



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1984

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

4

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

4

АПРЕЛЬ
1984

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.391.82:621.315.1.001.24

Методика расчета защиты линии связи от опасного влияния линии электропередачи

КОСТЕНКО М. В.

Ленинградский политехнический институт

Наряду с линиями электропередачи высокого и сверхвысокого напряжения между крупными промышленными центрами сооружаются многочисленные линии связи (ЛС). Несимметричные токи к. з. достигают многих килоампер и наводят в проводах ЛС э. д. с. в несколько сотен вольт на каждый километр длины линии. Для того чтобы обеспечить безопасность персонала, обслуживающего линии связи, Правила защиты [1] предписывают установку большого числа разрядников с дистанционным заземлением.

Одним из резервов повышения эффективности и удешевления такой защиты является учет экранирующего (концевого) эффекта встречных токов вблизи точки короткого замыкания при расчете опасных влияний ВЛ на ЛС. Следует отметить, что [1] допускают такой учет. Однако практически используемая инженерная методика выбора разрядников составлена без учета экранирующего эффекта встречных токов. Так, в таблице 2.1 [1] даны нормы продольной э. д. с. взаимоиндукции на длине гальванически неразделенного участка. Если э. д. с. взаимоиндукции больше допустимого значения, то на ЛС необходимо устанавливать разрядники. Места их установки, сопротивления заземления и пробивные напряжения разрядников должны быть выбраны так, чтобы ни в одной точке на ЛС напряжение по отношению к земле не превысило допустимого (см. [1], таблица 2.4) даже при самом неблагоприятном к. з. на ВЛ.

В данной статье излагается инженерная методика уточненного выбора оптимального числа и мест установки разрядников, а также расчета сопротивления их заземления. Методика разработана с учетом экранирующего эффекта встречных токов у места короткого замыкания. Ее использование позволяет уменьшить число разрядников и удешевить устройство заземлений.

Предлагаемая методика особенно эффективна в местностях с высоким сопротивлением грунта ρ_a , где удается

уменьшить в 1,5—2 раза (по сравнению с расчетами по методике [1]) число разрядников и в той же пропорции увеличить их сопротивления заземления.

Рассмотрим физический смысл экранирующего эффекта встречных токов у места к. з. Продольная э. д. с., индуктированная в проводах ЛС на участке сближения с ВЛ, удаленном от места к. з., может быть вычислена по формуле:

$$\dot{E}_c = \dot{I}_b \sum_{i=1}^n z_{b,c,i} S_i l_i = \sum_{i=1}^n \dot{E}_{ci}, \quad (1)$$

где \dot{E}_c — продольная э. д. с. взаимоиндукции на участке сближения, состоящем из n эквивалентных параллельных участков (В); \dot{I}_b — расчетный влияющий ток нулевой последовательности в проводах ВЛ (с учетом уравнительных токов в параллельных цепях ВЛ), А; $z_{b,c,i} = j\omega M_{b,c,i} + z_{b,c,i}^{(s)}$ — взаимное сопротивление между ВЛ и ЛС на i -м эквивалентном параллельном участке, Ом/км; $M_{b,c,i} = 10^{-4} \ln \frac{a_i^2 + (h_b + h_c)^2}{a_i^2 + (h_b - h_c)^2}$ — коэф-

фициент взаимоиндукции, характеризующий внешний поток на i -м участке, вычисленный в предположении, что $\rho_a \rightarrow 0$, Гн/км; $z_{b,c,i}^{(s)}$ — поправка, учитывающая проникновение магнитного поля в землю, вычислена по формулам [2]; l_i — длина i -го участка, км; S_i — общий коэффициент защитного действия, учитывающий экранирующее действие тросов, рельсов, оболочек кабелей и других протяженных металлических предметов.

Формулы для взаимного сопротивления $z_{b,c,i}$ получены в результате интегрирования магнитного потока взаимоиндукции на единицу длины ЛС от единичного тока в бесконечно длинной ВЛ в оба конца. В них пре-небрегают фазовым сдвигом влияющего тока в ВЛ. Проникновение магнитного поля в землю учитывается приближенно по формулам [2] или [3], токи смещения

в земле во внимание не принимаются. Эти допущения при низких частотах (50 Гц) дают незначительную погрешность в сторону запаса.

Строго говоря, следует определить геометрическую сумму э. д. с. \dot{E}_{ci} от участков $i=1, 2, \dots, n$ с учетом их фазовых сдвигов, различных вследствие проникновения магнитного поля в землю. Однако на практике, учитывая малую точность исходных данных, определяется арифметическая сумма модулей э. д. с. по участкам. Это значительно упрощает расчеты, причем погрешность получается в сторону запаса и при низких частотах (50 Гц) не превосходит 10—15 %. Соответствующие модули взаимных сопротивлений ВЛ и ЛС можно определить по номограмме рис. П2. 1 [1] или по приближенной формуле [4]:

$$z_{\text{B.C.}} \approx \frac{f}{346} \lg \frac{D_{\text{B.C.}}}{d_{\text{B.C.}}}, \text{OM/KM,} \quad (2)$$

$$d_{B,C} = \sqrt{a_{\text{KB}}^2 + (h_B - h_C)^2}; \quad D'_{B,C} = \sqrt{a_{\text{KB}}^2 + (h_B + h_C + 2h_0)^2}$$

(см. рис. 1.)

$a_{\text{экв}} \approx \frac{a_{\text{max}} + 2a_{\text{min}}}{3}$ — ширина эквивалентного парал-

ельного сближения ВЛ и ЛС (м); h_0 — глубина условного «уровня нулевого потенциала» под поверхностью земли, м,

$$h_0 = 400 \sqrt{\rho_3/f}; \quad (3)$$

ρ_a — удельное сопротивление земли, Ом·м; f — частота переменного тока, Гц.

Величина h_0 зависит также от ширины сближения $a_{\text{экв}}$. Однако удалось подобрать среднее значение h_0 по формуле (3), соответствующей модели рис. 1, в которой реальная земля с удельным сопротивлением ρ_3 заменена воображаемой сверхпроводящей землей, расположенной ниже «уровня нулевого потенциала», т. е. на глубине h_0 , а пространство реальной земли выше h_0 считается непроводящим (воздухом). В соответствии с методом зеркальных изображений в плоскости сложная система обратных токов в реальной земле заменяется эквивалентным обратным током, расположенным на глубине $h_{\text{в}} + h_0$ ниже «уровня нулевого потенциала». Сравнительные расчеты показали, что в диапазоне частот $50 \text{ Гц} \leq f \leq 250 \text{ кГц}$ погрешность не превосходит 20 % в сторону запаса.

Пренебрегая в формуле (2) величинами h_b и h_c при $f=50$ Гц, получим после преобразования ¹:

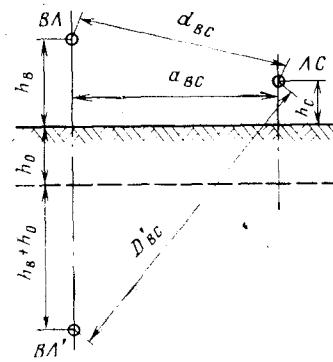
$$z_{\text{B.C.}} = \frac{1}{14} \lg \left(1 + \frac{\rho_3}{78a_{\text{eKB}}^2} \right), \quad \text{OM/KM}, \quad (4)$$

Следует еще раз подчеркнуть, что формулы (1), (2) и (4) справедливы при непременном условии, что

¹ В [1] эта формула приведена с существенными опечатками, приводящими к ошибке на несколько порядков. Так, для рассмотренного на номограмме [1] примера ($f=50$ Гц, $\sigma=1/\rho_3=25 \cdot 10^{-3}$ Сим/м, $a_{\max}=150$ м, $a_{\min}=100$ м) имеем $z_{B,C}=|\omega M|=0,11$ Ом/км; по формуле автора [4] $z_{B,C}=0,11$ Ом/км; по формуле [1] для коэффициента взаимоиндукции ($z_{B,C}=\omega L_{B,C}$) $-z_{B,C}=314 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \left| \ln \frac{65,5 \cdot \sqrt{40}}{\sqrt{100 \cdot 150}} - j \frac{\pi}{4} \right| = 0,091$ Ом/км; по формуле [1] для взаимного сопротивления

$$z_{B, c} = \frac{1}{14} \ln \left(1 + \frac{\rho_3}{78a_{9KB}} \right) = 0,0003 \text{ OM/km.}$$

Рис. 1. Эквивалентная схема протекания обратного тока в земле: — — — условный уровень «нулевого потенциала»; BL' — условный «обратный ток в земле»



рассматриваемый участок на ЛС ($A'B'$ на рис. 2) удален на значительное расстояние от точки к. з. на ВЛ ($x_{\text{к}} \gg D_{\text{в.с}} > a_{\text{в.с}}$).

Из рис. 2 видно, что на участке AB против точки к. з. K взаимное сопротивление определяется двумя потоками от встречных токов $I_{лев}$ и $I_{пр}$, подтекающих к точке к. з. справа и слева. В частности, при $I_{пр}=0$ взаимное сопротивление на участке AB

$$z_{\text{B.C.лев}} = \frac{j\omega}{I_{\text{лев}}} \int_{-\infty}^0 \Phi(x) dx \leq 0,5 z_{\text{B.C.}}$$

если z вычислено по формуле (3).

В предельном случае при $I_{\text{пр}}=I_{\text{лев}}$ на участке AB против точки к. з. получается полная взаимная компенсация э. д. с. взаимоиндукции от встречных токов справа и слева. По мере удаления от точки к. з. (участок $A'B'$ на рис. 1) экранирующее действие встречного тока уменьшается и стремится к нулю.

Эпюра напряжения на ЛС показана на рис. 2 (кривая 1). Максимальное напряжение на ЛС U_{\max} получается примерно против точки к. з. на ВЛ, но его величина оказывается существенно меньше, чем U_{\max} , вычисленное по формуле (1). Это дает возможность значительно уменьшить число установленных на ЛС разрядников и облегчить требования к их заземлениям.

Приближенную формулу для вычисления э. д. с. взаимоиндукции с учетом экранирующего эффекта от встречных токов можно получить, если воспользоваться понятием «эквивалентного обратного тока» в земле, как показано на рис. 1 и 2. Этот ток может быть получен методом изображения в условной плоскости «уровня нулевого потенциала». Принимаем, что ток в месте к. з. протекает вертикально вниз до глубины «эквивалентного обратного тока» (показано пунктиром на рис. 2). Тогда э. д. с. взаимоиндукции на участке ЛС единичной длины $A'B'$ (рис. 2) с учетом экранирующего эффекта от встречных токов [5]

$$E_c = \frac{\omega \mu_0}{4\pi} \left[I_{\text{лев}} \int_{-\infty}^0 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) dx - I_{\text{np}} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) dx \right] = I_{\text{лев}} z_{\text{в.с}} - I_{\text{к}} \Delta z_{\text{к}}, \quad (5)$$

$r = \sqrt{d_{\text{в.с}}^2 + (x + x_m)^2}$ — расстояние от элемента тока в ВЛ для рассматриваемой точки x_m на ЛС; $r' = \sqrt{(D_{\text{в.с}})^2 + (x + x_m)^2}$ — то же от элемента эквивалентного обратного тока в земле; $z_{\text{в.с}}$ — взаимное сопротивление, вычисленное по формуле (2) или (4), т. е. без учета влияния экранирующего эффекта; $I_{\text{к}} = I_{\text{лев}} + I_{\text{пр}}$ — суммарный ток в месте к. з.; $\Delta z_{\text{к}}$ — экви-

валентное взаимное сопротивление, учитывающее экранирующий эффект от встречных токов вблизи места к. з.,

$$\Delta z_k = \frac{\omega \mu_0}{4\pi} \ln \frac{x_m + \sqrt{x_m^2 + (D'_{B,C})^2}}{x_m + \sqrt{x_m^2 + d_{B,C}^2}}. \quad (6)$$

Формулой (5) (с небольшой погрешностью в сторону запаса) можно воспользоваться также для вычисления продольной э. д. с., индуцированной в ЛС E_{ci} на i -м участке косого сближения длиной l_i :

$$E_{ci} = (I_B z_{B,C,i} - I_k \Delta z_k l_i) = I_B z_{B,C,i} l_i S_{ik}, \quad (7)$$

где l_i — длина i -го участка сближения (причем $l_i \leq a_i + x_i/2$); x_i — расстояние от места к. з. до середины i -го участка ВЛ; $a_i = \frac{(a_{\max} + 2a_{\min})}{3}$ — расчетная ширина сближения на i -м участке (причем $a_{\max} \leq 5a_{\min}$); $S_{ik} = 1 - \frac{I_k}{2I_B} f_1(\lambda_i)$ — коэффициент экранирования от встречных токов ВЛ; $f_1(\lambda_i)$ — функция, зависящая от $\lambda_i = \frac{x_i}{a_{B,C,i}}$, $\delta_i = \frac{D'_{B,C,i}}{a_{B,C,i}}$ и $\delta_{i0} = \frac{d_{B,C,i}}{a_{B,C,i}}$ и определяемая по формуле

$$f_1(\lambda_i) = \frac{\ln \left[\sqrt{\delta_i^2 + \lambda_i^2} + \lambda_i \right] - \ln \left[\sqrt{\delta_{i0}^2 + \lambda_i^2} + \lambda_i \right]}{\ln \delta_i - \ln \delta_{i0}} \quad (8)$$

Расчет значительно упрощается, если в пределах рассматриваемого участка ширина сближения a и удельное сопротивление грунта ρ_3 остаются приблизительно постоянными. Интегрируя э. д. с. E_c по формуле (5) вдоль длины сближения от точки к. з. ($x_m = 0$) до точки $x_m = l_B$, получим суммарную э. д. с., индуцированную на всем участке сближения,

$$E_c(l_B) = \int_0^{l_B} (I_B z_{B,C} - I_k \Delta z_k) dx_m = I_B z_{B,C} l_B - I_k z_k \kappa, \quad (9)$$

где $z_k = \frac{\omega \mu_0}{4\pi} (D'_{B,C} - d_{B,C})$ — эквивалентное взаимное сопротивление, учитывающее экранирующий эффект встречных токов в месте к. з. при бесконечной длине параллельного сближения ВЛ и ЛС; κ — поправочный коэффициент, учитывающий конечную длину сближения,

$$\kappa = 1 - \frac{\sqrt{\delta^2 + \lambda^2} - \sqrt{\delta_0^2 + \lambda^2}}{\delta - \delta_0} + \frac{\lambda}{\delta - \delta_0} \ln \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \delta^2}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \delta_0^2}}, \quad (10)$$

где $\lambda = \frac{l_B}{a_{cp}}$, $\delta = \frac{D'_{B,C,sp}}{a_{cp}}$; $\delta_0 \approx 1$.

Вычисленные по формуле (10) зависимости $\kappa = f(\lambda)$ при различных значениях ρ приведены на рис. 3.

В практических расчетах можно воспользоваться следующей приближенной формулой, полученной способом «предельных точек» [6] и дающей погрешность

не более $\pm 5\%$ (см. приложение) при $1 \leq \delta \leq 5$:

$$\kappa = 1 + \frac{\lambda}{\delta_{ekb}} - \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\delta_{ekb}^2}},$$

$$\delta_{ekb} = \sqrt{\frac{(\delta(\delta + 9,5))}{10,5}}. \quad (11)$$

Приняв $\omega = 314 \text{ rad/s}$, $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$, $d_{B,C} \approx a_{B,C}$, получим

$$z_k = \frac{D'_{B,C} - a_{B,C}}{32}, \text{ Ом}, \quad (12)$$

причем $D'_{B,C}$ и $a_{B,C}$ выражены в километрах.

В таком случае э. д. с. от встречных токов в месте к. з.

$$\Delta E_k = I_k z_k \kappa \approx I_k \frac{D'_{B,C} - a_{B,C}}{32} \left[1 + \frac{\lambda}{\delta_{ekb}} - \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\delta_{ekb}^2}} \right]. \quad (13)$$

Если продольная э. д. с. на гальванически неразделенном участке ЛС оказалась больше допустимой, то

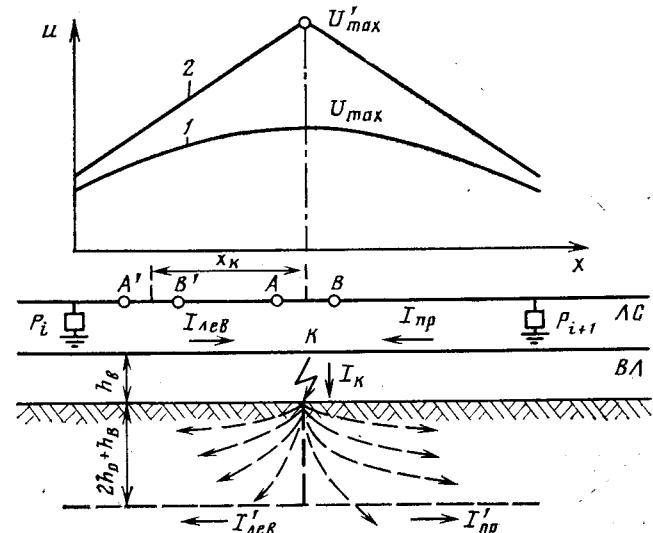


Рис. 2. Схема, поясняющая влияние экранирующего эффекта от встречных токов в точке к. з.: 1 — напряжение на проводе ЛС с учетом экранирующего эффекта; 2 — то же без учета этого эффекта; — — — фактические токи в земле; — — — эквивалентный обратный ток в земле

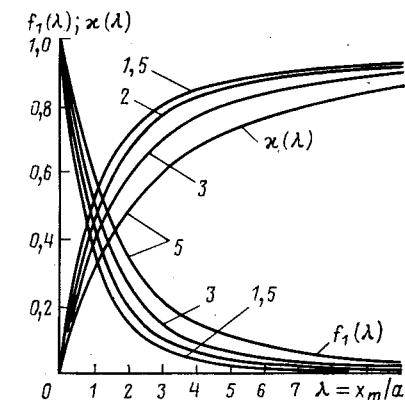


Рис. 3. Зависимости $f_1(\lambda)$ по формуле (8) и $\kappa(\lambda)$ по формуле (10) при $\delta = 1$; $\delta = 1,5$; $\delta = 2$; $\delta = 3$; $\delta = 5$

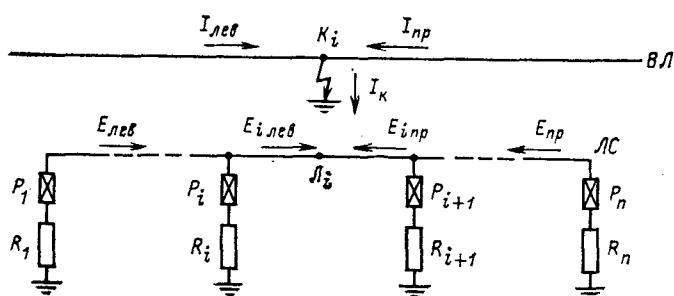


Рис. 4. К выбору числа разрядников и расчету напряжения на ЛС при к. з. на ВЛ между разрядниками P_i и P_{i+1}

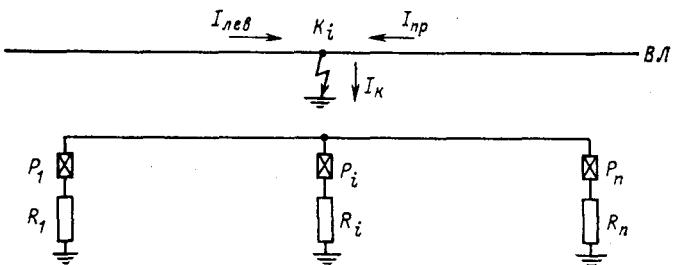


Рис. 5. К расчету сопротивления заземления разрядника R_i

по концам этого участка устанавливаются разрядники. Определим необходимое количество разрядников в промежуточных точках. Для этого рассмотрим некоторый отрезок l_i между соседними разрядниками P_i и P_{i+1} на ЛС (рис. 4). Предположим, что к. з. произошло в точке K_i на ВЛ. Наибольшее напряжение возникает на ЛС в точке L_i :

$$U_{\max} = U_i + E_{i,лев} - I_{i,п} z_{\alpha} l_{лев} = U_{i+1} + E_{i,пр} + I_{i,п} z_{\alpha} l_{пр}. \quad (14)$$

Принимаем, что U_i и U_{i+1} оказались несколько меньше пробивных U_p и разрядники не сработали. Допустим, что $U_i = U_{i+1} = U_p$, $E_{i,лев} = E_{i,пр}$ и $I_{i,п} = 0$. Тогда из (14) вытекает условие:

$$E_{i,лев} = z_{\alpha} S_i l_{i,лев} I_{i,лев} - \Delta E_{i,лев} = E_{i,пр} = z_{\alpha} S_i l_{i,пр} I_{i,пр} - \Delta E_{i,пр} \leq U_{\text{доп}} - U_p. \quad (15)$$

Полагая $\alpha \approx 0,5$, имеем среднее значение

$$\Delta E_{i,сп} \approx \Delta E_{i,лев} \approx \Delta E_{i,пр} \approx I_k \frac{D_{\alpha,сп} - a_{\alpha,сп}}{64}. \quad (16)$$

Из равенства (15) находим

$$l_{i,лев} = \frac{l_{i,пр} + l_{i,лев}}{I_{i,лев} + I_{i,пр}} I_{i,пр} = \frac{I_{i,пр} l_i}{I_k}; \quad l_{i,пр} = \frac{I_{i,лев} l_i}{I_k}.$$

Подставив найденные значения в (15), получим:

$$l_i S_i z_{\alpha} \frac{I_{i,пр} I_{i,лев}}{I_k} \leq U_{\text{доп}} - U_p + \Delta E_{i,сп}.$$

Принимаем для поправки $\Delta E_{i,сп}$ среднее значение согласно (16) и суммируем полученное неравенство по всем $n-1$ участкам между разрядниками:

$$\sum_{i=1}^{n-1} l_i S_i z_{\alpha} \frac{I_{i,пр} I_{i,лев}}{I_k} \leq (n-1)(U_{\text{доп}} - U_p + \Delta E_{i,сп}). \quad (17)$$

Необходимо учесть, что каждый i -й участок между разрядниками P_i и P_{i+1} может в свою очередь состоять из нескольких участков эквивалентных параллельных сближений. Поэтому из (17) имеем оценку необходимого числа разрядников на гальванически неразделенном участке ЛС с учетом разрядников по концам этого участка:

$$n \geq \frac{\sum_{i=1}^p S_i l_i z_{\alpha,ci} \frac{I_{i,пр} I_{i,лев}}{I_k}}{U_{\text{доп}} - U_p + \Delta E_{i,сп}} + 1 \geq 2, \quad (18)$$

где p — общее число участков эквивалентных параллельных сближений на длине $l_p = \sum_{i=1}^p l_i$.

При выборе пунктов установки разрядников вдоль трассы ЛС приходится учитывать следующие обстоятельства.

Формула (18) определяет минимальное необходимое число разрядников. На практике, особенно в местности с высоким удельным сопротивлением грунта, может оказаться целесообразным несколько увеличить это число. Такое решение позволяет облегчить требования к заземлению.

Желательно сумму в числителе формулы (18) распределить приблизительно равномерно между всеми участками l_i :

$$l_i S_i z_{\alpha,ci} \frac{I_{i,пр} I_{i,лев}}{I_k} \approx \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} S_i l_i z_{\alpha,ci} \frac{I_{i,пр} I_{i,лев}}{I_k}. \quad (19)$$

Разрядники необходимо заземлить с минимальным допустимым по технико-экономическим соображениям сопротивлением. Поэтому в пунктах их установки желательно иметь влажную почву с малым ρ_3 .

Разрядники желательно устанавливать на опорах ЛС, удобных для эксплуатации (кабельные опоры, пункты ввода цепей связи и т. д.).

Сопротивления заземления промежуточных разрядников можно определить, исходя из следующих соображений:

к. з. на ВЛ произошло против точки установки рассматриваемого разрядника P_i на ЛС;

сработали разрядники P_1 и P_n по концам гальванически неразделенного участка l_p и рассматриваемый разрядник P_i (рис. 5). Напряжение на заземлении разрядника P_i не должно превосходить допустимого.

Из рис. 5 следует:

$$R_i \leq \frac{U_{\text{доп}}}{\frac{E_{i,лев} - U_{\text{доп}}}{R_1 + z_{\alpha,лев}} + \frac{E_{i,пр} - U_{\text{доп}}}{R_n + z_{\alpha,пр}}}, \quad (20)$$

где $U_{\text{доп}}$ — допустимое падение напряжения на сопротивлении заземления разрядников, согласно табл. 2.4 [1]; R_1 и R_n — сопротивления заземления разрядников по концам участка l_p , выбранные по условиям безопасности при к. з. за пределами участка сближения; $z_{\alpha,лев}$, $z_{\alpha,пр}$ — эквивалентные сопротивления пучка проводов ЛС слева и справа от разрядника P_i ; $E_{i,лев}$, $E_{i,пр}$ — суммарные э. д. с. взаимоиндукции слева и справа от рассматриваемого разрядника P_i , вычисленные с учетом экранирующего эффекта от встречных токов в месте

к. з. по формулам:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{лев}} &= I_{\text{лев}} \sum_{i=1}^{n_{\text{лев}}} z_{\text{в.с.}i} S_i l_i - I_{\text{к}} z_{\text{к}} \chi_{\text{лев}}; \\ E_{\text{пр}} &= I_{\text{пр}} \sum_{i=1}^{n_{\text{пр}}} z_{\text{в.с.}i} S_i l_i - I_{\text{к}} z_{\text{к}} \chi_{\text{пр}}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где $I_{\text{к}} = I_{\text{пр}} + I_{\text{лев}}$ — ток в точке к. з. на ВЛ против P_i , $\chi_{\text{пр}}$, $\chi_{\text{лев}}$ — поправочные коэффициенты, учитывающие ограниченную длину участка справа и слева от P_i , согласно рис. 3 или формуле (11). В районах с высоким удельным сопротивлением грунта осуществление заземления разрядников с малым сопротивлением, вычисленным по формуле (20), может оказаться затруднительным. Однако расчеты показывают, что напряжение U_{i-1} на ближайшем разряднике P_{i-1} слева (или справа) от рассматриваемого во многих случаях оказывается выше пробивного:

$$U_{i-1} = U_i - I_{\text{лев}} \sum z_{\text{в.с.}i} S_i l_i + I_{\text{п.с.}i} z_{\text{в.с.}i} + \Delta E_{\text{к}} > U_p, \quad (22)$$

где сумма, $z_{\text{в.с.}i}$ и $\Delta E_{\text{к}}$ вычислены для участка ЛС между разрядниками.

Это может облегчить требования к заземлению, так как сработает P_{i-1} (без учета экранирующего эффекта от встречных токов $\Delta E_{\text{к}}$ этого, как правило, не получается).

После выбора сопротивлений заземления необходимо убедиться, что в случае к. з. на ВЛ в точке между каждой парой разрядников на ЛС напряжение на проводах ЛС с учетом срабатывающих разрядников не превосходит $U_{\text{доп}}$. Расчеты показывают, что срабатывают, как правило, разрядники по концам l_p (P_1 и P_n на рис. 4) и ближайшие к месту к. з. P_i и P_{i+1} . Напряжение $U_{i\text{max}}$ против точки к. з. на линии можно вычислить путем параллельно-последовательного сложения э. д. с. (рис. 4). В первом приближении его можно определить, как полусумму:

$$U_{i\text{max}} = \left[\frac{E_{\text{лев}} R_i}{R_1 + z_{\text{в.с.}i} + R_i} + E_{\text{лев.}i} - I_{\text{к}} z_{\text{к}} (\chi_{\text{пр}} + \chi_{\text{лев}}) + E_{\text{пр}i} + \frac{E_{\text{пр}} R_{i+1}}{R_n + z_{\text{в.с.}i+1} + R_{i+1}} \right] \frac{1}{2} \leq U_{\text{доп}}. \quad (23)$$

В случае $U_{i\text{max}} > U_{\text{доп}}$ следует проверить остаточные напряжения на других разрядниках, в первую очередь — ближайших к сработавшим (P_{i-1} , P_{i+2} , P_2 , P_{n-1}). Напряжение на каком-либо из них может оказаться больше пробивного. Он срабатывает, и напряжение $U_{i\text{max}}$ снижается. Можно также уточнить влияние экранирующего эффекта от встречных токов и учесть уравнительный ток между разрядниками P_i и P_{i+1} .

Если уточненная величина $U_{i\text{max}}$ окажется все же больше $U_{\text{доп}}$, то приходится соответствующим образом уменьшать сопротивления заземления R_i и R_{i+1} или устанавливать дополнительный разрядник. Как было указано выше, в конечном счете необходимо убедиться, что при коротком замыкании в любой точке линии электропередачи напряжение на линии связи нигде не выходит за пределы допустимого.

Учет экранирующего эффекта встречных токов оказывается весьма целесообразным совместно со статистическим подходом к определению опасных влияний [7].

Пример. Рассмотрим простейший случай параллельного сближения (рис. 6), в котором наглядно видно влияние экранирующего эффекта. Линия связи четырехпроводная.

водная на деревянных опорах. Провода — медные. Эквивалентное сопротивление пучка проводов $z_{\text{в.с.}} = 0,5 \text{ Ом/км}$; $a = 2 \text{ км}$; $l_p = 40 \text{ км}$; $\rho_{\text{в.с.}} = 1000 \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $S_i = 1$. Влияющие токи слева и справа $I_{\text{лев}} = I_{\text{пр}} = 5000 \text{ А}$ (для простоты считаем их одинаковыми независимо от точки к. з. на ВЛ в пределах участка сближения $l_p = 40 \text{ км}$). Наибольшее допустимое напряжение относительно земли $U_{\text{доп}} \leq 500 \text{ В}$, допустимая продольная э. д. с. $E_{\text{доп}} = 1000 \text{ В}$.

Тогда $D_{\text{в.с.}} = \sqrt{a^2 + \frac{\rho_{\text{в.с.}}}{78}} = 4,1 \text{ км}$, $\delta = D_{\text{в.с.}}/a = 2,05$; $\delta_{\text{в.с.}} = \sqrt{\delta(\delta + 9,5)/10,5} = 1,5$.

Взаимное сопротивление между ВЛ и ЛС при 50 Гц $z_{\text{в.с.}} = 0,0446 \text{ Ом/км}$.

Продольная э. д. с. при сквозном к. з. за пределами участка сближения (точки $K_{\text{л}}$ и $K_{\text{пр}}$ на рис. 6): $E_{\text{в.с.}} = I_{\text{лев}} z_{\text{в.с.}} l_p = 8920 > E_{\text{доп}} = 1000 \text{ В}$.

Поэтому в точках l и n (рис. 6) устанавливаем комплексы P_1 и P_n разрядников РБ-280 с напряжением срабатывания $U_p = 280 \pm 30 \text{ В}$. Их сопротивления заземления выбираем так, чтобы $U_{R1} = U_{Rn} = U_{\text{доп}} = 500 \text{ В}$:

$$R_1 = R_n = \frac{U_{\text{доп}} z_{\text{в.с.}} l_p}{E_{\text{в.с.}} - 2U_{\text{доп}}} = 1,26 \text{ Ом.}$$

Определяем среднее значение э. д. с. экранирования встречными токами (принимаем $\chi = 0,5$):

$$\Delta E_{\text{к.ср}} = I_{\text{к}} z_{\text{к}} \chi = 328 \text{ В.}$$

Минимальное число разрядников в соответствии с формулой (18) $n \geq 9,14$, принимаем $n = 10$.

Рассмотрим вариант установки на ЛС десяти разрядников с равными интервалами $l_i = \frac{l_p}{n-1} = 4,44 \text{ км}$, $i = 1, 2, \dots, 9$. Сопротивления заземления разрядников определяем по формуле (20): $R_2 = R_9 = 1,36 \text{ Ом}$.

Аналогично $R_3 = R_8 = 0,98 \text{ Ом}$; $R_4 = R_7 = 0,88 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = 0,85 \text{ Ом}$. Проверяем напряжения на ЛС при к. з. на ВЛ между разрядниками R_5 и R_6 . По формуле (20) с учетом симметрии имеем $U_{\text{max5}} = 459 \text{ В}$.

Аналогично при к. з. на ВЛ между разрядниками P_1 и P_2 : $U_{\text{max1}} = 427 \text{ В}$. Между остальными парами разрядников будут промежуточные значения в пределах от 459 до 427 В. Таким образом, все требования [1] выполнены. Если не учитывать экранирующего действия встречных токов и применить методику приложения 7 [1], то допустимое расстояние между смежными разрядниками предварительно определяем по формуле (П7-4):

$$l_{\text{доп}} \leq \frac{4 U_0}{\omega (M_{12} I)_{\text{ср}}} = 3,36 \text{ км.}$$

Таким образом, на участке сближения необходимо установить $n \geq 12,9$ разрядников. Попытка принять 14 разрядников не увенчалась успехом: если не учитывать экранирования встречными токами, то для обеспечения

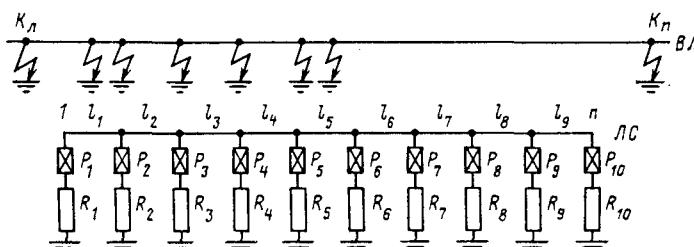


Рис. 6. Схема расположения разрядников

допустимого напряжения $U_{\text{доп}}=500$ В при к. з. на ВЛ между 7 и 8 разрядником пришлось бы выполнить их заземление с сопротивлением менее 0,5 Ом. Поэтому число разрядников следует увеличить до 18. При этом сопротивления заземления средних разрядников по формуле (19), но без учета взаимного экранирования равны $R_9=R_{10}=0,91$ Ом.

Однако при к. з. на ВЛ между этими разрядниками по формуле (21) и в этом случае получилось $U_{\text{max9}}=526$ В $> U_{\text{доп}}=500$ В. Поэтому приходится еще уменьшить $R_9=R_{10}=0,8$ Ом.

При этом $U_{\text{max9}}=496$ В $< U_{\text{доп}}=500$ В.

Таким образом, учет экранирующего эффекта в данном случае дает возможность уменьшить число установленных разрядников в 1,8 раза при примерно тех же сопротивлениях заземления или уменьшить число разрядников в 1,5 раза с одновременным увеличением сопротивления их заземления также в 1,5 раза.

Выводы. 1. Встречные токи к. з. создают существенный экранирующий эффект. Его важно учитывать при проектировании защиты линий связи от опасного влияния линий электропередачи, особенно в местностях с высоким удельным сопротивлением земли.

2. Желательно дополнить существующие Правила защиты инженерной методикой расчета размещения разрядников и выбора их сопротивлений заземления с учетом экранирующего эффекта от встречных токов.

3. Разработанная инженерная методика расстановки разрядников, учитывающая экранирующий эффект встречных токов, основывается на ряде допущений (суммирование э. д. с. по модулям, в том числе и против места к. з., неучет срабатываний соседних разрядников), направленных в сторону запаса. Для уточнения этих обстоятельств необходимо поставить опыты в условиях, максимально приближающихся к реальным.

Приложение. Приближенная формула для вычисления поправочного коэффициента. Такая формула должна в интервалах от $\lambda=0$ до $\lambda \rightarrow \infty$ и $1 \leq \delta \leq 5$ давать приемлемую для инженерных расчетов погрешность (не более $\pm 5\%$). Зависимость $\kappa(\lambda)$, как видно из рис. 3, монотонно нарастает от 0 до 1 при изменении λ от 0 до ∞ . Поэтому для построения аппроксимирующей формулы воспользуемся способом «предельных точек» [6 и 8].

Полагая в (10) $\delta_0 = \frac{d_{\text{в.с}}}{a_{\text{в.с}}} = 1$, разлагаем зависимость $\kappa(\lambda)$ в ряды при $\lambda \rightarrow 0$ и $\lambda \rightarrow \infty$:

$$\left. \begin{aligned} \kappa(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow 0} &= \lambda \frac{\ln \delta}{\delta - 1} - \lambda^2 \frac{1}{2\delta} + \dots; \\ \kappa(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} &= 1 - \frac{\delta + 1}{4\lambda} + \dots. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-1})$$

В [5] автором была предложена следующая аппроксимирующая формула

$$\kappa^* = \frac{\lambda \ln \delta}{\delta - 1 + \lambda \ln \delta}. \quad (\text{П-2})$$

Функция $\kappa^*(\lambda)$ имеет разложения:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \lambda \rightarrow 0, \kappa^*(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow 0} &= \lambda \frac{\ln \delta}{\delta - 1} - \lambda^2 \frac{\ln^2 \delta}{(\delta - 1)^2} + \dots; \\ \text{при } \lambda \rightarrow \infty, \kappa^*(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} &= 1 - \frac{\delta - 1}{\lambda \ln \delta} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-3})$$

Сопоставление рядов (П-1) и (П-3) показывает, что первые члены разложений при $\lambda \rightarrow 0$ совпадают, но все остальные существенно расходятся. Этим объясняется значительная (до 13 %) погрешность формулы (П-2) в области важных для практических расчетов значений δ и λ .

Желательно получить более точную, но достаточно простую формулу. В данной статье предлагается следующая структура приближенной формулы:

$$\kappa^*(\lambda) = 1 + \frac{\lambda}{\delta_0} - \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\delta_0^2}}. \quad (\text{П-4})$$

Она дает следующие разложения:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \lambda \rightarrow 0, \kappa^*(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow 0} &= \frac{\lambda}{\delta_0} - \frac{\lambda^2}{2\delta_0^2} + \dots; \\ \text{при } \lambda \rightarrow \infty, \kappa^*(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} &= 1 - \frac{\delta_0}{2\lambda} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-5})$$

В частности, при $\delta \rightarrow 1$ и $\delta_0 = 1$ получаем полное совпадение первых двух членов обеих формул (П-1) и (П-5).

Численный эксперимент показал, что для существенного в практических расчетах диапазона значений $1 \leq \delta \leq 5$ и $0 \leq \lambda \leq \infty$ погрешность формулы (П-4) не превосходит $\pm 5\%$, если использовать выражение:

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{\delta(\delta + 9,5)}{10,5}}. \quad (\text{П-6})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Правила защиты устройств проводной связи железнодорожной сигнализации и телемеханики от опасного и мешающего влияния линий электропередачи. Ч. 1. — М.: Энергия, 1966.
- Carson J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. — The Bell Syst. Techn. Journ., 1926, vol. 5.
- Pollaczek F. Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung. — ENT, 1926, N. 9.
- Костенко М. В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле. — Электричество, 1955, № 10.
- Иваницкая О. Н., Костенко М. В., Юринов В. М. Учет концевого эффекта вблизи от места короткого замыкания при расчетах опасного влияния линий электропередачи на линии связи. — Изв. вузов. Энергетика, 1960, № 5.
- Костенко М. В. Приближенная аппроксимация монотонных функций способом «предельных точек». — Изв. вузов. Энергетика, 1958, № 9.
- Probabilistic approach to determining dangerous interference of power transmission lines on communication lines/ V. H. Ishkin, L. I. Izmailova, G. I. Kirilina a. e. — CIGRE, 1982, R. 36—07.
- Костенко М. В. Построение приближенных формул для решения электротехнических задач по способу «предельных точек». — Электричество, 1982, № 9.

[14.10.83]

~~~~~

# Квадратичная математическая модель при исследовании компенсации реактивной мощности

КОВАЛЕВ И. Н., канд. техн. наук, ФАДЕЕВ В. В., инж.

Ростов-на-Дону

Современное состояние проблемы компенсации реактивных мощностей (КРМ) при проектировании электрических сетей характеризуется достаточно развитой аналитической базой, нашедшей отражение в известных методиках расчета и ряде нормативных документов, и необходимостью ее дальнейшего совершенствования в двух направлениях: более полного математического моделирования плохо формализуемых факторов физического, технического и экономического содержания; разработки методологии и методик построения оптимизационных расчетов в условиях неполноты и недостоверности исходной информации [1]. Качественно новые черты математического моделирования в рассматривающей отрасли заключаются в синтезе аналитических методов имитационных экспериментов, реализуемых по специальным сценариям. Современные ЭВМ сделали реальными направленные многовариантные расчеты размещения компенсирующих устройств (КУ) в узлах питающих сетей 110—330 кВ с учетом динамики их развития. Такое расчетное «раскачивание» оптимизируемых систем позволяет: оценивать чувствительность отдельных переменных к вариациям исходных технико-экономических показателей (достоверно задавать последние можно, вообще говоря, лишь диапазоном их возможного изменения) и к различным ограничениям на эти переменные; аналогичным образом оценивать чувствительность применяемых критериев оптимальности; заранее оценивать ущерб в просматриваемых вариантах при реальных отклонениях условий развития энергосистем от прогнозируемых. В итоге создаются условия для принятия решений с гарантированным результатом при неопределенной исходной информации.

Такой подход предполагает использование «двухслойной» математической модели проектной КРМ: в основе лежит полностью формализованная аналитическая модель системы (аналитическое ядро), определяющая решение задачи при заданном входе, функционирующая на внутренних итеративных циклах, а на внешних циклах используется алгоритмическая модель, определяющая сценарии имитационных экспериментов, по которым проигрываются различные варианты развития сети и исходной технико-экономической информации. Аналитическое ядро составляют математические модели типовых задач КРМ, которые ввиду многократных пересчетов должны иметь быстрые алгоритмы оптимизации. В настоящее время первостепенным является, во-первых, отработка иерархии таких асимптотических моделей [2], степень загрубления которых определяется характером решаемой задачи, и, во-вторых, разработка методик построения имитационных экспериментов, в полной мере учитывающих специфику рассматриваемой проблемы.

Указанные обстоятельства требуют очертить область использования сильно агрегированной, но наиболее распространенной квадратичной модели (КМ) компенсации. В первую очередь это необходимо сделать для сетей 110—330 кВ энергосистем — именно здесь возникают естественные сомнения по поводу допустимости ее использования.

Ниже рассматриваются основные разновидности КМ с целью их рационального синтеза и унификации для различных видов электросетей.

Значительное внимание уделено в статье анализу расчетных экспериментов на типичной по обобщенным показателям схеме сети 110—330 кВ, позволившим оценить проектную экономическую эффективность оптимизации КРМ с помощью квадратичной модели по сравнению с пропорциональной компенсацией. Такая оценка необходима потому, что внедрение в практику проектирования и эксплуатации энергосистем дифференцированной степени компенсации на шинах 6—10 кВ понизительных подстанций требует серьезных усилий как в совершенствовании программно-математической базы, так и в организационном направлении — отработке взаимодействия соответствующих проектных институтов и энергоуправлений. Немаловажным препятствием является здесь и определенный психологический барьер, вызванный многолетней практикой пропорциональной компенсации реактивной мощности (РМ) у потребителей. Между тем оптимальное размещение потребительских КУ представляет собой, как показано ниже, весьма значительный и все еще не использованный резерв для снижения потерь мощности и электроэнергии и повышения ряда технических показателей функционирования энергосистем.

*Моделирование электрической сети.* Будем рассматривать электрическую сеть со множеством узлов  $M$ , состоящим из трех подмножеств:  $m$  — промежуточные узлы, не имеющие в исходной сети варьируемых РМ;  $n$  — генераторные узлы, узлы с системными источниками РМ (СИРМ);  $l$  — нагрузочные узлы с варьируемой РМ на шинах 6—10 кВ подстанций. Балансирующий узел расположен в узле  $O$ . Сетевая модель системы применительно к вопросам КРМ всегда содержит конечные ветви с проводимостями  $y_f$  (повышающие и понижающие трансформаторы), за которыми и находятся генераторные и нагрузочные узлы (конечные узлы).

Для исходной сети имеем следующую матрицу узловых проводимостей:

$$Y = G + jB = \left( \begin{array}{c|cc} Y_{mm} & Y_{mn} & Y_{ml} \\ \hline Y_{nm} & y_{n\partial} & 0 \\ Y_{lm} & 0 & y_{l\partial} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} Y_{mm} & Y_{mN} \\ Y_{Nm} & Y_{NN} \end{array} \right), \quad (1)$$

где индекс  $\partial$  обозначает диагональную матрицу.

Соответствующая матрица узловых сопротивлений

$$Z = \left( \begin{array}{cc} Z_{mm} & Z_{mN} \\ Z_{Nm} & Z_{NN} \end{array} \right). \quad (2)$$

Оптимизация КМ позволяет найти в первом приближении входные реактивные мощности  $Q_{\partial N}(f \in N)$  и сводится, как известно, к решению системы линейных уравнений вида

$$ReZ_{NN}Q_{\partial N} = R_{NN}Q_{\partial N} = \lambda_N, \quad (3)$$

где  $\lambda_N$  — матрица-столбец обобщенных параметров, определяемых технико-экономическими показателями

СИРМ и потребительских КУ и балансовыми условиями на переменные  $Q_{ef}$  (см. ниже).

Известно также [3, 4], что представление (3) в виде

$$Q_{ef} = R_{NN}^{-1} \lambda_N = G_{NN}^{-1} \lambda_N \quad (4)$$

позволяет трактовать решение применительно не к исходной сети, а к ее специальной эквивалентной схеме в виде полного  $N$ -угольника с диагоналями (схема ПМД). При этом решение по каждому узлу

$$Q_{ef} = \sum_{k \in N} g_{fk} \lambda_k \quad (f \in N) \quad (5)$$

можно интерпретировать как суперпозицию входных РМ по отдельным ветвям ПМД. Такая декомпозиция решения по ветвям стандартных сетевых модулей ( $N$ -лучевых звезд) открыла новые возможности совершенствования КМ и в методическом, и в вычислительном плане. Однако вопрос получения самой матрицы  $G_{NN}$  рациональным способом, что собственно и обеспечивает вычислительные преимущества, до конца не решен. Непосредственное обращение матрицы  $R_{NN}$  согласно (4), как это предложено в [3, 4], требует предварительного определения матрицы  $Z$ , но это — серьезное препятствие для создания быстрых алгоритмов и программ расчета. Кажущаяся же возможность решения посредством эквивалентирования сети в  $Y$ -форме

$$G''_{NN} = \operatorname{Re} Z_{NN}^{-1} = \operatorname{Re} (Y_{NN} - Y_{Nm} Y_{mm}^{-1} Y_{mN}) \quad (6)$$

не может для реальных сетей давать удовлетворительный результат. Действительно,

$$G_{NN} = (\operatorname{Re} Z_{NN})^{-1} \neq \operatorname{Re} Z_{NN}^{-1} = G''_{NN}, \quad (7)$$

и на одиночной линии с комплексным сопротивлением  $r+jx$  легко убедиться в количественном несоответствии:

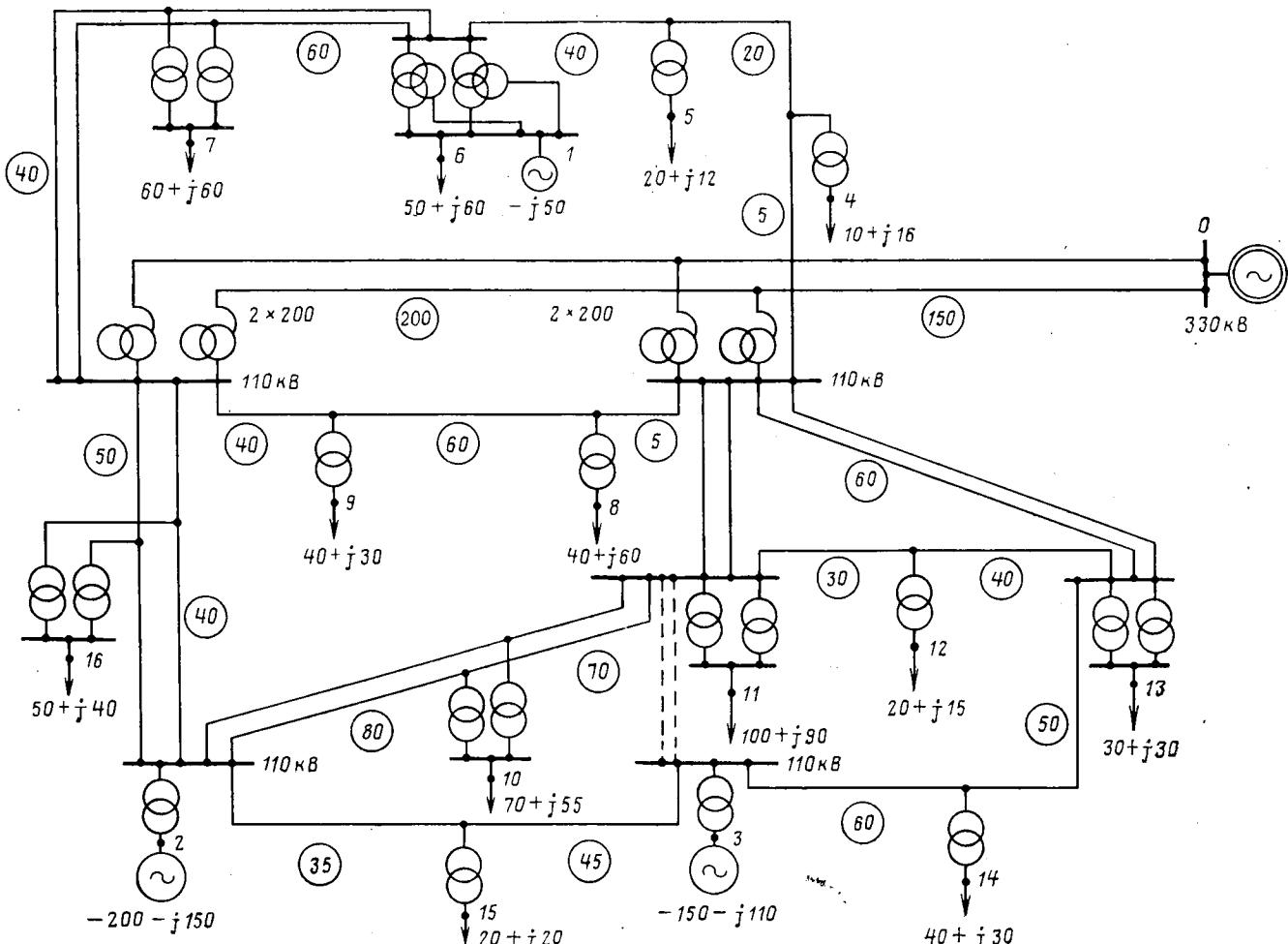
$$\frac{g}{g''} = 1 + \left( \frac{x}{r} \right)^2.$$

Для схемы на рис. 1 рассматриваемые матрицы были рассчитаны и сравнивались по основным для задач КРМ показателям — суммарным проводимостям ПМД относительно нагрузочных узлов, или, как принято в [5], эквивалентным сопротивлениям нагрузочных частей схем. Оказалось, что  $R_{N0} = 1,11 \text{ Ом}$ ,  $R''_{N0} \approx 170 \text{ Ом}$ . Как видно, в сложных сетях диспропорция еще более возрастает.

С другой стороны, расчеты подтвердили предположение о допустимости решения задачи с помощью эквивалентирования сети в  $G$ -форме (либо  $B$ -форме, см. ниже), что основательно упрощает алгоритм оптимизации КМ:

$$G_{NN} = G_{NN} - G_{Nm} G_{mm}^{-1} G_{mN} \approx G_{NN}, \quad (8)$$

при этом операции по исключению узлов ведутся на  $R$ -схеме ( $B$ -схеме).



Одновременно на все остающиеся в схеме узлы разносится реактивная мощность  $Q_m$  промежуточных узлов (генерация РМ линиями 220—330 кВ, фиксированные нагрузки потребителей и др.):

$$\Delta Q_N = G_{Nm} G_{mm}^{-1} Q_m. \quad (9)$$

Для той же схемы рис. 1 оказалось  $R_{N0} = 1,09 \text{ Ом} \approx R_{N0} = 1,11 \text{ Ом}$ .

*Типовые проектные задачи.* При проектировании КРМ в питающих и распределительных электросетях встречаются, в основном, три разновидности задач, использующих для решения один и тот же математический аппарат. Первая задача — экономическая, мощности  $Q_{kf}$  определяются следующими условиями: для КУ нагрузочных узлов стоимость их «последней порции» мощности окупается за нормативный срок; для генераторных узлов — минимумом потерь. Снижение приведенных затрат на сооружение и эксплуатацию сети достигает при этом максимального значения  $\Delta Z_m$ . При квадратичной модели [6]:

$$\Delta Z_m = \frac{c_0}{u^2} \bar{Q}_{kN} R_{NN} Q_{kN}, \quad (10)$$

где  $c_0$  — расчетная стоимость потерь;  $Q_{kN}$  — вектор-столбец оптимальных мощностей ИРМ и КУ, найденных из системы уравнений вида (3). В экономической задаче элементы  $\lambda_f$  в (3) являются расчетными экономическими потенциалами [7], определяемыми издержками на генерацию РМ в узлах.

Определяющая роль в решении экономической задачи принадлежит безразмерному показателю

$$z^* = Z_{k1}/c_0, \quad (11)$$

где  $Z_{k1}$  — линейная составляющая затрат на КУ.

Роль, принадлежащая рассматриваемой задаче, определяется тем фактом, что даже при максимально возможной величине (11)

$$z_{\max}^* = \frac{\max Z_{k1}}{\min c_0} \approx 0,015 - 0,02$$

( $\max Z_{k1} \approx 1,6 \text{ руб/квар}$ ;  $\min c_0 \approx 80 - 100 \text{ руб/кВт}$ ) суммарная мощность экономически оправданных КУ на шинах 6—10 кВ подстанций, как показывают расчеты и что подтверждает выводы [5], превышает реальный ресурс конденсаторов в стране и их минимально необходимую мощность по условию системного баланса РМ. Согласно [8] такая же доминирующая роль экономической компенсации, одновременно решающей и вопросы обеспечения надлежащих напряжений в сети, наблюдается и в зарубежных энергосистемах. И лишь отсутствие должного количества конденсаторов выдвигает на первый план балансовые задачи компенсации.

Общая балансовая задача минимизирует приведенные затраты при балансовом ограничении на все множество узлов  $N$ :

$$\bar{Q}_{kN} = [Q_b]. \quad (12)$$

Такая постановка возникает при необходимости зафиксировать реактивную мощность балансового узла; обычно это имеет место в распределительных сетях, когда роль балансового отводится узлу их присоединения к энергосистеме, а величиной (12) является задаваемая последней входной реактивной мощностью  $Q_{b1}$ . Можно показать, что развернутый вид формулы (5) в данном случае таков:

для генераторных узлов

$$Q_{k1} = g_{k0} (E_{1i} + \Lambda) + \sum_{\substack{k \in n \\ k \neq i}} g_{kh} (E_{1i} - E_{1k}) + \sum_{k \in i} g_{kh} (E_{1i} - E_{2k}); \quad (13)$$

для нагрузочных узлов

$$Q_{k2} = g_{j0} (E_{2j} + \Lambda) + \sum_{k \in n} g_{jh} (E_{2j} - E_{1k}) + \sum_{\substack{k \in i \\ k \neq j}} g_{jh} (E_{2j} - E_{2k}); \quad (14)$$

$$\Lambda = R_{N0} \left( [Q_b] - \sum_{k \in n} g_{k0} E_{1k} - \sum_{k \in i} g_{k0} E_{2k} \right). \quad (15)$$

Здесь  $E_1$  и  $E_2$  — расчетные экономические потенциалы генераторных и нагрузочных узлов:

$$E_1 = d_1 \frac{u^2}{2}; \quad (16)$$

$$E_2 = z^* \frac{u^2}{2}, \quad (17)$$

где  $d_1$  — линейная составляющая удельных потерь активной мощности в синхронных машинах на генерацию РМ. Порядок учета аналогичной квадратичной составляющей, а также издержек в балансовом узле рассмотрен в [9].

Формулы (15)–(17) особенно удобны при расчетах КРМ на промышленных предприятиях с большим числом распределительных пунктов 6—10 кВ, когда вначале определяется структура компенсации — суммарные мощности отдельных видов КУ [10].

Частной балансовой задачей можно назвать такую ее постановку, когда ограничение (12) распространяется лишь на нагрузочные узлы:

$$\bar{Q}_{kl} = [Q_k], \quad (18)$$

где  $[Q_k]$  — ресурс суммарной мощности КУ, который располагают потребители энергосистемы на расчетную перспективу. Эта задача относится, главным образом к питающей сети. Соответствующие формулы приведены в [3].

При пропорциональной компенсации решение данной задачи выражается в простейшую операцию:

$$Q_{kl} = [Q_k] \frac{Q_j}{Q_x}, \quad (19)$$

где  $Q_j$  — расчетная нагрузка узла из множества

На практике вопрос решается еще проще. Опыт проектирования показывает, что взамен операции (19) достаточно предусмотреть на каждой подстанции  $\operatorname{tg} \varphi_j = 0,5$ , чтобы быть уверенным в обеспечении этого решения потребительскими КУ. Такой подход не содержит оптимизирующего звена, и по этой причине потери в энергосистемах заведомо завышены.

При разработках схем развития энергосистем часто возникает еще одна задача КРМ — ликвидация местных дефицитов РМ. Здесь необходимы расчеты режима сети, и с помощью КМ данная задача не решается.

*Системная эффективность компенсирующих устройств.* Размещение КУ в электросети должно подчиняться основному принципу оптимальности в электротехнике — равенству удельных приростов приведе-

ных затрат в отдельных узлах, что четко фиксирует, однако, лишь локальную эффективность компенсации — эффективность «последней порции» мощности КУ. На практике же часто возникает необходимость в оценке эффективности всей установки в целом — при определении последовательности ввода КУ на подстанциях, при проверке окупаемости постоянных капиталовложений и др. По данному вопросу имеются многочисленные разработки, которые требуют систематизации. Ниже затронуты лишь некоторые методологические стороны этой темы, связанные с областью возможного использования КМ.

Представляется, что специальную проверку окупаемости постоянных капиталовложений  $K_a$  на аппаратуру подключения КУ следует проводить лишь для батарей высоковольтных конденсаторов (ВБК) относительно большой мощности, устанавливаемых в узлах нагрузки по одной единице. На практике такая ситуация встречается в промышленной сети 6—10 кВ с распределительными пунктами, на которых возможна установка ВБК, либо в редких случаях размещения системных батарей 6; 10; 35 и 110 кВ по условиям системного баланса РМ или экономичности (такие батареи обычно ставятся для обеспечения надлежащих уровней напряжения).

Во всех остальных случаях — в рассматриваемых задачах оптимального размещения потребительских КУ в питающих сетях или при расчетах КРМ в распределительных сетях без распределительных пунктов — целесообразно пользоваться линейной аппроксимацией удельных капиталовложений:

$$K_{b,k} = K_a / Q_{b,k} + K_y, \quad (20)$$

где  $K_y$  — удельная стоимость конденсаторов. Последующее округление «непрерывных» решений до ближайших стандартных, кратных мощности  $Q_{b,k}$  одной батареи, приводит к оптимуму на целочисленном множестве решений.

В указанных же выше двух случаях необходимо использовать понятие системной эффективности компенсирующего устройства. Последняя определяется как разница двух минимальных приведенных затрат — без участия и при участии оптимальной мощности КУ в  $s$ -м узле в оптимизационном процессе:

$$\delta Z_s = Z_{N-1 \text{ min}} - Z_{N \text{ min}}. \quad (21)$$

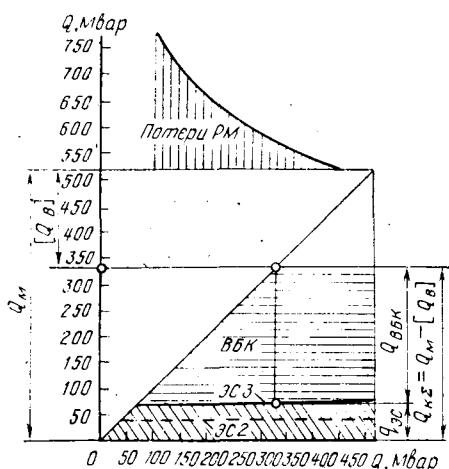


Рис. 2

Вологодская областная универсальная научная библиотека

Квадратичная модель КРМ дает конечную формулу для расчета (21) в экономической задаче компенсации [6]:

$$\delta Z_s = \frac{c_0 Q_{k,s}^2}{u^2 g_{ss}}, \quad (22)$$

где  $g_{ss}$  — собственная проводимость узла в схеме МПД. Величине  $Z_{N-1 \text{ min}}$  отвечают новые оптимальные значения  $Q_{k,i} > Q_{k,j}$ , а соответствующие приращения подчиняются неравенству

$$\sum_{j \in \iota} \Delta Q_{k,j} < Q_{k,s} \quad (j \neq s), \quad (23)$$

обусловленному свойствами электросети. В балансовых задачах это неравенство необходимо переходит в равенство, в общей балансовой задаче — с охватом всех конечных узлов, в частной — только нагрузочных.

Системная эффективность (21) в первом случае, например, определяется как

$$\delta Z_s = \frac{c_0}{u^2} (\bar{Q}'_{\text{e},N} R_{NN} \bar{Q}'_{\text{e},N} - \bar{Q}_{\text{e},N} R_{NN} \bar{Q}_{\text{e},N} - 2 Q_{k,s} E_{2,s} + 2 \Delta \bar{Q}_{N-1} E_{N,s}), \quad (24)$$

где  $\Delta Q_{N-1} = Q_{\text{e},N} - \bar{Q}'_{\text{e},N}$  есть вектор-столбец разности оптимальных входных мощностей  $N-1$  узлов, отвечающих (21);  $E_{N,s}$  — вектор-столбец расчетных экономических потенциалов узлов без  $s$ -й компоненты. После ряда преобразований (24) получаем

$$\delta Z_s = \frac{c_0 Q_{k,s}^2}{u^2 g_{ss}} \left( 1 + \frac{1}{1 + \frac{g_{ss} g_{N,0}}{g_{s,0}^2}} \right). \quad (25)$$

Для питающих сетей энергосистем второе слагаемое в скобках (25) обычно пренебрежимо мало, поэтому при решении здесь всех трех разновидностей задач КРМ системную эффективность каждого КУ можно ориентировочно оценивать по формуле (22). Формула (25) может быть применена в промышленных сетях с распределительными пунктами (см. выше), когда определяется долевое участие ВБК и синхронных двигателей в обеспечении заданной входной мощности  $Q_{a,1}$ .

При определении последовательности ввода КУ в эксплуатацию следует опять же различать случаи установки КУ у потребителей и в энергосистеме. В первом случае наращивание мощностей КУ в узлах питающей сети протекает во времени практически «непрерывно». Оптимальный порядок их ввода хорошо просматривается при последовательном решении частных балансовых задач КРМ с монотонно возрастающей балансовой величиной  $[Q_k]$  в некотором диапазоне  $0 < [Q_k] \leq [Q_k]_m$ . Это моделирует динамический процесс установки очередной порции конденсаторов в узле с наибольшим приростом потерь. Интересно, что данная процедура полностью аналогична методу Хаутеккера для решения задач квадратичного программирования [11].

Порядок установки системных ВБК может быть ориентировано определен по убыванию величины  $^1$

$$\gamma_j = \delta Z_j / Q_{k,j}, \quad (26)$$

Канд. техн. наук Л. А. Германом показано, что критерий (26) не всегда дает правильное решение. Представляется, однако, что его уточнение целесообразно лишь при одновременном уточнении величины  $\delta Z$ ; по сравнению с формулами квадратичной модели.

результат, по-видимому, не изменится, если эффективность  $\delta\mathcal{Z}_0$  определить согласно (21) или по соответствующей формуле, полученной в [12].

**Проектная эффективность оптимизации размещения компенсирующих устройств.** Экспериментальная схема сети (рис. 1) имеет следующие особенности: а) в нагрузочных узлах 4—16 заданы натуральные реактивные нагрузки с  $\operatorname{tg}\varphi_j=1,5-0,6$ , образованные суммированием существующих на момент проектирования с  $\operatorname{tg}\varphi_j=0,5$  и натурального их прироста за период прогнозирования; б) относительные потери активной мощности  $\Delta P^*$  в сети при пропорциональной компенсации с  $\operatorname{tg}\varphi_j=0,5$  находятся в пределах от 7 до 10 % суммарной нагрузки сети  $P_m=550$  МВт, что характеризует её как типичную «в среднем».

Принятые технико-экономические показатели КУ:  $K_y=5$  руб/квар;  $K_a=3000$  руб;  $Q_{b,k}=1250$  квр;  $e=0,225$ ; удельные потери в конденсаторах  $p=0,0025$  кВт/квар; значение  $c_0=132$  руб/кВт. Издержки на генерацию РМ в узлах 2 и 3 на учитывались, а для синхронного компенсатора в узле 1 принято  $d_1=0,015$  кВт/квар. Соответствующие расчетные экономические потенциалы (16) и (17), приведенные к  $u=110$  кВ:  $E_{1,1}=90,8$  кВ<sup>2</sup>,  $E_2=91,4$  кВ<sup>2</sup>.

На рис. 2 приведена структура компенсации, рассчитанная по формулам (13)–(15) для всего возможного диапазона компенсации  $0 \leq |Q_B| \leq Q_m$  по примеру промышленных сетей [10]. Кривая потерь РМ дана за вычетом генерации этой мощности ВЛ 330 кВ. Вариация полученной структуры и расчет соответствующих потерь активной мощности по параметрам режимов токораспределения<sup>2</sup> установили достаточную точность модели (при некоторой тенденции в пользу ВБК). Из рис. 2 видно, что загрузка  $q_B^*$  электростанций по РМ по отношению к их располагаемой мощности не превышает 25 %, что подтверждает высокую экономическую эффективность конденсаторов при современных ценах на замещающую мощность электростанций и электроэнергию.

Цель сопоставительных расчетов при решении частной балансовой задачи заключалась как в проверке адекватности модели, так и в оценке эффективности оптимизации  $\delta\mathcal{Z}_0$  как разницы между стоимостями потерь  $c_0\Delta P_p$  при пропорциональной и  $c_0\Delta P_p$  при оптимальной (в рамках КМ) компенсации. В отличие от [5], где величина отнесена к эффективности  $\delta\mathcal{Z}_p$  пропорциональной компенсации (найти последнюю не удалось — при натуральных реактивных нагрузках уровни напряжения вышли за пределы существования режима), здесь использована безразмерная величина

$$\delta\mathcal{Z}_0^* = \delta\Delta P_0^* = \frac{\Delta P_p - \Delta P_0}{P_m}, \quad (27)$$

аналогичная величина для оценки эффекта снижения потерь РМ при оптимизации

$$\delta\Delta Q_0^* = \frac{\Delta Q_p - \Delta Q_0}{P_m}. \quad (28)$$

<sup>2</sup> Расчеты режимов проводились в вычислительном центре ВГПИ и НИИ Энергосетьпроект (Ростов-на-Дону) М. И. Терениным и Е. Ю. Самсоновой.

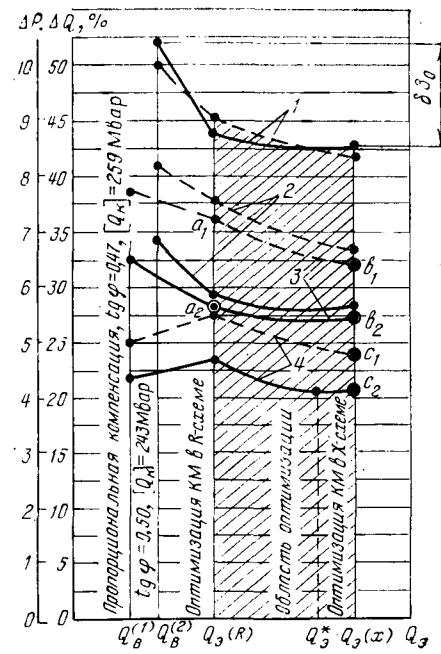


Рис. 3

Рассматривались три варианта исходных данных, для каждого из них расчет проводился трижды: рассчитывались режимы а) при пропорциональной компенсации; б) по результатам оптимизации КМ в R-схеме сети; в) то же, но в x-схеме сети. Последнее обстоятельство нужно пояснить. Поскольку питающая сеть энергосистемы сильно неоднородна, решения задачи для двух указанных схем будут различаться. Можно было предположить, что распределение конденсаторов с учетом только индуктивных сопротивлений даст лучший результат по сравнению с R-схемой вследствие косвенного учета влияния уровней напряжения в узлах, что и подтверждилось расчетами. Оптимизация КМ в x-схеме приводит к несколько меньшим потерям активной мощности, значительно меньшим потерям РМ (рис. 3) и обеспечивает более высокие уровни напряжения на подстанциях. Подтвердилось и другое предположение: точное решение задачи  $\mathbf{Q}_0$  находится в промежутке между решениями  $\mathbf{Q}_{0(R)}$  и  $\mathbf{Q}_{0(x)}$  по каждому нагрузочному узлу и мало отличается от  $\mathbf{Q}_{0(x)}$  как по значениям переменных, так и по потерям.

Вариант 1 по сравнению с вариантом 2 имеет значительно более напряженный режим работы — здесь отключены показанные на рис. 1 пунктиром линии электропередачи. Рост потерь при пропорциональной компенсации сопровождался значительным ростом эффективности  $\delta\mathcal{Z}_0$  оптимизации.

Другая сторона анализа рассматриваемой задачи относилась к возможности КМ правильно оценивать загрузки СИРМ по минимуму потерь при одновременном распределении в нагрузочных узлах заданной мощности конденсаторов. В варианте 3 участвовали загрузки СИРМ  $q_{\mathcal{Z}C}^* \approx 0,25$ , отвечающие оптимальному состоянию модели [3]. Однако последующее увеличение этих загрузок вплоть до  $q_{\mathcal{Z}C}^* \approx 0,75$  (вариант 4) и соответствующие перераспределения мощности  $[Q_k]$  по нагрузочным узлам привели к существенному дополнительному снижению потерь (рис. 3). Таким образом, использование КМ для решения частных балансовых задач ограничи-

Таблица 1

| Узлы                 | Частная балансовая задача:<br>[Q <sub>K</sub> ]=259 Мвар, [q <sub>ЭС</sub> ]=240 Мвар; оптимизация x-схемы |             |               |                                                            | Общая балансовая задача:<br>[Q <sub>B</sub> ]=Q <sub>M</sub> -[Q <sub>K</sub> ]-[q <sub>ЭС</sub> ]=19 Мвар |              |  |     |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|--|-----|
|                      | Заданные суммарные входные РМ, Мвар                                                                        | ΔP, МВт     | ΔQ, Мвар      | Определяемые суммарные входные РМ, Мвар                    | ΔP, МВт                                                                                                    | ΔQ, Мвар     |  |     |
| 1--3<br>4--16        | -240<br>Q <sub>M</sub> -[Q <sub>K</sub> ]=259                                                              | 22,9<br>4,2 | 132,0<br>24,0 | -72<br>91, (Q <sub>KΣ</sub> =427 Мвар)                     | 17,8<br>3,2                                                                                                | 90,1<br>16,4 |  |     |
| Q <sub>B</sub>       | 19                                                                                                         | -           | -             | 19                                                         | -                                                                                                          | -            |  |     |
| Эффект сравнительный | δQ <sub>K</sub> =Q <sub>KΣ</sub> -[Q <sub>K</sub> ]-δΔQ=126,1 Мвар                                         |             |               | δΔP=5,1 МВт, ΔΔQ=41,9 Мвар                                 |                                                                                                            |              |  |     |
| Эффект итоговый      | -                                                                                                          |             |               | ΔЭ=c <sub>0</sub> δΔP-3 <sub>K1</sub> δQ <sub>K</sub> =421 | тыс. руб.                                                                                                  |              |  | год |

вается условием: мощности СИРМ должны определяться либо дополнительным расчетом, выходящим за рамки КМ, либо приниматься фиксированными по техническим соображениям.

Вариант 4 оптимизации иллюстрирует на рис. 3 ту возможную, хотя и редкую ситуацию, когда пропорциональная компенсация достаточно экономична и необходимость дооптимизации отпадает. Легко представить и другую крайность, когда СИРМ в схеме рис. 1 отсутствуют и питание потребителей осуществляется только по линиям 330 кВ. Расчеты показали, что эффективность оптимизации δЭ<sub>0</sub> достигла в этом случае 3 %.

Возможность достижения дополнительного экономического эффекта путем совершенствования структуры компенсации показывает табл. 1. В качестве исходного решения рассматривался вектор  $Q_{\alpha(x)}$  в варианте 4 частной балансовой задачи (рис. 3), соответствующие потери (точки  $c_1$  и  $c_2$ ) и балансовая величина  $[Q_B]=-19$  Мвар. Отвечающее последней решение общей балансовой задачи получено по формулам (13)–(15), общая же оптимальная структура компенсации может быть найдена по рис. 2.

Разницу в оптимизации КМ в R-схеме и x-схеме для решения частной балансовой задачи в варианте 3, соответствующего точкам  $a_1, a_2$  и  $b_1, b_2$  на рис. 3 иллюстрирует табл. 2.

Анализ решения экономической задачи компенсации с помощью КМ указал на систематическую значительную погрешность в сторону занижения мощности ВБК, удельные приrostы потерь в нагрузочных узлах в несколько раз превышали требуемую «парциальную эффективность». Это согласуется со сделанными в [13] выводами о неприменимости КМ для подобных расчетов.

Используя введенные показатели (27) и (28), представим суммарный экономический эффект проектной оптимизации КРМ на 1 МВт мощности энергосистемы:

$$\mathcal{E}_0 = (c_0 \delta \Delta P_0^* + 3_{K1} \delta \Delta Q_0^*) 10^3. \quad (29)$$

Возникает вопрос: каким образом практически данный годовой эффект может быть достигнут? Исключая возможность перераспределения ранее установленных потребительских конденсаторов как нереальную, видим, что величина  $\mathcal{E}_0$  — это та предельная потенциальная эффективность, которая достигается по прошествию некоторого периода  $T_0$  естественного роста нагрузок и применения в энергосистемах оптимального нормирования входных реактивных мощностей. Можно считать,

| Узлы              | Располагаемые реактивные мощности СИРМ и реактивные нагрузки, Мвар | Частная балансовая задача, [Q <sub>K</sub> ]=259 Мвар |                     |               |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------|---------------|
|                   |                                                                    | оптимизация R-схемы                                   | оптимизация x-схемы |               |
| 1                 | -50                                                                | -1,5                                                  | 105,7               | -41,8         |
| 2                 | -150                                                               | -46,5                                                 | 110,5               | -37,4         |
| 3                 | -110                                                               | -34,9                                                 | 107,9               | -33,3         |
| 4                 | 16                                                                 | 13,5                                                  | 104,0               | 1,35          |
| 5                 | 12                                                                 | 9,2                                                   | 107,9               | 0,46          |
| 6                 | 60                                                                 | 2,4                                                   | 112,2               | 0,05          |
| 7                 | 60                                                                 | 36,4                                                  | 110,8               | 0,61          |
| 8                 | 660                                                                | 54,0                                                  | 103,3               | 1,35          |
| 9                 | 30                                                                 | 16,0                                                  | 110,3               | 0,40          |
| 10                | 55                                                                 | 24,0                                                  | 108,1               | 0,34          |
| 11                | 90                                                                 | 44,7                                                  | 109,4               | 0,45          |
| 12                | 15                                                                 | 1,3                                                   | 109,4               | 0,07          |
| 13                | 30                                                                 | 10,0                                                  | 109,3               | 0,33          |
| 14                | 30                                                                 | 8,9                                                   | 108,4               | 0,22          |
| 15                | 20                                                                 | 11,9                                                  | 108,2               | 0,60          |
| 16                | 40                                                                 | 26,7                                                  | 113,0               | 0,53          |
| $\Delta S$ , МВ·А |                                                                    | 31,0 + j198,6                                         |                     | 30,3 + j177,2 |

что  $T_0$  является периодом удвоения нагрузок. Специфика компенсации такова, что наиболее естественная аппроксимация нарастания эффективности  $\mathcal{E}$  от нуля до  $\mathcal{E}_0$  в течение периода  $T_0$  — убывающая экспонента. Тогда на  $t$ -м году планомерной оптимизации имеем

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{E}_0 (1 - e^{-3t/T_0}).$$

Приняв в среднем  $\delta \Delta P_0^*=0,01$  и  $\delta \Delta Q_0^*=0,05$  и при ранее взятых численных показателях, входящих в (29), имеем  $\mathcal{E}_0=1400$  руб/МВт. Допустим, что  $T_0=20$  лет, тогда даже, например, после трех лет реализация оптимального размещения потребительских КУ получим в энергосистеме ощутимый эффект:  $\mathcal{E}_3=500$  руб/МВт.

**Выводы.** 1. Областью возможного использования квадратичной модели КРМ являются все виды балансовых проектных задач в сетях 330 кВ и ниже.

2. Оптимизация размещения потребительских компенсирующих устройств даже на первом шаге значительно повышает экономические и технические показатели функционирования энергосистем. Решение соответствующих вопросов обязательным образом должно входить в объемы сетевых работ на всех этапах планирования и проектирования.

3. Квадратичная модель неприменима для расчета экономически оправданных капиталовложений на компенсирующие устройства как в питающих, так и в распределительных сетях. Исключение в этом плане составляют промышленные кабельные сети и ориентированная оценка системной эффективности компенсирующих устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О направлениях исследований в области компенсации реактивной мощности (дискуссия). — Электричество, 1981, № 10; 1983, № 5.
2. Моисеев Н. Н. Математические методы системного анализа. — М.: Наука, 1982.
3. Калялов Г. М., Молодцов В. С. Матрично-вычислительный метод анализа компенсации реактивных нагрузок сложной электрической сети. — Электричество, 1976, № 2.
4. Молодцов В. С. Учет постоянных составляющих затрат в задаче компенсации реактивных нагрузок сложной электрической сети. — Электричество, 1980, № 3.
5. Железко Ю. С. Компенсация реактивной мощности в сложных электрических системах. — М.: Энергоиздат, 1981.
6. Ковалев И. Н., Татевосян Г. М. Один из методов компенсации реактивных нагрузок в электрических сетях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5.

7. Холмский В. Г., Щербина Ю. В., Колесников С. В. Решение проектной задачи оптимального распределения реактивной мощности методом потенциалов затрат. — В кн.: Электрические сети и системы. — Львов: Львовского ун-та, 1968, вып. 4.

8. Планирование развития энергосистем: Переводы докладов Международной конференции по большим электрическим системам СИГРЭ-80/Под ред. В. А. Веникова. — М.: Энергоиздат, 1982.

9. Ковалев И. Н. Метод расчета компенсации переменных реактивных нагрузок в электрических сетях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 2.

10. Ковалев И. Н., Сидельников В. И. Структура компенсации реактивных нагрузок в проектируемой промышленной сети. — Электричество, 1981, № 9.

11. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. — М.: Мир, 1967.

12. Пекелис В. Г., Розенберг А. Е. О размещении шунтовых конденсаторных батарей в высоковольтных распределительных сетях энергосистем. — Электричество, 1976, № 12.

13. Гремяков А. А., Строев В. А. Определение мощности и размещения конденсаторных батарей в распределительных электрических сетях с учетом режима напряжений. — Электричество, 1976, № 12.

[11.05.83]

УДК 621.313.2.047.4.001.24

## Развитие исследований и разработка метода расчета скользящих контактов электрических машин постоянного тока

Лившиц П. С., канд. техн. наук

Москва

Прогрессирующее развитие техники расширяет сферу применения электрических машин постоянного тока, следствием чего являются проводимые в разных странах интенсивные исследования элементов скользящих контактов этих машин. Исследования проводятся по трем направлениям и на разных уровнях. Первое охватывает теорию и методы расчета электрических машин, второе изучает вопросы технологии щеточного производства, третье исследует область, в которой осуществляется взаимодействие элементов электрических скользящих контактов.

Начало исследований первого направления совпадает по времени с появлением первых электрических машин. Общеизвестные успехи этих исследований привели к тому, что в настоящее время изготавливаются электрические машины постоянного тока мощностью от нескольких ватт до 20 МВт. Дальнейшим развитием этих исследований является сформулированное в [1] предложение об изучении коммутационного процесса путем применения системного подхода последовательного анализа многомерного, многофакторного процесса с привлечением аппарата теории исследования операций. В результате математическую модель коммутационного процесса предложено записывать в следующем виде:

$$L \Theta \frac{di}{dt} + M^T \Theta \frac{di}{dt} = C \Theta dt + E + D + U_{щ} + R \Theta I. \quad (1)$$

Это матрично-векторное уравнение в результате П-преобразований заменяет систему дифференциальных уравнений коммутируемых контуров при множественном щеточном перекрытии, характерном для современных высокоиспользованных электрических машин пре-

дельных мощностей. Первый и второй члены левой части уравнения (1) отражают действие взаимных связей секций. В правой его части располагаются матрицы связей секций ( $C \Theta dt$ ), внешних э. д. с. ( $E$ ), влияния дополнительного полюса ( $D$ ), щеточного контакта ( $U_{щ}$ ) и активных сопротивлений контура ( $R$ ). Символ  $\Theta$  отражает основную идею П-преобразования, заключающуюся в том, что компоненты преобразованной матрицы получаются путем реализации одной и той же операции интегрирования или дифференцирования [1]. Однако при всем многообразии сформулированных предложений при расчете электрических машин и оценке их коммутационной напряженности современная практика использует показатель реактивной э. д. с.  $e_r$ . Вычисление значений этого показателя производится с помощью известных формул К. Пихельмайера, Р. Рихтера — М. Цорна и А. Б. Иоффе, каждая из которых используется при расчете машин определенного назначения.

Исследования в области создания щеток развивались параллельно с работами по созданию электрических машин. В начале текущего столетия были сформулированы некоторые представления о свойствах углеродистых материалов, начавших получать распространение в электромашиностроении. К этому времени была установлена зависимость сопротивления угольных контактов и коэффициента трения от удельного давления и окружной скорости, выявлены факты уменьшения сопротивления скользящего контакта при повышении плотности тока в нем, неравенства переходного падения напряжения под различным образом поляризованными щетками, влияния на эти показатели температуры и др.

Последующий период характеризуется расширением

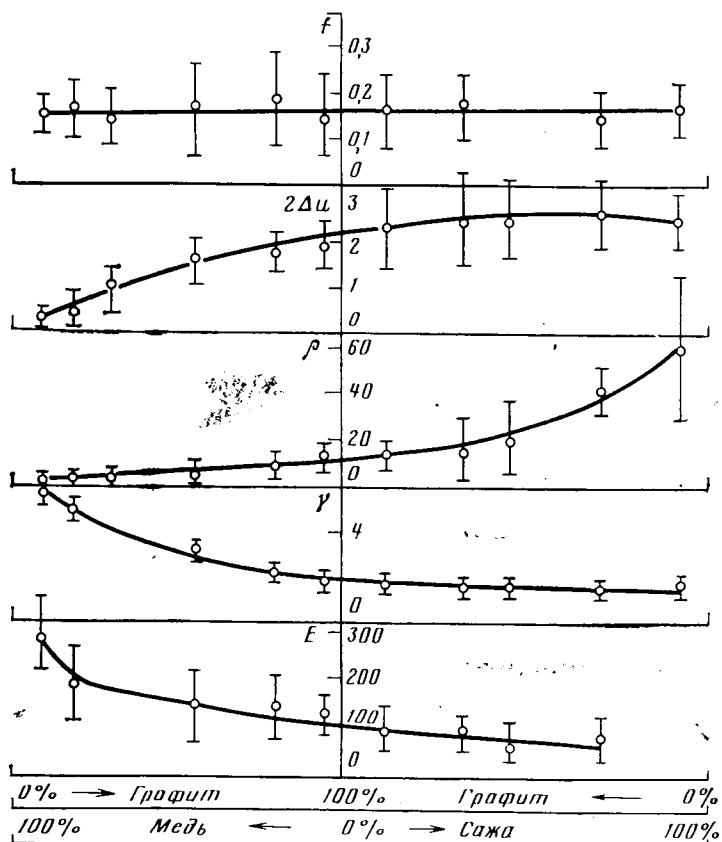


Рис. 1. Изменение некоторых характеристик материала щеток различных марок:  $f$  — коэффициент трения;  $2\Delta u$  — переходное падение напряжения на пару щеток, В;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление, мкОм·м;  $\gamma$  — плотность, г/см<sup>3</sup>;  $E$  — модуль продольной упругости, МПа

круга специалистов, участвующих в решении проблемы электрических скользящих контактов. Вслед за технологами исследованием различных аспектов проблемы начинают заниматься представители других специальностей. Особенно интенсивное развитие этого процесса происходит в связи с появлением высотной авиации.

Осуществляемая во всех отраслях промышленности интенсификация производственных процессов и создание высокоиспользуемых электрических машин с кремний-органической изоляцией предъявили к скользящим контактам свои требования. Для изучения и объяснения происходящих в скользящих контактах явлений и разработки технологических приемов создания материалов, обеспечивающих их удовлетворительную эксплуатацию, начали привлекаться идеи и методы физики полупроводников, радиоэлектроники, физической химии, математической статистики и ряда других отраслей знания. В результате получило развитие целое направление исследований электроугольных изделий. В отечественной литературе эти исследования отражены в публикациях [2] и фундаментальных трудах [3, 4].

Переход от общетеоретических представлений о свойствах щеточных материалов к свойствам щеток конкретных марок, изготавливаемых отечественной промышленностью, осуществлен автором настоящей статьи в монографиях [5—7]. На основе статистико-математического анализа результатов многолетних испытаний выпускавшейся продукции было выявлено, что численные значения технических характеристик этих материа-

лов распределены по закону, приближающемуся к нормальному, определены численные значения параметров расположения и рассеяния этих распределений, произведена систематизация марок выпускавшихся материалов путем построения композиционных треугольников, на плоскости которых были расположены эти марки, и построены изображенные на рис. 1 графики изменения изученных характеристик в зависимости от композиционного состава (марки) щеточных материалов.

Описанные результаты позволили решать многие вопросы, связанные с производством щеток, но они не давали сколько-нибудь надежных представлений о способности последних обеспечивать удовлетворительную работу электрических машин, находящихся в нормальной промышленной эксплуатации. Становилось совершенно необходимым выяснить, какие из используемых в технической документации на щетки характеристик предопределяют их собственно эксплуатационные свойства и какие новые характеристики нужны для того, чтобы эти свойства учитывать более полно.

Решение этой задачи потребовало изучения явлений, происходящих в зоне контакта коллектора со щеткой, и определило содержание работ третьего направления исследований. Развитие работ этого направления осуществлялось на уровне теоретических и практических исследований, выполнявшихся на реальных электрических машинах, находящихся в нормальной промышленной эксплуатации или на лабораторных стендах. Одно из обобщающих исследований теоретического плана изложено в [8], но ни оно, ни другие работы пока не дали результатов, которые могли бы быть использованы практикой.

Более результативными оказались исследования практического плана, первые сообщения о которых в отечественной печати появились в 1958 г. [9], а в зарубежной — в 1963—1966 гг. [10—13].

В [9] было показано, что численные значения скорости изнашивания щеток, находящихся в нормальной промышленной эксплуатации, подобно тому, как это было выяснено при изучении всех других их характеристик, с достаточной для практики точностью могут быть приняты распределенными по нормальному закону с параметрами расположения  $\hat{v}_0$  и рассеяния  $\sigma_0$ . В условиях рассматриваемой задачи первый параметр представляет собой среднее, наиболее вероятное значение скорости изнашивания комплекта щеток, работающих на данной машине, а второй — характеризует разброс значений скорости изнашивания отдельных щеток комплекта от среднего для него значения  $\hat{v}_0$ .

На основе изложенных представлений в различных отраслях народного хозяйства страны были осуществлены многочисленные исследования износа щеток, эксплуатируемых в нормальных промышленных условиях, и определены значения  $\hat{v}_0$  и  $\sigma_0$ . Обобщение полученных экспериментальных данных по методам [14, 15] позволило установить, что средняя скорость изнашивания комплекта щеток, эксплуатируемых на электрических машинах постоянного тока общепромышленного применения, может быть определена по формуле

$$\hat{v}_{\text{щ}} = A + BP_v + CP_v^2, \text{ мм/1000 ч. экспл.}, \quad (2)$$

в которой коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$ , зависящие от марки щеток и режима работы машин, имеют значения, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

| Марки щеток | Для машин, работающих в генераторном режиме |                            |                            |                      |                      |                      | Для машин, работающих в двигательном режиме |                            |                            |                      |                      |                      |
|-------------|---------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|             | <i>A</i>                                    | <i>B</i> · 10 <sup>2</sup> | <i>C</i> · 10 <sup>4</sup> | <i>N<sub>и</sub></i> | <i>η<sub>p</sub></i> | <i>η<sub>щ</sub></i> | <i>A</i>                                    | <i>B</i> · 10 <sup>2</sup> | <i>C</i> · 10 <sup>4</sup> | <i>N<sub>и</sub></i> | <i>η<sub>p</sub></i> | <i>η<sub>щ</sub></i> |
| ЭГ2А        | -0,55                                       | 2,13                       | 0,16                       | 43                   | 0,67                 | 0,61                 | 1,89                                        | -0,23                      | 0,46                       | 81                   | 0,48                 | 0,41                 |
| ЭГ4         | 0,51                                        | 0,48                       | 0,04                       | 52                   | 0,45                 | 0,45                 | —                                           | —                          | —                          | —                    | —                    | —                    |
| ЭГ14        | 1,85                                        | -0,54                      | 0,78                       | 98                   | 0,73                 | 0,96                 | 1,81                                        | 0,61                       | 0,84                       | 118                  | 0,62                 | 0,56                 |
| ЭГ51        | 1,98                                        | -1,06                      | 0,76                       | 28                   | 0,48                 | 0,46                 | —                                           | —                          | —                          | —                    | —                    | —                    |
| ЭГ74        | 2,59                                        | 0,16                       | 0,30                       | 177                  | 0,37                 | 0,30                 | 2,15                                        | -0,39                      | 0,38                       | 166                  | 0,51                 | 0,47                 |
| ЭГ85        | 3,51                                        | -1,97                      | 1,30                       | 78                   | 0,64                 | 0,61                 | 2,38                                        | -1,33                      | 0,85                       | 65                   | 0,64                 | 0,62                 |

Примечания: *N<sub>и</sub>* — общее количество испытаний, проведенных с комплектами щеток данной марки; *η<sub>p</sub>* — оценка степени корреляционной связи между исследуемыми величинами; *η<sub>щ</sub>* — коэффициент регрессии, оценивающий точность выбранного квадратичного приближения.

Таблица 2

| Эксплуатация   | Значения коэффициентов вариации <i>K</i> для щеток марки |     |      |      |      |      |
|----------------|----------------------------------------------------------|-----|------|------|------|------|
|                | ЭГ2А                                                     | ЭГ4 | ЭГ14 | ЭГ51 | ЭГ74 | ЭГ85 |
| На генераторах | 60                                                       | 65  | 90   | 70   | 85   | 85   |
| На двигателях  | 70                                                       | —   | 90   | 70   | 85   | 85   |

Фигурирующий в (2) сомножитель *P<sub>v</sub>*, характеризующий эксплуатационную напряженность скользящих контактов, может быть определен по выражению:

$$P_v \approx 105 \frac{P}{U} \frac{D_{кп} n_{я}}{a_{щ} t_{щ} n_{щ}}, \frac{A}{cm^2} \cdot \frac{m}{c}, \quad (3)$$

где *P* — мощность электрической машины, кВт; *U* — ее напряжение, В; *D<sub>к</sub>* — диаметр коллектора, М; *n<sub>я</sub>* — частота вращения якоря, об/мин; *a<sub>щ</sub>* — аксиальный размер щетки, см; *t<sub>щ</sub>* — тангенциальный размер щетки, см; *n<sub>щ</sub>* — число щеток на машине.

Применение формулы (2) для расчета значений  $\hat{v}_{щ}$  щеток ряда марок, используемых на машинах общепромышленного (неспециализированного) назначения, для которых показатель *P<sub>v</sub>* изменяется от 50 до 350  $A/cm^2 \cdot m/c$ , позволило получить графики рис. 2. Они дают совершенно определенные указания по выбору наиболее износостойчивых щеток для машин, характеризуемых теми или иными значениями показателя *P<sub>v</sub>*.

Решение задачи определения  $\hat{v}_{щ}$  представляет собой точечную оценку рассматриваемого процесса изнашивания щеток, между тем особенности его протекания таковы, что значения скорости изнашивания отдельных щеток комплекта *v<sub>щ</sub>* «рассеиваются» вокруг значений *v<sub>щ</sub>*. Мерой этого «рассеяния» служит среднеквадратичное отклонение, для вычисления которого используется формула

$$\sigma_v = 0,01 \hat{v}_{щ}. \quad (4)$$

Значения входящего в эту формулу коэффициента вариации *K* приведены в табл. 2.

Еще одним результатом практических исследований явилось получение количественной оценки коммутирующих свойств щеток (КСЩ). Поиском подобной оценки в 50-х годах занимались многие исследователи. Кульминационным пунктом обсуждения полученных результатов явилась развернувшаяся на страницах журналов «Электричество» и «Вестник электропромышленности» дискуссия, сведения о которой можно найти в [16].

Из обсуждавшихся предложений проверку временем выдержал предложенный автором в ходе дискуссии критерий, названный в [16] индексом коммутации *N*. В ходе дальнейшего изучения КСЩ с помощью критерия *N* были определены его численные значения для щеток разных марок и изучены закономерности изменения этих значений в зависимости от состава (марки) щеточных материалов. Оказалось, что выявленная закономерность описывается графиком, в частности воспроизведяющим график изменения характеристики *ρ* на рис. 1 [7].

Количественная оценка КСЩ позволяет по-новому осуществлять выбор их марки для обеспечения удовлетворительной коммутации электрических машин, характеризуемых той или иной коммутационной напряженностью *e<sub>r</sub>*. Первая попытка разработать методику подобного выбора была предпринята В. Гейндрихом, указавшим, что высокографитные щетки можно успешно применять на машинах, при расчете которых по первоначальному варианту формулы К. Пихельмайера качественный коэффициент *ξ* не будет превышать семи [17].

Изложенное предложение интересно тем, что содержало первую и, насколько нам известно, единственную попытку согласования количественных характеристик коммутационной напряженности электрических машин с коммутирующими возможностями щеточных материалов. Другие попытки подобного согласования дальше качественных рекомендаций не продвинулись, и методика выбора марки щеток до самого последнего времени оставалась не разработанной.

Разработать подобную методику оказалось возмож-

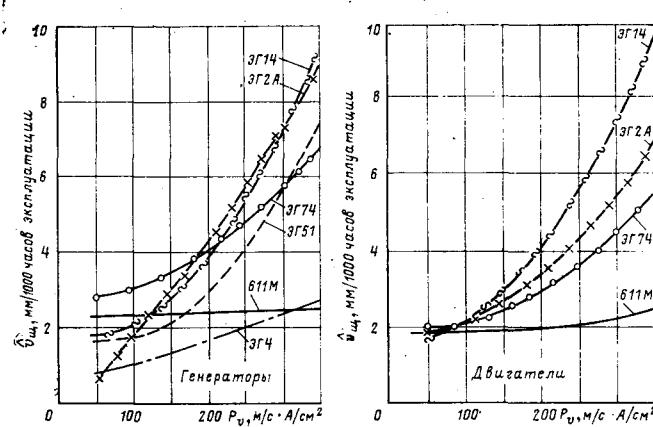


Рис. 2. Изменение скорости изнашивания щеток ряда марок в зависимости от эксплуатационной напряженности скользящих контактов электрических машин, на которых используются щетки.

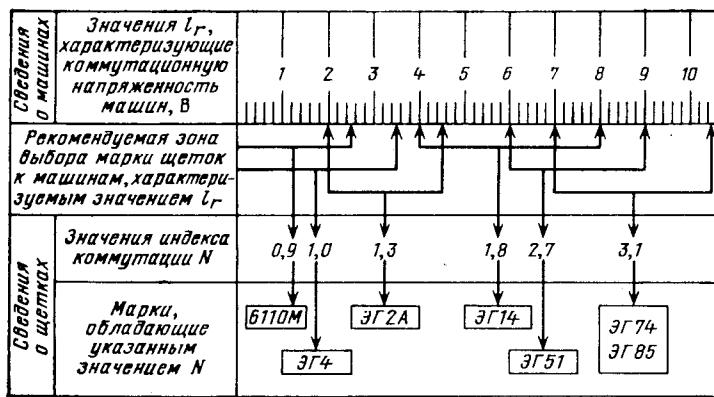


Рис. 3. Номограмма, определяющая выбор марки щеток для электрических машин с заданной коммутационной напряженностью

ным на базе использования показателя индекса коммутации  $N$ . В соответствии с соображениями, подробно изложенными в [18], искомым решением является номограмма, изображенная на рис. 3. На ней показано, что машины, у которых  $e_r \leq 2,5$  В, могут удовлетворительно коммутировать со щетками марки 6110M; машины с  $e_r$  до 3,5 В могут оборудоваться щетками марки ЭГ4; коммутация машин, характеризуемых  $2 \leq e_r \leq 4,5$  В, может обеспечиваться щетками марки ЭГ2А и т. д.

Описываемая номограмма является решением задачи, сформулированной в [17], и ее можно полагать завершением многолетнего периода разработки методов выбора марки щеток для машины с той или иной коммутационной напряженностью.

Каковы же возможности использования изложенных в настоящей статье результатов исследования? Главнейшая из них состоит в том, что конструкторы электрических машин получают метод расчета таких важнейших элементов контактов, как щетки. Ведь до настоящего времени подобного метода фактически не существовало. В самом деле, обращаясь к курсам и руководствам по проектированию электрических машин, можно установить, что в основе используемых методов расчета лежат достаточно точные количественные соотношения, позволяющие рассчитывать магнитные и электрические цепи машин, их пусковые, регулировочные, рабочие, тепловые и прочие характеристики. Эта отлична систематизированная и строгая схема расчета охватывает все части и детали электрических машин, за исключением тех, которые образуют их скользящие контакты.

В практике расчета и конструирования таких элементов этих контактов, как щетки, существующая методика расчета электрических машин теряет свою логичность и последовательность. Так, для решения вопроса о выборе марки щеток, способной обеспечить безыскровую коммутацию, расчетчику машины рекомендуется обращаться к ГОСТ 2332—75 на щетки, в котором никаких сведений об этом их свойстве не содержится. Выдвигаемое современным этапом развития электромашиностроения требование о нормировании показателей надежности работы элементов скользящих контактов этих машин вообще выпадает из поля зрения расчетчика. Между тем в литературе, определяющей порядок проектирования электрических машин, указано, что средний ресурс работы щеток должен составлять  $\hat{T}_p = 2000$  ч,

а вероятность их безотказной работы при указанном числе часов должны удовлетворять соотношению  $P(2000) \geq 0,9$  [19]. Поскольку значения скорости изнашивания щеток распределены по статистическим законам, показатели  $\hat{T}_p$  и  $P(t)$  также следует рассчитывать по законам теории вероятностей. В соответствии с положениями названной теории и разработанными на их основе РТМ 16.800.444—77 точечная оценка величины  $\hat{T}_p$  определяется по формуле

$$\hat{T}_p = \frac{r_{\text{щ}} k_{\text{щ}}}{\hat{v}_{\text{щ}}} \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_v}{\hat{v}_{\text{щ}}} \right)^2 \right] \cdot 10^3, \text{ ч.} \quad (5)$$

Дисперсия этой величины рассчитывается с помощью выражения

$$D\hat{T}_p = \frac{1}{n_{\text{щ}}} \left( \frac{r_{\text{щ}} k_{\text{щ}}}{\hat{v}_{\text{щ}}} \right)^2 \left[ \left( \frac{\sigma_v}{\hat{v}_{\text{щ}}} \right)^2 + 8 \left( \frac{\sigma_v}{\hat{v}_{\text{щ}}} \right)^4 \right] \cdot 10^6, \text{ ч}^2, \quad (6)$$

а для вычисления нижней доверительной границы  $\hat{T}_{p_{\text{он}}}$  с доверительной вероятностью  $\beta$  служит формула

$$T_{p_{\text{он}}} = \hat{T}_p - U_{\beta} \sqrt{D\hat{T}_p}, \text{ ч.} \quad (7)$$

Для определения вероятности безотказной работы применяют формулу

$$P(t) = F_0 \left[ \frac{\frac{r_{\text{щ}} k_{\text{щ}}}{t} - \hat{v}_{\text{щ}} \cdot 10^{-3}}{\sigma_v \cdot 10^{-3}} \right]. \quad (8)$$

В приведенные формулы помимо ранее подробно рассмотренных величин  $\hat{v}_{\text{щ}}$  и  $\sigma_v$  входят следующие:  $r_{\text{щ}}$  — радиальный размер щетки (новой), мм;  $k_{\text{щ}}$  — коэффициент использования размера  $r_{\text{щ}}$ ;  $n_{\text{щ}}$  — число щеток на машине;  $U_{\beta}$  — квантиль нормального закона распределения, определяемый по ГОСТ 17509—72;  $F_0$  — функция, вычисленные значения которой для входящих в нее величин регламентированы ГОСТ 19460—74;  $t$  — время работы, ч.

Изложенная выше возможность использования результатов исследований для расчета показателей надежности работы элементов скользящих контактов, будучи главнейшей, не является единственной. Эти результаты можно использовать также для решения многих других задач обеспечения высокоеффективной работы электрических скользящих контактов, что означает высокоеффективную работу электрических машин и обслуживаемых ими производственных механизмов.

Так, на базе проведенных исследований может быть rationalизирована номенклатура изготавливаемой в стране щеточной продукции, усовершенствована практикуемая система согласования применения щеток, ликвидировано существующее в нормативно-технической документации на щетки несоответствие между содержащимися в ней техническими характеристиками и эксплуатационными свойствами, разработаны принципы специализации производства щеток в странах — членах СЭВ и решен ряд других вопросов, рассмотрение которых должно составить содержание отдельной публикации. Здесь же уместным будет заметить, что к 150-летию создания первых электрических машин удалось ликвидировать отставание в методике расчета используемых на них щеток и научиться производить этот расчет с такой же строгостью и последовательностью, которые характерны для расчетов всех прочих элементов электрических машин.

В заключение необходимо также напомнить, что изложенная в статье информация относится к электрическим машинам общепромышленного (неспециализированного) назначения. Необходимость подобной оговорки обусловлена тем, что весь экспериментальный материал, использованный при выводе расчетных формул и вычислений коэффициентов таблиц 1 и 2, был получен в процессе многолетних систематических наблюдений за работой щеток на машинах указанного назначения.

При использовании щеток в других условиях эксплуатации все их характеристики, естественно, претерпевают те или иные изменения. Общие закономерности этих изменений в зависимости от вызывающих их механических, электрофизических и климатических факторов, освещены в литературе достаточно полно. С некоторыми из них можно познакомиться в [2, 6—8]. Подробное рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящей статьи, однако, как свидетельствует публикация [20], возможность использования основных положений описанного метода для расчета щеток машин специализированного назначения сомнений не вызывает.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трушков А. М. Математическое моделирование процесса коммутации при множественном щеточном перекрытии. — Межвузовский тематический сборник научных трудов Омского института инженеров транспорта. — Омск, 1980.
2. Труды Всесоюзного научно-исследовательского и проектно-технологического института электроугольных изделий. — М.: Энергия, т. 1, 1970; т. 2, 1972; т. 3, 1975.
3. Фиалков А. С. Формирование структуры и свойств углеррафитовых материалов. — М.: Металлургия, 1965.
4. Фиалков А. С. Углеррафитовые материалы. — М.: Энергия, 1979.
5. Лившиц П. С. Щетки для электрических машин. — М.: Госэнергоиздат, 1961.

6. Лившиц П. С. Эксплуатация электрощеток в металлургической промышленности. — М.: Металлургия, 1966.

7. Лившиц П. С. Скользящий контакт электрических машин. — М.: Энергия, 1974.

8. Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961.

9. Лившиц П. С. Некоторые данные об эксплуатационных свойствах электрощеток. — Информационно-технологический сборник ЦБТИ электропромышленности, 1958, вып. 6 (135).

10. Cook T. H., Loco E. Brushes for railway traction motors and for traction auxiliary machines. — Morganite Export Ltd, 1963, Sept.

11. Pattison R., Clark E., Berger B. Carbone bruches performance. — El. Times, 1965, vol. 148, № 76.

12. Андо К. Обследование в условиях промышленной эксплуатации повреждений электрощеток машин постоянного тока, применяемых в металлургической промышленности. — Денки гаккай Гидзуцу хохоку, 1966, № 78.

13. Kromin K., Kryne J. Scierabnosc szszotec napedlach walcarek hutniczych. — Wiedomosci Elektrotechniczne, 1976, № 14.

14. Лившиц П. С. Влияние характеристик скользящего контакта электрических машин на скорость изнашивания щеток. — ЭП. Электротехнические материалы, 1981, вып. 8 (133).

15. Лившиц П. С., Еремин А. А. Количественная оценка скорости изнашивания щеток электрических машин постоянного тока общепромышленного назначения. — Электротехника, 1982, № 4.

16. Лившиц П. С. Об оценке коммутирующих свойств щеточных материалов. — Электричество, 1958, № 1.

17. Гейндрех В. Проблема скользящего контакта в электромашиностроении. — М.: Энергоиздат, 1933.

18. Лившиц П. С. Рекомендации по выбору марки щеток к электрическим машинам с заданной коммутационной напряженностью. — ЭП. Электрические машины, 1981, вып. 6 (124).

19. Гурин А. С., Кузнецов Б. И. Проектирование серий электрических машин. — М.: Энергия, 1978.

20. Стамбулян Г. А., Колбасов Л. А., Артемова Т. А. Статистический анализ влияния параметров коллекторно-щеточного узла на ресурс электродвигателей малой мощности. — ЭП. Электрические машины, 1981, вып. 12 (130).

[07.06.83]

УДК 621.313.018.782.3.001.24

## Магнитная проводимость магнитопровода электрических машин в переходных режимах

ГЛИНКА Т.

Силезский политехнический институт, Гливице, ПНР

**Физическая модель магнитной цепи электрических машин.** Магнитная проводимость магнитопровода существенно влияет на параметры и характеристики электрических машин как в установившихся, так и переходных режимах. В теории электрических машин известны достаточно точные уравнения, описывающие установившиеся режимы. При описании же переходных процессов принимается ряд допущений, которые в основном касаются магнитопровода. Можно сказать, что достоверность математического описания электротехнических характеристик электрических машин определяется точностью определения магнитной проводимости магнитопровода.

Магнитная цепь как машин постоянного тока, так и синхронных машин состоит из ферромагнитного ярма ( $\mu_a > 1$ ;  $\gamma_a > 0$ ), воздушного зазора ( $\mu_v = 1$ ;  $\gamma_v = 0$ ) и шихтованного ярма ( $\mu_m = \infty$ ;  $\gamma_m = 0$ ) — рис. 1. Здесь  $\mu$  — от-

носительная магнитная проницаемость;  $\gamma$  — электрическая проводимость.

Вихревые токи, возбуждаемые в массивных участках, влияют на магнитную проводимость  $\Lambda(p)$ , определяемую уравнением

$$\Lambda(p) = \frac{\Phi(p)}{\theta(p)}. \quad (1)$$

Здесь  $\Phi(p)$  — полезный магнитный поток или, более точно, поток на границе воздушного зазора и шихтованного ярма якоря;  $\theta(p)$  — намагничивающая сила обмотки возбуждения. Обмотка может быть расположена на массивном, шихтованном ярме или на обоих участках.

Массивное ярмо с распределенными вихревыми токами можно эквивалентировать с помощью  $k$  коротко-замкнутых витков (рис. 2), причем каждый виток охватывает сечение стержня  $s_k$ .



и магнитная проводимость массивного участка

$$\Lambda_{\text{я}}(p) = \frac{\Phi(p)}{\theta(p)} = \frac{16ab}{\pi^2 l_{\text{я}}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left[ \frac{1}{\frac{b}{a} \sqrt{\left( \frac{k\pi}{\mu_{\text{я}} \mu_0} \right)^2 + \frac{a^2 \gamma_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}} \mu_0}}} + \frac{1}{\frac{a}{b} \sqrt{\left( \frac{k\pi}{\mu_{\text{я}} \mu_0} \right)^2 + \frac{b^2 \gamma_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}} \mu_0} p}} \right]. \quad (8)$$

В общем случае практически невозможно получить уравнение магнитной проводимости воздушного зазора  $\Lambda_b(p)$ . Это объясняется тем, что поле в воздушном зазоре зависит не только от времени, но также от длины воздушного зазора и размеров массивного участка  $a, b$ .

Однако проводимость воздушного зазора можно определить для двух крайних случаев:

1. Когда массивный участок граничит с большим воздушным зазором. При большом зазоре поле в нем однородное и не зависит от распределения поля в массивном участке. Практически зазор считается большим, когда  $\delta/a$  или  $\delta/b$  больше единицы.

2. Когда массивный участок граничит с малым воздушным зазором (практически  $\delta/a$  и  $\delta/b$  меньше 0,05). В этом случае распределение поля в зазоре почти идентично распределению поля в массивном участке.

При большом воздушном зазоре можно принять магнитную проводимость

$$\Lambda_b(p) = \Lambda_0 = \mu_0 \frac{ab}{\delta}. \quad (9)$$

При допущении в уравнении (8)  $\mu_{\text{я}} = \infty$ , однако  $\mu_{\text{я}}/\gamma_{\text{я}} = \text{const}$ , получаем

$$\left( \frac{k\pi}{\mu_{\text{я}} \mu_0} \right)^2 = 0, \quad \frac{\gamma_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}} \mu_0} = \text{const}.$$

Магнитная проводимость массивного участка

$$\Lambda_{\text{я}}(p) = \frac{16(a+b)}{\pi^2 l_{\text{я}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}} \mu_0} p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2},$$

учитывая, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{8},$$

получаем

$$\Lambda_{\text{я}}(p) = \frac{2(a+b)}{l_{\text{я}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma_{\text{я}}}{\mu_{\text{я}} \mu_0}}}. \quad (10)$$

Учитывая в зависимости (6)  $\Lambda_{\text{ш}}(p) = \infty$  и уравнения (9) и (10), получим

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{1 + \sqrt{pT}}, \quad (11)$$

где  $T = \frac{ab l_{\text{я}}}{2\delta(a+b)} \sqrt{\frac{\gamma_{\text{я}}}{\mu_0 \mu_{\text{я}}}}$ .

При малом воздушном зазоре магнитное сопротивление воздушного зазора можно включить в сопротивление массивного участка с эквивалентной магнитной проницаемостью  $\mu_{\text{я},0}$ . В этом случае магнитная проводимость цепи равна магнитной проводимости массивного

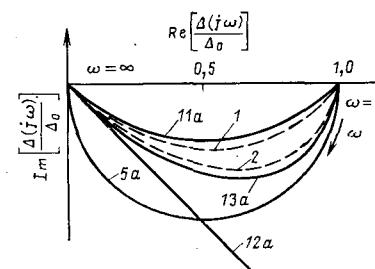


Рис. 4. Частотные характеристики  $\Lambda(j\omega)/\Lambda_0$ ; — — — рассчитанные по уравнениям (5а), (11а), (12а), (13а); — — — опытные кривые

участка

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{pT}}. \quad (12)$$

Полученная формула (12) дает неверные результаты при медленно меняющейся намагничающей силе, то имеет значение, когда  $\theta(p=j\omega)$  при  $\omega \rightarrow 0$ .

В этом случае

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_0} \right| = \infty.$$

Подтверждает это линия 12а на рис. 4.

Причина заключается в допущении  $\mu_{\text{я}} = \infty$ , вследствие чего в уравнении (9) принято  $\left( \frac{k\pi}{\mu_{\text{я}} \mu_0} \right)^2 = 0$ .

Рассматривая случай  $\frac{k\pi}{\mu_{\text{я}} \mu_0} \neq 0$ , для упрощения решения уравнения (9) нами принят массивный участок квадратного сечения ( $a=b$ ), а также учтено только первое слагаемое из суммы ( $k=1$ ). В этом случае получаем магнитную проводимость массивного участка, а также магнитной цепи в виде

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + pT}}, \quad (13)$$

где  $T = a^2 \gamma_{\text{я}} \mu_{\text{я}} \mu_0$ .

Хотя формула (13) выведена для магнитопровода квадратного сечения, из результатов практических испытаний известно, что форма сердечника в принципе не влияет на уравнения магнитной проводимости [2].

Из изложенного выше следует, что магнитную проводимость последовательной магнитной цепи, состоящей из массивного и шихтованного участков и воздушного зазора, можно приблизенно выразить одним из четырех уравнений (5), (11), (12), (13). Все уравнения имеют один параметр  $T$ , который практически определить не трудно.

Разницу в этих функциях можно представить при помощи частотных характеристик или временных функций.

*Сравнение частотных характеристик магнитной проводимости.* Сравнение уравнений магнитной проводимости (5), (11), (12) и (13) наиболее удобно провести графическим методом при помощи частотных характеристик. Частотные характеристики получены из этих уравнений подстановкой  $p=j\omega$ :

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_0} = \frac{1}{1 + j\omega T}; \quad (5a)$$

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_0} = \frac{1}{1 + \sqrt{j\omega T}}; \quad (11a)$$

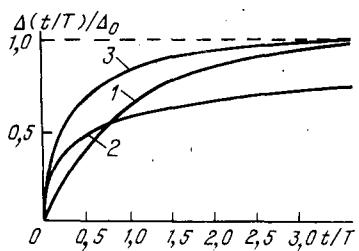


Рис. 5. Графический вид уравнений (5в), (11в), (13в)

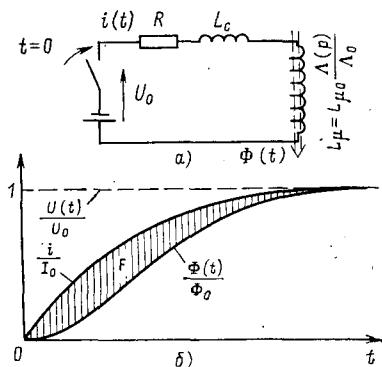


Рис. 6. Методика определения постоянной времени, выступающей как параметр в уравнениях (5), (11), (13)

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{j\omega T}}; \quad (12a)$$

$$\frac{\Lambda(j\omega)}{\Lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + j\omega T}}. \quad (13a)$$

Образцы этих характеристик, рассчитанные по формулам (5а), (11а), (12а), (13а) при  $0 \leq \omega < \infty$ , приведены на рис. 4 (сплошные линии). Как видно, характеристики (5а), (11а) и (13а) проходят через точку [1, 0] при  $\omega=0$  и точку [0, 0] при  $\omega=\infty$ . Причем характеристика (5а) — это полуокружность с центром в точке (0,5, 0) и радиусом, равным 0,5.

Характеристика (11а) — это четверть окружности с центром в точке [0,5; 0,5] и радиусом  $1/\sqrt{2}$ .

Характеристика (12а) — полупрямая, наклоненная к положительному оси под углом  $\pi/4$  и касающаяся кривых (11а) и (13а) в точке [0,0].

Характеристика (13а) — это лемниската, которая при  $\omega=0$  соприкасается с кругом (5а), а при  $\omega=\infty$  — с кругом (11а) и прямой (12а).

Как видно из рис. 4, при больших частотах ( $\omega \rightarrow \infty$ ) кривые (11а), (12а) и (13а) совпадают, а полуокружность (5а) отстает от них. При малых частотах ( $\omega \rightarrow 0$ ) кривые (5а) и (13а) совпадают, а кривая (11а) и прямая (12а) отстают. На рис. 4 приведены экспериментальные характеристики, показанные пунктирными линиями. Опыты проведены на машине постоянного тока с параметрами 14 кВт, 220 В, 77 А, 1450 об/мин.

Кривая 1 соответствует магнитной цепи с большим зазором (цепь добавочных полюсов), а кривая 2 магнитной цепи с малым воздушным зазором (магнитная цепь главных полюсов). Опытные кривые расположены между теоретическими, соответствующими крайним случаям. Опытная кривая 1 цепи с большим воздушным зазором приближается к расчетной, полученной по уравнению (11а), а кривая 2, соответствующая цепи с малым зазором, приближается к кривой, рассчитанной по формуле

(13а). Эти кривые подтверждают, что магнитная цепь добавочных полюсов примерно соответствует условиям при которых получено выражение (11), а магнитная цепь главных полюсов — условиям, при которых выведено (13).

*Временной вид уравнений магнитной проводимости.* Оригиналы выражений (5), (11) и (13) имеют вид:

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = 1 - e^{-t/T}; \quad (56)$$

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = 1 - e^{t/T} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{t}{T}}; \quad (11b)$$

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} = \operatorname{erf} \sqrt{\frac{t}{T}}, \quad (13b)$$

где

$$\operatorname{erf} \sqrt{\frac{t}{T}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{t/T}} e^{-x^2} dx, \quad (14)$$

а функция

$$\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{t}{T}} = 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{t}{T}}. \quad (15)$$

Обе функции  $\operatorname{erf} x$  и  $\operatorname{erfc} x$  являются табличными.

Временные функции, рассчитанные по (56), (11b) и (13b), показаны на рис. 5.

Электромагнитную постоянную времени  $T$  цепей вихревых токов, используемую в уравнениях (5b), (11b), (13b), можно определить по площади  $F$  между опытными кривыми тока обмотки возбуждения  $i(t)$  и магнитного потока  $\Phi(t)$ , полученным при включении постоянного напряжения к обмотке возбуждения (рис. 6). Площадь между кривыми  $i(t)$  и  $\Phi(t)$

$$F = \int_0^{\infty} \left[ \frac{i(t)}{I_0} - \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} \right] dt = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \left[ \frac{I(p)}{I_0} - \frac{\Phi(p)}{\Phi_0} \right] = \\ = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \frac{U_0}{R + pL_e + pL_{\mu 0} \frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0}} \left[ 1 - \frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} \right]. \quad (16)$$

Для кривой  $\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0}$ , описанной уравнением (5),

$$F = T. \quad (17)$$

Апроксимируя уравнение (11b) четырехэкспоненциальной кривой [3, 4]:

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} \approx 1 - 0,32 e^{-\frac{t}{0,05T}} - 0,4 e^{-\frac{t}{1,25T}} - \\ - 0,2 e^{-\frac{t}{17T}} - 0,08 e^{-\frac{t}{300T}}, \quad (11b)$$

получим

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{1 + \sqrt{pT}} \approx \frac{0,32}{1 + 0,05Tp} + \frac{0,4}{1 + 1,25Tp} + \\ + \frac{0,2}{1 + 17Tp} + \frac{0,08}{1 + 300Tp}. \quad (11g)$$

Электромагнитная постоянная времени цепей вихревых токов, используемая в уравнениях (11), рассчитана из уравнений (16) и (11g):

$$T = \frac{F}{27,916}. \quad (18)$$

Аппроксимируя уравнение (13б) четырехэкспоненциальной кривой

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda_0} \approx 1 - 0,18 e^{-\frac{t}{0,095T}} - 0,18 e^{-\frac{t}{0,11T}} - 0,29 e^{-\frac{t}{0,48T}} - 0,35 e^{-\frac{t}{0,93T}}, \quad (13б)$$

определен

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{1+pT}} \approx \frac{0,18}{1+0,0095Tp} + \frac{0,18}{1+0,11Tp} + \frac{0,29}{1+0,48Tp} + \frac{0,35}{1+0,93Tp}. \quad (13г)$$

Постоянная времени, используемая в уравнениях (13), рассчитана из уравнений (16) и (13г):

$$T = \frac{F}{0,5016}. \quad (19)$$

Как видно, если для одной и той же магнитной цепи использовать разные упрощенные уравнения магнитной проводимости (5), (11), (13), то параметр  $T$  для каждого выражения должен иметь свою величину, которую следует определять соответственно по (17), (18), (19). Причем площадка  $F$ , найденная по опытным кривым, будет во всех выражениях одна и та же.

**Выводы.** Магнитную проводимость магнитопровода электрических машин с массивным участком можно аппроксимировать одним из уравнений (3), (5), (11), (13).

Уравнение (3) дает возможность получения достаточно точных расчетов переходных процессов электрических машин, но в нем при  $k \geq 1$  используется значи-

тельное число параметров, определение которых практически невозможно.

При  $k=1$  уравнение (3) упрощается до вида (5), обычно используемого при математическом моделировании машин. Однако, как видно из рис. (4), оно неточно отражает действительную проводимость, причем ошибка возрастает при больших частотах и быстро протекающих процессах.

Как показал наш опыт, магнитную проводимость более точно описывают уравнения (11) и (13), в которых используется один параметр  $T$ , определяемый опытным путем. Причем формула (11) рекомендуется для магнитной цепи с большим воздушным зазором, например, магнитной цепи добавочных полюсов, а формула (13) — для расчета магнитной цепи с небольшим воздушным зазором. Этому случаю приблизительно соответствует магнитная цепь асинхронного двигателя с массивным ротором, цепь главных полюсов машин постоянного тока, а предположительно и цепь синхронной машины.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bühler T. Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe. — Basel und Stuttgart: Birkhäuser—Verlag, 1962.
2. Chura V. Eddy current transients. — Proc. IEEE, 1976, № 3.
3. Пашек В., Глинка Т. Исследование коммутационных свойств машин постоянного тока при изменяющемся токе нагрузки. — Электричество, 1974, № 3.
4. Пашек В., Глинка Т. Влияние поперечной магнитной цепи машин постоянного тока на их коммутационные свойства при изменяющемся токе якоря. — Электротехника, 1974, № 5.

[25.03.83]

УДК 621.313.001.57

## Обобщенная модель многороторного электромеханического преобразователя энергии

Цой В. Н., канд. техн. наук

Фрунзе

Успехи в создании новых электромеханических преобразователей во многом определяются условием развития теории обобщенных электромеханических преобразователей энергии [1—5].

В настоящее время за обобщенный многороторный электромеханический преобразователь энергии принимается идеализированная двухполюсная электрическая машина с  $m$  обмотками на статоре и  $n$  обмотками на  $N$  роторах, расположенными по осям  $\alpha$  и  $\beta$  [4]. Дальнейшее обобщение связано с увеличением не только числа обмоток и роторов, но и количества статоров с учетом их пространственного расположения и наличия взаимоиндуктивной связи между различными системами. Конечно, трудно представить в настоящее время такую электрическую машину, но развитие теории обобщенных электромеханических преобразователей энергии должно опережать и способствовать появлению новых типов электрических машин, обладающих не только новыми физическими свойствами, но и высокими технико-экономическими показателями.

Таким образом, дальнейшим обобщением электромеханических преобразователей энергии является пространственная модель с  $m$  обмотками на  $k$  статорах, сдвинутыми в пространстве относительно друг друга, и с  $n$  обмотками на  $N$  радиальных и  $k$  аксиальных роторах. При этом предполагается, что в преобразователе существуют взаимоиндуктивные связи не только между аксиальными роторами и статором, но и между  $k$  статорами, аксиальными и радиальными роторами, между статором одной системы и роторами других систем.

За обобщенный многообмоточный, многороторный электромеханический преобразователь энергии (ОЭП) примем идеализированную двухполюсную двухфазную электрическую машину с  $m$  обмотками на  $k$  статорах и с  $n$  обмотками на  $N$  концентрических и  $k$  аксиальных роторах (рис. 1). Рассматривая двухфазную машину, предполагаем, что симметричные многофазные многополюсные машины могут быть приведены в двухфазной двухполюсной машине. При этом предпочтение отдано координатам  $\alpha$  и  $\beta$ , как наиболее распространенным при разработке математической теории ОЭП. Представленная модель ОЭП отображает наряду с известными преиму-

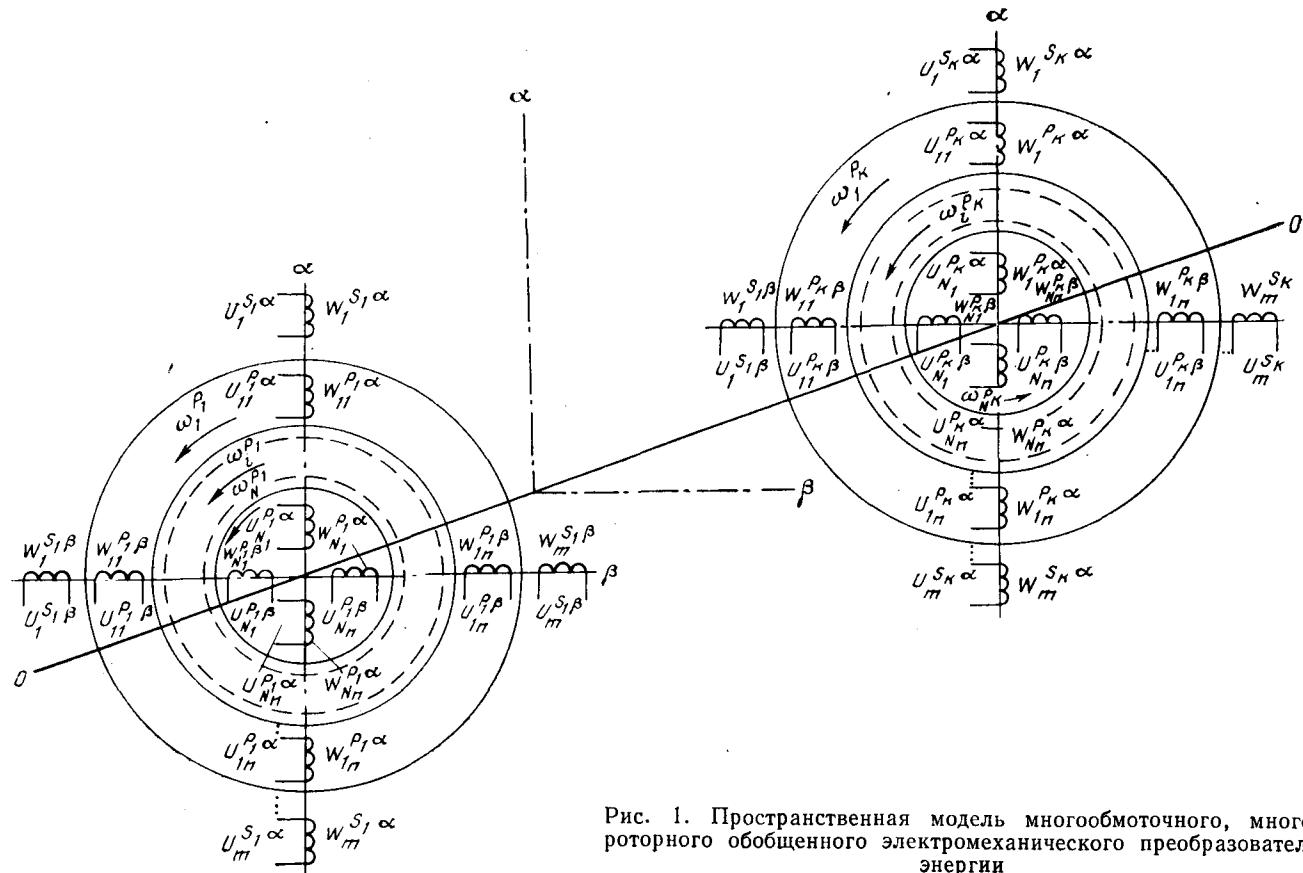


Рис. 1. Пространственная модель многообмоточного, много-роторного обобщенного электромеханического преобразователя энергии

ществами обычных моделей пространственное смещение различных контуров машин — статоров, роторов и их взаимоиндуктивную связь и предполагает, что на одной или различных осях могут находиться обмотки, не имеющие связи с другими обмотками или контурами. На объемной модели обобщенного электромеханического преобразователя энергии (рис. 1) каждая обмотка имеет обозначение, показывающее ее принадлежность к оси  $\alpha$  или  $\beta$ , порядковый номер, а также ее расположение на соответствующих статорах или роторах. Здесь  $W_1^{s_1\alpha}$ , ...,  $W_m^{s_1\alpha}$ , ...,  $W_1^{s_k\alpha}$ , ...,  $W_m^{s_k\alpha}$ , ...,  $W_1^{s_1\beta}$ , ...,  $W_m^{s_1\beta}$ , ...,  $W_1^{s_k\beta}$ , ...,  $W_m^{s_k\beta}$  — обмотки первого и  $k$ -го статоров по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $W_1^{p_1\alpha}$ , ...,  $W_{1n}^{p_1\alpha}$ , ...,  $W_{N1}^{p_1\alpha}$ , ...,  $W_{Nn}^{p_1\alpha}$ , ...,  $W_{11}^{p_1\alpha}$ , ...,  $W_{1n}^{p_k\alpha}$ , ...,  $W_{N1}^{p_k\alpha}$ , ...,  $W_{Nn}^{p_k\alpha}$ , ...,  $W_{11}^{p_k\alpha}$ , ...,  $W_{1n}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{N1}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{Nn}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{11}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{1n}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{N1}^{p_k\beta}$ , ...,  $W_{Nn}^{p_k\beta}$  — обмотки первого и  $N$ -го роторов первой и  $k$ -й систем по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $u_1^{s_1\alpha}$ , ...,  $u_m^{s_1\alpha}$ , ...,  $u_1^{s_k\alpha}$ , ...,  $u_m^{s_k\alpha}$ , ...,  $u_1^{s_1\beta}$ , ...,  $u_m^{s_1\beta}$ , ...,  $u_1^{s_k\beta}$ , ...,  $u_m^{s_k\beta}$  — напряжения, приложенные к обмоткам первого и  $k$ -го статоров по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $\omega_1^{p_1}$ , ...,  $\omega_{N1}^{p_1}$ , ...,  $\omega_{Nn}^{p_1}$ , ...,  $\omega_{11}^{p_k}$ , ...,  $\omega_{1n}^{p_k}$ , ...,  $\omega_{N1}^{p_k}$ , ...,  $\omega_{Nn}^{p_k}$  — частоты вращения первого и  $N$ -го роторов первой и  $k$ -й систем.

В модели ОЭП предполагается, что каждая обмотка питается от независимых источников или составляет любые комбинации с другими обмотками при питании от одного источника. При этом магнитное поле в воздушных зазорах между роторами, статорами и между ста-

тором и роторами можно формировать, подводя к обмоткам сдвинутые относительно друг друга напряжения различных амплитуд и частот.

Дифференциальные уравнения напряжения ОЭП имеют вид сложной матрицы:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & u_{s\alpha} & z_s^\alpha & z_{sp_1}^\alpha & \dots & z_{sp_k}^\alpha & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hline & u_{p_1\alpha} & z_{p_1s}^\alpha & z_{p_1}^\alpha & \dots & z_{p_1p_k}^\alpha & z_{p_1p_k}^\alpha & z_{p_1}^\alpha & z_{p_1}^\alpha & i_{p_1\alpha} \\ \hline & \dots \\ \hline & u_{p_k\alpha} & z_{p_k s}^\alpha & z_{p_k p_1}^\alpha & \dots & z_{p_k p_k}^\alpha & z_{p_k p_k}^\alpha & z_{p_k}^\alpha & z_{p_k}^\alpha & i_{p_k\alpha} \\ \hline & u_{p_k\beta} & z_{p_k s}^\beta & z_{p_k p_1}^\beta & \dots & z_{p_k p_k}^\beta & z_{p_k p_k}^\beta & z_{p_k}^\beta & z_{p_k}^\beta & i_{p_k\beta} \\ \hline & \dots \\ \hline & u_{p_1\beta} & z_{p_1 s}^\beta & z_{p_1 p_1}^\beta & \dots & z_{p_1 p_k}^\beta & z_{p_1 p_k}^\beta & z_{p_1}^\beta & z_{p_1}^\beta & i_{p_1\beta} \\ \hline & u_{s\beta} & 0 & 0 & \dots & 0 & z_{sp_k}^\beta & \dots & z_{sp_1}^\beta & z_s^\beta \\ \hline & & & & & & & & & i_{s\beta} \\ \hline \end{array} \quad (1)$$

В выражении (1) каждый элемент сложной матрицы является субматрицей. Здесь  $u_{s\alpha}$ ,  $u_{p_1\alpha}$ ,  $u_{p_k\alpha}$ ,  $u_{p_k\beta}$ ,  $u_{p_1\beta}$ ,  $u_{s\beta}$ ,  $i_{s\alpha}$ ,  $i_{p_1\alpha}$ ,  $i_{p_k\alpha}$ ,  $i_{p_k\beta}$ ,  $i_{p_1\beta}$ ,  $i_{s\beta}$  — матрицы-столбцы напряжений и токов.

По диагоналям располагаются субматрицы полных сопротивлений —  $z_s^\alpha$ ,  $z_{p_1}^\alpha$ ,  $z_{p_k}^\alpha$ ,  $z_{p_k}^\beta$ ,  $z_{p_1}^\beta$ ,  $z_s^\beta$ .

В связи со сложностью и громоздкостью выражений диагональных субматриц и учитывая идентичность их получения, составим выражения лишь для характерных матриц:

$$|z_s^\alpha| =$$

$$= \begin{vmatrix} r_1^{s_1\alpha} + \frac{d}{dt} L_1^{s_1\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1m}^{s_1\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{11}^{s_1s_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1m}^{s_1s_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{m1}^{s_1\alpha} \dots r_m^{s_1\alpha} + \frac{d}{dt} L_m^{s_1\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_m^{s_1s_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{mm}^{s_1s_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{11}^{s_1s_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1m}^{s_1s_k\alpha} \dots r_k^{s_k\alpha} + \frac{d}{dt} L_1^{s_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1m}^{s_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{m1}^{s_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{mm}^{s_k\alpha} \dots M_{m1}^{s_k\alpha} \dots r_m^{s_k\alpha} + \frac{d}{dt} L_m^{s_k\alpha} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Остальные диагональные субматрицы, входящие в уравнение (1), —  $z_{p_1}^{\alpha}$ ,  $z_{p_k}^{\alpha}$ ,  $z_{p_1}^{\beta}$ ,  $z_{p_k}^{\beta}$ , и другие записываются аналогично приведенной формуле (2), при замене индексов  $\alpha$  на  $\beta$  или на индексы роторной и статорной систем.

В выражениях (2) приняты следующие обозначения:

$r_1^{s_1\alpha}$ ,  $r_m^{s_1\alpha}$ ,  $r_k^{s_1\alpha}$ ,  $r_m^{s_k\alpha}$ ,  $L_1^{s_1\alpha}$ ,  $L_m^{s_1\alpha}$ ,  $L_k^{s_k\alpha}$ ,  $L_m^{s_k\alpha}$  — активные сопротивления и полные индуктивности обмоток первого и  $k$ -го статоров по оси  $\alpha$ ;  $r_{11}^{p_k\alpha}$ ,  $r_{1n}^{p_k\alpha}$ ,  $r_{N1}^{p_k\alpha}$ ,  $r_{Nn}^{p_k\alpha}$ ,  $L_{11}^{p_k\alpha}$ ,  $L_{1n}^{p_k\alpha}$ ,  $L_{N1}^{p_k\alpha}$  — активные сопротивления и полные индуктивности обмоток первого и  $N$ -го роторов  $k$ -й системы по оси  $\alpha$ .

Ввиду большого количества коэффициентов взаимной индуктивности приведем обозначения лишь для характерных величин:  $M_{m1}^{s_1s_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между  $m$ -й обмоткой первого и первой обмоткой  $k$ -го статоров по оси  $\alpha$ ;  $M_{1nNn}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между  $n$ -й обмоткой первого и  $n$ -й обмоткой  $N$ -го роторов  $k$ -й системы по оси  $\alpha$ ;  $M_{Nn11}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между  $n$ -й обмоткой  $N$ -го и первой обмоткой первого ротора  $k$ -й системы по оси  $\alpha$  и т. д.

Полная индуктивность обмотки « $L$ » определяется как сумма взаимных индуктивностей этой обмотки с обмотками данной и других систем и ее индуктивности рассеяния. Для приведенных ОЭП взаимные индуктивности « $M$ » для всех обмоток, расположенных на одной оси и принадлежащих различным системам, должны быть равны друг другу.

Остальные субматрицы полной матрицы сопротивлений выражения (1) —  $z_{p_1}^{\alpha}$ ,  $z_{p_k}^{\alpha}$ ,  $z_{p_1}^{\alpha\beta}$ ,  $z_{p_k}^{\alpha\beta}$ ,  $z_{p_1}^{\beta}$ ,  $z_{p_k}^{\beta}$ , ... отражают взаимоиндуктивные связи между статорами, роторами, статором и роторами и т. д. Запишем выражения для наиболее характерных субматриц (остальные получаются по аналогии):

$$= \begin{vmatrix} \frac{d}{dt} M_{1111}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{111n}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{11N1}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{11Nn}^{p_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{1n11}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1n1n}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1nN1}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{1nNn}^{p_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{N111}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{N11n}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{N1N1}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{N1Nn}^{p_k\alpha} \\ \frac{d}{dt} M_{Nn11}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{Nn1n}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{NnN1}^{p_k\alpha} \dots \frac{d}{dt} M_{NnNn}^{p_k\alpha} \end{vmatrix} \quad (3)$$

где  $M_{111n}^{s_1\alpha}$  — коэффициент взаимной индуктивности между первой обмоткой первого статора и  $n$ -й обмоткой первого ротора первой системы по оси  $\alpha$ ;  $M_{11n1}^{s_1\alpha}$  — коэффициент взаимной индуктивности между первой об-

моткой  $k$ -го статора и первой обмоткой  $N$ -го ротора первой системы по оси  $\alpha$ ;  $M_{N11n}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между первой обмоткой  $N$ -го ротора первой системы и  $n$ -й обмоткой первого ротора  $k$ -й системы по оси  $\alpha$ ;  $M_{NnNn}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между  $n$ -й обмоткой  $N$ -го ротора первой системы и  $n$ -й обмоткой  $N$ -го ротора  $k$ -й системы по оси  $\alpha$  и т. д.

Остальные субматрицы сопротивлений могут быть получены заменой индексов  $\alpha$  и  $\beta$  или заменой индексов статорной или роторной систем.

Кроме рассмотренных субматриц, в полную матрицу сопротивлений вошли матрицы, характеризующие э. д. с. вращения —  $z_{p_1}^{\alpha\beta}$ ,  $z_{p_k}^{\alpha\beta}$ ,  $z_{p_1}^{\beta\alpha}$ ,  $z_{p_k}^{\beta\alpha}$ , ..., которые могут быть определены по следующим формулам:

$$= \begin{vmatrix} \omega_1^{p_1M_{1111}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{111n}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{11N1}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{11Nn}^{p_k\alpha\beta}} \\ \omega_1^{p_1M_{1n11}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{1n1n}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{1nN1}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_1^{p_1M_{1nNn}^{p_k\alpha\beta}} \\ \omega_N^{p_1M_{N111}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{N11n}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{N1N1}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{N1Nn}^{p_k\alpha\beta}} \\ \omega_N^{p_1M_{Nn11}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{Nn1n}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{NnN1}^{p_k\alpha\beta}} \dots \omega_N^{p_1M_{NnNn}^{p_k\alpha\beta}} \end{vmatrix} \quad (4)$$

где  $M_{111n}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между первой обмоткой и  $n$ -й обмоткой первого ротора первой системы по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $M_{N11n}^{p_k\alpha}$  — взаимная индуктивность между первой обмоткой по оси  $\alpha$   $N$ -го ротора первой системы и  $n$ -й обмоткой по оси  $\beta$  первого ротора  $k$ -й системы, и т. д.

Электродвижущие силы вращения, наводимые в обмотках, расположенных по оси  $\alpha$ , имеют положительные знаки, а в обмотках по оси  $\beta$  — индуцируются отрицательные э. д. с. При определении индуктивностей исходим из предположения существования общего потока, с которым сцеплены все обмотки всех систем и потоков рассеяния, сцепленных только с данной обмоткой.

Несимметрия ОЭП по осям  $\alpha$  и  $\beta$ , связанная с исполнением обмоток, учитывается различными параметрами обмоток по соответствующим осям. При этом либо роторная, либо статорная системы должны быть симметричны.

Для полного описания процессов, происходящих в ОЭП, необходимо составить дифференциальные уравнения электромагнитных моментов.

Электромагнитный момент в обобщенном электромеханическом преобразователе энергии определяется произведениями всех токов, протекающих в его контурах, на соответствующие коэффициенты взаимной индукции.

Электромагнитный момент  $N$ -го ротора первой системы

$$M_{Nt}^p = \sum_{l=1}^n i_{Nl}^{p\alpha} \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (M_{Nlj}^{p\alpha s_1\beta} i_j^{s_1\beta} + \dots + M_{Nlj}^{p\alpha s_k\beta} i_j^{s_k\beta}) + \sum_{l=1}^n \sum_{\gamma=1}^n (M_{Nl1\gamma}^{p\alpha p_k\beta} i_{1\gamma}^{p_k\beta} + \dots + M_{NlN\gamma}^{p\alpha p_k\beta} i_{N\gamma}^{p_k\beta}) + \dots + M_{NlN\gamma}^{p\alpha p_k\beta} i_{N\gamma}^{p_k\beta} + \dots + M_{Nl1\gamma}^{p\alpha p_k\beta} i_{1\gamma}^{p_k\beta}) \right] - \sum_{l=1}^n i_{Nl}^{p\beta} \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (M_{Nlj}^{p\beta s_1\alpha} i_j^{s_1\alpha} + \dots + M_{Nlj}^{p\beta s_k\alpha} i_j^{s_k\alpha}) + \dots + M_{NlN\gamma}^{p\beta s_k\alpha} i_{N\gamma}^{s_k\alpha} + \dots + M_{Nl1\gamma}^{p\beta s_k\alpha} i_{1\gamma}^{s_k\alpha}) \right] +$$

$$+ \sum_{l=1}^n \sum_{\gamma=1}^n \left( M_{Nl1\gamma}^{p_1 \beta p_1 \alpha} i_{1\gamma}^{p_1 \alpha} + \dots + M_{NlN\gamma}^{p_1 \beta p_k \alpha} i_{N\gamma}^{p_k \alpha} + \dots + M_{Nl1\gamma}^{p_1 \beta p_k \alpha} i_{1\gamma}^{p_k \alpha} \right) \quad (5)$$

Электромагнитный момент  $N$ -го ротора  $k$ -й системы

$$M_{\alpha N}^{p_k} = \sum_{l=1}^n i_{Nl}^{p_k \alpha} \left[ \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m \left( M_{Nl j}^{p_k \alpha s_1 \beta} i_j^{s_1 \beta} + \dots + M_{Nl j}^{p_k \alpha s_k \beta} i_j^{s_k \beta} \right) + \sum_{l=1}^n \sum_{\gamma=1}^n \left( M_{Nl1\gamma}^{p_k \alpha p_k \beta} i_{1\gamma}^{p_k \beta} + \dots + M_{NlN\gamma}^{p_k \alpha p_k \beta} i_{N\gamma}^{p_k \beta} + \dots + M_{Nl1\gamma}^{p_k \alpha p_k \beta} i_{1\gamma}^{p_k \beta} \right) \right] -$$

$$- \sum_{l=1}^n i_{Nl}^{p_k \beta} \left[ \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m \left( M_{Nl j}^{p_k \beta s_1 \alpha} i_j^{s_1 \alpha} + \dots + M_{Nl j}^{p_k \beta s_k \alpha} i_j^{s_k \alpha} \right) + \sum_{l=1}^n \sum_{\gamma=1}^n \left( M_{Nl1\gamma}^{p_k \beta p_k \alpha} i_{1\gamma}^{p_k \alpha} + \dots + M_{NlN\gamma}^{p_k \beta p_k \alpha} i_{N\gamma}^{p_k \alpha} + \dots + M_{Nl1\gamma}^{p_k \beta p_k \alpha} i_{1\gamma}^{p_k \alpha} \right) \right] \quad (6)$$

Уравнения движения для многообмоточного многороторного ОЭП записываются на основании закона сохранения энергии и массы:

$$\left. \begin{array}{l} M_{c1}^{p_1} = M_{s1}^{p_1} + J_1^{p_1} \frac{d\omega_1^{p_1}}{dt}; \quad M_{cN}^{p_1} = M_{sN}^{p_1} + J_N^{p_1} \frac{d\omega_N^{p_1}}{dt}; \\ M_{c1}^{p_k} = M_{s1}^{p_k} + J_1^{p_k} \frac{d\omega_1^{p_k}}{dt}; \quad M_{cN}^{p_k} = M_{sN}^{p_k} + J_N^{p_k} \frac{d\omega_N^{p_k}}{dt}; \end{array} \right\} \quad (7)$$

причем вращающие и тормозные моменты обусловлены взаимно неподвижными полями статоров и роторов, пульсирующие — взаимно перемещающимися полями как и в обычных электромеханических преобразователях энергии [1—4].

Полученная объемная модель ОЭП и ее основные дифференциальные уравнения (1) и (5) — (8) позволяют исследовать практически все типы электрических машин как в динамических, так и в установившихся режимах. Практическое приложение предложенной многообмоточной многороторной пространственной модели ОЭП в виде электрической машины пока неизвестно, но их возможности безграничны, а стоящие перед электромеханиками задачи можно решить лишь при опережающем развитии теории ОЭП.

С целью упрощения анализа процессов в ОЭП следует ограничить число роторов, число систем (статоров) и обмоток и не учитывать пульсирующие моменты.

Основные дифференциальные уравнения ОЭП записаны в системе координат  $\alpha$  и  $\beta$ , но они могут быть выражены и в других координатах, при этом преобразования осуществляются общезвестными методами.

Рассматриваемая объемная модель ОЭП и его уравнения позволяют создать в будущем и другие типы преобразователей, обладающие новыми физическими и техническими свойствами, в отличие от известных конструкций электрических машин. Так, при количестве систем (статоров), равном единице, ОЭП преобразуется электромеханический преобразователь с  $N$  концентрически расположеными роторами [4], а, принимая количество роторов  $N=2$ , получим известную двухроторную асинхронную машину [6 и 7], основные дифференциальные уравнения которой:

$$\left. \begin{array}{l} u_s^\alpha \\ u_{p_1}^\alpha \\ u_{p_2}^\alpha \\ u_{p_2}^\beta \\ u_{p_1}^\beta \\ u_s^\beta \end{array} \right| = \left. \begin{array}{l} r_\alpha^s + \frac{d}{dt} L_\alpha^s \quad \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{sp_1} \quad \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{sp_2} \\ \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{p_1 s} \quad r_\alpha^{p_1} + \frac{d}{dt} L_\alpha^{p_1} \quad \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{p_1 p_2} \\ \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{p_2 s} \quad \frac{d}{dt} M_{\alpha N}^{p_2 p_1} \quad r_\alpha^{p_2} + \frac{d}{dt} L_\alpha^{p_2} \\ -\omega_{p_2} M_{\beta N}^{p_2 s} \quad -\omega_{p_2} M_{\beta N}^{p_2 p_1} \quad -\omega_{p_2} L^{p_2} \\ -\omega_{p_1} M_{\beta N}^{p_1 s} \quad -\omega_{p_1} L^{p_1} \quad -\omega_{p_1} M_{\beta N}^{p_1 p_2} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array} \right| \times \left. \begin{array}{l} i_s^\alpha \\ i_{p_1}^\alpha \\ i_{p_2}^\alpha \\ i_{p_2}^\beta \\ i_{p_1}^\beta \\ i_s^\beta \end{array} \right|; \quad (9)$$

где  $J_1^{p_1}, J_1^{p_k}, J_N^{p_1}, J_N^{p_k}$  — результирующие моменты инерции соответствующих роторов и систем;  $M_{c1}^{p_1}, M_{cN}^{p_1}, M_{c1}^{p_k}, M_{cN}^{p_k}$  — моменты сопротивления, приложенные к соответствующим роторам и системам. В случае, если все  $N$  роторы всех  $k$  систем совместно работают на общий вал, уравнение движения общего вала

$$M_c = \sum_{s=1}^k \sum_{j=1}^N M_{c s j} = \sum_{s=1}^k \sum_{j=1}^N J_i^{p_s} \frac{d\omega_i^{p_s}}{dt} + M_o. \quad (8)$$

В общем случае в уравнения электромагнитных моментов ОЭП (5) — (8) вошли члены, связанные с созданием вращающих, тормозных и пульсирующих моментов,

Вологодская областная научная библиотека

$$\left. \begin{array}{l} M_{\alpha p_1} = M_{\alpha N}^{p_1 s} (i_\alpha^{s_1} i_{\alpha N}^{p_1} - i_\alpha^{s_2} i_{\alpha N}^{p_2}) + M_{\alpha N}^{p_1 p_2} (-i_{\alpha N}^{p_1} i_{\alpha N}^{p_2} + i_{\alpha N}^{p_1} i_{\alpha N}^{p_2}); \\ M_{\alpha p_2} = M_{\alpha N}^{p_2 s} (i_\alpha^{s_2} i_{\alpha N}^{p_2} - i_\alpha^{s_1} i_{\alpha N}^{p_1}) + M_{\alpha N}^{p_2 p_1} (-i_{\alpha N}^{p_2} i_{\alpha N}^{p_1} + i_{\alpha N}^{p_2} i_{\alpha N}^{p_1}); \\ M_{\alpha p_1} = M_{c p_1} + J_{p_1} \frac{d\omega_{p_1}}{dt}; \\ M_{\alpha p_2} = M_{c p_2} + J_{p_2} \frac{d\omega_{p_2}}{dt}. \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{\beta p_1} = M_{\beta N}^{p_1 s} (i_\beta^{s_1} i_{\beta N}^{p_1} - i_\beta^{s_2} i_{\beta N}^{p_2}) + M_{\beta N}^{p_1 p_2} (-i_{\beta N}^{p_1} i_{\beta N}^{p_2} + i_{\beta N}^{p_1} i_{\beta N}^{p_2}); \\ M_{\beta p_2} = M_{\beta N}^{p_2 s} (i_\beta^{s_2} i_{\beta N}^{p_2} - i_\beta^{s_1} i_{\beta N}^{p_1}) + M_{\beta N}^{p_2 p_1} (-i_{\beta N}^{p_2} i_{\beta N}^{p_1} + i_{\beta N}^{p_2} i_{\beta N}^{p_1}); \\ M_{\beta p_1} = M_{c p_1} + J_{p_1} \frac{d\omega_{p_1}}{dt}; \\ M_{\beta p_2} = M_{c p_2} + J_{p_2} \frac{d\omega_{p_2}}{dt}. \end{array} \right\} \quad (11)$$

В формулах (9) — (11) приняты следующие обозначения:  $r_\alpha^s, r_\beta^s, r_\alpha^{p_1}, r_\beta^{p_1}, r_\alpha^{p_2}, r_\beta^{p_2}, L_\alpha^s, L_\beta^s, L_\alpha^{p_1}, L_\beta^{p_1}, L_\alpha^{p_2}, L_\beta^{p_2}$  — активные сопротивления и полные индуктивности обмоток статора, внешнего и внутреннего роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $u_\alpha^{s_1}, u_\alpha^{p_1}, u_\alpha^{p_2}, u_\beta^{s_1}, u_\beta^{p_1}, u_\beta^{p_2}, i_\alpha^{s_1}, i_\alpha^{p_1}, i_\alpha^{p_2}, i_\beta^{s_1}, i_\beta^{p_1}, i_\beta^{p_2}$  — напряжения и токи обмоток статора, внешнего и внутреннего роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $\omega_{p_1}, \omega_{p_2}, J_{p_1}, J_{p_2}$  — частота вращения и

момент инерции внешнего и внутреннего роторов;  $M_{\vartheta_1}, M_{\vartheta_2}, M_{cp_1}, M_{cp_2}$  — электромагнитные моменты и моменты сопротивления внешнего и внутреннего роторов;  $M_{\alpha}^{sp_1}, M_{\alpha}^{sp_2}, M_{\alpha}^{sp_3}, M_{\beta}^{sp_1}, M_{\beta}^{sp_2}, M_{\beta}^{sp_3}, \dots$  — взаимные индуктивности между обмотками статора и роторами по осям  $\alpha$  и  $\beta$ .

Предполагая, что  $N=1$ , а количество статоров равно  $k$ , получим электромеханический преобразователь, приведенный в [3]; при  $k=1$  получим  $(n-m)$ -фазную машину [1]. Если число статоров равно единице, а число аксиальных роторов равно  $k$ , то можно получить преобразователь, основные дифференциальные уравнения которого

$$\left. \begin{aligned} M_{s1} &= M_{p1s} \left( -i_s^\beta i_{p_1}^\alpha + i_{p_1}^\beta i_s^\alpha \right); \\ M_{s2} &= M_{p2s} \left( -i_s^\beta i_{p_2}^\alpha + i_{p_2}^\beta i_s^\alpha \right). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$M_{32} = M_{p2s} \left( -i_s^\beta i_{p_2}^\alpha + i_{p_2}^\beta i_s^\alpha \right);$$

$$M_{c1} = M_{31} + J_{p1} \frac{d\omega_{p1}}{dt};$$

$$M_{c2} = M_{s2} + J_{p2} \frac{d\omega_{p2}}{dt}. \quad \quad \quad (17)$$

В уравнениях (15) — (17) приняты следующие обозначения:  $r_s^\alpha, r_{p_1}^\alpha, r_{p_2}^\alpha, r_s^\beta, r_{p_1}^\beta, r_{p_2}^\beta, L_s^\alpha, L_{p_1}^\alpha, L_{p_2}^\alpha, L_s^\beta, L_{p_1}^\beta, L_{p_2}^\beta$  — активные сопротивления и полные индуктивности об-

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c}
u_s^\alpha & r_s^\alpha + \frac{d}{dt} L_s^\alpha & \frac{d}{dt} M_{sp_1}^\alpha & \dots & \frac{d}{dt} M_{sp_N}^\alpha & 0 & \dots & 0 & 0 & i_s^\alpha \\
u_{p_1}^\alpha & \frac{d}{dt} M_{p_1 s}^\alpha & r_{p_1}^\alpha + \frac{d}{dt} L_{p_1}^\alpha & \dots & \frac{d}{dt} M_{p_1 p_N}^\alpha & \omega_{p_1} M_{p_1 p_N}^{\alpha\beta} & \dots & \omega_{p_1} L_{p_1} & \omega_{p_1} M_{p_1 s}^{\alpha\beta} & i_{p_1}^\alpha \\
\vdots & \vdots \\
u_{p_N}^\alpha & \frac{d}{dt} M_{p_N s}^\alpha & \frac{d}{dt} M_{p_N p_1}^\alpha & \dots & r_{p_N}^\alpha + \frac{d}{dt} L_{p_N}^\alpha & \omega_{p_N} L_{p_N} & \dots & \omega_{p_N} M_{p_N p_1}^{\alpha\beta} & \omega_{p_N} M_{p_N s}^{\alpha\beta} & i_{p_N}^\alpha \\
u_N^\beta & -\omega_{p_N} M_{p_N s}^{\beta\alpha} & -\omega_{p_N} M_{p_N p_1}^{\beta\alpha} & \dots & -\omega_{p_N} L_{p_N} & r_{p_N}^\beta + \frac{d}{dt} L_{p_N}^\beta & \dots & \frac{d}{dt} M_{p_N p_1}^\beta & \frac{d}{dt} M_{p_N s}^\beta & i_{p_N}^\beta \\
\vdots & \vdots \\
u_{p_1}^\beta & -\omega_{p_1} M_{p_1 s}^{\beta s} & -\omega_{p_1} L_{p_1} & \dots & -\omega_{p_1} M_{p_1 p_N}^{\beta\alpha} & \frac{d}{dt} M_{p_1 p_N}^\beta & \dots & r_{p_1}^\beta + \frac{d}{dt} L_{p_1}^\beta & \frac{d}{dt} M_{p_1 s}^\beta & i_{p_1}^\beta \\
u_s^\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{d}{dt} M_{sp_N}^\beta & \dots & \frac{d}{dt} M_{sp_1}^\beta & r_s^\beta + \frac{d}{dt} L_s^\beta & i_s^\beta
\end{array} \times \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} ; \quad (12)$$

$$M_3 = \sum_{j=1}^k M_{3j} = M_1 (i_{p_1}^{\alpha} i_s^{\beta} - i_{p_1}^{\beta} i_s^{\alpha}) + \dots + \\ + M_{pN_s} (i_{pN}^{\alpha} i_s^{\beta} - i_{pN}^{\beta} i_s^{\alpha}); \quad (13)$$

$$M_c = \sum_{i=1}^k M_{c,i} = M_c + \sum_{i=1}^k J_{p,i} \frac{dw_{pj}}{dt}, \quad (14)$$

где  $u_s^\alpha, u_{p_1}^\beta, u_{pN}^\alpha, i_s^\alpha, i_{p_1}^\alpha, i_{pN}^\alpha, u_s^\beta, u_{p_1}^\beta, u_{pN}^\beta, i_s^\beta, i_{p_1}^\beta, i_{pN}^\beta$  — напряжения и токи обмоток статора и соответствующих роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $r_s^\alpha, r_{p_1}^\alpha, r_{pN}^\alpha, L_s^\alpha, L_{p_1}^\alpha, L_{pN}^\alpha, r_s^\beta, r_{p_1}^\beta, r_{pN}^\beta, L_s^\beta, L_{p_1}^\beta, L_{pN}^\beta$  — активные сопротивления и полные индуктивности обмоток статора и соответствующих роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $\omega_{p_1}, \omega_{pN}, J_{p_1}, J_{pN}$  — частоты вращения и моменты инерции соответствующих роторов;  $M_s, M_c$  — электромагнитный момент и момент сопротивления;  $M_{pNs}^{\alpha\beta}$  — взаимная индуктивность между обмоткой  $N$ -го ротора по оси  $\alpha$  и обмоткой статора по оси  $\beta$ ;  $M_{p_1pN}^{\beta\beta}$  — взаимная индуктивность между обмотками первого и  $N$ -го роторов по оси  $\beta$  и т. д.; если же число роторов равно двум, то получим известную двухроторную асинхронную машину (рис. 2) с аксиально расположеннымми роторами [8], основные уравнения которой

моток статора, основного и вспомогательного роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $u_s^\alpha, u_s^\beta, i_s^\alpha, i_s^\beta, i_{p_1}^\alpha, i_{p_1}^\beta, i_{p_2}^\alpha, i_{p_2}^\beta$  — напряжения и токи обмоток статора, основного и вспомогательного роторов по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $M_{p_1s}^\alpha, M_{p_1s}^\beta, M_{p_2s}^\alpha, M_{p_2s}^\beta$  — взаимные индуктивности между обмоткой статора и обмотками ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $M_{s_1}, M_{s_2}, M_{c_1}, M_{c_2}$  — электромагнитный момент и момент сопротивления основного и вспомогательного роторов;  $\omega_{p_1}, \omega_{p_2}, J_{p_1}, J_{p_2}$  — частоты вращения и моменты инерции основного и вспомогательного роторов.

Разработанные на основе предлагаемой модели многообмоточного многороторного ОЭП энергии некоторые конструкции двухроторных асинхронных машин с аксиальным и радиальным расположением роторов, выпускаемые серийно в СССР и за рубежом, приведены на рис. 2—4.

Основные технические показатели некоторых разработанных автором преобразователей энергии (АДР) приведены в таблице. В ней же приведены для сравнения основные показатели идентичных серийных машин типа АДП, ДАУ и ЭМ.

Предложенная новая объемная модель ОЭП представляет наиболее общий вид преобразователя энергии,

$$\begin{array}{ccccccccc}
u_s^\alpha & r_s^\alpha + \frac{d}{dt} L_s^\alpha & \frac{d}{dt} M_{sp_1}^\alpha & \frac{d}{dt} M_{sp_2}^\alpha & 0 & 0 & 0 & i_s^\alpha \\
0 & \frac{d}{dt} M_{p_1 s}^\alpha & r_{p_1}^\alpha + \frac{d}{dt} L_{p_1}^\alpha & 0 & 0 & \omega_{p_1} L_{p_1} & \omega_{p_1} M_{p_1 s}^{\alpha\beta} & i_{p_1}^\alpha \\
0 & \frac{d}{dt} M_{p_2 s}^\alpha & 0 & r_{p_2}^\alpha + \frac{d}{dt} L_{p_2}^\alpha & \omega_{p_2} L_{p_2} & 0 & \omega_{p_2} M_{p_2 s}^{\alpha\beta} & i_{p_2}^\alpha \\
0 & -\omega_{p_2} M_{p_2 s}^{\beta\alpha} & 0 & -\omega_{p_2} L_{p_2} & r_{p_2}^\beta + \frac{d}{dt} L_{p_2}^\beta & 0 & \frac{d}{dt} M_{p_2 s}^\beta & i_{p_2}^\beta \\
0 & -\omega_{p_1} M_{p_1 s}^{\beta\alpha} & -\omega_{p_1} L_{p_1} & 0 & 0 & r_{p_1}^\beta + \frac{d}{dt} L_{p_1}^\beta & \frac{d}{dt} M_{p_1 s}^\beta & i_{p_1}^\beta \\
u_s^\beta & 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dt} M_{sp_2}^\beta & \frac{d}{dt} M_{sp_1}^\beta & r_s^\beta + \frac{d}{dt} L_s^\beta & i_s^\beta
\end{array} \times \begin{array}{c} i_{p_2}^\alpha \\ i_{p_1}^\alpha \\ i_{p_2}^\beta \\ i_{p_1}^\beta \end{array} ; \quad (15)$$

| Параметры                                               | АДП-362 | АДР-40/50 | ЭМ-25  | АДР-95/400 | АДР-1563А | АДР-105/145-500 | ДАУ-63П | АДР-115/50 |
|---------------------------------------------------------|---------|-----------|--------|------------|-----------|-----------------|---------|------------|
| Полезная мощность, Вт                                   | 19      | 41        | 25     | 94,7       | 62        | 103             | 63      | 115        |
| Частота, Гц                                             | 50      | 50        | 400    | 400        | 500       | 500             | 50      | 50         |
| Напряжение сети, В                                      | 110     | 105       | 115    | 130        | 36        | 70              | 220     | 380        |
| Напряжение управления, В                                | 120     | 160       | 50     | 110        | 220       | 260             | 220     | 380        |
| Емкость в цепи возбуждения, мкФ                         | 6,5     | 8         | 3      | 3,5        | 13        | 11              | 10      | 7,35       |
| Пусковой момент внешнего ротора, г·см                   | 1700    | 3640      | 760    | 3200       | 1200      | 2800            | 6100    | 18 260     |
| Коэффициент полезного действия, %                       | 29      | 22        | —      | 24,3       | 38,5      | 30              | —       | 41         |
| Ток управления, А                                       | 0,65    | 1,45      | —      | 2,55       | 0,75      | 4,75            | 1,23    | 0,93       |
| Ток возбуждения, А                                      | 0,6     | 0,85      | —      | 1,9        | 3,4       | 0,68            | 1,35    | 0,93       |
| Номинальный момент внешнего ротора, г·см                | 950     | 2400      | 580    | 2000       | 1000      | 200             | 3500    | 4600       |
| Синхронная частота вращения, об/мин                     | 3000    | 3000      | 8000   | 8000       | 10 000    | 10 000          | 3000    | 3000       |
| Номинальная частота вращения внешнего ротора, об/мин    | 3000    | 3000      | 8000   | 8000       | 10 000    | 10 000          | 3000    | 3000       |
| Номинальная частота вращения внутреннего ротора, об/мин | 1950    | 1750      | 4000   | 4600       | 5000      | 5500            | 2400    | 2400       |
| Напряжение трогания, В                                  | —       | 2980      | —      | 5600       | —         | 7000            | —       | 2960       |
| Момент инерции внешнего ротора, г·см·с                  | 3       | 1,3       | 1      | 0,3        | 5         | —               | 8       | 4          |
| Электромеханическая постоянная времени, мс              | 0,04    | 0,038     | 0,11   | 0,10       | 0,12      | 0,1             | 0,64    | 0,64       |
| Температура обмоток, °С                                 | 105     | 105       | 155    | 23,2       | 82        | 35,0            | 29,6    | 10,1       |
| Диаметр и длина корпуса, мм                             | 85/125  | 85/132    | 95/141 | 95/151     | 108/157   | 108/180         | 180/240 | 180/240    |
| Масса, кг                                               | 2,6     | 2,2       | 2,7    | 2,7        | 2,7       | 6,0             | 11      | 11         |

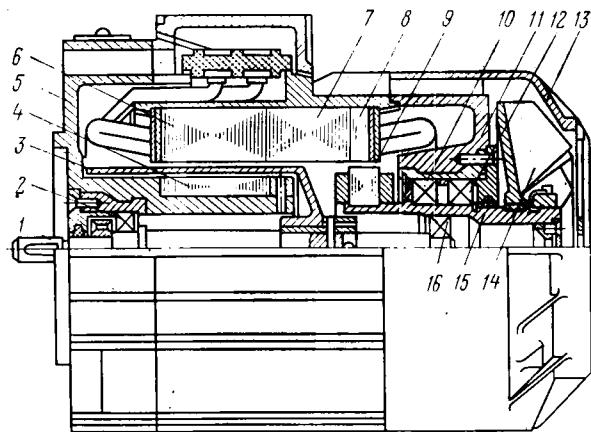


Рис. 2. Двухроторный малоинерционный электромеханический преобразователь энергии с аксиальным расположением роторов: 1 — вал; 2, 10, 12, 16 — подшипники; 3 — полый немагнитный ротор; 4 — внутренний статор; 5 — подшипниковый щит; 6 — основной пакет статора с обмоткой; 7 — промежуточный немагнитный пакет внешнего статора; 8 — дополнительный пакет внешнего статора; 9 — короткозамкнутый ротор вентилятора; 11 — подшипниковый щит; 13 — кожух вентилятора; 14 — лопатки вентилятора; 15 — вал вентиляторного двигателя;

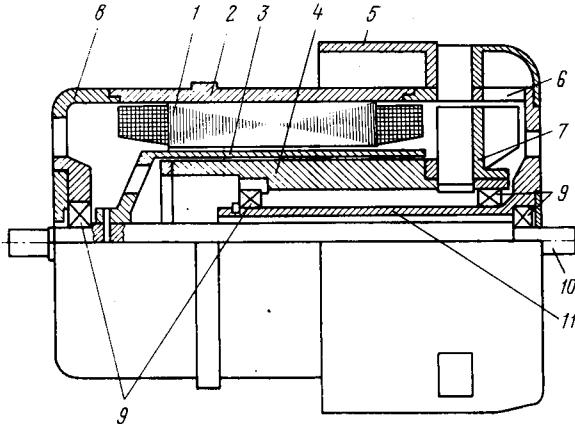


Рис. 3. Двухроторный малоинерционный электромеханический преобразователь энергии с радиальным расположением роторов: 1 — пакет статора с обмоткой; 2 — корпус преобразователя; 3 — внешний немагнитный ротор; 4 — внутренний ферромагнитный ротор; 5 — кожух вентилятора; 6 — подшипниковый щит; 7 — вентилятор; 8 — подшипниковый щит; 9 — подшипники; 10 — вал; 11 — втулка подшипникового щита

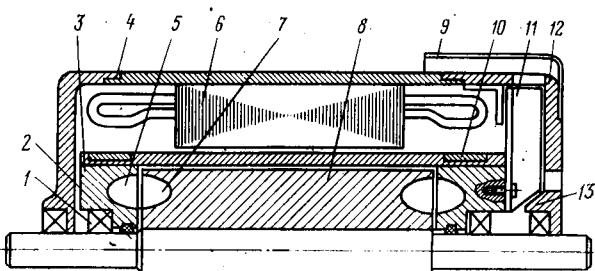


Рис. 4. Многороторный гидродинамический преобразователь энергии: 1 — подшипник внешнего ротора; 2 — вал; 3 — дно внешнего ротора; 4, 12 — подшипниковые щиты; 5 — пакет статора с обмоткой; 6 — гидравлические лопатки внешнего ротора; 7 — гидравлические лопатки внутреннего ротора; 8 — внутренний ротор; 9 — кожух вентилятора; 10 — обмотка внешнего ротора; 11 — вентилятор; 13 — подшипник

и его основные дифференциальные уравнения описывают как динамические, так и установившиеся процессы большинства электрических машин, позволяют исследовать взаимное влияние роторов, различных статоров, влияние гармоник поля на характеристики преобразователя (пронализировать различные режимы работы) и др.

Из полученных дифференциальных уравнений и модели ОЭП энергии могут быть получены уравнения двух- и трехроторочных машин с одним, двумя или тремя роторами, уравнения машин с круговым или эллиптическим полем в воздушных зазорах. Если же допустить, что все частицы проводящей среды в магнитогидродинамической

мических машинах движутся с постоянной скоростью, т. е. среда ведет себя как твердое тело, то, разбивая проводящую среду на  $N$  кольцевых слоев (элементарные роторы), можно процессы преобразования энергии в магнитогидродинамических преобразователях описать на основании предложенной модели ОЭП и ее уравнений.

Исследования вновь разработанных на основе ОЭП многороторных электрических машин показали, что, например, двухроторные асинхронные управляемые двигатели по многим основным техническим показателям в несколько раз превосходят данные серийных машин, в частности: полезная мощность, пусковой момент почти в 2—3 раза больше при одинаковых габаритах и массе, а электромеханическая постоянная в 2 раза меньше [7].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. — М.: Энергия, 1964.
2. Сили С. Электромеханическое преобразование энергии. — М.: Энергия, 1968.
3. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. — М.: Энергия, 1973.
4. Копылов И. П., Цой В. Н. Уравнения обобщенного электромеханического преобразователя энергии с  $N$  роторами. — Изв. вузов. Электромеханика, 1979, № 8.
5. Леви Э., Панцер М. Электромеханическое преобразование энергии. — М.: Мир, 1969.
6. Цой В. Н. Аналитическое исследование управляемого двухроторного асинхронного двигателя с внутренним ферромагнитным ротором. — Электротехника, 1977, № 7.
7. Цой В. Н., Филатов М. Н. Двухроторный асинхронный электродвигатель. — М.: Энергия, 1981.
8. Совмещенные электрические машины для автоматики/ Ю. М. Келим, И. П. Копылов, Д. В. Свечарник, Л. Х. Шидлович. — М.: Энергия, 1969.

[13.01.83]



УДК 621.382.32(048)

## Силовые полевые транзисторы в энергетических устройствах (обзор)

ДЬЯКОНОВ В. П., доктор техн. наук  
Смоленский филиал МЭИ

В различных преобразовательных устройствах все большее применение находят мощные биполярные транзисторы, выгодно отличающиеся от тиристоров полным управлением и быстродействием. В то же время этому классу приборов присущи серьезные и принципиальные недостатки: большие управляющие токи базы, большой разброс коэффициента передачи тока базы  $B$ , заметные времена накопления и рассасывания избыточных зарядов в структуре (доли — единицы микросекунд), подверженность тепловому и вторичному пробоем, ухудшение усиительных свойств и быстродействия при больших токах коллектора, трудность параллельного включения и др. Эти недостатки особенно заметны при повышенных частотах преобразования электрической энергии, например, в бортовых источниках вторичного электропитания, аппаратуре ВЧ-нагрева, технологической ультразвуковой и электроискровой аппаратуре и др.

В последнее десятилетие наметился большой прогресс в разработке нового класса транзисторов — мощных полевых. Первые типы промышленных мощных полевых транзисторов со структурой «металл — диэлектрик — полупроводник» (МДП) были созданы в СССР еще в начале 70-х годов — приборы типов КП901, КП902 и КП904 [1—4] и лишь затем такие приборы появились за рубежом [11—14]. В настоящее время в СССР выпускается обширная номенклатура мощных МДП-транзисторов с рабочими токами до 20 А, напряжениями до 100 В и рассеиваемыми мощностями до 75 Вт.

С целью увеличения коммутируемой мощности предпринимались попытки построения силовых ключей на большом числе (до 100) параллельно включенных мало мощных дискретных полевых транзисторах [6, 7]. Хотя техническая и экономическая целесообразность такого решения не оправдалась, полученные данные показали, что применение полевых транзисторов в силовых ключах улучшает их энергетические характеристики прежде все-

го к. п. д. по сравнению с ключами на биполярных транзисторах.

Исследование отечественных мощных МДП-транзисторов выявило их уникальные импульсные свойства [8—10]: возможность быстрого (за доли — единицы на-носекунд) переключения больших токов (до 20 А), ничтожно малые статические и динамические мощности управления, отсутствие явлений теплового и вторичного пробоев, возможность управления от однополярных сигналов, в том числе получаемых с выхода типовых интегральных микросхем, наличие явления самоограничения тока стока и др. Впервые были показаны преимущества составных транзисторов (на основе МДП- и биполярных структур) в силовых ключах [17, 18].

Таким образом, были созданы предпосылки для разработки и освоения серийного производства мощных силовых полевых транзисторов. Этому классу приборов уделяется большое внимание и за рубежом [5, 11—15].

Рассмотрим структуру и параметры силовых полевых транзисторов. Первые типы мощных полевых транзисторов были с управляющим  $p-n$ -переходом [16]. Однако предельные возможности их оказались значительно меньшими, чем у мощных МДП-транзисторов — выпуск первых в 1980 г. в США составил всего на 0,8 млн. долл. [15] (в 1984 г. ожидается увеличение объема выпуска полевых транзисторов до суммы в 50 млн. долл.).

Принцип действия маломощных МДП-транзисторов общеизвестен. Поэтому остановимся лишь на важнейших особенностях работы и конструкции мощных МДП-транзисторов. В основе технических идей, приведших к развитию этого нового класса приборов, лежат три основных принципа:

1. Параллельное включение множества (до десятков тысяч) элементарных структур с идентичными параметрами, выполненных на одной полупроводниковой подложке.
2. Создание высокомомной области стока, впервые

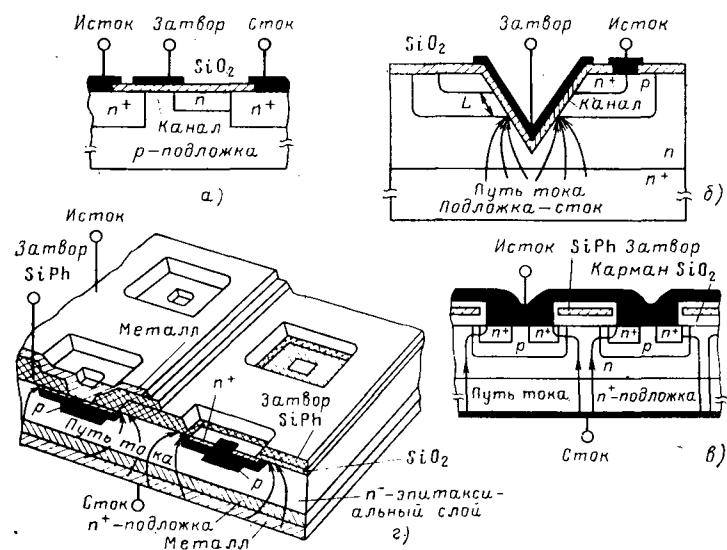


Рис. 1. Структуры мощных МДП-транзисторов: горизонтальная (а), V-образная (б), гексагональная (в) и Simpos (г)

предложенной В. В. Бачуриным, О. В. Соповым и др. [2—5], предотвращающей смыкание области объемного заряда стокового  $p$ - $n$ -перехода с истоком и позволяющей значительно увеличить рабочее напряжение на стоке  $U_{c.i.}$

3. Создание «вертикальной» структуры, в которой носители зарядов — электроны проходят от множества истоковых областей, расположенных на поверхности кристалла, к стоку, расположенному на массивном основании, что уменьшает омическое сопротивление канала включенного прибора и улучшает отвод тепла.

Первые типы мощных МДП-транзисторов (КП901, КП902, КП904 и др.) имели горизонтальное расположение индуцированного канала элементарных структур (рис. 1, a). Отношение общей ширины канала  $W$  к его длине  $L$  достигало  $2,4 \cdot 10^4$  у приборов КП904 при  $W = 12$  см [2]. Такие приборы являются наиболее высокочастотными — например, транзистор КП907 отдает мощность более 5 Вт на частоте 1 ГГц, а КП904 — до 50 Вт на частоте 60 МГц. Однако горизонтальное расположение канала и стокового вывода на поверхности кристалла вдали от теплоотводящего основания затрудняет теплоотвод и не позволяет получать малые сопротивления «сток — исток»  $R_{с.и.вкл}$  у включенного прибора — у транзисторов КП904 оно составляет около 2,5 Ом.

Фирмой Siliconix (США) были разработаны  $V$ -МДП (в оригинале  $V$ -МОП) транзисторы [13]. Их базовая структура (рис. 1, б) подобна структуре мощного эпитаксиального биполярного транзистора, что несомненно способствовало быстрому освоению серийного производства мощных  $V$ -МДП транзисторов. Отличительной особенностью их является наличие  $V$ -образной канавки, полученной селективным травлением кремния при определенной ориентации кристаллических осей. Структуры типа, рассмотренного на рис. 1, а, при этом образуются у наклонных граней канавки — третий из указанных принципов. Данная структура имеет следующие достоинства: удваивается общая ширина канала, длина канала может быть сделана малой — до долей микрометра, так как она определяется уже не разрешением фотолитографии, а толщиной диффузионной  $p$ -области, плотность упаковки повышается из-за отсутствия

| Тип транзистора  | Структура               | $I_c$ max, A | $I_c$ имп, A | $U_{c, имп}$ , В | $S$ , A/B | $R_{c, имп}$ , Ом | $P_{pac}$ , Вт |
|------------------|-------------------------|--------------|--------------|------------------|-----------|-------------------|----------------|
| КП904 (СССР)     | Горизонтальная<br>V-МДП | 5            | 7,5          | 100              | 0,45      | 2,5               | 75             |
| КП909 (СССР)     | V-МДП                   | 7,5          | —            | 65               | 0,65      | 1                 | 60             |
| IRF-150 (США)    | HEXFET                  | 28           | 70           | 100              | 10        | 0,045             | 150            |
| IRF-350 (США)    | HEXFET                  | 11           | 25           | 400              | 9         | 0,25              | 150            |
| VN-64 GA (США)   | V-МДП                   | 12,5         | 15           | 60               | 2,2       | 0,3               | 80             |
| 2SK-134 (Япония) | V-МДП                   | 7            | —            | 140              | 1,3       | —                 | 100            |
| BUZ-15 (ФРГ)     | Sipmos                  | 30           | —            | 50               | —         | 0,03              | 100            |
| BUZ-34 (ФРГ)     | Sipmos                  | 14           | —            | 200              | 7         | 0,14              | 100            |
| BUZ-84 (ФРГ)     | Sipmos                  | 5,8          | —            | 800              | —         | 1                 | 100            |
| BUZ-54 (ФРГ)     | Sipmos                  | 4,7          | —            | 1000             | —         | 2                 | 100            |

на поверхности стоковых областей и контактов к ним, сопротивление  $R_{c.i.vkl}$  можно сделать малым, так как ток стока течет вертикально и большую часть пути проходит по низкоомной подложке. Недостатком структур с  $V$  и  $U$ -образными канавками является заметное ухудшение качества кремния на гранях травленной канавки, что снижает предельные энергетические параметры приборов.

Для силовой техники особый интерес представляют «гексагональные» мощные МДП-транзисторы, разработанные фирмой «International Rectifier» и получившие краткое обозначение HEXFET [13]. Их структура (рис. 1, в) содержит множество элементарных шестиугольных ячеек, выполненных по Д-МОП-технологии (двойной диффузии). Такая форма ячеек обеспечивает плотную компоновку их на кристалле. В сочетании с повышенным качеством кремния это обеспечивает получение весьма высоких параметров: крутизны  $S$  до  $10 \text{ A/B}$ ,  $R_{\text{с.и.вкл}}$  до  $0,05 \text{ Ом}$  и  $U_{\text{с.и}}$  до  $500 \text{ В}$ . Ток стока у HEXFET-приборов большую часть пути идет также вертикально и лишь у самого истока растекается в горизонтальном направлении. Семейство выходных характеристик транзисторов IRF-150 этого класса показано на рис. 2.

В отличие от HEXFET приборов у Д-МОП-транзисторов западногерманской фирмы Siemens (SiPMOS-транзисторов), показанных в разрезе на рис. 1, 2, элементарная ячейка имеет прямоугольную форму. Кромка затвора у них имеет характерную клинообразную форму, причем через отверстия в затворе выполняется имплантация примесей, создающих области истока. Таким образом, обеспечивается точное самосовмещение затвора с истоковыми областями, что повышает плотность упаковки структур на кристалле.

В таблице приведены параметры ряда серийных мощных МДП-транзисторов, иллюстрирующие достигнутый

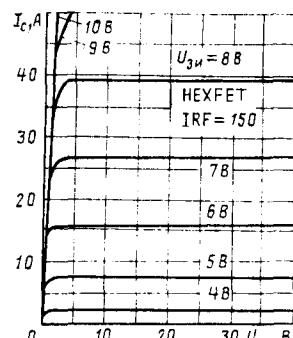


Рис. 2. Семейство выходных вольт-амперных характеристик гексагонального мощного МДП-транзистора IRF-150 показывает, что при токе стока 30 А остаточное напряжение не превышает 2 В

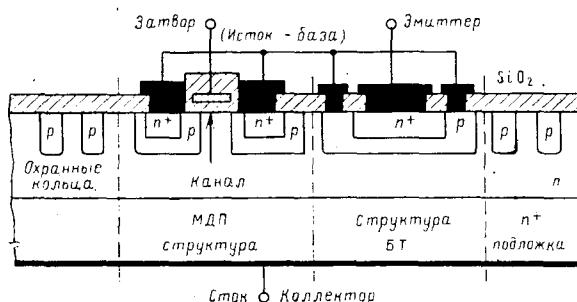


Рис. 3. Монолитный прибор в виде комбинации мощного МДП- и биполярного транзисторов

уровень максимальных токов стока, рабочих напряжений и рассеиваемых мощностей. Наилучшие параметры с позиций применимости в силовых устройствах имеют HEXFET- и Sipmos-транзисторы.

Затвор у HEXFET- и Sipmos-транзисторов выполняется из поликристаллического кремния и имеет значительное распределенное сопротивление, в первом приближении учитываемое последовательным сопротивлением затвора  $r_s$ . Совместно со значительной входной емкостью  $C_{111}$  (до 4000 пФ) у сильноточных HEXFET-приборов, это сопротивление обуславливает постоянную времени затвора  $\tau_s = r_s C_{111}$ , достигающую десятков — сотен наносекунд (меньшие  $\tau_s$  у Sipmos-приборов). Это снижает быстродействие транзисторов и обуславливает времена переключения также в десятки — сотни наносекунд. Однако такое время переключения вполне приемлемо для силовых устройств даже при частотах преобразования до 500 кГц. При этом реально достигаемые скорости переключения, характеризуемые параметрами  $dI_c/dt$  и  $dU_{c,i}/dt$ , на один-два порядка выше, чем у мощных биполярных транзисторов с близкими энергетическими возможностями.

Хотя отдельные типы мощных полевых транзисторов имеют остаточное напряжение  $U_{oest} = I_c R_{c,i.vkl}$ , сравниваемое с получаемым у биполярных транзисторов, это достигается за счет существенного усложнения структуры, увеличения площади кристалла и повышения стоимости приборов. В [17, 18] показано, что составной прибор сочетает достоинства мощных полевых и биполярных транзисторов: имеет ничтожно малую мощность управления, не насыщается во включенном состоянии, имеет большую эквивалентную крутизну  $S_0 = S(B+1)$  и малые  $U_{oest}$ , близкие к получаемым у биполярных транзисторов. За рубежом составные приборы в последнее время рассматриваются как новое перспективное решение в создании силовых приборов. На рис. 3 показана структура монолитного составного транзистора [19]. Сообщается, что такие приборы при рабочем напряжении 500 В и токе 20 А имеют сопротивление во включенном состоянии менее 0,3 Ом.

Перейдем к рассмотрению областей применения силовых полевых транзисторов. Элементарный ключ на мощном МДП-транзисторе легко управляется с выхода логических микросхем. При использовании в нем наиболее мощных (из числа указанных в таблице) транзисторов, ключ обеспечивает коммутацию мощности до 3—4 кВт за время около 200 нс. Ключ рис. 4 работает на нагрузку, один из выводов которой заземлен.

При больших управляющих напряжениях на затворе ток стока

$$I_c = (E - U_{oest})/R_h \approx E/R_h,$$

причем  $E \gg U_{oest}$ . Следовательно, статический к. п. д. ключа

$$\eta = \frac{P_h}{I_c E} = \frac{E - U_{oest}}{E} = \frac{R_h}{R_h + R_{c,i.vkl}}.$$

При  $E = 400$  В,  $R_h = 40$  Ом и  $I_c = 10$  А ключ на мощном МДП-транзисторе IRF-150 с  $R_{c,i.vkl} = 0,25$  Ом позволяет получить статический к. п. д.  $\eta = 99,4\%$ . С учетом динамических потерь к. п. д. достигает 90—98 % при частотах переключения до 50—500 кГц. Детальный количественный расчет переходных процессов в ключах на мощных МДП-транзисторах с учетом их инерционности и нелинейности вольт-амперных характеристик дан в [9, 10].

Преимущества мощных МДП-транзисторов перед биполярными особенно заметны при частотах переключения выше 10—15 кГц, хотя на таких частотах успешно могут работать и мощные биполярные транзисторы. Хотя в динамическом режиме работы мощность управления  $P_y = f C_{111} U_{3m}^2 / 2$ , где  $U_{3m}$  — амплитуда импульса напряжения на затворе, прямо пропорциональна частоте, она даже на частотах до 200—500 кГц остается намного меньшей, чем у ключей на биполярных транзисторах.

Повышение коммутируемой мощности возможно при последовательном и параллельном включении мощных МДП-транзисторов. При последовательном включении необходимо выравнивание напряжений  $U_{c,i}$  в статическом и динамическом режимах работы. Для этого последовательно включенные транзисторы шунтируются выравнивающими резисторами, конденсаторами и нелинейными приборами. Трудности последовательного включения обусловлены и тем, что цепи управления каждого прибора находятся под различными потенциалами и не имеют общего провода. В связи с этим последовательное включение мощных полевых транзисторов пока используется редко. Статистических данных о необходимых для такого включения коэффициентах запаса по напряжению в литературе нет.

Более перспективно улучшение энергетических показателей преобразовательных устройств за счет параллельного включения мощных МДП-транзисторов. Благодаря отрицательному температурному коэффициенту тока стока и ограничению последнего при больших напряжениях на затворе, токи стока параллельно включенных мощных МДП-транзисторов имеют тенденцию к автоматическому выравниванию. Малому разбросу этих токов способствует также относительно малый разброс крутизны приборов одного типа. Экспериментальные исследования показали, что малый разброс токов стоков легко обеспечивается и в динамическом режиме работы, где на нем дополнительно сказывается разброс входных емкостей.

Однотактные и двухтактные (рис. 5) инверторы на мощных МДП-транзисторах могут работать на частотах преобразования до 200—500 кГц. В полумостовых и мостовых (рис. 6) инверторах применение мощных МДП-

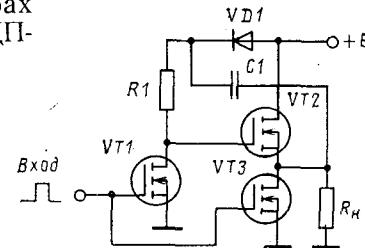


Рис. 4. Двухтактный ключ на мощных полевых транзисторах

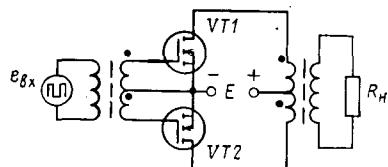


Рис. 5. Двухтактный инвертор

Рис. 6. Мостовая схема инвертора, обеспечивающая наибольшую выходную мощность при заданном напряжении питания

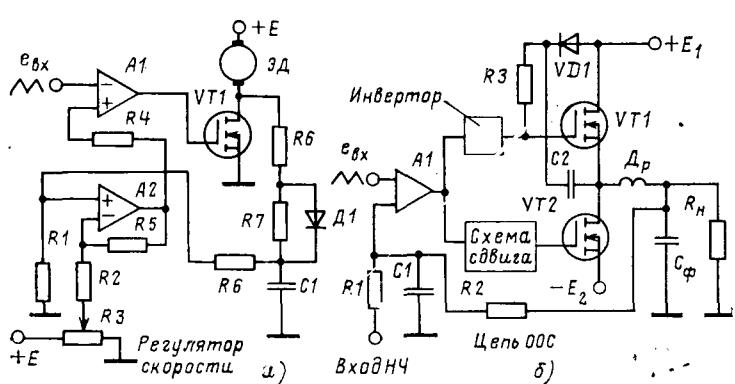
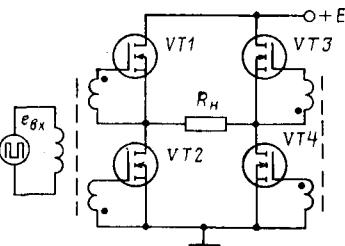


Рис. 7. Регулятор скорости двигателя постоянного тока (а) и усилитель мощности класса Д (б) на основе инверторов с системой широтно-импульсной модуляции

транзисторов приводит к существенному уменьшению сквозных токов и длительности их протекания. Это обусловлено малыми временами включения и отсутствием больших времен задержки, связанной с рассасыванием избыточных зарядов в структуре прибора (принципиально имеющих место у биполярных транзисторов). Время задержки переключения у мощных МДП-транзисторов связана только с конечным временем заряда и разряда входной емкости до пороговых напряжений переключения. Эта задержка может быть существенно уменьшена запуском мощных МДП-транзисторов от схем управления с малым выходным сопротивлением, например, эмиттерных повторителей на высокочастотных биполярных транзисторах.

Выходные мощности инверторов на мощных МДП-транзисторах могут колебаться от единиц ватт до нескольких киловатт — в зависимости от напряжения источника питания и типа применяемых транзисторов. По схемам рис. 5 и 6 могут строиться и усилители мощности с синусоидальным или импульсным выходным напряжением. Такие усилители в классе В имеют к. п. д., близкий к теоретическому пределу (0,78).

Мощные МДП-транзисторы перспективны в системах электропривода. На рис. 7, а показана схема однотактного регулятора скорости вращения электродвигателя постоянного тока с мощностью 0,6 кВт (120 В, 5 А), обеспечивающего к. п. д. выше 95 % при частоте коммутации 500 кГц [11]. Изменение напряжения на обмотке якоря обеспечивается широтно-импульсной модуляцией, осуществляющейся цепью обратной связи по скорости вращения. Усилитель класса Д (рис. 7, б) при такой частоте модуляции обеспечивает выходную мощность более 100 Вт [11].

Обширной областью применения мощных МДП-транзисторов являются источники вторичного электропитания [7 и 21—24]. На рис. 8 представлена схема бортового преобразователя [24] с выходным напряжением 5 В при токе до 10 А и к. п. д. 75 % при частоте преобразования 200 кГц. Высокая частота преобразования уменьшает габариты и массы дросселя и конденсатора фильтра и позволяет уменьшить до 10 мкс время установления при 40 %-ном изменении тока нагрузки; это время на порядок меньше, чем у подобного преобразователя на биполярных транзисторах.

Высоковольтные мощные МДП-транзисторы облегчают построение сетевых источников электропитания, не содержащих громоздких низкочастотных трансформаторов и фильтров. Примером может служить схема рис. 9, выполненная на основе полумостового резонансного инвертора с синусоидальным выходным напряжением [25]. Резонансный контур инвертора образован индуктивностью  $L$  и емкостью  $C_3$ , приведенной в первичную цепь ВЧ-трансформатора. Регулировка коэффициента преобразования осуществляется расстройкой частоты возбуждения относительно резонансной частоты контура (200 кГц). Выходное ВЧ-напряжение выпрямляется силовыми диодами Шоттки  $VD5$  и  $VD6$ . Стабильность постоянного выходного напряжения составляет 0,1 %. Благодаря синусоидальной форме выходного напряжения инвертора уровень электромагнитных помех снижен на 15 дБ.

Одной из проблем построения вторичных источников электропитания является выпрямление ВЧ-напряжения с высоким к. п. д. Для таких низковольтных (5—12 В) выпрямителей созданы силовые диоды Шоттки с

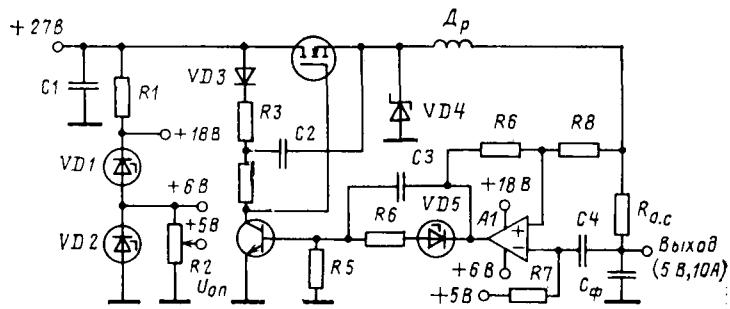


Рис. 8. Бортовой релейный стабилизатор с силовым ключом на мощном МДП-транзисторе с высокой частотой коммутации

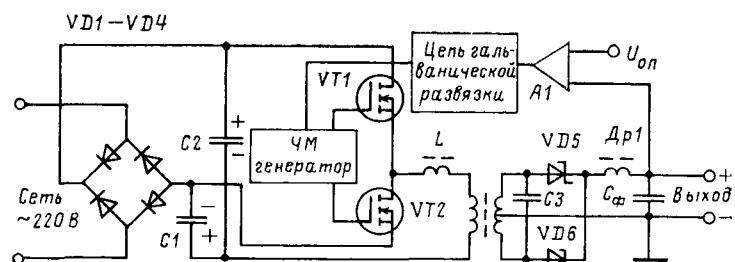


Рис. 9. Источник вторичного электропитания от промышленной сети переменного тока с напряжением 220 В без низкочастотного силового трансформатора (малый уровень электромагнитных помех источника получен за счет применения резонансного инвертора на мощных МДП-транзисторах с синусоидальным выходным сигналом)

прямым падением напряжения на них около 0,3—0,4 В, что вдвое меньше падения напряжения на обычных кремниевых силовых диодах. Для построения низковольтных выпрямителей перспективно использование синхронных выпрямителей на мощных полевых транзисторах [21]. Однако для этого нужны приборы с малыми  $R_{c.i.vkl}$ . В [27] сообщается, что фирмой «General Electric» (США) специально для синхронных выпрямителей созданы силовые МДП-транзисторы с  $R_{c.i.vkl}$  до 0,015 Ом. Падение напряжения на них даже при токах до 20—30 А меньше, чем на силовых диодах Шоттки. Параллельно с функциями синхронного выпрямления может осуществляться эффективная регулировка выходной мощности с высоким к. п. д., например путем использования сигналов управления с широтно-импульсной модуляцией.

Важной областью применения мощных МДП-транзисторов с малыми  $R_{c.i.vkl}$  являются коммутаторы аналоговых электрических сигналов. В отличие от биполярных транзисторов и тиристоров у мощных МДП-транзисторов выходные вольт-амперные характеристики в начальной области проходят строго через начало координат (точка  $I_c=0$ ,  $U_{c.i}=0$  на рис. 2). Это делает возможной коммутацию электрических сигналов в исключительно широком динамическом диапазоне напряжений: от долей — единиц микровольт до десятков — сотен вольт.

На мощных МДП-транзисторах могут строиться твердотельные реле — функциональные аналоги электромеханических реле. Такие реле не должны иметь никаких источников питания, кроме источника управляющих сигналов, цепи которого должны быть гальванически развязаны от выходных силовых цепей. Для этого может использоваться маломощный инвертор, питаемый непосредственно от управляющего сигнала и преобразующий энергию последнего в ВЧ-сигнал. Он подается через малогабаритный развязывающий трансформатор на выпрямитель и затем на затворы мощных МДП-транзисторов силового ключа [11]. При исчезновении управляющего сигнала постоянное напряжение на выходе выпрямителя также исчезает и силовой ключ закрывается. В отличие от электромагнитных твердотельных реле обладают более высокими надежностью, долговечностью, быстродействием, меньшей мощностью управления и отсутствием хаотических замыканий и размыканий выходной цепи («дребезга контактов»).

Частотный диапазон преобразования электрической энергии у мощных МДП-транзисторов захватывает область СВЧ. Например, отечественный В-МДП-транзистор КП909 отдает мощность 50 Вт на частоте 400 МГц. Это открывает возможность применения мощных МДП-транзисторов в ВЧ- и СВЧ-технологической аппаратуре (нагрев материалов, ультразвуковая обработка и др.).

Мощные МДП-транзисторы могут успешно использоваться и в линейных регуляторах, а также в компенсационных стабилизаторах напряжения и тока в качестве регулирующих приборов [21, 26]. В этих устройствах достоинства мощных МДП-транзисторов проявляются в повышенной надежности при одновременно больших  $U_{c.i}$  и  $I_c$ , простоте схемных решений, самоограничении выходного тока при коротком замыкании нагрузки и малом времени переходных процессов при импульсном изменении нагрузки. Выходные напряжения таких устройств могут лежать в пределах от единиц до сотен — тысяч вольт, токи от долей до десятков ампер.

Таким образом, мощные силовые полевые транзисто-

ры стали новым перспективным классом твердотельных приборов, используемых в энергетических устройствах малой и средней мощности. По таким параметрам как управляемость, быстродействие, к. п. д., надежность и другие они уже существенно превосходят мощные биполярные транзисторы. Их применение упрощает построение схем управления и позволяет повысить частоты преобразования электрической энергии до 100—500 кГц. Последнее, однако, требует разработки более совершенных магнитных материалов для ВЧ-трансформаторов и дросселей, а также ВЧ-силовых выпрямителей как на базе специальных мощных МДП-транзисторов, так и силовых диодов Шоттки, стоимость которых меньше, чем стоимость первых. Актуальной и важной задачей является расширение номенклатуры отечественных мощных полевых транзисторов, прежде всего сильноточных (токи до 30—50 А при  $R_{c.i.vkl}$  менее 0,1 Ом) и высоковольтных (с  $U_{c.i}$  до 400—1000 В).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Power FETs form the USSR — Radio Communication, 1973, Sept., p. 614.
2. Бачурин В. В., Либерман В. С., Соловьев О. В. Новый класс полупроводниковых приборов — мощные высокочастотные МДП-транзисторы. — В кн.: Микроэлектроника и полупроводниковые приборы/Под ред. А. А. Васенкова, Я. А. Федотова — М.: Советское радио, 1976, вып. 1.
3. Соловьев О. В., Бачурин В. В., Невежин В. К. Мощные кремниевые ВЧ и СВЧ МДП-транзисторы. — Электронная техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы. 1978, вып. 5, 6.
4. Бачурин В. В., Дьяконов В. П., Соловьев О. В. Мощные высокочастотные и сверхвысокочастотные МДП-транзисторы. — Электронная промышленность, № 5, 1979.
5. Бачурин В. В., Бельков А. К., Дьяконов В. П. Мощные МДП-транзисторы и их применение в радиоэлектронных схемах (ч. II). — В кн.: Обзоры по электронной технике. — М.: ЦНИИ «Электроника», вып. 7, 1981.
6. Машуков Е. В., Конев Ю. И. Силовые МДП-ключи. — В кн.: Электронная техника в автоматике/Под ред. Ю. И. Конева. — М.: Советское радио, 1975, вып. 7.
7. Конев Ю. И. Мощные полевые транзисторы в силовых электронных устройствах. — В кн.: Электронная техника в автоматике/Под ред. Ю. И. Конева. — М.: Радио и связь, 1981, вып. 12.
8. Мощные ВЧ и СВЧ МДП-транзисторы — импульсные приборы наносекундного диапазона/О. В. Соловьев, В. В. Бачурин, В. П. Дьяконов и др. — Электронная техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы. 1978, вып. 5, 6.
9. Бачурин В. В., Дьяконов В. П. Наносекундные сильноточные и высокочастотные ключи на мощных МДП-транзисторах. — Приборы и техника эксперимента, 1979, № 5.
10. Дьяконов В. П. Анализ переходных процессов в ключе на мощном МДП-транзисторе. — Радиотехника и электроника, 1980, № 2.
11. Мощные полевые транзисторы с V-МОП-структурой — перспективные конкуренты биполярных приборов/Эванс, Хоффман, Окснер и др. — Электроника, 1978, № 13.
12. Брюс Лебос. Мощные V-МОП-транзисторы — опасные конкуренты биполярных транзисторов. — Электроника, 1980, № 2.
13. Руди Севернз. Новые достижения в области мощных МОП-транзисторов. — Электроника, 1980, № 2.
14. Крауссе Ю., Тиханни Е., Тильманн П. Мощные МОП-транзисторы, работающие непосредственно от ТТЛ ИС — Электроника, 1980, № 19.
15. Рынки сбыта электронной промышленности в 1981 г. — Электроника, 1981, № 1.
16. Лементуева Н. В., Пыхтунова А. И. Мощные полевые транзисторы с  $(p-n)$ -переходом. — Обзоры по электронной технике, ЦНИИ «Электроника», 1978, № 7.
17. Дьяконов В. П., Ремнев А. М., Бачурин В. В. Статические характеристики ненасыщающихся составных транзисторов на биполярных и МДП-транзисторах. — Изв. вузов. Приборостроение, 1980, № 4.
18. Бачурин В. В., Дьяконов В. П., Ремнев А. М. Сильноточные ненасыщенные ключи на составном транзисторе. — Электронная промышленность, 1980, № 2.

19. В мощных транзисторах объединены биполярная и МОП-структуры. — Электроника, 1981, № 8.
20. Гил Бассак. Рост цен на нефть стимулирует работы по мощным транзисторам и ИС. — Электроника, 1981, № 7.
21. Бачурин В. В., Дьяконов В. П., Новожилов А. М. Мощные полевые транзисторы во вторичных источниках электропитания. — Электронная промышленность, 1982, № 1.
22. Бачурин В. В., Дьяконов В. П. Мощные МДП-транзисторы в усилителях мощности звуковых и ультразвуковых частот. — Электросвязь, 1980, № 3.
23. А. С. 817687 (СССР). Импульсный регулятор постоян-

ного напряжения/В. П. Дьяконов, С. И. Зиенко, А. М. Ремнев. Опубл. в Б. И. 1981, № 12.

24. Krozek K. D. Bessere Schaltnetzteile durch V-MOS Leistungstransistoren. — Elektronik, 1978, № 4.

25. Правильный выбор источника питания. — Электроника, 1981, № 12.

26. Дьяконов В. П., Долин В. М. Компенсационные стабилизаторы с регулирующим мощным МДП-транзистором. — Приборы и техника эксперимента, 1982, № 1.

27. Берисфорд Родрик. МОП-транзисторы, конкурирующие с диодами Шоттки. — Электроника, 1981, № 21.

[17.11.82]

~~~~~

УДК 621.3.011.4.001.24(048)

Методы расчета емкости пластин

(обзор)

ИОССЕЛЬ Ю. Я., ГУСЕВА Е. И.

Ленинград

Строгий расчет емкости пластин в большинстве случаев наталкивается, как известно, на трудности принципиального характера, в силу чего точные выражения получены в настоящее время лишь для емкости пластин в форме кругового и эллиптического дисков. В связи с этим большинство опубликованных работ по определению емкости пластин основано на использовании либо численных методов, либо граничных оценок, позволяющих установить пределы, в которых заключено значение искомой емкости.

Подробное описание основных из этих методов дано в [1—3], а общие соотношения, используемые для оценки емкости пластин, расположенных в безграничной однородной среде, приведены в табл. 1, где приняты следующие обозначения: S — поверхность пластины, а также ее односторонняя площадь; $\sigma(S)$ и $U(S)$ — произвольно выбранное (фиктивное) распределение заряда по поверхности S и соответствующее ему распределение потенциала; R — расстояние между двумя любыми точками S ; $R(\varphi)$ — расстояние от фиксированной точки S до произвольной точки контура пластины; $C_{Хоу}$ — значение емкости, вычисленное по методу Хоу (см., например, [2]); σ_i — приведенные значения плотности фиктивного заряда на поверхности площадок S_i , покрывающих поверхность S , определяемые из системы уравнений

$$\frac{1}{S_i} \sum_{m=1}^n b_{mi} \sigma_i = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad n \text{ — число площадок};$$

$b_{mi} = \int_{S_i} dS' \int_{S_i} \frac{dS}{R_{mi}}$; R_{mi} — расстояние между произвольными точками m -й и i -й площадок; L — периметр контура пластины; $\gamma = \sqrt{1 - \frac{32S}{\pi L^2}}$; a_0 — внешний (конформный) радиус пластины.

Ниже рассматриваются опубликованные к настоящему времени результаты применения этих методов и соотношений для определения емкости пластин наиболее типичной формы. Большая часть рассматриваемых работ посвящена определению емкости пластин прямоугольной (в частности, квадратной) и кольцевой форм.

Вопросы приближенного определения емкости прямоугольных пластин рассматривались в [1—19], основанных преимущественно на использовании известного

метода площадок (метода Крылова — Боголюбова) или его модификаций. Полученные при этом результаты численного определения емкости квадратных пластин при числе площадок $n \leq 200$ характеризуются сводными данными¹ табл. 2 и зависимостями рис. 1, где через a обозначена половина стороны контура пластины².

Результаты расчетов относительной емкости квадратной пластины $C_1 = \frac{C_0}{8a\sqrt{2}}$ методом площадок при $200 < n \leq 3364$ (по данным [17]) следующие:

n	256	364	400	484	576
При точном определении коэффициентов	0,7980	0,7999	0,8013	0,8024	0,8036
При приближенном определении коэффициентов	0,8030	0,8044	0,8055	0,8065	0,8072
n	676	784	900	1024	1156
При точном определении коэффициентов	0,8044	0,8051	0,8057	0,8062	0,8068
При приближенном определении коэффициентов	0,8079	0,8085	0,8089	0,8094	0,8098
n	1296	1444	1600	1764	1936
При точном определении коэффициентов	—	—	—	—	—
При приближенном определении коэффициентов	0,8101	0,8102	0,8103	0,8106	0,8109

Анализ приведенных данных позволяет сделать следующие выводы:

1. Результаты, полученные различными авторами при расчете емкости квадратной пластины методом площадок (при строгом определении потенциальных коэф-

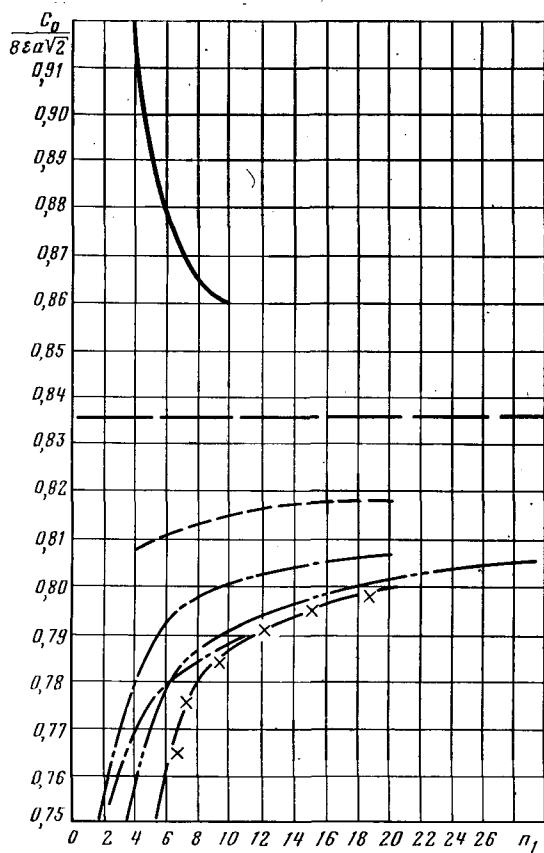
¹ Во всех рассматриваемых работах, кроме [10], [16] и [19], применялось равномерное разбиение поверхности пластины на квадратные площадки.

² Для получения сопоставимых результатов при построении указанных таблиц и графиков производился необходимый пересчет данных рассматриваемых публикаций, при этом выявилось, в частности, что значения емкости, приведенные в [17], даны в отношении к емкости диска радиусом $2a$ (а не равновеликого диска, как ошибочно указано в тексте), а результат расчета при числе площадок $n=1$ ошибочно отнесен к случаю, когда $n=4$.

Таблица 1

Основные общие неравенства для оценки емкости пластин

№ пп.	Неравенство	Источник	Примечание
1	$\frac{C_0}{\varepsilon} \geq 8 \sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 4,5134 \sqrt{S}$	[1]	Равенство достигается для кругового диска
2	$C_0 \geq \frac{\left[\int_S \sigma(S) dS \right]^2}{\int_S \sigma(S) U(S) dS}$	[1]	При кусочно-постоянном распределении фиктивного заряда $ \sigma(S) = \bar{\sigma}(S) $ приведенное неравенство принимает вид [18]
			$C_0 > \frac{\left[\sum_{i=1}^n \bar{\sigma}_i S_i \right]^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_k b_{ik}}$
3	$\frac{C_0}{\varepsilon} \geq \frac{4\pi \int_S \sigma(S) dS}{\left[\int_S \sigma(S) \frac{dS}{R} \right]_{\max}}$	[1]	Приведенное неравенство является более слабым, чем неравенство в п. 2, и непосредственно следует из него
4	$\frac{C_0}{\varepsilon} > 4\pi \sum_{i=1}^n \bar{\sigma}_i S_i$	[18]	При $n=1$ справедливо неравенство $C_0 > C_{Хоу}$
5	$\frac{C_0}{\varepsilon} < \frac{\pi L \gamma}{\ln \frac{1+\gamma}{1-\gamma}}$	[2, 20]	Применимо для односвязных пластин с выпуклым контуром
6	$\frac{C_0}{\varepsilon} \leq \frac{4L}{\pi}$	[44]	Применимо для односвязных пластин (данное в [44], обобщение на случай многосвязных пластин ошибочно)
7	$\frac{C_0}{\varepsilon} \leq \frac{4\pi \int_S \sigma(S) dS}{\left[\int_S \sigma(S) \frac{dS}{R} \right]_{\min}}$	[1]	Доказательство приведено также в статье Н. Н. Лебедева и И. П. Скальской (ЖТФ, 1978, 48, 6)
8	$\frac{C_0}{\varepsilon} \leq 8a_0$	[1]	Доказательство отсутствует, равенство достигается для диска
9	$\frac{C_0}{4\varepsilon} \leq \frac{1}{\pi} \sqrt{\int_0^{2\pi} R^2(\varphi) d\varphi} \times \int_0^{2\pi} \left\{ 1 + \left[\frac{R'(\varphi)}{R(\varphi)} \right]^2 \right\} d\varphi$	[45]	Применимо для односвязных пластин с несамопересекающимся звездным контуром



Результаты оценки емкости квадратной пластины:

— по данным [14]; — на основе неравенства в п. 8 табл. 1; — — — на основе неравенства в п. 4 табл. 1 при неравномерном разбиении поверхности пластины [19]; — · — то же, при равномерном разбиении [19]; — · · — по методу площадок с неравномерным разбиением [15]; — × — то же, с равномерным разбиением [19]; — — то же, по данным [12, 16]; n_1 — число разбиений одной стороны пластины

фициентов), достаточно близки; наибольшей погрешностью обладают, как можно установить, результаты работы [10].

2. Приближенное определение потенциальных коэффициентов, применявшееся в [3], [4], [10], [12], [17] и [21], при сохранении обычной схемы метода площадок, приводит к завышению расчетных значений емкости по сравнению с аналогичными данными, полученными при точном определении этих коэффициентов (это подтверждается и результатами наиболее ранней работы [4], согласно которым $\frac{C_0}{8a\varepsilon\sqrt{2}} \approx 0,8013$ при $n=36$).

3. Наибольшее число опубликованных данных получено при числе площадок $n \leq 200$ (табл. 2), результаты расчетов при большем числе площадок приведены в [15], [17] и [21]. Увеличение числа площадок при использовании принятой схемы коллокаций приводит к монотонному возрастанию расчетных значений емкости квадратной пластины (см. рис. 1).

Последний вывод рассматривался в ряде работ³ как свидетельство монотонного снижения погрешности расчетов с ростом числа площадок. Однако, как показано в [18], такое утверждение в общем случае ошибочно. По-

³ См., например, [25], первое издание [2], а также статью в «Arch. der elektr. Übertr.» 1962, 16, № 8, 365 — 380.

Таблица 2

Результаты расчетов относительной емкости квадратной пластины $C_1 = \frac{C_0}{8ae\sqrt{2}}$ методом площадок при $n \leq 200$

n	При точном определении коэффициентов				При приближенном определении коэффициентов		
	по данным [3] и [10]	по данным [2]	по данным [17]	по данным [15]	по данным [12] и [21]	по данным [3]	по данным [17]
1	0,6293 [3]	0,6301	0,6299	0,6301	0,6292 [12]	0,6293	—
4	—	0,7023	—	0,7023	0,7111 [12]	—	0,6299
9	0,7354 [3]	—	—	—	0,7451 [12]	0,7425	—
16	0,7531 [3]	0,7534	0,7534	0,7534	0,7630 [12]	0,7637	0,7631
36	0,7725 [3]	—	0,7724	0,7724	0,7830 [12]	0,7831	0,7808
50	0,7689 [10]	—	—	—	—	—	—
64	—	—	0,7823	0,7824	0,8011 [21]	—	0,7897
72	0,7760 [10]	—	—	—	—	—	—
100	0,7884 [3]	—	0,7886	0,7886	—	—	0,7951
144	—	—	0,7928	0,7919	—	—	0,7986
196	—	—	0,7958	0,7958	—	—	0,8012
200	0,7911 [10]	—	—	—	—	—	—

Таблица 3

Результаты оценки значений относительной емкости квадратной пластины $C_1 = \frac{C_0}{8ae\sqrt{2}}$

Нижняя оценка		Верхняя оценка					
по методу частей	по формуле п. 1 табл. 1	по формуле п. 2 табл. 1	по формуле п. 9 табл. 1	по методу частей	по формуле п. 5 табл. 1	по формуле п. 7 табл. 1	по формуле п. 8 табл. 1
0,7071	0,7978	0,6301	0,9003	1,0	0,9599	1,2602	0,83464

этому для обоснованного анализа приведенных результатов необходимо их детальное сопоставление с граничными оценками искомой величины.

Наиболее эффективным численным методом получения строгих нижних оценок емкости любых уединенных проводников (в том числе и пластин) является обобщенный метод средних потенциалов (метод подобластей)⁴. Как видно из рисунка и табл. 3, он обеспечивает значительно более быструю сходимость вычислительной процедуры, чем при использовании обычной схемы метода площадок, особенно при рациональном (неравномерном) разбиении поверхности пластины на площадки.

Результаты нижней оценки относительной емкости квадратной пластины с использованием другого неравенства, указанного в п. 4 табл. 1 (по данным [18] и [19]) приведены ниже:

n	1	4	16	36	64
$\frac{C_0}{8ae\sqrt{2}}$	0,7472	0,7472	0,7774	0,7885	0,7945
n	100	144	196	400	—
$\frac{C_0}{8ae\sqrt{2}}$	0,7981	0,8006	0,8022	0,8180	—

Как видно из приведенных данных, а также из рисунка, существующие методы позволяют получить сколь-угодно точную нижнюю оценку емкости пластин, тогда как возможности верхней оценки являются в данном случае значительно более ограниченными. Наилучшую верхнюю оценку емкости квадратной пластины дает использование недоказанного неравенства, приведенного

⁴ Указанный метод был впервые применен при расчете емкости в статье Перельмана Л. С. (Изв. НИИ постоянного тока, 1970, вып. 16).

Таблица 4

Результаты расчета емкости прямоугольной пластины методом площадок

a/b	n	$C_1 = \frac{C_0}{8eR}$	Источник
1,5	108	0,7560	[10]
2,0	100	0,7168	[10]
	128	0,7380	[21]
3,0	3 12 27 150 192	0,5780 0,6217 0,6379 0,6472 0,6659	[12] [12] [12] [10] [21]
4,0	100 256	0,5971 0,6092	[10] [21]

в п. 8 табл. 1, а также результаты работы [14] (сплошная линия на рисунке⁵). Последние получены путем алгебраизации интегрального уравнения второго рода относительно некоторой вспомогательной функции, связанной с плотностью заряда на поверхности пластины.

Часть рассмотренных работ содержит также данные, относящиеся к более общему случаю — определению емкости пластин прямоугольной формы. Сводка опубликованных данных расчетов этой величины методом площадок приведена в табл. 4, а результаты ее граничных оценок при $a/b \leq 10$ — в табл. 5, где $R = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a > b$ — половины сторон пластины. Анализ приведенных данных позволяет сделать следующие выводы:

1. Полученные в [10] и [12] результаты нижней оценки емкости прямоугольной пластины методом частей весьма близки, тогда как результаты верхней оценки (на основе сопоставления искомой емкости с емкостью эллиптической пластины, включающей данную) значительно расходятся. Последнее объясняется тем, что в [10] рассматривался описанный эллипс, конфокальный контуру пластины, а в [12] — описанный эллипс, ограничиваю-

⁵ В [12] для верхней оценки емкости квадратной пластины использовались также данные работы [22], посвященной решению аналогичной по постановке гидродинамической задачи релаксационным методом. При обработке этих данных в [12] получено, что $C_1 \approx 0,8036$, однако эту оценку (приведенную затем и в [2]) нельзя признать обоснованной, так как метод, использованный в [22], не гарантирует получения верхней оценки, а пересчитывавшиеся численные результаты имеют лишь три знака после запятой.

Таблица 5

Результаты оценки относительной емкости прямоугольной пластины $C_t = \frac{C_0}{8\pi R}$

a/b	Нижняя оценка						Верхняя оценка		
	по методу частей		по формуле п. 1 табл. 1	по формуле п. 3 табл. 1		по формуле п. 3 табл. 1	по методу частей		по формуле п. 7 табл. 1 при $\sigma(S) = \text{const}$
	по данным [10]	по данным [12]		при $\sigma(S) = \text{const}$	по данным [2]		по данным [10]	по данным [12]	
1,5	0,6445	—	0,7665	0,6129	—	0,7250	—	—	0,9293
2,0	0,6516	0,651	0,7136	0,5839	0,7168	0,6878	1,3432	0,915	0,8779
3,0	0,5949	—	0,6180	0,5321	0,6472	0,6214	1,8639	—	0,7861
4,0	0,5505	0,545	0,5473	0,4940	0,5971	0,5727	2,2085	0,754	0,7190
5,0	—	—	0,4948	0,4659	0,5372	0,5371	—	—	0,6695
6,0	—	0,484	0,4543	0,4443	—	0,5097	—	0,667	0,6318
10,0	—	0,423	0,3550	0,3911	0,4430	0,4429	—	0,572	0,5398

щий пластину с наименьшей емкостью (такой способ выбора описанного эллипса применялся ранее Максвеллом [5]).

2. Точность нижней оценки емкости прямоугольной пластины методом средних потенциалов (с использованием неравенства, указанного в п. 4 табл. 1, при $n=1$) при $a/b \geq 3$ выше, чем при применении метода симметризации (неравенство в п. 1 табл. 1).

3. Наилучшие результаты нижней оценки рассматривающей емкости получены к настоящему времени в [19], а лучшие из существующих результатов верхней оценки достигаются на основе неравенства, приведенного в п. 8 табл. 1, а также результатов работы [14].

Аналогичные выводы могут быть сформулированы и для пластин с большим соотношением сторон (относящиеся к ним результаты расчетов и оценок емкости приведены в [2] и [12]).

Наибольшее число работ по рассматриваемой проблеме [2], [23]—[35] посвящено определению емкости пластин в форме плоского кругового кольца. При этом основное внимание уделялось в данном случае (в отличие от задач определения емкости прямоугольных пластин) применению аналитических методов расчета — метода собственных функций в специально построенных системах координат ([23], [24], [27], [28]), метода тройных интегральных уравнений с ядрами в виде цилиндрических функций ([30], [32], [33]), способа суперпозиции решений с использованием парных интегральных уравнений ([26], [35]), а также аппарата тройных сумматорных уравнений в сферической системе координат [31] и интегральных уравнений с ядром в виде функции Грина [34]. Помимо этого в [25] производилось определение емкости кольца методом площадок, а в [37] — методом средних потенциалов.

В большинстве указанных публикаций были получены приближенные формулы для расчета емкости, сводка которых дана в табл. 6*, а также численные данные, приведенные в табл. 7, где a и b — внутренний и внешний радиусы кольца⁶. Как видно, результаты, приведенные в табл. 7, достаточно близки, поэтому для определения погрешности каждого из них необходимо их де-

тальное сопоставление с результатами граничных оценок искомой величины.

Возможности оценок емкости кругового кольца с помощью общих соотношений, приведенных в табл. 1, являются более ограниченными, чем для прямоугольной пластины (это объясняется в первую очередь тем, что формула в п. 5 в данном случае вообще неприменима, а использование неравенства в п. 1 недостаточно эффективно). Поэтому наряду с использованием указанных неравенств в ряде работ были разработаны специальные способы оценки емкости плоского кругового кольца.

Так, в [26] был предложен способ двусторонней оценки емкости рассматриваемой пластины с использованием алгоритма последовательных приближений (возможность двусторонней оценки по способу, примененному в [26], обеспечивается тем, что при одном и том же потенциале кольца сопоставляется его заряд при отсутствии внешнего поля и при наличии положительного и отрицательного внешних зарядов).

Другой способ двусторонней оценки емкости кольца использован в [36], где получены, в частности, следующие неравенства:

$$1 - \frac{I}{\pi^2} - \frac{2\sqrt{3}\alpha^3}{\sqrt{1-\beta^4}} < \frac{C_0}{8\pi b} < 1 - \frac{I}{\pi^2}, \quad (1)$$

$$\text{где } I = \int_0^{a/b} \left[\ln \frac{1+x}{1-x} \right]^2 dx; \quad \beta = \sqrt{\frac{a}{b}}; \quad \alpha = \frac{1}{\pi} \left[\ln \left(\frac{1}{1-\beta^4} \right) - \beta^4 - \frac{\beta^8}{18} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Вычисляя входящую сюда квадратуру, можно получить, что

$$I = \left(1 + \frac{a}{b} \right) \left[\ln \left(1 + \frac{a}{b} \right) \right]^2 - \left(1 - \frac{a}{b} \right) \left[\ln \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right]^2 + 2 \left(1 - \frac{a}{b} \right) \ln \left(1 + \frac{a}{b} \right) \ln \left(1 - \frac{a}{b} \right) - 4 \ln \left(1 - \frac{a}{b} \right) \ln \left(\frac{1 + \frac{a}{b}}{2} \right) - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1-a/b}{2} \right)^k}{k^2} + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1/2)^k}{k^2}. \quad (2)$$

Это позволяет получить с помощью (1) эффективные двусторонние оценки емкости плоского кругового кольца, точность которых быстро возрастает с увеличением параметра a/b .

* В формуле, приведенной в п. 8 табл. 9, устранена опечатка, допущенная в [35].

⁶ Выбранные в табл. 7 и 8 значения b/a приняты такими же, как в большинстве опубликованных работ ([25], [26], [30] и др.); при этом в табл. 7 не включены ошибочные численные результаты, приведенные в [23] и [28].

Таблица 6

Приближенные формулы для расчета емкости пластины в форме плоского кругового кольца

№	$\frac{C_0}{8\pi b}$	Пределы применимости	Источник
1	$\frac{2}{\pi} \left[\arccos \frac{a}{b} + \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} \operatorname{arsh} \frac{a}{b} \right] \times \left[1 + 0,0143 \frac{b}{a} \operatorname{tg}^3 \left(1,28 \frac{a}{b} \right) \right]$	$b/a \geq 1,1$	[26]
2	$\frac{\pi^2 (1 + a/b)}{4 \ln \left(16 \frac{1 + a/b}{1 - a/b} \right)}$	$1,1 > b/a > 1$	Получена в [26, 29], приведена в [2]
3	$\frac{\pi^2}{(1 + b/a) \ln \left(\frac{32}{b/a - 1} \right)}$	$1 > a/b > \frac{2}{3}$	[33]
4	$\frac{\pi^2}{(1 + b/a) \ln \left(\frac{32}{b/a - 1} \right) + \frac{b}{a} - 1}$	$1 > a/b > \frac{2}{3}$	[34]
5	$1 - \frac{4}{3\pi^2} \left(\frac{a}{b} \right)^3 - \frac{8}{15\pi^2} \left(\frac{a}{b} \right)^5 - \frac{16}{27\pi^4} \left(\frac{a}{b} \right)^6 + 0 \left(\frac{a}{b} \right)^7$	$a/b \ll 1$	[29]
6	$1 - \frac{4}{3\pi^2} \left(\frac{a}{b} \right)^3 - \frac{8}{15\pi^2} \left(\frac{a}{b} \right)^5 - \frac{16}{27\pi^4} \left(\frac{a}{b} \right)^6 - \frac{92}{415\pi^2} \left(\frac{a}{b} \right)^7 - \frac{448}{675\pi^4} \left(\frac{a}{b} \right)^8 - 0 \left(\frac{a}{b} \right)^9$	$a/b \ll 1$	[36]
7	$\left(1 - 0,03 \frac{a}{b} \right) \left[1 - 0,08 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right]$	$b/a \geq 1,5$	[2]
8	$\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} \left(1 + \frac{b_1}{2} \right) + b_1 \left\{ \frac{1}{4} \frac{b}{a} \ln \alpha \times \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \times \ln \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} \right] + \frac{a}{b} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \alpha^{-\frac{2m+1}{2}} \right\}$		[35]

Продолжение

№	$\frac{C_0}{8\pi b}$	Пределы применимости	Источник
	$b_1 = -2 \times \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} \right] \times \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} + \frac{1}{2} \frac{b}{a} \ln \alpha \times \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2} - 1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(1 + \ln \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} \right) \right] + 2 \frac{a}{b} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \times \alpha^{-\frac{2m+1}{2}} \right\}^{-1}; \alpha = \frac{1 + a/b}{1 - a/b}$		

Сводные результаты граничных оценок рассматриваемой емкости приведены в табл. 8, откуда следует, что при $b/a \geq 1,2$ формулы (1), (2) дают лучшие двусторонние оценки, причем расхождение верхнего и нижнего пределов при $b/a \geq 2$ не превосходит 0,04 %. Таким образом, приведенные соотношения позволяют получить весьма эффективные оценки емкости пластины в форме плоского кругового кольца.

Содержащиеся в литературе данные по емкости пластин другой конфигурации являются весьма ограниченными. Так, в [2] приведены приближенные формулы и численные данные, характеризующие емкость пластин в форме ромба, а также круговых сектора и сегмента; при этом нижняя оценка емкости пластин указанного вида получена, в основном, с использованием метода симметризации (формула в п. 1 табл. 1), а верхняя — на основе неравенства, указанного в п. 5 табл. 1. Ниже приведены данные, согласующиеся с результатами [21], приведенными позднее в [43]**:

$$\text{Вид пластины} \quad C_1 = \frac{C_0}{8\pi a}$$

Ромб с соотношением диагоналей $a:a/2$	0,5815
Правильный шестиугольник	0,906 [43], 0,9316 [45]
Круговой сектор с прямым центральным углом	0,510
Полукруг	0,733
Полукольцо с соотношением внешнего и внутреннего радиусов $a:a/2$	0,581

Аналогичные данные для пластин многоугольной формы получены с использованием неравенства п. 9 табл. 1 в [45], а в [16] приведены выражения, позволяющие дать оценку емкости пластин треугольной формы с

** В связи с отсутствием работы [43] в отечественных библиотеках можно лишь предположить, что приведенные в ней численные данные о емкости пластин получены методом площадок.

Таблица 7

Результаты численных расчетов приведенной емкости $\frac{C_0}{8\pi b}$ плоского кругового кольца

b/a	По данным [20]	По данным [25] откор-ректир. в [26]	По данным [26]		По дан-ным [30]	По данным [35] (фор-мула п. 6 табл. 6)	По данным [33] (фор-мула п. 3 табл. 6)	по формуле п. 5 табл. 6	По формуле п. 6 табл. 6	По формуле п. 4 табл. 6
			по формуле п. 2 табл. 6	по формуле п. 1 табл. 6						
1,0213	0,6391	0,6660			0,6663	0,6667		0,6666	0,6608	0,6666
1,0445	0,6963	0,7285			0,7297			0,7318	0,7270	0,7314
1,0909	0,7602	0,7996	0,8002	0,8008	0,8001		0,806	0,8004	0,7970	0,7991
1,1250	0,7877	0,8308	0,8327	0,8327	0,8326		0,838	0,8314	0,8287	0,8288
1,2000	0,8466	0,8770	0,8759	0,8752	0,8776			0,8749	0,8733	0,8684
1,2500	0,8753	0,8960	0,8951		0,8976	0,8886	0,907	0,8937	0,8925	0,8838
1,500	0,9281	0,9467	0,9469		0,9494	0,9396	0,949	0,9384	0,9381	
2,000			0,9809		0,9810	0,9807		0,9561	0,9561	

Таблица 8

b/a	Нижняя оценка				Верхняя оценка	
	по дан-ным [26]	по фор-муле (1)	по фор-муле (4)	по дан-ным [36] фор-мулы (1), (2)	по дан-ным [26]	по дан-ным [36] фор-мулы (1), (2)
1,0213	0,4247	0,2017	0,5946	0,1916	—	0,7342
1,0445	0,5347	0,2888	0,6995	0,5415	—	0,7725
1,0909	0,6610	0,3998	0,7836	0,7380	—	0,8211
1,1250	0,8023	0,4581	0,8171	0,7971	0,8658	0,8462
1,2000	0,8593	0,5528	0,8568	0,8640	0,8846	0,8844
1,2500	0,8843	0,6000	0,8746	0,8895	0,9025	0,9022
1,5000	0,9459	0,7453	0,9183	0,9482	0,9510	0,9504
2,0000	0,9808	0,8660	0,9378	0,9809	0,9818	0,9812

использованием неравенств п. 3 и 7 табл. 1 или вычислить эту величину методом площадок.

В [38] приведено строгое решение задачи по расчету распределения потенциала и емкости пластины, контур которой образован пересечением двух окружностей одинаковых радиусов (симметричная круговая луночка). При этом авторы предварительно преобразовали (с использованием пространственной инверсии) рассматриваемую поверхность в сектор, а затем применили аппарат собственных функций в сфероконической системе координат. В результате им удалось получить как точное выражение для емкости (содержащее однако некоторые нетабулированные функции), так и замкнутое приближенное выражение, справедливое в тех случаях, когда угол при вершине луночки близок к π .

Подавляющее большинство опубликованных работ по рассматриваемой проблеме посвящено определению емкости уединенных пластин, расположенных либо в безграничной однородной среде, либо в однородном полупространстве с непроницаемой границей. Некоторые более общие системы рассмотрены в [2] и [39], где указано, в частности, соотношение между емкостью пластины произвольной формы, расположенной на плоской границе двух диэлектрических сред, и емкостью той же пластины в безграничной однородной среде и приведены выражения для оценки емкости пластин простейшей (дисковой и прямоугольной) формы, расположенных вблизи плоской границы двух диэлектрических сред (параллельно или перпендикулярно этой границе) или на поверхности диэлектрического слоя конечной толщины.

Последний случай обобщен в [40], где получено решение задачи о расчете электростатического поля и

емкости дискового электрода, расположенного на поверхности диэлектрического слоя, разделяющего среды с различными диэлектрическими проницаемостями. При этом задача сведена к решению уравнения Фредгольма второго рода с непрерывным и симметричным ядром, однако численные расчеты выполнены лишь для частного случая, когда диэлектрические проницаемости сред, граничащих со слоем, одинаковы.

Более специфические задачи расчета емкости пластин в неоднородных средах рассмотрены в [41], [42]. В первой из них получено приближенное выражение для емкости эллиптического диска, расположенного на поверхности диэлектрического слоя, толщина которого значительно меньше размеров диска, а во второй — точное замкнутое выражение для емкости кругового диска, одна сторона поверхности которого покрыта тонким слоем с пренебрежимо малой диэлектрической проницаемостью.

Таким образом, проведенный обзор позволяет не только систематизировать и сопоставлять опубликованные данные по расчету емкости пластин, но и выявить наименее разработанные разделы указанной проблемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Полиа Г., Сеге Г. Изопериметрические неравенства в математической физике: Пер. с англ. — М.: Физматгиз, 1962.
- Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Стрункий М. Г. Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоиздат, 1981.
- Harrington R. F. Field computation by moment methods. — New York, London: Mac Millan, 1968.
- Cavendish H. Electrical researches. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1879.
- Maxwell J. C. A treatise on electricity & magnetism. — Oxford: Oxford Univ. Press, 1893.
- Рэлей Р. Теория звука. — 2-е изд. — М.: Гостехиздат, 1955.
- Howe G. W. O. The capacity of rectangular plates & suggested formula for the capacity of aerials. — The Radio Review, 1920, vol. 1, № 13.
- Dwight H. B. Calculation of resistance to ground. — AIEE Trans., 1936, vol. 55, № 12.
- Крылов Н. Н., Барковский П. Т. Емність, самоіндукція та опір провідників. — Харків: ОНТИ МКТІ, Держ. науково-технічне віддавництво України, 1938.
- Gross E. T. B., Wise R. B. Grounding grids for high-voltage stations. II Resistance of large rectangular plates. — AIEE Trans., 1955, vol. 74, pt. 3.
- McCracklin A. I., Wendlandt C. W. Determination of resistance to ground of grounding grids. — AIEE Trans., 1952, vol. 71, pt. 3.
- Reitan D. K., Higgins T. J. Accurate determination of the capacitance of a thin rectangular plate. — AIEE Trans., 1957, vol. 75, № 2.
- Rush S., Turner A. H., Cherin A. H. Computer solution for time-invariant electric fields. — Journ. Appl. Phys., 1966, vol. 37.

14. Fuller J. A., Chang D. C. On the numerical calculation of capacitance in the presence of edge boundaries. — Proc. IEEE (Lett.), 1970, vol. 58.
15. Farrar A., Adams A. T. Computation of lumped microstrip capacitances by matrix methods. Rectangular sections and end effect. — IEEE Trans. on MTT (Corresp.), 1971, vol. 19.
16. Birtless A. B., Mayo B. J., Bennett A. W. Computer techniques for solving 3-dimensional electron-optics and capacitance problems. — Proc. IEE, 1973, vol. 120, № 2.
17. Вишиневский А. М. К расчету трехмерных электрических полей. — Электричество, 1981, № 8.
18. Ивлиев Е. А., Иоссель Ю. Я. К расчету электрической емкости методом площадок. — Электричество, 1983, № 7.
19. Ruehli A. E., Brennan P. A. Efficient capacitance calculations for three-dimensional multiconductor systems. — IEEE Trans. on MTT, 1973, vol. 21, № 2.
20. Иоссель Ю. Я. Границные оценки емкости уединенных проводников. — Электричество, 1980, № 8, 47—58.
21. Chow Y. L., Yovanovich M. M. The shape factor of the capacitance of a conductor. — Journ. Appl. Phys., 1982, vol. 53, № 12.
22. Allen D., Dennis S. The application of relaxation methods to the solution of differential equations in three dimensions. — Quart. Journ. of Mech. and Appl. Math., 1953, vol. 6.
23. Nicholson J. W. Problems relating to a thin plate annulus. — Proc. Roy. Soc. of London, A, 1922, vol. 101.
24. Lebedev N. N. The functions associated with a ring of oval cross-section. — Techn. Phys. USSR, 1937, vol. 4.
25. Higgins T. J., Reitan D. K. Calculation of the capacitance of a circular annulus by the method of subareas. — AIEE Trans., 1951, vol. 70, pt. 1.
26. Smythe W. R. The capacitance of a circular annulus. — Journ. Appl. Phys., 1951, vol. 22, № 12.
27. Snow Ch. Hypergeometric and legendre functions. — Nat. Bureau of Standards. Appl. Math. Ser., 1952, № 19.
28. Aikawa K., Ohki J., Hamada S. Some problems on aperture type electrodes. — Repts Rac. Engng Jamanashi Univ., 1959, vol. 79, № 10.
29. Collins W. D. On some triple series equations & their applications. — Arch. Rat. Mech. Anal., 1962, vol. 11, № 2.
30. Cooke J. C. Triple integral equations. — Quart. Journ. of Mech. and Appl. Math., 1963, vol. 16, № 2.
31. Collins W. D. Potential problems of a circular annulus. — Proc. of Edinburgh Math. Soc., 1963, vol. 13, pt. 3.
32. Sneddon I. N. Mixed boundary value problems in potential theory. — New York, Amsterdam: North Holland Publishers Co, 1966.
33. Spence D. A. Wiener — Hopf solution to the triple integral equations for the electrified disc in a coplanar gap. — Proc. of the Cambridge Phil. Soc., 1970, vol. 68.
34. Leppington F. C., Levine H. Some axially symmetric potential problems. — Proc. of Edinburgh Math. Soc., 1972, vol. 18, pt. 1.
35. Кленов Г. Э. О потенциале электростатического поля кольцевого электрода. — Электричество, 1973, № 9.
36. Love E. R. Inequalities for the capacity of an electrified conducting annular disc. — Proc. of Roy. Soc. Edinburgh, 1974, vol. 74a.
37. Иоссель Ю. Я. Оценка емкостей в системе плоских коаксиальных кольцевых электродов, расположенных на плоской границе двух диэлектрических сред. — Электричество, 1982, № 11.
38. Лебедев И. Н., Скальская И. П. Распределение электричества на тонкой проводящей пластине, имеющей форму симметричной круговой луночки. — ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 7.
39. Колыбельникова О. К., Симоненко И. Б. О емкости проводящего диска, расположенного на диэлектрическом слое. — Изв. вузов. Электромеханика, 1971, № 7.
40. Слава Х. Э. Решение электростатической задачи для проводящего диска, расположенного в трехслойном диэлектрике. — Изв. АН Латв. ССР. Сер. физ. и техн. наук, 1976, № 1.
41. Колыбельникова О. К. Асимптотика емкости эллиптического диска, расположенного на диэлектрическом слое малой толщины. — Математический анализ и его применение, 1972, т. 4.
42. Иоссель Ю. Я. Об одной смешанной задаче теории потенциала для диска. — ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 8.
43. Okon E. E., Harrington R. F. The capacitance of disks of arbitrary shape. — E. E. Dept. Syracuse Univ.— N. Y., Contract № 00014-C-02257, 1979, Apr., Techn. Rep. 10.
44. Казанцев В. П. Вариационные оценки емкостей проводящих пластин. — ЖТФ, 1983, т. 53, вып. 3.
45. Иоссель Ю. Я. Об одном способе верхней оценки емкости пластин. ЖТФ, 1983, т. 53, вып. 9.

[16.11.83]

~~~~~

УДК 621.315.1.001.24

## Резонансы в нагруженных цепных схемах

ЗАХАРИН В. С., канд. техн. наук, КАГАНОВ З. Г., доктор техн. наук, МЕДВЕДЕВА Л. С., канд. техн. наук

Уфа

Цепные схемы (ЦС) как универсальные физические и математические модели цепей с распределенными параметрами нашли широкое применение. В [1—10] развивалась концепция так называемых собственных чисел, представляющих собой модифицированные корни полиномов Чебышева от комплексного или операторного аргументов. Тем самым оказалось возможным анализировать стационарные и переходные процессы в ЦС в режимах холостого хода (х. х.) или короткого замыкания (к. з.). Следующим этапом в развитии теории ЦС должно быть обобщение метода собственных чисел для режима произвольной нагрузки однородных ЦС. Отметим, что задачи подобного класса, поставленные очень давно [11 и 12], до сих пор не имеют достаточно общих методов решения.

В данной статье мы ограничиваемся лишь анализом резонансных состояний в нагруженных ЦС. Эта задача, представляющая собой первую часть соответствующих исследований, имеет самостоятельную теоретическую и прикладную значимость.

Рассмотрим линейную, пассивную однородную ЦС, нагруженную произвольным двухполюсником  $Z_N$  (рис. 1). Примем, что для этой ЦС заданы: типы звеньев ( $T$ ,  $P$ - или  $\Gamma$ -звенья); параметры двухполюсников  $Z$  и  $Y$ , образующих эти звенья; полное число звеньев  $N$ ; комплексное сопротивление нагрузки  $Z_N$ .

Входное сопротивление нагруженной ЦС

$$Z_N = Z_c \frac{\text{th}}{\text{cth}} [\Gamma N + \sum], \quad (1a-b)$$

где  $Z_c$  — характеристическое сопротивление ЦС, зависящее от типа ее звеньев;  $\Gamma$  — постоянная распространения звена ЦС

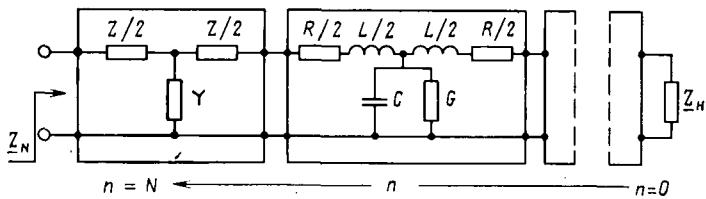
$$\Gamma = \alpha + j\beta; \quad (2)$$

( $\alpha$  — затухание,  $\beta$  — фазовый сдвиг);

<sup>1</sup> Будем рассматривать ЦС в установившемся гармоническом режиме, имея ввиду возможность перехода от комплексных выражений к операторным.

Таблица 1

| Входное сопротивление ЦС                       | Тип особой точки | Вид резонанса | Режим нагрузки                       | Значения аргумента $\theta$ и его составляющих по первому критерию                                         |
|------------------------------------------------|------------------|---------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Z_N = Z_c \operatorname{th} \theta = 0$       | «нуль»           | РН            | $\left  \frac{Z_h}{Z_c} \right  < 1$ | $\theta = jk\pi, k = 1, 2, 3, \dots, N^{(0)}$<br>$\alpha = -\sigma/N; \beta = \frac{k\pi - s}{N}$          |
| $Z_N = Z_c \operatorname{th} \theta = \infty$  | «полюс»          | РТ            |                                      | $\theta = jk\pi/2, k = 1, 3, 5, \dots, 2N^{(n)} - 1$<br>$\alpha = -\sigma/N; \beta = \frac{k\pi - 2s}{2N}$ |
| $Z_N = Z_c \operatorname{cth} \theta = 0$      | «нуль»           | РН            | $\left  \frac{Z_h}{Z_c} \right  > 1$ | $\theta = jk\pi/2, k = 1, 3, 5, \dots, 2N^{(0)} - 1$<br>$\alpha = -\sigma/N; \beta = \frac{k\pi - 2s}{2N}$ |
| $Z_N = Z_c \operatorname{cth} \theta = \infty$ | «полюс»          | РТ            |                                      | $\theta = jk\pi, k = 1, 2, 3, \dots, N^{(n)}$<br>$\alpha = -\sigma/N; \beta = \frac{k\pi - s}{N}$          |

Рис. 1. Нагруженная однородная ЦС из Т-звеньев вида  $Z/2 - Y - Z/2$ 

$$\underline{\Sigma} = \sigma + js \quad (3)$$

— коэффициент нагрузки ЦС, определяемый как

$$\underline{\Sigma} = \operatorname{arth} \left[ \frac{Z_h}{Z_c} \right]. \quad (4a-b)$$

В (1 а-б) и (4 а-б) выбор функций  $\operatorname{th} \vee \operatorname{cth}$  и  $\operatorname{arth} \vee \operatorname{arth}$  соответствует условию

$$\left| \frac{Z_h}{Z_c} \right| < 1 \quad (5a-b)$$

( $\vee$  — логический символ дизъюнкции).

Введем плоскость комплексной частоты

$$p = -\delta \pm j\omega, \quad (6)$$

где  $\delta$  — затухание;  $\omega$  — угловая частота.

Примем, что входное сопротивление нагруженной ЦС, содержащей диссипативные элементы, имеет на плоскости  $p$  особые точки  $p_k$  (типа «нуль» или «полюс»), удовлетворяющие условию

$$Z_N(p_k) = 0 \vee \infty. \quad (7a-b)$$

Нули  $Z_N(p_k)$  соответствуют в основном резонансам напряжений (РН), полюсы — резонансам токов (РТ)<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Существование нулей и полюсов  $Z_N(p_k)$ , не соответствующих резонансам в нагруженной ЦС, — предмет отдельного исследования, выходящего за рамки данной статьи.

Эти резонансы чередуются, причем характер первого резонанса требует дополнительного исследования.;

Значений нулей и полюсов функции (1 а-б) могут быть найдены:

если положить, что их комплексные аргументы

$$\underline{\Gamma}(p_k)N + \underline{\Sigma}(p_k) = \theta(p_k), \quad (8)$$

преобразуются в чисто мнимые кратные  $\pi/2 \vee \pi$ ;

если характеристическое сопротивление ЦС

$$Z_c(p_k) = 0 \vee \infty. \quad (9a-b)$$

В данной статье ограничимся лишь анализом первого критерия, определяющего основные резонансные состояния нагруженной ЦС. Второй критерий должен рассматриваться дополнительно (см. второе примечание).

В табл. 1 приведены возможные значения  $\theta(p_k)$  и составляющих  $\underline{\Gamma}(p_k)$  для двух режимов нагрузки ЦС по (5а-б).

В табл. 1  $N^{(0)}, N^{(n)}$  — число нулей и полюсов функций  $\operatorname{th} \theta \vee \operatorname{cth} \theta$  соответственно. Эти числа определяются ниже, исходя из количества возможных резонансных состояний ненагруженной ЦС.

Для дальнейшего анализа необходимо задаться типом звеньев ЦС и структурой образующих их двухполюсников  $Z$  и  $Y$ . Примем, например, что ЦС состоит из симметричных Т-звеньев вида  $Z/2 - Y - Z/2$  (рис. 1), а входящие в нее двухполюсники имеют простейшую структуру<sup>3</sup>:

$$Z = R + pL; Y = G + pC. \quad (10a-b)$$

Для ЦС из симметричных Т-звеньев, как известно [4 и 8],

$$Z_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z}{Y} (4 + ZY)} = \frac{\operatorname{sh} \Gamma}{Y}; \quad (11)$$

$$\operatorname{ch} \Gamma = ce^{j\psi} = 1 + \frac{ZY}{2}. \quad (12a-b)$$

<sup>3</sup> Рассмотрение других типов звеньев и более сложных структур продольных и поперечных двухполюсников, не меняя ничего по существу, лишь усложняет изложение.

Подставляя (6) в (10 а-б), получаем

$$\underline{Z}(p) = (R - \delta L) + j\omega L; \underline{Y}(p) = (G - \delta C) + j\omega C, \quad (13\text{а-б})$$

Ниже будет объяснено, почему в (13а-б) перед  $\omega$  один знак в отличие от (6).

Обозначив

$$\underline{ZY} = a + jb, \quad (14)$$

из (2), (12б) и (13 а-б) после преобразований получим

$$a = 2(\operatorname{ch} \alpha \cos \beta - 1) = [GR - \delta(GL + RC) + (\delta^2 - \omega^2)CL]; \quad (15\text{а-б})$$

$$b = 2 \operatorname{sh} \alpha \sin \beta = \omega(GL + RC - 2\delta CL). \quad (16\text{а-б})$$

Из (15) и (16) следует:

$$\delta = \delta_0 - \frac{B}{2\omega CL}, \quad (17\text{а-б})$$

$$\text{где } \delta_0 = \frac{R}{2L} + \frac{G}{2C};$$

$$\omega = \pm \frac{1}{\sqrt{2CL}} \sqrt{\pm \sqrt{A^2 + B^2} - A}, \quad (18)$$

где

$$A = 2(\operatorname{ch} \alpha \cos \beta - 1) + \frac{(CR - GL)^2}{4CL}; \quad (19)$$

$$B = 2 \operatorname{sh} \alpha \sin \beta.$$

Учитывая (12а-б), (2) и (15а-16а), получаем:

$$\operatorname{ch} 2\alpha = c^2 + \sqrt{c^4 - 2c^2 \cos 2\psi + 1}, \quad (21)$$

$$\cos 2\beta = c^2 - \sqrt{c^4 - 2c^2 \cos 2\psi + 1}, \quad (22)$$

где

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{(a+2)^2 + b^2}; \operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a+2}. \quad (23\text{а-б})$$

В реальных цепях  $\delta$  и  $\omega$  — всегда действительные величины, причем затухание  $-\delta < 0$ , а угловая частота  $\omega > 0$ . Этим устраняется многозначность в (6) и (18) при наличии комплексных сопряженных корней уравнения (7 а-б).

Для определения неизвестных значений  $\delta$  и  $\omega$ , при которых система (15) — (20) самосогласована, а значения  $\alpha$  и  $\beta$  соответствуют условиям табл. 1, необходима итерационная процедура. В качестве хорошего первого приближения рекомендуются значения

$$|\delta^{(1)}| = \delta_0; \omega^{(1)} = \pm \sqrt{\frac{CR + v_1}{CL}} - \delta_0^2, \quad (24\text{а-б})$$

где  $\delta_0$  определяется по (17б);  $\omega^{(1)}$  — первая резонансная частота ЦС, аналогичной рассматриваемой, но находящейся в режимах х.х.  $v_1$  — к.з.;  $v_1$  — первое собственное число этой ЦС.

Значение  $v_1$  вычисляется по выражениям [1 и 3]

$$\operatorname{Re}[\underline{ZY}] = v_1, \operatorname{Im}[\underline{ZY}] = 0; \quad (25\text{а-б})$$

$$v_{i \text{ x.x.}}^{(0)} = v_{i \text{ k.s.}}^{(0)} = -4 \sin^2 \frac{2i-1}{4N} \pi, i = 1, 2, 3, \dots, N; \quad (26\text{а})$$

$$v_{i \text{ x.x.}}^{(n)} = v_{i \text{ k.s.}}^{(n)} = -4 \sin^2 \frac{i}{2N} \pi, i = 1, 2, 3, \dots, N-1, \quad (26\text{б})$$

где верхние индексы (0)  $v(n)$  соответствуют нулям или полюсам в режимах х.х.  $v$  к.з. соответственно;  $i$  — номер текущего резонанса;  $N$  — число звеньев в ненагруженной ЦС.

Отметим, что (17б) и (24б) справедливы лишь для ЦС с  $T$ -звеньями (рис. 1). Для других типов звеньев с другой структурой нужны другие выражения [2, 4, 6 и 8].

Первому шагу итерации соответствует  $k=1$  в табл. 1. Процесс итерации сходится очень быстро на трех-четырех шагах. Для отыскания следующих резонансных частот полагаем  $k=2\sqrt{3}$  и т. д. (по табл. 1). В качестве первых приближений тут рекомендуются значения  $\delta$ , вычисленные из предыдущей итерации, и  $\omega$ , найденное по (24б) — (26 а-б) при  $i=2, 3, \dots, [2 \text{ и } 3]$ . Для каждого значения  $k$  находятся комплексно-сопряженные особые точки  $p_k = -\delta_k \pm j\omega_k$ , причем все действительные значения  $\omega_k > 0$  образуют спектр резонансных частот нагруженной ЦС, на которую воздействует незатухающее гармоническое напряжение. Из (26 а-б) следует, что общее число резонансов в ЦС, находящихся в режимах х.х.  $v$  к.з., должно быть равно сумме их нулей и полюсов:

$$N_p = N^{(0)} + N^{(n)} = 2N - 1. \quad (27)$$

Однако при больших затуханиях возможны срывы резонансов, если собственные числа  $v_i$  не достигают некоторого критического значения. Так, для рассматриваемой ЦС

$$|v_{kp}| = \frac{(GL - CR)^2}{4CL}. \quad (28)$$

Для других типов звеньев и иных структур  $\underline{Z}$  и  $\underline{Y}$  значения  $|v_{kp}|$  выражаются иначе [3, 4 и 8].

Для нагруженной ЦС, где  $0 < |Z_n| < \infty$ , число резонансов  $N_p$ , по крайней мере, соответствует (27) и (28). Если  $Z_n$  содержит реактивные элементы, то общее число резонансов может несколько увеличиться. Эти дополнительные резонансы в данной статье не рассматриваются, так как их учет усложняет изложение, не внося ничего принципиально нового.

**Пример.** Вычислим комплексные корни  $p_k$  и резонансные частоты  $\omega_k$  для нагруженной ЦС со следующими параметрами: число звеньев  $N=5$ ;  $T$ -звенья имеют структуру  $\frac{Z}{2} - Y - \frac{Z}{2}$ , где  $Z=R+pL$ ;  $Y=G+pC$ . Нагрузка: а)  $Z_n=R_n+pL_n+\frac{1}{pC_n}$ . б)  $Z_n=R_n$ . Пусть  $R=0,7 \text{ Ом}$ ;  $L=2 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$ ;  $G=0,5 \cdot 10^{-7} \text{ 1/Ом}$ ;  $C=2 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$ ;  $R_n=100 \text{ Ом}$ ;  $L_n=5 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$ ;  $C_n=5 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}$ .

Используя итерационную процедуру, можно с помощью ЭВМ вычислить все комплексные корни  $p_k$ , существующие на плоскости комплексной частоты  $\underline{p}$ . Число искомых корней  $p_k$ , равное сумме нулей и полюсов нагруженной ЦС, в силу второго примечания, принимается равным возможному числу резонансов, определяемому по (27) и (28).

Для данной ЦС критическое собственное число, определяемое по (28), равно

$$v_{kp} = 12,25 \cdot 10^{-5}.$$

Вместе с тем, из (26а, б) следует, что для всех  $i$  выполняется условие  $|v_i| > |v_{kp}|$ , таким образом, существуют все возможные резонансы, общее число которых согласно (27) при  $N=5$  равно  $N_p=9$ . В свою очередь, по (26 а-б) находим, что число «нулей»  $N^{(0)}=5$  и число «полюсов»  $N^{(n)}=4$ .

На рис. 2 показаны девять особых точек, типа «нуль» или «полюс», нанесенных на положительную полуплоскость

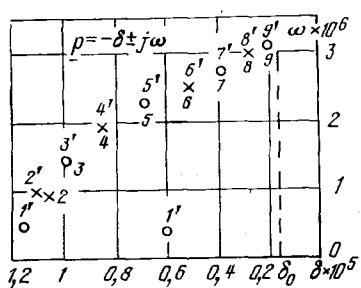


Рис. 2. Комплексные корни уравнений (7а—б) на положительной полуплоскости  $p$ :

1—9 комплексная нагрузка; 1'—9' активная нагрузка; O — «нули»; X — «полюсы»

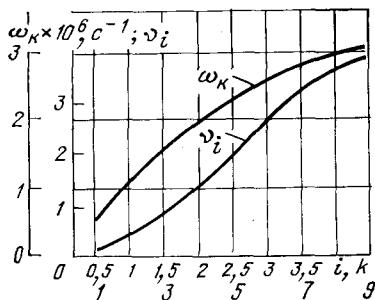


Рис. 3. Значение собственных чисел  $\nu_i$  и резонансных частот  $\omega_k$

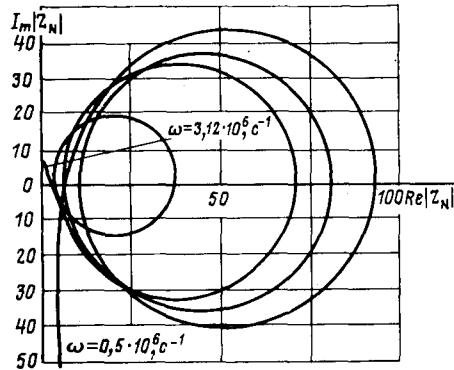


Рис. 4. Годограф вектора входного сопротивления  $Z_N$  в режиме комплексной нагрузки ( $N=5$ )

скость  $p$ . Все точки вычислены для двух режимов нагрузки: комплексного и чисто активного. Наглядно видно, что для первой особой точки, типа «нуль», их положения резко отличаются при двух указанных выше нагрузочных режимах. Начиная со второй особой точки (типа «полюс») они заметно сближаются и далее практически совпадают. Резонансов в цепи нагрузки нет.

Здесь же на рис. 2 для сравнения указано значение  $\delta_0 = 0,175 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ , рассчитанное по (17 б). Комплексно сопряженные корни не показаны, так как их построение очевидно.

На рис. 3 нанесены собственные числа  $|\nu_i|$  и собственные частоты  $\omega_k$ , показанные на рис. 2. Общее соответствие этих двух зависимостей очевидно. Двойная разметка на оси абсцисс отвечает двойственности значений  $k$  (табл. 1).

На рис. 4 построен годограф векторов входного сопротивления для различных значений частоты: от  $\omega = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$  до  $\omega = 3,12 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ , построенный для ком-

Таблица 2

| Номер резонанса | Резонансные частоты $\text{с}^{-1} \cdot 10^6$ |                                                 |                                         |
|-----------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------|
|                 | $PH_{x \cdot x.},$<br>$PT_{k \cdot z.}$        | $PH_H, PT_H$ (нагрузка $R_H = 100 \text{ Ом}$ ) | $PT_{x \cdot x.},$<br>$PH_{k \cdot z.}$ |
| 1               | 0,4944                                         | 0,4988                                          |                                         |
| 2               |                                                | 0,98027                                         | 0,97708                                 |
| 3               | 1,4355                                         | 1,43845                                         |                                         |
| 4               |                                                | 1,8613                                          | 1,86                                    |
| 5               | 2,236                                          | 2,238                                           |                                         |
| 6               |                                                | 2,56                                            | 2,5586                                  |
| 7               | 2,8176                                         | 2,8186                                          |                                         |
| 8               |                                                | 3,008                                           | 3,0074                                  |
| 9               | 3,1233                                         | 3,1234                                          |                                         |

плексной нагрузки. Значения составляющих  $Z_N$  даны в относительных единицах. Наглядно видно, что этот годограф пересекает ось абсцисс при значениях частоты, соответствующих РТ и РН. Напомним, что резонансы, соответствующие условию  $\text{Im}[Z_N] = 0$  называются фазовыми. Контрольные расчеты резонансных частот по собственным числам  $v_i$  для  $N=5$  по формулам (24 а—б) для режимов х. х. к. з. дают значения, весьма близкие к точкам кривой  $\omega_k$  (рис. 3). Однако все резонансные частоты нагруженной ЦС заключены между режимами х. х. и к. з., с близостью, не фиксируемой при масштабах рис. 3. В табл. 2 приведены соответствующие данные для активной нагрузки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Каганов З. Г. Анализ и синтез однородных цепных схем по нулям и полюсам входных сопротивлений. — Электричество, 1960, № 10.
- Каганов З. Г. Об одном случае синтеза цепных схем и частотнозависимыми параметрами. — Изв. вузов. Электромеханика, 1961, № 7.
- Каганов З. Г. Цепные дроби в электротехнике. ч. 1. — Новосибирск: Наука: 1964.
- Медведева Л. С. Разработка методов исследования элементов систем управления, замещаемых цепными схемами, с применением полиномов Чебышева. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Уфа, 1975. В надзаг.: М-во высш. и средн. спец. образования СССР, Уфимск. авиационный ин-т.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Применение полиномов Чебышева к расчету переходных процессов в однородных цепных схемах. — Изв. СО АН СССР, сер. техн. 1977, № 13, вып. 3.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Применение полиномов Чебышева и собственных чисел к анализу однородных цепных схем. — Электричество, 1977, № 12.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Определение резонансных частот нагруженных однородных цепных схем. — Межвузовский сборник. Сложные электромагнитные поля и электрические цепи, Уфа, 1978, № 6.
- Захарин В. С. Исследование динамики преобразователей на цепных схемах для систем управления и вычислительной техники. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук, Уфа, 1979. В надзаг.: М-во высш. и средн. спец. образования СССР. Уфимский авиационный ин-т.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Собственные числа матриц однородных цепных схем. — Межвузовский сборник. Сложные электромагнитные поля и электрические цепи. Уфа, 1979, № 7.
- Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. Применение Z-преобразования и полиномов Чебышева к анализу регулярно неоднородных цепных схем. — Изв. СО АН СССР, сер. техн., 1981, № 8, вып. 2.
- Коваленко В. И. Установившиеся электромагнитные процессы вдоль проводных линий. — М. Л.: Изд. АН СССР 1945.
- Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1964.

# Исследование обратимой составляющей магнитной индукции

КРОХИН В. В., МАСЛОВ Ю. Н., ХМАРУК О. Н.

Зависимость обратимой составляющей магнитной индукции<sup>1</sup>  $B_{\Delta}$  от напряженности поля  $H$  описывает полностью обратимые процессы, протекающие при перемагничивании магнитных материалов. Исследование этих процессов представляет значительный интерес, поскольку такие режимы работы имеют место при работе магнитных сердечников с прямоугольной петлей гистерезиса в переключательных, накопительных и запоминающих устройствах автоматики и вычислительной техники, а также при работе магнитных сердечников с непрямоугольной петлей гистерезиса в импульсных трансформаторах и ряде других устройств.

Рассмотрим физические процессы, протекающие при обратимом перемагничивании магнитных материалов. При воздействии на сердечник магнитного поля, значение напряженности которого меньше, чем напряженность граничного поля  $H_{rp}$  (рисунок), перемагничивание происходит в основном путем смещения доменных границ [1]. Следовательно, и обратимые изменения магнитной индукции обусловлены обратимыми смещениями доменных границ. Движение доменной границы при малых амплитудах смещения, что как раз имеет место при обратимых смещениях, описывается уравнением [2 и 3]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + k_i x = H(t) M_s (\cos \theta_i - \cos \theta_j), \quad (1)$$

где  $m$  — эффективная масса доменной границы;  $\beta$  — коэффициент вязкости;  $k_i$  — коэффициент жесткости;  $M_s$  — намагниченность насыщения;  $H(t)$  — напряженность приложенного магнитного поля;  $\theta_i$  и  $\theta_j$  — углы между векторами намагниченности  $\bar{M}_s$  и напряженности поля  $\bar{H}(t)$  в рассматриваемом объеме до и после его намагничивания.

Параметры  $m$  и  $\beta$  являются параметрами магнитного материала и определяются его свойствами. Коэффициент жесткости  $k_i$  — структурно-чувствительный параметр, так как член  $k_i x$  в уравнении (1) описывает возвращающую силу [2], равную

$$R(x) = k_i x = \frac{\partial \gamma}{\partial x},$$

где  $\gamma$  — поверхностная плотность энергии доменной границы.

Значение  $\gamma$  сильно зависит от числа немагнитных включений, через которые проходит доменная граница, т. е. является структурно-чувствительным параметром.

При малых смещениях доменных границ, имеющих место при воздействии на материал малых магнитных полей с напряженностью  $H$ , стремящейся к нулю, коэффициент жесткости  $k_i$  постоянен [2] и не зависит от напряженности поля. Предположим, что для всех обратимо смещающихся доменных границ коэффициент жесткости одинаков и равен некоторому среднему значению  $k$ .

В уравнении (1) пренебрежем [2 и 3] членом  $m \frac{d^2 x}{dt^2}$ . Тогда, учитывая все сказанное выше, получим, что об-

<sup>1</sup> О понятии обратимой составляющей индукции см., например, книгу К. М. Поливанова Ферромагнетики. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958.

ратимое движение доменной границы описывается выражением

$$\beta \frac{dx}{dt} + kx = M_{s\theta} H(t), \quad (2)$$

где  $M_{s\theta} = M_s (\cos \theta_i - \cos \theta_j)$ .

Примем величину  $M_{s\theta}$  постоянной для всех доменных границ.

Пусть на магнитный материал действует идеальный прямоугольный импульс напряженности поля с амплитудой  $H$  и длительностью  $t$ . Под действием этого импульса доменная граница обратимо сместится на расстояние

$$x = \frac{M_{s\theta} H}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right), \quad (3)$$

найденное из уравнения (2).

Переходя к дифференциалам  $dx$  и  $dH$ , получаем из уравнения (3) следующее выражение:

$$dx = \frac{M_{s\theta} dH}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right). \quad (4)$$

Таким образом, при воздействии на магнитный материал поля напряженностью  $dH$  доменная граница смещается на расстояние  $dx$ . При этом приращение магнитного потока

$$d\Phi_i = \Delta B_i L_i dx, \quad (5)$$

где  $\Delta B_i$  — изменение индукции в пределах площади  $dS_i = L_i dx$ ;  $L_i$  — длина границы  $i$ -го домена при обратимых смещениях.

Согласно [1] значение  $\Delta B_i$  равно  $2B_{s\theta}$ . Тогда выражение (5) перепишется в виде

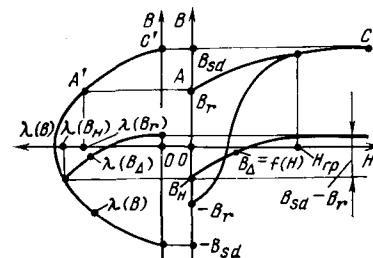
$$d\Phi_i = 2B_{s\theta} L_i dx. \quad (6)$$

Для среднего значения приращения обратимой составляющей магнитной индукции по всему объему сердечника с учетом выражения (6) имеем

$$dB_{\Delta} = \sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{S} = \frac{2B_{s\theta} dx}{S} \sum_{i=1}^N L_i, \quad (7)$$

где  $N$  — число доменных границ смещающихся обратимо;  $S$  — площадь поперечного сечения магнитного материала;  $\sum_{i=1}^N L_i$  — суммарная длина доменных границ, участвующих в обратимых смещениях.

В [1] рассмотрена функция  $\lambda(B) = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{S}$ . В отдельных работах эта зависимость аппроксимируется по-раз-



ному. Однако наилучшее совпадение с экспериментальными данными [1 и 4] дает формула

$$\lambda(B) = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{S} = \frac{R_m \beta}{2B_{sd} M_{s0}} \left( 1 - \frac{B^2}{B_{sd}^2} \right), \quad (8)$$

где  $B_{sd}$  — индукция технического насыщения;  $\sum_{i=1}^n l_i$  — суммарная длина доменных границ при обратимых и необратимых смещениях;  $n$  — число доменов с новым направлением намагниченности;  $R_m$  — максимальное значение динамического сопротивления магнитного сердечника.

Функция (8) имеет вид, изображенный на рисунке. Так как участок  $AC$  петли гистерезиса характеризуется только обратимыми процессами, то и участок  $A'C'$  функции  $\lambda(B)$  также описывает только обратимые процессы.

Перенесем начало координат из точки  $(0; 0)$  в точку  $(H=0; B=+B_r)$ . При этом функция  $\lambda(B)$  будет иметь максимальное значение (точка  $A'$  на рисунке), равное

$$\lambda(B_r) = \frac{R_m \beta}{2B_{sd} M_{s0}} \left( 1 - \frac{B_r^2}{B_{sd}^2} \right).$$

С учетом этого функция  $\sum_{i=1}^n L_i / S$  в выражении (7) может быть выражена через функцию (8)

$$\lambda(B_\Delta) = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{S} = \frac{\beta R_m}{2B_{sd} M_{s0}} \left( 1 - \frac{B_r^2}{B_{sd}^2} \right) \left[ 1 - \frac{B_\Delta^2}{(B_{sd} - B_r)^2} \right]. \quad (9)$$

Формула (9) описывает вид зависимости  $\lambda(B_\Delta)$  при намагничивании магнитного материала из начальной точки  $(0; +B_r)$ . Для определения вида зависимости  $\lambda(B_\Delta)$  для любых начальных точек  $(H=0; B=B_n)$  были проведены экспериментальные исследования [5], в результате которых было установлено, что вид зависимости  $B_\Delta = f(H, B_n)$  для любых начальных точек аналогичен виду зависимости  $B_\Delta = f(H, B_r)$  и что максимальное значение обратимой составляющей магнитной индукции равно  $B_{sd} - B_r$  для любых начальных точек.

Это позволяет предположить, что функция  $\lambda(B_\Delta)$  для любой начальной точки  $(H=0; B=B_n)$  будет описываться выражением, аналогичным (9):

$$\lambda(B_\Delta) = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{S} = \frac{\beta R_m}{2B_{sd} M_{s0}} \left( 1 - \frac{B_n^2}{B_{sd}^2} \right) \left[ 1 - \frac{B_\Delta^2}{(B_{sd} - B_r)^2} \right]. \quad (10)$$

Тогда, учитывая выражения (5), (7), (10), можно записать:

$$dB_\Delta = dH \frac{\beta R_m}{k} \left( 1 - \frac{B_n^2}{B_{sd}^2} \right) \left[ 1 - \frac{B_\Delta^2}{(B_{sd} - B_r)^2} \right] \times \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right). \quad (11)$$

Обозначив для кратности через  $C$  выражение

$$C = \frac{\beta R_m}{k} \left( 1 - \frac{B_n^2}{B_{sd}^2} \right) \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right), \quad (12)$$

значение которого не зависит от напряженности поля, разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$B_\Delta = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \frac{CH}{B_{sd} - B_r}. \quad (13)$$

Так как величина  $C$  имеет размерность магнитной проницаемости, можно записать

$$C = \mu_\Delta \mu_0, \quad (14)$$

где  $\mu_\Delta = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B_\Delta}{\mu_0 H}$  — начальная динамическая магнитная проницаемость рассматриваемых полностью обратимых процессов;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная.

Тогда уравнение (13), описывающее функцию  $B_\Delta = f(H)$  в статических и динамических режимах, записывается в виде

$$B_\Delta = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \frac{\mu_\Delta \mu_0 H}{B_{sd} - B_r}. \quad (15)$$

Рассмотрим начальную динамическую магнитную проницаемость полностью обратимых процессов  $\mu_\Delta$ , которая, исходя из выражений (12) и (14), может быть записана в виде

$$\mu_\Delta = \mu_{\Delta \text{ ст}} \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right) = \mu_{\Delta \text{ ст}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_p}} \right), \quad (16)$$

где  $\tau_p$  — постоянная релаксации обратимых процессов;  $\mu_{\Delta \text{ ст}}$  — начальная статическая магнитная проницаемость полностью обратимых процессов, не зависящая от времени действия импульса поля;

$$\mu_{\Delta \text{ ст}} = \mu_{\Delta m} \left( 1 - \frac{B_n^2}{B_{sd}^2} \right); \quad (17)$$

$\mu_{\Delta m}$  — максимальное значение начальной статической магнитной проницаемости полностью обратимых процессов при  $B_n = 0$ ;

$$\mu_{\Delta m} = \frac{\beta R_m}{\mu_0 k} = \frac{\tau_p R_m}{\mu_0}. \quad (18)$$

С учетом (16)–(17) уравнение (15), описывающее функцию в статических и динамических режимах, записывается в виде

$$B_\Delta = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \left[ \mu_{\Delta m} \left( 1 - \frac{B_n^2}{B_{sd}^2} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_p}} \right) \times \frac{\mu_0 H}{B_{sd} - B_r} \right]. \quad (19)$$

Теоретический анализ и экспериментальные исследования показывают, что магнитная предыстория, т. е. способ и скорость установления начального состояния  $B_n$ , влияет на значение величин  $k$  и  $R_m$ , входящих в выражение (18), не изменяя при этом вида уравнения (19). Поэтому влияние магнитной предыстории при решении поставленной в данной статье задачи можно не учитывать.

В [5] на основе обработки экспериментальных данных было получено выражение, описывающее зависимость  $B_\Delta = f(H)$  в статических режимах:

$$B_\Delta = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \frac{\mu_{\Delta m} \mu_0 H}{B_{sd} - B_r}, \quad (20)$$

где  $\mu_{\Delta H}$  — начальная статическая магнитная проницаемость полностью обратимых процессов;

$$\mu_{\Delta H} = \mu_{\Delta m} \left( 1 - \frac{5}{3} \frac{B_H^2}{B_{sd}^2} \right). \quad (21)$$

Выведенное уравнение (19) и полученное в [5] уравнение (20) совпадают, если учесть, что в статических режимах время действия импульса  $t$  значительно больше, чем время релаксации  $\tau_p$ . Совпадение выражений (19) и (20) говорит о допустимости исходных предпосылок и подтверждает правильность полученных результатов.

Уравнения (17) и (21), описывающие связь между начальной статической магнитной проницаемостью полностью обратимых процессов и начальной точкой, из которой ведется намагничивание, отличаются постоянным множителем. Это различие объясняется тем, что принятые допущения вносят некоторую погрешность в конечный результат.

Правильность полученных результатов подтверждается решением уравнения динамического состояния

$$\frac{dB_{\Delta}}{dt} = R(B_{\Delta}) [H(t) - H_{ct}(B_{\Delta})] \quad (22)$$

при условии, что на исследуемый магнитный материал воздействует идеальный импульс поля длительностью  $t$ .

При этом функция  $H_{ct}(B_{\Delta})$  находится из выражений (20) и (21) и имеет вид

$$H_{ct}(B_{\Delta}) = \frac{B_{sd} - B_r}{\mu_{\Delta H} \mu_0} \operatorname{Arth} \frac{B_{\Delta}}{B_{sd} - B_r}. \quad (23)$$

Функция  $R(B_{\Delta})$  находится из выражения (10):

$$R(B_{\Delta}) = R_m \left( 1 - \frac{B_H^2}{B_{sd}^2} \right) \left[ 1 - \frac{B_{\Delta}^2}{(B_{sd} - B_r)^2} \right]. \quad (24)$$

С учетом (21), (23) и (24) решение уравнения (22) запишется в виде

$$B_{\Delta} = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \left[ \mu_{\Delta m} \left( 1 - \frac{5}{3} \frac{B_H^2}{B_{sd}^2} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_p}} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\mu_0 H}{B_{sd} - B_r} \right],$$

$$\text{где } \tau_p = \frac{\mu_{\Delta H} \mu_0}{R_m (1 - B_H^2 / B_{sd}^2)}. \quad (25)$$

Совпадение выражений (19) и (25) с точностью до постоянного множителя, близкого к единице, подтверждает правильность полученных выше результатов, а также свидетельствует о возможности применения уравнения динамического состояния для расче-

та обратимой и необратимой составляющих магнитной индукции в динамических режимах.

Все изложенное выше позволяет сделать следующие выводы:

1. Рассматривая физические процессы, происходящие в магнитных материалах при обратимых изменениях магнитной индукции, а также используя общепринятую аппроксимацию функции  $\lambda(B)$ , можно получить математическое выражение, описывающее зависимость обратимой составляющей магнитной индукции от напряженности магнитного поля в статических и динамических режимах:

$$B_{\Delta} = (B_{sd} - B_r) \operatorname{th} \left[ \frac{\beta R_m}{k} \left( 1 - \frac{B_H^2}{B_{sd}^2} \right) \left( 1 - e^{-\frac{k}{\beta} t} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{H}{B_{sd} - B_r} \right].$$

2. Выведенные основные уравнения (15)–(17) подтверждаются теоретическими и экспериментальными данными, полученными различными авторами. Это говорит о том, что все исходные предпосылки допустимы и их можно применять в дальнейшем для построения математических моделей.

3. Полученные данные позволяют связать интегральные характеристики магнитного материала с физическими константами, характеризующими данный материал.

4. Совпадение результатов, полученных из рассмотрения физических процессов, и при решении уравнения динамического состояния говорит о возможности проводить отдельно расчет обратимой и необратимой составляющих магнитной индукции в динамических режимах при помощи уравнения динамического состояния, а также о том, что выражение (25) правильно описывает зависимость приведенного магнитного сопротивления  $R(B_{\Delta})$  от обратимой составляющей магнитной индукции.

5. Результаты, полученные в статье, могут быть использованы для расчета цепей с магнитными элементами, а также при разработке различных магнитоизмерительных устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. — М.: Наука, 1974.
2. Крупичка С. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов. Т. 2. — М.: Мир, 1976.
3. Киттель Ч., Галт Я. Теория ферромагнитных областей (доменов). — В кн.: Магнитная структура ферромагнетиков. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1959.
4. Пирогов А. И., Шамаев Ю. М. Магнитные сердечники для устройств автоматики и вычислительной техники. — М.: Энергия, 1973.
5. Хмарук О. Н. Исследование процессов перемагничивания магнитных материалов с непрямоугольной петлей гистерезиса из произвольного магнитного состояния. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. — М.: МЭИ 1980.. [12.04.83]

~~~~~

Унификация сечений жил кабелей 10 кВ для сельских электрических сетей

БРОНИЦКИЙ М. А., кандидат техн. наук ВЫСКИРКА А. С.,

Украинское отделение института «Сельэнергопроект»

Эффективность капиталовложений в развитие системы электроснабжения в значительной степени зависит от типоразмеров применяемого электрооборудования, в том числе сечений проводов и жил кабелей линий электропередачи. Ряд исследований [1 и 2] показывает, что применение в электросетевом строительстве проводов и кабелей всех существующих сечений экономически неэффективно, и для сетей различного назначения существует оптимальная номенклатура этих сечений. Аналогичные выводы получены при исследовании оптимального ряда сечений жил кабелей подземных линий электропередачи 10 кВ, сооружение которых в сетях сельскохозяйственного назначения в определенных зонах страны оказалось экономически целесообразнее воздушных [3].

При исследовании оптимизация номенклатуры применяемых сечений жил кабелей рассматривалась как задача определения оптимального параметрического ряда этих сечений. Решение такой задачи возможно с помощью методики [4], в соответствии с которой необходимо определить «функцию спроса», характеризующую потребность в рассматриваемой продукции, и «функцию затрат», характеризующие связи между оптимизируемыми параметрами этой продукции и затратами на ее разработку, изготовление и эксплуатацию (применение). Если применительно к линиям электропередачи определение «функции спроса» хотя и довольно сложная (особенно для сельских кабельных линий), но разрешимая задача, то определение «функций затрат» (за исключением затрат на строительство и эксплуатацию) весьма сложно вследствие отсутствия необходимой исходной информации. Поэтому на практике, как правило, рассматривается только «функция затрат» на сооружение и эксплуатацию линий электропередачи. Применительно к кабельным линиям такой подход можно реализовать следующим образом. «Функция затрат» на сооружение и эксплуатацию кабельных линий

$$Z_i = (E_n + p_a)(K_0 + kF_i) + \frac{S^2 \tau U_n}{U_n^2 \gamma F_i}, \quad (1)$$

где E_n — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; p_a — норма амортизационных отчислений; K_0 — постоянная составляющая стоимости кабельной линии, не зависящая от сечения; k — коэффициент удорожания; F_i — сечение жил кабелей; S — нагрузка; τ — годовое число максимальных потерь; U_n — удельные затраты на возмещение потерь электроэнергии; U_n — номинальное напряжение; γ — удельная проводимость токопроводящего материала.

Минимальное значение этой функции обеспечивается в том случае, если имеется непрерывный ряд сечений жил кабелей, и для каждой конкретной нагрузки принимается оптимальное сечение, которое определяется из равенства нулю частной производной функции (1) по сечению

$$F_0 = S \sqrt{\frac{\tau U_n}{(E_n + p_a) k U_n^2 \gamma}}. \quad (2)$$

Подставляя значение F_0 в (1) получаем

$$Z_0 = (E_n + p_a) K_0 + 2S \sqrt{\frac{(E_n + p_a) k \tau U_n}{U_n^2 \gamma}}. \quad (3)$$

Выражение (3) представляет линейную функцию затрат от нагрузки и является касательной семейства кривых приведенных затрат для любого выбранного сечения из принятого непрерывного ряда (прямой I на рис. 1). Если принять определенный ряд сечений $F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_M$, то для их значений функция (1) в точке касания с прямой I будет соответствовать минималь-

ным приведенным затратам для данной нагрузки. Точки пересечения кривых приведенных затрат для смежных сечений определяют границы экономических интервалов нагрузки для этих сечений, и отклонение приведенных затрат от оптимальных в этих точках будет максимальным. Относительная величина этого отклонения при отступлении от оптимального сечения к меньшему или большему из принятых сечений определяется как

$$\delta_i^H = \frac{Z_i^H - Z_{i-1}^H}{Z_{i-1}^H} \text{ и } \delta_i^B = \frac{Z_i^B - Z_{i-1}^B}{Z_{i-1}^B}. \quad (4)$$

При выражении затрат через определяющие их параметры

$$\delta_i^H = \frac{(\sqrt{F_i} - \sqrt{F_{i-1}})^2}{\frac{K_0}{k} + 2\sqrt{F_{i-1}F_i}} \text{ и } \delta_i^B = \frac{(\sqrt{F_{i+1}} - \sqrt{F_i})^2}{\frac{K_0}{k} + 2\sqrt{F_iF_{i+1}}}. \quad (5)$$

В практике подобного рода технико-экономических исследований принято считать, что сравниваемые варианты экономически равнозначны, если их показатели эффективности отличаются не более, чем на 5 %, т. е. в нашем случае предельное значение $\delta_{\text{пр}} = 0,05$.

Анализ отношений δ_i для кабельных линий 10 кВ, сооружаемых в сельской местности, при стандартных сечениях жил кабелей марок АШв, АШп и АБ, прокладываемых в траншее и ножевыми кабелеукладчиками, показал, что отклонения фактических затрат от теоретически возможных оптимальных изменяются в пределах от 0,004 до 0,008 и на порядок ниже принятых 5 %.

Если ряд сечений жил кабелей строится по принципу геометрической прогрессии со знаменателем $q = F_{i+1}/F_i$, то исходя из (5)

$$q = \left[(1 + \delta) + \sqrt{(1 + \delta)^2 - \left(1 - \frac{K_0 \delta}{k F_0}\right)} \right]^2. \quad (6)$$

При значении $\delta = 0,05$ и $K_0/k = 112$ (характерном для кабельных линий сельскохозяйственного назначения) величина шага ряда сечений жил кабелей вместо существующего, который изменяется от 1,23 до 1,56 (вследствие неравномерности ряда номинальных сечений), равна 3,48; 2,97 и 2,63 соответственно для начальных сечений 10, 16 и 25 мм².

Таким образом, на основании анализа только «функции затрат» на сооружение и эксплуатацию кабельных линий становится очевидным, что применение кабелей всех существующих стандартных сечений при сооружении кабельных линий в сельской местности не является экономически оправданным. Однако без учета «функции затрат», обусловленной производством самого кабеля, а также «функций спроса», окончательные выводы невозможны. В силу предложенного авторами подхода учет «функции затрат» на производство, сооружение и эксплуатацию кабельных линий с применением кабелей при различных параметрических рядах их сечений и «функций спроса» производится совместно.

Оптимальный ряд применяемых сечений жил кабелей с учетом «функции спроса» можно определить, приняв за последнюю статистическое распределение нагрузки участков линий электропередачи 10 кВ в сельской местности. Задача формулируется следующим образом [5].

Имеется статистический ряд распределения $\Phi(S)$ нагрузки S . В области от S_{min} до S_{max} можно принять N сечений ($F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_N$). В зависимости от значения N изменяются, в целом, приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию кабельных линий, и, в частности, стоимость самих кабелей

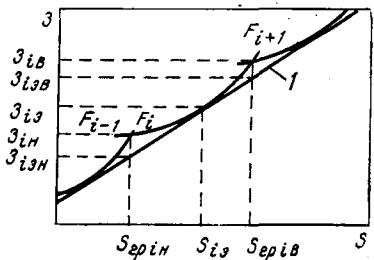


Рис. 1. Экономические интервалы нагрузки

силу изменения затрат на их производство, т. е.

$$Z(N) = \sum_{i=1}^N Z_i + \varphi(N), \quad (7)$$

где $\varphi(N)$ — «функция затрат», характеризующая затраты на производство кабелей с соответствующим количеством сечений жил кабелей.Определение $\varphi(N)$ для кабелей напряжением 10 кВ (как и для большинства другого электротехнического оборудования) практически не представляется возможным. Для преодоления такого затруднения был предложен следующий способ.Влияние количества типоразмеров ряда на затраты, связанные с производством, хранением и транспортировкой кабелей, оказывается в основном на постоянной составляющей капиталовложений на сооружение кабельных линий, не зависящей от сечения жил кабелей при заданном их ряде. Поэтому влияние этих затрат на число сечений в ряду было предложено выразить через коэффициент a , умноженный на постоянную составляющую капиталовложений в выражении (1),

$$a = 1 - r(N_{ct} - N), \quad (8)$$

где r — коэффициент, определяющий насколько изменяется постоянная составляющая капиталовложений при изменении количества сечений N в шкале; N_{ct} — существующее число типоразмеров в ряду.Из (8) очевидно, что при $N = N_{ct}$ $a = 1$, и влияние коэффициента r на результаты расчета при рассмотрении использования кабелей всех стандартных сечений исключается. Таким образом, $1(N)$ учитывается в расчетах в неявном виде.

Статистические исследования 3700 км ВЛ 10 кВ показали, что интегральная функция распределения нагрузки магистральных участков ВЛ 10 кВ в сельской местности достаточно адекватно определяется выражением

$$\Phi(S) = \frac{c}{\sqrt{3} U_{hB} b^2} [(bS - 1) \exp(bS) + 1]. \quad (9)$$

Величина коэффициентов аппроксимации c и b по результатам обработки статистических данных составляет 0,00015 и -0,00296 соответственно.На основании метода экономических интервалов нагрузки можно записать, что при использовании некоторого сечения F_i в диапазоне нагрузок от S_{grpi}^H до S_{grpi}^B математическое ожидание приведенных затрат определяется как математическое ожидание функции, т. е.

$$\bar{Z}_i = \int_{S_{grpi}^H}^{S_{grpi}^B} f(S, F) d\Phi(S), \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} S_{grpi}^H &= \sqrt{\frac{(E_h + p_a) k U_{hB}^2 \gamma F_{i-1} F_i}{\tau U_{hB}}}; \\ S_{grpi}^B &= \sqrt{\frac{(E_h + p_a) k U_{hB}^2 \gamma F_i F_{i+1}}{\tau U_{hB}}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Математическое ожидание полных приведенных затрат при заданном числе сечений жил кабелей N

$$\bar{Z}'_N = \sum_{i=1}^N \bar{Z}_i. \quad (12)$$

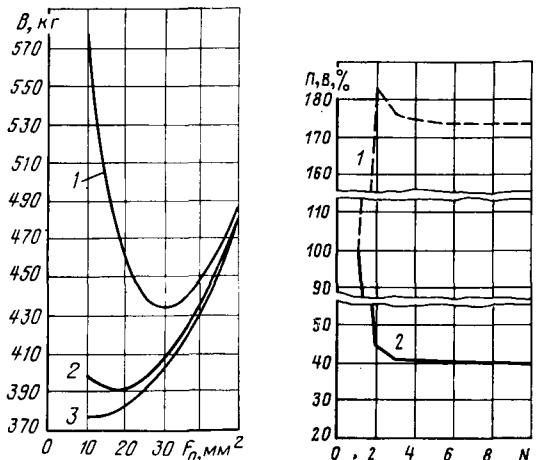
Для определения оптимального значения N по минимуму приведенных затрат необходимо при каждом из рассматриваемых значений N приравнять нулю частные производные $\partial \bar{Z}'_N / \partial F_i$ функции (12) по неизвестным F_i . Однако такой путь приводит к громоздкой системе уравнений, решение которой довольно сложно. Поэтому было предложено сразу принять, что ряд сечений строится по геометрической прогрессии.Задаваясь различными рядами сечений жил кабелей, прямым счетом по выражению (12) устанавливается зависимость $\bar{Z}'_N = f(N)$, и на основании ее анализа определяется оптимальное значение N . Так как величина \bar{Z}'_i зависит от большого числа исходных данных, которые могут принимать различные значения, для целей исследований была разработана программа на алгоритмическом языке ФОРТРАН.Для расчетов было принято: $E_h = 0,12$; $p_a = 0,043$; $U_{hB} = 10$ кВ; $\gamma = 0,032$ км/Ом·мм²; $U_{hB} = 2,68$ коп/кВт·ч; $\tau = 1900$ ч/год; $S_{max} = 3000$ кВ·А; $K_0 = 2311$ руб.; $k = 20$ руб/км.При оптимизации ряда первостепенное значение имеет правильное определение начального значения сечения F_0 . Расчеты показали, что при величине F_0 до 28 мм² приведенные затраты минимальны при ряде из трех сечений, а при большей величине F_0 — из двух. При этом оптимальным по минимуму приведенных затрат начальным сечением из существующих является 25 мм² для ряда из трех сечений и 35 мм² — из двух сечений. Однако разность в приведенных затратах незначительна (менее 1%), что дает основание оба варианта начальных сечений признать равнозначимыми. Для окончательного выбора оптимального варианта было предложено провести анализ по другим определяющим критериям — величине капиталовложений, потерям электроэнергии и расходу проводникового материала.В целом по минимуму капиталовложений и величине потерь электроэнергии ранее установленные оптимальные варианты также оказались равнозначимыми. Расход проводникового материала B на 1 км линии при трех сечениях жил кабелей в параметрическом ряду меньше, чем при двух (рис. 2). При этом очень важно, что рост числа сечений жил кабеля в параметрическом ряду (при его построении по принципу геометрической прогрессии) свыше трех незначительно снижает потери электроэнергии P и расход проводникового металла B (рис. 3).Таким образом, оптимальным является ряд из трех сечений жил кабелей при начальном сечении ряда, равном 25 мм².Из всех принятых исходных данных самым неопределенным является показатель изменения затрат на производство кабеля в зависимости от числа принимаемых сечений. Поэтому проводились исследования, изменения полученных результатов от возможного изменения этого показателя. Для исследований было принято, что r изменяется от 0,01 до 0,1. Результаты расчетов (рис. 4) показали, что при изменении r в заданных пределах приведенные затраты изменяются незначительно и примерно одинаковы для двух и трех сечений в ряду. Примерно такие же результаты получаются по минимуму капиталовложений.

Рис. 2. Зависимость затрат проводникового металла от начального сечения ряда; количество сечений в ряду: 1 — два; 2 — три; 3 — четыре

Рис. 3. Зависимость потерь электроэнергии и затрат проводникового металла от количества сечений в ряду: 1 — потери электроэнергии; 2 — затраты проводникового металла

Для проверки устойчивости полученных результатов при изменении других основных исходных данных проводились расчеты при изменении последних в пределах их возможных значений. Результаты расчетов показали, что изменение величины капиталовложений и числа часов потерь электроэнергии в два раза в большую и меньшую стороны от принятых средних значений практически не влияет на оптимальное число сечений жил кабелей по всем рассматриваемым критериям. Изменение стоимости потерь электроэнергии в пределах возможных значений в различных зонах страны также не оказывает влияние на полученные результаты. Изменения динамики роста нагрузки привели к аналогичным выводам.

Исследовались также возможные изменения полученного оптимального ряда сечений жил кабелей при перспективных изменениях нагрузки участков линий электропередачи, учитывающих разветвленность кабельных линий электропередачи. Для этого был принят экспоненциальный закон распределения нагрузки участков ВЛ с соответствующими параметрами распределения. Результаты исследований показали, что оптимальным является ряд из двух или трех сечений, причем по потерям электроэнергии и расходу проводникового металла целесообразней ряд из трех сечений. Изменения параметров распределения и других влияющих факторов не оказали какого-либо существенного влияния на полученные результаты.

Таким образом, в результате исследований оказалось, что оптимальным унифицированным рядом сечений жил кабелей для линий электропередачи в сельской местности является ряд из трех сечений: 25; 54,8; 120 мм^2 или, округляя до ближайшего стандартного сечения — 25; 50; 120 мм^2 , т. е. из существующего ряда исключаются сечения 35, 70 и 95 мм^2 .

При рассмотрении вопроса унификации сечений жил кабелей первостепенное значение имеет также учет ограничений ресурсов проводникового металла. В соответствии с [1 и 6], эта задача может быть решена введением в выражение (1) для определения приведенных затрат дополнительного члена λg , пропорционального расходу проводникового металла g . При этом выражения (11) для определения экономических интервалов нагрузки примут вид:

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{grp}}^{\text{a}} &= \sqrt{\frac{[(E_{\text{h}} + p_{\text{a}}) k + \lambda g] U_{\text{h}}^2 \gamma F_{i-1} F_i}{U_{\text{p}} \tau}}, \\ S_{\text{grp}}^{\text{b}} &= \sqrt{\frac{[(E_{\text{h}} + p_{\text{a}}) k + \lambda g] U_{\text{h}}^2 \gamma F_i F_{i+1}}{U_{\text{p}} \tau}}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где λ — коэффициент, отражающий эффективность использования в сооружаемых объектах лимитированных ресурсов проводникового металла (значение λ зависит от суммарных ограничений по этим ресурсам: чем больше ресурсы, тем меньше величина λ); g — расход проводникового металла на сооружение линий электропередачи.

Выполненные расчеты по выражениям (13) применительно к приведенным выше данным для различных произвольно задаваемых значений коэффициента λ позволили получить зависимость $g = f(\lambda)$, которая может быть использована для нахождения значения λ , соответствующего любому заданному ограничению по ресурсам.

В настоящее время для ВЛ 10 кВ сельскохозяйственного назначения норма расхода проводникового металла на провода составляет 364 кг/км, что соответствует величине $\lambda = 0,015$. При расчетах рассматривались варианты ограничения ресурсов до 250 кг/км ($\lambda = 0,2$) и даже до 200 кг/км ($\lambda = 0,5$). Результаты расчетов приведены на рис. 5. Анализ показал, что ограничения ресурсов проводникового металла не влияют на оптимальный ряд номинальных сечений.

Важность такого результата заключается в том, что существует обратное мнение, которое зачастую служит аргументом против сокращения числа сечений или приводится как недостаток такого мероприятия.

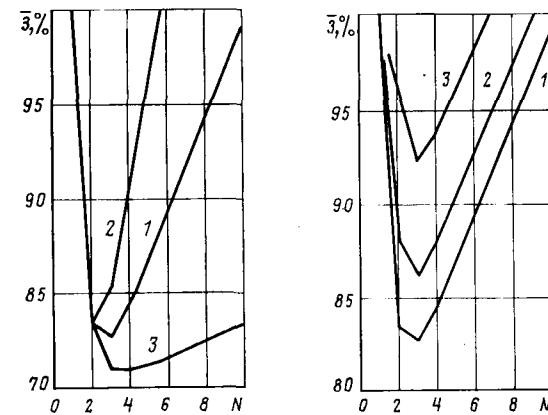


Рис. 4. Зависимость приведенных затрат от изменения коэффициента r : 1 — $r=0,05$; 2 — $r=0,1$; 3 — $r=0,01$

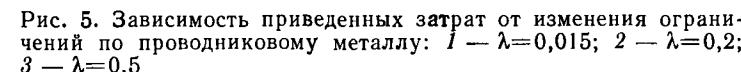


Рис. 5. Зависимость приведенных затрат от изменения ограничений по проводниковому металлу: 1 — $\lambda=0,015$; 2 — $\lambda=0,2$; 3 — $\lambda=0,5$

Аналогичные результаты получены при исследовании оптимальной номенклатуры сечений проводов для воздушных линий электропередачи 10 кВ. Оптимальным оказывается применение трех сечений проводов — 35, 70 и 120 мм^2 .

Использование в сельском электросетевом строительстве унифицированного ряда сечений жил кабелей позволяет: оптимизировать капиталовложения в электросетевое строительство;

облегчить разработку и производство новых типов облегченных кабелей с изоляцией из полимерных материалов и соединительной и концевой арматуры к ним;

упростить организацию комплектации строительства кабельной продукции и создать благоприятные условия для гибкого маневрирования запасами кабеля;

сократить количество инструмента и приспособлений, применяемых при монтажных работах.

Выводы. 1. Использование кабелей напряжением 10 кВ всех стандартных сечений жил, предусмотренных ГОСТ для сооружения кабельных линий в сельской местности, не является оптимальным.

2. Исследования с учетом многокритериальности решаемой задачи показали, что унифицированный ряд сечений жил кабелей, предназначенных для применения в сельских электрических сетях, должен состоять из трех сечений — 25, 50 и 120 мм^2 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Унификация номенклатуры сечений проводов воздушных линий электропередачи напряжением 110—500 кВ, сооружаемых на унифицированных опорах/А. Н. Зейлигер, Д. Л. Файбисович, Р. М. Фришберг, И. М. Шапиро. — Энергетическое строительство, 1982, № 1.
2. Свидерский В. Ф. Об унификации сечений кабельных линий 6—10 кВ — Электрические станции, 1981, № 2.
3. Будзко И. А., Броницкий М. А., Выскира А. С. Сравнение сельских кабельных и воздушных линий электропередачи. — Электричество, 1978, № 7.
4. Типовая методика оптимизации одномерного параметрического типоразмерного ряда. — М.: Издательство стандартов, 1976.
5. Будзко И. А., Гессен В. Ю., Левин М. С. Электроснабжение сельскохозяйственных предприятий и населенных пунктов. — М.: Колос, 1975.
6. Новожилов В. В. Проблема измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. — М.: Экономика, 1967

[26.07.83]

~~~~~

# Исследование перенапряжений в емкостных накопителях энергии с разрядником, включенным у нагрузки

ЕФИМОВ Б. В., ПРИЩЕВ В. М.

Требование минимальной собственной индуктивности высоковольтных (30—100 кВ) емкостных генераторов импульсных токов (ГИТ), определяющей эффективность их использования в физических экспериментах и в промышленной технологии, заставляет достаточно подробно исследовать перенапряжения, возникающие при разряде накопителя. До последнего времени в общепринятой конструкции многоканальных ГИТ для обеспечения надежного срабатывания, разрядники устанавливались у конденсаторов и соединялись с нагрузкой кабельной линией. В таких конструкциях накопителей за счет быстрого срабатывания коммутаторов и отсутствия согласования эквивалентных сопротивлений нагрузки и кабельных линий возникают волновые перенапряжения [1].

Амплитуды волновых перенапряжений достаточны как для возникновения аварий за счет пробоя изоляции кабелей, нагрузки и перекрытия разделок кабелей, так и существенного снижения службы накопителя. Для устранения этих недостатков применяются устройства защиты, ограничивающие перенапряжения до уровня, не превышающего 1,2  $U_0$  [2 и 3].

Однако в последнее время в емкостных ГИТ все шире используются промышленные игнитронные разрядники ИРТ-1, ИРТ-2, ИРТ-3, ИРТ-4, характерной особенностью которых является практическая независимость времени срабатывания от анодного напряжения и широкий диапазон управляемого включения. Это обстоятельство позволяет включать коммутаторы непосредственно у нагрузки и отказаться от использования кабельных линий в качестве линий задержки. Кабельные линии в таких конструкциях выполняют чисто конструктивную роль соединительного элемента.

Несмотря на отдельные упоминания в литературе отсутствуют достаточно подробные исследования переходных процессов в таких конструкциях накопителей. Так в [4] на основе анализа, проведенного без учета собственной индуктивности разрядника и емкости нагрузки, делается вывод об отсутствии перенапряжений.

Целью данной статьи являлось более подробное исследование переходных процессов в ГИТ с разрядником, включенным у нагрузки. На рис. 1 показана (сплошными линиями) электрическая схема соединений, где обозначены:  $C_1$  — эквивалентная емкость накопителя;  $L_1$  — суммарная индуктивность конденсаторов накопителей и кабельных разделок на них;  $L_2$  — индуктивность разрядника с учетом индуктивности кабельных разделок;  $L_3$  и  $C_2$  — индуктивность и емкость нагрузки. Поскольку в емкостных ГИТ практически всегда выполняются условия

$$\frac{L_1}{Z_h} \ll C_1 Z_h, \sqrt{L_2 C_2} \ll \sqrt{L_3 C_2},$$

то это позволяет, для расчета начальной стадии разряда накопителя в эквивалентной схеме замещения заряженную емкость  $C_1$  заменить источником э. д. с.  $U_0$  (показан пунктиром), а индуктивность нагрузки принять бесконечно большой.

В соответствии с рассмотренными допущениями и при приближении активным сопротивлением кабельной линии и нелинейным сопротивлением коммутатора (их влияние будет рассмотрено ниже), операторные изображения напряжения и тока в любой точке линии записываются в виде [5]

$$\left. \begin{aligned} \bar{U} &= Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x} + \frac{U_0}{p}; \\ \bar{i} &= -\frac{1}{Z_h} (Ae^{\gamma x} - Be^{-\gamma x}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\gamma \approx p \sqrt{L_0 C_0}$ , а  $L_0$  и  $C_0$  — удельные (на единицу длины) индуктивность и емкость кабельной линии.

Постоянны интегрирования  $A$  и  $B$  с учетом граничных условий

$$\frac{U_0}{p} = U(0, p) + Z_1 \bar{i}(0, p);$$

$$\bar{U}(l, p) = Z_2 i(l, p),$$

где  $Z_1 = pL_1$ ,  $Z_2 = pL_2 + \frac{1}{pC_2}$  — будут иметь вид:

$$A = -\frac{U_0 (Z_1 + Z_h)}{p \left[ \left( \frac{Z_1 Z_2}{Z_h} + Z_h \right) \sinh \gamma l + (Z_1 + Z_2) \cosh \gamma l \right]}, \quad (3)$$

а коэффициент  $B$  запишем аналогично со знаком минус в числителе.

Напряжение на емкости  $C_2$  можно определить из выражения

$$U_c(p) = \bar{i}(l, p) \frac{1}{pC_2}. \quad (4)$$

Полагая  $p = \pm j\beta_h$  и обозначая [5]  $\beta_h l \sqrt{L_0 C_0} = v_h$ ,

$$K_1 = \frac{L_1}{L_0 l}; K_2 = \frac{L_2}{L_0 l}; K_3 = \frac{C_0 l}{C_2}; D_1 = K_1 K_2;$$

$$D_2 = K_1 + K_2 + K_1 K_3 + 1; D_3 = K_1 + K_2 + 2K_1 K_2$$

получаем конечное выражение для оригинала напряжения в любой точке линии

$$u(x, t) = U_0 + 2U_0 \times \times \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\left( K_1 v_h \cos v_h \frac{x}{l} + \sin v_h \frac{x}{l} \right) \cos v_h \frac{t}{l \sqrt{L_0 C_0}}}{\left( D_1 v_h^3 - D_2 v_h - \frac{K_3}{v_h} \right) \cos v_h + (v_h^2 D_3 - K_3) \sin v_h}, \quad (5)$$

где  $v_h$  — корни уравнения

$$\operatorname{ctg} v_h = \frac{v_h^2 K_1 K_2 - K_1 K_3 - 1}{v_h (K_1 + K_2) - \frac{K_3}{v_h}}. \quad (6)$$

Напряжение в конце линии ( $x = l$ ) и на емкости запишутся соответственно в виде:

$$\begin{aligned} u(l, t) &= U_0 + 2U_0 \times \times \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(v_h K_1 \operatorname{ctg} v_h + 1) \cos v_h \frac{t}{l \sqrt{L_0 C_0}}}{\left( D_1 v_h^3 - v_h D_2 - \frac{K_3}{v_h} \right) \operatorname{ctg} v_h + v_h^2 D_3 - K_3}; \\ u_c(t) &= U_0 + 2U_0 \times \end{aligned} \quad (7)$$

$$\times \sum_{k=2}^{\infty} \frac{K_3 (\operatorname{ctg} v_h - v_h K_1) \cos v_h \frac{t}{l \sqrt{L_0 C_0}}}{v_h \left[ v_h^2 D_3 - K_3 + \left( D_1 v_h^3 - v_h D_2 - \frac{K_3}{v_h} \right) \operatorname{ctg} v_h \right]}. \quad (8)$$

На рис. 2 и 3 приведен пример расчета для емкостного накопителя с параметрами  $Z_h = 10$  Ом,  $l = 10$  м,  $C_2 = 10^{-9}$  Ф,  $L_2 = L_0 l = 50 \cdot 10^{-9}$  Гн,  $L_1 = L_2$  (время двойного пробега волны напряжения вдоль кабельной линии  $\tau_0$ ).

Как видно из приведенного примера при установке разрядника у нагрузки, перенапряжения в ГИТ не устраняются и имеют место как на нагрузке, так и в кабельной линии. Многовариантные расчеты переходных процессов в ГИТ, проведенные в широком диапазоне изменения конструктивных параметров

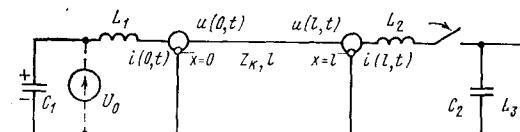


Рис. 1. Расчетная схема емкостного накопителя с разрядником, включенным у нагрузки

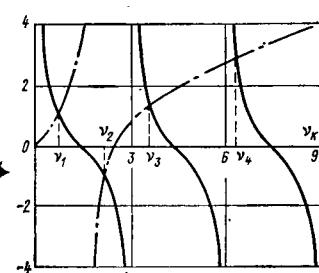


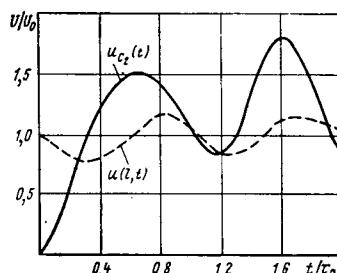
Рис. 2. К определению корней; сплошные линии —  $\operatorname{ctg} \nu_k$  штрих-пунктиром — правая часть выражения (6)

Рис. 3. Напряжение на нагрузке и в конце кабельной линии

ров ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C_2$ ,  $Z_k$ ,  $l$ ), показали, что коэффициенты перенапряжений на элементах изменяются от единицы до двух. Причем, наибольшие значения имеют место при минимальном значении  $K_1$  и максимальном значении  $K_3$  ( $K_1 < 3$ ,  $K_3 > 5$ ). По мере увеличения коэффициента  $K_3$  перенапряжения в кабельной линии уменьшаются и не превышают  $K = 1,1$  при  $K_3 \geq 8$ , однако при этом на емкости  $C_2$  амплитуды максимальных напряжений достигают  $2 U_0$ .

Для определения влияния потерь в кабельной линии и ко-  
нечной скорости срабатывания разрядника были проведены численные исследования по переработанной программе, основанной на волновом методе расчета [1]. Индуктивность и нелинейное сопротивление разрядника были перенесены из уравнения источника (уравнение, описывающее переходной процесс в начале кабельной линии) в уравнение нагрузки. Погонное активное сопротивление кабельной линии рассчитывалось на частоте колебания напряжения на нагрузке  $f = 1/2 \pi (L_2 C_2)^{1/2}$ . Нелинейное сопротивление разрядника замещалось математической моделью, в качестве которой был принят экспоненциальный закон изменения, параметром которого является начальное максимальное сопротивление разрядника и время  $t_k$ .

Численные исследования показали, что на амплитуду напряжения на нагрузке влияет только нелинейное сопротив-



ление разрядника. Напряжение на емкости  $C_2$  монотонно уменьшается от  $2 U_0$  (при  $K_1 < 3$ ,  $K_3 > 8$ ) до  $1,1 U_0$  при изменении отношения  $t_k \pi (L_2 C_2)^{1/2}$  в диапазоне 0,1—2. Время  $t_k$  — это время, за которое сопротивление разрядника меняется от значения, на порядок большего волнового сопротивления  $\rho = (L_2/C_2)^{1/2}$  до минимального ( $\sim 10^{-2}$  Ом).

Поскольку в современных ГИТ величины  $\rho$  и  $\pi (L_2 C_2)^{1/2}$  составляют примерно десятки Ом и наносекунд соответственно, то перенапряжения будут практически отсутствовать при использовании относительно медленных коммутаторов (вакуумный разрядник, игнитроны, коммутатор со скользящим разрядником), время срабатывания у которых составляет доли микросекунд.

В то же время перенапряжения будут иметь место на нагрузке в накопителях с искровыми разрядниками (трагатроны, каскадные разрядники, разрядники под давлением). Таким образом, при определении электрической прочности междушинной изоляции нагрузки необходимо учитывать не только конструктивные параметры  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C_2$ ,  $Z_k$ ,  $l$  накопителя, но и тип коммутатора и его временные характеристики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гумерова Н. И., Ефимов Б. В., Ртищев В. М. Численное исследование развития волновых перенапряжений в емкостных ГИТ с учетом потерь в элементах конструкций. — Деп. в Информэлектро 19.07.78, № 132-Д/78.
- Ртищев В. М. Численное исследование эффективности защиты от волновых перенапряжений в емкостных ГИТ. — Деп. в Информэлектро 19.07.88, № 133-Д/78.
- Вакорин А. А., Ртищев В. М., Рыбин В. Н. Повышение энерговклада и надежности работы емкостных ГИТ с плазменной нагрузкой. — В кн.: Тезисы докладов II Всесоюзной конференции «Электрический разряд в жидкости и его применение в промышленности». — Николаев, май, 1980.
- Конотоп В. В., Межибовский Г. Л., Симкин С. А. О перенапряжениях в цепи разряда магнитоимпульсной установки. — В кн.: Магнитоимпульсная обработка металлов. — Харьков: Вестник ХГИ, № 94, вып. 2, 1974.
- Левинштейн М. Л. Операционное изображение в задачах электротехники. — Л.: Энергия, 1972.

[05.05.82]

~~~~~

УДК 621.313.322-81.013.001.24

Нестационарное электромагнитное поле в мощных турбогенераторах

ТИТКО А. И.

Киев

Теория переходных процессов в энергетических объектах к настоящему времени разработана весьма глубоко и в основном на базе решения дифференциальных уравнений Парка — Горева при определении необходимых параметров из решений электромагнитного поля в установившихся режимах. Важной для исследования переходных процессов в мощных турбогенераторах (ТГ), асинхронных и других машинах является работа по уточнению параметров машины. Однако все чаще возникает задача нахождения характеристик электромагнитного поля и электродинамических усилий в массивных проводящих элементах ротора и статора для обеспечения повышения надежности работы сверхмощных ТГ и перспективных уникальных машин, в особенности при частых пусках и остановках. Тем самым возникает необходимость решения нестационарных задач электромагнитного поля в электрических машинах в аномальных режимах работы. Такого рода научные исследования проводились лишь в плане нахождения постоянных времени демпферных проводящих оболочек в криогенераторах [1], либо общего вида частотных характеристик массивного ротора асинхронных машин [2] или решались в весьма приближенной постановке [3]. В связи с этим рассмотрим особенности протекания переходного процесса в массивных проводящих элементах ротора мощных ТГ и покажем возможности углубления таких исследований.

Рассмотрим математическую модель (см. рисунок) активной части ТГ. Для изучения влияния электромагнитных параметров и размеров клиньев IV и других факторов на электромагнитные

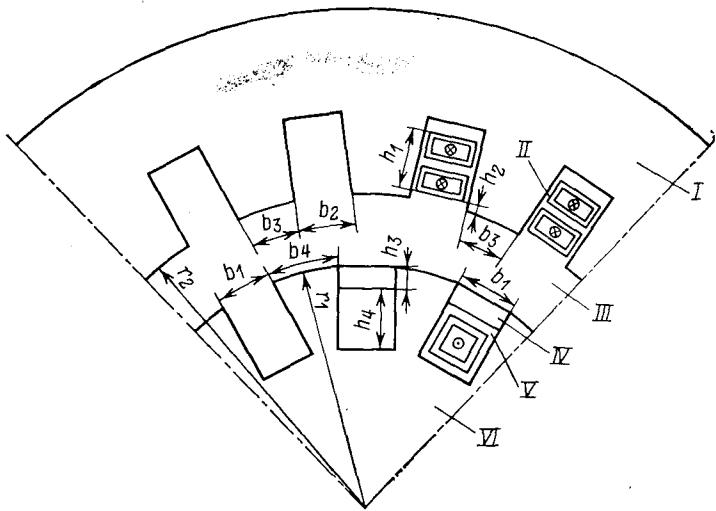
характеристики переходного процесса, их постоянные временя при внезапном симметричном коротком замыкании ТГ, наступившем после х. х., применим методику [4]. Под характеристиками переходного процесса в ТГ в дальнейшем будем подразумевать составляющие токов обмоток ротора и статора, параметры, определяющие изменение токов во времени, векторы напряженности магнитного и электрического полей в элементах машины при переходном процессе. На первом этапе исследования решение найдем при следующих предположениях:

токи в сердечнике статора не учитываются; влияние контактов соседних клиньев учитывается интегрально увеличением удельного сопротивления; токи, протекающие по клиньям, считаются более значительными, чем токи в зубцах ротора [5].

Система уравнений для определения апериодических токов обмотки возбуждения (OB) и периодических — обмотки статора (ОС) для режима к. з. является независимой в общей системе определения токов обмоток при переходном процессе [4], поэтому ее можно рассмотреть отдельно, отыскав необходимые решения поля для ее составления.

В областях II—IV будем находить решения дифференциальных уравнений относительно напряженности электрического поля E

$$\Delta E_z (r_1 \Phi_1 t) - \sigma \mu \frac{\partial E_z}{\partial t} = \mu \frac{\partial \delta_{zct}}{\partial t}, \quad (1)$$



где Δ — лапласиан; σ, μ — электропроводность и магнитная проницаемость среды соответственно; $\delta_{\text{ст}}$ — функция плотности токов обмоток ротора.

Вектор индукции магнитного поля \vec{B} определяется из уравнения поля

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} \vec{E}. \quad (2)$$

Следует иметь в виду, что в воздушной среде электропроводность σ равна нулю, а плотность сторонних токов $\delta_{\text{ст}}$ есть только в областях II и V. Уравнение (1) записано в системе координат, движущейся синхронно с ротором машины. Краевыми условиями на границах областей I — VI являются условия на поверхности раздела двух неоднородных сред, получаемые из системы уравнений электромагнитного поля

$$E_{\tau}(r_i + 0) = E_{\tau}(r_i - 0), H_{\tau}(r_i + 0) = H_{\tau}(r_i - 0), \quad (3)$$

где E_{τ}, H_{τ} — тангенциальные составляющие векторов напряженности соответственно электрического и магнитного полей; r_i — радиус цилиндрической поверхности двух граничащих сред.

При принятых предположениях в областях I и VI рассматривается лишь магнитное поле.

Приведем выражение основных членов ряда в решениях уравнений (1) — (2) в отдельных областях для двухполюсных турбогенераторов. В области II изображение тангенциальной составляющей вектора напряженности магнитного поля \vec{H} примет вид

$$\vec{H}_{\Phi} = \begin{cases} -\frac{\tilde{t}_{\text{ст}} \gamma_k}{b_2} k_{\mu}, r_2 < r < r_2 + h_2; \\ \frac{\tilde{t}_{\text{ст}} \gamma_k}{b_2 h_1} k_{\mu} (r - r_2 - h_1 - h_2); r_2 + h_2 < r < r_2 + h_1 + h_2, \end{cases} \quad (4)$$

где γ_k — число стержней в k -м пазу; $\tilde{t}_{\text{ст}}$ — изображение функции тока статора; k_{μ} — коэффициент, учитывающий магнитное состояние зубцов и ярма сердечника статора.

Так как выражение (4) получены для модели с бесконечной магнитной проницаемостью, то для учета магнитного состояния зубцов и ярма сердечника статора введен коэффициент k_{μ} , который может быть определен на основе решения аналогичной задачи квазистационарного поля при конечном μ_1 , либо приближенного учета насыщения магнитной цепи, как это выполняется в теории электрических машин [7].

Если не рассматривать клинья в пазах ротора, то решения в них будут иметь вид, как и в пазах статора.

В области III изображения составляющих вектора \vec{H} будут следующими:

$$\begin{aligned} \vec{H}_{\Phi} &= (C_1 - C_2 r^{-2}) \cos \varphi; \\ H_r &= (C_1 + C_2 r^{-2}) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Такой же вид имеет решение в области III для тангенциальной волны, сдвинутой на $\pi/2$ (для поперечной составляющей).

В области IV для k -го паза

$$\begin{aligned} \vec{H}_{\Phi} &= C_{0k} \left[\frac{\zeta_0 \sin \zeta_0 (r_1 - h_3) \cos \zeta_0 r}{\cos \zeta_0 (r_1 - h_3)} - \zeta_0 \sin \zeta_0 r \right] + \\ &+ \frac{\cos \zeta_0 r}{\cos \zeta_0 (r_1 - h_3)} \frac{\gamma_{1k} k_{1\mu}}{b_1} \tilde{t}_r, \end{aligned} \quad (6)$$

где \tilde{t}_r — изображение функции тока обмотки ротора;

$\zeta_0 = \sqrt{p \mu_1 \gamma_k}$; p — параметр преобразования Лапласа; γ_{1k} — число стержней в k -м пазу; $k_{1\mu}$ — коэффициент, введенный аналогично коэффициенту k_{μ} для учета магнитного состояния зубцов и ярма ротора.

Решение в области V аналогично выражению (4). Константы C_1, C_2, C_{0k} определяются из системы алгебраических уравнений, которая получается при рассмотрении условий граничного перехода для составляющих H_{Φ} и E_z на границах $r = r_1, r_2$. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} C_1 - C_2 r_2^{-2} &= S_2 \tilde{t}_{\text{ст}}; \\ C_1 - C_2 r_1^{-2} &= \sum_{j=0}^{n-1} S_{0j} C_{0j+1} + S_1 \tilde{t}_r; \\ C_1 + C_2 r_1^{-2} &= S_{3k} C_{0k} + S_{4k} \tilde{t}_r, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$ (n — число пазов ротора на полюс, уменьшенное в 2 раза);

$$\begin{aligned} S_{3k} &= \cos \zeta_0 r_1 + \sin \zeta_0 r_1 \sin \zeta_0 (r_1 - h_3) / [\cos \zeta_0 (r_1 - h_3) r_1 q_k]; \\ S_{4k} &= \gamma_{1k} k_{1\mu} \sin \zeta_0 r_1 / [r_1 b_1 q_k \cos \zeta_0 (r_1 - h_3)]; \\ q_k &= 2 \mu_1 \gamma_k \sin (b_1/2) \cos [(b_1 + b_4)(2k - 1)/2] / (\mu_0 b_1); \\ S_1 &= \frac{8 \sin (b_1/2)}{\pi b_1} \sum_{k=0}^{n-1} \gamma_{1k+i} k_{1\mu} \cos [(2k + 1)(b_1 + b_4)/2] \times \\ &\times \cos \zeta_0 r_1 / \cos \zeta_0 (r_1 - h_3); \\ S_{0j} &= \frac{8 \sin (b_1/2)}{\pi} \cos [(2j + 1)(b_1 + b_4)/2] \zeta_0 [-\sin \zeta_0 r_1 + \\ &+ \cos \zeta_0 r_1 \sin \zeta_0 (r_1 - h_3) / \cos \zeta_0 (r_1 - h_3)]; \\ S_2 &= -\frac{24 k_y \sin (b_2/2)}{\pi b_2} \{ \cos [(m - 1)(b_2 + b_3)/4] \sin [(m + \\ &+ 1)(b_2 + b_3)/4] / \sin [(b_2 + b_3)/2] - 0.5 \}, \end{aligned} \quad (8)$$

где k_y — коэффициент укорочения обмотки статора; m — число пазов статора на полюс и фазу.

Переходя от изображений к оригиналам, находим векторы поля в виде

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^{\infty} \vec{E}_{k1}(r, \varphi) \exp(-p_k t). \quad (9)$$

Выражения (8) получены в результате разложения в ряд по $\cos \zeta \varphi$ либо по $\sin \zeta \varphi$ ($\zeta = 1, 3, 5, \dots$) характеристик поля в отдельных пазах, необходимого при согласовании составляющих H_{Φ} и E_z на границах воздушного зазора машины, и учета только основной гармоники. Сумма S_2 найдена из предположения, что обмотка статора трехфазная и двухслойная. Система $(n + 2)$ уравнений (7) предполагает математическую модель стоячей электромагнитной волны в зазоре и соответственно различного распределения характеристик поля в клиньях ротора. При рассмотрении математической модели с одинаковым распределением поля в клиньях система (7) переходит в систему трех уравнений с тремя неизвестными.

Для определения переходных токов обмоток и характеристик электромагнитного поля составляем уравнения Кирхгофа [4] для одной фазы ОС и ОВ, предварительно определив потокосцепление магнитного потока с каждым проводником обмоток. Для выбранной модели и с учетом характера распределения магнитного поля в воздушном зазоре машины между магнитопроводами, магнитный поток находится интегрированием составляющей B_r по площадям, расположенным параллельно координатной плоскости Орф в данном случае при $r = r_1, r_2$.

Однако часть потока будет замыкаться в пазах ротора и статора и должна быть суммирована с общим потоком. Как видно

Таблица 1

Номер варианта	Толщина клиньев h_3 , м	k	Параметр				
			$p_k, \text{с}^{-1}$	$-i_{k\text{ст}}, \text{А}$	$i_{kf}, \text{А}$	$i_f (t=0,01 \text{ с}), \text{А}$	$-i_{\text{ст}} (t=0,01 \text{ с}), \text{А}$
Первый	0,015	1	1,214	11611	1196	417	19605
		2	23,53	10287	—967		
		3	964	62	—16		
Второй	0,020	1	1,207	12120	1193	438	19886
		2	17,61	9424	—885		
		3	536,4	226	—58		
Третий	0,028	1	1,175	12736	1184	473	19929
		2	12,3	8238	—777		
		3	270	731	—175		
		4	1170	18	—1,5		

Таблица 3

Номер варианта	$\sigma \cdot 10^{-7}$	k	Параметр				
			$p_k, \text{с}^{-1}$	$-i_{k\text{ст}}, \text{А}$	$i_{kf}, \text{А}$	$i_f (t=0,01 \text{ с}), \text{А}$	$-i_{\text{ст}}/t=0,01 \text{ с}, \text{А}$
Первый	0,5	1	1,27	269	1208	880	15081
		2	80,2	9609	766		
		3	1900	46	—11		
Второй	1,0	1	1,253	11212	1207	676	17536
		2	40,5	9681	—795		
		3	976	125	—30		
Третий	2,0	1	1,222	11823	1201	556	19112
		2	20,78	9143	—793		
		3	473	388	—93		
Четвертый	6,0	1	1,09	14203	1142	412	20526
		2	7,72	6770	—733		
		3	157,5	1014	—246		
		4	682	50	—4,6		

из уравнений (7), часть потока обмотки статора будет замыкаться также на участке $r_1 - h_3 < r < r_2$. При составлении уравнений для определения переходных токов обмоток необходимо учитывать только тот поток, который склеивается с ними, так как пренебрежение даже незначительными составляющими общего потока склеивания с обмоткой сильно влияет на результаты расчета. Приведенное решение определяется математической моделью, в которой значение магнитной проницаемости магнитопроводов учитывается определенными коэффициентами. Для расчетного анализа получены также решения, когда μ_1 и μ_{VI} имеют конечные значения и $\sigma_{VI} \neq 0$.

Иллюстрированный расчет и вариантовый анализ проводился для турбогенератора мощностью 30 МВт, проектировочный расчет которого приведен в [6]. Основные данные ТГ: $U_{LN} = 10500 \text{ В}$; $U_{\Phi N} = U_{LN}/\sqrt{3}$; $I_{\Phi N} = 2060 \text{ А}$; $r_2 = 0,438 \text{ м}$; $r_1 = 0,405 \text{ м}$; $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$; $b_2 = 0,023 \text{ м}$; $h_1 = 0,145 \text{ м}$; $h_2 = 0,025 \text{ м}$; $k_y = 0,94$; $m = 9$; $h_3 = 0,028 \text{ м}$; $b_4 = 0,116 \text{ м}$; $n = 8$; $b_1 = 0,024 \text{ м}$; число полюсов — 2; число витков ОС в фазе 18, ОВ на полюс — 144; расчетная длина активной части статора и ротора 2,8 м; активное сопротивление ОС — 0,0064 Ом; ОВ — 0,403 Ом; клинья в пазах ротора алюминиевые; ток холостого хода $i_{f0} = 152 \text{ А}$.

В табл. 1 приведена зависимость характеристик внезапного к. з. от толщины клиньев ротора при $\sigma = 0,35 \cdot 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. В табл. 2 даны характеристики внезапного к. з. для различных

Таблица 2

Номер варианта	k	Параметр				
		$p_k, \text{с}^{-1}$	$i_{k\text{ст}}, \text{А}$	$i_{kf}, \text{А}$	$i_f (t=0,01 \text{ с}), \text{А}$	$-i_{\text{ст}} (t=0,01 \text{ с}), \text{А}$
Первый без учета экранирования	1	1,29	10650	1215		
Второй — электромагнитные параметры клиньев $\sigma = 0,5 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; $\mu' = 6$	1	1,28	11034	1215		
	2	44,3	2476	—626		
	3	100	351	—52		
	4	396	2256	—315	781	12485
Третий — $\sigma = 0,35 \cdot 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	1	1,166	12716	1184		
	2	13,96	8360	—1002		
	3	288	620	—61	299	19877
	4	1172	19	—1,8		

Таблица 4

Номер паза	$\cos \varphi$	Значение коэффициентов C_{0k}		Номер паза	$\cos \varphi$	Значение коэффициентов C_{0k}	
		i_r	$i_{\text{ст}}$			i_r	$i_{\text{ст}}$
1	63,44	63	5,0	5	52,40	51	3,9
2	62,73	62	4,9	6	46,50	45	3,4
3	60,60	60	4,7	7	39,60	38	2,8
4	57,10	56	4,3	8	31,70	31	2,2

вариантов экранирования; $h_3 = 0,028 \text{ м}$ (расчет производился без учета временного изменения магнитного потока в пазах ротора). В табл. 3 дана зависимость характеристик внезапного к. з. от электропроводности клиньев ротора при $h_3 = 0,028 \text{ м}$. В табл. 1—3 величина $1/p_1$ соответствует $T'd$, $1/p_2 \sim T'd$. Угол φ_0 сдвига оси ОВ относительно оси фазы a в момент $t = 0$ в дальнейшем принят равным нулю. Приводятся также значения указанных составляющих i_f и $i_{\text{ст}}$ при $t = 0,01 \text{ с}$ в момент времени ударного тока к. з. Если не учитывать контактные сопротивления между клиньями в аксиальном направлении, а также считать, что токи клиньев замыкаются на торце машины, то за основной можно принять вариант при $h_3 = 0,028 \text{ м}$, приведенный в табл. 1. Установившийся ток к. з. ОС $i_{\text{к.з.}} = 1322 \text{ А}$. Для выбранного основного варианта токи обмоток статора и ротора при симметричном к. з. практически определяются двумя членами ряда, которые соответствуют p_1 и p_2 . Сравнение их и данных [6], которые могут быть найдены по методике проектировочного расчета, таких как установившийся, переходный и сверхпереходный токи ОС, значения T_d' и T_d , показывает на их взаимное отличие лишь в несколько процентов, что подтверждает правильность счета по предложенной методике и алгоритму расчета. Для составляющих тока ОС отличие менее значительное, чем для составляющих тока ОВ, которые существенно зависят от условий экранирования. В дальнейшем и уделим внимание в основном анализу характера влияния условий экранирования на протекание переходного процесса с учетом всего необходимого спектра p_k . Этот анализ можно провести, не сблюшая абсолютной точности значений получаемых результатов, добиться которой можно уточнением исходной математической модели, в том числе введением различных коэффициентов.

Рассмотрение моделей, когда магнитное поле в различных пазах ротора изменяется и когда оно постоянное, приводит к практически одинаковым результатам характеристик к. з. Постоянные C_{0k} в выражении (6) изменяются в пазах приблизительно по закону $\cos \varphi$ (табл. 4) и такое изменение определяется рассмотрением основной гармонической составляющей поля в зазоре. В табл. 4 приведены значения C_{0k} при i_r и $i_{\text{ст}}$ (6) в пазах ротора на половине полюсного деления. В случае по-

стоянного поля в пазах константа интегрирования получается усреднением постоянных C_{0k} .

Анализ результатов расчета при различных вариантах экранирования (табл. 1-3) приводит к следующему основному выводу. Толщина клиньев ротора, электропроводность и магнитная проницаемость их материала неодинаково влияют на характеристики переходного процесса ТГ, хотя имеются также общие признаки характера влияния. При увеличении толщины клиньев и электропроводности их материала p_k уменьшаются, в том числе p_1 (ср. с первым вариантом табл. 2), при этом увеличивается число k , по которому необходимо суммировать i_{kst} , i_{kf} , E_{k1} , так как их значения для этих k еще весьма существенны, хотя бы в окрестности начального момента времени. При $t = 0,01$ с i_{st} возрастает, ток i_f с увеличением σ как в момент времени $t = 0$, так и при $t = 0,01$ с уменьшением, так как увеличивается эффект экранирования.

С изменением толщины клиньев изменение i_f сложнее, так как оно определяется эффективностью экранирования и расстоянием от ОВ, т. е. различным рассеянием между клиньями ротора и ОВ. При уменьшении толщины i_{1f} стремится к i_f (см. табл. 2), когда отсутствуют демпферные элементы. Так, для $h_3 = 0,01$ м $i_{1f} = 1210$ А. Увеличивается также i_{2f} , но при этом p_2 возрастает, и уже в малой окрестности времени $t = 0$ составляющая i_{2f} $\exp(-p_2 t)$ незначительна. Таким образом, если взять весьма тонкие клинья либо клинья с низкой электропроводностью, то токи ОС и ОВ при переходном процессе определяются в основном составляющими i_{1f} и i_{1st} .

Постоянные p_k ($k = 2, 3, \dots$) находятся в линейной зависимости от электропроводности σ , а от толщины линейно с некоторым отклонением зависит только p_2 ($1/T_d$). Для p_3 наблюдается уже иная зависимость.

Замена проводящих клиньев магнитными с относительной магнитной проницаемостью, равной, например, только шести, значительно уменьшает токи i_{kst} и i_{kf} в начальный и в последующие моменты времени (ср. второй вариант табл. 2 и первый вариант табл. 3). Уменьшаются также p_k . В действительности магнитная проницаемость магнитных клиньев выше и использование их в специальных машинах при правильном выборе толщины обеспечит необходимые экранирующие характеристики при переходном процессе.

Интерес представляет характер изменения по t и во времени напряженности электрического поля E , которая определяет электродинамические усилия на проводящие элементы ротора при переходном процессе. Если толщина клиньев намного меньше глубины проникновения электромагнитной волны, то E_{k1} изменяются по t незначительно.

Для толстых клиньев происходит затухание по толщине поля, возбуждаемого апериодической составляющей тока ОС. Так как в начальный момент суммарное поле равно нулю, то должно затухать по толщине клиньев и поле, возбуждаемое периодическими токами ОС. Поэтому существует E_{k1} (в данном случае $k = 3$), которая на толщине клиньев меняет знак и определяет указанное уменьшение характеристик поля при распространении его в глубь клиньев. Это указывает на необходимость учета электромагнитных характеристик, соответствующих p_3 , для выбора эффективной демпферной системы с точки зрения уменьшения электродинамических усилий при переходном процессе. Необходимо отметить, что в начальный момент времени значение E_1 и действительная часть вектора напряженности электрического поля, полученного из решения квазистационарного поля, возбуждаемого в клиньях апериодическими токами ОС, равны. Это соответствует условию отсутствия вихревых токов при $t = 0$ в каждой точке проводящего элемента ротора ТГ.

Так как токи ОС i_{qst} зависят от t по закону $\sin(\omega t + \varphi_0)$ и являются несоизмеримыми с i_{kst} , то они в таблицах не приводятся. Следует отметить, что кроме корней p_k составляющей i_{kst} , для i_{qst} существуют также свои корни p_k .

Все расчеты проводились на основе решения нестационарной задачи поля для математической модели, которая предполагает замыкание отдельных магнитных силовых линий ОС через область клиньев в пазах ротора ТГ. Если пренебречь этими силовыми линиями, а также изменением во времени пазового рассеяния ОВ, характер протекания будет несколько иным, что видно из сравнения результатов для третьего варианта табл. 2 и табл. 1. Однако следует отметить, что значение пазового рассеяния ОВ при изменении характеристик поля по экспоненциальному закону с постоянными затухания p_1 и p_2 изменяется незначительно и отличие результатов расчета для двух вариантов, по-видимому, связано с выбором математической модели решения задачи.

Рассматривая приближенную модель, которая предполагает полное экранирование ОВ от потоков апериодической составляющей тока ОС, получим значение этой составляющей, равное $27 \cdot 10^3$ А. Периодическая составляющая тока ОС, которая в начальный момент времени равна апериодической, из-за частичного экранирования в действительности оказывается меньше и приближенно равна $22 \cdot 10^3$. Из сравнения двух значений тока можно получить коэффициент неполного экранирования при переходном процессе, который в данном случае равен 1,22. Этот коэффициент дает возможность получить также значение T_a из упрощенной модели полного экранирования, не решая всю систему дифференциальных уравнений относительно апериодических токов ОС и токов двойной частоты, а также соответствующих токов ОВ [4] при условии, что вихревые токи в неподвижных элементах незначительно влияют на переходной процесс в машине.

Выводы. 1. Увеличение электропроводности и магнитной проницаемости материала клиньев ротора приводит к увеличению эффективности экранирования периодической составляющей тока ОВ при внезапном к. з. и изменяет демпфирующие характеристики, что позволяет, применяя новые материалы для клиньев, регулировать их в допустимых пределах и получать необходимые эксплуатационные характеристики машин. Значения p_k , обратные постоянным времени, находятся практически в линейной зависимости от электропроводности материала.

2. Влияние толщины клиньев на токи обмотки ОВ и ОС при внезапном к. з. определяется изменением эффективности экранирования и взаимного рассеяния клиньев ОВ и ОС. Спектр значений p_k для различных k находится в неодинаковой зависимости от значения толщины клиньев.

3. Для нахождения вибрационных характеристик и пространственного распределения электродинамических усилий в проводящих элементах ротора необходимо учитывать спектр p_k и соответствующие ему составляющие векторов напряженностей электрического и магнитного полей, несмотря на то, что соответствующие составляющие тока ОС и ОВ незначительны.

Достаточное и необходимое число p_k при этом определяется условиями экранирования и контролируется равенством значений характеристик поля во всех точках элементов, определенных из решений нестационарной для периодического тока и квазистационарной для апериодической составляющей задачи поля. Аналогично должны определяться электродинамические усилия в неподвижных проводящих элементах статора, конструктивные особенности и электромагнитные параметры которых определяют свой спектр p_k^0 .

4. Приведенный анализ влияния проводящих элементов ротора ТГ на характеристики к. з. на основе упрощенной математической модели показывает, что уточненный расчет токов ОС и ОВ, и особенно характеристик электромагнитного поля и электродинамических усилий в проводящих элементах ротора и статора, их характера изменения во времени должен осуществляться путем решения нестационарной задачи трехмерного поля математической модели, которая учитывает основные факторы конструктивных особенностей элементов статора (магнитное поле сердечника статора вихревые токи пакетных плит, экранов и деталей корпуса) и элементов ротора (вихревые токи в зубцах, бочке, торцевых деталях и клиньях ротора, их распределение в аксиальном направлении).

Модель обязательно должна учитывать изменение магнитной проницаемости магнитопроводов при протекании переходного процесса. Такой уточненный расчет необходим для оптимального проектирования электрических машин, в особенности перспективных уникальных типов, например, криотурбогенераторов с эффективными пусковыми характеристиками, экранированием, демпфированием и вибрустойчивостью основных элементов, а также для создания технических средств защиты и регулирования, в том числе диагностики и прогнозирования, обеспечивающих надежную работу машин в условиях эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Miller T. J. E., Lawrenson P. J. Penetration of transient magnetic fields through conducting cylindrical structures with particular reference to superconducting a. c. machines. — Proc. IEE, 1976, vol. 123, № 5.
- Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.: Госэнергоиздат, 1960.
- Ollendorff F. Einheitliche Theorie der Drehfeldmaschine an Hand eines Modells. — Archiv für Elektrotechnik, 1930, Bd. XXIV.

4. Счастливый Г. Г., Титко А. И., Федоренко Г. М., Коваленко В. П. Надежность современных и перспективных турбогенераторов. — Киев: Наукова думка, 1978.
 5. Глебов И. А., Данилевич Я. Б. Научные проблемы турбогенераторостроения, — Л.: Наука, 1977.

6. Постников И. М. Проектирование электрических машин. — К: Наукова думка, 1960.
 7. Вольдек А. И. Электрические машины. М; Л.: Энергия, 1966.

[20.06.83]

УДК 62-83.001.24

К построению системы подчиненного регулирования асинхронного вентильного каскада при случайных возмущениях

ШУМИЛОВ В. Ф., канд. техн. наук, ШУМИЛОВА Н. И., инж.
 г. Муром, Владимирской обл.

Одной из центральных проблем автоматизированного электропривода является повышение точности систем автоматического управления вентильными электроприводами. В последнее время в связи с общим повышением требований к качеству продукции, которое не может быть достигнуто без повышения точности работы автоматических регуляторов, ее актуальность значительно возросла.

Большое распространение в тиристорных электроприводах получили системы управления с последовательной коррекцией при подчиненном регулировании координат [1], обеспечивающие хорошее качество регулирования. В таких системах при детерминированных возмущающих воздействиях настройка контуров осуществляется по техническому (модульному) или симметричному оптимуму. Однако на практике возможны случаи стохастических изменений как параметров питающей сети (напряжение, частота), так и параметров нагрузки [2]. В подобных случаях при синтезе точных систем вентильных электроприводов необходимо принимать во внимание статистические свойства этих возмущений [3].

В настоящей статье предлагается использовать при синтезе двухконтурной САР электроприводами принцип стохастического оптимума при подчиненном регулировании координат, заключающийся в том, что система электропривода оптимизируется по критерию дисперсии скорости с учетом ограничений на угол управления тиристорами. Принятый критерий качества регулирования является оптимальным для тех задач электропривода, когда требуется прецизионное регулирование, поскольку обеспечивает наименьшее отклонение колебаний скорости от заданной.

Дифференциальное уравнение САР вентильного электропривода, подвергнутого случайным возмущениям со стороны нагрузки, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} A(p)x &= B_1(p)u + C_1(p)\varphi; \\ A(p)y &= B_2(p)u + C_2(p)\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $A(p)$, $B_1(p)$, $B_2(p)$, $C_1(p)$, $C_2(p)$ — полиномы от оператора дифференцирования p ; x , y — выходные координаты; φ — случайные колебания момента нагрузки; u — угол управления тиристорами преобразователя.

Ставится задача определения управления, обеспечивающего устойчивость системы «объект — регулятор» и минимум критерия качества

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{ [M_1(p)x]^2 + [M_2(p)y]^2 + [N(p)u]^2 \} dt, \quad (2)$$

где $M_1(p)$, $M_2(p)$, $N(p)$ — полиномы.

Управление u ищется в виде

$$u = W(s)y + u_1(x) (s = j\omega, u_1 = V(s)x), \quad (3)$$

где $W(s)$ — заданная дробно-рациональная функция; $V(s)$ — подлежащая определению неизвестная дробно-рациональная функция, с помощью которой достигается стохастический оптимум.

С учетом уравнения связи (3) система (1) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} D(p)x &= E_1(p)u_1 + F_1(p)\varphi; \\ D(p)y &= E_2(p)u_1 + F_2(p)\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

- где $D(p)$, $E_1(p)$, $E_2(p)$, $F_1(p)$, $F_2(p)$ — полиномы, определяемые однозначно и зависящие от полиномов системы (1) и управления (3).

Для определения управления u_1 вводится в рассмотрение вспомогательная дробно-рациональная функция $\Phi(s)$ [4]:

$$u_1 = \frac{D(s)\Phi(s)}{E_1(s)\Phi(s) + \beta(s)} x, \quad (5)$$

определенная в результате выполнения двух операций [5, 6]:

1) факторизация

$$\begin{aligned} M_1(s)M_1(-s)E_1(s)E_1(-s) + M_2(s)M_2(-s)E_2(s)E_2(-s) + \\ + N(s)N(-s)[W(s)E_2(s) + D(s)][W(-s)E_2(-s) + \\ + D(-s)] = G(s)G(-s); \end{aligned} \quad (6)$$

2) сепарации

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{\varphi x}^r(s)}{K_{\varphi x}^r(s)G(-s)} \left\{ M_1(s)M_1(-s)E_1(-s) + \frac{F_2(s)}{F_1(s)\beta(s)} \times \right. \right. \\ \times \{M_2(s)M_2(-s)E_2(-s) + N(s)N(-s)W(s)[W_2(-s)E_2(-s) + \\ \left. \left. + D(-s)]\right\} = L_0(s) + L_-(s) + L_+(s), \right. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $F_{\varphi x}^r(s)$, $K_{\varphi x}^r(s)$ — гурвицевы полиномы, представляющие разложения спектральной плотности отклонения координаты x :

$$\left. \begin{aligned} S_{\varphi x}(s^2) &= \frac{F_{\varphi x}^r(s)F_{\varphi x}^r(-s)}{K_{\varphi x}^r(s)K_{\varphi x}^r(-s)}, \\ \beta(s) &= F_{\varphi x}^r(s)G(s). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

После вычисления дробно-рациональной функции

$$\Phi(s) = -K_{\varphi x}^r(s)[L_0(s) + L_-(s)].$$

оптимальное управление находится по формуле (5).

Предложенная методика синтеза, обеспечивающая стохастический оптимум, может быть использована при синтезе многих систем вентильного электропривода.

Пример. Расчет системы стабилизации скорости двигателя постоянного тока с тиристорным преобразователем приводится для случая, когда используется двухконтурная система подчиненного регулирования. Внешнему контуру регулирования напряжения двигателя подчинен внутренний контур регулирования тока якоря. При этом предполагается, что изменения момента нагрузки носят случайный характер.

Основные исходные данные для расчета: момент инерции двигателя $J = 140$ кг·м²; коэффициент э. д. с. и момента двигателя $c = 9,1624$ (В·с)/рад; номинальная угловая скорость $\omega_n = 62,8$ рад/с; сопротивление силовой цепи $R_d = 0,061$ Ом; электромеханическая постоянная времени привода $T_m = 0,1$ с; индуктивность якоря $L_a = 0,00034$ Гн; постоянная времени системы управления тиристорным преобразователем $T_p = 0,01$ с; номинальный ток $i_n = 1130$ А; вторичное фазное напряжение вентильного преобразователя 380 В; номинальное выпрямлен-

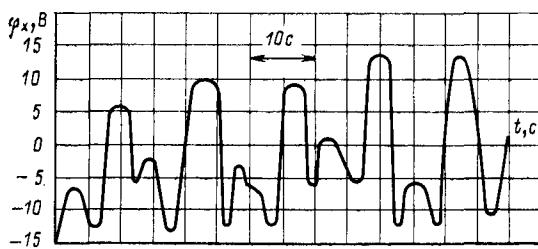


Рис. 1. Изменение напряжения двигателя в зависимости от времени

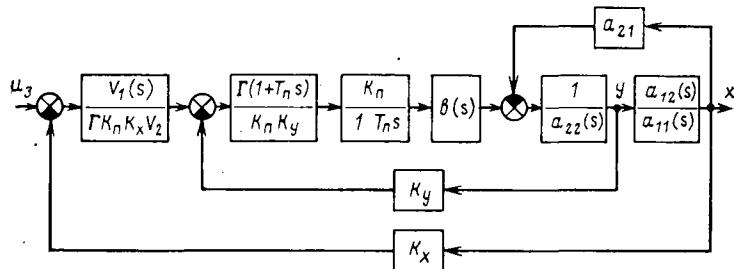


Рис. 2. Структурная схема системы управления с обратными связями по току и напряжению

ное напряжение $u_{dh} = 660$ В; электромагнитная постоянная времени привода $T_h = 0,04$ с; сопротивление якоря $R_a = 0,02$ Ом.

Через координату x обозначается отклонение напряжения двигателя от номинального значения (Δu); y — отклонение тока якоря (Δi).

Регулятор тока представляется в виде дифференцирующего звена

$$W(s)y = \Gamma(1 + 0,01s)y.$$

Тогда система (4) примет вид:

$$(0,0003665p^3 + 0,71578p^2 + 68,005p + 9,1624)x = (-3,027p + 5609)u_1 - 1176,47(0,01p + 1)(0,000034p + 0,063)^2\phi;$$

$$(0,0003665p^3 + 0,71578p^2 + 68,005p + 9,1624)y = -8903,3u_1 + (0,01p + 1)\phi.$$

Спектральная плотность (8) отклонения напряжения аппроксимируется функцией вида:

$$S_{\Phi x}(s^2) = D_{\Phi x} \frac{2}{\pi} \frac{2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2s^2(\beta^2 - \alpha^2) + s^4}. \quad (\Pi = 1)$$

Для приведенной на рис. 1 осциллограммы случайной функции отклонения напряжения двигателя относительно среднего

значения 450 В параметры α , β и дисперсия $D_{\Phi x}$ соответственно равны: $\alpha = 0,216$ с $^{-1}$; $\beta = 0,4488$ с $^{-1}$; $D_{\Phi x} = 110$ В 2 .

Так как отклонение скорости ($\Delta \omega$) двигателя связано с отклонением напряжения (x) соотношением [7]

$$\Delta \omega = \frac{R_a x}{c(T_M L_a p + T_M R_a + R_a)},$$

то вычисленная с учетом (П-1) дисперсия скорости двигателя $D_{\omega} = 2,134$ (рад/с) 2 , а среднеквадратичное отклонение скорости $\sigma_{\omega} = 1,46$ рад/с. Для нормальной работы ряда производственных механизмов такая точность неудовлетворительна. Настройка системы будет производиться по стохастическому оптимуму.

Как показали аналитические исследования, при вариации вспомогательного параметра m_1 в критерии качества вида $J = \{[m_1(1 + 0,01p)x]^2\} + \{[3 \cdot 10^{-10}p^2 + 5,67 \cdot 10^{-7}p + 5,38 \cdot 10^{-5}y]^2\} + \{[(2,558 \cdot 10^{-9}p^2 + 4,9966 \cdot 10^{-6}p + 4,74 \cdot 10^{-4}y + u_1)^2\}$.

можно добиться высокой точности стабилизации скорости при допустимом качестве переходного процесса [6]. Например, если допустить $m_1 = 0,000548$, то управление

$$u = \Gamma(1 + 0,01s) \left[y + \frac{V_1(s)}{TV_2(s)}x \right], \quad (\Pi = 2)$$

где $V_1(s) = 0,11175s^3 + 207,35s^2 + 521,46s + 66,58$; $V_2(s) = 0,116s^3 + 214,1s^2 + 4858,04s + 2328,38$; $\Gamma = 0,0073$, обеспечивает пятикратное уменьшение среднеквадратичного отклонения скорости.

На рис. 2 приведена структурная схема системы подчиненного регулирования, составленная в соответствии с управлением (П-2), где $b(s)$, $a_{22}(s)$, $a_{12}(s)$, $a_{11}(s)$, (a_{21}) являются известными полиномами (постоянной), зависящими от параметров двигателя и преобразователя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Управление вентильными электроприводами постоянного тока / Е. Д. Лебедев, В. Е. Неймарк, М. Я. Пистра, О. В. Слежановский — М.: Энергия, 1970.
2. Жежеленко И. В., Степанов В. П. Оценка интервала окончания при определении расчетных нагрузок. — Электричество, 1980, № 11.
3. Юньков М. Г., Ильинский Н. Ф. Перспективы развития автоматизированного электропривода. — Электричество, 1980, № 5.
4. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления / Ф. А. Алиев, В. Б. Ларин, К. И. Науменко, В. Н. Сунцев. Киев: Наукова думка, 1978.
5. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления. — Л. — М.: Энергия, 1977.
6. Шумилов В. Ф., Шумилова Н. И. Оптимальная стабилизация скорости двигателя в системе асинхронного вентильного каскада. — ЭП. Электропривод, 1982, вып. 9.
7. Бычков В. П. Электропривод и автоматизация металлургического производства. — М.: Высшая школа, 1977.

[12.04.83]

УДК 621.313.045.014.001.24

Метод расчета токов в цепной схеме с повреждающимися элементами

БОГУСЛАВСКИЙ И. З.

Ленинград

Рассмотрим цепную схему из активных П-образных звеньев [1], содержащую N_0 — 1 продольных и N_0 поперечных элементов (см. рисунок). В цепи продольных элементов содержатся э. д. с. E_N ($0 \leq N \leq N_0 - 2$). Примем сначала, что полное сопротивление Z_L всех продольных элементов звеньев одинаково, поперечных Z_p — также одинаково. Электродвижущие силы звеньев E_N могут отличаться по амплитуде и фазе; в частном случае некоторые из них могут быть равны нулю. Токи в продольных элементах звеньев I_N и поперечных J_N такой схемы считаются заданными. Они могут быть вычислены известными методами расчета [1] или определены экспериментально. Найдем распределение токов в цепной схеме в случае, когда один из ее

элементов, например поперечный с номером N_p , поврежден т. е. его полное сопротивление отличается от остальных

$$Z_{NP} = Z_p + \Delta Z. \quad (1)$$

При наличии нескольких поврежденных элементов задача решается методом наложения; при разрыве цепи $\Delta Z = \infty$.

В частном случае к этой задаче сводится расчет распределения токов в элементах конструкции продольной демпферной обмотки явнополюсной машины [2].

Сопротивление одного или нескольких стержней такой обмотки могут отличаться от остальных, например, по конструктивным технологическим или эксплуатационным причинам;

при возникновении значительных температурных деформаций отдельных стержней возможен их обрыв ($\Delta Z = \infty$). Применимально к этой задаче продольными элементами схемы (см. рисунок) являются полные сопротивления участков коротко-замыкающих сегментов, а поперечными — полные сопротивления стержней.

Электродвижущие силы \dot{E}_N в элементах схемы в этом случае равны по амплитуде, но отличаются по фазе; для двух соседних звеньев э. д. с. сдвинуты по фазе на угол $\Delta\phi = -\frac{\pi v}{\tau} \Delta x$,

где Δx — расстояние между осями соседних стержней, τ — полюсное деление, v — порядок пространственной гармонической результирующего поля в зазоре. Выражение для э. д. с. \dot{E}_N приведено ниже

Обозначим токи в продольных и поперечных элементах цепной схемы при $\Delta Z \neq 0$ соответственно через \bar{I}_N и \bar{J}_N . Далее показано, что повреждение одного из элементов вызывает появление во всех элементах схемы дополнительных токов

$$\Delta I_N = \bar{I}_N - \dot{I}_N; \quad \Delta J_N = \bar{J}_N - \dot{J}_N.$$

Выражения для этих токов получены в замкнутой форме:

$$\frac{\Delta I_N}{J_{Np}} = f_1 \left(\frac{Z_{\pi}}{Z_{\pi}}, \Delta Z, N_0, N_p \right);$$

$$\frac{\Delta J_N}{J_{Np}} = f_2 \left(\frac{Z_{\pi}}{Z_{\pi}}, \Delta Z, N_0, N_p \right),$$

где \dot{I}_N — токи от тока J_{Np} , протекающего в элементе схемы до повреждения.

Отметим, что отношения $\Delta I_N/J_{Np}$ и $\Delta J_N/J_{Np}$ определяют допустимую длительность работы элементов цепной схемы в эксплуатационных режимах. Все это отличает метод отложенных в [1 и 3].

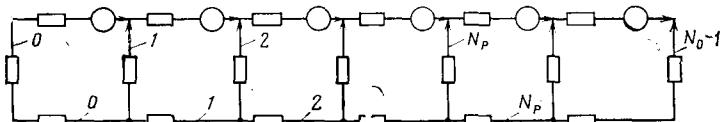
Метод решения. Для расчета распределения токов в схеме поврежденным элементом запишем для каждого звена уравнения Кирхгофа [1]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_1 Z_{\pi} - \bar{J}_0 Z_{\pi} - 2\bar{I}_0 Z_{\pi} - \dot{E}_0 &= 0; \\ \bar{J}_{Np} Z_{Np} - \bar{J}_{Np-1} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{Np-1} Z_{\pi} - \dot{E}_{Np-1} &= 0; \\ \bar{J}_{Np+1} Z_{\pi} - \bar{J}_{Np} Z_{Np} - 2\bar{I}_{Np} Z_{\pi} - \dot{E}_{Np} &= 0; \\ \bar{J}_N Z_{\pi} - \bar{J}_{N-1} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{N-1} Z_{\pi} - \dot{E}_{N-1} &= 0; \\ \bar{J}_{N-1} Z_{\pi} - \bar{J}_{N-2} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{N-2} Z_{\pi} - \dot{E}_{N-2} &= 0; \\ \bar{J}_0 = \bar{I}_0; \\ \bar{I}_0 + \bar{J}_1 = \bar{I}_1; \\ \bar{I}_{Np-1} + \bar{J}_{Np} = \bar{I}_{Np}; \\ \bar{I}_{Np} + \bar{J}_{Np+1} = \bar{I}_{Np+1}; \\ \bar{I}_N + \bar{J}_{N+1} = \bar{I}_{N+1}; \\ \bar{I}_{N-2} = -\bar{J}_{N-1}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для демпферной обмотки явнополюсной машины э. д. с.

$$\dot{E}_N = -2jB_M L v e^{-j\Delta\phi(N+0,5)} \sin \frac{\Delta\phi}{2},$$

где B_M — амплитуда индукции результирующего поля в зазоре, вращающегося относительно ротора со скоростью v ; L — активная длина полюсного наконечника. Значение э. д. с. E_N



получено согласно второму закону Кирхгофа как разность э. д. с., индуцируемых в обоих стержнях с номерами N и $N+1$. Она может быть получена также из уравнения Максвелла путем дифференцирования по времени потока, охватывающего контуром, образованным обоими стержнями с номерами N и $N+1$ и соответствующими участками сегментов; в этом случае она может рассматриваться как э. д. с. этого контура.

В соответствии с (1), учитывая линейность задачи, представим токи в элементах в виде двух составляющих:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_N &= \dot{I}_N + \Delta \dot{I}_N; \\ \bar{J}_N &= \dot{J}_N + \Delta \dot{J}_N. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

С учетом (1) и (4) уравнения (2) принимают вид: при $N_p+1 < N < N_p-1$:

$$\bar{J}_N Z_{\pi} - \bar{J}_{N-1} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{N-1} Z_{\pi} - \dot{E}_{N-1} + (\Delta \dot{J}_N - \Delta \dot{J}_{N-1}) Z_{\pi} - 2\Delta \dot{I}_{N-1} Z_{\pi} = 0; \quad (5)$$

при $N = N_p-1$

$$\bar{J}_{Np} Z_{\pi} - \bar{J}_{Np-1} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{Np-1} Z_{\pi} - \dot{E}_{Np-1} + \Delta \dot{J}_{Np} Z_{Np} - \Delta \dot{J}_{Np-1} Z_{\pi} - 2\Delta \dot{I}_{Np-1} Z_{\pi} + \dot{J}_{Np} \Delta Z = 0; \quad (6)$$

при $N = N_p+1$

$$\bar{J}_{Np+1} Z_{\pi} - \bar{J}_{Np} Z_{\pi} - 2\bar{I}_{Np} Z_{\pi} - \dot{E}_{Np} + \Delta \dot{J}_{Np+1} Z_{\pi} - \Delta \dot{J}_{Np} Z_{Np} - 2\Delta \dot{I}_{Np} Z_{\pi} - \dot{J}_{Np} \Delta Z = 0. \quad (7)$$

Отметим, что первые четыре слагаемые в уравнениях (5) — (7) тождественно равны нулю.

Рассмотрим уравнение для расчета дополнительных токов ΔI_N , ΔJ_N в элементах схемы. Уравнение для токов в продольных элементах с учетом (3) и (5) записывается так [4]:

$$\Delta \dot{I}[N+2] - (2 + \sigma) \Delta \dot{I}[N+1] + \Delta \dot{I}[N+0] = 0,$$

где $\sigma = \frac{2Z_{\pi}}{Z_{\pi}}$.

Дополнительные токи вычисляются из соотношений [2] при $0 \leq N \leq N_p-1$

$$\Delta \dot{I}_{(N)} = \dot{C}_1 \alpha_1^N + \dot{C}_2 \alpha_2^N, \quad (8)$$

при $N_p \leq N \leq N_0-2$

$$\Delta \dot{I}_{(N)} = \dot{C}_3 \alpha_1^N + \dot{C}_4 \alpha_2^N, \quad (9)$$

где $\alpha_{1,2} = 0,5 [2 \pm \sigma + \sqrt{\sigma(4 + \sigma)}]$; C_1 , C_2 , C_3 , C_4 — постоянные, определяемые граничными условиями.

Токи в поперечных элементах вычисляются из (8) или (9) с учетом (3):

при $0 \leq N \leq N_p-1$:

$$\Delta \dot{J}_{(N)} = \dot{C}_1 \alpha_1^{N-1} (\alpha_1 - 1) + \dot{C}_2 \alpha_2^{N-1} (\alpha_2 - 1); \quad (10)$$

при $N_p+1 \leq N \leq N_0-1$:

$$\Delta \dot{J}_{(N)} = \dot{C}_3 \alpha_1^{N-1} (\alpha_1 - 1) + \dot{C}_4 \alpha_2^{N-1} (\alpha_2 - 1); \quad (11)$$

при $N = N_p$:

$$\Delta \dot{J}_{Np} = \dot{C}_3 \alpha_1^{Np} - \dot{C}_1 \alpha_1^{Np} + \dot{C}_4 \alpha_2^{Np} - \dot{C}_2 \alpha_2^{Np}. \quad (12)$$

Таким образом, определение дополнительных токов (8) — (12) сводится к вычислению четырех постоянных C_1 — C_4 . В качестве двух граничных условий для их вычисления удобно использовать уравнения (3), записанные для первого и последнего звена цепной схемы.

$$\left. \begin{aligned} \dot{C}_1 \alpha_2 + \dot{C}_2 \alpha_1 &= 0; \\ \dot{C}_3 \alpha_1^{Np+1} + \dot{C}_4 \alpha_2^{Np+1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$N_B = N_0 - 2.$$

Двумя другими граничными условиями являются уравнения (6) и (7). Они преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{Np} \left(1 + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) - \left(2 + \sigma + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) \Delta i_{Np-1} + \Delta i_{Np-2} = \\ = - j_{Np} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}}; \\ \Delta i_{Np+1} - \left(2 + \sigma + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) \Delta i_{Np} + \Delta i_{Np-1} = j_{Np} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

После дополнительных преобразований получаем следующую систему для вычисления четырех постоянных:

$$\left. \begin{aligned} M\dot{C}_1 + T\dot{C}_2 + A\dot{C}_3 + B\dot{C}_4 = - j_{Np} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}}; \\ (M + H)\dot{C}_1 + (T + K)\dot{C}_2 + (A + F)\dot{C}_3 + \\ + (B + S)\dot{C}_4 = 0 \\ N\dot{C}_1 + P\dot{C}_2 = 0; \\ Q\dot{C}_3 + R\dot{C}_4 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Значения коэффициентов $M, T, A, B, H, K, F, S, N, P, Q, R$ приведены в приложении 1. Отметим, что порядок системы не зависит от числа звеньев цепной схемы. Из системы (15) получаем постоянные в виде:

$$\dot{C}_i = + j_{Np} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \frac{D_i}{D_c}, \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (16)$$

где D_c — определитель системы; D_i — соответствующие дополнения:

$$\left. \begin{aligned} D_1 = (\alpha_1^{Np-N_B-1} + \alpha_1^{N_B-Np+2})(\alpha_1 - 1); \\ D_2 = (\alpha_1^{N_B-Np} + \alpha_1^{Np-N_B-3})(1 - \alpha_1); \\ D_3 = (\alpha_1^{Np-N_B-1} + \alpha_1^{N_B-Np-2})(\alpha_1 - 1); \\ D_4 = (\alpha_1^{Np+N_B+1} + \alpha_1^{N_B-Np})(1 - \alpha_1); \\ D_c = \alpha_1^{N_B+1} \left(\alpha_1^2 - 1 + 2\alpha_1 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - 2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) + \\ + \alpha_2^{N_B+1} \left(\alpha_2^2 - 1 + 2\alpha_2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - 2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) + \\ + \alpha_1^{2Np-N_B-1} \left(2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - \alpha_2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - \alpha_1 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right) + \\ + \alpha_2^{2Np-N_B-1} \left(2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - \alpha_1 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} - \alpha_2 \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Отметим, что дополнения $D_1 - D_4$ не зависят от ΔZ , а определитель D_c зависит от ΔZ в первой степени. При $\Delta Z \rightarrow \infty$ выражения для C_i принимают вид:

$$\dot{C}_i = (+ j_{Np}) \frac{D_i}{D_{\infty}}, \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

где

$$\begin{aligned} D_{\infty} = 2\alpha_1^{N_B+1}(\alpha_1 - 1) + 2\alpha_2^{N_B+1}(\alpha_2 - 1) + \\ + \alpha_1^{2Np-N_B-1}(2 - \alpha_2 - \alpha_1) + \alpha_2^{2Np-N_B-1}(2 - \alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned} \quad (19)$$

D_i — определяется по (17).

Нетрудно показать, что при $N = N_p$ и $\Delta Z \rightarrow \infty$ дополнительный ток $\Delta j_{Np} = -j_{Np}$ ($N = N_p$), так что результирующий ток $\bar{j}_{Np} = 0$; это подтверждает правильность выражений (17) и (19). Отметим, что при решении частной задачи ($\Delta Z \rightarrow \infty$) условие $\bar{j}_{Np} = 0$ могло быть взято в качестве граничного вместе с одним из указанных в (13) и (14).

Результаты. В соответствии с (8) — (12), (17) и (18) получаем расчетные выражения для дополнительных токов в элементах цепной схемы

для токов в продольных элементах:

$$\Delta i_{(N)} = \frac{j_{Np}}{D_c} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} (D_i \alpha_1^N + D_{i+1} \alpha_2^N), \quad (20)$$

причем $i = 1$ при $0 \leq N \leq N_p - 1$;
 $i = 3$ при $N_p \leq N \leq N_0 - 2$;

для токов в поперечных элементах (кроме $N = N_p$):

$$\Delta j_{(N)} = \frac{j_{Np}}{D_c} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} [D_i \alpha_1^{N-1} (\alpha_1 - 1) + (D_{i+1} \alpha_1^{N-1} (\alpha_1 - 1))], \quad (21)$$

причем $i = 1$ при $0 \leq N < N_p$; $i = 3$ при $N_p < N \leq N_0 - 1$;
для тока в поперечном элементе с номером $N = N_p$:

$$\Delta j_{Np} = \frac{j_{Np}}{D_c} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} [(D_3 - D_1 \alpha_2) \alpha_1^{Np} + (D_4 - D_2 \alpha_1) \alpha_2^{Np}], \quad (22)$$

где D_1, D_2, D_3, D_4 определяются по (17), D_c по (18).

В частном случае, при $\Delta Z \rightarrow \infty$ (разрыв цепи) отношение перед квадратными скобками в (20) — (22) приводится к виду:

$$\frac{j_{Np}}{D_c} \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} = \frac{j_{Np}}{D_{\infty}},$$

где D_{∞} — определяется по (19).

Пример расчета дополнительных токов приведен в приложении 2.

Метод удобен также для расчета схемы, содержащей несколько поврежденных элементов. Это связано с тем, что начало отсчета элементов не совмещено с поврежденным стержнем, поэтому комплексы дополнительных токов, полученные при расчете для каждого поврежденного элемента, необходимо сложить.

Отметим, что изложенный метод может быть использован для расчета дополнительных токов также и при повреждении продольных элементов, например короткозамыкающих сегментов продольной демпферной обмотки. Он может быть использован также для расчета токов в короткозамкнутой обмотке асинхронной машины [3] и полной демпферной обмотке синхронной [5]; при вычислении постоянных $C_1 - C_4$ в этих случаях должны учитываться характер повреждения и особенности конструкции.

Приложение 1

$$\begin{aligned} M &= -\alpha_1^{Np-1} \left(\alpha_1 + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right); \\ A &= \alpha_1^{Np} \left(1 + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right); \quad H = \alpha_1^{Np-1} \left(1 + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right); \\ F &= -\alpha_1^{Np} \left(\alpha_2 + \frac{\Delta Z}{Z_{\pi}} \right); \quad N = \alpha_2; \quad Q = \alpha_1^{N_B+1} \end{aligned}$$

Коэффициенты T, B, K, S, P, R могут быть получены соответственно из коэффициентов M, A, H, F, N, Q заменой α_1 на α_2 и соответственно α_2 на α_1 .

Приложение 2. Пример расчета токов в цепной схеме. Заданы

- a) $Z_{\pi} = 5 e^{j53.13}$, $Z_{\pi} = 5.8 e^{j30}$; $N_0 = 7$; $N_p = 3$;
б) распределение токов до повреждения:

N	I_N	J_N
0	$0,3116 e^{j47.19}$	$0,3116 e^{j47.19}$
1	$0,3835 e^{j41.92}$	$0,07864 e^{j20.62}$
2	$0,3967 e^{j33.79}$	$0,05677 e^{-j38.79}$
3	$0,3941 e^{j24.4}$	$0,06595 e^{-j63.33}$
4	$0,3756 e^{j14.13}$	$0,070178 e^{-j85.91}$
5	$0,3000 e^{j3.37}$	$0,09835 e^{j228.9}$

Необходимо вычислить распределение токов:

- а) при $\Delta Z = \infty$ (вариант 1); б) $\Delta Z = 5$ (вариант 2).

Решение. По выражению (9) вычисляем: $\alpha_1 = 4,0111 e^{-j14,02}$; $\alpha_2 = 0,2493 e^{j14,02}$; по (17): $D_1 = 387,53 e^{-j74,65}$; $D_2 = 49,076 e^{j183,38}$; $D_3 = 4,72590 \times 10^{-3} e^{j28,49}$; $D_4 = 819,864 \cdot 10^8 e^{j85,25}$. Для варианта 1 по (19) $D_\infty = 25398,06 e^{j257,3}$.

Распределение токов после повреждения (разрыва цепи в поперечном элементе $N_p = 3$):

N	I_N	J_N
0	$0,3121 e^{j46,82}$	$0,3121 e^{j46,82}$
1	$0,3834 e^{j40,7}$	$0,08066 e^{j16,34}$
2	$0,3940 e^{j29,05}$	$0,07960 e^{-j47,51}$
3	$0,3940 e^{j29,05}$	0
4	$0,37202 e^{j15,26}$	$0,09438 e^{-j81,16}$
5	$0,2985 e^{j3,61}$	$0,09989 e^{j232,4}$
	$J_6 = -I_5$	

Для варианта 2 по (18) $D_0 = 86813,8 e^{-j127,64}$

Распределение токов после повреждения ($\Delta Z = 5$ в поперечном элементе $N_p = 3$):

N	I_N	J_N
0	$0,3113 e^{j47,08}$	$0,3113 e^{j47,08}$
1	$0,3823 e^{j41,6}$	$0,07827 e^{j19,31}$

2	$0,3911 e^{j32,65}$	$0,06106 e^{-j44,6}$
3	$0,3985 e^{j25,57}$	$0,04928 e^{-j52,3}$
4	$0,3765 e^{j14,52}$	$0,07794 e^{-j86,92}$
5	$0,2998 e^{j3,48}$	$0,09959 e^{j229,7}$

Практический интерес представляет сопоставление потерь в цепной схеме до повреждения и при повреждении для вариантов 1 и 2:

До повреждения	$8,5614 (100 \%)$
Вариант 1	$8,519 (99,5 \%)$
Вариант 2	$8,5517 (99,89 \%)$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. — Л.: Энергия, 1967.
- Проектирование электрических машин. / Под ред. И. П. Копылова. — М.: Энергия, 1980.
- Штурман Г. И. Разомкнутые беличьи клетки в короткозамкнутых асинхронных двигателях. — Электричество, 1951, № 9.
- Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1968.
- Демирчян К. С., Богуславский И. З. Токи в стержнях различного сопротивления демпферной обмотки мощного тихоходного двигателя. — Изв. АН СССР. — Энергетика и транспорт, 1980, № 2.

[28.01.83]

~~~~~

УДК 669.14.018.5

## Исследование анизотропии свойств электротехнической холоднокатаной стали толщиной 1 мм

ЕРШОВА Л. П., инж., МИНЦ Б. Б., КОЛОВ М. И., кандидаты техн. наук

Электротехническая холоднокатаная анизотропная сталь толщиной 1 мм марки 3411 в основном применяется для изготовления главных и дополнительных полюсов электрических машин постоянного тока больших мощностей, предназначенных для приводов прокатных станов, тепловозов, шахтных подъемников, речных судов и т. п.

Для полюсов крупных электрических машин постоянного тока таких, как тяговые генераторы и прокатные двигатели, очень эффективно использование данной стали, обладающей повышенной магнитной индукцией ( $B_{2500}$ ) вдоль направления прокатки (НП) и уменьшенной — поперек (ПН). В случае применения электротехнической стали толщиной 1 мм (по сравнению с 0,5 мм той же марки) вдвое сокращается трудоемкость работ по штамповке и сборке магнитопроводов. Использование электротехнической холоднокатаной анизотропной стали толщиной 1 мм в целом улучшает технико-экономические характеристики электрических машин постоянного тока за счет улучшения их массовых и габаритных показателей, а также увеличения коэффициента заполнения и к. п. д.

Как правило, магнитный поток в магнитопроводах совпадает с направлением прокатки, но в отдельных случаях, часть его может идти под углом к НП. Поэтому при проектировании и расчетах магнитопроводов из электротехнической холоднокатаной анизотропной стали требуется учитывать зависимость магнитных свойств от угла к НП.

С целью изучения анизотропии магнитных свойств стали под заданными углами к направлению прокатки изготавливались однокилограммовые эпштейновские образцы размером 280 × 30 мм. Для этого от четырех текущих партий электротехнической стали марки 3411 отбирались готовые листы толщиной 1 мм с разным (в состоянии поставки) уровнем магнитных свойств в НП:

| Номер партии образцов | $B_{2500}$ , Тл | $B_{6000}$ , Тл | $P_{1,5/50}$ , Вт/кг |
|-----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|
| 1                     | 1,80            | 1,90            | 4,77                 |
| 2                     | 1,86            | 1,94            | 4,73                 |
| 3                     | 1,86            | 1,97            | 4,40                 |
| 4                     | 1,89            | 2,00            | 4,12                 |

При норме по ТУ 14-1-2259-77  $\geq 1,75 \geq 1,83 \leq 8,0$

Листы толщиной 1 мм производились из металла нитридного варианта выплавки ( $Al_{\text{раств}} = 0,006 \div 0,014 \%$ ;  $Si = 2,98 \div 3,15 \%$ ) путем однократной холодной прокатки. При порезке проб соблюдались следующие правила: из одного и того же листа выкраивались (по часовой стрелке) образцы под углами (φ) 0, 15, 30, 45, 55, 60, 75, 90° к НП; для приближения экспериментальных условий к действительным при составлении проб Эпштейн полосы укладывались по несогласованному способу Дружинина [1 и 2]. Для снятия наклела от резания проводился отжиг образцов в защитной атмосфере проходной печи при температуре 820 °C в течение трех минут.

После отжига в зависимости от угла к направлению прокатки измерялись магнитная индукция при напряженности магнитного поля 0,2, 0,4, 0,8, 1,0, 3,0, 5,0, 10,0, 20,0, 30, 50, 70, 100, 200, 500, 1000, 2500 А/м и удельные потери при значениях магнитной индукции 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50 Тл. В направлении прокатки до отжига дополнительно измерялись удельные потери при указанных значениях магнитной индукции.

Кривые намагничивания при постоянном токе и удельные потери при частоте намагничивающего тока 50 Гц определялись в соответствии с требованиями ГОСТ 12119-80.

По результатам измерений подсчитывались относительные показатели анизотропии магнитной индукции ( $\Delta B$ ) и удельные потери ( $\Delta P$ ) продольных и поперечных образцов, оцениваемые соотношением [3]:

$$\Delta B (P) = \frac{B_0 (P_{90}) - B_{90} (P_0)}{B_0 (P_{90}) + B_{90} (P_0)} \cdot 100\%, \quad (1)$$

где  $B, P_{(0;90)}$  — значения соответствующих характеристик в НП и ПН.

Относительный процент улучшения удельных потерь до ( $P_1$ ) и после ( $P_2$ ) отжига для снятия наклела от резания продольных образцов при различных амплитудах максимальной магнитной индукции  $B_m$  подсчитывался по соотношению (1).

Таблица 1

| H, A/m | Средние значения магнитной индукции Тл электротехнической стали толщиной 1 мм, |       |       |       |        |       |       |       |       |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
|        | Угол к направлению прокатки, град                                              |       |       |       |        |       |       |       |       |
|        | 0                                                                              | 15    | 30    | 45    | 55     | 60    | 75    | 90    | Σ     |
| 5      | 0,048                                                                          | 0,031 | 0,019 | 0,011 | 0,0090 | 0,008 | 0,008 | 0,007 | 0,018 |
| 10     | 0,290                                                                          | 0,180 | 0,091 | 0,051 | 0,0385 | 0,036 | 0,032 | 0,028 | 0,093 |
| 20     | 0,730                                                                          | 0,600 | 0,460 | 0,290 | 0,2100 | 0,195 | 0,165 | 0,146 | 0,350 |
| 30     | 0,950                                                                          | 0,820 | 0,720 | 0,570 | 0,4850 | 0,442 | 0,380 | 0,350 | 0,590 |
| 50     | 1,200                                                                          | 1,050 | 0,970 | 0,880 | 0,8300 | 0,790 | 0,730 | 0,700 | 0,890 |
| 70     | 1,350                                                                          | 1,175 | 1,090 | 1,010 | 0,9800 | 0,955 | 0,925 | 0,900 | 1,043 |
| 100    | 1,480                                                                          | 1,310 | 1,175 | 1,092 | 1,0680 | 1,069 | 1,078 | 1,070 | 1,168 |
| 200    | 1,630                                                                          | 1,450 | 1,280 | 1,200 | 1,1720 | 1,180 | 1,210 | 1,265 | 1,298 |
| 500    | 1,710                                                                          | 1,560 | 1,370 | 1,265 | 1,2450 | 1,250 | 1,300 | 1,350 | 1,380 |
| 1000   | 1,765                                                                          | 1,630 | 1,430 | 1,320 | 1,2800 | 1,290 | 1,345 | 1,400 | 1,435 |
| 2500   | 1,850                                                                          | 1,745 | 1,540 | 1,410 | 1,3700 | 1,375 | 1,430 | 1,485 | 1,526 |

Кроме того, в зависимости от угла к направлению прокатки согласно существующим стандартам определялись отдельные характеристики механических свойств: предел текучести  $\sigma_t$ , временное сопротивление разрыву  $\sigma_b$ , относительные удлинения  $\delta_4$  и  $\delta_{10}$ , относительное сужение  $\varphi$  образцов после разрыва, а также число перегибов  $N^r$ .

**Анизотропия магнитной индукции.** Усредненные результаты измерения магнитной индукции в зависимости от угла к направлению прокатки и значений напряженности поля представлены в табл. 1, а для отдельной партии образцов на рис. 1. Из приведенных данных следует, что максимальные значения магнитной индукции в любом поле наблюдаются в направлении прокатки. Минимальные значения магнитной индукции образцов в зависимости от напряженности поля имеют место под углами  $90^\circ$  к НП при  $H \leq 70$  A/m и  $55^\circ$  к НП при  $H \geq 100$  A/m. С ростом напряженности поля от 100 до 2500 A/m минимум магнитной индукции становится все более четким.

Относительный показатель анизотропии магнитной индукции ( $\Delta B$ ) определяется напряженностью поля, степенью текстурованности металла. Зависимость показателя  $\Delta B$  от напряженности магнитного поля имеет вид кривых с резким максимумом при 10 A/m. В магнитном поле 0,2–3 A/m значение  $\Delta B$  ничтожно мало, а при  $H=10$  A/m ее максимум в среднем достигает 82 %. Чем больше степень текстурованности металла, тем выше максимум кривой.

**Влияние текстуры.** В настоящем исследовании подтверждаются данные [2] о влиянии степени совершенства кристаллографической текстуры на анизотропию магнитной индукции. Так, в поле 30 A/m вместе с усилением текстурованности металла и

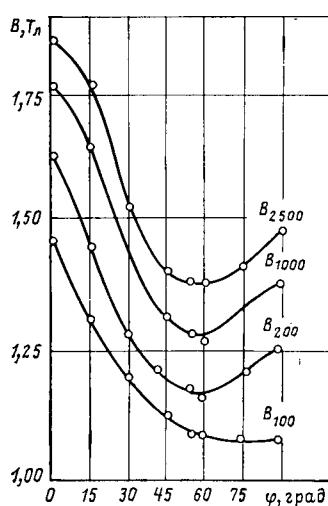


Рис. 1. Анизотропия магнитной индукции партии образцов № 3 электротехнической стали толщиной 1 мм при различных значениях напряженности поля

Рис. 2. Анизотропия удельных потерь партии образцов № 3 электротехнической стали толщиной 1 мм при различных амплитудах максимальной магнитной индукции ( $f=50$  Гц)

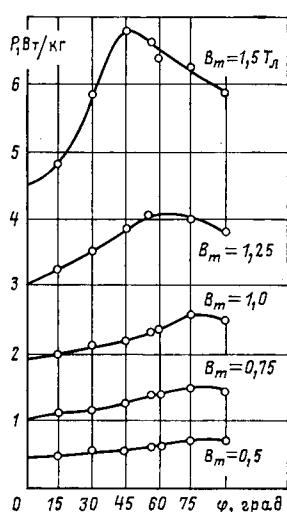


Таблица 2

| B <sub>m</sub> , Тл | Зависимость средних значений удельных потерь Вт/кг электротехнической стали толщиной 1 мм |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                     | Угол к направлению прокатки, град.                                                        |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                     | 0                                                                                         | 15   | 30   | 45   | 55   | 60   | 75   | 90   | Σ    |
| 0,50                | 0,45                                                                                      | 0,49 | 0,52 | 0,57 | 0,61 | 0,61 | 0,65 | 0,66 | 0,57 |
| 0,75                | 1,01                                                                                      | 1,09 | 1,15 | 1,22 | 1,28 | 1,29 | 1,37 | 1,38 | 1,22 |
| 1,00                | 1,84                                                                                      | 1,98 | 2,06 | 2,17 | 2,24 | 2,26 | 2,37 | 2,37 | 2,16 |
| 1,25                | 2,92                                                                                      | 3,17 | 3,46 | 3,76 | 3,86 | 3,86 | 3,81 | 3,67 | 3,56 |
| 1,50                | 4,33                                                                                      | 4,84 | 5,77 | 6,63 | 6,40 | 6,24 | 5,90 | 5,63 | 5,72 |

увеличением значений  $B_{2500}$  в НП показатель анизотропии магнитной индукции  $\Delta B$  возрастает на 30 %:

Номер партии образцов . . . . . 1 2 3 4  
 $B_{2500}$  (Тл) . . . . . 1,80 1,86 1,86 1,89  
 $\Delta B$  (%) при  $H=30$  A/m . . . . . 29,9 45,8 50 60

**Анизотропия удельных потерь.** Усредненные результаты измерения удельных потерь в зависимости от угла к направлению прокатки и значений амплитуды максимальной магнитной индукции  $B_m$  для исследованного металла толщиной 1 мм представлены в табл. 2, а для отдельной партии образцов — на рис. 2.

Как следует из приведенных данных, наибольшие значения удельных потерь соответствуют: при амплитуде максимальной магнитной индукции  $B_m=0,5 \div 1,0$  Тл — поперечному направлению прокатки, а при  $B_m > 1,0$  Тл — углу  $55 \div 45^\circ$  к НП, особенно для образцов с высокими значениями  $B_{2500}$  в НП. В направлении же прокатки значения удельных потерь всегда минимальные.

Показатель анизотропии удельных потерь  $\Delta P$  изменяется в зависимости от амплитуды максимальной магнитной индукции  $B_m$  ( $f=50$  Гц). Наибольшее значение  $\Delta P$  для  $B_{0,5}$  составляет 16–22 %, а наименьшее  $\Delta P$  для  $B_{1,25}$  равно 9–14 %. По мере совершенства кристаллографической текстуры и повышения  $B_{2500}$  с 1,80 до 1,89 Тл (образцы партий № 1 и 4 соответственно) [значение  $\Delta P$  возрастает на 5–6 %, что согласуется с данными 3].

**Влияние отжига для снятия наклена от резания.** С увеличением амплитуды максимальной магнитной индукции  $B_m$  с 0,5 до 1,5 Тл относительный процент улучшения удельных потерь от отжига непрерывно уменьшается (в среднем в 4 раза, а для партии образцов № 3 — в 7 раз). Отмеченная закономерность улучшения удельных потерь после отжига металла связана с увеличением доли вихревых потерь при повышении амплитуды максимальной магнитной индукции  $B_m$ .

**Анизотропия числа перегибов и механических свойств.** Результаты статистической обработки анизотропии числа перегибов и отдельных характеристик механических свойств исследованного металла представлены в табл. 3. В изменении свойств стали от угла к направлению прокатки видны следующие закономерности:

число перегибов максимально при угле  $30^\circ$  к НП, минимально в ПН;

Таблица 3

| Характеристика                            | Средние значения числа перегибов и механических свойств электротехнической стали толщиной 1,0 мм |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
|                                           | Угол к направлению прокатки, град.                                                               |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|                                           | 0                                                                                                | 15   | 30   | 45   | 55   | 60   | 75   | 90   | Σ    |  |
| Число перегибов $N^r$                     | 9,4                                                                                              | 11,0 | 14,0 | 9,0  | 5,7  | 4,1  | 3,0  | 2,6  | 7,2  |  |
| Предел текучести $\sigma_t$ , МПа         | 322                                                                                              | 327  | 349  | 383  | 405  | 397  | 366  | 348  | 362  |  |
| Предел прочности $\sigma_b$ , МПа         | 396                                                                                              | 400  | 414  | 446  | 479  | 475  | 439  | 420  | 433  |  |
| Относительное удлинение $\delta_4$ , %    | 11,6                                                                                             | 10,8 | 8,9  | 6,1  | 6,5  | 8,5  | 25,4 | 30,8 | 14,1 |  |
| Относительное удлинение $\delta_{10}$ , % | 12,7                                                                                             | 12,1 | 10,5 | 7,8  | 8,0  | 10,0 | 34,6 | 38,5 | 17,6 |  |
| Относительное сужение $\psi$ , %          | 25,6                                                                                             | 22,5 | 21,3 | 19,0 | 17,2 | 20,4 | 60,7 | 70,1 | 31,5 |  |

прочность максимальна при угле  $55^\circ$ , к НП, минимальна в НП;

относительные удлинения и сужение минимальны при угле  $45-55^\circ$  к НП, максимальны в ПН (с возрастанием в 4-5 раз их значений и образованием ярко выраженной шейки).

Указанный анизотропия свойств электротехнической стали определяется острой кристаллографической текстуры  $\{100\}\langle001\rangle$  [4].

Таким образом, установлены угловая зависимость свойств электротехнической холоднокатаной анизотропной стали тол-

щиной 1 мм (марки 3411) и следующие их экспериментальные значения:

| Угол к направлению прокатки, град. | Усредненные экстремальные значения максимальные минимальные                                                                  |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0                                  | $B_{2500} = 1,86$ Тл $P_{1,5/50} = 4,33$ Вт/кг<br>$\sigma_t = 322$ МПа $\sigma_b = 396$ МПа                                  |
| 30                                 | $N^r = 14$ $\sigma_t = 405$ МПа $P_{1,5/50} = 6,63$ Вт/кг<br>$\sigma_b = 479$ МПа $\delta_{10} = 7,8\%$ ; $\delta_4 = 6,1\%$ |
| 45-55                              | $\psi = 17,2\%$ $\delta_{10} = 38,5\%$ $N^r = 2,6$<br>$\delta_4 = 30,8\%$ $\psi = 70,1\%$                                    |
| 90                                 |                                                                                                                              |

Результаты исследований анизотропии свойств электротехнической холоднокатаной стали толщиной 1 мм могут быть использованы в качестве справочных материалов при проектировании и расчетах магнитопроводов крупных электрических машин постоянного тока.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дружинин В. В., Куреных Л. Е. и др. Исследование характеристик электротехнической стали под разными углами к направлению прокатки. — Электричество, 1971, № 3.
2. Дружинин В. В. Магнитные свойства электротехнической стали. — М.: Энергия, 1974.
3. Анизотропия магнитных и механических свойств листовой электротехнической стали/Л. П. Ершова, В. П. Губчевский, Э. Д. Немкина и др. — Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1975, т. 39, № 7.

[14.02.83]

~~~~~

УДК [537.228.1:621.3.084:534.1:539.319].001.5

Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска

КАРЛАШ В. Л., канд. физ.-мат. наук

Институт механики АН УССР

Результаты расчета полной проводимости керамического пьезоэлемента вблизи резонансных частот различных мод колебаний хорошо согласуются с данными эксперимента лишь при учете потерь энергии. В [1-3] показано, что учет только механических и диэлектрических потерь недостаточен для расчета и предложено концепцию комплексного представления электропротивных констант распространить на пьезомодули. По сути дела постулировано существование особых электромеханических потерь, пропорциональных как амплитуде механических деформаций (напряжений), так и напряженности (индукции) электрического поля. Пьезоэлектрические потери не поддаются такой простой интерпретации как диэлектрические или механические, тем не менее их учет дает возможность точнее вычислять полную проводимость пьезокерамических элементов.

Влияние механических, диэлектрических и пьезоэлектрических потерь на значения активной, реактивной и полной проводимостей проследим на примере радиальных колебаний тонкого пьезокерамического диска с поляризацией по толщине, покрытого на верхнем и нижнем основаниях сплошными металлическими электродами. Полная проводимость такого диска вычисляется по формуле [4 и 5]:

$$Y = \frac{j\omega C}{\Delta(\kappa)} [(1 - k_p^2) \Delta(\kappa) + k_p^2 (1 + v) J_1(\kappa)], \quad (1)$$

где

$$\Delta(\kappa) = \kappa J_0(\kappa) - (1 - v) J_1(\kappa); \quad (2)$$

$$C = \frac{\pi R^2 \epsilon_{33}^T}{h}; \quad \kappa^2 = \omega^2 \rho s_{11}^E (1 - v) R^2; \quad k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{\epsilon_{33}^T (1 - v) s_{11}^E}; \quad (3)$$

$J_0(\kappa)$ и $J_1(\kappa)$ — функция Бесселя; κ — безразмерная частота; C — статическая емкость; ω — круговая частота; k_p — планарный коэффициент связи [6]; v — коэффициент Пуассона; h — толщина; R — радиус; ρ — плотность; ϵ_{33}^T — диэлектрическая проницаемость; d_{31} — пьезомодуль; S_{11} — упругая податливость; j — миная единица.

Следуя методике [1-3], введем в рассмотрение тангенсы диэлектрических ϵ_{33M} , механических s_{11M} и пьезоэлектрических d_{31M} потерь, представляющие собой отношения мнимых и действительных частей соответствующих комплексных величин: $\epsilon_{33M} = \epsilon_{33}^{(T)} / \epsilon_{33}^{(T)'}; s_{11M} = s_{11}^{(E)''} / s_{11}^{(E)'}; d_{31M} = d_{31}'' / d_{31}'$. После преобразований имеем

$$d_{31}^2 = d_{310}^2 (1 - 2jd_{31M}); \quad \kappa = \kappa_0 (1 - 0,5js_{11M}); \quad C = C_0 (1 - j\epsilon_{33M}); \quad k_p^2 = k_{p0}^2 [1 + j(s_{11M} + \epsilon_{33M} - 2d_{31M})]. \quad (4)$$

Выражение для полной проводимости теперь принимает вид

$$Y = \frac{\omega C_0}{D_0} (A_1 + \epsilon_{33M} A_2) + j(A_2 - \epsilon_{33M} A_1) = \omega C_0 (B_1 + jB_2), \quad (5)$$

где

$$A_1 = (s_{11M} + \epsilon_{33M} - 2d_{31M}) \Delta^2(\kappa_0) + 2d_{31M} \Delta_a(\kappa_0) \Delta(\kappa_0) + \frac{1}{2} s_{11M} \kappa_0 (\delta \Delta(\kappa_0) - \beta \Delta_a(\kappa_0)); \quad (6)$$

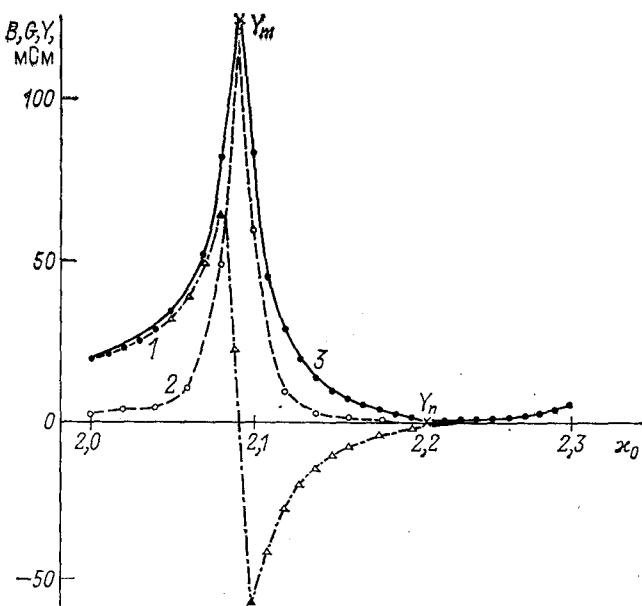


Рис. 1

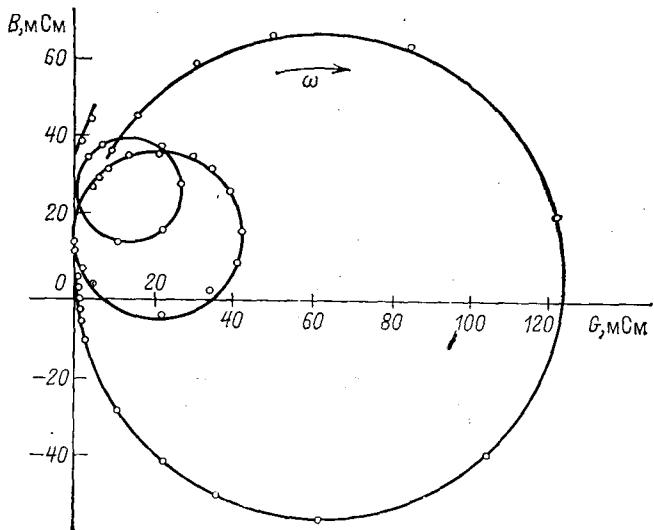


Рис. 2

$$\begin{aligned}
 A_2 &= \Delta(x_0) \Delta_a(x_0) + \frac{1}{4} s_{11M}^2 x_0^2 \beta \delta + x_0 s_{11M} d_{31M} \beta \Delta_a(x_0) + \\
 &+ \frac{1}{2} s_{11M} (s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M}) x_0 \beta \Delta(x_0); \\
 D_0 &= \Delta^2(x_0) + \frac{1}{4} x_0^2 s_{11M}^2 \beta^2; \\
 \Delta(x) &= \Delta(x_0) - j x_0 \frac{s_{11M}}{2} \left[(1+v) J_0(x_0) - x_0 J_1(x_0) - \frac{\Delta(x_0)}{x_0} \right]; \\
 \Delta(x_0) &= x_0 J_0(x_0) - (1-v) J_1(x_0); \\
 \beta &= (1+v) J_0(x_0) - x_0 J_1(x_0) - \frac{\Delta(x_0)}{x_0}; \\
 \gamma &= \frac{x_0 J_0(x_0) - J_1(x_0)}{x_0}; \\
 \delta &= (1 - k_{p0}^2) \beta + k_{p0}^2 (1+v) \gamma; \\
 \Delta_a(x_0) &= (1 - k_{p0}^2) \Delta(x_0) + k_{p0}^2 (1+v) J_1(x_0).
 \end{aligned} \tag{6}$$

При выводе формул (5) и (6) использовано разложение функций Бесселя в ряд по малому параметру $x_0 s_{11M}$, поэтому их при-

менение ограничивается интервалом частот до третьей — четвертой радиальной моды. С ростом частоты погрешность этих формул возрастает. В процессе вычислений безразмерная частота принимала значения $x_0 I = 2,0 \div 2,3$; $x_0 II = 5,3 \div 5,5$; $x_0 III = 8,5 \div 8,7$ с шагом 0,005, что соответствовало первым трем радиальным модам. Задавались значения параметров $k_{p0}^2 = 0,2$; $s_{11M} = 0,0084$; $\varepsilon_{33M} = 0,012$, измеренных на диске из пьезокерамики ЦТС-19 диаметром 60 мм при толщине 2,4 мм. Неизвестный тангенс пьезоэлектрических потерь d_{31M} мог принимать значения от 0 до 0,01 несколькими ступенями через 0,002. Коэффициент Пауссона диска составлял 0,37, но в программе счета задавался интервал "изменения" $0,29 \leq v \leq 0,39$. О степени зависимости множителей (6) полной проводимости от изменения коэффициента Пауссона в указанных пределах можно судить по следующим усредненным данным для первого радиального резонанса:

$$v_m = -0,093 \pm 0,0013;$$

$$\delta_m = -0,777 \pm 0,026;$$

$$v_n = -0,143 \pm 0,012;$$

$$\delta_n = -0,853 \pm 0,024;$$

$$\beta_m = -0,942 \pm 0,035;$$

$$F_m = 18,47 \pm 0,52;$$

$$\beta_n = -1,019 \pm 0,024;$$

$$F_n = 0,0727 \pm 0,0090,$$

где

$$F = \left| \left(B_1^2 + B_2^2 \right)^{1/2} \right| = \frac{|Y|}{2\pi f C_0} \tag{7}$$

характеризует амплитуду полной проводимости пьезоэлемента.

Известно, что в режиме малых амплитуд, например, при работе в приемных устройствах ультразвука, компоненты потерь энергии не превышают 0,01—0,02. Их влияние на резонансные и антирезонансные частоты незначительно, и можно считать, что условие резонанса

$$\Delta(x_p) = 0 \tag{8}$$

соответствует максимальной проводимости Y_m , а условие антирезонанса

$$\Delta_a(x_a) = 0 \tag{9}$$

— минимальной проводимости пьезоэлемента Y_n .

Сказанное подтверждается графиками рис. 1, на которых представлены частотные зависимости реактивной B , активной G и полной Y проводимостей (соответственно кривые 1, 2 и 3), вычисленные по формулам (5)–(7) для первого радиального резонанса упомянутого выше диска. Нетрудно видеть, что в точках максимума и минимума полной проводимости реактивная компонента близка к нулю. Вне резонансного промежутка, т. е. до частоты 2,07 и выше частоты 2,23 полная проводимость совпадает с реактивной, а внутри резонансного промежутка определяется их комплексной суммой.

Круговые диаграммы полной проводимости (рис. 2), построенные для первых трех радиальных мод на основе полученных численных данных, указывают на тенденцию к снижению эффективности преобразования энергии на обертонах, которая проявляется в уменьшении диаметра кругов. Максимальное значение полной проводимости снижается, а минимальное повышается.

Возвращаясь к формулам (5) и (6), можно заметить, что слагаемые потерь входят туда по-разному и влияние их также различно. Если множитель s_{11M} является определяющим в силу условия (8) вблизи резонансных частот, что учет множителя $(1 - \varepsilon_{33M})$ перед емкостью C_0 лишь на доли процента изменяет значение полной проводимости во всем интервале частот от резонанса до антирезонанса. Этот множитель может быть опущен без заметного снижения точности. Тем не менее, диэлектрические потери входят также в формулу для коэффициента электромеханической связи (КЭМС) k_p , наряду с механическими и пьезоэлектрическими потерями. Именно КЭМС определяет эффективность преобразования механической энергии в электрическую и наоборот, поэтому так важно научиться измерять каким-либо образом компоненты всех трех видов потерь.

В [1 и 2] изложена методика измерения механических и пьезоэлектрических потерь по известным значениям максимальной и минимальной проводимости тонкого пьезокерамического стержня с поляризацией по толщине, совершающего продольные колебания по длине. В случае радиальных колебаний тонкого пьезокерамического диска максимальное значение полной проводимости можно вычислять по приближенной формуле

$$Y_m = 2\pi f_m C_0 F_m \approx - \frac{4\pi f_m C_0 \Delta_{0m}(x_{0m})}{x_{0m} s_{11M} \beta_m}, \tag{10}$$

которая получается из выражения (5) с учетом условия (8).

Усредняя для первой радиальной моды $\kappa_{0m} = 2,06$, $\nu = 0,35$ и $\beta_m = -0,94$, получаем простую формулу, которую можно применять для инженерных (оценочных) расчетов:

$$Y_{mI} \approx \frac{4,9f_m C_0 k_{p0}^2}{s_{11M}} \quad (11)$$

или

$$s_{11M} \approx \frac{4,9f_m C_0 k_{p0}^2}{Y_{mI}}. \quad (12)$$

В нашем примере $f_{mI} = 21,44$ кГц; $C_0 = 51,1 \cdot 10^{-9}$ Ф; $Y_{mI} = 0,129$ См; $f_{nI} = 23,42$ кГц; $Y_{nI} = 0,48$ мСм; $k_{p0}^2 = 0,2$ и формула (12) дает в точности то же значение $s_{11M} = 0,0084$, которое было получено по методу резонансной кривой коэффициента передачи пьезотрансформаторного датчика [7] и применено в расчете. Приближенная формула (12) все же обеспечивает более высокую точность, чем выражение (15) в [8].

Проводя аналогичное преобразование с выражением для минимальной проводимости Y_n , получаем формулу для определения пьезоэлектрических потерь:

$$d_{31M} \approx \frac{s_{11M} + \varepsilon_{33M}}{2} - \frac{Y_n D_{0n}}{4\pi f_n C_0 \Delta_n^2} + \frac{s_{11M} \kappa_{0n} \delta_n}{4\Delta_n}, \quad (13)$$

согласно которому $d_{31M} = 0,0094$.

Диэлектрические потери ε_{33M} , как и в [1 и 2], измеряются независимо на частоте 1000 Гц. Вычисленное с учетом определенного по формуле (13) d_{31M} значение минимальной проводимости (0,5 мСм) хорошо согласуется с измеренной величиной (0,48 мСм).

Таким образом, на основе проведенного исследования можно сделать заключение, что механические потери снижают максимальное значение полной проводимости, а совместно с диэлектрическими и пьезоэлектрическими повышают минимальное значение полной проводимости. Влияние пьезоэлектрических потерь проявляется вблизи частоты минимальной проводимости и может быть существенным в фильтрах, отдельные звенья которых настроены на параллельный резонанс. Выведенные в статье инженерные формулы можно принять при испытаниях дисковых пьезокерамических элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вондаренко А. А., Карась Н. И., Улитко А. Ф. Методы определения характеристик диссипации при колебаниях пьезокерамических элементов конструкций. — Прикладная механика, 1982, № 2, с. 104—108.

2. Martin G. E. Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials. — Ultrasonics symposium proceedings, Milwaukee, 1974.

3. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients. — IEEE Trans. on SU, 1967, vol. 14, № 1.

4. Mason W. P. Electrostrictive effect in barium titanate ceramics. — Phys. Rev., 1948, vol. 74, № 6.

5. Черных Г. Г., Соболева Л. С., Харитонов В. В. К вопросу о радиальных колебаниях тонких пьезокерамических дисков и колец. — Электронная техника, сер. IX, Радиокомпоненты, 1972, вып. 1, с. 67—87.

6. ГОСТ 12370-72. Материалы пьезокерамические. Методы испытаний.

7. Карлаш В. Л., Улитко А. Ф. Метод исследования механических напряжений в колеблющихся пьезокерамических телах. — Электричество, 1976, № 11, с. 82—83.

8. IRE Standards on piezoelectric crystals. — Рес. IRE, 1961.

[03.05.83]

УДК 621.3.066.6:537.212.001.24

Распределение потенциала и плотности тока в цилиндрических контактах в зависимости от их радиуса

КАРПЕНКО Л. Н., СКОРНЯКОВ В. А.

Возрастание токов в электроустановках приводит к увеличению давления в контактах и работе их уже в настоящее время с большими площадями контактных поверхностей, соизмеримыми с площадью поперечного сечения контактов. Однако, как известно, распределения потенциала и плотности тока в контактах рассчитываются на основании формул, полученных для полупространства [1 и 2], что, по нашему мнению, требует уточнения. Кроме того, в связи с необходимостью экономии драгоценных и цветных металлов полезно рассматривать влияние геометрических размеров контактов на распределение в них плотности тока и температуры. Поэтому следует признать своевременной постановку вопроса о расчете потенциала в контактах конечных размеров (цилиндрических), приведенную в [3]. Аналогичная задача в [6] решается с помощью приближенной модели при допущении постоянства плотности тока на контактной площадке.

Для нахождения пространственного распределения потенциала в контактах (рис. 1) решим уравнение Лапласа, которое в цилиндрических координатах принимает вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (1)$$

при заданных граничных условиях

$$\Phi|_{z=\infty} = -U/2; \Phi|_{z=-\infty} = U/2; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi|_{z=0} = 0; 0 \leq r < f; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; f \leq r \leq R; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (4)$$

где Φ — потенциал электрического поля; R — радиус цилиндра; U — падение напряжения на контактах, измеренное в точках, где уже отсутствует стягивание линий тока (плотность тока в этих сечениях постоянна).

С математической точки зрения рассматриваемая задача относится к смешанным и в этом заключается основная трудность ее решения. Представим решение (1) в виде ряда Фурье — Дини:

$$\Phi(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n \frac{z}{f}} J_0 \left(\lambda_n \frac{r}{f} \right) - \frac{U}{2}, \quad (5)$$

где $z > 0$; λ_n — положительные корни уравнения $J_1 \left(\lambda_n \frac{R}{f} \right) = 0$, что соответствует выполнению граничного условия (4); A_n — коэффициенты разложения ряда Фурье — Дини; J_0 , J_1 — функции Бесселя I рода.

Удовлетворяя смешанным граничным условиям (3), приходится к парным рядам для определения коэффициентов A_n ряда (5):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{-1} B_n J_0 (\lambda_n \rho) = \frac{U}{2}, 0 \leq \rho < 1; \\ \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0 (\lambda_n \rho) = 0, 1 \leq \rho \leq \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$B_n = \lambda_n A_n; \rho = \frac{r}{f}; \alpha = \frac{R}{f}. \quad (6)$$

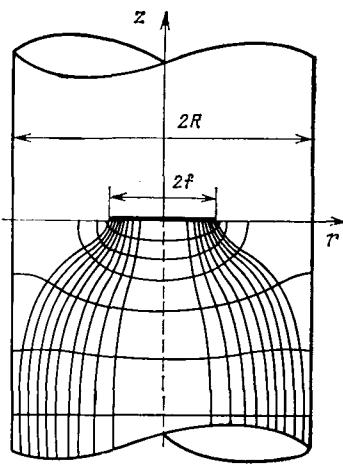


Рис. 1. Модель цилиндрических контактов

Для (6) воспользуемся методом, предложенным в [4]. Введем обозначение:

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(\lambda_n \rho) = h(\rho), \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (8)$$

Тогда по формуле обращения для ряда Дирихле:

$$B_n = \frac{2}{\alpha^2 J_0^2(\lambda_n \alpha)} \int_0^1 h(u) J_0(\lambda_n u) u du. \quad (9)$$

Так как при этом считалось, что соответствующий интеграл на промежутке $1 \leq \rho \leq \alpha$ равен нулю, то второе парное уравнение (6) уже удовлетворено. Введем теперь вместо $h(\rho)$ новую неизвестную функцию $g(t)$ с помощью формулы

$$h(\rho) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{\rho}^1 \frac{\operatorname{tg}(t)}{\sqrt{t^2 - \rho^2}} dt. \quad (10)$$

Подставим (10) в (9) и преобразуем полученное выражение, используя стандартный интеграл [5]:

$$\int_0^t \frac{J_1(\lambda_n u)}{\sqrt{t^2 - u^2}} du = -\frac{1}{\lambda_n t} - \frac{\cos \lambda_n t}{\lambda_n t}.$$

После преобразования находим:

$$B_n = \frac{2}{\alpha^2 J_0^2(\lambda_n \alpha)} \int_0^1 g(t) \cos \lambda_n t dt. \quad (11)$$

Таким образом, для определения коэффициентов $A_n (B_n)$ в решении уравнения (5) необходимо найти неизвестную функцию $g(t)$ в (11), что может быть сделано путем сведения парных рядов (6) к интегральному уравнению Фредгольма и последующего его решения относительно функции $g(t)$. Выражение для функции $g(t)$ имеет вид (см. приложение):

$$g(t) = \frac{V}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} t^{2m}. \quad (12)$$

Подставляя полученное выражение (12) в (11) и учитывая первое из обозначений (7), получаем окончательное выражение для коэффициентов A_n :

$$A_n = \frac{2V}{\pi \lambda_n \alpha^2 J_0^2(\lambda_n \alpha)} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \frac{(2m)!}{\lambda_n^{2m+1}} \times \times \sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{\lambda_n^{2m-2k}}{(2m-2k)!} \sin \lambda_n + \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^k \times \times \frac{\lambda_n^{2m-2k-1}}{(2m-2k-1)!} \cos \lambda_n. \quad (13)$$

Следует отметить, что аналитическое исследование сходимости рядов для вычисления коэффициентов Q_{2m} (П-26) затруднительно. Численное исследование сходимости рядов (П-26) показало, что они сходятся при $\alpha > 1$. При этом члены рядов (П-26) быстро убывают с ростом степени α , и с погрешностью, не превышающей 1 %, можно ограничиться числом слагаемых в (П-26) в соответствии с указанной ниже степенью α для различных диапазонов изменения α : а) $\alpha \geq 5$, тогда в (13) m равно 0, 1, 2 и требуется вычислить только Q_0, Q_2, Q_4 в (П-26) с членом до α^{-5} включительно; б) $4 \leq \alpha < 5$, тогда в (13) m равно 0, 1, 2, 3 и вычисляются Q_0, \dots, Q_6 в (П-26) с членами до α^{-7} включительно; в) $1 < \alpha < 4$, тогда в (13) m равно 0, 1, ..., 4 и вычисляются Q_0, \dots, Q_8 с членами до α^{-9} включительно.

Кроме того, произведение $\alpha \lambda_n J_0^0(\lambda_n \alpha)$ с ростом n асимптотически приближается к значению $2/\pi$, т. е. можно положить $\alpha \lambda_n J_0^2(\lambda_n \alpha) = 2/\pi$ с погрешностью 2 % для $n=1$ и менее 1 % для $2 \leq n < \infty$. С учетом этих упрощений для $m=0, 1, \dots, 4$ выражение (13) примет вид:

$$A_n = \frac{U}{\alpha} \sum_{m=0}^4 Q_{2m} Y_{2m, n}, \quad (14)$$

где

$$Y_{0, n} = \frac{\sin \lambda_n}{\lambda_n}; \quad Y_{2, n} = Y_{0, n} \left(1 - \frac{2}{\lambda_n^2} \right) + 2 X_{0, n};$$

$$X_{0, n} = \frac{\cos \lambda_n}{\lambda_n^2};$$

$$Y_{4, n} = Y_{0, n} \left(1 - \frac{12}{\lambda_n^2} + \frac{24}{\lambda_n^4} \right) + 4 X_{0, n} \left(1 - \frac{6}{\lambda_n^2} \right);$$

$$Y_{6, n} = Y_{0, n} \left(1 - \frac{30}{\lambda_n^2} + \frac{360}{\lambda_n^4} - \frac{720}{\lambda_n^6} \right) + 6 X_{0, n} \left(1 - \frac{20}{\lambda_n^2} + \frac{120}{\lambda_n^4} \right);$$

$$Y_{8, n} = Y_{0, n} \left(1 - \frac{56}{\lambda_n^2} + \frac{1680}{\lambda_n^4} - \frac{20160}{\lambda_n^6} + \frac{40320}{\lambda_n^8} \right) + 8 X_{0, n} \left(1 - \frac{42}{\lambda_n^2} + \frac{840}{\lambda_n^4} - \frac{5040}{\lambda_n^6} \right).$$

Таким образом, найдено решение уравнения (1) для пространственного распределения потенциала в контактах. Распределение плотности тока в контактах может быть найдено следующим образом:

$$j(\rho, z) = \gamma \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2} = \gamma \sqrt{\left[\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n A_n J_0(\lambda_n \rho) e^{-\lambda_n \frac{z}{f}} \right]^2 + \left[\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n A_n J_1(\lambda_n \rho) e^{-\lambda_n \frac{z}{f}} \right]^2}, \quad (15)$$

где γ — удельная электропроводность материала контактов: A_n определяются с помощью (13) либо (14).

Получим важное для практики выражение для плотности тока на площадке контактирования. В соответствии с первым условием (3) на площадке контактирования $\partial \Phi / \partial r = 0$, и тогда из (15) имеем:

$$f(\rho, 0) = \frac{\gamma}{f} \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(\lambda_n \rho), \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (16)$$

С учетом (8) и (10) уравнение (16) можно записать так:

$$j(\rho, 0) = \frac{-\gamma}{f} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{\rho}^1 \frac{\operatorname{tg}(t)}{\sqrt{t^2 - \rho^2}} dt, \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (17)$$

Ток I , проходящий через контактную площадку,

$$I = \frac{2\pi}{\rho} \int_0^{\rho} d\phi \int_0^1 j(r, 0) r dr = 2\pi f^2 \int_0^1 j(\rho, 0) \rho d\rho.$$

Если в это выражение подставить значения (12), (17) и провести интегрирование, то падение напряжения на контактах U можно выразить через проходящий по ним ток I :

$$U = \frac{I}{2f\gamma} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \frac{1}{2m+1}.$$

Далее, используя последнее выражение в (12) и меняя порядок интегрирования и суммирования в (17), находим:

$$j(\rho, 0) = -\frac{I}{2\pi f^2 \sqrt{1-\rho^2}} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \frac{1}{2m+1} \sum_{k=0}^m \times \frac{\binom{m}{k} \rho^{2k-2} (1-\rho^2)^{m-k} [2k-(2m+1)\rho^2]}{2m-2k+1}, \quad 0 \leq \rho < 1, \quad (18)$$

где $\binom{m}{k}$ — биномиальные коэффициенты.

Интересно отметить, что при $\alpha = R/f \rightarrow \infty$, когда коэффициенты $Q_0 \rightarrow 1$; $Q_{2m} \rightarrow 0$ ($m=1, 2, 3, \dots$) (в соответствии с (П-19), (П-25) приложения), в (18) приходим к известному выражению для плотности тока на площадке контактирования полупространства [1, 2 и 6], которое с учетом наших обозначений (7) имеет вид:

$$j_{\infty} = \frac{I}{2\pi f^2 \sqrt{1-\rho^2}}, \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (19)$$

Сравним полученные выражения (18) и (19) и введем функцию Ψ , учитывающую только влияние конечности радиуса цилиндра:

$$\Psi(\rho, \alpha) = \frac{1}{\sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \frac{1}{2m+1}} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \sum_{k=0}^m \times \frac{\binom{m}{k} \rho^{2k-2} (1-\rho^2)^{m-k} [2k-(2m+1)\rho^2]}{2m-2k+1}, \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (20)$$

С учетом (19) и (20) выражение (18) для плотности тока в контактной площадке можно записать в виде

$$j(\rho, 0) = j_{\infty} \Psi(\rho, \alpha), \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (21)$$

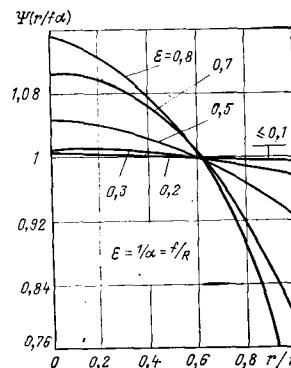
Для практических расчетов достаточно ограничить число слагаемых в формуле для Q_{2m} степенью α^{-8} ($1 < \alpha < \infty$), тогда в (18) нужно положить $m = 0, 1, 2, 3, 4$:

$$j(\rho, 0) = -\frac{I}{2\pi f^2 \sqrt{1-\rho^2} Q_0 + \frac{Q_2}{3} + \frac{Q_4}{5} + \frac{Q_6}{7} + \frac{Q_8}{9}} \times \left[Q_0 + Q_2 (1-2\rho^2) + \frac{Q_4}{3} (1+4\rho^2-8\rho^4) + \frac{Q_6}{5} (1+2\rho^2+8\rho^4-16\rho^6) + \frac{Q_8}{7} (1+1,6\rho^2+3,2\rho^4+12,8\rho^6-25,6\rho^8) \right], \quad 0 \leq \rho < 1,$$

где Q_0, Q_2, \dots, Q_8 определены в (П-26).

Полученное выражение (14) для коэффициентов A_n ряда (5), являющегося решением уравнения Лапласа для потенциала в объеме контактов, отличается от известного [3] тем, что представлено в известных функциях, а не в виде интеграла, определяемого численным методом. Заметим также, что вычисление этого интеграла производится по специально разработанной программе для ЦВМ из-за наличия разрыва подынтегральной функции, что исключает применение стандартных программ. Формула (14) для коэффициентов A_n позволяет избежать трудоемких вычислений и удобна для практического применения. Выражения (13) и (14) могут быть использованы для расчетов пространственного распределения плотности тока в контактах по (15), которое также представлено в известных функциях. При этом время счета по (13) \div (15) сокращается в 15—20 раз по сравнению с численным решением на ЦВМ исходных уравнений (1) \div (4), а расчеты по (13) \div (15) могут быть проведены вручную.

Рис. 2. График функции $\Psi(r/f; \alpha)$, учитывающей влияние радиуса R контакта на распределение плотности тока на контактной площадке



Расчет функции $\Psi(r, \alpha)$ (см. рис. 2), учитывающей влияние конечности радиуса цилиндра, достаточно наглядно показал, что применение известных ранее формул для распределения плотности тока на площадке контактирования в случае полупространства допустимо лишь для контактирующих цилиндров с отношением $f/R < 0,2$ ($\alpha = R/f \geq 5$). Поскольку интенсивность джоулевых источников тепла пропорциональна квадрату плотности тока, то неучитываемое в [1, 2 и 6] влияние радиуса цилиндра на распределение плотности тока при $\alpha < 5$ может привести к значительной погрешности и при расчете температуры контактов.

При практических расчетах плотности тока на контактной площадке удобно пользоваться формулой (21), в которой величина j_{∞} определена в (19), а функция $\Psi(\rho, \alpha)$ задана графически на рис. 2.

Полученные результаты для потенциала электрического поля (5) используются для определения усредненного (интегрального) показателя контактов — сопротивления стягивания [10]:

$$R_{ct} = \frac{1}{2f\gamma U \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} \frac{1}{2m+1}} \times \sum_{n=1}^{\infty} A_n [J_0(\lambda_n) - J_0(\lambda_n \alpha)], \quad (22)$$

где A_n определены в (13) или (14); Q_{2m} — в (П-19), (П-26).

Сопоставление результатов расчета по (22) с расчетами со сопротивлением стягивания по формулам [3 и 11] показало, что максимальное расхождение с [3] соответствует $\alpha = 2$ и равно 15 %, а с [11] соответствует $\alpha = 3$ и равно 2 %. Решение академик Фока В. А. [11] было проверено экспериментально [12], поэтому хорошая сходимость с результатами [11] подтверждает правильность выражения (22), так и исходных выражений (5) и (13).

В [1, 6, 13] сопротивление стягивания использовано для оценки усредненной по объему температуры контактов. Однако это усредненное значение температуры (особенно в нестационарных режимах) значительно отличается от реальной температуры контактной площадки [2, 15], где она имеет максимум. Для определения температуры в любой точке контакта (в том числе и на контактной площадке) необходим расчет распределения плотности тока в контактах.

На рис. 3 представлены картины распределения потенциала и плотности тока в контактах при $\alpha = R/f = 3$, $U^* = U/2 = 10^{-3}$ В. Сплошные кривые рассчитаны по (5) и (15), а пунктирные — по приближенной модели Буша [2 и 13]. Из рис. видно, что модель Буша сильно искажает реальную картину распределения потенциала и плотности тока, а следовательно и идентичную ей (по теореме об электротепловой аналогии [13] картину теплового поля в стационарном режиме). В нестационарном тепловом режиме работы контактов важно знать распределение температуры по радиусу контактной площадки, так как сваривание контактов происходит по ее краю [14], где из-за неравномерного распределения плотности тока (18) температура много выше, чем в центре контактной площадки. Для расчета таких режимов модель Буша не применима, поскольку в ней допускается равномерное распределение плотности тока на контактной площадке (см. рис. 3).

Приложение. Определение неизвестной функции $g(t)$. Подставим выражение для B_n (11) в первое уравнение систем (6):

$$\int_0^1 g(t) \left[\frac{2}{\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n \rho) \cos \lambda_n t}{\lambda_n J_0^2(\lambda_n \alpha)} \right] dt = \frac{U}{2}, \quad 0 \leq \rho < 1. \quad (\text{П-23})$$

$$b_{2m} = -\frac{4}{\pi^2 \alpha} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{T_{2m+2s-2} u^{2s-2}}{\alpha^{2m+2s-2} (2m)! (2s-2)!}; \quad (\text{П-16})$$

$$T_n = \int_0^{\infty} \frac{K(y)}{I_1(y)} y^n dy. \quad (\text{П-17})$$

Из (П-13) и (П-14) следует, что функции $g_n(t)$ могут быть записаны так:

$$g_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m}^{(n)} t^{2m}. \quad (\text{П-18})$$

Используя уравнения (П-13) и (П-18), находим:

$$Q_{2m}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} Q_{2k}^{(n)} P_{2k, 2m}, \quad (\text{П-19})$$

где

$$P_{2k, 2m} = \int_0^1 b_{2m}(u) u^{2k} du, \quad k, m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{П-20})$$

На основании выражений (П-15), (П-16) и (П-20) можно определить

$$P_{2k, 0} = \frac{4}{\pi \alpha (2k+1)} + \frac{4}{\pi^2 \alpha} \left[\sum_{s=1}^{\infty} \frac{T_{2s}}{2^{2s} s! (s+1)! (2k+1)} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{T_{2s}}{\alpha^{2s} (2s)! (2s+2k+1)} \right]; \quad (\text{П-21})$$

$$P_{2k, 2m} = -\frac{4}{\pi^2 \alpha} \sum_{s=1}^{\infty} \times \times \frac{T_{2s+2m-2}}{\alpha^{2s+2m-2} (2m)! (2s-2)! (2s+2k-1)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots \quad (\text{П-22})$$

По формулам (П-21) и (П-22) можно найти коэффициенты $P_{2k, 2m}$, а с помощью рекуррентной формулы (П-19) — необходимое количество величин $Q_{2m}^{(n)}$. Численные значения коэффициентов T_n приведены в [9]. Учитывая соотношения (П-12) и (П-18), определяем

$$g(t) = \frac{U}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m} t^{2m}, \quad (\text{П-23})$$

где

$$Q_{2m} = \sum_{n=0}^{\infty} Q_{2m}^{(n)}. \quad (\text{П-24})$$

Если проводить вычисления с точностью до членов порядка α^{-9} , то необходимо вычислить 25 коэффициентов $P_{2k, 2m}$ ($k, m =$

$= 0, 1, 2, 3, 4$). Из (П-13) и (П-18) следует

$$g_0(t) = 1 = \sum_{m=0}^{\infty} Q_{2m}^{(0)} t^{2m},$$

тогда

$$Q_0^{(0)} = 1, Q_{2m}^{(0)} = 0, m = 1, 2, \dots \quad (\text{П-25})$$

Остальные коэффициенты $Q_{2m}^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots$) определяем используя (П-25) и рекуррентную формулу (П-19). Коэффициенты Q_{2m} (П-24) с точностью до членов порядка α^{-8} будут определяться как

$$Q_0 = 1 + 1,4092/\alpha + 1,9859/\alpha^2 + 2,6294/\alpha^3 + 3,2289/\alpha^4 + 3,8658/\alpha^5 + 4,4857/\alpha^6 + 5,1248/\alpha^7 + 5,7495/\alpha^8 + \dots;$$

$$Q_2 = -(0,5073/\alpha^3 + 0,7149/\alpha^4 + 1,1348/\alpha^5 + 1,4276/\alpha^6 + 1,8096/\alpha^7 + 2,1146/\alpha^8 + \dots);$$

$$Q_4 = -(0,0637/\alpha^5 + 0,0898/\alpha^6 + 0,1924/\alpha^7 + 0,2496/\alpha^8 + \dots);$$

$$Q_6 = -(0,0132/\alpha^7 + 0,0186/\alpha^8 + \dots); \quad Q_8 = -0,0030/\alpha^9 + \dots$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лысов Н. Е. Об установившемся нагреве и сопротивлении замкнутых электрических контактов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1963, № 6, с. 743—756.

2. Ким Е. И., Омельченко В. Т., Харин С. Н. Математические модели тепловых процессов в электрических контактах. — Алма-Ата: Наука, 1977. — 237 с.

3. Кротман Л. С. Электрический контакт двух цилиндров с круглой центральной площадью касания. — Электричество, 1972, № 10, с. 65—69.

4. Srivastav R. P. Dual series relations. II Dual relations involving dini-series. — Proc. Roy. Soc. of Edinburgh, 1963, 4, vol. 66, pt. 3.

5. Erdelyi A. Tables of integral transforms. — New York, London: McGraw — Hill, 1954.

6. Омельченко В. Т. Теория процессов на контактах. — Харьков, Вища школа, 1979. — 126.

7. Sneddon I., Tait R. J. The effect of a penny-shaped crack on the distribution of stress in a long circular cylinder. — Int. Journ. Engng Sci., 1963, A, vol. 1, № 3.

8. Бородачев Н. М. О вдавливании штампа в торец полубесконечного упругого цилиндра. — Прикладная механика, 1967, т. 3, вып. 9, стр. 83—89.

9. Cooke J. C., Tranter C. J. Dual Fourier Bessel — series. — Quart. Journ. Mech. Appl. Math., 1959, vol. 12, pt. 3.

10. Бакута В. Г., Карпенко Л. Н., Скорняков В. А. Сопротивление стягивания тока в цилиндрических контактах. — В кн.: Электрические аппараты. — Чебоксары: Изд. ЧГУ, 1982, с. 3—9.

11. Фок В. Д. Теоретическое исследование проводимости круглого отверстия в перегородке с поставленной поперек трубой. — Докл. АН СССР, 1941, т. XXXI, № 9, с. 875—878.

12. Нестеров В. С. Экспериментальное исследование проводимости круглого отверстия в перегородке, поставленной поперек трубы. — Докл. АН СССР, 1941, т. XXXI, № 9, с. 879—882.

13. Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Иностр. лит-ра, 1960. — 464 с.

14. Лысов В. Е. Сваривание одноточечных и плоскостных контактов. — Электротехника, 1964, № 4, с. 25—28.

[03.05.83]

~~~~~

УДК 537.84.001.57

## О возможностях построения обобщенной модели электрогидродинамических явлений

БЛИНОВ В. П., ЖИЛИН Ю. В.

Известные до настоящего времени электрогидродинамические эффекты (ЭГДЭ) можно разделить в общем случае на прямые [1—3], охватывающие эффекты движения жидкости под влиянием внешнего поля, и обратные [4, 5], к которым относятся явления возникновения разности потенциалов при механическом воздействии на жидкость. В свою очередь, прямые явления, как сравнительно недавно замечено, характеризуются либо втягиванием жидкости в межэлектродное пространство, либо выталкиванием ее, причем последовательно, во времени

могут проявляться оба механизма, т. е. наблюдаться их трансформация [5]. Данная классификация может быть распространена на капиллярные жидкости [6, 7], так как практика показывает, что ЭГДЭ в тонких и объемных слоях жидкостей качественно одинаковы, а сами жидкости подобны, если дополнительное выполняется условие сохранения величины напряженности внешнего поля.

Перспективность использования ЭГДЭ в прикладных целях не вызывает сомнений. Однако сложность эксперименталь-

ногого исследования приводит порой лишь к внешнему описанию проявлений одних и тех же сравнительно общих закономерностей. Поэтому представляется целесообразным при выявлении новых фактов идти по пути обобщения и качественного сравнения с некоторой моделью, поиск которой в этой связи становится актуальным.

1. Экспериментальное исследование ЭГДЭ в объемных жидкостях как правило связано со значительными межэлектродными напряжениями, что обусловлено сравнительно высоким значением баланса гравитационных и электрических сил. При исследовании же ЭГДЭ на моделях, содержащих в своей основе капиллярные жидкости, возникают трудности измерения и варьирования в столь тонких слоях интересующих нас параметров.

Поэтому возможно двоякое решение: физическое моделирование параметров на базе объемных жидкостей и создание теоретической модели, представленной капиллярными жидкостями. В частности, эффект трансформации ЭГДЭ авторами был получен на основе свойства высокой чувствительности газового пузырька к толщине смачивающей пленки при помощи сравнительно простой установки, представляющей собой стеклянную ампулу, содержащую жидкость с пузырьком газа и диаметрально расположенные платиновые электроды, вставленные в стенки ампулы (рис. 1). В такой конструкции смещение поверхности раздела «жидкость — газ» происходит в направлении, близком к горизонтальному, поэтому влиянием силы тяжести на ЭГДЭ можно пренебречь.

При наложении внешнего поля на чистую диэлектрическую полярную жидкость (использовалась деионизованная дистиллированная вода) происходило вытеснение пузырька из межэлектродной области, а затем втягивание, наблюдаемое лишь в случае ионосодержащих полярных жидкостей.

Концентрация ионов выбиралась в зависимости от типа жидкости. Так, для растворов хлористого лития в этиловом спирте область возможной трансформации при напряженности поля более 6 кВ/м лежит в пределах  $(10^{-4} \div 10^{-2})\%$ . Для концентраций менее  $10^{-4}$  и более  $10^{-2}\%$ , как правило, наблюдалось либо только выталкивание, либо только втягивание. Эффективность этих процессов зависела не только от напряженности поля, но и от степени деионизации или величины концентрации соответственно. Помимо того, наблюдения показывают, что скорость перемещения пузырька является функцией частоты поля и координат положения его относительно электродов. В частности, максимальная скорость отмечалась при асимметричном положении пузырька.

Было также отмечено, что во внешнем поле при симметричном положении пузырька относительно электродов моторное действие поля отсутствует, но при этом изменяется толщина пленки (рис. 1), находящейся между газовым пузырьком и стенкой ампулы. В частности, она уменьшается при наличии примеси и соответственно увеличивается для чистой жидкости. Данное явление сходно с изменением толщины двойных слоев зарядов под влиянием внешней инжекции ионов примеси в отсутствии внешних полей [8]. При сопоставлении этих результатов напрашивается вывод, что в диэлектрических и слабопроводящих полярных жидкостях при определенных условиях происходит образование или увеличение числа свободных зарядов.

Таким образом, принимая во внимание, что пленочная область состоит из двух противолежащих двойных слоев зарядов, механизм ЭГДЭ в первом приближении вероятно основан на взаимодействии этих слоев. Данное объяснение могло бы быть перенесено на ЭГДЭ в объемных подобных жидкостях, однако в обоих случаях не является достаточно обобщающим, поскольку связано с конкретной структурой среды.

Очевидно, более общую модель ЭГДЭ можно было бы получить, если ввести параметры, связывающие массовую плотность и плотность электрических зарядов. Такую физическую модель на базе капиллярных жидкостей в связи с технической сложностью постановки опытов построить не представляется возможным.

2. Исследование ЭГДЭ и в частности эффекта трансформации было проведено на физической модели, где в качестве аналога исследуемого параметра была выбрана распределенная емкость плоского конденсатора с жидким диэлектриком. Кроме того, качественно исследовалась непосредственная зависимость величины емкости от плотности свободных зарядов  $\rho_f$ .

Поскольку толщина двойного слоя зарядов диффузной части связана зависимостью [8]

$$\delta_c = (K/\rho_f), n > 0,$$

то в соответствии со структурной упаковкой пленки величина массовой плотности  $\rho_c$  в направлении поля будет обратна  $\delta_c$ , что позволяет за исследуемый параметр принять также  $\rho_c$ .

С другой стороны, для распределенной емкости плоского

конденсатора  $C^0$  при напряженности поля  $E$  имеет место очевидное соотношение:

$$C^0 = K^{**} \frac{\rho_f}{E}.$$

Таким образом, физическая модель ЭГДЭ для  $|n| = 1$  может быть построена на соотношении

$$\rho_c \leftrightarrow C^0.$$

Однако, как показывает эксперимент, эта модель отражает лишь ионный механизм явлений. В соответствии с результатами опытов для дипольного механизма необходимо принять  $n < 0$ . В этом случае  $\rho_c \leftrightarrow 1/C^0$ , а зависимость  $\delta_c = F(\rho_f)$  в общем случае запишется как

$$\delta_c = \left( \frac{K}{\rho_f} \right)^n (-1)^l (\rho_f), \quad l = \begin{cases} 1, & \rho_f > \rho_f^*; \\ 2, & \rho_f < \rho_f^*. \end{cases}$$

где  $\rho_f^*$  — критическая величина плотности накопленных свободных зарядов.

Принимая  $\rho_f = \rho_f(E)$ ,  $\rho_f/E = \frac{\partial \rho_f}{\partial E}$ ,

$$\Delta C^0(E) = \frac{K^{**}(\rho_f/E - \rho_f)}{E^2} \Delta E. \quad (1)$$

Если внешнее поле отсутствует, т. е.

$$E = E_0 = [(\varphi' - \psi_1') - (\varphi'' - \psi_1'')] / 2\delta_c,$$

где  $\varphi$  — термодиффузионный потенциал двойного слоя зарядов;  $\psi_1$  — потенциал сольватированной части двойного слоя на расстоянии радиуса иона от подложки, то выражение (1) примет вид

$$\Delta C^0(E) = \frac{2K^{**}\delta_c [\rho_f/E [(\varphi' - \psi_1') - (\varphi'' - \psi_1'')] - 2\delta_c \rho_f]}{[(\varphi' - \psi_1') - (\varphi'' - \psi_1'')]^2} \Delta E. \quad (2)$$

Обозначая

$$\varphi' - \psi_1' = \frac{\rho_p' + \rho_f'}{C^{**}}; \quad \varphi'' - \psi_1'' = \frac{\rho_p'' + \rho_f''}{C^{**}};$$

$$\rho_p = \rho_p' + \rho_p''; \quad \rho_f = \rho_f' + \rho_f''.$$

где  $\rho_p$  — плотность связанных зарядов граничных слоев;  $C^{**}$  — распределенная емкость двойного слоя, после преобразования имеем:

$$\Delta C^0 = 2K^{**}C^{**}\delta_c (\rho_f/E - \rho_f/E_0^{-1})(\rho_p + \rho_f)^{-1} \Delta E. \quad (3)$$

Из (3) следует, что функция  $C^0(E)$  при  $\rho_f/E = \rho_f/E_0^{-1}$  имеет максимум.

Для модели с дипольным и ионным механизмами проводимости соответственно имеют место выражения:

$$C^0(E) = \int dC^0 = 2K^{**}C^{**}\delta_c \rho_f E + C_0^0; \quad (4)$$

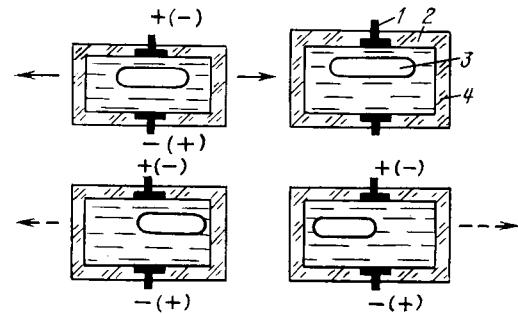


Рис. 1. Устройство для наблюдения электрогоидродинамических явлений: 1 — электрод; 2 — смачивающая пленка жидкости; 3 — газовый пузырек; 4 — корпус; ← и → — направления движения пузырька в случае диэлектрических и ионосодержащих полярных жидкостей

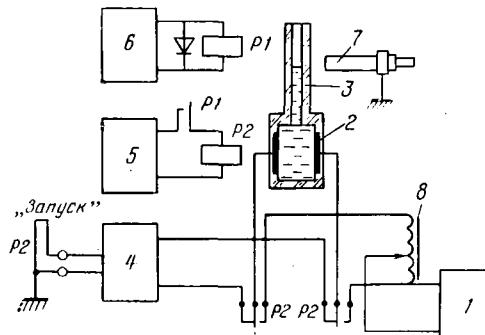


Рис. 2. Структурная схема физической модели

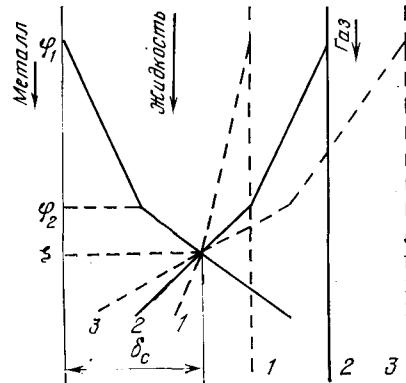


Рис. 3. Распределение потенциалов в бинарных противолежащих двойных слоях зарядов: 1 — при увеличении концентрации ионов примеси; 2 — исходное распределение потенциала в границном слое «жидкость—газ»; 3 — при уменьшении концентрации ионов примеси

$$C^0(E) = \int dC^0 = 2\rho_f^{-1} K^{**} C^{**} \delta_c (\rho_f E - 2C^{**} \delta_c) E + C_0^0. \quad (5)$$

Нетрудно заметить, что емкость конденсатора при увеличении напряженности внешнего поля по сравнению с начальной возрастает в случае диэлектрической жидкости и убывает в случае ионосодержащей. В действительности с течением времени по мере накопления свободных зарядов могут последовательно проявляться оба случая.

3. Особенность методики экспериментального исследования на модели состоит во времени развязке процессов наложения поля и измерения, что исключает влияние высокого напряжения на измерительную цепь. Схема опыта показана на рис. 2. Измерительная ячейка представляет собой стеклянную цилиндрическую ампулу 3 с внутренним диаметром 7,5 мм, содержащую электроды 2 и образующую конденсатор с жидким диэлектриком. Переключение пластин конденсатора с выхода источника высокого напряжения 1 на вход цифрового измерителя емкости 4 осуществляется системой коммутации, в которую входит генератор синхроимпульсов 6, источник постоянного тока 5, реле  $P_1$ ,  $P_2$ . Коммутация электродов и запуск измерителя емкости производится с помощью контактов реле  $P_1$ , подключенного к выходу генератора синхроимпульсов 6.

Время нахождения электродов под напряжением и время измерения выбраны в соотношении 1:1 при длительности синхроимпульсов 3 с; это обусловлено тем, что постоянная времени измерения емкости существенно превышает длительность полупериода синхроимпульсов.

Периодическое срабатывание реле  $P_1$  обуславливает соответственно рабочий режим реле  $P_2$ , с помощью которого производится поочередное включение внешнего поля и измерения. Суженная верхняя часть ампулы также позволяет с помощью отсчетного микроскопа 7 получать информацию о скорости смещения поверхности жидкости (с целью учета влияния изменения массовой плотности в результате самонагрева). Результаты исследования различных типов жидкостей (рис. 4, 5 и 6) качественно согласуются с разработанной моделью.

Принимая во внимание полученные данные, наиболее вероятный механизм ЭГДЭ и его трансформации может быть пред-

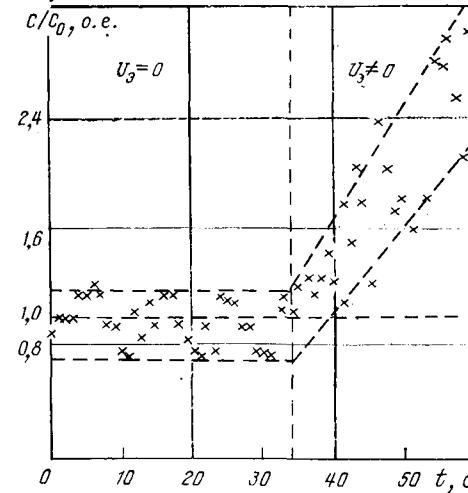


Рис. 4. Зависимость относительно изменения емкости конденсатора с жидким диэлектриком при ступенчатом изменении между электродного напряжения в случае диэлектрической полярной жидкости (этиловый спирт)

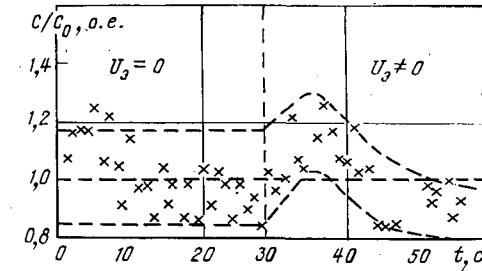


Рис. 5. Зависимость относительного изменения емкости конденсатора с жидким диэлектриком при ступенчатом изменении между электродного напряжения в случае ионосодержащей полярной жидкости (раствор LiCl в этиловом спирте)

ставлен следующим образом. В общем случае для несимметричных пленок и подобных жидкостей, находящихся между газовой средой и электронейтральным металлом (рис. 3), падение потенциала на границе «электрод — жидкость» и «жидкость — газ» (в соответствии с теорией Штерна) слагается из падения потенциала в плотной части двойного слоя ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) и диффузной ( $\varphi_2 - \varphi_{\text{ж}}$ ), где  $\varphi_{\text{ж}}$  — потенциал в объеме жидкости;  $\varphi_1$  — потенциал электрода.

Статическое равновесие поверхности раздела «жидкость — газ» вытекает из общего уравнения механики:

$$\sum_{i=1}^n F_i \delta r_i = 0,$$

откуда, пренебрегая межмолекулярными силами в отсутствии внешнего поля, для общей поверхности «жидкость — газ»  $F^{in} = -F^e$ , где  $F^{in}$  — внутрипленочная сила взаимодействия двойных слоев;  $F^e$  — внешняя сила.

Принимая, что устойчивость поверхности раздела обусловлена в основном близкодействующими зарядами, равновесный потенциал  $\zeta$  (потенциал скольжения) определяется из равенства

$$\zeta = \Phi_{x1}^* - \Phi_{\text{ж}} = \Phi_{x1}^{**} - \Phi_{\text{ж}}.$$

При наложении внешнего поля достаточной напряженности исходное распределение потенциала нарушается. Однако, так как  $F^e = \text{const}$ , а  $F^{in}$  резко изменяет свою величину, то для восстановления своей устойчивости и выполнения условий  $F^e = F^{in}$  результирующая толщина бинарных двойных слоев должна измениться, что и происходит в действительности. Если, например, толщина жидкости в исходном положении была  $X$ , то для диэлектрических жидкостей вследствие упорядочения структуры диффузной части распределение потенциала становится более плавным, в результате чего величина равновесного потенциала увеличивается, а толщина пленки становится  $X + \Delta X$ . В случае ионосодержащих жидкостей, напротив, в связи с некоторой ком-

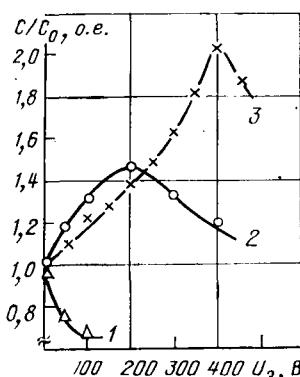


Рис. 6. Зависимость относительного изменения емкости конденсатора с жидким диэлектриком от межэлектродного напряжения для различных типов жидкостей: 1 — раствор LiCl в ацетоне; 2 — технически чистый ацетонитрил; 3 — технически чистый ацетон

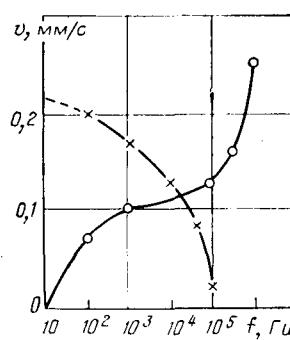
Рис. 7. Зависимость усредненной скорости смещения поверхности раздела «жидкость—газ» от частоты внешнего поля;  $\times \times \times$  — и  $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$  — для ионосодержащей и диэлектрической полярных жидкостей

пенсацией заряда диполей ионами в диффузной части имеет место более резкое изменение потенциала, что в свою очередь, приводит к относительному снижению величины  $\zeta$ .

Трансформация ЭГДЭ, как следует из результатов моделирования, обусловлена изменением плотности свободных зарядов. В частности, при наложении поля заданной напряженности на диэлектрическую полярную жидкость в соответствии с условием постоянства усредненного дипольного момента (вытекающего из закона сохранения количества движения при компенсации части заряда диполей), должно происходить удлинение или ориентация молекулярных цепей в направлении силовых линий поля. При достижении критической длины молекул далее такой процесс без потери их устойчивости идти не может. Диполи вынуждены отдать часть заряда. Только в этом случае энергия взаимодействия зарядов в диполе остается постоянной.

По мере увеличения напряженности поля число свободных зарядов в диффузной части растет. Однако растет и число диполей, потерявших заряд, а также имеющих в результате теплового движения произвольную ориентацию. Такие диполи, точнее ионы, входят в состав внешней обкладки двойных слоев, благодаря чему в двойном слое распределение потенциала становится более крутым (рис. 6). Значение напряженности результирующего поля начинает расти медленнее и процесс образования свободных зарядов замедляется, проходя экстремальную точку при плотности зарядов, равной  $\rho_{\text{дв}} E$  [см. выражение (3)].

При накоплении во внешних обкладках противолежащих границных слоев достаточно большого числа свободных зарядов и ионов (как показывают результаты опытов, ионный механизм в большинстве случаев проявляется при концентрации ионов примеси, составляющей сотые доли процента), и исходя из ус-



ловия равновесия системы (вследствие уменьшения отталкивающего взаимодействия внешних обкладок двойных слоев), ее устойчивого положения следует ожидать при меньшем расстоянии между граничными слоями. Система переходит в новое состояние, получающееся при вытеснении части жидкости из промежуточного, в общем случае нейтрализованного слоя, образованного за счет теплового движения носителей заряда и диполей.

Опытные частотные характеристики, полученные на физической модели, подтверждают статический характер дипольного типа взаимодействия и динамический ионного (рис. 7). С этих же позиций можно попытаться объяснить и механизм обратных электрогидродинамических явлений (т. е. возникновение разности потенциалов между электродами, погруженными в полярную жидкость при механических воздействиях на нее типа вибраций, ударов [4]).

Сравнительный анализ (см. [4]) показывает, что в том и другом случае имеет место мгновенное изменение потенциала двойного слоя. Так, если в ЭГДЭ оно обусловлено преимущественно влиянием на диффузные слои зарядов внешнего поля, то в обратных явлениях механической деформацией этих слоев, а значит, и зарядов образующих их структуру, которые при этом стремятся ориентироваться так, чтобы восстановить устойчивое равновесие в распределении сил не только внутри слоя, но и внутри диполя.

Из приведенных результатов следует, что структурная реорганизация двойного слоя, связанная с его дополнительной ориентацией во внешнем поле, определяет значение массовой плотности среды и плотности свободных зарядов в направлении поля. Между этими параметрами в конечном итоге существует обратная зависимость. Кроме того, исследование механизма эффекта трансформации на базе объемных жидкостей, а также анализ обратных явлений приводят к выводу о возможности существования свойства диэлектрических полярных жидкостей сохранять в условиях внешних воздействий энергию связей системы зарядов, составляющих их скелет, что таким образом создает определенные предпосылки для построения обобщенной модели электрогидродинамических явлений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pohl H. A. Some effects of nonuniform fields on dielectrics. — Journ. of Appl. Phys., 1958, vol. 29, № 8.
2. Blinov V. P., Djilin Yu. V. Motion on electrolyte-gas interface in an electrical field. — Journ. of Appl. Mech. and Techn. Phys., 1976, vol. 16, № 6.
3. Kaghian W. S. Effects of high electric fields on dielectric liquids of high and low viscosity. — Journ. of Appl. Phys., 1965, vol. 36, № 11.
4. К вопросу об ударной поляризации воды/ О. Н. Бреусов, А. Н. Дремин и др. — ЖЭТФ, т. 61, вып. 3, 1971.
5. Солодовников И. М. Движение органических жидкостей в переменном неоднородном электрическом поле. — Изв. вузов. Физика, 1966, № 6.
6. Электрокинетические свойства капиллярных систем/ Под ред. Гебиндера. — М: Изд. АН СССР, 1956.
7. Леб Л. Статическая электризация, — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963.
8. Debye P., Hückel. — Physikalische Zeitschrift, 1923, Bd 24, № 9.

[22.10.83]

УДК 621.314.58.001.57

## Моделирование работы трехфазного тиристорного коммутатора с помощью переключающих функций

КУТКОВЕЦКИЙ В. Я., канд. техн. наук

Николаевский кораблестроительный институт

Переключающие функции, принимающие значение «1» при замыкании ветви для протекания тока и «0» при ее размыкании, широко используются для исследования и моделирования работы вентильных цепей [1 и др.]. Однако недостаточная формализация применения метода переключающих функций [2] приводит к дополнительным потерям времени при составлении системы уравнений.

В данной статье на примере анализа схемы тиристорного коммутатора (рис. 1) показана возможность формализации составле-

ния исходного математического описания работы схемы на базе непосредственного использования законов Кирхгофа для вентильных цепей [3], рассмотрен алгоритм составления уравнений переменного порядка и приведены аналитические выражения для расчета напряжений и токов. Следует отметить, что аналитические решения для переменных состояния трехфазного тиристорного коммутатора известны [4], но они получены для отдельных фиксированных схем замещения, образованных заданным сочетанием включенных вентиляй (всего выделено 12 схем замеще-

ния и предложено соответственно 12 решений для токов и напряжений каждой фазы); в данной статье показывается возможность объединения этих уравнений в одно для каждой фазы.

На основании законов Кирхгофа для вентильных цепей [3] для определения контурных токов  $i_{1K} - i_{3K}$  составляем дифференциальные уравнения:

$$P_{12} \left[ e_1 - L_K \frac{d}{dt} (i_{1K} - i_{3K}) - R'_K (i_{1K} - i_{3K}) + R'_K (i_{2K} - i_{1K}) + L_K \frac{d}{dt} (i_{2K} - i_{1K}) - e_2 \right] = 0; \quad (1)$$

$$P_{23} \left[ e_2 - L_K \frac{d}{dt} (i_{2K} - i_{1K}) - R'_K (i_{2K} - i_{1K}) + R'_K (i_{3K} - i_{2K}) + L_K \frac{d}{dt} (i_{3K} - i_{2K}) - e_3 \right] = 0; \quad (2)$$

$$P_{13} \left[ e_3 - L_K \frac{d}{dt} (i_{3K} - i_{2K}) - R'_K (i_{3K} - i_{2K}) + R'_K (i_{1K} - i_{3K}) + L_K \frac{d}{dt} (i_{1K} - i_{3K}) - e_1 \right] = 0, \quad (3)$$

где

$$e_j = E_m \sin \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{m} \right];$$

$$R'_K = R_K + R_P; \quad P_j = P_{jA} + P_{jK}; \quad P_{12} = P_1 P_2; \quad P_{23} = P_2 P_3;$$

$$P_{13} = P_1 P_3;$$

$j=1, 2, \dots, m$  — порядковый номер фазы;  $e_j$  — э. д. с.  $j$ -й фазы;  $E_m$ ,  $\omega$  — амплитуда и циклическая частота фазной э. д. с.;  $R'_K L_K$  — активное сопротивление и индуктивность фазы;  $R_P$  — активное сопротивление открытого вентиля;  $P_{jA}$ ,  $P_{jK}$  — переключающие функции соответственно вентиля  $T_{jA}$  и  $T_{jK}$ , вычисляемые на основании данных приложения (принимают значение «1» при открытии вентиля и «0» при его запирании);  $P_j$  — переключающая функция  $j$ -й фазы;  $P_{12}$ ,  $P_{23}$ ,  $P_{13}$  — переключающие функции контуров, образованных соответственно 1-й и 2-й, 2-й и 3-й, 1-й и 3-й фазами.

Из (1)–(3) следует, что при равенстве какой-либо переключающей функции контура  $P_{ij}$  нулю, соответствующее выражение превращается в тождество вида  $0=0$  и тем самым оно автоматически «вычеркивается» из рассматриваемой системы уравнений.

Выражения (1)–(3) преобразуются в матричное уравнение неизменного порядка:

$$L \times \frac{d}{dt} I = E - R \times I, \quad (4)$$

где

$$L = \begin{vmatrix} 2L_K & -P_{12}L_K & -P_{12}L_K \\ -P_{23}L_K & 2L_K & -P_{23}L_K \\ -P_{13}L_K & -P_{13}L_K & 2L_K \end{vmatrix}; \quad I = \begin{vmatrix} i_{1K} \\ i_{2K} \\ i_{3K} \end{vmatrix};$$

$$R = \begin{vmatrix} 2P_{12}R'_K & -P_{12}R'_K & -P_{12}R'_K \\ -P_{23}R'_K & 2P_{23}R'_K & -P_{23}R'_K \\ -P_{13}R'_K & -P_{13}R'_K & 2P_{13}R'_K \end{vmatrix}; \quad E = \begin{vmatrix} P_{12}(e_1 - e_2) \\ P_{23}(e_2 - e_3) \\ P_{13}(e_3 - e_1) \end{vmatrix}.$$

В данном случае с целью получения невырожденной матрицы  $L$  ее диагональных элементах  $2L_K$  переключающие функции приравнены единице. Данное преобразование в случае когда, например  $P_{12}=0$ , соответствует замене тождества  $0=0$ , в которое превращается выражение (1), на равенство  $2L_K \frac{di_{1K}}{dt} = 0$ . Это устраивает неопределенность в решении задачи (так как после преобразования при трех неизвестных имеются три уравнения) и пра-

Вологодская областная универсальная научная библиотека

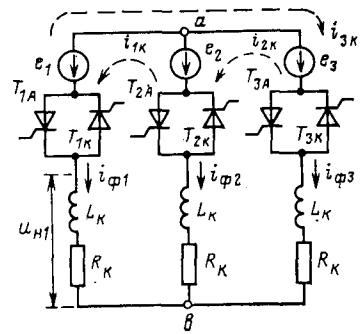


Рис. 1. Схема тиристорного коммутатора

вильно описывает работу вентиля ( $P_{12}=0$ , если  $i_{1K}=0$ , поэтому добавление условия  $\frac{di_{1K}}{dt} = 0$  обозначает, что отключенный контурный ток  $i_{1K}=0=\text{const}$ ).

Чтобы получить уравнения переменного порядка, введем матрицы  $L_0$ ,  $E_0$ ,  $R_0$ ,  $I_0$ , получаемые из  $L$ ,  $E$ ,  $R$ ,  $I$  при условии, что  $P_{12}=P_{23}=P_{13}=1$ . Матрицы переменного порядка  $L_1$ ,  $E_1$ ,  $R_1$ ,  $I_1$  формируем из  $L_0$ ,  $E_0$ ,  $R_0$ ,  $I_0$  путем вычеркивания тех строк, для которых переключающая функция равна нулю. Дополнительно в  $L_0$  и  $R_0$  вычеркиваются и те столбцы, элементы которых умножаются на ток или производную тока вычеркнутой строки в векторах  $\frac{d}{dt} I$ ,  $I$ . Например, если  $P_{12}=0$  и  $P_{13}=0$ , то матрицы переменного порядка имеют вид

$$L_1 = \begin{vmatrix} 2L_K \end{vmatrix}; \quad I_1 = \begin{vmatrix} i_{2K} \end{vmatrix}; \quad E_1 = \begin{vmatrix} e_2 - e_3 \end{vmatrix};$$

$$R_1 = \begin{vmatrix} 2R'_K \end{vmatrix}.$$

Рассмотрим теперь алгоритм получения аналитических решений дифференциальных уравнений. Для этого первоначально определяется значение некоторого суммарного тока  $i_K$ , протекающего по участку схемы, заключенному между двумя узлами  $a$  и  $b$ . Затем вычисляется напряжение на этом участке  $U_{ab}$ . Зная аналитические решения для  $i_K$  и  $U_{ab}$ , рассчитывают выражения для остальных переменных. На основании такого подхода возможно получить аналитическое решение также для трехфазного мостового выпрямителя [5] и некоторых других схем вентильных преобразователей.

Из рис. 1 следует, что суммарный ток, протекающий по сложной ветви (состоящей из параллельно включенных фаз), заключенной между узлами  $a$  и  $b$ , равен нулю:

$$i_K = \sum_{j=1}^m P_j i_{\Phi j} = 0,$$

$$\text{где } i_{\Phi 1} = i_{1K} - i_{3K}; \quad i_{\Phi 2} = i_{2K} - i_{1K}; \quad i_{\Phi 3} = i_{3K} - i_{2K}.$$

Соответственно напряжение между точками  $a$  и  $b$  (рис. 1)

$$U_{ab} = \frac{1}{PP} \sum_{j=1}^m P_j u_j = \frac{1}{PP} \sum_{j=1}^m P_j e_j, \quad (5)$$

$$\text{где } u_j = e_j - L_K \frac{di_{\Phi j}}{dt} - R'_K i_{\Phi j}; \quad PP = \sum_{j=1}^m P_j + MP; \quad MP = (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3);$$

$PP$  — число включенных фаз.

Слагаемое  $MP$  добавлено искусственно, чтобы исключить операцию деления на нуль при запирании всех вентиляй.

На основании закона Кирхгофа [3] уравнение напряжений для  $j$ -й фазы с учетом выражения (5) имеет вид

$$P_j \left( L_K \frac{di_{\Phi j}}{dt} + R'_K i_{\Phi j} \right) = P_j \left( e_j - \frac{1}{PP} \sum_{i=1}^m P_i e_i \right), \quad (6)$$

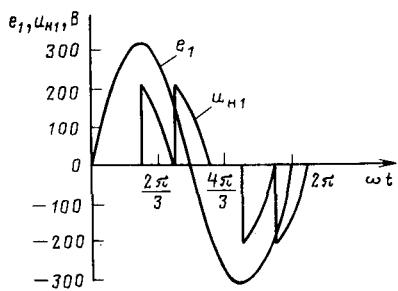


Рис. 2. Переходные процессы при включении коммутатора

откуда

$$i_{\Phi j} = P_j \left\{ \frac{E_m}{Z_K} \sin \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K \right] - \frac{1}{PP} \sum_{j=1}^m \frac{P_j E_m}{Z_K} \times \right. \\ \left. \times \sin \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K \right] + A_{\Phi j} e^{-\frac{\omega(t-t_0)}{\operatorname{tg} \varphi_K}} \right\},$$

где

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + (\omega L_K)^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_K = \frac{\omega L_K}{R_K}; \quad A_{\Phi j} = i_{\Phi j_0} - \\ - \frac{E_m}{Z_K} \sin \left[ \omega t_0 - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K \right] + \frac{1}{PP} \sum_{j=1}^m \frac{P_j E_m}{Z_K} \times \\ \times \sin \left[ \omega t_0 - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K \right];$$

$i_{\Phi j_0}$  — ток  $j$ -й фазы в момент изменения структуры схемы  $t = t_0$ .

Если считать, что нагрузка  $L_H$ ,  $R_H$  составляет только часть параметров  $L_K$ ,  $R_K$ , то напряжение на  $j$ -й фазе нагрузки

$$u_{Hj} = R_H i_{\Phi j} + L_H \frac{di_{\Phi j}}{dt} = P_j \left\{ \frac{E_m Z_H}{Z_K} \sin \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K + \varphi_H \right] - \frac{1}{PP} \sum_{j=1}^m \frac{P_j E_m Z_H}{Z_K} \sin \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi_K + \varphi_H \right] + \left( R_H - \frac{\omega L_H}{\operatorname{tg} \varphi_K} \right) A_{\Phi j} e^{-\frac{\omega(t-t_0)}{\operatorname{tg} \varphi_K}} \right\},$$

где

$$Z_H = \sqrt{R_H^2 + (\omega L_H)^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_H = \frac{\omega L_H}{R_H}.$$

Применение аналитических выражений позволяет увеличить шаг по времени при расчетах на ЦВМ без внесения дополнительной погрешности. Результаты вычислений на ЦВМ переходных процессов представлены на рис. 2 при следующих параметрах:  $e_j = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \sin \left[ 2\pi 50 \cdot t - (j-1) \frac{2\pi}{m} \right]$ ;  $L_K = 0,0001 \text{ Г}$ ;  $R_p = 0,005 \text{ Ом}$ ;  $\alpha = \pi/3$ ;  $R_K = 3,1 \text{ Ом}$ ;  $R_H = R_K$ ,  $L_H = L_K$ .

Данные расчетов численными методами и аналитических выражений практически совпали (расчет выполнен для двух периодов).

Таким образом, применение законов Кирхгофа для вентильных цепей позволяет формализовать составление дифференциальных уравнений с применением переключающих функций, дает возможность получить систему уравнений переменного порядка, а также — аналитические выражения для расчета переменных состояния.

**Приложение.** Переключающие функции определяются на основании логических условий (на языке АЛГОЛ-60):

$$1) \text{ if } ((i_{\Phi j} > 0 \wedge P_{jA} > 1) \vee i_{jN} > 0) \wedge S_{jA} > 0 \vee \\ \vee (i_{\Phi j} > I_0 \wedge P_{jA} > 1) \\ \text{ then } P_{jJA} = 1 \text{ else } P_{jJA} = 0; \\ 2) \text{ if } ((i_{\Phi j} < 0 \wedge P_{jk} > 1) \vee i_{jN} < 0) \wedge S_{jk} > 0 \vee \\ \vee (i_{\Phi j} < I_0 \wedge P_{jk} > 1) \\ \text{ then } P_{jjk} = 1 \text{ else } P_{jjk} = 0;$$

где

$$S_{jA} = \sin (\omega t - \theta_{jA} - \alpha_{jA} + \theta_{\text{ш}}) - \sin \theta_{\text{ш}}; \\ S_{jk} = \sin (\omega t - \theta_{jk} - \alpha_{jk} - \alpha_{jK} + \theta_{\text{ш}}) - \sin \theta_{\text{ш}}; \\ \theta_{jA} = \frac{m-2}{2m} \pi + (j-1) \frac{2\pi}{m}; \quad \theta_{jk} = \frac{3m-2}{2m} \pi + (j-1) \frac{2\pi}{m}; \\ I_0 \approx \frac{3Em}{R_N}; \quad i_{jN} = \frac{1-P_j}{R_K + R_N} (e_j - U_{ab});$$

$i_{\Phi j}$  — ток  $j$ -й фазы при отпирании вентилей в ее цепи;  $i_{jN}$  — ток  $j$ -й фазы при закрытых вентилях в ее цепи;  $P_{jJA}$ ,  $P_{jjk}$  ( $P_{jA}$ ,  $P_{jk}$ ) — переключающие функции текущего (предыдущего) шага;  $R_N$  — сопротивление закрытого вентиля;  $I_0$  — ток удержания тиристора;  $\theta_{jA}$ ,  $\theta_{jk}$  — углы естественного отпирания тиристоров при холостом ходе и углы отпирания вентилей, равных нулю;  $\alpha_{jA}$ ,  $\alpha_{jk}$  — углы отпирания тиристоров  $T_{jA}$  и  $T_{jk}$ ;  $S_{jA}$ ,  $S_{jk}$  — сигнал на отпирание тиристоров;  $\theta_{\text{ш}}$  — угол, регулирующий ширину импульса, подаваемого на отпирание тиристора (этот угол в электрических радианах равен  $\pi - 2\theta_{\text{ш}}$ ).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schilling W. Die Berechnung der elektrischen Verhältnisse in einphasigen selbsterregten Wechselrichtern (Reihen- und Parallel-Wechselrichter). — Archiv für Elektrotechnik, 1933, Bd. XXVII, N. 1.

2. Конев Ф. Б. Моделирование вентильных преобразователей на вычислительных машинах. Сер. Силовая полупроводниковая техника. — М.: ВИНИТИ, 1976, т. 1—84 с.

3. Кутковецкий В. Я. Теория исследования переходных процессов в силовых полупроводниковых преобразователях. — В кн.: Судостроение. — Киев-Одесса: Вища школа, 1980, вып. 29, с. 114—121.

4. Туганов М. С., Кулешов В. И., Фархутдинов Ф. Х. Обобщенный метод исследования электромагнитных процессов в системе «трехфазный тиристорный коммутатор-индуктивно-активная нагрузка». — Электричество, 1976, № 9, с. 77—80.

5. Кутковецкий В. Я. Моделирование на ЦВМ режимов работы мостового выпрямителя на основе аналитических решений дифференциальных уравнений. — Изв. вузов. Энергетика, 1980, № 3, с. 25—30.

[06.10.83]

~~~~~

IX Всесоюзная научно-техническая конференция по проблемам автоматизированного электропривода

(октябрь 1983 г., Алма-Ата)

В конференции приняли участие более 200 специалистов, представлявших 61 вуз, 58 научно-исследовательских институтов и проектно-конструкторских организаций; 20 промышленных предприятий.

На пленарных и секционных заседаниях было заслушано 144 доклада и 13 сообщений. Работали три секции: «Теоретические вопросы автоматизированного электропривода» (председатель проф. Ильинский Н. В.); «Система промышленного электропривода» (проф. Онищенко Г. Б.); «Средства автоматизированного электропривода» (проф. Слежановский О. В.). Впервые в практике всесоюзных конференций по автоматизированному электроприводу была использована стендовая форма представления секционных докладов и сообщений, что позволило обеспечить последовательную работу секций и предоставило возможность большинству участников конференции посетить заседания всех секций. Обсуждение ряда проблем проводилось в форме дискуссий за круглым столом. Успешной работе конференции способствовали забота и внимание, проявленные оргкомитетом Казахской ССР (председатель проф. Болотов А. В. и коллективом кафедры автоматизированного электропривода Алма-Атинского энергетического института (заведующий доц. Туганбаев И. Т.).

В представленных на пленарных заседаниях докладах «Проблемы теории и практики автоматизированного электропривода» (Ильинский Н. Ф., Юньков М. Г.) и «Работы Министерства электротехнической промышленности в области создания электроприводов» (Юньков М. Г.) были подведены итоги развития автоматизированного электропривода за отчетный период (согласно VIII конференции), дана оценка реализации рекомендаций VIII конференции и сформулированы основные задачи отрасли в свете последних решений партии и правительства.

В соответствии с девизом конференции в центре внимания были проблемы, связанные с экономией электроэнергии, потребляемой электроприводом. В представленных на конференции докладах нашли отражение различные аспекты этой проблемы. Прежде всего конференция обратила серьезное внимание на вопросы, связанные с экономией электроэнергии в наиболее массовом электроприводе с асинхронными короткозамкнутыми двигателями, работающими при переменной нагрузке.

В докладе Ильинского Н. Ф., Сарбатова Р. С. и Безаева В. Г. показано, что использование для этих приводов экстремальных регуляторов напряжения, обеспечивающих минимизацию потерь, позволяет снизить расход энергии на 20—25 %. Приведены результаты опытно-промышленной эксплуатации таких электроприводов. Рассмотрено также энергосберегающее техническое решение для широко регулируемых электроприводов постоянного тока — неуправляемый силовой источник тока (индуктивно-емкостной или вентильно-емкостной) в якорной цепи и специальный тиристорный возбудитель. Эта система обладает близким к единице (или опережающим) коэффициентом мощности и характеризуется малыми искажениями напряжения сети.

Вопросы практического применения электроприводов по системе источник тока — двигатель рассмотрены в докладе Петрова В. П., Лабовского В. И., Саватеевой И. С., Самчелесова Ю. П., Дрючина В. Г.

В ряде докладов отмечались высокие энергетические показатели электроприводов с импульсным регулированием. Разработаны широтно-импульсные электроприводы с двигателями постоянного тока (до 20 кВт) с транзисторными регуляторами (Гольц М. Е., Гуляманов Б. В., Шпиглер Л. А.), обладающие близким к единице коэффициентом мощности. Применение этих приводов вместо систем УВ—Д резко сокращает реактивную составляющую энергии и высокочастотные гармоники, а также приводит к снижению массо-габаритных показателей.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

Импульсное регулирование асинхронных двигателей с емкостным гашением коммутационных напряжений, как было показано в докладе Калашникова Ю. Т., Назаренко В. М., Савицкого А. И., позволяет отказаться от добавочного резистора в роторной цепи и свести к минимуму потери энергии. Вопросам исследования импульсных электроприводов были посвящены доклады Кагана В. Г., Гафиятуллина Р. Х., Каретного О. Я., Юдкевича М. Л.

Ряд докладов был посвящен вопросам компенсации реактивной мощности в тиристорных электроприводах (Солодухо Я. Ю., Цаллагов А. П., Католиков В. Е., Динкель А. Д., Васильев Б. В.). Указывалось на перспективность использования быстродействующих синхронных компенсаторов и статических компенсаторов реактивной мощности.

Значительное внимание было уделено вопросам разработки и использования электроприводов с вентильными двигателями. В частности, рассматривались преимущества применения синхронных машин (Эттингер Е. Л., Бернштейн А. Я.), расчет динамики при заданных законах изменения частоты (Амирзов Ж. Х., Асильбеков А. Т., Ганага Е. Ф.), вопросы анализа и синтеза систем управления (Аракелян А. К., Ларинов В. Н., Суптель А. А.), перспективы применения этих двигателей в станкостроении (Лебедев А. М., Пальцев А. В.).

Вопросами теории и практического использования регулируемых электроприводов на базе машин двойного питания были посвящены доклады Шакаряна Ю. Г., Диланяна А. А., Лазарева Г. В. и Хватова С. В., Шевчука С. Н., Титова В. Г.

На конференции широко обсуждались проблемы теории и практики электромеханических систем с упругими связями, в частности разработка методов синтеза упругих электромеханических систем с заданными динамическими свойствами. Доклад на эту тему были представлены Ключевым В. И., Сафоновым Ю. М., Матвеевым У. А., Соколовским Г. Г., Постниковым Ю. В., Стасовским В. М.; Переслегиным Н. Г., Бургином Б. Ш., Хоршавиным В. П., Ольховиковым Б. В., Розенцвейгом А. В., Каминской Д. А.). Для электромеханических систем, механическая часть которых характеризуется распределенными параметрами, разработаны методы расчета переходных процессов (Шеврев Ю. В., Парфенов Б. М., Коган А. И.), а также методы отыскания передаточных функций, основанные на применении функциональных преобразований к исходным дифференциальным уравнениям в частных производных (Рассудов Л. Н., Змеу К. В., Мядзель В. Н.).

Созданию оптимальных по быстродействию электроприводу постоянного тока при ограничении координат и управлении в том числе и при ограничении потерь энергии в двигателе, посвящены доклады Акимова Л. В., Козырева С. К. Рассмотрен исследование моделей отдельных участков объекта или желаемого процесса управления в целом (Боровиков М. А.), системы ориентированных на микропроцессорные реализации (Анхюмюк В. Л., Панасюк В. И., Юденков В. С.). Дальнейшее развитие получили вопросы адаптивных электроприводов (Борцов Ю. А., Юнгер И. Б.).

Приостановленное внимание специалистов в последние годы привлекают проблемы, связанные с совершенствованием проектирования электроприводов, автоматизацией процессов исследования и проектирования. В докладе Горнова А. О., Илатенко В. Н., Минакова А. А. обоснованы эффективные тепловые и ресурсные модели двигателей, позволяющие существенно усовершенствовать процесс выбора двигателя при проектировании электропривода. В докладе Нуждина В. Н. рассматривается новая технология применения исследовательских моделей в задачах имитационного моделирования и поискового конструирования, для которой разработан соответствующий комплекс программ; в докладе Петрова Л. П., Херунцева П. Э. посвящен вопросам автоматизации моделирования асинхронных электроприводов с

ристорным управлением. В докладе Васильева В. А., Гутарца Г. С., Шверка Г. А. исследуется система автоматизированного проектирования САР электроприводов, позволяющая выполнить на ЕС ЭВМ в едином потоке все основные операции проектирования с оформлением проекта и выдачей документации.

Обсуждены вопросы эффективности функционирования систем автоматизированного электропривода. В докладе Терехова В. М., Алферова В. Г., Цаценкина В. К. предложен комплексный показатель сравнительной оценки эффективности, учитывающий относительные показатели по точности, колебательности момента, потерям электроэнергии и условий стоимости. В докладе Кастанова А. Ф., Федорова В. Ф. предлагается использовать комплексный критерий, учитывающий эксплуатационные, экономические и конструктивные качества системы.

Одной из важнейших задач автоматизированного электропривода на современном этапе является создание приводов для робототехнических систем. Перспективным вопросам организации сервисного пространства робототехнических комплексов для гибких автоматизированных производств был посвящен доклад Ивоботенко Б. А. Показана возможность реализации таких комплексов применительно к сборочным операциям при деталях с массами до 1 кг на базе многоординатного модульного электропривода. Вопросы создания электроприводов для промышленных роботов были освещены в докладе Башарина А. В., Сабинина Ю. К. Круг проблем, связанных с созданием исполнительных систем робототехнических комплексов в модульной архитектуре, рассмотрен в докладе Бор-Раменского А. Е., Ковчина С. А., Ростова Н. В. Система управления многозвездным промышленным роботом с микропроцессорной реализацией была представлена в докладе Анхимюка В. Л., Филиповича В. И., Найденко Г. А.

Широко обсуждались на конференции вопросы разработки и совершенствования многосвязных систем с многодвигательными электроприводами. Динамика взаимосвязанных электроприводов, предназначенных для проводки материала, рассматривалась в докладе Барышникова В. Д., Королева В. И., Песьякова Г. Н. Методике синтеза многосвязной системы, основанной на разделении ее на электромагнитную и механическую подсистемы, посвящен доклад Новикова В. А., Силукова Л. Ю. Проблемы построения и оптимизации многодвигательных электроприводов технологических линий рассмотрены в докладе Кивита Л. А., Шестакова В. М., Ивлева О. В. Вопросам создания оптимальной по стоимости и быстродействию структуры цифроаналоговой системы управления многосвязных электроприводов посвящен доклад Беспалова Б. В., Перепелицы Н. Г., Беспалова Е. В. В докладе Сагитова П. И., Кима В. Г., Джаманкулова К. изложены способы повышения энергетических показателей и синхронизирующей способности многодвигательных электроприводов, работающих по схеме рабочего электрического вала.

Ряд докладов посвящен разработке и внедрению систем управления, содержащих управляющие вычислительные машины. В докладе Иванова Г. М., Никитина Б. К. рассмотрено применение УВМ для электроприводов технологических линий по переработке пластмасс и резины, доклад Дружинина Н. Н., Азимова И. К., Свешинского И. Б. посвящен системе управления позиционными электроприводами стана горячей прокатки полосы. Применение УВМ для оптимизации режимов работы электропривода реверсивных станов холодной прокатки (Филатов А. С., Смирнов А. А., Ожеренков В. В.) позволило улучшить использование механического и электрического оборудования, повысить производительность стана.

За последние годы значительно возрос технический уровень автоматизированного электропривода во всех отраслях народного хозяйства. На конференции рассматривались проблемы развития электропривода для сельскохозяйственного производства (Русаков В. Г., Иванов В. В., Пономарев В. М.), электротермии (Соколов М. М., Лавринов Н. А., Рубцов В. П.), медицинской техники (Ивоботенко Б. А., Балковой А. П., Козаченко В. Ф.), экскаваторостроения (Ключев В. И., Калашников Ю. Т., Кузнецов В. И., Кунин Л. И., Нужденко А. Г.), станкостроения (Богачев Ю. П., Кондриков А. И.; Демидов С. В., Полищук Б. Б., Рыдов В. А., Брейтор Б. З. и др., Горчаков В. В., Кириллов А. А., Кулчан Я. М.; Елисеев В. А., Чернышев В. В.), крановых установок (Яуре А. Г., Шафиров З. Е.; Богословский А. П., Солодухо Я. Ю., Шоруков А. Х.), подъемников (Пархоменко А. И., Скрыпник Б. А., Коринев Б. Л.; Сарваров А. С., Шинянский А. В.), волочильных станов (Туганбаев И. Т., Рябинин А. И.; Храпченков О. К., Филатов С. А.).

С интересом был встречен представленный коллективом ВНИИПи «Тяжпромэлектропроект» (Цаллагов А., Зименков М. Г., Шухер В. И., Ямпольский Д. С.) доклад, посвященный проблемам развития электроприводов крупных промышленных

электромеханических комплексов. Они рассматривались как большие системы, представляющие собой совокупность взаимосвязанных управляемых подсистем, объединенных общей целью функционирования. В докладе сформулированы требования потребителей к электропромышленности.

Большая группа докладов посвящена электроприводам с нетрадиционными двигателями. Здесь следует отметить работу Базарова Н. Х., посвященную теоретическим аспектам виброэлектроприводов, и Лаугиса Ю. Я., в которой рассматриваются вопросы энергетики двухцелевого линейного асинхронного электропривода с двумя полезными «выходами» (механическим и тепловым) и показывается его эффективность. Вопросы проектирования электроприводов с линейными двигателями рассмотрены Ващенко А. П., Соловьевым Ф. С. Доклад Беликова В. Т., Ивлева А. Д., Сахарова Ю. А. посвящен многоординатному линейному электроприводу постоянного тока, обеспечивающему движение исполнительных органов механизмов по сложным плоским и пространственным траекториям.

Следует отметить вызвавшие интерес доклады «Электропривод маховиных накопителей энергии для термоядерных реакторов» (Артию С. Ф., Барский В. А., Столов А. М.), «Двухдвигательные системы высокоточного позиционирования с активными упругими компенсаторами» (Кацевич В. Л., Никольский А. А., Филиппов В. Г.), «Асинхронный электропривод с тиристорным преобразователем переменного напряжения при различных режимах работы» (Масандилов Л. Б., Рожанковский Ю. В., Гетман Ю. И.).

Как и на всех предыдущих конференциях, широко обсуждались проблемы развития технических средств автоматизированного электропривода. Был дан анализ современного состояния и перспектив в области элементной базы — электрических машин, вентильных преобразователей, датчиков, устройств программного управления.

О работах по созданию и освоению промышленностью серий асинхронных машин для регулируемых электромеханических систем сообщили Радин В. И., Загорский А. Е. В докладе Валькова В. С., Жуловича В. В., Штерцера В. А. Рассмотрен синхронный двигатель с электромагнитной редукцией, обеспечивающей высокую точность позиционирования при хороших динамических свойствах.

Ряд докладов был посвящен вентильным преобразователям и их элементам. Следует отметить доклад, представленный Крюковой Н. Н., Якивчиком Н. И., в котором рассмотрены состояние и перспективы развития приборов единой унифицированной серии, включающей силовые транзисторы на импульсные токи 16—500 А и напряжение до 1000 В, тиристоры с комбинированным выключением на токи 125—250 А напряжением до 1600 В, быстродействующие тиристоры на токи 630 и 1000 А напряжением до 2000 В, запираемые тиристоры на импульсный ток 200 А.

О новых разработках трансформаторного оборудования для преобразователей сообщили Фишлер Я. Л., Винник В. З., Шмелев А. А. В докладе содержится техническая характеристика девяти серий масляных трансформаторов мощностью 2,5—50 мВ·А, шести серий сухих трансформаторов мощностью до 4 мВ·А, семи серий сухих и масляных реакторов.

Новый принцип быстрого размыкания защитных автоматов обсуждался в докладе Барского В. А., Котляра В. П., Кочеткова В. Д. О новых сериях защитных автоматов на токи 25—1600 А, предохранителей на токи 250—2000 А и взрывных предохранителей на токи 630, 1000 и 1600 А сообщили Гущин В. Я., Корольков В. Л., Хмельницкий Р. С. В докладах, посвященных преобразователям, рассматривались главным образом вопросы, связанные с разработкой инверторов напряжения (Глазенок Т. А., Герман-Галкин С. Г.) и преобразователей с непосредственной связью (Жемеров Г. Г., Коляндр И. А., Старченко Е. А.) В докладе Зильберштейна В. Б., Кутлера Н. П., Машнина С. В. рассматривается интеграция в силовой и управляющей частях преобразователей. Применение диодно-тиристорных модулей позволяет в этом случае снизить трудоемкость изготовления преобразователей почти на 20 %.

Вопрос о создании нормализованного ряда датчиков различных величин, по которым ведется регулирование электроприводов, поставлен в докладе Гендельмана Б. Р., Федотова А. С., Лебедева Е. Д. Приведен анализ различных датчиков, используемых в качестве устройств задания режимов и обратных связей.

Все большее применение находят в системах управления электроприводами программные устройства. О встроенных системах управления электроприводами машин с циклическим режимом работы на базе программируемого контроллера УЛП сообщили Дружинин Н. Н., Храпченков О. К., Биберштейн А. М.

Программное фотоэлектрическое управление по чертежу и программное управление от интерполяторов разработаны для комплектных электроприводов машин термической резки (Батутов В. И., Брагилевский Е. Л., Иванов А. В.).

Большое внимание участников конференции привлекли доклады, в которых обсуждались проблемы применения микропроцессоров для управления электроприводами. Рассматривались общие принципы построения многоуровневых микропроцессорных систем (Закорюкин Ю. В., Староверов Б. А., Кузьмичев Ю. И.), методы синтеза этих систем (Коровин Б. Г., Рыдов В. Я., Яковлев В. А.), системы многокоординатных ЧПУ (Коган В. Г., Бери Ю. Д.), микропроцессорные системы управления вентильными электроприводами (Поздеев А. Д., Малюк Н. Г., Данилов В. Н.; Гераймович И. Т., Файнштейн В. Г., Файнштейн Э. Г.), а также синхронными электроприводами (Вейнгер А. М., Гильдебранд А. Д., Кулесский Р. А.).

Рассматривались также другие отдельные вопросы теории и практики современного электропривода.

На конференции обсуждались проблемы подготовки кадров. С докладом «Вопросы подготовки специалистов с высшим образованием в области электропривода» выступил на пленарном

заседании проф. Ключев В. И. О некоторых итогах аттестации научных кадров по специальности 05.09.03 сообщил проф. Шихин А. Я.

Основные результаты обсуждения актуальных проблем автоматизированного электропривода сформулированы в рекомендациях конференции. Намечены направления научных исследований, проектно-конструкторских работ, а также мероприятий, связанные с организацией производства объектно-ориентированных автоматизированных комплексов. Подчеркнута необходимость создания долгосрочного прогноза развития технического уровня и роли автоматизированного электропривода в машинном производстве, сосредоточения усилий на решении фундаментальных задач в области теории и практики электропривода. Особое внимание уделено вопросам разработки широкой гаммы электроприводов с учетом комплексного решения задач повышения энергетических показателей установок, снижения материально-емкости оборудования, повышения его надежности и уровня заводской готовности. Подчеркнута необходимость неразрывной связи разрабатываемых теоретических проблем с конструкторскими и технологическими аспектами создания современных электроприводов.

ЮНЬКОВ М. Г., ИЛЬИНСКИЙ Н. Ф., МОЦОХЕЙН Б. И., ШИНЯНСКИЙ А. В.

УДК 551.594.221.061.3

Теоретические и электрофизические проблемы молний и молниезащиты

(расширенное заседание IV секции «Теоретические проблемы электрофизики высоких напряжений»
Научного Совета АН СССР

«Научные основы электрофизики и электроэнергетики», 18—20 октября 1983 г., Баку)

В заседании приняли участие более 50 представителей 12 организаций из 8 городов. Были заслушаны и обсуждены 25 докладов и сообщений. Азербайджанским научно-исследовательским институтом энергетики (АзНИИЭ), Ленинградским политехническим институтом (ЛПИ), Энергетическим институтом им. Г. М. Кржижановского (ЭНИН) и Московским энергетическим институтом (МЭИ) были представлены обзорные доклады по различным проблемам исследования молний и молниезащиты.

Тематика заседания явилась логическим продолжением и дальнейшим развитием вопросов, поднятых в 1978 г. на расширенном заседании IV секции в Баку и на втором симпозиуме по атмосферному электричеству в 1982 г. в Ленинграде.

Исследование интенсивности грозовой деятельности и параметров молний. Предложены физико-математические модели главной стадии молний с учетом нелинейных зависимостей нейтрализованного заряда от потенциала канала и проводимости канала от протекшего заряда. Результаты численных расчетов, выполненных в ЭНИИе, сопоставлены с осциллограммами реальных импульсов тока молний, что позволило сузить интервал варьируемых расчетных параметров, неизвестных для молний. Определены факторы, в наибольшей степени влияющие на форму и амплитуду тока молний. Показано, что «эквивалентное» сопротивление молний составляет 1—2 кОм при малых токах и 400—700 Ом при токах 50—100 кА. Получена пространственно-временная картина перемещения волн тока, среза потенциала и мощности потерь энергии в процессе развития главной стадии.

Грозовые перенапряжения и защита электроэнергетических объектов. Установка защитных аппаратов по ходу движения грозового импульса позволяет в ряде случаев отказаться от применения защитных аппаратов на сборных шинах проходных и многофидерных подстанций. Защита таких подстанций осуществляется расположением одного комплекта вентильных разрядников или ОПН на каждой отходящей линии или на территории подстанции в линейной ячейке. Тупиковые подстанции защищаются двумя комплектами вентильных разрядников или ОПН, один из которых устанавливается на сборных шинах. Расстояние между защищаемым аппаратом и вентильным разрядником или ОПН, обеспечивающее максимальную надежность грозозащиты, для подстанций 35—330 кВ составляет 50—300 м.

Существенное повышение надежности защиты подстанций от импульсов перенапряжений, набегающих с линии электропередачи, может быть обеспечено при использовании защитных аппаратов с улучшенными характеристиками и в традиционных схемах грозозащиты.

Расчеты, проведенные в ЛПИ, показали, что установка ОПН на тупиковых подстанциях позволяет сократить длину защищаемой линии.

щенного подхода линии в 1,5—5 раза, а в некоторых случаях — полностью отказаться от установки тросов на подходах линии.

В типовых схемах подстанций замена разрядников РВС-110 на ОПН-110 позволяет при сохранении прежней надежности грозозащиты снизить уровень допустимых воздействий на изоляцию на 30 %, а замена разрядников РВМГ-220 на ОПН-220 и РВМГ-500 и ОПН-500 — снизить допустимый уровень воздействий на изоляцию на 10—15 %. Некоторое снижение грозовых перенапряжений на подстанциях оказывается возможным при использовании на подходе линий и в ошиновке подстанций проводов с наружной ферромагнитной оболочкой. Параметры таких проводов при промышленной частоте незначительно отличаются от параметров обычных проводов, однако имеют существенно более высокое активное сопротивление, затухание, а также индуктивность для высокочастотных составляющих тока, вследствие более резкого проявления поверхностного эффекта в ферромагнитной оболочке провода.

На заседании был поставлен вопрос о необходимости учета при выборе грозозащиты воздушных линий электропередачи региональных особенностей грозовой деятельности, параметров и конструкции линии, аварийной статистики. Опыт эксплуатации линий 750 кВ подтвердил их достаточно высокую грозоупорность. На основе эксплуатационных данных сделан вывод о возможности отказа от тросов на горных линиях 110 и 220 кВ.

Продолжены работы по совершенствованию грозозащиты крупных генераторов, работающих в блоках с трансформаторами, разработана математическая модель схемы грозозащиты электрических машин, непосредственно связанных с воздушными линиями. Показано, что нелинейный ограничитель перенапряжений является универсальным аппаратом для защиты машин как от грозовых перенапряжений, так и от дуговых замыканий на землю. При наличии ограничителей исключается возможность развития феррорезонансных явлений. Ограничители являются также защитным аппаратом от перенапряжений, которые могут возникнуть при грубой синхронизации блоков. Предложена методика выбора числа параллельных колонок высоконелинейных резисторов при комплектации ограничителя на низкой строчке, исходя из воздействия на него линейного напряжения в течение 5 мин. Защитный уровень такого ограничителя составляет примерно 2,8 U_f , что приблизительно соответствует импульсной электрической прочности машин.

Молниезащита летательных аппаратов и объектов, создающих локальные неоднородности в атмосфере. Существенное расширение сети авиалиний, стремление к «всепогодности» авиации, а также значительная плотность движения вблизи крупных аэропортов, не позволяющая обходить грозовой район, привели

к увеличению числа поражений самолетов молнией. Повреждение самолетов в результате ударов молнии приносит убытки связанные с простоем и ремонтом, поэтому для повышения экономичности эксплуатации необходима защита частей самолета, подверженных ударам молний. Осуществляется защита диэлектрических обтекателей, топливных баков навигационного радиооборудования, двигателей бортовых электросетей.

Летательные аппараты, высокие дымовые трубы и другие объекты современной техники выбрасывают в атмосферу мощную струю горячего воздуха и тем самым локально изменяют термодинамическое состояние воздуха. Считается, что различие условий формирования разряда в зоне локальной неоднородности и в невозмущенной атмосфере должно оказаться на эффективности защитного действия молниеотвода. Это обстоятельство учтено при выборе высоты молниеотводов для объектов, выбрасывающих в атмосферу струи горячего газа.

Заседание приняло следующие решения:

продолжить работы по разработке рациональной системы грозозащиты линий, подстанций и электрических машин (особенно крупных блоков) с использованием нелинейных ограничителей перенапряжений;

развернуть работы по грозозащите кабелей с газовой изоляцией в типовых схемах их использования, а также КРУЭ, связанных с распределительной сетью с помощью кабелей с газовой изоляцией;

разработать программу научных исследований по молниезащите, которая бы учитывала не только традиционные задачи электроэнергетики, но также проблемы защиты летальных аппаратов, различных элементов микроэлектроники и низковольтных цепей управления ответственными объектами, ввести в

нормативные документы по молниезащите зоны защиты повышенной надежности, в том числе для объектов, выбрасывающих в атмосферу струи горячего газа;

считать целесообразным дальнейшее расширение экспериментальных исследований параметров молний и грозовой интенсивности в лабораториях ЭНИН, ТПИ, КирНИОЭ, АЗНИИЭ, считать необходимым создание в СССР полевой станции всесоюзного значения по исследованию молний и молниезащиты; ходатайствовать перед Минэнерго и АН СССР о содействии в создании такой лаборатории в Азербайджане — районе с высокой грозовой деятельность;

поставить вопрос перед АН СССР и Государственным комитетом СССР по науке и технике о создании единой межведомственной целевой программы по исследованию молний и молниезащиты;

обратиться в Главтехуправление Минэнерго СССР с просьбой подготовить и выпустить единые руководящие указания по защите от перенапряжений сетей 6—750 кВ переменного тока, а также рассмотреть возможность внедрения в высоковольтных сетях бестросовых схем грозозащиты;

обратить внимание Минэнерго СССР на необходимость восстановления упраздненных ранее в ряде энергосистем страны служб изоляции и грозозащиты;

обратиться в Минэлектротехпром с просьбой наладить серийный выпуск аппаратуры для исследования параметров молний и интенсивности грозовой деятельности;

обратить внимание Минэнерго и Минэлектротехпром СССР на необходимость срочной разработки, изготовления и широкой эксплуатации ОПН для защиты электрооборудования сетей 6—35 кВ.

БОГАТЕНКОВ И. М., ХАЛИЛОВ Ф. Х., кандидаты техн. наук

~~~~~

УДК 621.3.048.(049)

## Всесоюзный научно-технический семинар «Вопросы старения изоляции высоковольтного оборудования»

(10—12 ноября 1983 г., Тбилиси)

Семинар был организован Научно-техническим обществом энергетики и электротехнической промышленности имени академика Г. М. Кржижановского и Научным советом по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» АН СССР. В его работе приняло участие около 150 человек — работников промышленности и вузов из различных городов СССР.

На пленарных заседаниях было заслушено 12 докладов, посвященных исследованию физики процессов электрического старения в электроизоляционных материалах, применяемых в высоковольтном оборудовании.

Оценка надежности и долговечности высоковольтного оборудования, как известно, может быть проведена на основе использования и анализа результатов ускоренных испытаний на срок службы с применением макетов изоляционных конструкций и образцов изоляции. В докладах С. Н. Койкова и Г. С. Кучинского подчеркивалось, что при этом необходимо учитывать, сохраняется ли характер закономерностей старения при переходе от образцов изоляции к макетам и к реальным изделиям, как влияют на закономерности старения различные эксплуатационные факторы (механические нагрузки, влажность, высокие температуры, облучение), изменяется ли вид функции распределения при переходе от одного режима испытаний к другому?

Развиваются исследования, связанные с изучением природы частичных разрядов в диэлектрике. Вызвало интерес сообщение П. Н. Бондаренко о результатах непосредственного изучения зарядки поверхности диэлектрика в процессе воздействия различных стадий частичного разряда. Обнаружена необходимость коррекции существующих упрощенных представлений о последовательности частичных разрядов в газовых промежутках изоляции. Взаимосвязь между характеристиками частичных разрядов и сроком службы изоляции до сих пор не установлена, а перспективы решения этого вопроса связываются с необходимостью нахождения коррекции между  $t$  и рядом различных характеристик ЧР (доклад Г. С. Кучинского). Предпринимаются попытки и более упрощенной оценки короностойкости.

коэффициентов электроизоляционных материалов по энергетическим характеристикам разрядов и системе электродов игла — плоскость (доклад М. А. Аронова).

Большое внимание обращается на исследование закономерностей электрического старения полимерных диэлектриков в условиях, когда интенсивность частичных результатов удается резко уменьшить за счет использования полупроводящих покрытий, помещения образцов в жидкую среду, создания поля высокой напряженности в полимерной пленке путем ее зарядки (без применения электродов).

Установлено, что резкое снижение интенсивности ЧР до уровня 10—13 Кл не приводит к существенному изменению закономерностей старения, время жизни увеличивается лишь в несколько раз в зависимости  $\lg t = f(\lg E)$  в переменном и постоянном электрическом поле остаются резко различными, как и при наличии интенсивных частичных разрядов. Очевидно, в этом случае старение полимерных диэлектриков происходит под действием частичных разрядов слабой интенсивности. Только в условиях одновременного использования полупроводящего покрытия и водной среды частичные разряды подавляются настолько, что закономерности старения оказываются практически одинаковыми и в переменном, и в постоянном поле, а это указывает на возможность такого механизма старения, который не связан с действием частичных разрядов. Только в этом случае можно предполагать термофлуктуационный механизм процесса разрушения, что подтверждается результатами исследования механической долговечности заряженных полимерных пленок.

Представляют интерес работы, в которых исследуется роль объемного заряда в процессе пробоя и старения полимерных диэлектриков, изучаются поля в диэлектрике альбидным методом и регистрируются фоторассеяние с целью обнаружения микротрещин, образующихся на ранней стадии возникновения дендритов в изоляции (доклад В. Ф. Важова). Рассмотрены были также вопросы, связанные с процессами электрического старения в определенных системах изоляции — в эпоксидной изоляции высоковольтных конструкций (доклад Л. Д. Бобров-

ской и Л. Д. Гинзбурга), в полимерно-фторопластовой изоляции, эксплуатируемой в водной среде (доклад С. М. Левина).

Обсуждение затронутых на пленарном заседании вопросов показало, что необходимо и далее крепить тесное сотрудничество физиков и техников, работников науки и производства для решения проблем старения и надежности изоляции высоковольтного оборудования. В выступлении Б. М. Тареева была показана важная роль проработки литературы, подчеркнуто значение деятельности ВИНИТИ по выпуску реферативного журнала «Электротехнические материалы, электрические конденсаторы, провода и кабели», и весьма полезных обзоров в серии «Новости науки и техники».

Вопросы старения были рассмотрены практически для всех типов изоляции высоковольтных кабелей: бумажно-масляной, резиновой, пластмассовой.

Анализ процессов старения кабелей с бумажной изоляцией, пропитанной вязким компаундом, позволил получить выражение для константы скорости старения в виде:

$$R = R_0 [(k_1 + k_2/T) f(s)],$$

где  $f(s)$  — некоторая функция воздействующего фактора.

В случае ионизационного старения, которое обычно имеет место в кабелях с вязкой пропиткой, уравнение принимает вид:

$$R = R_0 E^n,$$

где  $n = k_1 + k_2/T$ .

Экспериментальные исследования позволили определить значения постоянных  $k_1$  и  $k_2$  при старении изоляции под действием температуры и электрического поля.

Анализ опыта эксплуатации кабельной линии передачи постоянного тока напряжением 220 кВ Кашира — Москва показал, что на участках, где проложен вновь изготовленный кабель, за 20 лет эксплуатации не наблюдалось ни одного повреждения. Пробои были в кабелях, бывших в эксплуатации, а затем демонтированных и вновь уложенных на этой линии передачи, причем пробои наблюдались в основном либо на повышенных участках трассы из-за осущения бумажной изоляции при стекании пропитывающего состава, либо в местах повреждения свинцовой оболочки кабеля из-за увлажнения изоляции.

Старение маслонаполненных кабелей сопровождается в первую очередь повышением  $\tan \delta$ , а также плотности тепловыделения, что приводит в конечном итоге к тепловому пробою. Создана математическая модель процесса старения изоляции маслонаполненных кабелей, основанная на принципе линейности накопления «разрушения», уравнений Аррениуса и теплопроводности. Получены методы качественных оценок срока службы кабелей, на основании которых могут быть установлены требования к значениям допустимых рабочих напряженностей и характеристикам изоляции в исходном состоянии. Анализ опыта эксплуатации маслонаполненных кабелей показывает, что для кабелей низкого давления, работающих при напряженности до 10 МВ/м, в течение 20 лет и для кабелей высокого давления при 15 МВ/м в течение 10 лет не наблюдается увеличения и уменьшения электрической прочности изоляции. Накопленные данные позволяют предполагать, что допустимая рабочая напряженность в изоляции кабелей при сроке службы до 40 лет может быть принята равной 15—20 МВ/м в зависимости от типа кабеля.

Для кабелей с резиновой изоляцией экспериментально подтверждено, что функция распределения механической прочности аналогична функции распределения электрической прочности. Экспериментальное исследование теплового старения резин в отсутствии и при наличии свободного доступа воздуха показало, что при воздействии рабочих температур наблюдается стабилизация характеристик изоляции, а при перегрузках по току при длительном воздействии температуры выше 100 °C ожидается ускорение отказов в эксплуатации.

Срок службы промышленных кабелей с пластмассовой изоляцией определяется физико-химическими процессами в изоляции и связан с ростом электрических триников. Установлена зависимость срока службы кабелей от частоты приложенного напряжения и напряженности электрического поля, позволяющая предложить методику ускоренных испытаний кабеля на срок службы.

При исследовании изоляции из сшитого полиэтилена, работающей в условиях воздействия  $\gamma$  — излучения, температуры и электрического поля, установлено, что при воздействии первого фактора старение происходит только с учетом интегральной дозы излучения, а закономерности процессов старения при воздействии температуры и электрического поля аналогичны приведенным в литературе.

Для изоляции импульсных кабелей наиболее перспективной конструкцией является слоистая изоляция с промазкой жид-

ким диэлектриком. Увеличение ресурса изоляции может быть достигнуто путем применения антиэмиссионных слоев у жилы кабеля и короностойких барьеров в толще изоляции.

Анализ результатов исследования старения полимерной изоляции радиочастотных кабелей при воздействии температуры и механических нагрузок показал, что изменения характеристик изоляции не являются следствием термоокислительных процессов, а определяются процессами в надмолекулярной структуре полимера, что свидетельствует о возможности исключения высокотемпературного старения как фактора, ускоряющего сроки наработки при испытаниях.

Для внутренней изоляции высоковольтных силовых трансформаторов с ростом их номинального напряжения все большее значение при выборе допустимых напряженностей электрического поля приобретает рабочее напряжение. В связи с этим появляется необходимость исследования характеристик изоляции при длительном воздействии напряжения в условиях, максимально приближенных к эксплуатационным.

Предлагается определить длительную электрическую прочность изоляции путем проведения многофакторного эксперимента по следующей схеме:

Исследование зависимости электрической прочности различных узлов изоляции от длительности приложения напряжения в области достаточно больших значений времени с последующей экстраполяцией к требуемым срокам службы трансформаторов;

проверка полученного значения допустимой рабочей напряженности на стенде длительных испытаний с воспроизведением эксплуатационных условий;

эксплуатация опытно-экспериментальных трансформаторов.

По данной схеме получены значения допустимых напряженностей электрического поля для главной изоляции, витковой, изоляции отводов и т. д.

Большое влияние на длительную электрическую прочность оказывают процессы газообразования в масле. Показано, что существенное влияние на процессы газообразования оказывают химический состав, температура масла, а также концентрация в нем кислорода. При увеличении концентрации кислорода интенсивность процесса газообразования увеличивается. С точки зрения химического состава, окислительная способность определяется в основном концентрацией ароматических углеводородов в масле.

К одному из главных факторов, определяющих электрическую прочность масла и изоляции в целом, можно отнести наличие и концентрацию сопутствующих загрязнений в масле. Приводятся данные о влиянии механических примесей на среднюю пробивную напряженность масла и маслобарьерной изоляции при одноминутном воздействии напряженности промышленной частоты. Получены зависимости пробивной напряженности от концентрации частиц с различной проводимостью, их размеров, влажности волокон целлюлозы при различных расстояниях между электродами и различном коэффициенте заполнения межэлектродного промежутка твердой изоляции с варьирующим влагосодержанием.

В ряде докладов затрагивались вопросы, связанные с прогнозированием срока службы силовых конденсаторов, изоляции которых в процессе эксплуатации подвергается воздействию различных форм напряжения.

Ускоренные испытания конденсаторов на старение в форсированных режимах при повышенных напряженностях электрического поля, температуре и частоте воздействующего напряжения при условии идентичности процессов разрушения изоляции позволили определить распределение отказов в номинальных режимах. Изучение процессов старения в силовых конденсаторах на стендах и в условиях эксплуатации показало, что все электрические характеристики изоляции остаются неизменными (в течение периода длительностью 20—30 лет) практически до момента начала разрушения конденсаторов. С момента начала разрушения изоляции одной из секций температура изоляции и  $\tan \delta$  возрастают, и пробой развивается в месте повышения температуры изоляции. Процесс разрушения происходит в течение 100—500 ч. Исследованиями были уточнены значения ресурсов ряда силовых конденсаторов, приводимые в публикациях и нормативно-технической документации.

Для высоковольтных импульсных конденсаторов напряжение пробоя на стадиях заряда и разряда не зависит от способа предварительного старения изоляции; основное количество пробоев возникает в режиме заряда.

Ресурс высоковольтных импульсных конденсаторов с бумажнокасторовой изоляцией при рабочих напряженностях электрического поля 50 кВ/мм определяется процессами старе-

ния в области краевых зон обкладок и зависит только от размаха колебаний напряжения при разряде конденсатора. При больших рабочих напряженостях электрического поля на ресурс высоковольтных импульсов конденсаторов оказывает влияние также амплитуда зарядного напряжения.

Несколько докладов было посвящено вопросам исследования свойств новых синтетических электроизоляционных масел, перспективных для применения в конденсаторостроении. Максимальной стойкостью к воздействию частичных разрядов обладает фенилсилиэтан. Испытания в условиях ускоренного старения конденсаторной изоляции показали, что независимо от типа пропитывающей жидкости, использование стабилизаторов позволяет повысить стойкость изоляции к воздействию электрического поля.

Низкий уровень технологии производства и отсутствие систем дефектоскопии приводят к тому, что выпускаемые промышленностью конденсаторы имеют большие резервы по ресурсу. Совершенствование технологии может привести к увеличению срока службы в 5–10 раз.

Наиболее актуальными вопросами по старению изоляции высоковольтных электрических машин, рассмотренными на семинаре, являлись закономерности старения термореактивной статорной изоляции генераторов, методы статистического исследования старения изоляции по данным эксплуатации, прогнозирование работы изоляционных конструкций в эксплуатации.

В этих докладах были приведены данные по статорной изоляции типа сплющерм, монолит и ВЭС при ее работе с водородным охлаждением. Было указано, что статорная изоляция указанных типов не обнаруживает тенденций к росту аварийности в пределах 12000 ч. Зависимость вероятности пробоя от времени сводится к постоянной величине 0,003 и может быть рекомендована для практических задач.

Было также отмечено, что прогнозирование на заданный период времени эксплуатации возможно для изоляции, отвечающей нормальным параметрам при наличии эталонной кривой, описывающей закономерность поведения изоляции во времени. Для резкоотклоняющихся от нормального уровня групп изоляции прогнозирование осуществлять нельзя.

В докладе по повышению эксплуатационной надежности высоконагруженных машин были установлены факторы, определяющие старение полимерной изоляции применительно к условиям работы этих машин. Комплексные испытания макетов изоляции, выполненных на основе полиимидной пленки, показали, что электрическое старение является определяющим фактором, а ускорение старения при повышенной температуре вызвано понижением начального напряжения частичных разрядов и увеличением их интенсивности.

Интересным было сообщение о том, что одним из компонентов внутренних напряжений в термореактивной изоляции являются собственные (начальные) термомеханические напряжения, возникающие в процессе ее изготовления из-за различия коэффициентов линейного расширения токоведущей части и изоляции.

Исследования указывают на существенное влияние уровня собственных термомеханических напряжений на долговечность термореактивной изоляции и могут быть использованы при оценке физических процессов старения изоляции, а также разработке новых систем изоляции высоковольтных обмоток. Значения собственных термомеханических напряжений могут быть снижены до нуля путем уменьшения адгезионной связи между токоведущей частью и изоляцией.

При разработке метода оценки работоспособности изоляции высоковольтных электродвигателей с применением новой усовершенствованной изоляции на основе непропитанных стеклослюдинитовых лент было установлено, что лучший размер толщины пазовой изоляции — 1,6 мм.

На семинаре были обсуждены требования к высоковольтной корпсной изоляции мощных электрических машин (доклад Я. Б. Данилевича и Л. Т. Пономарева). Основным требованием было признано обеспечение длительной и стабильной работы конструкции изоляции в течение всего срока службы мощных машин, равного примерно 150 тыс. ч.

Для получения высоких технико-экономических показателей мощных электрических машин необходимо стремиться к уменьшению толщины изоляции. С этой целью важно повышать рабочий градиент напряжения, который для современных типов изоляции должен быть доведен до 4–5 кВ/мм. В связи с возможным увеличением номинального напряжения генераторов до 30 кВ необходимо проведение работ по дальнейшему повышению рабочего градиента до 6 кВ/мм.

Максимально допустимое значение коэффициента диэлектрических потерь при рабочем напряжении должно быть не выше 0,04 при диэлектрической проницаемости 4–5 и температуре 20 °C и не выше 0,1 при 130 °C. Конструкция изоляции должна быть короностойкой и иметь класс нагревостойкости F.

Для возможности механического наложения изоляции на стакне прочность лент на разрыв должна быть 40–50 МПа, содержание слюды в ленте не менее 50 %, критический прогиб изоляции 5–6 мм при 20 °C и удельная ударная вязкость при 20 °C не менее 30 кДж/м.

Участники семинара тепло поздравили одного из его организаторов В. Б. Березина с присуждением ему в составе группы ученых и производственников Государственной премии СССР за разработку и внедрение новых электроизоляционных материалов.

**БОРИСОВА М. Э., БЕРЕЗИН В. Б.**

## Академия наук СССР

### О КОНКУРСЕ НА СОИСКАНИЕ ИМЕННОЙ ПРЕМИИ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Отделение физико-технических проблем энергетики и Отделение экономики Академии наук СССР сообщают, что в 1984 г. будет проведен конкурс на соискание премии Г. М. Кржижановского в размере 2000 рублей — за лучшие исследования в области энергетики и за лучшие научные труды в области экономических наук.

Срок представления работ до 22 сентября 1984 г.

Право выдвижения кандидатов на соискание премий имеют научные учреждения, высшие учебные заведения, конструкторские бюро, научные общества, ведомства, действительные члены и члены-корреспонденты Академии наук СССР и академий наук союзных республик.

На соискание именных премий представляются:

опубликованные научные работы (серия работ) или материалы научного открытия (изобретения) — в 3-х экземплярах (количество авторов не более 3-х человек);

мотивированное представление, включающее научную характеристику работы, ее значение для развития науки и народного хозяйства, а также сведения об авторе с перечнем его основных научных работ и изобретений.

Материалы с надписью «На соискание премии имени Г. М. Кржижановского» направлять в Отделение физико-технических проблем энергетики АН СССР (117901 Москва, В-71, Ленинский проспект, 14, корп. 1).

## Игорь Петрович Копылов

(К 60-летию со дня рождения)

Доктору технических наук, профессору Игорю Петровичу Копылову, ведущему специалисту в области электромеханики, в апреле 1984 г. исполнилось 60 лет.

Научные труды И. П. Копылова по электрическим машинам широко известны в нашей стране и за рубежом. Им предложена математическая модель электромеханического преобразователя энергии, которая позволяет решать многие сложные задачи, встречающиеся в практике электромашиностроения. Особое значение для науки представляют работы юбиляра по исследованию фундаментальных уравнений динамики электрических машин с учетом переменных параметров, нелинейных связей многих контуров и других физических явлений.

И. П. Копыловым разработаны установки, повышающие устойчивость энергосистем, генераторы для ветроагрегатов и волновых электростанций, другие типы электромеханических преобразователей. Являясь талантливым организатором, И. П. Копылов со своими учениками проводит важные для народного хозяйства работы по исследованию нетрадиционных источников электрической энергии, созданию автоматизированной системы проектирования электрических машин, надежности электрических машин и безотходной технологии их изготовления.

С 1974 г. проф. И. П. Копылов руководит кафедрой электрических



машин МЭИ, которая стала базовой кафедрой в системе Минвуз СССР, разрабатывающей учебно-методическую документацию и литературу. На кафедре ежегодно повышают квалификацию десятки советских и зарубежных преподавателей и специалистов.

Результаты многолетней научной деятельности изложены проф. И. П. Копыловым в 250 печатных научных работах, учебниках и 70 авторских свидетельствах на изобретения. Его фундаментальные книги «Электромеханические преобразователи энергии»

и «Применение вычислительных машин в инженерно-экономических расчетах» получили широкую известность в СССР и за рубежом. В 1980 г. вышло в свет фундаментальное учебное пособие «Проектирование электрических машин», подготовленное коллективом авторов под редакцией И. П. Копылова.

Игорь Петрович уделяет много внимания подготовке и воспитанию молодых ученых. Среди его учеников высококвалифицированные специалисты, доктора и кандидаты технических наук.

Многообразна научно-педагогическая деятельность И. П. Копылова. Он член Научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» и комиссии по прикладным проблемам энергетики АН СССР, заместитель председателя Научно-технического совета по энергетике и электротехнике Минвуз СССР, член Научно-технического совета Министерства электротехнической промышленности СССР и совета по проблеме «Криогенная электротехника и электроэнергетика» ГКНТ СССР, секретарь Всесоюзного общества изобретателей и рационализаторов, член редколлегий журналов «Электротехника» и «Известия вузов. Электромеханика».

Проф. И. П. Копылов — член КПСС с 1951 г., участник Великой Отечественной войны. Его заслуги перед Родиной отмечены орденом Ленина, орденом Красной Звезды и многими медалями.

Группа товарищей и учеников

~~~~~

Хugo Александрович Тийсмус

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, заслуженного деятеля науки ЭССР Хуго Александровича Тийсмуса, заведующего кафедрой электропривода Таллинского политехнического института.

В 1952 г. Х. А. Тийсмус окончил ТПИ, учился в аспирантуре Ленинградского электротехнического института. С 1956 г. после успешной защиты кандидатской диссертации его трудовая деятельность неразрывно связана с ТПИ, где в полной мере проявились его способности педагога, ученого и организатора.

Его приход в ТПИ совпал с созданием кафедры электрификации промышленных предприятий (ныне кафедра электропривода), началом выпуска инженеров по этой специальности и необходимостью быстрого создания лабораторной базы новой кафедры. В это время на вновь созданной кафедре под руководством проф. А. И. Вольдека начались исследования по магнитогидродинамическим установкам



перемещения жидкых металлов, в которых Х. А. Тийсмус принял активное участие. За успехи в разработке промышленных МГД-устройств групп

па сотрудников ТПИ, в их числе Х. А. Тийсмус, стали лауреатами премии Советской Эстонии.

В 1961 г. Х. А. Тийсмус был избран заведующим кафедрой электропривода, в 1978 г. он стал проректором ТПИ по учебной работе.

В 1977 г. Х. А. Тийсмус защитил докторскую диссертацию на тему «Автоматизированный линейный магнитогидродинамический электропривод» и в 1979 г. ему присвоено ученое звание профессора.

Проф. Х. А. Тийсмус известен как один из ведущих ученых в области МГД-электропривода и промышленной автоматики. Им опубликовано более 90 печатных трудов и получено 12 авторских свидетельств на изобретения. Его труды получили признание среди специалистов МГД-техники и линейного электропривода.

Большой вклад внес Х. А. Тийсмус в подготовку инженерных кадров для Советской Эстонии. Только кафедрой электропривода за 27 лет выпущено свыше тысячи молодых специалистов по электроприводу и про-

Николай Афанасьевич Тищенко

8 января с. г. скоропостижно скончался лауреат Ленинской и Государственной премий, доктор технических наук, член КПСС с 1944 г., крупнейший специалист в области металлургического электропривода Николай Афанасьевич Тищенко.

Николай Афанасьевич родился в 1905 г. в Мариуполе. В 1930 г. по окончании Харьковского политехнического института начал работать в отделе электропривода Харьковского электромеханического завода (ХЭМЗ), где вскоре возглавил бюро металлургии, а затем и отдел электропривода. Под руководством Н. А. Тищенко на ХЭМЗе были выполнены такие основополагающие работы в области металлургического электропривода, как создание, освоение в промышленном производстве и внедрение в эксплуатацию на стрившихся в те годы металлургических заводах первых отечественных комплексов электропривода доменных печей и прокатных станов.

В эти же годы Н. А. Тищенко был выполнен ряд исследовательских работ, результаты которых послужили основой для разработки инженерных методов расчета и проектирования сложных систем. К числу таких работ относятся изыскание резервов повышения производительности реверсивных прокатных станов, вопросы выбора рода тока и напряжения электродвигателей, автоматизации металлургических агрегатов и др.

В период Великой Отечественной войны Н. А. Тищенко работал в Проектно-восстановительном тресте (ныне ВНИИэлектропривод), где руководил работами по восстановлению металлургического электрооборудования. Эта



деятельность Н. А. Тищенко была отмечена высокими правительственными наградами.

В последующие годы по инициативе и под непосредственным руководством Н. А. Тищенко были решены важные народнохозяйственные задачи по коренному перевооружению электроприводов блюмингов и слябингов на основе усовершенствования электромагнитной геометрии прокатных двигателей и широкого внедрения безредукторного электропривода. В результате производительность реконструированных и вновь построенных реверсивных обжимных прокатных станов отечественного производства достигла беспрецедентно высокого для мировой практики уровня.

Не менее весомый вклад был внесен Н. А. Тищенко в создание и развитие современных комплексов автоматизированного электропривода доменных печей, непрерывных листовых станов горячей и холодной прокатки и других металлургических агрегатов.

Н. А. Тищенко — автор более 60 публикаций по вопросам теории электропривода, электрических машин, низковольтной аппаратуры, надежности электрооборудования и др., внесших новаторские идеи в науку и практику.

Н. А. Тищенко вел большую научно-общественную работу, будучи на протяжении ряда лет членом секции Комитета по Ленинским и Государственным премиям, членом экспертной комиссии ВАК, членом ряда учченых и научно-технических советов, членом Совета старейшин Минчермета СССР.

Плодотворная научно-техническая деятельность Н. А. Тищенко отмечена Ленинской и Государственной премиями, высокими правительственными наградами: орденами Октябрьской революции, Трудового Красного Знамени, Красной Звезды и медалями, а также почетной грамотой Совета Министров РСФСР и медалями ВДНХ. Он награжден орденом Польской Народной Республики — Командорским крестом возрождения Польши.

В лице Н. А. Тищенко мы потеряли талантливого высокоэрудированного инженера и ученого, внесшего крупный вклад в становление и развитие отечественного электропривода. Он был скромным, чутким и отзывчивым человеком. Память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей

мышленной автоматике. Под его руководством в ТПИ подготовлены и готовятся научные кадры.

Х. А. Тийсмус ведет большую научно-общественную работу в качестве члена методической комиссии при Минвузе СССР, в советах ТПИ и Института термофизики и электрофизики АН ЭССР,

а также в специализированном Совете при Институте кибернетики АН ЭССР. Неоднократно он избирался секретарем парткома ТПИ и депутатом райсоветов и горсовета Таллина.

Х. А. Тийсмус является участником Великой Отечественной войны и имеет 11 правительственных наград.

За большие достижения в воспитании инженерных и научных кадров, в научной и общественной деятельности проф. Х. А. Тийсмусу в 1980 г. было присвоено звание заслуженного деятеля науки Эстонской ССР.

Группа товарищей и учеников

СОДЕРЖАНИЕ

- Костенко М. В. — Методика расчета защиты линии связи от опасного влияния линии электропередачи
 Ковалев И. Н., Фадеев В. В. — Квадратичная математическая модель при исследовании компенсации реактивной мощности
 Лившиц П. С. — Развитие исследований и разработка метода расчета скользящих контактов электрических машин постоянного тока
 Глинка Т. — Магнитная проводимость магнитопровода электрических машин в переходных режимах
 Цой В. Н. — Обобщенная модель многороторного электромеханического преобразователя энергии
 Дьяконов В. П. — Силовые полевые транзисторы в энергетических устройствах (обзор)
 Иоссель Ю. Я., Гусева Е. И. — Методы расчета емкости пластин
 Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. — Резонансы в нагруженных цепных схемах
 Крохин В. В., Маслов Ю. Н., Хмарук О. Н. — Исследование обратимой составляющей магнитной индукции
- СООБЩЕНИЯ**
- Броницкий М. А., Выскирка А. С. — Унификация сечений жил кабелей 10 кВ для сельских электрических сетей
 Ефимов Б. В., Ртищев В. М. — Исследование перенапряжений в емкостных накопителях энергии с разрядником, включенным у нагрузки

1	Титко А. И. — Нестационарное электромагнитное поле в мощных турбогенераторах	49
7	Шумилов В. Ф., Шумилова Н. И. — К построению системы подчиненного регулирования асинхронного вентильного каскада при случайных возмущениях	53
13	Богуславский И. З. — Метод расчета токов в цепной схеме с повреждающимися элементами	54
17	Ершова Л. П., Минц Б. Б., Козлов М. И. — Исследование анизотропии свойств электротехнической холоднокатаной стали толщиной 1 мм	57
21	Карлаш В. Л. — Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска	59
27	Карпенко Л. Н., Скорняков В. А. — Распределение потенциала и плотности тока в цилиндрических контактах в зависимости от их радиуса	61
32	Блинов В. П., Жилин Ю. В. — О возможности построения обобщенной модели электрогидродинамических явлений	66
38	Кутковецкий В. Я. — Моделирование работы трехфазного тиристорного коммутатора с помощью переключающих функций	68
42		
45	ХРОНИКА	71
48		

CONTENTS

- An Approach for Designing the Protection of Communication Lines Against Detrimental Induction Effects of Power Transmission Lines — М. В. Костенко
 A Quadratic Mathematical Model Employed in Reactive Power Compensation Studies — И. Н. Ковалев, В. В. Фадеев
 Development of Research and of a Method for Designing the Sliding Contacts in D. C. Rotating Machines — П. С. Лившиц
 The Permeance of the Magnetic Circuit in Electric Machines During Transients — Т. Глинка
 A Generalized Model for a Multi-Rotor Electromechanical Energy Converter — В. Н. Тсои
 Field Effect Power Transistors in Electrical Apparatus — В. П. Диаконов
 An Overview of Techniques for Calculating the Capacitance of Plates — У. Ю. Йоссель, Е. И. Гусева
 Resonance Phenomena in Loaded Ladder Networks — В. С. Захарин, З. Г. Каганов, Л. С. Медведева
 A Study of the Reciprocal Component in the Magnetic Induction — В. В. Крохин, У. Н. Маслов, О. Н. Хмарук
- REPORTS**
- Unification of the Section of Conductors in 10 kV Cables for Rural Networks — М. А. Броницкий, А. С. Выскирка
 A Study of Overvoltages on Capacitance Type Energy Stores

1	With an Arrestor Installed at the Load — В. В. Ефимов, В. М. Ртищев	48
7	Non-Stationary Electromagnetic Fields in Large Turbogenerators — А. И. Титко	49
13	On Designing a Subordinated Control System for an Asynchronous Electronic Stage Subjected to Random Disturbances — В. Ф. Шумилов, Н. И. Шумилова	53
17	A Technique for Calculating Currents in a Ladder Network With Faulty Elements — И. З. Богуславский	54
21	A Study of the Anisotropy of the Properties of 1 mm Cold Rolled Electrical Sheet Steel — Л. П. Ершова, Б. Б. Минц, М. И. Козлов	57
27	How Energy Dissipation Influences the Amplitude — Frequency Characteristics of the Admittance of a Thin Piezoceramic Disc — В. Л. Карлаш	59
32	Potential and Current Density Distribution Along Cylindrical Contacts as a Function of Their Radius — Л. Н. Карпенко, В. А. Скорняков	61
38	On the Possibility of Constructing a Generalized Model for Electrohydrodynamic Phenomena — В. П. Блинов, У. В. Жилин	66
42	Simulation of the Operation of a Three-Phase Thyristor Commutator With the Aid of Switching Functions — В. Я. Кутковецкий	68
45	Chronicle	71

Рефераты публикуемых статей

УДК 621.391.82:621.315.1.001.24

Методика расчета защиты линии связи от опасного влияния линии электропередач. Костенко М. В. — «Электричество», 1984, № 4. Встречные токи к. з. в линии высокого напряжения оказывают существенное экранирующее влияние на э. д. с. взаимоиндукции с линией связи. В статье предложена простая инженерная методика учета этого эффекта. Она дает возможность значительно облегчить требования к защите линии связи от опасного электромагнитного влияния. Библ. 8.

УДК 621.311.1.076.12.026.5.001.24

Квадратичная математическая модель при исследовании компенсации реактивной мощности. Ковалев И. Н., Фадеев В. В. — «Электричество», 1984, № 4.

Приведены основные формулы, оптимизирующие квадратичную модель компенсации реактивной мощности в различных постановках. Введено понятие системной эффективности компенсирующего устройства. Соответствующая величина может быть использована при оценке окупаемости за нормативный срок постоянных капиталовложений и при определении порядка ввода конденсаторных батарей в эксплуатацию. Библ. 13.

УДК 621.313.2.047.4.001.24

Развитие исследований и разработка метода расчета скользящих контактов электрических машин постоянного тока. Лившиц П. С. — «Электричество», 1984, № 4.

Предложенная в статье методика позволяет производить выбор марки щеток, обеспечивающей удовлетворительную коммутацию машин с различной коммутационной напряженностью, и рассчитывать показатели надежности их работы при использовании на машинах, характеризуемых различной эксплуатационной напряженностью скользящих контактов. Библ. 20.

УДК 621.313.018.782.3.001.24

Магнитная проводимость магнитопровода электрических машин в переходных режимах. Глинка Т. — Электричество, 1984, № 4.

В статье представлено сравнение разных уравнений, при помощи которых можно описывать магнитную проводимость магнитопровода. Сравнение сделано при помощи частотных и временных характеристик магнитной проводимости. Библ. 4.

УДК 621.313.001.57

Обобщенная модель многороторного электромеханического преобразователя энергии. Цой В. Н. — «Электричество», 1984, № 4.

Рассмотрена новая пространственная модель обобщенного электромеханического преобразователя энергии, отличающаяся от известных наличием m обмоток на k статорах, смещенных относительно друг друга, и наличием k аксиальных и N радиальных роторов с p обмотками, имеющими взаимоиндуктивные связи между всеми обмотками. Приведены основные дифференциальные уравнения преобразователя, показана возможность получения различных моделей преобразователей энергии и их основных уравнений из данной пространственной модели. Библ. 8.

УДК 621.382.32(048)

Силовые полевые транзисторы в энергетических устройствах [обзор].

Дьяконов В. П. — «Электричество», 1984, № 4.

Описаны мощные полевые транзисторы и дан обзор различных структур и областей их применения в энергетической электронике. Показано, что малые мощности управления, высокое быстродействие и малые остаточные напряжения позволяют повысить к. п. д. и частоты преобразования энергетических устройств малых и средних мощностей, а также упростить их схемы и повысить надежность. Описан ряд силовых устройств на мощных МДП-транзисторах. Библ. 27.

УДК 621.3.011.4.001.24(048)

Методы расчета емкости пластины [обзор]. Иоссель Ю. Я., Гусева Е. И. — «Электричество», 1984, № 4.

Произведена систематизация опубликованных данных по расчету емкости проводников в форме пластин. Выполнено сопоставление результатов, полученных различными авторами при определении емкости пластин наиболее типичной (квадратной, прямоугольной и кольцевой) формы. Приведены данные о емкости пластин, расположенных в кусочно-однородных средах. Библ. 45.

УДК 621.315.1.001.24

Резонансы в нагруженных цепных схемах. Захарин В. С., Каганов З. Г., Медведева Л. С. — «Электричество», 1984, № 4.

Анализируются резонансные состояния в нагруженной цепной схеме. Обобщены методы собственных чисел для режима произвольной нагрузки однородных цепных схем. Предложена методика определения «нулей» и «полюсов» входного сопротивления нагруженной цепной схемы, содержащей диссипативные элементы. Методика позволяет расчетным способом определить резонансные частоты по фазовому критерию в однородных цепных схемах в режиме произвольной нагрузки. Библ. 12.

УДК 538.521.001.24

Исследование обратимой составляющей магнитной индукции. Крохин И. В., Маслов Ю. Н., Хмарук О. Н. — «Электричество», 1984, № 4.

Приведен вывод зависимости обратимой составляющей магнитной индукции от амплитуды, длительности приложенного импульса поля и от положения начальной точки на петле гистерезиса. Выход произведен на основе рассмотрения физических процессов, происходящих в магнитных материалах при обратимом изменении магнитной индукции. Полученные результаты позволяют рассчитывать обратимую составляющую магнитной индукции при статических и динамических режимах перемагничивания магнитных материалов. Библ. 5.

УДК 63:621.316.1:621.315.2.016.2.001.24

Унификация сечений жил кабелей 10 кВ для сельских электрических сетей. Бронницкий М. А., Выхирько А. С. — «Электричество», 1984, № 4.

Дан анализ шкалы сечений кабелей 10 кВ и показано, что для сельских кабельных линий целесообразно ограничиться шкалой, включающей всего три стандартных сечения: 25,50 и 120 мм². Библ. 6.

УДК 621.372.21.015.38.001.5

Исследование перенапряжений в емкостных накопителях энергии с разрядником, включенным у нагрузки. Ефимов Б. В., Ртищев В. М. — «Электричество», 1984, № 4.

Представлены аналитические выражения для напряжений на нагрузке и в кабельной линии в емкостных накопителях, полученные с учетом индуктивности разрядника и емкости нагрузки. Проведены расчеты переходных процессов с учетом нелинейного сопротивления разрядника и потерь в кабельной линии, и дан диапазон коэффициентов перенапряжений, имеющихся места как в кабельной линии, так и на нагрузке. Библ. 5.

УДК 62-83:001.24

К построению системы подчиненного регулирования асинхронного вентильного каскада при случайных возмущениях. — Шумин В. Ф., Шумилова Н. И. — «Электричество», 1984, № 4. Предложен метод оптимальной стабилизации скорости вентильных электроприводов по критерию минимума дисперсии скорости с учетом ограничений на угол управления тиристорами; показана алгоритмическая реализация метода. Библ. 7.

УДК 621.313.045.014.001.24

Метод расчета токов в цепной схеме с повреждающимися элементами. Богуславский И. З. — «Электричество», 1984, № 4.

Приведены метод расчета и соотношения для вычисления токов в элементах цепной схемы. Рассмотрен частный случай — распределение токов в схеме при разрыве цепи в одном из ее элементов. Изложен алгоритм вычисления. Библ. 5.

УДК 669.14.018.5

Исследование анизотропии свойств электротехнической холоднокатаной стали толщиной 1 мм. Ершова Л. П., Минц Б. Б., Колобов М. И. — «Электричество», 1984, № 4.

Приведены результаты исследования измерения магнитных и механических свойств, а также числа перегибов электротехнической холоднокатаной анизотропной стали в зависимости от углов к направлению прокатки. Получены экспериментальные кривые распределения анализируемых свойств стали и установлены их экстремальные значения в зависимости от заданных углов перекатов. Библ. 3.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларинов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макаршин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80

101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулеев

Сдано в набор 16.02.84

Подписано в печать 20.04.84
Усл. кр.-отт. 10,5 Уч.-изд. л. 12,90

Формат 60×90^{1/8}
Тираж 5785 экз.

Печать высокая
Заказ 448

Усл. печ. л. 10

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром»
Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,
Вологодская областная научная библиотека