 \leq \alpha_k^* \leq 1$ происходит при $РИ$ только до $\cos \varphi_n \geq 0,6$, а при значениях $\cos \varphi_n < 0,6$ он снижается. Объясняется это еще заметным влиянием $\cos \varphi_n$ на действующее значение тока сети и незначительным на амплитуду его первой гармоники. Вследствие этого характеристики $v_c = f(I_{1c}^*)$ для $РИ$ при $\cos \varphi_n = 0$ и $\cos \varphi_n = 1$ совпадают.

Коэффициент сдвига $\cos \varphi_{1c}$ двухключевых РО изменяется монотонно от своих предельных значений: при $РИ$ от $\cos \varphi_{1c} = 1$, а при $РП$ и $РФ$ от $\cos \varphi_{1c} = 0$ до $\cos \varphi_{1c} = \cos \varphi_n$. Важно отметить, что при $РФ$ с $\cos \varphi_n \geq 0,25$ характеристики $\cos \varphi_{1c} = \varphi(I_{1c}^*)$ (рис. 4) имеют экстремальные значения, равные 1, а в остальных случаях $\cos \varphi_{1c} < 1$.

Следовательно, при $\cos \varphi_n > 0,25$ и $\alpha_k^* = \text{var}$ экстремальные точки будут перемещаться вдоль оси $\cos \varphi_{1c} = 1$, при этом на восходящей (левой) части кривых коэффициент сдвига всегда будет опережающим, на ниспадающей — отстающим, т. е. дополнительная реактивная мощность либо генерируется, либо потребляется из сети. Повышение $\cos \varphi_{1c}$ при промежуточных углах регулирования обусловлено тем, что потребляемая из сети мощность сдвига больше активной.

Коэффициент мощности РО с комбинированной коммутацией (КК) при активно-индуктивной нагрузке значительно выше, чем при активной нагрузке. Особенно это заметно при малой глубине регулирования (рис. 5). Исключение здесь составляют РО с $РП$, у которых κ_c изменяется пропорционально глубине регулирования почти по линейному закону, что обусловлено минимальным влиянием $\cos \varphi_n$ на амплитуду и фазу основной гармоники.

Коэффициент гармоник $k_{г.с}$ находится в обратной зависимости от коэффициента искажений. При активной нагрузке максимальный коэффициент гармоник обеспечивают РО с $РП$ и $РИ$, а наименьший — с фазовым регулированием (пунктир на рис. 6).

С увеличением реактивного сопротивления $k_{г.с}$ улучшается и будет минимальным: для $РП$ при $\cos \varphi_n = 0$, для $РФ$ при $\cos \varphi_n = 0,8$ и для $РИ$ при $\cos \varphi_n = 0,6$. При значениях $\cos \varphi_n$, меньших указанных, коэффициент гармоник ухудшается, что связано с возрастанием амплитуд высших гармоник.

В результате исследований установлено:

при активно-индуктивной нагрузке существуют значения реактивного сопротивления $\cos \varphi_n = 0,91$ для $РП$ и $\cos \varphi_n = 0,25$ для $РФ$, при которых амплитуды основных гармоник минимальны;

максимальный уровень высших гармоник при $РФ$ соответствует значению $\cos \varphi_n = 0,25$;

при ШИР, не дающих дополнительного сдвига между основной гармоникой тока и напряжением сети, фаза основной гармоники всегда имеет знак, соответствующий характеру нагрузки;

индуктивность в цепи нагрузки улучшает гармонический состав особенно при ШИР, не дающих дополнительного сдвига гармоник;

двухключевые РО с регулированием импульса обеспечивают при активно-индуктивной нагрузке более высокие, чем при фазовом регулировании по углу выключения, энергетические и эксплуатационные показатели, а с регулированием паузы — минимальные.

Проведенные исследования позволяют заключить, что по всем показателям регулирование импульса $РИ$

(рис. 1, б) выгоднее применять для регулирования переменного напряжения, способ $РП$ (рис. 1, в) — для регулирования выпрямленного напряжения, способ совместного $РИ$ и $РП$ — в РО с вольтодобавочными трансформаторами, способ $РФ$ по углу выключения — в источник активной мощности и в системах, не критичных к сдвигу фазы основной гармоники тока.

Рассмотренные здесь способы ШИР переменного напряжения могут быть реализованы в РО на транзисторных или тиристорных ключах мостового или биполярного типов.

Обладая существенной простотой силовой цепи и схемы управления, РО с принудительной коммутацией ключей мостового типа [6 и 7] не имеют ограничений ни на диапазон регулирования, ни на способ ШИР, ни на характер нагрузки. Тем не менее, большие потери в многоэлементном ключе и в узле коммутации, низкая коммутационная устойчивость вследствие запирающих тиристоров под действием прямого падения напряжения на венти́ле (диоде) ограничивают возможность таких регуляторов переменного напряжения (РПН). Известны также РО на встречно-параллельных ключах — биполярного типа [2], имеющие к. п. д. выше, чем у РО мостового типа. Однако такие РО имеют ограниченный диапазон регулирования. Более того, обязательным условием их устойчивой работы является прерывность тока, протекающего через нулевой ключ. К началу формирования кривой выходного напряжения следующего полупериода этот ток должен достичь нуля [3]. В противном случае алгоритм формирования кривой выходного напряжения нарушается и РПН становится неработоспособным.

Указанные недостатки исключаются при использовании алгоритма регулирования, основанном на комбинированной (принудительно-естественной) коммутации (КК) тока [9]. Его сущность состоит в том, что в течение каждого полупериода осуществляется как принудительный перевод тока из цепи в цепь, так и естественный за счет его спадания до нуля. Здесь момент спадания тока до нуля будет в основном определяться не параметрами нагрузки, а моментом повторного замыкания регулирующего ключа, который при рассматриваемых способах ШИР однозначно связан с углом коммутации. В этом случае при любом законе ШИР в нагрузке прикладывается симметричное в оба полупериода напряжение, представляющее собой сумму напряжений двух зон — зоны рекуперации и зоны потребления (на рис. 1, а заштрихованы). Поскольку в интервалах обеих зон нагрузка подключена к питающей сети и происходит свободная циркуляция электрической энергии, то изменение $\cos \varphi_n$ вызовет лишь изменение относительной продолжительности этих зон.

Для реализации РО с биполярными тиристорными ключами, прежде всего необходимо решить задачи, возникающие при построении узлов коммутации [7]. Основными среди них являются: стабилизация напряжения заряда коммутирующих конденсаторов, исключение накопления энергии, возможность коммутации в любой момент времени, непрерывность цепи тока, малые потери, простота и высокая надежность.

Поставленной задаче соответствуют РО с КК, выполненные на базе тиристорного трехполосника (на рис. 7 показан пунктиром), которые исключают ограничения по диапазону регулирования [9]. В трехполос-

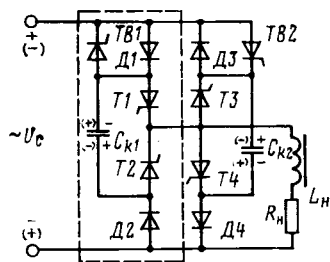


Рис. 7. Схема тиристорного регулирующего органа с комбинированной коммутацией тока

нике каждый цикл перезаряда конденсатора является рабочим и последний всегда имеет полярность, необходимую для очередной коммутации. При этом силовые тиристоры одновременно выполняют функции коммутирующих. Отсекающие вентили поддерживают на обкладках конденсатора стабильный уровень напряжения при колебаниях и смене полярности напряжения сети. Накопление энергии исключается, так как после перезаряда конденсатора до мгновенного значения напряжения сети по контуру сеть — $D1 - C_{к1} - T2 - L_n R_n$ — сеть открывается диод $D2$ и цепь $T2 - D2$ шунтирует нагрузку. Не менее важным достоинством этого узла коммутации является автоматический дозаряд конденсатора, происходящий на интервале рекуперации через открытые диоды $D1$ и $D2$. Иногда при малоиндуктивной нагрузке для компенсации коммутационных потерь и повышения надежности работы необходимо производить дозаряд конденсатора вспомогательным тиристором ТВ в любой момент на интервале $\varphi + \pi \leq \alpha < 3\pi/2$.

Всевозможные комбинации базового трехполюсника позволяют создавать РО с регулированием части или полного потока энергии. Так соединением двух трехполюсников образована схема РПН с КК (рис. 7), ко-

торый по своим регулировочным возможностям близок к РО на полностью управляемых ключах.

В целом приведенные в статье сведения позволяют определить, какие фильтрующие устройства необходимо установить. Приведенные зависимости могут быть использованы при проектировании РО с активно-индуктивной нагрузкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев В. В. Определение токов в ветвях широтно-импульсного регулятора переменного напряжения. — Техническая электродинамика, 1982, № 6.
2. Фотиев М. М., Силантьева А. В. Тиристорный блок переменного напряжения с опережающим коэффициентом мощности. — Электротехника, 1972, № 11.
3. Лабунцов В. А., Николов Н. М. Характеристики тиристорных регуляторов переменного напряжения с принудительной коммутацией. — ЭП. Преобразовательная техника, 1978, вып. 1 (82).
4. Жарский Б. К., Голубев В. В. Импульсные способы регулирования переменного напряжения. — Киев, изд. ИЭД АН УССР, 1975.
5. Липковский К. А. О регулировании переменного напряжения полупроводниковыми и электромагнитными элементами. — В кн.: Проблемы технической электродинамики, вып. 45. — Киев: Наукова думка, 1974.
6. Revankar G. N., Trasi D. S. Symmetrically pulse width modulated a. c. chopper. — IEEE Trans. Electron. and Contr. Instrum., 1977, vol. 24, № 1, p. 39—45.
7. Карташов Р. П. Особенности тиристорных регуляторов переменного напряжения с искусственной коммутацией. — В кн.: Современные задачи преобразовательной техники. Ч. 4. — Киев, изд. ИЭД АН УССР, 1975.
8. Обрусник В. П., Шадрин Г. А. Характеристики комбинированного способа широтно-импульсного регулирования переменного напряжения. — Техническая электродинамика, 1983, № 2.
9. Шадрин Г. А. Разработка и исследование регулирующих органов переменного тока с комбинированной коммутацией: Авторсф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. — Киев, 1981.

[11.03.84]

УДК 621.319.42:621.317.79.001.24

Расчет выходной емкости трехэлектродного преобразователя

СТРУНСКИЙ М. Г., ГОРБОВ М. М.

Трехэлектродные симметричные емкостные преобразователи получили широкое распространение при измерениях различных неэлектрических величин и метрологических исследованиях [1—5]. Для контроля поперечных размеров электропроводящих цилиндрических изделий преимущественно используются преобразователи, с помощью которых измеряется частичная или полная емкость [6]. Такие преобразователи измеряют приращение емкости, вызванное помещением контролируемого изделия между рабочими электродами. В преобразователях, измеряющих частичную емкость (рис. 1, а), сопротивление между контролируемым изделием и экраном теоретически должно быть равно нулю (режим короткого замыкания); в случае измерения полной емкости (рис. 1, б) это сопротивление должно быть бесконечно большим (режим холостого хода). Однако эти идеальные режимы практически не реализуются: в первом случае из-за сложности закорачивания контро-

лируемого проводника на экран, а во втором в связи с неизбежным возникновением электроемкостной связи между проводником и экраном.

С целью выявления наиболее существенных электрических связей и особенностей работы измерительной установки рассмотрим схему устройства, широко применяемого при массовом контроле диаметра микропроволок (рис. 1, в). Измерение выходной емкости преобразователя $C_{12в}$ производится в процессе перемотки микропроволоки с одной диэлектрической катушки на другую; расстояние между приемно-передающими катушками около 1 м. Выходные емкости преобразователя имеют значения от фемтофард до долей пикофард [6] и измеряются трансформаторными мостами на сравнительно низких частотах (от единиц до 10 кГц); длина волны питающего напряжения тогда примерно в 10^5 раз (при $f = 3$ кГц $\lambda = c/f = 10^5$ м) превышает расстояние между катушками, поэтому последовательно соединенные

сопротивление контролируемого проводника R , его индуктивность L и емкость C между контролируемым проводником и экраном можно считать сосредоточенными. Погонное сопротивление большинства серийно выпускаемых микропроводов не превышает 1 кОм/м, причем витки микропровода закорачиваются между собой. Индуктивное сопротивление проводника диаметром $2r = 10$ мкм и длиной $l_1 = 1$ м на частоте 3 кГц составляет

$$X_L = \omega L = f \mu_0 l_1 \left(\ln \frac{2l_1}{r} - \frac{3}{4} \right) = 0,046 \text{ Ом},$$

т. е. пренебрежимо мало по сравнению с его активным сопротивлением R , которое, в свою очередь, не менее чем на пять порядков меньше соединенного с ним последовательно сопротивления преобразователя

$(X_{C_{12в}} = \frac{1}{\omega C_{12в}} > \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-13}} \approx 10^8 \text{ Ом})$; поэтому поверхность контролируемого проводника по всей длине является практически эквипотенциальной. Отсюда следует также, что сопротивлением проводника по сравнению с выходным сопротивлением преобразователя можно пренебречь¹, так как даже при коротком замыкании контролируемого проводника на экран падение напря-

жения на проводнике будет не менее чем на пять порядков меньше, чем на сопротивлении преобразователя (см. рис. 1, а).

Показанные на рис. 1, в емкости C_{14} между высокопотенциальным электродом 1 и экраном 4, а также C_{24} между низкопотенциальным электродом 2 и экраном 4 имеют сравнительно большие значения, составляющие десятки пикофард, однако эти емкости не оказывают практического влияния на результаты измерений. Действительно, первая из них шунтирует низкоомную обмотку трансформатора 9, а вторая — индикатор 10, приводя в конечном счете лишь к необходимости повышения чувствительности индикатора.

Существенную роль в работе преобразователя и соответственно всей установки играет электроемкостная связь между контролируемым проводником 3 и экранными 4 (а также защитными 5) электродами, которая в основном создается между поверхностями элементов технологического оборудования (например, 6 и 7). Характеризующая эту связь емкость C , как уже упоминалось, является сосредоточенной и (в зависимости от конструктивного исполнения установки) имеет значения от единиц до сотен пикофард.

В случае применения преобразователей, измеряющих полную емкость, емкость C является паразитной и обуславливает уменьшение сопротивления между контролируемым проводником и экраном. Что касается преобразователей, в которых измеряется частичная емкость, то емкость C оказывается полезной, так как ее влияние приводит к уменьшению разности потенциалов между контролируемым проводником и экраном, иначе говоря, емкость C может быть использована в качестве элемента цепи, по которой осуществляется замыкание контролируемого проводника на экран²; решающее значение тогда приобретает обоснованный выбор значения емкости C , начиная с которого будет обеспечена минимальная погрешность преобразования.

Учитывая, что номинальные статические характеристики преобразования для преобразователей, основанных соответственно на измерении частичной или полной емкости, определяются при условиях короткого замыкания или холостого хода, точность преобразования преобразователей будет в значительной мере определяться значением сосредоточенной емкости C , количественно характеризующей электроемкостную связь. Поэтому для оценки погрешностей преобразования и выбора наилучших условий контроля необходимо аналитически определить выходную емкость преобразователя при произвольной электроемкостной связи между контролируемым проводником и экраном. Частичная и полная емкости в преобразователе тогда будут определяться как предельные случаи при $C = \infty$ и $C = 0$ соответственно.

Расчет частичных емкостей в емкостных преобразователях довольно подробно рассмотрен в [7 и 8]. Что касается расчета полной емкости, то известна лишь работа [9], в которой получена приближенная формула (без оценки ее погрешности) для емкости преобразователя в виде плоского конденсатора, между обкладками которого находится диэлектрический образец малых

¹ Весьма малая погрешность от влияния электрических и магнитных параметров контролируемых материалов является большим достоинством электроемкостных методов по сравнению с другими электромагнитными методами контроля.

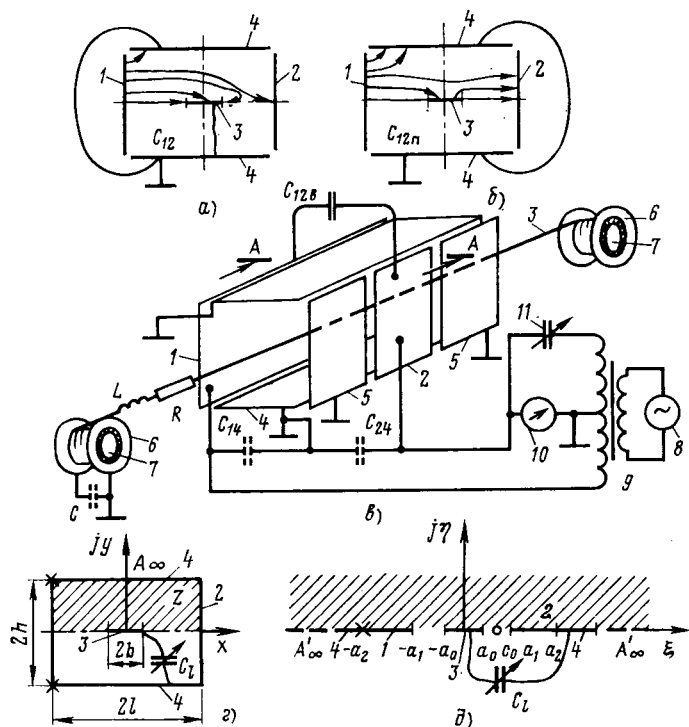


Рис. 1. Трехэлектродный емкостный преобразователь:

а — идеальный режим измерения частичной емкости; б — идеальный режим измерения полной емкости; в — схема измерительной установки; г — расчетная модель (X — изолированные стыки электродов); д — система электродов в отображенной плоскости; 1, 2 — рабочие электроды (1 — высокопотенциальный, 2 — низкопотенциальный); 3 — контролируемый проводник; 4 — экранные электроды; 5 — защитные (охранные) электроды; 6 — передающая и приемная катушки, изготовленные из диэлектрического материала; 7 — заземленные оси; 8 — генератор; 9 — трансформатор; 10 — индикатор; 11 — конденсатор переменной емкости

² Предпринимавшиеся в ряде случаев попытки обеспечить режим короткого замыкания между контролируемым изделием и экраном с помощью различных электромеханических устройств из-за многих эксплуатационных недостатков успехом не увенчались [1].

размеров, имеющий сечение эллиптической формы³.

В настоящей статье дан расчет выходной емкости $C_{12в}$, измеряемой между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами трехэлектродного преобразователя для общего случая произвольной электроемкостной связи между контролируемым проводником и экраном⁴.

Для определенности и простоты в качестве контролируемого проводника рассматривается тонкая пластина, хотя с помощью данных [8] полученные результаты легко распространяются и на случаи проводников более сложной формы сечения (на случай, эллиптической, прямоугольной и т. п.). Поскольку при измерениях потенциал низкопотенциального электрода 2 равен потенциалу экранированных 4 и защитных 5 электродов (рис. 1, в), поле в рассматриваемой системе является практически плоскопараллельным.

Введем плоскопараллельную (по сечению $A-A$) расчетную модель трехэлектродного преобразователя, изображенную на рис. 1, г, на котором $C_l = C/l_0$, где l_0 — длина электродов в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа. В результате конформного отображения поля в плоскости z на поле в плоскости ξ [7] получим систему, показанную на рис. 1, д. Влияние сосредоточенной емкости C_l в данной системе будет сказываться на величине суммарного заряда контролируемого проводника τ_3 и на разности потенциалов ΔU_{32} между этим проводником и низкопотенциальным (или — что то же — защитным) электродом.

При $C_l = \infty$ выражения для напряженности поля системы, зарядов высокопотенциального и низкопотенциального электродов, а также разности потенциалов между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами имеют тот же вид, что и в [7], отличаясь лишь выражением параметра $c_{0в}$ — координаты особенной точки второго рода. Поэтому формула для определения емкости $C_{12в}$, измеряемой между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами, имеет вид [7]:

$$C_{12в} = \varepsilon \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 + \frac{a_0}{a_1}} \sqrt{\frac{1 - \frac{a_0}{a_2} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_2} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}}{1 + \frac{a_0}{a_2} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_2} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}}}} \times$$

$$\times \left[\left(1 - \frac{a_0}{a_1}\right) \Pi(\varphi, n, k) - \left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right) \frac{1 - \frac{a_0}{c_{0в}}}{1 + \frac{a_0}{c_{0в}}} F(\varphi, k) \right], \quad (1)$$

³ Как известно, при $\varepsilon \rightarrow \infty$ диэлектрик может рассматриваться как проводник.

⁴ Качественная сторона вопроса о влиянии электроемкостной связи на емкость первичного преобразователя рассматривалась также в [10].

где $F(\varphi, k)$, $\Pi(\varphi, n, k)$ — неполные эллиптические интегралы первого и третьего рода, модуль, аргумент и параметр которых указаны в табл. 1;

$$\frac{a_0}{a_1} = \operatorname{sn}\left(K_0, \frac{b}{l}, k_0\right); \quad \frac{a_1}{a_2} = k_0, \quad (2)$$

причем модуль k_0 эллиптического синуса $\operatorname{sn}(u, k_0)$ определяется из соотношения $\frac{h}{l} = \frac{K'_0}{K_0}$, в котором K_0 и K'_0 — полные эллиптические интегралы первого рода с модулями k_0 и $k'_0 = \sqrt{1 - k_0^2}$ соответственно.

Выражение для параметра $c_{0в}$ в данном случае находится из условия

$$\Delta U_{32} = \frac{\tau_3}{C_l}$$

или в развернутом виде (см. рис. 2, д)

$$\int_{a_0}^{a_1} E|_{\eta=0} d\xi = \frac{\varepsilon}{C_l} 2 \int_{-a_0}^{a_0} E|_{\eta=0} d\xi;$$

$$\int_{a_0}^{a_1} \frac{(\xi - c_{0в}) d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} =$$

$$= 2 \frac{\varepsilon}{C_l} \int_{-a_0}^{a_0} \frac{(c_{0в} - \xi) d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)}}, \quad (3)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды.

Выполнив на основании (3) преобразования (см. приложение 1), получим следующее выражение для координаты особенной точки второго рода:

$$c_{0в} + a_2 =$$

$$\frac{\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) \left(1 - \frac{a_0^2}{a_2^2}\right) \left[K(k') + 2 \frac{\varepsilon}{C_l} K(k) \right]}{\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) \left\{ K(k') + \frac{a_0}{2} \left[K(k') - 2\Pi(n_2, k') \right] \right\} +$$

$$+ \frac{2\varepsilon}{C_l} \left(1 + \frac{a_0}{a_2}\right) \left[\left(1 - \frac{a_0}{a_2}\right) K(k') - \left(\frac{a_1}{a_2} - \frac{a_0}{a_2}\right) \Pi(n_1, k) \right]}, \quad (4)$$

где $K(k)$, $\Pi(n_1, k)$, $K(k')$, $\Pi(n_2, k')$ — полные эллиптические интегралы первого и третьего рода, модули и параметры которых приведены в табл. 1, а остальные параметры определяются согласно (2).

В частности, при $C_l = \infty$ (когда $\Delta U_{32} = 0$ и значение выходной емкости совпадает с значением частичной) приходим к выражениям для параметра $c_0 = c_{0в}|_{C_l=\infty}$ и, следовательно, для частичных емкостей, полученным и проанализированным ранее [7].

В противоположном предельном случае $C_l = 0$ (когда $\tau_3 = 0$, выходная емкость совпадает с полной емкостью

Таблица 1

Модуль		Аргумент	Параметр		
k	$k' = \sqrt{1 - k^2}$		n	n_1	n_2
$2\sqrt{\frac{a_0}{a_1}}$	$1 - \frac{a_0}{a_1}$	$\arcsin \sqrt{\frac{1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{2 \frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}}}$	$2 \frac{1 + \frac{a_0}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}$	$2 \frac{a_0}{a_1} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_0}{a_1} \frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}$	$1 - \frac{a_0}{a_1} \frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 + \frac{a_0}{a_2}}$
$1 + \frac{a_0}{a_1}$	$1 + \frac{a_0}{a_1}$		$1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}$	$1 - \frac{a_0}{a_1} \frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}$	$1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 + \frac{a_0}{a_2}}$

стью) формула (4) приобретает вид

$$c_{0п} + a_2 = a_2 \frac{\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) \left(1 - \frac{a_0}{a_2}\right)}{1 - \frac{a_0}{a_2} - \left(\frac{a_1}{a_2} - \frac{a_0}{a_2}\right) \frac{\Pi(n, k)}{K(k)}}, \quad (5)$$

где $c_{0п} = c_{0н} | c_l = 0$.

Тогда полная емкость между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами $C_{12п}$ определяется по формуле

$$C_{12п} = \varepsilon \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 + \frac{a_0}{a_1}} \sqrt{\frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_2}} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_1}{a_2}}} \times \left| \left(1 - \frac{a_0}{a_1}\right) \Pi(\varphi, n, k) - \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right) \frac{1 - \frac{a_0}{a_2}}{1 - \frac{c_{0п}}{a_2}} F(\varphi, k) \right|, \quad (6)$$

где значение $c_{0п}$ находится согласно (5).

Рассмотрим сначала более подробно особенности работы преобразователей, измеряющих полную емкость. С этой целью разложим все функции, содержащиеся в (5) и (6), в ряды при $a_0/a_1 \ll 1$. Тогда после соответствующих преобразований (см. приложение 2) найдем:

$$C_{12п} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1} \approx \varepsilon \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{a_2}{a_1} + \frac{k_0'^2}{2} K_0^2 \frac{b^2}{l^2} \right). \quad (7)$$

Если кроме того

$$\frac{h}{l} \gg 1, \text{ то } k_0 \approx 4e^{-\pi h/2l} \ll 1 \text{ и}$$

$$C_{12п} \Big|_{\substack{\frac{b}{l} \ll 1 \\ \frac{h}{l} \gg 1}} \approx \varepsilon \frac{h}{l} + \varepsilon \frac{\pi}{4} \frac{b^2}{l^2}, \quad (7a)$$

что совпадает с формулой, полученной в 9 методом зеркальных отображений.

В (7) и (7a) первые слагаемые характеризуют начальную емкость преобразователя, а вторые определяют приращение емкости преобразователя, связанные с внесением контролируемого изделия. При этом существенно, что в отличие от преобразователей, основанных на измерении частичных емкостей, вносимая емкость является положительной и характеризуется параболической зависимостью от размеров проводника (при малых его размерах имеет относительно незначительную величину). Увеличение емкости между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами преобразователя в случае отсутствия емкостной связи между контролируемым проводником и экранными электродами физически объясняется локальным (в месте расположения контролируемого проводника) повышением диэлектрической проницаемости среды³, при этом, естественно, данный эффект будет тем меньше, чем меньше размеры контролируемого проводника. Что касается параболической зависимости вносимой емкости, то она имеет место лишь при достаточно малых размерах проводника⁵.

⁵ Более детальный анализ, который ввиду громоздкости здесь не приводится, показывает, что при $b/l \ll 1$ вносимая емкость характеризуется логарифмической зависимостью от размеров проводника.

Таблица 2

Характеристики геометрии системы		Значения полной емкости (пФ/м) и погрешности приближенной формулы (7)		
h/l	b/l	$C_{12п. т}$	$C_{12п. п}$	$\delta, \%$
1,0	0,00	1,95085	1,95085	0
	0,01	1,95133	1,95133	0
	0,10	1,99954	1,99922	0,02
	0,20	2,14946	2,14435	0,2
	0,30	2,41296	2,38622	1,1
	0,40	2,81377	2,72485	3,2
	0,50	3,39135	3,16021	6,8
1,5	0,00	5,65909	5,65909	0
	0,01	5,65973	5,65973	0
	0,10	5,72397	5,72367	0,005
	0,20	5,92227	5,91743	0,08
	0,30	6,26570	6,24036	0,4
	0,40	6,77666	6,69247	1,2
	0,50	7,49408	7,27374	3,0
2,0	0,00	9,92242	9,92242	0
	0,01	9,92311	9,92311	0
	0,10	9,99113	9,99084	0,003
	0,20	10,20080	10,19607	0,05
	0,30	10,56291	10,53814	0,2
	0,40	11,09942	11,01703	0,7
	0,50	11,84874	11,63275	1,8

Для получения численных значений полных емкостей, а также установления погрешностей приближенных формул были проведены (на ЕС-1022) численные расчеты по формулам (6), (7) и (7a), результаты которых при $\varepsilon = \varepsilon_0$, а также определенные на их основании погрешности $\delta = \frac{C_{12п. т} - C_{12п. п}}{C_{12п. т}} 100\%$ приведены в табл. 2 и на рис. 2.

Анализ данных табл. 2 показывает, что значения полных емкостей, найденные по точной и приближенной формулам, в диапазоне отношений $0 \leq b/l \leq 0,1$ совпадают между собой до пятого—второго знака после запятой включительно. С увеличением b/l относительная погрешность определения полных емкостей по приближенной формуле (7) возрастает, достигая 6,8 % при $b/l = 0,5$ и $h/l = 1$. С увеличением h/l погрешности уменьшаются.

Из приведенных результатов также видно, что внесение пластины малой ширины между рабочими электродами преобразователя вызывает гораздо меньшее изменение полной емкости по сравнению с приращением частичной емкости [7]. Так, если в случае изменения b/l от 0,01 до 0,1 и $h/l = 1$ частичная емкость уменьшается более чем на 40 %, то полная емкость возрастает лишь на 2,5 %. В то же время с увеличением ширины пластины вносимая полная емкость увеличивается и, например, при $b/l = 0,4$ и $h/l = 1$ ее значение составляет уже более 40 % начальной емкости преобразователя.

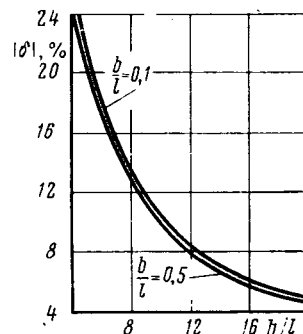


Рис. 2. Зависимость относительной погрешности δ расчетов по формуле (7a) от отношения h/l при различных отношениях b/l .

Таблица 3

Характеристики геометрии системы		Значения емкости C_{12B} , пФ/м, при ε/C_1 равном							
h/l	b/l	0	0,001	0,01	0,1	1	10	100	∞
1,00	10^{-5}	1,66813	1,66828	1,66957	1,68189	1,76382	1,90462	1,94543	1,95085
	10^{-4}	1,60290	1,60312	1,60508	1,62351	1,73734	1,90316	1,94541	1,95085
	10^{-3}	1,49854	1,49891	1,50221	1,53276	1,70212	1,90161	1,94539	1,95085
	10^{-2}	1,30515	1,30591	1,31262	1,37279	1,65344	1,90042	1,94585	1,95133
	10^{-1}	0,85665	0,85899	0,87957	1,05075	1,62429	1,94627	1,99398	1,99954
1,50	10^{-5}	5,01019	5,01051	5,01345	5,04145	5,22827	5,55205	5,64652	5,65909
	10^{-4}	4,86239	4,86288	4,86731	4,90901	5,16776	5,54867	5,64647	5,65909
	10^{-3}	4,62741	4,62824	4,63565	4,70426	5,08747	5,54507	5,64643	5,65909
	10^{-2}	4,19641	4,19808	4,21293	4,34634	4,97642	5,54187	5,64702	5,65973
	10^{-1}	3,19759	3,20254	3,24624	3,61222	4,87146	5,60154	5,71117	5,72397
2,00	10^{-5}	9,03762	9,03807	9,04207	9,08016	9,33454	9,77619	9,90525	9,92242
	10^{-4}	8,83666	8,83733	8,84334	8,90002	9,25211	9,77158	9,90518	9,92242
	10^{-3}	8,51757	8,51870	8,52875	8,62187	9,14279	9,76667	9,90513	9,92243
	10^{-2}	7,93351	7,93577	7,95586	8,13643	8,99152	9,76210	9,90574	9,92311
	10^{-1}	6,57595	6,58259	6,64116	7,13241	8,83208	9,82425	9,97367	9,99113

Из графика, приведенного на рис. 2, следует, что погрешность расчетов по формуле (7а) весьма велика и уменьшается с ростом отношений h/l и b/l . Например, при $h/l = 10$, $b/l = 0,1$ значение $\delta \approx 10\%$; при необходимости получения большей точности может быть использована формула (7), погрешность в этом случае не превысит 0,003 %.

В общем случае для определения выходной емкости C_{12B} между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами при конечных значениях сосредоточенной емкости C_1 требуются более сложные расчеты по формуле (1).

Результаты этих расчетов приведены в табл. 3 и — вместе с экспериментальными данными (см. приложение

3) — на рис. 3. Они показывают, что теоретические и экспериментальные данные вполне удовлетворительно согласуются между собой; некоторое расхождение объясняется погрешностью эксперимента.

Как видно из приведенных данных, емкость C_{12B} существенно зависит от значения сосредоточенной емкости C_1 : при относительно больших значениях C_1 емкость C_{12B} меньше начальной емкости преобразователя C_{12}^0 и возрастает с уменьшением C_1 .

При некотором значении ε/C_1^0 , характерном для данной конструкции преобразователя (например, при $h/l = 1$; $\varepsilon/C_1^0 \approx 0,3$), емкость C_{12B} становится равной начальной емкости C_{12}^0 и при дальнейшем уменьшении C_1 продолжает возрастать, стремясь в пределе ($C_1 \rightarrow 0$) к значению полной емкости. Наличием на кривой

$C_{12B} = f(\frac{\varepsilon}{C_1})$ характерной точки $C_{12B} = C_{12}^0$ объясняется наблюдающийся в практике, на первый взгляд, парадоксальный результат, когда внесение контролируемого проводника в преобразователь не изменяет его емкости. Физически этот факт обусловлен двумя встречно действующими эффектами, вызываемыми внесением контролируемого изделия: с одной стороны, уменьшается поток, замыкающийся на низкопотенциальный электрод, из-за уменьшения разности потенциалов между контролируемым проводником и экраном, а с другой, возрастает емкость между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами в связи с локальным увеличением диэлектрической проницаемости среды. Равенство

$$C_{12B} = C_{12}^0 = \varepsilon \frac{2}{\pi} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

является результатом взаимной компенсации указанных эффектов; исходя из него могут быть определены те значения коэффициента ε/C_1^0 , при которых внесение контролируемого изделия не вызывает изменения емкости преобразователя. Полученные таким путем данные для характерных размеров преобразователей приведены на рис. 4.

Из проведенного анализа следует, что номинальная статическая характеристика преобразования преобра-

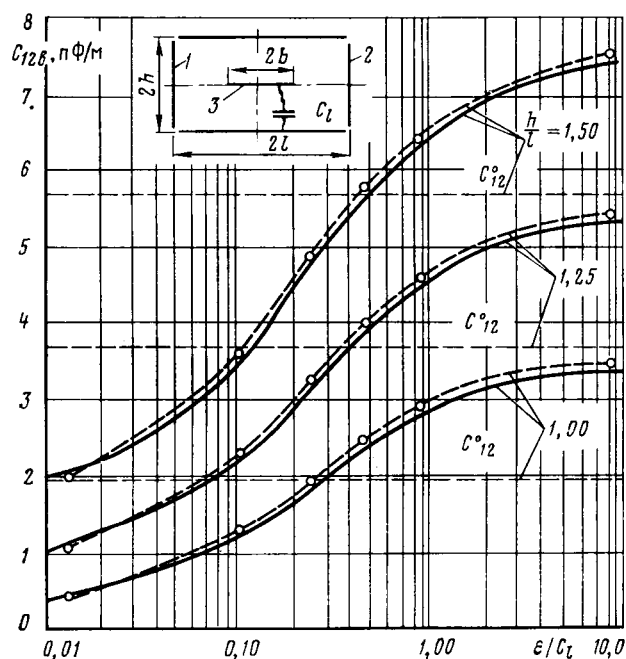


Рис. 3. Зависимость емкости C_{12B} преобразователя от отношения ε/C_1 при различных значениях h/l и $b/l=0,5$; — — — теоретические значения по точным формулам (1) и (4); — — — экспериментальные значения

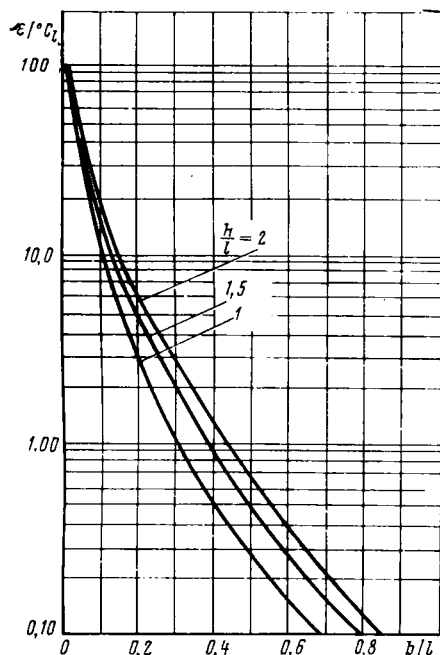


Рис. 4. Зависимость коэффициента ε/C_l^0 от отношения b/l при $C_{12B}=C_{12}^0$ и различных значениях h/l

зователя должна выбираться в максимально возможном удалении от точки $C_{12B}=C_{12}^0$, иначе говоря, для уменьшения погрешностей преобразования, связанных с изменением электрической связи между контролируемым проводником и экраном, следует обеспечивать выполнение неравенства $C_l^0/C_l \ll 1$ (при использовании преобразователей, измеряющих частичную емкость) или неравенства $C_l^0/C_l \gg 1$ (в случае преобразователей, измеряющих полную емкость). Значения C_l^0 могут быть найдены из рис. 4, а C_l — рассчитаны или определены непосредственными измерениями.

Как уже указывалось выше, в случае измерения частичной емкости электрическое замыкание контролируемого проводника на экран производится обычно не гальваническим способом, а путем использования существующей электроемкостной связи между проводником и экраном, которая может варьироваться в зависимости от конструктивного исполнения устройства контроля. Для количественного определения погрешности преобразования, возникающей в результате эксплуатационного режима при конечном значении C_l от режима короткого замыкания, когда $C_l = \infty$, введем параметр

$$\lambda = \left| \frac{C_{12} - C_{12B}}{C_{12}} \right| 100 \%,$$

характеризующий относительное изменение емкости преобразователя в зависимости от коэффициента ε/C_l . Тогда по данным табл. 3 могут быть построены графики типа, изображенного на рис. 5. Из приведенного графика видно, что значение λ увеличивается с повышением коэффициента ε/C_l , причем с уменьшением отношения b/l значение λ снижается. С помощью рис. 5 при заданных конструктивных параметрах b/l и h/l и погрешности преобразования γ может быть найдено то значение C_l , при котором погрешность преобразования не будет превышать заданную. Например, если производится измерение ширины ленты при $b/l = 10^{-2}$, $h/l = 1$, $\gamma = 1 \%$,

то $\lambda \leq 0,09 \%$ ($\lambda = \gamma S$, где S — относительная чувствительность преобразования [6]; в данном случае $S \approx 9 \%$). Тогда согласно рис. 5 отношение $\varepsilon/C_l \leq 0,0015$. Так как $C_l = C/l_0$, то на основании полученных данных может быть определена и допустимая длина преобразователя. Реально сосредоточенная емкость C , при которой рассматриваемая погрешность не превышает 1% , имеет значения примерно 100 пФ при длине преобразователя $1,7$ см.

Аналогично может быть проведен анализ и для преобразователей, измеряющих полную емкость.

Таким образом, разработанная методика и полученные формулы позволяют решить основные вопросы проектирования трехэлектродных емкостных преобразователей расчетным путем.

Приложение 1. Определение постоянной c_{0B} , характеризующей координату особой точки второго рода.

Исходя из условия (3), будем иметь:

$$a_2 + l_{0B} = \frac{J_1 + 2 \frac{\varepsilon}{C_l} C_2}{J_3 + 2 \frac{\varepsilon}{C_l} J_4}, \quad (\text{П1-1})$$

где (используя [11]):

$$J_1 = \int_{a_0}^{a_1} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \frac{2}{a_1 + a_0} K(k');$$

$$J_2 = \int_{-a_0}^{a_0} \frac{d\xi}{\sqrt{(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \frac{2}{a_1 + a_0} K(k);$$

$$J_3 = \int_{a_0}^{a_1} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \frac{2}{(a_1 + a_0)(a_2^2 - a_0^2)} \times \\ \times [(a_2 + a_0) K(k') - 2a_0 \Pi(n_2, k')];$$

$$J_4 = \int_{-a_0}^{a_0} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \\ = \frac{2}{(a_1 + a_0)(a_2 - a_1)} \left[K(k) - \frac{a_1 - a_0}{a_2 - a_0} \Pi(n_1, k) \right].$$

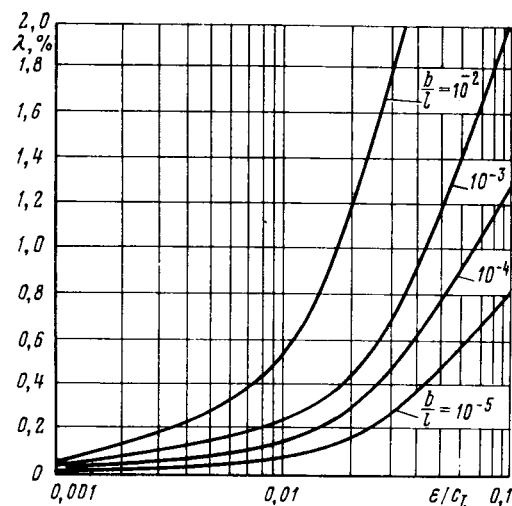


Рис. 5. Зависимость относительного изменения емкости λ преобразователя от коэффициента ε/C_l при различных отношениях b/l и $h/l=1$

Подставив указанные выражения для интегралов $J_1 \div J_4$ в (П1-1), получим (4).

Приложение 2. Вывод приближенных формул для $c_{0п}$ и $C_{12п}$.

При $a_0/a_1 \ll 1$ функции, входящие в формулы (5) и (6), можно разложить в ряды [12] и, сохранив один или три члена, представить в виде:

$$\frac{a_0}{a_1} = \operatorname{sn}\left(K_0 \frac{b}{l}, k_0\right) \approx K_0 \frac{b}{l}; \quad (\text{П2-1})$$

$$\begin{aligned} \Pi(\varphi, n, k) &\approx b_0 + \frac{1}{2|n|} (b_0 - \varphi) k^2 + \\ &+ \frac{1}{16|n|^2} [3|n| \sin \varphi \cos \varphi + 6b_0 - 3(2 + |n|\varphi) k^4 = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2} \frac{1 + \frac{a_0}{a_1}}{1 - \frac{a_1}{a_2} \frac{1 - \frac{a_0}{a_1}}}}{\ln \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_0}{a_1} \frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{(1 + \frac{a_0}{a_2})(1 + \frac{a_0}{a_1})}} \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2} \frac{1 + \frac{a_0}{a_1}}{1 - \frac{a_1}{a_2} \frac{1 - \frac{a_0}{a_1}}}}{\ln \frac{a_2}{a_1} - \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}} \right. \\ &\left. - \frac{1}{2} \frac{a_0}{a_1} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}} \right) + \frac{1}{4} \frac{a_0^2}{a_1^2} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right)^2 \left[3 \sqrt{\frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_1}{a_2}}} \right. \\ &\left. + 3 \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_1}{a_2}}} \ln \frac{a_2}{a_1} - \right. \\ &\left. - 3 \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{a_1}{a_2}}\right) \arcsin \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}} \right], \quad (\text{П2-2}) \end{aligned}$$

где

$$b_0 = \frac{1}{\sqrt{|n|-1}} \operatorname{arth}(\sqrt{|n|-1} \operatorname{tg} \varphi).$$

Учитывая, что при $a_0/a_1 \ll 1$ $n_1 \ll 1$, $k^2 \ll 1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + n_1 \sin^2 \varphi} &\approx 1 - n_1 \sin^2 \varphi + n_1^2 \sin^4 \varphi; \\ \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} &\approx 1 + \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \varphi + \frac{3}{8} k^4 \sin^4 \varphi; \\ \Pi(n_1, k) &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 + n_1 \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \approx \int_0^{\pi/2} d\varphi + \\ &+ \left(\frac{1}{2} k^2 - n_1\right) \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi + \left(n_1^2 - \frac{1}{2} k^2 n_1 + \right. \\ &\left. + \frac{3}{8} k^4\right) \int_0^{\pi/2} \sin^4 \varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1}{\left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right)^2} \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left[1 + \frac{\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) \left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right)}{1 - \frac{a_0}{a_2}} \right] + \frac{3}{2} \frac{a_0^2}{a_1^2} \left[\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2 + \right. \\ &\left. + \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) + \frac{3}{2} \right]; \quad (\text{П2-3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K(k) &\approx \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{4} k^2 + \frac{9}{64} k^4\right) = \\ &= \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{a_0}{a_1} \frac{1}{\left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right)} + \frac{9}{64} \frac{a_0^2}{a_1^2} \right], \quad (\text{П2-4}) \end{aligned}$$

в результате подстановки (П2-3) и (П2-4) в (5) получаем

$$c_{0п} + a_2 \approx a_2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a_0^2}{a_2^2}\right). \quad (\text{П2-5})$$

Так как [7]

$$F(\varphi, k) \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right) \arcsin \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}, \quad (\text{П2-6})$$

то подстановка (П2-2), (П2-5) и (П2-6) в (6) дает

$$C_{12п} \approx \varepsilon \frac{2}{\pi} \left[\ln \frac{a_2}{a_1} + \frac{1}{2} \frac{a_0^2}{a_1^2} \left(1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}\right) \right], \quad (\text{П2-7})$$

а (П2-1) в (П2-7) — формулу (7).

Приложение 3. Измерение выходной емкости преобразователей.

Измерение осуществлялось трансформаторным мостом переменного тока (рис. 1, в), состоящим из генератора 8 типа ГЗ-33, индикатора тока 10 — микровольтметра типа ВЗ-40 и конденсатора переменной емкости 11, выполненного в виде системы перекрестных конденсаторов или коаксиального конденсатора; частота питающего напряжения могла регулироваться в пределах от 1 до 10 кГц. Диапазон измерения емкостей находился в пределах от 0,1 до 10 пФ, относительная погрешность измерения с помощью трансформаторного моста — 0,07 %. Использовались преобразователи с отношением $h/l = 1; 1,25$ и $1,5$; $2l = 59$ мм и длиной электродов l и $2l_0 = 0,3$ м. Контролируемый проводник выполнялся в виде пластины, изготовленной из стали, с отношением толщины t пластины к ширине $t/b = 0,003$, $b/l = 0,5$ при длине $l_0 = 0,3$ м.

В преобразователь соосно и симметрично относительно его краев вводилась пластина, подвешенная на тонких диэлектрических нитях. На конце пластина была снабжена клеммой для подсоединения конденсаторов с емкостями C , равными 2,98; 6,05; 10,16; 24 и 204 пФ. Нижний предел сосредоточенной емкости C ограничивался конструктивной емкостью между клеммой и экраном, равной 0,3 пФ, а верхний выбирался исходя из предельных реальных значений емкости между катушкой и экраном (см. рис. 1, в). Между экраном и клеммой последовательно подсоединялись конденсаторы и производились измерения на частотах 1,3 и 10 кГц. Результаты измерений пересчитывались на единицу длины.

При проведении экспериментов наибольшие значения погрешностей были обусловлены пренебрежением

Исследование переходных процессов в изоляции кабелей постоянного тока

ШУВАЛОВ М. Ю., инж., ГЛЕЙЗЕР С. Е., канд. техн. наук, ЛАРИНА Э. Т., канд. техн. наук

Переходные процессы в кабелях постоянного тока (КПТ) можно разделить на два вида — быстрые и медленные. Быстрые процессы происходят при наложении на предварительно приложенное постоянное напряжение импульса или переменного напряжения. При этом напряженность в изоляции КПТ будет равна алгебраической сумме напряженностей, обусловленных длительным действием постоянного и действием импульсного (или переменного) напряжений [7]. Длительность переходного процесса будет определяться длительностью приложения импульса или переменного напряжения и практически находится в пределах от нескольких десятков микросекунд до 1 с.

Другой тип переходных процессов — медленные — обусловлен включением КПТ под напряжение или любым изменением приложенного к кабелю напряжения, например, переменной полярности. Длительность изменения напряжения может составлять в этом случае лишь 0,1 с, как, например, при аварийном перезаряде кабельной линии, но процессы в изоляции, являющиеся следствием такого изменения напряжения, могут длиться несколько десятков часов. Именно эти процессы рассматриваются в настоящей работе.

Наиболее распространенным типом изоляции КПТ является бумажно-масляная (пропитанная маслом или вязким составом бумага). Физическую сущность переходных процессов рассмотрим на примере явлений, происходящих в образце такой изоляции после приложения к нему постоянного напряжения U_0 . Через образец непосредственно после включения напряжения протекает импульс тока $I_{\text{имп}}(t)$, заряжающий геометрическую емкость образца C_0 .

Вслед за этим ток в образце медленно убывает, вплоть до достижения установившегося значения, определяемого удельной электрической проводимостью γ . Медленно затухающая составляющая полного тока представляет собой ток абсорбции $I_{\text{абс}}(t)$, относительно которого из опыта известно следующее: 1) $I_{\text{абс}}(t)$ приблизительно линейно зависит от напряжения; 2) с увеличением температуры θ амплитуда $I_{\text{абс}}(t)$ растет, а время затухания убывает.

Общее выражение для плотности полного тока, протекающего в плоском образце бумажно-масляной изоляции после при-

ложения к нему постоянного напряжения можно представить в следующем виде:

$$i_{\text{полн}}(t) = \varepsilon E_0 \delta(t) + 1(t) E_0 \Sigma \gamma_i e^{-t/t_i} + 1(t) \gamma E_0, \quad (1)$$

где ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость; $E_0 = U_0/\Delta$ — напряженность электрического поля в образце; Δ — толщина образца; $\delta(t)$ — импульсная функция¹; $1(t)$ — единичная функция; $G(t)$ — релаксационная проводимость;

$$G(t) = \Sigma \gamma_i e^{-t/t_i}. \quad (2)$$

Первое слагаемое в (1) отражает быстрые поляризационные процессы, второе — медленные. Существование медленных видов поляризации (миграционная поляризация) объясняется неоднородностью структуры бумажно-масляной изоляции.

Формулам (1) и (2) соответствует схема замещения рис. 1. Току абсорбции в этой схеме соответствует сумма токов, текущих в релаксационных цепочках $R_i C_i$.

В этой схеме

$$R_i = \frac{1}{\gamma_i} \frac{\Delta}{S}; \quad (3)$$

$$C_i = \varepsilon_i \frac{S}{\Delta}, \quad (4)$$

где S — площадь образца.

«Времена релаксации»

$$t_i = R_i C_i = \frac{\varepsilon_i}{\gamma_i}. \quad (5)$$

Величины γ , $G(t)$ и ε , входящие в (1), представляют собой экспериментально определяемые характеристики изоляции. Ин-

¹ Представление емкостного тока импульсной функцией основано на том, что постоянная времени заряда геометрической емкости во много раз меньше времени релаксационных процессов.

толщиной пластины (1,1 %), неточностью изготовления преобразователей (0,7 %) и пластины (0,8 %). Кроме того, были погрешности, связанные с отклонением пластины от оси симметрии преобразователя, неточностью измерения сосредоточенных емкостей. Изменение частоты питающего напряжения в пределах от 1 до 10 кГц на результаты эксперимента не повлияло. Предельная относительная погрешность эксперимента не превысила 4 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Форейт И. Емкостные датчики неэлектрических величин. — М.: Энергия, 1966. — 160 с.
2. Нуберт Г. П. Измерительные преобразователи неэлектрических величин. — М.: Энергия, 1970. — 360 с.
3. Матис И. Г. Электроемкостные преобразователи для неразрушающего контроля. — Рига: Зинатне, 1977. — 255 с.
4. Дубров Н. С., Кричевский Е. С., Невзлин Б. И. Многопараметрические влагомеры для сыпучих материалов. — М.: Машиностроение, 1980. — 144 с.
5. Трансформаторные измерительные мосты/Ф. Б. Гриневич, А. Л. Грохольский, К. М. Соболевский, М. П. Цапенко. — М.: Энергия, 1970. — 280 с.

6. Емкостные первичные измерительные преобразователи диаметра неизолированного микропровода/А. Л. Грохольский, М. М. Горбов, М. Г. Струнский, В. К. Федотов. — В кн.: Измерение, контроль, автоматизация. — М.: Изд. ЦНИИТЭИ-приборостроения, 1978, № 2, с. 16—23.

7. Струнский М. Г., Горбов М. М. Расчет частичных емкостей в трехэлектродных симметричных емкостных преобразователях. — Электричество, 1978, № 6, с. 33—38.

8. Струнский М. Г., Горбов М. М. Расчет частичных емкостей в емкостных преобразователях с учетом формы поперечного сечения контролируемого проводника. — Электричество, 1980, № 9, с. 25—32.

9. Mack C. Some factors affecting the change in capacity of a parallel-plate condenser due to the insertion of a yarn. — J. Text. Inst., 1955, vol. 46, № 7, p. 1500—1511.

10. Грохольский А. Л., Горбов М. М., Федотов В. К. О влиянии электрической связи между электропроводящим материалом и экраном на емкость первичного преобразователя. — В сб.: Электрические и магнитные измерения. — Киев: Наукова думка, 1977, с. 121—124.

11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1963. — 1100 с.

12. Byrd P. F., Friedman M. D. Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 1954.

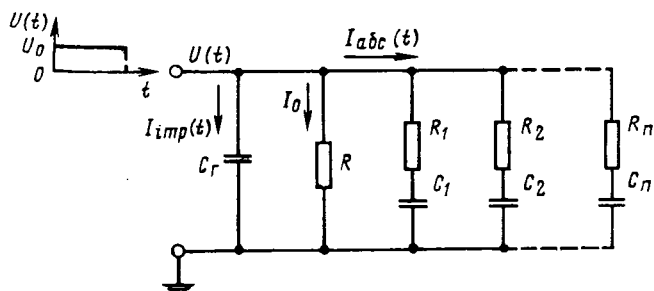


Рис. 1. Схема замещения образца кабельной бумажно-масляной изоляции.

формация об этих характеристиках необходима, так как они входят в уравнение неразрывности для плотности полного тока, описывающее переходные процессы в изоляции:

$$\operatorname{div} \left[\gamma(r, E) E(r, t) + \frac{\partial D(r, t)}{\partial t} \right] = 0, \quad (6)$$

где D — электрическое смещение [3];

$$D(r, t) = \varepsilon E(r, t) + \int_0^t E(r, t - \tau) G(r, \tau) d\tau; \quad (7)$$

r — радиальная координата, $r_0 \leq r \leq r_1$; r_0 — радиус жилы кабеля; r_1 — внешний радиус изоляции.

Зависимость входящих в (7) величин γ и G от r обусловлена тем, что удельная и релаксационная проводимости изменяются с температурой, которая в кабеле, находящемся под нагрузкой, уменьшается от жилы к оболочке. Удельная проводимость зависит также и от напряженности.

Раскрывая (6) в цилиндрических координатах, получаем:

$$\frac{\partial D(r, t)}{\partial t} + \gamma(r, E) E(r, t) = \frac{f(t)}{r}, \quad (8)$$

где $f(t)$ — функция, зависящая только от времени и определяемая из граничных условий.

Подставим (6) в (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & -\frac{1}{\varepsilon} \gamma(r, E) E(r, t) - \frac{1}{\varepsilon} \left[G(r, t) E(r, 0) + \right. \\ & \left. + \int_0^t G(r, \tau) \frac{\partial E}{\partial t}(r, t - \tau) d\tau \right] + \frac{f(t)}{\varepsilon r}. \end{aligned} \quad (9)$$

Определяя $f(t)$ из условия

$$\int_{r_0}^{r_1} E(r, t) dr = U(t)$$

(где $U(t)$ — приложенное к кабелю напряжение), получаем уравнение относительно $E(r, t)$ — напряженности электрического поля в изоляции КПП в переходном режиме:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{r \ln \frac{r_1}{r_0}} \frac{dU}{dt} - \frac{1}{\varepsilon} F(r, t) + \frac{1}{\varepsilon r \ln \frac{r_1}{r_0}} \int_{r_0}^{r_1} F(r, t) dr, \quad (10)$$

где

$$F(r, t) = \gamma(r, E) E(r, t) + G(r, t) E(r, 0) + \int_0^t G(r, \tau) \frac{\partial E(r, t - \tau)}{\partial t} d\tau.$$

Аналогичное выражение рассматривается в [2].

Анализируя (10), можно установить, что в том случае, когда напряжение скачком получает некоторое приращение ΔU , величина соответствующего приращения напряженности составит

$$\Delta E(r) = \frac{\Delta U}{r \ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

В частности, если при $t=0$ полярность напряжения мгновенно изменяется, то значения напряженности до и после перезаряда будут связаны соотношением:

$$E(r, 0_+) = \frac{2U}{r \ln \frac{r_1}{r_0}} - E(r, 0_-).$$

Если же в момент $t=0$ кабель включается под напряжение, т. е. $\Delta U = U$, $E(r, 0_-) = 0$, то

$$E(r, 0_+) = \frac{U}{r \ln \frac{r_1}{r_0}}. \quad (11)$$

Перейдем теперь к решению задачи о распределении напряженностей в изоляции КПП. При этом обратим внимание на то, что все предыдущие рассуждения были основаны на том, что токи абсорбции $I_{abc}(t)$ линейно зависят от напряженности E . Это позволяет применить к $I_{abc}(t)$ принцип суперпозиции, на основании которого выведена формула (6) для смещения D . Вместе с тем, из опыта известно, что линейная связь между E и $I_{abc}(t)$ соблюдается не вполне точно.

Попытка отказаться от принципа суперпозиции приведет к тому, что нельзя будет получить выражение для D . Следовательно, задачу не удастся не только решить, но даже сформулировать, так как неизвестен будет вид уравнения относительно $E(r, t)$. Таким образом, применение принципа суперпозиции токов абсорбции приводит к тому, что уравнения (8) и (10) являются уже частично линеаризованными. Будет поэтому оправданным сделать их полностью линейными, подставляя в выражение для проводимости $\gamma = \gamma_0 \exp(\alpha E + \beta E)$ какое-либо фиксированное распределение $\bar{E}(r)$, например, асимптотическое (т. е. соответствующее установившемуся режиму). Итак, примем, что $\gamma(r, E) = \gamma(r, \bar{E}) = \gamma(r)$ — не зависящая от t , известная функция r .

Для этого запишем (8) в развернутой форме:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[\gamma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + E(r, 0) G(r, t) + \right. \\ \left. + \int_0^t G(r, \tau) \frac{\partial E}{\partial t}(r, t - \tau) d\tau \right] = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

К линейному интегродифференциальному уравнению (12) можно применить преобразование Лапласа. Положим:

$$E(r, t) \doteq \mathcal{E}(r, p); \quad \frac{\partial E}{\partial t} \doteq p \mathcal{E}(r, p) - E(r, 0_+); \quad G(r, t) \doteq \Gamma(r, p).$$

По теореме Дюамеля

$$E(r, 0) G(r, t) + \int_0^t G(r, \tau) \frac{\partial E(r, t - \tau)}{\partial t} d\tau \doteq p \Gamma(r, p) \mathcal{E}(r, p).$$

Тогда в области изображений по Лапласу уравнение (12) преобразуется к виду

$$\operatorname{div} [\gamma(r) \mathcal{E}(r, p) + \varepsilon p \mathcal{E}(r, p) - \varepsilon E(r, 0) + p \Gamma(r, p) \mathcal{E}(r, p)] = 0. \quad (13)$$

Раскрывая знак дивергенции после преобразований, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d \mathcal{E}(r, p)}{dr} [p \Gamma(r, p) + \varepsilon p + \gamma(r)] + \mathcal{E}(r, p) \left[\frac{\gamma(r)}{r} + \frac{d\gamma}{dr} + \right. \\ \left. + p \left(\frac{\Gamma(r, p)}{r} + \frac{d\Gamma(r, p)}{dr} \right) + \frac{\varepsilon p}{r} \right] = \varepsilon \left[\frac{E(r, 0)}{r} + \frac{dE(r, 0)}{dr} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Последнее выражение представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение относительно $\mathcal{E}(r, p)$. Его можно преобразовать к виду

$$\frac{d \mathcal{E}}{dr} + \mathcal{E}(r, p) \frac{d}{dr} [\ln \{ r [p \Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p] \}] = \Phi(r, p), \quad (15)$$

$$\text{где } \Phi(r, p) = \frac{\varepsilon \left[\frac{E(r, 0)}{r} + \frac{dE(r, 0)}{dr} \right]}{p \Gamma(r, p) + \varepsilon p + \gamma(r)}.$$

Если в некоторой точке $r = \bar{r}$ известна величина $\mathcal{E}(\bar{r}, p) = \bar{\mathcal{E}}(p)$, то решение (15) можно получить с помощью справочного интеграла [4]:

$$\mathcal{E}(r, p) = \int_{\bar{r}}^r \exp \left[- \int_p^r d \ln \{ y [p\Gamma(y, p) + \gamma(y) + \varepsilon p] \} \right] \Phi(p, p) dp + \\ + \bar{\mathcal{E}}(p) \exp \left[- \int_p^r d \ln \{ y [p\Gamma(y, p) + \gamma(y) + \varepsilon p] \} \right],$$

которое приводится к виду:

$$\mathcal{E}(r, p) = \frac{[rE(r, 0) - \bar{r}E(\bar{r}, 0)]}{r[p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p]} + \\ + \bar{\mathcal{E}}(p) \frac{\bar{r}[p\Gamma(\bar{r}, p) + \gamma(\bar{r}) + \varepsilon p]}{r[p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p]}. \quad (16)$$

В действительности величина $\bar{\mathcal{E}}(p)$ неизвестна. Для ее определения воспользуемся граничными условиями, которые в операторной форме имеют вид:

$$\int_{r_0}^{r_1} \mathcal{E}(r, p) dr = \bar{U}(p), \quad (17)$$

где $\bar{U}(p)$ изображение напряжения $U(t)$, т. е. $U(t) \doteq \bar{U}(p)$.

Взяв интеграл по r в пределах от r_0 до r_1 от обеих частей (16), окончательно получим:

$$\mathcal{E}(r, p) = \frac{1}{r[p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p]} \times \\ \times \left\{ r\varepsilon E(r, 0) + \frac{\bar{U}(p) - \varepsilon \int_{r_0}^{r_1} \frac{E(r, 0) dr}{p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p}}{\int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r[p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p]}} \right\}. \quad (18)$$

Это уравнение и является общим решением задачи в операторной форме.

В том случае, когда начальные условия могут быть представлены выражением (11), уравнение (18) преобразуется к более простому виду:

$$\mathcal{E}(r, p) = \frac{\bar{U}(p)}{r[p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \varepsilon p] \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r[p\Gamma(r, p) + \varepsilon p + \gamma(r)]}}. \quad (19)$$

Из (19) непосредственно следует применимость для этой задачи метода наложения; в любой момент времени напряженность от действия суммы отдельных напряжений, включаемых в различные моменты времени, равна сумме напряженностей, создаваемых каждым из этих напряжений.

Это позволяет использовать формулу (19) для описания большинства реальных переходных процессов, происходящих в изоляции КПП при постоянной температуре. Формула (19) также дает возможность провести аналогию между переходным и установившимся режимами (см. приложение). Определение искомой функции $E(r, t)$ по ее известному изображению (19) может быть осуществлено только приближенно, численными методами, так как в (19) входит интеграл по r , который нельзя взять аналитически.

Сравнение экспериментальных данных и результатов теоретических исследований проведем на описанном в [2] испытании КПП. Кабель с бумажной изоляцией, пропитанной вязким составом, и с вмонтированными в нее проводящими экранами, нагревался током, протекающим по жиле. После того, как температура в кабеле установилась (θ жилы равно 50°C , θ оболочки — 30°C), на него было подано постоянное напряжение $U = 100$ кВ. Измерением потенциалов на проводящих экранах регистрировался процесс перераспределения напряженностей электрического поля.

На рис. 2 приведены результаты исследования. Достаточно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных свидетельствует о правильности принятой теоретической моде-

ли. Основной целью теории переходных процессов в изоляции КПП следует считать математическое моделирование процесса его электрических испытаний. Это необходимо, во-первых, для правильного выбора программы испытаний, и, во-вторых, для оценки их результатов.

Изложенные теоретические соображения легли в основу анализа установленных типовых испытаний КПП. Эти испытания проводятся в соответствии с Рекомендациями СИГРЭ [9], которые, в частности, предусматривают перемену полярности приложенного испытательного напряжения. Согласно Рекомендациям: «время изменения полярности ограничивается 2 мин; тем не менее, поскольку постоянная времени изоляции велика, время изменения полярности может быть увеличено до 10 мин».

На рис. 3 представлены кривые зависимости напряженности электрического поля у жилы при перемене полярности (от -400 до $+400$ кВ, толщина пропитанной маслом бумажной изоляции 11 мм; θ жилы равна 90°C) от времени. Из рис. 3 видно, что при перемене полярности в течение 2 мин максимальная напряженность у жилы снижается на 20 %, а при 10 мин — на 35 % по сравнению с ее значением при мгновенной перемене полярности. Такое снижение максимальной напряженности поля по существу обесценивает испытания, так как по их результатам нельзя сказать, насколько хорошо кабель в состоянии выдерживать действие повышенных значений E при аварийном перезаряде, на практике происходящем почти мгновенно.

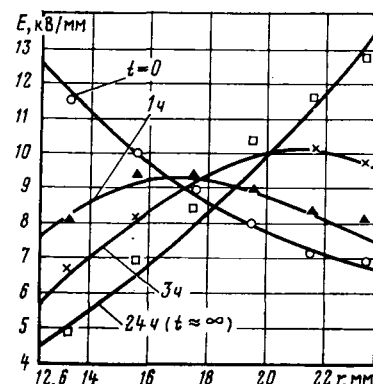


Рис. 2. Теоретическое и экспериментальное распределение E в различных моментах времени после приложения к кабелю напряжения $U = 100$ кВ

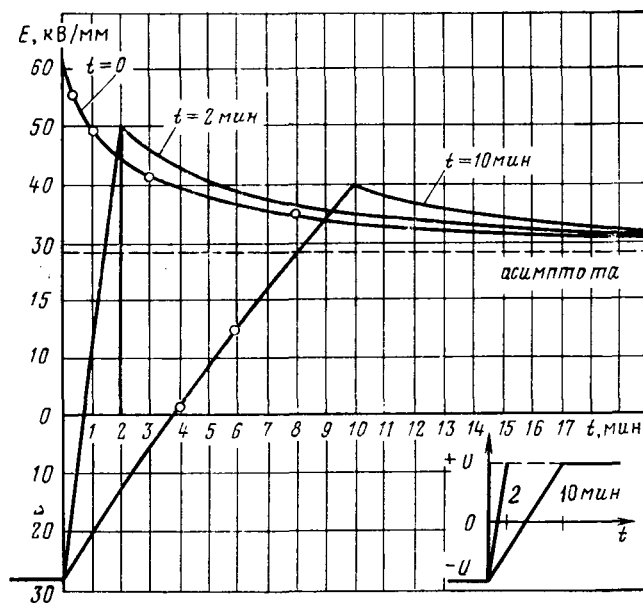


Рис. 3. Зависимость напряженности у жилы кабеля от времени при перемене полярности (соответствующие характеристики изоляции приведены в [6])

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что предположение относительно постоянной времени изоляции, сделанное в [9], неверно, и, следовательно, рекомендации по выбору времени изменения полярности в процессе типовых испытаний следует пересмотреть.

Рассмотренный пример показывает, что программу испытаний следует составлять с учетом распределения электрического поля в изоляции кабеля в нестационарном режиме. Как видно из (19), значение $E(r, t)$ определяется не только видом функции $U(t)$, но также характеристиками материала изоляции ($\epsilon, \gamma, G, \dots$), геометрическими размерами кабеля, распределением температуры по изоляции. Все эти факторы должны находить свое отражение в программе испытаний.

П р и л о ж е н и е. О формальной аналогии между распределением электрического поля в изоляции КПП в переходном и установившемся режимах.

Представим уравнение (5) в развернутом виде:

$$i(t) = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t G(\tau) E(t-\tau) d\tau + \gamma E \doteq \mathcal{E}(r, p) [\epsilon p + \gamma(r) + p\Gamma(r, p)]. \quad (\text{П-1})$$

Здесь принято, что $E(0) = 0$. Для того чтобы перейти от начальных условий (11) к нулевым, достаточно перейти от рассмотрения точки 0_+ к точке 0_- , что в принципе допустимо [5].

Значение полного тока, текущего через изоляцию, связано с его плотностью соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}(p) &= 2\pi r \bar{j}(p); \\ I(t) &\doteq \bar{I}(p), \quad i(t) \doteq \bar{j}(p). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-2})$$

Из (П-1) и (П-2) получим:

$$\mathcal{E}(r, p) = \frac{\bar{I}(p)}{2\pi r [\epsilon p + p\Gamma(r, p) + \gamma(r)]}. \quad (\text{П-3})$$

Интегрируя (П-3) и решая его относительно $\bar{I}(p)$, получаем:

$$\bar{I}(p) = \frac{\bar{U}(p)}{\int_{r_0}^r \frac{dr}{2\pi r [\epsilon p + p\Gamma(r, p) + \gamma(r)]}}. \quad (\text{П-4})$$

Проанализируем физический смысл последнего уравнения. Для этой цели рассмотрим выражение в квадратных скобках. Величина этого выражения имеет размерность проводимости. Условимся называть ее операторной удельной проводимостью изоляции и обозначим через $\bar{\gamma}\{p\}$. Она содержит три слагаемых: удельную проводимость $\gamma(r)$, релаксационную проводимость $p\Gamma(r, p)$ и емкостную проводимость ϵp . Величину $\bar{p}\{p\} = 1/\bar{\gamma}\{p\}$ назовем удельным операторным сопротивлением. Очевидно, что полное операторное сопротивление изоляции кабеля имеет вид:

$$\bar{R}\{p\} = \frac{1}{2\pi} \int_{r_0}^r \frac{dr}{r [\epsilon p + p\Gamma(r, p) + \gamma(r)]}. \quad (\text{П-5})$$

Сравнив (П-4) и (П-5), получим запись закона Ома в операторной форме:

$$\bar{I}(p) = \frac{\bar{U}(p)}{\bar{R}\{p\}}. \quad (\text{П-6})$$

Приняв во внимание равенство (П-6), перепишем (П-3) в виде

$$\mathcal{E}(r, p) = \frac{\bar{U}(p) \bar{p}\{r, p\}}{2\pi r \bar{R}\{p\}}. \quad (\text{П-7})$$

Это выражение представляет собой ни что иное, как исходное уравнение (19), записанное в новых обозначениях.

Известно, что в установившемся режиме напряженность поля в изоляции КПП удовлетворяет соотношению:

$$E = \frac{U\rho}{r \int_{r_0}^r \frac{\rho}{r} dr} = \frac{U\rho}{2\pi r R}. \quad (\text{П-8})$$

Как видно, формулы (П-7) и (П-8) совершенно аналогичны. Более того, (П-8) можно получить как следствие из (П-7). На основании предельной теоремы [8] $E(t \rightarrow \infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p\mathcal{E}(p)$.

Легко видеть, что

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p\bar{U}(p)}{r [p\Gamma(r, p) + \epsilon p + \gamma(r)] \int_{r_0}^r \frac{dr}{r [p\Gamma(r, p) + \gamma(r) + \epsilon p]}} = \frac{U_{\text{уст}}(p)}{r \int_{r_0}^r \frac{\rho}{r} dr},$$

где $U_{\text{уст}}$ — значение $U(t)$ при $t \rightarrow \infty$.

Таким образом, можно сделать вывод, что если в установившемся режиме напряженность электрического поля в изоляции КПП распределена по сопротивлениям, то в переходном процессе изображение напряженности распределено по операторным сопротивлениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайда Д. Исследование повреждений изоляции. — М.: Энергия, 1968.
2. Ocehini E., Maschio G. Electrical characteristics of oil-impregnated paper as insulation for HVDC cables. — IEEE Trans. on PAS, March, 1967.
3. Фрелих Г. Теория диэлектриков. — М.: Иностран. лит-ра, 1960.
4. Бутковский А. Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1979.
5. Розенфельд А. С., Яхинсон Б. И. Переходные процессы и обобщенные функции. — М.: Наука, 1966.
6. Ocehini E., Maschio G. Transient and steady-state electrical conductivity of paper impregnated with synthetic oil as insulation for extra-high-voltage direct-current oil-filled cables. — 1967 Annual Report. Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena. Publication 1578.
7. Lawson W. G., Padgham F. K., Metra P. The effect of polarity reversals on the dielectric strength of oil-impregnated paper insulation for HVDC cables. — IEEE Summer Meeting, 1977, Mexico City.
8. Дёх Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. — М.: Наука, 1971.
9. Recommendations for tests of power transmission DC cables for a rated voltage up to 600 kV. — Electra, N72, Oct. 1980. [06.01.84]

~~~~~

# Влияние условий хранения и эксплуатационных факторов на электрические характеристики полимерной изоляции геофизических кабелей

МЕСЕНЖНИК Я. З., ЕРЕМЕЕВ Г. В., ПРУТ Л. Я., ТЯН И. С.

Ташкент

Кабели для геофизических исследований могут подвергаться длительному атмосферному воздействию при хранении и последующему многоциклового механическому нагружению при проведении спуско-подъемных операций в нефтегазовых скважинах, где они эксплуатируются в жидкой среде при высоких гидростатических давлениях и температурах. Влияние гидростатического давления и температуры на электрические характеристики изоляции геофизических кабелей подробно исследовано в [1, 2]. В то же время влияние длительного хранения и последующего многоциклового нагружения на эти характеристики полимерной изоляции геофизических кабелей в известных авторам работах не рассматривается.

Нами исследовалось воздействие длительного атмосферного старения и последующего многоциклового механического нагружения на изменение электрических характеристик полимерной изоляции, в том числе полиолефиновой и фторлоновой, широко применяющейся в конструкциях отечественных и зарубежных геофизических кабелей. Рассматривался ряд марок отечественных геофизических кабелей, экспонировавшихся в течение 10 лет на открытом воздухе в условиях жаркого и сухого климата г. Ташкента, который по числу солнечных дней с высокой температурой воздуха близок к климату ряда стран (Иран, Ирак и др.), в которых расположены крупнейшие нефтяные регионы мира. При этом, так как согласно общепринятым в настоящее время научным представлениям [3], главенствующую роль в изменении свойств полимеров при старении на открытом воздухе играют процессы фото- и термостарения, то можно ожидать, что закономерности, полученные при исследовании старения в рассматриваемых климатических условиях, можно распространить на указанные выше регионы.

Известно [4], что увеличение интенсивности солнечной радиации в 379 раз по сравнению с интенсивностью ее на уровне Земли позволяет сократить время испытаний полимерной изоляции на старение со 100 до 12 часов, что свидетельствует о преувеличении при старении на открытом воздухе процессов фото-старения. Согласно [5] под действием фотооблучения возникают напряжения на межатомных связях полимеров за счет взаимодействия полярного фрагмента полимерной молекулы с электрическим вектором электромагнитного излучения. Аналогичные напряжения на межатомных связях полимеров возникают и под действием механического нагружения при изменении распределения электронов между атомами, образующими ковалентные связи, в результате искажения валентных углов и длин межатомных связей в поле действия механических сил [6].

Сравнение ИК-спектров полимеров, приведенное в [7], показывает, что одинаковое смещение полос в рассматриваемой области ИК-спектра наблюдается, как при фотооблучении, так и при механическом нагружении. При этом в обоих случаях наблюдается разрыв связей, образование микротрещин, т. е. происходит накопление повреждений, последующее разрушение полимеров. Следует иметь в виду, что в рассматриваемом климатическом районе изоляция при атмосферном старении испытывает влияние высоких температур, которые могут значительно превышать температуру окружающего воздуха. Так, согласно [8] при температуре воздуха 318 К черный стальной лист нагревается до температуры 413 К, черная бумага до 393 К, ткань черного цвета до 363 К. Одновременно температура создает бла-

гоприятные условия для роста степени кристалличности кристаллизующихся полимеров и размеров их надмолекулярных образований.

При термостарении наблюдается и термоокисление, когда так же, как и при фотоокислении и механическом нагружении, происходит образование напряженных связей, разрыв их и появление микротрещин. Таким образом, здесь проявляется идентичность некоторых физических процессов в полимерах как при фото- и термостарении, так и механическом нагружении. Следует иметь в виду, что при хранении геофизических кабелей на открытом воздухе, помимо процессов фото- и термостарения изоляции, может наблюдаться также и совместное действие на изоляцию влаги и градиента температуры за счет колебания температуры окружающей среды, что приводит к образованию напряжения, ускоряющих накопление повреждений в полимерах [6].

Несмотря на то, что накопление повреждений в полимерах определяется такими известными методами, как рассеивание рентгеновских лучей, инфракрасная спектроскопия, электронная и оптическая микроскопия, использование для этих целей изменения электрических характеристик является весьма информативным и применяется в ряде работ. Так, в [9] используется изменение  $\tan \delta$  и  $\epsilon_r$  для регистрации накопления повреждений в полимерах и композитных материалах, а в [10] снижение электрической прочности ( $E_{пр}$ ) полимеров характеризует процесс их старения.

Были исследованы электрические характеристики полимерной изоляции ( $E_{пр}$ ,  $R_{из}$ ,  $\tan \delta$ ) ряда марок геофизических кабелей, названия которых соответствуют ГОСТ 6020—77. Конструктивные размеры соответствуют конструкциям кабелей, выпускаемых в период начала экспонирования до введения ГОСТ 6020—77 (табл. 1).

Многоциклового механического нагружения геофизических кабелей проводилось при напряжении, равном  $0,4 \sigma_v$  ( $\sigma_v$  — временное сопротивление разрыву) через блок диаметром 380 мм, что соответствует условиям работы геофизических кабелей при проведении спуско-подъемных операций в нефтегазовых скважинах. Исследовались электрические характеристики полимерной изоляции как на участке кабеля, работающем через блок (рабочий участок), где на изоляцию действуют растягивающие и раздавливающие усилия, ток и на участке кабеля, не работающем через блок (нерабочий участок), где на изоляцию действуют только растягивающие усилия, обусловленные в условиях эксплуатации массой кабеля и аппаратуры, а также действием температуры, давления и набухания [1].

Частота нагружения составила 2 цикла в минуту. Измерение электрической прочности ( $E_{пр}$ ) проводилось согласно ГОСТ 2990—78, сопротивления изоляции ( $R_{из}$ ) — по ГОСТ 3345—76,  $\tan \delta$  — по ГОСТ 22372—77.

Результаты исследований приведены в табл. 2, 3.

Для всех исследуемых марок геофизических кабелей наблюдается  $E_{пр}$  изоляции с увеличением числа циклов механического нагружения. Физические процессы, происходящие в полимерной изоляции при циклическом механическом нагружении, рассмотрены в [11], где указывается на появление свободных радикалов в результате разрыва напряженных связей, образование микротрещин и последующее разрушение этой изоляции.

Таблица 1

| Марка кабеля          | Материал изоляции          | Толщина изоляции, мм | Диаметр кабеля, мм | Примечание                                                                                                                                           |
|-----------------------|----------------------------|----------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| КГ1-53-180 (КОБДФ-6)  | Фторлон-40Ш                | 1,4                  | 9,3                | В скобках обозначены марки геофизических кабелей до введения ГОСТ 6020—77<br>КОБД-4, КОБД-6 новой марки не имеют, так как не включены в ГОСТ 6020—77 |
| КГ1-24-180 (КОБДФМ-2) | Фторлон-40Ш                | 0,7                  | 6,3                |                                                                                                                                                      |
| КГ3-59-90 (КПКТ-6)    | Полиэтилен ПЭНД            | 1,1                  | 11,6               |                                                                                                                                                      |
| КОБД-4                | Изоляция из резины ТСШ-50, | 0,9                  | 8,4                |                                                                                                                                                      |
|                       | оболочка из резины НШ-40   | 0,4                  |                    |                                                                                                                                                      |
| КОБД-6                | То же                      | «                    | 9,4                |                                                                                                                                                      |

Таблица 2

| Марка кабеля | Число циклов | Нерабочий участок кабеля |                                |             | Рабочий участок кабеля |                                |             | Примечание                          |
|--------------|--------------|--------------------------|--------------------------------|-------------|------------------------|--------------------------------|-------------|-------------------------------------|
|              |              | $E_{пр. ср'}$<br>МВ/м    | Доверитель-<br>ный<br>интервал | $tg \delta$ | $E_{пр. ср'}$<br>МВ/м  | Доверитель-<br>ный<br>интервал | $tg \delta$ |                                     |
| КГ1-53-180   | 0            | 87,8                     | 2,00                           | 0,0067      | 87,8                   | 2,00                           | 0,067       | Кабель после 10 лет хранения        |
|              | 8145         | 85,9                     | 2,14                           | 0,0117      | 74,8                   | 2,75                           | 0,0180      |                                     |
|              | 24 700       | 72,6                     | 1,5                            | 0,0198      | 68,8                   | 0,8                            | 0,0200      |                                     |
| КГ1-24-180   | 0            | 82,9                     | 3,6                            | 0,0079      | 82,9                   | 3,6                            | 0,0079      | Кабель после 10 лет хранения        |
|              | 12 500       | 74,6                     | 2,4                            | 0,0177      | 61,2                   | 1,8                            | 0,0206      |                                     |
|              | 16 055       | 58,5                     | 2,4                            | 0,0182      | —                      | —                              | —           |                                     |
| КОБД-4       | 0            | 30,5                     | 1,6                            | —           | 30,5                   | 1,6                            | —           | То же                               |
|              | 1750         | 26,5                     | 1,1                            | —           | 21,1                   | 0,5                            | —           |                                     |
|              | 2518         | 24,5                     | 3,3                            | —           | 18,4                   | 0,5                            | —           |                                     |
|              | 0            | 95,70                    | 8,6                            | 0,0442      | 95,7                   | 8,6                            | 0,0442      |                                     |
|              | 960          | 92,1                     | 5,5                            | 0,545       | 81,3                   | 4,2                            | —           |                                     |
| КГ3-59-90    | 5400         | 78,1                     | 5,8                            | 0,633       | 65,5                   | 5,3                            | 0,868       | Кабель не подвергался хране-<br>нию |
|              | 0            | 72,6                     | 1,6                            | 0,0226      | 72,6                   | 1,6                            | 0,0226      |                                     |
|              | 5400         | 66,0                     | 3,4                            | 0,886       | 65,2                   | —                              | —           |                                     |

Таблица 3

| Марка кабеля | Сопротивление изоляции $R_{из. ср'}$ МОм·км |                  |                  |                   |                   |
|--------------|---------------------------------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
|              | исходное                                    | через<br>1 год   | через<br>2 года  | через<br>8 лет    | через<br>10 лет   |
| КГ3-59-90    | $4,7 \cdot 10^4$                            | $4,9 \cdot 10^4$ | $5,1 \cdot 10^4$ | $3,3 \cdot 10^3$  | —                 |
| КГ1-53-90    | $2,1 \cdot 10^4$                            | $2,2 \cdot 10^3$ | $2,2 \cdot 10^3$ | $1,74 \cdot 10^4$ | $1,38 \cdot 10^3$ |
| КГ1-24-180   | $7,2 \cdot 10^4$                            | $7,1 \cdot 10^4$ | $7,1 \cdot 10^4$ | $3,5 \cdot 10^4$  | $1,5 \cdot 10^4$  |
| КОБД-6       | $7,0 \cdot 10^2$                            | $4,2 \cdot 10^4$ | —                | $4,4 \cdot 10^4$  | —                 |

Механическое нагружение приводит также к увеличению свободного объема в результате образования пустот в полимерах при выпрямлении полимерных цепей под нагрузкой. Согласно [12] увеличение свободного объема полимеров приводит к снижению  $E_{пр}$  в связи с ионизационными процессами в свободном объеме. Аналогичные ионизационные процессы приводят к снижению  $E_{пр}$  в области микротрещин.

Анализ экспериментальных данных изменения  $E_{пр}$  изоляции кабелей КГ1-53-180 и КГ3-59-90, на которые действуют приблизительно одинаковые растягивающие нагрузки, показал (табл. 2), что кабели с фторлоновой изоляцией более устойчивы к действию многоциклового механического нагружения, чем кабели с полиэтиленовой изоляцией. Это связано с тем, что модуль упругости  $E_{сж}$  и разрушающее напряжение  $\sigma_p$  у фторлонов значительно выше, чем у полиэтилена. Так, у фторлона-40Ш  $E_{сж} = 1000$  МПа,  $\sigma_p = 44$  МПа, а у полиэтилена  $E_{сж} = 90$  МПа,  $\sigma_p = 11$  МПа [13], что объясняется высокой энергией взаимодействия между атомами фтора (2000 ккал/моль) по сравнению с энергией взаимодействия как атомов водорода, так и углерода.

При этом корреляция между  $E_{пр}$  полимерной изоляции и ее упругими характеристиками объясняется согласно теории Штарка — Гартона тем, что электрический пробой происходит вследствие воздействия на изоляцию силы электрического поля, причем способность противостоять этой силе выражается через модуль упругости этой изоляции.

Использование двухфакторного дисперсионного анализа позволило определить вклад факторов циклического механического воздействия (5400 циклов) и старения (в результате 10-летнего хранения на открытом воздухе), а также и совместного воздействия этих факторов в изменение  $E_{пр}$  изоляции рабочего и нерабочего участков геофизического кабеля КГ3-59-90. Для рабочего участка кабеля старение в очень незначительной степени сказывается на снижении  $E_{пр}$ . Существенно больший вклад в снижение  $E_{пр}$  изоляции (2,28 %) вносит совместный вклад старения и циклических механических нагрузок. При этом механическое нагружение вызывает увеличение накопления повреждений в изоляции, образующихся при старении. Основной вклад (97 %) в изменение  $E_{пр}$  изоляции рабочего участка кабеля вносит фактор циклического механического воздействия, приводя к значительному увеличению повреждений.

Следует иметь в виду, что в начальной стадии атмосферного старения полимерной изоляции может наблюдаться некоторое увеличение  $E_{пр}$  за счет окислительных процессов, при-

водящих к образованию карбонильных групп, играющих роль диполей, и рассеянию на них электронов [14]. В дальнейшем старение приводит к росту надмолекулярных образований, рыхлости надмолекулярной структуры, появлению трещин, что вызывает снижение  $E_{пр}$  полимерной изоляции.

Использование двухфакторного дисперсионного анализа для определения вклада факторов старения и многоциклового механического нагружения в снижение  $E_{пр}$  изоляции нерабочего участка геофизического кабеля КГ3-59-90 позволяет установить увеличение вклада старения (83,3 %) и уменьшение вклада многоциклового механического нагружения (3,7 %) по сравнению с вкладом этих же факторов на рабочем участке кабеля. Это связано с отсутствием на нерабочем участке раздавливающей нагрузки, возникающей при работе кабеля через блок и вызывающей ускоренное накопление повреждений в изоляции, что приводит к значительному снижению  $E_{пр}$  при многоциклового механического нагружении. Так, согласно табл. 2, совместное действие раздавливающих и растягивающих нагрузок на рабочем участке приводит к более интенсивному накоплению повреждений и снижению  $E_{пр}$ , чем на нерабочем участке для изоляции всех исследуемых марок геофизических кабелей.

Рассмотренные физические процессы, происходящие в изоляции геофизических кабелей из полиэтилена и фторлона-40Ш при длительном атмосферном старении и многоциклового механического нагружении, свойственны и эластомерам. При этом для эластомеров действие фотостарения значительно превосходит в случае атмосферного старения действие температуры. Так, согласно [15], скорость старения резины под действием ультрафиолетовых лучей при температуре 313 К в 3 раза превосходит скорость теплового старения при температуре 343 К.

Механическое нагружение существенно ускоряет развитие окислительных процессов в эластомерах вследствие снижения энергетических барьеров реакции окисления, приводящей к образованию свободных радикалов. При этом энергия образования свободных радикалов не превосходит 3—4 ккал/моль, т. е. эластомеры по сравнению с другими полимерами характеризуются более высокой реакционной способностью к кислороду, приводящей к их деструкции. При рассмотрении термодеструкции эластомеров под воздействием механических напряжений установлено [15], что до температуры 313 К наличие механических напряжений вносит основной вклад в деструкцию, а при более высокой температуре начинает превалировать вклад в деструкцию термической составляющей.

Действие на эластомеры циклических механических нагрузок приводит к их усталостному разрушению. При этом, естественно, разрушение эластомеров при циклическом нагружении наступает быстрее, чем при статическом. Таким образом, из-за повышенной по сравнению с другими полимерами реакционной способности эластомеров к окислению, приводящему к деструкции, которая значительно возрастает под действием механических нагрузок, в особенности циклических, можно ожидать также значительного по сравнению с другими полимерами изменения их  $E_{пр}$  при действии циклических нагрузок.

Действительно, согласно табл. 2, для изоляции из резины ТСШ-500 геофизического кабеля КОБД-4, подвергнутого после 10-лет атмосферного старения действию 2580 циклов механического нагружения, наблюдается снижение  $E_{пр}$  на 40 %, в то

время как у изоляции из фторлона-40Ш геофизического кабеля КГЗ-59-180, подвергнутого после 10-летнего атмосферного старения действию почти в 10 раз большему числу циклов (24070),  $E_{пр}$  снижается всего на 13 %.

Длительное атмосферное старение, вызывая структурные изменения в полимерной изоляции геофизических кабелей, приводит к изменению ее сопротивления  $R_{из}$  (табл. 3).

При этом в начальной стадии действия температуры у полимеров, в частности полиэтилена, наблюдается уплотнение структуры в результате увеличения степени кристалличности. При продолжительном температурном воздействии на определенной стадии рост размеров надмолекулярных образований приводит к повышению дефектности структуры, когда могут наблюдаться местные напряжения, рыхлость межсферолитной прослойки, образование микротрещин. Общие закономерности изменения сопротивления изоляции для различных полимеров от продолжительности теплового воздействия идентичны независимо от величины температуры в достаточно широком температурном интервале и рассмотрены в [14].

В начале температурного воздействия сопротивление изоляции должно возрастать, достигая максимального значения, а далее снижаться. Такое изменение сопротивления полимерной изоляции, связанное с изменением структуры под действием температуры, укладывается в представление о ионном механизме электропроводности полимеров, при котором подвижность ионов убывает с ростом плотности структуры и возрастает с увеличением ее дефектности. При этом, так как скорость изменения структуры связана со значением температуры, то при ее повышении время, в течение которого сопротивление изоляции достигает наибольшего значения, уменьшается. Фото-старение ускоряет процесс образования дефектов, что в свою очередь приводит к снижению сопротивления полимерной изоляции. Закономерности, связанные с изменением структуры и сопротивления полимерной изоляции при длительном термобарическом нагружении, рассмотренные в [14], остаются и при температурном воздействии, но следует иметь в виду, что давление значительно ускоряет процесс роста кристаллитов [16].

Согласно данным табл. 3, сопротивление полиэтиленовой изоляции геофизических кабелей КГЗ-59-90 и КГЗ-53-90 изменяется со временем при длительном атмосферном старении по указанной в [14] зависимости: в начале увеличивается, а затем снижается. В то же время у изоляции из фторлона-40Ш кабеля КГ1-240-180 сопротивление в результате длительного атмосферного старения меняется в значительно меньшей степени, чем для полиэтиленовой изоляции, что соответствует данным [2], где показана высокая стабильность сопротивления изоляции из фторлонов при длительном температурном воздействии.

Для кристаллизующихся эластомеров кристаллическая часть вещества даже на последней стадии кристаллизации составляет несколько больше 10 % [15] и, вероятно, незначительно сказывается на изменении  $R_{из}$ . Процесс старения сопровождается образованием поперечных связей, приводящих к повышению плотности эластомеров при одновременной потере эластичности, проявляющейся в снижении их физико-механических характеристик, последующей деформации и разрушении.

При этом изменение физико-механических характеристик эластомеров происходит значительно быстрее, чем электрических.

Процесс увеличения плотности эластомеров сопровождается снижением подвижности ионов и ростом  $R_{из}$  геофизического кабеля КОБД-6 (табл. 3). Дальнейшее увеличение времени экспонирования должно привести к деформации и снижению  $R_{из}$  этого кабеля.

В табл. 2 представлено также изменение  $\tan \delta$  полимерной изоляции (полиэтилен, фторлон-40Ш) геофизических кабелей под действием многоциклового механического нагружения пос-

ле 10 лет атмосферного старения. Рост диэлектрических потерь в полимерной изоляции за счет образования карбонильных групп в результате окислительных процессов при старении хорошо известен. Полиэтилен и фторлон-40Ш относятся соответственно к неполярным и слабополярным диэлектрикам. Релаксационные процессы в них при приложении электрического поля почти не происходят, поляризация носит преимущественно электронный характер, а диэлектрические потери обусловлены в основном потерями электропроводности. При этом зависимость  $\tan \delta$  неполярных диэлектриков от воздействия атмосферного старения и многоциклового механического нагружения определяется в основном изменением электропроводности под влиянием этих факторов. Как указывалось выше, действие атмосферного старения, как и многоциклового механического нагружения, приводит к накоплению дефектов, росту электропроводности и увеличению  $\tan \delta$  геофизических кабелей (табл. 2).

Приведенные данные по изменению электрических характеристик полимерной изоляции геофизических кабелей под воздействием рассмотренных выше факторов могут использоваться при конструировании этих кабелей с целью прогнозирования как срока их хранения в условиях ряда крупнейших нефтяных регионов мира, так и последующей наработки до отказа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Месенжик Я. З. Кабели для нефтегазовой промышленности. — Ташкент: Фан, 1972.
2. Полимерная электроизоляция под давлением/С. Н. Колесов и др. Ташкент: Фан, 1976.
3. Павлов Н. Н. Старение пластмасс в естественных и искусственных условиях. — М.: Химия, 1982.
4. Clark J. E., Harisson C. W. Applied polymer symposia, NH (1967).
5. Возникновение механических напряжений на межатомах связей в поликапроамиде при фотооблучении/А. Н. Мелкумов и др. Высокомолекулярные соединения, 1979, том XXI Б № 9.
6. Кауш К. Разрушение полимеров. — М.: Мир, 1981.
7. Возникновение механических напряжений при фотоокислении/А. Н. Мелкумов и др. Высокомолекулярные соединения, 1978, том XX Б.
8. Гейгер Р. Климат приземного слоя воздуха. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1960.
9. Штраус В. Д., Микельсон М. Я. Влияние малоциклового нагружения на механические и низкочастотные диэлектрические характеристики ряда полимерных композитных материалов. — Механика композитных материалов, 1983, № 2.
10. Chabra O. P., Anand G. L. Life expectancy of electrical insulation under millistress aging. IEE Conf. Rec. Int. Symp. Elec. Insul. Philadelphia. Pa, June 7—9, 1982, New York, NY, 1982, 13.
11. Влияние многократных знакопеременных механических нагрузок на электрическую прочность полимерных диэлектриков/В. Н. Лагунов и др. — Известия АН УзССР, 1983, № 2.
12. Aztbauer, Gziac — Actatecnica, 11, 416, 1966.
13. Кацнельсон М. Ю., Балаев Г. А. Пластические массы. Свойства и применение. Справочник. — Л.: Химия, 1978.
14. Колесов С. Н. Структурная электрофизика полимерных диэлектриков. — Ташкент: Узбекистан, 1975, 205 с.
15. Кузьминский А. С., Ковун С. М., Кирпичев В. П. Физико-химические основы получения, переработки и применения эластомеров. — М.: Химия, 1976.
16. Свойства полимеров при высоких давлениях/С. Б. Айнбиндер и др. — М.: Химия, 1973.

[18.05.84]

УДК 621.315.616.9:537.226.2.001.24

## К аналитическому описанию диэлектрической проницаемости пенополиэтиленовой изоляции

ЕРМУРАТСКИЙ П. В., канд. техн. наук, УСКОВ А. В.

Московский институт тонкой химической технологии

Определение параметров гетерогенных сред (смесей) на основании изучения свойств чистых компонентов, состава и структуры смеси находится постоянно в поле зрения исследо-

вателей [1—4]. Различные структуры приводят к разным математическим моделям, из которых наибольшее распространение получили модели, связанные с матричным характером

| Номер модели | Источник (название)                                       | Вид зависимости                                                                                                                                    | Определяемые параметры                 | Значения параметров                | Сумма квадратов отклонений $S \cdot 10^5$ |
|--------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1            | [2]                                                       | $\epsilon_\Phi = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) v_1}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - v_1)N} \right]$             | фактор деполяризации $N$               | $N = 0,425$                        | 51                                        |
| 2            | [1]                                                       | $\epsilon_{см} = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) v_1}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - v_1^D) v_1^k} \right]$      | $D$<br>$k$                             | $D = 0,338$<br>$k = 0,05$          | 3,7<br>(рис. 1)                           |
| 3            | Последовательно-параллельная (ПП1)                        | $\epsilon_{пп1} = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) v_1}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - v_1^D)} \right]$           | $D$                                    | $D = 0,319$                        | 6,1                                       |
| 4            | Параллельно-последовательная (ПП2)                        | $\epsilon_{пп2} = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) v_1}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - v_1^D) v_1^{1-D}} \right]$ | $D$                                    | $D = 0,530$                        | 260                                       |
| 5            | Линейная комбинация ПП1 и ПП2                             | $\epsilon_{см} = W_1 \epsilon_{пп1}(D) + (1 - W_1) \epsilon_{пп2}(D)$                                                                              | $W_1$<br>$D$                           | $W_1 = 0,795$<br>$D = 0,353$       | 1,1<br>(рис. 2)                           |
| 6            | Эллиптические включения с арифметическим усреднением      | $\epsilon_{см} = \frac{\epsilon_\Phi(N_1) + \epsilon_\Phi(N_2) + \epsilon_\Phi(1 - N_1 - N_2)}{3}$                                                 | $N_3 = \frac{N_1, N_2}{1 - N_1 - N_2}$ | $N_1 = 1$<br>$N_2 = 0$             | 2,4<br>(рис. 3)                           |
| 7            | То же с геометрическим усреднением                        | $\epsilon_{см} = \sqrt[3]{\epsilon_\Phi(N_1) \epsilon_\Phi(N_2) \epsilon_\Phi(1 - N_1 - N_2)}$                                                     | $N_3 = \frac{N_1, N_2}{1 - N_1 - N_2}$ | $N_1 = 0,96$<br>$N_2 = N_3 = 0,02$ | 8,0                                       |
| 8            | Линейная комбинация систем с эллипсоидальными включениями | $\epsilon_{см} = W_1 \epsilon_\Phi(N) + (1 - W_1) \epsilon_\Phi\left(\frac{1 - N}{2}\right)$                                                       | $W_1$<br>$N$                           | $W = 1/3$<br>$N = 1$               | 2,4<br>(рис. 4)                           |

среды. Это, прежде всего, формулы Максвелла, Лоренц — Лорентца и Фрике [2]. Учет возможного изменения структуры смеси при изменении концентраций компонентов приводит к взаимно-матричным системам, для которых  $\epsilon_{rсм}$  определяется как линейная комбинация граничных значений  $\epsilon_{rгр1,2}$  с весовыми коэффициентами, зависящими от состава смеси [3 и 4].

Другой подход к описанию смесей основан на рассмотрении последовательно-параллельных (1) и параллельно-последовательных (2) схем замещения элементарного объема с плоскими границами [1 и 2]. В более общем случае у таких схем замещения при пренебрежении краевыми эффектами для цилиндрических включений с относительной площадью сечения  $S$  и относительной высотой включения  $h$

$$\epsilon_r = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)Sh}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - h)} \right]; \quad (1)$$

$$\epsilon_r = \epsilon_2 \left[ 1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)Sh}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - h)S} \right]. \quad (2)$$

Если объемная доля включения  $v_1$ , то, очевидно,  $v_1 = hS$ . Параметры  $h$  и  $S$  можно, следуя [1], выразить через  $v_1$  и показатель степени  $D$ :  $h = v_1^D$ ,  $S = v_1^{1-D}$ .

На основании экспериментальных данных, приведенных в [1], была проверена адекватность различных моделей смесей и исследованы области возможных значений параметров (см. таблицу). Модели № 1—5 относятся к анизотропным средам, а № 6—8 — к изотропным (за счет усреднения по трем направлениям).

Справедливость той или иной формулы определяется тем, насколько она соответствует экспериментальным данным. Предполагая равнозначность измерения  $\epsilon_r^3$  для различных значений  $v_1$ , критерием адекватности может служить сумма квадратов отклонений расчетных значений  $\epsilon_r$  от соответствующих им экспериментальных  $\epsilon_r^3$

$$S = \sum_{i=1}^N [\epsilon_r^3(v_i) - \epsilon_r(v_i)]^2. \quad (3)$$

В ряде случаев выражение для  $\epsilon_r$  может содержать один или несколько параметров, значения которых определяются

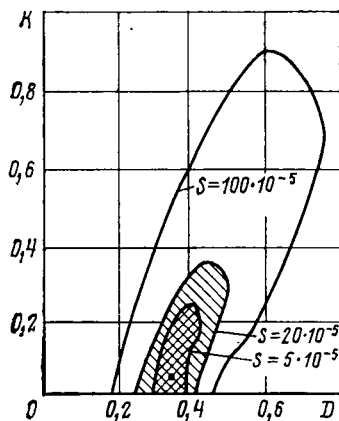


Рис. 1

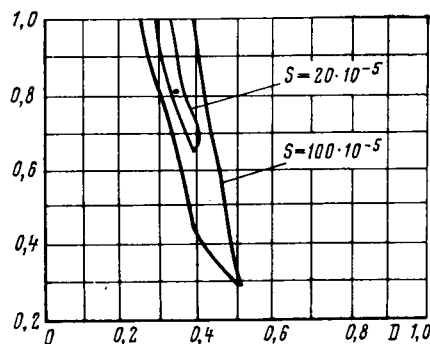


Рис. 2

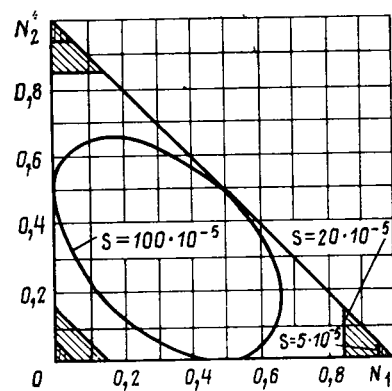


Рис. 3



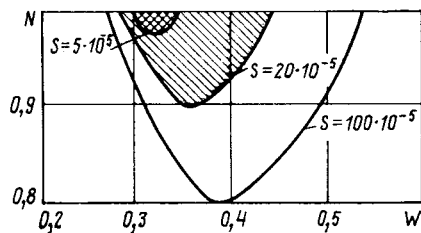


Рис. 4

путем минимизации  $S$  по этим параметрам. Естественно, чем меньше значение  $S$ , тем больше оснований считать для данной смеси модель адекватной.

Говорить о том, что та или иная формула не противоречит экспериментальным данным, можно, сравнив значение  $S$  с дисперсией  $\sigma^2$  ошибки измерения  $\epsilon_r^2$ . Более строго гипотеза об адекватности математической модели принимается, если

$$S < \sigma^2 \chi^2 (N - p, \alpha), \quad (4)$$

где  $N$  — число экспериментальных точек;  $p$  — количество определяемых параметров;  $\alpha$  — уровень значимости;  $\chi^2$  — критическое значение критерия хи-квадрат [5].

Из-за влияния случайных ошибок измерения  $\epsilon_r^2$  существует множество значений параметров, определяемое неравенством (4). Это множество обычно группируется вблизи точки минимума и образует доверительную область значений параметров с доверительной вероятностью  $1 - \alpha$ .

На рис. 1—4 в пространстве определяемых параметров приведены доверительные области для этих параметров ( $\sigma^2 = 10^{-5}$ , что соответствует 1 %-ной ошибке измерений  $\epsilon_r$ ) как линии равного уровня, соответствующие значениям  $S$ , удовлетворяющим (4) при доверительной вероятности 70 % и 99,9 % ( $\chi^2 = 5$  и 20 соответственно).

**Выводы.** 1. Возможно большое число различных описаний свойств ППЭ, рассматриваемых как изотропные, так и анизотропные структуры, что не противоречит экспериментальным данным.

2. Модель [1] определяет достаточно широкую доверительную область, что свидетельствует о неточном нахождении параметров.

3. Наименьшую доверительную область дает изотропная модель с эллипсоидальными включениями вида плоских сфероидов (см. рис. 3).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Столбовой Л. Н. Относительная диэлектрическая проницаемость пенополиэтиленовой изоляции. — Электричество, 1984, № 3, с. 70—71.
2. Негушил А. В. Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур. — Электричество, 1975, № 10, с. 1—8.
3. Негушил А. В. О расчете средней диэлектрической проницаемости смесей. — Электромеханика и автоматика, 1959, № 1, с. 23—26.
4. Негушил А. В., Ермуратский П. В. О двухсторонних оценках параметров смесей. — ЖТФ, 1978, т. 48, вып. 6, с. 1300—1301.
5. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1965.

[05.06.84]

УДК 62-83-52

## Оптимизация электроприводов с гибкими и упругими связями

ПЕТРОВ Ю. П., СИВЕРИН В. А.

Ленинградский государственный университет

Для многих электроприводов является существенным учет колебаний звеньев, соединенных гибкими и упругими связями. Так, например, электропривод крановой тележки (рис. 1) должен не только выполнить перемещение груза массы  $m$  на расстояние  $L$  за время  $T$ , но и обеспечить гашение колебаний груза, т. е. обеспечить при  $t \geq T$  и скорость груза, и его отклонение от вертикали обращались бы в нуль; в противном случае нужно долго ждать затухания колебаний и быстрое действие привода будет снижено. Аналогичная проблема успокоения крутильных колебаний возникает в электроприводах, обеспечивающих заданный угол поворота исполнительного механизма при учете конечной жесткости вала. Проблема эта была предметом внимания ряда исследователей [1, 2], однако ее нельзя считать исследованной полностью.

Рассмотрим крановую тележку массы  $M$  (в которую входят и приведенные вращающиеся массы ротора электродвигателя, рис. 1). Тележка приводится в движение электродвигателем постоянного тока, и к ней на тросе длиной  $l$  подвешен груз массой  $m$ . Обозначим текущую координату тележки через  $x(t)$ , а координату груза —  $y(t)$ . В линейном приближении уравнения движения тележки и груза примут вид:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + m\ddot{y} = u; \\ x = y + \frac{l}{g} \ddot{y}, \end{cases} \quad (1)$$

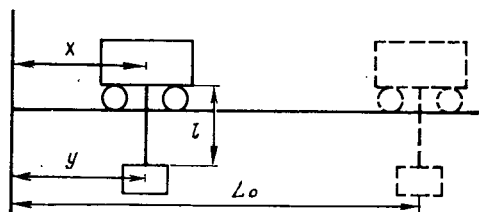


Рис. 1. Схема перемещения крановой тележки

где  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  — ускорение силы тяжести;  $u$  — сила, движущая тележку (трением пренебрегаем).

Первоначально груз и тележка неподвижны, т. е.  $x(0) = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $\dot{x}(0) = 0$ ;  $\dot{y}(0) = 0$ ; требуется за время  $T$  переместить груз на расстояние  $L_0$  с гашением его колебаний, т. е. при  $t = T$  должно быть  $x(T) = y(T) = L_0$ ;  $\dot{x}(T) = \dot{y}(T) = 0$ ; таким образом, должны быть выполнены восемь граничных условий для функций  $x(t)$  и  $y(t)$ . Выполнение их можно обеспечить за счет выбора закона изменения во времени силы  $u(t)$ , приложенной к тележке и пропорциональной току якоря. Для уменьшения нагрева электродвигателя желательно уменьшить интеграл

$$Q = \int_0^T u^2 dt. \quad (2)$$

Окончательно приходим к следующей математической формулировке задачи оптимального управления электроприводом крановой тележки: найти функцию  $u(t)$ , т. е. закон изменения тока якоря в функции времени, которая при выполнении уравнений связи (1) и восьми граничных условий:  $x(0) = y(0) = \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = x(T) = y(T) = 0$  определит минимум функционала (2). Для облегчения решения удобно, подставив второе из уравнений (1) в первое, привести систему (1) к одному уравнению четвертого порядка:

$$M \frac{l}{g} y^{IV} + (M + m) \ddot{y} = u. \quad (3)$$

Если  $l = 0$  (т. е. груз  $m$  не подвешен, а жестко закреплен на тележке), то уравнение (3) переходит в уравнение второго порядка:

$$(M + m) \ddot{y} = u. \quad (4)$$

Для этого случая решение задачи оптимального управления хорошо известно [3]: оптимальное движение тележки и груза в функции времени  $x(t)$  и  $y(t)$  является монотонным и описывается полиномом третьей степени:

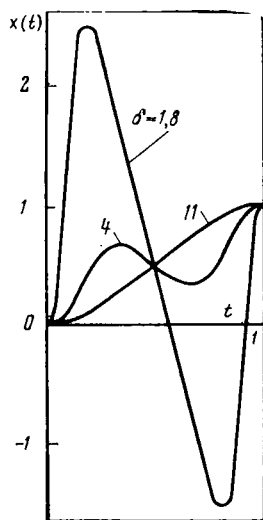


Рис. 2. Оптимальный закон перемещения крановой тележки  $x(t)$  при различных значениях критерия подобия  $\delta = T/t_0$

$$x(t) = L_0 \left[ 3 \left( \frac{t}{T} \right)^2 - 2 \left( \frac{t}{T} \right)^3 \right]; \quad (5)$$

скорость перемещения  $v = \frac{dx(t)}{dt}$  изменяется по закону параболы, причем  $v(t) \geq 0$ , а ток якоря (в отн. ед.)

$u = \frac{d^2x}{dt^2}$  — по линейному закону, причем  $u(0) = -u(T)$ , т. е. ток якоря симметричен относительно середины интервала времени  $0 \leq t \leq T$ .

Мы убеждаемся, что для любых  $L_0$  и  $T$  общий характер зависимостей  $L(t)$ ,  $v(t)$ ,  $u(t)$  остается одним и тем же.

Сложнее оптимальное управление движением при  $l \neq 0$ . Его можно найти из уравнения Эйлера для функционала (2), который с учетом равенства (3) можно записать в виде

$$Q = \int_0^T \left[ (M + \tilde{m}) \ddot{y} + M \frac{l}{g} y^{IV} \right]^2 dt. \quad (6)$$

В каждом конкретном случае найти решение не так уж сложно, однако наиболее интересно выявить общий характер оптимального движения при различных сочетаниях определяющих его параметров: заданного перемещения груза  $L_0$ , времени  $T$ , длины подвеса  $l$ , массы груза  $m$  и тележки  $M$ . Желательно охватить все возможные сочетания их.

Введем единицу для времени

$$t_0 = \sqrt{\frac{l}{d} \frac{M}{M+m}}, \quad (7)$$

(при  $m = 0$  величина  $1/t_0$  равна частоте колебаний груза) и в дальнейшем будем пользоваться безразмерным временем  $\tau = t/t_0$ . Уравнение (3) запишется в виде:

$$\left[ \frac{g}{l} \frac{(M+m)^2}{M} \right] \left( \frac{d^4 y}{d\tau^4} + \frac{d^2 y}{d\tau^2} \right) = u. \quad (8)$$

Введем теперь приведенную силу  $u = \frac{l}{g} \frac{M}{(M+m)^2} u$ : как и сила  $u$ , она пропорциональна току якоря. Теперь функционал (2) будет с учетом уравнения (8) пропорционален функционалу:

$$Q_1 = \int_0^T (y^{IV} + \ddot{y})^2 d\tau. \quad (9)$$

Уравнение Эйлера для функционала (9) является линейным уравнением восьмого порядка:

$$y^{VIII} + 2y^{VI} + y^{IV} = 0, \quad (10)$$

и его общее решение имеет вид:

$$y = (C_1 + C_2 \tau) \sin \tau + (C_3 + C_4 \tau) \cos \tau + C_5 \tau^3 + C_6 \tau^2 + C_7 \tau + C_8. \quad (11)$$

Восемь постоянных интегрирования определяются из восьми граничных условий. Зная  $y_{\text{опт}}(\tau)$ , по второму из уравнений (1) определим  $x_{\text{опт}}(\tau)$ , а затем по первому уравнению определим  $u_{\text{опт}}(\tau)$ .

Наиболее существенным результатом перехода от  $t$  к  $\tau$  является вытекающее из формул (7) — (11) следствие: единственным критерием подобия оптимальных режимов движения тележки и груза  $T$  ко времени  $t_0$ , определяемому по формуле (7). Достаточно построить  $x(t)$  и  $u(t)$  для ряда значений  $\delta$ , чтобы получить полное представление об оптимальных режимах движения для всех возможных сочетаний параметров  $L_0$ ,  $T$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $M$  (изменение  $L_0$  меняет лишь масштаб  $x(t)$ ).

Если критерий подобия  $\delta$  велик (от  $\delta \rightarrow \infty$  до  $\delta = 10$ ) движение тележки мало отличается от хорошо известного случая  $l = 0$ : движение тележки монотонно, скорость движения сперва

растет, затем убывает по закону, близкому к параболе второй степени. При уменьшении критерия подобия от  $\delta = 10$  до  $\delta = 5$  скорость движения тележки вблизи середины пути замедляется.

При дальнейшем уменьшении критерия подобия скорость тележки вблизи середины пути меняет знак, тележка некоторое время движется в обратном направлении как бы «под тормаживая» движение подвешенного груза; это отчетливо видно на кривой рис. 2, соответствующей  $\delta = 4$ . Когда значение критерия подобия  $\delta$  уменьшается ниже  $\delta = 3$ , движение тележки начинает выходить за пределы интервала  $0 \leq x \leq L_0$ . Характерные особенности оптимального перемещения тележки для малых значений критерия подобия  $\delta$  можно видеть на кривой рис. 2, соответствующей  $\delta = 1,8$ . Мы убеждаемся, что сперва тележка забегает далеко вправо, на расстояние, в 2,5 раза большее, чем заданное перемещение груза. Затем тележка быстро двигается влево, заходит далеко левее своего исходного положения (в это время тележка находится далеко позади груза и под тормаживает его движение) и лишь в последний момент времени начинает быстро двигаться вправо. Такое причудливое для малых  $\delta$  движение тележки обеспечивает плавное, без колебаний для любых значений  $\delta$ , движение груза. На рис. 3 показаны оптимальные движения груза для  $\delta = 11$  и  $\delta = 4$ .

Законы оптимального изменения тока якоря и пропорционального ему тягового усилия тележки показаны на рис. 4 для  $\delta = 8$  и 4. При  $\delta = 8$  закон изменения тока якоря еще не слишком сильно отличается от известного «линейного закона», характерного для  $l = 0$ , при  $\delta = 4$  он уже трижды меняет знак и значение тока сильно возрастает. При дальнейшем уменьшении критерия подобия  $\delta$  характер изменения тока якоря сохраняется (те же три перемены знака), однако резко возрастают максимальные значения тока.

При жестком закреплении груза  $l = 0$  выполняются, как известно из [3], простейшие соотношения между перемещением тележки  $L$ , временем перемещения  $T$  и потерями в якоря  $Q$ . Обычно время  $T$  измеряют в долях механической постоянной времени  $T_m$ , равной времени разгона от нулевой скорости до номинальной при вращающем моменте, равном номинальному, и моменте сопротивления, равном нулю. Перемещение  $L$  измеряют в долях перемещения  $L_0$ , на которое перемещается тележка за время  $t = T_m$  при номинальной скорости вращения якоря, а за единицу потерь в якоря  $Q$  выбирают потери  $Q_0$  при токе, равном номинальному за время  $t = T_m$ . При таком выборе единиц измерения, как известно,

$$Q = \varepsilon \frac{L^2}{T^3}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon$  — безразмерное число, зависящее от закона управления электродвигателем. При оптимальном управлении закону (5) коэффициент  $\varepsilon$  достигает минимального значения:  $\varepsilon_{\min} = 12$ .

При наличии подвешенного груза и необходимости гашения его скорости в конце перемещения при  $t = T$  значение коэффициента  $\varepsilon$  в формуле (12) зависит как от закона управления, так и от критерия подобия  $\delta$ . При оптимальном управлении, соответствующем (11),  $\varepsilon$  достигает минимального значения и зависит только от  $\delta$ , т. е.  $\varepsilon_{\min} = f(\delta)$ . При  $\delta \geq 8$  значение  $f(\delta)$  еще немного отличается от  $\varepsilon_{\min} = 12$ . Так, при  $\delta = 11$  имеем  $(\delta) = 14$ , при  $\delta = 8 - f(\delta) = 13,3$ .

При дальнейшем уменьшении критерия подобия  $\delta$  начина-

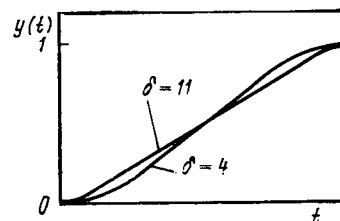
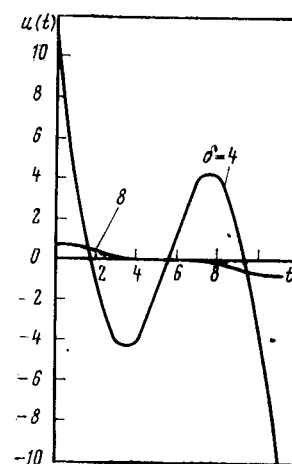


Рис. 3. Перемещение подвешенного груза при оптимальном управлении для различных значений критерия подобия  $\delta$

Рис. 4. Оптимальный закон изменения тока якоря электропривода крановой тележки при различных значениях критерия подобия  $\delta$



ется стремительный рост  $\varepsilon_{\min} = f(\delta)$ . Так, при  $\delta = 6,28$  имеем  $f(\delta) = 27,5$ , при  $\delta = 4$  —  $f(\delta) = 280$ , при  $\delta = 2$  —  $f(\delta) = 6036$ , при  $\delta = 1$   $f(\delta)$  возрастает даже до 105000.

Эти соотношения конкретизируют возможности быстрого перемещения подвешенного груза с гашением колебаний. Чисто теоретически достижимо любое быстрое действие, действительно, краевая задача для управления (10) разрешима при любых  $L$  и  $T$ . Однако требуемая для реализации малых  $T$  мощность электродвигателя возрастает так стремительно, что на практике нежелательно иметь время  $T$  меньше, чем  $6 \div 8 t_0$ , определяется по формуле (7).

Мы рассматривали задачу оптимального перемещения груза в простейшей постановке, пренебрегая трением. Если скорость тележки не меняет знака, то сухое трение можно учесть по той же методике, по которой оно учитывалось в [3] для случая  $l=0$ . При наличии сухого трения оптимальный ток якоря равен сумме тока, оптимального при отсутствии трения и определяемого по изложенной выше методике и тока  $i = \mu_0$ , соответствующего моменту, создаваемому силами трения. Потери в якоре при оптимальном управлении  $u$  и  $l=0$  вычисляются по формуле:

$$Q = 12 \frac{L^2}{T^3} + \mu_0^2 T, \quad (13)$$

приведенной в [3], а при  $l \neq 0$  вместо нее следует пользоваться формулой

$$Q = f(\delta) \frac{L^2}{T^3} + \mu_0^2 T, \quad (14)$$

где функция  $f(\delta) > 12$  и стремительно возрастает при уменьшении критерия подобия ниже значения  $\delta = 6$ .

При замене формулы (13) на формулу (14) методика выбора параметров электродвигателя, реализующего программу перемещения, приведенная в [3], сохраняет силу. Если скорость тележки меняет знак, то учет трения осложняется.

Рассмотрим теперь оптимальное управление вращательным движением механизмов с упругими связями. Рассмотрим электродвигатель постоянного тока с моментом инерции  $J_{\text{дв}}$ , который с помощью вала с конечной жесткостью приводит во вращательное движение механизма с моментом инерции  $J_{\text{м}}$ . Пусть требуется повернуть механизм на угол  $\alpha_0$  за время  $T$ . После прекращения вращения электродвигателя при конечной жесткости вала могут возникнуть нежелательные крутильные колебания механизма.

Обозначим текущее значение угла поворота электродвигателя через  $x(t)$ , а угол поворота механизма через  $y(t)$ . Желательно найти такой знак изменения тока якоря  $u(t)$ , чтобы при  $t \geq T$  крутильные колебания не возникали, т. е. при  $t = T$  выполнялись бы соотношения:  $x(T) = \alpha$ ;  $y(T) = \alpha$ ;  $\dot{x}(T) = \dot{y}(T) = 0$ , при начальных условиях:  $x(0) = y(0) = 0$ ;  $\dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$ . Кроме того, желательно, чтобы потери в якоре были бы минимальными, т. е. достигал бы минимума функционал (2).

На первом этапе не будем учитывать момент трения (в дальнейшем его можно учесть точно так же, как и для случая подвешенного груза) и будем пренебрегать естественным затуханием крутильных колебаний. Тогда уравнения вращательного движения электродвигателя и механизма примут вид:

$$\left. \begin{aligned} J_{\text{м}} \ddot{x} + J_{\text{дв}} \ddot{y} &= u; \\ x &= y + \frac{J_{\text{м}}}{c} \ddot{y}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $c$  — жесткость вала, соединяющего электродвигатель и механизм.

Уравнение (15) является математической моделью большого числа реальных электроприводов, в которых необходим учет конечной жесткости вала и моментов инерции двигателя и механизма.

Легко заметить, что уравнения (15) подобны уравнениям (1), если заменить  $J_{\text{м}}$  на  $M$ ,  $J_{\text{дв}}$  на  $m$  и  $J_{\text{м}}/c$  на  $l/g$ . Следовательно, если ввести единицу для времени

$$t_0 = \sqrt{\frac{J_{\text{м}}}{c} \frac{J_{\text{м}}}{J_{\text{м}} + J_{\text{дв}}}}, \quad (16)$$

(при  $J_{\text{дв}} = 0$  величина  $1/t_0$  равна частоте крутильных колебаний механизма при остановленном двигателе), ввести безразмерное время  $\tau = t/t_0$  и критерий подобия  $\delta = T/t_0$ , то все результаты, полученные для подвешенного груза, без изменений переносятся и на оптимальное управление вращательным движением систем с гибким и упругим валом: для любых  $\alpha_0$  и  $T$  существует оптимальное управление током якоря электродвигателя, обеспечивающее заданный поворот без крутильных колебаний при  $t \geq T$ ; если  $\delta \geq 8$ , то оптимальное управление мало отличается от известного и описанного в [3] управления, оптимального для бесконечно жесткого вала; в относительных единицах оптимальные законы управления  $u(\tau)$ ;  $x(\tau)$ ;  $y(\tau)$  зависят только от критерия подобия.

При  $\delta$ , меньшем шести, происходит стремительный рост потерь в якоре, ограничивающий реализацию заданного поворота для малых значений времени  $T$ . При этом сохраняется принципиальная возможность обеспечения поворота вала без крутильных колебаний при  $t \geq T$  для любого  $T$ . Если  $T < 2t_0$ , то требуемое изменение угла поворота электродвигателя в функции времени имеет тот же самый характер, что и движение тележки, показанное на рис. 2: для  $\delta = 1,8$  сначала электродвигатель быстро поворачивается на угол, который больше требуемого поворота исполнительного механизма; затем столь же быстро электродвигатель поворачивается в обратную сторону, «подтормаживая» поворот исполнительного механизма, затем электродвигатель снова изменяет направление движения в соответствии с кривыми, показанными на рис. 2. Исполнительный механизм при таком законе изменения поворота электродвигателя в функции времени поворачивается и при наличии гибкого вала плавно, без колебаний для любого значения критерия подобия  $\delta$ , так как это показано на рис. 3. Рис. 2—4 отражают не только оптимальные законы движения тележки и подвешенного груза, но и оптимальные законы вращательного движения двух масс, соединенных валом конечной жесткости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н. Управление колебаниями. — М.: Наука, 1980.
2. Поляков Л. М., Херунцев П. Э. Оптимальное управление динамическими процессами в электроприводах с упругими связями. — Электричество, 1979, № 3.
3. Петров Ю. П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву. — Л.: Энергия, 1971.

[04.07.84]

# Методы импульсной модуляции напряжения с применением обратной связи в электроприводах переменного тока

УТКИН В. И., ИЗОСИМОВ Д. Б., КАШКАНОВ В. В.

При построении электропривода переменного тока на основе вентиляльных преобразователей с импульсной модуляцией одной из центральных проблем является разработка рациональных законов коммутации с точки зрения потерь энергии. Цель статьи — синтез алгоритма коммутации ключевых элементов преобразователя, обеспечивающий минимум дополнительных (коммутационных) потерь в преобразователе при заданном уровне первой гармонической выходного напряжения.

Традиционно поставленная задача синтеза команд управления ключевыми элементами преобразователя решалась по разомкнутому циклу за счет сравнения заданных непрерывных напряжений с соответствующим напряжением пилообразной формы [1] (аналоговые системы с векторным управлением) или за счет соответствующего логического распределения импульсов равной ширины по ключевым элементам силового преобразователя [2] (импульсные системы с управлением по частоте и напряжению). Такой подход позволяет лишь констатировать, какой из анализируемых алгоритмов обеспечивает меньшие коммутационные потери в нагрузке, но отнюдь не позволяет синтезировать алгоритм управления, который обеспечивает минимум коммутационных потерь при заданном числе переключений или минимум суммарного числа переключений во всех фазах преобразователя в единицу времени при заданном уровне потерь.

Так как минимизация коммутационных потерь должна обеспечиваться автоматически в процессе отработки заданных значений регулируемых переменных, то синтез закона переключений в данной работе будет проводиться в виде синтеза алгоритма работы управляющего устройства замкнутого контура, обеспечивающего формирование желаемых фазных напряжений.

Для решения поставленной задачи будем рассматривать силовой преобразователь в виде совокупности идеализированных переключателей  $K_R, K_S, K_T$ , изображенных на рис. 1, которые в соответствии со знаком команд управления  $\text{sign } u_i$  ( $i = R, S, T$ ) соединяют выводы фазных обмоток электрической машины с клеммами источника питания «+» или «-». Если напряжение источника питания равно  $U_d$ , то выходные фазные напряжения  $u_R, u_S, u_T$  преобразователя, измеренные относительно средней точки источника питания, можно записать в виде

$$u_i = \frac{U_d}{2} \text{sign } u_i.$$

При этом обобщенный вектор  $U = (u_\alpha, u_\beta)$  выходного напряжения такого преобразователя будет описываться уравнением:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} = \frac{U_d}{2} \begin{pmatrix} e_{R\alpha} e_{S\alpha} e_{T\alpha} \\ e_{R\beta} e_{S\beta} e_{T\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{sign } u_R \\ \text{sign } u_S \\ \text{sign } u_T \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $(e_{R\alpha}, e_{R\beta}), (e_{S\alpha}, e_{S\beta}), (e_{T\alpha}, e_{T\beta})$  — проекции направляющих орт фаз  $R, S, T$  машины на оси неподвижной системы координат.

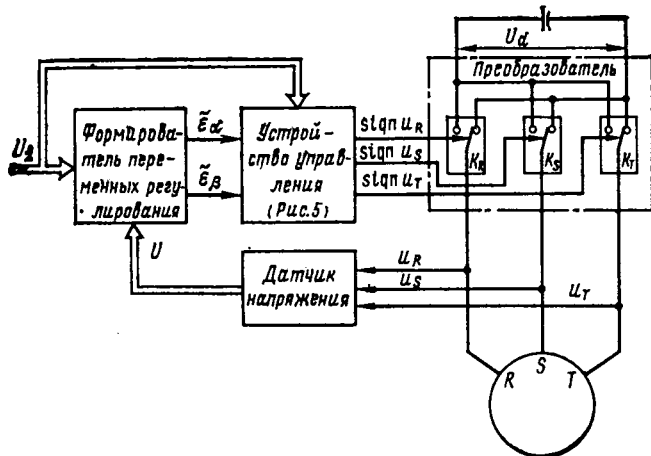


Рис. 1

Как видно из (1), в рассматриваемой функциональной модели преобразователя возможно восемь состояний, соответствующих различным комбинациям команд управления. Модуль мгновенного значения вектора выходного напряжения преобразователя равен нулю при

$$\begin{pmatrix} \text{sign } u_R \\ \text{sign } u_S \\ \text{sign } u_T \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \quad (2)$$

и равен  $U_d$  для остальных комбинаций команд управления.

На рис. 2 изображены шесть ненулевых значений вектора выходного напряжения преобразователя. Очевидно, переключением возможных восьми комбинаций команд управления можно получить в «среднем» любой вектор напряжения, лежащий в минимальной линейной оболочке этих комбинаций — шестиугольнике  $U^1, U^2, \dots, U^6$ . Однако закон переключения состояний ключевых элементов силового преобразователя неоднозначно определяется величиной требуемого «среднего» (за период модуляции) значения вектора выходного напряжения (именно эта неоднозначность и порождает обилие алгоритмов импульсной модуляции). Например, на рис. 2 показано, что требуемый вектор  $U_z$  выходного напряжения преобразователя можно получить, используя комбинации  $U^3, U^4, U^6$  или комбинации  $U^1, U^2, U^5$ .

Для синтеза алгоритма управления ключевыми элементами силового преобразователя охватим его обратной связью по вектору выходного напряжения (рис. 1). Дифференциальные уравнения, записанные относительно интегральных оценок  $\tilde{e}_\alpha, \tilde{e}_\beta$  точности модуляции, будут иметь вид:

$$\tau \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{e}_\alpha \\ \tilde{e}_\beta \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} u_{z\alpha} \\ u_{z\beta} \end{pmatrix} + \frac{U_d}{2} \begin{pmatrix} e_{R\alpha} e_{S\alpha} e_{T\alpha} \\ e_{R\beta} e_{S\beta} e_{T\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{sign } u_R \\ \text{sign } u_S \\ \text{sign } u_T \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\tilde{e}_\alpha, \tilde{e}_\beta$  — интегральные оценки ошибок регулирования  $e_\alpha = u_\alpha - u_{z\alpha}, e_\beta = u_\beta - u_{z\beta}$ , представляющих собой отклонения компонент  $u_\alpha, u_\beta$  вектора выходного напряжения преобразователя от их заданных значений  $u_{z\alpha}, u_{z\beta}$ ;  $\tau$  — постоянная времени интегрирования.

Как следует из теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, каковым является уравнение (3), решить задачу сведения  $\tilde{e}_\alpha, \tilde{e}_\beta$  к нулю можно за счет организации скользящего режима вдоль некоторых поверхностей  $s_R = 0, s_S = 0, s_T = 0$  в пространстве ошибок, на которых компоненты вектора управления — фазные напряжения преобразователя  $u_R, u_S, u_T$  — будут прерываться разрывы. Для сведения к нулю двумерной ошибки достаточно, вообще говоря, использовать лишь два из трех управляющих воздействий, т. е. решение задачи управления в данном случае неоднозначно. Это обусловлено тем, что по средним значениям двух компонент обобщенного вектора напряжения невозможно однозначно опре-

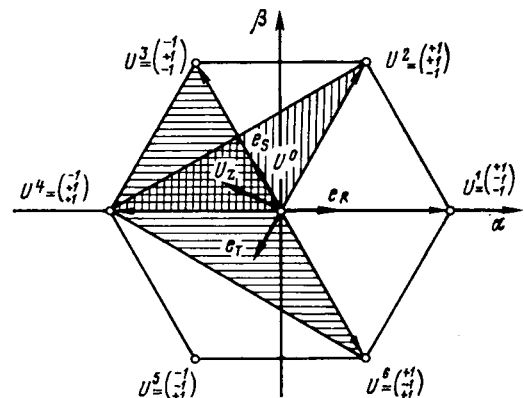


Рис. 2

делить средние значения трех фазных напряжений. В связи с этим введем новую переменную  $v$  и ошибку регулирования  $\tilde{e}_v$ , нулевое значение которой определенным образом фиксирует среднее значение суммы фазных напряжений преобразователя и тем самым снимает указанную неоднозначность [3]. Получаем следующую систему уравнений:

$$\tau \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{e}_\alpha \\ \tilde{e}_\beta \\ \tilde{e}_v \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} u_{z\alpha} \\ u_{z\beta} \\ v \end{pmatrix} + \frac{U_d}{2} \begin{pmatrix} e_{\alpha R} e_{S\alpha} e_{T\alpha} \\ e_{\alpha \beta} e_{S\beta} e_{T\beta} \\ 1 \quad 1 \quad 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{sign } u_R \\ \text{sign } u_S \\ \text{sign } u_T \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Конкретный вид функции  $v$  будет определен ниже исходя из условия минимизации коммутационных потерь в преобразователе. Для синтеза алгоритма коммутации ключевых элементов преобразователя воспользуемся методом диагонализации [4], согласно которому компоненты вектора управляющих воздействий  $u$  выбираются в зависимости от знака компонент вектора  $S = (s_R s_S s_T)^T$

$$u = \begin{pmatrix} \text{sign } u_R \\ \text{sign } u_S \\ \text{sign } u_T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \text{sign } p_R s_R \\ \text{sign } p_S s_S \\ \text{sign } p_T s_T \end{pmatrix}, \quad (5a)$$

причем векторы  $(s_R, s_S, s_T)^T$  и  $(\tilde{e}_\alpha, \tilde{e}_\beta, \tilde{e}_v)^T$  связаны невырожденным преобразованием

$$\begin{pmatrix} s_R \\ s_S \\ s_T \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} \tilde{e}_\alpha \\ \tilde{e}_\beta \\ \tilde{e}_v \end{pmatrix}. \quad (5b)$$

Символ  $\text{sign } p_i s_i$  ( $i = R, S, T$ ) в (5a) означает, что управляющие воздействия  $u_i$  формируются релейными элементами с гистерезисной характеристикой. Матрица  $\Omega$  выбирается таким образом, чтобы скорость изменения каждой из компонент  $s_i$  вектора  $S$ , вычисляемая на траекториях системы (4), (5b), зависела лишь от компоненты  $u_i$  вектора  $u$ . Такая зависимость обеспечивается при

$$\Omega = \begin{pmatrix} e_{R\alpha} e_{S\alpha} e_{T\alpha} \\ e_{R\beta} e_{S\beta} e_{T\beta} \\ 1 \quad 1 \quad 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} e_{R\alpha} e_{R\beta} \frac{1}{2} \\ e_{S\alpha} e_{S\beta} \frac{1}{2} \\ e_{T\alpha} e_{T\beta} \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Производные  $\frac{ds_i}{dt}$  и соответствующие функции  $s_i$  при

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{3} \left| e_{R\alpha} u_{z\alpha} + e_{R\beta} u_{z\beta} + \frac{v}{2} \right| &= \left| u_{zR} + \frac{v}{3} \right| < \frac{U_d}{2}; \\ \frac{2}{3} \left| e_{S\alpha} u_{z\alpha} + e_{S\beta} u_{z\beta} + \frac{v}{2} \right| &= \left| u_{zS} + \frac{v}{3} \right| < \frac{U_d}{2}; \\ \frac{2}{3} \left| e_{T\alpha} u_{z\alpha} + e_{T\beta} u_{z\beta} + \frac{v}{2} \right| &= \left| u_{zT} + \frac{v}{3} \right| < \frac{U_d}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

имеют разные знаки, т. е. на каждой из поверхностей  $s_R, s_S, s_T$  а следовательно, и на их пересечении существует скользящий режим. Это означает одновременное равенство  $s_R, s_S, s_T$  нулю с точностью до величины, определяемой шириной петли гистерезиса  $\Delta$  элементов, реализующих преобразование (5a).

Будем предполагать, что величины  $u_{z\alpha}, u_{z\beta}, v$  изменяются достаточно медленно, и за время периода коммутации вентилей преобразователя их можно считать постоянными (рис. 3). Вычисляя при этом предположении суммарное число переключений во всех фазах преобразователя в единицу времени, получаем

$$N = \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_S} + \frac{1}{T_T} = \frac{3}{4\tau\Delta U_d} \left[ U_d^2 - \frac{8}{9} |U_z|^2 - \left( \frac{2}{3} v \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Отсюда следует, что минимизация числа переключений  $N$  достигается выбором максимального значения величины  $v^2$ , которая, разумеется, должна удовлетворять условиям (7). Значение  $v$ , при котором  $N$  минимально, будем называть оптимальным и обозначать  $v_{\text{опт}}$ . Выражая заданные фазные напряжения в функции угла  $\varphi$  между  $U_z$  и ортом фазы  $R$ , нетрудно определить, что величина  $v_{\text{опт}}$  является периодической функцией угла  $\varphi$  с периодом  $2\pi/3$ :

$$v_{\text{опт}} = \begin{cases} -\frac{3}{2} U_d - 2 |U_z| \cos \left( \varphi' + \frac{2}{3} \pi \right) & \text{при } 0 < \varphi' < \frac{\pi}{6}; \\ \frac{3}{2} U_d - 2 |U_z| \cos \varphi' & \text{при } \frac{\pi}{6} < \varphi' < \frac{\pi}{3}; \\ \frac{3}{2} U_d - 2 |U_z| \cos \left( \varphi' - \frac{2}{3} \pi \right) & \text{при } \frac{\pi}{3} < \varphi' < \frac{\pi}{2}; \\ -\frac{3}{2} U_d - 2 |U_z| \cos \left( \varphi' + \frac{2}{3} \pi \right) & \text{при } \frac{\pi}{2} < \varphi' < \frac{2}{3} \pi, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\varphi' = \varphi - \frac{2}{3} \pi n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Относительное уменьшение  $v$  частоты коммутации при  $v = v_{\text{опт}}$  по сравнению с тем случаем, когда средние значения фазных напряжений преобразователя удовлетворяют условиям трехфазности ( $v = 0$ ), равно

$$\nu = \frac{N_{v=0} - N_{v=v_{\text{опт}}}}{N_{v=0}} = \begin{cases} \frac{\left[ 1 + \frac{4}{3} \frac{|U_z|}{U_d} \cos \left( \kappa + \frac{2}{3} \pi \right) \right]^2}{1 - \frac{8}{9} \frac{|U_z|^2}{U_d^2}} & \text{для } 0 < \kappa < \frac{\pi}{6}; \\ \frac{\left( 1 - \frac{4}{3} \frac{|U_z|}{U_d} \cos \kappa \right)^2}{1 - \frac{8}{9} \frac{|U_z|^2}{U_d^2}} & \text{для } \frac{\pi}{6} < \kappa < \frac{\pi}{3}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\kappa = \varphi - \frac{\pi}{3} n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

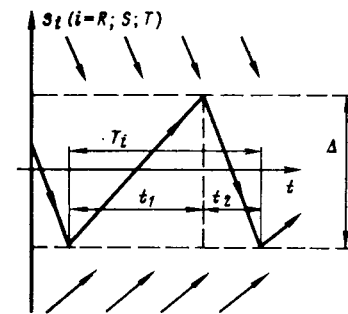


Рис. 3

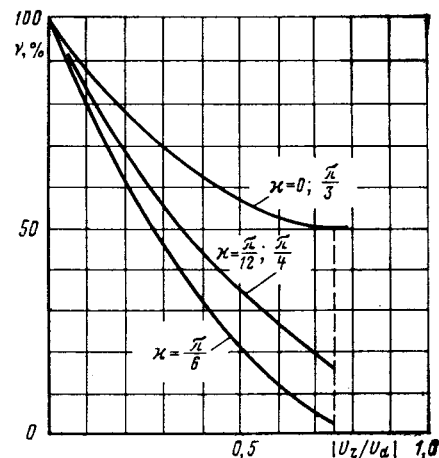


Рис. 4

Напомним, что стандартные методы синтеза закона коммутации вентилей с помощью автономной пофазной ШИМ приводят к выполнению условия трехфазности  $v = 0$ . Таким образом, использование алгоритма (9) позволяет существенно снизить (рис. 4) число коммутаций вентилей (и, следовательно, коммутационные потери в преобразователе) при неизменной величине интегральных оценок точности модуляции.

Предложенный алгоритм функционирования замкнутого контура можно реализовать непосредственно по приведенным выше соотношениям. Однако техническая реализация этого алгоритма может вызвать определенные сложности из-за необходимости формирования величины  $v_{\text{опт}}$ . Обратим внимание на то обстоятельство, что при функционировании замкнутого контура в одной из фаз не происходит переключений. Это объясняется тем, что при  $v = v_{\text{опт}}$  скорость изменения одной из величин  $s_R, s_S$  или  $s_T$  может принимать только два значения: 0 или  $U_d/\tau$ . Естественно, что соответствующее фазное напряжение  $u_i$  примет значение, при котором скорость изменения  $s_i$  будет равна нулю и в дальнейшем  $s_i$  не будет изменяться, так

как, если даже в начальный момент времени  $\frac{ds_i}{dt}$  будет иметь значение  $U_d/\tau$ , то через конечный промежуток времени движения в зоне  $\Delta$  управляющее воздействие  $u_i$  изменит знак.

Соответствие между угловым положением  $\varphi$  вектора заданного напряжения статора  $U_z$  и фазы, в которой не происходит переключений, задается таблицей. Как видно из таблицы, на интервале  $0 \div 2\pi$  имеется 12 секторов, характеризующихся фиксированным значением фазных напряжений  $u_R, u_S$  или  $u_T$ . Сектор, в котором находится вектор заданного напряжения  $U_z$ , можно определить по знакам проекций этого вектора на направляющие орты фаз и им ортогональные. С точки зрения практической реализации вместо синтеза величины  $v = v_{\text{опт}}$  удобнее осуществлять запрет коммутаций в одной из фаз преобразователя по информации об угловом положении вектора  $U_z$ . Для обеспечения полной эквивалентности темпов скользящих движений в переключающихся фазах необходимо сформировать следующие функции переключений:

$$\begin{pmatrix} s_{\perp R} \\ s_{\perp S} \\ s_{\perp T} \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} e_{\perp R\alpha} e_{\perp R\beta} \\ e_{\perp S\alpha} e_{\perp S\beta} \\ e_{\perp T\alpha} e_{\perp T\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_\alpha \\ \tilde{e}_\beta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $(e_{\perp R\alpha}, e_{\perp R\beta})$ ,  $(e_{\perp S\alpha}, e_{\perp S\beta})$ ,  $(e_{\perp T\alpha}, e_{\perp T\beta})$  — проекции орта, ортогональных направляющим ортам фаз  $e_R, e_S, e_T$  машины, на координатные оси  $\alpha, \beta$ . С помощью (3) нетрудно получить дифференциальные уравнения изменения функций (11).

В соответствии с таблицей осуществляем запрет переключений в одной из фаз преобразователя, тогда дифференциальные уравнения изменения тех двух функций из (11), правые части которых явно зависят от переключающихся фазных напряжений, имеют вид:

$$\tau \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} s_{\perp i} \\ s_{\perp j} \end{pmatrix} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} e_{\perp j\alpha} e_{\perp j\beta} \\ e_{\perp i\alpha} e_{\perp i\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{z\alpha} \\ u_{z\beta} \end{pmatrix} + \frac{U_d}{2} \begin{pmatrix} m \\ -m \end{pmatrix} \text{sign } u_g + \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Значения величин  $m, j, i$  и  $g$  в зависимости от угла положения  $\varphi$  вектора  $u_z$  приведены в таблице. Отсюда видно, что при

$$\left. \begin{aligned} u_j &= -m \frac{U_d}{3} \text{sign}_{\text{PR}} s_{\perp i}; \\ u_i &= m \frac{U_d}{3} \text{sign}_{\text{PR}} s_{\perp j} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

на пересечении поверхностей  $s_{\perp j} = 0, s_{\perp i} = 0$  возникает скользящий режим, а это означает, что значения функций  $s_{\perp R}, s_{\perp S}, s_{\perp T}$  не превышают по модулю значения  $\Delta$ , определяемого шириной петли гистерезиса релейных элементов, реализующих преобразование (13).

При таком формировании управляющих воздействий условия существования скользящего режима в (11), (12), (13) совпадают с условиями (7). Это следует хотя бы из того, что при фиксированном фазе в системе (4), (5) при  $v = v_{\text{опт}}$  и в системе (11), (12), (13) совпадают.

Структурная схема устройства управления, реализующая рассмотренный алгоритм, приведена на рис. 5. В блоке «1» вычисляется вектор  $S_{\perp}$  в соответствии с (11); в блоке «2» вычисляются проекции вектора  $U_z$  на направляющие орты  $e_R, e_S, e_T$  и им ортогональные орты  $e_{\perp R}, e_{\perp S}, e_{\perp T}$ . Блок логики осуществляет формирование сигналов управления ключами преобразователя  $\text{sign } u_R, \text{sign } u_S, \text{sign } u_T$  в соответствии с (13) и таблицей.

В заключение сделаем несколько замечаний. Выше был синтезирован оптимальный алгоритм функционирования замкнутого контура. Показано, что в предположении квазистатичности заданных напряжений относительно высокочастотных коммутаций вентильных элементов в преобразователе данный алгоритм минимизирует суммарное число переключений во всех фазах преобразователя в единицу времени.

Следующее замечание связано с выбором ширины петли гистерезиса релейных элементов, реализующих разрывные сигналы управления ключевыми элементами силового преоб-

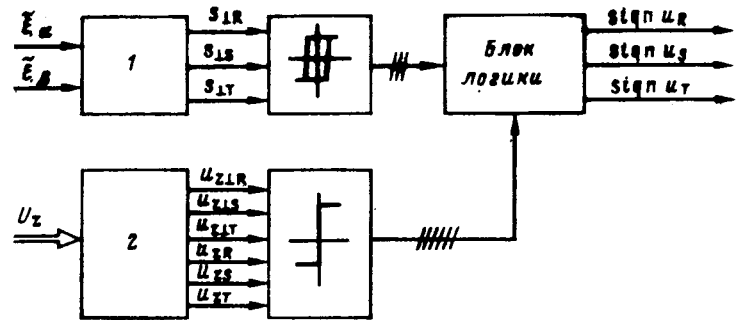


Рис. 5

| № п/п | $\varphi$             | $\text{sign } u_{zR}$ | $\text{sign } u_{zS}$ | $\text{sign } u_{zT}$ | $\text{sign } u_{z\perp R}$ | $\text{sign } u_{z\perp S}$ | $\text{sign } u_{z\perp T}$ | $\text{sign } u_R$ | $\text{sign } u_S$ | $\text{sign } u_T$ | $m$ | $i$ | $j$ | $g$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|
| 1     | $0 \div \pi/6$        | +1                    | -1                    | -1                    | +1                          | -1                          | +1                          |                    |                    | -1                 | -1  | S   | R   | T   |
| 2     | $\pi/6 \div \pi/3$    | +1                    | +1                    | -1                    | +1                          | -1                          | +1                          | +1                 |                    |                    | -1  | T   | S   | R   |
| 3     | $\pi/3 \div \pi/2$    | +1                    | +1                    | -1                    | +1                          | -1                          | -1                          |                    | +1                 |                    | +1  | T   | R   | S   |
| 4     | $\pi/2 \div 2\pi/3$   | -1                    | +1                    | -1                    | +1                          | -1                          | -1                          |                    |                    | -1                 | -1  | S   | R   | T   |
| 5     | $2\pi/3 \div 5\pi/6$  | -1                    | +1                    | -1                    | +1                          | +1                          | -1                          | -1                 |                    |                    | +1  | T   | S   | R   |
| 6     | $5\pi/6 \div \pi$     | -1                    | +1                    | +1                    | +1                          | +1                          | -1                          |                    | +1                 |                    | +1  | T   | R   | S   |
| 7     | $\pi \div 7\pi/6$     | -1                    | +1                    | +1                    | -1                          | +1                          | -1                          |                    |                    | +1                 | -1  | S   | R   | T   |
| 8     | $7\pi/6 \div 4\pi/3$  | -1                    | -1                    | +1                    | -1                          | +1                          | -1                          | -1                 |                    |                    | -1  | T   | S   | R   |
| 9     | $4\pi/3 \div 3\pi/2$  | -1                    | -1                    | +1                    | -1                          | +1                          | +1                          |                    | -1                 |                    | +1  | T   | R   | S   |
| 10    | $3\pi/2 \div 5\pi/3$  | +1                    | -1                    | +1                    | -1                          | +1                          | +1                          |                    |                    | +1                 | -1  | S   | R   | T   |
| 11    | $5\pi/3 \div 11\pi/6$ | +1                    | -1                    | +1                    | -1                          | -1                          | +1                          | +1                 |                    |                    | -1  | T   | S   | R   |
| 12    | $11\pi/6 \div 2\pi$   | +1                    | -1                    | -1                    | -1                          | -1                          | +1                          |                    | -1                 |                    | +1  | T   | R   | S   |

зователя. В реальных системах эту величину целесообразно выбирать исходя из условия минимизации суммарных дополнительных потерь в системе преобразователь — двигатель, которые, как известно, состоят из специфических дополнительных потерь в машине при питании ее статорной цепи несинусоидально изменяющимися напряжениями и токами и потерь на переключение вентилей преобразователя. Повышение эффективности частоты коммутации (уменьшение величины  $\Delta$ ), с одной стороны, позволяет приблизить форму тока статора к синусоидальной, т. е. уменьшить дополнительные потери в машине; с другой стороны, при этом возрастают потери энергии на переключение вентильных элементов. Следовательно, существует компромиссное значение величины гистерезиса релейных элементов, минимизирующее суммарные дополнительные потери в системе преобразователь — двигатель.

Данный алгоритм можно использовать и в приводах с частотно-токовым управлением, когда в качестве задающих воздействий  $u_{za}$ ,  $u_{zb}$  используются компоненты требуемого вектора тока статора машины, а в качестве сигналов обратной связи — текущие значения компонент вектора тока статора. При этом возможна не только минимизация коммутационных

потерь в преобразователе, но и минимизация суммарных дополнительных потерь в системе преобразователь — двигатель [5].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тиристорные преобразователи частоты в электроприводе/А. Я. Бернштейн, Ю. М. Гусяцкий, А. В. Кудрявцев, Р. С. Сарбатов. — М.: Наука, 1981.
2. Калашников В. Е., Кривицкий С. О., Эпштейн И. И. Системы управления автономными инверторами. — М.: Энергия, 1974.
3. Изосимов Д. Б., Кашканов В. В. Синтез скользящих режимов при избыточной размерности вектора управления. — Автоматика и телемеханика, 1982, № 11.
4. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. — М.: Наука, 1981.
5. Изосимов Д. Б., Кашканов В. В. Минимизация суммарных дополнительных коммутационных потерь в асинхронном электроприводе. — В кн.: Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и промышленных установок. — Куйбышев, 1981, вып. 12.

[06.08.84]

УДК 621.313.333.001.24

## Способ преобразования схемы замещения асинхронного двигателя

АЛИХАНИЯН К. А., канд. техн. наук

Ереван

В каждом конкретном случае разработки АД из большого многообразия возможных характеристик магнитопровода возникает необходимость выбора наиболее подходящего варианта. Такой выбор должен осуществляться на основе строгих и точных методов. И хотя влияние свойств электротехнической стали на характеристики АД общеизвестно, прямые методы оценки этого влияния, насколько нам известно, пока не разработаны. Кроме того, на основании расчетов АД по обычным методикам затруднительно установить связь между отдельными параметрами схемы замещения и влиянием свойств электротехнической стали на характеристики двигателя. В статье описывается такой метод и устанавливаются необходимые связи.

Представим обычную Т-образную схему замещения АД в виде, изображенном на рис. 1. В этой схеме замещения

$$z_1 = r_1 + jx_1;$$

$$z_2' = \frac{r_2'}{s} + jx_2';$$

$$\frac{1}{z_\mu} = \frac{1}{r_\mu} - \frac{j}{x_\mu},$$

где

$r_\mu = \frac{mE^2}{P_{FeO}}$ ;  $x_\mu = \frac{E}{I_\mu}$ ;  $E$  — э. д. с.,  $I_\mu$  — намагничивающий ток;  $P_{FeO}$  — потери в стали;  $m$  — число фаз статора.

Преобразуем  $x_\mu$ . Так как намагничивающий ток  $I_\mu$  состоит из двух составляющих на проведение магнитного потока через воздушный зазор  $I_{\mu\delta}$  и на проведение через сталь магнитопровода  $I_{\mu Fe}$

$$I_\mu = I_{\mu\delta} + I_{\mu Fe} = I_{\mu\delta} k_\mu,$$

то

$$x_\mu = \frac{E}{I_\mu} = \frac{E}{I_{\mu\delta} k_\mu};$$

$$\frac{1}{x_\mu} = \frac{I_{\mu\delta} k_\mu}{E} = \frac{I_{\mu\delta}}{E} + \frac{I_{\mu\delta} (k_\mu - 1)}{E} = \frac{1}{x_\delta} + \frac{1}{x_{Fe}}.$$

Таким образом,  $x_\mu$  состоит из двух параллельно включенных индуктивных сопротивлений  $x_\mu$  и  $x_{Fe}$ , показанных на рис. 1.

Индуктивное сопротивление, соответствующее магнитной проводимости зазора

$$x_\delta = \frac{E}{I_{\mu\delta}}.$$

Индуктивное сопротивление, соответствующее магнитной проводимости стали

$$x_{Fe} = \frac{E}{I_{\mu\delta} (k_\mu - 1)} = \frac{E}{I_\mu} \frac{k_\mu}{k_\mu - 1} = x_\mu \frac{k_\mu}{k_\mu - 1}.$$

Схему замещения рис. 1 преобразуем, как показано на рис. 2.

Здесь  $z'_{Fe} = z_1 + \dot{c} z_{Fe}$ ;  $\frac{1}{z_{Fe}} = \frac{1}{r_\mu} - \frac{j}{x_{Fe}}$ ;  $z = \frac{jx_\delta z_2'}{jx_\delta + z_2'}$ ;  $z_1' = \dot{\sigma} z_1$ ;  $\dot{\sigma} = 1 + \frac{z_1}{z}$ ;  $\dot{\sigma} = 1 + \frac{z}{z_{Fe}}$ .

В этой схеме ток в контуре  $z'_{Fe}$  представляет собой ток, потребляемый для намагничивания стали магнитопровода и покрытия потерь в нем. Ток сети  $I_1$ , намагничивающий ток стали магнитопровода  $I_{Fe}$ , суммарный ток ротора и намагничивания воздушного зазора  $I$ , а также мощность, потребляемая из сети, мощность контура намагничивания стали и мощность ротора в обеих схемах одинаковы, т. е. схемы полностью эквивалентны.

При измерении характеристик стали ( $r_\mu$ ,  $x_{Fe}$ ) будут изменяться потребляемая из сети мощность и полезная мощность двигателя. Рассмотрим двигатель с идеальной сталью ( $r_\mu = \infty$ ,  $x_{Fe} = \infty$ ). У этого двигателя будет наибольшая полезная мощность (при заданных обмотках и геометрии), так как будет наименьшее сопротивление  $z_1$  и наибольший ток  $I$ . Потребляемая из

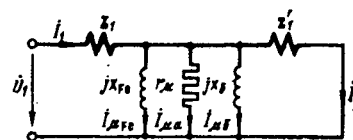


Рис. 1

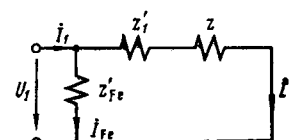


Рис. 2



сети мощность может быть найдена по формуле:

$$\dot{P}_{\text{и}} = \dot{U}_{\text{и}} \dot{I}_{\text{и}} = \frac{U_{\text{и}}^2}{z_1 + z}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_{\text{и}}$  — напряжение идеального двигателя; звездочками обозначены сопряженные величины.

Очевидно, у идеального двигателя будет наибольший к. п. д.  $\eta_{\text{и}}$ .

Для сравнения энергетических характеристик двигателей с разным качеством стали, в том числе и идеального, необходимо привести их к одинаковым условиям, что в данном случае выражается в равенстве полезных мощностей. Для этого необходимо добиться равенства токов  $\dot{I}$ , так как сопротивление  $z$  для всех двигателей одно и то же. А так как от качества стали зависит сопротивление  $z_1$ , то это приводит к необходимости изменения напряжения сети в соответствии с выражением

$$\dot{U}_{\text{р}} = \dot{U}_{\text{и}} \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{z_1 + z}. \quad (2)$$

При таком напряжении сети ток ротора и полезная мощность, а также индукция в реальной машине равны таковым в идеальной машине. Для сохранения сопротивления  $z$ , образованного из параллельно включенных сопротивлений  $z_2' = \frac{r_2}{s} + jx_2'$  и  $jx_0$ , необходимо в идеальном и реальном двигателях иметь одинаковые скольжения  $s$ .

Следует отметить, что необходимость изменения напряжения сети несколько не означает отхода от реальных условий проектирования, так как соответствующим пересчетом обмоток можно привести полученный двигатель к реальному напряжению сети.

Потребляемая мощность реального двигателя

$$\begin{aligned} \dot{P}_{\text{р}} = \dot{U}_{\text{р}} \dot{I}_{\text{р}} = \dot{U}_{\text{и}} \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{z_1 + z} \dot{U}_{\text{и}} \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{z_1 + z} \frac{1}{\dot{\sigma} z_1 + z} + \\ + \dot{U}_{\text{и}} \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{z_1 + z} \dot{U}_{\text{и}} \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{z_1 + z} \frac{1}{cz_{\text{Fe}} + z_1} = U_{\text{и}}^2 \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{(z_1 + z)(z_1 + z)} + \\ + U_{\text{и}}^2 \frac{\dot{\sigma} z_1 + z}{(z_1 + z)cz_{\text{Fe}}} = \frac{U_{\text{и}}^2}{(z_1 + z)(z_1 + z)} (\sigma^2 z + \dot{\sigma} z) = A (\sigma^2 z_1 + \dot{\sigma} z). \end{aligned} \quad (3)$$

Увеличение потребляемой из сети мощности при переходе от идеального двигателя к реальному с той же полезной мощностью соответственно составит

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_1 = \dot{P}_{\text{р}} - \dot{P}_{\text{и}} = A (\sigma^2 z_1 + \dot{\sigma} z) - \frac{U_{\text{и}}^2}{z + z} \frac{z_1 + z}{z_1 + z} = A (\sigma^2 z_1 + \dot{\sigma} z) - \\ - A (z_1 + z) = A [(\sigma^2 - 1) z_1 + (\dot{\sigma} - 1) z] = A \left[ (\sigma^2 - 1) z_1 + \frac{z^2}{z_{\text{Fe}}} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

или, выражая эту величину в долях потребляемой мощности идеальной машины,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \dot{P}_1}{\dot{P}_{\text{и}}} = \frac{A \left[ (\sigma^2 - 1) z_1 + \frac{z^2}{z_{\text{Fe}}} \right]}{A (z_1 + z)} = \frac{z}{z_{\text{Fe}}} \left( 1 + \frac{z_1}{cz_{\text{Fe}}} \right) + \frac{z_1}{cz_{\text{Fe}}} \approx \\ \approx \frac{z}{z_{\text{Fe}}} + \frac{z_1}{z_{\text{Fe}}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В формулах (4) и (5)

$$\begin{aligned} \frac{1}{z_{\text{Fe}}} = \frac{1}{r_{\mu}} + \frac{j}{x_{\text{Fe}}}; \\ \sigma^2 = \left| 1 + \frac{z}{z_{\text{Fe}}} \right|^2 = \left| 1 + (r + jx) \left( \frac{1}{r_{\mu}} - j \frac{1}{x_{\text{Fe}}} \right) \right|^2 = \\ = 1 + \frac{z^2}{r_{\mu}^2 + x_{\text{Fe}}^2} + 2 \left( \frac{r}{r_{\mu}} + \frac{x}{x_{\text{Fe}}} \right). \end{aligned}$$

Использование выражения (4) представляется нам таким образом. По заданной мощности выполняем поверочный расчет машины с пренебрежением потерями в стали и намагничивающим током стали, т. е. рассчитываем идеальную машину. Для нее определяем  $z_1$ ;  $z = r + jx$ ;  $z^2$ ;  $A$ . Затем, рассчитав для разных сталей при имеющихся в идеальной машине индукциях  $r_{\mu}$  и  $x_{\text{Fe}}$ , определяем для каждой стали  $\Delta \dot{P}_1$ , откуда заданным критерием оптимальности выбираем наилучший для этой машины сорт стали.

Если перейти к относительным единицам с базовой мощностью  $P_{\text{б}} = P_{\text{и}}$ , базовым напряжением  $U_{\text{б}} = U_{\text{и}}$  и базовым током  $I_{\text{б}} = P_{\text{и}}/U_{\text{б}}$ , то ухудшение к. п. д. и  $\cos \varphi$  машины из-за потерь в стали и падения м. д. с. в стали магнитопровода можно выразить через составляющие приращения потребляемой мощности

$$\Delta \eta = \frac{\eta_{\text{и}} \Delta P_{1\sigma}}{1 + \eta_{\text{и}} \Delta P_{1\sigma}}; \quad (6)$$

$$\Delta \cos \varphi = 1 - \frac{\cos \varphi_{\text{р}}}{\cos \varphi_{\text{и}}} = \frac{1}{2} \eta_{\text{и}} \sin 2\varphi_{\text{и}} \Delta Q, \quad (7)$$

где

$$\Delta Q = \Delta P_{1r} \frac{\eta_{\text{и}}}{\eta_{\text{р}}} - P_{1r} \left( \frac{\eta_{\text{и}}}{\eta_{\text{р}}} - 1 \right).$$

Таким образом, выражениями (4) — (7) установлено влияние качества стали (удельные потери и магнитная проницаемость) через параметры схемы замещения на характеристики машины.

Полученные в стали результаты позволяют изменить ход расчета (как ручного, так и машинного) АД при заданных геометрии и индукциях (либо кратностях вращающих моментов) таким образом, что выбор наилучших сорта стали и дополнительных технологических приемов сводится к одному расчету: идеальной машины и к однократному расчету режима холостого хода на каждом из рассматриваемых сочетаний свойств стали, вместо полных расчетов АД на каждом из сочетаний свойств стали.

Такое сокращение объема вычислительной работы может оказаться решающим для возможности правильного выбора сорта стали и технологического процесса улучшения свойств стали при большом количестве проектируемых машин, например, при расчете серий.

[11.10.84]

УДК 621.372.011.71

## Конденсатор с двумя отрезками длинных линий с потерями

ГЕНЕРАЛОВ А. П.

Решения, характеризующие электрическую схему, состоящую из конденсатора с подсоединенными к нему с одной и с другой стороны двумя отрезками длинных линий, как было показано в [1], необходимы для задач, встречающихся в различных областях техники. Исследования режима собственных

колебаний, возбуждаемых в данной схеме разрядом конденсатора и воздействием на схему дельта-импульса тока, были выполнены в [1] для условий отсутствия потерь в отрезках длинных линий. Однако в ряде задач с потерями приходится считать, поэтому полученные ранее выражения нуждаются в уточнении.

В настоящей статье анализ собственных колебаний проводится с учетом потерь в отрезках длинных линий, при этом, как и в [1], начальные условия для разряда конденсатора определяются рис. 1, для воздействия дельта-импульса тока — рис. 2. Анализ в обоих случаях осуществляется с помощью преобразования Лапласа. Изображения напряжений (токов) представляются в виде мероморфных функций, оригиналы для которых находятся по формуле разложения. Как и в [1], принимается, что каждый из отрезков длинных линий короткозамкнут на конце, обладает произвольной длиной и произвольными, но не меняющимися поперечными параметрами. Вместе с тем предполагается, что потери невелики, что дает возможность пренебрегать величинами порядка малости выше первого, т. е. величинами порядка  $(s_n/\omega_n)^2$ ,  $(s_n/\omega_n)^3$ , ..., а при последующем анализе — и величинами  $(s_n l_{1,2}/c)^2$ ,  $(s_n l_{1,2}/c)^3$ , ..., где  $s_n$  и  $\omega_n$  — вещественная и мнимая части корня  $p_n$ ;  $l_{1,2}$  — длины отрезков линий;  $c$  — скорость распространения волны ( $3 \cdot 10^8$  м/с).

Исходные соотношения в настоящей статье для схем рис. 1 и 2 совпадают с приведенными в [1], поэтому на основе [1] сразу можно написать выражения для напряжений между проводниками на каждом из отрезков  $l_1$  и  $l_2$ :

при разряде конденсатора (рис. 1)

$$u(z_{1,2}, t)_{\text{разр}} = \sum_n \frac{G_{1,2}(p_n)}{U'(p_n)} e^{p_n t}; \quad (1)$$

при воздействии дельта-импульса тока (рис. 2)

$$u(z_{1,2}, t)_{\delta} = \sum_n \frac{J_{1,2}(p_n)}{U'(p_n)} e^{p_n t}, \quad (2)$$

где  $U'(p_n) = \frac{\partial U}{\partial p} \Big|_{p=p_n}$ ;  $p_n$  — корни полинома  $U(p)$ ;  $G_{1,2}(p)$ ,  $J_{1,2}(p)$ ,  $U(p)$  — компоненты (числитель и знаменатель) преобразованных по Лапласу напряжений;

$$\bar{u}_{(1,2)} \text{ разр} = \frac{G_{1,2}(p)}{U(p)}; \quad \bar{u}_{(1,2)} \delta = \frac{J_{1,2}(p)}{U(p)}; \quad (3)$$

при этом

$$G_{1,2}(p) = \mp C_k \rho_{1,2} E (\text{ch } \gamma_{2,1} l_{2,1}) \text{sh } [\gamma_{1,2} (l_{1,2} - z_{1,2})]; \quad (4)$$

$$J_2(p) = I_0 p C_k \rho_1 \rho_2 (\text{sh } \gamma_1 l_1) \text{sh } [\gamma_2 (l_2 - z_2)]; \quad (5)$$

значения  $U(p)$  и  $J_1(p)$  приведены в [1].

При учете потерь в отрезках длинных линий корни  $p_n$  полинома  $U(p)$  в отличие от [1] будут комплексные:  $p_n = s_n + j\omega_n$  и им будут соответствовать комплексные значения  $\gamma_{(1,2)n}$  и  $\rho_{(1,2)n}$ :

$$\gamma_{(1,2)n} = \sqrt{(p_n L_{1,2} + R_{(1,2)n})(p_n C_{1,2} + G_{(1,2)n})};$$

$$\rho_{(1,2)n} = \sqrt{\frac{p_n L_{1,2} + R_{(1,2)n}}{p_n C_{1,2} + G_{(1,2)n}}}. \quad (6)$$

В предположении малых потерь в отрезках длинных линий (т. е. малых значений  $R_{(1,2)n}$ ;  $G_{(1,2)n}$ ) и малых величин  $s_n/\omega_n$  выражение для операторного сопротивления  $\rho_{(1,2)n}$  окажется примерно совпадающим с выражением для волнового сопротивления  $Z_{B(1,2)n} =$

$$= \sqrt{\frac{j\omega_n L_{1,2} + R_{(1,2)n}}{j\omega_n C_{1,2} + G_{(1,2)n}}}$$

и примет вид

$$\rho_{(1,2)n} \approx W_{1,2} \left( 1 - j \frac{\eta_{(1,2)n}}{2\omega_n} \right); \quad (7)$$

соответственно

$$\gamma_{(1,2)n} l_{1,2} \approx j\theta_{(1,2)n} + \theta_{(1,2)n} \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\alpha_{(1,2)n}}{2\omega_n} \right) = j\theta_{(1,2)n} + \xi_{(1,2)n}, \quad (8)$$

где

$$W_{1,2} = \sqrt{\frac{L_{1,2}}{C_{1,2}}}; \quad \alpha_{(1,2)n} = \frac{R_{(1,2)n}}{L_{1,2}} + \frac{G_{(1,2)n}}{C_{1,2}};$$

$$\eta_{(1,2)n} = \frac{R_{(1,2)n}}{L_{1,2}} - \frac{G_{(1,2)n}}{C_{1,2}}. \quad (9)$$

При наличии в среде, заполняющей резонатор, малых магнитных и диэлектрических потерь, определяемых  $\text{tg } \delta_\mu$  и  $\text{tg } \delta_\epsilon$ , величины  $\alpha_{(1,2)n}$  и  $\eta_{(1,2)n}$  запишутся как

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{(1,2)n} &\approx \frac{R_{(1,2)n}}{L_{1,2}} + \omega_n \text{tg } \delta_\mu (1,2)n + \\ &+ \frac{G_{(1,2)n}}{C_{1,2}} + \omega_n \text{tg } \delta_\epsilon (1,2)n; \\ \eta_{(1,2)n} &\approx \frac{R_{(1,2)n}}{L_{1,2}} + \omega_n \text{tg } \delta_\mu (1,2)n - \\ &- \frac{G_{(1,2)n}}{C_{1,2}} - \omega_n \text{tg } \delta_\epsilon (1,2)n. \end{aligned} \right\} \quad (9a)$$

В приведенных выражениях погонные индуктивность  $L_{1,2}$  и емкость  $C_{1,2}$  и определяемые через них значения  $W_{1,2}$  приняты независимыми от частоты и обозначены без индекса  $n$ , хотя в общем случае  $L_{1,2}$  и  $C_{1,2}$  также меняются от частоты, например,  $L_{1,2}$  меняется за счет изменения магнитного поля внутри проводников, однако указанные изменения сравнительно невелики (изменения  $L_{1,2}$ , в частности, особенно малы, если проводники из немагнитного материала) и незначительно скажутся на ходе процесса.

Ввиду одинаковости знаменателей в выражениях для  $\bar{u}_{(1,2)} \text{ разр}$  и  $\bar{u}_{(1,2)} \delta$  корни будут одними и теми же при разряде конденсатора в схеме (рис. 1), и при воздействии на схему (рис. 2) дельта-импульса тока.

Использование в выражениях  $U(p)$  в [1] соотношений (7) — (9) и приравнивание нулю отдельно вещественной и мнимой частей приводят к следующим уравнениям, определяющим  $s_n$  и  $\omega_n$  — компоненты корня  $p_n$ :

$$\begin{aligned} &\left( \frac{W_1}{|x_n|} \kappa_{1n} B_{1n} A_{2n} + \frac{W_2}{|x_n|} \kappa_{2n} B_{2n} A_{1n} + A_{1n} A_{2n} \right) S_{1n} S_{2n} - \\ &- \left( \frac{W_1}{|x_n|} \kappa_{1n} A_{1n} B_{2n} + \frac{W_2}{|x_n|} \kappa_{2n} A_{2n} B_{1n} \right) C_{1n} C_{2n} + A_{1n} A_{2n} \times \\ &\times \left( \frac{W_2}{|x_n|} S_{1n} C_{2n} + \frac{W_1}{|x_n|} S_{2n} C_{1n} \right) - B_{1n} B_{2n} (C_{1n} C_{2n} - \\ &- \frac{W_1}{|x_n|} S_{1n} C_{2n} - \frac{W_2}{|x_n|} S_{2n} C_{1n}) = 0; \quad (10) \\ &\left( \frac{W_1}{|x_n|} B_{1n} A_{2n} + \frac{W_2}{|x_n|} B_{2n} A_{1n} \right) S_{1n} S_{2n} - \left( \frac{W_1}{|x_n|} A_{1n} B_{2n} + \right. \end{aligned}$$

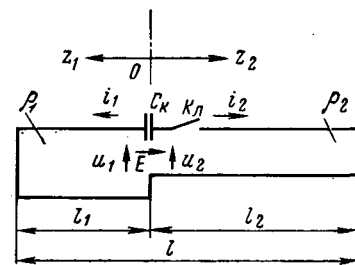


Рис. 1

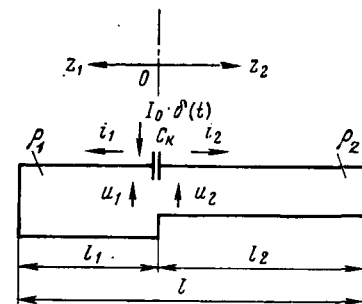


Рис. 2

$$\begin{aligned}
& + \frac{W_2}{|x_n|} A_{2n} B_{1n} \Big) C_{1n} C_{2n} - \left( \frac{W_1}{|x_n|} x_{1n} B_{1n} B_{2n} + \right. \\
& + \frac{W_2}{|x_n|} x_{2n} A_{1n} A_{2n} + A_{1n} B_{2n} \Big) S_{1n} C_{2n} - \left( \frac{W_1}{|x_n|} x_{1n} A_{1n} A_{2n} + \right. \\
& \left. + \frac{W_2}{|x_n|} x_{2n} B_{1n} B_{2n} + B_{1n} A_{2n} \right) S_{2n} C_{1n} = 0. \quad (11)
\end{aligned}$$

В (10) и (11) для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$A_{1n} = \text{sh } \xi_{1n}; A_{2n} = \text{sh } \xi_{2n}; B_{1n} = \text{ch } \xi_{1n}; B_{2n} = \text{ch } \xi_{2n}; \quad (12)$$

$$S_{1n} = \sin \theta_{1n}; S_{2n} = \sin \theta_{2n}; C_{1n} = \cos \theta_{1n}; C_{2n} = \cos \theta_{2n}; \quad (13)$$

$$x_{1n} = \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n}; x_{2n} = \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n}; |x_n| = \frac{1}{\omega_n C_K}. \quad (14)$$

Для нахождения значений  $s_n$  и  $\omega_n$  необходимо совместно решить уравнения (10) и (11). Ввиду сложности получения такого решения в общем случае, представляет интерес рассмотреть важный для практики случай малых величин произведений  $l_{1,2}\alpha_{(1,2)n}$  и  $l_{1,2}s_n$ , когда можно принять  $\text{sh } \xi_{(1,2)n} \approx \xi_{(1,2)n}$  и тогда  $s_n$  можно выразить в явном виде:

$$\begin{aligned}
s_n \approx & -\frac{\alpha_{2n}}{2} \frac{(W_1 \theta_{2n} + W_2 \theta_{1n} \frac{\alpha_{1n}}{\alpha_{2n}}) S_{1n} S_{2n} - (W_1 \frac{\eta_{1n}}{\alpha_{2n}} + \\
& + |x_n| \theta_{1n} \frac{\alpha_{1n}}{\alpha_{2n}}) S_{1n} C_{2n} - (W_2 \frac{\eta_{2n}}{\alpha_{2n}} + |x_n| \theta_{2n}) S_{2n} C_{1n} - \\
& \times S_{1n} C_{2n} - (W_2 + |x_n| \theta_{2n}) S_{2n} C_{1n} - (W_1 \theta_{1n} + W_2 \theta_{2n}) \times \\
& - (W_1 \theta_{1n} \frac{\alpha_{1n}}{\alpha_{2n}} + W_2 \theta_{2n}) C_{1n} C_{2n}}{C_{1n} C_{2n}}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Подстановка (15) в (10) дает возможность определить  $\omega_n$ , по значениям которых из (15) определяются  $s_n$ . С целью упрощения решения уравнения (10), ввиду незначительного (во втором порядке малости) влияния  $s_n$  на величину  $\omega_n$ , решение уравнения (10) после подстановки в него (15), целесообразно искать в окрестности решения более простого уравнения, получающегося из последнего члена (10) и характеризующего схему без потерь [1].

Подстановка (7) — (9) в  $G_{1,2}(p)$  и  $J_{1,2}(p)$ , а также в определяемое из  $U(p)$  выражение производной  $U'(p) = \partial U / \partial p$  позволяет для найденных  $s_n$  и  $\omega_n$  получить следующие выражения для оригиналов напряжений  $u(z_{1,2}, t)$ :

при разряде конденсатора

$$\begin{aligned}
u(z_{1,2}, t)_{\text{разр}} = & \mp E \cdot 2W_{1,2} \sum_n \left| \frac{K_{(1,2)n} + jD_{(1,2)n}}{X_n + jY_n} \right| \times \\
& \times e^{s_n t} \cos(\omega_n t + \Phi_{(1,2)n}); \quad (16)
\end{aligned}$$

при воздействии дельта-импульса тока

$$\begin{aligned}
u(z_{1,2}, t)_{\delta} = & I_0 \cdot 2W_{1,2} \sum_n \omega_n \left| \frac{M_{(1,2)n} + jN_{(1,2)n}}{X_n + jY_n} \right| \times \\
& \times e^{s_n t} \cos(\omega_n t + \Psi_{(1,2)n}), \quad (17)
\end{aligned}$$

где

$$\Phi_{(1,2)n} = \arctg \frac{D_{(1,2)n}}{K_{(1,2)n}} - \arctg \frac{Y_n}{X_n}; \quad (18)$$

$$\Psi_{(1,2)n} = \arctg \frac{N_{(1,2)n}}{M_{(1,2)n}} - \arctg \frac{Y_n}{X_n}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
K_{(1,2)n} = & \left[ \frac{\eta_{(1,2)n}}{2\omega_n} \cos \theta_{(2,1)n} - \xi_{(2,1)n} \sin \theta_{(2,1)n} \right] \sin \left[ \theta_{(1,2)n} \times \right. \\
& \times \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \Big] + \xi_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) (\cos \theta_{(2,1)n}) \cos \left[ \theta_{(1,2)n} \times \right. \\
& \times \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \Big]; \quad (20)
\end{aligned}$$

$$D_{(1,2)n} = \cos \theta_{(2,1)n} \sin \left[ \theta_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \right]; \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
M_{1n} = & \xi_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) (|x_n| \cos \theta_{2n} - W_2 \sin \theta_{2n}) \times \\
& \times \cos \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right] - \left\{ \xi_{2n} |x_n| + \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \right) W_2 \right\} \times \\
& \times \sin \theta_{2n} + \xi_{2n} W_2 \cos \theta_{2n} - \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} (|x_n| \cos \theta_{2n} - \\
& - W_2 \sin \theta_{2n}) \sin \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right]; \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{2n} = & -\xi_{2n} W_1 \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) (\sin \theta_{1n}) \cos \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right] - \\
& - \left[ \xi_{1n} W_1 \cos \theta_{1n} + \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \right) W_1 \sin \theta_{1n} \right] \times \\
& \times \sin \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right]; \quad (23)
\end{aligned}$$

$$N_{1n} = (|x_n| \cos \theta_{2n} - W_2 \sin \theta_{2n}) \sin \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right]; \quad (24)$$

$$N_{2n} = -W_1 (\sin \theta_{1n}) \sin \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right]; \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
X_n = & \left[ (\xi_{1n} \theta_{1n} + \xi_{2n} \theta_{2n} - \frac{s_n}{\omega_n}) |x_n| + W_1 \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} \right) \theta_{1n} + \right. \\
& + W_2 \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \right) \theta_{2n} \Big] C_{1n} C_{2n} - \left[ (\xi_{2n} \theta_{1n} + \xi_{1n} \theta_{2n}) |x_n| + \right. \\
& + W_1 \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} \right) \theta_{2n} + W_2 \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \right) \theta_{1n} \Big] S_{1n} S_{2n} - \\
& - \left[ \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} W_1 + \xi_{1n} (W_1 \theta_{1n} + W_2 \theta_{2n} + |x_n|) + \xi_{2n} (W_1 \theta_{2n} + \right.
\end{aligned}$$

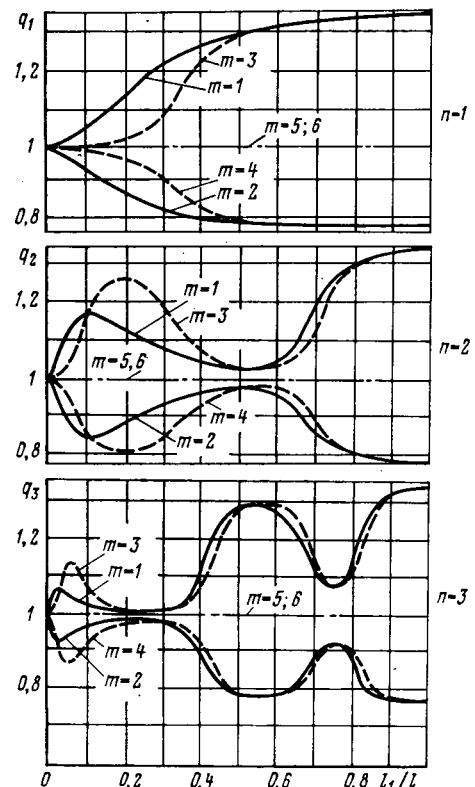


Рис. 3

$$+ W_2 \theta_{1n} \left] S_{1n} C_{2n} - \left[ \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} W_2 + \xi_{2n} (W_1 \theta_{1n} + W_2 \theta_{2n} + |x_n|) + \right. \right. \\ \left. \left. + \xi_{1n} (W_1 \theta_{2n} + W_2 \theta_{1n}) \right] C_{1n} S_{2n}; \quad (26)$$

$$Y_n = \theta_{1n} |x_n| S_{1n} C_{2n} + \theta_{2n} |x_n| S_{2n} C_{1n} + (W_1 \theta_{1n} + W_2 \theta_{2n} + \\ + |x_n|) C_{1n} C_{2n} - (W_1 \theta_{2n} + W_2 \theta_{1n}) S_{1n} S_{2n}. \quad (27)$$

В (26) и (27) для сокращения записи введены обозначения (13). Пояснения вывода выражений (26) и (27) приведены в приложении.

На основе (16) — (27) по аналогии с [1], используя соотношения [2], можно записать следующие выражения для ориентированных токов:

при разряде конденсатора (рис. 1)

$$i(z_{1,2}, t)_{\text{разр}} = \mp E \cdot 2 \sum_n \left| \frac{P_{(1,2)n} + jV_{(1,2)n}}{X_n + jY_n} \right| \times \\ \times e^{s_n t} \cos(\omega_n t + \varphi'_{(1,2)n}); \quad (28)$$

при воздействии дельта-импульса тока (рис. 2)

$$i(z_{1,2}, t)_\delta = I_0 \cdot 2 \sum_n \omega_n \left| \frac{H_{(1,2)n} + jT_{(1,2)n}}{X_n + jY_n} \right| \times \\ \times e^{s_n t} \cos(\omega_n t + \psi'_{(1,2)n}), \quad (29)$$

где

$$\varphi'_{(1,2)n} = \arctg \frac{V_{(1,2)n}}{P_{(1,2)n}} - \arctg \frac{Y_n}{X_n}; \quad (30)$$

$$\psi'_{(1,2)n} = \arctg \frac{T_{(1,2)n}}{H_{(1,2)n}} - \arctg \frac{Y_n}{X_n}; \quad (31)$$

$$P_{(1,2)n} = (\cos \theta_{(2,1)n}) \cos \left[ \theta_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \right]; \quad (32)$$

$$V_{(1,2)n} = \xi_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) (\cos \theta_{(2,1)n}) \sin \left[ \theta_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \right] + \xi_{(2,1)n} (\sin \theta_{(2,1)n}) \cos \left[ \theta_{(1,2)n} \left( 1 - \frac{z_{1,2}}{l_{1,2}} \right) \right]; \quad (33)$$

$$H_{1n} = (|x_n| \cos \theta_{2n} - W_2 \sin \theta_{2n}) \cos \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right]; \quad (34)$$

$$H_{2n} = -W_1 \sin \theta_{1n} \cos \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right]; \quad (35)$$

$$T_{1n} = \xi_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) (|x_n| \cos \theta_{2n} - W_2 \sin \theta_{2n}) \sin \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right] + \left[ \xi_{2n} |x_n| + \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \right) W_2 \right] \sin \theta_{2n} + \\ + \xi_{2n} W_2 \cos \theta_{2n} \cos \left[ \theta_{1n} \left( 1 - \frac{z_1}{l_1} \right) \right]; \quad (36)$$

$$T_{2n} = -\xi_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) W_1 (\sin \theta_{1n}) \sin \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right] + \\ + \left[ \xi_{1n} W_1 \cos \theta_{1n} + \left( \frac{s_n}{\omega_n} + \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} \right) W_1 \sin \theta_{1n} \right] \times \\ \times \cos \left[ \theta_{2n} \left( 1 - \frac{z_2}{l_2} \right) \right]; \quad (37)$$

величины  $X_n$  и  $Y_n$  определяются из (26) и (27).

Число членов под знаками сумм в (16), (17), (28) и (29) в рассматриваемом приближении в общем случае неограничено. Однако на практике из-за того что  $R_{(1,2)n}$  — величины частоты независимые, возрастающие с увеличением номера  $n$  (из-за скин-эффекта, а в воздушных линиях и из-за эффекта излучения в пространство) величины  $s_n$  также возрастают с увеличением номера  $n$ . Поэтому для момента времени  $t$ , начиная с некоторого  $n$ , будет выполняться неравенство  $e^{s_n t} \ll 1$ , и компоненты с индексами  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  и т. д. под знаками сумм будут дос-

точно малыми, ими пренебрежем; остающееся число членов для момента  $t$  окажется тем меньшим, чем больше значение  $t$ . Оценочно для условий  $W_1 = W_2 = W$ ;  $\eta_{1n} = \eta_{2n} = \alpha_{1n} = \alpha_{2n} = \alpha_n$ , при которых согласно (15)

$$s_n \approx -\frac{\alpha_n}{2} = \frac{R_n \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}}{2W},$$

из соотношения  $|s_n|t = 1$  (при таком соотношении амплитуды уменьшаются в  $e$  раз) легко видеть, что при больших  $t$  величина  $R_n$  может быть меньшей, т. е. в той же схеме, реализующейся при меньшем  $n$ .

Среди приведенных выражения (17) и (29) можно рассматривать по аналогии с [1] в виде произведений  $I_0 h_{1,2}(t)_u$  и  $I_0 h_{1,2}(t)_i$ , где  $h_{1,2}(t)_u$  и  $h_{1,2}(t)_i$  — реакции рассматриваемой схемы на воздействие дельта-импульса тока, определяемые множителем при  $I_0$  соответственно в (17) и (29). По величинам  $h_{1,2}(t)_u$  и  $h_{1,2}(t)_i$  можно определять значения напряжений и токов при воздействии на схему тока, изменяющегося по произвольному закону, так же, как и в случае [1], где потери не учитывались.

Выражения (17) и (29) и относящиеся к ним (19), (22) — (27) и (31), (34) — (37) остаются справедливыми и при отсутствии конденсатора в схеме рис. 2, т. е. когда конденсатор для всех частот заменяется короткозамыкающей перемычкой. В этом случае выражения (22), (24), (34) и (36) будут по структуре совпадать соответственно с выражениями (23), (25), (35) и (37), отличаясь от последних лишь инверсией индексов 1 и 2.

Можно также видеть, что выражения (16) и (28) при  $l_1 \rightarrow 0$  или  $l_2 \rightarrow 0$  переходят в выражения для напряжений и токов при разряде конденсатора на одиночный отрезок длиной линии, короткозамкнутый на конце.

В случае  $R_{(1,2)n} \rightarrow 0$ ;  $G_{(1,2)n} \rightarrow 0$  компоненты  $K_{(1,2)n}$ ,  $M_{(1,2)n}$ ,  $X_n$ , а также  $V_{(1,2)n}$  и  $T_{(1,2)n}$  стремятся к нулю, и выражения (16) и (17), (28) и (29) переходят в выражения при отсутствии потерь [1]\*.

При малых, но конечных  $R_{(1,2)n}$  и  $G_{(1,2)n}$  соотношения между компонентами, определяемыми (20) — (27) и (32) — (37), следующие:  $X_n$  по сравнению с  $Y_n$ , а также ряд составляющих в  $K_{(1,2)n}$ ,  $M_{(1,2)n}$ ,  $V_{(1,2)n}$  и  $T_{(1,2)n}$  по сравнению соответственно с  $D_{(1,2)n}$ ,  $N_{(1,2)n}$ ,  $P_{(1,2)n}$  и  $H_{(1,2)n}$  являются величинами порядка  $s_n/\omega_n$  и  $\xi_{(1,2)n}$ , которыми в большом числе случаев можно пренебрегать. Осторожность в пренебрежении должна быть проявлена лишь в окрестностях тех точек, когда  $D_{(1,2)n}$ ,  $N_{(1,2)n}$ ,  $P_{(1,2)n}$  и  $H_{(1,2)n}$  обращаются в нуль. Вне этих точек при достаточно малых  $R_{(1,2)n}$  и  $G_{(1,2)n}$  выражения (16), (17), (28) и (29) принимают значения, по амплитуде отличающиеся в основном множителем  $e^{s_n t}$  от соответствующих значений для схемы без потерь. В самих точках, где  $D_{(1,2)n}$ ,  $N_{(1,2)n}$ ,  $P_{(1,2)n}$  и  $H_{(1,2)n}$  равны нулю, выражения (16) и (17), (28) и (29) в нуль в общем случае не обращаются (для сравнения соответствующие выражения в схеме без потерь всегда обращаются в нуль), принимая значения  $\sim \xi_{(1,2)n} e^{s_n t}$ .

Приведем несколько примеров использования полученных результатов.

**Пример 1.** Резонатор, представляемый эквивалентной схемой рис. 1 при замкнутом положении ключа  $K_n$ , должен работать на основном тоне ( $n=1$ ), а также на первом и втором обертоном ( $n=2$  и  $n=3$ ). Требуется определить значения собственной добротности резонатора для указанных  $n$  в интервале длин  $0 \leq l_1 \leq l$  в предположении, что  $G_{(1,2)n} = 0$ , т. е.  $\eta_{(1,2)n} = \alpha_{(1,2)n}$ , и при значениях  $W_1, W_2$ ,  $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}$  и  $C_h W_2/l$  (где  $C_h$  — в фарадах,  $W_2$  — в омах,  $l$  — в сантиметрах), указанных ниже:

| Вариант $m$               | 1                  | 2                  | 3                  | 4                  | 5                  | 6                  |
|---------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $W_1/W_2$                 | 8                  | 8                  | 8                  | 8                  | 1                  | 1                  |
| $\alpha_{1n}/\alpha_{2n}$ | 0,75               | 1,3                | 0,75               | 1,3                | 1                  | 1                  |
| $C_h W_2/l$               | $8 \cdot 10^{-12}$ | $8 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $8 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ |

Обозначим собственную добротность резонатора для  $n$ -го номера собственных колебаний через  $Q_n$ . Известно, что  $Q_n$  выражается через логарифмический декремент затухания  $\theta_n$ :

$$Q_n = \pi/\theta_n, \quad (38)$$

\* В [1] в формуле (16), определяющей  $Y_n$ , через которую находятся значения  $u(z_{1,2}, t)$  и  $i(z_{1,2}, t)$  при отсутствии потерь в отрезках линий [обозначенные в [1] как  $u_{1,2}(t)$  и  $i_{1,2}(t)$ ] допущена опечатка. Указанная формула должна выглядеть так:  $Y_n = -\sin \theta_{1n} \sin \theta_{2n} (\theta_{1n} + \theta_{2n} \rho_1/\rho_2) + (\theta_{1n} \sin \theta_{1n} \cos \theta_{2n} + \theta_{2n} \sin \theta_{2n} \cos \theta_{1n}) |x_n|/\rho_2 + \cos \theta_{1n} \cos \theta_{2n} (\theta_{1n} \rho_1/\rho_2 + \theta_{2n} + |x_n|/\rho_2)$ .

$$\text{где } \Phi_n = \ln \frac{u(t)}{u(t+T_n)}, \quad T_n = 2\pi/\omega_n.$$

В результате подстановки в (38) из (16)  $u(t)$  и  $u(t+T_n)$  и вычислений в соответствии с (15) получаем

$$Q_n = -\frac{\omega_n}{2s_n} = \frac{\omega_n}{\alpha_{2n}} q_n, \quad (39)$$

где  $(q_n)^{-1}$  — сомножитель при  $\alpha_{2n}/2$  в (15), значения  $q_n$  изображены в виде кривых на рис. 3 в функции от  $l_1/l$  для каждого из рассматриваемых вариантов соответственно для  $n = 1, 2$  и 3;  $\omega_n$  определяется из (10), оценочно для рассматриваемых вариантов значения  $\omega_n$  могут быть найдены из кривых  $\lambda_n/l = F(l_1/l)$  в [1]\*\*;  $\alpha_{2n}$  определяется из (9).

Можно отметить, что в случае коаксиального исполнения проводника подстановка  $\alpha_{2n}$  в (39) дает:

$$Q_n = \frac{\ln \left( \frac{D}{d} \right) \mu}{\left( \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right) \delta_g \mu_g} q_n, \quad (40)$$

где  $D$  и  $d$  — диаметры наружного и внутреннего коаксиальных проводников участка  $l_2$ ;  $\delta_g$  — глубина скин-слоя на частоте  $\omega_n$ ;  $\mu_g$  и  $\mu$  — магнитная проницаемость соответственно проводников и среды между проводниками на участке  $l_2$ .

**Пример 2.** Получим выражение собственной добротности резонатора, представляемого эквивалентной схемой, состоящей из конденсатора и подсоединенного к нему одиночного отрезка линии и сделаем сравнение с приведенным в [3] выражением для собственной добротности такой схемы, найденным для условий  $R_n \neq 0$ ;  $G_n = 0$ .

Рассматриваемая схема является частным случаем схемы рис. 1 или 2 при  $l_1 = 0$  или  $l_2 = 0$ , так что на основе (39) и (15) при  $l_2 = 0$  можно записать для  $R_{1n} \neq 0$ ;  $G_{1n} \neq 0$  (индекс 1 ниже опустить):

$$Q_n|_{l_2=0} = \frac{\omega_n}{\alpha_n} \frac{(W + |x_n| \theta_n) \sin \theta_n + W \theta_n \cos \theta_n}{\left( W \frac{\eta_n}{\alpha_n} + |x_n| \theta_n \right) \sin \theta_n + W \theta_n \cos \theta_n}. \quad (41)$$

В частном случае  $R_n \neq 0$ ,  $G_n = 0$  после подстановки в (41) равенства  $\eta_n = \alpha_n$ , справедливого на основании (9), получаем:

$$Q_n = \frac{\omega_n}{\alpha_n}, \quad (42)$$

откуда следует, что в случае  $R_n \neq 0$ ,  $G_n = 0$  значение  $Q_n$  не зависит от значения емкости  $C_k$ , если потери в емкости  $C_k$  отсутствуют.

Выражение (42) является более точным по сравнению с аналогичным выражением  $Q_n$  в [3], полученным для тех же условий  $R_n \neq 0$ ,  $G_n = 0$ , но с учетом значений  $R_n$  лишь в постоянном распространения и без их учета в волновом сопротивлении. Следует отметить, что в приведенных примерах в выражениях  $Q_n$  не учитываются потери в короткозамыкающих перемычках.

**Выводы.** 1. Анализ в настоящей статье проведен с учетом потерь в отрезках длинных линий, осуществленным в вы-

\*\* В [1] не приведена подрисовочная подпись к кривым  $\lambda_n/l = F(l_1/l)$  рис. 5, в которой было указано: в вариантах А, Б, В и Г значения  $\psi$  и  $\chi$  следующие: (А) —  $\psi = 8 \cdot 10^{-12}$ ,  $\chi = 8$ ; (Б) —  $\psi = 8 \cdot 10^{-12}$ ,  $\chi = 1$ ; (В) —  $\psi = 2 \cdot 10^{-12}$ ,  $\chi = 8$ ; (Г) —  $\psi = 2 \cdot 10^{-12}$ ,  $\chi = 1$ .

ражениях для постоянных распространения  $\gamma_{(1,2)n}$  и сопротивлений  $\rho_{(1,2)n}$  компонентами, обуславливаемыми погонным сопротивлением  $R_{(1,2)n}$  в проводниках линий и погонной проводимостью  $G_{(1,2)n}$  в изоляции между проводниками.

2. Полученные выражения дают возможность находить решения в задачах, где учет потерь необходим, и количественно обосновывать применение решений без учета потерь, а также находить инженерные формулы для расчета таких характеристик, как добротность, реакция схемы на воздействие сигнала произвольной формы и других, для общего вида схемы и для отдельных ее частных случаев.

**Приложение.** Для величины  $U(p)$ , определяемой [1] в виде

$$U(p) = \text{ch } \gamma_1 l_1 \text{ ch } \gamma_2 l_2 + p C_k \rho_1 \text{ sh } \gamma_1 l_1 \text{ ch } \gamma_2 l_2 + p C_k \rho_2 \text{ ch } \gamma_1 l_1 \text{ sh } \gamma_2 l_2; \quad (\text{П-1})$$

производная  $U'(p_n) = \frac{\partial U}{\partial p} \Big|_{p=p_n}$ , представляющая знаменатель в

(1) и (2), при наличии сравнительно малых потерь в отрезках линий  $l_1$  и  $l_2$  (порядок малости оговорен выше) может быть записана:

$$U'(p_n) = \frac{1}{\omega_n} (\theta_{1n} \text{ sh}_{1n} \text{ ch}_{2n} + \theta_{2n} \text{ ch}_{1n} \text{ sh}_{2n} + \omega_n C_k \rho_{1n} \text{ sh}_{1n} \text{ ch}_{2n} + \\ + j \frac{\eta_{1n}}{2\omega_n} \frac{W_1}{|x_n|} \text{ sh}_{1n} \text{ ch}_{2n} + p_n C_k \rho_{1n} \theta_{1n} \text{ ch}_{1n} \text{ ch}_{2n} + p_n C_k \rho_{1n} \theta_{2n} \times \\ \times \text{ sh}_{1n} \text{ sh}_{2n} + \omega_n C_k \rho_{2n} \text{ ch}_{1n} \text{ sh}_{2n} + j \frac{\eta_{2n}}{2\omega_n} \frac{W_2}{|x_n|} \text{ ch}_{1n} \text{ sh}_{2n} + \\ + p_n C_k \rho_{2n} \theta_{1n} \text{ sh}_{1n} \text{ sh}_{2n} + p_n C_k \rho_{2n} \theta_{2n} \text{ ch}_{1n} \text{ ch}_{2n}), \quad (\text{П-2})$$

где обозначены:  $\text{sh}_{1n} = \text{sh } \gamma_{1n} l_1$ ;  $\text{sh}_{2n} = \text{sh } \gamma_{2n} l_2$ ;  $\text{ch}_{1n} = \text{ch } \gamma_{1n} l_1$ ;  $\text{ch}_{2n} = \text{ch } \gamma_{2n} l_2$ .

При получении (П-2) использованы соотношения

$$\frac{\partial \gamma_{1,2}}{\partial p} \Big|_{p=p_n} = \frac{2p_n L_{1,2} C_{1,2} + L_{1,2} G_{(1,2)n} + C_{1,2} R_{(1,2)n}}{2\gamma_{(1,2)n}} \approx \frac{\theta_{(1,2)n}}{\omega_n l_{1,2}}, \\ \frac{\partial \rho_{(1,2)n}}{\partial p} \Big|_{p=p_n} = \frac{L_{1,2} G_{(1,2)n} - C_{1,2} R_{(1,2)n}}{2\gamma_{(1,2)n} (p_n C_{1,2} + G_{(1,2)n})}.$$

В правой части (П-2) после замены суммы 3-го и 7-го членов на основе (П-1) при  $U(p_n) = 0$  компонентой  $-\frac{\omega_n}{p_n} \text{ ch}_{1n} \text{ ch}_{2n}$ ,

записи  $\text{sh}_{(1,2)n}$  и  $\text{ch}_{(1,2)n}$  через функции отдельно от вещественного и мнимого аргументов, а также при пренебрежении величинами порядка малости выше первого и проведения преобразований, получаем:

$$U'(p_n) = \frac{1}{\omega_n} (X_n + jY_n),$$

где  $X_n$  и  $Y_n$  определяются выражениями (26) и (27).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Генералов А. П. Колебательный процесс в цепи, состоящей из конденсатора и двух отрезков линий. — Электричество, 1983, № 4.
2. Конторович М. И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. — М.: Советское радио, 1975.
3. Сифоров В. И. Радиоприемники сверхвысоких частот. — М.: Военное издательство, 1957.

[12.11.84]

УДК 621.3.011.4.001.24

## К обоснованию расчета емкости проводников методом подобластей

КАЦПР. А.  
НИИПТ

Метод площадок [1] является весьма распространенным численным методом решения интегральных уравнений. В частности, различные модификации метода площадок широко используют для приближенного определения электрических ем-

костей проводников, так как они применимы к проводникам произвольной формы и удобны для реализации на ЭВМ. Однако, как отмечено в [1], в обширной литературе, посвященной расчету емкости методом площадок, недостаточное внимание уде-

лялось оценке погрешности результатов расчета (не был выяснен даже вопрос о знаке этой погрешности). Авторы [1] частично восполнили этот пробел, показав, как на основании распределения заряда, вычисленного с помощью любой модификации метода площадок, построить заведомо нижнюю оценку емкости уединенного проводника. Цель настоящей статьи — нахождение такой модификации указанного метода, которая давала бы наилучшую из этих нижних оценок.

Сущность метода площадок применительно к задаче определения емкости проводника заключается в аппроксимации распределения заряда  $\sigma$  на поверхности проводника  $D$ , имеющей единичный потенциал, ступенчатым распределением. Такая аппроксимация позволяет свести задачу отыскания функции  $\sigma$  из уравнения

$$1 = U(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_D \frac{\sigma(r') dS(r')}{|r - r'|}, \quad r, r' \in D, \quad (1)$$

к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно вектора  $q$  зарядов площадок, на которые разбита поверхность проводника:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} Aq = I, \quad (2)$$

где  $I = \text{colom}\{1\}_1^N$  — вектор-столбец с единичными компонентами;  $N$  — число площадок;  $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^N$  — матрица, аппроксимирующая интегральный оператор в правой части (1).

Различные модификации метода площадок отличаются видом матрицы  $A$  (некоторые из них рассмотрены, например, в [1]). В [1] доказано, что если вектор  $q$  получен при использовании любой модификации метода площадок, то истинную емкость  $C_0$  уединенного проводника можно оценить снизу следующим образом (верхний индекс «т» у вектора означает транспонирование):

$$C_0 \geq \hat{C}_0 = 4\pi\epsilon \frac{(I^T q)^2}{q^T A q}, \quad (3)$$

где  $A$  — матрица с элементами, определяемыми формулой

$$a_{ij} = \frac{1}{S_i S_j} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{dS_i dS_j}{|r - r'|}, \quad r \in S_i, r' \in S_j \quad (4)$$

(такая матрица  $A$  соответствует модификации метода площадок, известного под названием «метода подобластей» [2]); если вектор  $q$  получен методом подобластей, то

$$\hat{C}_0 = 4\pi\epsilon I^T A^{-1} I, \quad (5)$$

т. е. в этом случае нижняя оценка емкости проводника равна отношению приближенного значения его заряда к потенциалу.

Ниже показано, что справедливо и более сильное утверждение: значение  $\hat{C}_0$ , полученное при использовании метода подобластей, дает наилучшую оценку емкости  $C_0$  снизу при любом заданном разбиении поверхности на площадки. Для доказательства этого утверждения воспользуемся способом, примененным в [3].

Известно [4], что равновесное распределение заряда  $\sigma$  на поверхности проводника  $D$  доставляет минимум функционалу

$$J(\sigma) = \int_D \int_D \frac{\sigma(r) \sigma(r') dS(r) dS(r')}{|r - r'|} \quad (6)$$

при условии  $\int_D \sigma dS = 1$ ; при любом распределении заряда справедливо неравенство

$$C_0 \geq \frac{4\pi\epsilon}{J(\sigma)}; \quad (7)$$

равенство достигается лишь при равновесном распределении заряда (принцип Гаусса).

Будем искать минимум  $J(\sigma)$  на классе ступенчатых распределений заряда. При этом функционал (6) примет следующую форму:

\* При использовании метода площадок иногда применяют аппроксимацию распределения заряда на площадках произвольно выбранными функциями (см. например, [6]). В данной работе ограничимся рассмотрением ступенчатых аппроксимирующих функций,

$$J(\sigma) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\sigma_i S_i) (\sigma_j S_j) \frac{1}{S_i S_j} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{dS_i dS_j}{|r - r'|} = q^T A_J q, \quad (8)$$

где  $q = \text{colom}\{\sigma_k S_k\}_{k=1}^N$  — вектор зарядов площадок проводника;  $A_J$  — матрица, элементы которой определяются формулами (4).

Таким образом,  $A_J$  совпадает с матрицей  $A$  системы уравнений (2), соответствующей методу подобластей, а условие

$\int_D \sigma dS = 1$  для рассматриваемого класса распределений переходит в равенство

$$I^T q = 1. \quad (9)$$

Из (4) следует, что матрица  $A$  симметричная. Кроме того,  $A$  — положительно определенная, поскольку для любого распределения  $\sigma$  (в частности, ступенчатого) имеет место неравенство

$$J(\sigma) \geq \int_V |\text{grad } U|^2 dV > 0, \quad \text{если } \sigma \neq 0, \quad (10)$$

где  $U$  — потенциал распределения  $\sigma$ ;  $V$  — внешняя область поверхности проводника  $D$ .

Из указанных свойств матрицы  $A$  вытекает, что функционал  $q^T A q$  при заданном линейном ограничении (9) имеет минимум в точке  $q = \hat{q}$ , в которой функция Лагранжа  $\Phi(q, \lambda) = q^T A q + \lambda(1 - I^T q)$  достигает минимума по  $q$ , т. е.  $\hat{q}$  является решением системы

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial q} \Big|_{q=\hat{q}} &= 2Aq - \lambda I = \emptyset; \\ I^T \hat{q} &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где  $\emptyset = \text{colom}\{0\}_1^N$  — вектор-столбец с нулевыми компонентами (заметим, что  $\lambda/2$  представляет собой потенциал проводника).

Из системы (11) имеем:

$$\hat{q} = \frac{A^{-1} I}{I^T A^{-1} I}. \quad (12)$$

Тогда

$$\hat{C}_0 = 4\pi\epsilon I^T A^{-1} I. \quad (13)$$

Из сравнения (13) и (5) следует, что распределение заряда на проводнике, экстремальное в классе ступенчатых распределений, совпадает с распределением, получаемым методом подобластей. Это и доказывает сформулированное утверждение.

Полученный результат можно обобщить на случай системы из  $M$  проводников, положив в формулировке принципа Гаусса

$$J_M(\sigma) = \sum_{m=1}^M \int_{D_m} \sigma(r) dS(r) \sum_{l=1}^M \int_{D_l} \frac{\sigma(r') dS(r')}{|r - r'|}; \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_{D_k} \sigma dS &= Q_k, \quad k = \overline{1, M}; \\ \sum_{k=1}^{M+1} Q_k &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $D_k$  — поверхность  $k$ -го проводника;  $Q_k$  — его заряд при  $k = \overline{1, M}$ ;  $(M+1)$ -й проводник — сфера бесконечно большого радиуса. Неравенство (7) в этом случае принимает вид

$$1/(U^T Q) \geq \frac{4\pi\epsilon}{J_M(\sigma)}, \quad (16)$$

где  $Q = \text{colom}\{Q_k\}_{k=1}^M$ ;  $U = \text{colom}\{U_k\}_{k=1}^M$ ;

$U_k$  — потенциал на поверхности  $k$ -го проводника. В частности, если

$$\left. \begin{aligned} U_k &\neq 0; \\ U_i &= 0 \text{ при } i \neq k, \quad i, k = \overline{1, M}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

получим оценку снизу для взаимной частичной емкости между двумя проводниками, входящими в систему многих тел:

$$C_{ik} \geq \hat{C}_{ik} = 4\pi\epsilon |Q_i Q_k| / J_M(\sigma), \quad i, k = \overline{1, M}. \quad (18)$$

| Форма пластины           | Форма площадок                       | Определение параметра $N$                      | Нормировка емкости                 | $N$                     |                         |                         |                         |                         |
|--------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                          |                                      |                                                |                                    | 1                       | 2                       | 4                       | 8                       | 16                      |
| Квадрат со стороной $2a$ | Равные квадраты                      | Число площадок, прилегающих к стороне квадрата | $\hat{C}_0/(8\epsilon a \sqrt{2})$ | $\frac{0,7472}{0,7472}$ | $\frac{0,7472}{0,7472}$ | $\frac{0,7761}{0,7774}$ | $\frac{0,7936}{0,7945}$ | $\frac{0,8017}{0,8022}$ |
| Круг диаметром $2a$      | Концентрические кольца равной ширины | Число колец                                    | $\hat{C}_0/(8\epsilon a)$          | $\frac{0,9253}{0,9253}$ | $\frac{0,9493}{0,9512}$ | $\frac{0,9723}{0,9733}$ | $\frac{0,9856}{0,9861}$ | $\frac{0,9927}{0,9930}$ |

Далее, если

$$U_i = \text{const}(i) = U_0, \quad i = \overline{1, M}, \quad (19)$$

то из (16) получается оценка снизу для собственной частичной емкости проводника в системе многих тел:

$$C_{ii} \geq \hat{C}_{ii} = 4\pi\epsilon |Q_i| \left| \sum_{k=1}^M Q_k \right| / J_M(\sigma). \quad (20)$$

В частности, из (20) непосредственно вытекает известное утверждение о том, что в электронейтральной системе  $\sum_{k=1}^M Q_k = 0$  собственные частичные емкости проводников равны нулю.

Если положить в (16)  $M=2$ ,  $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ , получим нижнюю оценку емкости между двумя проводниками:

$$C \geq \hat{C} = 4\pi\epsilon / J_2(\sigma). \quad (21)$$

При ступенчатой аппроксимации  $\sigma$  функционал  $J_M(\sigma)$  и в случае системы тел сохраняет форму (8), но при этом  $q$  есть вектор зарядов площадок на поверхности всех проводников; ограничения (15) переходят в следующую систему равенств:

$$I_k^T q_k = Q_k, \quad k = \overline{1, M},$$

где  $q_k$  — вектор зарядов площадок на поверхности  $k$ -го проводника.

Размерность векторов  $q_k$  и  $I_k$  равна количеству этих площадок. Положительная определенность матрицы  $A$  следует из неравенства, вполне аналогичного (10). Введем функцию Лагранжа  $\Phi(q, \lambda)$  для случая  $M$  проводников:

$$\Phi(q, \lambda) = q^T A q + \sum_{k=1}^M \lambda_k (Q_k - I_k^T q_k), \quad \lambda = \text{colom} \{ \lambda_k \}_{k=1}^M$$

и запишем необходимые и достаточные условия минимума функционала  $q^T A q$  при ограничениях (20):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial q} \Big|_{q=\hat{q}} &= 2A\hat{q} - \begin{pmatrix} \lambda_1 I_1 \\ \lambda_2 I_2 \\ \dots \\ \lambda_M I_M \end{pmatrix} = 0; \\ I_k^T \hat{q}_k &= Q_k, \quad k = \overline{1, M}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $\lambda_k/2$  ( $k = \overline{1, M}$ ) представляет собой потенциал на поверхности  $k$ -го проводника. Положив в соответствии с (17)

$$\lambda_k \neq 0; \quad \lambda_i = 0 \quad \text{при } i \neq k,$$

находим из системы (22) векторы зарядов участков каждого проводника:

$$\hat{q}_i = \frac{1}{2} \lambda_k B_{ik} I_k, \quad (23)$$

где  $B_{kk}$  — блок матрицы  $A^{-1}$ , соответствующий  $k$ -му проводнику;  $B_{ik}$  — блок той же матрицы, находящийся на пересечении столбцов, соответствующих  $B_{kk}$ , и строк, соответствующих  $B_{ii}$ .

Из (23) имеем:

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= \frac{1}{2} \lambda_k b_{ik}, \quad i, k = \overline{1, M}; \\ \hat{q}^T A \hat{q} &= \frac{1}{4} \lambda_k^2 b_{kk}; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$b_{ik} = I_i^T B_{ik} I_k \quad \text{при } i, k = \overline{1, M} \quad (25)$$

представляет собой сумму элементов матрицы  $B_{ik}$ .

Отсюда получаем оптимальную нижнюю оценку взаимной частичной емкости между двумя проводниками, входящими в систему многих тел:

$$\hat{C}_{ik} = -4\pi\epsilon b_{ik}, \quad i \neq k; \quad i, k = \overline{1, M}. \quad (26)$$

Аналогично можно получить оптимальную нижнюю оценку собственной частичной емкости проводника в системе многих тел:

$$\hat{C}_{ii} = 4\pi\epsilon \sum_{k=1}^M b_{ik}, \quad i = \overline{1, M}, \quad (27)$$

а также емкости между двумя проводниками:

$$\hat{C} = \frac{b_{11}b_{22} - b_{12}^2}{b_{11} + b_{22} + 2b_{12}}, \quad (28)$$

где  $b_{ik}$  ( $i, k = 1, 2$ ) определяются из равенства (25).

Следует подчеркнуть, что оценки (13), (26)–(28) оптимальны при заданном разбиении поверхности проводников на площадки.

Полученные результаты дают возможность теоретически обосновать вывод об оптимальных свойствах метода подобластей, к которому пришли авторы ряда работ ([1, 5] и др.) на основании численного эксперимента. Данные таблицы, составленной по материалам [1], демонстрируют преимущества метода подобластей перед методом коллокации — наиболее распространенной модификацией метода площадок — при вычислении емкости пластин в форме квадрата и круга. Числители дробей в таблице представляют собой нижние оценки емкости (3), полученные при расчете распределения заряда на пластине методом коллокации, знаменатели — методом подобластей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлиев Е. А., Иоссель Ю. Я. К расчету электрической емкости методом площадок. — Электричество, 1983, № 7, с. 65–68.
2. Ахметов С. М., Халитов Н. Т. О методе подобластей для интегральных уравнений. — Изв. Вузов СССР, Математика, 1976, № 8, с. 9–15.
3. Van Bladel J., Mei K. On the capacitance of a cube. — Appl. Sci. Res. Sec. B, 1962, vol. 9, N 4–5.
4. Полна Г., Ceré Г. Изопериметрические неравенства в математической физике. — М.: Физматгиз, 1962. — 336 с.
5. Ruehli A. E., Brennan P. A. Efficient capacitance calculations for three-dimensional multiconductor systems. — IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-21, N 2, 1973.
6. Roger F. Harrington. Field computation by moment methods. — New York: The Macmillan Company, 1968.

[03.09.84]



# Синтез электрических полей в тонких однородных пленках

СКВОРЦОВ Б. В., АЛЕЙНИКОВ Л. В.

Куйбышев

Многие электронные приборы (например, резисторы, потенциометры [1], фотопотенциометры [2], моделирующие устройства [3]) содержат тонкие пленки, в которых необходимо обеспечить требуемое распределение электрического поля. При этом возникает задача реализации электрического поля, потенциал которого распределен на поверхности пленки по определенному закону. Например, при расчете функциональных потенциометров необходимо, чтобы на линии перемещения контакта потенциал был распределен в соответствии с заданной функцией преобразования  $U(x, y)$  [6 и 7]. Как известно [5], электрическое поле в однородных проводящих пленках описывается уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

и определяется их конфигурацией, а также конфигурацией электродов [4]. Здесь  $U(x, y)$  — потенциал поля.

В общем случае задача синтеза формулируется следующим образом: найти конфигурацию границ пленки и электродов, обеспечивающую заданное распределение потенциала на ее поверхности  $U(x, y)$ , где  $U(x, y)$  — функция, удовлетворяющая уравнению (1).

Известные методы решения поставленной задачи [1, 2, 6 и 7], основанные на профилировании границ пленки при электродах заданной конфигурации (прямолинейных или точечных), трудоемки и недостаточно универсальны, так как накладывают дополнительные [кроме (1)] ограничения на реализуемую функцию  $U(x, y)$ . Общее же решение для всех законов  $U(x, y)$ , удовлетворяющих (1), отсутствует.

В статье рассматривается новый метод решения поставленной задачи, который позволяет значительно упростить расчеты и не накладывает дополнительных ограничений на функцию  $U(x, y)$ .

Как известно (8), решение уравнения (1) может быть представлено в виде аналитической функции, называемой комплексным потенциалом поля:

$$\Phi(z) = U(x, y) + iV(x, y). \quad (2)$$

При этом

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x}. \quad (3)$$

Действительная и мнимая составляющие (2) удовлетворяют (1) и определяют друг друга с точностью до аддитивной постоянной через криволинейный интеграл [8]:

$$V(x, y) = \int_{(x_0, y_0)}^{(x, y)} \left( -\frac{\partial U}{\partial y} dx + \frac{\partial U}{\partial x} dy \right), \quad (4)$$

где постоянные  $x_0, y_0$  и путь интегрирования — произвольные, находящиеся в области аналитичности функции (2).

Причем уравнения

$$U(x, y) = C_j; \quad (5)$$

$$V(x, y) = C_j' \quad (6)$$

(где  $C_j, C_j'$  — постоянные) описывают соответственно взаимно-ортогональные семейства эквипотенциальных линий и линий тока [8]. Отсюда следует, что, если расположить электроды, создающие электрическое поле в пленке, по эквипотенциальным линиям (5) при выбранном значении констант, то для реализации

поля  $U(x, y)$  необходимо свободные от электродов границы пленки построить по уравнению (6).

Таким образом, для реализации в тонкой пленке заданного распределения потенциала  $U(x, y)$  необходимо:

1. Найти функцию  $V(x, y)$ . Так как в (4) путь интегрирования произвольный, целесообразно выражение (4) вычислять как среднее от интегралов, взятых по линиям, совпадающим с осями координат. В этом случае уравнения линии интегрирования будут иметь вид:  $x=0, y=0$ , а выражение (4) запишется как

$$V(x, y) = \frac{1}{2} \left( \int_0^x -\frac{\partial U}{\partial y} dx + \int_0^y \frac{\partial U}{\partial x} dy \right). \quad (7)$$

Это обеспечивает достаточную простоту интегрирования (4) и, как показала практика, дает наиболее удобные для дальнейшего использования результаты.

2. По уравнениям (5), (6) для выбранных значений констант построить контур резистивной пленки; при этом по линиям (5) располагать электроды, а по линиям (6) — свободные границы пленки.

В общем случае (рис. 1) контур пленки ограничивается двумя парами взаимноортогональных линий из семейств (4) и (5) при определенных значениях констант  $C_0, C_n, C_0', C_n'$ .

Конкретный выбор значений  $C_j$  в уравнении для электродов и  $C_j'$  в уравнении для свободных границ пленки необходимо производить из условия принадлежности всех точек искомого контура к заданному диапазону  $[D]$  изменения функции  $U(x, y)$ . Отобразим конформно область  $OABD$ , расположенную в плоскости  $z=x+iy$  (рис. 1) на прямоугольник  $A_1B_1D_1E_1$  плоскости  $W=U+iV$  (рис. 2). Так как контур  $OABD$  образован взаимно-ортогональными линиями, то это отображение осуществляется функцией  $W=\Phi(z)$ . Отсюда следует, что конформно отображенный прямоугольник в плоскости  $W$  будет ограничен прямыми, определяющими значения искоемых констант:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= U_{\min}(x, y); \quad C_n = U_{\max}(y, y); \\ C_0' &= V_{\min}(x, y); \quad C_n' = V_{\max}(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Таким образом, для определения конкретных значений  $C_j, C_j'$ , ограничивающих искомый контур, необходимо исследовать функции  $U(x, y)$  и  $V(x, y)$  на наибольшее и наименьшее значения в заданном диапазоне  $[D]$  и затем использовать формулы (8).

Рассмотрим некоторые примеры.

1. Пусть функцию

$$U(x, y) = xy \quad (9)$$

нужно реализовать в диапазоне  $0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1$ .

Убеждаемся, что она удовлетворяет уравнению (1) — значит реализуема. По выражению (7) находим

$$V(x, y) = \frac{1}{2} \left( \int_0^x (-x) dx + \int_0^y y dy \right) = (y^2 - x^2) \frac{1}{4}.$$

Тогда уравнения электродов и свободных границ пленки соответственно запишутся в виде

$$xy = C_j; \quad \frac{1}{4} (y^2 - x^2) = C_j'.$$

Исходя из (8), имеем:  $C_0 = 0, C_n = 1, C_0' = -0,25; C_n' = 0,25$ . Система уравнений, определяющих контур, примет вид:

$$\begin{cases} xy = 0; \\ xy = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - x^2 = -1; \\ y^2 - x^2 = 1. \end{cases}$$

Контур пленки показан на рис. 3, а. Жирной линией выделены электроды. Здесь первый электрод совпадает с осями координат, это следует из уравнения  $xy=0$ . Если электроды подключить к источнику питания (рис. 3), то в пленке будет реализовано распределение потенциала  $U(x, y)=xy$ . Если диапазон реализации  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ , то контур пленки будет иметь вид рис. 3, б. Тогда электроды необходимо подключить к двум разнополярным источникам питания, что полностью соответствует физическому смыслу модели с учетом знаков  $x$  и  $y$ .

2. Пусть  $U(x, y) = e^x \cos y$  при  $0 < x < 1, 0 < y < 1$ . Убедимся,

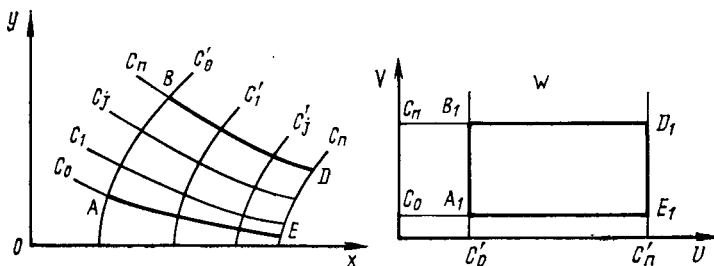


Рис. 1. Контур резистивной пленки, ограниченный двумя парами взаимно-ортогональных линий

Рис. 2. Конформное отображение криволинейного контура рис. 1 на прямоугольник

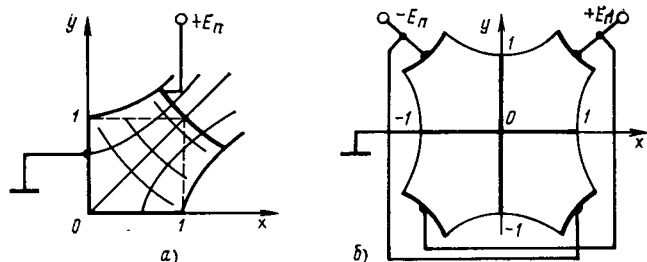


Рис. 3. Пленка, реализующая распределение потенциала  $U(x, y) = xy$ :  
а — в диапазоне  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ; б — в диапазоне  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$

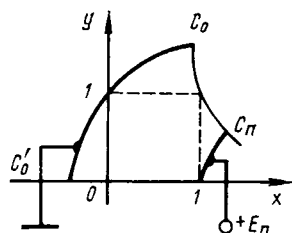


Рис. 4. Пленка, реализующая распределение потенциала  $U(x, y) = e^x \cos y$  в диапазоне  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

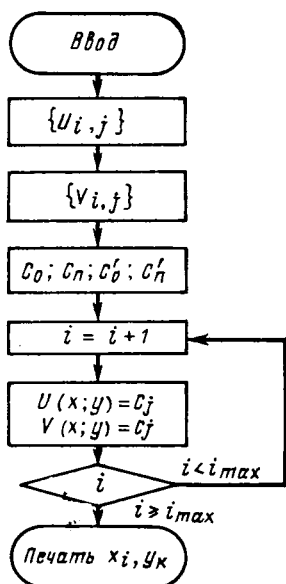


Рис. 5. Алгоритм синтеза электрического поля в тонких пленках

шись, что функция удовлетворяет уравнению Лапласа, находим

$$V(x, y) = \frac{1}{2} \left( \int_0^x e^x \sin y dx + \int_0^y e^x \cos y dy \right) = e^x \sin y. \quad (10)$$

Тогда уравнения электродов и свободной границы резистивной пленки соответственно запишутся как

$$e^x \cos y = C_j, \quad e^x \sin y = C'_j.$$

Согласно (6) для заданного диапазона имеем

$$C_0 = \cos 1 = 0,54; C_n = e = 2,73; C'_0 = 0; C'_n = e = 2,73$$

Контур резистивной пленки с указанием электродов показан на рис. 4. Здесь функция  $U(x, y)$  не принимает нулевого значения в заданном диапазоне, поэтому заземленному электроду соответствует минимальное значение функции. В реальных конструкциях закон распределения потенциала будет выполняться с точностью до произвольной постоянной и произвольного сомножителя, определяемого величиной напряжения питания. Если нужно обеспечить абсолютное совпадение потенциалов поля со значениями функции в заданном диапазоне, нужно на первый электрод подать постоянный потенциал  $U_0 = C_0 = U_{\min}(x, y)$ , а на второй электрод — питающее напряжение величиной  $E_n = C_n = U_{\max}(x, y)$ . Отметим, что если электроды и свободные границы помять местами, то в пленке будет реализовано электрическое поле, соответствующее функции  $V(x, y)$ . При реализации функций  $U(x, y)$ , являющихся составной частью элементарных аналитических зависимостей ( $z^2$ ;  $1/z$ ;  $\sin z$ , ...), для отыскания соответствующей функции  $V(x, y)$  можно пользоваться таблицами [8].

Поиск  $V(x, y)$ , а также решение уравнений (5), (6) в общем случае для сложных функций  $U(x, y)$  связаны с довольно трудными вычислениями, тем более, что уравнения (5) и (6), как правило, неразрешимы относительно  $y$ . Поэтому разработан общий алгоритм численного синтеза пленок на ЭВМ (рис. 5). В алгоритме функция  $U(x, y)$  представляется в виде таблицы  $\{U_{i,j}\}$ . Затем вычисляется функция  $V(x, y)$ . При использовании ЭВМ ее лучше определять из уравнений (3), которые в конечно-

разностной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} V_{i+1,j} &= V_{i,j} - U_{i,j+1} + U_{i,j}; \\ V_{i,j+1} &= V_{i,j} - U_{i,j} + U_{i+1,j}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для этого в точке  $i=1, j=1$  задаемся некоторым начальным значением  $V_{11}$ , а затем по формулам (11) методом простой итерации определяем весь массив  $\{V_{i,j}\}$ . Массив  $\{V_{i,j}\}$  определяется с точностью до постоянной, однако величина этой постоянной не влияет на конечный результат.

В формулах (8)  $i, j$  — индексы таблицы значений  $U(x, y)$ . Отметим, что функцию  $U(x, y)$  нужно вводить в ЭВМ [и соответственно определять  $V(x, y)$ ] в диапазоне аргументов в 1,5–2 раза большем, чем диапазон реализации  $U(x, y)$

$$x_{\min} < x < x_{\max}; y_{\min} < y < y_{\max}, \quad (12)$$

так как кривые, ограничивающие искомый контур, выходят за границы заданного диапазона (рис. 3 и 4). Поэтому в таблицах  $\{U_{i,j}\}$ ,  $\{V_{i,j}\}$  значениям  $i=1, j=1, i=i_{\max}, j=j_{\max}$  должны соответствовать границы условно расширенного диапазона

$$x'_{\min} < x < x'_{\max}; y'_{\min} < y < y'_{\max}. \quad (13)$$

Причем  $x'_{\min} < x_{\min}; y'_{\min} < y_{\min}; x'_{\max} > x_{\max}; y'_{\max} > y_{\max}$ . Затем из таблиц  $\{U_{i,j}\}$ ,  $\{V_{i,j}\}$  в диапазоне (12) выбираются максимальные и минимальные значения, определяющие константы  $C_0, C_n, C'_0, C'_n$ . При этом используются стандартные программы ЕС ЭВМ. В следующем блоке алгоритма происходит решение уравнений (4) и (5). Для этого в диапазоне (13) задаются последовательно значениями  $x_i$ , при которых в дальнейшем методом ложного положения отыскивают решения получающихся одномерных алгебраических уравнений

$$U(x_i, y) = C_j; \quad V(x_i, y) = C'_j. \quad (14)$$

Если при некотором значении  $x_i$  корней не находится, то необходимо расширить поиск за границы диапазона (13). Отметим, что уравнения (14) могут иметь несколько действительных корней. Из них при дальнейшем построении необходимо выбрать только корни, принадлежащие участкам кривых, ограничивающих искомый контур.

Разработана программа ЭЦВМ, реализующая описанный алгоритм. Программа составлена на языке ФОРТРАН-IV. Время счета на ЭВМ ЕС-1020, например, для функции  $U(x, y) = xy$  составляет 25 мин. Проведена экспериментальная проверка предложенной методики синтеза. Из электропроводной бумаги [3] были изготовлены модели, реализующие функции (9), (10), а также функции  $U(x, y) = \sin x \operatorname{ch} y$ ;  $U(x, y) = x^3 - 3xy^2$ . Относительная приведенная погрешность распределения электрического поля не превышала 5%. Недостаточно высокая точность объясняется неоднородностью электропроводной бумаги [3].

Предложенная методика и алгоритм могут быть использованы для проектирования различных электромеханических функциональных преобразователей. Например, на основе пленки рис. 3 можно сделать устройство для перемножения ортогональных перемещений, если потенциал с поверхности пленки снимается с помощью подвижного механического или оптического контакта. Тем более, что современная технология позволяет изготавливать высокооднородные по проводимости пленки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартюшов К. Н., Зайцев Ю. В., Тихонов А. Н. Методы расчета резисторов. — М.: Энергия, 1971. — 107 с.
2. Свечников С. В., Смуж А. К., Коганович Э. Б. Фотопотенциометры и функциональные фоторезисторы. — М.: Советское радио, 1978. — 184 с.
3. Фильчаков П. Ф. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. — Киев, АН УССР, 1961. — 71 с.
4. Скворцов Б. В. Алгоритм синтеза резистивных пленок функциональных фотопотенциометров. — Электронная техника. Сер. 5. Радиодетали и радиокомпоненты, 1979, вып. 5 (56).
5. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. — М.: Высшая школа, 1973. — 750 с.
6. Ангафорова И. К. Расчет конфигурации плоского резистивного элемента потенциометра для широкого класса нелинейных функций. — Электронная техника. Сер. 5. Радиодетали и радиокомпоненты, 1975, вып. 2 (8), с. 30–36.
7. Ангафорова И. К. Применение теории функций комплексного переменного для расчета контура плоского резистивного элемента функционального потенциометра. — Электронная техника. Сер. 5. Радиодетали и радиокомпоненты, 1977, вып. 1 (20), с. 139–142.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1968. — 720 с.

[18.01.84]

## Всесоюзная научно-техническая конференция «Пути повышения эффективности использования и экономии электроэнергии в системах электроснабжения промышленности и транспорта»

(18—19 сентября 1984 г., Казань)

В работе конференции участвовали представители 67 организаций, в том числе 29 вузов. На пленарных заседаниях и секциях было заслушано и обсуждено 105 докладов, проведены 3 дискуссии за круглым столом, прошла читательская конференция журнала «Электричество».

В докладе на пленарном заседании член оргкомитета конференции секретарь Татарского обкома КПСС тов. Л. М. Смагин осветил различные аспекты обсуждавшейся проблемы, подчеркнул ее исключительную актуальность и важность.

В докладе зам. председателя НТС Минэнерго СССР тов. Е. И. Борисова был дан глубокий анализ новых результатов в теории и практике повышения эффективности использования и экономии электроэнергии, а также показаны перспективы дальнейшего развития данного научного направления.

Член Президиума НТС Минвуза СССР по электротехнике и энергетике Ю. В. Архипцев привел основные результаты работы вузов страны по выполнению межвузовской целевой программы «Экономия электроэнергии». Он отметил, что комплексное рассмотрение проблемы экономии электроэнергии позволило координировать работу вузов и ведущих производственных организаций по данной теме, объединить усилия вузов и передать народному хозяйству ряд важных практических рекомендаций с экономическим эффектом в 1984 г. более 6 млн. руб.

На конференции работало 7 секций:

«Теоретические исследования путей экономии и повышения эффективности использования электроэнергии» (председатель проф. В. А. Веников);

«Экономия электроэнергии в электрических системах» (проф. Г. Е. Поспелов);

«Экономия электроэнергии в электроприводе» (проф. Н. Ф. Ильинский);

«Экономия электроэнергии на электрическом транспорте» (проф. И. С. Ефремов);

«Экономия электроэнергии на промышленных предприятиях» (проф. В. В. Шевченко);

«Экономия электроэнергии в системах электроснабжения городов» (проф. А. А. Глазунов);

«Экономия электроэнергии в сельском хозяйстве (академик ВАСХНИЛ, проф. И. А. Будзо).

Содержание докладов секции «Теоретические исследования путей экономии и повышения эффективности использования электроэнергии», дискуссии по ним охватывали широкий круг вопросов, посвященных применению нового и оптимальному использованию существующего оборудования. Наибольший интерес и широкую дискуссию вызвали, в частности, доклады «Эффективность применения энергетических накопителей для повышения устойчивости работы энергосистем» (А. Г. Сумин, А. Г. Тер-Газарян) и «Оптимизация параметров системы электроснабжения методом «Парето» (Е. И. Кордюков, Т. П. Себелева), в которых указывалось на перспективность применения многофункциональных накопителей.

На секции «Экономия электроэнергии в электрических системах» рассматривались конкретные результаты исследований по экономичному управлению развитием электрических сетей, научно обоснованному определению расчетных электрических нагрузок, оптимизации параметров, качеству напряжения и законам его регулирования.

Обсуждались вопросы разработки уточненной методики определения потерь энергии в действующих электрических системах и сетях с использованием современных способов получения информации о режимах их работы.

Большой интерес вызвал доклад «Стратегия КПСС в проведении энергосберегающей политики Советского государства» (Ф. З. Тинчурин),

Ряд докладов был посвящен вопросам повышения эффективности использования электроэнергии на крупных промышленных объектах: горно-обогатительных комбинатах, установках добычи нефти и др. Например, в докладе «Вопросы оценки эффективности использования электроэнергии потребителями в нефтедобыче» Т. С. Атакишиев, Р. В. Бабаев, И. Е. Хайкин) предложено использовать динамико-стохастические модели электропотребления нефтегазодобывающих предприятий, разработанные на основе обработки и анализа обширной статистической информации по различным нефтяным районам в течение ряда лет.

Доклады секции «Экономия электроэнергии в электроприводе» были посвящены повышению энергетической эффективности электропривода — наиболее энергоемкого потребителя электроэнергии. Содержание отдельных докладов относится к энергосберегающим решениям в электроприводах переменного и постоянного тока, в том числе в массовом нерегулируемом асинхронном электроприводе.

Большой интерес вызвали доклады «Технические средства энергосбережения в массовом асинхронном электроприводе» (В. А. Анисимов, А. О. Горнов, В. Г. Безаев), «Перспективы снижения потерь электроэнергии в регулируемых в функции нагрузки асинхронных двигателях» (З. А. Захарова, Г. А. Синельников), в которых указывалось на возможность существенного увеличения энергетических показателей электропривода за счет регулирования напряжения на двигателе при изменении его нагрузки; например, понижение напряжения на двигателе при нагрузке ниже  $0,7 P_n$  позволяет увеличить  $\cos \varphi$  на  $8 \div 10 \%$  и к. п. д. на  $2-4 \%$ .

В последнее время все более широкое применение находят электроприводы постоянного тока с нерегулируемыми параметрическими источниками тока, обладающие высокими техническими, энергетическими и эксплуатационными показателями. Их использованию в новой области был посвящен доклад «Совершенствование электропривода в производстве кинофотоматериалов» (Б. М. Сарач, Ю. Г. Вишин, В. В. Степанцова), вызвавший широкое обсуждение.

На секции была подчеркнута необходимость развития направления, связанного с выбором двигателей для конкретных условий работы и разработкой методов оценки энергетических показателей электропривода. В докладах отмечалась актуальность поиска энергосберегающих решений для регулируемых электроприводов по энергетическим критериям, по созданию специальных схем тиристорных преобразователей с повышенным коэффициентом мощности, по разработке новых систем двухзонного регулирования и т. д.

В настоящее время электрический транспорт стал крупным потребителем электрической энергии. В докладах секции «Экономия электроэнергии на электрическом транспорте» сформулированы основные тенденции решения проблем — использование полупроводниковых вентилях и тиристорных на тяговых подстанциях, тиристорно-импульсных систем в тяговых приводах постоянного и переменного тока, микроэлектронной техники в системах управления и автоматизации, применение тяговых двигателей постоянного тока независимого возбуждения и асинхронных короткозамкнутых, прогрессивных схем выпрямления, различных компенсирующих устройств.

Большой интерес вызвали доклады, отражающие указанные тенденции «Повышение тягово-энергетических и экономических показателей электровозов переменного тока» (В. Д. Тулупов, Ю. А. Карпов, Ю. И. Ковалев), «Тяговый электропривод троллейбуса с асинхронным двигателем» (И. С. Ефремов, С. К. Корольков, С. Л. Киреев).

Вопросы дальнейшего совершенствования промышленного

электрического транспорта нашли отражение в докладе «Повышение энергетических показателей бесконтактного электрического транспорта» (Г. Г. Пивняк, С. И. Выпанасенко), в котором предложена новая схема автономного инвертора преобразователя частоты и указано на целесообразность регулирования тока тяговой сети в зависимости от мощности нагрузки.

Широкое внедрение САПР, ВТ и микропроцессоров нашло свое отражение и при решении вопросов экономии электроэнергии в промышленности, что отразилось на содержании докладов секции «Экономия электроэнергии на промышленных предприятиях». Обоснование всех технико-экономических решений невозможно без применения этих средств, которые используются также при построении автоматизированных систем управления и контроля в схемах электроснабжения промышленных предприятий, для оптимизации режимов электропотребления, в проектной практике. Среди докладов этой секции отметим следующие: «Автоматизация контроля и управления электропотреблением» (А. В. Праховник), в котором предлагается использование АСУ электропотреблением; «Устройства для регулирования и стабилизации напряжения в электрических сетях 0,4—35 кВ» (Э. Л. Карпова, И. М. Туманов, С. В. Симанов) — минимальный экономический эффект от применения одной подстанции с разработанными устройствами регулирования составляет 2500 руб/год; «Сокращение потерь электроэнергии серий электролизеров цветных металлов» (В. Г. Сальников) — использование реакторов насыщения позволило снизить потери энергии на двух сериях электролизеров цинка Усть-Каменогорского свинцово-цинкового комбината.

Участники секции отмечают:

работа по экономии электроэнергии проводится интенсивно, с использованием современных средств и методов (ЭВМ, САПР, микропроцессоры, математическое моделирование и т. д.) всеми участвующими в конференции организациями;

разрабатываются новые технические средства, применение которых позволит сократить потери электроэнергии (устройства стабилизации и регулирования напряжения на полупроводниковых элементах, новые виды компенсирующих устройств и др.);

исследуются режимы электропотребления, коэффициенты загрузки электрооборудования и линий с целью выдачи рекомендаций по их оптимизации; предлагаются методы таких исследований с помощью средств ВТ;

разрабатываются новые высокоэффективные системы контроля и управления режимами электропотребления на промышленных предприятиях с применением микропроцессорной техники;

исследование экономических режимов эксплуатации систем электроснабжения промышленных предприятий позволило рекомендовать к применению напряжения 660 В и 20 кВ, обеспечивающие наименьшие затраты.

Проблема экономически обоснованного и эффективного осуществления и функционирования систем электроснабжения городов рассматривалась на секции «Экономия электроэнергии в системах электроснабжения городов». В ряде докладов — «Экономическая и надежная схема распределения электроэнергии в районах города» (Ю. А. Фокин), «Применение трансформаторных подстанций подземного типа и эффективность использования материальных и энергетических ресурсов» (Ю. С. Потимков, А. М. Ольшевский), «Повышение эффективности эксплуатационных режимов городских распределительных сетей» (П. Я. Экель, В. А. Попов) и др. — содержатся конкретные результаты исследований по указанной тематике и рекомендации по практическому их применению, например, целесообразность ориентации на величину потерь как критерий эффективности решения.

На секции рассматривались вопросы повышения качества напряжения, расширенного внедрения автоматизированных информационно-вычислительных комплексов оптимизации режимов распределительных электросетей, отмечалась необходимость повышения пропускной способности кабельных линий 110—220 кВ в городах, а также перевода сетей 6 кВ на 10 кВ и др.

На секции «Экономия электроэнергии в сельском хозяйстве» отмечались значительные изменения в сельскохозяйственной электроэнергетике: по сравнению с 1965 г. потребление электроэнергии в сельском хозяйстве возросло в 5,5 раза. Указывались

недостатки в сфере учета, отмечались повышенные потери электроэнергии при передаче ее по электрическим сетям.

Разработке эффективных мероприятий по снижению потерь и выбору очередности их внедрения на основе интервального расчета потерь электроэнергии посвящен ряд докладов, например, «Интервалы неопределенности потерь мощности и энергии в сельских сетях 0,38 кВ» (И. А. Будзко, М. С. Левин, В. В. Смирнов).

Несколько докладов были посвящены мероприятиям по рационализации производства, разработке энергосберегающих технологий, использованию в быту и на производстве нетрадиционных источников энергии, например, «Гелиоустановка для горячего водоснабжения доильных площадок КРС» (В. Г. Фомичев, Т. П. Михальчук).

Участники конференции обращают внимание на необходимость проведения научно-исследовательских, инженерных и организационных работ, в первую очередь, по следующим основным направлениям:

выявление физических закономерностей, позволяющих создавать новые эффективные алгоритмы определения условий оптимальной эксплуатации установок;

широкое использование вычислительной техники при оптимизации режимов энергосистем при эксплуатации всех элементов электроснабжения промышленных предприятий, городов, сельского хозяйства, электрического транспорта, а также применение САПР при проектировании соответствующих объектов;

внедрение в энергосистемы ряда новых устройств — накопителей электрической энергии, управляемых самокомпенсирующихся воздушных линий электропередачи, источников реактивной мощности, асинхронизированных электромеханических преобразователей частоты и др.;

дальнейшее расширение научных исследований в области электроснабжения промышленных предприятий, направленных на совершенствование контроля и учета электроэнергии с применением автоматизированных систем, выработку научно обоснованных норм потребления электроэнергии, сокращение потерь электроэнергии в элементах системы электроснабжения, улучшение качества напряжения в сетях промышленных предприятий, оптимизацию способов компенсации реактивной мощности;

расширение поиска новых нетрадиционных энергосберегающих решений в электроприводе, в частности, решение проблемы повышения экономичности массового нерегулируемого асинхронного электропривода, совершенствования методов оценки энергетической эффективности электроприводов;

снижение электропотребления электрического подвижного состава городского и магистрального транспорта путем совершенствования систем тяги и торможения; снижение потерь электроэнергии в тяговых сетях контактного и бесконтактного подвижного состава; совершенствование систем электроснабжения вагонов; решение проблемы применения тягового электропривода переменного тока с асинхронными двигателями; совершенствование тяговых аккумуляторов для электромобилей;

уменьшение электропотребления сельскохозяйственных потребителей путем рациональной организации производства, применения новых энергосберегающих технологий, использования нетрадиционных источников энергии, снижения потерь электрической энергии при ее передаче по сельским электросетям.

Успешной работе конференции способствовала забота и внимание, проявленные Татарским обкомом КПСС и коллективом Казанского филиала МЭИ.

Конференция подвела итоги развития данного научного направления, обобщила накопленный опыт работы, определила первоочередные научно-технические мероприятия по решению задач, поставленных партией и правительством перед учеными и инженерами, работниками вузов, способствовала укреплению связей высшей школы с научными учреждениями, промышленными предприятиями и научно-исследовательскими институтами, наметила мероприятия по внедрению в народное хозяйство значительных научно-исследовательских разработок.

ШЕВЧЕНКО В. В., БЕЗРУКОВ Г. И.



# Всесоюзное научно-техническое совещание

## «Научно-технические и технологические вопросы создания сверхпроводникового электроэнергетического оборудования»

(22—25 мая 1984 г., Москва)

В совещании, проведенном Энергетическим институтом им. Г. М. Кржижановского и Информэнерго Министерства энергетики и электрификации СССР на основе главной экспозиции павильона «Физика» ВДНХ СССР, приняли участие около 300 ученых и специалистов из 57 научно-исследовательских и проектных организаций, промышленных предприятий Советского Союза, а также специалисты из НРБ, ВНР, СРР, ЧССР.

Задачи совещания:

определение наиболее эффективных областей применения сверхпроводникового электроэнергетического оборудования в народном хозяйстве страны;

обобщение результатов испытания опытных образцов сверхпроводникового оборудования, а также результатов исследований тепло- и электрофизических процессов, протекающих в сверхпроводниковом оборудовании;

обобщение опыта по проектированию, изготовлению, монтажу и эксплуатации сверхпроводникового оборудования.

На совещание представлен 131 доклад. Непосредственным результатом работы совещания явилась разработка рекомендаций, в которых впервые сформулированы основные положения общей концепции криогенной энергетики на перспективу. Научно-исследовательским и проектным организациям страны рекомендовано ускорить внедрение в электроэнергетику опытных образцов криоэлектроэнергетического оборудования с целью получения достоверных данных по эксплуатационным характеристикам и дальнейшего совершенствования их технико-экономических показателей.

На пленарном заседании во вступительном докладе проф. Ю. Н. Вершинин (ЭНИН) проанализировал состояние проблемы создания сверхпроводниковых устройств энергетического назначения и перспективы применения их в электроэнергетике страны.

Во ВНИИЭлектромаш под руководством акад. И. А. Глебова создан опытно-промышленный образец сверхпроводникового турбогенератора типа КТГ-20 мощностью 20 МВ·А; 6,3 кВ, 3000 об/мин. Об опыте включения КТГ-20 в декабре 1983 г. в систему Ленэнерго сообщил проф. Я. Б. Данилевич.

О создании опытного криотурбогенератора мощностью до 5 МВт говорится в докладе акад. АН УССР Б. И. Веркина и др.

Руководитель делегации ЧССР на совещании доктор И. Гласник выступил с докладом, в котором дал обзор состояния и перспектив работ по использованию сверхпроводимости в энергетике ЧССР.

В ходе работы трех тематических секций заслушаны и обсуждены доклады по результатам исследования свойств сверхпроводниковых и конструкционных материалов, вопросам гидродинамики и теплообмена в сверхпроводниковых устройствах, их тепловой изоляции, системам криогенного обеспечения. Рассмотрены работы по конкретным результатам научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, касающихся создания и испытаний сверхпроводниковых устройств следующих типов: машины (генераторы, двигатели) переменного и постоянного токов; силовые кабели переменного и постоянного токов; энергетические накопители; токоограничители, выключатели; магнитные системы.

В докладах Р. В. Гаврилова, И. С. Житомирского, В. Г. Романенко, Ю. А. Кириченко и др. рассмотрены оптимизационные задачи проектирования сверхпроводниковой обмотки возбуждения (СПОВ) КТГ, вквенча СПОВ, т. е. внезапного перехода СПОВ из сверхпроводящего состояния в нормальное. Обсужден метод расчета захлаживания ротора КТГ мощностью 2 МВт, рассмотрены результаты экспериментального исследования теплоотдачи и перепадов давления, вопросы разработки систем испарительного охлаждения СПОВ КТГ.

В докладах сотрудников МАИ обсуждаются результаты расчета выходных характеристик и эксплуатационных качеств сверхпроводниковых синхронных генераторов, таких как: индукция магнитного поля в различных зонах генераторов, собственные и взаимные индуктивности обмоток (Д. А. Бут и др.), время захлаживания и выход на заданный тепловой режим, нагрев элементов индуктора при переходе сверхпроводника в нормальное состояние (В. Н. Базаров и др.), а также характеристик, определяющих прочность и жесткость СПОВ (А. И. Бертинов и др.),

Алиевский Б. Л., Ледовская Н. Е. и др. сообщили о результатах исследования технико-экономических показателей сверхпроводниковых униполярных машин (СПУМ) с жидкометаллическими контактами (ЖК). Предельная мощность единичной СПУМ с одной парой ЖК при частотах вращения 25÷50 об/с и напряжении 100 В составляет 50 МВт.

О создании криостата (Н. Ф. Озерной и др.), сверхпроводящих катушек из ниобийолова (В. Г. Данько и др.), исследовании тепловых характеристик СПОВ (Л. А. Гренадерова, Н. Г. Гринченко и др.) криодвигателя постоянного тока мощностью 10 МВт для прокатного стана доложили сотрудники ХПИ им. В. И. Ленина и НИИ завода «Электротяжмаш». Сообщено (В. Г. Данько и др.) о создании реальной машины с теплой обмоткой возбуждения, о проведении автономных испытаний полюсной катушки СПОВ.

В ряде докладов обобщен опыт работы по монтажу, наладке и испытаниям стометрового участка сверхпроводникового кабеля жесткого типа СПК-100, рассчитанного на ток 10 кА и напряжение 10 кВ. И. К. Буткевичем и др. исследована работа циркуляционного струйного насоса в системе криогенного обеспечения СПК-100, позволяющего увеличить расход гелия через кабель в несколько раз по сравнению с расходом, выдаваемым рефрижератором. Н. Т. Бендиком, В. С. Тереховым и Е. С. Турилыной выполнен анализ стационарных тепловых режимов и определено смещение градуировочной характеристики датчиков Аллен — Бредли и германиевых термометров сопротивления. Н. Т. Бендик и Н. Е. Комиссаржевский исследовали вольтамперные характеристики участков токонесущей системы кабелей в условиях, близких к изотермическим.

Обсуждены результаты работ, связанных с созданием и испытанием гибких криогенных кабелей — сверхпроводникового (ГСПК) и криорезистивного (КРК). ВНИИКП совместно с ВЭИ им. В. И. Ленина провели высоковольтные испытания участка ГСПК-50 с высоковольтной арматурой напряжением промышленной частоты 50 Гц. Напряжение пробоя составило 112 кВ, место пробоя — высоковольтные вводы. В Мосэнерго завершены предварительные испытания трехфазного КРК длиной 120 м на напряжение 110 кВ ток 2,6 кА. Проводятся подготовительные работы перед пробным включением КРК в действующую ЛЭП.

Известно, что в многотрубной коаксиальной конструкции сверхпроводникового кабеля, созданной на основе сверхпроводников 1-го рода, при определенном сочетании направления и величины транспортного и наведенного токов критические токи могут быть повышены в два раза. Технические и экономические преимущества многотрубной коаксиальной конструкции из сверхпроводников 1-го рода перед двухтрубными конструкциями из сверхпроводников ниобия и станида ниобия обсуждаются в ряде докладов, подготовленных В. С. Околотиным и др., Д. Е. Румянцевым и др. и сотрудниками кафедры электрических систем Белорусского политехнического института В. Т. Фединыным и др.

В докладе И. А. Ступака и Х. Б. Бобосайдова показано, что сверхпроводящий токопровод длиной 150—200 м, мощностью до 200 МВт и напряжением 0,8 кВ по показателям конкурентоспособен с традиционным жестким шинопроводом и целесообразен в электролизном производстве.

Технические и экономические преимущества, которые возникают при включении в состав энергосистем новой структурной единицы — сверхпроводникового индуктивного накопителя энергии (СПИН) обсуждают в ряде докладов сотрудники СибНИИЭ (Н. Л. Новиков и др.), кафедры электрических систем МЭИ (Ю. Н. Астахов и др.) и ЭНИН (Ю. А. Башкиров), В. И. Юдас (МАИ) решил задачу минимизации объема сверхпроводника в магнитной системе СПИН.

В ряде организаций разрабатываются электротехнические устройства, в которых используются сверхпроводниковые переключатели магнитного потока. Принцип действия таких устройств основан на перераспределении магнитных потоков при переходе сверхпроводникового экрана из сверхпроводящего состояния в нормальное.

И. В. Якимец и др. (ЭНИН) рассмотрели коммутационные параметры трансформаторного выключателя со сверхпроводниковыми коммутаторами магнитного потока, исследовали переходные режимы работы индукционного коммутатора, объединяющего функции трансформатора и выключателя, проанализиро-

вали коммутационные характеристики сверхпроводникового экрана с тепловым управлением, а также коммутационные напряжения, возникающие в экранах. Ю. А. Башкиров, Ю. И. Чалисов и др. (ЭНИН) рассмотрели преимущества управления сверхпроводниковым экраном в различных размыкателях с помощью тепла, подводимого в виде оптического излучения, по сравнению с магнитным и токовым тепловым управлением. В. Н. Крутицкий (ЭНИН) выполнил расчет неметаллического (стеклопластикового) криостата кольцевого типа, охватывающего стержень магнитопровода для устройств трансформаторного типа со сверхпроводниковыми обмотками.

Сотрудники ФИАН и ИВТАН представили доклады, посвященные исследованию сверхпроводниковых магнитных систем (СМС).

В работах ФИАН показано, что секционирование обмотки СМС с шунтированием секций низкоомными шунтами является эффективным методом защиты, значительно снижающим электрические напряжения (В. С. Высоцкий и др.) и разогрев обмотки (А. А. Конюхов и др.) при переходе СМС в нормальное состояние. Исследование серийных диодов (В. С. Высоцкий, В. Н. Цихон, С. А. Гаранов) при низких температурах доказало возможность их применения в качестве элемента системы защиты секционированных СМС. Даны рекомендации по расчету и конструированию сверхпроводящих ключей-перемычек, изготовленных из многослойного композитного сверхпроводящего провода с медноникелевой и медной матрицами (В. С. Высоцкий и др.). Сообщено о системах питания для СМС и ключей-перемычек, работающих в режиме «замороженного» потока. Эти системы эксплуатируются на протяжении последних пяти лет в ФИАН (В. Н. Цихон и др.).

В. В. Андрианов, М. Б. Париж и др. (ИВТАН) представили результаты расчетного и экспериментального исследования процессов перехода в нормальное состояние СМС, состоящей из последовательно и параллельно соединенных секций, при этом каждая секция защищена шунтом, расположенным вне криостата. В случае СМС, состоящей из четырех последовательно соединенных секций, имеет место хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными.

Ряд докладов посвящен вопросам создания сильноточных токовых вводов.

В. К. Матюшенков показал, что путем повышения интенсивности теплообмена на низкотемпературной части газоохлаждаемого токоввода и шунтированием этой части сверхпроводником можно добиться весьма низких значений теплопритока со стороны токоввода в холодную зону сверхпроводникового устройства. Л. Л. Васильев и др. предложили на холодном конце токоввода использовать пористую вставку, на которой осуществляется эффективный теплообмен между токовводом и газом за счет перераспределения охлаждающих потоков. Для расчета максимально допустимого тока сверхпроводниковых энергетических устройств по условию сохранения сверхпроводящего состояния Н. Т. Бендик, Л. Л. Гуглина, Л. Л. Хлебникова предлагают использовать характеристику токоввода, которая представляет собой зависимость теплового потока с холодного конца токоввода от тока и расхода криоагента. Г. И. Абрамов и др. провели исследование нерасчетных режимов газоохлаждаемых токовводов и предложили метод определения теплопритока со стороны токовводов при токах, отличающихся от номинального. Специальная конструкция высоковольтного ввода предложена В. И. Левитовым и др. (ЭНИН). А. И. Блохин и др. (ЭНИН) сообщили об исследованиях, связанных с разработкой сверхпроводниковых трансформаторных вводов четырех конструктивных вариантов.

Внедрение сверхпроводникового энергетического оборудования в народное хозяйство в значительной степени сдерживается из-за отсутствия опытных данных о надежности работ рефрижераторного оборудования. Б. Д. Краковский, Г. С. Шубин и А. Б. Давыдов проанализировали опыт работы трех отечественных серийных установок КГУ—250/4,5, имеющих наработку по 3,5—4,5 · 10<sup>3</sup> ч. каждая и показали, что, используя резервирование компрессора и турбогенератора, можно достичь надежности, сопоставимой с надежностью энергетического оборудования.

Обсуждены вопросы расчета и экспериментального определения теплопритока через экранно-вакуумную тепловую изоляцию, а также теплообмен в пористой изоляции. М. Г. Каганер, М. Г. Великанова и С. Б. Мильман провели экспериментальные исследования теплопритоков в секциях криогенного трубопро-

вода, состоящих из унифицированных элементов. А. И. Солодов предложил теплоизолировать поверхности криогенного устройства слоисто-вакуумной теплоизоляцией при вакууме хуже, чем 10<sup>-4</sup> Па. С. С. Филимонов, Б. А. Хрусталев и И. М. Мазиллин провели расчет теплообмена в экранно-вакуумной тепловой изоляции с учетом концевых эффектов и разработали метод расчета пористой изоляции, согласно которому пористое тело моделируется системой слоев, разделенных между собой перегородками.

Значительное число докладов посвящено вопросам теплообмена гелия в сверхпроводниковых устройствах. А. И. Андреев, В. М. Ерошенко, Л. А. Яскин (ЭНИН) разработали теоретическую модель и провели расчет нестационарного теплообмена в циркуляционном токовводе при импульсных тепловых возмущениях. В. А. Сысоев, С. П. Горбачев, В. К. Матюшенков провели теоретическое и экспериментальное исследования условий возникновения термоиндуцированных колебаний в системах криостатирования сверхпроводниковых устройств, приводящих к большим теплопритокам в зону низких температур.

В ряде докладов обсуждалась тепловая и гидродинамическая устойчивость циркуляционных систем, теплообмен и течение в жидкостях и газах при естественной конвекции в замкнутых и незамкнутых полостях, теплообмен в обогреваемых каналах при вертикальном опускном и подъемном, горизонтальном и наклонном течении жидкости сверхкритического давления в широком диапазоне чисел Re и параметра Gr/Re<sup>2</sup>, теплообмен в пучках продольно-омываемых проволок при умеренных числах Re, нормальная, улучшенная и ухудшенная теплоотдачи при нагревании турбулентных потоков жидкостей.

В последние годы как у нас в стране, так и за рубежом широко исследуются волокнистые сверхпроводящие композиты. Эти материалы обладают высокими плотностями критического тока, относительно простым изготовлением и дешевы. А. Л. Рахманов и др. выполнили исследования ВАХ и намагнитненности волокнистых сверхпроводящих композитов Cu—Nb, изготовленных из неупорядоченной смеси сверхпроводника и нормального металла с большим отношением квадратов начального диаметра заготовки и конечного диаметра провода.

Ряд теоретических и экспериментальных работ посвящен исследованию свойств проволочных и ленточных образцов сверхпроводников. В. Б. Зенкевич, В. В. Желтов и А. С. Романюк (ИВТАН) получили аналитические выражения, с помощью которых можно рассчитать магнитные моменты сверхпроводящего композита для различных форм сигналов, в том числе для сигналов, представленных в виде конечной суммы элементарных функций. Г. И. Гарасько (ВЭИ) получил формулы для приближенного расчета гистерезисных потерь в длинных сверхпроводящих катушках.

В. М. Дзугутов, Л. М. Фишер (ВЭИ) сообщили о результатах экспериментального исследования зависимости гистерезисных потерь в ниобий-оловянных лентах от величины постоянного магнитного поля, ортогонального переменному полю. В. В. Андрианов и др. (ИВТАН) экспериментально и теоретически исследовали влияние условий охлаждения на плотность максимального транспортного тока комбинированного сверхпроводника. А. А. Ахметов, В. П. Баев и Р. Г. Минц (ИВТАН) экспериментально исследовали процесс зарождения резистивной фазы в композитных сверхпроводниках с большим тепловым и электрическим переходным сопротивлением между собственным сверхпроводником и стабилизирующим металлом при протекании транспортного тока по значению, близкому к критическому. Эволюция нормальной зоны в сверхпроводящем композите с высоким контактным сопротивлением рассмотрена С. Г. Акоповым, Г. Г. Сваловым.

А. П. Копчиков выполнил расчет ВАХ одножильного сверхпроводника, непрерывно соединенного по всей длине с нормальной подложкой, и провел анализ экспериментальных данных, полученных при исследовании образцов на основе Nb—Ti. Сотрудники ЭНИН представили доклады, в которых излагаются методы расчета электромагнитных характеристик сверхпроводников (Ш. И. Лутидзе), сверхпроводниковых устройств (А. Н. Соболев и др.).

Совещание приняло развернутые рекомендации, в которых наряду с достижениями отмечены недостатки и нерешенные проблемы, препятствующие внедрению сверхпроводниковых устройств в электроэнергетику.

**БЕНДИК Н. Т.**, канд. физ.-мат. наук



## Лев Гразданович Мамиконянц

(К 70-летию со дня рождения)

18 марта исполнилось 70 лет со дня рождения крупнейшего специалиста в области мощных электрических машин и надежности энергосистем, доктора технических наук, профессора, члена КПСС с 1942 г., главного редактора журнала «Электричество», участника Великой Отечественной войны Льва Граздановича Мамиконянца.

С 1945 г. Л. Г. Мамиконянц работает во ВНИИэлектроэнергетики, с 1954 г. — заместитель директора института по научной работе. Ученый большой эрудиции и широкого кругозора, тесно связанный с практикой, он успешно руководит коллективом и ведет большую научно-исследовательскую работу.

Работы Л. Г. Мамиконянца по исследованию эксплуатационных характеристик мощных турбо- и гидрогенераторов, синхронных компенсаторов, комплекс исследований аномальных режимов работы этих машин оказали большое влияние на техническую политику при выборе конструкторских и технологических решений создания машин новых типов.

Он лично участвовал в принятии прогрессивных решений при проектировании, исследовании и вводе в эксплуатацию крупнейших турбо- и гидрогенераторов, в том числе для Красноярской и Саяно-Шушенской ГЭС.

К таким прогрессивным решениям относятся, например, введение водяного охлаждения обмоток статора и ротора, повышение механической устойчивости генераторов при переходных режимах, введение тиристорных систем возбуждения, систем контроля и диагностики, создание управляемых машин переменного тока большой мощности.

Под руководством и при непосредственном участии Л. Г. Мамиконянца проводилось исследование теплового и электромагнитного состояния синхронных генераторов, изучение механических усилий, напряженного и вибрационного состояния машин, электрической и механической прочности изоляции.

Ему принадлежат фундаментальные



труды по влиянию переходных процессов в электроэнергетических системах на надежность эксплуатации крупных синхронных машин, влиянию параметров машины на переходные процессы, в том числе на устойчивость ее работы в энергосистеме.

Труды Л. Г. Мамиконянца легли в основу формирования технической политики эксплуатации электрооборудования энергосистем — системы профилактического обслуживания оборудования, объема и норм испытаний, правил технической эксплуатации.

Широкий кругозор позволяет Л. Г. Мамиконянцу успешно руководить и другими важными направлениями деятельности ВНИИЭ, в частности, по созданию в СССР линий СВН и УВН переменного тока 500, 750 и 1150 кВ, по стандартизации номинальных напряжений и качества электрической энергии. Успешно руководит Л. Г. Мамиконянц и такими важными направлениями деятельности ВНИИЭ и ВЦ ГТУ Минэнерго, как создание автоматизированной подсистемы

управления производством и распределением энергии ОАСУ «Энергия» и, в первую очередь, звена автоматизированного диспетчерского управления энергосистемами на всех ступенях иерархии, включая уровень ЦДУ Единой Энергосистемы СССР.

Л. Г. Мамиконянц является автором более 150 печатных научных работ, в том числе 9 книг, 13 авторских свидетельств. Он ведет большую работу по подготовке научных кадров энергетики. Ряд лет читал в Московском энергетическом институте курсы «Специальные вопросы электрических станций» и «Испытания синхронных машин». Под руководством Л. Г. Мамиконянца защитили кандидатские диссертации 25 человек, докторские — 5 человек.

В течение многих лет Л. Г. Мамиконянц является членом редколлегии журнала «Электричество», а последние 11 лет — главным редактором этого журнала.

Л. Г. Мамиконянц — активный участник ряда научно-технических и ученых советов (Минэнерго СССР, Минэлектротехпрома, ГКНТ СССР, Госстандарта, энергетического факультета МЭИ, ЭНИН им. Г. М. Кржижановского, ВНИИЭ). Он — заместитель председателя секции энергетики Комитета СССР по Ленинским и Государственным премиям в области науки и техники.

Обширные работы проводит Л. Г. Мамиконянц в области международного сотрудничества, являясь председателем Советского национального комитета СИГРЭ, председателем подкомитета МЭК по синхронным машинам и членом Советского национального комитета МЭК.

Л. Г. Мамиконянц награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени, шестью медалями, знаком «Отличник энергетики и электрификации», он заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

Редакция и редколлегия журнала «Электричество», группа товарищей.



## Борис Константинович Максимов

(К 50-летию со дня рождения)

В декабре 1984 г. исполнилось 50 лет декану электроэнергетического факультета Московского энергетического института, профессору кафедры техники высоких напряжений, доктору технических наук, члену КПСС Максиму Борису Константиновичу.

Б. К. Максимов окончил МЭИ в 1959 г. и был направлен на Подольский машиностроительный завод им. С. Орджоникидзе, где благодаря высокой профессиональной подготовке, организаторским способностям и трудолюбию был выдвинут на должность заместителя главного энергетика этого крупнейшего предприятия. В 1962 г. Б. К. Максимов поступил в аспирантуру МЭИ и в 1968 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. В 1973 г. утвержден в звании доцента. В 1982 г. был избран деканом электроэнергетического факультета. В 1983 г. успешно защитил докторскую диссертацию.

Б. К. Максимов читает лекции по основным дисциплинам кафедры ТВН; им поставлен новый курс «Статическое электричество в промышленности и защита от него».

Выполненные под руководством Б. К. Максимова исследования по защите от опасных проявлений статического электричества имеют большое народнохозяйственное значение. При



его непосредственном участии исследованы особенности электризации светлых нефтепродуктов, разработаны способы защиты от статического электричества технологических операций с авиатопливом. Результаты работ внедрены в промышленности и дали значительный

технико-экономический эффект. По материалам выполненных исследований Б. К. Максимовым лично и в соавторстве опубликовано 85 печатных работ, получено 6 авторских свидетельств на изобретения. Под научным руководством Б. К. Максимова защищено 5 кандидатских диссертаций.

Б. К. Максимов является председателем Научно-методического совета электроэнергетического факультета МЭИ, успешно ведет большую организационно-методическую работу по совершенствованию подготовки инженеров-электриков, развитию научно-исследовательских работ на факультете и ускорению внедрения их результатов в народное хозяйство. Б. К. Максимов — член научных советов при ГКНТ и Минвузе СССР по проблеме «Охрана труда», член Научно-технической комиссии по координации работ вузов при Главном управлении вузами Минвуза СССР.

В разные годы коммунист Б. К. Максимов избирался партгруп-поргом кафедры ТВН, секретарем партийного бюро электроэнергетического факультета. Он награжден медалью «За трудовую доблесть», знаком «Отличник энергетики и электрификации СССР», Почетной грамотой Минвуза СССР.

Группа товарищей

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научный редактор Б. Д. Макарьин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80  
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 15.01.85 Подписано в печать 11.03.85 Т-07523 Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>8</sub> Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5  
Уч.-изд. л. 12,62 Тираж 5831 экз. Заказ 140

Энергоатомиздат. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат  
ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
Г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Вершинин Ю. Н., Якимец И. В. Токоограничивающие выключатели трансформаторного типа с управляемыми сверхпроводниковыми экранами . . . . .          | 1  |
| Костенко М. В. Сопротивление канала главного разряда молнии . . . . .                                                                             | 5  |
| Лачугин В. Ф., Левиуш А. И. Влияние на работу высокочастотной защиты ударов молнии, не вызывающих короткого замыкания ВЛ . . . . .                | 11 |
| Бендик Н. Т., Комиссаржевский Н. Е. Вольт-амперные характеристики длинномерных образцов сверхпроводникового кабеля . . . . .                      | 18 |
| Бут Д. А. Особенности расчета высокоиспользованных синхронных генераторов для автономных энергоустановок . . . . .                                | 23 |
| Овчинников И. Е., Плахтына Е. Г., Рябов В. Н. Автоматизированная система моделирования регулируемых бесколлекторных электрических машин . . . . . | 30 |
| Ильинский Н. Ф., Юньков М. Г. Проблемы теории и практики современного электропривода . . . . .                                                    | 34 |
| Обрусник В. П., Кобзев А. В., Шадрин Г. А. Анализ токов в преобразователях с широтно-импульсным регулированием переменного напряжения . . . . .   | 37 |
| Струнский М. Г., Горбов М. М. Расчет выходной емкости трехэлектродного преобразователя . . . . .                                                  | 42 |

## СООБЩЕНИЯ

|                                                                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Шувалов М. Ю., Глейзер С. Е., Ларина Э. Т. Исследование переходных процессов в изоляции кабелей постоянного тока . . . . .                                                                      | 49 |
| Месенжник Я. З., Еремеев Г. В., Прут Л. Я., Тянь И. С. Влияние условий хранения и эксплуатационных факторов на электрические характеристики полимерной изоляции геофизических кабелей . . . . . | 53 |
| Ермуратский П. В., Усков А. В. К аналитическому описанию диэлектрической проницаемости пенополиэтиленовой изоляции . . . . .                                                                    | 55 |
| Петров Ю. П., Сиверин В. А. Оптимизация электроприводов с гибкими и упругими связями . . . . .                                                                                                  | 57 |
| Уткин В. И., Изосимов Д. Б., Кашканов В. В. Методы импульсной модуляции напряжения с применением обратной связи в электроприводах переменного тока . . . . .                                    | 60 |
| Алиханян К. А. Способ преобразования схемы замещения асинхронного двигателя . . . . .                                                                                                           | 63 |
| Генералов А. П. Конденсатор с двумя отрезками длинных линий с потерями . . . . .                                                                                                                | 64 |
| Кац Р. А. К обоснованию расчета емкости проводников методом подобластей . . . . .                                                                                                               | 68 |
| Скворцов Б. В., Алейников Л. В. Синтез электрических полей в тонких однородных пленках . . . . .                                                                                                |    |
| ХРОНИКА . . . . .                                                                                                                                                                               |    |



## CONTENTS

|                                                                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Vershinin U. N., Yakimets I. V. — Transformer Type Current Limiting Circuit Breakers With Controlled Superconducting Screens . . . . .         | 1  |
| Kostenko M. V. — The Impedance of the Main Discharge Canal for Lightning . . . . .                                                             | 5  |
| Lachugin V. F., Leviush A. I. — How Lightning Strokes Not Resulting in Line Faults Influence Carrier Relaying Performance . . . . .            | 11 |
| Bendik N. T., Komissarzhevski N. E. — Volt-Ampere Characteristics for Long Samples of a Superconducting Cable . . . . .                        | 18 |
| But D. A. — Special Features in the Design of Highly Utilized Synchronous Generators for Independent Power Installations . . . . .             | 23 |
| Ovchinnikov I. E., Plakhtina E. G., Riabov V. N. — An Automated System for Simulation of Controlled Commutatorless Electric Machines . . . . . | 30 |
| Ilyinski N. F., Yunkov M. G. — Problems of the Theory and Practice of Modern Electric Drives . . . . .                                         | 34 |
| Obrusnik V. P., Kobzev A. V., Shadrin G. A. — Analysis of Currents in Converters Having Pulse-Width Control of an A. C. Voltage . . . . .      | 37 |
| Strunski M. G., Gorbov M. M. — Calculation of the Output Capacitance of a Three-Electrode Converter . . . . .                                  | 42 |

## REPORTS

|                                                                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Shuvalov M. U., Gleizer S. E., Larina E. T. — Analysis of Transients in DC Cable Insulation . . . . .                                                                                           | 49 |
| Mesenzhnik J. Z., Yeremeyev G. V., Prut L. J., Tian I. S. — How Storage and Operating Conditions Influence the Electrical Characteristics of Polymer Insulation in Geophysical Cables . . . . . | 53 |
| Yermuratski P. V., Uskov A. V. — An Analytical Description of the Permittivity of Polyethylene Foam Insulation . . . . .                                                                        | 55 |
| Petrov U. P., Siverin V. A. — Optimization of Electric Drives Having Flexible and Elastic Coupling . . . . .                                                                                    | 57 |
| Utkin V. I., Izosimov D. B., Kashkanov V. V. — Techniques for Impulse Modulation of the Voltage Employing Feedback in AC Drives . . . . .                                                       | 60 |
| Alikhanian K. A. — A Way for Transforming the Equivalent Circuit of an Induction Motor . . . . .                                                                                                | 63 |
| Generalov A. P. — Condenser with Two Sections of Long Lossy Lines . . . . .                                                                                                                     | 64 |
| Katz R. A. — On Calculation of the Capacitance of Conductors by a Method of Sub-Areas . . . . .                                                                                                 | 68 |
| Skvortsov B. V., Aleinikov L. V. — Synthesis of Electric Fields in Thin Homogenous Films . . . . .                                                                                              | 71 |
| CHRONICLE . . . . .                                                                                                                                                                             | 73 |

# Рефераты публикуемых статей

УДК 621.316.5:621.314.21.013.1.042:537.312.62

Токоограничивающие выключатели трансформаторного типа с управляемыми сверхпроводниковыми экранами. Вершинин Ю. Н., Якимец И. В. — «Электричество», 1985, № 3  
Рассмотрены принципиальные схемы трансформаторных выключателей с управляемыми сверхпроводниковыми экранами, способных наряду с преобразованием уровня напряжения осуществлять коммутацию силовых цепей электростанций с одновременным ограничением максимальных значений аварийных токов. Сформулированы требования к выбору параметров основных элементов: магнитопроводу с обмотками, управляемому экрану. Библ. 6.

УДК 621.313.17.001.24

Особенности расчета высокоиспользуемых синхронных генераторов для автономных энергоустановок. Бут Д. А. — «Электричество», 1985, № 3  
Развиваются упрощенные методики расчета высокоиспользуемых синхронных генераторов (СГ) с электромагнитным и магнитоэлектрическим возбуждением. Методики построены в основном на безразмерных параметрах, что позволяет проводить оценки показателей СГ в достаточно общем виде.

В качестве примеров рассчитаны три варианта СГ мощностью 100 кВт, работающих с предельными окружными скоростями ротора: с обмоткой возбуждения: с ПМ длительного действия; СГ и ПМ, рассчитанный на термостойный режим. Удельные массы СГ соответственно равны 0,45; 0,27; 0,18 кг/кВт. Библ. 14.

УДК 621.313.3.001.57

Автоматизированная система моделирования регулируемых бесколлекторных электрических машин. Овчинников И. Е., Платина Е. Г., Рябов В. Н. — «Электричество», 1985, № 3  
Предложена структура автоматизированной системы моделирования регулируемых электрических машин переменного тока (РЭМПТ), в которой каждый структурный элемент представлен собственной математической моделью, а модель РЭМПТ формируется определенным способом из математических моделей ее структурных элементов. Изложены принципы составления математических моделей структурных элементов и способ построения математических моделей РЭМПТ, приведена структура автоматизированной системы моделирования РЭМПТ, в основу которой положены эти принципы. Библ. 5.

УДК 621.316.72.001.24

Анализ токов в преобразователях с широтно-импульсным регулированием переменного напряжения. Обрусник В. П., Кобзев А. В., Шадрин Г. А. — «Электричество», 1985, № 3.  
Рассматриваются основные свойства регулируемых органов переменного напряжения при работе на активно-индуктивную нагрузку. Приводятся уравнения мгновенных значений токов сети и нагрузки для разных способов широтно-импульсного регулирования, на основании которых получены выражения для определения спектрального состава и действующих значений этого тока. Проведен анализ основных характеристик при симметричных и фазовом способе регулирования, даны рекомендации по применению этих способов.

Дается определение понятия комбинированная коммутация тока применительно к регулирующим органам переменного напряжения с ключами биполярного типа. Библ. 9.

УДК 621.319.42:621.317.79.001.24

Расчет выходной емкости трехэлектродного преобразователя. Струнский М. Г., Горбов М. М. — «Электричество», 1985, № 3  
Методами комплексного потенциала и непосредственного определения напряженности поля получены точные и приближенные формулы для расчета емкости между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами преобразователя при различной емкостной связи между контролируемым проводником и экраном. Проведены аналитические и экспериментальные исследования по определению точности расчетных формул. Определены условия, при которых внесение контролируемого проводника в преобразователь не изменяет его емкость. Даны рекомендации по выбору конструктивных параметров преобразователей и условий их работы. Библ. 12.

УДК 621.315.22:024.018.782.001.5

Исследование переходных процессов в изоляции кабелей постоянного тока. Шувалов М. Ю., Глейзер С. Е., Ларина А. Э. Т. — «Электричество», 1985, № 3  
Проанализированы физические явления, возникающие в пропитанной маслом бумажной изоляции кабеля постоянного тока при изменениях приложенного к нему напряжения. Предложена математическая модель переходных процессов, использующая методы операционного исчисления. Введено понятие полного операторного сопротивления изоляции. Приведены формулы, позволяющие определить распределение электрического поля в изоляции в любой момент времени. В качестве приложения полученных теоретических результатов рассмотрены вопросы испытания кабелей постоянного тока. Библ. 9.

УДК 622.241:621.315.2.001.24

Влияние условий хранения и эксплуатационных факторов на электрические характеристики полимерной изоляции геофизических кабелей. — Мессенжик Я. З., Еремеев Г. В., Прут Л. Я., Тянь И. С. — «Электричество», 1985, № 3  
Впервые предпринята попытка рассмотреть влияние на электрические характеристики полимерной изоляции геофизических кабелей длительного атмосферного старения в климатических условиях, близких к климатическим условиям ряда крупнейших нефтяных регионов мира. Рассматривается влияние на электрические характеристики изоляции многоциклового механического нагружения после длительного атмосферного старения в указанных выше условиях. Анализируются физические процессы, происходящие в изоляции при длительном атмосферном старении и многоциклового механического нагружении. Применен двухфакторный дисперсионный анализ, позволяющий определить вклад в снижение электрической прочности полимерной изоляции факторов хранения и многоциклового механического нагружения, а также их совместного воздействия. Библ. 16.

УДК 62.83-52

Оптимизация электроприводов с гибкими и упругими связями. Петров Ю. П., Синевин В. А. — «Электричество», 1985, № 3  
Рассмотрены оптимальные законы управления для электроприводов с упругими связями (с учетом конечной жесткости вала между электроприводом и исполнительным механизмом) и электроприводов с подвешенными грузами. Управление должно обеспечивать перемещение исполнительного механизма в заданное время при минимуме потерь в ядре и полном гашении крутильных колебаний или колебаний висящего груза для  $\geq T$ . Показано, что оптимальные законы движения можно привести к форме, зависящей от одного критерия подобия, что позволяет легко обзореть всевозможные в данной задаче виды движений. Библ. 3.

УДК 621.313.333.001.24

Способ преобразования схемы замещения асинхронного двигателя. Алеханян К. А. — «Электричество», 1985, № 3.  
Предложен способ преобразования схемы замещения асинхронного двигателя и вытекающие из него выражения. Они позволяют устанавливать влияние качества электротехнической стали (удельные потери и магнитная проницаемость) через параметры схемы замещения на характеристики машины. Полученные результаты позволяют изменить ход расчета (как ручного, так и машинизированного) асинхронной машины при заданных геометрии и индукциях, что оказывается решающим при расчетах серий.

УДК 621.372.011.71

Конденсатор с двумя отрезками длинных линий с потерями. Генералов А. П. — «Электричество», 1985, № 3  
Анализируется колебательный процесс в схеме, состоящей из конденсатора и подсоединенных к нему с одной и с другой стороны двух обладающих потерями отрезков длинных линий, замкнутых накоротко на конце. Анализ проводится с помощью преобразования Лапласа. В результате получены выражения, определяющие значения частот, коэффициентов затухания, амплитуд и фаз колебаний, возбуждаемых в схеме при разряде конденсатора и при воздействии на схему дельта-импульса тока. Библ. 3.

УДК 621.3.011.4.001.24

К обоснованию расчета емкости проводников методом подобластей. Кац Р. А. — «Электричество», 1985, № 3  
С помощью метода подобластей получены нижние оценки емкости уединенного проводника, конденсатора, а также взаимных и собственных частичных емкостей в системе многих проводников. Доказано, что эти оценки являются наилучшими по сравнению с аналогичными оценками, получаемыми при использовании других методов, основанных на ступенчатой аппроксимации плотности заряда на поверхности проводников. Библ. 6.

УДК 537.212.001.8:539.23

Синтез электрических полей в тонких однородных пленках. Скворцов В. В., Алейников Л. В. — «Электричество», 1985, № 3  
Рассмотрен метод расчета тонкой проводящей пленки, в которой необходимо синтезировать электрическое поле с требуемым законом распределения потенциала  $U(x, y)$ . Описаны алгоритм и программа синтеза поля на ЭЦВМ. Библ. 8.