

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЯНВАРЬ  
1985

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.315.1.027.3.001.2

## О новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока<sup>1</sup>

ЕРШЕВИЧ В. В., канд. техн. наук

Москва

Высшим напряжением электропередач переменного тока в СССР уже более 10 лет является 750 кВ. Сеть этого напряжения формируется в объединенных энергосистемах Юга, Северо-Запада и Центра, в районах, где до этого высшим было напряжение 330 кВ. Общая протяженность линий 750 кВ на начало 1984 г. достигла почти 4 тыс. км.

В восточной зоне ЕЭС СССР, где существует развитая сеть 500 кВ, сооружены и готовятся к включению на номинальное напряжение первые электропередачи еще более высокого напряжения — 1150 кВ.

Анализ условий развития ЕЭС СССР в ближайшей перспективе показал, что применение электропередач указанных напряжений решает все реальные задачи необходимого усиления основной электрической сети ЕЭС до конца текущего столетия.

И тем не менее актуальными являются вопросы: нужна ли разработка новой, еще более высокой ступени напряжения, когда и для чего потребуются ввод первых электропередач этого напряжения?

Каждый раз наиболее строгим подход к решению задачи выбора новой ступени напряжения — тщательный технико-экономический сопоставительный анализ конкретных вариантов развития сетей различных напряжений с расчетами перспективных режимов энергосистем. Такой анализ проводился при обосновании эффективности взведения в СССР напряжения 750 кВ [1]. Исходя из выявленных требований к пропускной способности было рассмотрено три варианта развития основной сети ОЭС Юга: сохранение в качестве высшего напряжения 330 кВ; взведение напряжения 500 кВ, уже применявшегося в других районах; взведение нового напряжения — 750 кВ. Для этих вариантов были определены затраты на сооружение и эксплуатацию, проведены предварительные изыскания трасс линий и площадок

подстанций, рассчитаны важнейшие технические характеристики — устойчивость, токи короткого замыкания и др. Аналогичная работа была проделана и при обосновании целесообразности введения напряжения 1150 кВ.

Не отрицая огромного положительного эффекта подобных работ, нельзя не признать их неубедительность, связанную со значительной неопределенностью технических и экономических показателей объектов нового напряжения, ряда важнейших исходных данных об условиях развития энергосистемы на длительную перспективу. Сомнительна и правомерность применения для таких стратегических задач обычного критерия (минимум расчетных затрат). Поэтому наряду со строгими расчетами целесообразно и необходимо рассматривать некоторые общие соображения и закономерности развития энергосистем, имеющие отношение к вводу новой ступени напряжения.

**Общие соображения.** Тенденция непрерывного роста номинальных напряжений электропередачи достаточно хорошо известна и настолько устойчива, что делает естественными попытки установить корреляционную связь между высшим напряжением и наиболее общими, характеризующими развитие электроэнергетики параметрами, определение которых не требует анализа перспективных режимов работы энергосистем. Так, академиком В. И. Попковым [2] показано, что «... постоянный рост напряжений может рассматриваться как функция некоторого главного постоянно действующего фактора, каковым несомненно является суммарная выработка электроэнергии в стране». На основе полученной цифровой зависимости в [2] сделан вывод о том, что «... к началу будущего столетия могут понадобиться передачи около 2000 кВ и до 3000 кВ 20 лет спустя, что соответствует примерно линиям с пропускной способностью соответственно 15 и 35 ГВт на одну цепь».

В [3] приведена предложенная Г. А. Илларионовым формула, связывающая наивыгоднейшее напряжение

<sup>1</sup> В порядке обсуждения, см. раздел «Дискуссии».

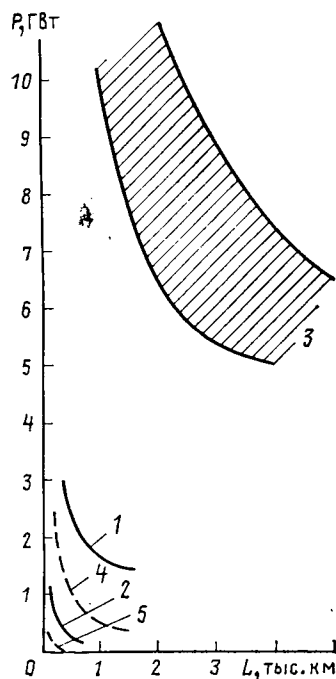


Рис. 1. Границы равноэкономичности номинальных напряжений: 1 — 1150 и 500 кВ; 2 — 500 и 220 кВ; 3 — 1800—2000 кВ и 1150 кВ (вероятная зона прохождения границы); 4 — 750 и 330 кВ; 5 — 330 и 150 кВ

$U_{\text{эк}}$  участка сети с длиной передачи  $L$  и передаваемой мощностью  $P$ :

$$U_{\text{эк}} = \frac{1000}{\sqrt{\frac{500}{L} + \frac{2500}{P}}}$$

где  $L$  — длина линии, км;  
 $P$  — передаваемая мощность, МВт.

Формула предназначена для расчетов по выбору напряжения в пределах шкалы имеющихся напряжений, однако любопытно применить ее и для оценки новой ступени. Судя по результатам расчетов по этой формуле, при передаче на расстояние 3—4 тыс. км мощностей в 15—20 ГВт целесообразно применять напряжение уровня 1800—2000 кВ.

Опыт проектирования и эксплуатации электрических сетей энергосистем показывает, что новая ступень номинального напряжения не может выбираться для отдельных, обособленных электропередач.

Выбор ее обязательно должен учитывать условия развития электрических сетей всех энергосистем страны. Новая ступень напряжения должна стлечься от предыдущей примерно в 2 раза или более, в противном случае, повышение пропускной способности линий окажется недостаточным для того, чтобы оправдать усложнение и удорожание подстанций. Исходя из этого и учитывая крайнюю желательность (если не обязательность!) ввода следующей ступени как единой для западной и восточной зон ЕЭС СССР, можно:

не рассматривать напряжения ниже 1800—1900 кВ; считать наиболее предпочтительными напряжения в диапазоне 2000—2300 кВ (напряжение 2300 кВ дает кратности по отношению к существующим ступеням 750 и 1150 кВ соответственно 3 и 2).

Следует отметить, что первые попытки составить представления об основных конструктивных решениях по линиям и подстанциям напряжений в диапазоне от 1800 до 2500 кВ показали высокую вероятность возможности резкого утяжеления конструкций и ухудшения технико-экономических показателей объектов с повышением напряжения, начиная с 2100—2200 кВ.

Интересный исходный материал для общих рассуждений могут дать и известные, неоднократно публиковавшиеся (например, [3]) кривые, характеризующие области экономического применения электропередач различных номинальных напряжений (рис. 1). Часть приведенного рисунка заимствована из [3], а поле возможных значений  $P$  и  $L$  расширено нами для последующих рассуждений. Несмотря на отсутствие на сегодня

приемлемых по достоверности стоимостных показателей электропередач новых, более высоких ступеней напряжения можно, ориентируясь на характер имеющихся кривых, на экспертные оценки и здравый смысл, представить себе примерный ход кривой, отделяющей потенциальную зону применения новой ступени напряжения класса 1800—2000 кВ от зоны 1150 кВ.

Подводя итоги изложенному, можно заключить, что по общим соображениям на первом этапе обсуждения вопроса о новой ступени напряжения для электрических сетей СССР следует исходить из величины в 1800—2000 кВ ( $P_{\text{нат}} = 15\text{—}20$  ГВт), имея в виду желательность некоторого ее увеличения.

**Необходимая пропускная способность основной сети ЕЭС СССР.** Для оценки перспективных требований к основной сети ЕЭС из этой сети можно выделить следующие характерные элементы, исходя из их функций:

линии выдачи мощности (ЛВМ) крупных электростанций;

линии, питающие (ПЛ) крупные узлы потребления; системообразующие линии (СОЛ) — к ним могут относиться как межсистемные связи между системами более низкого иерархического уровня, так и внутрисистемные элементы;

транспортные линии (ТЛ); межгосударственные линии, обеспечивающие связь ЕЭС с энергосистемами других стран.

Разумеется, такое выделение условно, реальные элементы основной сети, как правило, многофункциональны. Варианты идеализированных сетевых структур, иллюстрирующие предложенную классификацию элементов основной сети ЕЭС, показаны на рис. 2.

Рассмотрим каждый из указанных элементов под углом зрения оценки динамики роста максимальных требований к их пропускной способности на перспективный период примерной длительностью в несколько десятилетий, выделяя два перспективных уровня развития: I — удвоение мощности ЕЭС по отношению к уровню 1980 г., II — удвоение по отношению ко второму этапу.

Необходимая пропускная способность всех линий выдачи мощности крупной электростанции и каждой отдельной линии почти полностью определяется мощностью этой электростанции и единичной мощностью ее агрегатов. Можно утверждать, что выдачу мощности одного массового энергоблока желательно осуществлять по одной линии, в отдельных случаях приемлемо использовать две, но явно неразумно использование трех. Существуют также достаточно ясные, хотя и не строгие, представления о рациональном числе линий наиболее высокого напряжения, отходящих от одного генерирующего узла: это 3—4 линии, а с некоторыми оговорками — две.

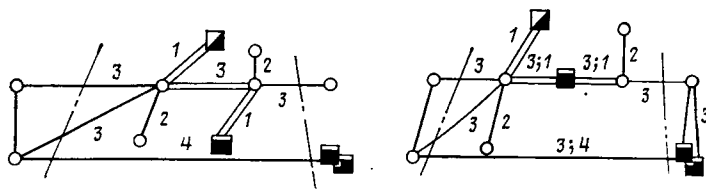


Рис. 2. Примеры идеализированных сетевых структур крупного энергообъединения. Цифрами обозначены типы линий: 1 — выдачи мощности; 2 — питающие; 3 — системообразующие; 4 — транспортные; 3; 1 — системообразующие с функциями выдачи мощности; 3; 4 — системообразующие с транспортными функциями

При одной и даже при двух линиях понятное беспокойство вызывает надежность присоединения электростанций к энергосистеме, при 5 и более линиях возникает естественный вопрос: а не следовало ли применить более высокое напряжение. Показательна в этом отношении статистика по числу линий напряжением 500 кВ, отходящих от шин существующих электростанций мощностью 2 млн. кВт и выше:

Количество отходящих линий 500 кВ	1	2	3	4	5
Количество электростанций с таким числом линий	—	6	5	8	1

Обобщение аналогичного материала по сети 750 кВ несколько преждевременно и тем не менее: через 3—4 года к сети 750 кВ будет присоединено 9 крупных АЭС, из которых 4 — по трем линиям, 4 — по двум и лишь одна АЭС — по одной линии.

Динамика увеличения максимальных мощностей агрегатов на электростанциях различных типов показана на рис. 3, а. При анализе отчетной части кривых обращает на себя внимание тот факт, что единичная мощность наиболее крупного агрегата АЭС уже превышает мощности агрегатов на электростанциях классических типов. Учитывая, что основным видом органического топлива для электростанций будет уголь, а дальнейшее существенное укрупнение угольных энергоблоков не реально, следует ожидать, что на длительную перспективу наиболее крупными будут агрегаты АЭС. Максимальную их мощность на II уровне развития, имея в виду, что работы по реакторам 2,4—3,0 ГВт уже ведутся, нужно оценивать не ниже 3,0 ГВт, и до 5—6 ГВт при благоприятном ходе работ по реакторам новых типов, криогенным турбогенераторам и бестурбинным способам производства электроэнергии. Наиболее устойчивым обобщенным параметром для прогнозирования мощности самого крупного агрегата, по-видимому, является его удельный вес в годовом вводе мощности. Динамика этого параметра также приводит к значениям  $P_{agr}$  в 5—6 ГВт (двукратное удвоение достигнутых темпов ввода 11—12 ГВт/год при удельном весе блока АЭС около 10 %).

Тенденция непрерывного увеличения суммарных мощностей, размещаемых на одной или близких площадках, характерна для электростанций всех типов (рис. 3, б). Мощность самой крупной на сегодня из всех типов электростанций — Красноярской ГЭС — 6 ГВт. Заканчивается строительство Саяно-Шушенской ГЭС мощностью 6,4 ГВт, строится Березовская ГРЭС такой же мощности, по ряду площадок строящихся АЭС проектные работы выявили возможность доведения их мощности до 7—8 ГВт, проектируется Туруханская ГЭС мощностью 10 ГВт. На крупных сибирских реках возможно сооружение в XXI веке ГЭС и большей мощности — порядка 20 ГВт.

К еще большей концентрации мощностей ведут начатые работы по созданию крупных топливно-энергетических комплексов — Западно-Сибирского на газе, Экибастузского и Канско-Ачинского на угле. Суммарная мощность каждого из трех перечисленных комплексов уже к концу текущего столетия составит не менее 15—20 ГВт (мощность первой и второй Сургутских ГРЭС, расположенных практически на одной площадке, в ближайшие 5—6 лет достигнет 7 ГВт), а по КАТЭК в дальнейшем превысит указанные значения.

По ряду условий — сложность отчуждения территории, трудности обеспечения технического водоснаб-

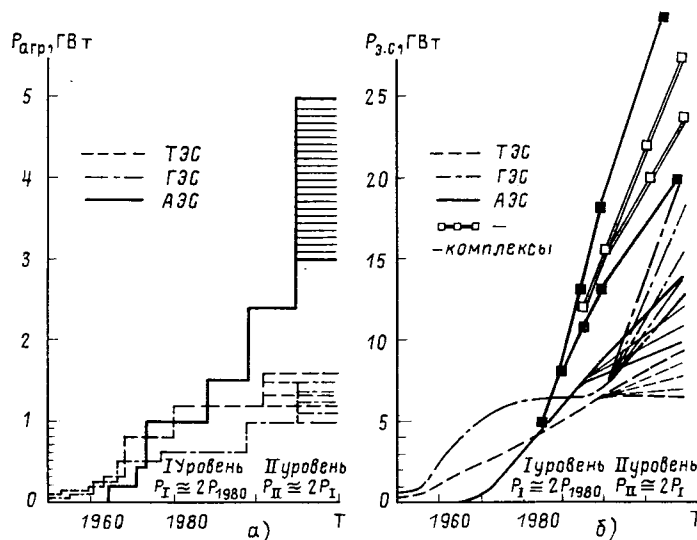


Рис. 3. Вероятный рост концентрации мощностей: а — в одном агрегате; б — на одной площадке

жения и защиты от загрязнения воздушного и водного бассейнов, стремление к повышению эффективности использования крупнейших, высокоснащенных специальной техникой строительных организаций, — идеи совмещения на одной или близких площадках двух или более электростанций, в том числе разных типов (ГРЭС и АЭС, АЭС и ГАЭС), могут случиться очень быстро.

В связи со сложностью организации ядерного топливного цикла при быстро растущих масштабах использования атомной энергии для электроснабжения — переработка и транспортировка ядерного горючего, консервация и захоронение отходов — и повышением требований, обеспечивающих радиационную безопасность, возможно создание крупных ядерно-энергетических комплексов [4], суммарной электрической мощностью в 30—40 ГВт каждый.

Работы по созданию таких комплексов, включающих в себя несколько электростанций с реакторами разных типов и предприятия внешнего топливного цикла, могут начаться уже в ближайшие 10 лет, а к II уровню развития ЕЭС мощность хотя бы одного из них с высокой вероятностью достигнет указанного значения.

Возможности размещения крупных ядерных энергокомплексов имеются в районах севера и северо-востока нашей страны, характеризующихся меньшей плотностью населения, меньшей дефицитностью и ценностью земельных ресурсов, хорошей обеспеченностью водными ресурсами. Не предопределяя сегодня целесообразности концентрированного размещения АЭС по сравнению с рассредоточенным, нельзя не считаться с возможностью появления крупных комплексов АЭС при анализе перспектив развития электрических сетей высших напряжений.

Учитывая более высокие требования к надежности присоединения энергокомплекса к энергосистеме выдача его мощности должна осуществляться по трем-четырем линиям против двух-трех для отдельных электростанций.

Рассматривая отдаленную перспективу развития электростанций, нельзя обойти вниманием нетрадиционные источники энергии. Однако для нашей задачи нет необходимости делать их общий обзор. Достаточно снес-

центрироваться лишь на тех, которые уже сегодня дают какие-либо основания ожидать значительной концентрации мощностей, а к таким нетрадиционным источникам энергии пока можно относить лишь приливные электростанции — по оценкам специалистов на побережье Охотского моря в первые два десятилетия следующего века может быть сооружена приливная ГЭС мощностью в несколько десятков ГВт (можно упомянуть также о потенциальной возможности создания крупных источников электроэнергии вне нашей планеты с передачей ее на землю принципиально новыми способами при концентрации в приемной точке мощностей такого же масштаба).

Исходя из приведенных выше соображений в первом приближении максимальные требования к пропускной способности перспективной линии электропередачи для выдачи мощности можно оценивать как:

1/2—1 мощности наиболее крупного массового агрегата;

1/2—1/3 мощности наиболее крупной электростанции;

1/3—1/4 мощности энергокомплекса.

Требования к пропускной способности питающих линий определяются уровнем потребления в узле и его годовыми приростами. Однако крупных потребляющих узлов, требующих сооружения от системы нескольких питающих линий наивысшего напряжения, на практике не встречается. Как правило, в таком узле сооружается собственная электростанция, и питающие его линии должны рассматриваться как межсистемные связи, или элементы системообразующей сети (обращаясь опять к опыту прошлого можно отметить, что в сети 500 кВ СССР практически нет подстанций, к которым не были бы присоединены достаточно крупные — 25—30 % нагрузки и более электростанции по сетям более низкого напряжения).

Системообразующие линии являются наименее изученным элементом крупных энергосистем, и сегодня нет строгих моделей, описывающих и режимы, и условия развития. Однако бесспорно, что требования к пропускной способности таких линий определяются мощностью связываемых ею частей энергосистемы, и что требования к ней растут с ростом мощности этих частей. Связь необходимой пропускной способности СОЛ с мощностью связываемых частей энергосистемы (или энергосистем) в общем случае должна учитывать структуру системы, характеристики системы управле-

ния режимами и очень сложна. Принято считать, что необходимая пропускная способность СОЛ пропорциональна корню квадратному из мощности меньшей из двух соединяемых частей энергосистемы  $P_{\text{мен}}$ . Для энергосистем цепочечной структуры, к которым может быть с некоторой долей условности отнесены и ЕЭС СССР, наиболее высокие требования к пропускной способности предъявляются в центральной части цепочки, так как расположенные здесь СОЛ с каждой стороны имеют примерно 50 % мощности ЕЭС. На рис. 4 показана эпюра требований к пропускной способности СОЛ  $P_{\text{треб}}$ , формирующих ЕЭС, построенная по характеристикам ЕЭС для уровня развития 1980 г. [5] исходя из зависимости  $P_{\text{треб}} = 0,035 \sqrt{P_{\text{мен}}}$ , что соответствует минимальным требованиям к пропускной способности к СОЛ центральной части ЕЭС на уровне 5 % мощности связываемых половин ЕЭС (для удобства анализа данные приводятся для связей между объединенными энергосистемами, хотя системообразующими линиями ЕЭС могут являться и элементы внутренних сетей ОЭС). Соответствующие эпюре цифровые данные приведены в таблице. Там же указана фактическая пропускная способность в период прохождения максимума 1980 г. по данным [5].

Инженерный анализ таблицы позволяет, на наш взгляд, сделать два практических вывода. Во-первых, фактические пропускные способности СОЛ, учитывая известную напряженность режимов работы почти всех межсистемных связей, не опровергают, а скорее подтверждают правильность оценки минимальных требований к ней на уровне принятых выше 5 % мощности меньшей части ЕЭС. Во-вторых, зависимость  $P_{\text{треб}} = k \sqrt{P_{\text{мен}}}$  также не противоречит данным более глубокого проектного и эксплуатационного анализа условий работы межсистемных связей, однако справедлива для достаточно сильных связей, пропускной способностью 5 % и более. При более слабых связях справедливость этой зависимости становится сомнительной. При формальном подходе минимальные требования к СОЛ на этапе, когда мощность ЕЭС увеличится в 4 раза, должны были бы составить немногим более 2 % ( $\sqrt{5}$ ). Однако представляется разумным сохранить их на уровне не ниже 3—4 %, а это означает, что необходимая пропускная способность СОЛ на этом этапе должна составлять 3—4 % половины  $P_{\text{ЕЭС}}$  или 1,5—2 %  $P_{\text{ЕЭС}}$ . Можно предположить, что минимально необходимые новые СОЛ могут выполняться в виде одиночных линий, а существующие связи превращаются в распределительные и могут не учитываться.

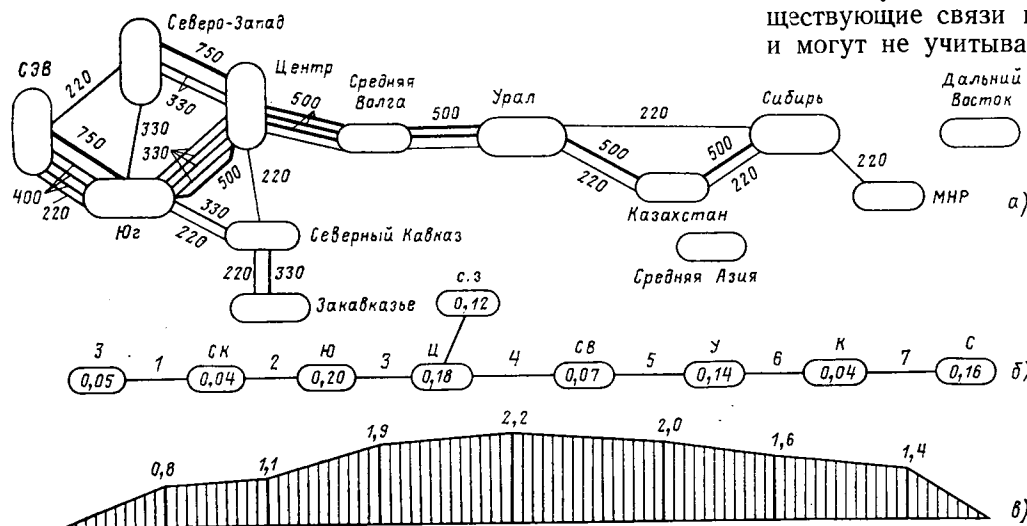


Рис. 4. Требования к пропускной способности системообразующей сети ЕЭС СССР на уровне 1980 года:

а — взаимное расположение ОЭС и связей между ними (цифрами показано напряжение, число связей 220 кВ не указано); б — упрощенная (цепочечная) структура межсистемных связей (цифры в них — номер сечения, цифры овалов — мощность ОЭС в долях ЕЭС); в — эпюра требований к пропускной способности ЕЭС

Транспортные линии электропередачи с точки зрения развития ЕЭС можно рассматривать как разновидности линий выдачи мощности или системообразующих, хотя в плане методического подхода к обоснованию целесообразности их строительства и выбора пропускной способности они имеют свою специфику.

На развитие техники переменного тока транспортные линии должны оказывать меньшее влияние, так как проектные расчеты и зарубежный опыт показывают, что для транспорта электроэнергии целесообразнее применять постоянный ток.

Очень важно отметить, что при фактических темпах строительства и освоения АЭС и топливно-энергетических комплексов потребность в электроэнергии европейских районов страны полностью (и даже с избытком) обеспечивается за счет АЭС. Энергоресурсы восточных районов будут привлекаться сюда только в виде потоков топлива для производства тепла. Новые линии между восточной и западной зонами ЕЭС должны предназначаться для обмена мощностью и энергией и будут системообразующими.

Межгосударственные линии, связывающие ЕЭС СССР с энергосистемами других стран, требуют особого рассмотрения, так как являются элементами системообразующей сети более высокого иерархического уровня. Для рассматриваемой нами задачи следует иметь в виду, что сегодня и в обозримой перспективе наиболее мощные соседи ЕЭС расположены на западе, где уже реализовано решение о несинхронной связи с объединением энергосистем скандинавских стран (вставка постоянного тока в Выборге), аналогичное решение (с несколькими вставками) реализуется на связях энергосистем Восточной и Западной Европы [6] и активно прорабатывается для связей ЕЭС СССР с энергосистемами стран — членов СЭВ. В этих условиях влияние межгосударственных линий на требования к СОЛ может не учитываться. Если же эти связи будут сохранены в виде линий переменного тока, то это будет означать присоединение к ОЭС Юга еще одного объединения мощностью порядка 40 % мощности ЕЭС и существенно повысит требования к СОЛ, сместив максимум этих требований в более западные части ЕЭС (см. рис. 4).

Общая оценка перспектив применения линий нового напряжения. Таким образом, основными и поддающимися количественному анализу факторами, определяющими требования к пропускной способности линий новой ступени напряжения, следует считать: присоединение к системе наиболее крупных агрегатов; выдачу мощности крупнейшим электростанциям, выдачу мощности энергокомплексов; обеспечение параллельной работы наиболее мощных узлов ЕЭС СССР.

Динамика их влияния показана на рис. 5.

Надо подчеркнуть, что первые два фактора были связаны с высшими напряжениями электрических сетей на всех этапах развития энергосистем. Новый фактор — появление энергокомплексов, предложения о сооружении которых и не могли возникать до создания ЕЭС СССР (или хотя бы ЕЭС европейской части страны). С формированием ЕЭС связан переход в разряд определяющих и последнего, четвертого фактора: на этапах существования изолированно работающих районных и даже объединенных энергосистем требования к пропускной способности к системообразующим линиям были значительно ниже (см. данные 1950, 1960 и 1970 гг. на рис. 5), да и длины таких линий были на порядок меньше.

Пресбладающее влияние в рассматриваемой перспективе на условия применения нсего напряжения будут оказывать четвертый и третий факторы: параллельная работа отдельных частей ЕЭС и выдача мощности энергокомплексов и со значительно меньшей вероятностью второй фактор — выдача мощности крупнейших электростанций. Исходя из этого могут быть оценены пропускная способность 15—20 ГВт и масштабы протяженности новых электропередач (см. рис. 6) — до 3 тыс. км для выдачи мощности и до 5 тыс. км — для усиления основной сети ЕЭС СССР.

В заключение надо отметить, что для итоговой оценки требований к пропускной способности новых линий есть два «контрольных» параметра. Первый — стисше-

№ межсистемных сечений	ОЭС, входящие в меньшую часть ЕЭС	Мощность меньшей части ЕЭС $P_{мен}$ в долях $P_{ЕЭС}$	Необходимая пропускная способность СОЛ, исходя из $P_{треб} = k \sqrt{P_{мен}}$ , $P_{треб}^{min} = 0,05 P_{мен}$		Фактическая пропускная способность в 1980 г. в долях $P_{мен}$
			в долях $P_{мен}$	в долях $P_{ЕФ}$	
1	Закавказье	0,05	0,16	0,008	0,055
2	Закавказье, Северный Кавказ	0,09	0,12	0,011	0,055
3	Закавказье, Северный Кавказ, Юг	0,29	0,07	0,019	0,025
4	Сибирь, Казахстан, Урал, Средняя Волга	0,41	0,05	0,022	0,03
5	Сибирь, Казахстан, Урал	0,34	0,06	0,020	0,035
6	Сибирь, Казахстан	0,2	0,08	0,016	0,05
7	Сибирь	0,16	0,09	0,014	0,025

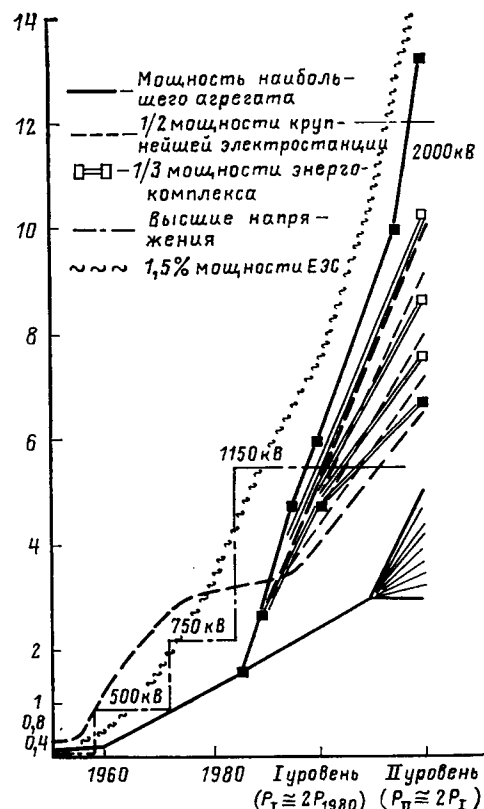


Рис. 5. Требования к пропускной способности электропередач высшего напряжения



Рис. 6. Перспективные зоны возможной концентрации мощностей в ЕЭС СССР (показана материковая часть)

ние пропускной способности наиболее мощной линии к суммарной мощности ЕЭС не должно превышать 2,5—3 % (т. е. 25—30 ГВт) по условиям надежности; в этом соотношении есть и еще один скрытый смысл — удельный вес потока извне в крупный район ЕЭС, составляющий 15—20 % ЕЭС, не должен быть более 10—15 % по тем же соображениям. Второй — линия нового напряжения должна заменять не менее трех линий 1150 кВ ( $P_{\min} = 10—15$  ГВт).

Реальность создания к началу следующего столетия электропередач напряжением 1800—2000 кВ убедительно доказывается длительно ведущимися в этой области исследованиями, например, в ЛПИ [7], и оценками основных проектных решений по таким электропередачам, выполненным специалистами института «Энергосетьпроект».

Сроки ввода новой ступени напряжения переменного тока могут быть отодвинуты при улучшении технических и экономических характеристик электропередач постоянного тока как элементов системообразующей сети и линий переменного тока 750—1150 кВ.

Появление технических возможностей создания экономической сети постоянного тока может вообще исключить необходимость создания электропередач переменного тока напряжением выше 1150 кВ.

Однако на сегодня технические возможности и экономические показатели электропередач постоянного тока

продолжают оставаться настолько неопределенными, что, во-первых, перспективы их применения в энергосистемах должны стать предметом отдельного рассмотрения; во-вторых, не могут служить основанием для отказа от разворота научно-исследовательских работ по новой ступени напряжения переменного тока.

**Выводы.** 1. В начале следующего столетия в ЕЭС СССР создадутся предпосылки для достаточно широкого применения линий электропередачи переменного тока новой ступени напряжения, единой для обоих определившихся на сегодня зон использования сочетаний напряжений 750/330 кВ и 1150/500 кВ.

2. Желательные значения основных параметров новых линий, на которые следует ориентироваться при их разработке: номинальное напряжение — 2000 кВ, пропускная способность — 20 ГВт.

3. Основное назначение линий новой ступени напряжения — выдача мощности крупных комплексов электростанций в районы потребления электроэнергии, удаленные на расстояние до 2,5—3 тыс. км, и усиление системообразующей сети ЕЭС СССР по направлению Юг — Центр — Урал — Сибирь на протяжении до 4—5 тыс. км.

4. Окончательное решение о целесообразности и сроках ввода новой ступени напряжения переменного тока может быть принято только после тщательного изучения альтернативного варианта — широкого применения постоянного тока в виде отдельных электропередач или сети. Научно-исследовательские работы необходимо вести по обоим вариантам.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ершевич В. В., Лапицкий Ю. С., Нейман В. А. Эффективность введения напряжения 750 кВ в Объединенной энергосистеме Юга. — В кн.: Дальние электропередачи 750 кВ, ч. 1/ Под ред. А. М. Некрасова и С. С. Рокотяна — М.: Энергия, 1974.
2. Попков В. И. Возможные параметры передачи электроэнергии в начале будущего века. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 3.
3. Электротехнический справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1982.
4. Дзлежалъ Н. А., Корякин Ю. И. Энергетика: экономика и экология. — В кн.: Будущее науки. — М.: Знание, 1979.
5. Созалов С. А. Режимы Единой энергосистемы. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. Бугин Г. Д., Ершевич В. В. Проблема объединения энергосистем Восточной и Западной Европы. — Энергохозяйство за рубежом, 1982, № 3.
7. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения/ Под ред. Г. Н. Александрова и Л. Л. Петерсона. — М.: Энергоатомиздат, 1983.

[11.04.84]

УДК 621.311.001.2.577.47

## Оценка проектных вариантов электрических сетей по условиям влияния на окружающую среду

КУЗЬМИН Я. Ф., канд. техн. наук, АРУМС А. Э., инж.

Рижский политехнический институт

С увеличением производства и потребления электроэнергии расширяется взаимосвязь электроэнергетических систем с окружающей средой. Объекты энергетики оказывают влияние на окружающую среду и наоборот окружающая среда оказывает воздействие на объекты энергетики, например, на надежность их работы.

Основным критерием для определения оптимальных проектных вариантов электрических сетей являются приведенные затраты. Однако при этом образуется область разноэкономичных вариантов, значения приведенных затрат для которых отличаются незначительно (например, 5—15 % [1, 2]). В этих условиях оптимальный вариант должен определяться из числа равноэкономичных по другим критериям, в том числе, по критерию влияния электрических сетей на окружающую среду.

Весь процесс взаимодействия электрических сетей с окружающей средой можно разделить на две составляющие:

1) воздействие электрических сетей на окружающую среду;

2) воздействие окружающей среды на электрическую сеть.

Последнее относится к вопросам надежности электрических сетей. В данной статье рассматривается только первая составляющая.

Электроэнергетическая система с позиции теории систем является динамической системой с причинно-следственными связями [3]. В данном случае основной целью является выявление проектных вариантов электрических сетей, минимально воздействующих на окружающую среду. Для реализации этой «глобальной» цели будем рассматривать ее как состоящую из множества подцелей или критериев. Такими критериями в данном случае являются: минимальный ущерб сельскому хозяйству, минимальное акустическое воздействие и т. д. Указанные критерии можно рассматривать как следствия. Выявим причины, их вызывающие. Например, для критерия (следствия) «акустическое воздействие» причиной является плотность населения, так как при отсутствии населения необходимость в этом критерии отпадает. Авторами предлагаются в качестве примера следующие причинно-следственные связи.

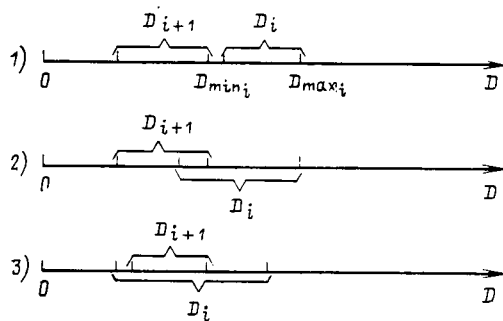


Рис. 1. Интерпретация результатов

*Следствия:*  $Y_1$  — ущерб сельскому хозяйству;  $Y_2$  — ущерб строительству;  $Y_3$  — ущерб транспорту;  $Y_4$  — воздействие на другие линии (телефонные, соседние ВЛ);  $Y_5$  — изменение естественного ландшафта;  $Y_6$  — сохранение культурных памятников;  $Y_7$  — акустическое воздействие;  $Y_8$  — эстетичность (соответствие ансамблю среды);  $Y_9$  — радиопомехи.

*Причины.*  $X_1$  — интенсивность сельского хозяйства;  $X_2$  — интенсивность строительства;  $X_3$  — интенсивность транспорта;  $X_4$  — плотность прохождения других воздушных линий (телефонных, соседних ВЛ);  $X_5$  — особенности географического расположения ВЛ (вырубание леса, рельеф, грунты, болото, река);  $X_6$  — количество (или плотность) линий, воздействующих на культурные памятники;  $X_7$  — плотность населения;  $X_8$  — ограничения во время сооружения и ремонтов.

Данный перечень причин и следствий не претендует на полноту. Цель его — показать возможность выявления дополнительных критериев оптимизации в виде причинно-следственных связей и продемонстрировать на данном примере аппарата теории нечетких свидетельств. Причинно-следственную связь можно показать матрицей ПС (1 — если связь имеется; 0 — в противном случае):

	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$	$Y_6$	$Y_7$	$Y_8$	$Y_9$
$X_1$	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_2$	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$X_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$X_4$	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$X_5$	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$X_6$	0	0	0	0	0	1	1	1	0
$X_7$	0	0	0	0	0	0	1	1	1
$X_8$	1	1	1	1	0	1	0	0	0

Для проектирования развития электрических сетей необходимо уметь анализировать ситуации, которые невозможно точно предвидеть. Неполностью определенные процессы можно моделировать, пользуясь понятием нечеткого множества [4]. Развивая эту теорию в [4] введены понятия гранулярности информации и нечетких свидетельств. Теории нечетких множеств и нечетких свидетельств позволяют математически описать выявленные причинно-следственные связи.

Одну причинно-следственную взаимосвязь можно рассматривать как высказывание:

$$\text{если } X=X_1, \text{ то } Y=\pi(y|x_1), \quad (1)$$

где  $X$  — причина, принимающая четкое или нечеткое значение  $X_i$ ;  $Y$  — следствие (критерий), принимающее четкое или нечеткое значение  $\pi(y|x)$ .

Цель проектировщика состоит в достижении значения  $Y=Q$ , где  $Q$  — оптимальное значение для рассматриваемого критерия. Во время проектирования будущие значения причины являются неоднозначными. Если  $X$  принимает неоднозначные значения, то и  $Y$  невозможно характеризовать однозначно. Используя эту неопределенную (нечеткую) информацию можно для одного критерия задавать ряд высказываний (1). Для характеристики случайности того, что  $X=X_i$  используется вероятность  $p_i(X_i)$ . Таким образом можно описать множество проектных вариантов. Определение варианта, для которого достижение желаемого (оптимального) значения  $Y=Q$  наиболее возможно, осуществляется использованием теории гранулярности и теории нечетких свидетельств [4].

В соответствии с терминологией теории гранулярности каждое высказывание (1) называется гранулой. Набор гранул вместе с вероятностями  $p_i(X_i)$ , описывающий одну причинно-следственную взаимосвязь, называется свидетельством  $E$ .

$$E = \left\{ \begin{matrix} p_1, \pi(y|x)_1 \\ p_2, \pi(y|x)_2 \\ \vdots \\ p_n, \pi(y|x)_n \end{matrix} \right\} = \{P_x, \pi(y|x)\}, \quad (2)$$

где  $P_x$  — вероятностное распределение причины  $X$ ;  $\pi(y|x)$  — условное распределение следствия  $Y$  при данном  $X$ .

Предлагается следующая методика составления свидетельств.

1. Задаются функции принадлежности для лингвистических значений, которыми будут характеризоваться критерии  $Y$ . По существу это означает деление возможных значений каждого критерия на интервалы, где функции принадлежности используются для более конкретной характеристики каждого интервала.

2. Определяются значения причин ( $X$ ) следующим образом: поле возможных значений причин делится на участки, придавая каждому участку арифметическое или лингвистическое значение.

3. Для каждого значения  $X_i$ , где  $i=1, 2, \dots, n$  по одному  $Y$  записывается одна гранула. Вероятность  $p_i$  принимается по инженерной интуиции аналогично принимаемым вероятностным значениям состояний системы в будущем, используемым при составлении «платежных» матриц [5]. В результате получаем одно нечеткое свидетельство (2). Процесс повторяется для всех остальных  $Y$ .

4. Для каждого критерия задается его оптимальное значение  $Q$ . Для этого используется одно из его лингвистических значений, определенных в п. 1. Например, если лингвистические значения критерия, заданные в первом пункте {МАЛОЕ, СРЕДНЕЕ, БОЛЬШОЕ} и оптимальному значению критерия соответствует его минимальное значение, то  $Q=МАЛОЕ$ .

После составления свидетельств определяется оценка соответствия высказывания  $|Y \text{ есть } Q|$  к свидетельствам для каждого критерия по каждому проектному варианту. Оценка такого соответствия определяется интервалом [4]

$$d = E\pi(Q) - EC(Q), \quad (3)$$

где  $E\pi(Q)$  — сжимаемая несмешиваемость (верхняя граница интервала);  $EC(Q)$  — условная определенность (нижняя граница интервала). Для упрощения записи в дальнейшем тексте при  $E\pi$  и  $EC$  обозначение  $Q$  опускается.

Если число свидетельств  $n$ ,

$$E_1 = \left\{ \begin{matrix} p_{11}, \pi(y|x_1)_{11} \\ p_{12}, \pi(y|x_1)_{12} \\ \vdots \\ p_{1k_1}, \pi(y|x_1)_{1k_1} \end{matrix} \right\}, E_2 = \left\{ \begin{matrix} p_{21}, \pi(y|x_2)_{21} \\ p_{22}, \pi(y|x_2)_{22} \\ \vdots \\ p_{2k_2}, \pi(y|x_2)_{2k_2} \end{matrix} \right\}, \dots$$

$$\dots, E_n = \left\{ \begin{matrix} p_{n1}, \pi(y|x_n)_{n1} \\ p_{n2}, \pi(y|x_n)_{n2} \\ \vdots \\ p_{nk_n}, \pi(y|x_n)_{nk_n} \end{matrix} \right\}, \quad (4)$$

$$\text{где } \sum_{i=1}^{k_1} p_{1i} = 1, \sum_{i=1}^{k_2} p_{2i} = 1, \dots, \sum_{i=1}^{k_n} p_{ni} = 1, \quad (5)$$

то значения  $E\pi$  и  $EC$  определяются следующими выражениями:

$$E\pi = \sum_{i_1=1}^{k_1} \sum_{i_2=1}^{k_2} \dots \sum_{i_n=1}^{k_n} p_{1i_1} p_{2i_2} \dots p_{ni_n} \times$$

$$\times \sup (Q \cap \pi(y|x_1)_{1i_1} \cap \dots \cap \pi(y|x_n)_{ni_n}), \quad (6)$$

$$EC = \sum_{i_1=1}^{k_1} \sum_{i_2=1}^{k_2} \dots \sum_{i_n=1}^{k_n} p_{1i_1} p_{2i_2} \dots p_{ni_n} \times$$

$$\times (\sup (\pi(y|x_1)_{1i_1} \cap \pi(y|x_2)_{2i_2} \cap \dots \cap \pi(y|x_n)_{ni_n}) -$$

$$- \sup (\bar{Q} \cap \pi(y|x_1)_{1i_1} \cap \pi(y|x_2)_{2i_2} \cap \dots \cap \pi(y|x_n)_{ni_n})), \quad (7)$$

где знак  $\cap$  означает пересечение множеств;  $\bar{Q}$  — негация  $Q$ .

Нечеткое описание (4), (5) можно составить для любого числа проектных вариантов и ранжировать варианты по оценке соответствия  $d$  данному списку оптимальному значению.

Нечеткие свидетельства могут задаваться на основе измерений (когда статистическая информация является недостаточной для применения вероятностных методов) или на основе интуиции и опыта лица, принимающего решения при оценке качественных критериев.

Предлагаемый метод можно применить также при смешанном характере исходной информации, т. е. причины и следствия могут принимать как четкие (детерминированные), так и нечеткие значения. Нечеткие значения задаются интервалами, границы которых в зависимости от определенности исходной информации также являются более или менее нечеткими. Для характеристики каждого интервала используются функции принадлежности, характеризующие принадлежность к определенному интервалу. Границы интервалов зависят от того, насколько определенной является исходная информация. Чем более неопределенной является информация, тем шире будут соответствующие интервалы. Из изложенного следует вывод, что результаты расчета

по предложенному методу, в какой-то мере, адаптируются к точности исходной информации. Метод позволяет также нечетко задавать оптимальное значение неплнностью определенных критериев  $Q$ .

Для сравнения различных вариантов по критерию влияния электрических сетей на окружающую среду необходимо получить оценку каждого варианта по объединенному воздействию от всех критериев, т. е. произвести свертку критериев. Первым этапом в этом направлении является выделение множества Парето [6]. Далее предлагается использовать решающее правило, которое представляет «меру близости» [6] к «идеальному» варианту:

$$D = \sum_{i=1}^n \rho_i \frac{d_i^* - d_i}{d_i^* - d_i^0} = \sum_{i=1}^n \frac{[EC_i, E\pi_i]^* - [EC_i, E\pi_i]}{[EC_i, E\pi_i]^* - [EC_i, E\pi_i]^0}, \quad (8)$$

где  $d_i^*$  — оптимальное значение  $d$ ;  $d_i^0$  — наименее предпочтительное значение  $d$ ;  $\rho_i$  — константа, характеризующая «вес» критерия.

Принято, что  $\rho=1$ , так как «веса» неявно учитываются при задании  $Q$ . Для «идеального» варианта имеется полное соответствие высказывания  $|Y \text{ есть } Q|$  к свидетельствам. Тогда  $d=0$ ;  $E\pi=1$ ;  $EC=1$ . Аналогично для наименее предпочтительного варианта  $E\pi=0$ ;  $EC=0$ . Тогда (8) преобразуется

$$D = \sum_{i=1}^n ([1, 1] - [EC_i, E\pi_i]). \quad (9)$$

Для выполнения арифметических операций с интервальными числами используется приведенная в [7] интервальная арифметика. Величина  $D$  рассчитывается для каждого варианта. Оптимальному варианту соответствует  $\min D$ . Так как  $D$  является интервалом, то возможны следующие случаи (рис. 1):

- 1)  $D_{\min i} \geq D_{\max i+1}$  — по строгому предпочтению вариант  $A_{i+1}$  предпочтительнее  $A_i$ ;
- 2)  $D_{\max i} > D_{\max i+1}$ ;  $D_{\min i+1} < D_{\min i} < D_{\max i+1}$  — по нестроному предпочтению  $A_{i+1}$  предпочтительнее  $A_i$ ;
- 3)  $D_{\max i} \geq D_{\max i+1}$ ;  $D_{\min i} \leq D_{\min i+1}$  — предпочтение определить невозможно. В последнем случае рекомендуется делать уступку по  $Q$  (например,  $Q=\text{ОЧЕНЬ МАЛОЕ}$  заменить на  $Q=\text{МАЛОЕ}$ ) и повторить расчет.

Описанный метод позволяет, кроме рассмотренного, учитывать и другие дополнительные критерии при оценке проектных вариантов электрических сетей.

На основе рассмотренных теоретических разработок создана интерактивная система автоматизированного анализа проектных решений, которая состоит из двух главных программ и нескольких подпрограмм.

Главная программа *GP1* позволяет в диалоговом режиме задавать или корректировать критерии (следствия), причины, причинно-следственные связи, функции принадлежности. Главная программа *GP2* позволяет в диалоговом режиме описать проектные данные, их соответствие оптимальному значению каждого критерия и объединить оценки критериев по расстоянию от «идеального» варианта.

Используя интерактивную систему авторы решили некоторые практические задачи энергетики: сопоставление вариантов оригинальных повышенных над лесным массивом конструкций опор ВЛ; корректировка

планов строительства для передвижных механизированных колонн; сопоставление схем электроснабжения по надежности.

*Пример.* Требуется рассмотреть два варианта  $A_1$  и  $A_2$  схемы усиления внешнего электроснабжения крупного города на перспективу.

Приведенные затраты для обоих вариантов сопоставимы. Необходимо оценить варианты по критерию воздействия на окружающую среду. Для краткости изложения ограничимся следующими причинно-следственными связями:  $Y_1, Y_3, Y_7, X_1, X_3, X_7, X_8$ . Матрица

	$Y_1$	$Y_3$	$Y_7$
$X_1$	1	0	0
$X_3$	0	1	0
$X_7$	0	0	1
$X_8$	1	1	0

ПС =

По приведенной в статье методике составим нечеткие свидетельства.

1. Для рассматриваемого примера используем на рис. 2 заданные функции принадлежности.

2. На основании имеющейся информации причина «интенсивность сельского хозяйства» делится на два интервала:

$X_{11}=\text{БОЛЬШАЯ}$ ;  $X_{12}=\text{МАЛАЯ}$ . Аналогично:  
 $X_{31}=\text{БОЛЬШАЯ}$ ;  $X_{32}=\text{ОЧЕНЬ БОЛЬШАЯ}$ ;  $X_{71}=50-70 \text{ чел./км}^2$ ;  $X_{72}=20-50 \text{ чел./км}^2$ ;  $X_{81}=\text{МАЛЫЕ}$ ;  $X_{82}=\text{ОЧЕНЬ МАЛЫЕ}$ .

3. Используя информацию, характеризующую окружающую среду и также собственный опыт и интуицию, составляем описание причинно-следственных связей (нечеткие свидетельства):

1) по варианту  $A_1$

для  $Y_1$ :

Если с вероятностью  $p_{11}=0,1$  интенсивность сельского хозяйства БОЛЬШАЯ, то ущерб сельскому хозяйству МАЛЫЙ. Если с вероятностью  $p_{12}=0,9$  интенсивность сельского хозяйства МАЛАЯ, то ущерб сельскому хозяйству ОЧЕНЬ МАЛЫЙ.

Аналогично составляются остальные свидетельства: для  $Y_3$ :

$E_3 = \left\{ \begin{array}{l} 0,6 \text{ СРЕДНЕЕ} \\ 0,4 \text{ БОЛЬШОЕ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_{31} = \text{БОЛЬШАЯ} \\ X_{32} = \text{ОЧЕНЬ БОЛЬШАЯ} \end{array}$

$E_8 = \left\{ \begin{array}{l} 0,2 \text{ МАЛОЕ} \\ 0,8 \text{ ОЧЕНЬ МАЛОЕ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_{81} = \text{МАЛЫЕ} \\ X_{82} = \text{ОЧЕНЬ МАЛЫЕ} \end{array}$

для  $Y_7$ :

$E_7 = \left\{ \begin{array}{l} 0,7 \text{ БОЛЬШОЕ} \\ 0,3 \text{ СРЕДНЕЕ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_{71} = 50-70 \text{ чел./км}^2; \\ X_{72} = 20-50 \text{ чел./км}^2; \end{array}$

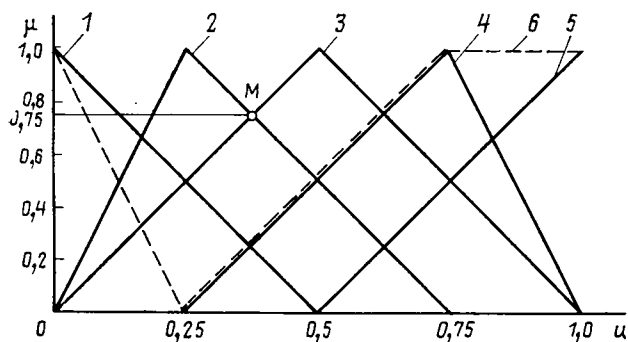


Рис. 2. Функции принадлежности:  
 $u$  — нормализованные значения рассматриваемых критериев;  
 $\mu$  — функция принадлежности; 1 — ОЧЕНЬ МАЛОЕ; 2 — МАЛОЕ; 3 — СРЕДНЕЕ; 4 — БОЛЬШОЕ; 5 — ОЧЕНЬ БОЛЬШОЕ; 6 — НЕ МАЛОЕ

2) по варианту  $A_2$ :

для  $Y_1$ :

$$E_1 = \left\{ \begin{array}{l} 0,1 \text{ СРЕДНЕЕ} \\ 0,9 \text{ МАЛОЕ} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} X_{11} = \text{БОЛЬШАЯ;} \\ X_{12} = \text{МАЛАЯ;} \end{array}$$

для  $Y_3$ :

$$E_3 = \left\{ \begin{array}{l} 0,8 \text{ МАЛОЕ} \\ 0,2 \text{ СРЕДНЕЕ} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} X_{31} = \text{БОЛЬШАЯ;} \\ X_{32} = \text{ОЧЕНЬ БОЛЬШАЯ;} \end{array}$$

$$E_8 = \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \text{ ОЧЕНЬ МАЛОЕ} \\ 0,5 \text{ ОЧЕНЬ МАЛОЕ} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} X_{81} = \text{МАЛЫЕ;} \\ X_{82} = \text{ОЧЕНЬ МАЛЫЕ;} \end{array}$$

для  $Y_7$ :

$$E_7 = \left\{ \begin{array}{l} 0,4 \text{ СРЕДНЕЕ} \\ 0,6 \text{ МАЛОЕ} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} X_{71} = 50 - 70 \text{ чел./км}^2; \\ X_{72} = 20 - 50 \text{ чел./км}^2. \end{array}$$

Задается оптимальное значение для каждого критерия. Для всех критериев  $Q = \text{МАЛОЕ}$ .  $\bar{Q} = \text{НЕ МАЛОЕ}$ .

Используя (6), (7) и заданные функции принадлежности (рис. 2), рассчитываем  $E\pi$  и  $EC$  для каждого варианта по каждому критерию. Значения  $\sup (Q \cap \pi_{(y_{1x1})} \cap \pi_{(y_{1x2})})$  (6), (7) определяются графически (рис. 2). Например, по  $A_1$  для  $Y_3$ :  $\sup (\text{МАЛОЕ} \cap \text{СРЕДНЕЕ} \cap \text{МАЛОЕ}) = 0,75$  (точка М на рис. 2).

Результаты расчета  $E\pi$  и  $EC$  приведены в таблице.

Применяя (9), получаем:

для варианта  $A_1$   $D_1 = [1,272; 2,763]$ ;

для варианта  $A_2$   $D_2 = [0,478; 1,957]$ .

Обе границы интервала  $D_2$  меньше границ интервала  $D_1$ . Это означает, что вариант  $A_2$  находится ближе к «идеальному» варианту, т. е. он предпочтительнее варианта  $A_1$ .

**Выводы.** 1. Предлагаемый метод позволяет при сравнении проектных вариантов электрических сетей учесть

Критерии	Варианты			
	$A_1$		$A_2$	
	$EC$	$E\pi$	$EC$	$E\pi$
Ущерб сельскому хозяйству	0,050	0,703	0,475	0,945
Ущерб транспорту	0,112	0,450	0,168	0,636
Акустическое воздействие	0,075	0,575	0,400	0,900

их влияние на окружающую среду. Задачу выбора дополнительных критериев оптимизации проектной задачи можно рассматривать как процесс выявления причинно-следственных связей. Для математического описания этих связей применима теория нечетких свидетельств.

2. Предлагаемый метод дает возможность лицу, принимающему решение в виде высказываний (нечетких свидетельств), использовать всю имеющуюся информацию, учитывая при этом возможные состояния системы в будущем; отсутствует необходимость в применении «весовых» коэффициентов для критериев (следствий). Они неявно учитываются при указании оптимальных значений критериев  $Q$ .

3. Метод позволяет задавать исходную информацию интервальными значениями, где каждый интервал характеризуется функцией принадлежности. При этом выбор физических единиц измерения рассматриваемых критериев не имеет значения, так как в расчетах используются их нормализованные величины.

4. Результаты расчета методом теории нечетких свидетельств в какой-то мере адаптируются к точности исходной информации, так как чем более точная исходная информация, тем более определенными (узкими) будут соответствующие интервалы и их характеризующие функции принадлежности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будзко И. А., Левин М. С. Особенности оптимизационных задач энергетики и методов их решения. — Электричество, 1981, № 3.
2. Дале В. А., Кришан Э. П., Паэгле О. Г. Динамические методы анализа развития сетей энергосистем. — Рига: Зинатне, 1979.
3. Электрические системы. Кибернетика электрических систем/ Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1974.
4. Zadeh L. A. Fuzzy sets and information granularity. — In: Advances in fuzzy set theory and applications/ Ed.: M. M. Gupta, R. K. Ragade, R. R. Yager. — Amsterdam: North — Holland, 1979.
5. Методические положения по выполнению оптимизационных (техничко-экономических) расчетов в энергетике при неопределенности исходной информации. Иркутск — Москва: Изд. Науч. совета/ АН СССР по комплексным пробл. энергетики, 1977.
6. Гафт М. Г. Принятие решений при многих критериях. — М.: Знание, 1979.
7. Шокин Ю. И. Интервальный анализ. — Новосибирск: Наука, 1981. [21.09.84]



# О взаимосвязи срока службы и электрической прочности высоковольтной электрической изоляции

ЛАПШИН В. А., канд. техн. наук

Государственный оптический институт

Известные виды электрических испытаний высоковольтной изоляции реальных конструкций (кабелей, конденсаторов и пр.) можно разделить на три класса:

- при постоянном напряжении;
- при плавно нарастающем уровне напряжения;
- при ступенчато нарастающем уровне напряжения.

Первый класс испытаний, как правило, используется при определении надежности и срока службы изоляции (в том числе и при ускоренных испытаниях на надежность) [1—3]. Вторым и третьим классы испытаний применяются, в основном, для сравнительной оценки электрической прочности (или пробивного напряжения) однотипных изоляционных конструкций.

В последние годы благодаря интенсивному развитию теории ускоренных испытаний на надежность [4] предпринимаются попытки установить взаимосвязь между всеми тремя видами испытаний. Так, в [5—7] выводится ряд расчетных соотношений, показывающих связь между сроком службы при постоянном, линейно нарастающем и ступенчато нарастающем, приводится сопоставление с экспериментальными данными. Однако вопрос о взаимосвязи указанных испытаний не может считаться окончательно решенным, поскольку, во-первых, расчетные соотношения получены для узкого класса исходных распределений и, во-вторых, не выяснены причины часто наблюдаемого отсутствия корреляции между сроком службы и электрической прочностью одних и тех же изоляционных конструкций [1].

Решение задачи расчета надежности изделий в переменных режимах выводится на основе некоторых представлений об общих закономерностях утраты ресурса. Известна, например, линейная кумулятивная модель или модель суммирования повреждений [8].

Более общим является представление о том, что надежность изделия, выработавшего в прошлом некоторую долю ресурса, зависит только от величины выработанного ресурса и не зависит от того, как (в каком режиме) этот ресурс выработан (физический принцип надежности) [4].

Справедливость физического принципа надежности применительно к процессам разрушения изоляции при воздействии высокого напряжения может быть установлена на основании тщательного изучения механизмов старения. Так, имеются определенные основания считать, что механизмы старения изоляции при воздействии частичных разрядов и при зарождении и развитии дендритов не противоречат физическому принципу надежности (по крайней мере — в некотором диапазоне напряженностей электрического поля), если форма испытательного напряжения соответствует форме рабочего напряжения.

Разработаны также методы непосредственной экспериментальной проверки этого принципа, предусматривающие проведение статистических испытаний нескольких партий изделий [4].

В настоящей статье в рамках общей задачи расчета надежности в переменных режимах получено уравнение связи между испытаниями на надежность в постоянном и переменном режимах при произвольном виде исходных функций распределения срока службы. Для ряда

изоляционных конструкций проанализирована взаимосвязь между сроком службы и электрической прочностью.

*Вывод уравнений связи между испытаниями на надежность в постоянном и переменном режимах.* Пусть известен вид функции распределения (ФР) срока службы изоляции  $F(E, t)$  при  $E = \text{const}$  во всей области  $E \in D$ , где справедлив физический принцип надежности, и пусть  $E = E(t)$  заданный закон изменения напряженности поля во времени. Найдем связь между ФР  $F(E, t)$  при  $E = \text{const}$  и ФР  $F_0(E(t), t)$  при  $E = E(t)$ .

Заменим  $E = E(t)$  на участке  $(t_1, t_1 + \Delta t)$  ступенчатой функцией (рис. 1). Обозначим через  $\tau_1$  время работы при постоянной  $E = E(t_1)$ , эквивалентное по утрате ресурса времени работы  $t_1$  в изменяющемся режиме  $E(t)$ ,  $t \in [0, t_1]$  (рис. 2). Тогда на основании физического принципа надежности

$$F_0(E(t_1), t_1 + \Delta t) = F(E(t_1), \tau_1 + \Delta t). \quad (1a)$$

Дополним это равенство соотношением эквивалентности при  $t = t_1 + \Delta t$  (в точке  $d$  рис. 1):

$$F_0(E(t_1 + \Delta t), t_1 + \Delta t) = F(E(t_1 + \Delta t), \tau_2), \quad (1b)$$

где  $\tau_2$  — время работы при постоянной  $E = E(t_1 + \Delta t)$ , эквивалентное по утрате ресурса времени работы  $t_1 + \Delta t$  в изменяющемся режиме  $E(t)$ ,  $t \in [0, t_1 + \Delta t]$ , на участке  $abcd$  (см. рис. 1 и 2).

Так как ступенчатый переход  $cd$  не изменяет вероятность отказа, то левые части равенств (1a) и (1b) равны, а значит равны и правые, т. е.

$$F(E(t_1), \tau_1 + \Delta t) = F(E(t_1 + \Delta t), \tau_2). \quad (2)$$

Поскольку

$$\left. \begin{aligned} F(E(t_1), \tau_1 + \Delta t) &\approx F(E(t_1), \tau_1) + F'_\tau(E(t_1), \tau_1) \Delta t; \\ F(E(t_1 + \Delta t), \tau_2) &\approx F(E(t_1), \tau_2) + F'_t(E(t_1), \tau_2) \Delta t, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

то, приравнявая правые части (3) и переходя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$  и  $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1 \rightarrow 0$ , получим

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - F'_t(E(t), \tau) / F'_\tau(E(t), \tau). \quad (4)$$

Решением дифференциального уравнения (4) является функция  $\tau = \tau(t)$ , подставляя которую в ФР  $F(E(t), \tau)$  получим выражение для ФР срока службы  $F_0(E(t), t)$  в переменном режиме  $E(t)$ . В тех случаях, когда  $E = E(t)$  представляет собой кусочно-непрерывную функцию с точками разрыва  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), отдельные решения  $\tau = \tau(t)$ ,  $t \in (t_i, t_{i+1})$ , полученные из уравнения (4), сшиваются в точках разрыва при помощи началь-

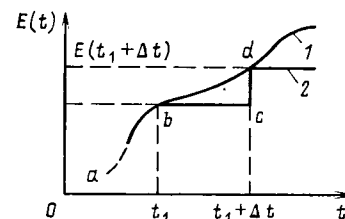


Рис. 1. Зависимость напряженности поля от времени (1) и ее аппроксимация ступенчатой функцией (2)

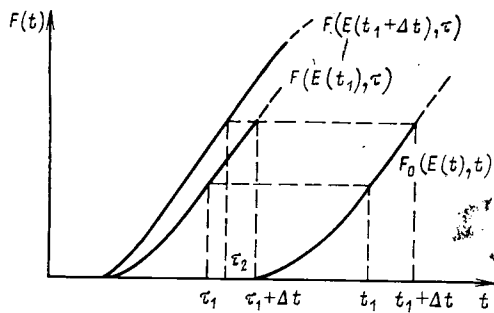


Рис. 2. К обоснованию равенств (1) и (2)

ных условий:  $t = t_i + 0$ ,  $\tau_i = \tau(t_i + 0)$ . Значения  $\tau_i$  находятся из очевидного равенства

$$F(E(t_i + 0), \tau_i) = F_0(E(t_i - 0), t_i - 0). \quad (5)$$

Расчет проиллюстрируем некоторыми примерами.

**Пример 1.** При  $E = \text{const}$  ФР  $F(E, t)$  описывается законом Вейбулла:

$$F(E, t) = 1 - \exp[-(t/t_0)^\alpha], \quad (6)$$

где  $\alpha = \alpha(E)$ ,  $t_0 = t_0(E)$ .

Пусть теперь  $E = E(t)$ , тогда

$$\alpha = \alpha[E(t)] = \tilde{\alpha}(t), \quad t_0 = t_0[E(t)] = \tilde{t}_0(t);$$

$$F(E(t), \tau) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{\tau}{\tilde{t}_0(t)}\right]^{\tilde{\alpha}(t)}\right\}; \quad (7)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - \tau \left[ \frac{\tilde{\alpha}'(t)}{\tilde{\alpha}(t)} \ln \frac{\tau}{\tilde{t}_0(t)} - \frac{\tilde{t}_0'(t)}{\tilde{t}_0(t)} \right]. \quad (8)$$

Общее решение (8) в конечном виде, по-видимому, отсутствует. В практически важном случае при  $\alpha = \text{const}$  уравнение (8) сводится к линейному, тогда

$$\tau = \tilde{t}_0(t) \int_0^t [\tilde{t}_0(t)]^{-1} dt; \quad (9)$$

$$F_0(E(t), t) = 1 - \exp\left\{-\left[\int_0^t [\tilde{t}_0(t)]^{-1} dt\right]^\alpha\right\}. \quad (10)$$

Кривую жизни  $t_0 = t_0(E)$  изоляции высоковольтных кабелей и конденсаторов наиболее часто аппроксимируют степенной функцией  $t_0 = aE^{-b}$ . Если положить  $E = kt$ , то из (9) и (10) получим:

$$\tau = t/(b+1), \quad (11)$$

$$F_0(kt, t) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{(kt)^{b+1}}{ak(b+1)}\right]^\alpha\right\}. \quad (12)$$

Заменяя в (12)  $E_{\text{пр}} = kt$ , получим распределение электрической прочности  $G(k, E_{\text{пр}})$ , которое также описывается законом Вейбулла,

$$G(k, E_{\text{пр}}) = 1 - \exp[-(E_{\text{пр}}/E_0)^\beta], \quad (13)$$

где

$$\beta = \alpha(b+1), \quad E_0 = [ak(b+1)]^{\frac{1}{b+1}}. \quad (14)$$

Как следует из (14), скорость подъема напряжения  $k$  в распределении электрической прочности играет роль параметра, аналогичного напряженности поля при испытаниях на срок службы. Однако величина этого параметра в экспериментальных работах зачастую не приводится, что делает невозможным сопоставление данных различных авторов о величине  $E_{\text{пр}}$  тех или иных изоляционных конструкций.

**Пример 2.** При  $E = \text{const}$  ФР  $F(E, t)$  описывается логарифмически нормальным законом:

$$F(E, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^t \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt, \quad (15)$$

где  $\mu = \mu(E)$ ,  $\sigma = \sigma(E)$ .

Пусть  $E = E(t)$ , тогда

$$\mu = \mu[E(t)] = \tilde{\mu}(t), \quad \sigma = \sigma[E(t)] = \tilde{\sigma}(t),$$

$$F(E(t), \tau) = \Phi\left[\frac{\ln \tau - \tilde{\mu}(t)}{\tilde{\sigma}(t)}\right], \quad (16)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 + \tau \left[ \frac{\tilde{\sigma}'(t)}{\tilde{\sigma}(t)} \ln \frac{\tau}{\exp \tilde{\mu}(t)} + \tilde{\mu}'(t) \right], \quad (17)$$

где  $\Phi(z)$  — функция Лапласа.

Условие  $\sigma = \text{const}$  приводит уравнение (17) к линейному, при этом

$$\tau = \exp \tilde{\mu}(t) \int_0^t \exp[-\tilde{\mu}(t)] dt, \quad (18)$$

$$F_0(E(t), t) = \Phi\left(\frac{1}{\sigma} \ln \int_0^t \exp[-\tilde{\mu}(t)] dt\right). \quad (19)$$

Отметим, что условие  $\sigma = \text{const}$ , как в предыдущем примере условие  $\alpha = \text{const}$ , приводит логарифмически нормальное распределение к линейной модели.

Распределение (15) часто используется для аппроксимации разброса срока службы конденсаторной изоляции, разрушаемой под действием частичных разрядов [5], а также как ФР времени развития дендритов в экструдированной полиэтиленовой изоляции высоковольтных кабелей [3]. Если воспользоваться общепринятой степенной формой кривой жизни  $\mu(E) = \ln t_0(E) = \ln a - b \ln E$ , то при  $E = kt$  получим:

$$\tau = t/(b+1); \quad (20)$$

$$G(k, E_{\text{пр}}) = \Phi\left(\frac{\ln E_{\text{пр}} - \ln E_0}{\sigma_0}\right); \quad (21)$$

$$E_0 = [ak(b+1)]^{\frac{1}{b+1}}, \quad \sigma_0 = \sigma/(b+1). \quad (22)$$

Как видим, и в данном примере ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  сохраняет характер исходного распределения.

Интересно отметить, что такая «устойчивость» формы распределений сохраняется не всегда. Если, например, представить кривую жизни экспоненциальным законом, то при исходной ФР  $F(E, t)$  в виде (6) получается ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  типа двойного экспоненциального закона для минимального члена, а в виде (15) — типа нормального закона.

Заканчивая анализ приведенных примеров необходимо подчеркнуть, что полученные равенства (11) и (20), имеющие физический смысл соответствия между средним сроком службы изоляции при постоянной и линейно нарастающей напряженности поля (соответственно  $\tau$  и  $t$ ) были выведены ранее (см., например, [5]) на основании представлений об аддитивном вкладе каждой доли нагрузки в общий израсходованный ресурс (так называемые линейные кумулятивные модели). Рассмотренные примеры показывают, что линейность моделей старения существенным образом связана с характером исходных распределений срока службы, в частных случаях — с зависимостью параметров разброса от уровня воздей-

ствующего напряжения. Это заставляет с известной осторожностью подходить к результатам тех работ, где предлагается методика «эквивалентных» испытаний реальных изоляционных конструкций по средним значениям без учета всего характера исходного распределения, которое во многих случаях оказывается весьма сложным [1—3].

**Методика расчета распределения электрической прочности при сложном типе исходных распределений срока службы.** Рассмотренные выше примеры позволяют установить связь между ФР  $F(E, t)$  и  $G(k, E_{\text{пр}})$  для простейших типов исходных распределений. Единственным (но принципиальным) условием здесь является справедливость физического принципа надежности, проверка которого может быть осуществлена по методике, изложенной в [4].

Рассмотрим два характерных случая, когда механизм пробоя изоляции в совокупности не соответствует данному принципу, и расчет ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  может быть выполнен только при существенном использовании представлений о физическом и статистическом механизмах отказа того или иного вида изоляции. Конкретно рассмотрим высоковольтные импульсные конденсаторы с бумажно-касторовой изоляцией и высоковольтные импульсные кабели, для которых механизмы отказов при ограниченном сроке службы определены достаточно подробно в [2 и 3].

**1. Конденсаторная изоляция.** Как показано в [2], механизм отказа обусловлен наличием двух одновременных и независимых процессов разрушения изоляции под действием частичных разрядов в середине секций (1-й процесс) и на краях обкладок (2-й процесс). Для 1-го процесса ФР  $F_1(E, t)$  определена в виде

$$F_1(E, t) = 1 - \exp[-(t/t_1)^{\alpha_1}], \quad (23)$$

причем  $t_1 = a_1 E^{-b_1}$ ,  $b_1 \approx 16$ ,  $\alpha_1 \approx 1$ .

Для 2-го процесса

$$F_2(E, t) = 1 - \exp[-(t/t_2)^{\alpha_2}], \quad (24)$$

причем  $t_2 = a_2 E^{-b_2}$ ,  $b_2 \approx 6$ ,  $\alpha_2 \approx 3$ .

Вид ФР  $F(E, t)$  срока службы секции в целом определяется по принципу слабого звена:

$$F(E, t) = 1 - \exp[-(t/t_1)^{\alpha_1} - (t/t_2)^{\alpha_2}]. \quad (25)$$

Анализируя выражение (25) по методике [4], можно показать, что даже в том случае, когда 1- и 2-й процессы по отдельности удовлетворяют физическому принципу надежности, общий механизм отказа и ФР  $F(E, t)$  в виде (25) ему не соответствует. Поэтому непосредственное решение задачи путем подстановки (25) в (4) будет неверным. Однако для каждого процесса в отдельности решение может быть легко получено:

$$G_1(k, E_{\text{пр}}) = 1 - \exp[-(E_{\text{пр}}/E_1)^{\beta_1}], \quad (26)$$

где  $E_1 = [a_1 k (b_1 + 1)]^{\frac{1}{b_1+1}}$ ,  $\beta_1 = \alpha_1 (b_1 + 1)$ ;

$$G_2(k, E_{\text{пр}}) = 1 - \exp[-(E_{\text{пр}}/E_2)^{\beta_2}], \quad (27)$$

где  $E_2 = [a_2 k (b_2 + 1)]^{\frac{1}{b_2+1}}$ ,  $\beta_2 = \alpha_2 (b_2 + 1)$ .

По принципу слабого звена ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  электрической прочности секции равна

$$G(k, E_{\text{пр}}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{E_{\text{пр}}}{E_1}\right)^{\beta_1} - \left(\frac{E_{\text{пр}}}{E_2}\right)^{\beta_2}\right]. \quad (28)$$

Оценка изменения ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  в зависимости от параметра  $k$  показывает, что при  $k > 10$  В/(мм·импульс)

величина  $E_{\text{пр}}$  определяется пробоем секции в средней части (1-й процесс), а при  $k \leq 1$  В/(мм·импульс) — на краях обкладок (2-й процесс). Зависимость характера ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  от величины  $k$  может быть причиной отсутствия корреляции между сроком службы конденсаторной изоляции при относительно малых  $E$  и ее электрической прочностью, полученной при относительно больших  $k$ .

**2. Кабельная изоляция.** Как показано в [3], механизм отказа обусловлен наличием двух последовательных во времени и независимых процессов: 1-й процесс — зарождение дендрита на совокупности локальных неоднородностей; 2-й процесс — развитие дендрита через всю толщину изоляции. Соответствующие ФР определены в виде:

$$F_1(E, t) = 1 - \exp[-(t/t_1)^{\alpha}], \quad (29)$$

где  $t_1 = a_1 E^{-b_1}$ ,  $b_1 \approx 8$ ,  $\alpha \approx 0,3$ ;

$$F_2(E, t) = \Phi\left(\frac{\ln t - \ln t_2}{\sigma}\right), \quad (30)$$

где  $t_2 = a_2 E^{-b_2}$ ,  $b_2 \approx 4$ ,  $\sigma \approx 0,5$ .

Срок службы кабеля будет суммой времени до зарождения и времени развития дендрита, а вид ФР  $F(E, t)$  определяется композицией (29) и (30):

$$F(E, t) = \int_0^t F_1(E, t - \xi) dF_2(E, \xi). \quad (31)$$

Последнее выражение представляется в упрощенном виде как произведение

$$F(E, t) \approx F_1(E, t) \cdot F_2(E, t). \quad (32)$$

В данном случае, как и выше, можно показать, что механизм пробоя кабеля и ФР  $F(E, t)$  в форме (32) не удовлетворяют физическому принципу надежности. Поэтому непосредственное решение задачи невозможно.

Несложный анализ показывает, что при линейном подъеме напряжения ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  электрической прочности кабеля также может быть представлена приближенно в виде произведения:

$$G(k, E_{\text{пр}}) \approx G_1(k, E_{\text{пр}}) \cdot G_2(k, E_{\text{пр}}), \quad (33)$$

где  $G_1$  и  $G_2$  определяются соответственно выражениями (13) и (21).

Оценка изменения ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  в зависимости от  $k$  показывает, что при скорости подъема напряженности поля  $k > 20$  В/(мм·импульс) величина  $E_{\text{пр}}$  определяется в основном процессом развития дендритов, а при  $k \leq 2$  В/(мм·импульс) — процессом зарождения дендритов. Полученное изменение характера ФР  $G(k, E_{\text{пр}})$  в зависимости от  $k$  в ряде случаев может дать объяснение отсутствию корреляции между сроком службы и электрической прочностью кабельной изоляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лысаковский Г. Г. Электрофизические проблемы долговечности и надежности высоковольтной изоляции и изоляционных конструкций. — Электричество, 1978, № 9.
2. Кучинский Г. С., Лысаковский Г. Г., Шилин О. В. Вопросы надежности изоляции высоковольтных импульсных конденсаторов. — Электричество, 1978, № 9.
3. Надежность и долговечность полимерной изоляции импульсных кабелей при ограниченном сроке службы / Г. С. Кучинский, Г. Г. Лысаковский, А. Н. Перфилов и др. — Электричество, 1978, № 9.
4. Пешес Л. Я., Степанова М. Д. Основы теории ускоренных испытаний на надежность. — Минск: Наука и техника, 1972.
5. Койков С. Н., Цикин А. Н. Электрическое старение твердых диэлектриков. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1968.

6. Simoni L., Pattini G. A contribution to make the voltage — endurance test shorter and more reliable. — Conf. on Dielectric Materials, Measurements and Applications. Cambridge, 1975, Proceedings.

7. Slaninka P., Tichy V. Zur statistischen Auswertung der

Durchschlagfestigkeit extrudierter Isolation von Starkstromkabeln. — Elektrische, 1976, Jg. 30, № 6.

8. Степанчук К. Ф. Линейная кумулятивная модель разрушения и примеры ее использования при планировании и анализе испытаний образцов изоляции. — Изв. вузов. Энергетика, 1977, № 4. [20.01.84]

УДК 621.316.925:621.314.21

## Релейная защита трансформатора с расщепленными обмотками

ЗАСЫПКИН А. С., РОГАЧЕВСКИЙ В. И., ФРЕНКЕЛЬ В. Ю.

Трансформаторы с расщепленными обмотками получили широкое распространение в энергосистемах в качестве блочных и трансформаторов собственных нужд на электростанциях, а также в качестве преобразовательных на электропередачах и вставках постоянного тока. В трансформаторах с расщепленными обмотками некоторые обмотки разделены на электрически независимые части с равными мощностями и сопротивлениями короткого замыкания (к. з.) относительно нерасщепленных обмоток. К каждой такой части (секции) присоединяется независимый источник или отдельная нагрузка. В однофазных стержневых трансформаторах секции расщепленной обмотки располагаются на разных стержнях, в трехфазном — на одном стержне, одна над другой.

В настоящей статье приведен анализ токораспределения в обмотках рассматриваемых трансформаторов при внутреннем коротком замыкании и найдена связь между токами, циркулирующими в контурах нерасщепленных обмоток, и током внутреннего к. з. Эта связь положена в основу алгоритма функционирования и новых схем релейной защиты (РЗ) с высоким техническим совершенством.

Токи, циркулирующие в нерасщепленных обмотках при внутреннем коротком замыкании. Однофазный двухстержневой трансформатор в общем случае имеет принципиальную схему, показанную на рис. 1. Из общего числа обмоток  $n$  обмотки  $1 \div m$  нерасщепленные,  $(m+1) \div n$  — расщепленные на две секции, расположенные на стержнях I (секции  $(m+1) \div n'$ ) и II (секции  $(m+1)' \div n''$ ). Короткозамкнутые витки выделены в отдельную обмотку, обозначенную буквой K. Все обмотки приведены к одному числу витков. Напряжения включенных параллельно секций нерасщепленных обмоток одинаковы, а их разности равны нулю, поэтому для секций нерасщепленных обмоток можно на основании выражения (4—40) в [1] записать систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l=1}^n Z_{j'l'l'} \dot{I}_{l'} + \sum_{l=1}^n Z_{j'l'l''} \dot{I}_{l''} &= Z_{j'K} \dot{I}_K, \quad j=1, \dots, m; \\ \sum_{l=1}^n \dot{I}_{l'} + \sum_{l=1}^n \dot{I}_{l''} &= \dot{I}_K, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $l=1, \dots, n$  — номера всех обмоток, в том числе нерасщепленных  $j$ ;  $l'$ ,  $l''$  — секции  $l$ -й обмотки, находящиеся соответственно на стержне I и II;  $\dot{I}_{l'}$ ,  $\dot{I}_{l''}$  — токи секций; сопротивления  $Z$  с тремя индексами, входящие в (1), определяются сопротивлениями к. з. трех пар секций в соответствии с выражениями:

$$Z_{j'l'l'} = 0,5 (Z_{j'j'l'} + Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l''});$$

$$Z_{j'l'l''} = 0,5 (Z_{j'j'l''} + Z_{j'l'l''} - Z_{j'l'l'}). \quad \text{При } l=j$$

При  $l=j$

$$Z_{j'j'j'} = Z_{j'j'j''}; \quad Z_{j'j'j''} = 0.$$

Учитывая, что сопротивления к. з.  $Z_{j'l'l'} = Z_{j'l'l''}$  и  $Z_{j'l'l''} = Z_{j'l'l'}$ , получим

$$Z_{j'l'l'} + Z_{j'l'l''} = Z_{j'j'j'}; \quad Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l''} = Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l'}. \quad (2)$$

Выразим токи секций каждой обмотки через их сумму и разность:

$$\dot{I}_{l'} = 0,5 (\dot{I}_l + \dot{I}_{pl}); \quad \dot{I}_{l''} = 0,5 (\dot{I}_l - \dot{I}_{pl}),$$

где  $\dot{I}_l = \dot{I}_{l'} + \dot{I}_{l''}$ ,  $\dot{I}_{pl} = \dot{I}_{l'} - \dot{I}_{l''}$ , и подставим в систему уравнений (1):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l=1}^n 0,5 (Z_{j'l'l'} + Z_{j'l'l''}) \dot{I}_l + \\ + \sum_{l=1}^n 0,5 (Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l''}) \dot{I}_{pl} &= Z_{j'K} \dot{I}_K, \quad j=1, \dots, m; \\ \sum_{l=1}^n \dot{I}_l &= \dot{I}_K. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из (3) с учетом (2) и выражения  $Z_{j'l'l''} = 0,5 (Z_{j'j'l''} + Z_{j'l'l''} - Z_{j'l'l'})$  получим систему  $m$  уравнений

$$\sum_{l=1}^n (Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l''}) \dot{I}_{pl} = (Z_{j'K} - Z_{j'K}) \dot{I}_K, \quad j=1, \dots, m.$$

Разделив каждое из этих уравнений на соответствующее  $Z_{j'j'}$  и введя обозначения

$$\frac{Z_{j'l'l'} - Z_{j'l'l''}}{Z_{j'j'}} = C_{il};$$

$$\frac{Z_{j'K} - Z_{j'K}}{Z_{j'j'}} = C_{jK},$$

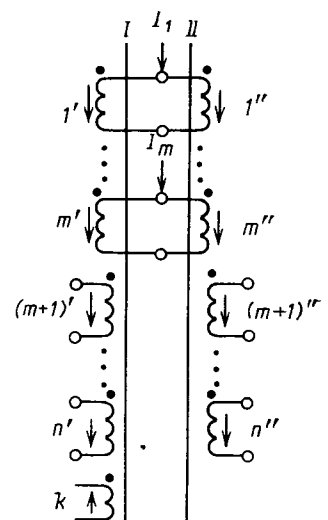


Рис. 1. Схема двухстержневого трансформатора с расщепленными обмотками

получим

$$\sum_{l=1}^n C_{jl} \dot{I}_{pl} = C_{jk} \dot{I}_k, \quad j=1, \dots, m, \quad (4)$$

где  $C_{jj} = 1$ .

Прсуммируем почленно  $m$  уравнений (4),

$$\sum_{l=1}^n C_l \dot{I}_{pl} = C_k \dot{I}_k; \quad C_l = \sum_{j=1}^m C_{jl}; \quad C_k = \sum_{j=1}^m C_{jk},$$

откуда

$$\sum_{l=1}^n C_l \dot{I}_{pl} = \dot{I}_k, \quad C_l = C_l / C_k. \quad (5)$$

Для трансформатора с боковыми ярами  $C_{l*} = 1$  при к. з. в любой точке обмотки. Действительно, по 2-му закону Кирхгофа для магнитной цепи каждого стержня  $I, II$  поврежденного трансформатора (все обмотки приведены к одному числу витков)

$$\sum_{l=1}^n \dot{I}_{l'} = \dot{I}_k; \quad \sum_{l=1}^n \dot{I}_{l''} = 0,$$

откуда

$$\sum_{l=1}^n \dot{I}_{l'} - \sum_{l=1}^n \dot{I}_{l''} = \sum_{l=1}^n \dot{I}_{pl} = \dot{I}_k, \quad (6)$$

где  $\dot{I}_{pl} = \dot{I}_{l'} - \dot{I}_{l''}$ .

Для трансформатора без боковых ярем, как показало экспериментальное исследование,  $C_{l*} = 0,9 \div 1$ , т. е. близки к 1.

Алгоритмы функционирования устройств релейной защиты. Если сформировать сигнал в реагирующем органе релейной защиты в соответствии с левой частью (5),

$$I_{PO} = \left| \sum_{l=1}^n C_l \dot{I}_{pl} \right| = \left| \sum_{l=1}^m C_{l*} \cdot 2\dot{I}_{nl} + \sum_{l=m+1}^n C_l \dot{I}_{pl} \right|, \quad (7)$$

где  $\dot{I}_{nl}$  — циркулирующий ток нерасщепленной обмотки ( $l=1, \dots, m$ ), то  $I_{PO} = 0$  во всех режимах неповрежденного трансформатора и пропорционален току к. з.  $\dot{I}_k$  при повреждении продольной изоляции любой обмотки. При нескольких нерасщепленных обмотках для измерения  $\dot{I}_{nl}$  в (7) требуется встраивать трансформаторы тока во все нерасщепленные обмотки.

Возможен другой способ формирования  $I_{PO}$ , при котором достаточно измерять циркулирующий ток только в одной нерасщепленной обмотке. Из системы  $m$  уравнений (4) с  $m$  циркулирующими токами  $\dot{I}_{nl} = 1/2 \dot{I}_{pl}$ ,  $l=1, \dots, m$ , определим циркулирующий ток 1-й нерасщепленной обмотки

$$\begin{aligned} 2\dot{I}_{n1} &= \left( \sum_{j=1}^m \frac{C_{jk} A_{j1}}{D} \right) \dot{I}_k - \sum_{l=m+1}^n \left( \sum_{j=1}^m \frac{C_{jl} A_{j1}}{D} \right) \dot{I}_{pl} = \\ &= C_{1k} \dot{I}_k - \sum_{l=m+1}^n C_{1l} \dot{I}_{pl}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $D$  — определитель системы;  $A_{j1}$  — алгебраическое дополнение  $C_{j1}$ .

При выборе коэффициентов передачи устройства релейной защиты равными  $C_{1l}$  в (8) ток в реагирующем

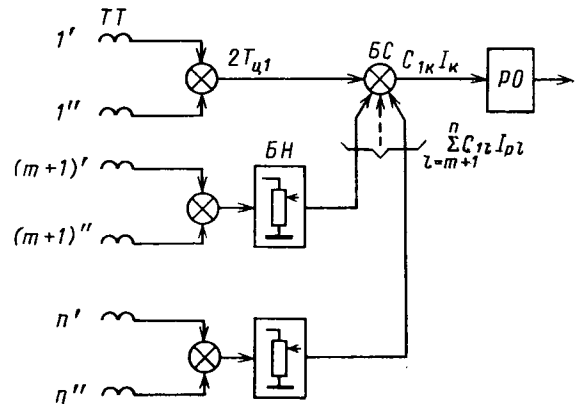


Рис. 2. Функциональная схема устройства релейной защиты трансформатора с расщепленными обмотками

оргane

$$I_{PO} = \left| 2\dot{I}_{n1} + \sum_{l=m+1}^n C_{1l} \dot{I}_{pl} \right| \quad (9)$$

обладает качественно теми же свойствами, что и в (7), т. е. он равен нулю во всех режимах неповрежденного трансформатора и пропорционален току к. з. при его повреждении. Для расчета каждого коэффициента  $C_{1l} < 1$  необходимо знать сопротивления к. з. между всеми секциями  $m$  нерасщепленных обмоток и между секцией  $l$ -й расщепленной обмотки и каждой секцией нерасщепленных обмоток. Если эти сопротивления не известны, то коэффициенты  $C_{1l}$  можно подобрать экспериментально с помощью настроечных потенциометров в устройстве, реализующем алгоритм (9), компенсируя сигнал  $I_{PO}$  во время опытов к. з. или в рабочих режимах трансформатора.

Релейная защита  $N$ -стержневого  $n$ -обмоточного трансформатора с расщеплением обмоток на  $N$  частей может строиться как совокупность устройств, функционирующих по алгоритму (9), каждое из которых контролирует разности токов соответствующих пар ветвей, находящихся на двух стержнях. При четном  $N$  число устройств равно  $N/2$ , при нечетном —  $(N+1)/2$ . При этом выявляется пара стержней, в обмотках которых произошло повреждение. При использовании  $N$  устройств можно автоматически выявлять поврежденный стержень по факту срабатывания одновременно двух устройств, защищающих обмотки этого стержня. Если задача выявления поврежденного стержня не ставится, т. е. требуется односистемное устройство, то его алгоритм функционирования отличается от (9) лишь тем, что требует измерения не разностей двух токов, а одинаковой линейной комбинации  $N$  токов каждой обмотки, обращаемой в нуль при равных токах, причем ни один из  $N$  коэффициентов передачи линейной комбинации не должен быть равен нулю.

Схемы устройств релейной защиты. Алгоритму (9) соответствует функциональная схема устройства РЗ, приведенная на рис. 2 [2]. Защита получила название ЗТЦР (защита трансформатора, реагирующая на циркулирующий ток, для трансформаторов с расщепленными обмотками). Трансформаторы тока  $ТТ$   $I'$  и  $I''$  служат для измерения циркулирующего тока в 1-й нерасщепленной обмотке,  $ТТ$   $(m+1) \div n$  — для измерения разностей токов секций расщепленных обмоток. Блоки настройки  $БН$  моделируют коэффициенты  $C_{1l}$ . Блок  $БС$  осуществ-

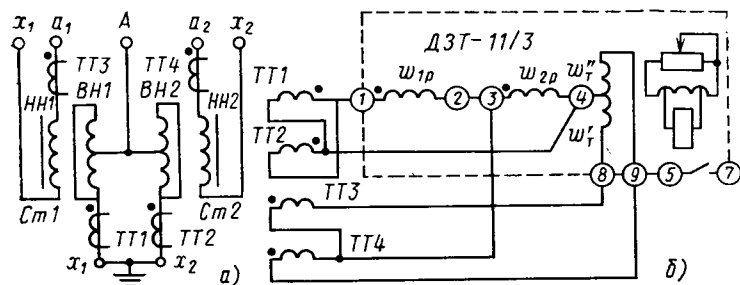


Рис. 3. Релейная защита от внутренних к. з. трансформатора ОРЦ: а — схема установки ТТ, б — схема токовых цепей

ляет геометрическое суммирование сигналов. Сигнал на входе реагирующего органа РО в соответствии с (9) пропорционален току к. з., возникшего в любой обмотке трансформатора. Основным достоинством ЗТЦР является то, что не требуется остройка от бросков намагничивающего тока (БНТ) при включении трансформатора под напряжение со стороны любой нерасщепленной обмотки. При включении со стороны 1-й обмотки  $i_{1'} = i_{1''}$ , следовательно,  $I_{PO} \sim |i_{1'} - i_{1''}| = 0$ , со стороны 2-й обмотки —  $i_{1'} = i_{1''} = 0$ . Если предполагается возможность включения трансформатора на холостой ход со стороны одной секции нерасщепленной обмотки, следует применять реагирующий орган, отстроенный от однополярного БНТ.

Для многих типов трансформаторов устройство может быть реализовано на серийном реле. Так, для защиты трансформатора типа ОРЦ предложена схема рис. 3 с использованием реле ДЗТ-11/3. Рабочие обмотки  $\omega_{1p} + \omega_{2p}$  включаются на разность вторичных токов  $TT1$  и  $TT2$ , встроенных в нулевые выводы обмоток  $BH1$  и  $BH2$  стержней  $Cт. 1$  и  $Cт. 2$  (на циркулирующий ток нерасщепленной обмотки высшего напряжения); рабочая обмотка  $\omega_{2p}$  — на разность вторичных токов  $TT3$  и  $TT4$ , встроенных в выводы расщепленной обмотки низшего напряжения ( $HH1$  и  $HH2$ ); части тормозной обмотки  $\omega_T$  и  $\omega_T''$  — на вторичные токи  $TT3$  и  $TT4$  соответственно. Во всех режимах неповрежденного трансформатора м. д. с. реле близка к нулю при выполнении соотношения

$$\frac{\omega_{1p} + \omega_{2p}}{\omega_{2p}} = \frac{U_{BH \text{ ном}}}{\sqrt{3} U_{HH \text{ ном}}} \frac{n_{TT, BH}}{n_{TT, HH}}, \quad (10)$$

где  $U_{BH \text{ ном}}$ ,  $U_{HH \text{ ном}}$  — номинальное междуфазное напряжение обмоток высшего и низшего напряжения трансформатора;  $n_{TT, BH}$ ,  $n_{TT, HH}$  — коэффициенты трансформации  $TT1$ ,  $TT2$  и  $TT3$ ,  $TT4$  соответственно.

Число витков рабочих обмоток определяется по условию обеспечения требуемой чувствительности к витковым замыканиям

$$\omega_{1p} + \omega_{2p} = F_{cp} n_{TT, BH} / I_{к*} I_{BH \text{ ном}}, \quad (11)$$

где  $F_{cp}$  — м. д. с. срабатывания реле;  $I_{к*}$  — относительное значение расчетного тока к. з., при котором должна срабатывать защита ( $I_{к*} = 0,03 \div 0,1$ );  $I_{BH \text{ ном}}$  — номинальный ток обмотки высшего напряжения трансформатора.

Тормозная обмотки с  $k_T < 0,05 \div 0,1$  обеспечивает отстройку при внешних к. з. от установившихся токов небаланса, вызванных неточностью выравнивания м. д. с. рабочих обмоток [неточностью реализации со-

отношения (10)] и различием приведенных токов намагничивания трансформаторов тока высшего и низшего напряжения  $TT_{BH}$ ,  $TT_{HH}$ . От переходных токов небаланса, вызванных неидентичностью ТТ при их насыщении апериодической составляющей тока внешнего к. з., реле с насыщающимся трансформатором НТТ отстроено в данной схеме по принципу действия (реле с НТТ не реагируют на однополярные токи).

Для схемы защиты, приведенной на рис. 3, к. з. на выводах трансформатора является внешним. Чтобы ввести в защищаемую зону вывод и ошиновку высшего напряжения при к. з. на землю, достаточно использовать в схеме РЗ вместо  $TT1$  (или  $TT2$ ) выносной ТТ на стороне высшего напряжения (ВН) с коэффициентом трансформации, в два раза большим, чем у ТТ на нулевых выводах. При использовании вместо встроенных  $TT3$  и  $TT4$  выносных ТТ на ошиновке низкого напряжения (вне обмотки низшего напряжения (НН), соединенной в треугольник) схему защиты необходимо выполнять трехфазной с соединением вторичных обмоток  $TT_{HH}$  в треугольник.

Односистемная защита трехфазного трансформатора с расщепленными обмотками, соединенными в треугольник, например ТРДН, ТРДЦН, выполняется без использования ТТ на стороне НН (рис. 4). В этих трансформаторах секции нерасщепленной обмотки ВН (с выводом в середину) и расщепленной обмотки НН располагаются на одном стержне одна над другой. Обозначим верхние секции штрихом, нижние — двумя штрихами; токам обмотки ВН присвоим индекс 1, НН — 2. Тогда условие балансировки защиты в каждой фазе  $j = A, B, C$  при отсутствии к. з. имеет вид

$$I_{PO(j)} = I_{1'j} - I_{1''j} + C_{12} (I_{2'j} - I_{2''j}) = 0.$$

Просуммировав для трех фаз, получим

$$\sum_{j=A}^C (I_{1'j} - I_{1''j}) + C_{12} \left( \sum_{j=A}^C I_{2'j} - \sum_{j=A}^C I_{2''j} \right) = 0, \quad (12)$$

где  $\frac{1}{3} \sum_{j=A}^C I_{2'j} = I_{D'}$ ;  $\frac{1}{3} \sum_{j=A}^C I_{2''j} = I_{D''}$  — циркулирующий ток в обмотках НН, соединенных в треугольник.

Поскольку обмотки НН практически идентичны, то  $I_{D'} = I_{D''}$ , следовательно,  $3I_{D'} - 3I_{D''} = 0$  во всех режимах неповрежденного трансформатора. При этом из (12) вытекает условие балансировки односистемной защиты:

$$I_{PO(3)} = \sum_{j=A}^C (I_{1'j} - I_{1''j}) = 0.$$

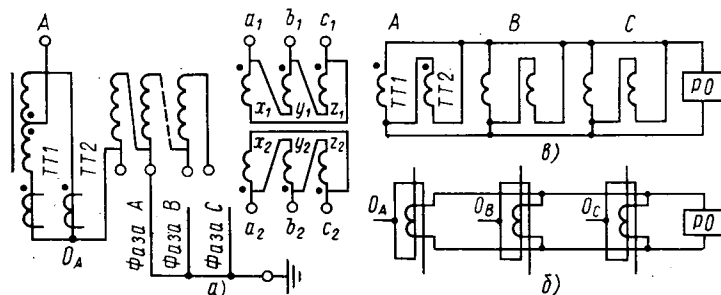


Рис. 4. Односистемная защита трехфазного трансформатора с расщепленными обмотками: а — схема установки ТТ; б, в — схемы токовых цепей

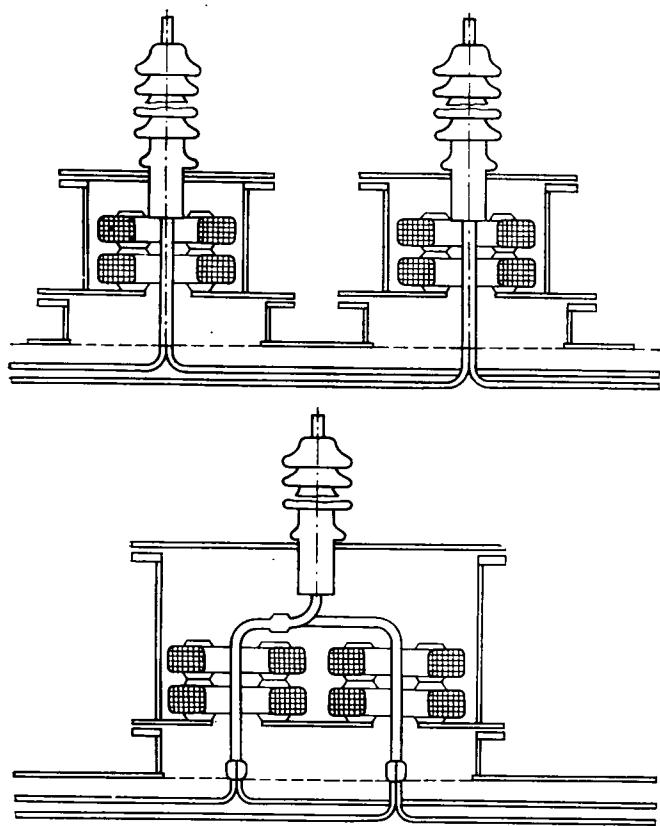


Рис. 5. Конструкции узла встроенных ТТ

Этому условию удовлетворяют схемы, приведенные на рис. 4, б, в, выполненные с использованием ТТ с одной или двумя первичными обмотками соответственно. При к. з. в обмотке любой фазы

$$I_{PO(3)} = C_{1K} I_K,$$

где  $C_{1K} = C_p$  в [3].

Защита не реагирует на БНТ при включении со стороны ВН, так как при этом  $i_{1'j} = i_{1j}$ ; составляющая небаланса, обусловленная регулированием под нагрузкой, отсутствует, так как ток регулировочной обмотки РО в силу симметрии не создает циркулирующего тока в обмотке ВН; составляющая небаланса, обусловленная

различием погрешностей  $TT1$  и  $TT2$  при внешних к. з. также отсутствует, так как ТТ идентичны и находятся в одинаковых условиях. Перечисленные свойства позволяют выполнить защиту сверхбыстродействующей ( $t_{ср} < 10$  мс) и с достаточной чувствительностью к витковым замыканиям во всех обмотках, в том числе к неполным в обмотке ВН переплетенного типа.

Особенностью рассмотренных устройств является применение встроенных ТТ для измерения циркулирующих токов в нерасщепленных обмотках. Конструктивно узел встроенных ТТ может выполняться в двух вариантах (рис. 5):

а) ТТ устанавливаются на проходных изоляторах отдельных нулевых выводов секций нерасщепленной обмотки;

б) ТТ с одной или двумя первичными обмотками и главной изоляцией на напряжение общего вывода нерасщепленной обмотки устанавливаются внутри бака трансформатора на специальной несущей конструкции. Выбор варианта зависит от конструкции силового трансформатора.

**Выводы.** 1. Увеличение циркулирующего тока в нерасщепленных обмотках, компенсированного разностями токов секций расщепленных обмоток, является информативным признаком внутреннего короткого замыкания трансформатора с расщепленными обмотками.

2. Релейная защита, реагирующая на этот признак, может быть выполнена сверхбыстродействующей со 100 %-ной защитоспособностью при использовании простых и надежных технических средств.

3. Для выполнения защиты требуется специально встраивать трансформаторы тока в защищаемый трансформатор, поэтому внедрение защиты нужно начинать со стадии проектирования трансформатора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лейтес Л. В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов — М.: Энергия, 1981.
2. А. с. № 1023501 (СССР). Устройство для релейной защиты силового трансформатора с расщепленными обмотками / А. С. Засыпкин, А. А. Жгутов, В. И. Рогачевский, Ю. Н. Шафир. — Оpubл. в Б. И., 1983, № 22.
3. Засыпкин А. С., Рогачевский В. И., Шафир Ю. Н. Циркулирующие токи в обмотках трансформаторов при внутренних коротких замыканиях. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 1. [13.08.84]

УДК 621.314.6:621.316.1

## Передаточные функции вентильных преобразователей в системах электропитания при малых возмущениях

ВАСИЛЬЕВ А. С., КОШЕЛЕВ П. А.

Ленинградский ордена Ленина электротехнический институт имени В. И. Ульянова (Ленина)

В автоматизированной системе электропитания (АСЭП) часто используется вентильный преобразователь (ВП), который помимо выполнения функции преобразования электрической энергии является звеном замкнутой системы автоматического регулирования (САР).

При относительно высоком быстродействии такой системы приходится считаться с особенностями преобразователя, связанными с его импульсно-непрерывной

природой, поскольку во многих случаях эти особенности существенно влияют на динамику системы в целом и, в частности, на ее устойчивость, являющуюся необходимым условием работоспособности АСЭП.

Поэтому при разработке системы автоматического проектирования преобразовательных устройств обычно создаются универсальные цифровые математические модели, которые позволяют получить информацию как о стационарных, так и о переходных режимах.

Для получения динамических характеристик АСЭП на модели необходимо многократно пранализировать влияние изменения управляющего сигнала при незначительном отклонении последнего от выбранной стационарной точки. Затем следует произвести работу по аппроксимации динамических характеристик. Это приводит к необходимости выполнения большого объема вычислительных операций и разработке программ практически для каждого отдельного случая.

Представляется целесообразным, как и в случае анализа статистических режимов, произвести предварительную оценку динамики АСЭП аналитическими методами, по результатам которой может быть сделан выбор параметров звеньев САР, после чего исследовать динамические процессы в замкнутой системе электропитания при реальных значениях сигналов, в том числе устойчивости, на модели.

Причиной возникновения колебательных режимов в АСЭП часто является нарушение устойчивости в малом, которое вызвано пульсацией, проникающей в звенья САР одновременно с полезным сигналом. Эти пульсации обусловлены импульсно-непрерывной природой и другим особенностями ВП [1—3] или, иными словами, его структурой и формой вырабатываемых им сигналов.

Известны и широко используются аналитические критерии устойчивости САР с ВП на субгармонических частотах, применимые к широтно-импульсным модуляторам (ШИМ) и управляемым выпрямителям (УВ). В зависимости от вида ВП и условий его работы он может быть представлен как импульсное или непрерывное звено, что определяет аппарат анализа и форму описания динамических процессов. В первом случае используется Z-преобразование [4—6], во втором — непрерывное преобразование Лапласа [7, 8].

Применение указанных критериев затруднительно в сложных системах электропитания, содержащих несколько ВП, например, при совместной работе нескольких автономных инверторов на общую нагрузку. Выражение для внутренней э. д. с. ВП в таких случаях зачастую находится гладкой аппроксимацией ее значений, полученных с помощью численной модели. Если при этом ВП работает в режиме ШИМ-2 [5], затруднение вызывает получение аналитического выражения для фактора пульсаций.

Большинство АСЭП содержит, кроме ВП, линейные звенья с ограниченной полосой пропускания (фильтры в силовой части, инерционные элементы в системе управления), поскольку основным назначением системы питания является получение в нагрузке требуемых интегральных параметров (действующих значений токов или напряжений), в связи с чем желательно иметь хотя бы приближенные выражения для передающих функций ВП в виде, приемлемом для анализа САР и синтеза ее элементов методами линейной теории автоматического регулирования.

В статье предлагается методика нахождения передающих функций ВП в АСЭП при малых возмущениях, учитывающая реальную форму пульсаций ее сигналов. Методика основана на преобразовании Лапласа периодических кусочно-гладких функций времени.

В дальнейшем приняты следующие допущения:

рассматриваются лишь условия возникновения автоколебаний в установившемся режиме АСЭП, поэтому период дискретности  $T$  будем считать постоянным известной величиной;

переменная питающая сеть идеальна; идеальные статические и динамические характеристики коммутационных элементов ВП; пассивные элементы схем замещения линейны, их параметры постоянны во времени.

В установившемся режиме входной сигнал ВП представляет собой постоянную составляющую, для простоты принятую равной 1. Полезный сигнал на выходе его модулируется пульсацией. При появлении на входе ВП гармонического сигнала малой амплитуды реакция ВП будет зависеть от частоты входного сигнала  $\omega$ , начальной фазы, периода дискретности ВП, спектрального состава его выходного сигнала в установившемся режиме (от формы пульсации).

В общем случае в установившемся режиме внутренняя э. д. с. ВП — периодическая последовательность импульсов с периодом счисления  $T$ :

$$u(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \bar{u}(t) - [1(t-iT) - 1(t-iT-t_0)], \quad (1)$$

где  $\bar{u}(t)$  — гладкая функция времени, существующая в интервалах  $kT < t \leq (kT + t_0)$ ;  $k=1, 2, 3, \dots$ , и равная нулю в интервалах  $(kT + t_0) < t \leq (k+1)T$ , а также при  $t < 0$ .

Если  $F(p) = L[u(t)]$ , а  $W_{н.ч}(p)$  — передаточная функция непрерывной части, то передаточная функция САР с ВП, работающим в режиме ШИМ-1

$$W_1(p) = pF(p)W_{н.ч}(p). \quad (2)$$

В режиме ШИМ-2 на коэффициент передачи ВП влияет пульсация, попадающая на вход непрерывной части системы, поэтому

$$W_2(p) = K_c(p)W_{н.ч}(p), \quad (3)$$

где

$$K_c(p) = pF(p)W_{н.ч}(p), \quad (4)$$

или

$$W_2(p) = pF(p)[W_{н.ч}(p)]^2 = W_1(p)W_{н.ч}(p). \quad (5)$$

Изображение первого импульса  $u_1(t)$  последовательности (1), начало которого соответствует  $t=0$ , окончание  $t=t_0$ , а вершина описывается функцией  $u(t)$ , не имеющей нарушений гладкости в интервале  $0 < t < t_0$ , т. е.

$$u_1(t) = \bar{u}(t)[1(t) - 1(t-t_0)],$$

равно, на основании свойства линейности преобразования Лапласа

$$\begin{aligned} F_1(p, t_0) &= \int_0^{\infty} \bar{u}(t) e^{-pt} dt - \int_{t_0}^{\infty} \bar{u}(t) e^{-pt} dt = \\ &= \bar{F}(p) \left[ 1 - \int_{t_0}^{\infty} \bar{u}(t) e^{-pt} dt \right] \{\bar{F}(p)\}^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } \bar{F}(p) = L[\bar{u}(t)] = \int_0^{\infty} \bar{u}(t) e^{-pt} dt.$$

Сбавив множитель, заключенный в квадратные скобки выражения (6) через  $G(p, t_0)$  [9], получим:

$$F_1(p, t_0) = L[u_1(t)] = \bar{F}(p)G(p, t_0). \quad (7)$$

Изображение периодической последовательности импульсов  $F(p, t_0)$  найдем как сумму изображений отдельных импульсов, сдвинутых на  $T$  с учетом теоремы

запаздывания:

$$F(p, t_0) = F_1(p, t_0) + F_1(p, t_0)e^{-pT} + F_1(p, t_0)e^{2pT} + \dots = F_1(p, t_0) \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ipT}.$$

При положительной вещественной части  $p \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ipT}$  есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-ipT} = (1 - e^{-pT})^{-1} = Z[1(nT)], \quad (8)$$

$Z[1(nT)]$  —  $Z$ -преобразование единичной решетчатой функции.

Таким образом, передаточная функция собственно ВП при малых возмущениях

$$W_{\Phi}(p) = p\bar{F}(p)G(p, t_0) \frac{Z}{Z-1} = p\bar{F}(p)G(p, t_0)(1 - e^{-pT})^{-1} \quad (9)$$

имеет бесконечное множество полюсов  $p_k = j2\pi k/T$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$ , а оригинал  $F(p, t_0)$  представляет периодическую последовательность (1) в виде разложения в ряд Фурье.

Рассмотрение методики отыскания передаточных функций продолжим на примерах некоторых распространенных схем ВП.

**Широтно-импульсный модулятор.** 1. Однополярный ШИМ. В этом устройстве постоянное напряжение  $E$  периодически подключается к  $RL$ -нагрузке, зашунтированной диодом посредством ключа. При замкнутом ключе напряжение на нагрузке равно  $E$ , при разомкнутом — нулю.

На основании (6) изображение единичного импульса с относительной длительностью  $\gamma$  и амплитудой  $E$

$$F_1(p, \gamma T) = \bar{F}(p)G(p, \gamma T); \quad E=1; \quad (10)$$

$$\bar{F}(p) = 1/p; \quad G(p, \gamma T) = 1 - e^{-p\gamma T}; \quad (11)$$

$$F_1(p, \gamma T) = (1 - e^{-p\gamma T})p^{-1} \quad (12)$$

совпадает, как и следовало ожидать, с передаточной функцией экстраполятора нулевого порядка.

Передаточная функция ШИМ

$$W_{\Phi}(p) = pF(p, \gamma T) = (1 - e^{-p\gamma T})(1 - e^{-pT})^{-1}. \quad (13)$$

При  $\gamma=1$  последовательность импульсов вырождается в постоянную величину, а  $F(p)$  соответственно в изображение постоянной  $1/p$ ,  $W_{\Phi}(p)=1$ , т. е. ШИМ вырождается в безынерционное звено. Передаточная функция ШИМ при регулировании входного напряжения

$$W'_{\text{ш.м}} = W_{\Phi}(p)W_{\text{н.ч}}(p) \quad (14)$$

или при данной нагрузке

$$W'_{\text{ш.м}} = (1 - e^{-p\gamma T})[(1 - e^{-pT})(1 + p\tau)]^{-1}, \quad (15)$$

где  $\tau = L/R$ .

Передаточная функция при широтном регулировании

$$W''_{\text{ш.м}} = \frac{d}{d\gamma} [W'_{\text{ш.м}}(p)] = pTe^{-p\gamma T}[(1 - e^{-pT})(1 + p\tau)]^{-1}. \quad (16)$$

Выражение (16) может быть изображено в виде графа, ветви которого имеют передачи, соответствующие типовым звеньям, что позволяет реализовать  $W''_{\text{ш.м}}$

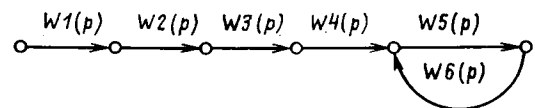


Рис. 1

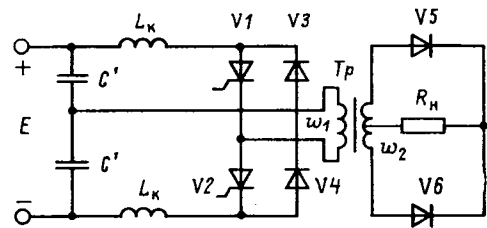


Рис. 2

на аналоговой модели (рис. 1), где  $W_1(p)=p$  — дифференцирующее звено;  $W_2(p)=T$ ;  $W_5(p)=1$  — пропорциональные звенья;  $W_3(p)=e^{-p\gamma T}$ ;  $W_6(p)=e^{-pT}$  — звенья постоянного запаздывания на  $\gamma T$  и  $T$  соответственно;  $W_4(p)=(1-p\tau)^{-1}$  — апериодическое звено.

Из (16) следует, что положение областей устойчивости САП, в состав которой входит ШИМ, будет зависеть не только от параметров линейных непрерывных звеньев, но и, при  $\gamma \neq 1$ , от периода  $T$ .

2. Двухполярный ШИМ. Выходное напряжение двухполярного ШИМ (например, мостового транзисторного инвертора), имеет вид широтно-модулированных двухполярных прямоугольных импульсов. Представим его в виде суммы двух периодических последовательностей:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t), \quad (17)$$

положительных и смещенных на  $T/2$  отрицательных импульсов с относительной длительностью  $\gamma$  и периодом  $T$ . Тогда

$$F(p) = \left\{ L[u_1(t)] + L[u_2(t)]e^{-p\frac{T}{2}} \right\} G(p_1\gamma T) \times \times (1 - e^{-pT})^{-1}. \quad (18)$$

Передаточная функция формирующего элемента при амплитудном регулировании (при безынерционном изменении напряжения  $E$ )

$$W_{\Phi}(p) = \left(1 - e^{-p\frac{T}{2}}\right)(1 - e^{-p\gamma T})(1 - e^{-pT})^{-1}. \quad (19)$$

При широтном регулировании и активной нагрузке

$$W_{\gamma}(p) = pTe^{-p\gamma T} \left(1 - e^{-p\frac{T}{2}}\right)(1 - e^{-pT})^{-1}. \quad (20)$$

**Последовательный инвертор напряжения** (рис. 2). В этой схеме регулирование мощности в нагрузке производится либо путем изменения напряжения питающей сети  $E$ , либо за счет изменения частоты включения тиристоров.

При бестрансформаторном подключении активной нагрузки  $R$  ток ее в проводящем состоянии вентильной ячейки  $V1, V3$  или  $V2, V4$  является реакцией последовательной  $RLC$ -цепи на скачок  $E$  и определяется выражениями [10]:

$$i_{\text{н}} = A \sin(\omega_p t) e^{-\alpha t}; \quad 0 \leq t \leq 2t_0; \quad (21)$$

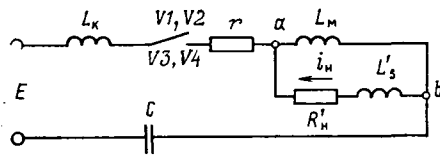


Рис. 3

в интервале проводимости V1, V3:

$$i_{H2} = -A \sin(\omega_p t) e^{-\alpha t}; \quad T \leq t \leq T + 2t_0; \quad (22)$$

в интервале проводимости V2, V4:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{E}{\omega_p L} \left[ \frac{1 + \exp(-\pi\alpha/\omega_p)}{1 - \exp(-2\pi\alpha/\omega_p)} \right]; \\ \omega_p &= \sqrt{1/LC - R^2/4L^2}; \quad \alpha = R/2L; \\ t_0 &= \pi/\omega_p. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

На основании (9), используя теорему запаздывания, передаточную функцию инвертора представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} W_\Phi(p) &= p \left[ i_{H1}(p) + i_{H2}(p) e^{-pT/2} \right] G(p, t_0) \times \\ &\times (1 - e^{-pT})^{-1}; \\ i_{H1}(p) &= L [i_{H1}(t)] = A\omega_p [(p + \alpha)^2 + \omega_p^2]^{-1} = \\ &= -i_{H2}(p). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Из (6) найдем

$$G(p, t_0) = 1 - \exp[-2(p + \alpha)t_0]. \quad (25)$$

Произведя необходимые подстановки, получим:

$$W_\Phi(p) = \frac{Ap\omega_p [1 - e^{-2(p + \alpha)t_0}] (1 - e^{-pT/2})}{[(p + \alpha)^2 + \omega_p^2] (1 - e^{-pT})}. \quad (26)$$

Выражение (26) является передаточной функцией инвертора по току при постоянной частоте управляющих импульсов и регулирования за счет изменения  $E$ .

Чаще регулирование производится за счет изменения отношения рабочей и резонансной частот. В этом случае передаточная функция

$$W_f(p) = \frac{d}{dT} [W_\Phi(p)]:$$

$$\begin{aligned} W_f(p) &= \frac{Ap^2\omega_p [1 - e^{-2(p + \alpha)t_0}] \left[ 0,5 e^{-pT/2} (1 - e^{-pT}) + \right. \\ &\quad \left. + e^{-pT} (1 - e^{-pT/2}) \right]}{[(p + \alpha)^2 + \omega_p^2] \times (1 - e^{-pT})^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

Эквивалентная схема конвертора, в котором нагрузка  $R_H$  подключена к выходу инвертора через трансформатор  $Tr$  и выпрямитель V5, V6 (рис. 2), представлена для одного полупериода на рис. 3. Здесь  $L_\mu$  — индуктивность намагничивания,  $L'_s$  и  $R_\mu$  — приведенные к первичной обмотке индуктивность рассеяния и сопротивление нагрузки соответственно;  $r$  — приведенное активное сопротивление потерь инвертора и трансформатора.

В большинстве случаев выполняется неравенство  $(\omega_p L_\mu)^2 \gg (R_H')^2$ , в связи с чем схему рис. 3 можно упростить, представив сопротивление  $Z_{ab}$  нагрузки инвертора

между точками  $a$  и  $b$  в виде комплексного числа  $Z_{ab} = c + jd$ , где

$$\left. \begin{aligned} c &\approx R_H' \frac{L_\mu^2}{(L_\mu + L_s)^2}; \\ d &\approx L_\mu \frac{L'_s}{L_\mu + L_s}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Таким образом, при наличии трансформатора в (23) следует подставить  $R = r + c$ ;  $L = L_\mu + d$ .

При наличии выпрямителя V5, V6 ток нагрузки  $i'_H$  является суммой двух периодических последовательностей:

$$\begin{aligned} i'_H(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} \{ \bar{i}_3(t) [1(t - iT) - 1(t - iT - t_0)] + \\ &\quad + \bar{i}_4(t) [1(t - t_0 - iT) - 1(t - iT - 2t_0)] \}, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\bar{i}_3(t)$  и  $\bar{i}_4(t)$  — гладкие функции времени, описывающие токи  $i_3$  и  $i_4$  в интервалах их существования. Из (9)

$$W_\Phi(p) = p [i_1(p) G(p, t_0) + i_2(p) e^{-\alpha t_0} e^{-pT} G(p, t_0)] \times (1 - e^{-pT})^{-1},$$

где  $G(p, t_0) = 1 + \exp[-(p + \alpha)t_0]$ . Окончательно

$$W_\Phi(p) = Ap\omega_p [1 + e^{-(p + \alpha)t_0}]^2 [(p + \alpha)^2 + \omega_p^2] \times (1 - e^{-pT})^{-1} \quad (30)$$

— передаточная функция инвертора с трансформатором и выпрямителем (конвертора) при регулировании со стороны источника постоянного напряжения  $E$ . При частотном регулировании

$$W_f(p) = \frac{d}{dT} [W_\Phi(p)] = \frac{Ap^2\omega_p e^{-pT} [1 + e^{-(p + \alpha)t_0}]^2}{[(p + \alpha)^2 + \omega_p^2] (1 - e^{-pT})^2}. \quad (31)$$

Передаточная функция по напряжению может быть получена умножением (31) на  $B$ :

$$B = \frac{(L_\mu + L'_s) \omega_2 (R - r)}{L_\mu \omega_1}. \quad (32)$$

**Параллельный инвертор тока.** Дополнительно примем допущения об идеальности трансформатора инвертора и бесконечности индуктивности сглаживающего реактора  $L_d = \infty$ .

Напряжение на нагрузке  $U_H$  [10] описывается отрезками экспонент:

$$\left. \begin{aligned} U_H &= \frac{D}{\xi} - \frac{2E}{\xi} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2}; \\ D &= E \left( 1 + e^{-\frac{T}{2\tau}} \right); \quad \tau = 4RC; \\ \xi &= 1 + e^{-\frac{T}{2\tau}} - \frac{4\tau}{T} \left( 1 - e^{-\frac{T}{2\tau}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

где  $C$  и  $R$  — емкость коммутирующего конденсатора и сопротивление нагрузки соответственно.

Это напряжение в установившемся режиме представим в виде суммы двух последовательностей  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ . На первом периоде  $u_1(t)$  совпадает с (33):

$$u_2(t) = - \left( \frac{D}{\xi} - \frac{2E}{\xi} e^{-\frac{t-T/2}{\tau}} \right); \quad \frac{T}{2} < t \leq T. \quad (34)$$

Передаточную функцию по напряжению на нагрузке инвертора отыщем на основании изложенной методики

$$W_{\Phi}(p) = \frac{p \left[ u_1(p) + u_2(p) e^{-\frac{pT}{2}} \right] G(p, t_0)}{1 - e^{-pT}}; \quad (35)$$

$$U_1(p) = \left[ D \left( p + \frac{1}{\tau} \right) - 2Ep \right] \left[ \xi p \left( \frac{1}{\tau} + p \right) \right]^{-1}; \quad (36)$$

$$G(p, t_0) = 1 - \frac{D \left( p + \frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{pT}{2}} - 2Epe^{-\left( p + \frac{1}{\tau} \right) \frac{T}{2}}}{1 - e^{-pT}}. \quad (37)$$

Выражение (3) есть передаточная функция при амплитудном регулировании, т. е. при воздействии со стороны источника постоянного тока.

**Управляемый выпрямитель (УВ).** По отношению к нагрузке УВ с эквивалентным числом фаз  $m$  является источником разрывно-синусоидальной э. д. с. В установленном режиме эта э. д. с. на  $s$ -м периоде

$$u(t) = U_m (|\sin(\omega_0 t)| - \sin[\omega_0 t] \{1 - [(s-1)T] - 1 - [(s-1)T - t_0]\}) \quad (38)$$

представляет собой разность модуля синусоидальной огибающей входного напряжения выпрямителя в течение одного полупериода сетевого напряжения и того же напряжения, действующего в течение времени задержки включения вентиля данной фазы  $t_0$ .

Для упрощения выкладок введем дополнительно допущение об отсутствии коммутационных интервалов. В (38)  $\omega_0$  частота сети,  $T$ —период дискретности УВ. Изображение периодической последовательности (38)

$$F(p, t_0) = L[|\sin(\omega_0 t)|] - G(p, t_0) L[\sin(\omega_0 t)] \times \\ \times (1 - e^{-pT})^{-1}; \quad (39)$$

$$G(p, t_0) = 1 - e^{-pt_0} \left( \cos(\omega_0 t_0) - \frac{p}{\omega_0} \sin(\omega_0 t_0) \right); \quad (40)$$

$$\left. \begin{aligned} L[|\sin(\omega_0 t)|] &= \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2} \operatorname{cth}(\pi p / 2\omega_0); \\ L[\sin(\omega_0 t)] &= \omega_0 (p^2 + \omega_0^2)^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Произведя подстановки в преобразования, получим:

$$F(p, t_0) = \frac{\omega_0 \left[ \operatorname{cth} \frac{\pi p}{2\omega_0} (1 - e^{-pT}) - 1 + \right. \\ \left. + e^{-pt_0} \left\{ \cos(\omega_0 t_0) + \frac{p}{\omega_0} \sin(\omega_0 t_0) \right\} \right]}{(p^2 + \omega_0^2) (1 - e^{-pT})}. \quad (42)$$

Практический интерес представляет передаточная функция УВ при фазовом управлении моментами включения тиристоров, которую получим из (42)

$$W_{\gamma}(p) = \frac{d}{d\gamma} [pF(p, t_0)], \quad (43)$$

где  $\gamma = t_0/T$ —относительный угол включения

$$W_{\gamma}(p) = \frac{p \omega_0 \operatorname{cth} \frac{\pi p}{2\omega_0}}{p^2 + \omega_0^2} - \frac{\omega_0 p}{(p^2 + \omega_0^2) (1 - e^{-pT})} - \\ - \frac{pTe^{-p\gamma T} \sin(\omega_0 \gamma T)}{1 - e^{-pT}}. \quad (44)$$

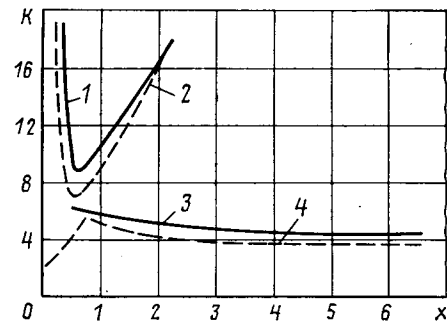


Рис. 4

**Примеры нахождения областей устойчивости.** Нахождение областей устойчивости замкнутой САР рассмотрим на примерах однополярного ШИМ-1 и УВ, работающего в режиме ШИМ-2; в обоих случаях нагрузка представляет собой последовательную  $RL$ -цепь, а обратная связь осуществляется через интегрирующее звено, т. е.

$$W_{н.ч}(p) = [p\tau_1 (1 + p\tau)]^{-1}. \quad (45)$$

В первом случае умножим (16) на  $1/p\tau_1$  и обозначим через  $K$  отношение  $T/\tau_1$ . Значение  $K$  будет ординатой области устойчивости.

Передаточной функцией разомкнутой системы, содержащей ШИМ-1 и непрерывную часть (45) является:

$$W_1(p) = \frac{Ke^{-p\gamma T}}{(1 + p\tau)(1 - e^{-pT})}. \quad (46)$$

В знаменателе передаточной функции  $W_3(p)$  замкнутой системы заменим  $p$  на  $j\omega$ , введем обозначения;  $x = \tau/T$ —абсцисса области устойчивости;  $n = 2\pi/\omega T$ —относительная частота; разделим действительную и мнимую части  $H_3(j\omega)$ :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}[H_3(j\omega)] &= \cos \frac{2\pi\gamma}{n} + \frac{1}{K} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{n} - \frac{2\pi x}{n} \sin \frac{2\pi}{n} \right); \\ \operatorname{Im}[H_3(j\omega)] &= -\sin \frac{2\pi\gamma}{n} + \\ &+ \frac{1}{K} \left[ \frac{2\pi x}{n} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{n} \right) + \sin \frac{2\pi}{n} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Координаты границы области устойчивости (рис. 4) находятся из условия

$$\sqrt{[\operatorname{Re}[H_3(j\omega)]]^2 + [\operatorname{Im}[H_3(j\omega)]]^2} \approx 0 \quad (48)$$

например, поиском минимума функции левой части (48) по параметру  $K$ . На рис. 4 приведены границы устойчивости замкнутой системы на частоте основной субгармоники (1, 2—УВ при  $m=2$ ,  $\gamma=0,5$ ; сплошная линия—расчет; пунктир—[3]; 3, 4—ШИМ при  $\gamma=0,3$ ; сплошная линия—расчет; пунктир—по [6]).

Во втором случае подставим в (5) выражение (42) и (45) и произведем аналогичные преобразования

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}[H_3(j\omega)] &= \frac{\pi^3 x}{nT} \left[ x \sin \frac{\pi}{n} \left( \frac{1}{n^2} - 1 + \frac{\pi^2}{K^2 n^2} - \right. \right. \\ &- \frac{\pi^2}{K^2 n^4} \left. \right) + \frac{2\pi}{K^2 n} \left( \frac{1}{n^2} - 1 \right) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{n} \right) \right] + \\ &+ \frac{\pi}{T} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2n} \sin \frac{\pi}{n} - 1 + \cos \frac{\pi\gamma}{n} \cos \pi\gamma + \right. \\ &\left. + \frac{1}{n} \sin \frac{\pi\gamma}{n} \sin \pi\gamma \right]; \end{aligned} \right\}$$

$$\operatorname{Im}[H_3(j\omega)] = \frac{\pi^3 x}{\pi T} \left[ x \left( 1 - \cos \frac{\pi}{n} \right) \left( 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\pi^2}{K^2 n^2} + \frac{\pi^2}{K^2 n^4} \right) + \frac{2\pi}{K^2 n} \left( \frac{1}{n^2} - 1 \right) \sin \frac{\pi}{n} \right] + \frac{\pi}{T} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2n} \left( \cos \frac{\pi}{n} - 1 \right) + \frac{1}{n} \cos \frac{\pi \gamma}{n} \sin \pi \gamma - \sin \frac{\pi \gamma}{n} \cos \pi \gamma \right]. \quad (49)$$

**Выводы.** 1. Методика пригодна для всех ВП, выходные сигналы которых в установившемся режиме — периодические или почти периодические функции времени, имеющие ограниченное число нарушений непрерывности на одном периоде, при условии, что в интервале непрерывности эти функции могут быть заданы аналитически.

2. Полученные передаточные функции могут быть представлены в виде структурных схем, состоящих только из типовых звеньев, легко реализуемых на АВМ.

3. Методика позволяет оперировать методами теории линейных непрерывных систем автоматического регулирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шипилло В. П. Автоматизированный вентильный электропривод. — М.: Энергия, 1969.
2. Динамика вентильного электропривода постоянного тока / Н. В. Донской и др. М.: Энергия, 1975.
3. Bjaresten N. A. The static converter as a high — speed power amplifier — Direct current, 1963, vol. 88, N 6.
4. Шипилло В. П. Исследование процессов в замкнутых вентильных системах методом Z-преобразования. — Электричество, 1969, № 11.
5. Шипилло В. П., Чикотило И. И. Устойчивость замкнутой системы с широтно-импульсным преобразователем. — Электричество, 1978, № 1.
6. Шипилло В. П., Чикотило И. И. Устойчивость замкнутой системы при управлении тиристорным преобразователем по методу ШИМ-1. — ЭП. Преобразовательная техника, 1981, № 2 (130).
7. Jotten R. Die Berechnung einfach und mehrfach integrierenden Regelkreise der Antriebstechnik. — AEG Mitt., 1962, № 5/6.
8. Fallside F., Farmer A. R. Ripple instability in closed — loop control systems with thyristor amplifiers. — Proc. IEE, 1967, vol. 114, № 1.
9. Розенфельд А. С., Яхинсон Б. И. Переходные процессы и обобщенные функции. — М.: Наука, 1966.
10. Бедфорд Б., Хофт Р. Теория автономных инверторов. — М.: Энергия, 1969. [21.12.83]

УДК 621.314.2:6 21.317.784

## Погрешность дискретности измерительного преобразователя мощности время-импульсного типа

СЕМЕНОВ А. Н., РОМАНЫЧЕВА Г. В.

Новосибирск

В настоящее время в измерительных преобразователях мощности (ИПМ) широко используются время-импульсные множительные устройства, обладающие высокой точностью, экономичностью и малыми размерами.

Структурная схема ИПМ время-импульсного типа, содержащая широтно-импульсный и амплитудно-импульсный модуляторы (ШИМ, АИМ), образующие вместе множительное устройство МУ, преобразователь тока в напряжение  $i \rightarrow u$ , генератор несущей частоты (ГНЧ) и фильтр нижних частот (ФНЧ), представлена на рис. 1, а. Принцип действия ИПМ заключается в перемножении напряжения  $u(t)$  (рис. 1, б) в цепи, в которой измеряется мощность, и напряжения  $u_i(t) = Si(t)$ , пропорционального току в цепи (рис. 1, в) путем двойной импульсной модуляции и последующего осреднения полученного произведения путем низкочастотной фильтрации.

В ШИМ осуществляется модуляция напряжением  $u(t)$  по длительности прямоугольных импульсов, следующих с тактовой частотой  $\omega_0$  вырабатываемой ГНЧ, в результате которой на выходе ШИМ получаем последовательность импульсов (рис. 1, в)

$$f_{\text{ш}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_k \leq t \leq t_k^{\text{в}}; \\ -1 & \text{при } t_k^{\text{в}} < t < t_{k+1}. \end{cases} \quad (1)$$

В АИМ импульсы  $f_{\text{ш}}(t)$  модулируются по амплитуде напряжением  $u_i(t)$  и с его выхода снимается сигнал  $u_A(t)$  (рис. 1, г):

$$u_A(t) = \begin{cases} u_i(t) & \text{при } t_k \leq t \leq t_k^{\text{в}}; \\ -u_i(t) & \text{при } t_k^{\text{в}} < t < t_{k+1}. \end{cases} \quad (2)$$

Фактически в АИМ происходит умножение:

$$u_A(t) = u_i(t) f_{\text{ш}}(t). \quad (3)$$

Среднее за период  $T_0$  несущих колебаний при  $T_0 \rightarrow 0$  напряжение на выходе АИМ пропорционально мгновенной мощности:

$$u_A(t) = Su_i(t) i(t). \quad (4)$$

Если  $u$  и  $i$  — периодические сигналы с периодом  $T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$ , то, подавая  $u_A(t)$  на вход идеального ФНЧ подавляющего все частоты, большие или равные  $2\omega_c$ , получим на его выходе напряжение:

$$U_{\text{фн}} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u_A(t) dt = \frac{1}{T_c} Su_i(t) i(t) = SP, \quad (5)$$

пропорциональное средней мощности.

В реальном ИПМ частота несущих колебаний конечна, что приводит к появлению погрешности дискретности. Абсолютная погрешность дискретности определяется выражением:

$$\Delta g = u_{\text{ф}} - U_{\text{фн}}, \quad (6)$$

где  $u_{\text{ф}}$  — напряжение на выходе ФНЧ при заданном коэффициенте  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{T_c}{T_0} = \frac{\omega_0}{\omega_c}, \quad (7)$$

называемым в теории модуляции коэффициентом следования.

К настоящему времени погрешность дискретности исследована недостаточно вследствие сложности математического описания процессов, происходящих в ИПМ.

В [2, 3] получены выражения для погрешности для частного случая, когда  $\gamma$  целое число. В [1] выражения для погрешности получены в предположении, что  $\gamma$  — иррациональное число при ряде допущений, требующих обоснования. Кроме того, в указанных работах рассматривается только постоянная составляющая погрешности дискретности.

В статье приводится методика расчета погрешности дискретности с привлечением методов спектрального анализа. Конкретные формулы получены для четырех из нескольких десятков возможных видов широтно-импульсной модуляции [6] с целью иллюстрации существенного влияния вида модуляции на погрешность. Методика расчета может быть использована для любых других видов модуляции.

Предлагаемая методика справедлива при условии, что  $T_c$  и  $T_0$  не являются функциями времени, а кроме того напряжение  $u_i(t)$  разлагается в ряд Фурье с конечным числом членов. Расчет начинается с определения спектра последовательности  $f_{\text{ш}}(t)$ . Далее с помощью (3), используя свойства линейности рядов и правила умножения членов ряда на функцию, получается разложение выходного напряжения АИМ  $u_A(t)$  в ряд Фурье. Имея это разложение, при известных частотных характеристиках ФНЧ можно получить выражение для выходного напряжения ИПМ  $u_{\text{ф}}$  и с помощью (6) рассчитать погрешность дискретности.

Для упрощения расчетов допустим, что напряжение и ток в цепи, в которой измеряется мощность, синусоидальные:

$$u(t) = U_m \sin \omega_c t, \quad i(t) = I_m \sin(\omega_c t + \varphi), \quad (8)$$

причем максимально допустимые значения амплитуд напряжения и тока равны соответственно  $U_k$  и  $I_k$ . В дальнейшем используются также относительные амплитуды напряжения и тока:

$$\dot{U}_m = \frac{U_m}{U_k}; \quad \dot{I}_m = \frac{I_m}{I_k}. \quad (9)$$

Наибольшую трудность представляет получение спектра  $f_{\text{ш}}(t)$ . Однако для этого можно воспользоваться результатами [5], где описаны различные методы получения спектров сигналов и приведены спектры модулированных гармоническим сигналом последовательностей импульсов типа:

$$F(t) = \begin{cases} A & \text{при } t_k \leq t \leq t_k^{\text{в}}, \\ 0 & \text{при } t_k < t < t_{k+1}. \end{cases} \quad (10)$$

Из сравнения (1) и (10) следует, что

$$f_{\text{ш}}(t) = \frac{2F(t)}{A} - 1.$$

Введем обозначения:  $J_p$  — функция Бесселя первого рода целого порядка  $p$ ;  $t_0$  и  $\theta_0 = \gamma \omega_c t_0$  — временной и фазовый сдвиги последовательности прямоугольных импульсов;

$$\begin{aligned} \omega_{m,p} &= m \omega_0 + p \omega_c = \omega_c (\omega \gamma + p); \quad \gamma_{m,p} = \frac{\omega_0}{\omega_{m,p}} = \\ &= \frac{\gamma}{m\gamma + p}; \quad \theta_1 = -m\theta_0 + (p-m)\pi; \quad \theta_2 = -m\theta_0 + \\ &+ p \frac{\pi}{2}; \quad \theta_3 = -m\theta_0 + p \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом этих обозначений и выражений (8) и (9), используя спектры  $F(t)$  из [6] и приняв в ней класси-

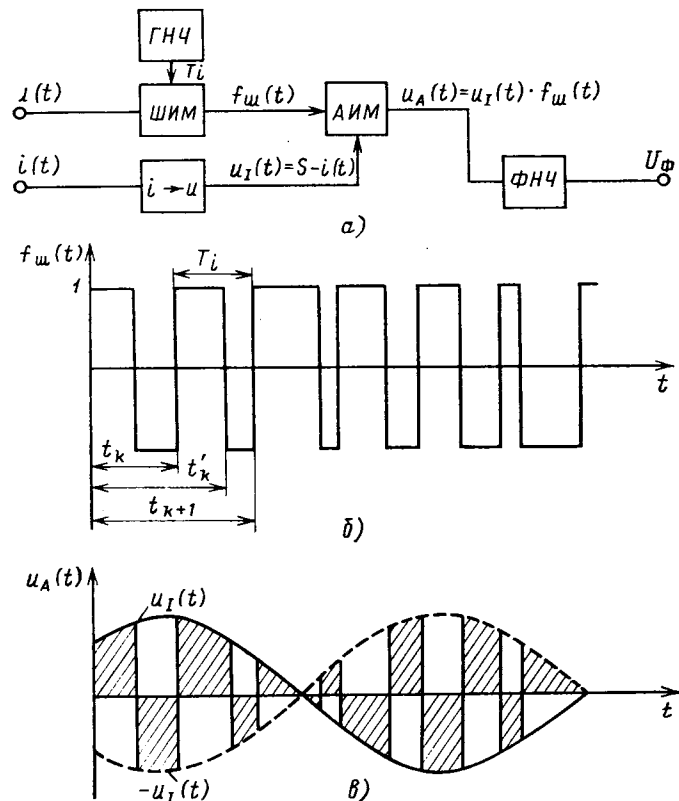


Рис. 1. Схема и характеристики измерительного преобразователя мощности время-импульсного типа:

а — блок-схема; б — напряжение  $u(t)$  и процесс ООШИМ-1; в — напряжение  $f_{\text{ш}}(t)$  на выходе ШИМ; г — напряжение  $u_A(t)$  на выходе АИМ

фикацию видов модуляции, можно записать следующие формулы для четырех рассматриваемых в статье видов односторонней широтно-импульсной модуляции.

Односторонняя первого рода ООШИМ-1: закон модуляции (рис. 1, б и в):

$$\begin{aligned} t_k &= t_0 + kT_0; \\ t_k^{\text{в}} &= t_0 + kT_0 + \frac{T_0}{2} + \frac{T_0}{2} \dot{U}_m \sin \omega_c t_k^{\text{в}}; \end{aligned}$$

спектр:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \dot{U}_m \sin \omega_0 t + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A}{m\pi} \sin(\omega_{m,0} t - m\theta_0) - \\ &- \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{A}{m\pi} J_p(m\pi \dot{U}_m) \sin(\omega_{m,p} t + \theta_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Двухсторонняя первого рода, несимметричный вариант ОДШИМ-1: закон модуляции

$$\begin{aligned} t_k &= t_0 + kT_0 - \frac{T_0}{4} - \frac{T_0}{4} \dot{U}_m \sin \omega_c t_k; \\ t_k^{\text{в}} &= t_0 + kT_0 + \frac{T_0}{4} + \frac{T_0}{4} \dot{U}_m \sin \omega_c t_k; \end{aligned}$$

спектр:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \dot{U}_m \sin \omega_c t + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{2A}{m\pi} J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_m}{2} \right) \times \\ &\times \sin \left[ (m-p) \frac{\pi}{2} \right] \cos(\omega_{m,p} t + \theta_2). \end{aligned} \quad (13)$$

Односторонняя второго рода ООШИМ-2:  
закон модуляции:

$$t_k = t_0 + kT_0;$$

$$t_k^{\gamma} = t_0 + kT_0 + \frac{T_0}{2} + \frac{T_0}{2} \dot{U}_M \sin \omega_c \left( t_0 + kT_0 + \frac{T_0}{2} \right);$$

спектр:

$$F(t) = \frac{A}{2} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{A\gamma}{p\pi} J_p \left( \frac{p\pi \dot{U}_M}{\gamma} \right) \sin(\omega_{0,p} t + p\pi) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A}{m\pi} \sin(\omega_{m,0} t - m\theta_0) - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{A\gamma_{m,p}}{\pi} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_M}{\gamma_{m,p}} \right) \times$$

$$\times \sin(\omega_{m,p} t + \theta_1). \quad (14)$$

Двухсторонняя второго рода, второй симметричный вариант ОДШИМ-2:  
закон модуляции:

$$t_k = t_0 + kT_0 - \frac{T_0}{4} - \frac{T_0}{4} \dot{U}_M \sin \omega_c \left( t_0 + kT_0 - \frac{T_0}{2} \right);$$

$$t_k^{\gamma} = t_0 + kT_0 + \frac{T_0}{4} + \frac{T_0}{4} \dot{U}_M \sin \omega_c \left( t_0 + kT_0 - \frac{T_0}{2} \right);$$

спектр:

$$F(t) = \frac{A}{2} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2A\gamma}{p\pi} J_p \left( \frac{p\pi \dot{U}_M}{2\gamma} \right) \sin \left[ p \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\pi}{2} \right] \times$$

$$\times \cos \left[ \omega_{0,p} t + p \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{\gamma} \right) \right] -$$

$$- \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{2A\gamma_{m,p}}{\pi} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_M}{2\gamma_{m,p}} \right). \quad (15)$$

Отметим, что для более компактной записи выражения (12) — (15) представлены в неортогональной форме. Используя эти спектры и выражения (3), (8) и (11), можно получить следующие формулы для выходного напряжения АИМ (множительного устройства):

$$u_A(t) = \frac{SI_M \dot{U}_M}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega_c t + \varphi)] + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{SI_M}{m\pi} \times$$

$$\times [\cos(\omega_{m,-1} t - m\theta_0 - \varphi) - \cos(\omega_{m,+1} t - m\theta_0 + \varphi)] -$$

$$- \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{SI_M}{m\pi} J_p(m\pi \dot{U}_M) [\cos(\omega_{m,p-1} t + \theta_1 - \varphi) -$$

$$- \cos(\omega_{m,p+1} t + \theta_1 + \varphi)]; \quad (16)$$

ОДШИМ-1

$$u_A(t) = \frac{SI_M \dot{U}_M}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega_c t + \varphi)] + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{2SI_M}{m\pi} \times$$

$$\times J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_M}{2} \right) \sin \left[ (m-p) \frac{\pi}{2} \right] \sin(\omega_{m,p+1} t + \theta_2 + \varphi) -$$

$$- \sin(\omega_{m,p-1} t + \theta_2 - \varphi); \quad (17)$$

ООШИМ-2

$$u_A(t) = - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{SI_M \gamma}{p\pi} J_p \left( \frac{p\pi \dot{U}_M}{\gamma} \right) [\cos(\omega_{0,p-1} t +$$

$$+ p\pi - \varphi) - \cos(\omega_{0,p+1} t + p\pi + \varphi)] + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{SI_M}{m\pi} \times$$

$$\times [\cos(\omega_{m,-1} t - m\theta_0 - \varphi) - \cos(\omega_{m,+1} t - m\theta_0 + \varphi)] -$$

$$- \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{SI_M \gamma_{m,p}}{\pi} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_M}{\gamma_{m,p}} \right) [\cos(\omega_{m,p-1} t + \theta_1 - \varphi) -$$

$$- \cos(\omega_{m,p+1} t + \theta_1 + \varphi)]; \quad (18)$$

ОДШИМ-2

$$u_A(t) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2SI_M \gamma}{p\pi} J_p \left( \frac{p\pi \dot{U}_M}{2\gamma} \right) \sin \left[ p \left( 1 - \gamma \right) \frac{\pi}{2} \right] \times$$

$$\times \left\{ \sin \left[ \omega_{0,p-1} t + p \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{\gamma} \right) - \varphi \right] - \sin \left[ \omega_{0,p+1} t + p \left( \frac{\pi}{2} - \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\pi}{\gamma} \right) + \varphi \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{SI_M 2\gamma_{m,p}}{\pi} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_M}{2\gamma_{m,p}} \right) \sin \left[ \frac{p\pi}{2} \left( 1 - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{1}{\gamma_{m,p}} \right) \right] [\sin(\omega_{m,p-1} t + \theta_3 - \varphi) - \sin(\omega_{m,p+1} t + \theta_3 +$$

$$+ \varphi)]. \quad (19)$$

В ИМП с идеальным множительным устройством входное напряжение последнего при принятых в (15) — (19) обозначениях будет:

$$u_{AH}(t) = \frac{SI_M \dot{U}_M}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega_c t + \varphi)]. \quad (20)$$

Сравнивая спектры (15) — (19) и (20), видим, что выходное напряжение реальных множительных устройств отличается от идеального наличием, кроме постоянной составляющей и второй гармоники частоты сети, комбинационных составляющих с частотами  $\omega_{m,p-1}$  и  $\omega_{m,p+1}$ , присущих всем видам модуляции, а также гармоник частоты сети  $\omega_{0,p-1}$  и  $\omega_{0,p+1}$  при модуляции второго рода. Эти дополнительные составляющие занимают весь диапазон частот от 0 до  $\infty$ , причем при иррациональном  $\gamma$  спектр сплошной, а при рациональном — линейчатый (в частном случае при целом  $\gamma$  в спектре будут только гармоники частоты сети). Если входное напряжение идеального множительного устройства подать на идеальный ФНЧ, подавляющий все частоты большие или равные  $2\omega_c$ , то на его выходе будет напряжение:

$$U_{\Phi,И} = \frac{SI_M \dot{U}_M}{2}. \quad (21)$$

т. е. пропорциональное активной мощности.

Если подать на такой же фильтр выходное напряжение реальных множительных устройств, то на его выходе кроме постоянного напряжения будут составляющие с частотами  $\omega$ , удовлетворяющими неравенству  $2\omega_c > \omega > -2\omega_c$ . При модуляции второго рода это будут составляющая с частотой  $\omega_{0,p-1}$  при  $p=2$  и при всех видах модуляции комбинационные составляющие с частотами при индексах  $m$  и  $p$ , удовлетворяющих неравенству

$$2 > m\gamma + p - 1 > -2, \quad (22)$$

и с частотами  $\omega_{m,p+1}$  при индексах  $m$  и  $p$ , удовлетворяющих неравенству

$$2 > m\gamma + p + 1 > -2. \quad (23)$$

Из (22) и (23) следует, что значения  $p$ , удовлетворяющие этим неравенствам, будут соответственно

$$3 - m\gamma > p > -1 - m\gamma; \quad (24)$$

$$1 - m\gamma > p > -3 - m\gamma. \quad (25)$$

Будем считать, что  $\gamma \geq 5$ , так как в противном случае меньшую точность можно получить в ИПМ с более простыми множительными устройствами, чем времяимпульсное. В этом случае из (24) и (25) следует, что им удовлетворяют только отрицательные  $p$ . Обозначим наименьшее целое число, большее, чем  $-1 - m\gamma$ ,  $p_{1m}$ , а наибольшее целое число, меньшее, чем  $3 - m\gamma$ ,  $p_{2m}$ . Тогда наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие неравенству (25) будут соответственно  $p_{1m} - 2$  и  $p_{2m} - 2$ .

Рассмотрим погрешность дискретности  $\delta_g$ , приведенную к максимальному выходному напряжению ИПМ, которое будет при  $I_m = I_k$ ,  $\dot{U}_m = 1$  и  $\cos \varphi = 1$ , т. е. при  $U_{ф.и.м} = \frac{SI_k}{2}$ ,

$$\delta_g = \frac{\Delta g}{U_{ф.и.м}} = \frac{u_{ф.и.м} - U_{ф.и.м}}{U_{ф.и.м}} = \frac{2u_{ф.и.м}}{SI_k} - \dot{I}_m \dot{U}_m \cos \varphi, \quad (26)$$

где  $\Delta g$  и  $U_{ф.и.м}$  определяется из выражений (6) и (21) соответственно.

Подставляя в (26) вместо  $u_{ф.и.м}$  те составляющие напряжений  $u_A(t)$  (16)–(19), которые проходят через описанный ФНЧ, получим следующие выражения для приведенной погрешности дискретности:

ООШИМ-1

$$\delta_g = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\dot{I}_m}{m\pi} \left[ \sum_{p=p_{1m}}^{p=p_{2m}} J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_m}{2} \right) \cos(\omega_{m,p-1}t + \theta_1 - \varphi) - \sum_{p=p_{1m}-2}^{p=p_{2m}-2} J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_m}{2} \right) \cos(\omega_{m,p+1}t + \theta_1 + \varphi) \right]; \quad (27)$$

ОДШИМ-1

$$\delta_g = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\dot{I}_m}{m\pi} \left\{ \sum_{p=p_{1m}}^{p=p_{2m}} J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_m}{2} \right) \sin \left[ (m-p) \frac{\pi}{2} \right] \times \right. \\ \times \sin(\omega_{m,p-1}t + \theta_2 - \varphi) - \sum_{p=p_{1m}-2}^{p=p_{2m}-2} J_p \left( \frac{m\pi \dot{U}_m}{2} \right) \times \\ \times \sin \left[ (m-p) \frac{\pi}{2} \right] \sin(\omega_{m,p+1}t + \theta_2 + \varphi); \quad (28)$$

ООШИМ-2

$$\delta_g = \left[ \frac{2\dot{I}_m \gamma}{\pi} J_1 \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{\gamma} \right) - \dot{I}_m \dot{U}_m \right] \cos \varphi - \frac{\dot{I}_m \gamma}{\pi} J_2 \left( \frac{2\pi \dot{U}_m}{\gamma} \right) \times \\ \times \cos(\omega_c t - \varphi) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\dot{I}_m}{\pi} \left\{ \sum_{p=p_{1m}}^{p=p_{2m}} \gamma_{m,p} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{\gamma_{m,p}} \right) \times \right. \\ \times \cos(\omega_{m,p-1}t + \theta_1 - \varphi) - \sum_{p=p_{1m}-2}^{p=p_{2m}-2} \gamma_{m,p} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{\gamma_{m,p}} \right) \times \\ \times \cos(\omega_{m,p+1}t + \theta_1 + \varphi); \quad (29)$$

ОДШИМ-2

$$\delta_g = \frac{4\dot{I}_m \gamma}{\pi} J_1 \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{2\gamma} \right) \sin \left[ \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\pi}{2} \right] \cos \left( \varphi + \frac{\pi}{\gamma} \right) - \\ - \dot{I}_m \dot{U}_m \cos \varphi - \frac{2\dot{I}_m \gamma}{\pi} J_2 \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{\gamma} \right) \sin \left[ \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \pi \right] \sin(\omega_c t - \\ - \frac{2\pi}{\gamma} - \varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\dot{I}_m}{\pi} \left\{ \sum_{p=p_{1m}}^{p=p_{2m}} \gamma_{m,p} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{2\gamma_{m,p}} \right) \sin \left[ \frac{p\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{\gamma_{m,p}} \right) \right] \right. \\ \times \sin(\omega_{m,p-1}t + \theta_3 - \varphi) - \\ - \sum_{p=p_{1m}-2}^{p=p_{2m}-2} \gamma_{m,p} J_p \left( \frac{\pi \dot{U}_m}{2\gamma_{m,p}} \right) \sin \left[ \frac{p\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{\gamma_{m,p}} \right) \right] \times \\ \times \sin(\omega_{m,p+1}t + \theta_3 - \varphi) \left. \right\}. \quad (30)$$

Из выражений (27)–(30) следует, что при целом  $\gamma$  в спектре погрешности могут быть только постоянная составляющая и первая гармоника сети. При иррациональном  $\gamma$  в спектре погрешности будет бесконечное число составляющих с частотами  $2\omega_c > |\omega| \geq 0$ . В таблице в качестве примера представлена часть амплитудного спектра погрешности дискретности при ООШИМ-1 при  $\gamma = \sqrt{26}$ ,  $\dot{I}_m = 1$ ,  $\dot{U}_m = 1$ . В таблице приведены только амплитуды слагаемых из (27) при  $m=1$  и  $m=2$ , и указаны значения индексов  $m$  и  $p$ , при которых они образуются.

В дальнейшем удобно представить погрешность в виде суммы двух слагаемых

$$\delta_g = \delta_{g0} + \delta_{g1}, \quad (31)$$

где  $\delta_{g0}$  — сумма составляющих погрешности с частотами  $\omega_c$   $|\omega| \geq 0$ ;  $\delta_{g1}$  — сумма составляющих погрешности с частотами  $\omega_c \leq |\omega| < 2\omega_c$ .

Формулы для погрешностей  $\delta_{g0}$  и  $\delta_{g1}$  можно получить из (27)–(30), пользуясь следующими упрощениями. Во-первых, как показывает расчет при модуляции второго рода с достаточной для оценки погрешностей точностью можно пренебречь комбинационными составляющими (третьи слагаемые в (29) и (30)). Во-вторых, при модуляции второго рода можно ограничиться только теми составляющими, попадающими в полосу частот погрешностей  $\delta_{g0}$  и  $\delta_{g1}$ , которым соответствует наименьший по модулю индекс  $p$ . Например, для случая рассмат-

Отношение $\omega/\omega_c$	Индекс		Амплитудный спектр погрешностей $\delta_{g\omega}$ , %
	$m$	$p$	
0,099	1	-4	9,65
		-6	0,93
0,198	2	-9	0,92
		-11	0,10
0,802	2	-10	0,33
		-12	0,03
0,901	1	-5	3,30
		-7	0,22
1,099	1	-3	21,2
		-5	3,30
1,198	2	-8	2,33
		-10	0,33
1,802	2	-11	0,10
		-13	0,01
1,901	1	-6	0,93
		-8	0,04

ренного в таблице  $\delta_{g1a} \approx 21,2$  а  $\delta_{g0a} \approx 9,65$ . При модуляции ОДШИМ-1, кроме этого, разность  $m-p$  должна быть нечетной, в противном случае, как это следует из (28), составляющая погрешности обращается в нуль. Обозначим через  $p_0$  и  $m_0$  наименьший по модулю индекс  $p$  и соответствующий ему индекс  $m$ , при которых составляющая погрешности  $\delta_g$  попадает в полосу  $\omega_c > |\omega| \geq 0$ , а через  $p_1$  и  $m_1$  наименьшие по модулю индексы  $p$  и  $m$ , при которых составляющая погрешности попадает в полосу  $\omega_c \leq |\omega| < 2\omega_c$ , причем разницы  $m_0 - p_0$  и  $m_1 - p_1$  являясь нечетными. Тогда можем написать следующие приближенные формулы для погрешностей:

## ООШИМ-1

$$\delta_{g1} \approx -\frac{2\dot{I}_M}{\pi} J_{p_{2,1}}(\pi \dot{U}_M) \cos[\omega(\gamma + p_{2,1} - 1) + (p_{2,1} - 1)\pi - \theta_0 - \varphi]; \quad (32)$$

$$\delta_{g0} \approx -\frac{2\dot{I}_M}{\pi} J_{p_{2,1}}(\pi \dot{U}_M) \cos[\omega(\gamma + p_{2,1} - 2) + (p_{2,1} - 2)\pi - \theta_0 - \varphi]; \quad (33)$$

## ОДШИМ-1

$$\delta_{g1} \approx -\frac{4\dot{I}_M}{m_1 \pi} J_{p_1}\left(\frac{m_1 \pi \dot{U}_M}{2}\right) \sin\left[(m_1 - p_1) \frac{\pi}{2}\right] \times \times \sin\left[\omega(m_1 \gamma + p_1 - 1) + p_1 \frac{\pi}{2} - m_1 \theta_0 - \varphi\right]; \quad (34)$$

$$\delta_{g0} \approx -\frac{4\dot{I}_M}{m_0 \pi} J_{p_0}\left(\frac{m_0 \pi \dot{U}_M}{2}\right) \sin\left[(m_0 - p_0) \frac{\pi}{2}\right] \times \times \sin\left[\omega(m_0 \gamma + p_0 - 1) + p_0 \frac{\pi}{2} - m_0 \theta_0 - \varphi\right]; \quad (35)$$

## ООШИМ-2

$$\delta_{g1} \approx -\frac{\dot{I}_M \gamma}{\pi} J_2\left(\frac{2\pi \dot{U}_M}{\gamma}\right) \cos(\omega t - \varphi); \quad (36)$$

$$\delta_{g0} \approx \left[ \frac{2\dot{I}_M \gamma}{\pi} J_1\left(\frac{\pi \dot{U}_M}{\gamma}\right) - \dot{I}_M \dot{U}_M \right] \cos \varphi; \quad (37)$$

## ОДШИМ-2

$$\delta_{g1} \approx -\frac{2\dot{I}_M \gamma}{\pi} J_2\left(\frac{\pi \dot{U}_M}{\gamma}\right) \sin\left[\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\pi}{2}\right] \times \times \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{2} - \varphi\right); \quad (38)$$

$$\delta_{g0} \approx \frac{4\dot{I}_M \gamma}{\pi} J_1\left(\frac{\pi \dot{U}_M}{2\gamma}\right) \sin\left[\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \pi\right] \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{\gamma}\right) - - \dot{I}_M \dot{U}_M \cos \varphi. \quad (39)$$

На рис. 2 построены рассчитанные по этим приближенным формулам зависимости  $\delta_{g1a}$  и  $\delta_{g0a}$  амплитуд этих погрешностей при  $\dot{I}_M = 1$ ,  $\dot{U}_M = 1$ ,  $\varphi = 0$ . На рис. 2 представлены точки, рассчитанные по точным формулам при тех же условиях,  $\theta_0 = 0$  и целых  $\gamma$ , что подтверждает возможность использования формул (32)–(39). Из рис. 2, а следует, что в реальном ИПМ составляющие

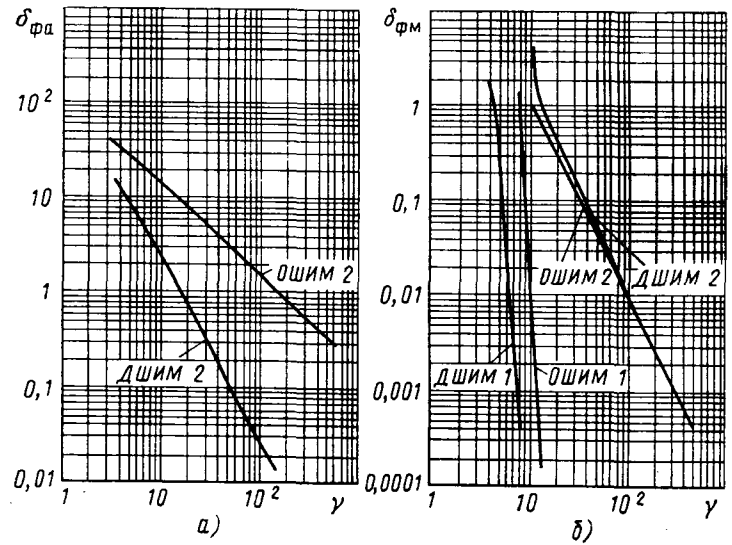


Рис. 2. Зависимость погрешности дискретности от коэффициента  $\gamma$ : а — составляющая  $\delta_{g1a}$ ; б — составляющая  $\delta_{g0a}$

$\delta_{g1}$  с частотами  $2\omega_c > \omega \geq \omega_c$  достигают больших значений. Они могут быть уменьшены за счет ухудшения динамических свойств ИПМ путем сужения полосы пропускания фильтра.

В ИПМ с идеальным фильтром нижних частот, подавляющим все составляющие с частотами, равными или большими частоты сети,  $\delta_{g1} = 0$ . В ИПМ с модуляцией первого рода погрешность скачкообразно изменяется при целых  $\gamma$  и может претерпевать и в этих точках разрыв. В частном случае при ОДШИМ-1 при целых нечетных  $\gamma$  составляющая  $\delta_{g1}$  равна нулю.

Особенности поведения погрешности при модуляции первого рода позволяют построить ИПМ, имеющие меньшую погрешность [5]. Погрешность дискретности при модуляции второго рода больше по значению и уменьшается с ростом  $\gamma$  медленнее, чем при модуляции первого рода. При ОДШИМ-2 имеет место специфическая составляющая из-за фазового сдвига  $\pi/\gamma$ , возникающего при широкоимпульсной модуляции. Ее можно устранить, если сдвинуть напряжение, пропорциональное току в ИПМ, на тот же угол  $\pi/\gamma$ . В этом случае выражение (39) примет вид:

$$\delta_{g0}^v = \frac{4\dot{I}_M \gamma}{\pi} J_1\left(\frac{\pi \dot{U}_M}{2\gamma}\right) \sin\left[\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\pi}{2}\right] \cos \varphi.$$

На рис. 2, а построена также зависимость  $\delta_{g0a}^v$  от  $\gamma$ . Сравнение  $\delta_{g0a}^v$  и  $\delta_{g0a}$  при ОДШИМ-2 показывает, что влияние паразитного фазового сдвига на погрешность значительно.

Сравнение выражений (32)–(39) показывает, что амплитуды составляющих  $\delta_{g0}$  при модуляции первого рода не зависят от  $\cos \varphi$ , а при модуляции второго рода зависят, в частном — случае, при ООШИМ-2 эта погрешность равна нулю при  $\cos \varphi = 0$ .

В [3] приведена формула для расчета постоянной погрешности для случая ООШИМ-2 при целом  $\gamma$ . Сравнение погрешности, рассчитанной по этой формуле (на рис. 2, а эти погрешности отмечены «Х» на линии ООШИМ-2), и по выражению (36), показывает, что они отличаются друг от друга на несколько процентов, т. е. сходимость хорошая.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бенин В. Л., Кизилев В. У. Статические измерительные преобразователи электрической мощности. Библиотека по автоматике. — М.: Энергия, 1972.
2. Волгин Л. И. Линейные электрические преобразователи для измерительных приборов и систем. — М.: Советское радио, 1971.
3. Шугаева Е. Л. О погрешности дискретности измеритель-

ного преобразователя мощности, основанного на принципе широтно-импульсной и амплитудной модуляции. Изв. вузов. Приборостроение, 1969, № 12.

4. А. с. 705359 (СССР). Время-импульсный преобразователь мощности. / Семенов А. Н., Романычева Г. В. Опубл. в Б. И., 1979, № 47.

5. Слепов Н. Н., Дроздов Б. В. Широтно-импульсная модуляция. — М.: Энергия, 1978. [31.05.84]

УДК 62-83:621.313.333-531.6

## Регулирование скорости тиристорных асинхронных электроприводов с параметрическим управлением

БРАСЛАВСКИЙ И. Я., канд. техн. наук, ЗЮЗЕВ А. М., канд. техн. наук

Уральский политехнический институт

При использовании параметрических способов управления асинхронными двигателями регулирование скорости осуществляется за счет изменения скольжения. Системы указанного типа, реализуемые с применением полупроводниковых преобразователей, позволяют плавно и в широких пределах изменять следующие параметры, определяющие вид регулировочных характеристик асинхронного двигателя в различных режимах: амплитуду переменного напряжения  $U_m$ , подводимого к статорным цепям двигателя — так называемое фазовое управление (ФУ); постоянное напряжение  $U_n$  в режиме динамического торможения (ДТ); эквивалентное добавочное сопротивление  $r_{2д}$  в роторе асинхронных двигателей с контактными кольцами — так называемое реостатное управление (РУ).

Применяя замкнутые системы управления и, в частности, системы автоматического регулирования скорости удастся значительно расширить функциональные возможности асинхронных электроприводов с полупроводниковыми преобразователями и обеспечить качественно новые свойства систем параметрического управления. Однако для получения желаемых показателей качества регулирования необходимо располагать обоснованными методами синтеза таких систем, что требует, в первую очередь, исследования асинхронного двигателя, как объекта автоматического регулирования.

При учете электромагнитных переходных процессов (ЭМП) асинхронных двигателей (АД) описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений и анализ его динамических свойств может быть выполнен только в «малом», путем математической линеаризации нелинейной системы в окрестности центра разложения. В ряде работ проведено исследование указанным способом АД при параметрических способах управления [1—3] с использованием системы дифференциальных уравнений, записанных в общепринятых относительных единицах [4], и показано, что его передаточная функция по управляющему воздействию имеет следующий вид:

$$W_{1y} = \frac{\Delta\omega(p)}{\Delta x(p)} = \frac{W_1(p)}{Jp + W_2(p)} \quad (1)$$

где  $\Delta\omega(p)$  и  $\Delta x(p)$  — выраженные в операторной форме приращения скорости и управляющего воздействия;  $J$  — момент инерции электропривода;  $W_1(p) = \frac{\Delta m(p)}{\Delta x(p)}$  — выраженное в операторной форме отношение прираще-

ния момента ( $\Delta m$ ) к вызвавшему его приращению управляющего воздействия при  $\omega = \text{const}$ ,  $\Delta\omega = 0$ ;  $W_2(p) = -\frac{\Delta m(p)}{\Delta\omega(p)}$  — выраженное в операторной форме отношение приращения момента к вызвавшему его приращению скорости при  $x = \text{const}$ ,  $\Delta x = 0$ .

Управляющим воздействием являются следующие параметры:  $U_m$  при ФУ;  $U_n$  при ДТ;  $r$  при РУ, где  $r$  — отношение полного активного сопротивления роторной цепи  $r_{2\Sigma}$  к сопротивлению ротора  $r_2$ , т. е.  $r = r_{2\Sigma}/r_2 = (r_2 + r_{2д})/r_2$ .

Структурная схема АД, соответствующая (1), приведена на рис. 1, а.

Как показано в [3], передаточную функцию  $W_{1y}(p)$  можно записать в виде многочлена:

$$W_{1y}(p) = \frac{\Delta\omega(p)}{\Delta x(p)} = \frac{k_d(A_1 p^5 + A_2 p^4 + A_3 p^3 + 1)}{B_1 p^5 + B_2 p^4 + B_3 p^3 + B_4 p^2 + B_5 p + 1}, \quad (2)$$

где  $k_d$  — коэффициент передачи АД в установившемся режиме.

Значения коэффициентов многочлена для различных способов параметрического регулирования приведены в [3]. Для их записи, а также для дальнейшего рассмотрения приняты следующие обозначения:  $a = \alpha'_s \alpha'_r \sigma - s$ ;  $b = \alpha'_r r + \alpha'_s s$ ;  $c = \alpha'_s + \alpha'_r r$ ;  $d = 1 + s$ ;  $e = \alpha'_s \alpha'_r \sigma + s$ ;  $f = \alpha'_r r - \alpha'_s s$ ;  $s$  — скольжение;  $\alpha'_s$ ,  $\alpha'_r$ ,  $\sigma$ ,  $x_s$ ,  $x_r$ ,  $k_s$ ,  $k_r$  — конструктивные коэффициенты асинхронного двигателя ( $k_s = x_0/x_s$ ;  $k_r = x_0/x_r$ ;  $\sigma = 1 - k_s k_r$ ;  $\alpha'_s = r_1/\sigma x_s = \alpha_s/\sigma$ ;  $\alpha'_r = r_1/\sigma x_r = \alpha_r/\sigma$ ;  $x_s = x_0 + x_1$ ,  $x_r = x_0 + x_2$ );  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $r_2$ ,  $x_2$ ,  $x_0$  — параметры схемы замещения асинхронного двигателя.

Передаточная функция (2) может быть представлена совокупностью элементарных звеньев первого и второго порядка, что позволяет записать ее в следующем виде: для фазового и реостатного управления

$$W_{1y}(p) = \frac{k_d}{\tau_3 p + 1} \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\gamma_2 \tau_2 p + 1)}{(\tau_4^2 p^2 + 2\gamma_4 \tau_4 p + 1)(\tau_5^2 p^2 + 2\gamma_5 \tau_5 p + 1)}; \quad (3)$$

для динамического торможения

$$W_{1y}(p) = \frac{k_d}{\tau_3 p + 1} \frac{\tau_2^2 p^2 + 2\gamma_2 \tau_2 p + 1}{(\tau_4 p + 1)(\tau_5^2 p^2 + 2\gamma_5 \tau_5 p + 1)}, \quad (4)$$

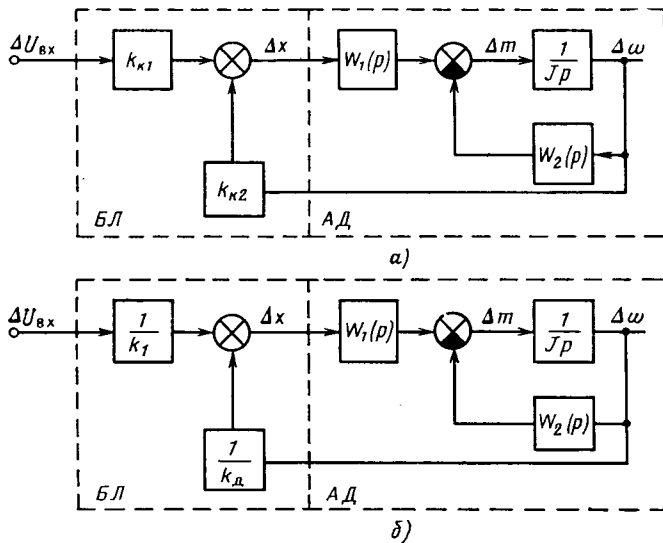


Рис. 1. Структурные схемы АД совместно с БЛ в «малом» при описании АД с учетом ЭМПП: а — БЛ синтезирован на основе описания АД с учетом ЭМПП; б — БЛ синтезирован на основе упрощенного описания АД

где  $\tau_i$ ,  $\gamma_i$  — постоянная времени и коэффициент демпфирования типового звена.

Как показывает анализ (3) и (4), динамические и статические показатели асинхронного двигателя подвержены резким изменениям в зависимости от координат центра разложения, так как определяющие их параметры ( $k_d$ ,  $\tau_i$ ,  $\gamma_i$ ) изменяются в широком диапазоне. Для иллюстрации этого в табл. 1 приведены значения  $k_d$ ,  $\tau_i$ ,  $\gamma_i$  передаточной функции двигателя МТКФ 111-6 (ФУ и ДТ) и двигателя МТФ 111-6 (РУ) при различных координатах точки установившегося режима. В табл. 1 установившийся момент выражен в долях номинального момента двигателя, т. е.  $\mu = M/M_n$ . Рассмотрение передаточной функции  $W_{1y}(p)$  позволяет сделать и другой важный вывод: в ней практически всегда присутствует устойчивое или неустойчивое аperiodическое звено с постоянной времени  $\tau_3$ , значительно большей, чем постоянные времени остальных звеньев. Это звено определяет среднечастотную часть (с наклоном 20 дБ/дек) и частоту среза логарифмической амплитудно-частотной характеристики двигателя.

Как следует из рассмотрения указанных частотных характеристик, задачу синтеза САУ в общем случае при широком изменении координат электропривода (момента и скорости) нельзя решить на основе математической линеаризации уравнений асинхронной машины. Такая задача может быть решена путем технической линеаризации нелинейного объекта, т. е. при использовании корректирующих устройств, компенсирующих его нелинейности таким образом, чтобы по отношению к промежуточному входному сигналу ( $U_{вх}$ ) объект управления совместно с блоком линеаризации (БЛ) мог быть представлен передаточной функцией, параметры которой не зависят от рабочих координат электропривода.

Как показано в [3], исходя из вида передаточной функции АД при создании БЛ целесообразно поставить задачу выделения в передаточной функции линеаризованного объекта интегрирующего звена с неизменной постоянной времени  $\tau_n$ . Для решения такой задачи (при рассмотрении в приращениях) необходимо ввести в прямой канал усилительное звено с коэффициентом  $k_{K1}$

и охватить объект управления положительной связью по скорости с коэффициентом  $k_{K2}$  (рис. 1, а). Тогда передаточная функция АД совместно с БЛ примет следующий вид:

$$W_{1л}(p) = \frac{\Delta\omega}{\Delta U_{вх}} = \frac{k_{K1}W_{1y}(p)}{1 - k_{K2}W_{1y}(p)} = \frac{k_{K1}k_d(A_1p^3 + A_2p^2 + A_3p + 1)}{B_1p^5 + B_2p^4 + (B_3 - k_dk_{K2}A_1)p^3 + (B_4 - k_dk_{K2}A_2)p^2 + (B_5 - k_dk_{K2}A_3)p + (1 - k_dk_{K2})} \quad (5)$$

Приняв  $\tau_n = J$ , что соответствует выделению уже имеющегося в исходной структуре АД интегрирующего звена  $1/Jp$ , определим из (5) значение  $k_{K1}$  и  $k_{K2}$ :

$$\left. \begin{aligned} k_{K1} &= (B_5 - A_3)/k_dJ; \\ k_{K2} &= 1/k_d. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Запишем (5) с учетом (6):

$$W_{1л}(p) = \frac{\Delta\omega}{\Delta U_{вх}} = \frac{1}{Jp} \times \frac{A_1p^3 + A_2p^2 + A_3p + 1}{\left[ \frac{B_1}{B_5 - A_3} p^4 + \frac{B_2}{B_5 - A_3} p^3 + \frac{B_3 - A_1}{B_5 - A_3} p^2 + \frac{B_4 - A_2}{B_5 - A_3} p + 1 \right]} = \frac{1}{Jp} W'(p). \quad (7)$$

Анализ передаточной функции  $W_{1л}(p)$  показывает, что при рассмотренном способе линеаризации в интегрирующее звено вырождается аperiodическое звено с постоянной времени  $\tau_3$  и коэффициентом передачи  $k_d$ , входящее в функцию  $W_{1y}(p)$ . При этом остальные параметры многочлена знаменателя  $W_{1y}(p)$  остаются практически без изменения, что иллюстрирует табл. 1, а параметры многочлена числителя  $W_{1y}(p)$  и  $W_{1л}(p)$ , как видно из (2) и (7), вообще одинаковы.

Функция  $x = F_1(U_{вх}, \omega)$ , реализуемая БЛ при рассмотрении в «большом», должна удовлетворять следующим условиям при заданных координатах центра разложения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_1(U_{вх}, \omega)}{\partial U_{вх}} &= k_{K1}; \\ \frac{\partial F_1(U_{вх}, \omega)}{\partial \omega} &= k_{K2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Однако, как показывает анализ, вычислить перво-родную функцию  $F_1(U_{вх}, \omega)$  по условию (8) не представляется возможным.

Для упрощения задачи по отысканию линеаризующей функции, реализуемой БЛ, и определения природы аperiodического звена  $k_d/(\tau_3 p + 1)$ , которое при рассматриваемом способе линеаризации вырождается в интегрирующее звено, выясним функцию блока линеаризации при упрощенном описании АД без учета электромагнитных переходных процессов.

Как следует из [3], установившийся момент ( $m$ ) асинхронного двигателя можно записать в следующем виде для различных способов параметрического управления:

$$\text{фазовое управление} \quad m = F(U_m, \omega) = f_1(U_m)f_1(\omega), \quad (9)$$

где  $f_1(U_m) = U_m^2$ .

$$f_1(\omega) = \frac{(1 - \sigma) \alpha'_r (1 - \omega)}{\alpha'_s \{ [\alpha'_s \alpha'_r \sigma - (1 - \omega)]^2 + [\alpha'_r r + \alpha'_s (1 - \omega)]^2 \}}, \quad (10)$$

Таблица 1

Способ управления	Координаты центра разложения			Виды передаточной функции															
				$W_{1Y}(p)$										$W_{1L}(p)$				$W_{2Y}(p)$	$W_{3L}(p)$
	$\mu$	$s$	$\omega$	$k_D$	$\tau_1$	$\tau_2$	$\gamma_2$	$\tau_3$	$\tau_4$	$\gamma_4$	$\tau_5$	$\gamma_5$	$\tau_4$	$\gamma_4$	$\tau_5$	$\gamma_5$	$\tau_M$	$\tau_N$	
ФУ МТКФ111-6	0,05	0,2	—	4,56	0,998	2,04	0,134	302	1,3	0,73	1,32	0,44	1,3	0,73	1,33	0,44	302	25,1	
	0,05	0,8	—	-22,59	0,753	0,74	-0,09	-1450	1,1	0,06	0,82	0,68	1,1	0,06	0,82	0,69	-1448	25,0	
	0,8	0,2	—	1,14	0,998	2,04	0,134	19	1,4	0,45	1,25	0,67	1,4	0,38	1,16	0,73	19	26,6	
	0,8	0,8	—	-5,65	0,753	0,74	-0,09	-92	1,1	0,06	0,81	0,68	1,1	0,06	0,81	0,68	-90	25,1	
РУ МТФ111-6	0,05	0,2	—	-0,004	0,044	1,0	0,093	173	1,0	0,09	0,04	1,0	1,0	0,09	0,04	1,0	173	24,6	
	0,05	0,2	—	-0,004	0,011	0,998	0,093	694	1,0	0,09	0,01	1,0	1,0	0,09	0,01	1,0	694	24,6	
	0,8	0,2	—	-0,073	0,688	1,09	0,15	12	1,18	0,16	0,65	0,97	1,17	0,17	0,64	0,97	12	24,6	
	0,8	0,8	—	-0,073	0,192	1,03	0,09	50	0,19	1,0	1,0	0,09	0,19	1,0	1,0	0,09	50	24,6	
ДТ МТКФ111-6	-0,05	—	0,8	32,55	—	0,88	0,07	-639	1,87	—	1,4	0,30	1,87	—	1,4	0,30	-637	25,0	
	-0,05	—	0,2	20,21	—	3,3	0,25	-224	1,22	—	6,3	0,47	1,22	—	6,4	0,47	-223	26,2	
	-0,8	—	0,8	8,14	—	0,88	0,07	-41	1,9	—	1,4	0,32	2,0	—	1,4	0,32	-40	23,9	
	-0,8	—	0,2	5,05	—	3,3	0,25	-25	1,28	—	4,6	0,52	1,32	—	5,0	0,53	-13	38,7	

динамическое торможение

Таблица 2

$$m = F(U_n, \omega) = f_1(U_n) f_1(\omega), \quad (11)$$

где

$$f_1(U_n) = U_n^2; \quad f_1(\omega) = -\frac{(1-\sigma)\alpha_r r}{3\alpha_s'^2 \alpha_s} \frac{\omega}{(\alpha_r r)^2 + \omega^2}; \quad (12)$$

реостатное управление

$$m = F(r, \omega) = \frac{(1-\sigma)\alpha_r r (1-\omega)}{\alpha_s \{[\alpha_s \alpha_r r \sigma - (1-\omega)]^2 + [\alpha_r r + \alpha_s (1-\omega)]^2\}}. \quad (13)$$

Используя уравнение динамики электропривода

$$m - m_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (14)$$

где  $m_c$  — момент статической нагрузки, и подставляя в (14) значение  $m$  из (9), (11) или (13), получим структурные схемы АД при упрощенном описании. Они показаны на рис. 2, а для ФУ и ДТ и на рис. 2, б для РУ. Как видно из (9)–(13) и при описании асинхронного двигателя на основе уравнений для установившегося момента, он по-прежнему является нелинейным объектом, а его передаточная функция по управляющему воздействию при рассмотрении в «малом» приобретает следующий вид:

$$W_{2y} = \frac{\Delta\omega}{\Delta x} = \frac{k_1}{Jp + k_2} = \frac{k_1/k_2}{Jp/k_2 + 1} = \frac{k_d}{\tau_m p + 1}, \quad (15)$$

где  $k_1 = \frac{\partial m}{\partial x}$  — коэффициент чувствительности момента двигателя по управляющему воздействию в центре разложения при  $\omega = \text{const}$ ,  $\Delta\omega = 0$ ;  $k_2 = -\frac{\partial m}{\partial \omega}$  — коэффициент жесткости механической характеристики двигателя в центре разложения при  $x = \text{const}$ ,  $\Delta x = 0$ ;  $\tau_m = = J/k_2$  — механическая постоянная времени асинхронного двигателя в центре разложения.

Выражения для  $\tau_m$  при различных способах параметрического управления приведены в табл. 2.

Способ управления	Выражения для определения $\tau_m$
Фазовое управление (ФУ)	$\frac{J \sigma x_s (a^2 + b^2)^2}{U_m k_s k_r \alpha_r r (ab + bf)}$
Динамическое торможение (ДТ)	$\frac{3J \sigma x_s \alpha_s'^2 [(\alpha_r r)^2 + \omega^2]}{U_n k_s k_r \alpha_r r [(\alpha_r r)^2 - \omega^2]}$
Реостатное управление (РУ)	$\frac{J \sigma x_s (a^2 + b^2)^2}{k_s k_r \alpha_r r (ab + bf)}$

Структурная схема АД, соответствующая (15), показана на рис. 2, в. Как видно из рассмотрения рис. 1, а и 2, в, при упрощенном описании АД передаточные функции  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  вырождаются в пропорциональные звенья с коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$ .

Даже при упрощенном описании свойства АД существенно зависят от координат центра разложения, так как  $\tau_m$  и  $k_d$  изменяются в широких пределах, что иллюстрирует табл. 1. Анализ данных табл. 1 позволяет также выявить следующую важную особенность: наибольшая постоянная времени  $\tau_3$  передаточной функции  $W_{1y}(p)$  обычно близка значению  $\tau_m$  в функции  $W_{2y}(p)$ , т. е. в передаточную функцию АД, полученную с учетом электромагнитных переходных процессов (3) и (4), входит составной частью передаточная функция (15), соответствующая упрощенному представлению двигателя, а предлагаемый способ линеаризации предполагает изменение свойств того апериодического звена  $[k_n/(\tau_3 p + 1)]$ , параметры которого практически определяются видом функции  $W_{2y}(p)$ .

Рассмотрим вид блока линеаризации, позволяющего осуществить техническую линеаризацию АД при его упрощенном описании, ставя задачу получить следующую передаточную функцию линеаризованного объекта при рассмотрении в приращениях:

$$W_{2л}(p) = \frac{\Delta\omega}{\Delta U_{вх}} = \frac{1}{Jp}, \quad (16)$$

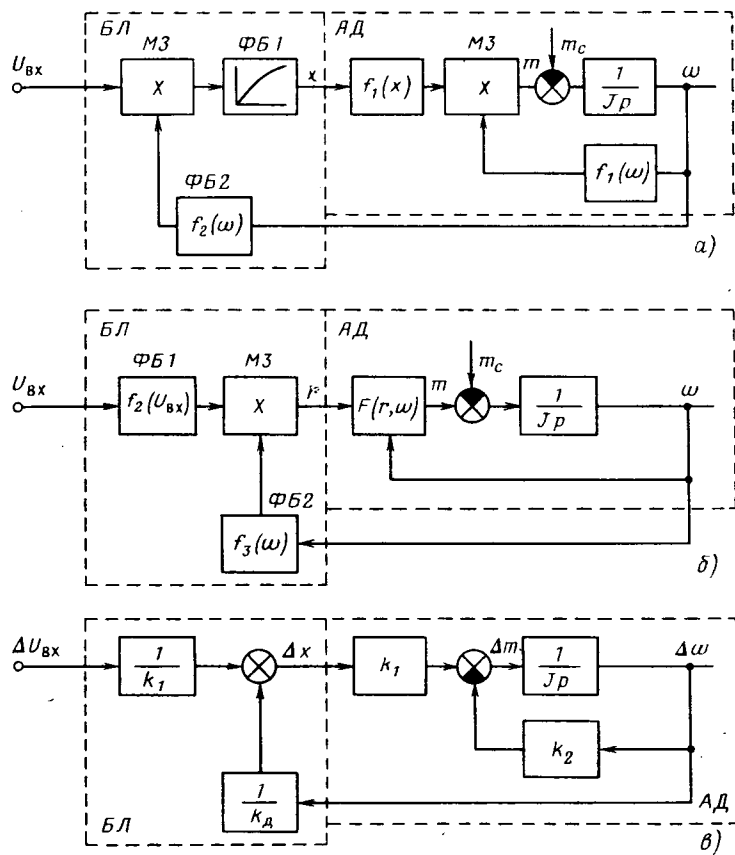


Рис. 2. Структурные схемы АД совместно с БЛ в «большом» (а, б) и в «малом» (в) при упрощенном описании АД и синтезе БЛ на основе этого описания: а — ФУ, ДТ; б — РУ

т. е. АД, описываемый (15) совместно с БЛ, должен быть представлен интегрирующим звеном с  $\tau_n = J$ .

Из (14) следует, что  $\Delta m = Jp\Delta\omega$ , поэтому уравнение (16) может быть удовлетворено в том случае, если  $\Delta m = \Delta U_{вх}$ , или

$$m = U_{вх}. \quad (17)$$

Условие (17) позволяет получить вид функциональной зависимости  $x = F_2(U_{вх}, \omega)$ , реализуемой БЛ при его построении на основе упрощенного описания АД. Подставляя в (17) значения момента из (9), (11), (13), получаем:

для фазового управления и динамического торможения

$$U_m(U_n) = \sqrt{U_{вх}/f_1(\omega)} = \sqrt{U_{вх}f_2(\omega)}, \quad (18)$$

где  $f_2(\omega) = 1/f_1(\omega)$ . Функция  $f_1(\omega)$  при ФУ определяется из (10), а при ДТ — из (12); для реостатного управления

$$r = f_3(\omega)f_2(U_{вх}), \quad (19)$$

где

$$f_3(\omega) = 1 - \omega; \quad (20)$$

$$f_2(U_{вх}) = \frac{(1 - \sigma)(1 - 2U_{вх}\alpha_s x_s) +}{2U_{вх}\alpha_s \alpha_r (1 + \alpha_s^2)} +$$

$$+ \sqrt{[(1 - \sigma)(1 - 2U_{вх}\alpha_s x_s)]^2 - 4U_{вх}^2 \sigma^2 x_s (1 + \alpha_s^2)(1 + \alpha_s'^2)}. \quad (21)$$

Структурные схемы БЛ для этого случая приведены на рис. 2, а, в.

При исследовании в «малом» для функции преобразования БЛ получаем:

$$\Delta x = \frac{\partial F_2(U_{вх}, \omega)}{\partial U_{вх}} \Delta U_{вх} + \frac{\partial F_2(U_{вх}, \omega)}{\partial \omega} \Delta \omega. \quad (22)$$

Определение частных производных функции  $x = F_2(U_{вх}, \omega)$  по (18), (19) показывает, что для различных способов параметрического управления справедливы общие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_2(U_{вх}, \omega)}{\partial U_{вх}} &= 1/k_1; \\ \frac{\partial F_2(U_{вх}, \omega)}{\partial \omega} &= 1/k_2. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Структурная схема АД совместно с БЛ при анализе в «малом» для всех рассматриваемых способов параметрического управления приведена на рис. 2, в; ей соответствует передаточная функция (16). Как следует из (6) и (23), при рассмотрении в приращениях блоки линеаризации, синтезированные на основе различных способов описания асинхронного двигателя, имеют одинаковые коэффициенты передачи в цепи обратной связи, однако коэффициенты усилительного звена в прямом канале могут быть различными.

Приведенные результаты анализа позволяют рассмотреть свойства объекта, состоящего из АД, описываемого передаточной функцией (1), и БЛ, реализованного на основе упрощенного описания АД. Структурная схема для этого случая приведена на рис. 1, б. Запишем передаточную функцию этой системы:

$$\begin{aligned} W_{зл}(p) &= \frac{\Delta \omega}{\Delta U_{вх}} = \frac{W_{1y}(p)}{k_1 [1 - W_{1y}(p)/k_2]} = \\ &= \frac{A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + 1}{k_2 (B_5 - A_3) p \left[ \frac{B_1}{B_5 - A_3} p^4 + \frac{B_2}{B_5 - A_3} p^3 + \right.} \\ &\quad \left. + \frac{B_3 - B_1}{B_5 - A_3} p^2 + \frac{B_4 - A_2}{B_5 - A_3} p + 1 \right] = \frac{1}{J'p} W^1(p). \quad (24) \end{aligned}$$

Как видно из (24), и при использовании упрощенных методов синтеза БЛ в передаточной функции линеаризованного объекта удается выделить интегрирующее звено, однако его постоянная времени

$$\tau_n = J' = k_2 J (B_5 - A_3) \quad (25)$$

может быть не равна  $J$ , и ее конкретное значение зависит от способа параметрического управления и координат центра разложения.

Так при ФУ

$$\tau_n = J + k_2 \frac{ec + df + a\alpha_r' - bs}{ac + bf} - k_2 \frac{ac + bd}{[a^2 + b^2]}. \quad (26)$$

Анализ показывает, что для асинхронных двигателей особенно с повышенными коэффициентами затухания  $\tau_n \approx J$  (см. табл. 1; укажем, что у двигателя МТКФ111-6  $J = 25$ ).

При РУ соотношение коэффициентов  $B_5$  и  $A_3$  таково, что  $\tau_n = J = \text{const}$  при любых координатах центра разложения.

Для режима ДТ:

$$\tau_n' = J + k_2 \left[ \frac{2k_s k_r \alpha_r' r^2 \omega^2}{\alpha_s' [(\alpha_r r)^4 - \omega^4]} + \frac{\alpha_r r (\alpha_s' + \alpha_r' r) - \omega^2}{\alpha_s' [(\alpha_r r)^2 - \omega^2]} - \frac{\alpha_r r}{(\alpha_r r)^2 + \omega^2} \right]. \quad (27)$$

В этом случае значения  $\tau_n'$  могут существенно отличаться от  $J$ , однако в реальном диапазоне изменения  $m$  при  $\omega > 0,2$  максимальное отличие  $J'$  от  $J$  не превышает 30 % (см. табл. 1).

Таким образом, при технической линеаризации асинхронного двигателя на основе его упрощенного описания в передаточной функции линеаризованного объекта удается выделить интегрирующее звено, постоянная времени которого  $\tau_n'$  остается неизменной или изменяется не столь существенно при реальном диапазоне изменения координат электропривода, что позволяет при инженерных расчетах принимать  $\tau_n \approx J$ .

Очевидно, при синтезе замкнутой САУ асинхронным двигателем с использованием предлагаемого способа технической линеаризации полоса пропускания внутреннего контура регулирования должна быть выбрана таким образом, чтобы параметры звеньев передаточной функции  $W'(p)$ , определяющие электромагнитные процессы в двигателе, не могли оказать существенного влияния на динамику электропривода. Тогда линеаризованный двигатель, как объект регулирования, может быть представлен только интегрирующим звеном с постоянной времени, равной  $J$ . Как указано в [5], для выполнения данного требования частота среза разомкнутого контура скорости должна быть выбрана из следующего условия:

$$\omega_{cp} \leq 1/(4 \div 6) \tau_{эм}, \quad (28)$$

где  $\tau_{эм}$  — максимальная из электромагнитных постоянных времени звеньев, входящих в передаточную функцию  $W'(p)$ .

Значение  $\tau_{эм}$  при различных способах параметрического управления может быть вычислено путем определения полюсов и нулей передаточной функции (24) при различных координатах центра разложения. Однако на основе анализа ЛАЧХ, построенных по (24), могут быть сформулированы общие рекомендации по определению  $\omega_{cp}$ . Так, при ФУ асинхронными короткозамкнутыми двигателями, когда  $\alpha_r < 1$

$$\omega_{cp} \leq s_K/(4 \div 6). \quad (29)$$

При ФУ, когда  $\alpha_r > 1$ , и при РУ, когда  $\alpha_r > 1$

$$\omega_{cp} \leq 1/(4 \div 6). \quad (30)$$

В режиме ДТ значение  $\omega_{cp}$  может быть рассчитано по (29). Укажем, что в (29), (30) частота среза выражена в относительных единицах, где за базовую частоту принята  $\omega_6 = 314$  1/с.

Для дополнительного снижения влияния электромагнитных переходных процессов в прямой канал регулирования целесообразно ввести апериодический фильтр с передаточной функцией  $W_\Phi(p) = 1/(\tau_\mu p + 1)$ , постоянная времени которого

$$\tau_\mu = \frac{1}{2\omega_{cp}}. \quad (31)$$

Располагая передаточной функцией объекта регулирования (16) и задавая необходимое быстродействие в пределах допустимого из условия (28), нетрудно осуществить синтез регулятора скорости (РС), применяя

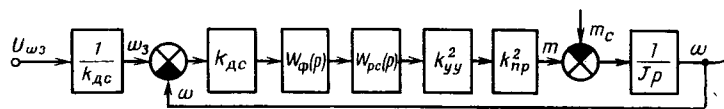


Рис. 3. Структурная схема линеаризованной САР скорости для ФУ и ДТ: Ф — фильтр; РС — регулятор скорости;  $U_{\omega з}$  — напряжение задания по скорости;  $U_{\omega з} = k_{дс} \omega з$ ;  $\omega з$  — значение заданной скорости

известные методы линейной теории автоматического регулирования, в частности, принципы подчиненного регулирования с последовательной коррекцией. При синтезе РС для одноконтурной системы регулирования необходимо учесть, что БЛ конструктивно располагается в оперативных цепях [5], обычно на входе устройства управления (УУ) преобразователем (Пр). Роль входного промежуточного параметра ( $U_{вх}$ ) выполняет напряжение на выходе регулятора скорости ( $U_{pc}$ ). При указанном ограничении полосы пропускания контура скорости такие элементы электропривода, как УУ, Пр и датчик скорости (ДС) можно представить усилительными звеньями с коэффициентами передачи  $k_{уу}$ ,  $k_{пр}$ ,  $k_{дс}$ .

Для иллюстрации на рис. 3 показана расчетная структурная схема САР скорости линеаризованного АД для фазового управления и динамического торможения. (Структурная схема САР скорости при РУ имеет аналогичный вид.) Передаточная функция разомкнутого контура скорости, состоящего из АД, БЛ, Пр, УУ, ДС, Ф:

$$W_o(p) = \frac{k_{дс} k_{уу} k_{пр}^2}{J_p (\tau_\mu p + 1)}. \quad (32)$$

Используя для синтеза САР последовательную коррекцию, выберем в качестве некомпенсируемой постоянной времени  $\tau_\mu$  постоянную времени фильтра, определяемую из (31).

Так как при настройке контура скорости на модульный оптимум желаемая ЛАЧХ разомкнутого контура скорости должна иметь вид

$$W_{p.ж}(p) = \frac{1}{2\tau_\mu p (\tau_\mu p + 1)}, \quad (33)$$

то, используя (32) и (33), найдем передаточную функцию регулятора скорости:

$$W_{pc}(p) = \frac{W_{p.ж}(p)}{W_o(p)} = \frac{J}{2\tau_\mu k_{уу} k_{пр}^2 k_{дс}}. \quad (34)$$

Аналогично могут быть рассчитаны параметры регулятора скорости и при настройке контура на симметричный оптимум [5].

Как показали экспериментальные исследования, при синтезе регулятора скорости в соответствии с изложенными принципами обеспечиваются стандартные динамические показатели систем регулирования с исполнительным асинхронным двигателем при широком диапазоне изменения координат электропривода [5]. Помимо режимов регулирования скорости на основе рассмотренных систем можно реализовать управляемые пуско-тормозные режимы с требуемым законом изменения динамического момента, а также позиционные системы. Рациональные структуры тиристорных асинхронных электроприводов с параметрическим управлением приведены в [5, 6], они прошли успешную проверку при внедрении на ряде производственных механизмов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К вопросу о передаточной функции асинхронного двигателя/Р. П. Герасимьяк, В. А. Ковригин и др. — Изв. вузов. Электромеханика, 1976, № 9.
2. Dmowski A., Kusztka B. Matematyczny model silnika indukcyjnego sterowanego zwiana rezystancji obwodzie wirnika. — Pomiaru automatyka kontrola, 1972, т. 18, № 11.
3. Браславский И. Я., Зюев А. М. Исследование частотных характеристик асинхронных трехфазных электродвигателей при различных способах параметрического управления. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 3.

4. Янко-Триницкий А. А. Уравнения переходных электромагнитных процессов асинхронного двигателя и их решение. — Электричество, 1951, № 3.
5. Браславский И. Я., Зюев А. М., Кокшаров Л. П. Линеаризация САР скорости асинхронного электропривода с тиристорным фазовым управлением. — Электричество, 1981, № 12.
6. Браславский И. Я., Зюев А. М. Опыт внедрения тиристорных асинхронных электроприводов с фазовым управлением. — Свердловск, 1981.

[06.01.84]

УДК 62-83-52

## Адаптивные электромеханические системы с непрямым разрывным управлением

БОРЦОВ Ю. А., доктор техн. наук, ЮНГЕР И. Б., канд. техн. наук

Ленинград

В настоящее время в СССР и за рубежом проводятся интенсивные исследования в области адаптивного управления электромеханическими объектами. При этом наибольшее внимание уделяется вопросу компенсации влияния нестационарных параметров на работу электропривода [1—3]. Вопросы компенсации возмущений сигнального типа, например по моменту статических сопротивлений, а также нелинейностей на качество динамических процессов, остаются до сих пор мало изученными. В то же время существует большой класс электромеханических систем, где они играют первостепенное значение.

В статье предлагается подход к построению инвариантных адаптивных систем управления для нелинейных электромеханических объектов, основанный на использовании скользящих режимов. При решении задачи используются следующие исходные положения.

1. На практике обычно не представляется возможным подробно анализировать природу нелинейных, нестационарных и сигнальных возмущений объекта с целью их дальнейшей компенсации. Однако в большинстве случаев возможно указать желаемое поведение проектируемой системы в терминах дифференциальных уравнений, т. е. определить программное движение. Поэтому наиболее рациональной в техническом плане является формулировка задачи инвариантного адаптивного управления для нелинейного объекта — как задачи обеспечения программного движения в условиях неконтролируемых возмущений на объект [4].

2. Предлагается, что из всех возможных управлений существу задачи наиболее соответствует класс разрывных управлений, т. е. управлений, построенных с использованием разрывных функций. Действительно, для компенсации быстрых и значительных параметрических, сигнальных и нелинейных взаимодействий необходимо безынерционно формировать любые по значению и независимые по фазе и амплитуде сигналы управления. Такую возможность и представляют разрывные управления [5].

3. Предполагается ориентироваться на скользящий режим как на основной, с помощью которого удастся решить сформулированную выше задачу. Известны линеаризующие, инвариантные и адаптивные свойства скользящих режимов [5]. Однако, как показывают исследования [6], реализация скользящих режимов непосредственно на физических объектах с помощью прямого

разрывного управления сопряжена с трудностями, граничащими с нереализуемостью. Поэтому в статье предлагается использование не прямых разрывных управлений, с помощью которых реализуются скользящие режимы только на модели (вспомогательной динамической подсистеме).

Предлагаемый подход основан на общем нелинейном нестационарном описании объекта в виде

$$\dot{x} = F(t, x, u, \xi, f); \quad (1)$$

$$y = Cx, \quad (2)$$

где  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния;  $u$  — скалярное управление;  $\xi$  — дополнительное скалярное управление;  $f$  —  $l$ -мерный вектор сигнальных возмущений;  $y$  — скалярный выход объекта;  $C$  — матрица выхода.

Полагается, что желаемым является программное движение объекта, заданное эталонной системой дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + b\bar{u}; \quad (3)$$

$$\bar{y} = C\bar{x}, \quad (4)$$

где  $A, b$  — матрицы модели и управления с известными постоянными элементами;  $\bar{x}$  —  $n$ -мерный вектор состояния модели.

Решается задача: за счет дополнительного управления обеспечить движение объекта по заданной программе (3) и (4):

$$x = \bar{x}.$$

Описание объекта (1) в терминах программного движения имеет вид

$$\dot{x} = Ax + b(u + \xi) + h(t, x, u, \xi, f), \quad (5)$$

где  $h(t, x, u, \xi, f)$  —  $n$ -мерный вектор неизвестных нелинейных нестационарных возмущений на объект.

Решение общей задачи построения инвариантного адаптивного управления складывается из двух подзадач:

получения достоверных оценок на априорно неизвестные координаты вектора возмущений  $h(t, x, u, \xi, f)$ ;

формирования дополнительного управления на объект компенсирующего нелинейные нестационарные возмущения.

В основу подхода положены две физические идеи. Первая заключается в том, что все возмущающие воздействия на линейный стационарный объект могут быть скомпенсированы, если они эквивалентным образом при-

ведены к скалярному входу и при этом ограничены. Тогда принципиально возможно построить некоторое дополнительное и противоположное по знаку управление, компенсирующее возмущающие воздействия. Известно, что условием приведения ко входу любых возмущений, действующих на динамический объект, является непрерывность их производных. С математической точки зрения это означает преобразование координат, в результате которого новое описание объекта имеет вид, при котором дополнительное управление и все неидеальности входят в виде линейной комбинации только водно из дифференциальных уравнений системы, описывающей движение объекта. В такой постановке задачи естественное ограничение на ее принципиальное решение заключается в условии непрерывности и ограниченности производных от координат вектора  $h(t, x, u, \xi, f)$ . Причем очевидно, что чем меньше индекс координаты вектора  $h$ , т. е. возмущение  $h_i(t, x, u, \xi, f)$  находится дальше от входа, тем для более высокой производной от  $h_i(t, x, u, \xi, f)$  требуется ограниченность в пределе до  $n$ -й производной включительно, если возмущение действует непосредственно на выход.

Вторая физическая идея, положенная в основу построения инвариантного самонастраивающего управления  $\xi$ , заключается в том, что вектор  $h(t, x, u, \xi, f)$  легко восстанавливается на модели, причем процедура восстановления реализуется в скользящем режиме.

Модель задается в виде:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b(u + \xi) + \varphi, \quad (6)$$

где  $\varphi$  —  $n$ -мерная разрывная вектор-функция;  $\hat{x}$  —  $n$ -мерный вектор состояния модели.

За счет выбора соответствующих по знаку и значению координат вектора  $\varphi$  на системе (6) организуется  $n$ -мерный скользящий режим, при котором

$$\hat{x} - x = 0. \quad (7)$$

Отсюда

$$\varphi = \dot{h}(t, x, u, \xi, f). \quad (8)$$

Таким образом, полученный в скользящем режиме на модели (6) вектор разрывных управлений  $\varphi$  дает достоверную оценку на координаты вектора  $h(t, x, u, \xi, f)$ .

Характерной особенностью сигналов  $\varphi$  является их разрывность, в то время как для построения инвариантного самонастраивающего управления  $\xi$  требуется наличие производных от них. Известно, что операция фильтрации обладает сглаживающим свойством, т. е. от отфильтрованных разрывных сигналов  $\hat{\varphi}$  можно получить непрерывные производные до номера, равного порядку фильтра. Поэтому для получения оценок на производные от координат вектора  $h(t, x, u, \xi, f)$  в систему вводится дифференцирующий фильтр:

$$\dot{\hat{\varphi}} = W\hat{\varphi} + V\varphi,$$

где  $W$  — матрица с блоками нормальной канонической формы в диагонали;  $\hat{\varphi}$  —  $n^2$ -мерный вектор состояния фильтра;  $V$  — матрица управления фильтра.

Кроме фильтра дифференцирующими свойствами может обладать сам объект (при наличии не только плюсов, но и нулей в его описании). Это приводит к тому, что сформированный сигнал адаптации в общем случае также должен быть дополнительно отфильтрован. С помощью фильтра управления достигается требуемая степень гладкости дополнительного адаптивного управ-

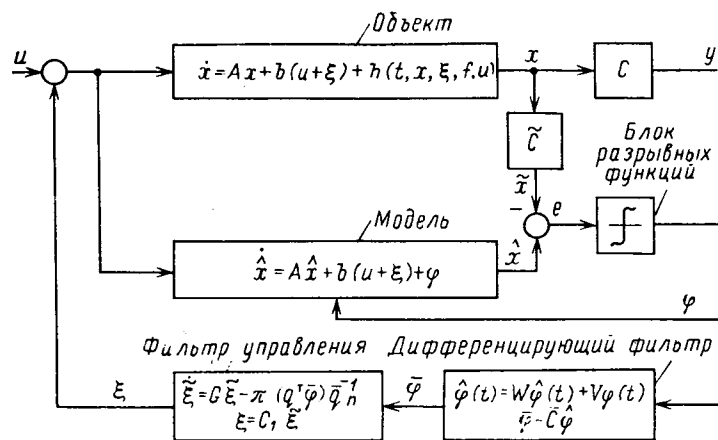


Рис. 1. Структурная схема адаптивной системы с непрямым разрывным управлением

ления. Движение фильтра описывается уравнением вида

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}} &= G\tilde{\xi} + \mu\bar{\varphi}; \\ \tilde{\xi} &= C_1\tilde{\xi}, \end{aligned}$$

где  $\tilde{\xi}$  — вектор состояния фильтра;  $G, \mu$  — матрицы системы и фильтра управления;  $C_1$  — матрица выхода.

Структурная схема системы с управлением приведена на рис. 1. При любых воздействиях на объект происходит настройка вспомогательной модели под объект. На сравнивающем устройстве оценивается ошибка между измеряемыми координатами объекта  $\tilde{x}$  и подсистемы  $\hat{x}$ . Блок разрывных функций при этом формирует необходимое по знаку и амплитуде воздействие на модель. В результате на модели возникает скользящий режим, при котором движение подсистемы и объекта совпадает. Выходной сигнал разрывного блока  $\varphi$  определяет отличие модели, т. е. вектор  $h(t, x, u, \xi, f)$ , от объекта. Одновременно  $\varphi$  поступает на дифференцирующий фильтр. Отфильтрованная функция  $\hat{\varphi}$  имеет непрерывные производные до  $(n-1)$ -й включительно. Блок  $C$  осуществляет перенумерацию полученных координат вектора  $\hat{\varphi}$  в соответствии с координатами вектора  $h$ . При наличии нулевой в описании объекта в состав системы управления вводится также фильтр управления. Сигнал с его выхода формирует требуемое дополнительное управление  $\xi$  на объект. Одновременно оно поступает и на модель, возвращая ее в исходное эталонное состояние.

Математическое обоснование подхода приведено в приложении 1.

Разработанный подход был использован для разработки адаптивного регулятора жесткого электромеханического объекта. Как известно [2], большинство электромеханических объектов обладают свойствами нестационарности (режим прерывистого тока, влияние нагрузки на параметры якорной цепи, изменения постоянной времени механизма, связанные с технологией и постоянной времени двигателя, связанные с изменением потока возбуждения двигателя), нелинейности (момент сухого трения) и находятся в силовом взаимодействии с окружающей средой (возмущения по моменту статических сопротивлений). Все указанные неидеальности входят в класс, на который рассчитан описанный выше подход.

В приложении 2 приводится процедура разработки инвариантного адаптивного регулятора скорости для нелинейного электромеханического объекта. Структурная схема регулятора приведена на рис. 2, где пунктирной

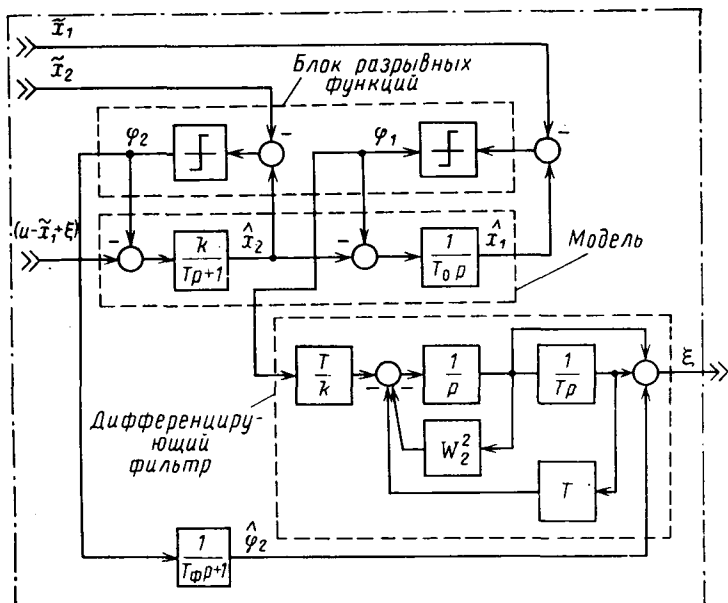


Рис. 2. Структурная схема адаптивного регулятора скорости

линией выделены блоки, соответствующие общей структурной схеме рис. 1.

Процессы, протекающие в данном регуляторе, можно пояснить следующим образом. В контуре, содержащем первый релейный элемент и апериодическое звено  $\frac{k}{T_p + 1}$  возникает скользящий режим, при котором сигнал  $\hat{x}_2 = \tilde{x}_2$ . Так как на вход замкнутого контура тока и модель  $\frac{k}{T_p + 1}$  поступает одинаковый входной сигнал, то средняя составляющая разрывного сигнала  $\varphi_2$  характеризует неидеальность, которая должна быть компенсирована за счет дополнительного управления. С этой целью сигнал  $\varphi_2$  сглаживается на фильтре  $\frac{1}{T_{\Phi p} + 1}$  и далее подает на вход системы.

В контуре, содержащем релейный элемент и интегратор  $\frac{1}{T_0 p}$ , также существует скользящий режим, при котором сигнал  $\hat{x}_1 = \tilde{x}_1$ . Однако в этом случае адаптивный сигнал формируется с помощью дифференцирующего фильтра, так как он должен преодолеть инерционность замкнутого контура тока, который за счет первого контура адаптации приведен к эталонному виду. С помощью скользящего режима по  $x_1$  на входе релейного элемента  $\varphi_1$  восстанавливается неидеальность, присущая объекту (изменения электромеханической постоянной времени, внешние возмущения и т.п.). Далее с помощью фильтра данный сигнал преобразуется из разрывного в непрерывный и одновременно получается оценка на его первую производную. Линейная комбинация данных сигналов подается на вход системы.

Таким образом модель, составленная из апериодического звена  $\frac{k}{T_p + 1}$  и интегратора  $\frac{1}{T_0 p}$  обладает дуальными свойствами. За счет скользящих режимов происходит непрерывная настройка модели под объект. Одновременно за счет непрерывного адаптивного управления происходит возвращение модели к заданному эталонному виду.

Практическая работоспособность предлагаемых алго-

ритмов адаптивного управления была подтверждена опытно-промышленными испытаниями адаптивного регулятора частоты вращения, проведенными на приводе проволочного прокатного стана фирмы «СКЕТ» (ГДР)<sup>1</sup> в составе унифицированных комплектов систем тиристорного электропривода постоянного тока типа ТРАНСРЕШ-Si.

Основная задача системы управления электроприводом: обеспечить высокие инвариантные свойства системы на всем диапазоне регулирования скорости. За счет применения современных высококачественных средств управления в существующей системе обеспечиваются следующие показатели стабилизации скорости при заходе полосы в клеть (обжимная группа): динамическое падение скорости 2 %, время восстановления 0,4 с (рис. 3, а). Повышение инвариантных свойств системы за счет увеличения коэффициента усиления регулятора скорости невозможно, так как приводит к неустойчивости системы (на регуляторе скорости установлен  $\beta_c = 80$ ). Далее за счет снижения запаса устойчивости при работе на скоростях выше основной в системе возникают автоколебательные процессы. Существующий адаптивный регулятор осуществляет ступенчатое изменение коэффициента усиления в контуре скорости. Однако внутри диапазона никаких самонастроек не предусмотрено, поэтому при наихудшем сочетании параметров система способна стать неустойчивой (рис. 3, б).

Данные особенности системы явились предпосылкой для ее совершенствования с помощью разработанных алгоритмов. Регуляторы были реализованы на интегральных микросхемах типа К544УД1А в габаритном исполнении, соответствующем стандартным платам основной системы управления. При их подключении к функционирующей в режиме прокатки (нормальном рабочем режиме) системе управления электроприводом прокатной клетки удалось достигнуть следующих резуль-

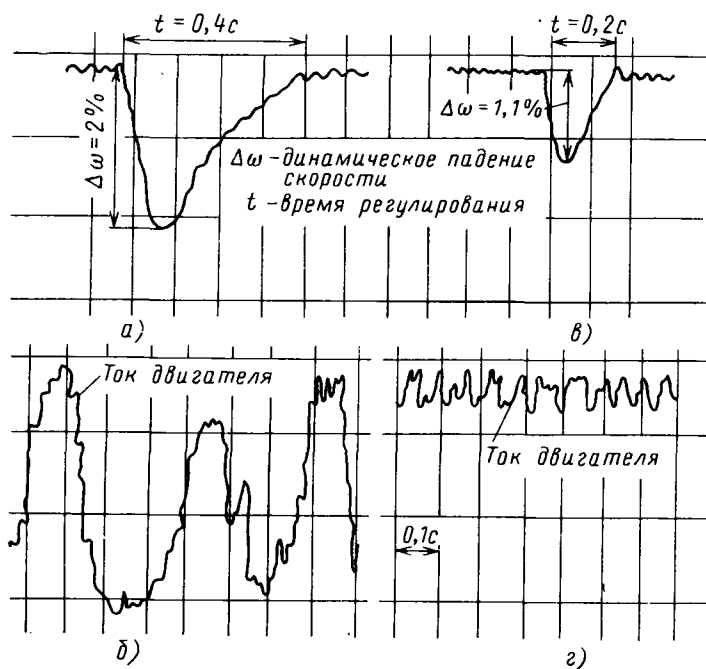


Рис. 3. Осциллограммы переходных процессов в электроприводе клетки

<sup>1</sup> Экспериментальные исследования регулятора на объекте были проведены с участием инж. В. А. Булавина.

татов: снизить провал по скорости до 1,1 % и обеспечить время восстановления приблизительно 0,2 с (рис. 3, в), т. е. реализовать технические требования к качеству регулирования с большим запасом как по отклонению скорости, так и по времени ее восстановления. При работе на холостом ходу за счет применения дополнительного регулятора удалось существенным образом стабилизировать ток в системе. На рис. 3, г приведена кривая тока в системе с синтезированным управлением. Амплитуда колебаний была снижена в 3 раза.

**Выводы.** Существенные трудности, возникающие при попытках применения прямых скользящих режимов для совершенствования современных систем электропривода могут быть преодолены за счет использования модели с двойными свойствами — дуальных моделей. Реализация на данных моделях многомерных скользящих режимов одновременно идентифицирующих неидеальности, присущие объекту, и компенсирующих их, позволяет построить такое дополнительное непрерывное управление на систему электропривода, которое приводит ее движение к заданному эталонному процессу.

Опытно-промышленные испытания разработанных принципов разрывного управления подтвердили правильность основных теоретических положений и позволили существенным образом улучшить динамические свойства электромеханических систем управления клеей прокатных станов.

**Приложение 1.** Предлагаемый подход строится исходя из общего нелинейного нестационарного описания объекта. Предполагается, что оно известно с точностью до некоторых постоянных стационарных параметров матриц  $A$  и  $B$  в виде

$$\dot{x} = Ax + b(u + \xi) + h(t, x, u, \xi, f); \quad (\text{П1-1})$$

$$x = Cx; \quad (\text{П1-2})$$

$$y = Cx, \quad (\text{П1-3})$$

где  $h(t, x, u, \xi, f)$  —  $n$ -мерный вектор нелинейных нестационарных возмущений;  $A, b$  — известные матрицы линейного стационарного приближения объекта;  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния;  $u$  — управление;  $f$  —  $l$ -мерный вектор сигнальных возмущений;  $\tilde{x}$  —  $n$ -мерный вектор измеряемых координат;  $y$  — выходная координата;  $\tilde{C}$  —  $(n \times n)$  матрица измерений;  $C$  — матрица выхода; — вектор дополнительного управления.

Решается задача: за счет дополнительного управления  $\xi$  обеспечить движение объекта, которое будет описываться системой линейных стационарных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + bu; \quad (\text{П1-4})$$

$$y = C\tilde{x}; \quad (\text{П1-5})$$

где  $\tilde{x}$  —  $n$ -мерный вектор состояния модели.

В основу подхода положено эквивалентное (по входу—выходу) представление объекта (П1-1), получаемое в результате преобразования координат вида

$$z = Sx + P(\tilde{h} + \tilde{D}\xi), \quad (\text{П1-6})$$

где

$$S = [C^T : (CA)^T : (CA^2)^T : \dots : (CA^{n-1})^T]^T;$$

$$\tilde{\xi}^T = \left[ \xi : \frac{d}{dt} \xi : \dots : \frac{d^{n-2}}{dt^{n-2}} \xi \right]^T;$$

$$\tilde{D} = \text{diag} \{ \alpha_i \}_{i=1}^{n-1};$$

$$\tilde{h}^T = \left[ h^T : \frac{d}{dt} h^T : \dots : \frac{d^{(n-2)}}{dt^{(n-2)}} h^T \right]^T;$$

$$P = \begin{bmatrix} O & O & O & \dots & O & O \\ C & O & O & \dots & O & O \\ CA & C & O & \dots & O & O \\ CA^2 & CA & C & \dots & : & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & O & \vdots \\ CA^{n-3} & CA^{n-4} & CA^{n-5} & \dots & C & O \\ CA^{n-2} & CA^{n-3} & CA^{n-4} & \dots & CA & C \end{bmatrix}.$$

Физический смысл рассматриваемого преобразования заключается в переходе от координат объекта к производным от выходного сигнала. При  $\det S \neq 0$  уравнение (П1-1) переписывается в виде

$$\dot{z} = Hz + Q(\tilde{h} + \tilde{D}\xi) + du, \quad (\text{П1-7})$$

где  $H = SAS^{-1}$ ;  $Q = [S : P] - [SAS^{-1}P : O]$ ;  $d = Sb$ ;

$O$  —  $(n \times n)$  — нулевой блок;  $D = \text{diag} \{ d_i \}_{i=1}^n$

$$\tilde{h}^T = \left[ \tilde{h}^T : \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} \tilde{h}^T \right]; \quad \tilde{\xi}^T = \left[ \tilde{\xi}^T : \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} \tilde{\xi} \right]^T.$$

При  $u=0$  координаты вектора  $z$  есть производные от  $x_1$  до  $(n-1)$ -й включительно. Матрица  $Q$  имеет структуру

$$Q = \begin{bmatrix} O \\ \frac{O}{q^T} \end{bmatrix}, \quad (\text{П1-8})$$

где  $O$  —  $((n-1) \times n^2)$  — нулевой блок;  $q$  —  $n^2$ -мерный вектор-столбец.

В результате все координаты векторов  $\tilde{h}$  и  $\tilde{\xi}$  входят в виде линейной комбинации только в одно последнее уравнение системы (6). Если реализовать дополнительное управление так, чтобы соблюдалось равенство

$$\bar{q}\tilde{\xi} = q^T\tilde{h}, \quad (\text{П1-9})$$

где  $\bar{q} = q^TD$ , то в системе реализуется программное движение (3).

Из последнего выражения видно, что при известном значении  $q^T\tilde{h}$  вычисление  $\xi$  осуществляется с помощью фильтра вида

$$\dot{\tilde{\xi}} = G\tilde{\xi} + \mu\tilde{h}.$$

$$\xi = C_1\tilde{\xi},$$

где  $\tilde{\xi} = \{\tilde{\xi}_i\}_{i=1}^{n-1}$ ;  $G = \begin{bmatrix} O : I_{(n-2)} \\ g^T \end{bmatrix}$ ;  $g = \{q_i g_n^{-1}\}_{i=1}^{n-1}$ ;  $\mu = \pi q^T g_n^{-1}$ ;  $\pi^T = (0 \dots 0 g_1)$ ;  $C = [10 \dots 0]$ .

Сигнал с выхода фильтра есть требуемое дополнительное управление.

Задача восстановления координат вектора  $h$  решается с помощью вспомогательной динамической подсистемы вида (6). Уравнение ошибки движения объекта (П1-1) и системы (6) имеет вид

$$\frac{d}{dt} e = Ae + \varphi - h(t, x, u, \xi, f),$$

где  $e = \hat{x} - x$ .

В системе (9) организуется  $n$ -мерный скользящий режим за счет выбора координат вектора  $\varphi$  в соответ-

ствии с неравенствами

$$e_i \varphi_i < 0; |\varphi_i| > |r_i A e - r_i h(t, x, u, \xi, f)|,$$

где  $r^i$  —  $n$ -мерная строка, причем  $r_i^i = 1$ ,  $r_j^i = 0$ .

На скользящем режиме справедливо равенство

$$\varphi(t) \approx h(t, x, u, \xi, f).$$

Для получения производных от координат вектора  $\varphi(t)$  используем дифференцирующий фильтр вида

$$\hat{\varphi}(t) = W \dot{\varphi}(t) + V \varphi(t),$$

где  $W = \text{diag}\{W_i\}_{i=1}^n$ , причем  $W_i = \left[ \frac{0 : I_{(n-1)(n-1)}}{W_i} \right]$ ;  $\hat{\varphi}$  —  $n^2$ -мерный вектор состояния фильтра;  $V^T = [V_1^T : V_2^T : \dots : V_n^T]$ ,  $V_i = \{V_{kj}^i\}_{j=1}^n$ , причем  $V_{ni}^i = W_i^i$ ;  $V_{kj}^i = 0$  при  $k \neq n$ ;  $j \neq i$ .

При  $W_i^i \rightarrow \infty$  и соответствующей перенумерации координат вектора  $\hat{\varphi}$  имеем

$$\lim \tilde{\varphi} = \tilde{h},$$

где  $\tilde{\varphi} = \tilde{C} \hat{\varphi}$ ;  $W_i^i \rightarrow \infty$ ;  $\tilde{C}$  — матрица, реализующая процедуру перенумерации координат вектора.

Подставляя  $\tilde{\varphi}$  в выражение (8), получаем реализацию управления, удовлетворяющего (П1-9).

**Приложение 2.** Разработка регулятора скорости. В качестве примера применения предлагаемого подхода рассмотрим процедуру построения регулятора скорости для двигателя постоянного тока (жесткого электромеханического объекта). Предполагаем, что, объект имеет следующее описание:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{T_0} (x_2 + h_1); \quad (\text{П2-1})$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{T} [-x_2 + k(-x_1 + u + \xi + h_2)], \quad x_1 = \tilde{x}_1; \quad x_2 = \tilde{x}_2;$$

$$y = x_1, \quad (\text{П2-2})$$

где  $x_1$  — сигнал по скорости;  $x_2$  — сигнал по току;  $T_0$  — постоянная времени объекта;  $T$ ,  $k$  — постоянная времени и коэффициент усиления якорной цепи двигателя.

Сигналы основного и дополнительного управления  $u$  и  $\xi$  формируются через управляемый линейный преобразователь. С помощью координат  $h_1$  и  $h_2$  учитываются нестационарности реальных параметров системы, возмущения по моменту статических сопротивлений и нелинейности.

Модель с разрывным управлением строится в виде

$$\dot{\hat{x}}_1 = \frac{1}{T_0} (x_2 + \varphi_1);$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \frac{1}{T} [-x_2 + k(-x_1 + u + \xi + \varphi_2)].$$

Выберем разрывные функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в соответствии с неравенствами (П1-13) в виде

$$\varphi_1 = k_1 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1); \quad \varphi_2 = k_2 \text{sign}(\hat{x}_2 - x_2),$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  — постоянные коэффициенты.

При этом

$$\hat{x}_1 - x_1 = 0; \quad \hat{x}_2 - x_2 = 0.$$

После преобразования исходных уравнений описание объекта (П1-17), (П1-18) имеет вид

$$\dot{z}_1 = z_2;$$

$$z_2 = -\frac{1}{T} z_2 - \frac{k}{T_0 T} r_1 + \frac{k}{T_0 T} u + \frac{k}{T_0 T} \xi + \frac{1}{T_0 T} h_1 + \frac{k}{T_0 T} h_2 + \frac{1}{T_0} \frac{dh_1}{dt}.$$

Отсюда дополнительное управление имеет вид

$$\xi = -\frac{1}{k} \bar{h}_1 - \bar{h}_2 - \frac{T}{k} \frac{dh}{dt}.$$

Наличие производной от  $h_1$  в последнем выражении означает, что для реализации программного управления необходимо иметь ограниченные по скорости внешние возмущения как по моменту статических сопротивлений, так и по параметрам. С другой стороны, нелинейности, имеющие ограниченные производные, например типа сухое трение<sup>2</sup>, не накладывают никаких ограничений на применение подхода.

Оценки на  $\bar{h}_1$ ,  $\bar{h}_2$ ,  $\frac{dh_1}{dt}$  реализуются с помощью фильтра вида

$$\dot{\hat{\varphi}}_2 = -W_1^1 \hat{\varphi}_2 + W_1^1 \varphi_2;$$

$$\dot{\hat{\varphi}}_1 = \hat{\varphi}_2;$$

$$\dot{\hat{\varphi}}_3 = -W_1^2 \hat{\varphi}_1 - W_2^2 \hat{\varphi}_2 + W_1^2 \varphi_1.$$

Действительно, при  $W_1^1, W_1^2 \rightarrow \infty$  имеют место равенства

$$\hat{\varphi}_1 = \bar{h}_1; \quad \hat{\varphi}_2 = \bar{h}_2; \quad \hat{\varphi}_3 = \frac{dh_1}{dt}.$$

Отсюда реализация дополнительного управления осуществляется в виде

$$\xi = \frac{1}{k} \hat{\varphi}_1 - \hat{\varphi}_2 - \frac{T}{k} \varphi_3.$$

#### Список литературы

1. Эшер Р. Б., Андриаси П. Д., Дорато П. Литература по адаптивным системам управления. — ТИИЭР, 1976, т. 64, № 8.
2. Борцов Ю. А., Юнгер И. Б. Адаптивный однопараметрический регулятор для унифицированных комплексов устройств электропривода. — Электричество, 1981, № 11.
3. Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д., Путов В. В. Адаптивное автоматическое управление электромеханическими системами. — Электричество, 1982, № 7.
4. Смирнов Е. Я. Некоторые задачи математической теории управления. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1981.
5. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. — М.: Наука, 1981.
6. Юнгер И. Б. Использование режимов, близких к скользящим в нестационарных электромеханических системах. — Электромеханика, 1979, № 3.
7. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими объектами. — М.: Наука, 1981.

[31.01.84]

<sup>2</sup> Как известно, нелинейность типа сухое трение была описана еще Кулоном с помощью полунепрерывных многозначных функций. В упрощенном виде функция имеет вид:

$$M_T = \begin{cases} M_g - M_c & \text{при } (M_g - M_c) < C_1; \\ C_1 & \text{при } (M_g - M_c) > C_1, \end{cases}$$

где  $M_g$  — момент, развиваемый исполнительным устройством,  $M_c$  — момент статических сопротивлений;  $C_1$  — постоянный коэффициент.

# Формирование механических характеристик управляемых асинхронных двигателей малой мощности

ЛУКОВНИКОВ В. И., доктор техн. наук, ГРАЧЕВ С. А., канд. техн. наук, ГУСЕВ А. М., инж.

Главное внимание при проектировании маломощных управляемых асинхронных двигателей (АД) уделяется формированию статических механических характеристик, требуемых по условиям применения. Обычно управляемые АД используются в качестве управляемых источников перемещения (УИП), усилия (УИУ) и мощности (УИМ). Все разновидности статических механических характеристик АД, работающих в данных режимах, можно свести к идеализированным линейным характеристикам с нулевой для УИП, с бесконечно большой для УИУ и некоторой промежуточной для УИМ жесткостями. С изменением управляющего сигнала характеристики должны смещаться параллельно и пропорционально.

Реализовать в АД линейные механические характеристики, имеющие предельные жесткости, невозможно, но можно получить характеристики, близкие к идеальным экскаваторным [1], что при некоторых условиях равносильно.

Действительно, экскаваторная характеристика с нулевой крутизной «крыши» оказывается пригодной для режима УИП, если с изменением управляющего сигнала будет пропорционально смещаться ее точка холостого хода, а точка пуска будет покоиться. Для режима УИУ пригодна экскаваторная характеристика с бесконечно большой крутизной «спада», в которой при изменении управляющего сигнала покоится точка холостого хода и пропорционально смещается точка пуска. Очевидно, что с изменением знака управляющего сигнала (реверс) должен меняться знак пускового усилия в первом случае и скорости холостого хода во втором.

Если механическая характеристика АД в соответствии с приведенным в конце статьи списком обозначений представляется в относительных по [2 и 3] величинах в виде прямой  $v(f, \beta)$  и обратной  $f(v, \beta)$  аналитических зависимостей, то согласно сказанному можно записать следующие критериальные уравнения для режимов УИП, УИУ и УИМ соответственно:

$$v_0 = \beta, f = \text{sign } \beta, \dot{v}_0 = 0; \quad (1)$$

$$v_0 = \text{sign } \beta, f_0 = \beta, \dot{f}_0 = 0; \quad (2)$$

$$v_0 = f_0 = \beta, \dot{v}_0 = \dot{f}_0 = -1. \quad (3)$$

Отметим, что условия равенства нулю или отрицательной единице крутизны в точках холостого хода  $\dot{v}_0$  и пуска  $\dot{f}_0$  являются необходимыми, но недостаточными для обеспечения линейности и параллельного смещения механических характеристик. Однако они очень удобны для синтеза АД по заданному виду статической механической характеристики и, как показывает опыт [2], дают хорошее приближение к идеальным результатам.

Следуя [2 и 3], можно найти, что выражение для механической характеристики двухфазного АД, подключенного к источникам напряжений со всеми регулируемые параметрами (потенциальное управление)

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= U_{2m, N} k \gamma_1(t) \sin \left[ \omega_N \int \alpha(t) dt + \varphi_1(t) \right]; \\ u_2 &= U_{2m, N} \gamma_2 \sin \left[ \omega_N \int \alpha(t) dt + \varphi_2(t) \right], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

имеет вид

$$f = \frac{(\gamma_1^2 + k^{-2} \gamma_2^2 + 2k^{-1} \gamma_1 \gamma_2 \sin \varphi) (\alpha - v)}{(a + bL^2) (\alpha - v)^2 + c \alpha (\alpha - v) + d \alpha^2 + e} - \frac{(\gamma_1^2 + k^{-2} \gamma_2^2 - 2k^{-1} \gamma_1 \gamma_2 \sin \varphi) (\alpha + v)}{(a + b \alpha^2) (\alpha + v)^2 + c \alpha (\alpha + v) + d \alpha^2 + e}, \quad (5)$$

где условно опущено обозначение времени  $t$  в обозначениях переменных сигналов управления, скорости и усилия, а коэффициенты определяются через стнссительные сопротивления схемы замещения по формулам:

$$\begin{aligned} a &= 4 r_1^2 \{ r_1^2 + x_1^2 + (1 + x_2 x_m^{-1})^{-2} [2r_1 + x_2^2 + r_1^2 x_m^{-2} + \\ &+ 2x_1 x_2 (1 + x_2 x_m^{-1}) + (1 + x_1 x_m^{-1})^2] \}^{-1}; \\ b &= a r_1^{-2} [x_1 + x_2 (1 + x_2 x_m^{-1})^{-1}]^2; \\ c &= 2 a r_1^{-1} (1 + x_2 x_m^{-1})^{-2}; \\ d &= a r_1^{-2} (1 + x_2 x_m^{-1})^{-2} (1 + x_1 x_m^{-1})^2; \\ e &= a x_m^{-2} (1 + x_2 x_m^{-1})^{-2}. \end{aligned}$$

Для случая токового управления, когда фазные токи первичного элемента равны:

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) &= I_{2m, N} k^{-1} \gamma_1(t) \sin \left[ \omega_N \int \alpha(t) dt + \varphi_1(t) \right]; \\ i_2(t) &= I_{2m, N} \gamma_2(t) \sin \left[ \omega_N \int \alpha(t) dt + \varphi_2(t) \right], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

механические характеристики определяются из соотношения

$$f = \frac{(\gamma_1^2 + k^2 \gamma_2^2 + 2k \gamma_1 \gamma_2 \sin \varphi) (\alpha - v) \alpha^2}{a_1 (\alpha - v) + d_1 \alpha^2} - \frac{(\gamma_1^2 + k^2 \gamma_2^2 - 2k \gamma_1 \gamma_2 \sin \varphi) (\alpha + v) \alpha^2}{a_1 (\alpha + v) + d_1 \alpha^2}, \quad (7)$$

где  $a_1 = 4 [1 + (x_m + x_2)^{-2}]^{-1}$ ;  $d_1 = 4 [1 + (x_m + x_2)^{-2}]^{-1}$ .

В табл. 1 приведены соотношения для относительных параметров  $v_0, \dot{v}_0, f_0, \dot{f}_0$  механических характеристик, найденные по выражениям (5) и (7) для наиболее употребительных частных случаев управления асинхронными двигателями, имеющими единичный коэффициент трансформации и круговое поле при пуске.

Если АД спроектирован с пуском при круговом поле, то развиваемое им относительное усилие  $f=1$  при  $v=0$ . Согласно соотношениям (5) и (7) в этом случае необходимо, чтобы  $a+b+c+d+e=4$  и  $a_1+d_1=4$  при номинальных значениях сигналов управления  $\gamma_1=\gamma_2=\alpha=\sin \varphi=1$ .

Применяя к приведенным в табл. 1 зависимостям критерии (1)–(3), можно установить, что между параметрами схемы замещения АД необходимо обеспечить такие соотношения, чтобы в режиме УИУ при потенциальном управлении

$$a+b=d+e=2-0,5 \text{ с}, \quad (8)$$

а при токовом

$$a_1=d_1=2; \quad (9)$$

в режиме УИМ с потенциальным управлением

$$a+b=d+e=c=0, \quad (10)$$

а с токовым

$$a_1=0, d_1=4. \quad (11)$$

Режим, близкий к УИП, обеспечивается лишь при потенциальном амплитудно-частотном управлении АД.

Таблица 1

Способ управления		Параметры характеристик асинхронного двигателя			
		Крутизна в точке холостого хода $v_0$	Управление для определения скорости холостого хода $v_0$	Крутизна в точке пуска $f_0$	Пусковое усилие $f_0$
Потенциальное управление	Амплитудное, $\varphi = 90^\circ, \alpha = \gamma_2 = 1, \gamma_1 = \text{var}$	$\left\{ \frac{(1 + \gamma_1)^2 [(a + b)(1 - v_0)^2 - d - e]}{[(a + b)(1 - v_0)^2 + c(1 - v_0) + d + e]^2} + \frac{(1 - \gamma_1)^2 [(a + b)(1 + v_0)^2 - d - e]}{[(a + b)(1 + v_0)^2 + c(1 + v_0) + d + e]^2} \right\}^{-1}$	$\frac{(1 - v_0)[(a + b)(1 + v_0)^2 + c(1 + v_0) + d + e]}{(1 + v_0)[(a + b)(1 - v_0)^2 + c(1 - v_0) + d + e]} = \left( \frac{1 - \gamma_1}{1 + \gamma_1} \right)^2$	$\frac{2(1 + \gamma_1^2)(a + b - d - e)}{(a + b + c + d + e)^2}$	$\gamma_1$
	Фазовое, $\alpha = \gamma_1 = \gamma_2 = 1, \varphi = \text{var}$	$\left\{ \frac{2(1 + \sin \varphi)[(a + b)(1 - v_0)^2 - d - e]}{[(a + b)(1 - v_0)^2 + c(1 - v_0) + d + e]^2} + \frac{2(1 - \sin \varphi)[(a + b)(1 + v_0)^2 - d - e]}{[(a + b)(1 + v_0)^2 + c(1 + v_0) + d + e]^2} \right\}^{-1}$	$\frac{(1 - v_0)[(a + b)(1 + v_0)^2 + c(1 + v_0) + d + e]}{(1 + v_0)[(a + b)(1 - v_0)^2 + c(1 - v_0) + d + e]} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$	$\frac{4(a + b - d - e)}{(a + b + c + d + e)^2}$	$\sin \varphi$
	Амплитудно-частотное, $\varphi = 90^\circ, \alpha = \gamma_2 = \gamma_1 = \text{var}$	$-\frac{d\alpha^2 + e}{4\alpha^2}$	$v_0 = \alpha$	$\frac{4\alpha^2 [\alpha_2(a + b\alpha^2) - \rightarrow]}{[\alpha^2(a + b\alpha^2 + \rightarrow)]} \rightarrow \frac{4\alpha^3}{\alpha^2 [(a + b\alpha^2) + (c + d) + e]}$	
Токовое управление	Амплитудное, $\varphi = 90^\circ, \alpha = \gamma_2 = 1, \varphi = \text{var}$	$\left\{ \frac{(1 + \gamma_1)^2 [a_1(1 - v_0)^2 - d_1]}{[a_1(1 - v_0)^2 + d_1]^2} + \frac{(1 - \gamma_1)^2 [a_1(1 + v_0)^2 - d_1]}{[a_1(1 + v_0)^2 + d_1]^2} \right\}^{-1}$	$\frac{(1 - v_0)[a_1(1 + v_0)^2 + d_1]}{(1 + v_0)[a_1(1 - v_0)^2 + d_1]} = \left( \frac{1 - \gamma_1}{1 + \gamma_1} \right)^2$	$\frac{2(1 + \gamma_1^2)(a_1 - d_1)}{(a_1 + d_1)^2}$	$\gamma_1$
	Фазовое $\alpha = \gamma_1 = \gamma_2 = 1, \varphi = \text{var}$	$\left\{ \frac{2(1 + \sin \varphi)[a_1(1 - v_0)^2 - d_1]}{[a_1(1 - v_0)^2 + d_1]^2} + \frac{2(1 - \sin \varphi)[a_1(1 + v_0)^2 - d_1]}{[a_1(1 + v_0)^2 + d_1]^2} \right\}^{-1}$	$\frac{(1 - v_0)[a_1(1 + v_0)^2 + d_1]}{(1 + v_0)[a_1(1 - v_0)^2 + d_1]} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$	$\frac{4(a_1 - d_1)}{(a_1 + d_1)^2}$	$\sin \varphi$
	Частотное, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1, \varphi = 90^\circ, \alpha = \text{var}$	$-\frac{d_1}{4}$	$v_0 = \alpha$	$\frac{4(a_1 - d_1)}{(a_1 + d_1)^2}$	$\alpha$

если точный критерий  $v_0 = 0$ , который выполняется в данном случае при  $d = e = 0$  (что соответствует нереальному условию равенства нулю активного сопротивления обмоток вторичного элемента), заменить приближенным  $v_0 = -\delta$ , где  $\delta > 0$  и мало. Последнее требование можно реализовать при

$$a = c = e = 0, b + d = b + 4\delta = 4. \quad (12)$$

В табл. 2 приведены выражения для относительных параметров механических характеристик АД, предназначенных для работы в различных управляемых режимах, и указаны соотношения между параметрами схемы замещения АД с немагнитным вторичным элементом, при которых реализуются с желаемой точностью несобходимые для этого условия (8)–(12). В табл. 2 обозначено: *ПуТАУ*, *ПуТФУ* — соответственно потенциальное и токовое амплитудные, фазовые управления; *ПАЧУ* — потенциальное амплитудно-частотное управление; *ТЧУ* — токовое частотное управление.

Из представленных на рис. 1, а механических характеристик серийного электродвигателя АДП-563А следует, что серийные исполнительные АД наилучшим образом приспособлены к работе в режиме УИМ при потенциальных амплитудном и фазовом управлениях, что естественно, так как при проектировании их для

систем автоматики большое внимание уделяется линейности механических характеристик в первом квадранте [2 и 4]. Укажем, что фазовый способ управления предпочтительнее амплитудного, так как при нем изменение крутизны механических характеристик с изменением сигнала управления вдвое меньше.

На рис. 1, б приведены механические характеристики электродвигателей, параметры схем замещения которых соответствуют рекомендациям табл. 2. Наблюдается желаемый эффект параллельного и пропорционального сигналам управления смещения характеристик, имеющих предельную крутизну в районах точек пуска и холостого хода. Кроме того, видно, что по сравнению с принятым для расчета за базовый серийным электродвигателем АДП-563А увеличилась линейность механических характеристик в рабочих областях.

Приближенность реализации критериев (1)–(3) придает желаемые свойства механическим характеристикам не во всем диапазоне  $f$  и  $v$ , поэтому целесообразно найти диапазоны допустимых нагрузок, которые определяют рабочие области, где механические характеристики наиболее близки к идеальным, и наоборот.

Рабочая область ограничивается параллелограммом, положение и величина сторон которого определяются наи-

большим допустимым отклонением  $\tau$  характерных (перемещающихся) участков реальных механических характеристик от идеальных внутри этой области (рис. 2, а).

Для режима УИУ уравнения верхней и нижней границ области имеют вид  $v = \pm A - Bf$ , а правой и левой —  $= \pm 1$ , где найденные из геометрических соображений по механической характеристике для единичных сигналов потенциального управления коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} A &= \{0,25(a+b)^{-2}[(a+b)+(d+e)+4\sigma(1-\sigma)^{-1}]^2 - \\ &\quad - (d+e)(a+b)^{-1}\}^{0,5}; \\ B &= 0,5(1-\sigma)^{-1}(a+b)^{-1}[(d+e)-(a+b) + \\ &\quad + 4\sigma(1-\sigma)^{-1}], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

а для единичных сигналов токового управления

$$\left. \begin{aligned} A &= a_1^{-2}(1-\sigma)^{-2} - 0,25d_1a_1^{-1}, \\ B &= a_1^{-1}(1-\sigma)^{-2}[2 - a_1(1-\sigma)]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Отметим, что АД может работать в приближенном режиме УИУ даже со смещенной с оси  $f$  критической точкой механической характеристики (как, например, у серийного электродвигателя ДИД-0,5ТА (рис. 2, а),

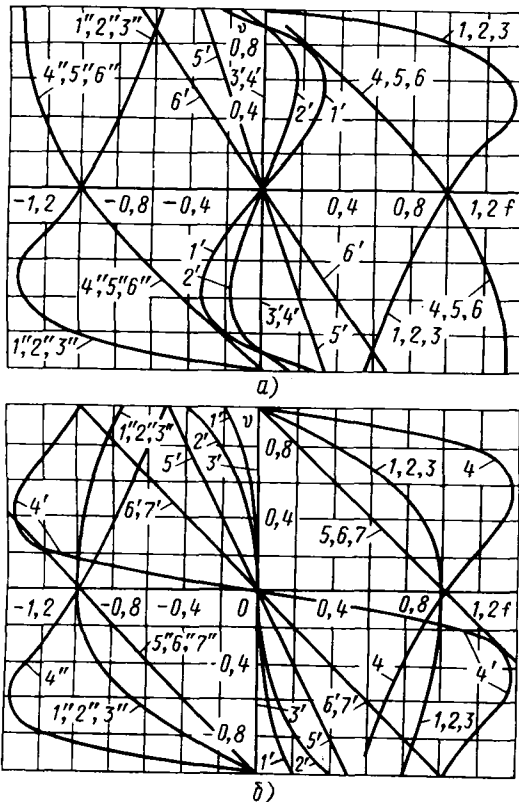


Рис. 1. Относительные статические механические характеристики: а — серийного асинхронного электродвигателя АДП-563А при токовых амплитудном (1, 1', 1''), фазовом (2, 2', 2''), частотном (3, 3', 3'') и потенциальном амплитудно-частотном (4, 4', 4''), фазовом (5, 5', 5''), амплитудном (6, 6', 6'') способах управления; б — расчетных асинхронных электродвигателей, специализированных для работы в режимах УИУ с потенциальным и токовым амплитудным (1, 1', 1''), фазовым (2, 2', 2'') и токовым частотным (3, 3', 3'') управлением, УИП с  $\delta = 0,15$  при потенциальном амплитудно-частотном /управлении (4, 4', 4''), УИМ при потенциальном и токовом фазовом (5, 5', 5''), амплитудном (6, 6', 6''), потенциальном амплитудно-частотном и токовом частотном (7, 7', 7'') управлениях (отсутствие штриха, штрих и два штриха в нумерации всех кривых указывает на равенство текущих сигналов управления  $\gamma_1$ ,  $\sin \varphi$  или  $\alpha$  соответственно 1, 0, -1)

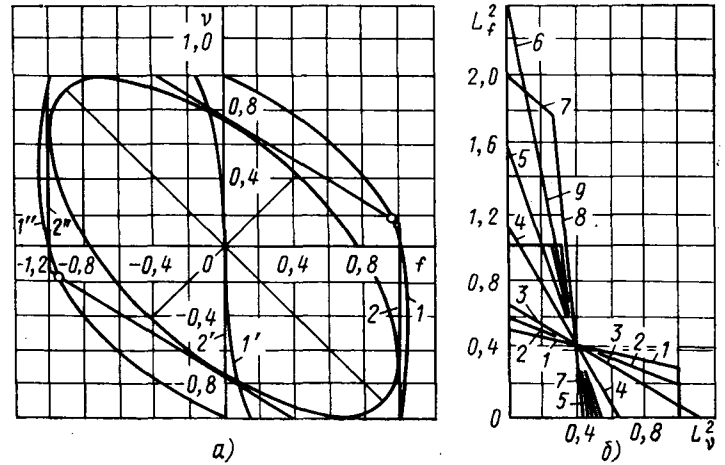


Рис. 2. Примеры определения областей нагрузок для серийного электродвигателя ДИД-0,5ТА, работающего в режиме УИУ при потенциальном фазовом управлении: а — рабочая область при допустимом отклонении  $\sigma = 0,08$  характерных участков от реальных (1, 1', 1''), от идеальных (2, 2', 2''), механических характеристик (отсутствие штриха, штрих и два штриха обозначает то же, что и на рис. 1); б — предельные области нагрузок при  $A = 0,75$ ,  $B = 0,6$  для  $\tan \psi$ , равных 0; 0,01; 0,04; 0,25; 0,49; 0,7; 1; 100 и  $\infty$  соответственно номерам области (1÷7)

когда критерий (3) выполняется неточно. Однако для этого необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$0 \leq \Delta f = f_{кр} - 1 \leq \sigma, \quad (15)$$

где при потенциальном управлении

$$\Delta f = (V a + b - V d + e)^2 [4 - V a + b - V d + e]^2]^{-1}, \quad (16)$$

а при токовом

$$\Delta f = 2(a_1 d_1)^{-0,5} - 1. \quad (17)$$

Рабочая область для режима УИМ будет ограничиваться прямыми  $v = \pm 1 - f$  и  $f = \pm 1$ , как это видно, например, из рис. 1, б.

В режиме УИП она представляет собой прямоугольник с границами  $v = \pm 1$  и  $f = \pm(2 - 1,5\sigma)^{-1}$ . Последнее найдено из условия исключения частей механических характеристик с неустойчивыми режимами работы.

При линейном нагружении управляемых АД инерционными, демпфирующими и позиционными силами в расчетном [5] или рабочем [2] колебательных режимах динамические механические характеристики  $v(f)|_{k=var}$  представляют собой эллипсы:

$$(v \cos \psi - f \sin \psi)^2 L_v^{-2} + (v \sin \psi + f \cos \psi)^2 L_f^{-2} = 1, \quad (18)$$

размеры полюсов  $L_v$ ,  $L_f$  и угол поворота  $\psi$  которых зависят от величины нагрузочных усилий, питающих напряжений и токов.

Значит размеры предельных, т. е. вписанных в рабочую область, эллипсов, связанные соотношением

$$L_v^2 = A^2 (\cos \psi - B \sin \psi)^{-2} - (\sin \psi + B \cos \psi)^2 (\cos \psi - B \sin \psi)^{-2} L_f^2, \quad (19)$$

определяют диапазоны допустимых нагрузок.

Из анализа (19) следует, что при варьировании  $\psi$  возможно как четырехточечное (рис. 2, а,  $\psi = -45^\circ$ ), так и двухточечное касание предельного эллипса границ параллелограмма рабочей области.

Причем в первом случае размеры полюсов эллипсов, меньших предельного, определяются координатами точек внутри четырехугольника на плоскости  $L_v^2$ ,  $L_f^2$ , а во втором — треугольника (рис. 2, б).

Координаты их вершин  $0,0$ ;  $L_{f0}^2, 0$ ;  $L_{v0}^2, 0$ ;  $L_{v1}^2, L_{f1}^2$  и  $0,0$ ;  $0, L_{f0}^2$ ;  $L_{v0}^2, 0$  можно найти по соотношениям

Таблица 2

Режим работы		Относительные параметры управляемых асинхронных двигателей				
		Пусковое усилие $f_0$	Механическая характеристика $f(v, \beta)$	Крутизна в точке пуска $f(0, \beta)$	Уравнение для определения скорости холостого хода $v_0 = v(0, \beta)$	Крутизна в точке холостого хода $v(0, \beta)$
Управляемый источник усилия с $r_1 \approx 0$ , $x_m = r_2(1 - r_2/x_m)^{-1}$ при потенциальном и $r_2 = x_m$ при токовом управлениях	ПитаУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_2 = \alpha = 1$ , $\gamma_1 = \text{var}$	$\gamma_1$	$\frac{(1 + \gamma_1)^2 (1 - v)}{2[(1 - v)^2 + 1]} - \frac{(1 + \gamma_1)^2 (1 + v)}{2[(1 + v)^2 + 1]}$	0	$\frac{(1 - v_0)[(1 + v_0)^2 + 1]}{(1 + v_0)[(1 - v_0) + 1]} = \left(\frac{1 - \gamma_1}{1 + \gamma_1}\right)^2$	$\left\{ \frac{(1 + \gamma_1)^2 [(1 - v_0)^2 - 1]}{2[(1 - v_0)^2 + 1]} + \frac{(1 - \gamma_1)^2 [(1 + v_0)^2 - 1]}{2[(1 + v_0)^2 + 1]} \right\}^{-1}$
	ПитФУ $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = 1$ , $\varphi = \text{var}$	$\sin \varphi$	$\frac{(1 + \sin \varphi)(1 - v)}{(1 - v)^2 + 1} - \frac{(1 + \sin \varphi)(1 + v)}{(1 + v)^2 + 1}$	0	$\frac{(1 - v_0)[(1 + v_0)^2 + 1]}{(1 + v_0)[(1 - v_0) + 1]} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$	$\left\{ \frac{(1 + \sin \varphi)[(1 - v_0)^2 - 1]}{[(1 - v_0)^2 + 1]^2} + \frac{(1 - \sin \varphi)[(1 + v_0)^2 - 1]}{[(1 + v_0)^2 + 1]^2} \right\}^{-1}$
	ПАЧУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = \text{var}$	$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1}$	$\frac{2(\alpha - v)}{(\alpha - v)^2 + 1}$	$\frac{2(\alpha^2 - 1)}{\alpha^2 + 1}$	$v_0 = \alpha$	-0,5
	ТЧУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ , $\alpha = \text{var}$	$\alpha$	$\frac{2\alpha^2(\alpha - v)}{(\alpha - v)^2 + \alpha^2}$	0	$v_0 = \alpha$	-0,5
Управляемый источник мощности с $r_1 = x_1 \approx 0$ , $x_m \gg r_1 \ll r_2$ при потенциальном и $r_2 \gg x_m$ при токовом управлениях	ПитаУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_2 = \alpha = 1$ , $\gamma_1 = \text{var}$	$\gamma_1$	$\gamma_1 - \frac{1 + \gamma_1^2}{2} v$	$-\frac{1 + \gamma_1^2}{2}$	$v_0 = \frac{2v_1}{1 + \gamma_1^2}$	$-\frac{2}{1 + \gamma_1^2}$
	ПитФУ $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = 1$ , $\varphi = \text{var}$	$\sin \varphi$	$\sin \varphi - v$	-1	$v_0 = \sin \varphi$	-1
	ПАЧУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ , $\alpha = \text{var}$	$\alpha$	$\alpha - v$	-1	$v_0 = \alpha$	-1
Управляемый источник перемещения с $r_1 = 0$ , $r_2(x_1^{-1} + x_m^{-1}) = \sqrt{\delta(1 - \delta)^{-1}}$	ПАЧУ $\varphi = 90^\circ$ , $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = \text{var}$	$\frac{\alpha}{\alpha(1 - \delta) + \delta}$	$\frac{\alpha - v}{(1 - \delta)(\alpha - v)^2 + \delta}$	$\frac{(1 - \delta)\alpha - \delta}{(1 - \delta)\alpha^2 + \delta}$	$v_0 = \alpha$	$-\delta$

табл. 3, которые для режимов УИУ и УИМ используются непосредственно, а для режима УИП, в которых необходимо положить  $A = (2 - 1,5\sigma)^{-1}$ ,  $B = 0$  и заменить  $L_v^2$  на  $L_f^2$  и обратно.

Укажем, что связь параметров эллипса динамической механической характеристики с параметрами нагрузки устанавливается выражениями

$$\left. \begin{aligned} \lg \psi &= 2f_m v_m (v_m^2 - f_m^2)^{-1} \cos \kappa; \\ L_v^2 &= \sin^2 \kappa (\cos^2 \psi v_m^{-2} + f_m^{-2} \sin^2 \psi - \\ &\quad - v_m^{-1} f_m^{-1} \sin 2\psi \cos \kappa)^{-1}; \\ L_f^2 &= \sin^2 \kappa (v_m^{-2} \sin^2 \psi + f_m^{-2} \cos^2 \psi - \\ &\quad - v_m^{-1} f_m^{-1} \sin 2\psi \cos \kappa)^{-1}, \end{aligned} \right\} (20)$$

где амплитуды колебательных скорости  $v_m$ , усилия  $f_m$  и разность их фаз  $\kappa$  можно найти согласно [2 и 5] по соотношениям для режима УИУ

$$\left. \begin{aligned} v_m &= f_0 \Omega_0 [(\rho_0 - \Omega_0^2 T_0)^2 + \Omega_0^2 \varepsilon^2]^{-1/2}, \quad f_m = f_0; \\ \kappa &= \pm 0,5\pi - \arctg [\Omega_0 \varepsilon (\rho_0 - \Omega_0^2 T_0)^{-1}], \end{aligned} \right\} (21)$$

для режима УИМ

$$\left. \begin{aligned} v_m &= f_0 \Omega_0 [(\rho_0 - \Omega_0^2 T_0)^2 + \Omega_0^2 (1 + \varepsilon)^2]^{-0,5}; \\ f_m &= f_0 \{1 - \Omega_0^2 (1 + 2\varepsilon) [\Omega_0^2 (1 + \varepsilon)^2 + \\ &\quad + (\rho_0 - \Omega_0^2 T)^2]^{-1}\}^{0,5}; \\ \kappa &= \pm \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\Omega_0 (1 + \varepsilon)}{\rho_0 - \Omega_0^2 T_0} + \\ &\quad + \arctg \frac{\Omega_0 (\Omega_0^2 T_0 - \rho_0)}{\Omega_0^2 \varepsilon (1 + \varepsilon) + (\rho_0 - \Omega_0^2 T_0)^2}, \end{aligned} \right\} (22)$$

для режима УИП

$$\left. \begin{aligned} v_m &= v_0 \{1 - \delta (\delta + 2\varepsilon^{-1}) \Omega_0^{-2} [\Omega_0^{-2} (\delta + \varepsilon^{-1})^2 + \\ &\quad + (\rho_0^{-1} - \Omega_0^{-2} T_0^{-1})^2]^{-1}\}^{0,5}; \\ f_m &= v_0 \Omega_0 [(\rho_0^{-1} - \Omega_0^{-2} T_0^{-1})^2 + \Omega_0^{-2} (\delta + \varepsilon^{-1})^2]^{0,5}; \\ \kappa &= \pm \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\delta + \varepsilon}{\Omega_0 (\rho_0^{-1} - \Omega_0^{-2} T_0^{-1})} + \end{aligned} \right\} (23)$$

Таблица 3

Касание области эллипсом	Угол пово- рота и разме- ры полуосей предельных эллипсов	Соотношение между параметрами рабочей области			
		$A >  B , B \leq 0$		$A \leq  B , 0 \leq A \leq 1$	
		$0 \leq A \leq 1$	$A > 1$	$B \geq 0$	$B \leq 0$
Двух- точечная	$\xi = \operatorname{tg} \varphi$	$(A - B) \leq \xi \leq (A + B)^{-1}$	$(A + B)^{-1} \leq \xi \leq (A + B)$	$0 \leq \xi \leq (A + B)^{-1}$ $(B - A)^{-1} \leq \xi \leq \infty$	$0 \leq \xi \leq -(A + B)$ $(A - B) \leq \xi \leq \infty$
	$L_{f,0}^2$	$(1 + \xi^2)(B + \xi)^{-2}$ при $0 \leq A \leq 1$ ; $(1 + \xi^2)$ при $A \geq 1$			
	$L_{v,0}^2$	$A^2(1 + \xi^2)(1 - B\xi)^{-2}$ при $0 \leq A \leq 1$ ; $(1 + \xi^2)\xi^{-2}$ при $A \geq 1$			
Четырех- точечное	$\xi = \operatorname{tg} \psi$	$0 \leq \xi \leq (A - B)$ $(A + B)^{-1} \leq \xi \leq \infty$	$0 \leq \xi \leq (A + B)^{-1}$ $(A - B) \leq \xi \leq \infty$	$(A + B)^{-1} \leq \xi \leq (B - A)^{-1}$	$-(A + B) \leq \xi \leq (A - B)$
	$L_{v,0}^2$	$(1 + \xi^2)(1 - B\xi)^{-2}$ при $0 \leq \xi \leq (A - B)$ , $(1 + \xi^2)\xi^{-2}$ при $(A + B)^{-1} \leq \xi \leq \infty$		$(1 + \xi^2)\xi^{-2}$	$(1 + \xi^2)(1 - B\xi)^{-2}$
	$L_{f,0}^2$	$1 + \xi^2$ при $0 \leq \xi \leq (A - B)$ , $(1 + \xi^2)(B + \xi)^{-2}$ при $(A + B)^{-1} \leq \xi \leq \infty$		$(1 + \xi^2)(B + \xi)^2$	$(1 + \xi^2)$
	$L_{v,1}^2$	$1 + (1 + B^2 - A^2)(\xi^2 + 2B\xi - 1)^{-1}$			
	$L_{f,1}^2$	$1 - (1 + B^2 - A^2)\xi^2(\xi^2 + 2B\xi - 1)^{-1}$			

$$+ \operatorname{arctg} \frac{\Omega_0^{-1}(\Omega_0^{-2}T_0^{-1} - \rho_0^{-1})}{(\delta - \varepsilon^{-1})\Omega_0^{-2}\varepsilon^{-1} + (\rho_0^{-1} - \Omega_0^{-2}T_0^{-1})} \cdot \left| \right|$$

Здесь в формулах для  $\kappa$  ставится знак плюс перед  $0,5\pi$  в дорезонансном режиме работы, когда  $\rho_0 > \Omega_0^2 T_0$  и знак минус в зарезонансном режиме, когда  $\rho_0 < \Omega_0^2 T_0$ . При резонансе  $\rho_0 = \Omega_0^2 T_0$  и  $\kappa = 0$ .

В заключение отметим, что основные положения изложенной теории формирования механических характеристик управляемых АД широко и успешно использовались при создании промышленных образцов виброустройств, описанных в [3].

**П р и л о ж е н и е.** В аналитических соотношениях и тексте использованы следующие обозначения величин:  $v(f)$ ,  $f(v)$  — уравнения прямой и обратной относительных статических механических характеристик, обобщенных для АД углового и линейного движения;  $v = U/U_{cN}$  — относительная обобщенная скорость перемещения подвижного элемента АД (ротора или бегуна);  $V$ ,  $V_{cN}$  — текущая и номинальная синхронная обобщенные скорости перемещения подвижного элемента АД;  $f = F/F_{n,0}$  — относительное обобщенное усилие, развиваемое АД;  $F$ ,  $F_{n,0}$  — текущее и номинальное пусковое обобщенные усилия;  $v_0$  — относительная обобщенная скорость холостого хода;  $\dot{v}_0 = \frac{\partial v}{\partial f} \Big|_{f=0}$  — крутизна прямой относительной обобщенной статической механической характеристики в точке холостого хода;  $\dot{f}_0$  — относительное обобщенное пусковое усилие;  $\dot{f}_0 = \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{v=0}$  — крутизна обратной относительной обобщенной статической механической характеристики в точке пуска;  $v_1 = U_{1m}/U_{1mN}$ ,  $v_2 =$

$U_{2m}/U_{2mN}$  — относительные сигналы амплитудного потенциального управления АД;  $\gamma_1 = I_{1m}/I_{1mN}$ ,  $\gamma_2 = I_{2m}/I_{2mN}$  — относительные сигналы амплитудного токового управления АД;  $\alpha = \omega/\omega_N$  — относительный сигнал частотного потенциального и токового управления АД;  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  — сигнал фазового потенциального и токового управления АД;  $U_{1m}$ ,  $U_{2m}$ ,  $I_{1m}$ ,  $I_{2m}$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  — текущие амплитуды напряжения и тока, угловой частоты и начальных фаз мгновенных значений напряжений  $u_1$ ,  $u_2$  и токов  $i_1$ ,  $i_2$  обмоток (управления и возбуждения) двухфазного первичного элемента (статора или индуктора) АД;  $U_{1mN}$ ,  $U_{2mN}$ ,  $I_{1mN}$ ,  $I_{2mN}$ ,  $\omega_N$  — номинальные значения тех же величин;  $k = \omega_2/\omega_1$  — коэффициент трансформации обмоток первичного элемента, имеющих эффективные числа витков  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно;  $r_1 = R_1/R_2$ ,  $x_1 = X_1/R_2$ ,  $x_2 = X_2/R_2$ ,  $x_m = x_m/R_2$  — относительные параметры схемы замещения, обобщенные для АД углового и линейного движения;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_m$  — абсолютные обобщенные параметры схемы замещения, определенные при номинальных значениях параметров питающих напряжений или токов и для приведенного к первичному вторичного элемента АД;  $\delta$  — отклонение крутизны  $\dot{v}_0$  от нулевой;  $\sigma$  — отклонение координат  $v$  или  $f$  характерных (перемещающихся при изменении сигналов управления) участков реальных механических характеристик от идеальных;  $A$ ,  $B$  — коэффициенты в уравнениях границ рабочих областей;  $L_v$ ,  $L_f$ ,  $\psi$  — размеры полуосей (вдоль осей координат  $v$  и  $f$ ) и угол поворота (против часовой стрелки) эллипса динамической механической характеристики АД;  $f_m$ ,  $v_m$  — амплитуды колебательных относительных усилий и скорости АД;  $\kappa$  — разность фаз колебательных относительных усилий и скорости;  $\Omega_0 = \Omega/V_{cN}$ ,  $\rho_0 = \rho/V_{cN}$ ,  $T_0 = \tau/V_{cN}$  — относительная

## Автокорреляционные функции электрических нагрузок и напряжений в системах электроснабжения<sup>1</sup>

ДЕНИСЕНКО Н. А., канд. техн. наук, ХОФФМАНН И., доктор техн. наук  
Киевский политехнический институт, Высшая инженерная школа г. Вецлар (ГДР)

В последние годы в теории и инженерной практике проектирования и эксплуатации систем электроснабжения (СЭС) все большее применение находит моделирование характерных переменных (электрических токов и напряжений, температуры проводника, износа изоляции и др.), в частности, имитационное моделирование (ИМ). Это обусловлено тем, что такие характерные переменные являются случайными функциями времени. Имитационное моделирование таких характеристик требует большого объема машинного времени и трудозатрат, связанных с разработкой математических моделей и подготовкой исходных данных.

Между тем в ряде публикаций, посвященных ИМ переменных в СЭС, отсутствует учет их автокорреляционных функций (АФ), что снижает достоверность результатов моделирования и эффективность принимаемых решений. В ряде других публикаций учет АФ проводится не совсем корректно.

Имеются две возможности учета АФ при ИМ: использование эмпирических АФ, полученных статистической обработкой ансамбля измеренных реализаций данной случайной функции, и применение приближенных аналитических выражений для АФ, полученных путем аппроксимации достаточного объема эмпирических АФ.

В настоящей статье изложены оба эти способа учета АФ, представлены полученные авторами результаты, а также приводится пример практического применения АФ при ИМ электрических нагрузок.

**Алгоритм численного определения автокорреляционных функций.** Обычно для практических расчетов используется нормированная АФ  $\rho[H(t_1), H(t_2)]$ , являющаяся мерой линейной зависимости двух ординат случайной функции для двух различных моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ .

Как известно, функция  $\rho[H(t_1), H(t_2)]$  представляет собой поверхность над плоскостью  $t_1, t_2$ . При  $t_1=t_2$  эта плоскость заменяется ее линией симметрии, а нормированная АФ достигает максимального значения, равного единице.

Вычисление эмпирической нормированной АФ является общепринятым [1]. Сначала производится определение среднего значения  $H(t_i)$  и дисперсии  $D[H(t_i)]$  случайной функции для каждого  $i$ -го момента времени, по которым затем вычисляются

АФ  $A[H(t_i), H(t_j)]$  и нормированные АФ  $\rho[H(t_i), H(t_j)]$ , где  $j$  — номер дискретного момента времени, отсчитываемого после момента времени  $i$ . При этом вычисляется верхняя половина симметричной корреляционной матрицы для нормированной АФ. Сначала вычисляются элементы первой строки этой матрицы (при  $j>1$ ), затем второй (при  $j>2$ ), третьей (при  $j>3$ ) и т. д.

Выполненные авторами исследования электрических нагрузок показали, что обычно значения эмпирических нормированных АФ в определенных  $\mu$ -х интервалах времени  $\Delta t_\mu$  являются практически одинаковыми при одинаковых промежутках времени  $\tau=t_2-t_1$  внутри этих интервалов.

Отдельные интервалы  $\Delta t_\mu$ , называемые интервалами стационарности, можно геометрически представить в виде пояса поверхности  $\rho_\mu(t_2-t_1)$  над плоскостью  $t_1, t_2$ . Пределы этого пояса описываются выражениями:

верхний

$$t_2^B = -t_1 + 2 \sum_{v=1}^{\mu} \Delta t_v,$$

нижний

$$t_2^H = -t_1 + 2 \sum_{v=1}^{\mu-1} \Delta t_v,$$

где  $v$  — текущий индекс.

При разработке алгоритма определения таких интервалов стационарности использовано условие, что внутри них относительное отклонение функций  $\rho[H(t_1), H(t_2)] = \rho(t_1, t_2)$  от их среднего значения не превышает величины  $\epsilon$ , а также следующие выражения:

$$\sum_{v_l}^{\mu_l-1} m v_l \leq i \leq \sum_{v_l}^{\mu_l} m v_l; \quad (1)$$

$$\rho_{\mu l}(\tau) = \frac{1}{m \mu_l} \sum_{v=i-m \mu_l}^{i=1} \rho(t_v, t_{v+l}).$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов Г. В. Формирование экскаваторной характеристики частотнорегулируемого асинхронного электропривода. — В кн.: Электромагнитные процессы в приводах с частотным управлением. — Л.: Наука, 1972, с. 89—100.
2. Луковников В. И. Основы общей теории электродвигателей вращательного и поступательного движения, работающих в режиме колебаний: Автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук, Свердловск, 1979. — 43 с.
3. Чечет Ю. С. Электрические микромашины автоматических устройств. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1957. — 384 с.
4. Каасик П. Ю., Несговорова Е. Д., Борисов А. П. Расчет управляемых микродвигателей. — Л.: Энергия, 1972. — 168 с.
5. Мелкозеров П. С. Энергетический расчет систем автоматического управления и следящих приводов. — М.: Энергия, 1968. — 304 с.

[02.06.83]

угловая частота колебаний подвижного элемента, коэффициент позиционной силы и электромеханическая постоянная времени двигателя и нагрузки;  $\Omega, \rho = V_{cN} F_{п.о}^{-1} C_{мех}^{-1}, \epsilon = V_{cN} R_{мех} F_{п.о}, \tau = L_{мех} V_{cN} F_{п.о}$  — абсолютные угловая частота колебаний, коэффициенты позиционной и демпфирующих сил, электромеханическая постоянная времени;  $L_{мех}, R_{мех}, C_{мех}$  — обобщенные коэффициенты инерционной, демпфирующей и позиционной сил, равные соответственно для АД углового движения суммарному моменту инерции, коэффициенту момента жидкостного трения и угловой жесткости механических упругих связей (пружин), ротора и нагрузки, а для АД линейного движения — суммарной массе, коэффициенту силы жидкостного трения и линейной жесткости механических упругих связей (пружин), бегуна и нагрузки.

Здесь вспомогательные индексы обозначают:  $\mu$  — текущий номер интервала стационарности;  $l$  — номер ряда дискретных значений нормированной АФ, лежащих выше линии симметрии  $t=t_1=t_2$  (при  $l=0$   $\rho=1$ );  $m, v$  — текущие индексы;  $\tau=t_2-t_1$  — с учетом условия (1).

Длительность интервалов стационарности  $\Delta t_\mu$  зависит от рода и режима работы потребителей и может быть одинаковой для отдельных потребителей или их характерных групп. В [2, 3] приведены некоторые численные значения  $\Delta t_\mu$  (где  $\mu=1, 2, \dots$ ), полученные авторами для ряда потребителей. Длительность этих интервалов изменяется в пределах от 2 мин до 6 ч. Для электрических нагрузок и напряжений в узлах и ветвях СЭС длительности таких интервалов стационарности обычно не совпадают.

Аналитическая аппроксимация эмпирических автокорреляционных функций электрических нагрузок и напряжений. Экспериментальные исследования эмпирических нормированных АФ, выполненные авторами, показали, что на каждом  $\mu$ -м интервале стационарности их можно известными методами [1] аппроксимировать следующим выражением:

$$\rho_\mu(\tau) = \eta_\mu \exp(-\beta_\mu |\tau|) \cos \gamma_\mu \tau + \lambda_\mu \exp(-\delta_\mu |\tau|) + \mu_\mu, \quad (2)$$

где  $\eta_\mu, \beta_\mu, \gamma_\mu, \lambda_\mu, \delta_\mu, \mu_\mu$  — эмпирические параметры, каждый из которых может быть различным для различных интервалов стационарности и принимать значения, равные нулю. На рис. 1 в виде примера показан график эмпирической нормированной АФ тока нагрузки насосной станции в одном интервале стационарности  $\Delta t_\mu = 15$  мин (сплошная линия на графике). Пунктирной линией показана аппроксимирующая кривая, описываемая уравнением (2), в котором  $\eta_\mu = 0,52$ ;  $\beta_\mu = 0,556$  1/ч;  $\gamma_\mu = 3,31$  1/ч;  $\lambda_\mu = 0,3$ ;  $\delta_\mu = 0,833$  1/ч;  $\mu_\mu = 0,18$ .

На рис. 2 представлены графики изменения эмпирических параметров уравнения (2) для тока  $I(t)$  одной ветви замкнутой электрической сети напряжением 660 В химического комбината. Как видно из этого рисунка, длительность интервалов стационарности одинакова и равна 30 мин.

При определенных значениях  $\tau$  величина  $\rho_\mu(\tau)$  может принимать отрицательные значения и равняться нулю.

Следует отметить, что другими авторами [4–6] получены для более длительных интервалов (сутки, смена, вечерний максимум нагрузки) выражения для нормированных АФ, аналогичные выражению (2) при отсутствии отдельных его параметров и компонент.

Для практических вычислений коэффициентов в выражении (2) для каждого интервала стационарности можно предложить два способа.

Первый из них можно назвать способом касательных. На рис. 3 представлена эмпирическая нормированная АФ, ее верхняя и нижняя огибающие и средняя линия этих огибающих. Проведем две касательные при  $\tau=0$ : к верхней огибающей в точке В и средней линии огибающих в точке А. Пересечение этих касательных оси абсцисс дает нам вспомогательные величины  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Наклон касательной в точке А описывается уравнением

$$-\frac{d}{d\tau} [\lambda \exp(-\delta |\tau|) + \mu] = -\delta \lambda \exp(-\delta |\tau|) = -\delta \lambda.$$

Из уравнения касательной при  $\tau=\tau_1$  следует:

$$-\delta \lambda \tau_1 + \mu + \lambda = 0.$$

Из этого выражения получим

$$\delta = (\mu + \lambda) / \lambda \tau_1,$$

где значения  $\mu, \lambda, \tau_1$  определяются по рис. 3.

Аналогично для касательной в точке В:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} [\eta \exp(-\beta |\tau|) + \lambda \exp(-\delta |\tau|) + \mu] = \\ = -\beta \eta \exp(-\beta |\tau|) - \delta \lambda \exp(-\delta |\tau|). \end{aligned}$$

Из уравнения этой касательной при  $\tau=\tau_2$  следует

$$-(\beta \eta + \delta \lambda) \tau_2 + \mu + \lambda + \eta = 0.$$

Из этого выражения получим

$$\beta = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\mu + \eta + \lambda}{\tau_2} - \delta \lambda \right),$$

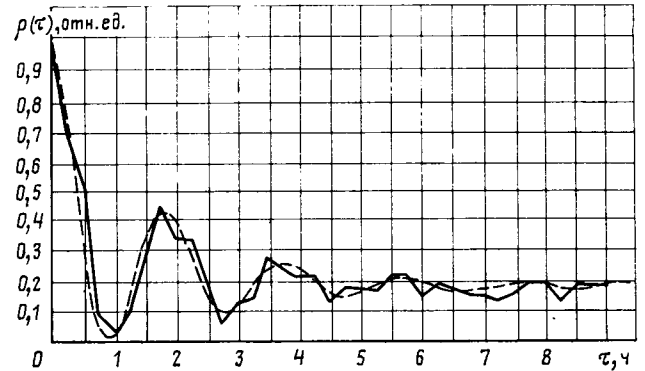


Рис. 1. График эмпирической нормированной автокорреляционной функции и аппроксимирующая ее кривая электрической токовой нагрузки насосной станции в одном интервале стационарности

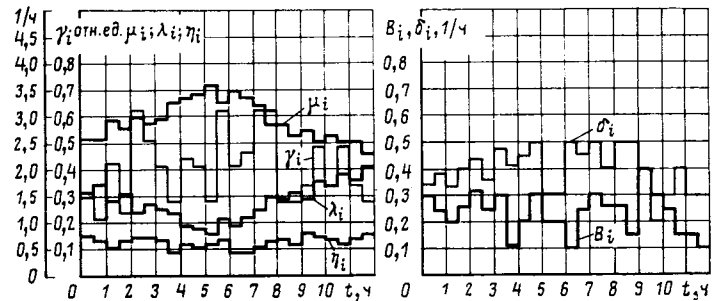


Рис. 2. График изменения эмпирических параметров аппроксимирующего выражения нормированной автокорреляционной функции электрической токовой нагрузки одной ветви электрической сети химического комбината

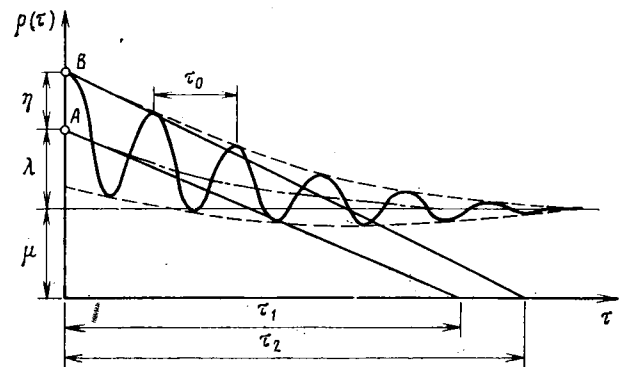


Рис. 3. График нормированной автокорреляционной функции, демонстрирующий способ касательных для определения эмпирических параметров ее аппроксимирующего выражения

Обозначив расстояние по оси абсцисс между двумя максимумами АФ через  $\tau_0$ , можно подсчитать коэффициент  $\gamma = 2\pi/\tau_0$ .

Второй способ назовем способом половинных ординат. Его сущность наглядно видна из рис. 4. При этом получаем  $\lambda/2 = \lambda \exp(-\delta \tau_\lambda)$  или  $\delta = \ln 2/\tau_\lambda$ .

Аналогично:  $\beta = \ln 2/\tau_\eta$ .

Определение других коэффициентов проводится аналогично первому способу.

Второй способ, исключая построение касательных, обеспечивает более высокую точность.

Применение АФ при имитационном моделировании электрических нагрузок. По данным исследований принимается, что ток как случайная функция времени для различных  $n$  дискретных моментов времени ( $t_1, t_2, \dots, t_n$ ) является  $n$ -мерной случайной переменной  $[I(t_1), I(t_2), \dots, I(t_n)]$ , подчиняющейся  $n$ -мерному нормальному закону распределения. Функцию плотности этого



Для аппроксимации нормированных АФ электрических нагрузок и напряжений в СЭС предлагается использовать аналитическое выражение (2), параметры которого для каждого интервала стационарности могут быть найдены одним из двух описанных методов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1968.
2. Денисенко Н. А., Хоффманн И. Единая стохастическая модель расчетов в системах электроснабжения. — В кн.: Современные проблемы преобразовательной техники. — Киев: Наукова думка, 1980.
3. Hoffmann J., Denisenko N. A. A contribution to stochastic

modelling and calculation of electric power systems. — Proc. Int. AMSE — Conf. Paris — Sud. — AMSE — Press, 1982.

4. Фокин Ю. А., Гремяков А. А. Стохастические характеристики активных и реактивных нагрузок потребителей электрических сетей напряжением 6—10 кВ. — Электричество, 1972, № 2.
5. Каялов Г. М., Гордеев В. И. Взаимная корреляция нагрузок поездов в расчетах электрических нагрузок тяговых сетей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1960, № 9.
6. Казанцев Ю. И., Ольховский В. Я. Нестационарная модель и метод расчета электрических нагрузок предприятий с массовым выпуском однородной продукции. — Изв. вузов. Электромеханика, 1973, № 2. [08.02.84]

УДК 621.316.933.6.001.6

## Влияние многократных пробоев на разрядные характеристики газовых промежутков

ЕВЛАМПИЕВ С. Б., КАЛЯЦКИЙ И. И., КОРШУНОВ Г. С.

Томский политехнический институт

При разработке мощных искровых разрядников с элегазом в качестве рабочей среды важное место занимает вопрос о достижении максимальной разрядной напряженности рабочего промежутка и стабильности его разрядных характеристик в процессе эксплуатации. Многократные искровые пробой приводят к повреждению поверхности электродов, образованию твердых и газообразных продуктов разрядов, в результате чего возможно снижение пробивного напряжения и увеличение его нестабильности [1, 2], изменение характера вольт-секундных зависимостей [3]. Кроме того, при определенных параметрах шероховатости поверхности величина разрядной напряженности для смеси газов может быть выше, чем в чистом элегазе [4].

Для расчета рабочих промежутков мощных искровых разрядников необходимы конкретные данные о влиянии каждого из этих факторов на разрядное напряжение, а также характеристики образовавшихся микронеоднородностей на поверхности электродов в зависимости от параметров протекающего разрядного тока.

В настоящей статье приведены результаты экспериментальных исследований влияния количества искровых разрядов и их параметров на разрядные характеристики промежутка с изоляцией  $\text{SF}_6$ — $\text{N}_2$  при повышенных давлениях. Исследования проведены применительно к разрядникам, коммутирующим токи с амплитудой в десятки килоампер и длительностью в сотни микросекунд.

В экспериментах использовались разрядные промежутки длиной  $d=1$  см, образованные электродами Роговского диаметром 80 мм, изготовленными из стали марки СТ 3, нержавеющей стали, латуни, кирита (70 %  $\text{W}+30$  %  $\text{Cu}$ ). Перед проведением опытов поверхности электродов полировались. Шероховатость поверхности соответствовала классу чистоты не ниже 8. Электродные системы размещались в разрядной камере объемом 4500  $\text{см}^3$ . Перед подачей газа в камеру производилась тщательная очистка ее и предварительное вакуумирование до давления 0,1 кПа. Подаваемый газ пропусклся через систему очистки с силикагелем и пылевыми фильтрами. Эксперименты проводились таким образом, чтобы средняя начальная разрядная напряженность в промежутке составила 200—220 кВ/см для всех исследуемых составов газа. В связи с этим пробой в элегазе осуществлялся при давлении  $p=0,25$  МПа, а в смесях его с азотом, содержащих 50 %  $\text{SF}_6$  — 0,3 МПа; 25 %  $\text{SF}_6$  — 0,35 МПа; 10 %  $\text{SF}_6$  — 0,45 МПа и в азоте при 0,9 МПа.

В разрядной камере устанавливались два одинаковых разрядных промежутка  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . После нескольких десятков тренировочных разрядов (величина протекающего за один импульс заряда составляла  $10^{-3}$  Кл) определялись средние начальные пробивные напряжения  $\bar{U}_0$  каждого искрового промежутка на импульсах с фронтом 0,5 мкс и полуспадом 160 мкс, получаемых от генератора импульсных напряжений с емкостью в ударе 6 нФ. Затем промежуток  $\Pi_1$  подвергался воздействию серии мощных искровых разрядов, формируемых в схеме ГИН—ГИТ. Число импульсов в серии для каждой пары установленных электродов

изменялось следующим образом: 3—5; 20; 75; 100; 100. Синхронизация работы ГИН—ГИТ осуществлялась по схеме с нелинейной индуктивностью [5]. Выбранные параметры схемы позволяли получать на объекте исследований импульсы напряжения до 300 кВ и разрядные токи с максимальной амплитудой  $I_m$  до 30 кА, имеющие форму колебательного затухающего импульса с периодом колебаний 30 мкс и длительностью до 400 мкс. Значение энергии  $W_n$ , запасаемой в ГИТ, изменялось от 20 до 4000 Дж. После каждой серии импульсов проводились измерения пробивного напряжения  $\bar{U}_n$  обоих промежутков и снимались их вольт-секундные характеристики на импульсах 0,5/160. Промежуток  $\Pi_2$  воздействию мощных разрядов не подвергался, однако он находился в том же объеме, в котором происходило образование твердых и газообразных продуктов разложения газа, что позволяло выявить их влияние на пробивное напряжение в зависимости от количества пробоев. Среднестатистические значения пробивного напряжения и стандарт отклонения  $\sigma/\bar{U}$  оценивались по первым десяти значениям пробивного напряжения, определяемым по ступенчатой методике с одним импульсом на ступени и интервалом между ними  $0,5 \div 1$  предполагаемого значения  $\sigma$ . Регистрация импульсов напряжения осуществлялась с помощью емкостно-омического делителя напряжения и пояса Роговского. Контроль за состоянием поверхности электродов проводился с помощью оптической системы, состоящей из микроскопа МИМ-7, световода и объектива.

Общими закономерностями, наблюдающимися после протекания мощных импульсов тока, являются: резкое снижение электрической прочности промежутка после первого разряда, значительное повреждение поверхности электродов от электрической эрозии, возникновение большого количества твердых продуктов разрядов, осаждающихся на электродах и стенках разрядной камеры. В табл. 1 приведены значения  $\bar{U}_n/\bar{U}_0$  после 25 разрядов для элегаза в зависимости от максимальной амплитуды разрядного тока и материала электродов для промежутка  $\Pi_1$ . Значения стандарта отклонения  $\sigma/\bar{U}$  практически не зависели от материала электродов и составляли  $1,5 \div 3$  % против  $3,5 \div 5$  %, полученных на электродах до обработки их мощными разрядами. Следует отметить хорошую воспроизводимость полученных результатов. Разброс среднего значения пробивного напряжения при повторных опытах не превышал 3 %.

Исследования показали, что количество твердых продуктов разрядов, представляющих собой мелкодисперсную пыль, осаждающуюся на электродах и стенках камеры зависит от материала электродов. Наибольшее количество пыли соответствовало электродам из стали 3, наименьшее — из кирита. Снижение напряжения на промежутке  $\Pi_2$ , обусловленное осаждением продуктов разрядов на электродах после 300 пробоев с разрядным током 17,5 кА, составляло 3—5 %. Заполнение разрядной камеры свежим элегазом не приводило к изменению пробивных напряжений промежутков. Этот факт указывает на то, что при данных условиях работы разрядника определяющее влияние на

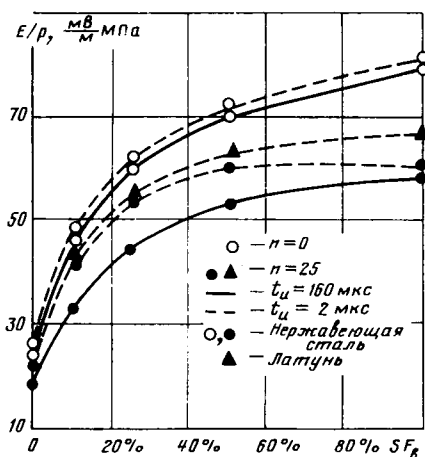


Рис. 1

снижение разрядного напряжения оказывает изменение шероховатости поверхности за счет эрозийных процессов.

Анализ поверхности эрозийного следа от единичного разряда показал, что для электродов из сталей и латуни характерно образование выступов. Диаметр площади оплавления практически соответствует диаметру искрового канала, определяемого по формуле Брагинского [6], и составляет 4—12 мм в зависимости от величины разрядного тока. Последующие разряды, ориентируясь на один из выступов, приводят к увеличению зоны повреждения поверхности электродов. Так, при  $I_m = 17,5$  кА после сотни пробоев практически вся поверхность рабочей части электродов оказывается пораженной разрядами. При этом средняя разрядная напряженность  $E_n$  остается постоянной при изменении  $n$  от единиц до 300 (исследованный диапазон изменения  $n$ ).

Для электродов из кирита микронеоднородности в основном образуются на границе эрозийного следа. Шероховатость самого эрозийного пятна практически не отличается от первоначальной, при этом оно имеет ярко выраженный красноватый оттенок. Можно предположить, что в этом случае микронеоднородности создаются за счет удаления тугоплавкого коркового слоя, образующегося после механической обработки электродов. Последующие разряды с этих микронеоднородностей приводят к дальнейшему удалению его с поверхности. После обработки всей поверхности рабочей части электрода разрядами пробивная напряженность промежутка становится близкой к первоначальной (см. табл. 1).

Изучение формы и размеров выступов под микроскопом показало, что они имеют вид полусфер или полуэллипсоидов. При этом коэффициент усиления поля на вершинах выступов, рассчитанных по выражениям, приведенным в [7], не превышает 5. Однако при сохранении постоянства формы микровыступов с ростом амплитуды тока увеличиваются их размеры. В табл. 1 приведены значения максимальной высоты  $h_m$  микронеоднородностей для различных материалов электродов и величины разрядного тока. Из этих данных следует, что определенному размеру микронеоднородностей соответствует определенная величина снижения напряжения. Зная связь между величиной разрядного тока и размерами микровыступов, можно учесть их влияние на разрядные характеристики промежутка при выборе его параметров.

Из исследованных материалов предпочтительно использовать для изготовления электродов разрядника кирит и латунь. Можно рекомендовать предварительную обработку поверхности электродов из кирита мощными разрядами с целью увеличения разрядной напряженности промежутка.

В связи с использованием в разрядниках в качестве рабочей среды смесей элгаса с азотом возникает вопрос о выборе оптимального состава смеси, при котором достигаются максимальные значения разрядной напряженности. В табл. 2 приведены значения  $\bar{U}_n/\bar{U}_0$  для различных составов смеси элгас — азот на импульсах 0,5/160 и срезанных импульсах с длительностью до среза  $t_{и} = 2$  мкс после искровых разрядов с максимальным током 17,5 кА. На рис. 1 представлены зависимости отношения разрядной напряженности к давлению газа от процентного содержания элгаса в смеси до и после воздействия мощных искровых разрядов.

Из анализа полученных результатов следует, что величина снижения пробивного напряжения при длительности импульса

Таблица 1

$W_n$ , Дж	$I_m$ , кА	Материал электродов	$\bar{U}_n/\bar{U}_0$	$\bar{U}_n/(pd)$ (МВ/м) · МПа	$k_m$ , мкм
20	1	Сталь 3	0,9	75	10—15
80	3,5	»	0,84	70	20—30
730	10	»	0,73	61	40—50
2000	17,5	Сталь 3	0,68	57	60—70
»	»	Нержавеющая сталь	0,74	—	40—50
»	»	Латунь	0,8	—	30
»	»	Кирит	0,84	—	15—20
»	»	$n^* = 5$	0,95	—	10
»	»	$n = 100$	0,66	55	70—80
4000	25	Сталь 3	0,66	55	70—80

\*  $n$  — число мощных разрядов.

Таблица 2

Условия эксперимента		Содержание элгаса в смеси, %				
		0	10	25	50	100
Нержавеющая сталь	0,5/160, $t_{и} = 2$ мкс	0,80	0,74	0,75	0,75	0,74
		0,93	0,89	0,86	0,84	0,76
Латунь	0,5/160, $t_{и} = 2$ мкс	0,85	0,80	0,81	0,79	0,8
		0,97	0,92	0,9	0,86	0,83

160 мкс и постоянной начальной напряженности в промежутке практически одинакова во всем диапазоне изменения содержания  $SF_6$  в смеси. С уменьшением времени воздействия напряжения наблюдается снижение чувствительности пробивных напряжений к шероховатости электродов. Из рис. 1 следует, что при времени воздействия напряжения до 2 мкс величина  $E_n$  для смесей, содержащих более 40 %  $SF_6$ , имеет практически такое же значение, как и в чистом элгасе. Для латунных электродов в исследуемом диапазоне изменения параметров разрядов зависимость  $E_n/p$  от содержания элгаса имеет монотонно возрастающий характер.

Для шероховатых электродов изменяется и характер вольт-секундных зависимостей при пробое смесей  $SF_6-N_2$ . На рис. 2 приведены вольт-секундные характеристики пробоя промежутка в смеси 10 %  $SF_6 + 90$  %  $N_2$  для электродов из нержавеющей стали до и после воздействия мощных искровых разрядов. В табл. 3 представлены значения коэффициента  $k = \bar{U}'_n/\bar{U}_n$  (где  $\bar{U}'_n$  — разрядное напряжение на импульсах, срезанных при 2 мкс) для различных составов газа и материала электродов.

Для гладких электродов коэффициент  $k < 1,05$  независимо

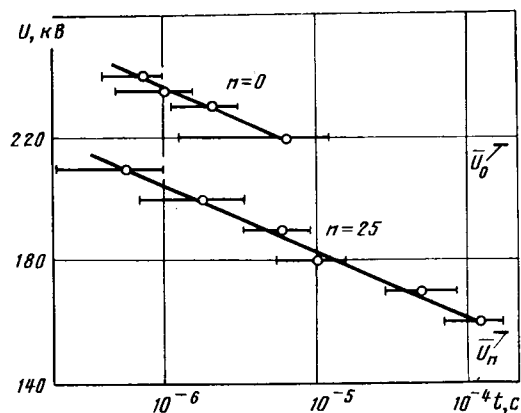


Рис. 2

Таблица 3

Материал электродов	Содержание элегаза в смеси, %				
	0	10	25	50	100
Нержавеющая сталь	1,17	1,27	1,19	1,14	1,06
Латунь	1,11	1,20	1,15	1,11	1,04

от содержания элегаза в смеси. При этом максимальные времена разряда на импульсах 0,5/160 редко превышали 10 мкс. Для шероховатых электродов с уменьшением содержания  $SF_6$  в смеси область возможных значений времени разряда увеличивается, и для смеси с 10 %  $SF_6$  может достигать 160 мкс (см. рис. 2). С ростом высоты микронеоднородностей на поверхности электродов коэффициент  $k$  увеличивается.

В связи с тем, что угол наклона вольт-секундной характеристики после обработки электродов электрическими разрядами остается таким же, как и до обработки, можно считать, что соотношение между разрядными напряжениями в смесях азота и элегаза и в чистом элегазе сохраняется в диапазоне времени до 10 мкс.

**Выводы.** 1. Для исследованного диапазона изменения параметров искрового разряда снижение пробивных напряжений промежутков с изоляцией  $SF_6-N_2$  обусловлено главным образом изменением микрорельефа поверхности электродов за счет электрической эрозии.

2. При длительности воздействующих импульсов напряжения порядка 100 мкс и более относительная величина снижения пробивного напряжения при постоянной начальной напряжен-

ности поля в промежутке практически одинакова во всем диапазоне изменения содержания элегаза в смеси. С уменьшением времени воздействия напряжения наблюдается уменьшение чувствительности разрядных напряжений к шероховатости поверхности электродов по мере снижения содержания  $SF_6$  в смеси.

3. При высоте образующихся микронеоднородностей на поверхности электродов порядка 40—50 мкм и более на импульсах длительностью до 10 мкс использование в качестве рабочей среды разрядника смесей  $SF_6-N_2$  с содержанием элегаза более 40 % нецелесообразно.

#### Список литературы

1. Ковальчук Б. М., Кремнев В. В., Поталицын Ю. Ф. Сильноточные наносекундные коммутаторы. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд.-ние 1979.
2. Никифоров М. Г., Чернов Е. Н. К оценке долговечности коммутирующего разрядника с элегазом. — Электричество, 1981, № 9.
3. Бортник И. М., Вертиков В. П. Некоторые особенности вольт-секундных характеристик разряда в  $SF_6$ . — Электричество, 1979, № 10.
4. Farish O., Jbrahim O. E., Crichton B. H. Effect of electrode surface roughness on breakdown in nitrogen/ $SF_6$  mixtures. — Proc. IEE, 1976, vol. 123, № 10.
5. Пельцман С. С., Семкин Б. В., Шубин Б. Г. Схема параллельной работы двухимпульсных источников с различным уровнем напряжения. — В кн.: Электрофизическая аппаратура и электрическая изоляция. — Томск: Энергия, 1970.
6. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. — ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 6.
7. Резвых К. А. Расчет электростатических полей в аппаратуре высокого напряжения. — М.: Энергия, 1967.

[08.05.84]

УДК 621.3.011.4.001.24:518.512.3

## Расчет интегральных параметров электродной системы из двух полых сферических сегментов

ЗАХАРОВ А. Г., инж., КАДНИКОВ С. Н., канд. техн. наук, ЮРКЕВИЧ В. М., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

Тонкие оболочки являются основными элементами датчиков электрического поля, конденсаторов переменной емкости, электростатических экранов, электронно-оптических систем. Решение электростатических задач для такого рода электродных систем представляет значительные трудности, обусловленные необходимостью учета краевого эффекта. Метод конечных разностей в данном случае требует построения специальной криволинейной сетки со значительной степенью сгущения вблизи краев электродов, что само по себе является достаточно сложной проблемой, особенно в трехмерном случае.

Метод интегральных уравнений теории потенциала приводит для тонких оболочек к уравнению первого рода, численное решение которых является некорректной задачей и дает низкую точность. Поскольку исходная краевая электростатическая задача ставится корректно, должен существовать способ ее сведения к интегральным уравнениям фредгольмовского типа. В осесимметричном случае для оболочек простых типов такую возможность дает метод парных уравнений [1]. В трехмерном случае корректные уравнения могут быть построены с помощью функций Грина.

Рассмотрим вначале электростатическую задачу для двух заряженных тел произвольной формы. Искомый потенциал представим в виде:

$$\Phi(p) = \int_{s_1} f_1(p_1) \frac{\partial G_1(p_1, p)}{\partial n_1} ds_1 + \int_{s_2} f_2(p_2) \frac{\partial G_2(p_2, p)}{\partial n_2} ds_2, \quad (1)$$

где  $\frac{\partial G_1(p_1, p)}{\partial n_1}$ ,  $\frac{\partial G_2(p_2, p)}{\partial n_2}$  — производные по нормали от функций Грина задачи Дирихле;  $f_1(p_1)$ ,  $f_2(p_2)$  — неизвестные функции, подлежащие определению.

Помещая точку наблюдения  $p$  поочередно на поверхности пер-

вого и второго электродов, получаем систему интегральных уравнений:

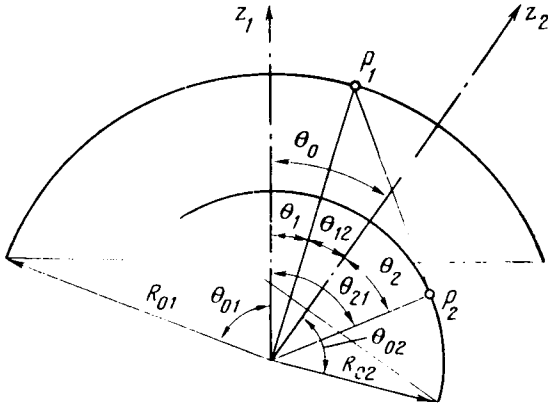
$$f_1(p_1) + \int_{s_2} f_2(p_2) \frac{\partial G_2(p_2, p)}{\partial n_2} ds_2 = \Phi_{01}; \quad (2)$$

$$f_2(p_2) + \int_{s_1} f_1(p_1) \frac{\partial G_1(p_1, p)}{\partial n_1} ds_1 = \Phi_{02}, \quad (3)$$

где  $\Phi_{01}$ ,  $\Phi_{02}$  — заданные граничные функции.

В отличие от метода вторичных источников ядра этой системы непрерывны, что и определяет эффективность данного метода.

Основной проблемой при таком подходе является, очевидно, определение функций Грина. Для тел простой формы (сфер, торов, сфероидов и т. д.) функции Грина внешней задачи Дирихле могут быть определены методом Фурье. В этот перечень входят также диски и полые сферические сегменты, причем функции Грина для них выражаются в элементарной форме [2]. Это позволяет, в частности, получить эффективное численное решение трехмерной электростатической задачи для двух сферических сегментов, лежащих на концентрических сферах. На рисунке изображено сечение этой электродной системы плоскостью, проходящей через оси вращения сегментов  $z_1$ ,  $z_2$ , образующих угол  $\theta_0$ . Введем две сферические системы координат:  $R_1, \theta_1, \beta_1$  и  $R_2, \theta_2, \beta_2$ , связанные с каждым сегментом. Функция Грина сферического сегмента получена в [2] с использованием тороидальных координат. Переход к сферической системе координат с последующим дифференцированием в соответствии с (1) и (2) связан с простыми, но довольно громоздкими преобразованиями. Опуская их, дадим искомую систему интегральных урав-



нений сразу в окончательном виде:

$$f_1(\alpha_1, \beta_1) + \frac{R_{02}}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_2(\alpha_2, \beta_2) \left\{ \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_{02} + \delta_1}{2}\right) \sin \frac{\theta_{02}}{2}}{R_{12}^2} \times \right. \\ \times \sin \alpha_2 B_2 + \frac{\sin(\theta_{02} + \delta_1) \sin \frac{\theta_{02}}{2} \sin 2\alpha_2 B_2^2}{R_{12}^3 \sin \theta_{02}} \times \\ \left. \times \arcsin \left( \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_{02} + \delta_1}{2}\right) \sin \frac{\theta_{02}}{2} \cos \alpha_2 B_2}{\sqrt{R_{12}^2 \sin^2 \theta_{02} + 4 \sin^2\left(\frac{\theta_{02} + \delta_1}{2}\right) \sin^2 \frac{\theta_{02}}{2} \cos^2 \alpha_2 B_2^2}} \right) \right\} \times \\ \times d\alpha_2 d\beta_2 = \Phi_{01}; \quad (4)$$

$$f_2(\alpha_2, \beta_2) + \frac{R_{01}}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_1(\alpha_1, \beta_1) \left\{ \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_{01} + \delta_2}{2}\right) \sin \frac{\theta_{01}}{2}}{R_{21}^2} \times \right. \\ \times \sin \alpha_1 B_1 + \frac{\sin(\theta_{01} + \delta_2) \sin \frac{\theta_{01}}{2} \sin 2\alpha_1 B_1^2}{R_{21}^3 \sin \theta_{01}} \times \\ \left. \times \arcsin \left( \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_{01} + \delta_2}{2}\right) \sin \frac{\theta_{01}}{2} \cos \alpha_1 B_1}{\sqrt{R_{21}^2 \sin^2 \theta_{01} + 4 \sin^2\left(\frac{\theta_{01} + \delta_2}{2}\right) \sin^2 \frac{\theta_{01}}{2} \cos^2 \alpha_1 B_1^2}} \right) \right\} \times \\ \times d\alpha_1 d\beta_1 = \Phi_{02}. \quad (5)$$

Здесь  $R_{0i} (i=1, 2)$  — радиусы сегментов;  $\theta_{0i}$  — углы их раствора;  $\theta_i, \beta_i$  — координаты точек интегрирования на поверхности сегментов;

$$R_{12} = \sqrt{R_{01}^2 + R_{02}^2 - 2R_{01}R_{02}(\cos \theta_2 \cos \theta_{12} + \sin \theta_2 \sin \theta_{12} \cos(\beta_2 - \beta_{12}))}$$

— расстояние между точками  $(R_{02}, \theta_2, \beta_2)$  на втором сегменте и  $(R_{01}, \theta_1, \beta_1)$  на первом сегменте, записанное в координатной системе второго сегмента, причем координаты  $\theta_{12}, \beta_{12}$  точки наблюдения  $p_1$  в (1) должны быть выражены через координаты первого сегмента с использованием следующих формул преобразования вращения:

$$\begin{cases} \cos \theta_{12} = \cos \theta_1 \cos \theta_0 - \sin \theta_1 \cos \beta_1 \sin \theta_0; \\ \sin \theta_{12} \cos \beta_{12} = \sin \theta_0 \cos \theta_1 + \sin \theta_1 \cos \beta_1 \cos \theta_0; \end{cases} \quad (6)$$

$R_{21} = \sqrt{R_{01}^2 + R_{02}^2 - 2R_{01}R_{02}(\cos \theta_1 \cos \theta_{21} + \sin \theta_1 \sin \theta_{21} \cos(\beta_1 - \beta_{21}))}$  — аналогичное выражение для расстояния между точками  $(R_{01}, \theta_1, \beta_1)$  и  $(R_{02}, \theta_2, \beta_2)$ , записанное в координатной системе первого сегмента. Координаты  $\theta_{21}, \beta_{21}$  должны быть выражены через координаты второго сегмента по формулам, обратным (6):

$$\begin{cases} \cos \theta_{21} = \sin \theta_2 \cos \beta_2 \sin \theta_0 + \cos \theta_2 \cos \theta_0; \\ \sin \theta_{21} \cos \beta_{21} = \sin \theta_2 \cos \beta_2 \cos \theta_0 - \cos \theta_2 \sin \theta_0. \end{cases} \quad (7)$$

Введены также следующие обозначения:

$$B_1 = \sqrt{(R_{22}^2 - R_{01}^2 \sin^2 \theta_{01})^2 + 4R_{01}^2 \sin^2 \theta_{01} (R_{02} \cos \theta_{21} - R_{01} \cos \theta_{01})^2};$$

$$B_2 = \sqrt{(R_{11}^2 - R_{02}^2 \sin^2 \theta_{02})^2 + 4R_{02}^2 \sin^2 \theta_{02} (R_{01} \cos \theta_{12} - R_{02} \cos \theta_{02})^2};$$

$$R_{11} = \sqrt{R_{02}^2 \cos^2 \theta_{02} + R_{01}^2 - 2R_{01}R_{02} \cos \theta_{02} \cos \theta_{12}};$$

$$R_{22} = \sqrt{R_{01}^2 \cos^2 \theta_{01} + R_{02}^2 - 2R_{01}R_{02} \cos \theta_{01} \cos \theta_{21}};$$

$$\delta_1 = \arctg \left\{ \frac{2R_{02} \sin \theta_{02}}{(R_{11}^2 - R_{02}^2 \sin^2 \theta_{02})} (R_{01} \cos \theta_{12} - R_{02} \cos \theta_{02}) \right\};$$

$$\delta_2 = \arctg \left\{ \frac{2R_{01} \sin \theta_{01}}{(R_{22}^2 - R_{01}^2 \sin^2 \theta_{01})} (R_{02} \cos \theta_{21} - R_{01} \cos \theta_{01}) \right\}.$$

Для устранения особенностей на краях сегментов использована вспомогательная переменная интегрирования:

$$\alpha_i = \arcsin \left( \frac{\sin \frac{\theta_i}{2}}{\sin \frac{\theta_{0i}}{2}} \right), \quad i = 1, 2$$

При вычислении ядер в (4) и (5) угловые координаты  $\theta_i$  должны быть выражены через эту переменную.

С помощью этой системы были рассчитаны конденсаторная емкость электродной системы и напряжение между электродами, находящимися во внешнем однородном поле (напряжение холостого хода). Емкость вычислялась методом емкостных коэффициентов [3]. При вычислении зарядов на электродах использовалась следующая формула:

$$q_i = \frac{2R_{0i}\epsilon_a}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_i(\alpha_i, \beta_i) \left\{ 2 \sin \theta_{0i} \sin \alpha_i + \right. \\ \left. + (1 - \cos \theta_{0i}) \arcsin \left( \frac{\sin \frac{\theta_{0i}}{2} \cos \alpha_i}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta_{0i}}{2} \sin^2 \alpha_i}} \right) \right\} d\alpha_i d\beta_i. \quad (8)$$

При определении напряжения холостого хода первоначально вычислялись заряды  $q_{1x}$  и  $q_{2x}$ , индуцированные внешним однородным полем на заземленных электродах. Искомый потенциал  $\Phi'$  записывался в форме:

$$\Phi' = \Phi + E_0 z_1,$$

где  $E_0$  — напряженность внешнего поля, направленного вдоль оси  $z_1$ .

Потенциал  $\Phi$  представлялся в форме (1). Правые части систем (4) и (5) находились из краевого условия на сегментах  $\Phi'|_{s_i} = \Phi'|_{s_i} = 0$ :

$$\Phi_{01} = -\Phi|_{s_1} = -E_0 R_{01} \cos \theta_{01};$$

$$\Phi_{02} = -\Phi|_{s_2} = -E_0 R_{02} (\sin \theta_2 \cos \beta_2 \sin \theta_0 + \cos \theta_2 \cos \theta_0).$$

Напряжение холостого хода рассчитывалось по формуле

$$U_{xx} = \frac{q_{1x}(\beta_{22} + \beta_{21}) - q_{2x}(\beta_{11} + \beta_{12})}{\beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}^2},$$

где  $\beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{21}, \beta_{12}$  — емкостные коэффициенты электродной системы.

$\theta_{01}$ , град	$\theta_{02}$ , град	$\theta_0$ , град	$C^*$		$U_{x. x}^*$		$C^*$		$U_{x. x}^*$	
			$R_{02}/R_{01}=0,4$				$R_{02}/R_{01}=0,8$			
45	45	0	0,2103	<u>0,2103</u>	0,4918	<u>0,4918</u>	0,8159	<u>0,8102</u>	0,1696	<u>0,1696</u>
		45	0,2019		0,5777		0,6094		0,2861	
		90	0,1858		0,7986		0,3637		0,7257	
		135	0,1750		1,0320		0,2959		1,2485	
		180	0,1719	<u>0,1720</u>	1,1295	<u>1,1295</u>	0,2854	<u>0,2855</u>	1,4517	<u>1,4517</u>
	90	0	0,3435	<u>0,3435</u>	0,6362	<u>0,6362</u>	1,0644	<u>1,0625</u>	0,3117	<u>0,3116</u>
		45	0,3381		0,6719		1,0445		0,3369	
		90	0,3211		0,7725		0,8191		0,4933	
		135	0,3008		0,8949		0,5310		0,8646	
		180	0,2920	<u>0,2921</u>	0,9524	<u>0,9523</u>	0,4602	<u>0,4603</u>	1,0702	<u>1,0700</u>
90	45	0	0,2378	<u>0,2378</u>	0,1825	<u>0,1825</u>	0,9213	0,9198	0,0426	<u>0,0427</u>
		45	0,2358		0,2280		0,9111		0,0753	
		90	0,2276		0,3712		0,7308		0,2705	
		135	0,2161		0,5601		0,4805		0,7094	
		180	0,2109	<u>0,2110</u>	0,6521	<u>0,6521</u>	0,4184	<u>0,4184</u>	0,9614	<u>0,9614</u>
	90	0	0,4670	<u>0,4670</u>	0,2633	<u>0,2633</u>	2,3341	<u>2,3117</u>	0,1006	<u>0,1008</u>
		45	0,4597		0,2991		2,0702		0,1511	
		90	0,4437		0,3785		1,7110		0,2523	
		135	0,4272		0,4556		1,3614		0,3866	
		180	0,4197	<u>0,4198</u>	0,4889	<u>0,4888</u>	1,1250	<u>1,1188</u>	0,5012	<u>0,5022</u>

Система (4) и (5) решалась на ЭВМ ЕС-1060 путем редукции к системе линейных алгебраических уравнений с использованием квадратурных формул Симпсона. Результаты расчетов представлены в таблице. Здесь даны нормированные значения емкости  $C = C/4\pi\epsilon_a R_{01}$  и напряжения холостого хода  $U_{x,x}^* = \frac{U_{x,x}}{E_0 R_{01}}$ .

Для проверки полученных численных данных при  $\theta_0 = 0^\circ$  и  $\theta_0 = 180^\circ$  (осесимметричный случай), задача решалась методом парных рядов [1].

Система интегральных уравнений, полученная этим методом, при  $\theta_0 = 0$  имеет вид:

$$f_1(x) + \frac{P(1-P)}{\pi} \int_0^{\theta_{02}} f_2(t) [K_c^+(x, t) + K_c^-(x, t)] dt = h_1(x);$$

$$f_2(x) = \frac{1-P}{\pi} \int_0^{\theta_{01}} f_1(t) [K_c^+(x, t) + K_c^-(x, t)] dt = h_2(x),$$

где  $P = \frac{R_{02}}{R_{01}}$ ;

$$K_c^\pm(x, t) = \frac{\cos\left(\frac{x \pm t}{2}\right)}{1 - 2P \cos(x \pm t) + P^2}.$$

Правые части данной системы при вычислении электрической емкости имеют вид:

$$h_1(x) = \frac{2}{\pi} \Phi_{01} \cos \frac{x}{2};$$

$$h_2(x) = \frac{2}{\pi} \Phi_{02} \cos \frac{x}{2},$$

где  $\Phi_{01}$ ,  $\Phi_{02}$  — потенциалы электродов.

При вычислении напряжения холостого хода:

$$h_1(x) = \frac{2}{\pi} E_0 R_{01} \cos \frac{3}{2} x;$$

$$h_2(x) = \frac{2}{\pi} E_0 R_{02} \cos \frac{3}{2} x.$$

Заряды сегментов вычислялись по формулам:

$$q_1 = 4\pi\epsilon_a R_{01} \int_0^{\theta_{01}} f_1(x) \cos \frac{x}{2} dx;$$

$$q_2 = 4\pi\epsilon_a R_{02} \int_0^{\theta_{02}} f_2(x) \cos \frac{x}{2} dx.$$

При  $\theta_0 = 180^\circ$  система парных интегральных уравнений имеет вид:

$$f_1(x) = \frac{P(1+P)}{\pi} \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(t) [K_s^+(x, t) - K_s^-(x, t)] dt = h_1(x);$$

$$f_2(x) + \frac{1+P}{\pi} \int_0^{\theta_{01}} f_1(t) [K_s^+(x, t) + K_s^-(x, t)] dt = h_2(x),$$

$$\text{где } K_s^\pm(x, t) = \frac{\sin\left(\frac{x \pm t}{2}\right)}{1 - 2P \cos(x \pm t) + P^2}.$$

Правые части этой системы при вычислении емкости имеют вид:

$$h_1(x) = \frac{2}{\pi} \Phi_{01} \cos \frac{x}{2};$$

$$h_2(x) = \frac{2}{\pi} \Phi_{02} \sin \frac{x}{2}.$$

При вычислении напряжения холостого хода:

$$h_1(x) = \frac{2}{\pi} E_0 R_{01} \cos \frac{3}{2} x;$$

$$h_2(x) = \frac{2}{\pi} E_0 R_{02} \sin \frac{3}{2} x.$$

Заряды электродов вычислялись по формулам:

$$q_1 = 4\pi\epsilon_a R_{01} \int_0^{\theta_{01}} f_1(x) \cos \frac{x}{2} dx;$$

$$q_2 = 4\pi\epsilon_0 R_{02} \int_{\theta_{02}}^{\pi} f_2(x) \sin \frac{x}{2} dx.$$

Контрольные значения емкости и напряжения холостого хода  $U_{xx}$ , точность которых не ниже 0,01 %, приведены в таблице (подчеркнуты). Сравнение полученных результатов показывает, что погрешность расчетов по (4), (5), (8) не превышает 1 % при  $R_{02}/R_{01}=0,8$  и 0,01 % при  $R_{02}/R_{01}=0,4$ .

## Список литературы

1. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. — Л.: Наука, 1977.
2. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. — М.: Изд. иностр. лит-ра, 1961.
3. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоиздат, 1981.

[26.01.84]

УДК 681.208

## О чувствительности мостовых измерительных схем

АБУРДЖАНИЯ А. К., КОТИЯ К. А., МУСЕЛИАНИ Т. Г., НИКУРАДЗЕ Н. А.

Тбилиси

Главным критерием оценки чувствительности неуравновешенных мостовых схем, как известно, [1—5] является передаваемая мощность от источника к гальванометру через измерительный мост с учетом максимальной нагрузочной способности измерительного преобразователя (датчика). Исторически такой подход к решению задачи в основном был обусловлен наличием достаточно больших вращающих инерционных механических систем в стрелочных гальванометрах старого выпуска, в которых уровень полезного измеряемого сигнала разбаланса моста и порог чувствительности гальванометра были соизмеримы.

Современные цифровые измерительные приборы характеризуются весьма малым собственным потреблением энергии, разработаны достаточно стабильные источники напряжения и тока, которые мало отличаются от идеальных. В связи с этим ставится вопрос о необходимости анализа критериев чувствительности. При этом энергетические ограничения чувствительности измерения, связанные с максимальной нагрузочной способностью измерительного преобразователя, определяют силу тока или напряжения питания моста и остаются в силе.

Известно [7 и 8], что напряжение разбаланса моста (рис. 1)

$$U_r = ku \quad (1)$$

при заданных значениях напряжения питания и нагрузочной способности измерительного преобразователя, определяется комплексным коэффициентом  $k$  преобразования, который является функцией величин комплексных сопротивлений источника питания  $z$ , гальванометра  $z_r$  и плеч моста  $z_1, z_2, z_3, z_4$ .

С целью установления оптимальных соотношений этих величин для достижения максимальной чувствительности треугольник сопротивлений  $\Delta_{123}$  заменим эквивалентной звездой  $\Delta_{123}$  (рис. 2); тогда получим:

$$\left. \begin{aligned} U_r &= i \left[ \frac{z_2(z_3 - z_{33}) - z_2(z_3 + z_{22})}{z_2 + z_{22} + z_3 + z_{33}} \right]; \\ i &= \frac{U}{z_0 + z_{11} + \frac{(z_2 + z_{33})(z_3 + z_{22})}{z_2 + z_{22} + z_3 + z_{33}}}; \\ z_{11} &= \frac{z_4 z_1}{z_1 + z_4 + z_r}; \quad z_{22} = \frac{z_r z_4}{z_1 + z_4 + z_r}; \quad z_{33} = \frac{z_1 z_r}{z_1 + z_4 + z_r} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Из (2) видно, что внутренние сопротивления источника питания и гальванометра при заданных значениях сопротивлений плеч моста, например, при полной симметрии исходного положения моста  $z_1 = z_2 = z_3 = z_4$  определяют чувствительность измерения. Но анализ чувствительности непосредственно при помощи выражения (2) ввиду его громоздкости практически затруднен. В этой связи ниже предлагается методика определения критериев наибольшей чувствительности путем последовательной идеализации параметров питания и гальванометра.

В качестве идеализированного источника питания рассмотрим источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением и источник тока с бесконечно большим внутренним сопротивлением, в качестве идеального гальванометра — вольтметр с бесконечно большим внутренним сопротивлением и амперметр с внутренним сопротивлением, равным нулю. Такая идеализация допустима и практически реализуема.

Рассмотрим четыре возможных варианта включения идеального источника питания и гальванометра.

1. Измерительный мост питается от источника тока, напряжение разбаланса измеряется вольтметром (рис. 3). Током в вольтметре пренебрегаем.

Токи в параллельных ветвях определяются как

$$i_1 = \frac{(z_3 + z_4) i}{z_1 + z_2 + z_3 + z_4}; \quad i_2 = \frac{(z_1 + z_2) i}{z_1 + z_2 + z_3 + z_4},$$

а выходное напряжение (напряжение разбаланса)

$$U_r = z_4 i_2 - z_1 i_1 = \frac{(z_1 + z_2) z_4 - (z_3 + z_4) z_1}{z_1 + z_2 + z_3 + z_4} i = k_1 i. \quad (3)$$

Коэффициент преобразования  $k_1$  в режиме равновесия равен нулю. В неуравновешенном режиме  $k_1$  зависит от измеряемого приращения комплексного сопротивления  $\Delta$  измерительных преобразователей и схем их включения.

Выведем расчетные формулы для определения коэффициента  $k_1$  согласно (3) для шести возможных схем включения измерительных преобразователей [6]:

$$1) \quad z_1 = z_2 = z_3 = z_4; \quad z + \Delta \quad (4)$$

и из (1) и (4)

$$k_1 = \Delta \left( 4 + \frac{\Delta}{z} \right)^{-1};$$

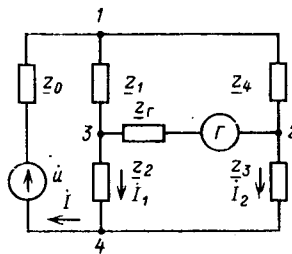


Рис. 1. Измерительный мост с реальным источником питания и гальванометром

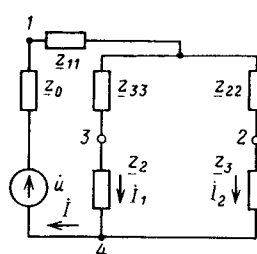


Рис. 2. Эквивалентная схема измерительного моста

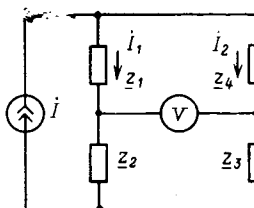


Рис. 3. Измерительный мост с источником тока и вольтметром

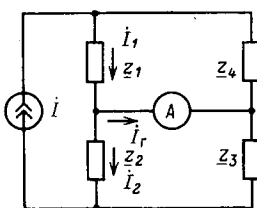


Рис. 4. Измерительный мост с источником тока и амперметром

$$2) \underline{z}_1 = \underline{z}_3 = \underline{z}; \underline{z}_2 = \underline{z}_4 = \underline{z} + \Delta \quad (5)$$

и из (3) и (5)  $k_1 = 0,5\Delta$ ;

$$3) \underline{z}_1 = \underline{z}_3 = \underline{z}; \underline{z}_2 = \underline{z} - \Delta; \underline{z}_4 = \underline{z} + \Delta \quad (6)$$

и из (3) и (6)  $k_1 = 0,5\Delta$ ;

$$4) \underline{z}_1 = \underline{z}_3 = \underline{z}; \underline{z}_2 = \underline{z} - \Delta; \underline{z}_4 = \underline{z} + \Delta \quad (7)$$

и из (3) и (7)  $k_1 = -\frac{\Delta^2}{4z}$ ;

$$5) \underline{z}_1 = \underline{z} - \Delta; \underline{z}_2 = \underline{z} + \Delta; \underline{z}_3 = \underline{z} - \Delta; \underline{z}_4 = \underline{z} + \Delta \quad (8)$$

и из (3) и (8)  $k_1 = \Delta$ ;

$$6) \underline{z}_1 = \underline{z} + \Delta; \underline{z}_2 = \underline{z}_3 = \underline{z}; \underline{z}_4 = \underline{z} - \Delta \quad (9)$$

и из (3) и (9)  $k_1 = 0,5\Delta$ .

II. Измерительный мост питается от источника тока, ток разбаланса измеряется амперметром (рис. 4). Сопротивлением амперметра пренебрегаем.

Токи в ветвях моста

$$i_1 = \frac{\underline{z}_4 i}{\underline{z}_1 + \underline{z}_4}, \quad i_2 = \frac{\underline{z}_3 i}{\underline{z}_2 + \underline{z}_3};$$

выходной ток (ток разбаланса моста)

$$i_r = i_1 - i_2 = \left( \frac{\underline{z}_4}{\underline{z}_1 + \underline{z}_4} - \frac{\underline{z}_3}{\underline{z}_2 + \underline{z}_3} \right) i = k_2 i. \quad (10)$$

Аналогично предыдущему выведем расчетные формулы для определения  $k_2$ . Согласно (10) с учетом (4) — (9) имеем:

$$1) k_2 = \frac{\Delta}{2(2z + \Delta)}; 2) k_2 = \frac{\Delta}{2z + \Delta}; 3) k_2 = \Delta \left( 2 - \frac{\Delta^2}{2z} \right)^{-1};$$

$$4) k_2 = \frac{\Delta^2}{4z^2 \Delta^2}; 5) k_2 = 0,5\Delta; 6) k_2 = \frac{\Delta}{2z}.$$

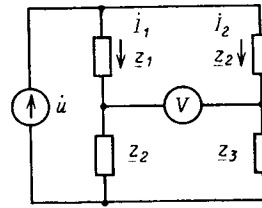


Рис. 5. Измерительный мост с источником напряжения и вольтметром

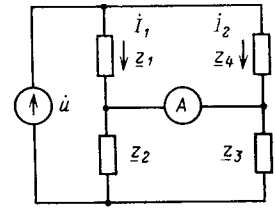


Рис. 6. Измерительный мост с источником напряжения и амперметром

III. Измерительный мост питается от источника напряжения, напряжение разбаланса измеряется вольтметром (рис. 5). Токи в параллельных ветвях

$$i_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2}; \quad i_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{z}_3 + \underline{z}_4};$$

выходное напряжение (напряжение разбаланса моста)

$$\dot{U}_r = \underline{z}_4 i_2 - \underline{z}_1 i_1 = \left( \frac{\underline{z}_4}{\underline{z}_3 + \underline{z}_4} - \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} \right) \dot{U} = k_3 \dot{U}. \quad (11)$$

Расчетные формулы для определения  $k_3$  согласно (11) и с учетом (4) — (9) выражаются как

$$1) k_3 = \frac{\Delta}{2(2z + \Delta)}; 2) k_3 = \frac{\Delta}{2z + \Delta}; 3) k_3 = \frac{\Delta}{2z};$$

$$4) k_3 = \frac{\Delta^2}{4z^2 - \Delta^2}; 5) k_3 = \frac{\Delta}{z}; 6) k_3 = \Delta \left( 2z - \frac{\Delta^2}{2z} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Таблица 1

Номер схемы	Схема включения	$\dot{U}_r = k_1 i$	$i_r = k_2 i$	$\dot{U}_r = k_3 \dot{U}$	$i_r = k_4 \dot{U}$
		$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
I		$\frac{\Delta}{4 + \frac{\Delta}{z}}$	$\frac{\Delta}{2(2z + \Delta)}$	$\frac{\Delta}{2(2z + \Delta)}$	$\frac{\Delta}{(4z + 3\Delta)z}$
II		$\frac{\Delta}{2}$	$\frac{\Delta}{2z + \Delta}$	$\frac{\Delta}{2z + \Delta}$	$\frac{\Delta}{2z(z + \Delta)}$
III		$\frac{\Delta}{2}$	$\frac{\Delta}{2z - \frac{\Delta^2}{2z}}$	$\frac{\Delta}{2z}$	$\frac{\Delta}{2z - \Delta^2}$
IV		$-\frac{\Delta^2}{4z}$	$-\frac{\Delta^2}{4z^2 - \Delta^2}$	$-\frac{\Delta^2}{4z^2 - \Delta^2}$	$\frac{\Delta}{2(2z^2 - \Delta^2)z}$
V		$\Delta$	$\frac{\Delta}{z}$	$\frac{\Delta}{z}$	$\frac{\Delta}{z^2 - \Delta^2}$
VI		$-\frac{\Delta}{2}$	$\frac{\Delta}{2z}$	$-\frac{\Delta}{2z}$	$-\frac{\Delta}{2z^2 - \Delta^2}$

Таблица 2

$\Delta$ , Ом	Схема I			Схема II			Схема III		Схема IV			Схема V			Схема VI	
	$k_1$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$	$k_1$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$	$k_1$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$	$k_1$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$	$k_2 \cdot 10^{-2}$	$k_4 \cdot 10^{-4}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
-50	-14,3	-16,7	-20,0	-25,0	-33,3	-50,0	-27,6	-28,6	-6,2	6,7	-7,1	-50,0	-50,0	-66,7	-25,0	-28,6
-40	-11,1	-12,5	-14,0	-20,0	-25,0	-33,0	-20,8	-21,7	-4,0	-4,2	-4,3	-40,0	-40,0	-47,6	-20,0	-21,7
-30	-8,1	-8,8	-9,6	-15,0	-17,6	-21,0	-15,3	-15,7	-2,3	-2,3	-2,4	-30,0	-30,0	-33,0	-15,0	-15,7
-20	-5,3	-5,6	-6,0	-10,0	-11,0	-12,5	-10,1	-10,2	-1,0	-1,0	-1,0	-20,0	-20,0	-20,8	-10,0	-10,7
-10	-2,6	-2,6	-2,7	-5,0	-5,3	-5,5	-5,0	-5,0	-0,2	-0,2	-0,2	-10,0	-10,0	-10,1	-5,0	-5,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	2,4	2,4	2,3	5,0	4,8	4,5	5,0	5,0	-0,2	-0,2	-0,2	10,0	10,0	10,1	5,0	5,0
20	4,8	4,5	4,3	10,0	9,1	8,3	10,1	10,2	-1,0	-1,0	-1,0	20,0	20,0	20,8	10,0	10,5
30	7,0	6,5	6,1	15,0	13,0	11,5	15,3	15,7	-2,3	-2,3	-2,4	30,0	30,0	33,0	15,0	15,7
40	9,1	8,3	7,7	20,0	16,6	14,3	20,8	21,7	-4,0	-4,2	-4,3	40,0	40,0	47,6	20,0	21,7
50	11,1	10,0	9,1	25,0	20,1	16,7	26,7	28,6	-6,2	-6,7	-7,1	50,0	50,0	66,7	25,0	28,6

IV. Мост питается от источника напряжения, ток разбаланса измеряется амперметром (рис. 6).

Очевидно, что выходной ток будет определяться отношением напряжения, которое вычислено в предыдущем случае — выражение (11), и сопротивления между выходными зажимами  $z_{12}$  при холостом ходе

$$I_r = \frac{k_3}{z_{12}} \dot{U} = k_4 \dot{U}. \quad (13)$$

Выведем расчетные формулы для определения  $k_4$  согласно (13) и (12):

$$1) \ z_{12} = \frac{4z + 3\Delta}{2(2z + \Delta)}; \quad k_4 = \frac{\Delta}{(4z + 3\Delta)z};$$

$$2) \ z_{12} = \frac{2(z^2 + z\Delta)}{2z + \Delta}; \quad k_4 = \frac{\Delta}{2(z + \Delta)z};$$

$$3) \ z_{12} = \frac{2z^2 - \Delta^2}{2z}; \quad k_4 = \frac{\Delta}{2z^2 - \Delta^2};$$

$$4) \ z_{12} = \frac{2(2z^2 - \Delta^2)z}{4z^2 - \Delta^2}; \quad k_4 = \frac{\Delta^2}{2(2z^2 - \Delta^2)z};$$

$$5) \ z_{12} = \frac{z^2 - \Delta^2}{z}; \quad k_4 = \frac{\Delta}{z^2 - \Delta^2};$$

$$6) \ z_{12} = \frac{4z^2 - 2z\Delta^2}{4z^2 - \Delta^2}; \quad k_4 = \frac{\Delta}{2z^2 - \Delta^2}.$$

Полученные расчетные формулы для определения выходного сигнала (3), (10), (11), (13) при различных схемах включения измерительного преобразователя, источника питания и гальванометра приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены результаты контрольных расчетов коэффициентов преобразования для моста постоянного тока при  $r_x = 100(1 + \Delta)$ , когда  $\Delta$  меняется в пределах от 0 до  $\pm 50$  Ом.

Анализ полученных данных показывает, что:

1. Максимальная чувствительность измерения достигается при питании моста от идеального источника тока и измерении напряжения разбаланса идеальным вольтметром (см. второй столбец табл. 1 и столбцы 2, 5, 10, 13 табл. 2).

2. При питании моста источником тока и измерении сигнала разбаланса амперметром или же при питании моста источником напряжения и измерении сигнала разбаланса вольтметром, чувствительность измерения уменьшается примерно в  $z$  раз (см. третий и четвертый столбцы табл. 1 и столбцы 3, 6, 8, 11, 14, 16 табл. 2).

3. При питании моста от источника напряжения и измерении сигнала разбаланса амперметром чувствительность измерения уменьшается примерно в  $z^2$  раз (см. пятый столбец табл. 1 и столбцы 4, 7, 8, 12, 15, 17 табл. 2).

Таким образом, при определении наибольшей чувствительности уравновешенных и неуравновешенных мостовых схем необходимо наряду с энергетическими критериями пользоваться критериями приближения параметров реального источника питания к параметрам идеального источника тока, а параметров гальванометра — к параметрам идеального вольтметра.

#### Список литературы

1. Нестеренко А. Д. Расчет чувствительности схем нулевого типа. — Электричество, 1940, № 7.
2. Мильштейн В. Н. К расчету симметричных измерительных мостов. — Электричество, 1940, № 7.
3. Кротков И. Н. Расчет наибольшей чувствительности электрических измерительных цепей. — Электричество, 1951, № 10.
4. Каганов М. А. Условия наибольшей чувствительности неуравновешенных мостовых схем. — Измерительная техника, 1956, № 2.
5. Кочан В. А. К вопросу о чувствительности мостов постоянного тока. — Измерительная техника, 1937, № 4.
6. Шляндин В. М. Основы автоматики. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1958.
7. Карандеев К. Б., Штемберггер Г. А. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. — Новосибирск: изд. СО АН СССР, 1961.
8. Кольцов А. А. Электрические схемы уравновешивания. М.: Энергия, 1976.

[11.04.84]

# Применение индуктивного накопителя энергии для ускорения проводящих тел

ЧЕМЕРИС В. Т., канд. техн. наук, ПОДОЛЬЦЕВ А. Д., канд. техн. наук,  
ВАСЬКОВСКИЙ Ю. Н., канд. техн. наук, ПЕТРОВСКИЙ В. П., инж.

Институт электродинамики АН УССР

Необходимость тщательного согласования индуктивного накопителя с нагрузкой, индуктивность которой изменяется во времени, отмечалась в [1], где исследовалась работа кондукционного ускорителя. Авторами статьи выполнено моделирование на ЭВМ индукционно-динамического ускорения проводящего якоря 2 (рис. 1) в импульсном магнитном поле соленоида 1 для определения влияния параметров электропроводящего размыкателя  $R_p$  и соотношения индуктивностей  $\gamma_1 = L_c/L_n$  соленоида и накопителя на эффективность преобразования энергии, запасенной в магнитном поле накопителя, в кинетическую энергию якоря. На схеме рис. 1 в начальный момент времени ( $t=0$ ) якорь неподвижен, ключ  $K$  разомкнут, токи в накопителе и размыкателе  $i_n = i_p = i_0$ ;  $R_p = r_0$ . При  $t > 0$  ключ  $K$  замкнут, а сопротивление размыкателя при выделении в нем джоулевого тепла изменяется как

$$R_p/r_0 = \gamma_p(1 - BQ), \quad (1)$$

где  $\gamma_p = r_0/r_c$  — нормированное начальное сопротивление размыкателя;  $B = W_6/W_{a.в}$ ;  $W_6 = L_c i_0^2/2$  — нормировочное (базисное) значение энергии, равное (по порядку величины) значению энергии, которую необходимо подвести к соленоиду и выражаемое через начальную энергию накопителя  $W_0 = L_n i_0^2/2$  соотношением  $W_6 = \gamma_1 W_0$ ;  $W_{a.в}$  — энергия, необходимая для электрического взрыва проводника размыкателя;  $Q$  — текущее значение энергии джоулевого тепла в размыкателе в долях  $W_6$ .

Максимальное значение  $R_p$  было фиксированным  $R_{p\max}/r_0 = 100$  и выбиралось по значению предельно допустимого повышения напряжения на размыкателе.

Эмпирическая модель (1), описывающая работу размыкателя, основана на исследованиях [2] и заимствована из [3].

Для описания взаимодействия ускоряемого тела (якоря) с импульсным полем соленоида был использован метод интегральных уравнений [4], приводящий в данном случае к математической модели, описанной в [5]. В предположении, что соленоид можно считать тонким, после дискретизации якоря и представления его в виде совокупности  $n-1$  элементарных проводящих колец с конечным поперечным сечением (рис. 1) этот метод дает систему  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений для токов в контурах, которая в векторно-матричной форме имеет вид:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{v}[\mathbf{L}]^{-1} \frac{d}{dz} [\mathbf{L}]\mathbf{I} + [\mathbf{L}]^{-1} [\mathbf{R}]\mathbf{I} = [\mathbf{L}]^{-1} [\mathbf{U}], \quad (2)$$

где  $\mathbf{I}$  — нормированный по значению  $i_0$  вектор токов, включающий ток соленоида и токи всех элементов якоря;  $[\mathbf{R}]$  — матрица активных сопротивлений, нормированных по значению  $r_c$ , включающая сопротивление соленоида и сопротивления всех элементов якоря;  $[\mathbf{L}]$  — матрица собственных и взаимных индуктивностей соленоида и элементов якоря, нормированных по значению  $L_c$ ;  $z$  — продольная координата якоря относительно соленоида, нормированная по его длине  $l_c$ ;  $t$  — безразмерное время, выраженное в долях постоянной времени соленоида  $\tau_c = L_c/r_c$ ;  $v$  — скорость якоря в долях базисной скорости  $v_0 = l_c/\tau_c$ ;  $\mathbf{U}$  — столбец напряжений на контурах, содержащий единственную ненулевую компоненту — напряжение на размыкателе  $U_n = (i_n - i_0)R_p$ , нормированное по значению  $i_0 r_0$ .

Связь между токами накопителя и соленоида определяется уравнением

$$\frac{di_n}{dt} = -\gamma_0 i_n - \gamma_1 (R_p/r_0) (i_n - i_c), \quad (3)$$

где  $\gamma_0 = \tau_c/\tau_n$ ,  $\tau_n = L_n/R_n$  — постоянная времени накопителя; все токи нормированы по значению  $i_0$ .

Нормированное уравнение для джоулевого тепла, выделяющегося в размыкателе,

$$\frac{dQ}{dt} = 2(R_p/r_0) (i_n - i_c)^2. \quad (4)$$

Уравнения движения якоря

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} i_c i_i \frac{dL_{in}}{dz}; \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \text{ — при заданном } z(0). \quad (6)$$

Здесь  $i_c$ ,  $i_i$  — нормированные токи в соленоиде и  $i$ -м элементе якоря;  $L_{in}$  — нормированный по значению  $L_c$  коэффициент

взаимоиндукции  $i$ -го элемента якоря и соленоида;  $m = \frac{m_a v_0^2}{L_c i_0^2}$  —

относительная масса якоря ( $m_a$  — масса в размерных единицах).

Мгновенные значения сопротивления элементов якоря вычислялись в предположении адиабатичности их нагрева с учетом зависимости электропроводности  $\sigma_i$  от теплосодержания, выражаемой соотношением [6]:

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = -N\sigma_i^2/S_i^2. \quad (7)$$

где  $S_i$  — площадь поперечного сечения элементарного контура якоря, нормированная по выбранному базисному значению  $S_0$ ;  $N = \beta W_6/V_0$ ;  $\beta$  — тепловой коэффициент материала якоря [6];  $V_0 = \sigma_0 r_c S_0^2$ ;  $\sigma_0$  — значение электропроводности материала якоря при 20 °C.

Система (1)–(7) решалась на ЭВМ типа ЕС-1033 методом Рунге — Кутты 4-го порядка с автоматическим выбором шага. Подпрограммы вычисления собственных и взаимных индуктивностей в (1) и (5) были составлены с учетом конечных размеров поперечных сечений элементарных контуров якоря. При  $n=15$  время расчета переходного процесса для одного варианта ускорителя составляло в среднем 15 мин. Точность решения контролировалась по балансу энергии, который выражался соотношением

$$\gamma_1 \sum_{k=1}^k Q_k = 1, \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^k Q_{kH} = 1, \quad (8)$$

где  $Q_{kH} = \gamma_1 Q_k$  — виды затрат энергии в элементах схемы в долях начальной энергии накопителя.

Исходная система уравнений является жесткой из-за наличия элемента с быстро меняющимися характеристиками — раз-

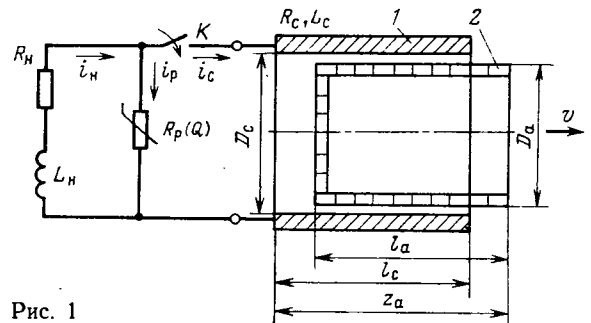


Рис. 1

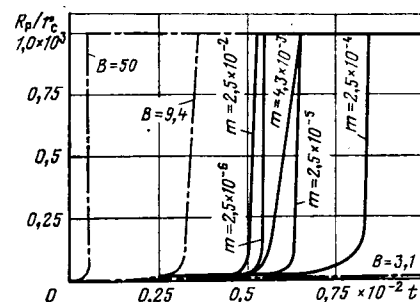


Рис. 2

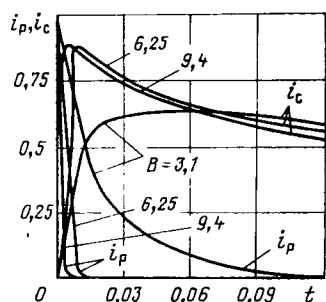


Рис. 3

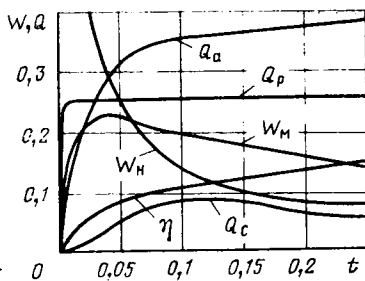


Рис. 4

мыкателя тока. Для преодоления трудностей расчета, порождаемых этим обстоятельством, после срабатывания размыкателя формировалась усеченная система уравнений, в которой  $i_H = i_c$ , что позволяло увеличить шаг интегрирования по времени в десяти раз без ущерба для точности вычислений.

На рис. 2—4 приведены некоторые результаты расчетов, полученные при следующих исходных данных:  $D_c/D_a = 1,033$ ;  $i_c/I_a = 0,75$ ;  $i_c/D_c = 1,94$ ;  $\sigma_0 = 63,3 \cdot 10^6$  (Ом·м) $^{-1}$ ;  $\beta = 1,36 \times 10^{-9}$  м $^2$ /Дж;  $\tau_c = 8,4 \cdot 10^{-4}$  с;  $\gamma_p = 10$ ;  $N = 1500$ ; начальное положение якоря относительно соленоида, отсчитываемое между их поперечными осями симметрии,  $z_0 = 0,5$ .

Характеристики размыкателя видны из рис. 2, где сплошные линии даны для  $B = 9,3$ ;  $\gamma_0 = \gamma_1 = 0,625$ ; пунктирные линии — для  $\gamma_0 = \gamma_1 = 0,625$ ;  $m = 4,3 \cdot 10^{-4}$  при различных  $B$ . Использованная модель размыкателя, несмотря на ее простоту, является достаточно корректной, ибо время задержки срабатывания исчисляется в единицах микросекунд (в зависимости от  $B$ ), а время электрического взрыва — в долях микросекунды, что согласуется с известными экспериментальными данными [7]. Зависимость этих времен от  $m$  объясняется влиянием эквивалентной индуктивности ускорителя на распределение тока между соленоидом и размыкателем.

Кривые изменения токов  $i_p$ ,  $i_c$  даны на рис. 3 для  $\gamma_0 = \gamma_1 = 0,625$ ;  $m = 4,3 \cdot 10^{-4}$ . Как при  $B = 3,1$ , так и при  $B \rightarrow 50$  наблюдается притормаживание якоря при его вылете из соленоида (потеря скорости в отдельных случаях до 50 %), что требует тщательной оптимизации начального положения якоря и длины соленоида. Более детальное рассмотрение начального участка кривых рис. 3 позволяет видеть значительное повышение скорости нарастания тока в соленоиде в момент срабатывания размыкателя.

Влияние параметра  $\gamma_1$  сводится к тому, что при  $\gamma_1 > 1$  снижа-

ется уровень тока в соленоиде и вместе с ним эффективность ускорения, определяемая безразмерной кинетической энергией якоря  $W_k = mv^2$  (или, в долях энергии накопителя, к. п. д. ускорения  $\eta = \gamma_1 mv^2$ ). При фиксированных значениях  $m$  и  $B$  в области значений  $\gamma_1 < 1$  существует оптимальное значение  $\gamma_1$ , обеспечивающее максимум к. п. д.

Численное моделирование с учетом электрофизических характеристик якоря и соленоида приводит к более низким оптимальным значениям  $\gamma_1$ , чем предсказанные на основании идеализированного рассмотрения накопителя и ускорителя [1]. Это объясняется относительно большим уровнем суммарных потерь энергии.

Энергетический баланс системы показан на рис. 4, где в соответствии с соотношением (8) для  $B = 9,3$ ;  $\gamma_0 = \gamma_1 = 0,6$ ;  $m = 4,3 \cdot 10^{-4}$  даны кривые изменения значений энергии джоулевого тепла в якорю  $Q_j$ , в размыкателе  $Q_p$  и соленоиде  $Q_c$ , отнесенных к начальной энергии накопителя, изменения энергии маг-

нитного поля в ускорителе  $W_m = \frac{\gamma_1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_{ij} i_i i_j$ ,

энергии накопителя  $W_H(t) = i_H^2$  и к. п. д. ускорения  $\eta$ . При относительно большом значении потерь в размыкателе и в якорю к. п. д. ускорителя все же приближается к значению примерно 0,1, которое было достигнуто в аналогичных случаях с использованием емкостного накопителя.

#### Список литературы

1. Шнеерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. — Л.: Энергоиздат, 1981.
2. Bennet F. D., Kahl A. D., Wedemeyer E. H. Resistance changes caused by vaporization waves in exploding wires. — Exploding Wires, 1964, vol. III. — New York: Plenum Press.
3. Герасимов Л. С., Икрянников В. И., Пинчук А. И. Передача энергии из индуктивного накопителя в индуктивную нагрузку с помощью электровзрывного размыкателя тока. — Журнал прикл. механ. и техн. физ., 1975, № 1.
4. Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. — Киев: Техника, 1967.
5. Чемерис В. Т., Подольцев А. Д. Исследование магнитноимпульсного взаимодействия проводящих контуров на ЭЦВМ с учетом движения вторичного контура. — Проблемы технической электродинамики, 1979, № 1, с. 22—26.
6. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.
7. Быстродействующие сильнотоковые размыкатели на основе электрического взрыва фольг/А. Б. Андресен, В. А. Бурцев, В. М. Водовозов и др. — В кн.: Докл. Всесоюзной конф. по инж. пробл. термояд. реакт. — Л.: НИИЭФА, 1977, т. III. [25.05.83]

УДК [621.313.323:621.314.572]—83.012.6

## Высокодинамичный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором тока

БЕЛОШАБСКИЙ В. В., БОГОМОЛОВА Г. А., ВЕЙНГЕР А. М.,  
ВИНИЦКИЙ А. Л., МАЛКИН А. И., ТИХОНОВ А. В., СЕРЫЙ И. М., ШИГИН В. М.

В промышленности имеется ряд мощных быстроходных механизмов, для которых необходим регулируемый по частоте вращения электропривод повышенной перегрузочной способности и повышенного быстродействия в переходных режимах. Для таких механизмов с успехом может быть использован синхронный двигатель (СД) с преобразователем частоты на основе зависимого инвертора тока (ЗИТ) (рис. 1) и системой автоматического регулирования (САР), обеспечивающей указанные выше свойства. В настоящее время разработаны электроприводы с СД и ЗИТ, ориентированные в основном на спокойные условия работы [1]. Целью настоящей статьи является рассмотрение принципиальной возможности разработки высокодинамичного электропривода на основе СД с ЗИТ, не уступающего по своим динамическим свойствам современным электроприводам на основе СД с НПЧ и САР подчиненного типа [2].

Поставленная цель может быть достигнута лишь при условии, что в САР достаточно полно учитываются динамические свойства таких сложных объектов, как СД и ЗИТ. Наиболее компактно эти свойства удается представить в рамках обоб-

щенной структурной схемы объекта регулирования в результате рассмотрения СД и ЗИТ как единого целого без выделения цепи выпрямленного тока в виде отдельных структурных звеньев. В основу обобщенной структурной схемы СД с ЗИТ положены следующие соображения.

Во-первых, рассмотрен инвертор, управление которого связано с осями  $d$  и  $q$  при помощи датчика углового положения ротора СД, когда СИФУ инвертора формирует управляющие импульсы для тиристоров в определенных угловых положениях ротора относительно статора. Управляющий сигнал, поступающий на вход СИФУ инвертора, изменяет эти угловые положения и тем самым изменяет угловое положение вектора  $i_s$ , соответствующего основным временным гармоникам токов статора (рис. 2). Поскольку в системе управления инвертором могут быть использованы известные средства для корректировки характеристик с учетом коммутационных явлений (аналогично система управления выпрямителями), предполагается, что управляющий сигнал инвертора  $u_{\Sigma\kappa}$  определяет угол  $\kappa$  между вектором  $i_s$  и осью  $q$ :

$$i_{sd} = -i_s \cos \kappa; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} i_{sq} &= i_s \sin \kappa; \\ \kappa &= k_{\kappa} u_{\kappa}. \end{aligned} \quad (2)$$

Во-вторых, для цепи выпрямленного тока применены специальные базовые величины, зависящие от тактности инвертора и связанные с базовыми величинами статора СД так, что в относительных единицах ток в цепи выпрямленного тока и основная гармоника  $i_s$  тока цепи статора СД и тока питающей выпрямитель сети совпадают по величине, а выпрямленные напряжения и э. д. с. выражаются безразмерными величинами, соответствующими напряжению цепи статора СД. Это дало возможность для цепи выпрямленного тока записать уравнение баланса напряжений в следующем виде:

$$e_B = (r_B + r_P) i_s + (x_B + x_P) D i_s + u_U, \quad (3)$$

где  $e_B = k_B u_{B.B}$  — независимо управляемая э. д. с. выпрямителя;  $r_P, x_P$  — параметры сглаживающего реактора;  $r_B, x_B$  — параметры эквивалентной схемы выпрямителя, обусловленные реактивностью  $x_C$  питающей сети;  $u_U$  — гладкая составляющая напряжения инвертора реальной цепи, показанной на рис. 1;  $D$  — символ дифференцирования переменной по времени в относительных единицах.

В-третьих, для описания процессов в статоре СД применена система координат  $x, y$ , жестко связанная с вектором  $i_s$  (см. рис. 2) так, что:

$$\left. \begin{aligned} i_{sx} &= 0; \\ i_{sy} &= i_s. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Уравнения для статора СД в этой системе координат имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} r_s i_{sx} + D \psi_{sx} - \omega_K \psi_{sy} &= u_{sx}; \\ r_s i_{sy} + D \psi_{sy} + \omega_K \psi_{sx} &= u_{sy}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

а активная мощность статора, электромагнитный момент и частота вращения системы координат  $x, y$  вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} P_s &= u_{sx} i_{sx} + u_{sy} i_{sy}; \\ m_e &= \psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\omega_K = \omega + D\kappa. \quad (7)$$

С учетом (4) и (5):

$$P_s = i_s (r_s i_s + D \psi_{sy} + \omega_K \psi_{sx}); \quad (8)$$

$$m_e = \psi_{sx} i_s. \quad (9)$$

Активную мощность статора можно вычислить и иначе — со стороны цепи выпрямленного тока:

$$P_s = i_s u_U. \quad (10)$$

тогда из сравнения с (8) видно, что

$$u_U = r_s i_s + D \psi_{sy} + \omega_K \psi_{sx}. \quad (11)$$

С учетом (3) и (11) получается:

$$e_B = r_{\Sigma} i_s + D \psi_{sy\Sigma} + \omega_K \psi_{sx}, \quad (12)$$

где  $r_{\Sigma} = r_B + r_P + r_s$ ;  $\psi_{sy\Sigma} = \psi_{sy} + x_{\Sigma} i_s$ ;  $x_{\Sigma} = x_B + x_P$ .

В-четвертых, для описания процессов в роторе СД и описания электромагнитных связей контуров применена система координат  $d-q$ , жестко связанная с ротором.

Уравнение электромагнитного контура обмотки возбуждения имеет вид:

$$u_{rf} = r_f i_f + D \psi_f. \quad (13)$$

Связь между токами и потоками сцепления обмоток в системе координат  $d-q$  выражается в общем случае с помощью нелинейного дифференциального оператора<sup>1</sup>:

$$\bar{\psi} = \mathcal{X} \bar{i}, \quad (14)$$

где

$$\bar{\psi} = (\psi_{sd}, \psi_{sq}, \psi_f); \quad \bar{i} = (i_{sd}, i_{sq}, i_f). \quad (15)$$

Если не учитывается насыщение, то оператор  $\mathcal{X}$  переходит в линейный — передаточную матрицу  $X(D)$ , общепринятую в аналитической теории СД.

Полная система уравнений СД содержит уравнения (1), (4), (7), (9), (12)—(14), уравнения преобразования

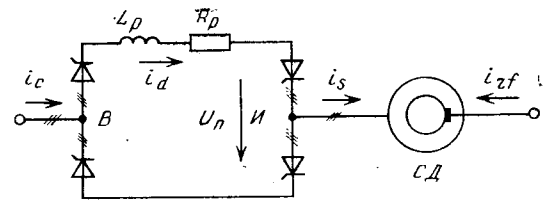


Рис. 1. Схема главных цепей СД с ЗИТ

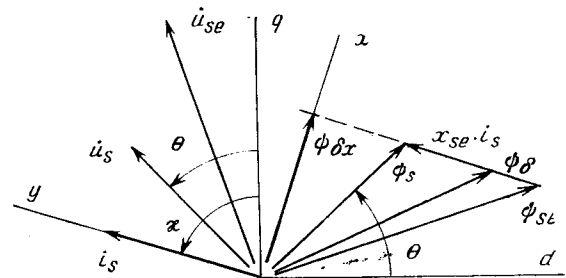


Рис. 2. Векторная диаграмма СД

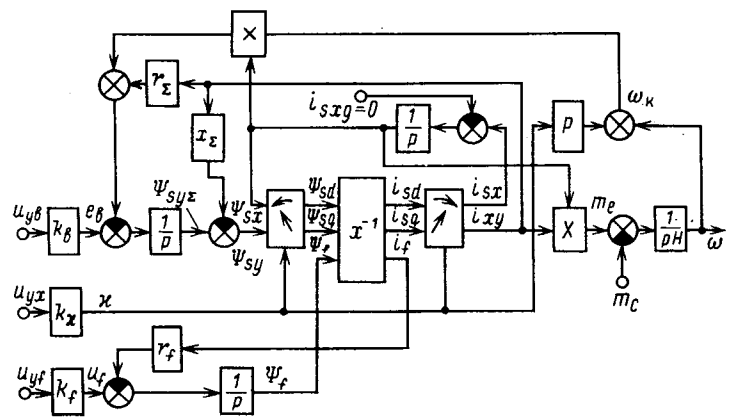


Рис. 3. Обобщенная структурная схема СД с ЗИТ

поворота координат

$$\left. \begin{aligned} \psi_{sx} &= \psi_{sd} \cos \kappa + \psi_{sq} \sin \kappa; \\ \psi_{sy} &= -\psi_{sd} \sin \kappa + \psi_{sq} \cos \kappa \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

и уравнение движения

$$D\omega = \frac{1}{H} (m_e - m_c). \quad (17)$$

Уравнения электромагнитных контуров СД (все упомянутые уравнения, кроме последнего) позволяют выразить токи обмоток через управляющие воздействия:

$$i = N (U_B, \kappa, u_{rf}), \quad (18)$$

где

$$U_B = e_B - \omega_K \psi_{sx}.$$

На рис. 3 показана обобщенная структурная схема СД с ЗИТ как объекта регулирования, полученная в соответствии с приведенными выше уравнениями. Следует подчеркнуть такие особенности полученной структуры, как использование в ней двух систем координат  $x, y$  и  $d, q$ , двух координатных преобразователей и следящей системы, обеспечивающей выполнение условий (4). В этой структуре использован также дифференциальный оператор  $\mathcal{X}^{-1}$ .

Полученная обобщенная структура СД с ЗИТ дает возможность решить задачу синтеза САР, обеспечивающей высокие динамические свойства электропривода с указанным двигателем. В основу этой системы положен обратный электромагнитный оператор  $N^{-1}$ , составленный в соответствии с (18) и обобщенной структурной схемой СД с ЗИТ. В структуре обратного оператора использован дифференциальный оператор  $\mathcal{X}$ , а также координатные преобразователи и дифференцирующие элементы. При этом

<sup>1</sup> Структурные схемы операторов в статье не приводятся.

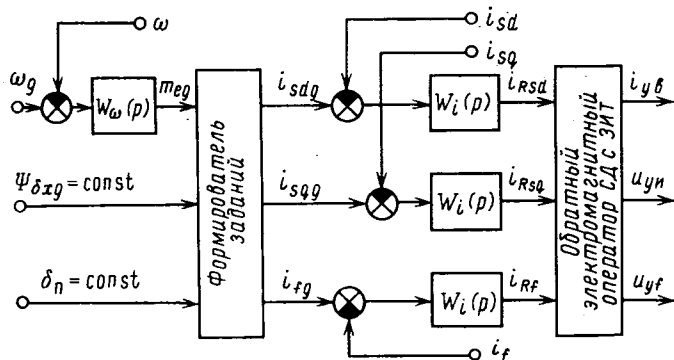


Рис. 4. Структурная схема системы автоматического регулирования СД с ЗИТ

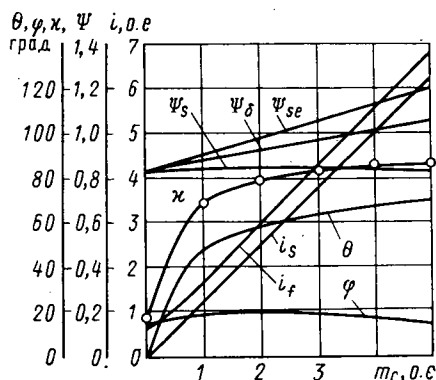


Рис. 5. Статические характеристики СД с ЗИТ при  $\psi_{\delta x} = 0,8 = \text{const}$ ;  $\delta_U = 15^\circ = \text{const}$

дифференцирование удается выполнить с необходимой степенью точности, поскольку на вход оператора поступают сигналы  $i_{Rsd}$ ,  $i_{Rsq}$ ,  $i_{Rf}$ , прошедшие фильтрацию. На выходе обратного оператора вырабатываются управляющие сигналы, подаваемые на входы СИФУ, выпрямителя, инвертора и возбуждателя.

Управляющие сигналы источников питания СД формируются под воздействием токов  $i_{Rsd}$ ,  $i_{Rsq}$ ,  $i_{Rf}$ , поступающих на вход обратного электромагнитного оператора с выходов соответствующих регуляторов (см. рис. 4), имеющих следующие передаточные функции:

$$W_i(p) = \frac{1}{2T_{\mu p}(1 + T_{\mu p})} \quad (19)$$

где  $T_{\mu}$  — постоянная времени, выбираемая в соответствии с требованиями к электроприводу например, для динамических электроприводов она равна  $0,002 \div 0,01$  с.

Таким образом, в трехмерном контуре регулирования токов  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $i_f$  компенсируются электромагнитные свойства СД с преобразователем частоты и одновременно вводятся необходимые типовые свойства систем подчиненного регулирования. Это означает, что передаточная функция между током  $\bar{i}_R$  ( $i_{Rsd}$ ,  $i_{Rsq}$ ,  $i_{Rf}$ ) и током  $\bar{i}$  ( $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $i_f$ ) (рис. 3) оказывается равной единице, а передаточная функция между током задания  $\bar{i}_d$  ( $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $i_{fd}$ ) и током  $\bar{i}$  ( $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $i_f$ ) с учетом (19) соответствует фильтру Боттер-

ворса второго порядка с постоянной времени  $T_{\mu}$ . Именно этим обстоятельством обусловлена высокая динамичность рассматриваемого электропривода с наперед известным характером переходных процессов.

В свою очередь, задания для регуляторов токов вырабатываются формирователем заданий с нелинейным оператором  $\mathcal{F}^{-1}$ . Этот формирователь под воздействием регулятора частоты вращения ротора с передаточной функцией  $W_{\omega}(p)$  обеспечивает формирование требуемых характеристик электропривода; поддержание заданного электромагнитного состояния двигателя (например,  $\psi_{\delta x} = \text{const}$  при переменном коммутирующем потоко-сцеплении  $\psi_{se}$ ); устойчивую работу инвертора с заданным углом  $\delta_U$  восстановления запирающих свойств вентилей. Как пример, на рис. 5 показаны статические характеристики СД с ЗИТ, которые обеспечиваются формирователем заданий при условии  $\psi_{\delta x} = \psi_{\delta x d} = \text{const}$  и  $\delta_U = \text{const}$ . Характеристики построены для СД типа СТМ-3500-2 с следующими параметрами:  $x_s = 0,0758$ ,  $x_f = 0,087$ ,  $x_{nd} = 0,0364$ ,  $x_{nq} = 0,0729$ ,  $x_{ad} = x_{aq} = 1,36$ ,  $x_{se} = 0,112$ ,  $r_s = 0,00446$ ,  $r_{rf} = 0,00143$ ,  $r_{rq} = r_{rd} = 0,0143$ . Из рис. 5 видно, что электропривод обладает высокой перегрузочной способностью при умеренных перегрузках по магнитным потокам и вполне удовлетворительном коэффициенте мощности.

Динамические свойства электропривода на основе СД с ЗИТ с рассмотренной САР предопределены методом синтеза системы и в рамках принятых допущений оказываются близкими к свойствам синхронных электроприводов с другими видами преобразователей частоты [2] и системами подчиненного регулирования:

а) процессы момента и скорости близки к типовым процессам подчиненных САР;

б) в динамике с удовлетворительной точностью поддерживаются заданные режимы, например  $\psi_{\delta x} = \text{const}$ ,  $\delta_U = \text{const}$ .

Следует подчеркнуть, то в операторах  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{X}^{-1}$  и  $\mathcal{F}^{-1}$  насыщение магнитопровода СД не учитывалось. Задача учета насыщения является общей для различных видов синхронного электропривода, и она нашла удовлетворительное решение в операторах  $\mathcal{X}$  и  $\mathcal{X}^{-1}$  для СД с НПЧ [3], которое может быть использовано и в СД с ЗИТ. Однако для качественного формирования режимов СД с ЗИТ необходимо не менее точно учитывать насыщение также и в операторе  $\mathcal{F}^{-1}$ , а для этого следует учитывать влияние насыщения на коммутационные процессы, этот вопрос требует дополнительного исследования. Требуется также дополнительное исследование и разработки, чтобы обеспечить высококачественное регулирование при расширенном (вниз) диапазоне регулирования скорости СД с ЗИТ.

Настоящая статья подводит итог первому этапу разработки высокодинамичного электропривода с СД и ЗИТ. Этот итог сводится к следующему: во-первых, показана принципиальная возможность разработки высокодинамичного электропривода с СД и ЗИТ на основе его обобщенной структуры (рис. 3), во-вторых, получена структура САР (рис. 4), в рамках которой может быть решена указанная выше задача.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аракелян А. Е., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимый инвертор. — М.: Энергия, 1977.
2. Особенности технической реализации частотно-управляемых синхронных двигателей и их систем автоматического регулирования / А. М. Вейнгер, Л. Х. Дацковский, Б. З. Итенберг и др. — В кн.: Автоматизированный электропривод. Под ред. Н. Ф. Ильинского и М. Г. Юнькова. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
3. Режимы частотно-управляемых синхронных двигателей / А. М. Вейнгер, И. Е. Родионов, И. М. Серый и др. — Электротехника, № 5, 1980.

[25.04.84]

УДК 62-83-52

## Сопоставление способов управления асинхронными электроприводами в переходных режимах

ИВАНОВИЧ ДЖ., инж.

СФРЮ, Титоград

Частотное управление асинхронными двигателями (АД) с помощью тиристорных преобразователей обеспечивает высокие технико-экономические показатели электропривода и потому

является наиболее перспективным. Чаше всего применяют управление АД при постоянном потоке или по минимуму тока статора. Известно, что при малых нагрузках электропривода

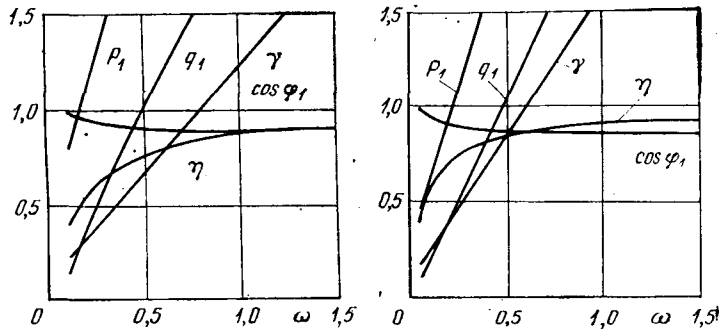


Рис. 1

Рис. 2

управление при постоянном потоке уступает регулированию по минимуму тока статора из-за более высоких потерь в магнитопроводе АД [1, 2], однако сопоставление этих способов управления АД в переходных режимах до настоящего времени не проводилось. В статье выполнено такое сопоставление с учетом электромагнитных переходных процессов и насыщения главной магнитной цепи АД.

Для математического описания статических характеристик АД при частотном управлении используется известная [1, 3] система управлений в относительных величинах:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^2 &= m \frac{\xi}{\xi_H}; & \eta &= \frac{\omega - \frac{p_{\text{мех}} + p_{\text{доб}}}{m}}{\omega + k\kappa}; \\ i_1^2 &= m \frac{\varepsilon}{\varepsilon_H}; & \cos \varphi_1 &= \frac{\omega + k\kappa}{\sqrt{\varepsilon\xi}}; \\ \varphi^2 &= m \frac{\delta}{\delta_H}; & p_1 &= m(\omega + k\kappa); \\ s_1 &= m\sqrt{\varepsilon\xi}; & q_1 &= m\sqrt{\varepsilon\xi - (\omega + k\kappa)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где для электромагнитного момента  $m = M/M_H$ , напряжения  $\gamma = U_1/U_{1H}$ , тока статора  $i_1 = I_1/I_{1H}$  и главного магнитного потока  $\Phi = \Phi/\Phi_H$  базовыми являются соответствующие номинальные значения, а скорость ротора  $\omega = \omega_r/\omega_{1H}$  и абсолютное скольжение  $\beta = f_2/f_{1H}$  выражены в долях номинальных значений синхронной скорости и частоты. Для активной  $p_1 = P_1/P_6$ , полной  $s_1 = S_1/P_6$ , реактивной  $q_1 = Q_1/P_6$  и механической мощности  $p_2 = P_2/P_6$ , а также потерь  $k = \Delta P_H/P_6$  базовой величиной выбрана электромагнитная мощность в номинальном режиме  $P_6 = M_H\omega_{1H}$ . Функции

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(\omega, \beta) = 2r_1(\omega + \beta) + [b^2 + c^2(\omega + \beta)^2] \frac{\beta}{r_2} + \\ &+ [d^2 + e^2(\omega + \beta)^2] \frac{r_2'}{\beta}; \\ \kappa &= \kappa(\omega, \beta) = K_c \frac{\varepsilon}{\varepsilon_H} + K_p \frac{\beta}{\beta_H} + [K_r(\omega + \beta) + \\ &+ K_v(\omega + \beta)^2] \frac{\delta}{\delta_H}; \\ \varepsilon &= \varepsilon(\beta) = \frac{r_2'}{x_0^2\beta} + \frac{\beta}{r_2'} \left(1 + \frac{x_2'}{x_0}\right)^2; \\ \delta &= \delta(\beta) = \frac{r_2'}{\beta} + \frac{\beta}{r_2'} - (x_2')^2, \end{aligned}$$

в которых  $K_c, K_p, K_r, K_v$  — коэффициенты, характеризующие потери для данного АД, а коэффициенты  $b, c, d, e$  определяются известными соотношениями [1]. Для номинального режима работы АД:  $\xi = \xi_H, \kappa = \kappa_H, \varepsilon = \varepsilon_H, \delta = \delta_H, \beta = \beta_H, x_0 = x_{0H}$ .

Для учета насыщения главной магнитной цепи АД аппроксимируем кривую намагничивания выражением:

$$x_* = \frac{x_0}{x_{0H}} = B \varphi \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{A}, \quad (2)$$

в котором  $A$  и  $B$  — параметры аппроксимации для данного АД. Чтобы исключить повышенные потери в магнитопроводе АД (управляемого с постоянным потоком) при малых моментах на-

грузки и упростить систему регулирования, управление осуществляется по закону [4]:

$$i_1 = \frac{|\beta|}{\beta_H}. \quad (3)$$

Для упрощения системы регулирования при управлении по минимуму тока статора принимается [4] следующая аппроксимирующая зависимость:

$$i_i = \frac{|\beta|}{\beta_m}, \quad (4)$$

где  $\beta_m$  — абсолютное скольжение, соответствующее максимальному моменту АД при  $i_1 = 1$ .

Сопоставление расчетных характеристик асинхронных электроприводов при управлении по (3) и (4) в статических и переходных режимах осуществлялось с помощью ЭВМ. В качестве АД была выбрана машина с параметрами:  $P_H = 110$  кВт;  $\omega_H = 102,7$  1/с;  $U_{H\Phi} = 220$  В;  $I_{H\Phi} = 195,3$  А;  $J_r = 3,375$  кгс·м<sup>2</sup>;  $r_1 = 0,0277$  Ом;  $r_2' = 0,0218$  Ом;  $x_1 = 0,07$  Ом;  $x_2' = 0,10$  Ом;  $x_{0H} = 3,7$  Ом, для которой  $\beta_H = 0,019$  и  $\beta_m \approx 0,012$ .

Результаты расчетов по (1) величин  $\eta, \gamma, \cos \varphi_1, p_1$  и  $q_1$  в зависимости от  $\omega$  при  $m = 3,24$  и управлении по (3) и (4) приведены на рис. 1 и 2 соответственно. Сопоставление этих статических характеристик позволяет заключить, что управление по (4), при котором  $i_1 = 2,34$  и  $\beta = 0,0275$ , предпочтительнее, чем по (3), для которого  $i_1 = 3$  и  $\beta = 0,057$ , если основными показателями считать  $\eta$  и  $p_1$ . Однако по параметрам  $\cos \varphi_1, q_1$  и  $\gamma$  управление по (4) уступает регулированию по (3).

При сопоставлении законов управления АД по (3) и (4) в переходных режимах будем исходить из предположения большой перегрузочной способности АД, что позволит оценить качество переходных процессов при управлении по этим простым для реализации законам, найденным для статических режимов. Для этого используем систему дифференциальных уравнений [5], описывающих работу АД при  $\beta = \text{const}$  и  $i_1 = \text{const}$  (регулятор тока статора считается идеальным) в ортогональной системе координат  $X, Y, O$  вращающейся синхронно с результирующим вектором тока статора, направленным по оси  $X$ , и учетом нелинейности кривой намагничивания по (2):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{M_H}{J\omega_{1H}} (m - m_c); \\ m &= -\frac{3pL_{0H}I_{1H}I_{0H}}{2M_H} x_* i_{10y}; \\ \frac{di_{0x}}{dt} &= \frac{1}{L_r} \left[ -\left(r_2' + L_{0H} \frac{dx_*}{dt}\right) i_{0x} + \beta\omega_{1H} L_r i_{0y} + \right. \\ &\quad \left. + r_2' \frac{I_{1H}}{I_{0H}} i_1 \right]; \\ \frac{di_{0y}}{dt} &= \frac{1}{L_r} \left[ -\left(r_2' + L_{0H} \frac{dx_*}{dt}\right) i_{0y} - \beta\omega_{1H} L_r i_{0x} + \right. \\ &\quad \left. + \beta\omega_{1H} L_2' \frac{I_{1H}}{I_{0H}} i_1 \right]; \\ x_* &= \frac{\Phi}{\sqrt{i_{0x}^2 + i_{0y}^2}} = \\ &= \frac{A}{\sqrt{i_{0x}^2 + i_{0y}^2}} \operatorname{arctg} B \sqrt{i_{0x}^2 + i_{0y}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $L_r = L_{0H}x_* + L_2'$ ;  $p$  — число пар полюсов АД;  $L_{0H}$  — индуктивность намагничивания в номинальном режиме;  $i_{0x}$  и  $i_{0y}$  — составляющие вектора тока намагничивания по осям  $X$  и  $Y$ .

Для оценки качества переходных процессов при пуске вхолостую определялись следующие показатели: время достижения первого максимума момента  $t_m$ , относительные перерегулирования момента  $\sigma_m = (m_{\text{max}} - m_n)/m_n$  и главного магнитного потока  $\sigma_\Phi = (\Phi_{\text{max}} - \Phi_n)/\Phi_n$ , где  $m_n, \Phi_n$  — установившиеся значения  $m$  и  $\Phi$  при пуске, а также продолжительность электромагнитного переходного процесса  $t_n$  и время разгона  $t_p$ . Результаты расчетов указанных показателей при моменте сопротивления  $m_{c0} = 0,015$ , приведенном моменте инерции  $J = 3,5 J_r$  и установившейся скорости  $\omega_{уст} = 1,5$  представлены в таблице.

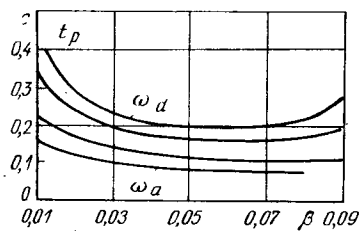


Рис. 3

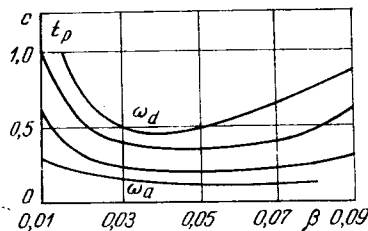


Рис. 4

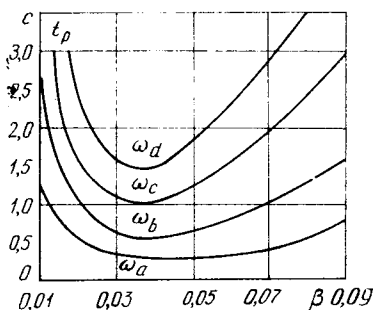


Рис. 5

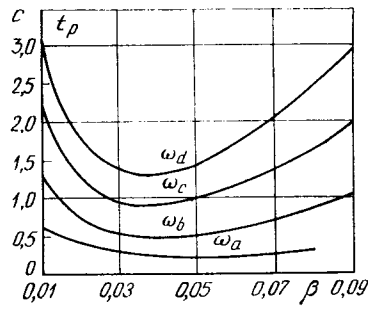


Рис. 6

Приведенные результаты позволяют заключить, что выбранных значений  $m_c$  и  $J$  перегулирование электромагнитных величин и продолжительность электромагнитного процесса  $t_{\Pi}$  значительно больше, а время  $t_m$  меньше при управлении по закону (3). Время же разгона  $t_p$  при  $i_1=1$  практически одинаково, а при  $i_1=3$  меньше при регулировании по (4). Таким образом, при управлении пуском по (4) по сравнению с пуском по (3), возможно не только улучшить качество электромагнитного переходного процесса, но и сократить время разгона электропривода.

В [6] рассмотрена возможность достижения квазиоптимальных по быстродействию изменения  $\omega$  при пуске с  $i_1=\text{const}$  и  $\beta=\text{const}$ , а также установлено, что для любой конечной скорости можно подобрать значения  $\beta$ , при которых отклонение времени  $t_p$  от оптимального не превышает 10 %. Поэтому интересно оценить, какой из рассматриваемых законов регулирования ближе к оптимальному по быстродействию изменению скорости  $\omega$  при пуске. Результаты выполненных расчетов времени  $t_p$  при  $i_1=3$  до установившихся скоростей  $\omega_a=0,2$ ,  $\omega_b=0,5$ ,  $\omega_c=1$  и  $\omega_d=1,5$  приведены на рис. 3 ( $m_c=m_{co}$ ;  $J=1,1 J_r$ ), рис. 4 ( $m_c=m_{co}$ ;  $J=3,5 J_r$ ), рис. 5 ( $m_c=m_{co}$ ,  $J=10 J_r$ ) и рис. 6 ( $m_c=1$ ;  $J=10 J_r$ ).

Так как при  $i_1=3$  и управлении по (3)  $\beta=3 \beta_n=0,057$ , а при регулировании по (4)  $\beta=3 \beta_m=0,035$ , то из рассмотрения рис. 3–6 можно заключить следующее. При малых приведенных моментах инерции  $J$ , моментах сопротивления  $m_c$  и конечных скоростях  $\omega$  управление по (3) можно признать предпочтительным. Однако разница в значениях  $t_p$  при этом настолько ничтожна, что может быть принят и закон регулирования по (4), при котором, как отмечалось, качество электромагнитного переходного процесса будет лучше. Чем больше  $J$ ,  $m_c$  и конечное значение  $\omega$ , тем меньше время разгона  $t_p$  при управлении по (4) по сравнению с  $t_p$  при регулировании по (3), т. е. при этом управление по (4) ближе к квазиоптимальному по быстродействию изменению  $\omega$ . Таким образом, в общем случае предпочтительней для формирования переходного процесса пуска электропривода является управление по (4), особенно для «тяжелых» электроприводов, у которых приведенный момент инерции в десять и более раз превышает момент инерции АД.

Закон управления	$i_1$	$\beta$	$\sigma_m$	$\sigma_\Phi$	$t_m, c$	$t_{\Pi}, c$	$t_p, c$
(3)	1	0,019	0,230	0,275	0,50	0,67	1,79
(4)	1	0,012	0	0,068	0,93	0,61	1,80
(3)	3	0,057	0,433	0,510	0,19	0,95	0,57
(4)	3	0,035	0,015	0,080	0,40	0,24	0,47

Сопоставление законов регулирования по (3) и (4) было выполнено также для упрощенного цикла работы электропривода продольно-строгального станка, работающего с  $m_c=0,52$  и  $J=3 J_r$ . Для переходных процессов пуска и реверса принималось  $i_1=3$ . При этом установлено, что сокращение времени цикла при регулировании по (4) по сравнению с временем цикла при управлении по (3) достигается в основном за счет меньшего времени реверса электропривода. Кроме того, при регулировании по (4) устраняется колебательность электромагнитного момента АД, которая присуща переходным процессам при управлении по (3).

Сравнение законов регулирования по (3) и (4) для статических режимов работы и при переходных процессах с помощью ЭВМ и на экспериментальной установке проводилось также для АД малой мощности ( $P_n=4$  кВт). В результате установлено, что для двигателей малой мощности как в статических режимах, так и при переходных процессах регулирование по (3) и (4) позволяет получить практически одинаковые показатели электропривода. Однако некоторое предпочтение и в этом случае следует отдать регулированию по закону (4) из-за более благоприятного протекания электромагнитных переходных процессов.

Рассмотренные законы управления АД по (3) и (4) характеризуются простотой реализации и позволяют достичь хороших результатов в статических режимах работы при переходных процессах. Приведенные результаты их сопротивления при переходных процессах позволяют заключить, что в общем случае предпочтительней регулирование по закону (4), который достаточно хорошо аппроксимирует управление по минимуму тока статора АД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгаков А. А. Частотное управление асинхронными электродвигателями. — М.: Наука, 1966.
2. Сандлер А. С., Сарбатов Р. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. — М.: Энергия, 1974.
3. Шрейнер Р. Т., Поляков В. Н. Экстремальное частотное управление асинхронными двигателями. — Изв. вузов. Электротехника, 1973, № 9.
4. Тиристорные преобразователи частоты в электроприводе/ А. Я. Бернштейн, Ю. М. Гусакский, А. В. Кудрявцев, Р. С. Сарбатов. — М.: Энергия, 1980.
5. Сандлер А. С., Гусакский Ю. М., Затрубщиков Н. Б. Вопросы динамики асинхронного электропривода с автономным инвертором тока. — Электричество, 1979, № 4.
6. Шрейнер Р. Т., Поляков В. Н., Воробьев А. С. Исследование динамики и энергетики тиристорного частотного электропривода с управляемым скольжением. — В кн.: Асинхронный тиристорный электропривод, Свердловск, 1971. [06.03.84]

УДК 621.313.323.018.782.3.001.24

## Расчет переходных процессов в двигателях двойного питания

ШАКАРЯН Ю. Г., доктор техн. наук, ЗАГОРСКИЙ А. Е.,  
доктор техн. наук, КОРОЛЕВ В. А., канд. техн. наук

В регулируемом электроприводе любого типа различают рабочие (типовые) и аварийные переходные процессы. К рабочим относятся, как правило, процессы регулирования частоты вра-

щения ротора, а также процессы, происходящие при внезапных изменениях (скачках) момента на валу и колебаниях напряжения питающей сети. К аварийным относят различного рода ко-

ротки замыкания, отказы в работе преобразователя частоты и другие процессы, в течение которых невозможно управлять характером переходного процесса.

В регулируемых электроприводах, к числу которых относится и электропривод на основе двигателя двойного питания, имеется возможность влиять на характер протекания рабочих переходных процессов — формировать тот или иной характер протекания этих процессов [1]. Для двигателя двойного питания при определенных условиях возможно также аналитическое решение уравнений рабочих переходных процессов, получение соотношений между показателями переходных процессов и параметрами машины, которые могут быть использованы при оптимальном проектировании двигателя [2].

В данной статье приводятся упомянутые соотношения, на базе которых выполнены расчеты типовых переходных процессов регулируемого электропривода на основе указанного двигателя. Основные соотношения для расчета. Основные дифференциальные уравнения машины общеизвестны и приведены в приложении настоящей статьи.

Расчеты переходных процессов при регулировании частоты вращения ротора и изменении момента на валу обычно проводятся в предположении постоянства напряжения и частоты сети, питающей электродвигатель. При этих условиях, как известно, можно не учитывать активное сопротивление и переходные процессы в статорных контурах. При внезапных изменениях питающего напряжения потокосцепление статора  $\psi$  не остается неизменным, и эти режимы должны исследоваться с учетом переходных процессов и активного сопротивления статора [3].

Обратимся к расчету переходных процессов при изменении частоты вращения ротора. Двигатель двойного питания допускает, как известно, независимое регулирование частоты вращения ротора (электромагнитного момента) и реактивной мощности статора  $Q$ .

В данном случае должны быть заданы зависимости  $\omega_R(t)$  и  $Q(t)$ , тогда при заданных значениях момента сопротивления  $M_c$  на валу и напряжения  $U$  возможно получить аналитическое решение для всех остальных переменных режима двигателя. Действительно, из уравнения движения (П-5) определяется зависимость  $M(t)$  и, следовательно, зависимость  $P(t)$ .

Затем определяется зависимость

$$i(t) = \frac{P(t) - jQ(t)}{U},$$

а из (П-3) и (П-8) — зависимость  $\bar{i}_f(t)$ . Далее из уравнений (П-2) и (П-4) определяется зависимость  $\bar{u}_f(t)$ .

Обычно требуется, чтобы  $\omega_R(t)$  изменялась по кривой технического оптимума, а реактивная мощность оставалась бы постоянной, не зависящей от  $\omega_R(t)$ :

$$\omega_R(t) = \omega_{R0} + (\omega_{R0} - \omega_{R\infty})(\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t};$$

$$Q = \text{const.} \quad (1)$$

где  $\omega_{R0}$  и  $\omega_{R\infty}$  — начальное и конечное значения угловой частоты вращения ротора;  $\alpha$  — некоторый коэффициент, характеризующий быстрдействие системы. В таблице приведены найденные при этих условиях соотношения для токов и напряжений машины<sup>1</sup>.

При расчете переходных процессов, возникающих с изменением момента сопротивления на валу, должны быть заданы зависимости электромагнитного момента  $M(t)$  и реактивной мощности  $Q(t)$ , при этом обычно требуется, чтобы при изменении  $M(t)$  реактивная мощность статора оставалась бы неизменной. Из  $M(t)$  и  $Q(t)$  определяется зависимость  $\bar{i}(t)$ , а далее так же как и в предыдущем случае — зависимость  $\bar{i}_f(t)$ . Из уравнения движения при заданном значении момента на валу определяется функция  $\omega_R(t)$ . Тогда из (П-2) и (П-4) находится зависимость  $\bar{u}_f(t)$ .

Обычно задается импульсное изменение момента сопротивления на валу от значения  $M_c = M_{c0}$  при  $t < 0$  до значения  $M_c = M_{c\infty}$  при  $t \geq 0$ . При этом требуется, чтобы электромагнитный момент изменялся по кривой технического оптимума в соответствии с зависимостью

$$M(t) = M_{c\infty} + (M_{c0} - M_{c\infty})(\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t} \quad (2)$$

В таблице приведены формулы для частоты вращения ротора, токов и напряжений машины. Остановимся кратко на следующем вопросе. Как указывалось, угловая частота вращения

ротора вычисляется из уравнения движения ротора

$$\omega_R(t) = \frac{1}{J} \int [M(t) - M_{c\infty}] dt + C_0. \quad (3)$$

В формулу (3) подставляется значение  $M_c = M_{c\infty}$ , а постоянная интегрирования определяется из начальных условий: при  $t = 0$ ,  $\omega_R = \omega_{R0}$ .

Тогда из (2) и (3) следует:

$$\omega_R(t) = \omega_{R\infty} + (\omega_{R0} - \omega_{R\infty}) \cos \alpha t e^{-\alpha t}, \quad (4)$$

где

$$\omega_{R\infty} = \omega_{R0} + \frac{M_{c0} - M_{c\infty}}{J\alpha}. \quad (5)$$

Последняя формула показывает, что, если происходит сброс нагрузки, т. е.  $M_{c\infty} < M_{c0}$ , то значение  $\omega_{R\infty}$  оказывается больше, чем  $\omega_{R0}$ , что соответствует физике процесса<sup>2</sup>. При набросе нагрузки картина обратная.

При расчете переходных процессов, связанных с колебаниями питающего напряжения, можно воспользоваться методом, изложенным в [2]. Суть метода состоит в том, что задаются законы изменения тех или иных переменных, связанных с электромагнитной и механической инерцией машины. В данном случае наиболее целесообразно в качестве регулируемой переменной выбрать вектор  $\bar{\psi}_\delta = x_a \bar{i} + x_f \bar{i}_f$ , обусловленный магнитным потоком в воздушном зазоре. При задании зависимости  $\bar{\psi}_\delta(t)$ , начальные и конечные значения этого потокосцепления должны быть выбраны из условия<sup>3</sup>

$$\bar{\psi}_{\delta\infty} = \bar{\psi}_{\delta 0} U_0 / U_\infty. \quad (6)$$

В этом случае начальное и конечное значение электромагнитного момента остается неизменным. При этих условиях из уравнений (П-1) и (П-2) можно определить значения тока статора:

$$\frac{d\bar{i}}{dt} + \left( \frac{r}{x_\sigma} + j \right) \bar{i} = -\frac{1}{x_\sigma} \left[ U_\infty + \frac{d\bar{\psi}_\delta(t)}{dt} + j\bar{\psi}_\delta(t) \right]. \quad (7)$$

При записи уравнения (7) учтено, что  $\omega = 1$ ;  $\frac{d\bar{\psi}_\delta(t)}{dt}$  — известная функция времени, так как зависимость  $\bar{\psi}_\delta(t)$  задана, реактивное сопротивление рассеяния  $x_\sigma = x - x_a$ . Определение  $\bar{i}(t)$  из (7) при этих условиях не представляется сложным. Так, если задать экспоненциальный закон изменения потокосцепления  $\bar{\psi}_\delta$ :

$$\bar{\psi}_\delta = \bar{\psi}_{\delta\infty} + (\bar{\psi}_{\delta 0} - \bar{\psi}_{\delta\infty}) e^{-\alpha t}, \quad (8)$$

то для тока статора можно получить:

$$\bar{i}(t) = \bar{i}_0 e^{-(\rho + j)t} + \bar{i}_\infty [1 - e^{-(\rho + j)t}] - \frac{(j - \alpha)(\bar{\psi}_{\delta 0} - \bar{\psi}_{\delta\infty})}{r - \alpha x_\sigma + jx_\sigma} [e^{-\alpha t} - e^{-(\rho + j)t}]. \quad (9)$$

Здесь  $\rho = r/x_\sigma$ ;  $\bar{i}_0$  и  $\bar{i}_\infty$  — начальные и конечные значения тока статора:

$$\bar{i}_0 = \frac{jU_0 - \bar{\psi}_{\delta 0}}{x_\sigma}, \quad \bar{i}_\infty = \frac{jU_\infty - \bar{\psi}_{\delta\infty}}{x_\sigma} = \frac{jU_0 - \frac{U_0}{U_\infty} \bar{\psi}_{\delta 0}}{x_\sigma}. \quad (10)$$

Из (8) и (10) в соответствии с (П-6) определяется электромагнитный момент, а из уравнения движения —  $\omega_R$ . Далее из (П-2) можно получить значение  $\bar{u}_f(t)$ . Аналитические выражения для  $M(t)$ ,  $\bar{u}_f(t)$  достаточно громоздки и в статье не приводятся.

**Анализ переходных процессов.** На рис. 1 для двигателя мощностью 55 кВт, имеющего параметры  $x_a = 2,0$ ;  $x = 2,1$ ;  $x_f = 2,2$ ;  $r_f = 0,11$ ;  $J = 50$  рад, построены при значении коэффициентов  $\alpha = 0,02$ ;  $Q = 0,44$  зависимости  $M(t)$ ,  $i(t)$ ,  $i_f(t)$  и  $u_f(t)$  при изменении частоты вращения ротора от 0,5 до 1,0 и обратно. Для расчета этих зависимостей использованы формулы, приведенные в таблице.

Представляет определенный интерес анализ выражений токов статора и ротора и напряжения ротора в исследуемом про-

<sup>2</sup> Здесь не учитывается наличие интегрального регулятора (корректора) частоты вращения ротора.

<sup>3</sup> Учтено, что в установившемся режиме вполне допустим неучет активного сопротивления статора.

<sup>1</sup> Исследуемая машина содержит трехфазный статор, двух- или трехфазный ротор, демпферных контуров на роторе нет [3].

Переменные	Режимы работы электропривода		Примечание
	Регулирование частоты вращения	Изменение момента на валу	
$\omega_R$	$\omega_{R0} + \Delta\omega (\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t}$	$\omega_{R0} + \frac{\Delta M}{J\alpha} (1 - \cos \alpha t) e^{-\alpha t}$	$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_\infty$ ;
$M$	$M_0 - 2J\alpha\Delta\omega \sin \alpha t e^{-\alpha t}$	$M_\infty + \Delta M (\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t}$	$\Delta M = M_0 - M_\infty$ ;
$i_x$	$\frac{1}{U} (M_0 - 2J\alpha\Delta\omega e^{-\alpha t} \sin \alpha t)$	$\frac{1}{U} [M_\infty + \Delta M (\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t}]$	$s_\infty = \omega_{R0} - \omega$ ;
$i_y$	$-Q_0/U$	$-Q_0/U$	$s_0 = \omega_{R0} - \omega$ ;
$i_{fx}$	$-\frac{x}{x_a U} (M_0 - 2J\alpha\Delta\omega e^{-\alpha t} \sin \alpha t)$	$-\frac{x}{x_a U} [M_\infty + \Delta M (\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t}]$	$\Delta\omega = \Delta s = s_0 - s_\infty$ ;
$i_{fy}$	$\frac{U}{x_a} + \frac{x}{x_a U} Q_0$	$\frac{U}{x_a} + \frac{x}{x_a U} Q_0$	$\alpha = \frac{a_0}{\omega}$ ;
$u_{fx}$	$-\frac{r_f x}{x_a U} [M_0 - 2J\alpha\Delta\omega \sin \alpha t e^{-\alpha t}] -$ $-2J\alpha^2\Delta\omega \frac{x'x_f}{x_a U} (\sin \alpha t - \cos \alpha t) e^{-\alpha t} +$ $+ [s_\infty + \Delta\omega (\cos \alpha t + e^{-\alpha t} \sin \alpha t)] \times$ $\times \left[ \frac{x_f}{x_a} U + \frac{x'x_f}{x_a U} Q \right]$	$-\frac{r_f x}{x_a U} [M_\infty + \Delta M (\cos \alpha t + \sin \alpha t) \times$ $\times e^{-\alpha t}] + \frac{x'x_f}{x_a U} 2\alpha\Delta M e^{-\alpha t} \sin \alpha t +$ $+ \left[ s_0 + \frac{\Delta M}{J\alpha} (1 - e^{-\alpha t} \cos \alpha t) \right] \times$ $\times \left[ \frac{x_f}{x_a} U + \frac{x'x_f}{x_a U} Q \right]$	$\cos \alpha t = \cos \frac{a_0}{\omega} \omega \tau$ , где $t$ — время в радианах; $\tau$ — время в секундах; $\omega$ — базисная частота
$u_{fy}$	$r_f \left[ \frac{U}{x_a} + \frac{xQ}{x_a U} \right] + [s_\infty + \Delta\omega (\cos \alpha t +$ $+ \sin \alpha t) e^{-\alpha t}] \frac{x'x_f}{x_a U} [M_0 - 2J\alpha \times$ $\times (\omega_0 - \omega_\infty) e^{-\alpha t} \sin \alpha t]$	$r_f \left[ \frac{U}{x_a} + \frac{x}{x_a U} Q \right] + [s_0 +$ $+ \frac{\Delta M}{J\alpha} (1 - e^{-\alpha t} \cos \alpha t)] \times$ $\times \frac{x'x_f}{x_a U} [M_\infty + \Delta M (\cos \alpha t + \sin \alpha t) e^{-\alpha t}]$	

цессе. Такой анализ показывает, что эти токи достигают экстремума (из двух точек экстремума — минимума и максимума практический интерес представляет, конечно, максимальное значение тока) при  $\alpha t = \pi/4^*$ , что при  $\alpha = 0,02$  соответствует значению  $t = 39,25$  или  $\tau = 0,125$  с. Наибольшие значения токов статора и ротора определяются как

$$\left. \begin{aligned} I_{\max} &= \frac{1}{U} \sqrt{Q^2 + (M_0 + \sqrt{2} J \alpha \Delta \omega e^{-\pi/4})^2}; \\ I_{f \max} &= \frac{1}{U x_a} \sqrt{(xQ + U^2)^2 + x^2 (M_0 + \sqrt{2} J \alpha \Delta \omega e^{-\pi/4})^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Анализ выражений (11) показывает, что максимальные значения токов машины слабо зависят от изменения параметров двигателя и в значительной степени определяются моментом инерции и величиной коэффициента  $\alpha$ , характеризующего скорость протекания переходного процесса. Зависимость  $I_{\max}$  и  $I_{f \max}$  от  $\alpha$  носит практически линейный характер. Так, при  $\alpha = 0,02$ ,  $I_{\max} = 1,3$ ;  $I_{f \max} = 1,6$ .

Имея в виду, что напряжение ротора в установившемся режиме

$$\left. \begin{aligned} u_{fx0} &= -\frac{r_f x}{U x_a} M_0 + \left( \frac{x_f}{x_a} U + \frac{x'x_f}{x_a U} Q_0 \right) s_0; \\ u_{fy0} &= r_f \left( \frac{U}{x_a} + \frac{x}{x_a U} Q_0 \right) + s_0 \frac{x'x_f}{x_a U} M_0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

можно из соотношений таблицы получить значения напряжения

\* Это соотношение следует из условия  $di_x/dt = di_f/dt = 0$ .

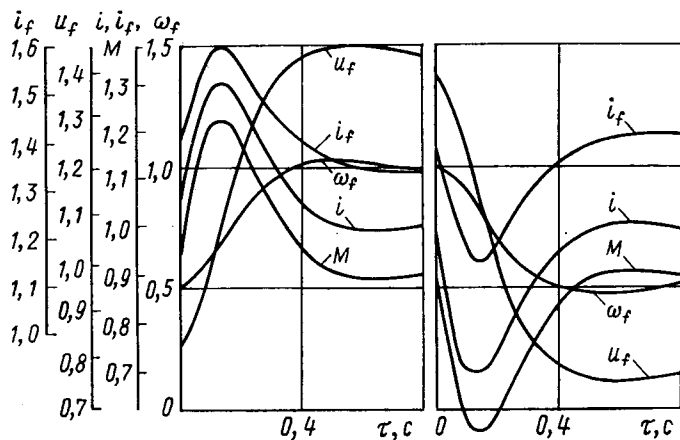


Рис. 1. Кривые переходных процессов в двигателе двойного питания при изменении угловой частоты вращения от 1,0 до 0,5 и обратно (при  $\alpha = 0,02$ ;  $Q = 0,44$ )

ротора в первый момент коммутации:

$$\left. \begin{aligned} u_{fx}(t=0) &= u_{fx0} - 2J\alpha^2\Delta\omega \frac{x'x_f}{x_a U}; \\ u_{fy}(t=0) &= u_{fy0}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из (13) видно, что в первый момент коммутации не происходит

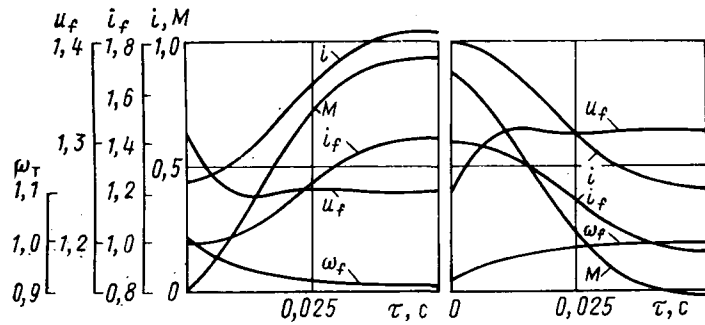


Рис. 2. Кривые переходных процессов в двигателе двойного питания при изменении момента нагрузки на валу от 1,0 до 0 и обратно (при  $\alpha = 0,02$ ;  $Q = 0,44$ )

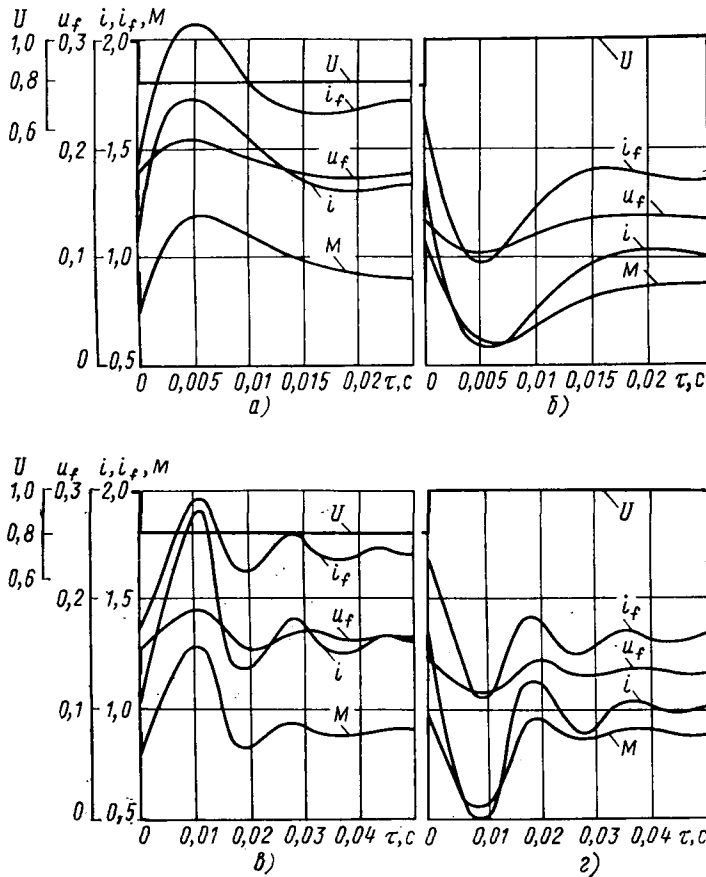


Рис. 3. Кривые переходных процессов в двигателе двойного питания при внезапном изменении напряжения статора от 1,0 до 0,8 (а, в) и обратно (б, г) и  $\alpha = 0,5$  (а, б),  $\alpha = 0,15$  (в, г)

скачка напряжения  $u_{fy}$ , а напряжение  $u_{fx}$  совершает скачок

$$\Delta u_{fx} \approx 2J\alpha^2\Delta\omega \frac{x'x_f}{x_a U} \approx 2J\alpha^2\Delta\omega (x_\sigma + x_{f0}) = 2J\alpha^2\Delta\omega x_{Rk}. \quad (14)$$

Полученное выражение показывает, что при заданных показателях переходного процесса  $\alpha$ , диапазоне регулирования частоты вращения и моменте инерции привода напряжения на кольцах ротора будет тем меньше, чем меньше реактивное сопротивление короткого замыкания машины. Из формулы следует также, что значение скачка напряжения ротора в сильной степени зависит от коэффициента  $\alpha$ . Так, для исследуемого двигателя, при  $\alpha = 0,02$  имеем  $\Delta u_{fx} = 0,0066$ , а при  $\alpha = 0,2$  значение  $\Delta u_{fx}$  возрастает в сто раз.

На рис. 2 построены кривые переходных процессов, соответствующие сбросу и набросу момента на валу при значении коэффициента  $\alpha = 0,02$ . Для данного режима характерно подобие законов изменения токов статора и ротора и закона изменения

момента, а также, как следствие этого, зависимость максимальных значений токов от значений момента. Анализ выражения  $u_f = \sqrt{u_{fx}^2 + u_{fy}^2}$  показывает, что это напряжение достигает максимума при  $\alpha t = \pi/4$ .

Максимальное значение напряжения ротора, как показывает анализ, определяется так же как и в предыдущем случае, реактивным сопротивлением  $x_R$ , величиной  $\Delta M$ , моментом инерции  $J$  и коэффициентом  $\alpha$ . Зависимость эта определяется по формулам таблицы.

Анализ выражения  $u_f = f(\alpha)$  показывает, что эта зависимость носит практически линейный характер. Так, при  $\alpha = 0,02$   $u_{f\max} = 1,32$ , а при  $\alpha = 0,5$  эта величина достигает значения 1,82.

На рис. 3 построены кривые переходных процессов в двигателе при внезапном отклонении напряжения сети от 1,0 до 0,8 и от 0,8 до 1,0 при условии, что  $\psi_\delta$  изменяется в соответствии с (6) и (8). Кривые построены для  $\alpha = 0,5$  и  $\alpha = 0,15$ . Из этих кривых видно, что с увеличением  $\alpha$  уменьшается длительность переходного процесса.

Зависимость максимальных значений токов статора и ротора от параметров двигателя и коэффициента  $\alpha$ , характеризующего закон изменения управляемой переменной, при внезапном изменении напряжения статора аналитически выразить сложно. Принятые при составлении исходных уравнений допущения позволили применить для анализа принцип суперпозиции. Из (9) видно, что ток статора состоит из трех периодических составляющих. Две первые составляющие оказывают влияние только на длительность переходного процесса. Последняя определяет также максимальные значения токов. Анализ этой составляющей показал, что в области физически возможных значений  $\alpha$  функция  $I_{\max}(\alpha)$  имеет минимум. Поэтому следует из множества ( $A_\alpha$ ) реальных значений коэффициента  $\alpha$  найти такое  $\alpha_{I\min} \in A_\alpha$ , при котором  $I_{\max}$  и  $I_{f\max}$  имеют минимально возможные значения при заданных параметрах двигателя. Это значение  $\alpha_{I\min}$  можно выразить как

$$\alpha_{I\min} = \rho. \quad (15)$$

Определенное таким образом значение  $\alpha$  обеспечит также минимально возможную длительность переходного процесса, величины тока ротора и напряжения  $u_f$  при  $t=0$  и заданных параметрах двигателя.

**Выводы.** 1. Получены аналитические соотношения, устанавливающие взаимосвязь показателей переходного режима и параметров машины. Приведенные соотношения позволяют рассчитывать типовые переходные процессы электропривода на основе двигателя двойного питания.

2. Приведенные в статье зависимости при условии соблюдения реальных соотношений между параметрами двигателя и коэффициентов  $\alpha$ , характеризующих быстродействие системы управления, могут быть применены для двигателей двойного питания любой мощности. Так, из (11) следует, что увеличение  $J$ , определяющего механическую инерцию двигателя, обуславливает снижение  $\alpha$  до величины, ограничивающей наибольшие токи статора и ротора при переходном процессе допустимыми значениями. При уменьшении  $J$   $\alpha$  может быть увеличен. Аналогично из (9) можно установить, что для сохранения наибольших значений токов ротора и статора на заданном уровне при уменьшении или увеличении параметров двигателя, связанных с его электромагнитной инерцией, должен соответственно увеличиться или уменьшиться коэффициент  $\alpha$ .

**Приложение.** Основные дифференциальные уравнения двигателя двойного питания. В соответствии с [3] дифференциальные уравнения двигателя двойного питания в системе относительных единиц в векторной форме записываются в виде<sup>4</sup>

$$-U = r\bar{i} + j\omega\bar{\psi} + \frac{d\bar{\psi}}{dt}; \quad (П-1)$$

$$\bar{u}_f = r_f\bar{i}_f + j\omega_f\bar{\psi}_f + \frac{d\bar{\psi}_f}{dt}; \quad (П-2)$$

$$\bar{\psi} = x\bar{i} + x_a\bar{i}_f; \quad (П-3)$$

$$\bar{\psi}_f = x_a\bar{i} + x_f\bar{i}_f; \quad (П-4)$$

$$M = M_c + J \frac{d\omega_R}{dt}, \quad (П-5)$$

<sup>4</sup> Уравнения (П-1) — (П-5) записаны для идеализированной электрической машины, в которой отсутствуют потери в стали, нелинейные магнитные явления, высшие гармоники.

где

$$\omega_f = \omega - \omega_R; \quad M = \operatorname{Re} j(\vec{i} \vec{\psi}_f). \quad (\text{П-6})$$

Уравнения (П-1)–(П-6) записаны в синхронной системе координат, в которой вещественная ось  $x$  принята совпадающей с направлением напряжения статора, т. е. переменные представлены в виде  $\vec{i} = i_x + j i_y$ ;  $\vec{i}_f = i_{fx} + j i_{fy}$ ;  $\vec{u}_f = u_{fx} + j u_{fy}$  и т. д. Параметры и переменные режима ротора приведены к статору;  $\omega_R$  — частота вращения ротора;  $\omega_f$  — частота скольжения;  $\omega$  — частота тока статора, равная единице в принятой системе относительных единиц. Обозначения остальных переменных и параметров общеприняты.

При неучете переходных процессов и активного сопротивления статора уравнение (П-1) записывается в виде

$$-U = j \omega \psi = j \psi. \quad (\text{П-7})$$

~~~~~

УДК 621.313.333.2.018.782.3.001.5

## Электромеханические процессы в асинхронном двигателе в режиме частых реверсов

БЕСПАЛОВ В. Я., канд. техн. наук, МОЩИНСКИЙ Ю. А., канд. техн. наук, МОВСЕСЯН С. Ж., инж.

Московский энергетический институт

В ряде механизмов асинхронные двигатели (АД) работают в циклических режимах с широким диапазоном регулирования времени цикла при жестких требованиях к их динамическим характеристикам. В связи с этим актуальное значение приобретает исследование динамики АД в циклических режимах с учетом переходных процессов.

Работа АД в режимах частых пусков, реверсов и торможений противотоклением рассмотрена в [1–5], где допустимая по нагреву частота переключений определена методом эквивалентных потерь, причем последние на различных участках цикла рассчитываются с помощью экспериментальных коэффициентов или зависимостей, учитывающих влияние переходных процессов. Это не всегда удобно при разработке модификаций АД, специально предназначенных для таких режимов.

Основной целью настоящей статьи является исследование динамических характеристик АД при работе с периодическими реверсами в одном из наиболее напряженных режимов. Для достижения этой цели было проведено: исследование динамических свойств АД в этом режиме; изучение влияния закона изменения напряжения в момент переключения; анализ влияния параметров АД и длительности цикла на электромагнитные и электромеханические переходные процессы.

Исследование АД проводится на основе решений системы дифференциальных уравнений, записанных при общепринятых допущениях в синхронно-вращающейся системе координат [6]:

$$\left. \begin{aligned} \vec{u}_s &= \vec{i}_s r_s + \frac{d\vec{\psi}_s}{dt} + j\omega_0 \vec{\psi}_s; \\ \vec{u}_r &= 0 = \vec{i}_r r_r + \frac{d\vec{\psi}_r}{dt} + j(\omega_0 - \omega_r) \vec{\psi}_r; \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{p}{J} (M - M_c); \quad M = \frac{3}{2} p \operatorname{Re} [j \vec{\psi}_s \vec{i}_s]; \\ \vec{\psi}_s &= L_s \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r; \quad \vec{\psi}_r = L_r \vec{i}_r + L_m \vec{i}_s, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\vec{u}$ ,  $\vec{\psi}$ ,  $\vec{i}$  — мгновенные значения пространственных векторов напряжений, потокосцеплений и токов;  $r_s$  и  $r_r$  — активные сопротивления фаз статора и ротора;  $L_s$  и  $L_r$  — полные индуктивности обмоток статора и ротора;  $L_m$  — взаимная индуктивность между статорной и роторной обмотками;  $\omega_r$  — угловая частота вращения ротора;  $p$  — число пар полюсов;  $M_c$  — момент нагрузки на валу;  $\omega_0$  — синхронная угловая частота;  $J$  — момент инерции;  $M$  — электромагнитный момент.

Для удобства анализа и обобщения результатов уравнения (1) записаны в относительных единицах, причем в качестве базовых выбраны номинальные величины АД [6]. Изменение направления вращения ротора АД в модели осуществлялось изменением полярности приложенного напряжения  $u_s$  с одновременным из-

При этом электромагнитный момент и активная мощность связаны соотношениями

$$M \omega = P; \quad M = P. \quad (\text{П-8})$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О니щенко Г. Б., Локтева И. Л. Асинхронные вентиляционные каскады и двигатели двойного питания. — М.: Энергия, 1977. — 280 с.
2. Радин В. И., Загорский А. Е., Шакарян Ю. Г. Управляемые электрические генераторы при переменной частоте. — М.: Энергия, 1978. — 152 с.
3. Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 192 с. [25.05.84]

менением знаков синхронной угловой частоты вращения  $\omega_0$  и момента нагрузки  $M_c$  согласно рис. 1. Система (1) решалась с помощью стандартной программы методом Рунге — Кутты на ЦВМ ЕС-1022.

В качестве объекта исследования был выбран асинхронный двигатель 4АА63В4 мощностью 370 Вт, напряжением 220/380 В, время рабочего цикла  $T$  которого изменялось от 0,4 с до 2,4 с.

Уравнения (1) позволяют определить в данном режиме законы изменения токов статора  $i_s$  и ротора  $i_r$ , электромагнитного момента  $M$  и угловой частоты вращения ротора  $\omega_r$ . В связи с тем, что полярность приложенного напряжения периодически меняется, можно переход от положительных значений  $u_s$ ,  $M_c$  и  $\omega_0$  к отрицательным назвать «отрицательной коммутацией», а переключение в обратном направлении — «положительной коммутацией».

Коммутации сопровождаются мгновенными разрывами кривых  $u_s(t)$ ,  $\omega_0(t)$  и  $M_c(t)$  в момент переключения (рис. 1), что при решении уравнений приводит к необходимости учета начальных значений переменных после каждой коммутации. В этот момент ток статора и, следовательно, электромагнитный момент падают до нуля. Из-за инерционности ротора частота его вращения не может измениться скачком, поэтому ее значения до и после коммутации одинаковы. Для определения тока ротора после переключения необходимо воспользоваться принципом постоянства потокосцеплений. Тогда начальные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} i_r^{(+0)} &= \frac{i_r^{(-0)} L_r + i_s^{(-0)} L_m}{L_r}; \\ i_s^{(+0)} &= 0, \quad M^{(+0)} = 0, \quad \omega_r^{(+0)} = \omega_r^{(-0)}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

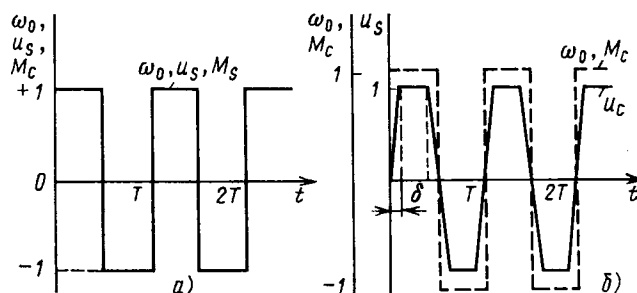


Рис. 1. Периодические изменения питающего напряжения, синхронной частоты вращения и момента нагрузки

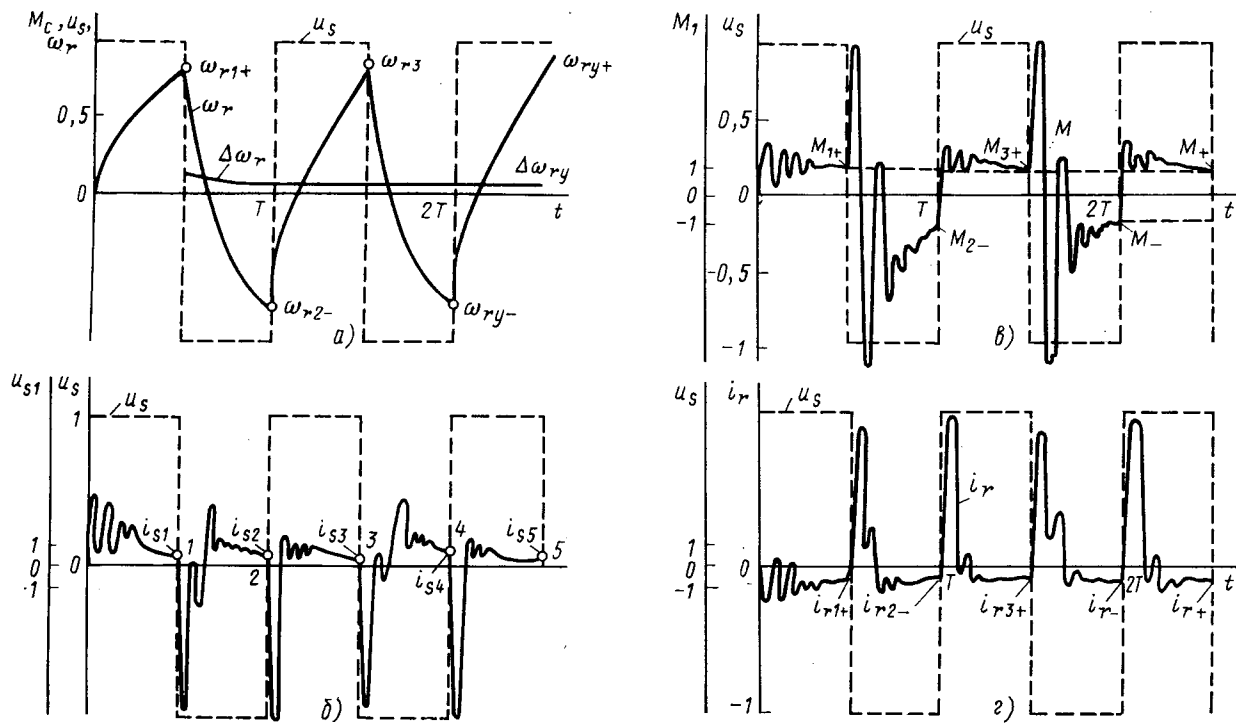


Рис. 2. Расчетные осциллограммы периодических решений: а — зависимости  $\omega_r(t)$  и  $\Delta\omega_{ry}(t)$ ; б — зависимость  $i_s(t)$ ; в — зависимость  $M(t)$ ; г — зависимость  $i_r(t)$

где знаками  $(-0)$  и  $(+0)$  обозначены значения переменных до и после коммутации.

Результаты расчета представлены в виде графиков на рис. 2—3. Зависимость  $\omega_r(t)$  при повторяющихся реверсах показана на рис. 2, а. Как видно из кривой, периодическое решение устанавливается через несколько периодов. Обозначив максимальные положительные значения частоты вращения в момент коммутации  $\omega_{rn+}$ , а отрицательные —  $\omega_{rn-}$ , можно заметить, что при  $\omega_{rn+} \neq \omega_{rn-}$  осциллограмма будет асимметрична относительно оси времени, т. е.  $\Delta\omega_r = \omega_{rn-} + \omega_{rn+} \neq 0$ . В этом случае кривую  $\omega_r(t)$  удобно представить в виде суммы периодической и аperiodической составляющих. При  $t \rightarrow \infty$  аperiodическая затухает до нуля, если устанавливаемое периодическое движение ротора симметрично. В противном случае аperiodическая компонента частоты вращения стремится к установившемуся значению

$$\Delta\omega_{ry} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{rn-} + \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{rn+} = \omega_{ry-} + \omega_{ry+},$$

где  $\omega_{ry}$  — амплитуды устанавливаемого периодического решения.

Расчетная осциллограмма тока статора при реверсах показана на рис. 2, б. Мгновенные значения  $i_s$  при  $t=T, 2T, 3T, \dots$  в точках 1, 2, 3, ... имеют одинаковые знаки. Когда они равны и по величине, то

$$\begin{aligned} \Delta i_{s1} &= i_{s1} - i_{s2} = 0; \\ \Delta i_{s2} &= i_{s2} - i_{s3} = 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta i_{sn} &= i_{sn} - i_{s(n-1)} = 0. \end{aligned}$$

Если при положительной коммутации мгновенные значения тока статора в точках 1, 3, 5, 7, ... различны и, уменьшаясь, стремятся к установившемуся значению, равному  $\lim_{i \rightarrow \infty} i_{sn} = i_{s+}$ , а при отрицательной коммутации тока в точках 2, 4, 6, 8, ... тоже неодинаковы и  $\lim_{i \rightarrow \infty} i_{s(n-1)} = i_{s-}$ , то возникающая аperiodическая составляющая  $\Delta i_{sn}$  стремится к установившемуся значению  $\lim_{i \rightarrow \infty} \Delta i_{sn} = i_{s-} + i_{s+} = \Delta i_s$ .

На рис. 2, в показана осциллограмма электромагнитного момента при периодических реверсах. Момент в конце полупериода после положительных коммутаций равен  $M_{n+}$ , в конце отрицательных  $M_{n-}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ). Если  $M_{n-} + M_{n+} = 0$ , то получаем устанавливаемое симметричное периодическое решение. В противном случае аperiodическая составляющая мо-

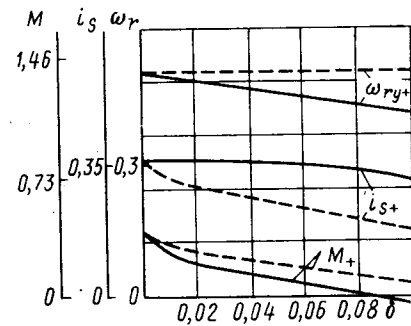


Рис. 3. Влияние наклона кривой приложенного напряжения на устанавливаемые решения при нагрузке

мента затухает до установившегося значения:

$$\Delta M = \lim_{t \rightarrow \infty} M_{n-} + \lim_{t \rightarrow \infty} M_{n+} = M_- + M_+.$$

Из сравнения кривых токов статора (рис. 2, б) и ротора (рис. 2, г) видно их качественное совпадение, причем резкие изменения  $i_s$  сопровождаются такими же изменениями  $i_r$ , так как результирующее потокоосцепление является медленно меняющейся функцией времени.

Влияние начальных условий в момент переключения сказывается следующим образом. В обмотке статора возникают броски тока, причем при положительной коммутации они несколько больше, чем при отрицательной, у которой пиковые значения тока в различные периоды мало отличаются друг от друга в противоположность броскам тока при положительной коммутации.

Для исключения влияния начальных условий (2) на решение системы (1) рассмотрим случай, когда изменение полярности питающего напряжения происходит без разрывов, например, по трапецеидальному закону (рис. 1, б). На рис. 3 показаны зависимости наиболее характерных величин устанавливаемого периодического решения системы (1)  $i_{s+}$ ,  $M_+$  и  $\omega_{ry+}$  от угла наклона кривой напряжения или от соответствующего ему отрезка  $\delta$  в радианах (рис. 1, б) для нагрузок на валу  $M_c = 0,5 M_H$  (пунктирные линии) и  $M_c = M_H$  (сплошные линии). С ростом  $\delta$  при

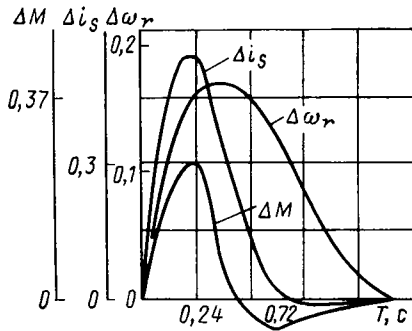


Рис. 4. Зависимость асимметрии решения от периода переключений

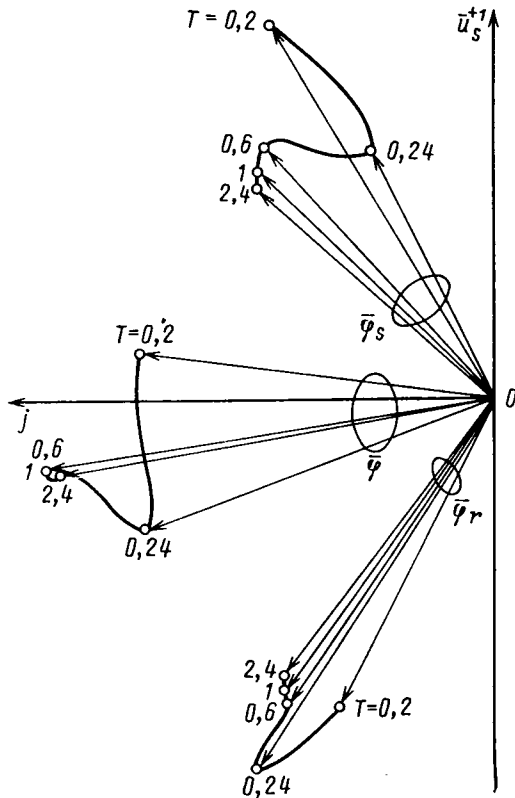


Рис. 5. Годографы пространственных векторов потокоцеплений при разных периодах переключений

$M_c = M_H$  величины  $i_{s+}$ ,  $M_+$  и  $\omega_{ry+}$  уменьшаются, что объясняется более медленным нарастанием напряжения. Величина  $\omega_{ry+}$  при  $M_c = 0,5 M_H$  не зависит от  $\delta$ .

Отметим, что несмотря на изменение формы кривых тока и момента при трапецидальной форме кривой  $u_s(t)$  вид устанавливающихся решений (периодическое или аperiodическое) не нарушается. Поэтому в инженерных расчетах, не требующих большой точности, начальные условия при интегрировании системы уравнений (1) можно не учитывать.

Большой интерес представляет анализ влияния частоты переключений на характер периодических решений. На рис. 4 даны зависимости асимметричных составляющих скорости  $\Delta\omega_r$ , тока  $\Delta i_s$  и момента  $\Delta M$  от величины периода переключений  $T$ , из которых видно, что наибольшая асимметрия решения проявляется при  $T = 0,4$  с. Также установлено, что при холостом ходе двигателя симметричное решение имеет место при  $T > 0,6$  с, а при росте нагрузки наблюдается тенденция к увеличению асимметрии периодических решений.

Частота переключений влияет на величину свободных токов в момент переключения [6 и 7]. Качественное объяснение этому можно получить, рассматривая пространственные векторы пото-

коцеплений  $\bar{\psi}_s$ ,  $\bar{\psi}_r$  и суммарного  $\bar{\psi}$  в момент первого переключения ( $t = T/2$ ) при разных значениях  $T$  (рис. 5).

Начальные значения фазы потокоцеплений оказывают значительное влияние не только на характер и длительность переходных процессов, но и на асимметрию устанавливаемых периодических движений. При уменьшении периода переключений в результате влияния свободных токов магнитное поле машины может либо усиливаться, либо ослабляться. После отключения цепи статора поток вращающегося ротора наводит в ней затухающую э. д. с. Следовательно, ток статора при последующем включении зависит от относительного положения в пространстве векторов напряжения  $u_s$  и потокоцепления  $\bar{\psi}_r$ . Этот сдвиг, обуславливающий несимметрию, зависит от параметров машины. Исследование влияния последних на вид устанавливаемого решения проводилось методом планирования эксперимента, причем за базовые принимались параметры серийного двигателя.

Установлено, что увеличение как активного, так и индуктивного сопротивлений обмотки статора приводит к возрастанию угла между векторами  $\bar{\psi}_s$  и  $\bar{\psi}_r$  и, соответственно, к увеличению времени реверса (интервала времени между равными, но противоположными по закону значениями  $\omega_{ry}$ ). Повышение активного сопротивления ротора наоборот уменьшает сдвиг векторов  $\bar{\psi}_s$  и  $\bar{\psi}_r$ , в результате чего реверс ускоряется. При базовых значениях параметров переходные процессы заканчиваются за 0,75 с, поэтому аperiodическая составляющая в установившемся решении при  $T > 1,5$  с отсутствует.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы о влиянии параметров двигателя на вид периодического решения:

- 1) увеличение  $r_r$  при базовых значениях остальных параметров ведет к установлению симметричных периодических решений при  $T \geq 0,6$  с;
- 2) при максимальном активном сопротивлении ротора увеличение его индуктивного сопротивления приводит к симметричному решению при  $T \geq 0,4$  с;
- 3) увеличение момента инерции ротора вызывает нарушение симметричности решений, особенно для малых  $T$ ;
- 4) при одновременном увеличении параметров машины и момента инерции симметричность периодических решений не нарушается;
- 5) возрастание параметров обмотки статора значительно нарушает симметрию устанавливаемых периодических решений;
- 6) для базовых значений параметров АД периодическое решение системы (1) устойчиво и не зависит от выбора начальных точек, с которых начинаются переходные процессы.

Таким образом, в качественном и количественном отношении устанавливаемые периодические движения ротора зависят от сдвига векторов  $\bar{\psi}_s$  и  $\bar{\psi}_r$  в момент переключения, частоты переключения и параметров машины.

Результаты решения данной задачи можно рассматривать как один из этапов на пути разработки методики проектирования АД с оптимальными динамическими характеристиками в режиме частых реверсов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чиликин М. Г., Ключев В. И., Саидлер А. С. Теория автоматизированного электропривода. Учебное пособие для вузов. — М.: Энергия, 1979. — 616 с.
2. Брославский И. Я., Валек В. М. Потери в асинхронном двигателе и допустимая частота включений электропривода при тиристорном управлении. — ЭП. Электропривод, 1983, вып. 5 (115), с. 13—15.
3. Суйский П. А. О выборе асинхронных короткозамкнутых двигателей для циклических режимов работы. — М.: ЦБТИ НИИ электропромышленности, 1959. — 15 с.
4. Молчанов Ю. М., Будников В. В. Допустимое число пусков асинхронных короткозамкнутых двигателей. — Тр. ВНИИЭМ, 1980, т. 64, с. 127—136.
5. Петров И. И. и др. Специальные режимы работы асинхронного электропривода. — М.: Энергия, 1968. — 264 с.
6. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе/Л. П. Петров, Л. Б. Масандилов, В. А. Ладензон, М. М. Соколов. — М.: Энергия, 1967. — 200 с.
7. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 744 с. [23.02.84]

# К применению метода конечных разностей для расчета магнитных полей в активных зонах электрических машин

БОЯДЖАН С. Г., БОЯДЖАН С. С., ЧИТЕЧЯН В. И.

При расчетах магнитных полей в активных зонах электрических машин достаточно широко применяется метод конечных разностей. Для детального и экономного описания сложных границ ферромагнитных и токоведущих участков расчетной области используются отдельные сеточные системы (сетки) для статора и ротора. Сетки сшиваются в общей полосе и обычно формируются так, чтобы эта полоса находилась в середине воздушного зазора.

Магнитные напряжения при конечно-разностной аппроксимации уравнений Максвелла относительно векторного магнитного потенциала  $A$  определяются на отрезках, параллельных координатным линиям сетки и проходящих посередине между ними. Важнейшим свойством конечно-разностного уравнения должно быть соблюдение однозначности в определении магнитного напряжения через параметры сетки. При использовании известной «пятиточечной» конечно-разностной формулы<sup>1</sup> для внутренних узлов каждой сетки (статора или ротора) принцип однозначности соблюдается, т. е. магнитное напряжение любого отрезка одинаково входит (с соответствующим знаком) в конечно-разностные выражения двух соседних узлов, примыкающих к данному отрезку.

Широко применяемый в настоящее время метод сшивания сеток<sup>1</sup> рассмотрим на примере узла  $S_2$  сетки статора (рис. 1). Находится положение фиктивного интерполяционного узла  $S_F$  посредством линейной интерполяции определяется соответствующий потенциал

$$A_F^S = A_2^R + (A_3^R - A_2^R) \frac{l_{RS}}{l_{RR}}.$$

Конечно-разностная формула, соответствующая контуру 1-2-3-4-1 связывает потенциалы узлов  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_2$ ,  $S_1$  и  $S_F$ . Аналогично обрабатываются узлы ротора (например, узлу  $R_1$  соответствует интерполяционный узел  $R_F$ ).

На частном примере участка  $ab$  покажем, что при таком способе сшивания сеток принцип однозначности нарушается. Участок  $ab$  образуется со стороны статора из отрезков  $l_{S0} = l_{S1} = 0,5 C$ , со стороны ротора —  $l_{R0} = 0,5 b_0$ ,  $l_{R1} = 0,5 C$ ,  $l_{R2} = 0,5 (C - b_0)$ .

Потенциал  $A_F^R$  определяется в виде

$$A_F^R = A_0^S + (A_1^S - A_0^S) \frac{b_0}{C}. \quad (1)$$

Магнитное напряжение на участке  $ab$  при рассмотрении: со стороны статора

$$F_{ab}^S = \frac{v_0}{h} [(A_0^R - A_0^S) l_{S0} + (A_2^R - A_1^S) l_{S1}];$$

со стороны ротора

$$F_{ab}^R = \frac{v_0}{h} [(A_0^R - A_0^S) l_{R0} + (A_1^R - A_F^R) l_{R1} + (A_2^R - A_1^S) l_{R2}].$$

Учитывая (1), легко можно видеть, что только для равномерного поля по ширине  $ab$  имеет место равенство  $F_{ab}^S = F_{ab}^R$ . Если представить, что по ширине  $b_0$  на поверхности ротора расположен зубец, а по ширине  $b_1$  — паз (или наоборот), то не может идти речь о равномерном поле.

Таким образом, существующий метод сшивания сеток в общем случае не обеспечивает однозначность в общей полосе сшивания. Это приводит к погрешностям результатов расчета. С целью уменьшения влияния неоднозначности на точность расчетов приходится заметно увеличивать число узлов сеток статора и ротора вдоль полюсного деления  $\tau$ .

Были выполнены тестовые расчеты для оценки погрешности, вносимой неоднозначностью применяемого метода сшивания сеток, на результаты расчетов. Все расчеты производились с уче-

том насыщения, с использованием значений коэффициентов релаксации потенциалов  $K_A = 1, 3$  и подрелаксации удельных магнитных сопротивлений  $K_v = 0,08$ . Производилось заведомо избыточное число итераций, после которых потенциалы узлов сеток практически не изменялись. По окончании расчета на печать выдавались значения потокоцеплений фаз обмотки статора.

В качестве расчетной модели был выбран трехфазный асинхронный электродвигатель с открытыми пазами на статоре и роторе. Геометрия статора и ротора вдоль  $\tau$ , а также положение ротора относительно статора были приняты такими, чтобы при достаточно подробном разбиении участков сеток (ширины пазов и зубцов статора и ротора) вертикальные линии сеток статора  $S$  и ротора  $R$  совпадали. Полученное магнитное поле такой области принималось «эталонным», и все величины, характеризующие этот расчет, принимались за 100 %.

При том же положении ротора изменялось разбиение участков сетки таким образом, чтобы обеспечить несхождение ряда вертикальных линий сеток  $S$  и  $R$ . В первом случае (опыт № 1) число узлов сеток вдоль  $\tau$  увеличивалось на 12 %, а во втором случае (опыт № 2) — уменьшалось почти вдвое. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Как видно, несмотря на увеличение числа узлов, погрешность расчета составляет почти 10 % и требуется еще большее дробление сеток для получения удовлетворительных результатов. При резком уменьшении числа узлов полученные потокоцепления фаз почти в 5 раз ниже «эталонных» значений.

На характерном примере фрагмента общей полосы (рис. 2) ниже описывается предлагаемый метод сшивания сеток, обладающий свойством однозначности. Участок  $ab$  разбивается на отрезки  $l_i$ , образованные пересечением  $ab$  с продолжениями как вертикальных линий сеток  $S$  и  $R$ , так и вертикальных линий, проходящих посередине смежных вертикальных сеток  $S$  и  $R$ . Вдоль каждого отрезка  $l_i$  потенциалы  $A$  на смежных горизонтальных линиях сеток  $S$  и  $R$  принимаются изменяющимися по линейному закону. Тогда в пределах отрезка  $l_i$  расчетная напряженность  $H_i$  равна ее значению в середине отрезка (координата  $x_i$ ) и определяется через потенциалы  $A_i^R$ ,  $A_i^S$  интерполяционных узлов  $R_i$  и  $S_i$ . Магнитное напряжение участка

$$F_i = \frac{A_i^R - A_i^S}{h} v_0 l_i, \quad (2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_i^R &= A_{k-1}^R + \frac{A_k^R - A_{k-1}^R}{x_k^R - x_{k-1}^R} (x_i - x_{k-1}^R); \\ A_i^S &= A_p^S + \frac{A_{p+1}^S - A_p^S}{x_{p+1}^S - x_p^S} (x_i - x_p^S). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Аналогично определяются магнитные напряжения на остальных участках полосы сшивания.

Конечно-разностные формулы для узлов  $S$  и  $R$ , примыкающих к общей полосе сшивания, должны соответствовать описанным соотношениям. Так для статорного узла  $p$  (контур интегри-

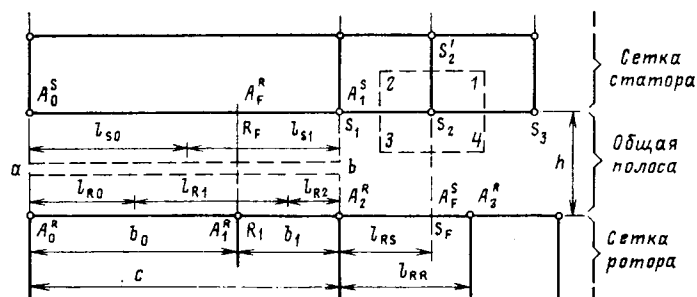


Рис. 1. Фрагмент общей полосы, поясняющий применяемый метод сшивания

<sup>1</sup> Erdely E. A., Fuch E. A. Nonlinear magnetic field analysis of DC machines. P. I. Theoretical fundamentals. — IEEE Trans. on PAS, 1970, vol. 89, № 7.

Таблица 1

| Номер опыта | Число узлов области, % | Потокоосцепления, %. для фаз |      |      |
|-------------|------------------------|------------------------------|------|------|
|             |                        | 1                            | 2    | 3    |
| 1           | 112                    | 90,4                         | 90,3 | 91,3 |
| 2           | 51                     | 20,3                         | 20,3 | 22,7 |

Таблица 2

| Номер опыта | Число узлов области, % | Потокоосцепления, %. для фаз |       |       | Продолжительность расчета, % |
|-------------|------------------------|------------------------------|-------|-------|------------------------------|
|             |                        | 1                            | 2     | 3     |                              |
| 3           | 33,5                   | 100,0                        | 100,0 | 98,1  | 9,2                          |
| 4           | 112,0                  | 99,9                         | 100,0 | 100,0 | 137,4                        |
| 1           | 112,0                  | 90,4                         | 90,3  | 91,3  | 134,2                        |

рования 3-4-5-6-7-1-2-3)

$$F_{i-2} + F_{i-1} + F_i + F_{i+1} + F_{71} + F_{12} + F_{23} = 0, \quad (4)$$

предполагая, что воздушный зазор сформирован не менее чем тремя полосами (отсутствие расчетного тока в узле  $p$ ).

Преобразуя (4) с учетом (2) и (3), получим конечно-разностную формулу узла  $p$ :

$$\begin{aligned} A_p^S \left[ h \left( \frac{1}{b_{p-1}} + \frac{1}{b_p} \right) + \frac{7(b_{p-1} + b_p)}{8h} \right] = \\ = A_{p-1}^S \left( \frac{h}{b_{p-1}} - \frac{b_{p-1}}{8h} \right) + A_{p+1}^S \left( \frac{h}{b_p} - \frac{b_p}{8h} \right) + \\ + A_{pp}^S \frac{b_{p-1} + b_p}{2h} + \sum_{i=1}^3 A_i^R \frac{l_i}{h}, \end{aligned}$$

где суммирование распространяется на все элементарные участки отрезка 3-7 (для рассматриваемого узла  $p$  таких участков четыре).

Аналогично могут быть получены формулы для роторных узлов.

Как видно, предлагаемый метод сшивания сеток также основан на линейной интерполяции, однако элементарные отрезки контуров интегрирования формируются таким образом, чтобы обеспечить однозначность в определении магнитных напряжений как со стороны статора, так и со стороны ротора. При формировании сеток расчетной области, в особенности при меньших разбиениях участков сеток вдоль  $\tau$ , возникают погрешности в результатах расчетов из-за несовпадения вертикальных линий границ ферромагнитных участков  $S$  и  $R$  с вертикальными линиями сеток противоположной стороны ( $R$  и  $S$ ). В этом случае применение принципа линейной интерполяции, лежащего в основе метода конечных разностей, при переходе от сетки  $S$  к сетке  $R$  и обратно некорректно. Сгущение магнитных силовых линий в отрезках зубцов  $S$  ( $R$ ) «навязывает» сгущенность линий в противоположащих частях отрезков пазов  $R$  ( $S$ ), и получаемая в результате расчета картина поля заметно отличается от истинной. С целью исключения отмеченного обстоятельства предлагается генерация дополнительных вертикальных линий в сетках  $S$  и  $R$  при формировании сетки расчетной области.

Метод генерации дополнительных вертикальных линий в сетках  $S$  и  $R$  заключается в следующем. При формировании сетки  $S$  в ней дополнительно создаются вертикальные линии, являющие-

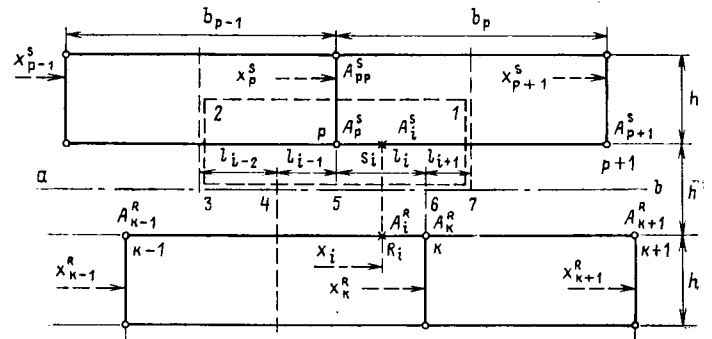


Рис. 2. Фрагмент общей полосы, поясняющий предлагаемый метод сшивания

ся продолжениями границ ферромагнитных участков сетки  $R$ . Сетка  $R$ , в свою очередь, пронизывается границами ферромагнитных участков сетки  $S$ . В результате создаются условия, благоприятствующие корректной реализации принципа линейной интерполяции.

Для описанной выше модели асинхронного двигателя были проведены тестовые расчеты с использованием предлагаемых методов сшивания сеток и генерации дополнительных вертикалей. Помимо расчета значений потокоосцеплений фаз (с заведомо избыточным числом итераций), для всех опытов были определены продолжительности расчетов. Для оценки продолжительности расчетов все опыты выполнялись при равных условиях — начальные потенциалы узлов во всей расчетной области принимались одинаковыми (равными нулю), расчеты осуществлялись идентичными методами и при равных коэффициентах ускорения. Каждый расчет заканчивался, когда расчетные значения потокоосцеплений всех трех фаз не отличались более чем на 0,1 % окончательных для данного опыта значений.

В третьем случае (опыт № 3) число узлов было заметно уменьшено и была генерация дополнительных вертикалей. В результате полученная область имела втрое меньше узлов, чем «эталонная». В опыте № 4 дополнительные вертикали не были генерированы, а число узлов области строго соответствовало опыту № 1. Результаты расчетов приведены в табл. 2, где для наглядности указаны также данные опыта № 1.

Как видно из табл. 2, несмотря на резкое уменьшение числа узлов, обеспечивается удовлетворительная точность получаемых результатов при сокращении продолжительности расчета более чем на порядок. При достаточно подробном разбиении участков сетки (опыт № 4) предлагаемый способ сшивания сеток обеспечивает совпадение поля с «эталонным» без генерации дополнительных вертикалей.

**Выводы.** 1. Применяемый способ сшивания сеток расчетной области в общем случае не обеспечивает однозначности при определении магнитного напряжения в полосе сшивания сеток статора и ротора, что приводит к погрешностям результатов расчета или к необходимости заметного увеличения числа узлов сетки вдоль  $\tau$ , что, в свою очередь, резко увеличивает продолжительность расчета.

2. Предлагаемые методы сшивания сеток (с обеспечением однозначности) и генерации дополнительных вертикальных линий в сетках статора и ротора позволяют заметно уменьшить число узлов вдоль  $\tau$ , что приводит к весьма существенному сокращению времени расчета при достаточной точности получаемой картины поля.

[28.12.83]

# Особенности работы автономных инверторов напряжения с широтно-импульсным регулированием в тяговом электроприводе переменного тока

ДУДУЛЯКА Л. Л., ЗАБРОДИН Ю. С., МИЛЕДИН В. К., ПАВЛОВ Ф. В., ФУРМАНЭК М. З.

Москва

Применение на городском электрическом транспорте тяговых асинхронных двигателей становится с каждым годом все более актуальным и необходимым. Одним из наиболее перспективных путей решения задачи является использование автономных инверторов напряжения (АИН) с широтно-импульсным регулированием (ШИР). Такой инвертор осуществляет регулирование действующего значения первой гармоники до некоторой частоты  $f_B$  по закону, близкому к линейному, а от  $f_B$  до  $f_{\max}$  поддерживает его неизменным, что необходимо для получения от асинхронной машины соответствующих тяговых характеристик.

Широтно-импульсный способ формирования и регулирования основан на применении в инверторе напряжения алгоритмов переключения тиристоров, при которых кривая выходного напряжения формируется в виде импульсов, регулируемых по длительности. При его применении требуется разбивка диапазона регулирования частоты от 0 до  $f_B$  на поддиапазоны с соответствующим для каждого из них числом импульсов в кривой линейного (фазного) напряжения [1].

На низких частотах число импульсов на периоде должно быть большим, а на высоких — малым. Это необходимо для уменьшения состава высших гармонических в напряжении, поступающем на асинхронный двигатель, что создает большую равномерность вращения ротора на низких частотах и уменьшает потери энергии в двигателе. Особенно важно, что в этом случае при регулировании частоты удается поддерживать на допустимом уровне составляющую предкоммутационного тока тиристоров, обусловленную высшими гармоническими тока двигателя при его питании несинусоидальным напряжением инвертора. Тем самым достигается надежная коммутация тиристоров в инверторе при задаваемых ограничениях по массе и габаритам элементов  $L_K$ ,  $C_K$  его коммутационных узлов.

Выбор граничных значений частот  $f_B$  соседних поддиапазонов, при которых осуществляется переход от одного числа импульсов в кривой выходного напряжения к другому, производится по допустимому относительному значению предкоммутационного тока от высших гармонических в общем предкоммутационном токе, а также с учетом допустимых потерь энергии в инверторе, вызываемых повышением частоты переключения тиристоров до значения  $f_{\text{п.доп}}$ .

На рис. 1 представлены алгоритмы переключения двух тиристоров одной фазы трехфазной схемы АИН с ШИР [1, 2] и кривые фазного напряжения и тока инвертора соответственно при числе импульсов в кривой фазного напряжения, равных 6 и 12.

Возможные значения чисел импульсов в кривой линейного (л.н) и фазного  $K_{\text{ф.н}}$  напряжений на периоде при данном способе формирования можно определить, если принять число создаваемых пауз в проводимости тиристоров в интервале  $60^\circ$  равным  $n$  ( $n \geq 1$ ). Тогда

$$K_{\text{л.н}} = 4n; K_{\text{ф.н}} = \frac{3}{2} K_{\text{л.н}} = 6n.$$

При этом частота переключения двух тиристоров, относящихся к одной фазе трехфазной мостовой схемы АИН, составит  $f_{\text{п}} = K_{\text{п}} f$ , где  $K_{\text{п}} = 4n + 2$  — показатель кратности коммутации. Значению  $f_{\text{п}}$  будет равна и частота перезарядов коммутирующего конденсатора в фазном узле принудительной коммутации инвертора.

Из большого разнообразия методов расчета тока асинхронного двигателя при работе от АИН оптимальным по точности и трудоемкости является метод двух составляющих, к тому же достаточно полно учитывающий особенности двигательной нагрузки инвертора [1, 3—5].

Сущность метода заключается в том, что фазный ток двигателя  $i(\omega t)$  при соединении обмоток в звезду представляется в виде суммы составляющих тока первой гармоники  $i_1(\omega t)$  (от первой гармоники выходного напряжения АИН) и составляющей результирующего тока высших гармоник  $i_B(\omega t)$  (от высших гармонических выходного напряжения АИН):

$$i(\omega t) = i_1(\omega t) + i_B(\omega t). \quad (1)$$

Составляющая тока от высших гармоник находится из ре-

жима короткого замыкания двигателя:

$$i_B(\omega t) = i_{K.3}(\omega t) - i_{K.31}(\omega t), \quad (2)$$

где  $i_{K.3}(\omega t)$  — ток короткого замыкания, обусловленный всеми гармоническими выходного напряжения АИН;  $i_{K.31}(\omega t)$  — ток короткого замыкания от его первой гармоники.

По аналогии с выражениями (1) и (2) для мгновенных значений токов можно записать соотношения для предкоммутационного тока и его составляющих:

$$I(0) = I(0)_1 + I(0)_B; \quad (3)$$

$$I(0)_B = I(0)_{K.3} - I(0)_{K.31}. \quad (4)$$

В отдельных случаях при расчете предкоммутационных токов представляется необходимым дополнить соотношение (3) составляющей предкоммутационного тока, обусловленной током намагничивания  $I(0)_\mu$  асинхронного двигателя. Составляющая  $I(0)_\mu$  находится из кривой тока  $i_\mu$ , учитывающего параметры цепи намагничивания двигателя для соответствующих частот.

Применение метода двух составляющих для определения тока  $I(0)_B$  в АИН с ШИР известно [1, 5]. В статье с его помощью решается задача разработки инженерной методики расчета предкоммутационного тока  $I(0)_B$  для широкорегулируемых по частоте асинхронных двигателей, применяемых, в частности, в тяговом электроприводе переменного тока.

Расчет тока  $i_{K.3}(\omega t)$  производится по интервалам кусочно-припасовочным методом с учетом соответствующей формы кривой фазного напряжения при ШИР и параметра короткого замыкания асинхронного двигателя  $\text{tg } \varphi_{K.31} = 2\pi f L_{K.3} / R_{K.3}$ .

Выражение для тока  $i_{K.3}(\omega t)$  при  $K_{\text{ф.н}} = 6$  ( $n = 1$ ) для интервала II (рис. 1, а) имеет вид

$$i_{K.3 \text{ II}} = A \left[ 2(1-b) + \frac{bd(1-a)(1+c)(1-2c)}{1+c^3} \right], \quad (5)$$

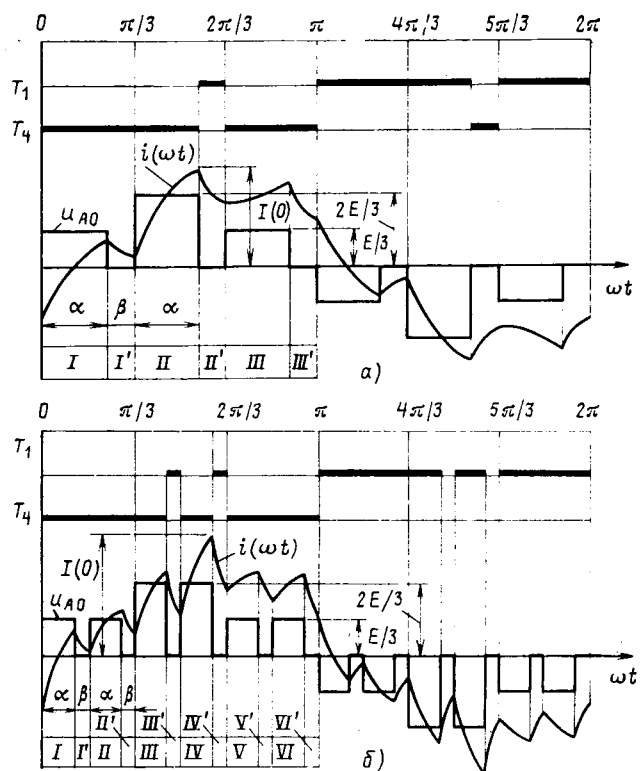


Рис. 1. Алгоритм переключения (—); кривые фазных напряжения и тока (---): а —  $n = 1$ ; б —  $n = 2$

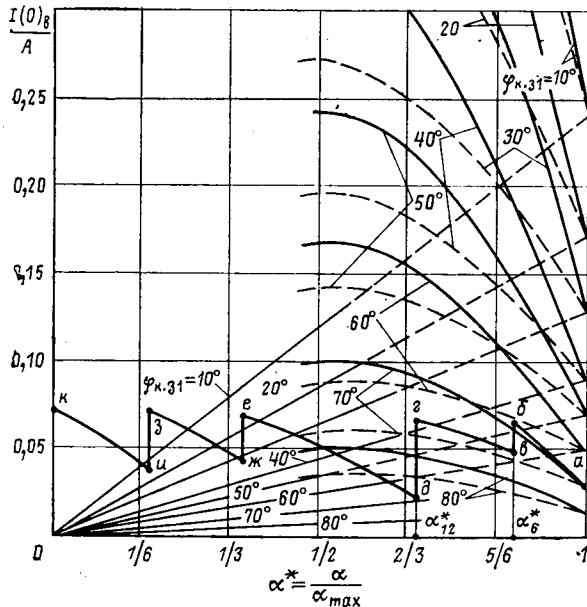


Рис. 2. Графики зависимости гармонической составляющей предкоммутационного тока от угла регулирования

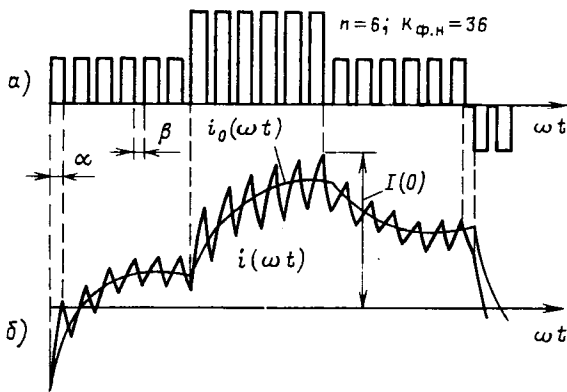


Рис. 3. Кривые фазных напряжения (а) и тока (б) при  $n = 6$

в котором приняты следующие обозначения:

$$A = \frac{E}{3R_{к.з}}; \quad a = \exp\left(-\frac{\alpha}{\operatorname{tg} \varphi_{к.31}}\right); \quad b = \exp\left(-\frac{\omega t}{\operatorname{tg} \varphi_{к.31}}\right);$$

$$d = \exp\left(-\frac{\pi/3 - \alpha}{\operatorname{tg} \varphi_{к.31}}\right); \quad c = ad = \exp\left(-\frac{\pi/3}{\operatorname{tg} \varphi_{к.31}}\right).$$

Составляющая тока  $i_{к.31}(\omega t)$  находится по значению первой гармоники фазного напряжения  $U_{н.ф} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi^2} \alpha E$  (имеющей фазовый сдвиг в сторону опережения на угол  $\pi/6 - \alpha/2$  относительно начала отсчета первого интервала) и параметров режима короткого замыкания двигателя:

$$i_{к.31}(\omega t) = A \frac{18\alpha}{\pi^2} \cos \varphi_{к.31} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2} - \varphi_{к.31}\right). \quad (6)$$

Согласно рис. 1, а предкоммутационные токи в АИН определяются значениями  $i_b(\omega t)$  в моменты времени  $\pi/3 + \alpha$ ,  $\pi$  (или  $4\pi/3$ ,  $2\pi$ ). Однако практический интерес представляет определение предкоммутационного тока в момент времени  $\pi/3 + \alpha$ , так как здесь он имеет наибольшее значение. При частотном управлении обычно обеспечивается режим работы двигателя при высоком  $\cos \varphi_n$ , в связи с чем в указанный момент времени мгновенное значение первой гармоники тока двигателя близко к амплитуде. Наибольшим получается и мгновенное значение тока  $i_b(\omega t)$ . Таким образом, составляющая предкоммутационного тока, обусловленная высшими гармоническими, находится из кривой

тока  $i_b(\omega t)$  на границе интервалов  $II$ ,  $III'$ . Считая в (5)  $\omega t = \alpha$  ( $b = a$ ), а также в (6)  $\omega t = \pi/3 + \alpha$ , находим:

$$I(0)_B = A \left[ (1-a) \frac{2+c-c^2}{1+c^3} - \frac{18\alpha}{\pi^2} \cos \varphi_{к.31} \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} - \varphi_{к.31}\right) \right]. \quad (7)$$

Зависимость  $I(0)_B = F(\alpha^*)$  при фиксированном значении  $\varphi_{к.31}$  характеризуется графически семейством кривых, показанных сплошными линиями на рис. 2.

Подобно рассмотренному решается задача определения предкоммутационных токов при  $K_{ф.н} = 12$  ( $n = 2$ ). Такты работы инвертора и нумерация интервалов на полупериоде показаны на рис. 1, б.

При  $K_{ф.н} = 12$  максимальному значению предкоммутационного тока соответствует угол  $\pi/2 + \alpha$ . Выражение для составляющей предкоммутационного тока, обусловленной высшими гармониками, имеет вид:

$$I(0)_B = A \left[ (1-a) \frac{2+2c-c^2+c^3-c^4-c^5}{1+c^6} - \right. \\ \left. - \frac{36\alpha}{\pi^2} \cos \varphi_{к.31} \sin\left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\alpha}{2} - \varphi_{к.31}\right) \right]. \quad (8)$$

Зависимость  $I(0)_B = F(\alpha^*)$  при  $\varphi_{к.31} = \text{const}$  показана в виде семейства пунктирных кривых на рис. 2.

Значения  $K_{ф.н} = 6, 12$  применяются на верхнем поддиапазоне регулирования напряжения (частоты), поэтому кривые, им соответствующие, показаны на рис. 2 для верхней области регулирования угла  $\alpha^*$ .

Получена также обобщенная формула зависимости  $I(0)_B$  от  $\alpha$  для любого значения  $n$ :

$$I(0)_B = A \left\{ (1-a) \frac{\left[ \sum_{i=0}^{n-1} c^i + \sum_{i=1}^{2n-1} c^i - \sum_{i=2n}^{3n-1} c^i \right]}{1+c^{3n}} - \right. \\ \left. - \frac{18n\alpha}{\pi^2} \cos \varphi_{к.31} \sin\left(\frac{4n-1}{6n} \pi + \frac{\alpha}{2} - \varphi_{к.31}\right) \right\}. \quad (9)$$

Как при  $K_{ф.н} = 6$ , так и  $K_{ф.н} = 12$  уменьшение угла  $\alpha$  от значения  $\alpha_{\max}$  вызывает увеличение тока  $I(0)_B$ , что обуславливается ухудшением относительного гармонического состава кривой выходного напряжения [1]. При  $\alpha < \alpha_{\max}$  относительное содержание гармонических при  $K_{ф.н} = 12$  меньше, чем при  $K_{ф.н} = 6$ . Это находит отражение и в меньших значениях тока  $I(0)_B$ . Меньшим значениям угла  $\varphi_{к.31}$  (меньшим значениям индуктивного сопротивления выходной цепи) соответствует меньшие постоянные времени нарастания тока  $i(\omega t)$  на интервалах  $\alpha$ , что приводит к росту тока  $I(0)_B$ .

Приведенные на рис. 2 кривые являются универсальными для АИН с ШИР при работе на асинхронный двигатель. При их использовании для расчета  $I(0)_B$  необходимо учитывать, что уменьшению угла  $\alpha$  при ШИР соответствует пропорциональное уменьшение частоты. Поэтому рост тока  $I(0)_B$  обуславливается под действием двух факторов: уменьшением угла  $\alpha$  и уменьшением угла  $\varphi_{к.31}$ .

Для уменьшения тока  $I(0)_B$  и его процентного содержания в суммарном предкоммутационном токе  $I(0)$  при  $K_{ф.н} = 6, 12$  необходимо обеспечивать высокие значения угла  $\varphi_{к.31}$  АД на частотах, близких к  $f_{вых}$ . Это достигается выбором типа двигателя на соответствующий параметр  $L_{к.з}$ , а также включением последовательно с АД дополнительных индуктивностей.

При частотном регулировании тягового электропривода часто обеспечивается  $I_1 = \text{const}$  и работа АД при высоком  $\cos \varphi_n$ , в связи с чем составляющая  $I(0)_1$  предкоммутационного тока остается практически неизменной. В этом случае граничные значения угла  $\alpha$  и соответственно граничные частоты поддиапазонов ШИР со значениями  $K_{ф.н} = 6$  и 12 необходимо выбирать по допустимому процентному увеличению предкоммутационного тока  $I(0)_B$  на границах поддиапазонов. Характер возможного изменения составляющей  $I(0)_B$  на этих поддиапазонах показан на рис. 2 кривой а—б—в—г. Граничное значение угла  $\alpha_6^*$  составляет  $(0,7-0,85) \pi/3$ , а  $\alpha_{12}^* = (0,4-0,6) \pi/6$ ; граничные частоты будут равны  $(0,7-0,85)f_B$  для  $K_{ф.н} = 6$  и  $(0,4-0,6)f_B$  для  $K_{ф.н} = 12$ . Максимальная частота переключения  $f_n$  на границах указанных поддиапазонов (в точках а и в) составляет  $6f_B$  и  $0,6 \cdot 10f_B = 6f_B$ .

При  $f_n$ , например, равной 50 Гц, имеем  $f_p$ , равные 300 Гц.

По мере увеличения числа импульсов относительный гармонический состав кривой выходного напряжения при регулировании угла  $\alpha$  улучшается и при  $n \geq 3$  становится почти таким же, как при регулировании выходного напряжения по цепи питания с длительностью проводящего состояния каждого тиристора, равном  $180^\circ$  ( $n=0$ ) [1, 2]. Уменьшение предкоммутационных токов при переходе на низкочастотные поддиапазоны достигается за счет ограничения по длительности временных интервалов  $t_a$  экспоненциального нарастания тока  $i(\omega t)$ .

Мгновенные значения тока  $i(\omega t)$  при этом пульсируют относительно мгновенных значений тока  $i_0(\omega t)$  эквивалентного режима  $180^\circ$  — управления с напряжением питания, равном  $\alpha E/\alpha_{\max}$ . Вид кривой тока  $i(\omega t)$  на полупериоде при  $K_{ф.н}=36$  ( $n=6$ ) показан на рис. 3.

Расчет предкоммутационных токов для низкочастотных поддиапазонов производится по формуле (9). Кривая  $d-k$  на рис. 2 иллюстрирует изменение тока  $I(0)_в$  на поддиапазонах со значениями  $n=4,8$  и 16. Семейством прямых, исходящих из точки пересечения координат, показан характер зависимости предкоммутационного тока при  $n \rightarrow \infty$ , что представляет интерес для его оценки в первом приближении для больших значений  $n$ .

Указанному семейству соответствует выражение (7), домноженное на коэффициент  $\alpha/\alpha_{\max}$  и при  $a=c$ . Прямые имеют общие точки с соответствующими кривыми для  $K_{ф.н}=6$  и 12 при  $\alpha^*=1$ .

При  $n \geq 3$  зависимость  $I(0)_в$  от  $\alpha$  становится меньшей, чем при  $n=1$  и  $n=2$ , в связи с чем на выбор числа поддиапазонов существенную роль оказывает допустимая частота  $f_n$  в инверторе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Забродин Ю. С. Автономные тиристорные инверторы с широтно-импульсным регулированием. — М.: Энергия, 1977.
2. Забродин Ю. С. Промышленная электроника. — М.: Высшая школа, 1982.
3. Шубенко В. А., Браславский И. Я., Шрейнер Р. Т. Асинхронный электропривод с тиристорным управлением. — М.: Энергия, 1967.
4. Аранчий Г. В., Жемеров Г. Г., Эпштейн И. И. Метод анализа автономных инверторов, питающих асинхронный двигатель. — М.: Электротехника, 1965, № 5.
5. Лабунцов В. А., Забродин Ю. С. Особенности работы инверторов напряжения на асинхронный двигатель. — М.: Электротехника, 1971, № 11. [01.03.84]



УДК 621.3.064.42.001.57

## О моделировании дугогасительных камер продольного дутья

ВИШНЕВСКИЙ Ю. И., ИГНАТЬЕВА Л. Е., КРИЖАНСКИЙ С. М., ЯНОВА Т. В.

Ленинград

В [1] были выявлены безразмерные и размерные комплексы, а также масштабные коэффициенты, обеспечивающие подобие процессов дугогашения в натурных и модельных условиях. Это позволяет поставить эксперименты по исследованию дугогашения на уменьшенных макетах и установках малой мощности, а полученные результаты простым пересчетом распространить на натурные условия. Возможно решение и более содержательных задач обобщения результатов экспериментов, полученных на установках разных масштабов.

Опыт обобщения характеристик стационарных дуг в размерных комплексах [2] показал эффективность метода для заданной среды, свойства которой одинаковы во всех экспериментах. Обобщение в безразмерных комплексах дает большой разброс и практически не осуществимо. Гашение дуг переменного тока значительно более сложное явление, чем горение стационарных дуг. Поэтому естественно пытаться производить обобщение результатов соответствующих опытов также в размерных комплексах. В настоящем сообщении, являющемся непосредственным развитием [1], в тех же обозначениях излагаются результаты экспериментов по гашению дуги на макетах различных размеров в подобных условиях и их обобщения в размерных комплексах.

Уточним физический характер исследуемых зависимостей. Как известно, процесс гашения дуги переменного тока носит статистический характер. Это объясняется влиянием ряда случайных факторов, меняющихся от опыта к опыту (износ контактов и сопл, различия в условиях размыкания контактов и т. п.). При малых токах отключения можно говорить о независимости последовательно следующих друг за другом опытов. Для этого случая показано, что распределение вероятности гашения в зависимости от тока или скорости переходного восстанавливающегося напряжения при фиксированных остальных параметрах подчиняется нормальному закону [3]. При больших токах ввиду значительного износа контактов и сопл как независимость следующих друг за другом опытов, так и нормальность закона распределения вероятности гашения проблематичны, если только оплавленные дугой детали не меняются после каждого опыта, что обычно не делается.

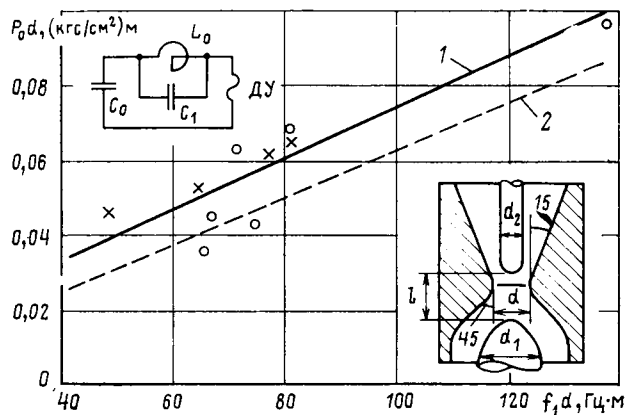
В то же время при любом распределении 50 %-ную вероятность гашения можно отождествить с точкой границы областей гашения и негашения в пространстве параметров. С позиций теории подобия эта граница является поверхностью в многомерном пространстве критериев подобия или размерных комплексов. Фиксируя все комплексы, кроме двух, можно получить кривую пересечения этой поверхности с плоскостью этих двух

комплексов. Такая интерпретация является типичной для явлений, характеризующихся неустойчивостью процесса [4], а гашение дуги есть проявление неустойчивости режима ее горения.

Натурные исследования гашения дуги на дугогасительных устройствах (ДУ) различных типов обычно дают информацию лишь о принадлежности ДУ в конкретном режиме к той или иной области. Для определения границы областей этих данных недостаточно.

Возможны различные планы экспериментов для определения 50 %-ной границы областей. Если экспериментально определять для данных ДУ и режима кривую распределения вероятностей гашения от какого-либо параметра при фиксированных остальных, то необходимо проведение нескольких сотен опытов для получения одной точки искомой границы [3]. Известен более экономный способ определения границы с 50 %-ной вероятностью исследуемого события, так называемый метод «вверх — вниз» [5, 6]. Он позволяет получить точку границы областей, сократив объем испытаний более чем на порядок. Это дает возможность при меньшем объеме испытаний получить несколько точек граничной линии. При использовании этого метода не привлекается гипотеза нормального распределения для вероятности гашения. Достаточно, чтобы вблизи 50 %-ной границы кривую вероятности можно было аппроксимировать нормальным распределением. Для вероятности дугогашения это более слабое требование можно считать соблюдающимся даже для больших токов отключения. Экономичность метода «вверх — вниз» объясняется тем, что основная масса опытов проводится вблизи искомой границы. Опыты, удаленные от границы, являются пристрелочными, и их число невелико. Порядок проведения испытаний методом «вверх — вниз» следующий. Фиксируются все параметры, от которых зависит исход эксперимента, кроме одного, например, давление  $P_0$ , которое регулируется в ходе эксперимента. Задаются начальным значением  $P_0$  и шагом  $\Delta P_0$ , т. е. разностью давлений в смежных опытах. В зависимости от результата предыдущего опыта, например, негашения, следующий опыт производят при увеличенном  $P_0$  на  $\Delta P_0$ . При гашении в последующем опыте  $P_0$  уменьшается на  $\Delta P_0$ . Таким образом, положительные и отрицательные результаты в серии опытов группируются вокруг искомой границы.

Ниже приводятся условия опытов и результаты обобщения в размерных комплексах границы областей гашения и негашения. Опыты проводились на двух геометрически подобных макетах ДУ, называемых натурой и моделью, с односторонним продольным дутьем сжатым воздухом через металлическое сопло



Обобщенная граница областей гашения и негашения:  
○ — натура; × — модель

при коэффициентах подобия  $n=K=2$ . Величины коэффициентов были выбраны исходя из технических возможностей испытательного стенда. Геометрия ДУ представлена на рисунке, абсолютные размеры его для натуре, макета большего размера, составляли:  $d=12$  мм;  $d_1=22$  мм;  $d_2=10$  мм. Дугогасительная камера была расположена за дутьевым клапаном, а выброс газа производился в атмосферу. Для участков камеры, примыкающих к дуговому промежутку и соплу, обеспечивалось геометрическое и газодинамическое подобие, а для воздушного тракта вдали от ДУ — подобие газовых потоков, контролировавшееся по распределению давления вдоль тракта, при закритическом характере истечения газа через сопло [7]. Электроды в ДУ были неподвижны, установка требуемого расстояния между ними и проверка соосности электродов относительно оси сопла производились перед опытом. Износ сопла регистрировался после серии опытов, усреднялся и учитывался при обработке результатов в размерных комплексах. Дуга между электродами инициировалась с помощью стреляющего разрядника [8]. Верхний электрод и сопло имели общий электрический потенциал, а центрирование дуги обеспечивалось воздушным потоком.

Исследования дугогасительных устройств производились по схеме, представленной на рисунке, где  $C_0$  и  $L_0$  — параметры колебательного контура, являющегося источником питания. Для натуре  $C_0=156,3$  мкФ,  $L_0=1,84$  мГн;  $I_m=4,13$  кА,  $E_0=14$  кВ. Для модели параметры колебательного контура изменялись в соответствии с масштабными коэффициентами [1] и составляли:  $C_0=78,4$  мкФ;  $L_0=0,92$  мГн;  $I_m=2,06$  кА;  $E_0=7$  кВ.

Границу областей удобно искать в виде зависимости  $P_0$  от частоты восстанавливающегося напряжения  $f_1$ , поскольку это легко регулируемые параметры. При этом для построения обобщенной границы использовались размерные комплексы:

$$P_5' = \frac{P_1}{2\pi \sqrt{P_5}} = f_1 d \text{ и } P_2 = P_0 d.$$

Остальные комплексы поддерживались одинаковыми для натуре и модели. Обеспечивалось также подобие декремента затухания тока  $\alpha = R_0/(2L_0)$  за счет скин-эффекта при изменении  $f_0$ . Масштабные коэффициенты для параметров поддерживались с точностью около 5 %.

Регулирование частоты  $f_1$  на контактах ДУ проводилось емкостью  $C_1$ , которая подключалась параллельно реактору  $L_0$ , а не выключалась, как в [1]. При этом собственная емкость реакторов и емкость  $C_1$  суммировались и реализовывался одночастотный характер восстановления напряжения. При таком подключении  $C_1$  коэффициент  $n_{C1}=1$ , а коэффициент

$$n_{C0} = \frac{C_{01}}{C_{02}} = \frac{1}{n} + \frac{C_{11}}{C_{02}} \left( \frac{1}{n} - 1 \right) \approx \frac{1}{n},$$

причем приближенное равенство обеспечивалось с точностью до 1 %, так как  $\frac{C_{11}}{C_{02}} \approx 0,012$ .

Испытания сопровождалось осциллографированием основных величин, характеризующих процесс гашения дуги в макете. С помощью шлейфового осциллографа К-121 регистрировались напряжение на дуге  $u_d$ ; возвращающееся напряжение  $u_B$ ;

ток  $i$ ; давление воздуха над дутьевым клапаном и в конфузурной части сопла. На катодном осциллографе 60ЭМ-1 регистрировалось переходное восстанавливающееся напряжение, т. е. частота  $f_1$  и коэффициент превышения амплитуды, и напряжение на дуге  $u_d$ . В качестве первичных преобразователей измеряемых величин использовались: для тока — безындуктивный шунт, напряжения — омический делитель, давления — индуктивный датчик типа ДДИ-20.

Сопоставимыми по условиям опыта являются одинаковые по номеру переходы тока через нуль. В настоящих исследованиях рассматривался исход опыта (гашение или негашение) после первого перехода тока через нуль.

Как известно, отказ в гашении дуги может происходить в результате либо электрического пробоя при высоких пиках зажигания, либо при развитии энергетических процессов (тепловой пробой) при пиках зажигания порядка напряжения на дуге. Эти процессы имеют различную физическую природу. Поскольку условия подобия выведены для энергетической области гашения, то учитывались только негашения теплового типа, а негашения, вызванные электрическим пробоем, засчитывались как гашения.

Все негашения после первого полупериода как на модели, так и на натуре четко разделялись по величинам пиков зажигания на две группы. Опыты с пиком зажигания, превышающим напряжение на дуге менее чем в 1,5 раза, классифицировались как тепловой пробой. Опыты с пиком зажигания, превышающим напряжение на дуге в четыре и более раз (обычно острой формы) классифицировались как электрический пробой. Дополнительным признаком электрического пробоя при очень высоких пиках зажигания являлось наличие паузы тока.

Таким образом, при негашениях величины пиков зажигания различались не менее, чем в три раза. Как следует из [12], при различии пиков зажигания в три раза постоянные времени дуги отличаются не менее, чем на порядок.

Методом «вверх — вниз» было проведено 7 серий опытов для натуре и 4 для модели при фиксированной  $f_1$  и варьируемом  $P_0$ . Исследования проводились в диапазоне давлений от 6 до 20 кгс/см<sup>2</sup> для модели и от 3 до 10 кгс/см<sup>2</sup> для натуре соответственно с шагом по давлению 1 и 0,5 кгс/см<sup>2</sup>. Диапазон изменения частоты составлял для натуре от 3 до 8,5 кГц, для модели от 8 до 23,5 кГц.

В каждой серии при  $f_1 = \text{const}$  было сделано от 7 до 15 опытов, не считая пристрелочных. Меньшее количество опытов делалось при более быстрой группировке отключений и отключений в следующих один за другим опытах вблизи границы. Общее количество опытов составляло около 100, не считая наладочных и пристрелочных.

Таким образом, всего на плоскости  $P_0 d$  и  $f_1 d$  было получено 11 точек, по которым методом наименьших квадратов была построена обобщенная граница областей гашения и негашения для исследуемых ДУ (см. рисунок, прямая 1). Наибольшее отклонение точек от обобщенной границы для натуре составляло около 25 %, для модели — около 15 %. По экспериментальным точкам границы областей гашения и негашения и дисперсиям в них можно построить функции распределения вероятности гашения от обобщенного параметра  $P_0 d$  более экономным способом чем в [3], в предположении нормального закона распределения.

Представление границы областей прямой линией согласуется с данными [10]. Линейная зависимость между величинами  $P_0 d$  и  $f_1 d$  подтверждается также оценкой значимости уравнения прямой регрессии по критерию Фишера [9]. Для группы полученных экспериментальных точек, по которым построена граница областей, величина  $F = 0,24 \ll F_{кр} = 4,76$  при 95 %-ной надежности вывода.

Известно значительное число исследований по определению так называемых предельных кривых гашения в зависимости от размерных параметров (обзор см. в [10]). Однако их обобщение в размерных комплексах затруднено из-за недостаточности опубликованной первичной информации об условиях опытов. Не всегда ясно, какой вероятности гашения соответствует предельная кривая, а разнородные данные, полученные на геометрически неподобных ДУ оказываются вообще несопоставимыми. Обобщению в размерных комплексах поддаются лишь эксперименты на геометрически подобных ДУ, в подобных условиях испытаний и с одинаковой вероятностью гашения.

По этим требованиям наши опыты близки к [11], хотя некоторые различия в методике испытаний и геометрии ДУ имеются. В частности, при общем геометрическом подобии ДУ из данных [11] не вполне ясно положение верхнего электрода. Имеются также различия в материалах сопел. Обобщение данных [11] в размерных комплексах, приведенное к тем же зна-

чениям фиксированных параметров, что и в наших опытах, дает прямую 2 на рисунке, удовлетворительно согласующуюся с нашими данными. Расхождение данных, по-видимому, объясняется упомянутыми выше различиями в условиях опытов [11] и настоящей статьи.

Как указывалось в [1], ряд полученных там критериев подобия процессов дугогашения совпадает с известными ранее критериями, подтвержденными огромным экспериментальным материалом по стационарным дугам в предельных потоках газа.

Выявленная в настоящей статье возможность обобщения в размерных комплексах результатов опытов по гашению дуг переменного тока в выключателях продольного газового дутья при неизменных остальных комплексах подтверждает правильность критериев, обеспечивающих подобие при физическом моделировании дугогашения.

Применение критериев подобия, обобщенных характеристик гашения дуги переменного тока и методов планирования эксперимента должно привести к сокращению объемов, сроков и стоимости работ по отработке дугогасительных устройств, как это произошло в других отраслях техники [2, 4]. Не менее важным представляется возможность сопоставления опытов, проводимых в различных лабораториях, если они удовлетворяют условиям подобия и другим оговоренным требованиям методики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крижанский С. М. Критерии подобия физического моделирования процессов дугогашения в камерах продольного дутья. — Электричество, 1983, № 8.

2. Кутателадзе С. С. Анализ подобия в теплофизике. — Новосибирск: Наука, Новосиб. отд-ние, 1982.

3. Каплан В. В., Нашатырь В. М. Коммутационные испытания высоковольтных аппаратов. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1969.

4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике — М.: Наука, 1967.

5. Зажигов Л. С., Кишьян А. А., Романиков Ю. И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. — М.: Атомиздат, 1978.

6. Dixon W. G., Mood A. M. — J. American Statistic Association, 1948, № 43.

7. Афанасьев В. В., Вишневский Ю. И., Воздушные выключатели. — Л.: Энергоиздат, Ленингр. отд-ние, 1981.

8. А. с. № 502434. (СССР) Поджигающее устройство/С. М. Крижанский, Т. В. Янова, Ц. М. Мадорский, А. А. Маруткин. Оpubл. Б. И., 1976, № 5.

9. Румшицкий Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента. — М.: Наука, 1971.

10. Отключение токов в сетях высокого напряжения/Под ред. К. Рагаллера. Пер. с англ. — М.: Энергоиздат, 1981.

11. Frind G., Rich J. A. — Trans. IEEE on PAS, 1974, vol. 93, № 5.

12. Крижанский С. М., Темкин Б. Я. Вопросы теории внешних характеристик нестационарного дугового разряда высокого давления. — ЖТФ, 1968, т. 38, вып. 11 [22.05.84]

УДК 621.319.4:537.212.001.24

## Эффективность экранирования конденсаторной обкладки

РУДАКОВ В. В., канд. техн. наук

Харьковский политехнический институт

Одним из способов ослабления краевого эффекта в конструкциях конденсаторного типа является экранирование края обкладки другой близлежащей обкладкой (экраном), имеющей тот же потенциал (рис. 1).

Подобные конструкции находят применение в концевых кабельных муфтах, высоковольтных импульсных конденсаторах, ячейках для испытаний электроизоляционных материалов и в некоторых других высоковольтных аппаратах [1].

Для таких конструкций важно знать, на каком удалении от экранируемой обкладки следует располагать экран, чтобы обеспечить наибольшую электрическую прочность системы. Выбор оптимального расположения экрана относительно экранируемой обкладки зависит от характера распределения электрического поля у краев обкладок. Чем ближе будут находиться друг к другу экран и экранируемая обкладка, тем более однородным будет электрическое поле у края экранируемой обкладки. В этом случае электрическая прочность системы определяется условиями распределения электрического поля у края экрана. Наоборот, при удалении экрана от экранируемой обкладки электрическая прочность системы определяется характером распределения электрического поля у края последней. Очевидно, что существует такое оптимальное расположение обкладок, при котором электрическая прочность системы будет наибольшей.

Удобным параметром для оценки электрической прочности является объем диэлектрика в зонах наибольшей неоднородности электрического поля, в котором напряженность поля превышает некоторое критическое значение [2]. Связь этого параметра с электрической прочностью конструкций установлена экспериментально [3, 4]. Он допускает сравнение между собой электродов различной формы и размеров.

Целью настоящей статьи является определение электрического поля в системе обкладок экран — экранируемая обкладка для оценки электрической прочности и выбора оптимальных соотношений размеров рассматриваемой системы.

Расчет электрического поля выполняется с помощью метода конформных преобразований. Производная функции, отображающей внутреннюю область многоугольника  $A_1A_2A_3A_4A_5$  плоско-

сти  $z$  на верхнюю полуплоскость  $t$  (рис. 1), определяется с помощью преобразования Кристоффеля — Шварца [5]

$$\frac{dz}{dt} = C \frac{(t+a_1)(t+a_3)}{(t+a_2)(t+a_4)}, \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, a_3, a_4$  — точки на числовой оси полуплоскости  $t$ , соответствующие вершинам  $A_1, A_2, A_3, A_4$  отображаемого на эту полуплоскость многоугольника.

Полагая  $a_4=0, a_2=1$ , получим

$$\frac{dz}{dt} = C \frac{(t+a_1)(t+a_3)}{t(t+1)}. \quad (2)$$

Уравнения для определения постоянных  $C, a_1, a_3$  находим

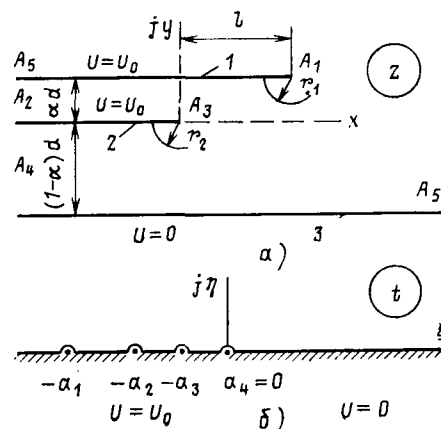
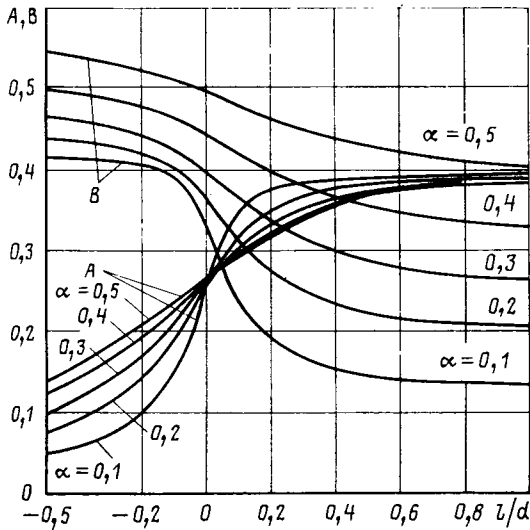


Рис. 1. Система обкладок 2 и 3 конденсаторного типа с экраном 1 (а) и ее отображение на верхнюю полуплоскость (б)

Рис. 2. Зависимость коэффициентов  $A$ ,  $B$  от  $\alpha$  и  $l/d$ 

из соответствия приращений функции  $z$  и аргумента  $t$  при обходе контура соответственно вокруг точек  $t = -1$  и  $t = 0$  по окружности бесконечно малого радиуса с центром в указанных точках:

$$\alpha d = \pi C(a_1 - 1)(1 - a_3); \quad (3)$$

$$(1 - \alpha)d = \pi C a_1 a_3. \quad (4)$$

Для нахождения третьего уравнения определим отображающую функцию  $z = f(t)$  путем интегрирования выражения (2):

$$z = C(t + a_3) + \frac{(1 - \alpha)d}{\pi} \ln \frac{t}{a_3} + \frac{\alpha d}{\pi} \ln \frac{1 + t}{1 - a_3} - j d(1 - \alpha). \quad (5)$$

Из соответствия точек  $z = jad + l$  и  $t = -a_1$  следует

$$l = C(a_3 - a_1) + \frac{(1 - \alpha)d}{\pi} \ln \frac{a_1}{a_3} + \frac{\alpha d}{\pi} \ln \frac{a_1 - 1}{1 - a_3}. \quad (6)$$

Решение системы алгебраических уравнений (3), (4), (6) проведено с помощью стандартных программ на ЭВМ. Найденные значения  $a_1$  и  $a_3$  для некоторых  $\alpha$  и  $l/d$  приведены в таблице.

Анализ табличных данных показывает, что при  $l/d \geq 2,5$  значение  $a_1 \rightarrow \infty$ , а  $a_3 \rightarrow (1 - \alpha)$ . Это обстоятельство указывает на то, что при  $l/d \geq 2,5$  взаимное влияние краев обкладок практически отсутствует, и при расчете электрического поля вблизи краев обкладок в этом случае экран можно считать бесконечной плоскостью.

Комплексная напряженность электрического поля определяется по формуле [5]

$$E = -j \frac{U_0(t + 1)}{\pi C(t + a_1)(t + a_3)}. \quad (7)$$

Формулы (5) и (7) в параметрическом виде определяют связь между координатами точек области  $z$  и напряженностью поля в этих точках.

Найдем напряженность электрического поля вблизи краев обкладок. Для определения напряженности электрического поля у края экрана разложим функцию  $z$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = -a_1 + \Delta t$ , где  $\Delta t$  достаточно малая действительная величина [6]. Тогда координатам точек  $t = -a_1 + \Delta t$  соответствуют точки  $z = l + jad - r_1$ , где  $r_1$  — расстояние от края экрана до точки, в которой определяется поле. Из уравнений (5) и (7) следует

$$E_{r_1} = \frac{AU_0}{\sqrt{r_1 d}}, \quad (8)$$

где

$$A = \frac{(a_1 - 1)(1 - a_3)}{\alpha a_1(a_1 - a_3)} \sqrt{\frac{(a_1 - 1)^2 + 2\alpha a_1 - \alpha}{2\pi}}; \quad (9)$$

| $l/d$ | $a_1$          |                | $a_3$          |                |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|       | $\alpha = 0,1$ | $\alpha = 0,5$ | $\alpha = 0,1$ | $\alpha = 0,5$ |
| -0,5  | 1,042          | 1,342          | 0,2666         | 0,2029         |
| -0,25 | 1,075          | 1,575          | 0,3854         | 0,2675         |
| 0     | 1,364          | 2,16           | 0,706          | 0,349          |
| 0,25  | 3,576          | 3,64           | 0,866          | 0,42           |
| 0,5   | 8,679          | 7,115          | 0,8884         | 0,4622         |
| 2,5   | 5000           | 3492           | 0,8999         | 0,4999         |

$E_{r_1}$  — результирующая напряженность электрического поля, определенная на расстоянии  $r_1$  от края экрана,  $r_1 \ll d$ .

Аналогично получаем формулу для определения напряженности электрического поля на расстоянии  $r_2$  от края экранируемой обкладки

$$E_{r_2} = \frac{BU_0}{\sqrt{r_2 d}}, \quad (10)$$

где

$$B = \frac{a_1}{(1 - \alpha)(a_1 - a_3)} \sqrt{\frac{(1 - a_3)^2 + 2\alpha a_3 - \alpha}{2\pi}}, \quad (11)$$

Значения  $A$  и  $B$  в зависимости от величин  $\alpha$  и  $l/d$  приведены на рис. 2. Анализ зависимостей показывает, что с увеличением  $\alpha$   $A$  увеличивается при  $l/d < 0$  и уменьшается при  $l/d > 0$ , а  $B$  увеличивается при любых значениях  $l/d$ . При  $l/d \rightarrow \infty$   $A$  стремится к постоянной величине, равной  $1/\sqrt{2\pi}$ , а  $B$  — к величине  $\sqrt{\alpha/2\pi(1 - \alpha)}$ . При  $l/d \rightarrow -\infty$   $B$  стремится к постоянной величине, равной  $1/\sqrt{2\pi(1 - \alpha)}$ , причем уже при  $|l/d| > 1$   $A$  и  $B$  изменяются незначительно. Эти результаты указывают на то, что края обкладок практически не влияют друг на друга при расчете поля для  $|l/d| > 1$ . Поэтому при определении поля, когда выполняется условие  $l/d > 1$ , экран можно считать бесконечной плоскостью, а при  $l/d < -1$  его можно исключить из рассмотрения.

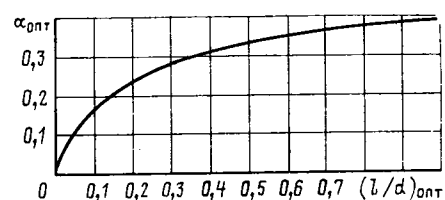
По аналогии с работами, посвященными исследованиям электрической прочности жидких диэлектриков в зависимости от объема с повышенной напряженностью электрического поля [3, 4], считаем условием пробоя достижения на определенном расстоянии от края обкладки некоторой критической напряженности электрического поля. При этом указанное расстояние определяется в относительных величинах, как длина этого участка, отнесенная к толщине между соответствующими обкладками противоположных полярностей, т. е. для достижения наибольшей электрической прочности системы должны выполняться два условия

$$r_1(1 - \alpha) = r_2, \quad E_{r_1} = E_{r_2}, \quad (12)$$

которые с учетом формул (8) и (10) преобразуются к виду

$$B^2 = (1 - \alpha)A^2. \quad (13)$$

Анализ формулы (13) с учетом зависимостей  $A$  и  $B$  от  $\alpha$  и  $l/d$  (рис. 2) позволил найти оптимальные значения  $\alpha_{\text{опт}}$  и  $(l/d)_{\text{опт}}$ , при которых условия нарушения электрической прочности у края экранируемой обкладки и у края экрана равноценны (рис. 3). С увеличением  $\alpha_{\text{опт}}$  и соответствующего значения  $l/d$  электрическая прочность системы увеличивается, что нетрудно проверить, анализируя, например, изменение  $E_{r_2}$  по формуле (10). Все точки области, расположенной ниже кривой (рис. 3), соответствуют случаю, когда электрическая прочность системы определяется характером распределения поля у края экрана, а для области, лежащей выше кривой, — характером распределения поля у края экранируемой обкладки. При  $l/d \rightarrow \infty$

Рис. 3. Зависимость  $\alpha_{\text{опт}}$  от  $(l/d)_{\text{опт}}$ , при которых выполняются условия (12)

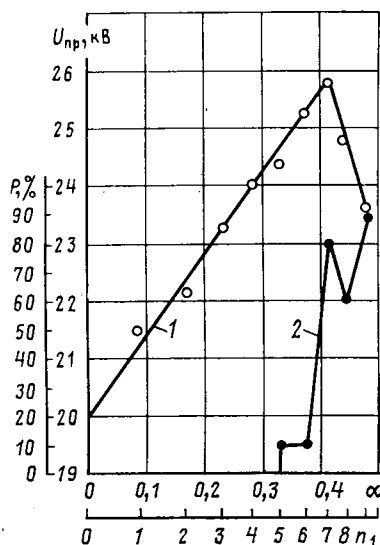


Рис. 4. Зависимость 50 %-ного напряжения пробоя  $U_{пр}$  секций конденсаторов (кривая 1) и вероятности пробоя у края экранируемой обкладки (кривая 2) от параметра  $\alpha$

$\alpha_{опт}=0,382$ . Для всех  $\alpha > 0,382$  пробой наиболее вероятен у края экранируемой обкладки независимо от значений  $l/d$ .

При фиксированном расстоянии между экранируемой обкладкой и обкладкой противоположной полярности наилучшая эффективность экранирования, т. е. наибольшая электрическая прочность системы, достигается при  $\alpha=0,382$ . При этом увеличение  $l/d$  более единицы практически не приведет к изменению электрического поля в рассматриваемой системе обкладок.

С целью экспериментальной проверки положения о критерии электрического пробоя проведены испытания по определению кратковременной электрической прочности конденсаторной бумажно-касторовой изоляции в рассматриваемой системе обкладок. Между экранируемой обкладкой и обкладкой противоположной полярности находилось во всех случаях постоянное число листов конденсаторной бумаги КОН-2-10, равное 10 ( $(1-\alpha)d=0,1$  мм). Такое количество листов конденсаторной бумаги обеспечивает высокую электрическую прочность в области однородного поля под обкладками. Число листов бумаги КОН-2-10 между экраном и экранируемой обкладкой изменялось от 1 до 9 ( $\alpha d=0,01-0,09$  мм). Испытывались по 10 секций каждого вида. Длина выступа экрана составила  $l=5$  мм. При этом обес-

печивалось условие  $l/d \gg 1$ . Напряжение постоянное; скорость подъема напряжения 3 кВ/с.

Как видно по результатам испытаний (рис. 4, кривая 1), максимальное пробивное напряжение секций имеет место при расположении 7 листов бумаги между экранируемой обкладкой и экраном, что соответствует значению  $\alpha=0,41$ . Это значение близко к значению  $\alpha_{опт}=0,382$ , полученному теоретически. То, что величина 0,41 является критической, при которой происходит перемещение мест пробоев из-под края одной обкладки в область края другой обкладки, подтверждается осмотром мест пробоев (рис. 4, кривая 2). При этом система обладает наибольшей электрической прочностью. Таким образом, экспериментальные исследования подтверждают правильность выбранной оценки условий пробоя для системы обкладок конденсаторного типа с экраном, и, следовательно, зависимости  $\alpha_{опт}=\varphi(l/d)_{опт}$  (рис. 3).

Следует отметить, что если в качестве оценки условия пробоя принять предложение о справедливости выполнения соотношения [6]

$$E_r \sqrt{r} = \text{const}, \quad (14)$$

верного для конденсаторных конструкций без экрана, то при  $l/d \rightarrow \infty$   $\alpha$  будет равно 0,5. Данное значение  $\alpha$  в меньшей степени соответствует экспериментально полученному значению.

Таким образом, экспериментально и теоретически показано, что в конструкциях конденсаторного типа с экраном при  $l/d > 1$  высокая эффективность экранирования, т. е. наибольшая электрическая прочность, при неизменном расстоянии между экранируемой обкладкой и обкладкой противоположной полярности достигается при таком расположении экранируемой обкладки и экрана, при котором расстояние между последними составляет 38—41 % расстояния между экраном и обкладкой противоположной полярности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бумажно-масляная изоляция в высоковольтных конструкциях/М. А. Грейсух, Г. С. Кучинский, Д. А. Каплан, Г. Т. Мессерман — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
2. Харитонов Е. В. Диэлектрические материалы с неоднородной структурой. — М.: Радио и связь, 1983.
3. Wilson W. A fundamental factor controlling the unit dielectric strength of oil. — TAIEE, 1953, vol. 72, Pt. 111, Februar.
4. Kawaguchi Y., Murata H., Ikeda M. Breakdown of transformer oil. — Trans. IEEE on PAS, 1972, vol. 91, № 1.
5. Мантров М. И. Расчет электрических полей методом конформных преобразований. — М.: МЭИ, 1971.
6. Лысаковский Г. Г. Электрическое поле в конденсаторной изоляции с перфорированной обкладкой. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1967, № 9. [26.06.84]



#### ВНИМАНИЮ

руководителей организаций и предприятий!

Магазин № 170 Москниги дополнительно принимает заказы на знаки и плакаты по технике безопасности, соответствующие «Правилам применения и испытания средств защиты, используемых в электроустановках», утвержденным Минэнерго СССР 28 июля 1982 г., взамен ранее действовавших.

#### 1. ЗНАКИ И ПЛАКАТЫ, ПРЕДУПРЕЖДАЮЩИЕ, ЗАПРЕЩАЮЩИЕ.

Формат 60×90, цена 30 к.

#### 2. ПЛАКАТЫ ПРЕДПИСЫВАЮЩИЕ, УКАЗАТЕЛЬНЫЕ.

Формат 45×60, цена 20 к.

Просьба гарантированные заказы направлять в магазин по адресу: 121096, Москва, ул. Василисы Кожинной, д. 10, телефон 145-61-42.

## О новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока

(статья Ершевича В. В., «Электричество», 1985, № 1, с. 1—6)

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., доктор техн. наук

Выбор новой ступени напряжения электропередач переменного тока является весьма ответственным шагом в развитии электроэнергетики. В статье В. В. Ершевича убедительно показана сложность решения этого вопроса, с одной стороны, и существенное его влияние на формирование электрических сетей — с другой.

К сожалению, выбор каждой новой ступени напряжения в СССР, как впрочем и в других странах, происходил в условиях отсутствия достоверных сведений о характеристиках электропередач перспективных ступеней напряжения. Больше того, каждый раз над проектировщиками давила проблематичность дальнейшего повышения напряжения воздушных линий электропередач переменного тока и принципиальная возможность создания электропередач какого-либо другого типа, например, электропередач постоянного тока. Это обстоятельство, осложнявшееся иногда до драматических ситуаций, приводило каждый раз к выбору наиболее высокого уровня следующей ступени напряжения, достижимого на обозримый период времени. Так, после длительных и тщательных разработок электропередач класса 400 кВ было принято решение повысить номинальное напряжение осваиваемой ступени до 500 кВ, осуществленное в 1956 г. Это решение создало объективные предпосылки для последующего введения промежуточного класса напряжения 330 кВ и образования в последующем двух систем напряжения: 110—220—500 кВ и 154—330 кВ.

Аналогично при выборе следующей за 500 кВ ступени напряжения уровень 750 кВ назывался в качестве последнего класса напряжения электропередач переменного тока. Естественно, он был недостаточен для наложения на сети 500 кВ, поэтому область его распространения была ограничена европейской частью территории СССР к западу от Москвы (система 154—330—750 кВ).

Однако в процессе исследований и разработок, связанных с созданием электропередач 750 кВ, работами ЛПИ, а затем и ВЭИ была доказана реальная возможность создания электропередач более высокого напряжения.

И снова следующая ступень номинального напряжения была определена как предельно возможная по уровню знаний начала 70-х годов — 1150 кВ.

Далее все повторяется в полном соответствии со сложившейся тенденцией. В процессе исследований и разработок, связанных с созданием электропередач 1150 кВ, работами ЛПИ и ВЭИ доказывалась возможность дальнейшего повышения напряжения.

Представляется, что в такой ситуации следует отойти от тенденции принятия решений на основе недостаточной информации при отсутствии необходимого научно-технического задела, определяемого в основном ограниченностью финансирования перспективных разработок. Необходимо руководствоваться объективно сложившимися тенденциями в развитии электрических сетей, в частности, примерным удвоением напряжения каждой последующей ступени при учетверении минимальной пропускной способности электропередач. С этой позиции оптимальной была бы, например, система напряжений 110—220—500—1000—2000 кВ. Действительно, потоки мощности по отдельным направлениям в Сибири, Казахстане, Средней Азии и Европейской части СССР более соответствуют пропускной способности электропередач класса 1000 кВ, нежели 1150 кВ.

С другой стороны, ввод электропередач классов 1150 кВ объективно задерживает работу над следующей ступенью напряжения, так как различие пропускной способности электропередач 1150 кВ и 1800 кВ невелико. При этом аналогично предыдущему уровень напряжения 1800 кВ обосновывается соответствующими технико-экономическими расчетами. В условиях недостатка информации, как уже отмечалось, достоверность таких обоснований проблематична.

**Перспективы улучшения технико-экономических показателей электропередач высших классов напряжения.** Традиционная конструкция линий включает провода, металлические или же-

лезобетонные опоры, гирлянды изоляторов, грозозащитные тросы. Длина гирлянд изоляторов (в метрах) увеличивается пропорционально классу напряжения и для полевых условий загрязнения составляет:

$$l_{\Gamma} \approx 15 U_{\text{н.р}} \frac{H_{\text{и}}}{L_{\text{и}}}, \quad (1)$$

где  $H_{\text{и}}$  и  $L_{\text{и}}$  — строительная высота и эффективная длина пути утечки изоляторов;  $U_{\text{н.р}}$  — наибольшее рабочее напряжение (в меговольтах).

При  $U_{\text{н.р}} = 2$  МВ и  $L_{\text{и}}/H_{\text{и}} = 2,3$   $l_{\Gamma} = 13$  м. Поэтому высота опоры превышает высоту подвеса провода по крайней мере на 15 м.

Сократить высоту опоры на такую величину позволяет использование современных изоляционных конструктивных материалов: изоляционный бетон, стеклопластики. При этом изоляционная конструкция располагается не над проводом, а под ним. Можно представить себе множество вариантов таких опор. Они могут быть достаточно экономичны при условии, что на линии нет грозозащитных тросов. Оценки показывают, что грозупорность воздушных линий класса 1800 кВ и более достаточно высока при отсутствии грозозащитных тросов. Поэтому создание таких линий вполне реально.

Оценки габаритов ВЛ высших классов напряжения в СССР произведены на основе данных об электрической прочности воздушных промежутков, полученных в ЛПИ при использовании проводов реальной конструкции. Выполненные в ЛПИ теоретические и экспериментальные исследования показали, что путем оптимизации расположения проводов в пространстве может быть обеспечено значительное повышение электрической прочности воздушных промежутков между проводом и землей [1]. С другой стороны, согласно выполненным в ЛПИ исследованиям подстанционных изоляционных систем повышение электрической прочности воздушных промежутков между электродом и землей приводит к аналогичному повышению электрической прочности междупазовой изоляции [2]. Такое повышение электрической прочности трехфазной изоляционной системы в целом приводит к значительному сокращению габаритов линии. На рис. 1 приведены экстраполированные по методу критического заряда данные об электрической прочности воздушных промежутков на линиях с учетом ее повышения за счет оптимизации конструкции фаз. На рис. 2 приведены соответствующие зависимости необходимых изоляционных расстояний от класса напряжения. Как видно, необходимые изоляционные расстояния плавно нарастают вплоть до очень высоких номинальных напряжений при условии глубокого ограничения перенапряжений.

Выбор габарита провод — земля по условию надежной работы при перенапряжениях должен быть принят за основу. Что касается соображений экологии, то при создании канала передачи энергии свыше 30 ГВт оправдано ставить вопрос об ограничении посещения людьми экологически опасной зоны либо использовании экологического эффекта зеленых насаждений. Поэтому предусматривать увеличение габаритов таких линий

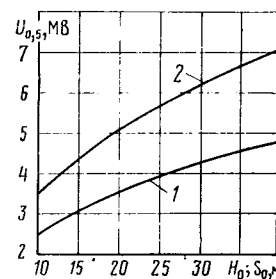


Рис. 1. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений воздушных промежутков от расстояния между осями соседних проводов (2) и от расстояния между осью провода и землей (1)

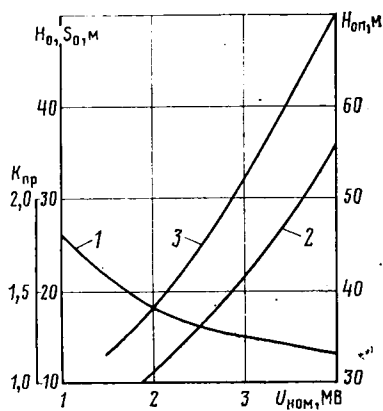


Рис. 2. Зависимости от класса напряжения принятой расчетной кратности перенапряжений  $K_{п.р}$  (1), необходимого расстояния от оси провода до земли (2) и между осями соседних проводов (3)

по соображениям экологической безопасности не следует. Прибавляя к габариту провод — земля на рис. 2 стрелу провеса 20 м, получаем необходимую высоту изоляционной опоры в зависимости от класса напряжения (правая шкала).

Из приведенных данных следует, что ряд номинальных напряжений 110—220—500—1000—2000 может быть продолжен до 4000 кВ. Это подтверждают результаты эксперимента, проведенного на наружном испытательном стенде лаборатории СВН ЛПИ. На небольшой опытный пролет линии с тридцатью проводами в фазе АС 300/66, расположенных по окружности диаметром 2,5 м, было подано напряжение промышленной частоты, равное наибольшему рабочему фазовому напряжению ВЛ 3000 кВ, и длительно выдерживалось (до 20—30 мин). Хотя расстояние от нижних составляющих провода до земли составляло всего 16 м, на проводах было отмечено только появление коронного разряда, не отличающегося по внешним признакам от коронного разряда на проводах ВЛ 750 и 1150 кВ при наибольшем рабочем напряжении. Прогресс в технике ограничения перенапряжений и оптимизации изоляционных систем без сомнения обеспечит приемлемые технико-экономические показатели подобных электропередач. В связи с этим чрезвычайно важно выполнить технико-экономическое обоснование наиболее целесообразного соотношения смежных классов напряжения. Вполне возможно, что окажется целесообразным для линий ультравысокого напряжения несколько уменьшить отношение смежных напряжений (например, не 2, а 1,8).

Обычно при оценке необходимого номинального напряжения электропередач исходят из принятой взаимосвязи пропускной способности линии и ее номинального напряжения. Такой подход используется и в статье В. В. Ершевича. Однако за последние годы в СССР значительно продвинулись исследования воздушных линий повышенной пропускной способности (см., например [3]). Из этих работ следует, что существенное

увеличение пропускной способности линии в 2—3 раза и более может быть достигнуто и без повышения напряжения, а только за счет изменения конструкции линии, приводящего к существенному уменьшению волнового сопротивления линии. Эта возможность должна быть принята во внимание при оценке оптимального соотношения смежных напряжений электропередач. Переход на более высокий класс напряжения целесообразен только при передаче такой мощности, когда технико-экономические показатели ВЛ следующего класса напряжения минимальной пропускной способности лучше, чем одноцепной ВЛ предыдущей ступени повышенной пропускной способности (с увеличенным числом проводов в фазе и соответственно с увеличенным радиусом расщепления проводов).

Последний вопрос, на котором хотелось бы остановиться при обсуждении перспектив развития техники передачи электроэнергии, это вопрос об экспериментальных базах. Как показывает вся история развития высоковольтной техники, она прежде всего связана с развитием экспериментальных баз. Их в СССР очень много. Но, к сожалению, лишь одна из создаваемых в настоящее время лабораторий частично отвечает требованиям перспективных разработок — в истринском филиале ВЭИ. По ведомственной принадлежности эта лаборатория ориентирована на исследования высоковольтного оборудования. Исследования изоляционных конструкций воздушных линий в этой лаборатории произвести невозможно.

Все остальные лаборатории оснащены каскадами испытательных трансформаторов 2,25 МВ, с номинальным током отдельных трансформаторов каскада 2,2 А. А новейшая лаборатория в Ленинграде (НИИПТ) оснащена каскадом 1,8 МВ. Поэтому ни одна лаборатория Минэнерго не может обеспечить развитие работ по следующему классу напряжения 1800—2000 кВ, не говоря уже о перспективных исследованиях. Такая ситуация определилась пессимистическими прогнозами возможностей дальнейшего повышения напряжения электропередач переменного тока. Однако развитие техники, как правило, опровергает пессимистические прогнозы и ставит такие задачи перед наукой, которые находятся на грани ее экспериментальных возможностей.

В создавшейся ситуации необходимо предпринять срочные меры для создания в Минэнерго экспериментальной базы, которая могла бы обеспечить все необходимые исследования на перспективу хотя бы двух последующих классов напряжения электропередач (до 4 МВ). Эта лаборатория должна быть оснащена каскадом испытательных трансформаторов  $3 \times 1200$  кВ с номинальным током каждого трансформатора 10—12 А и генератором импульсных напряжений на 10 МВ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. Н., Подпоркин Г. В. Повышение электрической прочности воздушных промежутков провод—земля. — Электричество, 1982, № 11.
2. Александров Г. Н., Иванов В. Л. Изоляция электрических аппаратов высокого напряжения. — Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд.-ние, 1984.
3. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения/Под ред. Г. Н. Александрова и Л. Л. Петерсона. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд.-ние, 1983.



БУШУЕВ В. В., САМОРОДОВ Г. И.

Вопросы, обсуждаемые в статье В. В. Ершевича, занимают важное место в проблеме выбора следующей ступени напряжения.

Как известно, повышение напряжения ВЛ было и остается на обозримую перспективу главным направлением в развитии техники передачи электроэнергии, а движущими силами этого развития являются: во-первых, потребности электроэнергетики, диктующие требования к величине и дальности передачи потоков мощности и срокам сооружения электропередач на отдельных направлениях; во-вторых, совокупность технических возможностей, учитывающих основные направления научно-технического прогресса в области техники передачи электроэнергии; и, в-третьих, экономическая целесообразность технически осуществимых вариантов.

В проблеме освоения новой ступени напряжения можно выделить ряд последовательных этапов.

1. Анализ условий развития электроэнергетики в перспективе, выявление требований к будущим электропередачам и технических возможностей их создания.
2. Обоснование величины новой ступени напряжения.
3. Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по созданию конструктивно-строительной части ВЛ и разработке опытных образцов основного оборудования выбранного класса напряжения.
4. Уточнение технико-экономических характеристик и сроков ввода первых электропередач нового класса напряжения.
5. Выполнение работ по дальнейшему совершенствованию конструктивно-строительной части ВЛ и создание опытно-промышленных образцов оборудования.
6. Разработка технического проекта и рабочих чертежей первоочередной электропередачи новой ступени напряжения.
7. Сооружение электропередачи.

Наиболее ответственным является второй этап, на котором обосновывается величина новой ступени напряжения. Поскольку решение этой задачи осуществляется за 15—20 лет, то возникает вопрос, поднимаемый в статье В. В. Ершевича, о степени достоверности расчетов по обоснованию величины новой ступени напряжения при объективно существующей неопределенности технических и стоимостных показателей для этих электропередач, а также имеющей место неопределенности в ряде исходных данных об условиях развития электроэнергетики.

Ответ на этот вопрос можно дать лишь после постановки самой задачи выбора величины новой ступени напряжения, являющейся оптимизационной задачей, решение которой сводится к минимизации целевой функции с учетом различного рода ограничений в условиях имеющейся неопределенности технических и стоимостных показателей.

В корректно поставленных оптимизационных задачах целевая функция, в качестве которой наиболее целесообразно использование приведенных затрат, как правило, имеет пологий минимум и на него оказывает заметное влияние лишь небольшое число факторов, называемых существенными параметрами, среди которых выделяют внешние и внутренние.

Применительно к рассматриваемой задаче в качестве существенных внешних параметров, определяющих величину новой ступени напряжения, выступают диапазоны мощностей и длин, которым должны удовлетворять будущие электропередачи. В статье В. В. Ершевича на основе глубокого анализа путей развития электроэнергетики дается количественная оценка главных внешних факторов: электропередачи нового класса напряжения должны обеспечивать передачу потоков мощности порядка 15—20 ГВт на расстояния, достигающие 2500—3000 км.

Исследования показали, что помимо внешних факторов на выбор оптимальной величины ступени напряжения оказывает заметное влияние и ряд внутренних факторов, к которым, в первую очередь, относятся экологические ограничения, приводящие к более быстрому удорожанию стоимости ВЛ в ультра-высоком диапазоне напряжений по сравнению с освоенным диапазоном, а также прогресс в области конструирования ВЛ, позволяющий помимо традиционных конструкций рассматривать варианты ВЛ с расширенной фазой и сближенными расстояниями между ними, а также варианты ВЛ компактного типа.

На точность решения задачи выбора нового класса напряжения, удовлетворяющего потребностям развития электроэнергетики в отдаленном будущем по величине потоков мощности и дальности их передачи, некоторая неопределенность технических и стоимостных показателей не оказывает заметного влияния, с одной стороны, в силу пологости минимума целевой функции, а с другой, по причине одинакового влияния на все варианты в рассматриваемом диапазоне напряжений, ограниченному снизу и сверху по ряду общих соображений.

Лишь неучет существенных факторов может привести к значительным отклонениям от оптимального решения. Однако при заблаговременности выбора (около 20 лет) такая ситуация в устойчивых областях техники, какой является техника передачи электроэнергии по ВЛ, практически исключается.

Слабо влияя на выбор ступени напряжения, неопределенность стоимостных показателей и данных об условиях развития электроэнергетики не позволяет на момент обоснования величины класса напряжения установить с высокой достоверностью сроки и эффективность внедрения электропередач нового класса напряжения, поскольку для решения этой задачи необходимо

сравнивать варианты, характеризующиеся существенно разной достоверностью из технико-экономических показателей (электропередачи освоенного и предлагаемого для внедрения классов напряжения). Но при этом следует иметь в виду, что и практическая потребность в решении задачи о конкретизации сроков и направлений внедрения новой ступени напряжения на момент ее обоснования также отсутствует. Такая задача решается на четвертом этапе процесса освоения принятой ступени напряжения, когда уже имеются уточненные данные по технико-экономическим показателям электропередач нового класса напряжения, а также более определенными становятся условия развития электроэнергетики и соответственно с достаточной обоснованностью решается задача о сроках и направлениях внедрения электропередач новой ступени напряжения.

Следует также заметить, что на этапе выбора новой ступени напряжения технико-экономические показатели освоенного класса напряжения, известные достаточно достоверно, выполняют функции контрольных параметров, позволяющих на начальных этапах обоснования принимать принципиальные решения о целесообразности выбора того или иного пути развития техники передачи электроэнергии. Действительно, при сопоставлении освоенных и новых электропередач возможны три ситуации.

1. Электропередачи нового класса напряжения заметно превосходят электропередачи освоенного класса напряжения по экономической эффективности и поэтому вопрос о целесообразности освоения новой ступени не вызывает сомнений. И не вызывает он сомнений не только из-за лучших стоимостных показателей, но и по причине существенной экономии материальных и трудовых ресурсов, что и диктует необходимость сооружения более мощных электропередач нового класса напряжения, начиная с того момента, когда природ мощностей на нем, котором направлении за время сооружения электропередачи освоенного класса напряжения заметно превосходит ее пропускную способность, т. е. когда возникает потребность практически одновременного сооружения двух-трех электропередач освоенной ступени напряжения.

2. У электропередач нового класса напряжения отсутствует явное преимущество в стоимостных показателях. Однако и в этом случае переход в будущем к электропередачам с более высоким уровнем напряжения оказывается целесообразным за счет существенной экономии материальных и трудовых ресурсов.

3. Электропередачи нового класса напряжения заметно уступают электропередачам освоенного класса напряжения. В этом случае требуется коренной пересмотр путей решения проблемы.

На данном этапе развития техники передачи электроэнергии имеет место именно первая ситуация, при которой целесообразность перехода в будущем к следующей ступени напряжения не вызывает сомнений, и соответственно стоит задача выбора самого нового класса.

Конкретные исследования по обоснованию следующей после 1200 кВ ступени напряжения показывают возможность выделения зоны оптимальности, в наибольшей степени удовлетворяющей различным сочетаниям существенных внешних и внутренних факторов. Эта зона достаточно узка и находится в пределах от 1800 до 2000 кВ (максимальное рабочее напряжение). Существует ряд доводов в пользу выбора класса напряжения как по нижней, так и по верхней границам. В этих условиях целесообразно ориентироваться на среднее значение и в качестве новой ступени напряжения рекомендовать 1900 кВ.



ИЛЛАРИОНОВ Г. А., канд. техн. наук

В нашей стране только что завершился длительный период научно-исследовательских, проектных и конструкторских работ по созданию электропередач напряжением 1150 кВ. Построен первый участок линии этого напряжения, завершается сооружение первых подстанций, ведется строительство еще нескольких объектов 1150 кВ. Завершение этого важного этапа в развитии технологии передачи электроэнергии делает естественной и актуальной постановку задачи выбора следующей, более высокой ступени напряжения в самой конкретной форме: несмотря на то, что сооружение электропередач нового напряжения дело не текущего, а следующего века, необходимо уже в ближайшие 2—3 года определиться с величиной, назначением и примерными сроками ввода таких электропередач.

Следует согласиться с предложениями автора определить примерную величину нового напряжения в 1800—2000 кВ и считать ее единой для обеих зон развиваемых в СССР сочетаний номинальных напряжений электрических сетей — 750/330 кВ и 1150/500 кВ. По-видимому, также правильна ориентация на необходимую пропускную способность одной линии нового напряжения в 20 ГВт — во всяком случае для первых этапов дальнейших работ. Окончательно номинальное значение нового напряжения и пропускная способность линии должны выбираться после проведения опытно-конструкторских работ по основному электротехническому оборудованию, проектной проработки конструкций опор и фазы линии, основных решений по подстанциям.

## Александров Г. Н., Иванов В. Л. Изоляция электрических аппаратов высокого напряжения. — Л.: Энергоатомиздат, 1984. — 208 с.

С развитием электроэнергетики, ростом рабочих напряжений и мощностей электроустановок, повышением требований к их надежности и экономичности выход в свет книги, посвященной изоляции электрических аппаратов высокого напряжения, представляется несомненно актуальным. Актуальность рецензируемой книги обусловлена и тем, что богатый теоретический и экспериментальный материал, накопленный по созданию надежной и экономичной изоляции электрических аппаратов высокого и сверхвысокого напряжения, в том числе и известные работы авторов, оставались рассредоточенными по многочисленным научным статьям и отчетам (напомним, что практически единственной книгой Н. И. Бачурина и А. М. Залесского на эту тему была издана в 1961 г.).

Основным достоинством книги Г. Н. Александрова и В. Л. Иванова является ее практическая направленность. Рассмотрен почти весь комплекс вопросов, возникающих при расчете и выборе изоляции современных аппаратов распределительных устройств высокого напряжения. При этом учтены особенности использования перспективных видов изоляции (элегаз, вакуум, полимеры) и особенности аппаратов на сверхвысокие и ультравысокие напряжения.

Излагая в первой, вводной, главе общие вопросы изоляции электрических аппаратов, авторы рассматривают высоковольтные аппараты как элементы подстанции в целом. На основе такого подхода в последующих главах убедительно показана необходимость создания комплексов аппаратов открытого исполнения, а также комбинированных аппаратов с совмещенными функциями.

Приведенные во второй главе результаты анализа физических процессов развития электрического разряда в различных средах, при разных конфигурациях электрических полей и длительностях воздействующих напряжений послужили основой для последующего изложения экспериментальных материалов об электрической прочности изоляционных конструкций. Авторами получен интересный вывод, что при больших давлениях в условиях неоднородных полей пробивные напряжения совпадают с начальными напряжениями самостоятельного разряда, поскольку создаются условия для развития искрового разряда в лидерной форме. Значительный интерес представляет также подход авторов к анализу характеристик электрической прочности загрязненных изоляторов при увлажнении. Полученные расчетные формулы могут быть использованы для оптимизации формы поверхности изоляционных конструкций.

В третьей главе, посвященной проблеме экранирования изоляционных конструкций аппаратов, следует особо отметить практически важный вывод о наличии у тороидальных экранов зоны выравнивания электрического поля, а также о необходимости учета влияния поля высоковольтного электрода при оценке размеров экрана.

В четвертой главе сконцентрированы основные результаты многочисленных экспериментальных исследований электрической прочности изоляционных конструкций открытых распределительных устройств (значительная часть исследований выполнена авторами). Приведенные материалы подтверждают сделанный вывод о необходимости принципиально различного под-

хода к выбору размеров изоляционных систем с относительно короткими и длинными изоляционными расстояниями. Рассмотрены также возможные пути повышения электрической прочности изоляционных конструкций.

В пятой главе, посвященной методике выбора изоляционных конструкций аппаратов по условию их надежной работы на подстанциях, дана научно-обоснованная оценка необходимого запаса электрической прочности отдельного аппарата по отношению к уровню воздействующих напряжений. Убедительно показана необходимость учета влияния электрического поля соседних фаз, а также полей разомкнутых выключателей и разъединителей.

В заключительной шестой главе, посвященной анализу изоляционных систем герметизированных распределительных устройств, последовательно развиваются принятые в книге принципы инженерного подхода к оптимизации электрических конструкций. В частности, показано, что для коаксиальных цилиндрических систем оптимальное отношение радиуса оболочки к внутреннему электроду не должно строго ограничиваться величиной  $e$ , как это принято в настоящее время, а может лежать в диапазоне 2—4 при небольшом (до 5 %) снижении электрической прочности.

Таким образом, в книге Г. Н. Александрова и В. Л. Иванова всесторонне рассмотрены основные проблемы, связанные с высоковольтной изоляцией аппаратов, а также указаны пути их решения. Вероятно, в будущем возникнет необходимость переиздания книги, поэтому следует обратить внимание авторов на то, что при общей высокой достоверности приведенных материалов, отдельные формулировки выглядят излишне категоричными. Например, можно считать дискуссионным вывод о том, что форма ребра изоляторов с «капельницей», которая в целом успешно применяется на протяжении десятков лет, является неправильной (стр. 21).

По нашему мнению, книга выиграет, если будет дополнена расчетом внутренней твердой изоляции аппаратов, расчетом электрического поля аппаратов с помощью ЭВМ, а также разработкой в ВЭИ им. В. И. Ленина методикой расчета элегазовой изоляции. Желательно было бы также привести краткие сведения об источниках испытательных напряжений, использованных при экспериментах, и полнее осветить вопрос об условиях, при которых электрическая прочность опорной изоляции в сухом состоянии равна прочности воздушного промежутка между электродами, как это принято авторами.

В целом книга Г. Н. Александрова и В. Л. Иванова заслуживает самой высокой оценки, она представляет большой интерес для специалистов в области высоковольтной изоляции, будет полезной инженерам, связанным с конструированием высоковольтной аппаратуры, а также студентам вузов электротехнических и электроэнергетических специальностей.

Рецензия обсуждена и утверждена на заседании кафедры техники высоких напряжений Киевского политехнического института.

ИЕРУСАЛИМОВ М. Е., доктор техн. наук, ИЛЬЕНКО О. С., канд. техн. наук

В статье правильно определено и основное назначение линий новой ступени напряжения: выдача мощности крупных комплексов электростанций на расстояния до 2,5—3 тыс. км и усиление системообразующей сети ЕЭС СССР на отдельных участках. Однако в неявном виде выводы статьи содержат неправильное утверждение о возможности решить все вопросы усиления основной сети ЕЭС СССР на направлении Юг — Центр — Урал — Сибирь за счет сооружения электропередач нового напряжения переменного тока с полным отказом от сооружения по этому направлению электропередач постоянного тока. И хотя вопрос о роли и перспективах использования в ЕЭС СССР техники передачи электроэнергии постоянным током явно требует отдельного обсуждения, уже сегодня можно считать необходи-

мым для любых реальных условий развития энергетики сооружение в обозримой перспективе нескольких мощных широтных электропередач постоянного тока напряжением 1500 кВ (принятых для электропередачи Экибастуз — Тамбов) с пропускной способностью 6—10 ГВт каждая. Назначение таких электропередач — создание мощных управляемых связей между восточными и западными регионами ЕЭС СССР для возможностей оперативного маневрирования мощностями электростанций и энергоресурсами различных видов в нормальных и аварийных режимах. В дальнейшей перспективе эти электропередачи должны допускать их объединение в сеть постоянного тока, связывающую все основные регионы ЕЭС СССР.

## Михаил Васильевич Шулейкин (1884—1939)

(К 100-летию со дня рождения)

М. В. Шулейкина с одинаковым правом считают высоким научным авторитетом как в области электротехники, так и в области радиотехники. Он родился 2 ноября 1884 г. в Москве. В 1902 г. окончил гимназию с отличием и по конкурсу аттестатов был принят на электромеханическое отделение Петербургского политехнического института. В одной группе с ним учились А. А. Чернышев, А. А. Горев, Н. Н. Циклинский и другие — впоследствии известные ученые и инженеры, среди преподавателей выделялись М. А. Шателен, В. Ф. Миткевич.

Дипломный проект М. В. Шулейкина «О свободных колебаниях в цепи серийного генератора и мотора» был посвящен изучению возникновения электрических колебаний в цепи генератора постоянного тока с последовательным или с независимым возбуждением. Работа Шулейкина имела большое научно-прикладное значение, что характеризовало ее автора как сложившегося ученого в области электромеханики и электропривода.

В опубликованной работе «Об электрических колебаниях» М. В. Шулейкин подробно исследовал возможность колебательных режимов в электрической цепи, состоящей из генератора постоянного тока и индуктивностей, были установлены условия возникновения колебаний и процесс их затухания. Эта работа представляла большой интерес для теории электрического привода, она закрепила приоритет М. В. Шулейкина в изучении колебаний в цепях электрических машин. Теоретические выводы М. В. Шулейкин подтвердил экспериментом.

В январе 1908 г. М. В. Шулейкин окончил институт, в марте 1914 г. успешно защитил диссертацию на тему «Самовозбуждение электрических колебаний в цепях коллекторных динамомашинок». В диссертации он выяснил условия возникновения колебаний в электрических цепях, не содержащих емкостей, с учетом возможных индуктивных связей между отдельными участками цепей, были обобщены результаты его прежних исследований.

В архиве М. В. Шулейкина обнаружены незаконченные и неопубликованные работы, которые показывают насколько велик и длителен был интерес ученого к этой тематике. В рукописи «Теория обмоток динамо-высокой частоты» изложен метод рас-

чета магнитной проводимости между зубцами ротора и статора машины индукторного типа. Идея работы скорее всего возникла у М. В. Шулейкина в процессе обследования высокочастотной машины В. П. Вологодина. В другой незаконченной работе «О применении высших гармонических для получения токов высокой частоты» дан анализ методов получения незатухающих колебаний высокой частоты и намечена теория резонанс-гармонического трансформатора.

Проблема статического умножения частоты с помощью резонанс-гармонического трансформатора привлекла внимание М. В. Шулейкина на многие годы. Вопросы умножения частоты нашли также отражение в его статье «О преобразовании частоты в однофазных цепях».

Переломным моментом в направленности научной деятельности М. В. Шулейкина явилась его многолетняя связь с радиотелеграфным депо Морского ведомства. Еще будучи лаборантом политехнического института он написал письмо начальнику минного отдела Главного управления кораблестроения: «В ответ на письмо Вашего превосходительства от 5 февраля 1913 г. имею честь сообщить о том, что я согласен произвести полное обследование генератора мощностью 2 киловольтампера на 60000 периодов в секунду, соблюдая все условия, упомянутые в письме Вашего превосходительства».

Машина, о которой шла речь в письме, была спроектирована и построена В. П. Вологодиным и предназначалась для электрического питания военно-морских радиостанций. Такие же машины стали вскоре строить в радиотелеграфном депо под руководством М. В. Шулейкина при консультации В. П. Вологодина. Это был период интенсивного перехода радиотелеграфной связи на незатухающие колебания. М. В. Шулейкин явился инициатором введения этого прогрессивного вида связи на военно-морском флоте. Он установил на линейном корабле «Андрей Первозванный» машину токов высокой частоты и обеспечил телеграфную связь с незатухающими колебаниями на линии Петроград-Хельсинки (29 сентября 1916 г.).

В статье «Об условиях применения генераторов высокой частоты для радиотелефонии» М. В. Шулейкин впер-

вые в мире показал, что при модуляции незатухающих высокочастотных колебаний, помимо тока несущей частоты  $\omega_0$  в антенне имеются токи «боковых» частот  $\omega_0 \pm \Omega$ , где  $\Omega$  — частота модуляции.

В 1914 г. М. В. Шулейкин был избран преподавателем политехнического института по курсу «Коллекторные двигатели», в 1916 г. начал преподавание курса «Радиотелеграфные генераторы» и составление «Руководства к практическим занятиям в электромашинной лаборатории», позднее переработанного и изданного совместно с Л. М. Пиотровским.

В автобиографии М. В. Шулейкин писал: «1 апреля 1918 г. переехал в Москву, где в течение 1918 г. читал курс «Радиотелеграфное дело на радиокурсах общества Высших электротехнических курсов». Так начался «московский период» деятельности М. В. Шулейкина; здесь он полностью посвятил себя развитию радиотехники — исследованию распространения радиоволн, расчету антенн, созданию курсов «Теоретическая радиотехника» и «Основам расчета радиостанций». Его преподавательская деятельность в МВТУ им. Баумана, Московском электротехническом институте связи и других вузах запомнилась многим поколениям как образцовая.

«Московский период» деятельности характерен для М. В. Шулейкина огромной научной и организационной работой в Академии наук, военноминженерном управлении Красной Армии. Особо необходимо отметить его огромную работу в обществе РОРИ, бессменным председателем которого он был. Общественную деятельность М. В. Шулейкин продолжал до последних дней также в Обществе друзей радио (ОДР) и в радиолюбительских организациях.

17 июля 1939 г. на 55-м году жизни М. В. Шулейкин скончался. В некрологе, подписанном видными советскими учеными, академиками В. Л. Комаровым, О. Ю. Шмидтом, Г. М. Кржижановским, В. Ф. Миткевичем, А. А. Чернышевым, Б. А. Введенским и др., сказано: «Продолжая дело, незаконченное покойным, ученые нашей страны будут также преданно служить народу, решительно и смело, с большевистским бесстрашием и настойчивостью неустанно открывать новые пути в науке».

РОГИНСКИЙ В. Ю.



|                                                                                                                                       |    |                                                                                                                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Ершевич В. В. О новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока                                                         | 1  | Чемерис В. Т., Подольцев А. Д., Васьковский Ю. Н., Петровский В. П. Применение индуктивного накопителя энергии для ускорения проводящих тел                                                                   | 53 |
| Кузьмин Я. Ф., Арумс А. Э. Оценка проектных вариантов электрических сетей по условиям влияния на окружающую среду                     | 7  | Белошабский В. В., Богомолова Г. А., Вейнгер А. М., Виницкий А. Л., Малкин А. И., Тихонов А. В., Серый И. М., Шигин В. М. Высокодинамичный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором тока  | 54 |
| Лапшин В. А. О взаимосвязи срока службы и электрической прочности высоковольтной электрической изоляции                               | 11 | Иованович Дж. Сопоставление способов управления асинхронными электроприводами в переходных режимах                                                                                                            | 56 |
| Засыпкин А. С., Рогачевский В. И., Френкель В. Ю. Релейная защита трансформатора с расщепленными обмотками                            | 14 | Шакарян Ю. Г., Загорский А. Е., Королев В. А. Расчет переходных процессов в двигателях двойного питания                                                                                                       | 58 |
| Васильев А. С., Кошелев П. А. Передаточные функции вентильных преобразователей в системах электропитания при малых возмущениях        | 17 | Беспалов В. Я., Мощинский Ю. А., Мовсесян С. Ж. Электромеханические процессы в асинхронном двигателе в режиме частых реверсов                                                                                 | 62 |
| Семенов А. Н., Романыхева Г. В. Погрешность дискретности измерительного преобразователя мощности время-импульсного типа               | 22 | Бояджян С. Г., Бояджян С. С., Читчан В. И. К применению метода конечных разностей для расчета магнитных полей в активных зонах электрических машин                                                            | 65 |
| Браславский И. Я., Зюзов А. М. Регулирование скорости тиристорных асинхронных электроприводов с параметрическим управлением           | 27 | Дудуляка Л. Л., Забродин Ю. С., Миледин В. К., Павлов Ф. В., Фурманек М. З. Особенности работы автономных инверторов напряжения с широтно-импульсным регулированием в тяговом электроприводе переменного тока | 67 |
| Борцов Ю. А., Юнгер И. Б. Адаптивные электромеханические системы с непрямым разрывным управлением                                     | 32 | Вишневский Ю. И., Игнатьева Л. Е., Крижанский С. М., Янова Т. В. О моделировании дуогасительных камер продольного дутья                                                                                       | 69 |
| Луковников В. И., Грачев С. А., Гусев А. М. Формирование механических характеристик управляемых асинхронных двигателей малой мощности | 37 | Рудаков В. В. Эффективность экранирования конденсаторной обкладки                                                                                                                                             | 71 |
| <b>СООБЩЕНИЯ</b>                                                                                                                      |    | <b>ДИСКУССИИ</b>                                                                                                                                                                                              | 74 |
| Денисенко Н. А., Хоффманн И. Автокорреляционные функции электрических нагрузок и напряжений в системах электроснабжения               | 42 | <b>БИБЛИОГРАФИЯ</b>                                                                                                                                                                                           | 77 |
| Евлампиев С. Б., Калыцкий И. И., Коршунов Г. С. Влияние многократных пробоев на разрядные характеристики газовых промежутков          | 45 | <b>ХРОНИКА</b>                                                                                                                                                                                                | 78 |
| Захаров А. Г., Кадников С. Н., Юркевич В. М. Расчет интегральных параметров электродной системы из двух полых сферических сегментов   | 47 |                                                                                                                                                                                                               |    |
| Абурджания А. К., Котия К. А., Муселиани Т. Г., Никурдзе Н. А. О чувствительности мостовых измерительных схем                         | 50 |                                                                                                                                                                                                               |    |

CONTENTS

|                                                                                                                                                                      |    |                                                                                                                                                                                                                           |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Yershevitch V. V. — On a New Voltage Level for A. C. Networks                                                                                                        | 1  | Aburdzhania A. K., Kotia K. A., Museliani T. G., Nikuradze N. A. — On the Sensitivity of Bridge-Type Measuring Circuits                                                                                                   | 50 |
| Kuzmin J. F., Arums A. E. — Assessment of Design Options for Networks As Concerns Impact on the Environment                                                          | 6  | Chemeris V. T., Podoltsev A. D., Vaskovski U. N., Petrovski V. P. — Application of Inductive Energy Storage for Acceleration of Chonducting Bodies                                                                        | 53 |
| Lapshin V. A. — On the Interrelation Between Service Life and the Electrical Withstand Strength of HV Electrical Insulation                                          | 11 | Beloshabski V. V., Bogomolova G. A., Veinger A. M., Vinit-ski A. L., Malkin A. L., Tikhonov A. V., Sery I. M., Shigin V. M. — A Highly Dynamical Electric Drive Having a Synchronous Motor and Dependent Current Inverter | 54 |
| Zasipkin A. S., Rogashevski V. I., Frenkel V. U. — Relay Protection of a Transformer Having Split Windings                                                           | 14 | Iovanovitch J. — Comparison of Ways for Controlling Asynchronous Drives Under Transient Conditions                                                                                                                        | 56 |
| Vasiliev A. S., Koshelev P. A. — Small-Perturbation Transfer Functions of Electronic Converters in Power Supply Systems                                              | 17 | Shakarian U. G., Zagorski A. E., Korolev V. A. — Calculation of Transients in Doubly-Fed Motors                                                                                                                           | 58 |
| Semenov A. N., Romanichev G. V. — Quantization Errors in Pulse-Time Type Power Transducers                                                                           | 22 | Bespalov V. J., Moschinski U. A., Movsesian S. Z. — Electromechanical Transients in an Induction Motor Subjected to Multifold Reversing Operations                                                                        | 62 |
| Beloshabski V. V., Bogomolova G. A., Veinger A. M., Vinit-gin V. M. — A Highly Dynamical Electric Drive Having                                                       | 27 | Boyadzhan S. G., Boyadzhan S. S., Chitechian V. L. — On Application of the Finite Difference Method for Calculation of Magnetic Fields in the Active Zones of Electrical Machines                                         | 65 |
| Shakarian U. G., Zagorski A. E., Korolev V. A. — Calcula-Braslavski I. J., Zjuzev A. M. — Speed Regulation for Asynchronous Thyristor Drive Having Parameter Control | 32 | Duduliaka L. L., Zabrodin U. S., Miledin V. K., Pavlov F. V., Furmanek M. Z. — Special Features of the Performance of Independent Voltage Inverters Having Pulse-Width Control in an A. C. Traction Drive                 | 67 |
| Bortsov U. A., Junger I. B. — Adaptive Electromechanical Systems Having Indirect Discontinuous Control                                                               | 37 | Vishnevski U. I., Ignatyeva L. E., Krizhanski S. M., Yanova T. V. — On Simulation of Arc Chutes Having Longitudinal Blow-Out                                                                                              | 69 |
| Lukovnikov V. I., Grachev S. A., Gusev A. M. — Formation of the Mechanical Characteristics of Small Controlled Induction Motors                                      | 42 | Rudakov V. V. — The Effectiveness of Shielding the Plate of a Capacitor                                                                                                                                                   | 71 |
| <b>REPORTS</b>                                                                                                                                                       |    | <b>DISCUSSION</b>                                                                                                                                                                                                         | 74 |
| Denisenko N. A., Hoffmann I. — Autocorrelational Functions for Electrical Loads and Voltages in Power Supply Systems                                                 | 45 | <b>BIBLIOGRAPHY</b>                                                                                                                                                                                                       | 77 |
| Jevlampijev S. B., Kaliatski I. I., Korshunov G. S. — How Multi-Fold Break-Downs Influence the Discharge Characteristics of Gas-Filled Spark Gaps                    | 47 | <b>CHRONICLE</b>                                                                                                                                                                                                          | 78 |
| Zacharov A. G., Kadnikov S. N., Jurkevitch V. M. — Calculation of the Integral Parameters of the Electro Sistem Consisting of Two Hollow Spherical Segments          |    |                                                                                                                                                                                                                           |    |

# Рефераты публикуемых статей

- УДК 621.315.1.027.3.001.2  
О новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока. Е р ш е в и ч В. В. — «Электричество», 1985, № 1  
Приведены общие соображения о целесообразности и сроках ввода в СССР новой ступени напряжения электрических сетей переменного тока. Показано, что преобладающее влияние на необходимость применения нового напряжения будут оказывать два фактора: условия обеспечения параллельной работы отдельных частей ЕЭС СССР и выдача мощности крупных комплексов электростанций. Библ. 7.
- УДК 621.311.1.001.2:577.47  
Оценка проектных вариантов электрических сетей по условиям влияния на окружающую среду. Ку з ь м и н Я. Ф., А р у м с А. Э.— «Электричество», 1985, № 1  
Предлагается метод, позволяющий в процессе проектирования электрических сетей описать воздействие электрических сетей на окружающую среду. Этот процесс рассматривается с позиции теории систем как система причинно-следственных связей, математическое описание которых реализовано с использованием нечетких свидетельств. Язык описания является подмножеством естественного языка. Выявлены некоторые критерии (следствия) и их вызывающие причины, характеризующие воздействие электрических сетей на окружающую среду. Библ. 7.
- УДК 621.315.61.002.25.001.24  
О взаимосвязи срока службы и электрической прочности высоковольтной электрической изоляции. Л а п ш и н В. А.— «Электричество», 1985, № 1  
Решается задача расчета надежности изоляции при изменяющемся во времени уровне воздействующего напряжения по результатам испытаний в постоянном режиме. В частном случае линейно нарастающего напряжения получена взаимосвязь между распределениями срока службы и электрической прочностью. Приведены примеры расчета для высоковольтных импульсных кабелей и конденсаторов, показано влияние скорости нарастания напряжения на вид распределения электрической прочности. Библ. 8.
- УДК 621.316.925:621.314.21  
Релейная защита трансформатора с расщепленными обмотками. З а с ы п к и н А. С., Р о г а ч е в с к и й В. И., Ф р е н к е л ь В. Ю.— «Электричество», 1985, № 1  
С помощью общих уравнений многообмоточного трансформатора выполнен анализ токораспределения в обмотках при внутреннем коротком замыкании и найдена связь между циркулирующими токами в контурах нерасщепленных обмоток и током внутреннего короткого замыкания, на основе которой построены алгоритмы функционирования и схемы устройств релейной защиты с высоким техническим совершенством. Библ. 3.
- УДК 621.314.6:621.316.1  
Передающие функции вентильных преобразователей в системах электропитания при малых возмущениях. В а с и л ь е в А. С., К о ш е л е в П. А.— «Электричество», 1985, № 1  
Рассмотрена структура замкнутой системы электропитания, содержащей вентильный преобразователь. Изложена методика определения передающей функции вентильного преобразователя как звена системы автоматического регулирования.
- Приведены примеры нахождения передающих функций некоторых типов вентильных преобразователей в системах электропитания при малых возмущениях и использования этих передающих функций для построения границ устойчивости замкнутой системы. Библ. 10.
- УДК 621.314.2:621.317.784  
Погрешность дискретности измерительного преобразователя мощности время-импульсного типа. С е м е н о в А. Н., Р о м а н ы ч е в а Г. В.— «Электричество», 1985, № 1  
Приводится методика расчета погрешности дискретности измерительных преобразователей мощности время-импульсного типа, основанная на спектральном представлении сигналов в преобразователе. Приводятся формулы из расчета погрешности дискретности при синусоидальных напряжениях и токе для четырех типов широтно-импульсной модуляции и анализ этих погрешностей. Библ. 6.
- УДК 62-83:621.313.333-531.6  
Регулирование скорости тиристорных асинхронных электроприводов с параметрическим управлением. Б р а с л а в с к и й И. Н., З ю - з е в А. М.— «Электричество», 1985, № 1  
Проанализированы динамические свойства асинхронного двигателя, как объекта автоматического регулирования при различных способах параметрического управления; предложены методы построения устройств, обеспечивающих техническую линейризацию системы регулирования, сформулированы требования и приведены расчетные выражения по определению частоты среза САР скорости, изложены методы синтеза САР скорости. Библ. 6.
- УДК 62-83-52  
Адаптивные электромеханические системы с непрямым разрывным управлением. Б о р ц о в Ю. А., Ю н г е р И. Б.— «Электричество», 1985, № 1  
Предлагается подход к построению инвариантных адаптивных систем управления для нелинейных электромеханических объектов, основанный на использовании скользящих режимов при непрямом разрывном управлении. Показано, что приведенный в работе закон адаптивного управления обеспечивает программное управление электромеханическим объектом. Свойства адаптации, и инвариантности и линейризации подтверждены моделированием. Работоспособность предлагаемого подхода подтверждена опытно-промышленными испытаниями адаптивного регулятора скорости. Регулятор отличается простотой технической реализацией. Библ. 7.
- УДК 621.313.333.012.6  
Формирование механических характеристик управляемых асинхронных двигателей малой мощности. Л у к о в н и к о в В. И., Г р а - ч е в С. А., Г у с е в А. М.— «Электричество», 1985, № 1  
На основе общих критериев рассмотрено формирование статических механических характеристик, управляемых асинхронных двигателей (АД), проектируемых для работы в качестве управляемых источников усилия, перемещения и мощности, путем обеспечения требуемых соотношений между параметрами схемы замещения при амплитудном, фазовом и частотном (как потенциальном, так и токовым) способах управления. Для выбора АД из серийных по требуемому виду механических характеристик приведены аналитические соотношения для параметров областей допустимых нагрузок. Библ. 5.
- УДК 621.311.1.015.016.001.24  
Автокорреляционные функции электрических нагрузок и напряжений в системах электроснабжения. Д е н и с е н к о Н. А., Х о ф - ф м а н И.— «Электричество», 1985, № 1  
Приведено аналитическое выражение для нормированных автокорреляционных функций (АФ) нестационарных случайных процессов электрических нагрузок и напряжений в системах электроснабжения. Предложены два способа практического расчета параметров АФ на отдельных интервалах стационарности, а также алгоритм определения эмпирических АФ и их интервалов стационарности. Библ. 6.
- УДК [621.313.323:621.314.572]-83.012.6  
Высокодинамичный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором тока. Б е л о ш а б с к и й В. В., Б о г о м о - л о в а Г. А., В е й н г е р А. М., В и н и ц к и й А. Л., М а л - к и н А. И., Т и х о н о в А. В., С е р ь й И. М., Ш и г и н В. М.— «Электричество», 1985, № 1  
Рассмотрена принципиальная возможность разработки высокодинамичного электропривода на основе синхронного двигателя (СД) с зависимым инвертором тока, не уступающего по своим динамическим свойствам современным электроприводам на основе синхронного двигателя и асинхронизированного СД с непосредственным преобразованием частоты САР подчиненного типа. Разработана обобщенная структурная схема СД с зависимым инвертором тока как объекта регулирования и синтезирована САР, обеспечивающая высокие динамические свойства электропривода с указанным двигателем. Библ. 3.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макарьшин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80.  
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 20.11.84 Подписано в печать 28.01.85 Т-01245 Формат 60×90/8 Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5  
Уч.-изд. л. 13,55 Тираж 5765 экз. Заказ 3167

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142300 г. Чехов Московской области