



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1983

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

9

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИ-
ЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311-52.001.24

Повышение адаптации противоаварийного управления в энергосистемах

КОЛОНСКИЙ Т. В., канд. техн. наук

Киев

В схемах сети цепочечной или кольцевой трехмашинной структуры [1] заранее рассчитанные области устойчивости в двухмерной системе координат [1] и измерения активной мощности в ветвях схемы в исходном режиме являются необходимой и достаточной информацией для реализации противоаварийного управления [2] на основе управляющей ЭВМ по способу II ДО [3].

Для того чтобы такая информация была достаточна для противоаварийного управления по способу II ДО в более сложных схемах сети многомашинной кольцевой и многоконтурной структуры, необходимо заранее рассчитать области устойчивости в многомерной системе координат с числом координат, равным числу независимых переменных, в виде, например, потоков активной мощности в таком же числе сечений.

Учитывая трудности расчета и представления указанных областей устойчивости, а также ввода их в управляющую ЭВМ, в практических условиях для многомашинной кольцевой и многоконтурной структур сети путем упрощения сокращают переменные до числа, приемлемого для противоаварийного управления с помощью ЭВМ [1].

Однако, если в условиях функционирования такой ЭВМ в районе противоаварийного управления появляются новые крупные энергетические объекты, то указанные расчеты устойчивости, их обработка и ввод в ЭВМ должны в значительной мере корректироваться и даже выполняться заново [4].

Поэтому, учитывая, что уже в настоящее время имеется некоторый опыт по расчетам режимов в схеме замещения с 50 узлами на малой ЭВМ с минимальным отставанием от реального времени [5], целесообразно поставить вопрос о разработке на основе управляющей ЭВМ противоаварийного управления, характеризующегося для энергосистем со слабыми связями сложной

структуры более высокой адаптацией в различных режимах.

Такое противоаварийное управление, являющееся, по-видимому, модификацией способа I ДО [6 и 7], заключается в предварительном вводе в управляющую ЭВМ модели в виде схемы замещения энергосистемы (с необходимыми данными) района противоаварийного управления, перечня возможных аварийных ситуаций в этой схеме и алгоритма расчета автоматической дозировки управляющих воздействий (АДВ). Параметры исходного режима и сети, например перетоки активной мощности, напряжения в узлах энергосистемы, изменения в схеме сети, вводятся в ЭВМ с помощью телеканалов аналоговой и дискретной доаварийной информации [8]. На основании указанной информации в каждом исходном режиме и соответствующей схеме сети в течение времени цикла t_d в ЭВМ выполняются расчеты устойчивости в схемах сети, которые могут иметь место в аварийных ситуациях в соответствии с заложенным в ЭВМ перечнем.

На основании данных о параметрах исходного режима, схеме сети и рассчитанных пределах устойчивости в этом режиме в ЭВМ за время цикла t_d выполняются расчеты дозировки управляющих воздействий для перенастройки устройств дозировки управляющих воздействий (с помощью которых выполняются управляющие воздействия по каналам аварийной информации) и расчеты для перенастройки параметров (уставок) измерительных органов устройств противоаварийного управления. После указанных расчетов с помощью каналов доаварийной информации от ЭВМ перенастраиваются устройства дозировки и измерительные органы на отдельных объектах на случай каждой аварийной ситуации в соответствии с перечнем в данном исходном режиме.

Таким образом, рассмотренное противоаварийное управление по модифицированному способу I ДО на

основе управляющей ЭВМ с точки зрения ввода текущей информации об исходном режиме и схеме сети в ЭВМ и вывода информации с ЭВМ практически идентично противоаварийному управлению по способу П ДО [1, 3, 7, 8, 9].

В статье рассматриваются основные положения, способствующие реализации рассматриваемого противоаварийного управления и уменьшению времени цикла $t_{\text{ц}}$ в энергосистемах со слабыми связями сложной структуры для наиболее распространенных аварийных возмущений в виде отключений отдельных линий и возникновения аварийных небалансов (дефицитов) активной мощности небольшой величины, обуславливающих только статическое нарушение устойчивости (статическую перегрузку) по связям.

Возможность неучета, как известно, на слабых связях коротких замыканий, ликвидируемых быстродействующей релейной защитой, позволяет рассчитывать в ЭВМ дозировку управляющих воздействий при отключении отдельных линий на основании данных об исходном режиме и о пределе статической устойчивости, рассчитанном в ЭВМ для послеаварийного режима. Некоторое превышение дозировки по условиям динамики может быть учтено с помощью эмпирических коэффициентов.

Достоверные запасы реактивной мощности для аварийных ситуаций в каждом из узлов сложной схемы сети заранее определить затруднительно. Но известно, что напряжения в узлах сети (или в узлах схемы замещения) в предельном режиме должны быть равны или меньше напряжений в данном исходном режиме. Поэтому расчеты предельных режимов допустимо выполнять при неизменных в узлах модулях напряжения $U_{\text{пр}}$, не превышающих полученных в результате измерений значений в данном исходном режиме ($U_{\text{исх}}$), т. е.

$$U_{\text{пр}} = KU_{\text{исх}} = \text{const.} \quad (1)$$

где $K \geq 1$ — предварительно заданное усредненное значение коэффициента снижения напряжения в узле в предельном по статической устойчивости режиме. Чем тяжелее исходный режим, т. е. чем в большей мере необходимо противоаварийное управление в аварийных ситуациях, тем ближе K к 1.

Информация о результирующей генерации $P_{\text{Г}}$ или нагрузке $P_{\text{Н}}$ в узлах схемы замещения в данном исходном режиме определяется в ЭВМ по 1-му закону Кирхгофа на основании телеизмерения активных мощностей в ветвях каждого узла реальной схемы сети, и при расчетах пределов статической устойчивости может быть представлена в ЭВМ с учетом (1) постоянной активной мощностью $P_{\text{Г}}$ или $P_{\text{Н}}$:

$$P_{\text{Г}} = \text{const}, P_{\text{Н}} = \text{const.} \quad (2)$$

Информация о суммарной активной мощности ΣP данного исходного режима в сечениях энергосистемы определяется в ЭВМ путем суммирования указанных телеизмерений в ветвях требуемого сечения.

В настоящей статье в виде допущения принимается, что данные указанных телеизмерений являются детерминированными величинами, и поэтому статическое,

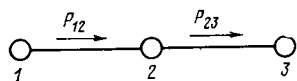


Рис. 1. Трехмашинная схема сети цепочечной структуры

а также динамическое оценивание состояния энергосистемы не производится [6].

Условие (1) позволяет в схеме замещения района противоаварийного управления не учитывать емкостную проводимость линии, разносимую обычно по П-образной схеме в узлы, и ветви представить индуктивными сопротивлениями при ограниченном числе узлов и ветвей.

Определение предельного по статической устойчивости режима в нормальной или ремонтной схеме сети может потребовать, например, для настройки (перенастройки) устройств, фиксирующих статическую перегрузку линий связи [7] при опасных аварийных дефицитах активной мощности небольшой величины, а также для целей координации управляющих ЭВМ соседних районов [6 и 7].

Устройства фиксации статической перегрузки производят разгрузку линий связи несколькими ступенями с выдержкой времени, отстроенной от быстрых (динамических) переходных процессов, при сравнительно медленном приближении параметров электрического режима (например, взаимного угла или активной мощности) на этих линиях к предельным по статической устойчивости значениям [10].

Траектория утяжеления режима для определения предельного по статической устойчивости режима в рассматриваемых условиях зависит от узла, в котором может возникнуть аварийный дефицит, и узла (узлов) энергосистемы, из которого будет осуществлено питание дефицитного узла в аварийных условиях. Например, в трехмашинной схеме цепочечной структуры (рис. 1) при неизмеримых номинальных мощностях отправной 1 и приемной 3 энергосистем (объединений) и существенно меньшей номинальной мощности промежуточной энергосистемы 2 в случае возникновения опасного аварийного дефицита в приемной энергосистеме питание ее будет осуществляться по сечениям 12 и 23 от отправной энергосистемы. Поэтому в рассматриваемых условиях предел статической устойчивости энергосистемы на рис. 1 может определяться путем «дальнего» утяжеления режима за счет перераспределения активной мощности из отправной 1 в приемную энергосистему 3 при неизменной мощности $P_{\text{Г}}$ или $P_{\text{Н}}$ (промежуточной энергосистемы 2), измеренной в данном исходном режиме, в котором может возникнуть указанный дефицит. При этом традиционное ступенчатое утяжеление режима [11 и 12] может потребовать значительное время цикла $t_{\text{ц}}$. С учетом указанного целесообразно рассмотреть возможность ускоренного определения предельного по статической устойчивости режима для уменьшения времени цикла $t_{\text{ц}}$.

Принимается допущение, что при выполнении (1) и (2) режим, в котором в рассматриваемом сечении угол по одной из входящих в сечение ветвей достиг 90° , близок к предельному. Углы остальных ветвей, входящих в сечение, при этом меньше 90° . Для цепочечной схемы это всегда так. В многоконтурных схемах указанное допущение оправдано тем обстоятельством, что при дальнейшем утяжелении в части ветвей углы растут, оставаясь меньше 90° , а в других становятся больше 90° при незначительном изменении перетока в сечении.

При принятом допущении в качестве предельного по апериодической статической устойчивости можно рассчитать режим путем задания угла $\delta_{\text{сн}} = 90^\circ$ в области ветви и перераспределения при этом активной мощности между заданными узлами с учетом (1) и (2).

Сечения, проходящие через слабую ветвь, можно называть слабыми, причем основным слабым сечением является сечение, в которое кроме слабой ветви входят параллельные ветви с большими взаимными углами δ , чем смежные с ними ветви.

В общем случае предельный режим с учетом рассмотренного допущения может быть рассчитан в один, два или три этапа. На первом этапе угол 90° может быть задан в любой ветви, но целесообразно задавать его в ветви с наибольшим углом в исходном режиме, что часто характеризует слабую ветвь и позволяет сократить число расчетных этапов. Если при угле $\delta_{с.л} = 90^\circ$ в заданной ветви в результате расчета в других ветвях будут иметь место углы меньше 90° , то предельный режим определяется в один этап и ветвь с $\delta_{с.л} = 90^\circ$ является слабой.

Если на первом этапе при угле в 90° в заданной ветви результате расчета будет иметь место превышение 90° углом $\delta_{др.с.л}$ в любой другой ветви, то предельный режим определяется на втором этапе путем принятия в качестве слабой этой другой ветви с наибольшим углом $\delta_{др.с.л}$ и придания углу $\delta_{др.с.л}$ значения 90° .

Если на первом этапе при угле 90° в заданной ветви режим не существует (наименее вероятно), то в этой же ветви на втором этапе задается уменьшенное значение угла $n \cdot 90$, где $n < 1$ оценивается на основании предварительных расчетов, и определяется другая ветвь с наибольшим углом $\delta_{др.с.л}$. При этом предельный режим определяется на третьем этапе путем принятия в качестве слабой этой другой ветви с наибольшим углом $\delta_{др.с.л}$ и придания этому углу $\delta_{др.с.л}$ значения 90° .

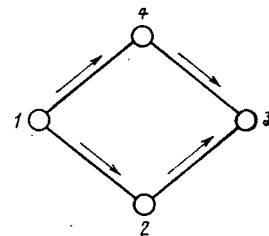
В виде иллюстрации на рис. 2 приведена схема замещения кольцевой структуры при напряжении $U = 500$ кВ по (1), индуктивных сопротивлениях $X_{14} = 50$ Ом, $X_{43} = 40$ Ом, $X_{12} = 300$ м, $X_{23} = 20$ Ом, генерирующих мощностях $P_{14} = 2$ млн. кВт, $P_{12} = 3$ млн. кВт. При заданном значении $\delta_{с.л} = \delta_{43} = 90^\circ$ в ветви 43 (с наибольшим углом исходного режима) и перераспределении мощности между узлами 1 и 3 (узлы 1 и 3 «развязаны») предельному по статической устойчивости режиму при принятом допущении соответствует суммарный переток в основном слабом сечении $\Sigma P_{п.с.л} = \Sigma P = 14,5$ млн. кВт. Основным слабым сечением из слабых сечений, проходящих через слабую ветвь 43 и состоящих из ветвей 43, 12 и 43, 23, является сечение, состоящее из ветвей 43, 12, так как в ветвях 12 и 23, параллельных слабой ветви 43, при $\delta_{с.л} = \delta_{43} = 90^\circ$ угол $\delta_{12} = 82^\circ$ в ветви 12 больше, чем угол $\delta_{23} = 64^\circ$ смежной ветви 23.

Предельному по статической устойчивости режиму при $\delta_{с.л} = \delta_{43} = 94^\circ > 90^\circ$, определенному путем ступенчатого утяжеления режима, соответствует максимальный (экстремальный) переток в основном слабом сечении $\Sigma P_{м.с.л} = \Sigma P_{4312} = 14,56$ млн. кВт, что незначительно превышает найденное значение $\Sigma P_{п.с.л}$ при $\delta_{с.л} = 90^\circ$. Предельные режимы, рассчитанные по рассмотренному алгоритму для схемы с 30 узлами и 40 ветвями для различных условий, подтвердили состоятельность принятого допущения.

С учетом полученного суммарного перетока $\Sigma P_{п.с.л}$ в основном слабом сечении в управляющей ЭВМ данного района противоаварийного управления может быть вычислена величина допустимого внешнего результирующего небаланса (дефицита) P_p от управляющих воздействий на ограничение мощности генераторов $P_{ог}$ и отключение части нагрузки $P_{о.н}$:

$$P_p = P_{ог} - P_{о.н} \quad (3)$$

Рис. 2. Четырехмашинная схема сети кольцевой структуры



в «чужом» районе при отключении линий в этом «чужом», например соседнем, районе противоаварийного управления (в пределах приемной энергосистемы 3 на рис. 1 и 2). При этом [1]:

$$P_p \leq (\Sigma P_{з.с.л} - \Sigma P_{и.с.л}) \frac{P_{н1}K_{f1} + P_{н3}K_{f3}}{P_{н1}K_{f1}}, \quad (4)$$

где

$$\Sigma P_{з.с.л} = \frac{1}{1 + K_3} \Sigma P_{п.с.л}; \quad (5)$$

$\Sigma P_{з.с.л}$ — максимально допустимая мощность в слабом сечении с учетом нормированного коэффициента K_3 (например, 8 %); $\Sigma P_{п.с.л}$ — предельная мощность в основном слабом сечении (например, 4312 на рис. 2) при $\delta_{с.л} = 90^\circ$ для рассматриваемых условий; $\Sigma P_{и.с.л}$ — суммарная мощность, измеренная в указанном слабом сечении в исходном режиме; K_{f1}, K_{f3} — результирующие коэффициенты крутизны статических характеристик по частоте (обратные коэффициенты статизма) отправной и приемной части энергосистемы с суммарной мощностью нагрузки $P_{н1}$ и $P_{н3}$ [1 и 2] относительно указанного слабого сечения.

Указанная величина P_p по (4) может быть передана по каналам координации [6 и 7] в управляющую ЭВМ соседнего района противоаварийного управления.

Определение предельного режима в послеаварийной с отключенной линией схеме сети необходимо для автоматической дозировки управляющих воздействий $P_{ог}$ и $P_{о.н}$ от устройств, фиксирующих аварийное отключение отдельных линий (например, отключение линии в составе ветви 23 на рис. 1 или в составе ветви 43 на рис. 2). Указанные устройства производят разгрузку оставшихся в работе связей на величину, рассчитываемую в управляющей ЭВМ по выражению [2]:

$$\Delta P_{с.л.л} = K_6 K_n (\Sigma P_{п.с.л} - \Sigma P_{з.с.л}), \quad (6)$$

где с учетом (4) и (5) в послеаварийном режиме $K_6 \geq 1$ — коэффициент, учитывающий быстроту выполнения управляющих воздействий, при высоком быстродействии $K_6 = 1$; $K_n > 1$ — коэффициент, учитывающий возможность увеличения $\Delta P_{с.л.л}$ для повышения надежности.

Значение $\Sigma P_{п.с.л.л}$ и основное слабое сечение, проходящее через отключенную линию, определяются при отключенной данной линии в результате расчета предельного режима в один, два или три этапа при $\delta_{с.л} = 90^\circ$ в слабой ветви по аналогии с вышеизложенным для полной схемы сети.

При автоматизированном поиске слабой ветви в сетях сложной цепочечной, кольцевой или многоконтурной структуры начинать поиск целесообразно с ветвей, параллельных предполагаемой к отключению линии (например, ветвь 12 при отключении линии в составе ветви 43). Задание на первом этапе в качестве слабой ветви с наибольшим исходным углом среди параллельных ветвей способствует сокращению числа расчетных этапов. При этом для условий выполнения управляющих воздействий в узлах [1], между которыми предполагается от-

ключение данной линии («ог» в узле 2 и «о. н.» в узле 3 на рис. 1 или «ог» в узле 4 и «о. н.» в узле 3 на рис. 2) в данном исходном режиме, перераспределение активной мощности для определения $\Sigma P_{п.с.л.л.}$ должно быть задано между этими же узлами при неизменных в других узлах значениях P_r (или $P_{п.}$), измеренных в данном исходном режиме.

При выполнении управляющих воздействий в условиях практического отсутствия результирующего небаланса (дефицита), т. е. при $P_p = 0$, как известно, имеет место равенство:

$$P_{ог} = P_{о.н} = \Delta P_{с.л.л.} \quad (7)$$

Для уменьшения экономического ущерба от излишнего отключения нагрузки необходимо при выполнении управляющих воздействий создать некоторый небаланс P_p ($P_{ог} > P_{о.н.}$) по (3), который не опасен для устойчивости энергосистемы. Величина P_p для данного района противоаварийного управления не должна превосходить значения, рассчитываемого в управляющей ЭВМ по выражениям (4) и (5) для слабого сечения; например, 12 на рис. 1 или 1412 на рис. 2 между узлом выполнения $P_{ог}$ (узел 2 на рис. 1 или узел 4 на рис. 2) и отправной энергосистемой (1 на рис. 1 или 2).

Значение $\Sigma P_{п.г.с.л.}$ и слабое сечение между узлом выполнения $P_{ог}$ и отправной энергосистемой определяется при отключенной данной линии в результате расчета предельного режима в один, два или три этапа при $\delta_{г.с.л.} = 90^\circ$ в слабой ветви по аналогии с вышеизложенным для $\Sigma P_{п.с.л.}$. Задание на первом этапе этой ветви с наибольшим исходным углом среди ветвей между узлом выполнения $P_{ог}$ и отправной энергосистемой способствует сокращению числа расчетных этапов. При этом задается перераспределение активной мощности между отправной энергосистемой и узлом выполнения $P_{ог}$ при учете выполнения в узлах с отключенной данной линией условных по (7) управляющих воздействий $P_{ог}$ (в узле 2 на рис. 1 или в узле 4 на рис. 2) и $P_{о.н.}$ (в узле 3 на рис. 1 и рис. 2) при неизменных в других узлах значениях P_r (или $P_{п.}$), измеренных в данном исходном режиме. Учет ограничений мощности на величину $P_{ог}$ и $P_{о.н.}$ по (7) в указанных узлах необходим для уменьшения перетока в основном слабом сечении с отключенной линией на величину $\Delta P_{с.л.л.}$, благодаря чему в управляющей ЭВМ возможно прохождение расчета режима с $\delta_{г.с.л.} = 90^\circ$ в слабой ветви между узлом выполнения $P_{ог}$ и отправной энергосистемой.

На основании полученных по каналам координации допустимых для «чужих» районов значений P_p , вычисляемых в ЭВМ «чужих» районов по (4), а также на основании значения P_p для данного района, в управляющей ЭВМ данного района принимается меньшая из указанных значений величина результирующего небаланса $P_{р.нм.}$.

На основании значения $P_{р.нм.}$ и значения $\Delta P_{с.л.л.}$, определяемого по (6) для данного района, непосредственно вычисляются расчетные управляющие воздействия в узлах, примыкающих к отключенной линии:

$$P_{ог} = \Delta P_{с.л.л.} + P_{р.нм.} \frac{P_{п1}K_{f1}}{P_{п1}K_{f1} + P_{п3}K_{f3}}, \quad (8)$$

$$P_{о.н.} = \Delta P_{с.л.л.} - P_{р.нм.} \frac{P_{п3}K_{f3}}{P_{п1}K_{f1} + P_{п3}K_{f3}}. \quad (9)$$

Если отсутствует возможность реализации объемов $P_{ог}$ и $P_{о.н.}$ непосредственно в узлах, между которыми

отключилась линия, то эти объемы могут быть реализованы и в смежных узлах [1]. Например, объем $P_{ог}$ ($P_{ог} = P_{ог1} + P_{ог2}$) может быть реализован в узлах 2 ($P_{ог2}$) и 1 ($P_{ог1}$) по рис. 1, 4 и 1 по рис. 2. При этом эффективность $P_{ог}$ повышается в сложной схеме сети, если

$$P_{ог2} = \frac{P_{ог}P_{п3}K_{f3} + P_{о.н3}P_{п1}K_{f1}}{P_{п1}K_{f1} + P_{п3}K_{f3}}. \quad (10)$$

В заключение следует отметить, что замедленность электромеханических переходных процессов, которая характерна для энергосистем со слабыми связями, позволяет несколько снизить требования к времени действия средств противоаварийного управления. Указанное в некоторых случаях за счет расширения сети каналов аварийной информации может позволить использование противоаварийного управления по способу I при отключении отдельных линий, близко расположенных к объекту, на котором установлена управляющая ЭВМ. При этом, как известно, необходимо выполнить в высокоскоростной управляющей ЭВМ только один расчет предела статической устойчивости и дозировки управляющих воздействий в течение времени от момента фиксации отключения данной линии до момента подачи команды на выполнение управляющих воздействий.

Вывод. При принятых допущениях для сложных схем сети со слабыми связями рассмотренные в статье возможности автоматизированного поиска слабой ветви и ускоренного расчета режима при угле в слабой ветви, меньшем и равном 90° , а также непосредственного расчета дозировки управляющих воздействий при заданном перечне аварийных возмущений позволяют поставить вопрос об автоматическом выполнении в управляющей ЭВМ расчетов не только дозировки управляющих воздействий, но и предельных по устойчивости режимов.

Автоматические расчеты устойчивости и дозировки управляющих воздействий для аварийных возмущений в режимах и схемах сети, которые заранее предвидеть затруднительно, повышают уровень адаптации управляющей ЭВМ при изменяющихся внешних условиях в виде исходных режимов и схем сети. Указанное существенно снизит затраты ручного труда по предшествующим расчетам устойчивости и вводу результатов этих расчетов в ЭВМ.

Повышение уровня адаптации увеличит эффективность противоаварийного управления энергосистемы, расширяя разнообразие допустимых исходных режимов и схем сети, в которых обеспечивается сохранение устойчивости при аварийных возмущениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Портной М. Г., Рабинович Р. С. Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости. — М.: Энергия, 1978.
2. Колонский Т. В. О критериях управления переходными электромеханическими процессами на линиях межсистемной слабой связи. — Электричество. 1981, № 5.
3. Васькова Т. В., Чекаловец Л. Н. Алгоритм автоматической дозировки управляющих воздействий, подаваемых противоаварийной автоматикой. — В кн.: Доклады на II Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. — М.: Энергия, 1973.
4. Лугинский Я. Н. О применении принципа прогнозирования в противоаварийной автоматике. — Труды ВНИИЭ, 1979, вып. 57.
5. Система ИРИС в АСДУ Иркутскэнерго/Г. С. Бабаев, А. З. Гамм, И. Л. Плотноков, А. В. Челпанов — Средства и системы управления в энергетике, 1977, № 12.
6. Автоматизация управления энергообъединениями/Под ред. С. А. Совалова. — М.: Энергия, 1979.

7. Иофьев Б. И. Автоматическое аварийное управление мощностью энергосистем. — М.: Энергия, 1974.

8. Средства связи с объектом для мажоритарно резервированной управляющей машины в системе «Телекомплекс»/Г. И. Выходцева, В. Г. Дандре, И. В. Лапин и др. — Средства и системы управления в энергетике, 1978, № 8.

9. Устройство дозирования управляющих воздействий противоаварийной автоматики/А. М. Гуревич, Н. И. Давыдовская, И. С. Нейштадт, Д. М. Пожарицкий. — В кн.: Доклады на

III Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. — М.: Энергия, 1973.

10. А. с. № 653678 (СССР). Устройство фиксации по углу статической перегрузки электропередачи/Т. В. Колонский. Оpubл. в Б. И., 1979, № 11.

11. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов/Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1973.

12. Мельников Н. А. Электрические сети и системы. — М.: Энергия, 1975.

[01.12.81]

УДК 621.311.016.351.001.24

О статической устойчивости энергосистем, содержащих нагрузочные узлы

СМИРНОВ К. А.

Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского

Вопросы статической устойчивости энергосистем, состоящих только из станционных узлов, рассматривались в ряде работ (например, [1]). При этом имелось в виду, что нагрузочные узлы часто могут быть приближенно представлены некоторыми постоянными проводимостями, и тогда система путем соответствующего преобразования сети может быть для анализа устойчивости приведена к эквивалентной системе, состоящей только из станционных узлов. Однако, когда нагрузочные узлы бывают представлены постоянными активными и реактивными мощностями, либо мощностями, изменяющимися по статическим характеристикам, замена нагрузок постоянными проводимостями может внести в исследование статической устойчивости существенные погрешности.

В связи с этим в настоящей статье рассматривается статическая устойчивость энергосистем, состоящих как из станционных, так и нагрузочных узлов с теми характеристиками, которые они в действительности имеют, без приведения к системе, состоящей только из станционных узлов.

Изменение активных и реактивных мощностей нагрузок по статическим характеристикам при изменении модуля напряжения происходит, вообще говоря, с некоторым запаздыванием по времени, что при малых изменениях параметров может быть выражено соответствующими постоянными времени. Для таких видов нагрузок, как потери и зарядная мощность линий, потери в трансформаторах и аналогичные нагрузки, постоянные времени могут считаться равными нулю. Для мелкомоторной нагрузки постоянные времени будут очень малы. Для крупных двигателей они будут больше, однако в сопоставимых единицах они будут существенно меньше, чем постоянные времени для электростанций. Постоянные времени для осветительной и печной нагрузки могут считаться равными нулю.

Поскольку в данном случае статические и динамические характеристики узловых точек выражаются функциями от модулей и фазовых углов напряжений узлов и их производных, эти параметры целесообразно выбрать в качестве независимых переменных, через которые выражаются остальные параметры режима.

Примем постоянство напряжений на шинах электростанций или постоянство э. д. с. за переходным реактив-

ным сопротивлением генераторов. Система имеет базисную точку (шины бесконечной мощности).

Линеаризованные дифференциальные уравнения, выражающие баланс малых приращений активной и реактивной мощностей узлов в данной схеме замещения, могут быть приближенно представлены в виде:

для станционных узлов:

$$(T_{\delta i} p^2 + T'_{\delta i} p) \Delta \delta_i + \sum_j \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_j \frac{\partial P_i}{\partial U_j} \Delta U_j = 0;$$

для нагрузочных узлов

$$\sum_j \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_j \frac{\partial P_i}{\partial U_j} \Delta U_j = 0;$$

$$\sum_j \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_j \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} \Delta U_j = 0,$$

(1)

где $T_{\delta i}$, $T'_{\delta i}$ — постоянные времени; j — номера узлов, к которым относятся переменные; i — номера узлов и относящихся к ним уравнений.

Коэффициенты левых частей уравнений (1), составленных для всех узлов, кроме первых членов уравнений для станционных узлов, образуют матрицу производных, которую обозначим матрицей A . Матрицу коэффициентов с учетом первых членов, содержащих оператор p , обозначим через A_p .

Если в каком-либо узле системы модуль напряжения фиксирован в постоянном значении, то соответствующий столбец матрицы A_p и строка, относящаяся к реактивной мощности этого узла, отсутствуют.

Активные и реактивные мощности, текущие по ветви от узла i к узлу l , выраженные как функции модулей напряжений и фазовых углов, представляются формулами [2]:

$$\left. \begin{aligned} P_{il} &= \frac{U_i^2}{Z_{ii}} \sin \alpha_{ii} + \frac{U_i U_l}{Z_{il}} \sin (\delta_{il} - \alpha_{il}), \\ Q_{il} &= \frac{U_i^2}{Z_{ii}} \cos \alpha_{ii} - \frac{U_i U_l}{Z_{il}} \cos (\delta_{il} - \alpha_{il}). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Частные производные, входящие в матрицу A , определяются дифференцированием выражений (2) по соответствующим переменным, причем производные мощностей узлов i по переменным $j=i$ представляют собой сумму

производных мощностей, оттекающих от узла к другим узлам и в нагрузку этого узла с учетом статических характеристик.

Поскольку, как было указано, постоянные времени, относящиеся к нагрузкам, либо равны нулю, либо малы, вначале рассматривается случай, когда все они считаются равными нулю. Соответственно этому инерционными переменными в уравнениях (1) являются только приращения углов стационарных узловых точек. Число их пусть будет n .

Выделяя из всех углов с индексами j неинерционные углы δ_n нагрузочных узловых точек с активными мощностями P_n , представим матрицу A_p состоящей из клеток, содержащих производные по соответствующим группам переменных.

$$A_p = \begin{vmatrix} (T_{\delta_1} p^2 + T'_{\delta_1} p) + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} \dots \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_1} \dots (T_{\delta_n} p^2 + T'_{\delta_n} p) + \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_{j \neq n}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_{j \neq n}} & \dots & \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} \end{vmatrix} \quad (3)$$

Обозначим квадратную матрицу, образованную клетками с производными $\partial P_n / \partial \delta_n$, $\partial P_n / \partial U_j$, $\partial Q_i / \partial \delta_n$ и $\partial Q_i / \partial U_j$, относящимися к неинерционным переменным и соответствующим параметрам P_n и Q_i , матрицей B , имеющей порядок m .

Характеристическое уравнение системы (1), определяющее значение оператора p при рассмотрении уравнений (1) как алгебраических, будет получено, если определитель матрицы A_p приравнять нулю.

Статическую устойчивость системы будем оценивать по значению корней характеристического уравнения. Система статически устойчива, если действительные корни характеристического уравнения или действительные части комплексных корней не положительные.

Составим характеристическое уравнение:

$$a_0 p^{2n} + a_1 p^{2n-1} + \dots + a_{2n} = 0, \quad (4)$$

в котором $a_0 = T_{\delta_1} T_{\delta_2} \dots T_{\delta_n} \det B$ и $a_{2n} = \det A$.

Коэффициент a_1 при переменной степени $2n-1$ в общем случае не равен нулю.

Соответственно формулам Виета произведение корней уравнения (4), которые обозначим как p^* , в данном случае

$$p_1^* p_2^* \dots p_{2n}^* = (-1)^{2n} \frac{a_{2n}}{a_0} = \frac{a_{2n}}{T_{\delta_1} T_{\delta_2} \dots T_{\delta_n} \det B}. \quad (5)$$

В исходном, заведомо устойчивом, режиме при относительно небольшой нагрузке сети системы все корни p^* отрицательны или имеют неположительные действительные части. При этом будем считать их различными. Определители $\det A$ и $\det B$ соответственно (5) будут также положительны.

При утяжелении режима свободный член уравнения a_{2n} может уменьшиться, и если, в то время как $\det B$ еще не достиг нуля и комплексные корни p^* будут иметь неположительные действительные части, a_{2n} перейдет через нуль, то один из действительных корней p^* перейдет

через нуль и станет положительным и, следовательно, возникнет аperiodическое нарушение устойчивости. Если при утяжелении режима какая-нибудь пара комплексных корней будет иметь положительные действительные части, в то время как $\det A > 0$ и $\det B > 0$, то произойдет нарушение устойчивости в форме самораскачивания.

Выясним, как изменятся корни p^* , если, до того как $\det A$ достигнет нуля и комплексные корни будут еще иметь неположительные действительные части, $\det B$ уменьшится до бесконечно малой величины и перейдет через нуль. Имеется в виду, что при этом коэффициент a_1 не переходит через нуль.

Известно, что корни алгебраического уравнения являются непрерывными функциями от его коэффициентов, если коэффициент при старшем члене a_0 не равен нулю. При этом, если a_0 становится бесконечно малой величиной и стремится к нулю, то по крайней мере один из корней становится бесконечно большой величиной, т. е. беспредельно возрастает (см., например, [3]).

Произведя в уравнении (4) принятую в [3] замену переменной $p = 1/y$ и умножая уравнение на y^{2n} , преобразуем его к виду:

$$a_0 + y(a_1 + a_2 y + a_3 y^2 + \dots + a_{2n} y^{2n-1}) = 0. \quad (6)$$

Из (6) видно, что, когда a_0 становится бесконечно малой величиной, т. е. стремится к нулю, то либо y стремится к нулю, и соответствующее значение p будет по абсолютной величине беспредельно возрастать, причем тогда выражение в скобках в (6) не может быть бесконечно малой величиной, поскольку a_1 конечная и не равная нулю величина, либо выражение в скобках становится бесконечно малой величиной, т. е. будет стремиться к нулю, и, поскольку $a_{2n} \neq 0$, это даст $2n-1$ решений для y , причем они не могут быть бесконечно малыми величинами, так как $a_1 \neq 0$. Следовательно, соответствующие им $2n-1$ решений p^* не будут бесконечно большими по абсолютной величине. Таким образом, лишь один действительный корень p^* будет по абсолютной величине бесконечно большим.

Из (6) видно также, что при изменении a_0 на бесконечно малую величину с переходом через нуль бесконечно малый корень y меняет знаки соответствующий корень p^* переходит через бесконечность и становится бесконечно большой положительной величиной, и, в чем нетрудно убедиться, все остальные корни p^* изменятся на бесконечно малые величины, т. е. практически остаются неизменными. В результате возникает аperiodическое нарушение устойчивости с очень большой скоростью развития процесса.

Нетрудно видеть, что если $a_1 = 0$, но $a_2 \neq 0$, или и $a_2 = 0$, но $a_3 \neq 0$ и так далее, то при переходе a_0 через нуль y перейдет через соответствующее кратное значение, равное нулю.

Таким образом, в данном случае, если при утяжелении режима ни один корень p^* не становится комплексным с положительными действительными частями и, следовательно, не возникает самораскачивание, то аperiodическое нарушение устойчивости происходит либо если якобиан системы $\det A$ переходит через нуль, либо если переходит через нуль $\det B$, характеризующий нагрузочные узлы. Последнее происходит, например, если напряжение в нагрузочных узлах достигает критического значения, соответственно чему $dQ_k/dU_k = 0$ («к» — один из индексов «н») при неизменных величинах инерционных углов и постоянстве $Q_{i \neq k}$ и P_n . Следовательно, в данной задаче переход свободного члена характеристиче-

ского уравнения через нуль не является единственным критерием возникновения аperiodического нарушения устойчивости.

Теперь рассмотрим задачу перехода через нуль определителя матрицы $\mathbf{B}$ при $\det \mathbf{A} > 0$ для случая, если постоянные времени нагрузочных узлов, которые обозначим T_{ni} ($i=1, 2, \dots, m$), считаются не равными нулю, а имеющими очень малое (в пределе бесконечно малое) значение. В диагональных членах уравнений (1) для нагрузочных узлов появятся слагаемые, содержащие $T_{ni}p$. Тогда старшим членом характеристического уравнения

$$a_0 p^{2n+m} + a_1 p^{2n+m-1} + \dots + a_{2n+m} = 0 \quad (7)$$

будет $T_{\delta 1} T_{\delta 2}, \dots, T_{\delta n} T_{n1} T_{n2} \dots T_{nm} p^{2n+m}$. Поскольку величины T_{ni} очень малы, коэффициент a_0 также очень мал, но не равен нулю. Рассматривая далее последовательно члены, имеющие более низкие степени p , но более высокие, чем $2n$, получим, что в их коэффициенты будут входить множителями одна или несколько величин T_{ni} ; следовательно, эти коэффициенты также очень малы. Соответственно этим значениям коэффициентов старших членов ряд корней уравнения (7) будут по абсолютной величине очень большими. Наконец, будем иметь член со степенью оператора $2n$, в коэффициент которого входит слагаемое $T_{\delta 1} T_{\delta 2}, \dots, T_{\delta n} \det \mathbf{B}$ и ряд других слагаемых, содержащих множителем какую-нибудь величину T_{ni} , и, следовательно, малых по сравнению с первым. Поэтому первое слагаемое будет иметь в этом коэффициенте преобладающее значение, и если при утяжелении режима $\det \mathbf{B}$ переходит через нуль, то вблизи этого значения весь коэффициент перейдет через нуль. Таким образом, если некоторый предыдущий режим был устойчив и, следовательно, в этом случае все коэффициенты характеристического уравнения были положительны, то при изменении $\det \mathbf{B}$ вблизи его перехода через нуль этот коэффициент перейдет через нуль, станет отрицательным и режим будет неустойчив. Однако, поскольку все коэффициенты не бесконечно велики, $a_0 \neq 0$ и $a_{2n+m} \neq 0$ на основании (7) ни один действительный корень p^* не может перейти ни через бесконечность, ни через нуль, т. е. действительные корни не изменят знака. Следовательно, изменит знак действительная часть какой-нибудь пары комплексных сопряженных корней, т. е. возникнет самораскачивание. Можно показать, что зона самораскачивания тем меньше, чем меньше величины T_{ni} , и при дальнейшем утяжелении режима процесс перейдет в относительно быстро протекающее аperiodическое нарушение устойчивости.

Рассмотренное нарушение устойчивости в форме бесконечно быстрого развития аperiodического процесса относится к идеализированному случаю, в котором напряжения в питающих узлах считаются неизменными по модулю и переходные процессы в сети и нагрузке не учитываются. При этом существенным является переход через нуль $\det \mathbf{B}$ и a_0 у старшего члена характеристического уравнения. Как затем получено, при учете очень малых постоянных времени нагрузок граница, разделяющая область устойчивой работы и быстрого развития аperiodического процесса, переходит в некоторую зону самораскачивания. Такое превращение границы в зону самораскачивания будет иметь место и при учете ряда других факторов.

Для выяснения этого вопроса в приложении приведены результаты расчета переходных процессов в неко-

торой простой схеме, в которой исследуемое нарушение устойчивости может иметь место.

Схема состоит из генератора, работающего через трансформатор и относительно маломощную линию на шины бесконечной мощности, и реактивной нагрузки, присоединенной к узлу в начале линии. Реактивная нагрузка является переменной и при малых отклонениях режима от исходного изменяется по закону $\Delta Q_n = K \Delta U_n$. Утяжеление режима выражается в уменьшении коэффициента K . Рассмотрены три варианта решения соответственно трем степеням упрощения задачи. В первом варианте принимается позиционная модель при постоянной э. д. с. E_q генератора и при неучете переходных процессов в трансформаторе, линии и нагрузке. Во втором варианте решения учитываются дополнительно переходные процессы в обмотке возбуждения генератора. Переходные процессы в сети и нагрузке не учитываются. Режим исследуется по уравнениям Парка—Горева. Характеристическое уравнение имеет 4-ю степень. В третьем варианте исследование ведется по полным уравнениям Парка—Горева с учетом переходных процессов в сети и нагрузке и с учетом поперечной демпферной обмотки генератора. Характеристическое уравнение имеет 9-ю степень.

Как видно из приведенных данных, во всех трех вариантах расчета имеет место область аperiodического нарушения устойчивости при положительном свободном члене характеристического уравнения. В первом варианте она непосредственно примыкает к области устойчивого режима, во втором и третьем вариантах отделена от нее зоной самораскачивания. При этом во втором и третьем вариантах положительные действительные корни возникают при коэффициенте K , близком к его значению в первом варианте, отвечающему переходу $\det \mathbf{B}$ через нуль. Учет дополнительных факторов в этих двух вариантах выявляет переходную зону самораскачивания, но в этом примере не устраняет аperiodические составляющие нарушения устойчивости, связанные с изменением знака $\det \mathbf{B}$. Эти составляющие появляются в результате слияния двух комплексных корней с положительными действительными частями, дающих самораскачивание, и имеют скорость развития процесса, существенно отличающуюся от нуля, и поэтому могут считаться относительно быстрыми по сравнению с медленным аperiodическим процессом при переходе через нуль свободного члена характеристического уравнения. При некоторых значениях параметров рассмотренной схемы и режима, кроме того, могут иметь место периодические составляющие с положительной действительной частью корней, которые наложатся на рассмотренный аperiodический процесс нарушения устойчивости.

Полученные результаты расчета показывают принципиальную возможность возникновения в определенных условиях относительно быстрого аperiodического процесса нарушения устойчивости, связанного с переходом $\det \mathbf{B}$ через нуль в области, в которой свободный член характеристического уравнения положителен. На простых примерах нетрудно убедиться в том, что режимы при которых $\det \mathbf{B}$ переходит через нуль при $\det \mathbf{A} > 0$ вполне реальны.

Учет возможности такого вида нарушения устойчивости может поставить вопрос о необходимости соответствующей настройки автоматических регуляторов возбуждения генераторов или других регулирующих устройств для противодействия этому процессу. При этом

наличие регуляторов возбуждения в системе априорно не снимает вопроса о возможности такого нарушения устойчивости. В частности, если регуляторы возбуждения будут обеспечивать поддержание неизменности модуля напряжения в станционных узлах системы, то при переходе $\det \mathbf{B}$ через нуль такой процесс нарушения устойчивости в системе возможен.

Теперь можно сделать обобщение на случай, когда в данной системе любые переменные $\Delta \delta_j$ и ΔU_j могут оказаться неинерционными (или малоинерционными). В частности, это может касаться случаев, когда синхронные мощности, относящиеся к данному узлу системы, подключены не непосредственно к узлу, а в электрически удаленных точках питаемой сети. Тогда переход через нуль какого-нибудь главного диагонального минора будет означать переход через нуль соответствующего $\det \mathbf{B}$. Так, если переходит через нуль какой-нибудь главный диагональный минор $(n-1)$ -го порядка (здесь n — общее число переменных), например $\mathbf{M}_{11}$, то это отвечает изменению знака с переходом через бесконечность производной соответствующего практического критерия устойчивости, например, $dP_1/d\delta_1 > 0$ при рассмотрении только одного угла δ_1 как инерционной переменной и постоянстве всех остальных мощностей.

Наряду с этим на простых примерах можно убедиться в том, что не всякий переход через нуль какого-либо главного диагонального минора при любых постоянных времени приводит к нарушению устойчивости. При определенном сочетании всех постоянных времени устойчивость режима может быть сохранена. Однако из этих примеров также можно видеть, что при дальнейшем относительно небольшом утяжелении режима будет возникать самораскачивание. Учитывая, кроме того, приведенное выше, следует отметить, что при переходе какого-либо главного диагонального минора через нуль режим нельзя считать практически приемлемым.

Таким образом, для системы, содержащей нагрузочные узлы, принимать в качестве критерия апериодической статической устойчивости переход через нуль определителя матрицы производных недостаточно. В этих задачах также не представляется возможным использовать величину производной $dP/d\delta$ как показателя близости режима к пределу нарушения устойчивости.

Отметим, что апериодическое нарушение устойчивости в области, в которой $\det \mathbf{A} > 0$, отделенное от области устойчивых режимов зоной самораскачивания, может иметь место и в схеме, содержащей только станционные узлы, однако исследование этого случая не входит в тему настоящей статьи.

В качестве примера, в котором проявляется описанное выше влияние нагрузочных узлов, можно привести расчет, выполненный для системы, представляющей одну из частей ЕЭС европейской части СССР. В некоторых узлах системы были заданы модули напряжения и активные мощности, а в остальных — активные и реактивные мощности, изменяющиеся по статическим характеристикам. Утяжеление режима производилось увеличением активной мощности одной из электростанций с передачей мощности по сети в направлении к базисной точке системы. При этом на ряде электростанций соблюдалось постоянство э. д. с. E' . В исходном режиме угол δ нагружаемой электростанции относительно базисной точки составлял около 60° . При увеличении мощности этой станции происходило плавное увеличение угла и постепенное уменьшение производной $dP/d\delta$. При увеличении

ее мощности с увеличением угла приблизительно до 120° и уменьшением производной $dP/d\delta$ всего на 15 %, т. е. когда производная еще далеко не достигала нуля, внезапно возникало сильное снижение напряжения в одном из районов системы, что выражало неустойчивость режима системы в целом. Причиной явилось снижение напряжения в этом районе до критического значения, при котором снижению напряжения отвечало существенное увеличение реактивной мощности нагрузки узлов.

Также в качестве простого примера можно привести трехузловую схему с параметрами $Z_{10}=2$, $Z_{20}=1$, $Z_{12}=1$ (индекс «0» относится к базисной точке) с углами $\alpha_{ij}=30^\circ$ при фиксированном напряжении U_2 . Этой схеме отвечает система из трех уравнений, выражающих равенство нулю приращений ΔP_1 , ΔP_2 и ΔQ_1 , с переменными $\Delta \delta_1$, $\Delta \delta_2$ и ΔU_1 . При режиме $\delta_{10}=30^\circ$, $\delta_{20}=60^\circ$, $U_0=U_2=1$ при снижении напряжения в узле 1 до $U_1=0,8$ и достижении наклона статической характеристики реактивной мощности в узле 1 dQ_1/dU_1 значения $-1,078$, производная $\partial Q_1/\partial U_1$ и соответственно $\det \mathbf{B}$ в матрице $\mathbf{A}$ достигают нуля, в то время как определитель $\det \mathbf{A} = 0,2004$, т. е. еще положителен. Этот режим является предельным по статической устойчивости.

Выводы. При наличии в энергосистеме нагрузочных узлов с мощностями, изменяющимися по статическим характеристикам, при утяжелении режима может происходить нарушение статической устойчивости в форме апериодического процесса, когда свободный член характеристического уравнения малых колебаний, равный якобиану уравнений установившегося режима этой системы, и производная $dP/d\delta$ в нагружаемых узлах еще не достигают нуля. Нарушение устойчивости происходит при этом в форме некоторого относительно быстро протекающего апериодического процесса и является следствием снижения напряжения в отдельных нагрузочных узлах или районах системы до критического значения. Область этого нарушения устойчивости при учете всех реально действующих факторов в системе будет обычно отделена от области устойчивых режимов некоторой зоной самораскачивания.

Приложение. Рассматривается схема, состоящая из генератора, питающего через трансформатор узел с нагрузкой (узел 1), и линии электропередачи, соединяющей этот узел с шинами бесконечной мощности (узел 0). Параметры схемы: $x_T=0,95$, $x_d=0,8$, $r_d=0,4$, $x_n=1$.

Принимается, что эта часть сети представляет собой относительно слабую связь станции с шинами бесконечной мощности, например, ее пропускная способность составляет 0,1 мощности станции. Соответственно этому параметры генератора, отнесенные к мощности линии, приняты равными: $x_d=0,08$, $x_q=0,05$, $x'_d=0,03$, $T_J=T_{d0}=70$ с. Генератор имеет поперечную демпферную обмотку с параметрами $x_{dq}=0,045$, $r_{dq}=0,002$. Рассматривается исходный режим, в котором $U_1=U_0=0,7$ и $\delta_1=\delta_T=0$. Здесь δ_T — угол э. д. с. E_q генератора относительно шин бесконечной мощности.

Нагрузка представляет собой реактивную мощность, изменяющуюся при малом изменении напряжения в точке 1 соответственно соотношению $\Delta Q_n=K\Delta U_1$, причем изменение ее по времени происходит по закону апериодического звена с постоянной времени T_n . Исследуется статическая устойчивость системы при различных значениях коэффициента K .

Рассматриваются три варианта решения. В первом, наиболее упрощенном, варианте принимается пози-

ционная идеализация. Считается, что э. д. с. E_q за сопротивлением x_q неизменна, реактивная мощность нагрузки изменяется при изменении напряжения безынерционно, переходные процессы в линии и трансформаторе не учитываются. Независимыми переменными принимаются угол генератора δ_r и модуль напряжения U_1 . Инерционной переменной является δ_r . Рассматриваются малые отклонения параметров от исходного режима. Определителем матрицы $\mathbf{B}$ является производная $\partial Q_1/\partial U_1$ при $\delta_r = \text{const}$.

Характеристическое уравнение линеаризованного дифференциального уравнения системы будет $a_0 p^2 + a_2 = 0$, откуда $p_{1,2} = \pm \sqrt{-a_2/a_0}$.

Как показывает расчет, при положительных значениях K коэффициенты a_0 и a_2 положительны, и, следовательно, режим устойчив. При уменьшении коэффициента K , когда он достигает значения $-0,875$, свободный член a_2 переходит через нуль и, следовательно, один из корней переходит через нуль, что отвечает «текущему режиму». Однако, при изменении K еще до этого (при $K = -0,758$), $\det \mathbf{B}$ и соответственно a_0 переходят через нуль, и один из корней принимает бесконечно большое положительное значение, что дает нарушение статической устойчивости в форме очень быстро развивающегося апериодического процесса. Это быстрое изменение режима относится к неинерционным параметрам.

Во втором варианте расчета выясняется влияние учета переходных процессов в обмотке возбуждения генератора. Задача рассматривается по уравнениям Парка—Горева без учета переходных процессов в цепи статора, трансформаторе и линии, при безынерционной нагрузке. Характеристическое уравнение имеет степень 4. Коэффициент a_0 не зависит от K . При $K \approx -0,773$ коэффициент при p^3 переходит через нуль. При положительных K режим устойчив. При уменьшении до $K \approx -0,772$ действительная часть пары комплексных корней переходит через нуль и становится положительной, т. е. начинается самораскачивание. При значении $K \approx -0,773$ эти комплексные корни переходят в два действительных положительных корня, т. е. процесс нарушения устойчивости имеет апериодический характер. При этом свободный член характеристического уравнения остается положительным. В частности, при некотором среднем значении K в этой области ($K = -0,8$) корни уравнения: $p_1 = -0,00002924$; $p_2 = -0,0068672$; $p_3 = 0,0070586$; $p_4 = 7,6667337$. Отметим, что значение корня p_4 следует здесь рассматривать как очень неточное, поскольку при

таким большим корне необходим также учет переходных процессов в цепи статора и в сети. При $K = -0,8546116$ свободный член уравнения переходит через нуль и к имеющемуся процессу нарушения устойчивости добавляется составляющая медленного апериодического развития процесса. Это значение K несколько отличается от соответствующего значения в первом варианте расчета вследствие отличия реактивных сопротивлений генератора x_d и x'_d от x_q . (Рассмотрение этих уравнений при $x_d = x'_d = x_q = 0,05$ дает для того же K совпадающий результат.)

В третьем варианте расчета выяснялось дополнительное влияние учета переходных процессов в статоре генератора, трансформаторе, линии и нагрузке. Постоянная времени нагрузки $T_H = 1$. Рассматривались полные уравнения Парка—Горева. Характеристическое уравнение имеет в этом случае 9-ю степень. В некоторых исходных условиях при $K = 0$ все коэффициенты уравнения положительны и все корни отрицательны или имеют отрицательные действительные части, т. е. режим устойчив. Коэффициент a_0 не зависит от K . Свободный член a_9 переходит через нуль при том же значении K , что и во втором варианте расчета. Коэффициент при p^3 переходит через нуль при $K \approx -0,773$. При уменьшении K до $-0,4$ действительная часть одной из пар комплексных корней переходит через нуль и становится положительной, т. е. начинается самораскачивание. При $K = -0,785$ эта пара комплексных корней переходит в два действительных положительных корня, равных $0,019$, из которых один при дальнейшем уменьшении K возрастает, достигая при переходе a_9 через нуль значения $0,169$. При $K = -0,8$ корни уравнения: $p_1 = -0,0000292$; $p_2 = -0,0065215$; $p_3 = 0,0075452$; $p_4 = 0,0574111$; $p_5 = -0,0449659$; $p_{6,7} = -0,2344825 \pm j0,743014$; $p_{8,9} = -0,014313 \pm j1,0050249$, т. е. имеет место нарушение устойчивости в виде относительно быстро развивающегося апериодического процесса при положительном свободном члене.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смирнов К. А. О критериях статической устойчивости энергосистем. — Электричество, 1978, № 3.
2. Жданов П. С. Устойчивость электрических систем. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1948.
3. Сушкевич А. К. Основы высшей алгебры. — М.: ОГИЗ, 1941.

[09.11.82]

УДК 621.311.153.012.001.57

Экспериментальное исследование вероятностно-статистических характеристик нагрузок в электроснабжающей системе

ФОКИН Ю. А., ПОНОМАРЕНКО И. С., ПАВЛИКОВ В. С.

Москва

В настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по вероятностным характеристикам различных элементов электрических систем, позволяющий достаточно адекватно описывать процессы электропотребления во времени [1—3]. Однако большая часть проводимых ранее экспериментальных исследова-

ний касалась нагрузок либо самих потребителей, либо элементов системы, непосредственно связанных с потребителями (распределительные сети 10/0,38 кВ, шины крупных понижающих подстанций и т. д.).

Решение многих задач проектного и эксплуатационного характера, предусматривающих анализ режимов

элементов электрических систем на достаточно длительных интервалах времени (сутки, сезон, год), т. е. интегральных характеристик режимов [4], предусматривает необходимость экспериментального статистического исследования нагрузок элементов, непосредственно не связанных с потребителями (линии 110, 220, 500 кВ). Получение вероятностных интегральных характеристик нагрузок таких элементов расчетным путем по вероятностным характеристикам нагрузок отдельных узлов не всегда выполнимо не только вследствие значительной сложности и трудоемкости алгоритмов, преобразующих характеристики случайных процессов нагрузок узлов в характеристики процессов ветвей сложных систем, но, главным образом, вследствие отсутствия необходимой исходной информации по вероятностным связям между процессами электропотребления различных узлов нагрузки системы, получение количественных характеристик которой экспериментальным путем в настоящее время технически невыполнимо.

Необходимость в интегральных характеристиках режимов, моделируемых как случайными величинами, так и случайными процессами, возникает, в частности, при решении задач анализа и синтеза схем [4] по условиям надежности, оценках недоотпуска электроэнергии вследствие ограничений режимов, получении вероятностных характеристик развития аварийных ситуаций, в которых предусматривается количественная оценка выбросов случайных процессов параметров режимов [5]. Интегральные характеристики могут быть также использованы для прогнозирования параметров режимов в целях управления при неполной информации, прогнозирования потерь энергии и решении других задач.

В предлагаемой статье рассмотрены не результаты широких исследований по получению интегральных характеристик нагрузок линий, а лишь отдельные вопросы методического характера, возникающие при формировании модели нагрузки указанных элементов. При этом необходимой информацией являлись реализации нагрузки энергосистемы — рассматриваемой как обобщенный узел нагрузки с комплексным составом потребителей и нагрузки отдельных линий 110—500 кВ.

Для установления вероятностно-статистической модели нагрузки элементов было проведено экспериментальное исследование процессов их изменения в одной из электрических систем СССР. Основные результаты этих исследований изложены в предлагаемой статье. Целью экспериментальных исследований являлось:

выявление количественных соотношений характеристик случайных процессов на интервалах различной длительности (сутки—год), а именно: спектральных характеристик; законов распределения ординат процессов; корреляционных функций;

исследование возможности получения расчетным путем характеристик случайных процессов при изменении их интервалов квантования, так как характеристики процессов зависят от интервалов квантования.

Основной целью здесь является разработка методики быстрого пересчета характеристик случайных процессов на основе имеющейся информации с фиксированными интервалами квантования, например, часовых значений нагрузок.

Исходным статистическим материалом для формирования вероятностно-статистической модели являлись двухнедельные реализации нагрузок энергосистемы как узла с комплексным составом потребителей, зарегистри-

рованные с интервалом квантования 1 ч для различных сезонов года и реализации нагрузок восьми линий 110—220—500 кВ в течение недели одного сезона года (осени), зарегистрированные с интервалом квантования 1 мин, минимально-возможном при существующих способах регистрации в данной системе. Нагрузка линий, в частности 500 кВ, определялась нагрузкой потребителей в самой этой системе и частично транзитом мощности в соседние энергосистемы. Следует отметить, что направление этого транзита за период регистрации не изменялось, что вполне возможно, если анализировать нагрузки этих линий на более длительных интервалах времени. Всего статистической обработке был подвергнут массив, содержащий около 80 000 значений нагрузок.

Основной задачей, как уже указывалось, являлось математическое описание процесса изменения нагрузки на длительных интервалах времени; поэтому в качестве модели нагрузки указанных элементов системы с учетом реальных процессов изменения была выбрана суперпозиция квазипериодического процесса $P_r(t)$, случайного, с нулевым математическим ожиданием $P_0(t)$ и постоянной составляющей $\bar{P}$:

$$P(t) = P_r(t) + P_0(t) + \bar{P}; \quad (1)$$

$$P_r(t) = \sum_{l=1}^N P_l \cos(\omega_l t + \alpha_l). \quad (2)$$

Здесь N — число гармонических составляющих (как правило, это сезонная, недельная и внутрисуточная, суточная и одна—две внутрисуточные гармоники); при наличии реверсивных потоков мощности в отдельных элементах состав гармонических составляющих может существенно меняться; P_l , ω_l , α_l — амплитуда, частота и угол фазового сдвига l -й гармоники; $P_0(t)$ — стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и экспоненциальной корреляционной функцией; $\bar{P}$ — математическое ожидание нагрузки за рассматриваемый интервал времени.

Отметим, что принятая модель нагрузки является достаточно сложной, так как ее многопараметричность может служить серьезным препятствием в практических расчетах. Однако, как показывает опыт, упрощение модели не дает возможности использовать внутренние характеристики случайных процессов на длительных интервалах времени, это обстоятельство является дополнителным аргументом выбора модели.

Общим приемом определения параметров модели нагрузки указанных элементов является выявление и фильтрация наиболее значимых гармонических составляющих с определением законов распределения оставшихся после фильтрации. Определение наиболее значимых гармоник в общем случае производится с использованием спектрального анализа по энергетическому спектру реализаций рассматриваемого процесса. Если частоты выделяемых доминирующих гармоник заранее известны (например, из физических соображений, по виду корреляционной функции и т. д.), то их амплитуды и фазовые сдвиги могут быть определены непосредственно по реализации процесса, используя метод наименьших квадратов или преобразование Фурье, без предварительного анализа энергетического спектра. Затем производится численное моделирование случайного процесса на ЭВМ, в котором используются параметры модели, найденные статистически, и сравниваются модельные

результаты с исходными экспериментальными. При необходимости параметры модели уточняются.

В качестве примера получения и проверки адекватности характеристик математической модели на рис. 1, 2, 3 приведены: реализации нагрузки в течение суток, корреляционные функции процесса и законы распределения обобщенного узла нагрузки до и после фильтрации гармонической и постоянной составляющей. В данном исследовании принимались две внутрисуточные гармоники: с периодами 12 и 6 ч. Анализ полученных результатов показывает, что принятая математическая модель нагрузки достаточно адекватно описывает случайный процесс электропотребления.

В ряде случаев возникает необходимость по ограниченному статистическому материалу, имеющемуся в электрических системах, восстановить параметры модели нагрузки наиболее нагруженных элементов системы. С этой целью было исследовано соотношение вероятностных характеристик нагрузок по сезонам года для обобщенного узла нагрузки (табл. 1). В этой таблице

приняты следующие обозначения: $\bar{P}^*$ — относительная (по отношению к среднесуточной) среднесуточная нагрузка для недели; ξ , ξ_{24} , ξ_{12} , $\sigma_0/\bar{P}$ — коэффициенты вариации исходного случайного процесса нагрузки, после фильтрации гармонических составляющих с периодом 24, 12 ч и коэффициент вариации случайной составляющей (коэффициенты вариации соответствующих составляющих определялись как отношения их среднеквадратических отклонений к среднесуточному значению нагрузки); $\bar{A}_{24}$, $\bar{A}_{12}$, $\bar{A}_6$ — амплитуды гармонических составляющих; α_{24} , α_{12} , α_6 — углы фазовых сдвигов соответствующих гармонических составляющих.

Анализ результатов табл. 1 показывает, что параметры принятой модели нагрузки оказываются достаточно устойчивыми вне зависимости от сезона года, что позволяет практически по ограниченной выборке одного сезона и среднесезонным изменениям приблизительно сформировать модель обобщенного узла нагрузки с комплексным составом электропотребления на длительных интервалах времени; подтверждается возможность объединения субботних и воскресных дней в один — с

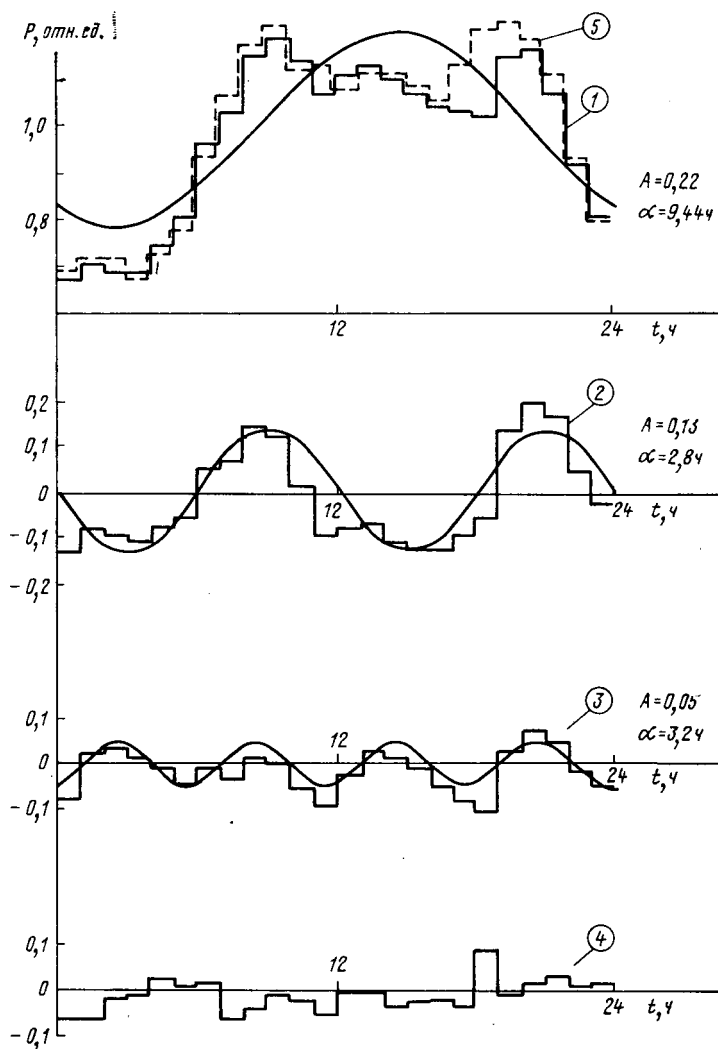


Рис. 1. Реализации процесса изменения нагрузки обобщенного узла нагрузки с комплексным составом потребителей за одни сутки: 1 — исходный процесс; 2, 3, 4 — после фильтрации гармонических составляющих с периодами $T=24, 12, 6$ ч (4 — случайная составляющая); 5 — смоделированный процесс

Таблица 1

Регистрируемая нагрузка	Параметры модели нагрузки обобщенного потребителя и линий 220—500 кВ												Нагрузка линий			
	Обобщенная нагрузка															
	зима				весна				лето							
День недели ¹	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
$\frac{*}{P}$	1,07	0,843	0,891	0,796	1,07	0,844	0,928	0,759	1,08	0,803	0,872	0,735	1,09	0,817	0,96	0,674
ξ	0,190	0,115	0,113	0,116	0,184	0,127	0,142	0,112	0,214	0,138	0,145	0,131	0,166	0,22	0,131	0,29
$\frac{*}{A_{24}}$	0,225	0,123	0,11	0,135	0,218	0,124	0,138	0,109	0,253	0,138	0,15	0,127	0,128	0,14	0,095	0,185
$\alpha_{24} [ч]$	9,39	7,75	8,87	6,63	9,4	8,89	11,6	6,17	9,71	8,56	10,5	6,62	10,59	12,0	11,5	12,5
ξ_{24}	0,104	0,074	0,081	0,067	0,10	0,091	0,101	0,081	0,112	0,095	0,094	0,096	0,134	0,191	0,111	0,27
$\frac{*}{A_{12}}$	0,135	0,088	0,10	0,076	0,128	0,112	0,129	0,095	0,14	0,119	0,120	0,117	0,117	0,17	0,10	0,23
$\alpha_{12} [ч]$	3,29	3,82	3,62	4,02	2,81	2,61	2,59	2,63	2,61	2,55	2,59	2,50	4,23	4,52	4,34	4,7
ξ_{12}	0,043	—	—	—	0,051	—	—	—	0,058	—	—	—	0,102	0,148	0,085	0,21
$\frac{*}{A_6}$	0,034	—	—	—	0,050	—	—	—	0,052	—	—	—	0,079	0,075	0,048	0,102
$\alpha_6 [ч]$	3,2	—	—	—	3,2	—	—	—	2,84	—	—	—	3,34	3,86	3,78	3,93
$\sigma_0 / \bar{P}$	0,036	0,04	0,04	0,039	0,034	0,043	0,043	0,043	0,045	0,042	0,039	0,046	0,084	0,124	0,078	0,17

Примечание. ¹В графе «день недели» цифрами помечены: 1 — среднее за рабочие дни; 2 — среднее за выходные дни (вместе с суббота и воскресенье); 3 — среднее за суббота и воскресенье; 4 — за воскресный день.

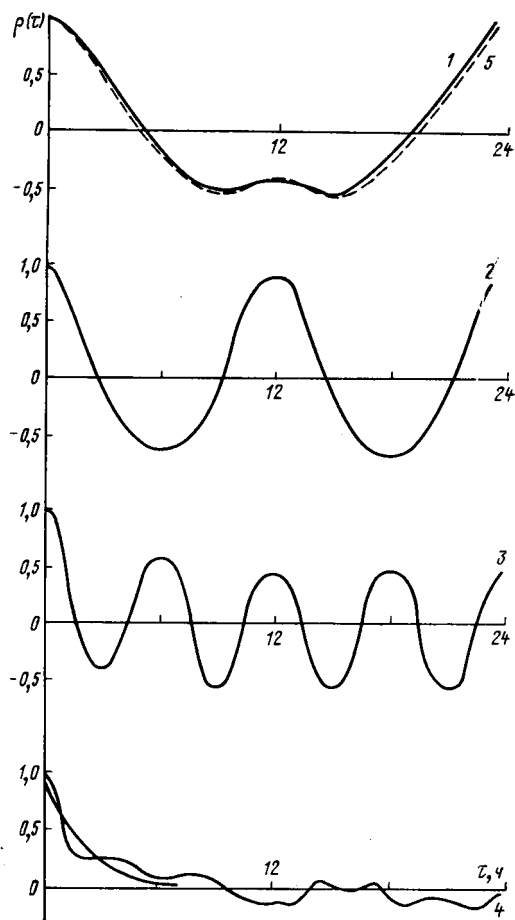


Рис. 2. Корреляционные функции процесса изменения нагрузки узла: 1 — исходного процесса; 2, 3, 4 — после фильтрации гармонических составляющих с периодами $T=24, 12, 6$ ч (4 — случайная составляющая); 5 — смоделированного процесса

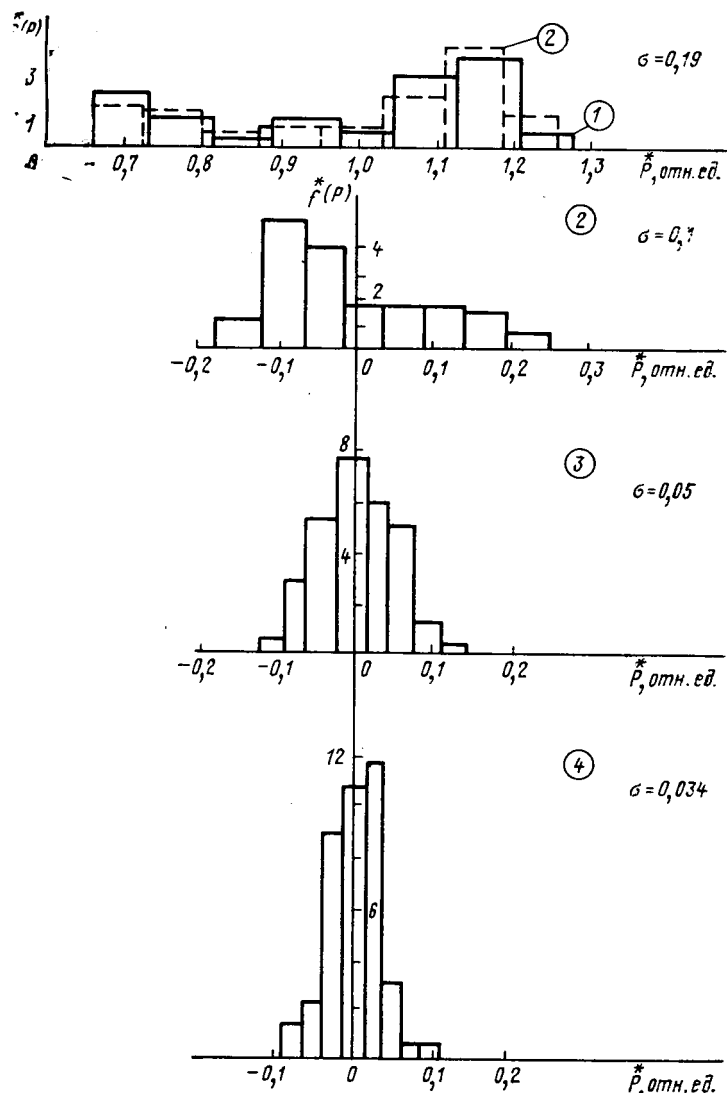


Рис. 3. Гистограммы процесса изменения нагрузки узла: 1 — исходного процесса; 2, 3, 4 — после фильтрации гармонических составляющих с периодами $T=24, 12, 6$ ч (4 — случайная составляющая); 5 — смоделированного процесса

общими характеристиками нагрузки. Процесс изменения нагрузок линий без реверсивных потоков мощности, выполняющих роль распределительных, на интервале времени сутки — неделя, может быть описан в виде, аналогичном модели нагрузки обобщенного узла. Следует отметить, что гармонические составляющие нагрузок линий 500—220 кВ несколько менее значимы по сравнению с нагрузками узла. Это может объясняться в частности тем, что нагрузки рассматриваемых линий определяются одновременно нагрузками нескольких энергосистем, время прохождения максимумов и минимумов в которых не совпадает, что и приводит к выравниванию графиков нагрузки этих линий.

Увеличение интервала квантования случайных процессов нагрузок неизбежно связано с потерей информации о внутренней структуре процесса, которая необходима при количественной оценке его характеристик, в частности, на относительно коротких интервалах времени в послеаварийных режимах. С другой стороны, подробная интегрированная информация обуславливает не только существенные трудности ее хранения и запоминания, а также последующего использования, но и значительную трудоемкость при получении. Поэтому для решения возникающей в практических расчетах задачи по имеющейся интегрированной информации о нагрузке, полученной, например, с интервалом квантования 1 ч, восстановить аналитическим путем характери-

стики случайного процесса с меньшими интервалами квантования, необходимо выявить количественные соотношения для параметров модели, наиболее критичных к указанному фактору. Очевидно, характеристики квазипериодических составляющих случайных процессов не зависят от выбора интервала квантования в указанном диапазоне, так как их период несоизмеримо больше интервала квантования. В принятой модели наиболее чувствительной составляющей является случайная, а конкретно, две основные ее характеристики: закон распределения и корреляционная функция. С целью выявления влияния интервала квантования случайного процесса на указанные характеристики были обработаны статистические данные с вариацией длительности интервала квантования от 1 мин до 1 ч. На рис. 4 и 5 показаны гистограммы исходного процесса и его случайной составляющей линий 220 и 500 кВ. Исследования показывают, что наибольшую деформацию испытывают законы распределения случайной составляющей, хотя вид закона не изменяется; законы распределения процесса, в котором присутствует квазипериодическая составляющая, остаются практически без изменения.

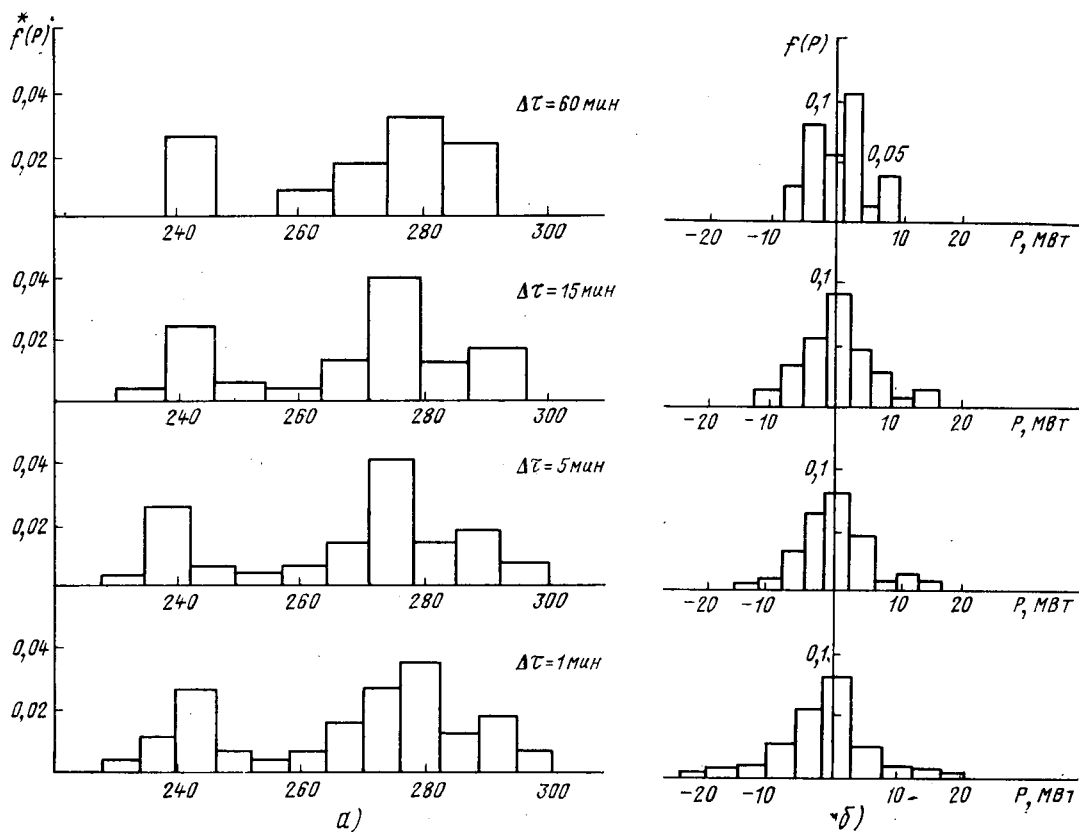


Рис. 4. Гистограммы нагрузки линии 220 кВ при рассмотрении процесса в течение суток и различных интервалах квантования $\Delta\tau$: а — исходный процесс; б — случайная составляющая

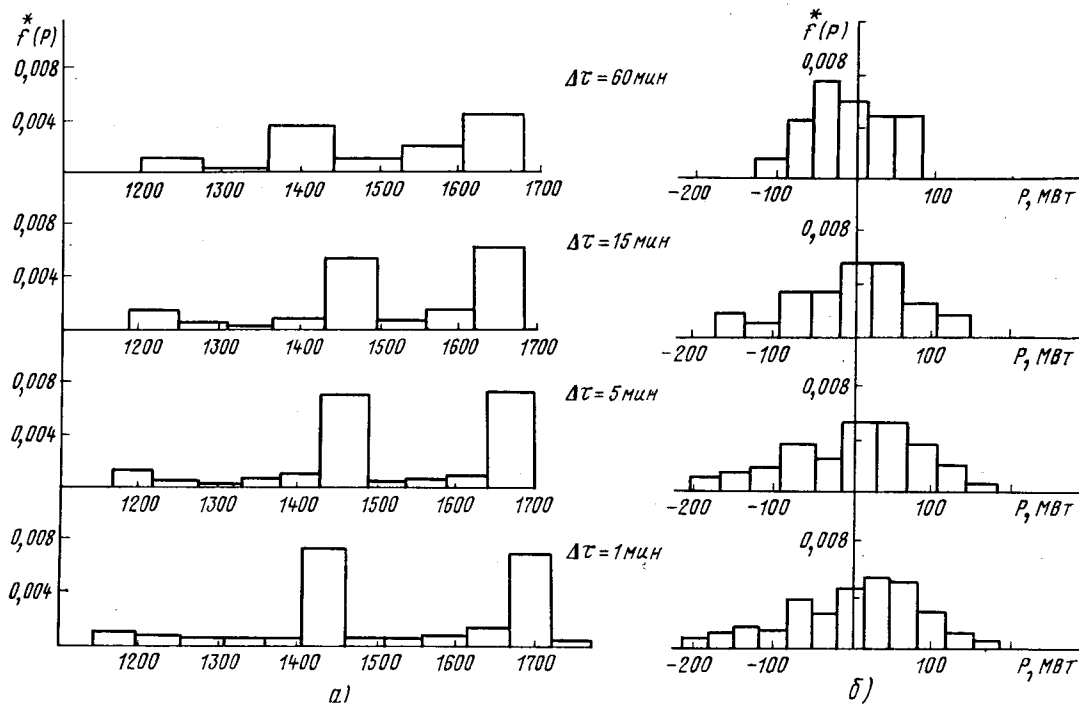


Рис. 5. Гистограммы нагрузки линии 500 кВ при рассмотрении процесса в течение суток и различных интервалах квантования $\Delta\tau$: а — исходный процесс; б — случайная составляющая

Большое значение в практических расчетах имеет корреляционная функция случайной составляющей, которую вне зависимости от интервала квантования можно аппроксимировать формулой

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-a|\tau|}. \quad (3)$$

При изменении интервала квантования претерпевают изменения два ее параметра: σ (табл. 2) и a . Рассмотрим

ния может быть определено из соотношения

$$a_N \approx a_1 k^{\log_2 N}. \quad (9)$$

На рис. 7 показано изменение коэффициента затухания при увеличении интервала квантования для четырех линий напряжением 220—500 кВ за разные дни недели и их аппроксимация выражением вида (9).

При отсутствии статистического материала по нагрузкам или невозможности его обработки в первом приближении можно принять среднее значение коэффициента $k=2,12$, которое получено в результате обработки корреляционных функций нагрузки указанных линий.

Выводы. 1. В качестве математической модели нагрузки элементов сложных электроснабжающих систем с комплексным составом потребителей на длительных интервалах времени (сезон, год) целесообразно использовать суперпозицию квазипериодической и случайной составляющих.

2. Параметры квазипериодической и случайной составляющих при отсутствии реверсивных потоков мощности в элементах достаточно устойчивы и мало зависят от сезонов года, что создает возможность значительного сокращения необходимого объема исходной информации

для формирования математической модели нагрузки рассмотренных элементов.

3. Теоретически и экспериментально обоснованные соотношения между параметрами корреляционных функций нагрузок в зависимости от интервалов квантования случайных процессов создают возможность быстрого аналитического пересчета вероятностных характеристик процессов на основе ограниченных статистических данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Электрические нагрузки промышленных предприятий**/ Под ред. С. Д. Волобрина. — М.: Энергия, 1971.
2. **О математическом моделировании нагрузок узлов электроэнергетической системы**/ Ю. Ю. Вальтин, Э. А. Тийгима, Ю. Э. Треуфельдт и др. — Труды таллинского политехнического ин-та, 1976, № 403.
3. **Фокин Ю. А., Арсамаков И. И.** Экспериментальное исследование нагрузок крупных городских подстанций с комплексным составом потребителей. — *Электричество*, 1972, № 10.
4. **Фокин Ю. А.** Расчет показателей надежности в системах электроснабжения. — *Электричество*, 1982, № 6.
5. **Фокин Ю. А., Пономаренко И. С.** Нестационарная статистическая модель электрической нагрузки на больших интервалах времени и определение характеристик выбросов. — *Изв. вузов. Энергетика*, 1977, № 1.

[07.12.82]



УДК 621.311.68.001.2

Автономные системы электроснабжения с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты

РЕЗНИКОВ С. Б., канд. техн. наук

Москва

К настоящему времени определилась тенденция к существенному усложнению и повышению мощности бортового электроснабжения современных транспортных средств, вследствие чего повысилась значимость таких характеристик бортовых систем электроснабжения, как массоэнергетические, надежные, экономические показатели и уровень качества электроэнергии. На современных транспортных средствах наибольшее практическое применение нашли бортовые системы электроснабжения постоянного тока пониженного напряжения и системы трехфазного переменного тока стабильной частоты (с гидромеханическим или пневмомеханическим приводом постоянной частоты).

Развитие полупроводниковой техники позволяет широко использовать в бортовых системах электроснабжения управляемые вентили, что создает условия для улучшения технико-экономических показателей этих систем. Ниже дается качественная оценка одной из перспективных бортовых систем электроснабжения с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты с использованием однофазных циклоконверторных преобразователей частоты. Строгая количественная оценка характеристик систем весьма затруднена, зависит от конкретных объектов и представляется доступной лишь большим коллективам разработчиков. Целью статьи является привлечение внимания разработчиков бортовых систем электроснабжения к рассматриваемым нетрадиционным системам для активизации работ в на-

правлении многокритериальной оптимизации структур и параметров подобных систем.

Классификация систем. Основными отличительными признаками автономных систем электроснабжения транспортных средств (АСЭТС) можно считать: а) род тока основной (первичной) системы питания и способ его распределения; б) типы источников питания и приводных электродвигателей.

Наиболее распространенными (традиционными) системами электроснабжения средних и крупных транспортных средств являются (рис. 1):

1) система с однопроводным распределением постоянного тока (*ОРПТ*);

2) система с трехпроводным распределением переменного тока стабильной частоты (*ТРПТСЧ*);

3) система с трехпроводным распределением переменного тока зависимой (нестабильной) частоты (*ТРПТЗЧ*).

Системы первого типа согласно второму признаку, как правило, разделяются на системы (рис. 1): а) с коллекторными генераторами и двигателями постоянного тока (с *КГ* и *ДПТ*); б) с вентильными генераторами и централизованными (или индивидуальными) вторичными источниками питания асинхронных двигателей (с *ВГ* и *ЦВИПАД* (или *ИВИПАД*)) и в) с вентильными генераторами и бесщеточными двигателями постоянного тока (с *ВГ* и *БДПТ*).

Системы второго типа можно разделить на системы.

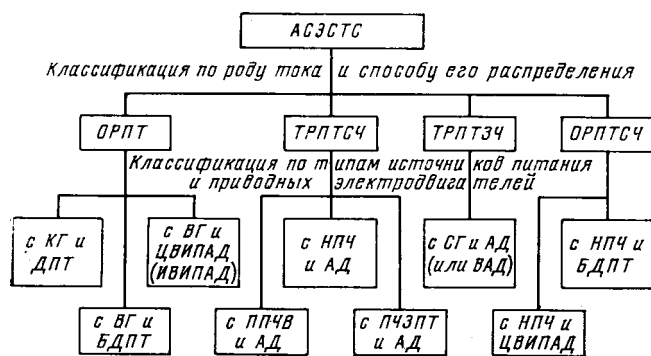


Рис. 1. Классификация автономных систем электроснабжения транспортных средств: а — по роду тока и способу его распределения; б — по типам источников питания и приводных электродвигателей

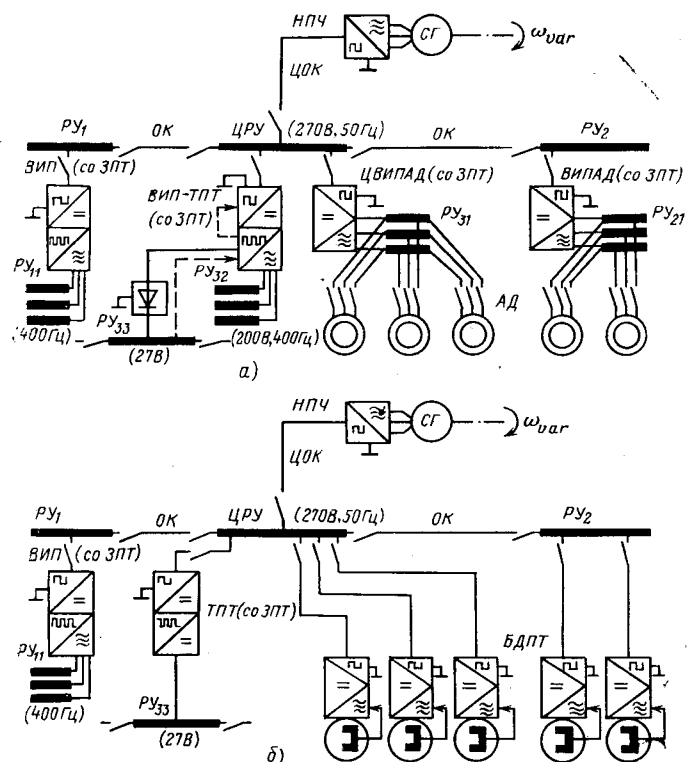


Рис. 2. Упрощенные структурно-принципиальные схемы одного канала АСЭСТС с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты (ОРПТСЧ) и непосредственным преобразованием частоты (НПЧ): а — с централизованными вторичными источниками питания асинхронных двигателей (ЦВИПАД); б — с бесщеточными двигателями постоянного тока (БДПТ)

(рис. 1): а) с приводами (пневматическими или гидравлическими) постоянной частоты вращения и асинхронными двигателями (с ППЧВ и АД); б) с непосредственными преобразователями частоты (циклоконверторами) и асинхронными двигателями (с НПЧ и АД) и в) с преобразователями частоты со звеном постоянного тока и асинхронными двигателями (с ПЧЗПТ и АД). Системы третьего типа обычно используются с классическими трехфазными синхронными генераторами и асинхронными двигателями, на входе которых могут быть включены тиристоры для регулирования амплитуды первой гармоники напряжения в соответствии с изменением частоты тока.

Помимо указанных традиционных систем представляется целесообразным рассмотрение нетрадиционных систем четвертого типа (рис. 1) с однопроводным (однофазным) распределением переменного тока стабильной частоты (ОРПТСЧ), которые по второму признаку можно разделить на системы: а) с непосредственными преобразователями частоты (НПЧ) и централизованными вторичными источниками питания асинхронных двигателей (ЦВИПАД) и б) с НПЧ и бесщеточными двигателями постоянного тока (БДПТ).

Схемы, принципы работы и свойства первых трех типов АСЭСТС достаточно подробно описаны в литературе [1—3]. Данная статья посвящена сравнительному анализу эффективности систем с ОРПТСЧ, которые представляются весьма перспективными для крупных транспортных средств, так как сочетают в себе достоинства традиционных АСЭСТС и не имеют их основных недостатков.

Описание систем с ОРПТСЧ. На рис. 2 приведены упрощенные структурно-принципиальные схемы одного из параллельных каналов рассматриваемых систем. В качестве первичного источника электроэнергии (СГ) может использоваться любой из высокочастотных (1—5 кГц) синхронных бесщеточных генераторов: классический трехкаскадный (рис. 3), двухкаскадный с магнитоэлектрическим возбудителем и управляемым вращающимся выпрямителем, а также однокаскадный с возбуждением от постоянных магнитов или индукторный.

Непосредственный преобразователь частоты (НПЧ) представляет собой тиристорный циклоконвертор с трехфазным или двойным трехфазным входами и однофазным выходом и содержит два встречно включенных управляемых выпрямительных моста, работающих поочередно в выпрямительном, инверторном и запертом режимах [4]. Выходное напряжение НПЧ имеет прямоугольную форму (меандр) и постоянную частоту (например, 50 Гц). На выходе НПЧ установлен двух- или одноконденсаторный (по мостовой схеме) фильтр (рис. 3) для устранения коммутационных пульсаций напряжения.

Далее энергия по однопроводным кабелям (ЦОК и ОК) поступает на центральные и периферийные распределительные устройства переменного тока (ЦРУ и РУ), к которым подключаются такие нагрузки, как нагревательные и осветительные приборы, бесщеточные двигатели постоянного тока (БДПТ) и др. Ряд потребителей, требующих специального питания трехфазным синусоидальным напряжением высокого качества, подключаются к основной сети через вторичные источники питания (ВИП) и вспомогательные распределительные устройства трехфазного переменного тока (РУ₁₁, РУ₃₂). К таким потребителям могут относиться навигационные, радиолокационные и электронно-вычислительные приборы, радиооборудование и т. п.

Питание трехфазных нагрузок целесообразно осуществлять от вторичных источников питания со звеном постоянного тока (ВИП, ЦВИПАД и ВИПАД со ЗПТ на рис. 2). При этом ЦВИПАД и ВИПАД могут быть простейшего типа (бестрансформаторными), а ВИП выгоднее выполнять с промежуточным звеном повышенной частоты модуляционного типа [5]. В случае использования БДПТ на входах их коммутаторов также необходимо включать однофазные выпрямители (рис. 2, б). Помимо основной системы распределения повышенного напряжения, как правило, предусматривается вспомогательная (вторичная) однопроводная (или двухпроводная) система постоянного тока пониженного напряжения

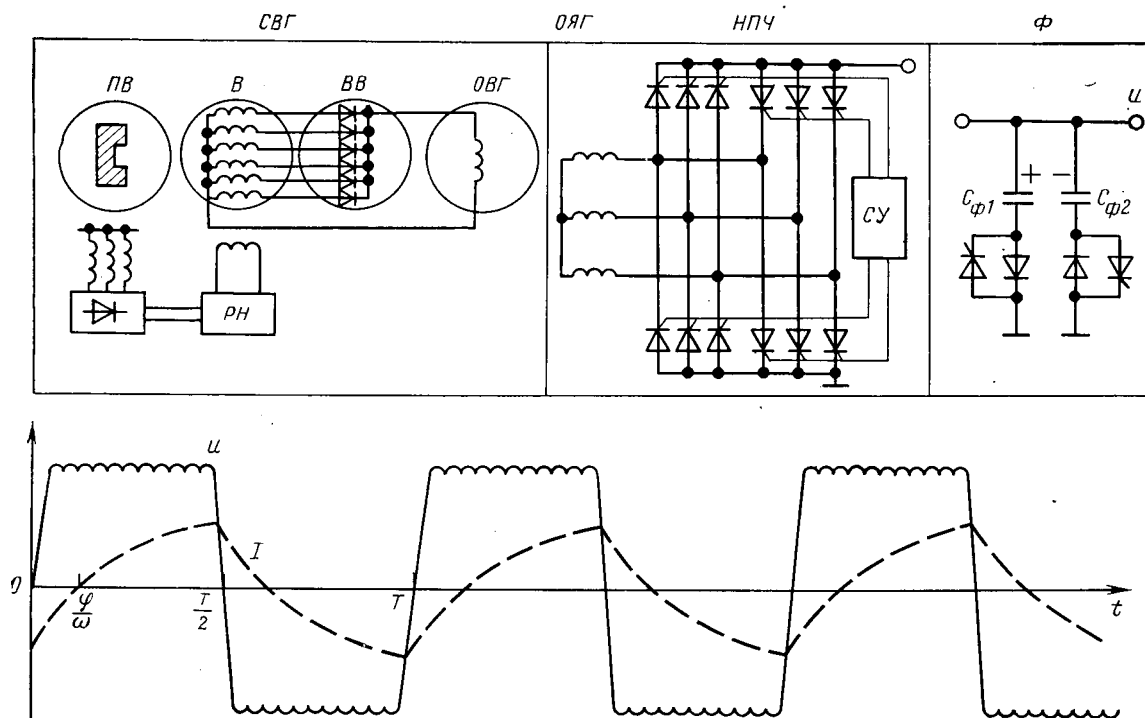


Рис. 3. Принципиальная схема систем генерирования с непосредственным преобразователем частоты, диаграммы тока и напряжения. СВГ — система возбуждения генератора (классическая трехкаскадная); ОЯГ — обмотка якоря генератора; НПЧ — однофазный непосредственный преобразователь частоты; Ф — емкостной фильтр (двухконденсаторный)

(27 В), содержащая центральные и периферийные распределительные устройства (PY_{33} на рис. 2), получающие питание от ЦРУ через трансформатор постоянного тока (ТПТ со ЗПТ на рис. 2), а в аварийных режимах — от аккумуляторной батареи. При этом имеется возможность выполнения ВИП многофункциональным, совместив в нем функции ТПТ и аварийного питания шины ЦРУ от шины ЦРУ₃₃ (ВИП—ТПТ со ЗПТ на рис. 2, а).

Характеристики эффективности. Ниже приведен краткий перечень основных характеристик рассматриваемых систем в сравнении с остальными системами для средних и крупных пассажирских самолетов. При этом за базисную систему принята наиболее распространенная в настоящее время система с приводами постоянной частоты вращения.

1. Массоэнергетические характеристики. 1. Системы генерирования:

рассматриваемая система не содержит приводов постоянной частоты вращения, вносящих дополнительную массу и имеющих относительно низкий к. п. д.;

для генератора, работающего на непосредственный преобразователь частоты, нет принципиальных ограничений по частоте напряжения якорной обмотки, что позволяет снизить его массу в сравнении с классическими системами переменного тока; при этом масса генератора не зависит от частоты выходного напряжения циклоконвертора;

силовая часть преобразователя частоты может быть встроенной в корпус СГ и использовать единую с ним систему охлаждения: количество тириستоров в данном однофазном преобразователе (12) соответствует выпрямителю вентильного генератора в системах постоянного тока и в 1,5—3 раза меньше, чем в системе с трехфазным преобразователем;

степень использования модельной мощности генератора в данной системе приблизительно та же, что для

вентильного генератора, и существенно выше, чем в системе с трехфазным преобразователем частоты с синусоидальной формой напряжения;

с помощью преобразователя частоты нетрудно обеспечить стартерный режим генераторов для раскрутки маршевых двигателей, что невозможно в классических системах переменного тока и требует установки специальных пневмо- или гидросистем.

Системы распределения:

использование однопроводных кабелей в данной системе позволяет существенно снизить их массу по сравнению с трехфазными системами распределения; при этом наименьшую массу (приблизительно такую же, как в классической системе постоянного тока повышенного напряжения, имеет система распределения во второй схеме (рис. 2, б), так как в этой системе не только пониженная частота тока (50 Гц), но и однопроводные кабели для бесщеточных двигателей;

масса распределительных устройств в системе с бесщеточными двигателями (рис. 2, б) минимальна и такая же, как в классической системе постоянного тока; в системе с асинхронными двигателями (рис. 2, а) добавляются массы PY_{31} и PY_{32} . Однако и в этом случае масса распределительных устройств существенно ниже, чем для обычных систем переменного тока.

Системы вторичного питания, коммутации и защиты сети:

масса вторичных источников питания (на 200 В, 400 Гц) и коммутаторов для двигателей в том или ином количественном соотношении присутствует во всех энергосистемах, кроме классических систем переменного тока стабильной частоты, что и составляет преимущество последних;

все устройства коммутации и автоматической защиты участков системы распределения в рассматриваемых системах с ОРПТСЧ могут быть электромеханическими

(стандартными) или тиристорными, что имеет большое преимущество по массе в сравнении с классической системой постоянного тока повышенного напряжения, где предусматривается использование высоковольтных транзисторных ключей с естественным охлаждением или электромеханических ключей со специальными дугогасящими средствами; следует также отметить, что в рассматриваемых системах используются однофазные контакторы, которые существенно легче трехфазных, используемых в обычных системах переменного тока.

II. Надежностные характеристики.

1. Безотказность:

наиболее уязвимыми с точки зрения функциональной безотказности работы в системах с преобразователями частоты являются схемы управления *НПЧ*, так они находятся в непосредственной близости к помехоизлучающим мощным тиристорам и связаны информационными проводами со схемами управления *НПЧ* других каналов генерирования для обеспечения их синхронной параллельной работы; это обстоятельство вынуждает применять к этим схемам управления такие меры, как повышение уровня генерируемых и усиливаемых сигналов управления, применение специального экранирования, использование числоимпульсной информации и т. п.; однако следует отметить, что в рассматриваемых системах с *ОРПТСЧ* используется однофазный *НПЧ* с прямоугольным выходным напряжением, имеющий существенно более простую и надежную схему управления, чем трехфазный *НПЧ* с синусоидальным выходным напряжением;

рассматриваемые системы с *ОРПТСЧ* не содержат, как системы постоянного тока повышенного напряжения, высоковольтных транзисторных ключей в системе распределения, которые очень сильно снижают показатели безотказности системы, так как критичны к перенапряжениям, перегрузкам и к производным токов и напряжений; причем выход из строя силового транзистора сопровождается, как правило, не разрывом в его цепи, а замыканием («свариванием» переходов), что в свою очередь приводит к дальнейшим неприятным последствиям для системы в целом;

очень важным и зачастую решающим обстоятельством является то, что в системах с распределением переменного тока почти исключена вероятность появления и поддержания дуговых замыканий, которая в системах постоянного тока повышенного напряжения настолько высока, что делает эти системы непригодными для объектов с повышенными требованиями по надежности; заметим, что вредными и пожароопасными являются не только появление и устойчивость дуги, но и практически невозможное отличие ее от режима номинальной нагрузки для информационных устройств автоматов защиты; попутно отметим, что уровень частоты в рассматриваемых системах (50 Гц) выбран условно исходя из опытной проверки неустойчивости дугообразования и может корректироваться;

вероятность отказов в однофазной системе распределения переменного тока существенно меньше, чем в трехфазной при равных нагрузках и степени резервирования;

в литературе указывается на вредное влияние однофазных сетей постоянного тока на точность навигационных и других приборов, например, на девиацию магнитных компасов, что также указывает на преимущества рассматриваемых систем перед системами постоянного

тока, так как в последних приходится иногда применять двухпроводные системы распределения постоянного тока;

немаловажным преимуществом рассматриваемых систем с точки зрения надежности является обратимость вторичных источников питания (на 27 В), позволяющая в случае надобности использовать для питания потребителей 27 В, резервированную аккумуляторными батареями.

2. Долговечность:

базовая система (с *ППЧВ*) содержит механические агрегаты — пневмо- или гидроприводы, имеющие относительно малый ресурс работы; система с коллекторными генераторами и двигателями также имеет пониженный ресурс, остальные системы свободны от этих недостатков; что касается электромеханических контактов, то их долговечность достаточно велика; кроме того, их легко резервировать; при желании в системах переменного тока можно применить тиристорные коммутаторы, а также комбинированные тиристорно-электромеханические;

системам постоянного тока повышенного напряжения обязательно присущи явления диффузии металлов в полупроводниковых приборах, штепсельных разъемах и других соединениях в зону наибольшего градиента напряжения, что обуславливает относительно малую долговечность указанных элементов; системы переменного тока свободны от этих недостатков.

3. Ремонтопригодность и условия безопасности:

наихудшей ремонтнопригодностью обладают генераторы с *ППЧВ*, особенно объединенные (интегральные) привод-генераторы, что в свою очередь существенно влияет на эксплуатационные расходы (в частности, от простоев транспорта) и на безопасность пассажиров; вентильные генераторы, генераторы с преобразователями частоты, а также вентильные электродвигатели имеют более высокую ремонтнопригодность, однако также часто практически неремонтопригодны во время движения, что дает наибольшие преимущества, с этой точки зрения, системам переменного тока зависимой частоты; вторичные источники питания могут выполняться по блокам, расположены обычно в легко доступных местах и имеют хорошую ремонтнопригодность;

рассматриваемые системы по ремонтнопригодности близки к системам постоянного тока повышенного напряжения и лучше, чем системы с трехфазными преобразователями частоты, так как используют однофазные *НПЧ* с простой (прямоугольной) формой напряжения и достаточно просты в отладке;

по условиям безопасности для обслуживающего персонала наилучшими являются системы постоянного тока, а наихудшей — система переменного тока зависимой частоты (например, 400—800 Гц). Рассматриваемые системы (с частотой 50 Гц) менее безопасны, чем классические системы переменного тока (с частотой 400 Гц).

III. Показатели качества электроэнергии.

1. Для систем электроприводов:

асинхронные двигатели сравнительно мало критичны к форме питающего напряжения, в связи с чем в первой из рассматриваемых систем устанавливаются простейшие инверторы для их питания (*ЦВИПАД* или *ИВИПАД*);

асинхронные двигатели весьма критичны к изменению частоты питающего напряжения, для частичной

компенсации которого в системе переменного тока зависимой частоты целесообразно использовать автоматическое фазовое регулирование действующего значения напряжения с помощью тиристорных; рассматриваемые системы имеют высокую стабильность по частоте и амплитуде напряжения;

качество напряжения питания бесщеточных двигателей постоянного тока во второй из рассматриваемых систем (рис. 2, б) почти такое же, что и в системе постоянного тока благодаря прямоугольности формы напряжения.

2. Для нагревательных и осветительных приборов: нагревательные и осветительные приборы не критичны к качеству электроэнергии. Однофазный переменный ток повышенной частоты является исключительно удобным для питания люминесцентных, мощных спиральных, газонаполненных и других ламп; переменный ток также удобен с точки зрения коммутации и регулирования нагревательно-осветительных приборов;

те лампы накаливания, для которых желательным является пониженное напряжение, в рассматриваемых системах, также как и в традиционных, получают питание от вспомогательной системы постоянного тока (27 В).

3. Для навигационного, электронно-вычислительного, контрольного и радиооборудования. Перечисленное оборудование очень критично к допуску на уровень питающего напряжения, стабильности параметров напряжения, перерывам в питании и помехоизлучению от остальных узлов системы. Поэтому указанные показатели качества следует рассмотреть по отдельности:

точка измерения для цепи обратной связи регулятора напряжения системы генерирования обычно выбирается на выходе фильтра преобразователя частоты, выпрямителя или генератора; поэтому важным является падение напряжения в кабелях и в полупроводниковых вентилях на пути от генератора до распределительных устройств, которое в свою очередь является функцией тока нагрузки, зависит от диаметра и длины кабеля, от частоты тока, значения его реактивной составляющей и от количества полупроводниковых вентилях; в системах постоянного тока повышенного напряжения на пути от генератора до потребителя набирается достаточно много полупроводниковых переходов со значительным падением напряжения; в классических системах переменного тока падение напряжения также значительно из-за реактивных токов, параметров трехпроводных кабелей и пофазной несимметрии нагрузок: рассматриваемые системы (с частотой 50 Гц) имеют малое падение напряжения. Кроме того, следует учитывать возможность его регулирования и стабилизации с помощью вторичных источников;

стабильность напряжения в установившихся и переходных процессах в данных системах такая же высокая, как и в системах с вентильными генераторами или с преобразователями частоты, чем они выгодно отличаются от базовой системы с ППЧВ или системы с нестабильной частотой, так как в последних эти параметры ограничиваются инерционностью и точностью систем возбуждения генераторов и практической неосуществимости устойчивой параллельной работы каналов генерирования;

положительным качеством рассматриваемых систем является также простое обеспечение с помощью вентилях полупроводниковых преобразователей или коммутаторов плавности нарастания и снижения тока при включениях и отключениях двигателей, что позволяет

дополнительно повысить качество питающей электроэнергии, практически исключив провалы и всплески напряжения на зажимах распределительных устройств;

во многих электронных и других приборах используются самые различные номинальные значения выпрямленного напряжения; поэтому прямоугольная форма, которую имеет кривая переменного напряжения в рассматриваемых системах, является достаточно удобной как с точки зрения трансформации при малых мощностях, так и фильтрации при выпрямлении; надо заметить, что форма напряжения в данных системах во многом зависит от фильтров на выходе НПЧ (рис. 3), что в некоторых случаях вынуждает применить раздельную двухполярную фильтрацию с помощью дополнительных вентилях;

обеспечение отсутствия перерывов в питании электронно-вычислительного оборудования легко достигается в рассматриваемых системах с помощью параллельной работы двух или нескольких каналов генерирования, а также применением тиристорных переключателей в цепи питания этого оборудования от различных (резервных) шин;

рассматриваемые системы обладают несколько повышенным помехоизлучением относительно крутых фронтов напряжения, если выходные фильтры НПЧ выбраны недостаточно эффективными.

IV. Экономические характеристики.

1. Совместимость с существующим электрооборудованием:

большая часть существующего электрооборудования средних и крупных транспортных средств рассчитана на питание напряжением 200/115 В, 400 Гц, а также постоянным напряжением 27 В; в первой из рассматриваемых систем, где используются звенья постоянного тока, выбор частоты напряжения основной системы не влияет на совместимость с существующим оборудованием;

нагревательно-осветительное оборудование вполне совместимо с обеими рассматриваемыми системами и требует лишь незначительных доработок;

применение второй из рассматриваемых систем, также как и системы постоянного тока повышенного напряжения, потребует замены традиционных асинхронных двигателей на бесщеточные двигатели постоянного тока, обладающие такими важными преимуществами, как простота регулирования, высокий коэффициент мощности, малый пусковой ток и повышенный пусковой момент.

2. Затраты на разработку:

основные затраты на разработку первой из рассматриваемых систем связаны с созданием или доработкой высокочастотных синхронных генераторов (СГ), непосредственных (тиристорных) преобразователей частоты (НПЧ) и вторичных (транзисторно-трансформаторных) источников питания (ВИП); учитывая, что разработка этих узлов требует лишь создания высоковольтных мощных и недорогих транзисторов, начальные затраты относительно невелики;

разработка второй из рассматриваемых систем сдерживается в настоящее время отсутствием высоконадежных и недорогих мощных бесщеточных двигателей постоянного тока с магнитами из редкоземельных элементов; однако и у нас в стране и за рубежом в этом направлении ведутся интенсивные разработки, что дает осно-

вание рассчитывать на их создание в ближайшей перспективе.

3. Эксплуатационные расходы:

наибольшие эксплуатационные расходы в базовой системе приходятся на привод постоянной частоты вращения (ППЧВ) из-за простоев транспорта при частых регламентных и ремонтных работах; близкими к этим затратам представляются также затраты на ремонт и отладку таких сложных и малонадежных узлов, как трехфазный НПЧ с синусоидальным выходным напряжением; рассматриваемые системы не содержат указанных узлов, что является их преимуществом перед традиционными системами переменного тока;

наличие однофазного НПЧ с прямоугольным выходным напряжением, а также вторичных преобразователей и коммутаторов для двигателей приблизительно уравнивает эксплуатационные расходы на их обслуживание в рассматриваемых системах и системах постоянного тока (кроме системы с коллекторными машинами, расходы на обслуживание которой весьма велики).

огромным преимуществом рассмотренных систем перед системами постоянного тока повышенного напряжения является отсутствие расходов на простои транспорта из-за дуговых замыканий в сети и отказов высоковольтных транзисторов.

Выводы. 1. Рассмотренные автономные системы электроснабжения транспортных средств с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты имеют значительные преимущества перед другими, более традиционными системами и являются конкурентоспособными по массоэнергетическим, надежностным, экономическим параметрам и качеству электроэнергии применительно к крупным транспортным средствам.

2. Каждая из рассмотренных двух типов систем (с асинхронными двигателями и с бесщеточными двигателями постоянного тока) имеет преимущества перед другой, зависящие не только от требований к конкретному объекту, для которого она предназначена, но и от уровня развития полупроводниковой техники, а также от желаемой степени сохранения преемственности при переходе на новую систему. Возможна также комбинация обеих систем.

3. Представляются целесообразными разработки описанных систем применительно к конкретным перспективным крупным транспортным средствам с развитой системой электроприводов и нагревательно-осветительного оборудования, для чего необходимо прежде всего детально исследовать вопросы проектирования генераторов со встроенными преобразователями частоты, бесщеточных двигателей постоянного тока, мощных многофункциональных обратимых вторичных источников питания, а также меры по улучшению качества электроэнергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Злочевский В. С. Системы электроснабжения пассажирских самолетов. — М.: Машиностроение, 1971.
2. Лазарев И. А. Синтез структуры системы электроснабжения летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1976.
3. Основы электрооборудования летательных аппаратов / Д. Э. Брускин, Н. Т. Коробан, В. Т. Морозовский, И. М. Синдеев, В. А. Шумихин. Под ред. Д. Э. Брускина. — М.: Высшая школа, 1978.
4. Быков Ю. М. Непосредственные преобразователи частоты с автономным источником энергии. — М.: Энергия, 1977.
5. Полупроводниковые преобразователи модуляционного типа с промежуточным звеном повышенной частоты / В. Е. Тонкаль, Л. П. Мельничук, Л. В. Новосельцев и Ю. И. Дыхненко. — Киев: Наукова думка, 1981.

[06.10.82]

УДК 621.317.33

Метод контроля изоляции в сериях электролизеров

ОВСЯННИКОВ Б. Д., канд. техн. наук

ПО Сибэнергочетмет

В настоящее время в качестве показателя состояния изоляции серии электролизеров (в дальнейшем серия) применяют значение сопротивления ее изоляции. Однако этот показатель не дает представления о потерях электроэнергии, так как последние зависят не только от сопротивления изоляции, но и от характера распределения его вдоль серии. При одном и том же сопротивлении изоляции серии потери электроэнергии будут тем больше, чем ближе место ухудшения изоляции к началу (концу) серии. От мест ухудшения изоляции зависят также условия электробезопасности. Оценка состояния изоляции каждого отдельного электролизера серии на основе применения известных средств измерения и методов электротехники связана с определенными трудностями и в настоящее время не производится. Поэтому разработка новых методов обнаружения мест ухудшения изоляции в серии с целью ее оперативного восстановления представляется актуальной задачей.

Рассмотрим серию электролизеров как упорядоченное множество $\mathcal{Z} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ элементов — электролизеров, которому соответствует измеряемая случайная

последовательность U с элементами u_i ($i=1, 2, \dots, n$ напряжений на электролизерах и неизмеряемые последовательности R^s с элементами r_i^s ($i=1, 2, \dots, n$) сопротивлений электролизеров и R^n с элементами r_i^n ($i=1, 2, \dots, n$) сопротивлений их изоляции (рис. 1).

Электрохимическую составляющую напряжения на электролизерах не рассматриваем, как не имеющую принципиального значения в дальнейших рассуждениях. Проведя такое соответствие случайной последовательности U упорядоченному множеству $\mathcal{Z}$, рассмотрим задачу поиска мест ухудшения изоляции с позиции статистической теории обнаружения [1—4].

Теория обнаружения позволяет выделить сигнал с некоторым известным параметром на фоне помех. В нашем случае сигналом является случайная последовательность $\Delta U(R^n)$ составляющей напряжения на электролизерах, определяемая их сопротивлением изоляции. Помехой является случайная последовательность $\Delta U(R^s)$ составляющей напряжения на электролизерах, определяемая их сопротивлением и другими факторами. Изучение качественных характеристик последовательностей

U , $\Delta U (R^n)$ и $\Delta U (R^3)$ осуществлялось с помощью электрической модели, состоящей из 42 ячеек, образованных резисторами r_i^3 и r_i^n , моделирующими соответственно сопротивления электролизеров и сопротивления их изоляции. Для исходного режима принимались $r_i^3 \approx 0,5$ Ом и $r_i^n \approx 4,7$ кОм. Разброс значений сопротивлений лежал в пределах 5 %. Электропитание модели производилось от источника постоянного тока напряжением $u_c = 21,8$ В.

Общая программа исследований заключалась в следующем. Определяли распределение вдоль модели серии напряжений u_i и потенциалов «электролизеров» относительно «земли», т. е. падения напряжения u_{zi} на резисторах r_i^n для следующих режимов:

1) при равномерном распределении вдоль серии сопротивлений r_i^3 и r_i^n ;

2) при изменении одного или одновременно нескольких сопротивлений r_i^3 в заданное число раз α^3 ($\alpha^3 = 1,1 \div 1,5$);

3) при уменьшении одного или одновременно нескольких сопротивлений r_i^n в заданное число раз α^n ($\alpha^n = 10 \div 100$);

4) при соответствующих изменениях одновременно по одному или несколько сопротивлений r_i^3 и r_i^n .

Для удобства анализа при графическом оформлении случайные последовательности и их различные характеристики представлялись непрерывными ломаными кривыми. Место в серии, в котором кривая распределения потенциалов электролизеров относительно земли проходит через нуль, назовем нулевой точкой (рис. 2).

Результаты исследований на модели выявили следующее. Последовательность U имеет систематическую составляющую — тренд U^T , определяемый общим состоянием изоляции серии (рис. 2). При уменьшении сопротивления изоляции r_k^n у некоторого k -го электролизера появляется импульс $U(r_k^n)$ в последовательности U , обладающий симметрией II рода относительно точки k (рис. 2 и 3). В случае большого числа электролизеров и при расположении места k ухудшения изоляции в центре выборки случайной последовательности $u_1, u_2, \dots, u_m$ объемом $m = (2h+1; h — \text{любое целое число})$ форма импульса $U(r_k^n)$ может быть записана следующим образом:

$$u_i(r_k^n) = \begin{cases} G & \text{при } i \leq \frac{m-1}{2}; \\ 0 & \text{при } i = k = \frac{m-1}{2}; \\ -G & \text{при } i \geq \frac{m-1}{2} \end{cases} \quad (1a)$$

в положительной области напряжений u_{zi} и

$$u_i(r_k^n) = \begin{cases} -G & \text{при } i \leq \frac{m-1}{2}; \\ 0 & \text{при } i = k = \frac{m-1}{2}; \\ G & \text{при } i \geq \frac{m-1}{2} \end{cases} \quad (16)$$

в отрицательной области напряжений u_{zi} .

В (1a) и (16) случайный параметр G — амплитудное значение сигнала зависит от места и степени ухудшения изоляции.

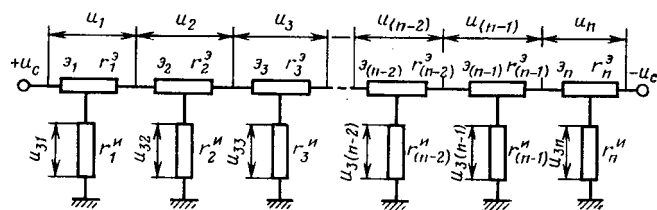


Рис. 1. Упрощенная электрическая схема замещения серии электролизеров

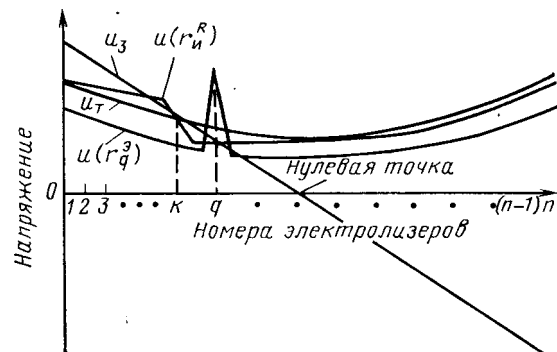


Рис. 2. Вид кривых распределения напряжения вдоль серии электролизеров

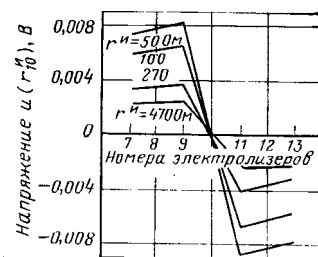


Рис. 3. Зависимость сигнала от сопротивления изоляции

Влияние изменения сопротивления r_q^3 q -го электролизера на последовательность U иное: появляющийся при этом импульс $U(r_q^3)$ обладает симметрией I рода относительно точки q (рис. 2).

Принципиальную роль при решении поставленной задачи играет форма связи последовательности напряжений на электролизерах U сигнала $\Delta U (R^n)$, помехи $\Delta U (R^3)$ и тренда U^T . Априорно была предположена аддитивная связь. Для подтверждения этой гипотезы сопоставлялись последовательности $U (R^n, R^3)$, полученные при совместных изменениях сопротивлений электролизеров и изоляции, и сумма последовательностей $\Delta U (R^n)$, $\Delta U (R^3)$ и U^T , полученных при раздельном изменении этих сопротивлений. В качестве меры точности описания последовательности U в аддитивной форме принято среднеквадратическое отклонение, вычисляемое по выражению

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{2h+1} [u_{ij}(R^n, R^3) - u_{ij}^T - \Delta u_{ij}(R^3) - \Delta u_{ij}(R^n)]^2}{N(2h+1)}} \quad (2)$$

где N — число реализаций последовательностей ($N = 50$).

В результате расчетов получено $\sigma = 0,0013$ В, что составило 15 % среднего значения сигнала. Таким образом, с достаточной для практики точностью можно написать:

$$u_i = u_i^T + u_i(R^3) + u_i(R^n), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Исключением тренда U^T любым известным методом (например методом наименьших квадратов) исходную последовательность (3) можно свести к стационарной последовательности

$$u_i^c = u_i(R^3) + u_i(R^n), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Таким образом, задача поиска мест ухудшения изоляции сведена к типовой задаче обнаружения сигнала $U(R^n)$ известной формы на фоне помех $U(R^3)$ в стационарной последовательности. Последовательность u_i^c представим в виде

$$u_i^c = \lambda s_i G + u_i(R^3), \quad (5)$$

где λ — существенный параметр; s_i — известная величина, определяющая форму сигнала.

Параметр λ может принимать лишь два значения: $\lambda = \lambda_1 = 1$, что соответствует наличию в выборке $u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c$ смеси помех и сигнала, расположенного в центре выборки, и $\lambda = \lambda_0 = 0$, когда сигнал отсутствует.

Предположим, требуется определить, имеется ли в заданной выборке $u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c$ сигнал или сигнала нет. В соответствии с теорией статистических решений принятые гипотезы $\lambda = \lambda_1$ или $\lambda = \lambda_0$ основываются на результатах анализа отношения правдоподобия [1]:

$$\Lambda(u) = \frac{p(u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c / \lambda_1)}{p(u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c / \lambda_0)}, \quad (6)$$

где $p(u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c / \lambda_1)$, $p(u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c / \lambda_0)$ — m -мерные плотности вероятностей выборок последовательности u^c соответственно при гипотезах $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_0$.

Рассматриваемая как функция параметра λ условная плотность вероятности $p(u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c / \lambda)$ обозначается через $L(\lambda)$ и называется функцией правдоподобия, тогда

$$\Lambda = \frac{L(\lambda_1)}{L(\lambda_0)}. \quad (7)$$

В рассматриваемом случае сигнал зависит не только от существенного параметра λ , но и от несущественного параметра G . В таком случае функция правдоподобия существенных параметров получается из функции правдоподобия всех параметров усреднением по несущественному параметру, т. е.

$$\Lambda = \frac{L(\lambda_1)}{L(\lambda_0)} = \frac{\int_G L(\lambda, g) p(g) dg}{L(\lambda_0)}, \quad (8)$$

где интегрирование производится по всем возможным значениям параметра G [3].

Выражение (8) можно переписать в следующем виде:

$$\Lambda = \int_G \frac{L(\lambda_1, g)}{L(\lambda_0)} p(g) dg = \int_G \Lambda(g) dg, \quad (9)$$

где

$$\Lambda(g) = p(g) \frac{L(\lambda_1, g)}{L(\lambda_0)}. \quad (10)$$

Для вычисления функции Λ необходимо знать статистические свойства помехи. На основании общих представлений об электротехнологии процесса электролиза можно считать, что при определенных условиях, оговоренных ниже, помеха некоррелирована и подчинена нормальному закону распределения. В таком случае функция правдоподобия случайной последовательности $u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c$ при отсутствии сигнала, т. е. когда $\lambda = \lambda_0 = 0$ и помеха $u_i(R^3) = u_i^c$

$$L(\lambda_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)^{m/2}} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^m (u_i^c)^2}{2\sigma_n^2} \right], \quad (11)$$

где σ_n^2 — дисперсия помехи [3].

В случае, когда сигнал присутствует, т. е. при $\lambda = \lambda_1 = 1$ и $u_i(R^3) = u_i^c - s_i G$,

$$L(\lambda, g) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)^{m/2}} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^m (u_i^c - s_i G)^2}{2\sigma_n^2} \right]. \quad (12)$$

Тогда согласно [3]

$$\begin{aligned} \Lambda &= \int_G \exp \left[\frac{\sum_{i=1}^m (u_i^c)^2}{2\sigma_n^2} - \frac{\sum_{i=1}^m (u_i^c - s_i G)^2}{2\sigma_n^2} \right] p(g) dg = \\ &= \int_G \exp \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \left(\sum_{i=1}^m u_i^c s_i G - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m s_i^2 G^2 \right) \right] p(g) dg. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку в (13) от принятого сигнала зависит только величина

$$\varphi = \sum_{i=1}^m u_i s_i, \quad (14)$$

причем Λ есть монотонно возрастающая функция φ , то решение о наличии или отсутствии сигнала можно принимать на основании значения величины φ .

Рассмотрим вопрос о правиле решения, по которому, зная величину показателя φ , можно судить о наличии или отсутствии сигнала. Для этого исследуем поведение показателя φ в области ухудшения изоляции. Если в рассматриваемой выборке $u_1^c, u_2^c, \dots, u_m^c$ имеется сигнал, центральная точка k которого сдвинута на интервал τ от центра выборки, т. е.

$$u_i^c = \lambda s_{i-\tau} G + u_i(R^3), \quad (15)$$

тогда

$$\varphi = \sum_{i=1}^m [\lambda s_{i-\tau} G + u_i(R^3)] s_i \quad (16)$$

или

$$\varphi = \sum_{i=1}^m \lambda s_{i-\tau} s_i G + \sum_{i=1}^m u_i(R^3) s_i. \quad (17)$$

От параметра τ зависит лишь первая сумма, причем φ есть монотонно изменяющаяся функция $s_{i-\tau}$, поэтому показатель φ принимает максимальное значение лишь тогда, когда максимальное значение принимает величина

$$\varphi' = \sum_{i=1}^m s_i s_{i-\tau}. \quad (18)$$

Покажем при каком значении τ величина φ' принимает максимальное значение. Для этого докажем справедливость неравенств

$$\sum_{i=1}^m s_i^2 \geq \sum_{i=1}^m s_i s_{i-\tau} \quad (19)$$

и

$$\sum_{i=1}^m s_i s_{i-\tau} > \sum_{i=1}^m s_i s_{i-\tau_2} \text{ при } \tau_1 < \tau_2. \quad (20)$$

Последовательности s_i и $s_{i-\tau}$ таковы, что

$$s_i = -s_{i-\tau} \text{ для } i \in \{k, \dots, k + \tau\}; \quad (21)$$

$$s_i = s_{i-\tau} \text{ для } i \notin \{k, \dots, k + \tau\}. \quad (22)$$

В силу этого правая сумма неравенства (19) состоит из положительных и отрицательных слагаемых, равных по абсолютной величине, в то время как левая часть этого неравенства состоит лишь из положительных слагаемых такой же абсолютной величины. Причем отрицательных слагаемых тем больше, чем больше интервал τ . Это подтверждает справедливость неравенств (19) и (20), из которых следует, что при приближении к точке k места ухудшения изоляции показатель φ увеличивается, принимая максимальное значение в точке k (рис. 4).

На основании сказанного алгоритм обнаружения мест ухудшения изоляции заключается в следующем.

1. Определяется место нахождения нулевой точки.
2. Производится замер напряжения u_i на всех n электролизерах серии.
3. Методом наименьших квадратов рассчитываются тренд u_i^T и стационарная последовательность u_i^C по выражению

$$u_i^C = u_i - u_i^T. \quad (23)$$

4. Принимается номер выборки $p=1$.
5. Определяется номер l_p первого электролизера p -й выборки.
6. Берется выборка из значений напряжений u_i^C электролизеров с номерами $l_p, l_{p+1}, \dots, l_{p+(m-1)}$, где m — заданное число.
7. Элементам выборки присваиваются номера 1, 2, ..., m .
8. Для этой выборки по выражению (14) рассчитывается показатель φ_p .
9. Значение p увеличивается на единицу.
10. Операции по п. 5—9 повторяются.
11. В последовательности φ_p ($p=1, 2, \dots, n - \frac{m-1}{2}$)

выбираются места, имеющие плавное нарастание и спад значений показателя φ_p . Места, соответствующие максимальным значениям этого показателя, принимают за места ухудшения изоляции.

Эффективность метода проверялась на той же лабораторной установке. С этой целью искусственно занижались сопротивления r_i^n отдельных электролизеров. После вычислений по описанному алгоритму сравнивались фактические и расчетные места ухудшения изоляции. В качестве вероятностных характеристик обнаружения принимались вероятности обнаружения с той или иной погрешностью δ , измеряемой количеством электролизе-

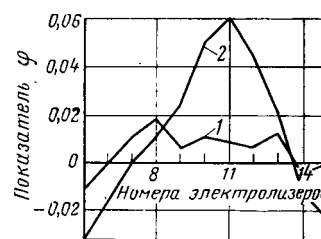


Рис. 4. Значения показателя φ при равномерном распределении изоляции (кривая 1) и при ухудшении изоляции на «электролизере» № 11 (кривая 2, $r_{11}^n = 470$ Ом)

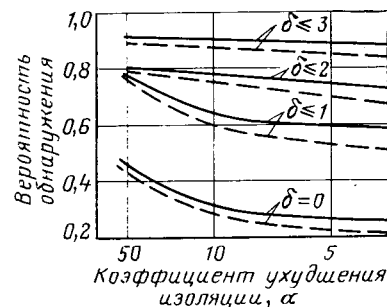


Рис. 5. Вероятностные характеристики обнаружения на модели: ———— — стабильном режиме; — — — — в нестабильном режиме

ров между фактическим и расчетным местом ухудшения изоляции. Результаты исследований представлены графически на рис. 5.

Работа реальной серии электролизеров отличается от модели нестабильностью напряжения на электролизерах. Эта нестабильность объясняется различными технологическими факторами. Для проверки способа обнаружения в условиях, близких к реальным, был реализован нестабильный характер напряжения. Эксперимент состоял в следующем. На питающее напряжение u_c аддитивно накладывалась некоррелированная нормальная случайная составляющая с дисперсией $\sigma_c^2 = 0,84$ В². Эта случайная составляющая получалась с помощью таблицы случайных чисел и изменялась ступенчато в моменты перехода к измерению напряжения на очередном электролизере. Наложение некоррелированной нормальной случайной составляющей на напряжение на «электролизерах» несколько ухудшило вероятностные характеристики обнаружения (рис. 5). Ухудшение характеристик обнаружения будет тем больше, чем больше дисперсия колебаний питающего напряжения.

Из сказанного следует, что в практических условиях для достижения высоких показателей обнаружения измерение последовательности U следует осуществлять во время стабильной работы серии с периодом переключения с i -го ($i+1$)-й электролизер большим периода корреляции помехи. Коррелированной помехой могут являться, например, колебания тока серии. В таком случае помеха будет эквивалентна некоррелированной.

Промышленная проверка способа обнаружения мест ухудшения изоляции осуществлялась на одном из предприятий, оснащенном электролизерами на 160 кА. Проверка заключалась в следующем. Цифровым вольтметром измерялось напряжение на каждом электролизере серии в периоды отсутствия анодных эффектов.

С целью исключения влияния коррелированных колебаний тока измерения напряжений u_i осуществлялось не в порядке расположения электролизеров в серии,

а в случайном порядке, найденном с помощью таблицы случайных чисел. Переключение с одного электролизера на другой производилось через 15 с. Вычисления осуществлялись на ЭВМ при $m=15$. После обнаружения мест ухудшения изоляции расчетным путем производилось обследование фактического состояния изоляции в расчетных местах. Всего было снято 25 реализаций последовательности U в течение месяца. Расчетным путем было обнаружено около 100 мест ухудшения изоляции.

За время промышленной проверки вероятность точного обнаружения составила 60,1 %, вероятность обнаружения с ошибкой не более 6 электролизеров составила 83 %.

Выводы. 1. На основании представления распределения напряжения по электролизерам серии случайной последовательностью, соответствующей упорядоченному множеству электролизеров, разработан метод обнаружения мест ухудшения изоляции. Метод основан на принципах статистической теории обнаружения.

2. В результате лабораторных и промышленных испытаний метода установлена его достаточно высокая эффективность: вероятность обнаружения мест ухудшения изоляции с погрешностью не более 6 электролизеров составляет 83 %.

3. В виду большого объема информации и вычислительных работ задачу обнаружения мест ухудшения изоляции целесообразно решать в составе АСУ ТП электролиза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. — М.: Иностранная литература, 1963. — 432 с.
2. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов и ее применение. — М.: Наука, 1965. — 464 с.
3. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. — М.: Советское радио, 1960. — 467 с.
4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. — М.: Советское радио, 1972. — 744 с.

[24.03.82]

УДК 621.313.323:621.316.729.001.24

Энергетический критерий синхронизации синхронного двигателя при асинхронном пуске

ГОЛЬМАКОВ Ю. И., НОВИКОВ Н. Н., ШУТЬКО В. Ф.

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова

Для рационального выбора параметров пусковой обмотки и параметров цепи возбуждения синхронного двигателя важное значение имеет расчет его синхронизирующей способности. Использование полных уравнений Парка — Горева для решения этой задачи связано с большим объемом вычислений и может быть оправдано лишь на заключительном этапе проектирования, в то время как на этапе синтеза и оптимизации двигателя рациональным является приближенный метод расчета, удовлетворяющий требованиям точности и простоты.

В практике заводских расчетов [1] обычно ограничиваются проверкой условия

$$s_{кр} > 1,15 s_{ср}, \quad (1)$$

где $s_{кр}$ — критическое (наибольшее) скольжение, при котором двигатель втягивается в синхронизм при подаче возбуждения в неблагоприятный момент; $s_{ср}$ — среднее скольжение двигателя при замкнутой накоротко обмотке возбуждения, соответствующее заданному моменту сопротивления на валу.

Для расчета критического скольжения предложен ряд формул [2—5], полученных на основе решения уравнения движения при условии пренебрежения электромагнитными переходными процессами и отличающихся полнотой учета электромагнитных моментов, действующих при синхронизации двигателя. Теоретические и экспериментальные исследования [2—5] и опыт эксплуатации синхронных двигателей подтвердили справедливость принятого подхода к расчету синхронизирующей способности двигателя при наиболее неблагоприятном моменте включения возбуждения.

В последние годы, в связи со стремлением полнее использовать синхронизирующую способность двигателей, их системы возбуждения снабжают устройствами для включения возбуждения в благоприятный момент.

Такое устройство позволяет повысить предельный момент сопротивления на валу двигателя на 10—50 % за счет использования энергии синхронизирующих сил, обусловленных электромагнитными переходными процессами в обмотке возбуждения. Очевидно, что в этом случае критерий (1), полученный без учета электромагнитных переходных процессов будет давать слишком пессимистичный результат.

Необходимость учета переходных электромагнитных процессов при расчете максимальной синхронизирующей способности двигателей была показана еще в [3], где для решения этой задачи принято допущение о постоянстве полного потокосцепления обмотки возбуждения. Такое допущение позволило получить критерий успешной синхронизации при подаче возбуждения в благоприятный момент для частного случая, когда нарастающий ток возбуждения компенсирует затухание свободных токов в период синхронизации. В общем случае это условие может не выполняться из-за действия форсировки возбуждения и других факторов, что приводит к большой погрешности расчета. Поэтому авторы [3] ввели в формулу для полученного критерия поправочный коэффициент, учитывающий реальное изменение полного потокосцепления обмотки возбуждения. Расчет этого коэффициента требует решения уравнений переходного процесса двигателя методом последовательных интервалов, что затрудняет практическое использование предложенного критерия.

Трудности, связанные с учетом переходных электромагнитных процессов в обмотке возбуждения, при синхронизации можно преодолеть, если процесс синхронизации рассматривать как продолжение установившегося асинхронного хода с прежним средним скольжением s_0 , но с повышенной амплитудой колебаний ротора относи-

тельно этого среднего скольжения. Такой подход позволяет выполнить расчет синхронизирующей способности двигателя, используя единую систему допущений, независимо от момента включения возбуждения.

На рис. 1 представлены расчетные осциллограммы, иллюстрирующие переходный процесс в двигателе ВДС-325/29-24, $P=2300$ кВт, $U=10$ кВ, $\cos \varphi=0,9$, $n=250$ об/мин при включении возбуждения в неблагоприятный и благоприятный моменты времени. В обоих случаях момент сопротивления на валу двигателя превышал предельный по условию синхронизации на 0,01 отн. ед. До включения возбуждения обмотка возбуждения была замкнута на десятикратное разрядное сопротивление, при этом двигатель работал в установившемся асинхронном режиме со средним скольжением s_0 . После включения возбуждения характер движения ротора становится существенно нелинейным вследствие изменения электромагнитного момента под действием синхронизирующих сил.

Примем допущение о том, что электромагнитный момент определяется лишь средним скольжением s_0 и соответствующим ему изменением угла δ и от действительного характера движения ротора не зависит. Возможность такого допущения проверена для ряда двигателей путем сопоставления результатов точного расчета процессов неуспешной синхронизации по полным уравнениям Парка—Горева с приближенным расчетом при постоянном скольжении $s=s_0$ и линейном законе изменения углового положения ротора $\delta=s_0 t$.

На рис. 2 представлены зависимости скольжения s и электромагнитного момента M_e в функции угла δ при неуспешной синхронизации двигателя ВДС 325/29-24. Ошибка приближенного расчета оценивалась по разности площадей, ограниченных кривыми M_e (δ) в пределах от момента включения возбуждения до момента прохождения скольжения через минимум. Для данного двигателя ошибка составила 2—6 %.

Аналогичные результаты получены и для других двигателей. Это подтверждает возможность линеаризации задачи расчета электромагнитного момента M_e на основе допущений

$$\left. \begin{aligned} s &= s_0 = \text{const}; \\ \delta &= s_0 t. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Представим электромагнитный момент двигателя в виде суммы двух составляющих

$$M_e = M_0 + M_{\sim}, \quad (3)$$

где M_0 — постоянная составляющая электромагнитного момента, уравновешивающая момент сопротивления на валу; $M_{\sim}$ — переменная составляющая электромагнитного момента.

Составляющая $M_{\sim}$ определяет переменную составляющую скольжения [7]:

$$s_{\sim} = \int \frac{M_{\sim}}{\tau_j} dt, \quad (4)$$

где τ_j — время ускорения двигателя.

После включения возбуждения в момент времени t_1 , мгновенное значение скольжения $s_{\sim}$ изменяется под действием момента $M_{\sim}$, достигая в момент времени t_2 своего минимального значения (рис. 1). Наибольшее отклонение

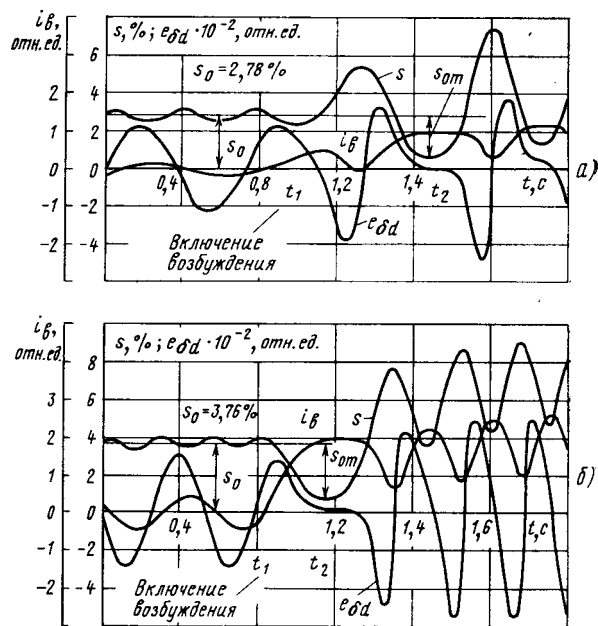


Рис. 1. Асинхронный режим синхронного двигателя ВДС 325/29—24 при неблагоприятном (а) и благоприятном (б) моментах включения возбуждения

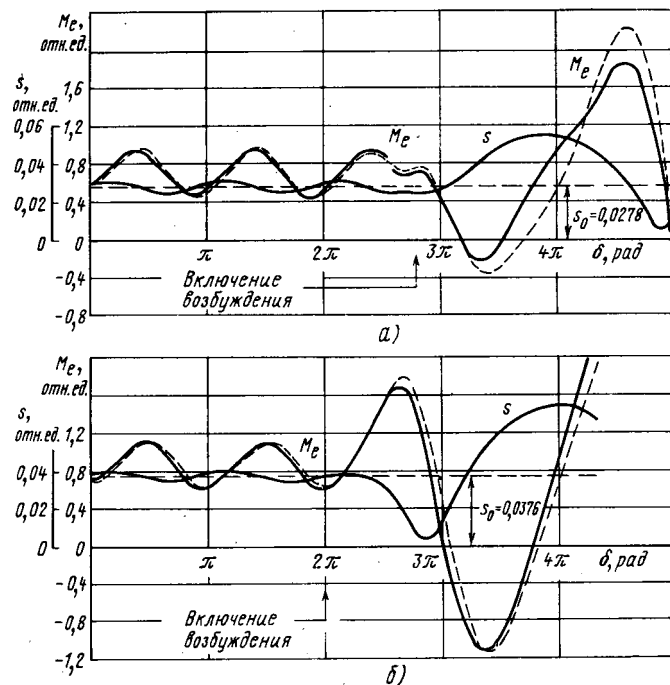


Рис. 2. Электромагнитный момент синхронного двигателя ВДС 325/29—24 при неуспешной синхронизации и включении возбуждения в неблагоприятный (а) и благоприятный (б) моменты: — — — расчеты по уравнениям Парка—Горева; — — — приближенный расчет при $\delta = s_0 t$

нение от среднего скольжения определяется интегралом:

$$s_{0T} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{M_{\sim}}{\tau_j} dt. \quad (5)$$

Для обеспечения успешной синхронизации необходимо выполнить условие

$$s_{0T} \geq s_0, \quad (6)$$

при этом синхронный момент M_c должен превышать момент сопротивления M_n на валу двигателя

$$M_c \geq M_n. \quad (7)$$

Неравенство (6) с учетом (5) можно представить в виде

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{M_c}{\tau_j} dt \geq s_0. \quad (6a)$$

Умножив левую и правую части неравенства (6a) на $\left(1 - \frac{s_0}{2}\right) \tau_j$, получим

$$\int_{t_1}^{t_2} M_c \left(1 - \frac{s_0}{2}\right) dt \geq \left(s_0 - \frac{s_0^2}{2}\right) \tau_j. \quad (8)$$

Интеграл в левой части неравенства (8) представляет собой приближенное выражение для электромагнитной энергии W_c , обусловленной действием синхронизирующих сил за период синхронизации, а правая часть определяет энергию W_j , которую необходимо сообщить ротору для достижения синхронной частоты вращения [6]. Следовательно, неравенство (8) представляет собой энергетический критерий успешной синхронизации.

Для расчета энергии синхронизирующих сил W_c рассмотрим электромагнитный процесс в обмотке возбуждения при синхронизации. Влиянием переходных процессов в обмотке статора и демферной обмотке пренебрегаем. При принятых допущениях (2) эквивалентная э. д. с. в обмотке возбуждения будет изменяться по синусоидальному закону (рис. 3). Полагая начальную фазу э. д. с. $e_{\delta d}$ равной нулю, имеем (в относительных единицах статора)

$$e_{\delta d} = E_{\delta m} \sin s_0 t, \quad (9)$$

где

$$E_{\delta m} = U_c \frac{x_{ad}}{x_d} \sqrt{\frac{\left[\frac{x_d}{x_{ad}} \tau_c - \left(\frac{x_d}{x_{ad}} - 1\right) \tau_c\right]^2 s_0^2 + 1}{(\tau_c s_0)^2 + 1}};$$

U_c — напряжение питающей сети; x_{ad} — сопротивление взаимной индукции обмотки статора по продольной оси двигателя; τ_c — постоянная времени демферного контура по продольной оси при разомкнутых обмотках статора и возбуждения; x_d — синхронное сопротивление обмотки статора по продольной оси; τ_c — постоянная времени демферного контура по продольной оси при разомкнутой обмотке возбуждения и замкнутой обмотке статора.

Ток в обмотке возбуждения до включения возбуж-

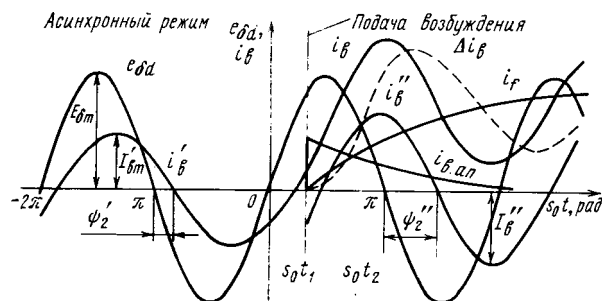


Рис. 3. Составляющие тока возбуждения двигателя при синхронизации

дения также будет синусоидальным:

$$i_b' = I_{bm}' \sin(s_0 t - \psi_2'), \quad (10)$$

где

$$I_{bm}' = \frac{E_{\delta m} s_0}{r_f \sqrt{(1 + k_n)^2 + (s_0 \tau_d')^2}};$$

$$\psi_2' = \arctg \frac{s_0 \tau_d'}{1 + k_n};$$

k_n — кратность разрядного сопротивления; r_f — активное сопротивление обмотки возбуждения; τ_d — переходная постоянная времени синхронного двигателя по продольной оси.

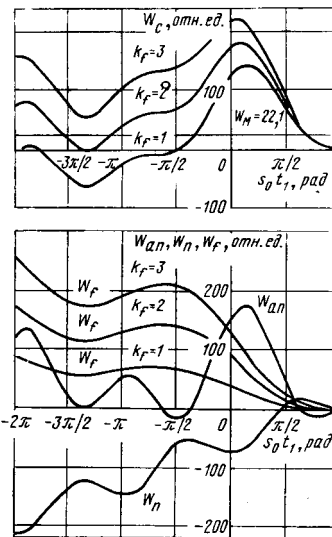


Рис. 4. Зависимость энергии синхронизации (a) и ее составляющих (б) от момента включения возбуждения двигателя ВДС 375/130—24

После включения возбуждения в момент времени $t = t_1$ ток в обмотке возбуждения i_b будет состоять из трех составляющих:

$$\left. \begin{aligned} i_{b.п} &= I_{bm}'' \sin(s_0 t - \psi_2''); \\ i_{b.ап} &= -\Delta I_{bm} \sin(s_0 t_1 - \beta) \exp[(s_0 t_1 - s_0 t)/s_0 \tau_d']; \\ i_f &= \frac{u_f}{r_f} \{1 - \exp[s_0 t_1 - s_0 t)/s_0 \tau_d']\}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\text{где } I_{bm}'' = \frac{E_{\delta m} s_0}{r_f \sqrt{1 + (s_0 \tau_d')^2}}; \quad \psi_2'' = \arctg(s_0 \tau_d');$$

$$\Delta I_{bm} = \sqrt{A^2 + B^2}; \quad \beta = \arccos \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

$$A = I_{bm}'' \cos \psi_2'' - I_{bm}' \cos \psi_2'; \quad B = I_{bm}'' \sin \psi_2'' - I_{bm}' \sin \psi_2';$$

$$u_f = \frac{k_{f0} r_f}{x_{ad}};$$

u_f — напряжение возбуждения при синхронизации; $i_{b.п}$, $i_{b.ап}$, i_f — периодическая, свободная аperiodическая и вынужденная аperiodическая составляющие тока в обмотке возбуждения соответственно; k_{f0} — кратность форсировки напряжения возбуждения по отношению к напряжению возбуждения при холостом ходе.

Дополнительный ток, возникающий в обмотке возбуждения после включения возбуждения,

$$\Delta i_B = i_B - i'_B \quad (12)$$

определяет переменную составляющих электромагнитного момента

$$M_{\sim} = e_{\delta d} \Delta i_B \quad (13)$$

и, следовательно, энергию синхронизирующих сил

$$W_c = \int_{t_1}^{t_2} e_{\delta d} \Delta i_B \left(1 - \frac{s_0}{2}\right) dt. \quad (14)$$

Верхний предел t_2 интеграла (14) соответствует минимальному значению скольжения ротора (рис. 1) и может быть найден из условия $ds_{\sim}/dt=0$ или, с учетом (4) (13),

$$M_{\sim} = e_{\delta d} \Delta i_B = 0. \quad (15)$$

Ток Δi_B в зоне минимума скольжения всегда положителен вследствие приложенного напряжения возбуждения, поэтому равенство (15) выполняется при условии

$$e_{\delta d} = E_{\delta m} \sin s_0 t_2 = 0. \quad (16)$$

т. е. когда э. д. с. проходит через нуль из положительной области в отрицательную и, следовательно, $s_0 t_2 = \pi$.

Нижний предел интегрирования t_1 соответствует моменту включения возбуждения и является независимой переменной. Для определения благоприятного и неблагоприятного моментов включения возбуждения t_1 выбирается в диапазоне от $-2\pi/s_0$ до π/s_0 , при котором возможна синхронизация к моменту времени $t_2 = \pi/s_0$. Подставим в (14) значения э. д. с. и тока из (9)—(12) и выполнив интегрирование, получим

$$W_c = W_{\pi} + W_{\text{ап}} + W_f, \quad (17)$$

где W_{π} — составляющая энергии синхронизации, обусловленная действием разности периодических токов в обмотке возбуждения до и после подачи возбуждения:

$$W_{\pi} = \frac{E_{\delta m} \Delta I_B \left(1 - \frac{s_0}{2}\right)}{4s_0} \left[2(\pi - s_0 t_1) \cos \beta + \sin \beta + \sin(2s_0 t_1 - \beta) \right];$$

$W_{\text{ап}}$ — составляющая энергии синхронизации, обусловленная действием свободного апериодического тока в обмотке возбуждения,

$$W_{\text{ап}} = - \frac{E_{\delta m} \Delta I_{Bm} \left(1 - \frac{s_0}{2}\right)}{s_0} \sin(s_0 t_1 - \beta) \sin \psi_2'' \times \left[\sin \psi_2'' \exp \left(\frac{s_0 t_1 - \pi}{s_0 \tau_d} \right) + \sin(s_0 t_1 + \psi_2'') \right];$$

W_f — составляющая энергии синхронизации, обусловленная действием вынужденного апериодического тока обмотке возбуждения,

$$W_f = \frac{E_{\delta m} \mu_f \left(1 - \frac{s_0}{2}\right)}{r_f s_0} \left\{ (1 + \cos s_0 t_1) - \sin \psi_2'' \times \left[\sin \psi_2'' \exp \left(\frac{s_0 t_1 - \pi}{s_0 \tau_d} \right) + \sin(s_0 t_1 + \psi_2'') \right] \right\};$$

$s_0 t_1$ — момент включения возбуждения.

Полученное выражение для энергии W_c позволяет рассчитать критическое (максимальное) скольжение $s_{кр}$, при котором еще выполняется условие (8), учитывая такие факторы, как момент включения возбуждения, кратность форсировки возбуждения, кратность разрядного сопротивления, переходная постоянная времени двигателя, механическая постоянная времени агрегата и напряжение сети.

На рис. 4 приведены зависимости полной энергии синхронизации и ее составляющих от момента включения возбуждения при различных значениях кратности форсировки возбуждения двигателя ВДС 375/130-24. До включения возбуждения двигатель работал в установившемся асинхронном режиме со средним скольжением $s_0 = 1,8\%$, соответствующем номинальной нагрузке. Обмотка возбуждения была замкнута на десятикратное сопротивление. Как видно из рис. 4, энергия синхронизации существенно зависит от момента включения возбуждения. Наиболее неблагоприятный момент соответствует минимальному значению энергии W_c и находится в зоне $s_0 t_1 = -250^\circ - 230^\circ$.

Положение минимума остается неизменным при различной кратности форсировки. Наиболее благоприятный момент включения соответствует максимальному значению энергии W_c , положение которого смещается в сторону положительных значений $s_0 t_1$ при уменьшении кратности форсировки.

Энергия, необходимая для синхронизации двигателя с номинальной нагрузкой, $W_j = 22,12$ отн. ед. (см. приложение). Сравнение этой величины с энергией, сообщаемой ротору при синхронизации, показывает, что для успешной синхронизации двигателя необходимо обеспечить кратность форсировки возбуждения более 2,5 или применить устройство включения возбуждения в наиболее благоприятный момент (при $k_f < 2,5$). Разница между предельными моментами сопротивления данного двигателя при благоприятном и неблагоприятных моментах включения возбуждения составляет примерно 50 % при двухкратной форсировке возбуждения.

Оценка точности расчета синхронизирующей способности на основе критерия (8) проведена для ряда двигателей, параметры и номинальные данные которых приведены в табл. 1. Расчеты выполнены по методикам 2—5, по предлагаемой методике и по полным уравнениям Парка—Горева с учетом активного сопротивления статорной обмотки. Момент нагрузки и напряжение сети принимались постоянными. Результаты расчетов приведены в табл. 2 и 3. Для двух рассматриваемых двигателей имеются экспериментальные данные опытов синхронизации. Для двигателя ВДС 325/29-24 они получены по результатам натурных испытаний на насосной станции Волго-Донского канала в 1953 г., проведенных под

Таблица 1

Тип двигателя	Номинальные параметры					
	P , кВт	$\cos \varphi$	M_c , отн. ед.	τ_j , рад	τ_d , рад	k_{π}
ВДС — 375/130 — 24	12 500	0,9	2,0	1242	392	10
ВДС — 325/69 — 16	8 000	0,9	1,48	1276	190	2,6
ВДС — 325/59 — 24М	4 400	0,9	1,95	792	183	2,7
ВДС — 325/29 — 24	2 300	1,0	1,71	1407	202	10
СДВ — 17/39 — 24	1 000	0,9	1,94	449	150	2,6
ДС — 75/8	75	0,9	1,53	494	44	7,0

Таблица 2

Тип двигателя	Предельный момент сопротивления на валу двигателя при включении возбуждения в неблагоприятный момент времени ($k_f=1$), отн. ед.					
	Расчет по методике					Расчет на ЭВМ
	[2]	[3]	[4]	[5]	предлагаемой	
ВДС — 375/130 — 24	0,69	0,74	0,64	0,74	0,74	0,73
ВДС — 325/69 — 16	0,6	0,62	0,56	0,55	0,75	0,69
ВДС — 325/59 — 24М	0,83	0,88	0,77	0,9	0,74	0,77
ВДС — 325/29 — 24	0,59	0,62	0,54	0,62	0,61	0,6
СДВ — 17/39 — 24	1,02	1,07	0,96	1,26	0,86	0,87
ДС — 75/8	1,27	1,3	1,19	1,3	1,42	1,37

Таблица 3

Тип двигателя	Предельный момент сопротивления на валу двигателя при включении возбуждения в благоприятный момент времени, отн. ед.		
	Расчет по [3]	Расчет по предлагаемой методике	Расчет на ЭВМ
ВДС — 375/130 — 24	1,18	1,16 1,19	1,25 1,26
ВДС — 325/69 — 16	0,89	0,87 0,89	0,92 0,92
ВДС — 325/59 — 24М	0,88	0,91 0,97	0,91 1,0
ВДС — 325/29 — 24	0,77	0,78 0,85	0,8 0,85
СДВ — 17/39 — 24	1,08	1,09 1,14	1,14 1,17
ДС — 75/8	1,57	1,57 1,68	1,57 1,68

Примечание. В числителе указано значение предельного момента при кратности форсировки $k_f=1$, в знаменателе — при $k_f=2$.

руководством Л. Г. Мамиконянца и Л. Г. Линдорфа. Предельный момент сопротивления на валу этого двигателя при включении возбуждения ($k_f=2$) в благоприятный момент составил 0,8. Экспериментальные данные для двигателя ДС-75/8 получены авторами на заводском стенде. Двигатель возбуждался от тиристорного возбудителя, имеющего устройство включения в функции скольжения и положения ротора. В качестве нагрузки двигателя использовался генератор постоянного тока, включенный через инвертор в сеть переменного тока. Ток генератора автоматически поддерживался постоянным на заданном уровне. Предельный момент сопротивления на валу при благоприятном моменте включения возбуждения ($k_f=1$) составил 1,64, а при неблагоприятном — 1,57 отн. ед. Результаты расчетов по предлагаемой методике (табл. 2 и 3) согласуются с экспериментальными данными и данными точных расчетов, выполненных на ЭВМ для различных по мощности и параметрам синхронных двигателей.

Приложение. Расчет синхронизирующей способности двигателя ВДС 375/130-24 в функции момента включения возбуждения.

1. Параметры двигателя и данные, необходимые для расчета:

$r_s=0,0052$; $x_s=0,0952$; $x_{ad}=0,698$; $r_{hd}=0,0397$; $x_{hd}=0,113$; $r_f=0,000767$; $x_{af}=0,217$; $x_{aq}=0,442$; $r_{hq}=0,0302$; $x_{hq}=0,0846$; $\tau_d=392$ рад; $\tau_j=1242$ рад; $k_{f0}=1,59$; $k_{\Pi}=10$; $\tau_c=20,4$ рад; $\tau_{c'}=4,96$ рад.

Расчет выполняется при условии работы двигателя от сети бесконечной мощности с номинальным моментом сопротивления на валу. Установившееся скольжение при пуске с десятикратным разрядным сопротивлением равно 1,8 %.

2. Для $s_0=0,018$ определяются по формулам (9), (10) и (11) следующие величины: $E_{\delta m}=0,878$; $I_{vm}=1,577$; $\psi_2=32,7^\circ$; $I_{vm}''=2,891$; $\psi_2''=81,9^\circ$; $A=-0,921$; $B=2,011$; $\Delta I_{bm}=2,212$; $\beta=114,6^\circ$; $u_f=0,00174$.

3. По формулам (17) рассчитываются синхронизирующая энергия и ее составляющие в функции момента подачи возбуждения.

Результаты расчетов:

$s_0 t_1$	-360°	-320°	-240°	-180°	-120°
W_{Π} , отн. ед.	-209,7	-162,8	-117,1	-140	-90,2
W_{ap} , отн. ед.	120,5	79,6	0	53	12,9
W_f , отн. ед.	84,2	64,7	52,3	63,7	70,6
W_c , отн. ед.	-5,0	-18,5	-64,3	-23,3	-6,7

$s_0 t_1$	-60°	0°	60°	120°	180°
W_{Π} , отн. ед.	-47,3	-70,2	-19,4	22,3	0
W_{ap} , отн. ед.	8,9	156,3	116,5	-4,9	0
W_f , отн. ед.	64,7	43,3	17,9	2,4	0
W_c , отн. ед.	26,3	129,4	115	19,8	0

4. Необходимая энергия определяется по формуле (8): $W_j=22,1$.

Сопоставляя энергию синхронизации W_c с необходимой энергией W_j по энергетическому критерию, можно сделать вывод, что при подаче возбуждения в неблагоприятный момент двигатель ВДС 375/130-24 не синхронизируется. Успешная синхронизация этого двигателя возможна лишь при включении возбуждения в зоне $s_0 t_1=\pm 60^\circ$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман З. Б., Пекне В. З., Моз Л. С. Крупные вертикальные электродвигатели переменного тока. — М.: Энергия, 1974.
2. Edgerton H., Fourmarier P. The pulling into-stop of salient-pole synchronous motor. — Trans. AIEE, 1931, vol. 50.
3. Shoultz D. R., Crary S. B., Lauder A. H. Pull-in characteristics of synchronous motors. — Electr. Eng., 1935, December.
4. Лютер Р. А. Моменты вращения синхронной машины в асинхронном режиме. — Вестник электропромышленности, 1948, № 10.
5. Урусов И. Д., Камша М. М. Об аналитических критериях успешной синхронизации синхронного двигателя при асинхронном пуске. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 6.
6. Веников В. А. Переходные электрохимические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1970.
7. Городский Д. А. Описание методики расчета синхронизации генераторов. — Труды ВЭИ, 1940, вып. 40.

[21.12.81]

Электродвигатели с упругим креплением ротора

БУТ Д. А., КУЛИКОВ Н. И.

Москва

Одним из наиболее уязвимых элементов электродвигателя любого типа является подшипниковый узел, обладающий повышенной интенсивностью отказов [1] и ограничивающий использование двигателя по допустимым пределам изменения температуры, давления, химического состава окружающей среды и т. п.

Для некоторых применений (например, в инструментальной технике, медицинской и технологической аппаратуре, робототехнике, моментокompенсирующих и шаговых механизмах и т. п.) могут оказаться перспективными электродвигатели с упругим креплением подвижного элемента, не имеющие подшипников. Такие двигатели менее чувствительны к условиям окружающей среды и поэтому обладают в ряде случаев более широкими функциональными возможностями по сравнению с двигателями обычного исполнения.

Бесподшипниковые двигатели способны создавать вращательное и возвратно-поступательное движение, а также обеспечивать непосредственное перемещение нагрузочного элемента по сложным траекториям без использования специальных кинематических звеньев. На их основе могут быть реализованы тахометрические устройства и бесподшипниковые насосы. Двигатели имеют высокую приемистость, отличаются быстройдействием, хорошо приспособлены для работы в шаговом режиме благодаря малой инерции невращающегося подвижного элемента, позволяют устранить акустические шумы, создаваемые подшипниками.

Недостатки двигателей с упругим креплением подвижного элемента связаны главным образом с пониженными энергетическими показателями из-за малых скоростей перемещения активных участков подвижного элемента (как, например, в двигателях с катящимся ротором [2]) и с недостаточной отработанностью в настоящее время опор для подвижного элемента.

Основная идея бесподшипникового двигателя с упругим креплением подвижного элемента (условно именуемого ротором) состоит в том, что ротор фиксируется с помощью упругой опоры, так что под действием электромагнитных сил он может совершать циклические перемещения, передаваемые нагрузке в виде вращательного момента, знакопеременной линейной силы или силы, действующей вдоль более сложной заданной траектории. (Заметим, что подобные устройства по характеру движения подвижного элемента имеют многочисленные естественные аналоги в природе, отличающиеся высокой эффективностью работы. Ясно, например, что человеческая рука создает самые разнообразные формы движения, в том числе вращательного, не вращаясь вокруг собственной оси. Аналогичным образом движутся крылья птиц и т. п.).

Замена подшипникового узла опорой, испытывающей сложную периодическую деформацию, связана с решением специфических конструкторско-технологических задач, направленных на обеспечение приемлемых надежности и ресурса опор. Такие задачи составляют предмет самостоятельного исследования. Однако, исходя из общинженерных представлений, можно считать их принципиально разрешимыми, поскольку в технике существует большое число устройств с периодической деформацией витых и плоских пружин, сильфонов,

мембран, эластичных амортизаторов и уплотнений, аналогичных обсуждаемым далее типам упругих опор.

Особенности электродвигателей с упругими опорами и их относительно широкое многообразие позволяют рассматривать их как специфическую разновидность электрических машин, заслуживающих целенаправленного изучения.

Рассмотрим вначале двигатели с коническим перемещением вала, которые пригодны для использования в перемешивающих устройствах, медицинской аппаратуре, робототехнике и т. п. Одна из возможных конструкций двигателя показана на рис. 1 [3]. Ротор двигателя выполнен в виде диска 1 с ферромагнитной активной частью и стержня 2 (вала), закрепленного в центре диска. Свободный конец вала соединяется с механической нагрузкой, воспринимающей момент вращения (в перемешивающих устройствах конец вала с насаженными на него лопастями помещается непосредственно в рабочую полость). Ротор закреплен с помощью упругой опоры 3, которой служит резиновая втулка, сильфон, витая пружина и т. п. В качестве опоры может использоваться подпружиненный шарнир или кардан. На статоре размещены сердечники 4 с катушками 5, расположенные по окружности и примыкающие через аксиальные рабочие зазоры к торцам диска 1. Верхние и нижние сердечники закреплены на общем стальном корпусе.

Питание катушек 5 осуществляется от сети постоянного тока через управляемые вентили. В каждой ветви находятся две согласно включенные катушки, соответствующие одному нижнему и одному диаметрально противоположному верхнему сердечнику. При поочередном включении и отключении ветвей возникает магнитное тяжение, которое перекашивает диск и заставляет его совершать колебательные волнообразные движения, подобные прецессии волчка, благодаря чему конец вала 2 описывает круговую траекторию (сканирует) и передает вращательный момент нагрузке. Для увеличения магнитного тяжения наружная часть диска или торцы сердечников имеют скосы, чтобы зазор между диском и притянувшим его сердечником был близким к постоянному.

Отметим, что при четкой фиксации конца вала в нагрузке упругая опора может не понадобиться, так как при работе двигателя диск 1 центрируется за счет симметричных магнитных сил.

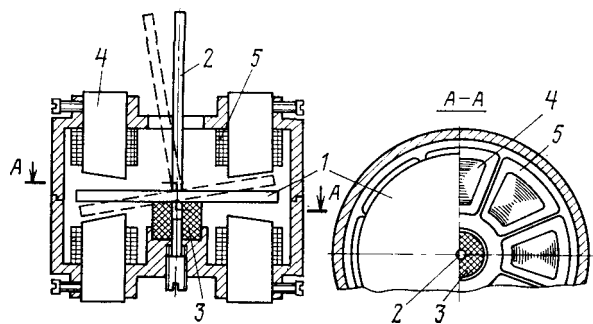


Рис. 1

Конструкция двигателя упрощается, если использовать односторонний индуктор с поочередным включением соседних пар катушек, как это делается, например, в двигателе с катящимся ротором при расщепленных полюсах [2]. Однако момент двигателя в этом случае уменьшается.

Возможен режим двигателя, когда действующие на диск силы сбалансированы так, что диск, совершая волнообразные движения, не касается торцев сердечников 4 (режим «парения»). При этом полностью исключаются трение, шумы, ударные вибрации.

Допустима работа двигателя как в непрерывном, так и в шаговом режимах. При непрерывной работе двигателя рационален режим электромеханического резонанса, при котором частота изменения магнитных сил согласована с собственной частотой колебаний диска.

Двигатель может выполняться с многофазной обмоткой переменного тока, создающей вращающееся магнитное поле, и кольцевой обмоткой униполярного подмагничивания, закрепляемой на периферии диска и играющей ту же роль, что и аналогичная обмотка в двигателях с катящимся ротором [2].

С помощью двигателя может быть организовано не только вращение нагрузочного элемента, но и его движение по более сложной траектории, например, овальной, дискретно-кусочной (в шаговом режиме) и т. п. Для этого достаточно выполнить сердечники 4 с различной длиной (или вдвинуть их на различную глубину в корпус) либо сprofilировать толщину диска по нужному закону.

Возможны различные модификации рассмотренного двигателя, одна из которых показана на рис. 2. Двигатель содержит цилиндрический ротор 1 с обмоткой униполярного подмагничивания 2 и статор с конической расточкой, набранный, например, из С-образных сердечников 3 с катушками 4. Ротор крепится с помощью эластичной прокладки 5 или упругого стержня. При питании обмотки 2 постоянным током и поочередном включении катушек 4 конец вала 6 будет совершать круговые движения, передаваемые нагрузке. Благодаря прокладкам 5 можно легко обеспечить движение ротора без его касания расточки статора.

Рассмотренные конструкции с коническим движением вала при наличии обмотки униполярного подмагничивания, выполняющей роль обмотки возбуждения, могут использоваться в качестве тахогенераторов, сопрягаемых в отличие от известных тахогенераторов не с валом основного механизма, а с какой-либо вращающейся точкой, смещенной относительно центра вращения (например, в устройствах с открытыми вращающимися поверхностями типа карусельных станков, колес некоторых транспортных средств и т. п.).

Рассмотрим процессы в двигателе, изображенном на рис. 1. Пусть δ_0 — средний зазор между диском 1 и сердечниками 4 при среднем (неперекошенном) положении

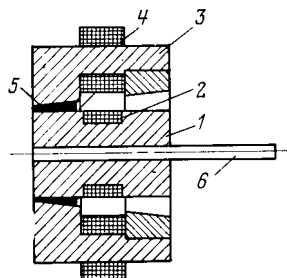


Рис. 2

диска, а $\delta_{\min}$ — минимальный зазор между диском и притянувшим его сердечником при перекошенном положении диска. Если ввести угловую координату φ , отсчитываемую от радиуса диска для $\delta_{\min}$, то зазор между перекошенным диском и поверхностью торцев сердечников будет:

$$\delta = \delta_{\min} + (\delta_0 - \delta_{\min})(1 - \cos \varphi) \quad (1)$$

или

$$\delta = \delta_0 - (\delta_0 - \delta_{\min}) \cos \varphi. \quad (1')$$

Зазор между диском и сердечником, соседним по отношению к сердечнику, для которого $\delta = \delta_{\min}$

$$\delta_1 = \delta_{\min} + (\delta_0 - \delta_{\min}) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{N}\right), \quad (2)$$

где N — число сердечников по одну сторону диска.

При поочередном включении одной нижней и одной диаметральной верхней катушки движение диска осуществляется за счет сил магнитного тяжения, развиваемых при изменении зазора от δ_1 до $\delta_{\min}$, поэтому можно ожидать, что по основным характеристикам двигатель будет близок к синхронному двигателю с катящимся ротором, в частности к его дисковой модификации [2], а также к синхронному реактивному двигателю с рабочим зазором $\delta_{cp} \approx 0,5 (\delta_{\min} + \delta_1)$.

Согласно закону полного тока при произвольном δ имеем:

$$k_\mu \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta = I\omega, \quad (3)$$

где k_μ — коэффициент, учитывающий насыщение стали ($k_\mu > 1$); B_δ — индукция в зазоре; ω — число витков одной катушки; I — ток в катушке, который предполагается постоянным в период питания катушки; в дальнейшем действующее значение тока будет связано с частотой питания.

Индукцию B_δ считаем постоянной, так как зазор δ между активными сердечниками и диском мал ($\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_1$) и постоянен благодаря скосам торцев сердечников.

Если ввести линейную нагрузку катушки $A = I\omega/l$, где l — осевая длина катушки и аксиальный геометрический коэффициент $\lambda = l/D$, где D — диаметр средней окружности активной зоны (окружности в зазоре, проходящей через осевые линии катушек), то

$$B_\delta = \mu_0 A \lambda D / k_\mu \delta. \quad (4)$$

Сила притяжения диска к сердечнику:

$$F \approx B_\delta^2 S / 2\mu_0, \quad (5)$$

где S — площадь поперечного сечения сердечника.

Формула (5) широко применяется для электромагнитов с малыми зазорами [4].

При перемещении диска за счет магнитного тяжения одного нижнего и одного верхнего сердечника реализуется механическая энергия:

$$W = 2 \int_{\delta_1}^{\delta_{\min}} F(-d\delta) = \frac{\mu_0 A^2 \lambda^2 D^2 S}{k_\mu^2} \left(\frac{1}{\delta_{\min}} - \frac{1}{\delta_1} \right). \quad (6)$$

Механической силой $F_{\text{упр}}$, действующей на диск со стороны упругого элемента, пренебрегаем, так как она обычно много меньше F и служит лишь для фиксации диска.

Площадь $S \approx ab$, где a — ширина сердечника вдоль окружности диаметром D ; b — высота сердечника вдоль радиуса. Очевидно, $a = \pi D \alpha / N$ (α — коэффициент полюсного перекрытия); $b = \lambda_r D$ (λ_r — радиальный конструктивный коэффициент, равный b/D). Переходя к безразмерным зазорам, с учетом (2) окончательно получаем:

$$W = \frac{\mu_0 A^2 \lambda^2 D^3 \alpha \pi \lambda_r}{k_\mu^2 N \delta_0^*} f(\delta_{\min}^*); \quad (7)$$

$$f(\delta_{\min}^*) = \frac{\left(1 - \cos \frac{2\pi}{N}\right) (1 - \delta_{\min}^*)}{\delta_{\min}^* \left[1 - (1 - \delta_{\min}^*) \cos \frac{2\pi}{N}\right]}, \quad (8)$$

где $\delta_0^* = \delta_0/D$; $\delta_{\min}^* = \delta_{\min}/\delta_0$.

Энергия W через конец вала передается нагрузке. Если вал сканирует с частотой n (об/мин), то развиваемая двигателем мощность

$$P = \frac{n}{60} N W = \frac{\mu_0 A^2 \lambda^2 \lambda_r \alpha \pi D^3 n}{60 k_\mu^2 \delta_0^*} f(\delta_{\min}^*). \quad (9)$$

Момент двигателя:

$$M = \frac{30P}{\pi n} = \frac{\mu_0 A^2 \lambda^2 \lambda_r \alpha D^3}{2 k_\mu^2 \delta_0^*} f(\delta_{\min}^*). \quad (10)$$

Удобно выразить параметры двигателя через максимальную индукцию $B_{\delta m}$ в зазоре $\delta_{\min}$, выбираемую с учетом насыщения стали. Имеем из (4)

$$A \lambda = \frac{k_\mu B_{\delta m} \delta_{\min}}{\mu_0 D} \quad (11)$$

и

$$P = \frac{\alpha \pi \lambda_r B_{\delta m}^2 D^3 \delta_{\min}^* \delta_0^* n}{60 \mu_0} f(\delta_{\min}^*). \quad (12)$$

Потери в катушках равны:

$$\Delta p = 2j^2 \rho Q k_3,$$

где j — плотность тока; ρ — удельное сопротивление материала провода; Q — объем одной катушки; k_3 — коэффициент заполнения катушки.

Если пространство между сердечниками полностью занято катушками, то можно получить следующую формулу для Δp :

$$\Delta p = \frac{8 (\lambda_r N + \pi) A^2 \lambda D \rho}{\pi (1 - \alpha) k_3}. \quad (13)$$

Согласно оценкам при средних частотах вращения ($n \leq 10^3$ об/мин) потери в стали будут незначительны (даже при сплошных сердечниках и диске). Потери на деформацию упругой опоры также малы, поскольку, во-первых, $F_{\text{упр}} \ll F$ и, во-вторых, для стальных пружин с несоприкасающимися витками или упругих втулок из высококачественной резины механический гистерезис практически отсутствует. В дальнейшем это положение подтверждается экспериментально. Аэродинамические потери могут не учитываться, так как в двигателе отсутствует вращение, поэтому к. п. д. двигателя $\eta \approx P/(P + \Delta p)$.

Рассмотрим случай питания двигателя от сети с постоянным напряжением U . Если R_k — сопротивление катушки, то при последовательном подключении двух катушек к сети и неподвижном диске по ним течет ток

$I_0 = U/2R_k$, которому соответствует линейная нагрузка A_0 . В рабочих режимах при поочередной коммутации катушек действующее значение тока в них будет снижаться по мере увеличения n , так как время включения катушки становится соизмеримым с ее постоянной времени $\tau_k = L_k/R_k$, где $L_k = \mu_0 S \omega^2 / k_\mu \delta_{\text{ср}}$ — средняя индуктивность катушки (без учета рассеяния). Нетрудно получить следующую формулу:

$$\tau_k = \frac{\mu_0 a b l h_k k_3}{2 k_\mu \delta_{\text{ср}} (a + b + 2h_k)}, \quad (14)$$

где h_k — толщина катушки, $\delta_{\text{ср}} = 0,5 (\delta_{\min} + \delta_1)$. Очевидно, что действующее значение тока

$$I = I_0 \sqrt{\frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} (1 - e^{-t/\tau_k}) dt},$$

где $t_k = \frac{60}{nN}$ — время включения катушки.

Коэффициент снижения тока:

$$k_i = \frac{I}{I_0} = \sqrt{1 - \frac{2\tau_k}{t_k} (1 - e^{-t_k/\tau_k}) + \frac{\tau_k}{2t_k} (1 - e^{-2t_k/\tau_k})}. \quad (15)$$

Если при расчетах использовать A_0 , то в полученных формулах необходимо умножить линейную нагрузку на k_i . Следует иметь в виду, что при больших n кроме снижения тока в катушках возрастает роль вихревых токов в сердечниках и диске и последние должны выполняться шихтованными. Шихтовка сердечников не вызывает затруднений, а диск может выполняться с наружным венцом, навитым из ленточной стали.

Оценим порядок критической частоты $n_{кр}$, при которой ротор теряет соприкосновение с сердечниками и начинает двигаться в режиме «парения». Такой режим определяет предельную частоту вращения конца вала и соответствует бесшумной работе двигателя, поэтому значение $n_{кр}$ является важным параметром двигателя.

Очевидно, при $n = n_{кр}$ инерционные силы становятся соизмеримыми с магнитными. Локальное перемещение диска можно в общем виде представить как бегущую волну смещения (перекоса), так что согласно (1'):

$$\delta(\varphi, t) = \delta_0 - (\delta_0 - \delta_{\min}) \cos(\varphi - \omega t),$$

где $\omega = \pi n/30$.

Ускорение диска

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \omega^2 (\delta_0 - \delta_{\min}) \cos(\varphi - \omega t). \quad (16)$$

Верхней оценкой инерционной силы, действующей на одну половину диска и осредненной по φ , будет:

$$\langle F_{\text{ин}} \rangle_\varphi = \frac{m_d}{2\pi} \int_0^\pi \frac{d^2 \delta}{dt^2} d\varphi,$$

где m_d — масса диска.

С учетом (16) эту силу можно осреднить также по времени за период t_k :

$$\langle F_{\text{ин}} \rangle_{\varphi, t} = \frac{m_d \omega}{\pi t_k} (\delta_0 - \delta_{\min}) (1 - \cos \omega t_k).$$

Раскрывая m_d , ω и t_k , получим:

$$F_{\langle \text{ин} \rangle_{\varphi, t}} = \frac{\pi D^2 (1 + \lambda_r)^2 \Delta \gamma N n^2 \delta_0 (1 - \delta_{\min}^*) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{N}\right)}{2 \cdot 60^2}, \quad (17)$$

где γ — плотность материала диска; Δ — толщина диска.

Средняя сила магнитного тяжения на одну половину диска определяется из (7) как $\langle F \rangle = 0,5W / (\delta_1 - \delta_{\min})$ или после подстановок:

$$\langle F \rangle = \frac{\mu_0 A^2 \lambda^2 D^3 \alpha \lambda_r}{2k_\mu^2 \delta_0 \delta_{\min} N \left[1 - (1 - \delta_{\min}) \cos \frac{2\pi}{N} \right]}. \quad (18)$$

Приравнявая (17) и (18), получим:

$$n = n_{кр} = \frac{60 A \lambda}{k_\mu N \delta_0 (1 + \lambda_r)} \times \sqrt{\frac{\mu_0 \alpha \lambda_r}{\delta_{\min} \Delta \gamma (1 - \delta_{\min}) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{N} \right) \left[1 - (1 - \delta_{\min}) \times \cos \frac{2\pi}{N} \right]}}. \quad (19)$$

Проверочный расчет двигателя проводится в следующем порядке. Задаются параметрами D , $\delta_{\min}$, δ_0 , N , α , λ_r , k_μ , $B_{\delta m}$ (с учетом допустимого насыщения стали). Находится $h_k = \pi D (1 - \alpha) / 2N$. Выбирается действующее значение плотности тока в катушках j_d с учетом вида их охлаждения. Находится реальная плотность тока j , которая при прямоугольной форме кривой $j(t)$ в $\sqrt{N}$ раз больше j_d . Определяется $A = j h_k k_\mu$. Из (4) при $\delta = \delta_{\min}$ и $B_\delta = B_{\delta m}$ находится λ и затем l . По (9) находится мощность двигателя P . Затем при необходимости учитывается k_i и определяются уточненные значения A и P , после чего по (13) определяются потери и к. п. д. Оцениваются габариты двигателя: осевая длина $L = 2(\Delta_k + l + \delta_0) + \Delta$ и наружный диаметр $D_{н.} = k_D D (1 + \lambda_r)$, где $k_D \approx 1,1 \div 1,15$. Толщина корпуса Δ_k может выбираться равной толщине диска Δ , причем $\Delta \approx 0,5 a$. В заключение оценивается масса двигателя.

В качестве примера был рассчитан двигатель со следующими параметрами: $D = 0,1$ м; $\delta_{\min} = 0,2$ мм; $\delta_0 = 10$ мм; $N = 8$; $\alpha = 0,7$; $\lambda_r = 0,4$; $k_\mu = 0,4$; $B_{\delta m} = 1,5$ Тл; $h_k = 5,7$ мм; $j_d = 3,53$ А/мм²; $j = 10$ А/мм²; $A = 2,28 \cdot 10^4$ А/м; $\lambda = 0,136$; $l = 13,6$ мм.

При $n = 600$ об/мин мощность двигателя составляет $P = 29,5$ Вт, потери $\Delta p = 21,7$ Вт, к. п. д. $\eta \approx 0,576$, габариты: $L = 8$ см, $D_{н.} \approx 14$ см, масса $m_d \approx 8$ кг. Показатели двигателя примерно такие же, как у соответствующих двигателей с катящимся ротором [2].

Для проверки развитой выше приближенной теории двигателя был создан его макет: $D = 60$ мм, $\lambda = 0,35$, $\lambda_r = 0,417$, $\alpha = 0,7$, $N = 8$, $\delta_0 = 2,55$ мм, $\delta_{\min} = 1,04$ мм.

В процессе экспериментов вначале снималась зависимость $I = I(n)$, представленная на рис. 3. По кривой

$I(n)$ строилась экспериментальная зависимость $k_{i(\alpha)} = I/I_0 = f(n)$, которая сравнивалась с теоретической зависимостью $k_{i(\tau)} = f(n)$, рассчитанной по формуле (15) для предварительно найденного значения $\tau_k = 0,028$ с. Из-за относительно малого сечения диска его наружная часть насыщалась в области $\delta = \delta_{\min}$, поэтому согласно приближенным оценкам принималось $k_\mu = 1,2$. Хорошее согласование $k_{i(\alpha)}$ и $k_{i(\tau)}$ подтверждает справедливость формулы (15).

Затем снималась мощностная характеристика $P = P(n)$. Вначале с помощью задающего генератора устанавливалась определенная частота n и двигатель нагружался до тех пор, пока не отрывался и не останавливался диск. Мощность P определялась по измеренному максимальному моменту и фиксированной частоте вращения n . На зависимости $P(n)$ отмечены экспериментальные точки. Там же построена кривая $P(n)$, рассчитанная по (9). Совпадение опытных и расчетных результатов хорошее, что подтверждает правильность приближенной теории. По полученным данным строится механическая характеристика двигателя $M = M(n)$, которая может быть реализована с помощью обратной связи, воздействующей на частоту питания катушек, аналогично тому, как это делается в вентильных двигателях постоянного тока [5].

Расчет $n_{кр}$ по (19) дал практически точное совпадение с экспериментом: расчетное значение 3162 об/мин, экспериментальное 3149 об/мин.

В макете испытывался также диск толщиной 5 мм. Между расчетными и опытными данными и в этом случае имелось удовлетворительное согласование.

Как показали испытания макета, двигатель обладает хорошими динамическими характеристиками и обеспечивает любую частоту приемистости вплоть до $n = n_{кр}$. Время запуска, останова и перехода с одной скорости на другую (при скачкообразном изменении n в любых пределах от 0 до $n_{кр}$) определялось электрической постоянной времени катушек τ_k (около 0,03 с), поскольку время механического перемещения диска под действием силы F в пределах $\delta_{ср}$, как показывают оценки, было на порядок меньше. Таким образом, динамические характеристики двигателя примерно такие же, как у двигателя с катящимся ротором [2].

Особое внимание при исследовании макета двигателя было уделено упругой опоре, в качестве которой исследовалась втулка из обычной вакуумной резины. Сила упругости $F_{упр}$ со стороны опоры на диск массой 200 г составляла примерно 2,5 Н, что в 15—20 раз меньше электромагнитной силы F . Это оправдывало пренебрежение $F_{упр}$ при расчетах.

Для исследования потерь в опоре был поставлен вспомогательный эксперимент с толстостенной резиновой трубкой, подвергаемой периодической деформации, близкой по характеру к деформации упругой опоры. Деформация трубки осуществлялась с помощью двух эксцентричных валиков, соединенных трубкой, один из которых приводится во вращение. После фиксированного времени работы измерялась температура внутри стенки трубки. Установившийся перегрев трубки по отношению к окружающему воздуху составлял 7,4 °С после ее циклической деформации в течение 20 мин с частотой 10 1/с. По линейному участку кривой нагрева резины, соответствующему приблизительно адиабатному режиму нагрева, оценивались удельные потери от деформации, которые составили примерно $0,06 \div 0,1$ Вт/см³. Эта ве-

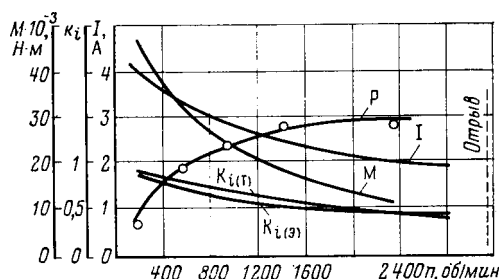


Рис. 3

личина в 10—15 раз меньше, чем характерные удельные потери в обмотках двигателя. Аналогичные эксперименты с периодической деформацией витой пружины подтвердили возможность пренебрежения влиянием рассеяния энергии в опоре на характеристики двигателя при $n \approx 10^3$ об/мин.

На основе рассмотренного двигателя с круговым движением вала может быть реализован бесподшипниковый насос [6], эскиз которого приведен на рис. 4. Насос работает следующим образом. В рабочий зазор между диском 1 и тонкой кольцевой опорой 2, наложенной на торцы сердечников 3 с катушками 4 помещается разомкнутая эластичная упругая кольцевая камера 5, выводы которой включаются в разрез магистрали с жидкостью (или газом). Магнитная сила, действующая на диск, достаточна для полного пережима камеры. При движении диска точка пережима камеры перемещается по окружности, обеспечивая создание нагнетательного или отсасывательного эффекта в магистрали. Использование упругой опоры в насосе необязательно, так как ее роль может выполнять непосредственно упругая рабочая камера. Такой насос может использоваться, например, вместо медицинских роликовых насосов [7], имеющих большое число вращающихся деталей (обойму, ролики) и подшипниковые узлы.

Предварительные испытания такого насоса проводились на базе описанного выше макета. В качестве камеры, помещаемой в зазор, использовалась резиновая трубка диаметром 3 мм с толщиной стенки 0,25 мм. Насос обеспечивал подачу воды с напором, определяемым магнитным давлением в зазоре. К достоинствам насоса следует отнести хорошие динамические характеристики и повышенную надежность. В шаговом режиме он может использоваться в качестве дозатора. В настоящее время изготовлен и испытывается аналогичный насос для аппарата искусственного кровообращения с диаметром диска 200 мм и внутренним диаметром камеры из полиуретановой трубки, равным 13 мм при толщине стенки трубки 2,5 мм. Камера насоса вынесена из активной электромагнитной зоны для предотвращения влияния магнитных полей на перекачиваемую среду. Предварительные испытания насоса подтвердили его работоспособность и хорошие динамические качества.

Упругое крепление подвижного элемента может использоваться в линейных двигателях различного типа. На рис. 5 приведен эскиз асинхронного линейного двигателя. Он содержит торцовый линейный (или дуговой) индуктор 1, подвижный элемент 2 маятникового типа из высокопроводящего материала и плоскую или спиральную пружину 3, на которой крепится подвижный элемент [8]. Индуктор создает бегущее магнитное поле с циклически изменяющимся направлением движения, которое, как и в обычном асинхронном двигателе, увлекает элемент 2 и заставляет его совершать колебательные движения, передаваемые механической нагрузке [9].

Пружинная связь между статором и подвижным элементом естественным образом обеспечивает торможение подвижного элемента в крайних положениях, в то время как в обычных линейных двигателях для этой цели часто применяются специальные демпферы.

Наличие пружины не ухудшает существенно энергетические характеристики линейного двигателя, поскольку энергия, затрачиваемая на изгиб пружины, циклически переходит в кинетическую энергию подвижного элемента. Очевидно, что наилучшие режимы работы

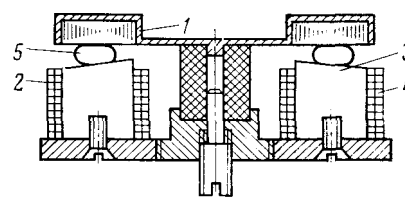


Рис. 4

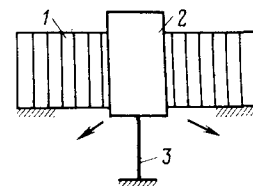


Рис. 5

двигателя реализуются при электромеханическом резонансе, когда потери будут минимальными.

Благодаря пружине обмотка индуктора может подключаться к однофазной сети без каких-либо переключателей элементов. Как известно, магнитное поле однофазного индуктора раскладывается на прямо и обратно бегущую волну. После первоначального отгиба пружины элемент 2 начинает двигаться под действием упругих сил и ускоряется прямо бегущим полем. Когда элемент 2 доходит до противоположного крайнего положения, он начинает обратное движение под действием пружины и ускоряется обратно бегущим полем и т. д.

Аналогичным образом упругое крепление ротора может осуществляться в синхронных линейных двигателях, линейных двигателях постоянного тока и др. В общем случае подвижный элемент может содержать обмотки с гибкими токопроводами и стальные магнитопроводы.

Одним из наиболее важных вопросов, возникающих при изучении бесподшипниковых двигателей, является оценка долговечности упругой опоры. В первом приближении без учета специфического характера деформации такая оценка может быть получена на основе имеющихся данных о предельном числе нормальных циклов срабатывания витых пружин, сильфонов, пластинчатых пружин и т. п.

Если считать, что механические напряжения в витой пружине в несколько раз меньше предельно допустимых, то число циклов ее деформации может достигать $N=10^7$ [10]. При этом ресурс двигателя с коническим движением вала при $n=10$ об/сек составит около 300 ч, а при $n=1$ об/с. (например, в бесподшипниковом насосе) 3000 ч. Для сильфонов можно принять $N=10^5$ [11] при стандартной вероятности безотказной работы на уровне 0,9 и, следовательно, полученные оценки ресурса уменьшаются на два порядка. Пластинчатые пружины типа рессор имеют $N=10^6$ [12] при относительно малых углах изгиба.

В то же время у подшипников N может составлять 10^8 и более [13]. Таким образом, по долговечности металлические упругие опоры существенно уступают подшипникам при нормальных окружающих условиях. Этот же вывод, по-видимому, верен и для неметаллических упругих опор, хотя долговечность износостойких резин и эластичных полимеров в последние годы быстро возрастает.

Несмотря на то, что значение N у подшипников больше, чем у упругих опор, при их сравнении по долговечности следует учитывать тот факт, что замена упругой опоры в процессе эксплуатации намного проще замены подшипника, упругая опора не требует смазки (а именно старение смазки определяет долговечность малых электрических машин [11]), упругая опора примерно в 10 раз дешевле подшипника. Поэтому есть основания полагать, что по долговечности двигатели с упругими опорами, имеющие частоты вращения порядка сотен оборотов в минуту и ниже, могут быть приближены к

подшипниковым двигателям малой мощности, многие из которых имеют среднюю наработку до отказа порядка 10^3 — 10^4 ч при нормальных условиях окружающей среды [1]. По мере усложнения окружающих условий (например, повышении температуры до 200—250 °С) конкурентоспособность упругих опор по отношению к подшипникам возрастает из-за заметного снижения расчетной долговечности последних [14].

В любом случае двигатели с упругими опорами, даже уступая в целом двигателям с подшипниками по долговечности, обладают по сравнению с ними принципиальным преимуществом — способностью работать в условиях, вообще исключающих использование подшипников — при высоких температурах, в глубоком вакууме, в присутствии агрессивных сред и т. п. Если опора выполняется на основе шарнира или кардана, она может превосходить подшипники по долговечности и надежности.

В заключение заметим, что упругая связь между ротором и статором может представить определенный практический интерес и в обычных электрических машинах с подшипниковыми опорами. Рассмотрим, например, обычный однофазный асинхронный двигатель, у которого ротор и статор связаны упругим элементом с мягкой характеристикой, допускающим вращение ротора в прямом и обратном направлениях с ограниченным ходом (в пределах не менее нескольких десятков оборотов [15]). Очевидно, что, как и рассмотренный выше линейный двигатель, обычный однофазный двигатель, благодаря упругой связи ротора и статора, может работать в режиме самопроизвольного реверса при прямом питании от однофазной сети без какой-либо коммутации цепей. Такой режим может требоваться в строгальных, шлифовальных, ткацких и других станках, в бытовых приборах и т. п.

Основной особенностью однофазного асинхронного двигателя с упругой связью ротора и статора, как и линейного двигателя на рис. 5, является работа в режиме непрерывно изменяющегося скольжения, что не позволяет применить к нему непосредственно известную теорию асинхронной машины. Приближенный анализ подобных устройств основывается на балансе действующих на ротор моментов: электромагнитного ($M_{эм}$), от упругих сил ($M_{упр}$), динамического (M_d) и нагрузочного (M_n). При однофазном питании $M_{эм}$ определяется суммой моментов для прямого ($M_{эм1}$) и обратного ($M_{эм2}$) вращающихся полей. В первом приближении имеем [16]:

$$M_{эм1} = 2M_m \left(\frac{s_1}{s_{m1}} + \frac{s_{m1}}{s_1} \right)^{-1}, \quad M_{эм2} = -2M_m \left(\frac{s_2}{s_{m2}} + \frac{s_{m2}}{s_2} \right)^{-1},$$

где M_m — модуль максимума $M_{эм}$, зависящий от параметров питающей сети и сопротивлений обмоток; s_1 и s_2 — скольжения для прямого и обратного полей; s_{m1} , s_{m2} — скольжения, соответствующие M_m .

Учитывая, что $s_2 = 2 - s_1$, $s_{m2} = 2 - s_{m1}$, можно выразить $M_{эм1}$ и $M_{эм2}$ через s_1 . Остальные моменты также представляются в виде зависимостей от s_1 .

Момент $M_{упр}$ зависит от угла поворота ротора $\alpha = \int_0^t \omega_1 dt = \omega_{сх} \int_0^t (1 - s_1) dt$, где $\omega_{сх}$ — модуль синхронной угловой скорости.

Момент M_d равен, очевидно, $M_d = -J \frac{d\omega}{dt} = J \omega_{сх} \frac{ds_1}{dt}$.

Момент M_n может задаваться в функции α и, следовательно, s_1 . В частности, при постоянном нагрузочном моменте, встречном по отношению к направлению вращения ротора, имеем $M_n = -\text{const} \cdot \text{sign}(1 - s_1)$. Суммируя все моменты, получаем нелинейное уравнение относительно s_1 , после решения которого на ЭВМ определяются все необходимые величины, характеризующие работу двигателя.

Подобный подход можно использовать и для линейного двигателя на рис. 5, но необходимо учесть краевые эффекты, существенно влияющие на характеристики двигателя [9, 17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермолин Н. П., Жерихин И. П. Надежность электрических машин. — Л.: Энергия, 1976.
2. Бертинов А. И., Варлей В. В. Электрические машины с катящимся ротором. — М.: Энергия, 1969.
3. А. с. 803080 (СССР). Электродвигатель/Д. А. Бут. Оpubл. в Б. И., 1981, № 5.
4. Сливинская А. Г. Электромагниты и постоянные магниты. — М.: Энергия, 1972.
5. Овчинников И. Е., Лебедев Н. И. Бесконтактные двигатели постоянного тока. — Л.: Наука, 1979.
6. А. с. 925347 (СССР). Насос для перекачивания крови/Д. А. Бут. Оpubл. в Б. И., 1982, № 17.
7. Галетти П., Бричер Г. Основы и техника экстракорпорального кровообращения. — М.: Медицина, 1966.
8. А. с. 886162 (СССР). Асинхронный электродвигатель/Д. А. Бут. Оpubл. в Б. И., 1981, № 44.
9. Соколов М. М., Сорокин Л. К. Электропривод с линейными асинхронными двигателями. — М.: Энергия, 1974.
10. Справочник машиностроителя — М.: ГосНТИ машиностроительной литературы, 1963.
11. Сильфоны. Расчет и проектирование/Под ред. Андреевой Л. Е. — М.: Машиностроение, 1975.
12. Машиностроение. Энциклопедический справочник. Т. 2. М.: ГосНТИ машиностроительной литературы, 1948.
13. Ануриев В. И. Справочник конструктора-машиностроителя. Т. 2. М.: Машиностроение, 1979.
14. Поспелов Л. И. Конструкции авиационных электрических машин. — М.: Энергоиздат, 1982.
15. А. с. 904121 (СССР). Однофазный асинхронный двигатель/Д. А. Бут. Оpubл. в Б. И., 1982, № 5.
16. Вольдек А. И. Электрические машины. — М.: Л.: Энергия, 1966.
17. Вольдек А. И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. — Л.: Энергия, 1970.

Оптимальное управление электроприводом при одновременном воздействии на ток и поток двигателя

ПАНАСЮК В. И.

Минск

В связи с широким применением микропроцессоров возрос интерес к аналитическим выражениям для оптимального управления динамическими системами в форме синтеза, в частности, для систем позиционного электропривода, оптимального по потерям и потреблению энергии. Это особенно актуально для автоматических устройств с автономным питанием и для мощных приводов. В статье на основе магистральных асимптотических свойств оптимальных траекторий, изученных в [1—4], на основе общего подхода к решению оптимизационных позиционных задач [5] получено аналитическое решение задачи оптимального управления позиционным электроприводом с управляемым потоком при учете полных потерь энергии (в отличие от [6]) для общего случая. Проведено сравнение по потерям полученного закона с известными.

1. Рассмотрим задачу оптимального по комплексному критерию качества управления электроприводом постоянного тока с регулируемым магнитным потоком (с двумя управлениями). По поводу решения этой задачи высказывались различные суждения и ранее [7—9] и сейчас, что говорит о необходимости более тщательного исследования этой задачи в общей постановке.

Уравнение равновесия моментов на валу двигателя постоянного тока (ДПТ) в нормированной форме и уравнение развертки угла имеют вид [7]:

$$\frac{dv}{dt} = i\Phi - \mu(v); \quad \frac{d\alpha}{dt} = v; \quad \mu(v) \geq 0, \quad (1)$$

где v — скорость вращения; i — ток якоря; Φ — магнитный поток; μ — момент сопротивления; α — угол поворота вала ДПТ.

Критерий оптимальности сформируем в виде [5]:

$$I = \int_0^T \{ \lambda_1 [i^2 + (k + s(v)) \Phi^2 + \Delta P_m(v)] + \lambda_2 - \lambda_3 v \} dt = \int_0^T F(i, \Phi, v) dt \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $k, s(v), \Delta P_m(v)$ — коэффициенты [5, 6].

Ограничения примем в виде [7]:

$$0 \leq \Phi \leq \Phi_m = 1; \quad (3)$$

$$|\Phi v + mi| \leq u_0; \quad (4)$$

$$|i| \leq i_m, \quad (5)$$

Первое из них обусловлено насыщением магнитных путей в машине, второе — уравнением электромагнитных процессов в цепи якоря и ограничением по модулю напряжения $u = \Phi v + mi$, приложенного к якорю, а третье — ограничением тока якоря по условиям коммутации. После замены в (2) независимой переменной t на v из (1) получаем согласно (11) из [5]:

$$F^*(i, \Phi, v) = \frac{\lambda_1 (i^2 + \gamma(v) \Phi^2 + \Delta P_m(v)) + \lambda_2 - \lambda_3 v}{i\Phi - \mu(v)} = \frac{k_1 (i^2 + \varphi^2 + \alpha_1^2)}{i\varphi - \beta}, \quad (6)$$

$$\text{где } \gamma(v) = k + s(v) > 0; \quad \varphi = \sqrt{\gamma} \Phi; \quad \alpha_1 = \Delta P_m(v) + (\lambda_2 - \lambda_3 v) / \lambda_1; \quad \beta = \mu \sqrt{\gamma}; \quad k_1 = \lambda_1 \sqrt{\gamma},$$

откуда согласно (16), (17) из [5] определяются параметры магистрального режима

$$\{i_+^*, \Phi_+^*\} = \operatorname{argmin}_{i, \Phi} F^*(i, \Phi, v) \text{ при } i\Phi - \mu > 0; \quad (7)$$

$$\{i_-^*, \Phi_-^*\} = \operatorname{argmax}_{i, \Phi} F^*(i, \Phi, v) \text{ при } i\Phi - \mu < 0 \quad (8)$$

с учетом ограничений (3) — (5).

Применяя стандартные процедуры поиска условного экстремума функции двух переменных, несложно определить параметры оптимального процесса $i^*(v), \Phi^*(v)$. Очевидно, выражения (7) и (8) являются оптимальным регулятором. Однако, если реализация регулятора базируется на микропроцессорной основе и ориентирована на функционирование в режиме реального времени, то желательно иметь формулы для различных участков оптимального процесса и логические выражения для переключения этих участков.

2. Выведем аналитические зависимости для частей оптимального процесса. Считаем далее основным случай справедливости условия

$$i_m \geq \Phi_m \sqrt{\gamma}, \quad (9)$$

которое вначале считаем выполненным. Тогда, применяя рассуждения, использованные в [2, с. 184; 6], несложно установить, что точка, доставляющая минимум функции (6), при действии в системе в отличие от [6] относительно больших моментов сопротивления, удовлетворяющих неравенству

$$\mu > \sqrt{\gamma} \Phi_m^2, \quad (10)$$

находится на отрезке DF (см. рис. 1), спускаясь по нему с увеличением v . Кривая $i\varphi - \beta$ при выполнении (10) пересекает не отрезок OE , как в [6], а отрезок ED . Тогда для разгона имеем при $u < u_0$:

$$\Phi^* = \Phi_m, \quad (11)$$

а из условия $\partial F^* / \partial i = 0$:

$$i^* = \min \left\{ i_m, \frac{\mu}{\Phi^*} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{\Phi^*} \right)^2 + (\Phi^*)^2 \gamma + \alpha_1} \right\}. \quad (12)$$

Разгон в этом случае длится до достижения v значения v_n , определяемого из условия

$$\left(\frac{\mu}{\Phi^*} \right)^2 + (\Phi^*)^2 \gamma + \alpha_1 = 0. \quad (13)$$

Если при разгоне напряжение на якоре достигает своего предельного значения $u = u_0$, что соответствует переходу точки i^*, Φ^* на рис. 1 на прямую

$$v\Phi + mi = u_0, \quad (14)$$

то параметры разгона определяются из выражений:

$$i^* = p + \sqrt{p^2 - q}; \quad (15)$$

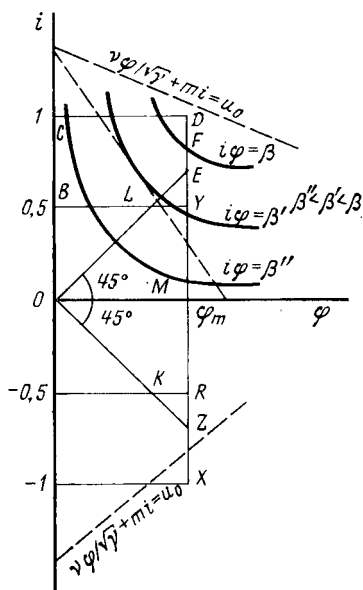


Рис. 1

$$\Phi^* = \frac{u_0 - mi^*}{v}, \quad (16)$$

$$\text{где } p = \frac{\mu v (\lambda_1 v^2 + bm^2) - m (cv^2 + bu_0^2)}{u_0 (av^2 - bm^2)};$$

$$q = \frac{2\mu bmv - cv^2 - bu_0^2}{\lambda_1 v^2 - bm^2}; \quad b = \gamma \lambda_1; \quad c = \alpha_1 \lambda_1; \quad a = \lambda_1.$$

Выражения (15) и (16) справедливы, если $\Phi^* < \Phi_m$ в противном случае параметры разгона определяются условиями (11) и (16). Разгон в случае $u = u_0$ длится до достижения скоростью v значения v_n , определяемого из условия

$$p^2 - q = 0. \quad (17)$$

Достижение при разгоне скорости v_n соответствует при выполнении условий (9), (10) и $u < u_0$ попаданию системы в точку F на рис. 1. Далее при выполнении (9), (10) начинается первая активная зона участка торможения, где управления определяются при $u = u_0$ по формулам (16) и

$$i^* = p - \sqrt{p^2 - q}, \quad (18)$$

если $\Phi^* < \Phi_m$, и по выражениям (11), (16) — в противном случае. При $u < u_0$ процесс торможения определяется условиями (11) и

$$i^* = \max \left\{ -i_m, \min \left\{ i_m, \frac{\mu}{\Phi^*} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{\Phi^*} \right)^2 + (\Phi^*)^2 \gamma + \alpha_1} \right\} \right\}. \quad (19)$$

Торможение в этой зоне длится до достижения v значения v_n , определяемого из условия

$$2\beta + \alpha_1 = 0, \quad (20)$$

и соответствует на рис. 1 спуску по отрезку FE в точку E, где начинается зона пассивного торможения, соответствующая пребыванию системы в точке O с параметрами

$$i^* = 0, \quad \Phi^* = 0. \quad (21)$$

Зона пассивного торможения длится до снижения v под воздействием момента сопротивления до значения v_n , определяемого из равенства

$$2\beta = \alpha_1. \quad (22)$$

При выполнении (9) начинается вторая зона активного торможения; она соответствует спуску системы по отрезку ZX на рис. 1 до значения скорости v (T) с управлениями, соответствующими выражениям (11), (19) при $|u| < u_0$, или (16), (18) при $u = u_0$, или

$$i^* = \bar{p} - \sqrt{\bar{p}^2 - q}; \quad \Phi^* = \frac{-u_0 - mi^*}{v}; \quad \bar{p} = -p \quad (23)$$

при $u = -u_0$.

Если условие (9) справедливо, а условие (10) не выполняется, т. е. система находится под воздействием малых моментов сопротивления [6], то скорость переключения на торможение v_n находится как $v_n = v_n$, т. е. определяется условием (20). Поэтому первая зона активного торможения отсутствует [6], и переключение на торможение может быть негладким; далее процесс протекает как описано выше.

Рассмотрим неосновной случай, когда неравенство (9) не выполняется, что на рис. 1 имеет место, например, при $i_m = 0,5$. При невыполнении (9) считаем, что система находится под воздействием относительно больших моментов сопротивления, что соответствует выполнению неравенства

$$\mu > i_m^2 / \sqrt{\gamma}. \quad (24)$$

В этом случае разгон при $u < u_0$ протекает при

$$i^* = i_m; \quad (25)$$

$$\Phi^* = \min \left\{ \Phi_m, \frac{\mu}{i^*} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{i^*} \right)^2 + \frac{(i^*)^2}{\gamma} + \frac{\alpha_1}{\gamma}} \right\} \quad (26)$$

до скорости v_n , определяемой из условия

$$\left(\frac{\mu}{i^*} \right)^2 + \frac{(i^*)^2}{\gamma} + \frac{\alpha_1}{\gamma} = 0. \quad (27)$$

В случае выхода на полное напряжение якоря при разгоне справедливы условия (15), (16), (17), как и для основного случая (9). Далее при выполнении (24) идет первая зона активного торможения, где при $u = u_0$ управления определяются условиями (16), (18), а при $u < u_0$ в этой зоне торможение идет по законам (25) и

$$\Phi^* = \min \left\{ \Phi_m, \frac{\mu}{i^*} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{i^*} \right)^2 + \frac{(i^*)^2}{\gamma} + \frac{\alpha_1}{\gamma}} \right\} \quad (28)$$

до значения скорости v_n , определяемого из условия (20). Затем идет зона пассивного торможения при выполнении (21). Скорость v под действием μ снижается до значения v_n , определяемого из (22), а далее следует вторая зона активного торможения, где управления при $|u| < u_0$ определяются:

$$i^* = -i_m; \quad (29)$$

$$\Phi^* = \min \left\{ \Phi_m, \frac{\mu}{i^*} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{i^*} \right)^2 + \frac{(i^*)^2}{\gamma} + \frac{\alpha_1}{\gamma}} \right\}, \quad (30)$$

а скорость снижается до значения v (T). Если здесь имеет место равенство $u = -u_0$, то справедливы условия (23). Если для μ условие (24) не выполняется, то $v_n = v_n$, т. е. v_n определяется из условия (20), переключение на торможение негладкое, первая зона активного торможения отсутствует. Далее процесс идет так же, как и при выполнении (24).

Из этого анализа можно сделать вывод о том, что в процессе торможения при $\mu > 0$, $\gamma > 0$ может быть зона пассивного торможения (свободного выбега), где дви-

гатель обесточен; до этой зоны и после нее могут быть участки активного торможения, где двигатель создает электромагнитный момент.

3. Эквивалентные постановки задачи [2, с. 160; 6]. Пусть первоначально имеем следующую постановку задачи [7, с. 89], назовем ее первой: определить оптимальный процесс $v(t)$, $i(t)$, $\Phi(t)$, доставляющий минимум интегралу потерь:

$$Q = \int_0^T (i^2 + \gamma(v) \Phi^2 + \Delta P_m(v)) dt, \quad (31)$$

на решениях системы (1) при заданных значениях интегралов

$$T = \int_0^T dt; \quad (32)$$

$$\alpha = \int_0^T v dt, \quad (33)$$

т. е. при фиксированных времени T и угле поворота $\alpha(T)$, граничных условиях $v(0)$, $v(T)$ и ограничениях (3)–(5).

Полагаем, что большему заданному времени T отработки заданного угла $\alpha(T)$ соответствует в оптимальном процессе меньшее значение потерь Q , т. е. имеется взаимно-однозначная зависимость между Q и T при фиксированном $\alpha(T)$ и заданных граничных условиях. Считаем, что $T \leq T_{\text{мм}}$, где $T_{\text{мм}}$ соответствует при заданном $\alpha(T)$ потерям $Q_{\text{мм}}(T)$ при заданном T , — это режим минимум минимум потерь. Увеличивать время сверх $T_{\text{мм}}$ в задаче нецелесообразно, так как вместо снижения потерь это ведет к их увеличению [при фиксированном $\alpha(T)$]. В этом случае приведенную выше первую постановку задачи можно заменить следующей эквивалентной [6] второй постановкой: определить $v(t)$, $i(t)$, $\Phi(t)$, доставляющие минимум функционалу:

$$\begin{aligned} I_2 &= \lambda_1 Q + \lambda_2 T = \int_0^T [\lambda_1 (i^2 + \gamma(v) \Phi^2 + \Delta P_m(v)) + \lambda_2] dt = \\ &= \int_0^T F_1(i, \Phi, v) dt, \end{aligned} \quad (34)$$

где λ_1 , λ_2 — фиксированные неотрицательные весовые множители, на решениях системы (1) при заданных $\alpha(T)$, $v(0)$, $v(T)$ и ограничениях (3)–(5) при нефиксированном T . Решение этой задачи для каждого фиксированного λ_2 (при $\lambda_1=1$ из условия нормировки) дает значение T в оптимальном процессе, чем устанавливается взаимно-однозначная зависимость между λ_2 и T . При $\lambda_2=0$ получаем $T_{\text{мм}}$, упомянутое выше.

Полагаем далее, что большему заданному углу $\alpha(T)$ в оптимальном процессе соответствует и большее значение I_2 (при $\lambda_2=\text{const}$). Тогда можно сформулировать эквивалентную третью постановку задачи, приведенную в п. 1 [6]: определить $v(t)$, $i(t)$, $\Phi(t)$, доставляющие минимум критерию (2) (при фиксированном $\lambda_3 \geq 0$), на решениях (1) при заданных $v(0)$, $v(T)$ и ограничениях (3)–(5). Если в первой постановке время T не фиксировано, то в третьей постановке эквивалентной задачи имеем $\lambda_2=0$.

Вопрос эквивалентности постановок задач оптимизации электроприводов освещен в [2, с. 161] с позиций

принципа взаимности вариационного исчисления. Эквивалентные с этой точки зрения процессы описываются одинаковыми с точностью до постоянных выражениями для экстремалей, а постоянные либо находятся через значения некоторых интегралов (32) и (33), либо их значения, например λ_j , определяют значения этих интегралов. При одинаковых значениях интегралов (31)–(33) оптимальные процессы в эквивалентных задачах при одинаковых граничных условиях полностью совпадают.

4. Кроме одного участка разгона и одного торможения, между этими участками в позиционном процессе может находиться участок движения с постоянной скоростью v^* . Для определения v^* рассматривается эквивалентная задача во второй постановке, где, переходя к новой независимой переменной α вместо t с помощью уравнения связи $dt = d\alpha/v$, имеем

$$I_1 = \int_0^{\alpha(T)} \frac{F_1(i, \Phi, v)}{v} d\alpha = \int_0^{\alpha(T)} F_1^*(i, \Phi, v) d\alpha \rightarrow \min. \quad (35)$$

Магистраль этой вспомогательной задачи (для случая $v > 0$) определится [2, с. 102, с. 115]:

$$\{i^*, \Phi^*, v^*\} = \underset{i, \Phi, v}{\operatorname{argmin}} F_1^*(i, \Phi, v) \text{ при } i\Phi = \mu \quad (36)$$

и ограничениях (3)–(5). Тогда, если $v^* = \infty$, участок движения с постоянной скоростью отсутствует. В противном случае режим (36), который при наличии ограничения $|v| \leq v_m$ определяется с его учетом, проверяется достаточным критерием неуклучаемости периодическими движениями [10, с. 282]. Этот критерий в рассматриваемой задаче удовлетворяется. Следовательно, в позиционном процессе возможно наличие участка движения с постоянной скоростью (36). Весовые множители λ_j в функционале (2) могут выбираться только таким образом, чтобы скорость переключения на торможение v_n удовлетворяла условию (при $v \geq 0$):

$$v_n \leq v^*. \quad (37)$$

Автором статьи совместно с А. И. Панасюком строго обосновано наличие в позиционном процессе только одного участка разгона и одного участка торможения в случае выполнения для любых v из диапазона $0 \leq v \leq v_n$ неравенства

$$\frac{F_1(i_T, \Phi_T, v) [i_p \Phi_p - \mu(v)] + F_1(i_p, \Phi_p, v) [\mu(v) - i_T \Phi_T]}{i_p \Phi_p - i_T \Phi_T} \geq F_1(i_c, \Phi_c, v) \quad (38)$$

для всех допустимых по ограничениям значений i_p , Φ_p — для разгона, удовлетворяющих условию $i_p \Phi_p - \mu(v) > 0$, торможения i_T , Φ_T , удовлетворяющих условию $i_T \Phi_T - \mu(v) < 0$, и режима установившегося движения $\{i_c, \Phi_c\} = \underset{i, \Phi}{\operatorname{argmin}} F_1(i, \Phi, v)$ при $i_c \Phi_c = \mu$ для любой фиксированной скорости v . Установлено, что переключение на торможение может быть гладким по скорости, если в этой точке неравенство (38) строго выполняется, и что в задаче может быть участок движения с постоянной скоростью (36) и справедливо (37), если для этого режима имеет место (38). В рассматриваемой задаче условие (38) выполняется.

(Материал пп. 3 и 4 разработан совместно с А. И. Панасюком.)

5. Проведем сравнение полученного оптимального процесса с известным. Рассматривается задача п. 1 (третья постановка п. 3) при следующих числовых данных: $\lambda_3=1$; $\lambda_1=1$; $\lambda_2=0,9$; $s(v)=0$; $\Delta P_m(v)=0$; $\sqrt{k}=0,5$;

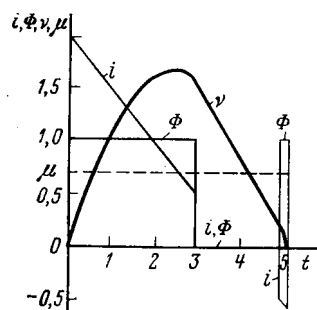


Рис. 2

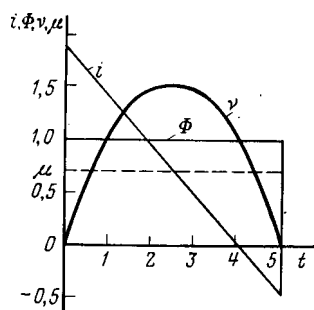


Рис. 3

$\mu=0,7$; $\Phi_m=1$; $u_0=2,5$; $m=0,3125$; $i_m=3$; $v(0)=v(T)=0$.

Из (36) имеем $v^*=\infty$, т. е. участка движения с постоянной скоростью нет. Применяем формулы п. 2. Условие (9) выполнено: $3 > 1,0,5$. Условие (10) также справедливо: $0,7 > 0,5 \cdot 1^2$. Из условия (13) имеем: $0,7^2 + 0,25 + 0,9 - v_n = 0$, откуда $v_n = 1,64$. Разгон при $0 \leq v \leq 1,64$ ведется по выражениям (11) и (12), где $|i| < i_m$ и $|u| < u_0$.

Из условия (20) имеем $2 \cdot 0,5 \cdot 0,7 + 0,9 - v_n = 0$, откуда $v_n = 1,6$. Торможение при $1,64 \geq v \geq 1,6$ ведется по выражениям (11) и (19), где $|i| < i_m$ и $|u| < u_0$. Из условия (22) имеем: $0,9 - v_n = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,7$, откуда $v_n = 0,2$. Торможение при $1,6 \geq v \geq 0,2$ ведется по выражениям (21). На участке $0,2 \geq v \geq 0$ торможение ведется опять по формулам (11) и (19), где $|i| < i_m$, $|u| < u_0$. Процесс оптимального позиционирования представлен на рис. 2. Он получен моделированием (1) с рассмотренным регулятором при $\Delta t = 0,04$ с. Для этого процесса имеем $T = 5,08$ с; $\alpha(T) = 5,218$; $Q(T) = 5,9087$.

Так как в этом процессе выполняется $|i| < i_m$, $|u| < u_0$, то для сравнения при тех же числовых данных используем известный процесс [8] с заданным постоянным во всем процессе магнитным потоком $\Phi(t) \equiv 1$; ток определяется выражениями (12) и (19), т. е. имеем тот же процесс, что и на рис. 2, но без «провала» тока и потока при $v_n \geq v \geq v_k$ на участке торможения и с соответственно подобранными $\lambda_2 = 0,696025$; $\lambda_3 = 0,9395$, дающими те же самые, что и на рис. 2, значения $T = 5,08$ с; $\alpha(T) = 5,218$. Этот процесс приведен на рис. 3. Для него имеем потери $Q(T) = 6,230109$, т. е. больше, чем в предыдущем случае (рис. 2) на 5,44 %. Эта разница увеличивается при ограничении

тока якоря, уменьшении момента сопротивления, а также при действии прочих факторов, приводящих к стремлению v_n достичь v_n , а $v_k \rightarrow v(T)$.

При $\alpha(T) = 5,218$ для оптимального процесса с заданным постоянным потоком $\Phi(t) \equiv 1$, дающего минимум минимум потерь для этого $\alpha(T)$, и тех же числовых данных, кроме $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0,5692307$, имеем $T_{\text{мм}} = T = 6$ с, $Q_{\text{мм}}(T) = 5,956328$, т. е. этот процесс имеет также большие потери, нежели процесс с участком свободного выбега на рис. 2.

Выбор весовых множителей λ_j обсуждался в [6].

Вывод. Для общей постановки задачи оптимального по полным энергопотерям одновременного управления током и потоком электропривода постоянного тока получен оптимальный процесс, отличающийся от известных в литературе тем, что участок торможения при наличии момента сопротивления содержит зону свободного выбега, а до и после нее могут быть зоны активного торможения. Все решение задачи по приведенной методике сводится к поиску условного экстремума некоторой функции нескольких переменных, числом не более размерности системы, и не приводит к краевой задаче.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панасюк А. И., Панасюк В. И. Об асимптотике траекторий одного класса задач оптимизации. — Автоматика и телемеханика, 1975, № 8.
2. Панасюк А. И., Панасюк В. И. Асимптотическая оптимизация нелинейных систем управления. — Минск: БГУ, 1977.
3. Панасюк В. И. Магистральные свойства траекторий в дискретных задачах оптимального управления. — Автоматика и телемеханика, 1981, № 8.
4. Панасюк В. И., Жук К. Д. Магистральное поведение оптимальных траекторий в классе логико-динамических систем. — Автоматика и телемеханика, 1982, № 1.
5. Панасюк В. И. Управление электроприводом, оптимальное по потерям энергии и ее потреблению. — Изв. вузов. Энергетика, 1982, № 2.
6. Панасюк В. И. Управление потоком электропривода, оптимальное по полным энергопотерям. — Изв. вузов. Энергетика, 1982, № 7.
7. Петров Ю. П. Оптимальное управление электроприводом. — Л.: Энергия, 1971.
8. Хамитов Ш. Ш. К вопросу определения оптимальных диаграмм тока двигателя постоянного тока. — ДАН СССР, 1959, т. 124, № 2.
9. Розенман Е. А. Оптимальное управление объектом с двумя управляющими воздействиями. — Автоматика и телемеханика, 1959, № 10.
10. Цирлин А. М., Балакирев В. С., Дудников Е. Г. Вариационные методы оптимизации управляемых объектов. — М.: Энергия, 1976.

Взаимоиндукции линии при расчете токов в электрических сетях

БЕЛЯКОВ Ю. С., МОСКАЛЕВА Р. П., инженеры

Петрозаводск

Явление взаимоиндукции оказывает существенное влияние на процессы в электрических цепях, в частности на процессы, сопровождающие несимметричные короткие замыкания на землю в электрических системах. Расчет таких цепей при наличии взаимоиндукции представляет известные трудности.

Если использование метода контурных токов позволяет относительно легко учесть взаимоиндукцию, то метод узловых напряжений, получивший наибольшее распространение, такой возможности не дает [1]. Правда, формально можно использовать следующее уравнение [1] для получения матрицы узловых сопротивлений

$$Z_{mn} = (\Pi_{\alpha}^m (Z_{\alpha\beta})^{-1} \Pi_{\beta}^n)^{-1}, \quad (1)$$

где Z_{mn} — матрица узловых сопротивлений; $Z_{\alpha\beta}$ — исходная матрица элементарной схемы, недиагональные элементы которой отражают взаимоиндуктивные связи элементов; Π_{α}^m и Π_{β}^n — матрицы инцидентности, в общем случае элементы которых могут содержать коэффициенты трансформации [2].

Фактически использование формулы (1) вызывает серьезные вычислительные трудности при операциях с матрицами большого (сотни) порядка. Поэтому в практике расчетов используют или процесс последовательного наращивания матрицы узловых сопротивлений [3 и 4] или двухэтапный вариант, согласно которому сначала получают матрицу узловых проводимостей [5], а затем выделяют необходимое для рассмотрения количество узлов (остальные исключаются любым из известных методов), и оставшаяся матрица узловых проводимостей обращается [6]. Во всех этих случаях, однако, учет взаимоиндукции довольно сложен. Достаточно взглянуть на громоздкие формулы [4 и 7], логика использования которых тоже сложна. Все это создает трудности при составлении программ расчета схем со взаимоиндукцией.

Возможна замена группы ветвей, связанных взаимоиндукцией, схемой полного многоугольника [8]. Такой метод достаточно универсален, но он требует предварительного расчета параметров многоугольника, усложняет схему замещения системы, затрудняет расчет дополнительных режимов, связанных с отключением линий этой группы, особенно каскадным и с отключением и заземлением одной или нескольких линий.

Простой и универсальный алгоритм учета взаимоиндукции можно получить на основе развития предложенного в [9] способа, реализуемого подключением источников тока в схеме, для которой определена матрица узловых сопротивлений без учета взаимоиндукции. Предлагаемый способ учета взаимоиндукции достигается посредством пересчета элементов указанной матрицы следующим образом.

Для произвольной схемы (рис. 1) любым из известных способов рассчитывается матрица узловых сопротивлений так, как будто нет взаимоиндукции. Рассмотрим первую группу линий, связанных взаимоиндукцией (индексы узлов $i-j$). Приложим к произвольному узлу m источник тока, тогда напряжение в узлах i и j можно определить по формулам:

$$\begin{cases} \dot{U}_i = \dot{Z}'_{im} \dot{J}_m = \dot{Z}_{im} \dot{J}_m + (\dot{Z}'_{ii} - \dot{Z}'_{ij}) \dot{J}_{i-j}; \\ \dot{U}_j = \dot{Z}'_{jm} \dot{J}_m = \dot{Z}_{jm} \dot{J}_m + (\dot{Z}'_{ji} - \dot{Z}'_{jj}) \dot{J}_{i-j}. \end{cases} \quad (2)$$

и их разность

$$\dot{U}_i - \dot{U}_j = (\dot{Z}_{im} - \dot{Z}_{jm}) \dot{J}_m + (\dot{Z}'_{ii} - \dot{Z}'_{ij} - \dot{Z}'_{ji} + \dot{Z}'_{jj}) \dot{J}_{i-j}. \quad (3)$$

В этих формулах $\dot{U}_i$ — напряжения в начале ветвей; $\dot{U}_j$ — напряжения в конце ветвей; $\dot{J}_m$ — ток приложенного источника; $\dot{Z}_{im}$, $\dot{Z}_{jm}$, $\dot{Z}'_{im}$, $\dot{Z}'_{jm}$ — взаимные сопротивления, взятые из рассчитанной матрицы, в которой не учтена взаимоиндукция рассматриваемой группы линий (без штриха), и из новой, еще неизвестной, но учитывающей эту взаимоиндукцию

(со штрихом) $\dot{Z}'_{ii}$, $\dot{Z}'_{ij}$, $\dot{Z}'_{ji}$, $\dot{Z}'_{jj}$ — матрицы сопротивлений, образованные из исходной (не учитывающей данную группу взаимоиндукции), для всех значений i и j , причем $\dot{Z}'_{ij} \neq \dot{Z}'_{ji}$; $\dot{J}_{i-j}$ — ток, эквивалентный введению взаимоиндукции. Кроме того, приняты следующие дополнительные обозначения: точка над буквой — комплексное число, «/» — матрица-столбец, «—» — матрица-строка, «*» — квадратная матрица, «~» — квадратная диагональная матрица.

Обозначим

$$\dot{Z}_{im} - \dot{Z}_{jm} = \dot{A}(m), \quad \dot{Z}'_{ii} - \dot{Z}'_{ij} - \dot{Z}'_{ji} + \dot{Z}'_{jj} = \dot{B};$$

тогда выражение (3) упрощается:

$$\dot{U}_i - \dot{U}_j = \dot{A}(m) \dot{J}_m + \dot{B} \dot{J}_{i-j}. \quad (3a)$$

В свою очередь ток, эквивалентный введению взаимоиндукции (рис. 2),

$$\dot{J}_{i-j} = \tilde{Z}_{i-j, i-j}^{-1} \dot{M}_{i-j, i-j} \dot{I}_{i-j}, \quad (4)$$

в котором $\dot{I}_{i-j}$ — истинный ток ветвей $i-j$ с учетом взаимоиндукции, обусловленный $\dot{J}_m$.

Смысл выражения (4) заключается в определении э. д. с., наведенных в смежных ветвях (произведение двух последних матриц), и переходе от э. д. с. к эквивалентным токам (умножение на первую матрицу).

С другой стороны, истинные токи ветвей связаны с разностями напряжений:

$$\dot{U}_i - \dot{U}_j = (\tilde{Z}_{i-j, i-j} + \dot{M}_{i-j, i-j}) \dot{I}_{i-j}. \quad (5)$$

Приравняв правые части уравнений (3a) и (5) и подставляя в (3a) значение тока $\dot{J}_{i-j}$ из (4), получаем основное уравнение:

$$\begin{aligned} (\tilde{Z}_{i-j, i-j} + \dot{M}_{i-j, i-j}) \dot{I}_{i-j} &= \\ &= \dot{A}(m) \dot{J}_m + \dot{B} \tilde{Z}_{i-j, i-j}^{-1} \dot{M}_{i-j, i-j} \dot{I}_{i-j}. \end{aligned} \quad (6)$$

Решим это уравнение относительно тока $\dot{I}_{i-j}$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{i-j} &= (\tilde{Z}_{i-j, i-j} + \dot{M}_{i-j, i-j} - \dot{B} \tilde{Z}_{i-j, i-j}^{-1} \dot{M}_{i-j, i-j})^{-1} \dot{A}(m) \dot{J}_m = \\ &= \dot{D}^{-1} \dot{A}(m) \dot{J}_m, \end{aligned} \quad (7)$$

где через $\dot{D}$ обозначен множитель при $\dot{A}(m) \dot{J}_m$.

Подставляя полученное значение тока в (4), получаем окончательную формулу для эквивалентного тока:

$$\dot{J}_{i-j} = \tilde{Z}_{i-j, i-j}^{-1} \dot{M}_{i-j, i-j} \dot{D}^{-1} \dot{A}(m) \dot{J}_m = \dot{C} \dot{A}(m) \dot{J}_m. \quad (8)$$

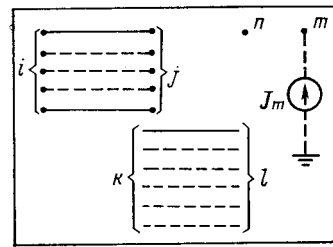


Рис. 1. Схема выделения групп линий электропередачи, связанных взаимоиндукцией; m и n — произвольные узлы сети

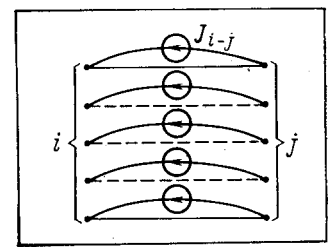


Рис. 2. Схема подключения источников тока, эквивалентных введению взаимоиндукции в данной группе линий

Напряжение в произвольном узле n

$$\dot{U}_n = Z'_{nm} \dot{J}_m = Z_{nm} \dot{J}_m + (\bar{Z}_{ni} - \bar{Z}_{nj}) \dot{J}_{i-j}.$$

Приняв $\dot{J}_m = 1$, что возможно ввиду произвольности этого тока, находим новое значение элемента матрицы

$$Z'_{nm} = Z_{nm} + (\bar{Z}_{ni} - \bar{Z}_{nj}) \dot{J}_{i-j}. \quad (9)$$

Если считать m номерами столбцов, а n — номерами элементов в столбце, то с помощью (9) можно организовать пересчет всех элементов матрицы.

Следует обратить внимание, что наиболее трудоемкая операция нахождения $\dot{C}$ выполняется для данной группы взаимной индукции один раз. Пересчеты, связанные с переходом от столбца к столбцу, несложные.

Ввиду линейности рассматриваемых цепей возможен переход к следующей группе взаимной индукции ($k-l$, рис. 1), для которой справедливы все изложенные выше формулы, а исходной будет матрица, пересчитанная для предыдущей группы взаимной индукции.

На основе такого способа формируется простой алгоритм и соответствующая программа учета взаимной индукции.

Приведем пример расчета матрицы узловых сопротивлений с учетом взаимной индукции ветвей. Схема расчета показана на рис. 3, стрелками указаны условные направления ветвей, которые приняты от меньшего узла к большему, цифрами — значения сопротивлений элементов в омах. Исходные данные:

матрица узловых сопротивлений без учета взаимной индукции:

$$Z_{nm} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 81,56 & 67,28 & 58,50 \\ 67,28 & 78,91 & 59,94 \\ 58,50 & 59,94 & 85,18 \end{bmatrix} \end{matrix};$$

матрица взаимной индукции первой (и в данном случае единственной) группы:

$$M_{i-j, i-j} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1-2 & 2-3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1-2 \\ 2-3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 22,40 \\ -22,40 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

т. е. $i = 1, 2; j = 2, 3$.

1. Рассчитаем вспомогательные величины:

$$\dot{B} = \begin{bmatrix} 25,91 & -10,19 \\ -10,19 & 44,21 \end{bmatrix};$$

$$\dot{D} = \begin{bmatrix} 29,052528 & -4,319510 \\ -9,178337 & 67,789225 \end{bmatrix};$$

$$\dot{C} = \begin{bmatrix} -3,3188 & -10,5054 \\ -10,5054 & -0,6694 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}.$$

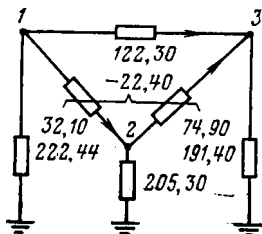


Рис. 3. Простейшая схема со взаимной индукцией между двумя ветвями. Знак сопротивления взаимной индукции отрицательный, так как условные направления не совпадают

2. Пересчитаем первый столбец, $m = 1$:

$$\dot{A}(1) = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 81,56 & 67,28 \\ 67,28 & 58,50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14,28 \\ 8,78 \end{bmatrix};$$

$$\dot{J}_{i-j} = \begin{bmatrix} -3,3188 & -10,5054 \\ -10,5054 & -0,6694 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 14,28 \\ 8,78 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \begin{bmatrix} -0,1396 \\ -0,1558 \end{bmatrix}.$$

2.1. Пересчет первого элемента, $n = 1$:

$$Z'_{11} = 81,56 + (81,56 \cdot 67,28 - 67,28 \cdot 58,50) \times \begin{bmatrix} -0,1396 \\ -0,1558 \end{bmatrix} = 78,19.$$

2.2. Пересчет второго элемента, $n = 2$:

$$Z'_{21} = 67,28 + (67,28 \cdot 78,91 - 78,91 \cdot 59,94) \times \begin{bmatrix} -0,1396 \\ -0,1558 \end{bmatrix} = 65,94.$$

2.3. Пересчет третьего элемента, $n = 3$:

$$Z'_{31} = 58,50 + (58,50 \cdot 59,94 - 59,94 \cdot 85,18) \times \begin{bmatrix} -0,1396 \\ -0,1558 \end{bmatrix} = 62,63.$$

Аналогично производится пересчет элементов второго и третьего столбцов, в результате получается матрица, учитывающая взаимную индукцию:

$$Z'_{nm} = \begin{bmatrix} 78,19 & 65,94 & 62,63 \\ 65,94 & 82,86 & 57,41 \\ 62,63 & 57,41 & 83,98 \end{bmatrix}.$$

Сравнение исходной и полученной матрицы говорит о заметном влиянии взаимной индукции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максимович Н. Г. Линейные электрические цепи и их преобразования. — М. — Л.: ГЭИ, 1960.
2. Сенди К. Современные методы анализа электрических систем. — М.: Энергия, 1971.
3. Чернин А. Б., Лосев С. Б. Основы вычислений электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах. — М.: Энергия, 1971.
4. Крылов В. А. Расчет токов короткого замыкания на ЦВМ с использованием метода наращивания расчетной схемы сети. — В кн.: Вычислительная техника в проектировании и эксплуатации энергосистем. — Киев: Наукова Думка, 1964.
5. Качанова Н. А. Расчет электрических режимов сложных энергосистем без приведения элементов сети к одной ступени напряжения. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. — Киев: Наукова Думка, 1973, вып. 42.
6. Батхиш Х. А. Д., Кирдяева Т. Н. Методика расчета на ЦВМ сложносимметричных режимов электрических систем. — В кн.: Вопросы проектирования и эксплуатации электрической части электростанций. — М.: Изд. МЭИ, 1974.
7. Крылов В. А. Усовершенствованный способ автоматизированного расчета токов короткого замыкания на ЦВМ. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. — Киев: Наукова Думка, 1971, вып. 30.
8. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. М.: Энергия, 1964.
9. Daniels H. A., Chen Mo-Shing. Characteristics of a bus impedance matrix and formation of short circuit equations. — 21th Ann. SW IEEE Conf. and Exhib., San Antonio, Texas, 1969. — New York, 1969.

[30.03.82]

Применение теории распределений к анализу электрических цепей

КОНСТАНТИНЕСКУ И. Н., доктор техн. наук

Социалистическая Республика Румыния

Введение. Цепи с индуктивными связями имеют большое как теоретическое, так и практическое значение. Этим объясняется большое количество работ, которые посвящены анализу процессов в этих цепях [1—4]. Особый интерес представляют RLC -контуры, связанные индуктивно, как показано на рис. 1, а.

Анализ таких контуров рассматривался в многочисленных работах лишь для частных случаев.

В настоящей работе представлены три метода решения уравнений цепи с помощью теории распределений (обобщенных функций) и алгебры свертки, позволяющих выполнить анализ цепи при любой форме напряжения $E(t)$ и при любых начальных условиях.

Вывод операторных уравнений. Для цепи на рис. 1, а на основании второго закона Кирхгофа справедливы следующие дифференциальные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 + M \frac{d^2 q_2}{dt^2} &= E(t); \\ M \frac{d^2 q_1}{dt^2} + L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{1}{C_2} q_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $i = \frac{dq}{dt}$; начальные условия: $q_k(0) = q_{k0}$; $i_k(0) = \frac{dq_k}{dt} \Big|_0 = i_{k0}$ ($k = 1, 2$).

Введем следующие функции: $\bar{q}_k(t) = \theta(t) q_k(t)$; $\bar{i}_k(t) = \theta(t) i_k(t)$; $\bar{E}(t) = \theta(t) E(t)$ ($k = 1, 2$).

Применяя соотношения между обобщенными и обычными производными, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{q}_k}{dt} &= \frac{d\bar{q}_k}{dt} + q_{k0} \delta(t) = \bar{i}_k(t); \\ \frac{d^2 \bar{q}_k}{dt^2} &= \frac{d^2 \bar{q}_k}{dt^2} + i_{k0} \delta(t) + q_{k0} \delta'(t), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\delta(t)$ и $\delta'(t)$ соответственно дельта-функция Дирака и ее производная, а знаком отмечены обычные производные.

Исключая обычные производные из системы (1) при помощи соотношений (2), получаем систему

$$\left. \begin{aligned} L_1 \frac{d^2 \bar{q}_1}{dt^2} + R_1 \frac{d\bar{q}_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \bar{q}_1 + M \frac{d^2 \bar{q}_2}{dt^2} &= \varepsilon_1(t); \\ M \frac{d^2 \bar{q}_1}{dt^2} + L_2 \frac{d^2 \bar{q}_2}{dt^2} + R_2 \frac{d\bar{q}_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \bar{q}_2 &= \varepsilon_2(t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\varepsilon_1(t) = \bar{E}(t) + (R_1 q_{1,0} + L_1 i_{1,0} + M i_{2,0}) \delta(t) + (L_1 q_{1,0} + M q_{2,0}) \delta'(t)$;

$\varepsilon_2(t) = (M i_{1,0} + L_2 i_{2,0} + R_2 q_{2,0}) \delta(t) + (M q_{1,0} + L_2 q_{2,0}) \delta'(t)$

Эта система, содержащая в правой части начальные условия, показывает, что начальные условия можно рассматривать как импульсные составляющие эквивалентных источников. Применяя преобразование Лапласа к системе (3), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \left(4p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) Q_1 + M p^2 Q_2 &= \mathcal{L}[\mathcal{E}_1(t)]; \\ M p^2 Q_1 + \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) Q_2 &= \mathcal{L}[\mathcal{E}_2(t)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

откуда следует

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{\left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) \mathcal{L}[\mathcal{E}_1]}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} - \\ &\quad - \frac{M p^2 \mathcal{L}[\mathcal{E}_2]}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4}; \\ Q_2 &= \frac{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \mathcal{L}[\mathcal{E}_1]}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} - \\ &\quad - \frac{M p^2 \mathcal{L}[\mathcal{E}_2]}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Применяя обратное преобразование Лапласа и теорему о свертке, находим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1(t) &= \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2}}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} \right] \times \right. \\ &\quad \times \mathcal{E}_1(t) - \\ &\quad \left. - \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{M p^2}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} \right] \right\} \mathcal{E}_2 \right\} \times \\ q_2(t) &= \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1}}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} \right] \times \right. \\ &\quad \times \mathcal{E}_2(t) = \\ &\quad \left. = \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{M p^2}{\left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4} \right] \right\} \mathcal{E}_1 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для вычисления обратных преобразований Лапласа необходимо найти корни знаменателей изображений зарядов. При помощи простых преобразований эти знаменатели можно привести к следующей форме:

$$\begin{aligned} \left(L_1 p^2 + R_1 p + \frac{1}{C_1} \right) \left(L_2 p^2 + R_2 p + \frac{1}{C_2} \right) - M^2 p^4 &= \\ = L_1 L_2 (1 - k) \left[p^4 + \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{1 - k} p^3 + \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1 \alpha_2}{1 - k} p^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(\alpha_1 \omega_2^2 + \alpha_2 \omega_1^2)}{1 - k} p + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{1 - k} \right]. \end{aligned}$$

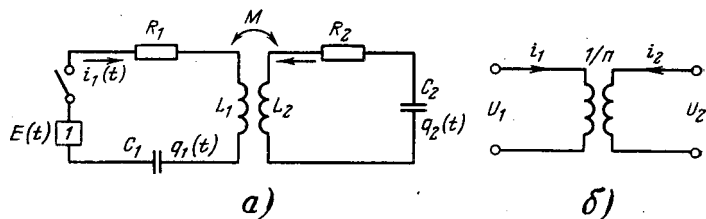


Рис. 1

Корни этого полинома могут быть определены для конкретных случаев с помощью кубической резольвенты Эйлера [5], а именно: определяются по формулам Кардана корни V_1, V_2, V_3 резольвентного уравнения

$$V^3 + (8a_2 - 3a_1^2)V^2 + (3a_1^3 - 16a_1^2a_2 + 16a_2^2 + 16a_1a_3 - 64a_4)V - (a_1^3 - 4a_1a_2 + 8a_3)^2 = 0,$$

$$\text{где } a_1 = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{1-k}; \quad a_3 = \frac{2(\alpha_1\omega_2^2 + \alpha_2\omega_1^2)}{1-k};$$

$$a_2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1\alpha_2}{1-k}; \quad a_4 = \frac{\omega_1^2\omega_2^2}{1-k}.$$

Тогда для корней знаменателя будут справедливы выражения:

$$\begin{aligned} 4p_1 &= -a_1 + \sqrt{V_1} + \sqrt{V_2} + \sqrt{V_3}; & 4p_3 &= -a_1 - \sqrt{V_1} + \\ &+ \sqrt{V_2} - \sqrt{V_3}; & 4p_2 &= -a_1 + \sqrt{V_1} - \sqrt{V_2} - \sqrt{V_3}; \\ 4p_4 &= -a_1 - \sqrt{V_1} - \sqrt{V_2} + \sqrt{V_3}. \end{aligned}$$

Обозначим

$$2q = \frac{2b^3}{27} - \frac{cb}{3} + d;$$

$$3p = \frac{3c - b^2}{3};$$

$$D = q^2 + p^3,$$

Возможны следующие случаи:

два корня равны, если $D = 0, a_1^3 - 4a_1a_2 + 8a_3 \neq 0$;

две пары кратных корней будут при условиях

$$a_1^3 - 4a_1a_2 + 8a_3 = 0;$$

$$3a_1^4 - 16a_1^2a_2 + 16a_2^2 + 16a_1a_3 - 64a_4 = 0;$$

три корня равны, если $p = 0, q = 0, 8a_2 - 3a_1^2 \neq 0$;

четыре корня равны, если $8a_2 - 3a_1^2 = 0$;

$$a_1^3 - 4a_1a_2 + 8a_3 = 0;$$

$$3a_1^4 - 16a_1^2a_2 + 16a_2^2 + 16a_1a_3 - 64a_4 = 0.$$

Если $D=0$, то будут три изменения знака, четыре корня вещественные; если $D>0$, то знак меняется один раз, четыре корня мнимые, если $D<0$, то два корня вещественные, два мнимые.

Конечно, вычисление этих корней в общем случае требует большой работы.

С целью облегчения вычислений можно составить программу для ЭВМ на основе представленных выше формул.

Матричный метод.

Систему (3) можно преобразовать в следующую систему уравнений в пространстве распределений (обобщенных функций) K_+ с помощью свертки функций:

$$\left. \begin{aligned} (D_1\delta) * \bar{q}_1 + M\delta'' * \bar{q}_2 &= \mathcal{E}_1; \quad D_1 = L_1 \frac{d^2}{dt^2} + R_1 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_1}; \\ M\delta'' * \bar{q}_1 + (D_2\delta) * \bar{q}_2 &= \mathcal{E}_2; \quad D_2 = L_2 \frac{d^2}{dt^2} + R_2 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3a)$$

Пусть X_1 и X_2 — основные решения соответственно операторов D_1 и D_2 , Z_1 и Z_2 — решения однородных уравнений этих операторов, т. е.

$$D_1X_1 = \delta(t); \quad X_1 = \theta(t)Z_1; \quad D_1Z_1 = 0; \quad Z_1(0) = Z_2(0) = 0;$$

$$D_2X_2 = \delta(t); \quad X_2 = \theta(t)Z_2; \quad D_2Z_2 = 0; \quad Z_1'(0) = \frac{1}{L_1};$$

$$Z_2'(0) = \frac{1}{L_2}.$$

Рассматриваем матрицу:

$$\left. \begin{aligned} (\bar{q}) &= \begin{pmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix}; \quad (\bar{i}) = \begin{pmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \end{pmatrix}; \quad (\bar{\epsilon}) = \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \end{pmatrix}; \\ (a) &= \begin{pmatrix} D_1\delta & M\delta'' \\ M\delta'' & D_2\delta \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где (a) — симметричная матрица коэффициентов системы, а $(\bar{q})$, $(\bar{i})$ и $(\bar{\epsilon})$ — векторы зарядов, токов и э. д. с.

В матричной форме система (3a) записывается как

$$(\bar{a}) * (\bar{q}) = \mathcal{E}. \quad (8)$$

Следует отметить, что (8) — матричное уравнение в алгебре свертки в пространстве распределений K_+ , которое имеет только одно решение относительно неизвестной матрицы $(\bar{q})$. Пусть Δ определитель, соответствующий матрице (a) и произведения, которые необходимы для его вычисления, заменяются соответствующими свертками:

$$\Delta = (D_1\delta) * (D_2\delta) - M^2\delta^{(IV)}. \quad (9)$$

Тогда (8) получаем $(\bar{q}) = (\mathcal{E}) * (a)^{-1}$.

Рассмотрим матрицу $(C) = (a)^{-1}$,

где

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}; \quad (a) * (C) = \delta(t); \quad (10)$$

$$\Delta^{-1} = (L_1X_1 * L_2X_2) * \frac{Z}{\Delta_1}; \quad (11)$$

$$\Delta_1 = L_1L_2 - M^2 \neq 0;$$

$$Z = \delta(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{M^{2k}}{(L_1L_2 - M^2)^k} (L_1X_1'' * L_2X_2'' - \delta(t))^{*k}. \quad (12)$$

Элементы матрицы (C) выражаются в виде:

$$C_{ij} = \Delta^{-1} * \alpha_{ij}, \quad (13)$$

где α_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} , откуда

$$C_{11} = \Delta^{-1} * D_2\delta = (X_1 * Z) \frac{L_1L_2}{\Delta_1};$$

$$C_{12} = C_{21} = -\Delta^{-1} * M\delta'' = -M (L_1X_1' * L_2X_2') * \frac{Z}{\Delta_1};$$

$$C_{22} = \Delta^{-1} * D_1\delta = (X_2 * Z) \frac{L_1L_2}{\Delta_1}.$$

На основании выражений

$$\left. \begin{aligned} (\bar{q}_1) &= \theta(t)q_1; \\ (\bar{q}_2) &= \theta(t)q_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

и соотношения (10) находим решение уравнения свертывания:

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1 &= C_{11}^* \bar{\epsilon}_1 + C_{13}^* \bar{\epsilon}_2; \\ \bar{q}_2 &= C_{21}^* \bar{\epsilon}_1 + C_{22}^* \bar{\epsilon}_2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Учитывая соотношения (12), (13) и (15), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1 &= \frac{L_1L_2}{\Delta_1} [X_1 * \bar{\epsilon}_1 - M (X_1' * X_2') * \bar{\epsilon}_2] * Z; \\ \bar{q}_2 &= \frac{L_1L_2}{\Delta_1} [-M (X_1' * X_2') * \bar{\epsilon}_1 + X_2 * \bar{\epsilon}_2] * Z. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В зависимости от фундаментальных решений X_1 и X_2 , соответствующих операторам D_1 и D_2 и соотношения (12), определяющего Z , получим выражения для зарядов $\bar{q}_1$ и $\bar{q}_2$.

Для фундаментальных решений операторов D_1 и D_2 справедливы выражения:

$$\left. \begin{aligned} D_1\delta * X_1 &= \delta(t); \\ D_2\delta * X_2 &= \delta(t). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

При помощи преобразования Лапласа находим фундаментальные решения X_1 и X_2 :

$$1) X_1 = \frac{1}{\omega_1 L_1} \theta(t) e^{-\alpha_1 t} \operatorname{sh} \omega_1 t \quad (18)$$

$$\text{при } \alpha_1 > \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}},$$

где

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \frac{R_1}{L_1} \text{ и } \omega_1 = \sqrt{\alpha_1^2 - \frac{1}{C_1 L_1}}; \quad (19)$$

$$2) X_1 = \frac{\theta(t)}{\omega_{10}} e^{-\alpha_1 t} \sin \omega_{10} t$$

при

$$\alpha_1 < \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \text{ и } \omega_{10} = \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1} - \alpha_1^2}; \quad (20)$$

$$3) X_1 = \frac{1}{L_1} t \theta(t) e^{-\alpha_1 t}$$

при

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}}.$$

Аналогично определяется X_2 .

Приведем некоторые соотношения для вычисления свертки, которые можно доказать при помощи преобразования Лапласа:

$$(\theta(t) e^{\alpha t}) * n = \frac{t^{n-1} \theta(t) e^{\alpha t}}{(n-1)!}; \quad (21)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(t \theta(t) e^{\alpha t}) * n = \frac{t^{2n-1} \theta(t) e^{\alpha t}}{(2n-1)!}; \quad (22)$$

$$(t^n \theta(t) e^{\alpha t}) * (t^n \theta(t) e^{\beta t}) = \frac{\theta(t) e^{\beta t}}{(\beta - \alpha)^n} \int_0^t [\tau^n (t - \tau)]^{(n)} e^{(\alpha - \beta) \tau} d\tau.$$

Для $n = 0$ имеем:

$$(\theta(t) e^{\alpha t}) * (\theta(t) e^{\beta t}) = \theta(t) \frac{e^{\alpha t} - e^{\beta t}}{\alpha - \beta}; \quad (23)$$

$$(\theta(t) e^{\alpha t} \sin \omega t) * n = \frac{\omega^n \theta(t) e^{\alpha t}}{[(n-1)!]^2} [I_1 \cos \omega t + I_2 \sin \omega t], \quad (24)$$

где

$$I_1 = \int_0^t \tau^{n-1} (t - \tau)^{n-1} \cos 2\omega \tau d\tau; \quad (24a)$$

$$I_2 = \int_0^t \tau^{n-1} (t - \tau)^{n-1} \sin 2\omega \tau d\tau. \quad (24b)$$

Заменяя ω на $i\omega$ и учитывая, что при этом $\sin \omega t$ переходит в $i \operatorname{sh} \omega t$, а $\cos \omega t$ — в $\operatorname{ch} \omega t$, получаем:

$$\begin{aligned} (\theta(t) \operatorname{sh} \omega t) * n &= \frac{(-1)^n \theta(t) e^{(\alpha - \omega) t}}{2^n [(n-1)!]^2} \int_0^t [\tau^{n-1} (t - \tau)^{n-1}]^{n-1} \times \\ &\times e^{2\omega \tau} d\tau = \frac{\omega^n \theta(t) e^{\alpha t}}{[(n-1)!]^2} (I_1' \operatorname{ch} \omega t - I_2' \operatorname{sh} \omega t), \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$I_1' = \int_0^t \tau^{n-1} (t - \tau)^{n-1} \operatorname{ch} 2\omega \tau d\tau; \quad (25a)$$

$$I_2' = \int_0^t \tau^{n-1} (t - \tau)^{n-1} \operatorname{sh} 2\omega \tau d\tau. \quad (25b)$$

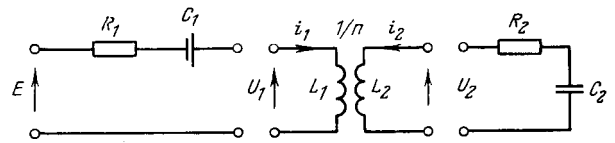


Рис. 2

Метод четырехполюсников. Две связанные индуктивные катушки называются трансформатором. Трансформатор является совершенным, если $k=1$ ($L_1 L_2 = M^2$); в этом случае

$$\frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = n.$$

Если, кроме того L_1 и L_2 очень велики (стремятся к бесконечности), а отношение между ними остается неизменным, трансформатор называется идеальным. Для такого трансформатора (рис. 1, б) справедливо соотношение

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{1}{n}.$$

Представим изучаемую цепь как соединение трех четырехполюсников, один из которых — идеальный трансформатор (рис. 2) Для этой цепи можно написать уравнения:

$$i_2 = U_2 * \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_2 p}} \right]; \quad (26)$$

$$U_2 = \frac{U_1}{n}; \quad (27)$$

$$U_1 = \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{n^2 \left(R_2 + \frac{1}{C_2 p} \right)}{\left(R_1 + \frac{1}{C_1 p} \right) + D^2 \left(R_2 + \frac{1}{C_2 p} \right)} \right] \right\} * E(t); \quad (28)$$

$$i_1 = -\frac{i_2}{n}. \quad (29)$$

Исключая U_1 и U_2 из (26), (27) и (28), получаем:

$$i^2 = \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{n}{R_e + \frac{1}{p C_e}} \right] \right\} * E(t), \quad (30)$$

$$\text{где } R_e = R_1 + n^2 R_2;$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{\frac{C_2}{n^2}}.$$

Используя (29), получаем:

$$i_1 = -\frac{i_2}{n} = \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{-1}{R_e + \frac{1}{p C_e}} \right] \right\} * E(t).$$

Осуществляя обратное преобразование Лапласа, находим:

$$i_1(t) = -\left[\frac{1}{R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} * \frac{dE(t)}{dt} \right];$$

$$i_2(t) = \left[\frac{n}{R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} * \frac{dE(t)}{dt} \right],$$

где

$$\tau_e = R_e C_e.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mikusinski I. Rachunek operatorow. — Warszawa, 1957.
2. Balabanian N., Bichart Th. Teoria moderna a circuitelor. — Bucuresti: Ed. Tehnica, 1974.
3. Kantorovici M. F. Calcul operationl si fenomene tranzistori in circuitele electrice. — Bucuresti: Ed. Energetica de stat, 1955.
4. Jaeger I. C., Newsdead Gh. Introducere in teoria transformarii Laplace cu aplicatii in tehnica. — Bucuresti: Ed. Tehnica, 1971.
5. Myler-Lebedev V. Lectii de algebra. — Bucuresti: Ed. Academiei R. P. R., 1953.

Комплексные коэффициенты передачи управляемой магнитной цепи

ГЛУЗМАН П. Л., канд. техн. наук, ДВОРСОН А. И., инж.

Рыбинский авиационный технологический институт

При построении различных электротехнических устройств возникает потребность в реализации нелинейных передаточных характеристик [1], в частности, колоколообразного вида. Данная задача может быть решена путем использования целого ряда элементов, например, электронных ламп, газоразрядных и полупроводниковых приборов, нелинейных конденсаторов [2]. Нелинейность характеристик позволяет синтезировать на основе перечисленных элементов самые разнообразные функциональные зависимости. Однако их практическое применение для отмеченной цели ограничивается рядом недостатков: сложностью схемной реализации, недостаточно высокой надежностью, невозможностью режимной перестройки в широких пределах и т. д. Более целесообразно поставленную задачу решать с помощью управляемых магнитных цепей (УМЦ) ввиду целого ряда их достоинств [3], среди которых особо следует выделить повышенную надежность и устойчивость к воздействию различных дестабилизирующих факторов (в том числе повышенной радиации), функциональную гибкость, высокую стабильность параметров.

В общем случае УМЦ представляет собой магнитопровод с расположенными на нем входными и выходными обмотками переменного тока и управляющими обмотками постоянного (или медленно меняющегося) тока. Она осуществляет бесконтактное регулирование амплитуды выходного переменного напряжения путем изменения модуля коэффициента передачи под действием суммарного поля управляющих обмоток.

В зависимости от конфигурации магнитопровода, числа и взаимного расположения обмоток, величины и характера комплексного сопротивления связи между источником переменного напряжения и УМЦ различают несколько модификаций последних.

Рассмотрим УМЦ на замкнутом неразветвленном магнитопроводе. Ее принцип действия основан на изменении магнитного состояния магнитопровода в зависимости от величины и направления тока в управляющей обмотке ω_y (рис. 1). Характерным является встречное включение обмоток ω_y и опорной обмотки $\omega_{оп}$, питаемой от источника постоянного опорного тока $I_{оп}$. При равенстве м.д.с. обмоток ω_y и $\omega_{оп}$ постоянный магнитный поток в магнитопроводе отсутствует, в результате чего дифференциальная магнитная проницаемость материала магнитопровода максимальна. При этом максимальна и амплитуда переменного магнитного потока, что, в свою очередь, введет к максимуму амплитуды выходного переменного напряжения на вторичной обмотке ω_2 (при постоянстве амплитуды входного переменного напряжения). Следовательно, в данном случае модуль коэффициента передачи УМЦ максимален. При повышении, равно как и при понижении м.д.с. обмотки ω_y относительно м.д.с. обмотки $\omega_{оп}$ (соответствующим изменением величины управляющего тока I_y) в магнитопроводе появляется постоянный поток, способствующий уменьшению магнитной проницаемости материала магнитопровода и, в конечном результате, модуля коэффициента передачи УМЦ.

Работа УМЦ в режиме холостого хода описывается следующими соотношениями для комплексных амплитуд (э.д.с. рассеяния, падениями напряжения в активных сопротивлениях обмоток и потерями в материале магнитопровода ввиду их малости пренебрегаем¹⁾):

$$\dot{U}_1 - \omega_1 \frac{d\Phi}{dt} = I_1 z; \quad (1)$$

$$\dot{U}_2 + \omega_2 \frac{d\Phi}{dt} = 0, \quad (2)$$

где $\dot{U}_1$ — входное переменное напряжение; $\Phi = SB$ — переменный магнитный поток в магнитопроводе; B — индукция переменного магнитного поля; S — площадь поперечного сечения магнитопровода; I_1 — ток входной обмотки; z — комплексное сопротивление связи; $\dot{U}_2$ — выходное переменное напряжение, снимаемое с обмотки ω_2 ; ω_1 и ω_2 — числа витков соответствующих обмоток.

Переменный магнитный поток Φ действует в магнитопроводе на фоне постоянного потока $\Phi_{\text{п}} = SB_{\text{п}}$, где $B_{\text{п}}$ — индукция постоянного магнитного поля. В результате суммарный магнитный поток $\Phi = \Phi_{\text{п}} + \text{Re}\Phi$. Индукция постоянного магнитного поля определяется из выражения $B_{\text{п}} = B(H)$, где $B(H)$ — нелинейная зависимость, задаваемая в общем случае предельной петлей гистерезиса, основной (ОКН) или средней (СКН) кривой намагничивания материала магнитопровода (в [4] показано, что наиболее удобно использовать для этой цели СКН); $H = H_{\text{п}} + \text{Re}\dot{H}$ — напряженность суммарного магнитного поля; $H_{\text{п}} = (I_y \omega_y - I_{\text{оп}} \omega_{\text{оп}})/l$ и $\dot{H} = \dot{I}_1 \omega_1 / l$ — соответственно напряженность постоянного и переменного магнитных полей; l — длина средней линии магнитопровода; ω_y и $\omega_{\text{оп}}$ — числа витков соответствующих обмоток.

Возможность применения метода комплексных амплитуд при анализе работы УМЦ требует обоснования, поскольку УМЦ в силу сугубой нелинейности СКН является нелинейным устройством, и поэтому токи обмоток и переменный поток в магнитопроводе в общем случае не являются гармоническими при гармоническом входном напряжении. Однако, если УМЦ работает в режиме, характеризующемся небольшой амплитудой переменной м.д.с. обмотки ω_1 по сравнению с алгебраической суммой постоянных м.д.с. обмоток ω_y и $\omega_{\text{оп}}$, то можно считать, что в пределах изменения переменной м.д.с. крутизна СКН (дифференциальная магнитная проницаемость материала магнитопровода) не изменяется и полностью определяется алгебраической суммой постоянных м.д.с. Такой подход с достаточной точностью позволяет считать токи обмоток и магнитный поток в магнитопроводе УМЦ гармоническими даже при равенстве нулю суммарной постоянной м.д.с. (из-за высокой квазилинейности СКН в окрестности начала координат).

Для аппроксимации СКН можно использовать арктангенсную функцию вида $B = \alpha \arctg \beta H$ [5], где α и β — числовые параметры, определяемые из условия наиболее точной аппроксимации. Заметим, что данная функция не позволяет судить об индукции при $H \rightarrow \infty$, поскольку при этом для аппроксимирующей функции $B \rightarrow \alpha \frac{\pi}{2}$, тогда как для реального ферромагнитного материала B увеличивается не медленнее, а обычно по крайней мере на порядок быстрее, чем $\mu_0 H$, где μ_0 — магнитная проницаемость вакуума. Однако, поскольку УМЦ работает при напряженностях и индукциях поля, весьма далеких от предельных, применение указанной аппроксимации не вносит в количественный анализ заметных погрешностей.

В результате для величины $\frac{d\Phi}{dt}$ имеем

$$\frac{d\Phi}{dt} = S \frac{dB}{dt} = S \mu_d \frac{dH}{dt} = \frac{\alpha \beta S}{1 + (\beta H)^2} \frac{dH}{dt}, \quad (3)$$

где $\mu_d = \frac{dB}{dH}$ — дифференциальная магнитная проницаемость материала магнитопровода.

Поскольку

$$\frac{dH}{dt} = \frac{j \omega \omega_1 I_1}{l}, \quad (4)$$

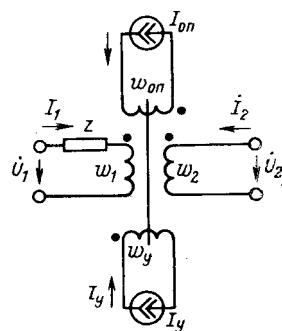


Рис. 1. Принципиальная схема управляемой магнитной цепи

¹ Как показали экспериментальные исследования и расчеты на ЭВМ, при выполнении магнитопровода УМЦ из высокопроницаемого ферромагнетика даже при сильном постоянном подмагничивании поток рассеяния пренебрежимо мал.

то окончательно для (1) получаем:

$$\dot{U}_1 - \frac{j\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l \dot{I}_1}{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2} = \dot{I}_1 z. \quad (5)$$

При выводе (5) пренебрегли в знаменателе переменной составляющей напряженности магнитного поля, что объясняется принятым режимом работы УМЦ. Из (5) следует

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{z + \frac{j\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}}. \quad (6)$$

Подставляя (3), (4) и (6) в (2), получаем:

$$\dot{U}_2 = - \frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} \dot{U}_1}{1 - j \frac{z [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}}, \quad (7)$$

откуда

$$\dot{K}(I_y) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = - \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{1 - j \frac{z [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}}}{1 - j \frac{z [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}}, \quad (8)$$

где $\dot{K}(I_y)$ — комплексный коэффициент передачи УМЦ, являющийся функцией I_y .

Очевидно, что модуль комплексного коэффициента передачи K дает амплитудную характеристику (АХ) УМЦ, а аргумент φ — ее фазовую характеристику (ФХ), в общем случае также зависящие от I_y . Вид аналитических выражений для АХ и ФХ в немалой степени определяется величиной и характером комплексного сопротивления связи z .

Наиболее употребимыми являются варианты, когда это сопротивление активное ($z=R$) [6], индуктивное ($z=j\omega L$) [7] и смешанное емкостного характера ($z=R + \frac{1}{j\omega C}$) [8]. В зависимости от величины z в цепи обмотки ω_1 возможны три режима: режим генератора тока (падение напряжения $\dot{U}_z$ на сопротивлении z много больше э.д.с. $\dot{E}_1$, наводимой основным магнитным потоком в обмотке ω_1), режим генератора напряжения ($\dot{U}_z \ll \dot{E}_1$) и некоторый промежуточный режим (значение $\dot{U}_z$ соизмеримо с $\dot{E}_1$). Выражения для $\dot{K}$, K и φ при различных величине и характере сопротивления z приведены в таблице.

Характер сопротивления z	Режим в цепи ω_1	
	промежуточный ($\dot{U}_z \sim \dot{E}_1$)	генератора тока ($\dot{U}_z \gg \dot{E}_1$)
Активное ($z=R$)	$\dot{K} = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{1 - j \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l\omega\omega_1^2 S\alpha\beta}}}{1 - j \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l\omega\omega_1^2 S\alpha\beta}}, \quad (9)$	$\dot{K} = -j \frac{\omega\omega_1\omega_2 S\alpha\beta l}{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}, \quad (12)$
	$K = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{\sqrt{1 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l\omega\omega_1^2 S\alpha\beta} \right\}}}}{\sqrt{1 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l\omega\omega_1^2 S\alpha\beta} \right\}}}, \quad (10)$	$K = \frac{\omega\omega_1\omega_2 S\alpha\beta l}{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}, \quad (13)$
	$\varphi = \pi + \arctg \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l\omega\omega_1^2 S\alpha\beta}, \quad (11)$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad (14)$
Индуктивное ($z=j\omega L$)	$\dot{K} = - \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{1 + \frac{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S\alpha\beta l}}}{1 + \frac{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S\alpha\beta l}}, \quad (15)$	$\dot{K} = - \frac{\omega_1\omega_2 S\alpha\beta l}{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}, \quad (18)$
	$K = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{1 + \frac{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S\alpha\beta l}}}{1 + \frac{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S\alpha\beta l}}, \quad (16)$	$K = \frac{\omega_1\omega_2 S\alpha\beta l}{L [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}, \quad (19)$
	$\varphi = \pi, \quad (17)$	$\varphi = \pi, \quad (20)$
Смешанное емкостного характера ($z=R + \frac{1}{j\omega C}$)	$\dot{K} = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} \rightarrow$ $\rightarrow \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{-1 + j \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}}, \quad (21)$	$K = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} +$ $+ j \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l}, \quad (24)$
	$K = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{\sqrt{\left[\frac{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} - 1 \right]^2 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l} \right\}^2}}}{\sqrt{\left[\frac{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} - 1 \right]^2 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l} \right\}^2}}, \quad (22)$	$K = \frac{\frac{\omega_2/\omega_1}{\sqrt{\left[\frac{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} \right]^2 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l} \right\}^2}}}{\sqrt{\left[\frac{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2}{\omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l} \right]^2 + \left\{ \frac{R [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{\omega\omega_1^2 S\alpha\beta l} \right\}^2}}, \quad (25)$
	$\varphi = -\arctg \frac{\omega RC [l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2]}{l^2 + \beta^2 (I_y\omega_y - I_{оп}\omega_{оп})^2 - \omega^2 C \omega_1^2 S\alpha\beta l}, \quad (23)$	$\varphi = -\arctg \omega RC \quad (26)$

Если в цепи обмотки ω_1 обеспечивается режим генератора напряжения ($\dot{U}_z \ll \dot{E}_1$), то независимо от характера сопротивления z

$$K = -\omega_2/\omega_1; \quad (27)$$

$$K = \omega_2/\omega_1; \quad (28)$$

$$\varphi = \pi. \quad (29)$$

При использовании в качестве сопротивления связи смешанного сопротивления емкостного характера значение емкости конденсатора C с целью получения одноэкстремальной АХ УМЦ выбирается из условия

$$C \leq \frac{l}{\omega_2 \omega_1^2 S \alpha \beta}. \quad (30)$$

Применение в этом случае именно смешанного сопротивления связано с необходимостью ограничения величины тока в цепи обмотки ω_1 (при близости к нулю суммарного реактивного сопротивления) с помощью резистора R .

Исследование полученных АХ в функции I_y показало, что все они при $I_y = \frac{I_{оп} \omega_{оп}}{\omega_y}$ принимают свои максимальные значения, а при $I_y \rightarrow \pm \infty$ стремятся к нулю. Исключение составляют лишь УМЦ, у которых в цепи обмотки ω_1 соблюдается режим генератора напряжения. Амплитудная характеристика нагруженной УМЦ качеством не отличается от уже рассмотренных. В этом можно убедиться на примере анализа УМЦ с активным сопротивлением связи R , работающей на активную нагрузку R_H . Ее функционирование описывается следующими уравнениями равновесия:

$$U_1 - \omega_1 \frac{d\Phi}{dt} = I_1 R; \quad (31)$$

$$-\omega_2 \frac{d\Phi}{dt} = \dot{U}_2 = I_2 R_H; \quad (32)$$

$$I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_M \omega_1, \quad (33)$$

где I_2 — ток выходной обмотки; I_M — ток, потребляемый нагруженной УМЦ для возбуждения магнитного потока в магнитопроводе.

На основании (31) — (33) можно показать, что в данном случае (промежуточный режим)

$$K = - \frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} R'_H}{R'_H + R - j \frac{RR'_H [l^2 + \beta^2 (I_y \omega_y - I_{оп} \omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S \alpha \beta l}}; \quad (34)$$

$$K = \frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} R'_H}{\sqrt{(R'_H + R)^2 + \left(\frac{RR'_H [l^2 + \beta^2 (I_y \omega_y - I_{оп} \omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S \alpha \beta l} \right)^2}}; \quad (35)$$

$$\varphi = \pi + \arctg \frac{RR'_H [l^2 + \beta^2 (I_y \omega_y - I_{оп} \omega_{оп})^2]}{\omega_1^2 S \alpha \beta l (R'_H + R)}, \quad (36)$$

где $R'_H = R_H \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2$.

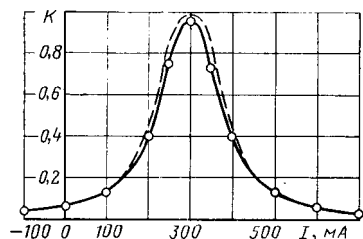


Рис. 2. Измеренная (—) и расчетная (---) амплитудные характеристики управляемой магнитной цепи

Из (35) следует, что АХ нагруженной УМЦ также принимает свое максимальное значение при $I_y = I_{оп} \omega_{оп} / \omega_y$, а при $I_y \rightarrow \pm \infty$ стремится к нулю, но расположена она ниже АХ, соответствующей ненагруженной УМЦ (10), поскольку их максимальные значения удовлетворяют неравенству

$$\frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} R'_H}{(R'_H + R) + \left(\frac{RR'_H l}{\omega_1^2 S \alpha \beta} \right)^2} \leq \frac{\frac{\omega_2}{\omega_1}}{1 + \left(\frac{Rl}{\omega_1^2 S \alpha \beta} \right)^2}, \quad (37)$$

которое сменяется равенством только при $R'_H \rightarrow \infty$.

Экспериментально была исследована УМЦ со следующими параметрами: материал магнитопровода — электротехническая сталь 1512 ($\alpha = 0,89$ Тл, $\beta = 0,009$ м/А), $S = 256 \cdot 10^{-6}$ м², $l = 0,2$ м, $\omega_1 = 200$, $\omega_2 = 200$, $\omega_y = 1000$, $\omega_{оп} = 1000$, $R = 100$ Ом, $f = 400$ Гц, $I_{оп} = 300$ мА. В цепи обмотки ω_1 , таким образом, поддерживался промежуточный режим (в цепи обмотки ω_2 — режим холостого хода).

На рис. 2 приведена экспериментально снятая АХ УМЦ (сплошная линия). В той же системе координат в соответствии с выражением (10) построена расчетная АХ (пунктирная линия). Сопоставление данных эксперимента и результатов вычислений показывает хорошее их совпадение, что подтверждает справедливость полученных в статье теоретических результатов и точность расчетных формул.

Выводы. 1. Все рассмотренные модификации УМЦ при обеспечении в цепи обмотки ω_1 промежуточного режима или режима генератора тока имеют на холостом ходу, как следует из выражений (10), (13), (16), (19), (22), (25), симметричную АХ колоколообразного вида, аналогичную изображенной на рис. 2. Ее смещение вдоль оси абсцисс определяется величиной и знаком $I_{оп}$. При $I_{оп} = 0$ характеристика оказывается симметричной относительно оси ординат.

2. При подключении нагрузки к УМЦ ее АХ качественно не видоизменяется, но идет тем ниже АХ ненагруженной УМЦ, чем меньше R'_H .

3. Если в цепи обмотки ω_1 существует режим генератора напряжения, то при изменении I_y переменный магнитный поток в магнитопроводе, а следовательно, и выходное напряжение, остаются неизменными, что в конечном итоге ведет к независимости АХ (28) и ФХ (29) УМЦ от I_y при любом характере сопротивления z .

4. При $\dot{U}_z \gg \dot{E}_1$ управление амплитудой выходного переменного напряжения осуществляется за счет изменения потоко-сцепления обмотки ω_2 , которое зависит от величины переменного магнитного потока в магнитопроводе, тогда как при $\dot{U}_z \sim \dot{E}_1$ за счет перераспределения входного переменного напряжения между индуктивным сопротивлением обмотки ω_1 и сопротивлением z .

5. Сдвиг фаз между выходным и входным напряжением ряда УМЦ не зависит от I_y . В результате ФХ (14), (17), (20), (26), (29) идут параллельно оси абсцисс. Применением в качестве сопротивления связи z индуктивного сопротивления этот сдвиг фаз можно сделать тождественно равным π .

6. При $z = j\omega L$ АХ УМЦ (16) и (19) оказываются частотно-независимыми.

7. На базе рассмотренных УМЦ за счет реализации ими АХ колоколообразного вида можно реализовать ряд электротехнических устройств, например, бесконтактные магнитные реле [6], стабилизаторы напряжения [9], реле сопротивления [10] и другие. При этом наблюдается некоторый рост их массогабаритных показателей, обусловленный принятым режимом работы (малость переменной составляющей индукции в магнитопроводе по сравнению с постоянной), что, однако, не снижает в целом перечисленных выше достоинств УМЦ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колосов С. П., Сидоров Ю. А. Нелинейные двухполюсники и четырехполюсники. — М.: Высшая школа, 1981.
2. Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1977.
3. Задерей Г. П. Многофункциональные магнитные радиокомпоненты. — М.: Советское радио, 1980.
4. Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. — М.: Наука, 1966.

5. Об аналитических аппроксимациях основной кривой намагничивания при решении нелинейных задач теории поля вариационным методом/П. Л. Глузман, А. И. Дворсон, В. В. Юдин, М. П. Морозов. — Электричество, 1978, № 12.

6. А. с. 635622 (СССР). Бесконтактное магнитное реле переменного тока/П. Л. Глузман, В. В. Юдин. Оpubл. в Б. И., 1978, № 44.

7. Бамдас А. М., Сомов В. А., Шмидт А. О. Трансформаторы и стабилизаторы, регулируемые подмагничиванием шунтов. — М.: Госэнергиздат, 1959.

8. А. с. № 634382 (СССР). Регулятор напряжения/В. К. Лебедев и др. Оpubл. в Б. И., 1978, № 43.

9. А. с. № 758110 (СССР). Стабилизатор переменного напряжения/П. Л. Глузман, А. И. Дворсон. Оpubл. в Б. И., 1980, № 31.

10. А. с. 641578 (СССР). Реле сопротивления/П. Л. Глузман, А. И. Дворсон, М. П. Морозов, В. В. Юдин. Оpubл. в Б. И., 1979, № 1.

[25.12.81]

УДК 537.212.001.24

Расчет стационарного электрического поля точечных источников тока с плоскими экранами

ИОССЕЛЬ Ю. Я., доктор техн. наук, КЛЕНОВ Г. Э., канд. техн. наук

Ленинград

Необходимость расчета экранирования стационарного электрического поля произвольно расположенными проводящими или изоляционными оболочками (экранами) возникает при решении ряда прикладных задач теоретической электротехники или других аналогичных по постановке задач расчета потенциальных полей (электростатического, теплового, гидродинамического и др.). В настоящей статье приводятся замкнутые выражения, дающие решения указанных задач для поля точечных источников тока в присутствии экранов в форме плоских пластин — диска, диафрагмы с круглым отверстием и полуплоскости.

Рассмотрим сначала экран в форме проводящего заземленного диска в присутствии одного произвольно расположенного точечного источника i (рис. 1)¹. Безразмерный потенциал этой системы U удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta U = -\delta(Z - Z_0)\delta(r - r_0)\delta(\varphi - \varphi_0) \quad (1)$$

и следующему граничному условию на поверхности диска:

$$U = 0 \text{ при } Z = \pm 0; \quad r \leq 1; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

где $U = u\gamma/a i$; u — размерный потенциал; $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака; γ — удельная электрическая проводимость среды; a — радиус диска (на рис. 1 $a = 00_1$); $Z = z/a$; $r = \rho/a$.

Расчет поля в такой системе совпадает с определением для диска функции Грина первого рода и может быть произведен с использованием хорошо известного аппарата собственных функций. Однако построенные таким образом выражения для потенциала оказываются настолько громоздкими (содержат ряд Фурье, коэффициенты которых выражаются через несобственные интегралы от цилиндрических функций [1 и 2]), что практически не могут быть непосредственно использованы при инженерных расчетах. Приведение же указанных выражений к замкнутому виду удастся выполнить лишь в простейшем частном случае — при расположении точечного источника на оси диска [2 и 6]. Вместе с тем, как отмечено в [3], аналогичные выражения, весьма полезные при инженерных расчетах, могут быть получены и в самом общем случае, если перейти к системе, полученной из рассматриваемой путем инверсии².

Считая произвольно расположенный точечный источник лежащим в плоскости $\varphi = \varphi_0$, произведем инверсию рассматриваемой системы относительно сферы с центром в точке O_1 ($r = 1$, $\varphi = \pi$; $Z = 0$), радиус которой примем (для простоты) равным диаметру диска. В результате такого преобразования приходим к системе в виде заземленной полуплоскости (см. рис. 1), в которую преобразуется диск, и инвертированного источника i' . Интенсивность этого источника определяется из соотношения [5]:

$$i' = \frac{2}{R_0} = \frac{R_0'}{2}, \quad (2)$$

где R_0 и R_0' — расстояния от центра инверсии до исходного и инвертированного источников соответственно (причем $R_0 R_0' = 4$);

$$R_0^2 = 1 + r_0^2 + 2r_0 \cos \varphi_0 + Z_0^2.$$

При этом потенциалы в исходной и инвертированной (U') системах связаны, как известно, соотношением

$$U = U' \frac{2}{R} = U' \frac{R'}{2}, \quad (3)$$

где R и R' — расстояние от центра инверсии до соответствующих друг другу точек исходного и инвертированного пространства ($RR' = 4$);

$$R^2 = 1 + r^2 + 2r \cos \varphi + Z^2.$$

Таким образом, задача сводится к отысканию соответствующих замкнутых выражений для U' в координатах инвертированного пространства и последующем переходе от этих координат к исходным.

Для инвертированной системы целесообразно ввести координаты r_1 , φ_1 , Z_1 , совместив ось $O_1 Z_1$ с ребром полуплоскости I , а плоскость $Z_1 = 0$ — с плоскостью, проходящей через точку расположения источника i' . В этом случае сторонам полуплоскости I будут соответствовать координаты $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_1 = 2\pi$.

Связь между координатами соответствующих друг другу точек инвертированного (r_1 , φ_1 , Z_1) и исходного (r , φ , Z) пространств в рассматриваемом случае, как следует из рис. 1, выражается следующими соотношениями:

$$r_1 = 2R^{-2} \sqrt{(1 + Z^2)^2 + r^2(r^2 + 2Z^2 - 2)};$$

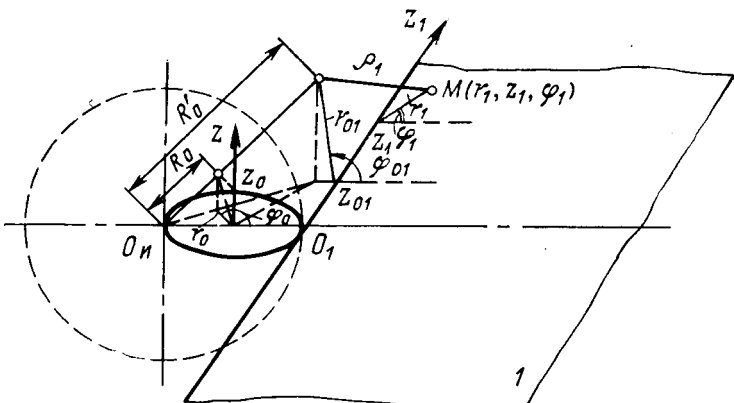


Рис. 1. Исходная и инвертированная системы

* При произвольном числе источников может быть использован принцип суперпозиции.

² Несмотря на отмеченную в [3] возможность построения замкнутых общих формул для потенциала рассматриваемой системы приведенное в этой статье выражение также относится только к осесимметричному случаю.

$$Z_1 = 4R^{-2}r \sin \varphi;$$

$$\varphi_1 = \begin{cases} \arctg [2Z(1-r^2-Z^2)^{-1}] & \text{при } Z > 0, 1-r^2-Z^2 > 0; \\ 2\pi + \arctg [2Z(1-r^2-Z^2)^{-1}] & \text{при } Z < 0, 1-r^2-Z^2 > 0; \\ \pi + \arctg [2Z(1-r^2-Z^2)^{-1}] & \text{при } Z < 0, 1-r^2-Z^2 < 0; \\ \pi + \arctg [2Z(1-r^2-Z^2)^{-1}] & \text{при } Z > 0, 1-r^2-Z^2 < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Используя координаты r_1 , φ_1 , Z_1 , можно представить потенциал точечного источника I' в присутствии заземленной полуплоскости в виде [4 и 6]:

$$U' = \frac{I'}{2\pi^2} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} - \frac{1}{\rho^2} \arctg \frac{1}{\psi} \right), \quad (5)$$

где

$$\rho_{1,2}^2 = r_1^2 + r_{01}^2 - 2r_1r_{01} \cos(\varphi_1 \mp \varphi_{01}) + (Z_1 - Z_{01})^2;$$

$$\psi_{1,2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\varphi_1 \mp \varphi_{01}}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\varphi_1 \mp \varphi_{01}}{2}}};$$

$$\operatorname{ch} \alpha = \frac{r_1^2 + r_{01}^2 + (Z_1 - Z_{01})^2}{2r_1r_{10}};$$

r_{01} , φ_{01} , z_{01} — координаты точечного источника I' .

Использование приведенных формул и принципа дополнителности для стационарных потенциальных полей [7] позволяет непосредственно получить аналогичные выражения и для изоляционных экранов в форме полуплоскости, диафрагмы и диска, а также для проводящей заземленной диафрагмы.

Применительно к данному случаю принцип дополнителности выражается в том, что в верхнем полупространстве $Z > 0$ ($0 < \varphi_1 < \pi$) сумма полей точечного источника в присутствии заземленного диска (U_1) и изоляционной диафрагмы (U_2)*, рас-

* В инвертированной области соответственно в присутствии заземленной и изоляционной полуплоскостей.

положенных (порознь) так, чтобы дополнить друг друга до полной плоскости, равна полю источника в свободном пространстве (U_0), т. е.

$$U_1 + U_2 = U_0 \quad (Z > 0). \quad (6)$$

Соответственно в нижнем полупространстве при $Z < 0$ ($\pi < \varphi_1 < 2\pi$) разность полей этих же систем равна неискаженному полю точечного источника той же интенсивности при расположении его в точке, зеркально отраженной относительно плоскости $Z=0$, т. е.

$$U_2 - U_1 = U_0^* \quad (Z < 0). \quad (7)$$

Отсюда следует, в частности, что поле точечного источника в присутствии изоляционной диафрагмы определяется также зависимостями (4) и (5), если заменить в них $\varphi_{1(01)}$ на $\pi - \varphi_{1(01)}$.

Полученные таким образом выражения для потенциала точечного источника в присутствии проводящих и изоляционных экранов указанной формы (см. рис. 2) приведены в табл. 1.

В качестве примера использования приведенных результатов оценим изменение коэффициента экранирования при смещении точечного источника тока от оси заземленной диафрагмы с круглым отверстием. Определяя коэффициент экранирования как отношение потенциала в какой-либо точке неискаженного поля к потенциалу в той же точке при наличии экрана, в соответствии с [2 и 6] получаем, что при расположении точечного источника на оси диафрагмы коэффициент экранирования определяется выражением

$$K_a = \frac{\pi(Z^2 - Z_0^2)}{8Z} \left(Z \arctg \frac{1}{Z} - Z_0 \arctg \frac{1}{Z_0} \right)^{-1}.$$

При смещении точечного источника от оси аналогичное выражение может быть непосредственно получено с использованием формул, приведенных в табл. 1. Результаты произведенных по этим формулам (п. 5 табл. 1) численных расчетов потенциала электрического поля точечного источника тока, расположенного вблизи бесконечно протяженной плоской заземленной диафрагмы с круглым отверстием, представлены в табл. 2 (для точек расположенных вне диафрагмы, по другую сторону

Таблица 1

Формулы для расчета потенциала стационарного электрического поля точечного источника единичной интенсивности в присутствии плоского экрана

Форма и материал экрана	Расчетная модель (рис. 2)	Расчетные зависимости
1. Заземленный металлический экран в форме полуплоскости	а)	$\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} - \frac{1}{\rho_2} \arctg \frac{1}{\psi_2} \right]$
2. Изоляционный экран в форме полуплоскости	б)	$\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{1}{\rho_1} \arctg \psi_1 + \frac{1}{\rho^2} \arctg \frac{1}{\psi} \right]$ при $0 < \varphi_1 < \pi$ ($Z > 0$); $\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{1}{\rho^2} \arctg \frac{1}{\psi_1} + \frac{1}{\rho_2} \arctg \psi_2 \right]$ при $\pi < \varphi_1 < 2\pi$ ($Z < 0$)
3. Заземленный металлический диск единичного радиуса	в)	$\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left[\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} - \frac{1}{\rho_2} \arctg \frac{1}{\psi_2} \right]$
4. Изоляционная диафрагма с круглым отверстием единичного радиуса	г)	$\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \psi_1 + \frac{1}{\rho_2} \arctg \frac{1}{\psi_2} \right)$ при $0 < \varphi_1 < \pi$ ($Z > 0$); $\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} + \frac{1}{\rho_2} \arctg \psi_2 \right)$ при $\pi < \varphi_1 < 2\pi$ ($Z < 0$)
5. Заземленная металлическая диафрагма с круглым отверстием единичного радиуса	д)	$\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} - \frac{1}{\rho_2} \arctg \psi_2 \right)$
6. Изоляционный диск единичного радиуса	е)	$\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \psi_1 + \frac{1}{\rho_2} \arctg \psi_2 \right)$ при $0 < \varphi_1 < \pi$ ($Z > 0$); $\frac{2}{\pi^2 R R_0} \left(\frac{1}{\rho_1} \arctg \frac{1}{\psi_1} + \frac{1}{\rho_2} \arctg \frac{1}{\psi_2} \right)$ при $\pi < \varphi_1 < 2\pi$ ($Z < 0$)

Таблица 2

Значения безразмерного потенциала точечного источника вне бесконечной заземленной диафрагмы $10^4 U(r, Z)$
(при $\varphi = \varphi_0 = 0$, $Z_0 = 1,1$)

r_0	r	Z									
		0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	1,1	2,0	3,0	5,0
0	0	340	280	232	194	136	84,2	35,1	21,0	9,99	3,73
	1,05	0	32,3	42,7	45,8	44,5	37,4	30,1	15,7	8,67	3,51
	2,05	0	1,38	2,71	3,97	6,11	8,24	9,18	8,26	5,21	2,99
0,5	0	278	233	195	164	116	72,6	47,9	18,3	8,71	3,26
	1,05	0	40,0	50,5	52,2	47,8	37,8	29,3	14,4	7,68	3,10
	2,05	0	1,40	2,74	4,0	6,11	8,13	8,91	7,71	5,38	2,66
0,9	0	200	161	137	116	83,6	52,8	35,1	13,5	6,44	2,41
	1,05	0	37,2	45,3	45,5	40,0	30,4	23,0	11,0	5,77	2,31
	2,05	0	1,13	2,21	3,22	4,90	6,46	7,02	5,93	4,08	1,09
1,0	0	169	144	123	104	75,4	47,7	31,7	12,2	5,84	2,19
	1,05	0	35,1	42,4	42,4	36,9	27,9	21,0	9,98	5,24	2,09
	2,05	0	1,04	2,04	2,96	4,50	5,93	6,42	5,41	3,71	1,81
2,0	0	49,7	42,7	36,6	31,2	22,8	14,6	9,72	3,77	1,80	0,676
	1,05	0	11,4	13,6	13,4	11,5	8,66	6,50	3,08	1,62	0,648
	2,05	0	0,232	0,634	0,923	1,40	1,84	1,99	1,67	1,15	0,559

Таблица 3

Значения безразмерного потенциала точечного источника в плоскости отверстия бесконечной заземленной диафрагмы $U(r, Z)$ (при $Z=0$, $Z_0=-1,1$, $\varphi_0=0$)

r_0	r						
	0	0,1	0,3	0,5	0,8	0,9	1,0
0	0,0340	0,0336	0,0310	0,0261	0,0155	0,0106	0
		0,0336	0,0310	0,0261	0,0155	0,0106	
0,5	0,0278	0,0293	0,0308	0,0295	0,0205	0,0126	0
		0,0260	0,0218	0,0172	0,0096	0,0065	
0,9	0,0190	0,0205	0,0230	0,0240	0,0196	0,0158	0
		0,0174	0,0142	0,0110	0,0061	0,0041	
1,1	0,0150	0,0163	0,0185	0,0199	0,0172	0,0133	0
		0,0138	0,0113	0,0087	0,0048	0,0033	
2,0	0,0050	0,0053	0,0060	0,0065	0,0059	0,0047	0
		0,0046	0,0038	0,0030	0,0017	0,0012	

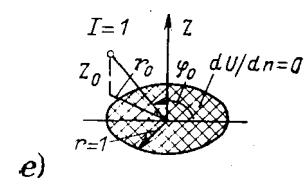
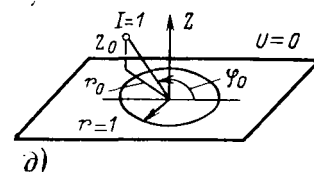
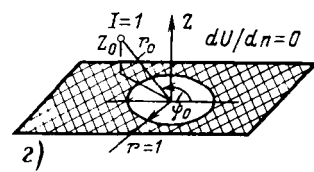
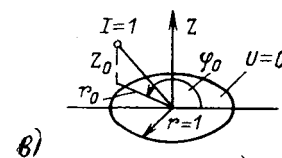
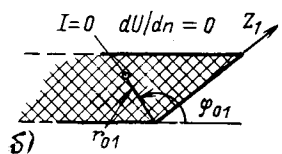
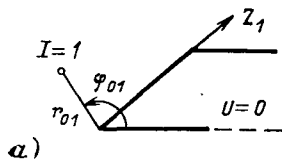


Рис. 2. Расчетные модели

4 Электричество № 9

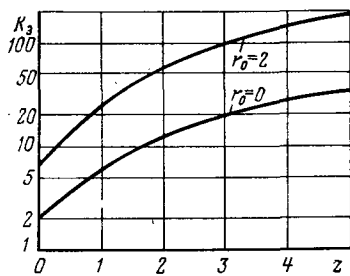


Рис. 3. График изменения коэффициента экранирования для точек на оси диафрагмы: 1 — $r_0 = r = 0$; $Z_0 = -1,1$; 2 — $r_0 = 2$; $r = 0$; $\varphi_0 = 0$; $Z_0 = -1,1$

от источника) и табл. 3 (для точек, расположенных в плоскости отверстия); при этом отношение расстояния от источника до диафрагмы к радиусу отверстия во всех случаях принималось равным 1,1, а значения, указанные в табл. 3 в числителе и знаменателе, соответствуют координатам $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ соответственно.

Найденные с использованием приведенных данных значения коэффициентов экранирования на оси рассматриваемой системы представлены на рис. 3, где кривая 1 соответствует случаю расположения точечного источника на оси диафрагмы (в точке $Z_0 = -1,1$), а кривая 2 — случаю анаксияльного расположения источника (в точке $r_0 = 2$; $\varphi_0 = 0$; $Z_0 = -1,1$). Как видно, смещение источника от оси существенно (более чем в 4 раза) увеличивает коэффициент экранирования.

Аналогичные данные могут быть получены и при любом другом расположении или числе точечных источников тока, а также для рассмотренных выше плоских проводящих или изоляционных экранов другой формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bateman H. Partial differential equations of mathematical physics. — New York, 1944.
2. Кленов Г. Э. К задаче о поле точечного источника в присутствии изоляционной диафрагмы. Электричество, 1975, № 9.
3. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М. — Л.: Изд. АН СССР, 1948.
4. MacDonald H. — Proc. London Math. Soc., 1895, № 26.
5. Методы расчета электростатических полей/Н. Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев, М.: Высшая школа, 1963.
6. Лебедев Н. Н., Скальская И. П., Уфлянд Я. С. Сборник задач по математической физике. — М.: Физматгиз, 1955.
7. Юссьель Ю. Я., Кленов Г. Э. О принципе дополнительности в теории стационарных потенциальных полей. — ЖТФ, 1979, вып. 49, № 8.

[28.10.81]

Особенности дифференциальных уравнений несимметричных электрических машин переменного тока

РЕЗНИЧЕНКО В. Ю., канд. техн. наук, КУРИЛИН С. П., инж.

Смоленский филиал МЭИ

Расчет переходных процессов в несимметричных машинах переменного тока обычно базируется на уравнениях, записанных в соответствующей координатной системе [1]. Однако в последнее время исследователи все чаще используют уравнения, записанные относительно преобразованных переменных. Это объясняется тем, что процесс преобразования уравнений электрической машины с несимметричными первичной и вторичной частями достаточно сложен. Преобразованные уравнения позволяют легко учесть все виды несимметрии. Некоторое увеличение количества уравнений системы не вызывает особых затруднений при расчете переходных процессов на современных ЦВМ. В ряде случаев уравнения для преобразованных переменных оказываются проще по форме записи, чем преобразованные. Ниже отмечаются некоторые особенности такого расчета, относящиеся к случаю соединения первичных обмоток в «звезду без нулевого провода». При этом заданными являются линейные напряжения U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} .

Обычно записываются уравнения относительно фазных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= i_A r_A + \frac{d\psi_A}{dt}; \\ U_B &= i_B r_B + \frac{d\psi_B}{dt}; \\ U_C &= i_C r_C + \frac{d\psi_C}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Известные уравнения связи между фазными и линейными напряжениями [2]:

$$\left. \begin{aligned} U_{AB} &= U_A - U_B; \\ U_{BC} &= U_B - U_C; \\ U_{CA} &= U_C - U_A \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

не могут быть однозначно разрешены относительно фазных напряжений U_A , U_B , U_C , если в последних присутствует составляющая нулевой последовательности U_0 . Если U_0 не определена, решением (2) является бесконечное множество фазных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= \frac{U_{AB} - U_{CA}}{3} + U_0; \\ U_B &= \frac{U_{BC} - U_{AB}}{3} + U_0; \\ U_C &= \frac{U_{CA} - U_{BC}}{3} + U_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В несимметричных электрических машинах переменного тока имеет место как раз такой случай, так как согласно (1)

$$U_0 = \frac{1}{3} (U_A + U_B + U_C) = \frac{1}{3} (i_A r_A + i_B r_B + i_C r_C) + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_A + \psi_B + \psi_C}{3} \right) = \Delta U_0 + \frac{d\psi_0}{dt} \neq 0. \quad (4)$$

Поскольку в соответствии с (4) напряжение U_0 не является постоянным, а зависит от фазных переменных (токов и потокоцеплений) и начальных условий, его нельзя вычислить или задать заранее. Таким образом, однозначное задание фазных напряжений по (3) и использование уравнений (1) при $U_0 \neq 0$ оказывается невозможным. Для снятия неоднозначности в определении фазных напряжений необходимо выделять из (1) составляющие нулевой последовательности в отдельное уравнение (4). Для симметричной машины с токами нулевой последовательности i_{01} , i_{02} в фазах такое выделение рассмотрено в [3]. В рассматриваемом здесь

$$i_{01} = 0, i_{02} = 0.$$

Для вращающихся электрических машин и трансформаторов при отсутствии токов нулевой последовательности обычно

$$\psi_A + \psi_B + \psi_C = 0,$$

а напряжение U_0 порождается согласно (4) токами прямой и обратной последовательности.

Для выделения нулевых составляющих фазных напряжений вычтем (4) из (1):

$$\left. \begin{aligned} U_A^* &= U_A - U_0 = \frac{U_{AB} - U_{CA}}{3} = \frac{2}{3} i_A r_A - \\ &\quad - \frac{1}{3} i_B r_B - \frac{1}{3} i_C r_C + \frac{d\psi_A^*}{dt}; \\ U_B^* &= U_B - U_0 = \frac{U_{BC} - U_{AB}}{3} = \frac{2}{3} i_B r_B - \\ &\quad - \frac{1}{3} i_A r_A - \frac{1}{3} i_C r_C + \frac{d\psi_B^*}{dt}; \\ U_C^* &= U_C - U_0 = \frac{U_{CA} - U_{BC}}{3} = \frac{2}{3} i_C r_C - \\ &\quad - \frac{1}{3} i_A r_A - \frac{1}{3} i_B r_B + \frac{d\psi_C^*}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_A^* &= \frac{2}{3} \psi_A - \frac{1}{3} \psi_B - \frac{1}{3} \psi_C; \\ \psi_B^* &= \frac{2}{3} \psi_B - \frac{1}{3} \psi_A - \frac{1}{3} \psi_C; \\ \psi_C^* &= \frac{2}{3} \psi_C - \frac{1}{3} \psi_A - \frac{1}{3} \psi_B. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В систему (5) входят заданные линейные напряжения, она не содержит составляющих нулевой последовательности. Связь между новыми переменными ψ_A^* , ψ_B^* , ψ_C^* и токами может быть определена на основе известных соотношений между фазными потокоцеплениями и токами [4] и соотношений (6).

Может быть предложен и другой метод выделения нулевых составляющих напряжений. Для этого вычтем уравнения системы (1) одно из другого в соответствии с (2):

$$\left. \begin{aligned} U_{AB} &= r_A i_A - r_B i_B + \frac{d\psi_{AB}}{dt}; \\ U_{BC} &= r_B i_B - r_C i_C + \frac{d\psi_{BC}}{dt}; \\ U_{CA} &= r_C i_C - r_A i_A + \frac{d\psi_{CA}}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_{AB} &= \psi_A - \psi_B; \\ \psi_{BC} &= \psi_B - \psi_C; \\ \psi_{CA} &= \psi_C - \psi_A. \end{aligned} \right\}$$

Системы (5) и (7) отличаются только формой записи, причем из-за компактности предпочтительней (7).

Следует подчеркнуть, что системы (5) и (7), а также уравнения связи между потокоцеплениями и токами по (6) и (8), являются неопределенными. Любое уравнение этих систем тождественно двум другим и, следовательно, может быть исключено из рассмотрения. Таким образом, количество дифференциаль-

ных уравнений для трехфазной машины в предлагаемом виде записи такое же, как и в случае преобразования к эквивалентной двухфазной. Однако для вычисления переменных любая пара уравнения системы (5) или (7) должна быть дополнена очевидными алгебраическими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} i_A + i_B + i_C &= 0; \\ i_a + i_b + i_c &= 0; \\ \psi_A + \psi_B + \psi_C &= 0; \\ \psi_{AB} + \psi_{BC} + \psi_{CA} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Полученные таким образом уравнения при необходимости могут быть дополнены уравнением (4).

Новые переменные ψ_A^* , ψ_B^* , ψ_C^* или ψ_{AB} , ψ_{BC} , ψ_{CA} , как и токи, полностью определяют электромагнитный момент (усилие) машины, а составляющие нулевой последовательности в создании электромагнитного момента не участвуют [3].

В статье рассматриваются только уравнения равновесия напряжений, так как электромагнитный момент (усилие) и скорость могут быть вычислены через переменные ψ_A^* , ψ_B^* , ψ_C^* или ψ_{AB} , ψ_{BC} , ψ_{CA} по [4].

Рассмотрим в качестве примера уравнения асинхронного трехфазного двигателя с электрической и магнитной асимметрией одной из фаз статора. Такой случай встречается на практике в линейных асинхронных двигателях, у которых индуктивности рассеяния центральной и крайних фаз индуктора различны, в фазу может включаться компенсационная обмотка и т. д.

Уравнения для напряжений фаз первичной и вторичной части двигателя:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= r_1 i_A + \frac{d\psi_A}{dt}; & U_A &= r_2 i_a + \frac{d\psi_a}{dt}; \\ U_B &= R_1 i_B + \frac{d\psi_B}{dt}; & U_B &= r_2 i_b + \frac{d\psi_b}{dt}; \\ U_C &= R_1 i_C + \frac{d\psi_C}{dt}; & U_C &= r_2 i_c + \frac{d\psi_c}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Уравнения связи потокосцеплений и токов:

$$\left. \begin{aligned} \psi_A &= L_1 i_A + M_{12} \cos \varphi i_a + M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_b + \\ &+ M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_c; \\ \psi_B &= L_1 i_B + M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_a + M_{12} \cos \varphi i_b + \\ &+ M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_c; \\ \psi_C &= L_1 i_C + M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_a + M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_b + \\ &+ M_{12} \cos \varphi i_c; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_a &= L_2 i_a + M_{12} \cos \varphi i_A + M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_b + \\ &+ M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_c; \\ \psi_b &= L_2 i_b + M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_A + M_{12} \cos \varphi i_B + \\ &+ M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_C; \\ \psi_c &= L_2 i_c + M_{12} \cos (\varphi - 120^\circ) i_A + M_{12} \cos (\varphi + 120^\circ) i_B + \\ &+ M_{12} \cos \varphi i_C, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $L_1(L_2)$ — полная индуктивность фазы статора (ротора) с учетом индуктивности рассеяния и влияния других фаз статора (ротора), Гн; L_1 — то же для фазы А статора; M_{12} — максимальное значение взаимной индуктивности между фазами статора и ротора, Гн; φ — угол между осями фаз А и а, рад.

Напряжения нулевой последовательности с учетом

$$\begin{aligned} i_A + i_B + i_C &= 0, \quad i_a + i_b + i_c = 0; \\ U_{01} &= \frac{r_1 - R_1}{3} i_A + \frac{L_1 - L_2}{3} \frac{di_A}{dt}; \quad U_{02} = 0. \end{aligned}$$

Уравнения для напряжений без составляющих нулевой последовательности согласно (7) и (9):

$$\left. \begin{aligned} U_{AB} &= r_1 i_A - R_1 i_B + \frac{d\psi_{AB}}{dt}; \\ U_{BC} &= R_1 (i_B - i_C) + \frac{d\psi_{BC}}{dt}; \\ i_C &= -i_A - i_B; \\ U_a &= r_2 i_a + \frac{d\psi_a}{dt}; \\ U_B &= r_2 i_b + \frac{d\psi_b}{dt}; \\ i_c &= -i_a - i_b; \\ \psi_c &= -\psi_a - \psi_b. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Уравнения связи между токами и потокосцеплениями статора согласно (8) и (11):

$$\left. \begin{aligned} \psi_{AB} &= L_1 i_A - L_1 i_B + M_{12} (i_a - i_b) \cos \varphi + \\ &+ M_{12} (i_B - i_C) \cos (\varphi + 120^\circ) + M_{12} (i_C - i_A) \cos (\varphi - \\ &- 120^\circ); \\ \psi_{BC} &= L_1 (i_B - i_C) + M_{12} (i_a - i_b) \cos (\varphi - 120^\circ) + \\ &+ M_{12} (i_b - i_C) \cos \varphi + M_{12} (i_C - i_A) \cos (\varphi + 120^\circ); \\ \psi_{CA} &= \psi_{AB} - \psi_{BC}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В результате решения (12) и (14) с учетом алгебраических уравнений системы (13) получаются следующие выражения для токов фаз:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \frac{1}{\frac{2L_1 + L_1}{3} - \frac{L_m^2}{L_2}} \left\{ \frac{\psi_{AB} - \psi_{CA}}{3} - \frac{L_m}{L_2} \left[\psi_a \cos \varphi - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\psi_b - \psi_c}{\sqrt{3}} \sin \varphi \right] \right\}; \\ i_B &= \frac{1}{\frac{2L_1 + L_1}{3} - \frac{L_m^2}{L_2}} \left\{ \frac{k\psi_{BC} - \psi_{AB}}{3} - \frac{L_m}{L_2} \left[\left(k \frac{\psi_a - \psi_c}{3} - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\psi_a - \psi_b}{3} \right) \cos \varphi - \frac{\psi_c - k\psi_a}{\sqrt{3}} \sin \varphi \right] \right\}; \\ i_a &= \frac{\psi_a}{L_2} - \frac{L_m/L_2}{\frac{2L_1 + L_1}{3} - \frac{L_m^2}{2}} \left\{ \frac{\psi_{AB} - \psi_{CA}}{3} \cos \varphi + \right. \\ &+ \frac{\psi_{BC}}{\sqrt{3}} \frac{1 + 2k}{3} \sin \varphi - \frac{L_m}{L_2} \left[\frac{2 + k}{3} \psi_a + \right. \\ &\left. \left. + \frac{1 - k}{3} \left(\psi_a \cos 2\varphi - \frac{\psi_B - \psi_C}{\sqrt{3}} \sin 2\varphi \right) \right] \right\}; \\ i_b &= \frac{\psi_b}{L_2} - \frac{L_m/L_2}{\frac{2L_1 + L_1}{3} - \frac{L_m^2}{L_2}} \left\{ \frac{k\psi_{BC} + \psi_{AB}}{3} \cos \varphi + \right. \\ &+ \frac{\psi_{CA} + \frac{1 - k}{3} \psi_{BC}}{\sqrt{3}} \sin \varphi - \frac{L_m}{L_2} \left[\psi_b \frac{2 + k}{3} + \right. \\ &\left. \left. + \frac{1 - k}{3} \left(\psi_c \cos 2\varphi - \frac{\psi_a - \psi_b}{\sqrt{3}} \sin 2\varphi \right) \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{где } k = \frac{L_1 L_2 - L_m^2}{L_1 L_2 - L_m^2}; \quad L_m = \frac{3}{2} M_{12}.$$

Подстановка (15) в (13) дает искомое уравнение равновесия напряжений, которые будучи дополнительными уравнениями для электромагнитного момента и частоты вращения позволяют рассчитывать электромеханические переходные процессы в машине.

Выводы. 1. При расчете электромеханических переходных процессов в несимметричных электрических машинах, обмотки которых соединены по схеме «звезда без нулевого провода», использование уравнений вида (1) неправомерно.

2. В случаях, оговоренных выше, необходимо пользоваться уравнениями типа (5), (9) или (7), (9), при этом общее количество дифференциальных уравнений остается таким же, как и для эквивалентной двухфазной машины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И. П., Мамедов Ф. А., Беспалов В. Я. Математическое моделирование асинхронных машин. — М.: Энергия, 1969.
2. Зевеке Г. В. и др. Основы теории цепей. — М.—Л.: Энергия, 1965.
3. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
4. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.

[24.11. 82]

УДК 621.319.001.24

Решение задач электростатики численными методами

НОВИКОВ В. Н.

Москва

Для решения задач электростатики, электродинамики и аналогичных им все шире применяются методы, основанные на сведении этих задач к граничным сингулярным интегральным уравнениям (СИУ) с последующим численным их решением. Это объясняется рядом причин, в частности, тем, что обычные методы, основанные на решении краевых задач для уравнений Лапласа, Пуассона и т. д., часто оказываются практически неприемлемыми из-за математической избыточности, связанной с необходимостью решения задачи в больших пространственных областях. К этому добавляются проблемы построения сеточной аппроксимации для тел сложной геометрической формы (например, неоднородных). Наиболее часто при решении СИУ используются вариационные методы Рунге и Галеркина [1 и 2]. При этом возникает проблема выбора «хорошей» системы базисных функций и выделения сингулярностей в распределении плотности заряда, если тело имеет острые кромки [2], что усложняет и делает нестандартными алгоритмы решения задач.

В ряде работ, например [3 и 4], изложены методы сведения задач электростатики к уравнениям Фредгольма II рода на поверхности раздела диэлектрических сред. Однако для случая, когда с поверхностью раздела граничит незамкнутый проводник, эти методы непосредственно неприменимы — задача становится некорректной, теряется однозначность решения. Хотя в этом случае предлагаются приемы регуляризации, это еще не гарантирует от осложнений при численных расчетах.

Возможна также «точная регуляризация» [4], т. е. точное сведение уравнения Фредгольма I рода для незамкнутых проводников к уравнению Фредгольма II рода. Но и здесь практическое использование такой процедуры для численных расчетов осложняется тем, что ядро регуляризованного уравнения значительно сложнее исходного и к тому же все равно имеет особенности на острых кромках.

В данной статье излагается метод численного решения СИУ I рода, использующий модель процесса релаксации начального заряда на поверхности проводников. Сеточная аппроксимация этой модели строится на двух взаимопроникающих сетках и обладает естественным эффектом регуляризации. Такой подход позволяет решать широкий класс задач, относящихся к распределению заряда и определению полей в проводниках, причем рассматриваемые тела могут иметь сложную форму, в частности, иметь острые кромки, складки или быть неоднородными.

Отсутствие громоздкой процедуры выделения особенностей плотности заряда и выбора базисных функций значительно упрощает весь процесс решения задач.

Построение итерационной схемы. Рассмотрим для определенности замкнутый проводник, внесенный во внешнее электрическое поле $\vec{E}_в$. Как известно, плотность наведенного заряда σ на поверхности проводника удовлетворяет условию

$$\vec{E}_\tau(\vec{r}) = \int \sigma(\vec{r}') |\vec{r} - \vec{r}'|^{-a} (\vec{r} - \vec{r}')_\tau d\Sigma, \quad (1)$$

где $\vec{E}_\tau(\vec{r})$ — тангенциальная составляющая внешнего электриче-

ского поля на поверхности Σ в точке $\vec{r}$; $\vec{r}'$ — текущая точка на поверхности; $(\vec{r} - \vec{r}')_\tau$ — тангенциальная составляющая вектора $(\vec{r} - \vec{r}')$.

В качестве масштаба электрического поля взята величина $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$, $a=3$ для трехмерного и $a=2$ для двумерного случаев.

Уравнение (1) представляет собой сингулярное интегральное уравнение Фредгольма первого рода. Нетрудно показать, что задача нахождения $\sigma(\vec{r})$ является некорректно поставленной [5].

Предположим, что в начальный момент времени $t=0$ на поверхности проводника задана некоторая плотность заряда $\sigma(\vec{r}, 0)$. Рассматривая процесс релаксации заряда, примем, что действие тангенциальной компоненты суммарного электрического поля

$$E = E_\tau(\vec{r}, t) - \int_\Sigma \sigma(\vec{r}', t) |\vec{r} - \vec{r}'|^{-a} (\vec{r} - \vec{r}')_\tau d\Sigma \quad (2),$$

вызывает поверхностный ток в каждой точке проводника по закону¹

$$\vec{J} = f(\sigma)\vec{E} - g(K) \nabla \sigma, \quad (3)$$

где $f(\sigma)$ — некоторая функция от плотности заряда (в дальнейшем $f \equiv 1$); $g(K)$ — функция от кривизны поверхности проводника $K = K(\vec{r})$, играет роль «вязкости».

Выбор функций $f(\sigma)$ и $g(K)$ может быть различным. Введение $f(\sigma)$ может быть использовано для ускорения сходимости процесса релаксации заряда; $g(K)$ вводится для сглаживания возможных численных Ленгмюровских колебаний в процессе расчета. Появление таких колебаний непосредственно связано с некорректностью задачи. Однако, как будет показано ниже, во многих случаях можно полагать $g(K) \equiv 0$, так как сама численная схема расчета установления заряда уже обладает эффектом регуляризации.

Рассмотрим для простоты случай двумерного проводника при условиях $g(K) \equiv 0$, $f(\sigma) \equiv 1$. Для пересчета плотности поверхностного заряда через время Δt разобьем контур проводника на ячейки с центрами в точках r_i , заряд каждой ячейки обозначим через Q_i . Если считать заряд Q_i равномерно распределенным внутри каждой ячейки, а токи J_i подсчитывать в центрах ячеек, то, используя схему «вверх по течению, вниз по течению» [6], для пересчета величин Q_i^s на $s+1$ шаге получим формулу

$$Q_i^{s+1} = Q_i^s + [0.5(|J_{i+1}^s| + |J_{i-1}^s|) + 0.5(J_{i-1}^s - J_{i+1}^s) - |J_i^s|] \Delta t. \quad (4)$$

¹ В (3) первый член написан по аналогии с законом Ома, второй — по аналогии с законом Фика.

Однако схема (4) оказывается неустойчивой к развитию Ленгмюровских колебаний, что можно показать на следующем простом примере. Пусть контур представляет собой прямую (ось x), в целочисленных точках которой расположены заряды $(-1)^n Q$; $Q > 0$. Для определенности полагаем, что взаимодействие между зарядами происходит по закону Кулона, а $E_\tau = 0$. Тогда из (1)–(3) следует, что при любом Q полученная система зарядов (ее можно рассматривать как совокупность диполей) является в силу аппроксимации (4) решением уравнения (1).

Схему (3) и (4) можно модифицировать, рассматривая две взаимопроницающих сетки: одну для вычисления величин Q_i^s , а другую — для вычисления величин J_i^s .

Пусть токи J_i^s вычисляются с помощью матрицы

$$J_i^s = \sum_{k=1}^N a_{ik} Q_k^s + f_k \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (5)$$

что соответствует аппроксимации по некоторой кубатурной формуле выражения (1).

При вычислении a_{ik} учитывается, что Q_k^s распределены некоторым образом в k -й ячейке, а J_i^s вычисляются на границах ячеек. Конкретные примеры вычисления a_{ik} приведены ниже. После вычисления токов J_i^s на s -м временном шаге, Q_i^{s+1} пересчитываются по формулам:

$$Q_i^{s+1} = Q_i^s + (J_{i-1}^s - J_i^s) \Delta t^s. \quad (6)$$

Рассмотрение приведенного выше примера применительно к расчетным формулам (5), (6) показывает, что в этом случае возникают токи, которые стремятся сгладить «пилообразное» распределение плотности заряда. Схема (6) консервативна и является аналогом закона сохранения вещества. Свойства таких схем хорошо изучены [7]. В этой связи отметим, что рассмотренная ранее схема (4) так же, как и (6), является дискретным аналогом нестационарного уравнения непрерывности — закон сохранения вещества (заряда) и в пределе ($t \rightarrow \infty$) решение последнего совпадает с дискретным аналогом стационарной задачи (1).

Однако (в этом и проявляется некорректность задачи) при разных, казалось бы «близких», дискретных аппроксимациях задача (1) может иметь сколь угодно отличающиеся по норме численные решения, в частности (как следует уже из элементарных соображений), и произвольную систему равноотстоящих диполей $(-1)^n Q$. Действительно, в силу симметрии и взаимной компенсации сил действующих на каждый отдельный заряд $\pm Q$ такая система всегда будет в равновесии, т. е. будет стационарным решением дискретного аналога задачи (1).

Рассмотрим теперь оптимизацию процесса установления. Исходя из (5) и (6), будем минимизировать невязки J на каждом шаге по времени в квадратичной норме. Для последовательности шагов Δt^s тогда получим

$$\Delta t^s = -(\vec{J}^s, A\vec{J}^s) / (A\vec{J}^s)^2, \quad (7)$$

где $\vec{J}^s$ — вектор с компонентами $J_i^s = J_i^s - J_{i-1}^s$; $\vec{J}^s$ — вектор невязки; A — матрица с компонентами a_{ik} .

Теперь итерационный процесс можно записать в виде

$$\begin{aligned} \vec{b} = A\vec{J}^s \rightarrow c = (\vec{J}^s, \vec{b}) \rightarrow \Delta t^s = -cb^{-2} \rightarrow Q^{s+1} = \\ = Q^s + \vec{J}^s \Delta t^s \rightarrow \vec{J}^{s+1} = \vec{J}^s + \vec{b} \Delta t^s \rightarrow \vec{b} = A\vec{J}^{s+1} \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Ясно, что при таком подходе на каждом временном шаге производится всего одна операция умножения матрицы на вектор. Процесс (8) может быть применен для общих систем уравнений, причем на первых итерациях его сходимость может быть значительно быстрее, чем у стандартного процесса минимальных невязок. Последнее объясняется тем, что вектор $\vec{J}_i^s$ является, по существу, разностью близких векторов $\{J_k^s\}$ и $\{J_{k-1}^s\}$.

Результаты расчетов на ЭВМ². Для плоской задачи рас-

² Автор выражает благодарность Еремееву В. Н. за помощь в проведении расчетов на ЭВМ и полезные обсуждения.

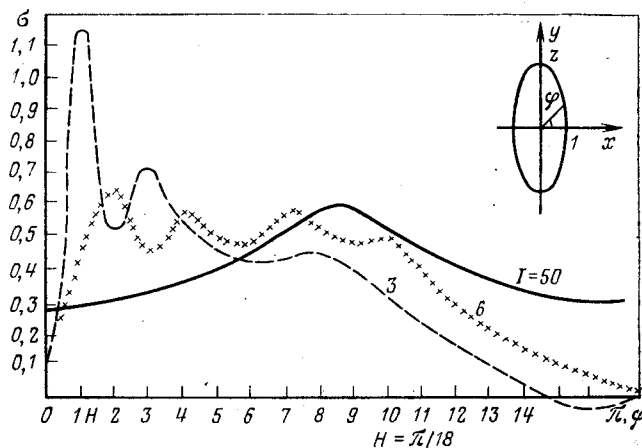


Рис. 1

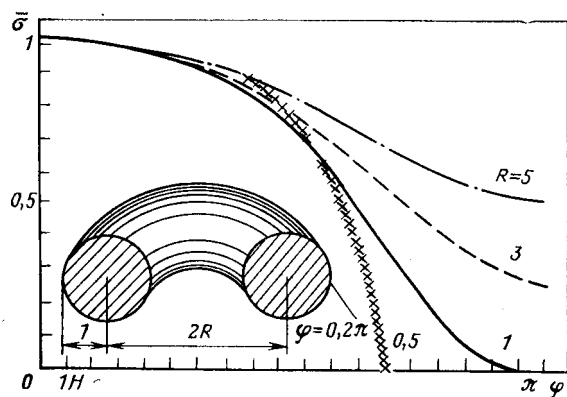


Рис. 2

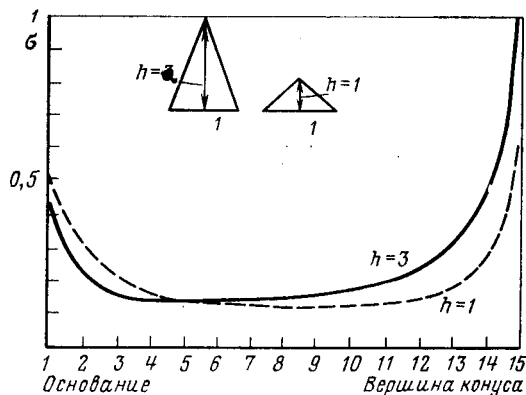


Рис. 3

считывался цилиндрический проводник с образующей в форме эллипса

$$x = \cos \varphi; \quad y = \bar{b} \sin \varphi.$$

При отсутствии внешнего электрического поля точное решение задачи о распределении свободного электричества определяется формулой

$$\sigma(\varphi) = \lambda (\cos^2 \varphi + \bar{b}^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2},$$

где значение постоянной λ определяется масштабом и начальными условиями (величиной поданного заряда).

На рис. 1 представлены кривые распределения плотности заряда в различные моменты времени, рассчитанные по схеме (8). В качестве начального было взято «плохое» распределение заряда: $Q_1 = 18$, $Q_i = 0$ при $i \neq 1$. Видно, что при таком распределении возникли ленгмюровские колебания плотности заряда, однако по прошествии некоторого времени решение «вышло» на стационарное, причем практически совпало с точным. Отно-

сительная погрешность составила при этом 0,011 при числе точек разбиения 18 ($\bar{b}=2$). При попытке решения этой задачи методом минимальных невязок (без предварительной симметризации матрицы) сходимости не достигалось.

На рис. 2 приведены распределения плотности свободного заряда на торе. Все распределения отнормированы так, что максимальная плотность равна единице. Матрица a_{ik} заполняется следующим образом: поверхность тора разбивалась на круговые пояса и считалось, что Q_i сосредоточен на линии (окружности), делящей каждый i -й круговой пояс тора пополам. При вычислении токов на границах круговых поясов a_{ik} определялись как вклады в суммарное поле от равномерно заряженного i -го кольца. Несмотря на неоднородную поверхность, алгоритм расчета тора и аналогичных поверхностей вращения лишь незначительно отличается от случая сферы. Отдельный расчет, например для тора, занимает не более 15—20 с на БЭСМ-6 ($N=20 \div 30$).

На рис. 3 представлено распределение свободного заряда на конусе (конус без дна). Распределение заряда имеет особенности на острой кромке у основания конуса и у вершины. О точности расчета можно судить по распределению значений потенциала на поверхности конуса. Распределение потенциала оказывается постоянным с относительной погрешностью 0,002 во всех точках, кроме четырех ближайших к конечным (общее число точек разбиения $N=15$). В конечных точках относительная погрешность несколько больше; $\Delta=0,009$, однако практическая точность расчета даже при разбиении $N=15$ следует признать очень высокой. Для конуса с $\alpha=45^\circ$ расчет производился при $N=30$ (штрихпунктирная линия на рис. 3). В [8] показано, что для емкости такого конуса справедлива формула

$$C = \frac{2}{\pi} \sin \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n \operatorname{ctg} 2^n \alpha,$$

где $C_0=1$; $C_1=0,1467$; $C_2=0,0441$; $C_3=0,0236$; $C_4=-0,0153$; $C_5=0,0111$.

Таким образом, при $\alpha=45^\circ$ $C=0,715$. Среднее значение емкости из расчета: $C=0,714$ ($N=30$). Относительная погрешность разброса значений потенциала не превосходит 0,018.

Зависимость нормы погрешности (остаточного тангенциального поля) от числа итераций (норма погрешности октаэдрической в логарифмическом масштабе) показывает, что убывание нормы погрешности на первых итерациях идет быстрее, чем по

экспоненциальному закону с последующим асимптотическим выходом на экспоненту.

Выводы. 1. Предложен численный метод решения сингулярных интегральных уравнений I рода, описывающих распределение зарядов простого слоя на поверхности проводников. Метод основан на моделировании процесса релаксации произвольного начального распределения поверхностного заряда так, что при $t \rightarrow \infty$ получается искомое решение стационарной задачи.

2. Использование взаимопроникающих сеток (подсчет токов на границе выделенной элементарной ячейки при условии, что заряд ячейки считается сосредоточенным в ее центре) позволяет получить численную схему, обладающую естественным эффектом регуляризации и избежать выделения особенностей (сингулярностей) в плотности заряда на острых краях.

3. Это, в свою очередь, позволяет достаточно просто и единообразно решать ряд задач о распределении электрического заряда на поверхностях проводников, причем последние могут быть незамкнутыми, иметь острые кромки, быть неодносвязными, что практически не отражается на алгоритме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иванов В. В.** Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. — Киев: Наукова думка, 1968.
 2. **Бонштедт Б. Э., Цирлин Н. А.** К решению сингулярных интегральных уравнений. — В кн.: Вопросы математической физики. — Л.: Наука, 1974.
 3. **Гринберг Г. А.** Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.: Изд. АН СССР, 1948.
 4. **Фельд Я. Н., Сухаревский И. В.** О сведении задач дифракции на незамкнутых поверхностях к интегральным уравнениям 2-го рода. — Радиотехника и электроника, 1966, № 7.
 5. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1976.
 6. **Вычислительные методы в физике плазмы/Под ред. Б. Олдера.** — М.: Мир, 1976.
 7. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.
 8. **Лебедев Н. Н., Скальская И. П.** Распределение электричества на тонком конечном конусе. — ЖВМ и МФ, 1969, № 6.
- [28.01.83]

[28.01.83]

УДК 621.372.001.24

Методика расчета матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей электрических цепей

ТУРКИЯ Н. Г., ГОТУА Т. К.

Тбилиси

Общеизвестны трудности расчетов режимов сложных электрических цепей. Возможность оперативного расчета при большом объеме схемы появилась лишь с развитием вычислительной техники. Однако небольшой объем памяти ЭВМ в недалеком прошлом позволял применять в этих случаях только итеративные методы расчета режимов. Объем памяти нового поколения ЭВМ позволяет применить прямые методы расчетов. Перспективными в этом отношении являются методы, основанные на применении матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей электрических цепей. Согласно этим методам основное время вычислений приходится на расчет матрицы, тогда как режим работы цепи определяется сравнительно простыми уравнениями. Используя одну и ту же матрицу, или матрицу, полученную из исходной сравнительно простым пересчетом, можно рассчитать множество различных режимов работы для одной и той же или видоизменной схемы цепи.

Несмотря на существование большого числа статей, посвященных методике расчета матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей [1—4], эффективный расчет матрицы все еще представляет собой актуальную задачу, и в связи с этим методика, предложенная в данной статье, должна представлять интерес.

Предлагаемый алгоритм, являющийся развитием метода [1], представляет собой прямой метод, позволяющий считать полную

матрицу собственных и взаимных проводимостей ветвей при значительной экономии памяти ЭВМ. По нему реализована программа расчета матрицы на ЭВМ серии ЕС с объемом памяти 256 кБ для схемы с числом ветвей не более 212 и неограниченным числом узлов. Время счета по данной программе на ЭВМ ЕС 1033 для схемы, содержащей 80 узлов и 210 ветвей, составляет 12 мин. Эта программа вошла в комплекс программ для оперативного расчета нормальных режимов и внедрена в ОДУ Закавказья.

Проведем расчет режима электрической системы, изображенной на рис. 1.

Если через Y' обозначить матрицу собственных и взаимных проводимостей ветвей, то матричное уравнение, связывающее токи в ветвях с напряжениями включенных источников,

$$\dot{\mathbf{Y}}' \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{j}$$

или в развернутом виде:

[illegible]

Таким образом, если заранее рассчитать матрицу $\dot{Y}'$, можно найти ток в любой ветви, вызванный произвольным количеством источников напряжения. Схему рис. 1 заменим схемой рис. 2. Здесь источники напряжений U_1, U_2, U_3 включены между узлами 1-0, 2-0, 3-0 таким образом, чтобы направление и величина напряжения источников совпадали с направлением и величиной узловых напряжений $U_{1-0}, U_{2-0}, U_{3-0}$, т. е. $\dot{U}'_1 = \dot{U}_{1-0}, \dot{U}'_2 = \dot{U}_{2-0}, \dot{U}'_3 = \dot{U}_{3-0}$. В этом случае очевидно, что электрические режимы схем рис. 1 и 2 одинаковы.

Для схемы рис. 2 составление уравнений, связывающих напряжения источников с токами ветвей, не вызывает затруднений, так как ветви с источниками шунтируют узлы схемы.

Для токов в ветвях схемы рис. 2 можно записать:

$$\begin{bmatrix} (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3) & -\dot{Y}_3 & -\dot{Y}_2 & \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2 - \dot{Y}_3 & 0 & 0 \\ -\dot{Y}_2 & (\dot{Y}_3 + \dot{Y}_4) & -\dot{Y}_4 & 0 & 0 & \dot{Y}_3 - \dot{Y}_4 \\ -\dot{Y}_2 & -\dot{Y}_4 & (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_4 + \dot{Y}_5) & 0 & \dot{Y}_2 & 0 \\ \dot{Y}_1 & 0 & 0 & \dot{Y}_1 & 0 & 0 \\ -\dot{Y}_2 & 0 & \dot{Y}_2 & 0 & \dot{Y}_2 & 0 \\ -\dot{Y}_3 & \dot{Y}_3 & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_3 \\ 0 & -\dot{Y}_4 & \dot{Y}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{U}'_2 \\ \dot{U}'_3 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j'_1 \\ j'_2 \\ j'_3 \\ j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \\ j_5 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $j'_1 = j'_2 = j'_3 = 0$ согласно условию режима схемы рис. 1.

Матрицу коэффициентов обозначим через $\dot{Y}$ и разобьем на блоки:

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_1 & \dot{Y}_2 \\ \dot{Y}_3 & \dot{Y}_4 \end{bmatrix},$$

где

$$\dot{Y}_1 = \begin{bmatrix} (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3) & -\dot{Y}_3 & -\dot{Y}_2 \\ -\dot{Y}_3 & (\dot{Y}_3 + \dot{Y}_4) & -\dot{Y}_4 \\ -\dot{Y}_2 & -\dot{Y}_4 & (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_4 + \dot{Y}_5) \end{bmatrix};$$

$$\dot{Y}_2 = \begin{bmatrix} \dot{Y}_1 & -\dot{Y}_2 & -\dot{Y}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_3 & -\dot{Y}_4 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_2 & 0 & \dot{Y}_4 & \dot{Y}_5 \end{bmatrix};$$

$$\dot{Y}_3 = \begin{bmatrix} \dot{Y}_1 & 0 & 0 \\ -\dot{Y}_2 & 0 & \dot{Y}_2 \\ -\dot{Y}_3 & \dot{Y}_3 & 0 \\ 0 & -\dot{Y}_4 & \dot{Y}_4 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_5 \end{bmatrix}; \quad \dot{Y}_4 = \begin{bmatrix} \dot{Y}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Нетрудно заметить, что блок $\dot{Y}_1$ является матрицей собственных и взаимных проводимостей узлов

$$\dot{Y}_1 = \Pi \dot{Y}_B \Pi^T,$$

где Π — первая матрица инцидентий.

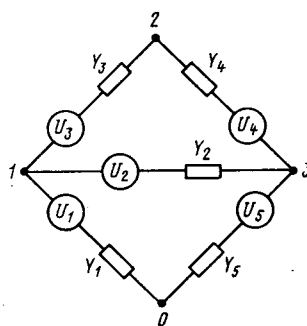


Рис. 1

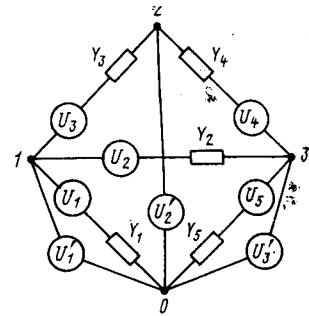


Рис. 2

Второй блок $\dot{Y}_2$ представляет собой произведение матриц $\Pi \dot{Y}_B$, третий блок $\dot{Y}_3$ — произведение матриц $\dot{Y}_B \Pi^T$, а четвертый блок — диагональную матрицу собственных проводимостей ветвей порядка $n \times n$, если n — число ветвей.

Таким образом, получили матрицу

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} \Pi \dot{Y}_B \Pi^T & \Pi \dot{Y}_B \\ \dot{Y}_B \Pi^T & \dot{Y}_B \end{bmatrix}.$$

Эту же матрицу можно получить и другим путем — перемножением по формуле:

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \begin{bmatrix} \Pi \\ E \end{bmatrix} [\dot{Y}_B] [\Pi^T \ E^T] = \begin{bmatrix} \Pi \dot{Y}_B \Pi^T & \Pi \dot{Y}_B E^T \\ E \dot{Y}_B \Pi^T & E \dot{Y}_B E^T \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \Pi \dot{Y}_B \Pi^T & \Pi \dot{Y}_B \\ \dot{Y}_B \Pi^T & \dot{Y}_B \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где E — единичная матрица порядка n .

Если из системы уравнений (2) исключить неизвестные $\dot{U}'_1, \dot{U}'_2, \dot{U}'_3$, т. е. систему из 8 уравнений свести к системе из 5 уравнений, получим искомую матрицу собственных и взаимных проводимостей ветвей. Исключение можно произвести по методу Гаусса. В этом случае матрица коэффициентов пересчитывается следующим образом:

$$\dot{Y}' = \dot{Y}_4 - \dot{Y}_3 \dot{Y}_1^{-1} \dot{Y}_2 = \dot{Y}_B - \dot{Y}_B \Pi^T (\Pi \dot{Y}_B \Pi^T)^{-1} \Pi \dot{Y}_B. \quad (4)$$

Если продолжить исключение неизвестных, например U_1 , после пересчета по формуле Гаусса получим матрицу $\dot{Y}''$ и уравнения относительно $\dot{U}_2, \dot{U}_3, \dot{U}_4, \dot{U}_5$, соответствующие схеме с отключенной ветвью 1. Если исключить неизвестные $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$ — это будет соответствовать расчету матрицы для схемы с отключенными ветвями 1 и 2 и так далее, т. е. при отключении k -й ветви все элементы матрицы $\dot{Y}'$ пересчитаются по формуле

$$\dot{Y}''_{ij} = \dot{Y}'_{ij} - \frac{\dot{Y}'_{ik} \dot{Y}'_{jk}}{\dot{Y}'_{kk}}. \quad (5)$$

В случае, когда нет необходимости в расчете полной матрицы $\dot{Y}'$, т. е. собственных и взаимных проводимостей между всеми ветвями системы, следует из единичной матрицы E вычеркнуть строки или столбцы, соответствующие ветвям, между которыми не определяются взаимные проводимости.

Если матрицу, полученную из матрицы E , обозначить через E' , то формула (3) примет вид:

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} \Pi \\ E' \end{bmatrix} [\dot{Y}_B] [\Pi^T \ (E')^T] = \begin{bmatrix} \Pi \dot{Y}_B \Pi^T & \Pi \dot{Y}_B (E')^T \\ E' \dot{Y}_B \Pi^T & E' \dot{Y}_B (E')^T \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Предлагаемый алгоритм удобен для реализации на ЭВМ. Применяя его, можно свести к минимуму расчеты вручную. Для этого достаточно ввести минимальную информацию — список узлов и ветвей, n , используя особенности матрицы инцидентий и диагональной матрицы проводимостей ветвей, по логической программе осуществить построение матрицы $\dot{Y}$.

С целью экономии памяти этот метод можно модифицировать. Зашунтируем все ветви, имеющие связь с нулевым узлом (попе-

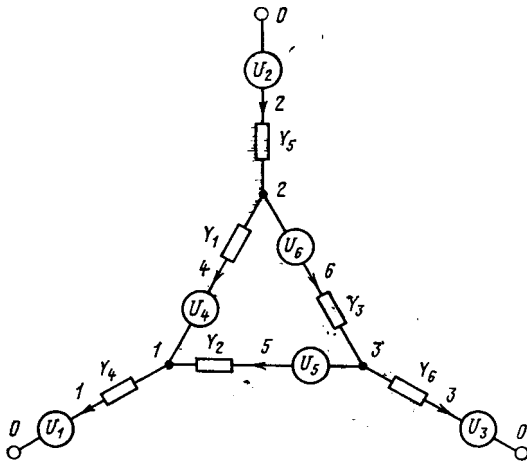


Рис. 3

речные ветви), и построим расширенную матрицу $\dot{Y}$ для неполной схемы, т. е. для схемы с закороченными поперечными ветвями. Размерность матрицы $\dot{Y}$ будет при этом $s = n + m - m'$, где m — число узлов исходной схемы; m' — число узлов с поперечными ветвями. Первые номера присвоим узлам без поперечных ветвей и $(m - m')$ раз произведем сокращение матрицы $\dot{Y}$ по формуле Гаусса согласно предложенному алгоритму. Затем произведем включение каждой поперечной ветви, что соответствует пересчету всей матрицы без изменения ее размерности, по формуле:

$$\dot{Y}'_{ij} = \dot{Y}_{ij} - \frac{\dot{Y}_{ik} - \dot{Y}_{jk}}{\dot{Y}_{kk} + \dot{Y}_k}, \quad (7)$$

где $\dot{Y}_k$ — проводимость k -й поперечной ветви; $\dot{Y}_{kk}$ — собственная проводимость зашунтированной k -й ветви.

Докажем справедливость изложенного, т. е. покажем, что при изменении проводимости произвольной ветви на некоторую величину изменение собственных и взаимных проводимостей ветвей можно определить по формуле (7).

Согласно теореме вариации К. М. Поливанова [5] конечное приращение тока в ветви k при включении дополнительной проводимости Y_k

$$\delta J_k = - \frac{Y_{kk} J_k}{Y_{kk} + Y_k} = U_0 Y_{kk},$$

где Y_{kk} , J_k — параметры схемы до включения Y_k . Для определения изменения взаимной проводимости между i -ми и j -ми ветвями проводимость Y_k заменим источником напряжения с э. д. с.

$$U_0 = - \frac{J_k}{Y_{kk} + Y_k}.$$

Новые значения токов в произвольных ветвях i и j :

$$\left. \begin{aligned} J'_i &= J_i - \frac{J_k Y_{ik}}{Y_{kk} + Y_k}; \\ J'_j &= J_j - \frac{J_k Y_{jk}}{Y_{kk} + Y_k}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Следовательно, собственные и взаимные проводимости ветвей i и j после включения Y_k в ветви k :

$$\left. \begin{aligned} Y'_{ii} &= \frac{J'_i}{U_i}; \\ Y'_{ij} &= \frac{J'_j}{U_j}; \\ Y'_{ij} &= \frac{J'_j}{U_i} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Подставляя в формулы (9) значения (8), получаем выражения для собственных и взаимных проводимостей ветвей i и j , совпадающие с формулой (7).

Пример. В схеме рис. 3 шунтируем все поперечные ветви.

Произведем включение проводимости Y_4 в ветвь 1 и составим матричное уравнение, связывающее напряжения $U_1, \dots, U_6$ с токами в ветвях:

$$\begin{bmatrix} \frac{Y_4(Y_1+Y_2)}{Y_1+Y_2+Y_4} & -\frac{Y_1Y_4}{Y_1+Y_2+Y_4} & -\frac{Y_2Y_4}{Y_1+Y_2+Y_4} & \dots & 0 \\ -\frac{Y_1Y_4}{Y_1+Y_2+Y_4} & \frac{Y_1(Y_2+Y_4)}{Y_1+Y_2+Y_4} + Y_3 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_6 \end{bmatrix}.$$

Аналогичный результат получим, если построим расширенную матрицу $\dot{Y}$ для схемы с закороченными поперечными ветвями и затем пересчитаем по формуле (7).

Матрица $\dot{Y}$ для схемы с закороченными поперечными ветвями:

$$\begin{bmatrix} (Y_1+Y_2) & -Y_1 & -Y_2 & Y_1 & Y_2 & 0 \\ -Y_1 & (Y_1+Y_3) & -Y_3 & -Y_1 & 0 & -Y_3 \\ -Y_2 & -Y_3 & (Y_2+Y_3) & 0 & -Y_2 & Y_3 \\ Y_1 & -Y_1 & 0 & Y_1 & 0 & 0 \\ Y_2 & 0 & -Y_2 & 0 & Y_2 & 0 \\ 0 & -Y_3 & Y_3 & 0 & 0 & Y_3 \end{bmatrix}.$$

После пересчета по формуле (7), соответствующего включению ветви Y_4 , получим матрицу с элементами:

$$Y'_{11} = Y_{11} - \frac{Y_{11}^2}{Y_{11} + Y_4} = \frac{Y_4(Y_1+Y_2)}{Y_1+Y_2+Y_4};$$

здесь $k = 1$, $Y_{ik} = Y_{jk} = Y_{11}$, $Y_k = Y_4$;

$$Y'_{12} = Y_{12} - \frac{Y_{11}Y_{21}}{Y_{11} + Y_4} = - \frac{Y_1Y_4}{Y_1+Y_2+Y_4};$$

$$Y'_{13} = Y_{13} - \frac{Y_{11}Y_{31}}{Y_{11} + Y_4} = - \frac{Y_2Y_4}{Y_1+Y_2+Y_4};$$

$$Y'_{22} = Y_{22} - \frac{Y_{21}^2}{Y_{11} + Y_4} = - \frac{Y_1(Y_2+Y_4)}{Y_1+Y_2+Y_4} + Y_3 \text{ и т. д.}$$

Аналогично включаем ветви Y_5 и Y_6 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Туркия Н. Г. Расчеты неполнофазных режимов энергосистем. — Сообщения АН Груз. ССР, 1968, т. 51, № 3.
2. Поздняков А. Ю. Расчет эквивалентных узловых проводимостей сокращенной сети. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 3.
3. Соколов В. К. К расчету собственных и взаимных проводимостей генераторных станций по методу теории графов. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1968, № 10.
4. Алгоритм и программа эквивалентирования электрических сетей/М. А. Грицай, В. Г. Журавлев, Е. А. Розенкранц и др. — Кишинев: Штиница, 1976.
5. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники, т. I. — М.: Энергия, 1972.

[12.03.82]

Уточнение расчета устойчивости дискретных автоматических систем регулирования

ЛЕБЕДЕВ Ю. В.

Ленинград

Известно, что используемый в методе Л. С. Гольдфарба параметр, называемый эквивалентным комплексным коэффициентом усиления (передачи) (ЭККП) нелинейного звена, у нелинейных устройств, параметры которых не изменяются во времени, не зависит от частоты. Однако у нелинейных устройств, параметры которых зависят от времени, в частности у дискретных устройств, рассматриваемых в данной статье как нелинейные во времени логические устройства, ЭККП зависит от частоты. И не только от частоты, но и от фазы входного сигнала дискретного звена по отношению к началу периода дискретности, так как в зависимости от этой фазы будет изменяться форма сигнала на выходе дискретного звена.

Рассмотрим применение метода Л. С. Гольдфарба к расчету дискретных автоматических систем регулирования (АСР).

Пусть на вход дискретного звена подан синусоидальный сигнал

$$x_{вх} = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где A — амплитуда входного сигнала; ω — его частота; φ — фаза входного сигнала по отношению к началу периода дискретности.

На выходе звена получим сигнал

$$x_{вых} = f[A \sin(\omega t + \varphi)]. \quad (2)$$

Предполагая наличие фильтрующих свойств у линейной части системы, можно определить действительный

$$a(A, \omega, \varphi) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f[A \sin(\omega t + \varphi)] \sin \omega t d\omega t \quad (3)$$

и мнимый

$$b(A, \omega, \varphi) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f[A \sin(\omega t + \varphi)] \cos \omega t d\omega t \quad (4)$$

коэффициенты гармонической линеаризации и по ним определить модуль

$$|S_d(A, \omega, \varphi)| = \sqrt{a^2(A, \omega, \varphi) + b^2(A, \omega, \varphi)} \quad (5)$$

и аргумент

$$\varphi_d(A, \omega, \varphi) = \arctg \left[\frac{b(A, \omega, \varphi)}{a(A, \omega, \varphi)} \right]. \quad (6)$$

Изменяя фазу входного сигнала дискретного звена, имеющего определенную частоту, в пределах от 0 до 2π при остальных неизменных параметрах, можно получить годограф — огибающую концов векторов, каждый из которых соответствует ЭККП дискретного звена при определенном значении φ . В дальнейшем такой годограф называется амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ) дискретного звена на фиксированной частоте при данном режиме его работы.

Если вектор ЭККП дискретного звена, соответствующий определенному значению фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности, геометрически умножить на вектор комплексного коэффициента передачи (ККПЛ) приведенной непрерывной линейной части АСР на данной частоте, то получим ЭККП разомкнутой АСР на фиксированной частоте при данном значении φ :

$$S(A, \omega, \varphi) = k_d(j\omega) |S_d(A, \omega, \varphi)| e^{j[\varphi_d(j\omega) + \varphi_d(A, \omega, \varphi)]}, \quad (7)$$

где $k_d(j\omega)$ — модуль ККПЛ приведенной непрерывной линейной части системы на фиксированной частоте; $\varphi_d(j\omega)$ — сдвиг по фазе между первыми гармониками на выходе и входе приведенной непрерывной линейной части системы.

Если же вектор ККПЛ на данной частоте геометрически умножить на всю огибающую векторов ЭККП для различных значений φ , соответствующих определенной частоте (АФХ дискретного звена для определенного режима работы на данной частоте), то будет получена АФХ разомкнутой системы на данной частоте для определенного режима работы.

Как известно [1], передаточная функция замкнутой импульсной системы определяется как отношение изображения смещенной решетчатой функции регулируемой координаты к изображению решетчатой функции управляющего воздействия, т. е. модифицированные преобразования не учитывают того, что ЭККП любого дискретного звена будут иметь различные значения в зависимости от фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности. Это снижает точность расчетов.

Известно также [2], что содержание теоремы В. А. Котельникова составляет следующее представление: «Любую функцию $F(t)$ (являющуюся тригонометрическим полиномом порядка не выше, чем m [3]), состоящую из частот от 0 до f_c периодов в секунду, можно представить рядом

$$F(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k \sin[\omega_c(t - \frac{k}{2f_c})] / (t - \frac{k}{2f_c}), \quad (8)$$

где k — целое число; $\omega_c = 2\pi f_c$; D_k — постоянные, зависящие от $F(t)$.

Или при других обозначениях

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \sin[\omega_c(t - kT)] / [\omega_c(t - kT)], \quad (9)$$

где $f(kT)$ — мгновенные значения функции $f(t)$, отсчитанные в моменты $t = kT$; интервал T (период дискретности) связан с верхней граничной частотой ω_c соотношением $T = \pi/\omega_c = 1/2f_c$.

Как видно из этих выражений, теорема В. А. Котельникова справедлива только для случая, когда период непрерывной функции и ее гармоник кратен периоду дискретности.

Так как дискретное преобразование Лапласа, z - и ω -преобразования основаны на этой теореме, то они справедливы только при кратности периода непрерывной функции и ее гармоник по отношению к периоду дискретности, т. е. при периодической решетчатой функции. При частотах, периоды которых не кратны периоду дискретности, решетчатая функция является непериодической и ее нельзя представить в виде тригонометрического многочлена

$$f[n] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^N [a_k \cos(k\bar{\omega}n) + b_k \sin(k\bar{\omega}n)], \quad (10)$$

где $\bar{\omega} = 2\pi/T$ — частота периодической решетчатой функции [4].

Выходные сигналы дискретных звеньев с запоминанием на этих частотах являются также непериодическими. Поэтому их коэффициенты гармонической линеаризации и соответственно АФХ на каждой из этих частот, построенные в функции фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности, изменяются во времени. Изменяется во времени сдвиг по фазе между входным сигналом и первой гармоникой выходного сигнала, а так как это происходит при неизменном входном сигнале, то и частота основной гармоники выходного сигнала изменяется во времени. Поэтому устойчивые автоколебания на частотах, периоды которых не кратны периоду дискретности, невозможны и они синхронизируются на ближайшей большей частоте, период которой кратен периоду дискретности, а влияние дискретности (определяемое площадью АФХ на данной частоте) большее. Это можно показать также с помощью энергетического анализа. Как известно [5], для существования устойчивых автоколебаний необходимо, чтобы потери энергии в системе постоянно пополнялись. А если потери энергии на частоте автоколебаний по каким-либо причинам превышают поступающую в систему энергию, то автоколебания затухают.

В дискретных АСР при отклонении частоты входного сигнала от частоты, период которой кратен периоду дискретности, согласно приведенной выше формулировке теоремы В. А. Котельникова, по выходному сигналу нельзя точно воспроизвести

входной. Следовательно, происходит потеря информации, что в замкнутой автоматической системе эквивалентно потере энергии автоколебаний, скажем, на нагрев нагрузки. Причем, чем больше отклонение частоты автоколебаний от частоты, период которой кратен периоду дискретности, тем больше будут потери энергии автоколебаний в дискретном звене. Следовательно, часть информации и соответственно энергии, необходимой для воспроизведения автоколебаний, теряется, и тем в большей степени, чем больше частота входного сигнала дискретного звена отклоняется от частоты, период которой кратен периоду дискретности. При приближении частоты автоколебаний к частотам, период которых кратен периоду дискретности, происходит обратный энергетический процесс. Коэффициент передачи энергии на частоте автоколебаний дискретным звеном при этом в среднем возрастает.

Итак, видим, что даже самый поверхностный энергетический анализ автоколебаний показывает, что автоколебания будут втягиваться на значения частот, периоды которых кратны периоду дискретности. Следовательно, расчет устойчивости АСР с дискретным звеном достаточно производить только на частотах, период которых кратен периоду дискретности. В преобразовательной технике такие частоты обычно называют субгармониками, а автоколебания на них — субгармоническими. Хотя эти названия и не совпадают с общепринятыми в теории автоматического регулирования [6], они получили достаточно широкое распространение и поэтому используются в данной статье.

Благодаря тому, что автоколебания возможны только на субгармониках, возможна эффективная коррекция АСР на отдельных частотах. Кроме того, эта особенность дискретных АСР позволяет при расчете устойчивости учитывать влияние дискретности не в широкой полосе частот, а только для нескольких (одной — пяти) верхних частот, вплоть до граничной, период которых кратен периоду дискретности. Зависимость же характеристик от фазы входного сигнала дискретного звена по отношению к началу периода дискретности, как правило, достаточно учитывать только на граничной частоте.

Таким образом, при применении предлагаемого способа расчета устойчивости на одной-двух верхних субгармониках определяют АФХ дискретных звеньев в функции фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности.

В случае линейного дискретного звена на каждой рассматриваемой субгармонике это будет одна АФХ, а в случае нелинейного дискретного звена — набор АФХ, полученный для различных режимов работы (например, различных амплитуд входного сигнала). Накладывая друг на друга эти АФХ, получим в виде огибающей результирующую АФХ нелинейного дискретного звена на данной субгармонике, которая и используется при расчете устойчивости.

Для расчета устойчивости АСР сначала достаточно воспользоваться критерием Найквиста, аналогично линейным непрерывным системам. Затем определяют комплексный коэффициент передачи разомкнутой линейной непрерывной системы на рассматриваемой субгармонике и соответствующий ему вектор геометрически умножают на результирующую АФХ дискретного звена на данной субгармонике. Если полученная таким образом результирующая АФХ разомкнутой дискретной системы на субгармонике, ближайшей к частоте среза линейной непрерывной системы, не охватывает критическую точку — 1, $j0$, то система устойчива.

Простота предложенного способа особенно наглядна в том случае, когда для расчета устойчивости используются заранее рассчитанные на ЦВМ и приведенные в литературе АФХ дискретных звеньев для верхних субгармоник. Эти АФХ используются в качестве графарета, что значительно упрощает расчеты.

Сравнительная универсальность достигается за счет того, что этот способ пригоден для расчета устойчивости как линейных АСР, так и АСР, содержащих дискретные звенья со многими

нелинейностями. В последнем случае за счет использования графаретов эффективность способа особенно значительна.

Рекомендуемый способ расчета поясняется примером расчета дискретной АСР с фиксатором, структурная схема которой приведена на рис. 1.

На рис. 1 обозначены: $W_{пр}(j\omega)$ — частотная характеристика цепи усиления ошибки регулирования непрерывной линейной части системы; $k_{0,c}$ — коэффициент передачи делителя напряжения в цепи обратной связи; $\Phi_H(\omega, \varphi)$ — частотная характеристика нелинейного во времени логического звена, эквивалентного фиксатору; φ — фаза входного сигнала по отношению к началу периода дискретности.

В результате расчета характеристик фиксатора по формулам (3)–(6) метода гармонической линеаризации выяснилось, что на низших субгармониках АФХ фиксатора, построенные в функции фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности, с высокой точностью (отклонения меньше 1 %) могут быть представлены просто векторами. Значения коэффициентов передачи и сдвигов по фазе фиксатора на этих частотах приведены ниже:

δ	1/3	1/4	1/5	1/6	1/10	1/20	1/100	1/200
$k_{ф}$	0,827	0,901	0,936	0,965	0,984	0,996	0,999	1,000
$\varphi_{ф}$, град	–59,6	–44,7	–36,0	–26,2	–18,0	–9,0	–1,8	–0,9

Частоты входных сигналов определяются по выражению $\omega_{вх} = \delta \omega_T$, где $\omega_T = 2\pi/T$ — круговая частота дискретности. Значениям $\delta < 1/2$ соответствуют низшие субгармоники, а значению $\delta = 1/2$ — граничная частота.

На граничной частоте АФХ фиксатора представляет собой окружность радиусом 0,637, центр которой лежит на отрицательной полуоси мнимых коэффициентов гармонической линеаризации и которая проходит через начало координат (кривая 1 на рис. 2). На рис. 2 обозначены: a — действительный коэффициент гармонической линеаризации; b — мнимый коэффициент гармонической линеаризации. Таким образом, если не учитывать круговой характер АФХ фиксатора на граничной частоте, то его комплексный коэффициент передачи на этой частоте представлял бы собой вектор, имеющий модуль 0,637 и сдвиг по фазе 90° .

В нелинейных АСР АФХ могут приобретать неправильную и разрывную форму [7]. Аналогичные по форме АФХ, только меньшего размера, имеют место и при других частотах, в том числе промежуточных [7]. Частотная характеристика рассматриваемой разомкнутой системы описывается выражением

$$W(j\omega) = W_{пр}(j\omega) k_{0,c} \Phi_H(\omega, \varphi).$$

Пусть для данной системы

$$W_{пр}(j\omega) = \frac{k_{пр}(T_2 j\omega + 1)(T_3 j\omega + 1)}{(T_1 j\omega + 1)^2 (T_4 j\omega + 1)},$$

при этом

$$W(j\omega) = \frac{k(T_2 j\omega + 1)(T_3 j\omega + 1)}{(T_1 j\omega + 1)^2 (T_4 j\omega + 1)} \Phi_H(\omega, \varphi),$$

где $k = k_{пр}k_{0,c} = 2000$; $T_1 = 3,1 \cdot 10^{-3}$ с; $T_2 = 0,156 \cdot 10^{-3}$ с; $T_3 = 0,0296 \cdot 10^{-3}$ с; $T_4 = 0,0076 \cdot 10^{-3}$ с.

Пусть, период дискретности $T = 5 \cdot 10^{-5}$ с. Перемножая соответствующий заданному значению периода дискретности $T = 5 \cdot 10^{-5}$ с коэффициент передачи фиксатора и коэффициент передачи приведенной непрерывной линейной части системы для каждой отдельной субгармоники (в том числе для граничной частоты, но пока без учета кругового характера АФХ фиксатора), можно получить значения коэффициентов передачи разомкнутого контура регулирования на этих частотах (обозначены крестиками на кривой 4 рис. 3). Для наглядности значения коэффициентов передачи контура на фиксированных частотах соединены пунктирной кривой 4, образующей логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) разомкнутого контура регулирования с учетом дискретности фиксатора на низших субгармониках, но без учета кругового характера АФХ фиксатора на граничной частоте (вызванного дискретностью фиксатора).

Суммируя фазовые сдвиги фиксатора и непрерывной части системы для этих частот (в том числе для граничной частоты, но без учета кругового характера АФХ фиксатора), получаем результирующую логарифмическую фазо-частотную характе-

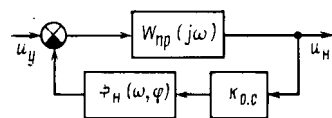


Рис. 1. Структурная схема системы стабилизации напряжения.

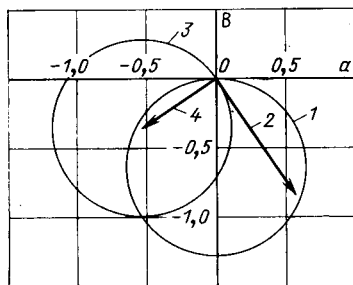


Рис. 2. К расчету устойчивости дискретной АСР на граничной частоте

ристку (ЛФЧХ) на низших субгармониках, но без учета кругового характера АФХ фиксатора на граничной частоте (обозначена крестиками на кривой 5 рис. 3). Как видно на рис. 3, если не учитывать круговой характер АФХ фиксатора на граничной частоте, то система устойчива.

Проверим устойчивость системы на граничной частоте. Для этого по кривой 2 на рис. 3 определяют коэффициент передачи, а по кривой 3 — сдвиг по фазе непрерывной линейной части системы на граничной частоте и геометрически умножают полученный таким образом вектор, соответствующий комплексному коэффициенту передачи непрерывной линейной части системы на граничной частоте (вектор 2 на рис. 2), на АФХ фиксатора при $\omega_{\text{вх}} = \omega_{\text{гр}}$ (кривая 1 на рис. 2). В результате получается результирующая АФХ контура регулирования на граничной частоте (кривая 3 на рис. 2). Для иллюстрации на рис. 2 показан вектор комплексного коэффициента передачи разомкнутого контура регулирования на граничной частоте без учета кругового характера АФХ фиксатора (вектор 4 на рис. 2). Как видно на рис. 2, АФХ разомкнутой системы (3), построенная с учетом кругового характера АФХ фиксатора на граничной частоте, охватывает критическую точку — $1, j0$. Следовательно результат, полученный ранее без учета кругового характера АФХ фиксатора на граничной частоте, характеризующий систему как устойчивую, является неверным. Поэтому расчет устойчивости дискретной АСР (как линейной, так и нелинейной) необходимо осуществлять при различных фазах синусоидальной составляющей входного сигнала дискретного звена относительно начала периода дискретности.

Отметим некоторые дополнительные особенности автоколебаний в дискретных системах. Известно [5], что автоколебания в линейных АСР либо вообще не существуют, либо возрастают, пока система не выйдет из линейной зоны регулирования и не войдет в режим насыщения.

В линейной дискретной АСР автоколебания могут существовать на любой частоте, период которой кратен периоду дискретности. В нелинейных дискретных АСР картина другая. Во многих нелинейных системах, например в АСР, содержащих тиристорные преобразователи, которые даже при арккосинусной регулировочной характеристике являются сугубо нелинейными дискретными устройствами в области частот, превышающих частоту сети питания, устойчивые автоколебания возможны не всегда даже на частотах, период которых кратен периоду дискретности (периоду пульсаций).

Так, в АСР с шестипульсным тиристорным преобразователем возможны устойчивые автоколебания на граничной частоте преобразователя ($\omega_{\text{гр}} = m\omega_c/2$, где m — число фаз преобразователя; ω_c — частота сети питания), но никогда не возникают на частоте $\omega = m\omega_c/3$ [8].

Устойчивость автоколебаний в нелинейных АСР часто проверяют построением частотных характеристик при отклонении амплитуды автоколебаний от установившегося значения в обе стороны ($A = A_n + \Delta A$, где ΔA может иметь различный знак).

Проверить сказанное об устойчивости колебаний на граничной частоте преобразователя и при частоте $\omega = m\omega_c/3$ можно, например, с помощью критерия Найквиста, если построить АФХ АСР для этих частот при различных значениях амплитуд входного сигнала дискретного звена ($A = A_n + \Delta A$, где ΔA может иметь различный знак) в функции фазы входного сигнала дискретного звена по отношению к началу периода дискретности.

Устойчивость автоколебаний на граничной частоте преобразователя обуславливается тем, что при увеличении амплитуды переменной составляющей входного сигнала преобразователя уменьшаются модули ЭККП и соответственно площадь АФХ преобразователя на этой частоте, построенной для определенного режима работы в функции фазы входного сигнала преобразователя по отношению к началу периода дискретности, что приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний. При уменьшении амплитуды переменной составляющей входного сигнала преобразователя происходит обратный процесс [8].

Устойчивость автоколебаний на частоте $\omega = m\omega_c/3$ не может быть обеспечена из-за того, что при изменении амплитуды переменной составляющей входного сигнала преобразователя модули ЭККП и площадь АФХ преобразователя для данной час-

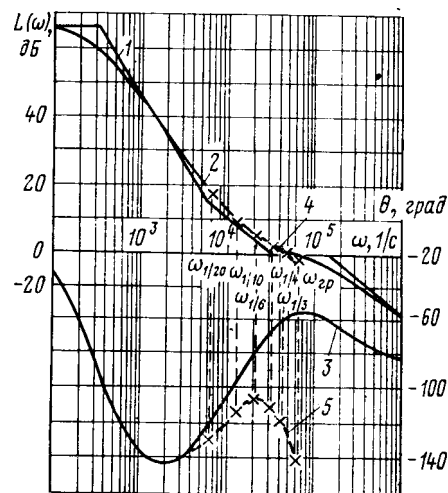


Рис. 3. Логарифмические частотные характеристики системы: 1 — асимптотическая ЛАЧХ приведенной непрерывной части АСР; 2 — ЛАЧХ приведенной непрерывной части; 3 — ЛФЧХ приведенной непрерывной части АСР; 4 — ЛАЧХ разомкнутого контура без учета кругового характера АФХ дискретного звена на граничной частоте; 5 — ЛФЧХ разомкнутого контура без учета кругового характера АФХ дискретного звена на граничной частоте

тоты при определенном неизменном режиме работы преобразователя изменяются в ту же сторону, что и амплитуда сигнала [8]. Так как этот вопрос хорошо освещен в [8], то в более подробном описании нет необходимости.

Предлагаемый способ позволяет значительно проще чем с известными способами, рассчитывать устойчивость как дискретных линейных АСР, так и в особенности АСР, содержащих дискретные звенья со многими нелинейностями (в том числе с использованием диаграмм Боде для приведенной линейной непрерывной части системы). Кроме того, в отличие от известных способов, он позволяет учитывать зависимость эквивалентного комплексного коэффициента передачи любого дискретного звена от фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Динамика цифровых следящих систем/Ю. А. Николаев, В. П. Петухов, Г. И. Феклисов, Б. К. Чемоданов. — М.: Энергия, 1970.
2. Харкевич А. А. О теореме Котельникова (обзор некоторых работ). — Радиотехника, 1958, № 8.
3. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. — М.: Физматгиз, 1962.
4. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963.
5. Харкевич А. А. Автоколебания. — М.: Гос. изд-во техн. теор. лит-ры, 1954.
6. Розо М. Нелинейные колебания и теория устойчивости. — М.: Наука, 1971.
7. Барышников В. Д., Лебедев Ю. В. Выбор системы импульсно-фазового управления выпрямителем тиристорного электропривода постоянного тока. — ЭП. Электропривод, 1978, вып. 8.
8. Fallside F., Farmer A. R. Ripple instability in closed loop control systems with thyristor amplifiers. — Proc. IEEE, 1967, vol. 114, № 1.

Об электромагнитном рассеянии обмоток трансформаторов

(по статьям Строганова Б. Г., Чунихина А. А., «Электричество, 1980, № 3» и Мееровича Э. А., Додзиной Т. Я., «Электричество», 1981, № 8)

ЗИХЕРМАН М. Х., канд. техн. наук

Термин «электромагнитное рассеяние» возник спустя всего несколько лет после изобретения трансформатора и отражает тот факт, что между его обмотками нет стопроцентной электромагнитной связи, т. е. магнитный поток по пути от одной обмотки к другой частично рассеивается. Это явление постоянно изучается, и теория электромагнитного рассеяния непрерывно совершенствуется. В статье излагается ее современное состояние без указания библиографии, поскольку она очень обширна и систематизирована в [1].

К двухобмоточному трансформатору полностью применима теория пассивного четырехполюсника. Она не охватывает его внутреннее строение, которое может быть сколько угодно сложным. Линейный четырехполюсник характеризуется тремя независимыми коэффициентами и может быть представлен трехэлементной Т- или П-образной схемой замещения (рис. 1). Параметры схем замещения определяются из двух собственных L_{11} , L_{22} и одной взаимной M индуктивностей обмоток (здесь и далее потери не учитываем):

$$L_1 = L_{11} - M; L_2 = L_{22} - M; L_0 = M;$$

$$L_{12} = \frac{L_{11}L_{22} - M^2}{M}; L_{01} = \frac{L_{11}L_{22} - M^2}{L_{22} - M}; L_{02} = \frac{L_{11}L_{22} - M^2}{L_{11} - M}.$$

Пользоваться этими схемами неудобно, и вторичные ток и напряжение обычно приводят к первичным (или наоборот) посредством коэффициента приведения k :

$$u'_2 = ku_2; i'_2 = i_2/k.$$

где u — напряжения; i — токи.

Через тот же коэффициент приводятся и индуктивности:

$$M' = kM; L'_{22} = L_{22}k^2.$$

Коэффициент приведения выражается либо отношением напряжений холостого хода или токов короткого замыкания, либо любым другим произвольным числом. В зависимости от этого меняются и параметры приведенных схем замещения. Так, для Т-образной схемы замещения индуктивности $L'_1 = L_{11} - M'$ и

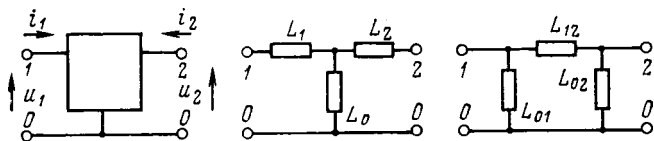


Рис. 1. Четырехполюсник и его схемы замещения

$L'_2 = L_{22} - M'$ могут даже изменять знак. Отрицательная индуктивность при этом является чисто расчетным параметром, и за этим не кроется никакого физического смысла, поскольку схемы замещения четырехполюсника не отражают его внутреннего строения. Пример зависимости параметров приведенной Т-образной схемы замещения четырехполюсника от выбора коэффициента приведения иллюстрирует таблица.

Обычно трансформаторы содержат замкнутый стальной магнитопровод. Благодаря высокой магнитной проницаемости стали, собственные и взаимные индуктивности обмоток после приведения по коэффициенту, близкому к указанным отношениям, оказываются примерно одинаковыми. Входные сопротивления трансформатора на холостом ходу и в режиме короткого замыкания отличаются в тысячи раз. Во столько же раз отличаются и продольные индуктивности схем замещения L'_1 , L'_2 и L'_{12} от поперечных (L'_0 , L'_{01} и L'_{02}). В этих условиях для их экспериментального определения требуется высокая точность приборов, а методы расчета по конструктивным данным отсутствуют. Поэтому применение теории четырехполюсника к трансформатору малоэффективно.

Связь параметров схемы замещения с конструкцией трансформатора в принципе должна давать широко известная теория электромагнитного рассеяния, предложенная в начале века Роговским. Эта теория состоит из трех неразрывных частей — идеализированной картины магнитного поля двух обмоток, системы уравнений, соответствующих этой картине, и Т-образной электрической схемы замещения, свободной от взаимной индуктивности между ее элементами.

Согласно теории Роговского магнитное поле трансформатора содержит только три независимых друг от друга замкнутых магнитных потока. Первый поток Φ_m — общий для обеих обмоток. Он сцеплен с каждой из них и называется основным. Он идет по магнитопроводу под действием суммы м. д. с. первичной i_1w_1 и вторичной i_2w_2 обмоток. Второй поток Φ_{1s} — поток рассеяния первичной обмотки. Он сцеплен только с ее витками и идет только по воздуху под действием м. д. с. только этой обмотки. Третий поток Φ_{2s} — поток рассеяния вторичной обмотки. Он сцеплен только с ее витками и идет только по воздуху под действием только ее м. д. с. Каждый из потоков проходит только по своему пути, нигде не накладываясь друг на друга и не имея общих участков с другими потоками. Каждый из потоков сцеплен с соответствующим полным числом витков, что обеспечивает однозначность в переходе от магнитных потоков к потокоцеплениям, т. е. от магнитных величин к электрическим.

Принадлежность	Расчетная формула	Коэффициент приведения k					
		1	M/L_{22}	$\sqrt{L_{11}/L_{22}}$	w_1/w_2	L_{11}/M	—
		1	1,79	1,94	2,00	2,10	3
Четырехполюсник	$\omega L_{11} = U_{1x.x}/I_1$	+105,0	+105,0	+105,0	+105,0	+105,0	+105,0
	$\omega M' = (U_{1x.x}/I_2) k$	+50,0	+89,2	+96,8	+100,0	+105,0	+150,0
	$\omega L'_{22} = (U_{2x.x}/I_2) k^2$	+28,0	+89,2	+105,0	+112,0	123,5	+252,0
Схема замещения	$\omega L'_1 = \omega (L_{11} - M')$	+55,0	+15,8	+8,2	+5,0	0	—45,0
	$\omega L'_2 = \omega (L_{22} - M')$	—22,0	0	+8,2	+12,0	+18,5	+102,0
	$\omega L'_0 = \omega M'$	+50,0	+89,2	+96,8	+100,0	+105,0	+150,0

На основе картины магнитного поля запишем систему уравнений, связывающую потоки с намагничивающими силами:

$$\Phi_1 = \Phi_{1s} + \Phi_{\mu} = G_{1s} i_1 w_1 + G_{\mu} (i_1 w_1 + i_2 w_2);$$

$$\Phi_2 = \Phi_{2s} + \Phi_{\mu} = G_{2s} i_2 w_2 + G_{\mu} (i_1 w_1 + i_2 w_2),$$

где G_{1s} , G_{2s} и G_{μ} — магнитные проводимости путей потоков рассеяния и основного потока.

После перехода от магнитных величин к электрическим и приведения вторичной обмотки по отношению чисел витков w_1/w_2 при синусоидальных величинах получаем:

$$\Phi_1 w_1 = \dot{\Psi}_1 = \frac{\dot{U}_1}{j\omega} = L_{1s} \dot{I}_1 + L_{\mu} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2);$$

$$\Phi_1 w_2 = \dot{\Psi}_2' = \frac{\dot{U}_2'}{j\omega} = L_{2s} \dot{I}_2 + L_{\mu} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2),$$

где ω — угловая частота.

Эта система уравнений соответствует Т-образной электрической схеме замещения, приведенной по отношению чисел витков, где $L_1' = L_{1s} = w_1^2 G_{1s}$; $L_2' = L_{2s} = w_2^2 G_{2s}$; $L_0 = L_{\mu} = w_1^2 G_{\mu}$.

Неприведенной схемы замещения или приведенной не по числу витков в теории Роговского не существует. Полученная схема замещения только внешне совпадает с Т-образной схемой замещения четырехполюсника. Параметры в схеме замещения Роговского уже отражают магнитные проводимости отдельных областей поля, занятых соответствующими потоками, и по замыслу их можно рассчитать по конструктивным данным.

Однако несмотря на формальную безупречность теории Роговского, ее практическое применение не дает ожидаемых результатов. Параметры схем замещения реальных трансформаторов не удается рассчитать по их конструктивным данным. Дело здесь в том, что таких трансформаторов (кроме некоторых тороидальных), у которых отдельные потоки рассеяния совсем не накладываются друг на друга и на основной поток, не существует. Более того, у широко распространенных трансформаторов с concentрическими обмотками (рис. 2) происходит почти полное наложение всех потоков друг на друга. Потоки рассеяния накладываются друг на друга в межобмоточном канале, а на основной поток — и в ядре, и в стержне.

В общей картине поля не удастся выделить отдельные области, занятые одним каким-либо потоком. Если на это не обращать внимания и рассчитывать магнитные проводимости путей прохождения отдельных потоков так, будто других потоков на этом пути нет, возникают ошибки. Покажем это на примере трансформатора с тонкими concentрическими обмотками (рис. 2).

Рассчитаем отдельные индуктивности рассеяния L_{1s} и L_{2s} по конструктивным данным. Путь потока рассеяния первичной обмотки проходит по межобмоточному каналу и затем по стержню, охватывая все витки первичной обмотки. При высокой магнитной проницаемости стали стержня магнитная проводимость канала играет на этом пути подавляющую роль. Тогда

$$L_{1s} \approx w_1^2 G_K \approx w_1^2 \frac{\pi (D_2^2 - D_1^2)}{4\mu_0 h},$$

где D_1 и D_2 — средние диаметры первичной и вторичной обмоток, а h — их высота. Путь потока рассеяния вторичной обмотки проходит по тому же межобмоточному каналу, а затем по ядру, охватывая все витки вторичной обмотки. Магнитная проводимость канала и здесь играет подавляющую роль, и L_{2s} будет по расчету равной L_{1s} .

Здесь мы сталкиваемся с первой ошибкой — суммарная индуктивность рассеяния $L_{1s} + L_{2s}$ оказалась в два раза больше действительной, в чем легко убедиться из опыта короткого замыкания.

Теперь определим отношение индуктивностей рассеяния L_{2s}/L_{1s} . Поскольку они примерно одинаковы, их отношение должно быть близко к единице. Экспериментально его можно определить из опыта противовключения (противонамагничивания), когда приведенные токи обмоток равны и противоположно направлены, а основной поток отсутствует. В действительности, как это следует из рис. 3 и подтверждается экспериментально, отношение L_{2s}/L_{1s} зависит от отношения магнитных проводимостей ядра и стержня, т. е. от второстепенных факторов (соотношения магнитных проницаемостей стали, разницы в качестве шихтовки пластин и т. п.). Это вторая ошибка, вызванная учетом наложения потоков.

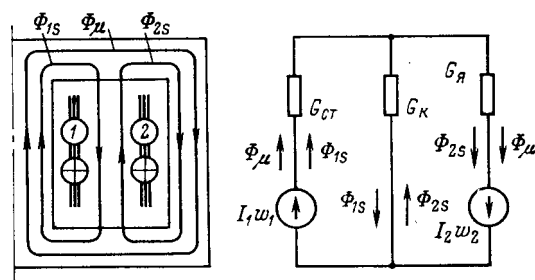


Рис. 2. Картина поля при положительном направлении намагничивающих сил

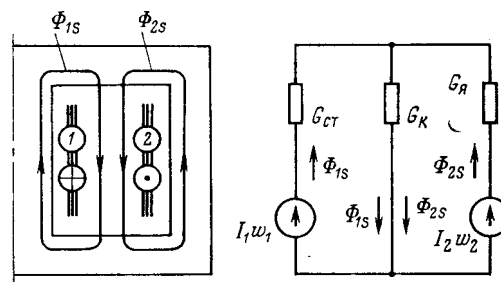


Рис. 3. Опыт противовключения

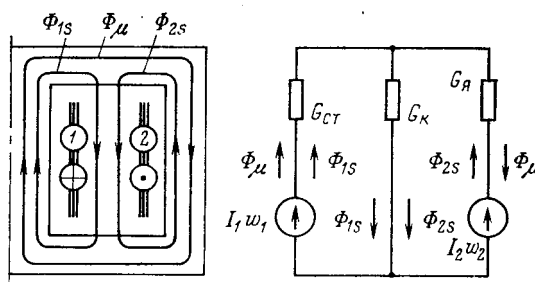


Рис. 4. Опыт короткого замыкания при питании внутренней обмотки

Третья ошибка заключается в том, что теория предусматривает обязательную одинаковость потоков на всех участках магнитопровода, поскольку в нем сосредоточена подавляющая часть основного потока, а потоки рассеяния в магнитопровод не должны заходить. Это означает, что потоки ядра и стержня считаются одинаковыми. В действительности потоки рассеяния заходят в магнитопровод. В режиме небольших нагрузок, когда потоки рассеяния невелики, с этим еще можно мириться. В режимах или опытах короткого замыкания каждый из рассмотренных потоков рассеяния равен половине потока питающей обмотки и одинаков с основным потоком. Поток рассеяния питающей обмотки направлен согласно с основным, а короткозамкнутой — навстречу ему (рис. 4). Поток питающей обмотки равен полному, а короткозамкнутой — нулю. На 100 % соответственно различаются и индукции в ядре и стержне.

Когда сталь ненасыщена, намагничивающий ток трансформатора мал, и ошибка в его расчете не так заметна. Однако с ростом насыщения даже небольшая разница в индукции дает уже резкое различие в напряженности поля. Поэтому и расчет намагничивающего тока по какой-то усредненной индукции, одинаковой для ядра и стержня, может с ростом насыщения стали давать большие погрешности.

Низкая практическая ценность теории Роговского вызывает у специалистов неудовлетворенность и потребность в более совершенной теории, которая могла бы объяснить, почему с ростом индуктивной нагрузки перевозбуждение трансформаторов падает, а автотрансформаторов, наоборот, растет; почему может глубоко насыщаться короткозамкнутый трансформатор при его включении в сеть как со стороны высшего, так и низшего напряжений; почему включение трансформатора с разных сторон дает разный бросок намагничивающего тока и т. д.

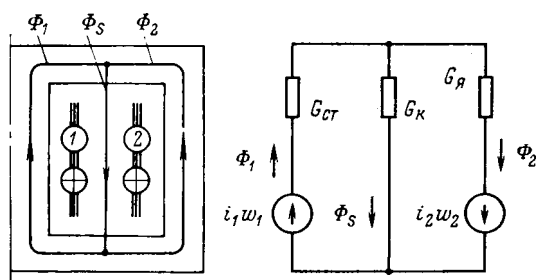


Рис. 5. Другая картина поля при положительном направлении намагничивающих сил

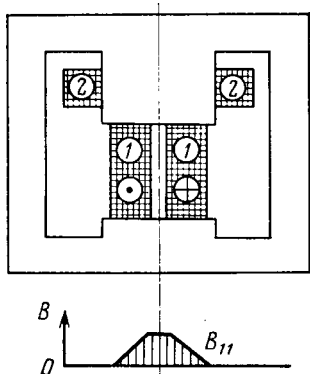


Рис. 6. Опыт холостого хода при питании первичной обмотки

Вторая теория электромагнитного рассеяния создавалась в основном советскими специалистами. Историю ее возникновения можно проследить по журналу «Электричество», начиная с 30-х годов. Она тоже состоит из трех неразрывных частей — идеализированной картины магнитного поля двух обмоток, системы уравнений, соответствующих этой картине, и П-образной приведенной электрической схемы замещения, свободной от взаимной индуктивности между ее элементами.

Согласно этой теории магнитное поле трансформатора содержит только три области, каждая из которых занята только одним потоком, одинаковым на всем ее протяжении. Каждая область представляется участком магнитной цепи. Три участка соединены параллельно и образуют схему замещения магнитной цепи с двумя узлами. В ветви потока первой обмотки Φ_1 включена м. д. с. $i_1 w_1$. В ветви потока второй обмотки Φ_2 включена м. д. с. $i_2 w_2$. В третьей ветви, названной ветвью потока рассеяния Φ_s , не включено никакой м. д. с. Поток рассеяния Φ_s равен разности потоков Φ_1 и Φ_2 . Потоки сцеплены с полными числами витков.

В трансформаторе с тонкими концентрическими обмотками поток, например, первой (внутренней) обмотки Φ_1 занимает область стержня, поток второй (наружной) обмотки Φ_2 занимает область яра, а поток рассеяния — межобмоточный канал. Наложения потоков нигде не происходит (рис. 5). Это позволяет рассматривать мгновенные потоки и м. д. с. с учетом изменения магнитной проницаемости стали в тысячи раз в ходе процесса, причем отдельно в областях стержня и яра.

Система уравнений, отражающая картину магнитного поля, имеет вид:

$$i_1 w_1 = \frac{\Phi_1}{G_{ст}} + \frac{\Phi_s}{G_{к}}; \quad i_2 w_2 = \frac{\Phi_2}{G_{я}} - \frac{\Phi_s}{G_{к}},$$

где $G_{я}$; $G_{ст}$ и $G_{к}$ — магнитные проводимости яра, стержня и межобмоточного канала.

После перехода к электрическим величинам и приведения вторичной обмотки по отношению чисел витков w_1/w_2 получаем:

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt}; \quad u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt}; \quad \Psi_s = \Psi_1 - \Psi_2;$$

$$i_1 = \frac{\Psi_1}{w_1^2 G_{ст}} - \frac{\Psi_s}{w_1^2 G_{к}} = \frac{\Psi_1}{L_{ст}} + \frac{\Psi_s}{L_s};$$

$$i_2 = \frac{\Psi_2}{w_2^2 G_{я}} - \frac{\Psi_s}{w_2^2 G_{к}} = \frac{\Psi_2}{L_{я}} - \frac{\Psi_s}{L_s}.$$

Эта система уравнений соответствует приведенной П-сб-разной электрической схеме замещения, где $L_{01} = L_{ст} = w_1^2 G_{ст}$; $L_{02} = L_{я} = w_2^2 G_{я}$; $L_{12} = L_s = w_1^2 G_{к}$.

Неприведенной схемы замещения или приведенной не по числу витков во второй теории не существует. Полученная схема замещения только внешне совпадает с П-образной схемой замещения четырехполюсника. В полученной П-образной схеме каждый элемент отражает магнитную проводимость соответствующей области трансформатора — яра, стержня и межобмоточного канала, и может быть рассчитан по конструктивным данным. Индуктивность рассеяния L_s линейна, а индуктивности $L_{я}$ и $L_{ст}$ выражаются нелинейными вебер-амперными характеристиками в мгновенных значениях. Намагничивающие токи $i_{я}$ и $i_{ст}$ определяются однозначно из этих характеристик по потокоцеплению первичной или вторичной обмоток, т. е. в конечном счете по индукции в яре или стержне, которая в общем случае неодинакова.

Для трансформаторов с постоянной магнитной проницаемостью Т- и П-образные схемы преобразуются друг в друга. Для трансформаторов с переменной магнитной проницаемостью этого сделать нельзя. Это видно хотя бы из того, что П-образная схема допускает существующее в нелинейных цепях неравенство взаимных индуктивностей M_{12} и M_{21} , а Т-образная схема не допускает.

Для составления схемы магнитной цепи большинства типов двухобмоточных трансформаторов достаточно трех областей, и они эквивалентируются П-образной электрической схемой. При очень сложной конфигурации обмоток и магнитопровода число областей, внутри которых поток можно считать неизменным, может возрасти. Соответственно усложнится и электрическая схема замещения. В этом случае ее можно получить из схемы магнитной цепи путем ее дуального преобразования [1].

Для трансформаторов простейшей конструкции, например встроенных трансформаторов тока¹, у которых магнитопровод целиком расположен внутри вторичной обмотки, достаточно двух областей поля. Поток вторичной обмотки сосредоточен в магнитопроводе, а поток рассеяния — во всем остальном воздушном пространстве. Вместе они образуют поток первичной обмотки. При этом П-образная схема замещения превращается в Г-образную, так как ветвь L'_{01} отсутствует. Это обстоятельство используется на практике, когда говорят, что так называемая раздельная индуктивность рассеяния вторичной обмотки в Т-образной схеме замещения равна нулю. В данной дискуссии обсуждается вопрос, может ли раздельная индуктивность рассеяния вторичной обмотки в Т-образной схеме быть меньше нуля. Дать ответ на этот вопрос можно только после выяснения, о какой Т-образной схеме идет речь — о схеме четырехполюсника или о схеме Роговского. В первом случае эта индуктивность не называется индуктивностью рассеяния, является чисто расчетным параметром, физического смысла не имеет и может быть меньше нуля (см. таблицу). Во втором случае она действительно называется индуктивностью рассеяния. Ее отрицательное значение при принятых выше допущениях означает, что поток взаимной индукции больше потока самоиндукции, чего быть не может.

Обнаруженная экспериментально отрицательная индуктивность рассеяния вторичной обмотки трансформатора тока говорит о том, что принятое выше допущение об одинаковом потоке во всех витках этой обмотки является иногда слишком грубым.

Как правило, это происходит в трансформаторах с толстыми обмотками. Так, в устройстве на рис. 6 внутренние витки толстой первичной обмотки охватывают только небольшую часть всего потока, зато наружные охватывают почти весь поток. Общее потокоцепление, состоящее из суммы потоков отдельных витков, для этой обмотки достигает не более 60 % произведения всего потока обмотки на полное число витков. В этом «трансформаторе» поток взаимной индукции сцеплен со вторичной обмоткой лучше, чем с первичной, и индуктивность рассеяния первичной обмотки в схеме замещения отрицательна. Аналогичное явление возможно также при неравномерных обмотках и в других относительно сложных конструкциях.

¹ В трансформаторах тока обычно все параметры приводят ко вторичной обмотке.

В П-образной схеме замещения трансформатора с толстыми обмотками небольшие отрицательные индуктивности появляются в дополнительных ветвях — в тех же, в которые входят электрические сопротивления обмоток постоянному току (см. ветви Z_1 и Z_2 на рис. 5-1, б в [1]).

Выводы. 1. Теория пассивного четырехполюсника малоэффективна для трансформатора, так как не учитывает его внутреннее строение и пользуется произвольно выбранным коэффициентом приведения.

2. Теория Роговского связывает магнитные параметры трансформатора с электрическими. Однако рассматриваемые потоки на самом деле всегда накладываются друг на друга, что делает ее практически неприменимой для трансформаторов.



КАРАСЕВ В. В., ЛЕЙТЕС Л. В.

Вопрос об отрицательном сопротивлении в одной из ветвей электрической схемы замещения трансформатора неоднократно обсуждался [1—3]. Тем не менее, как видно из [4 и 5], дискуссия возникает снова применительно к трансформаторам тока (ТТ), для которых этот вопрос особенно актуален. Поэтому целесообразно показать, как формальное понятие «отрицательная индуктивность» в схеме замещения помогает рассчитать реальный магнитный поток в стали ТТ.

При предложенной Э. А. Мееровичем и Т. Я. Додзиной постановке задачи все приведенные в [4] рассуждения и выкладки совершенно правильны. Действительно, если принять коэффициент приведения $k=L_{22}/L_{12}$ (см. рис. 1, а) неизменным и равным номинальному коэффициенту трансформации, то при $r_2=r_0+r_H=0$ и $L_H=0$ токовая погрешность ТТ ($\Delta i=i_2-i_1/k$) отсутствует ($\Delta i=0$). Введение во вторичную цепь сопротивления r_2 или индуктивности L_H приводит к появлению отрицательной токовой погрешности; увеличение r_2 или L_H обуславливает монотонный рост погрешности. Нельзя согласиться только с последними фразами [4]: «нет никаких данных о положительном влиянии отрицательной индуктивности рассеяния...».

Использование $k=L_{22}/L_{12}$ в качестве номинального коэффициента трансформации затруднило бы проектирование ТТ из-за сложности точного расчета параметров L_{22} и L_{12} . Практические достоинства такого коэффициента не очевидны при $r_2 \neq 0$ и $L_H \neq 0$.

Приведенные в [4] рис. 1 и 2 не помогают восприятию материала, а на рис. 3 целесообразно было бы заменить L_1 на $L_{11}k^2-L_{12}k$ и L_{2s} на $L_{22}-L_{12}k$ в соответствии со средней ветвью схемы.

В статье Б. Г. Строганова и А. А. Чунихина [5] в качестве номинального коэффициента трансформации и коэффициента приведения k использовано отношение чисел витков w_2/w_1 . При этом в электрической схеме замещения приведенного ТТ появляется не имеющий явного физического смысла элемент L_{2s} , включенный последовательно с нагрузкой (рис. 1, б). Параметр L_{2s} имеет размерность индуктивности. Значение L_{2s} во многих реальных конструкциях ТТ отрицательно ($L_{2s}=L_{22}-L_{12}\frac{w_2}{w_1} < 0$).

В этом случае при отсутствии сопротивлений вторичной обмотки и нагрузки ($r_2=0$, $L_H=0$) ТТ имеет положительную токовую погрешность ($\Delta i=i_2-i_1\frac{w_1}{w_2}=-i_1\frac{L_{2s}}{L_{22}}$; при $L_{2s}<0$ $\Delta i>0$).

Введение во вторичную цепь небольшой индуктивности L_H приводит к уменьшению токовой погрешности; при $L_H=-L_{2s}=-\left(L_{22}-L_{12}\frac{w_2}{w_1}\right)$ погрешность отсутствует, т. е. $i_2=i_1/k=i_1\frac{w_1}{w_2}$; дальнейшее увеличение L_H обуславливает появление и монотонный рост отрицательной токовой погрешности. Введение во вторичную цепь сопротивления r_2 всегда приводит к уменьшению вторичного тока при неизменном первичном (при $L_{2s}<0$ и $L_H<|L_{2s}|$ — к уменьшению токовой погрешности, а при $L_H>|L_{2s}|$ — к ее росту). Таким образом, при наличии L_H отрицательная индуктивность L_{2s} ветви схемы замещения может компенсировать токовую погрешность ТТ [2 и 5].

К сожалению, в [5], как и во многих других публикациях, не подчеркнuto, что параметр L_{2s} не имеет физического смысла, и многократно применяется неудачный термин «отрицательная индуктивность рассеяния вторичной обмотки». Следовало бы

3. Вторая теория электромагнитного рассеяния также связывает магнитные параметры с электрическими, но рассматриваемые потоки нигде не накладывают друг на друга. Ее можно применять в большинстве реальных трансформаторов. По ней можно учитывать изменения магнитной проницаемости стали, причем отдельно стержня и ярма.

4. Отрицательная индуктивность отдельных ветвей схем замещения может наблюдаться при толстых или неравномерных обмотках, когда значительная часть витков сцеплена только с частью общего потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лейтес Л. В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981.

применить другой термин, например «индуктивность ветви нагрузки в Т-образной схеме замещения ТТ». Эта терминологическая ошибка вызывает недоразумения.

Перейдем к рассмотрению магнитного поля и, главное, магнитного потока в стали, определяющего сечение магнитопровода, т. е. массу, размеры и стоимость ТТ. Для наглядности рассмотрим тороидальный ТТ с замкнутым магнитопроводом и равномерно распределенными по окружности первичной и вторичной обмотками (рис. 2, а). В силу полной круговой симметрии, вместо тороида достаточно рассмотреть его сектор в секторном пазу, на границах которого магнитная проницаемость

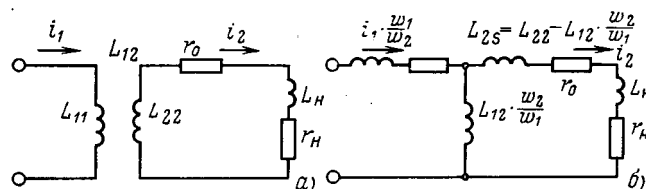


Рис. 1. Электрическая схема (а) и рекомендуемая схема замещения ТТ (б): L_{11} , L_{22} , L_{12} — собственные индуктивности обмоток 1 и 2 и их взаимная индуктивность; r_0 , r_H , L_H — электрические сопротивления вторичной обмотки и нагрузки и индуктивность нагрузки; w_1 и w_2 — числа витков обмоток

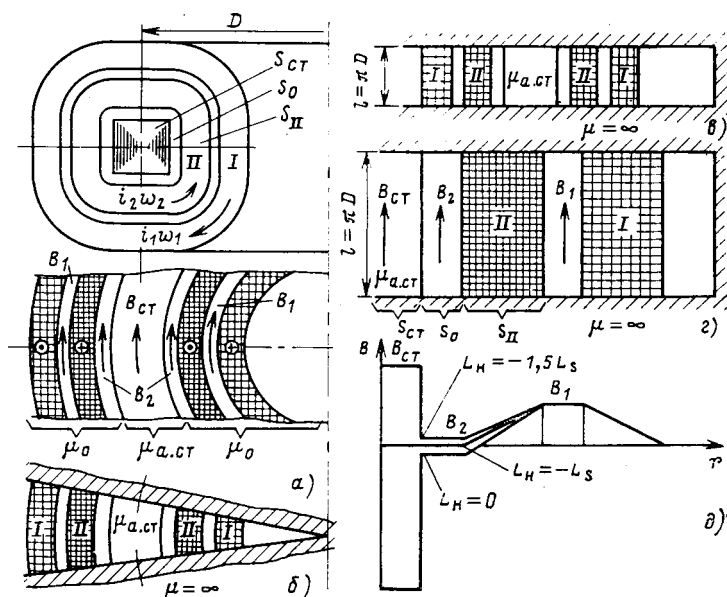


Рис. 2. Тороидальный трансформатор тока (а), его сектор (б), упрощенная расчетная модель в плоскопараллельном приближении (в, г) и эпюры магнитной индукции при трех вариантах соотношения L_{11} и L_{22} (д)

стали бесконечно велика (рис. 2, б). Для упрощения пренебрежем кривизной тороида и заменим любой его сектор соответствующими участками обмотки и магнитопровода, помещенными в паз с параллельными стенками (рис. 2, в). В увеличенном масштабе часть рис. 2, в показана на рис. 2, г.

При указанной замене сохранены все радиальные размеры, сечение стали и м. д. с. обмоток, т. е. $i\omega/l$ обмоток I и II на рис. 2, г равны $i\omega/\pi D$ соответствующих обмоток на рис. 2, а и б; D — средний диаметр. Разницей в длинах и числах витков разных слоев обмоток пренебрегаем. Чтобы упростить анализ, пренебрежем потерями и примем $r_2=0$ (т. е. вторичная цепь на рис. 2, в сверхпроводящая); первичная обмотка питается от источника тока, вторичная замкнута на индуктивность нагрузки L_H ; остаточная индукция отсутствует. Тогда для потоко-сцепления вторичной обмотки Ψ_2 имеем уравнение $\Psi_2 - i_2 L_H = 0$. Напряженность магнитного поля и индукция на наружной и внутренней поверхностях вторичной обмотки соответственно равны: $H_1 = i_1 \omega_1 / \pi D$; $B_1 = \mu_0 H_1$ и $H_2 = (i_1 \omega_1 - i_2 \omega_2) / \pi D$; $B_2 = \mu_0 H_2$. В стали магнитопровода $B_{ст} = \mu_{аст} H_2$. В пределах толщины каждой обмотки параметры H и B изменяются линейно (рис. 2, д). При этом после интегрирования получаем [6]:

$$\Psi_2 = \omega_2 S_{ст} B_{ст} + \omega_2 S_0 B_2 + \frac{1}{6} \omega_2 S_{II} (B_1 + 2B_2) =$$

$$= \omega_2 S_{ст} B_{ст} (1 + \alpha) + \frac{\mu_0 S_{II} \omega_2^2 i_2}{6\pi D}, \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\mu_r S_{ст}} (S_0 + 0,5 S_{II}); \quad (2)$$

$S_{ст}$ — активное сечение стали магнитопровода; S_{II} — сечение вторичной обмотки II (рис. 2, а); S_0 — площадь, охваченная внутренним витком вторичной обмотки, за вычетом активного сечения стали; $\mu_r = \mu_{аст} / \mu_0$ — относительная магнитная проницаемость стали.

С учетом соотношения $\Psi_2 = i_2 L_H$ из (1) получаем:

$$B_{ст} = \frac{i_2 (L_H + L_{2s})}{\omega_2 S_{ст} (1 + \alpha)}, \quad (3)$$

где

$$L_{2s} = -\mu_0 \omega_2^2 \frac{S_{II}}{6\pi D}. \quad (4)$$

Таким образом, получено простое выражение для расчета индукции в стали магнитопровода (или при заданной предельно допустимой индукции — для сечения стали). Индуктивность L_{2s} может быть сопоставима с L_H и даже заметно превышать ее. Следует подчеркнуть, что выражение (4) получено совершенно независимо от схемы замещения и от коэффициента приведения, а исходя только из конструктивного устройства трансформатора.

При указанных выше допущениях для расчетной задачи по рис. 2, в и г можно записать выражения L_{22} и L_{12} . Тогда оказывается, что

$$L_{22} - L_{12} \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\mu_0 \omega_2^2 \frac{S_{II}}{6\pi D} = L_{2s}, \quad (5)$$

т. е. при коэффициенте приведения $k = \omega_2 / \omega_1$ индуктивность L_{2s} по (4) является параметром ветви нагрузки схемы замещения ТТ. Поэтому, вычислив L_{2s} , по (4) можно считать индукцию в стали, используя схему замещения ТТ (рис. 1, б), как предложено в [5]. В большинстве случаев поправочный коэффициент α мал ($\alpha \ll 1$), и для расчета индукции в стали достаточно определить интеграл напряжения на поперечной ветви указанной схемы замещения ($k = \omega_2 / \omega_1$).

Схема замещения по [4], где $k = L_{22} / L_{12}$, не помогает определению индукции в стали.

Представляет интерес оценить влияние величины L_{2s} на индукцию в стали ТТ, так как при большой кратности аварийного тока короткого замыкания она не должна превышать предельной. Например, при $\omega_1 = 1$; $\omega_2 = 5000$; $I_{1H} = 5000$ А; $I_{2H} = 1$ А; $D = 200$ мм; $S_{ст} = 6$ см². $S_{II} = 200$ см², $r_2 = 0$ получаем

Соотношение L_H и L_{2s}	Индукция в стали $B_{ст}$, Тл	
	по формуле (3)	по формуле (6)
$L_H = 0$	1,6	0
$L_H = -L_{2s}$	0	1,6
$L_H = -1,5 L_{2s}$	0,8	2,4

по (4) $L_{2s} = -0,17$ Гн. Ток синусоидален. Обычно индукция в стали рассчитывается не по формуле (3), а по выражению

$$B_{ст} = \frac{I_2 \sqrt{r_2^2 + \omega^2 L_H^2}}{4,44 S_{ст} \omega_2 f}. \quad (6)$$

В таблице приведены результаты расчета индукции по формулам (3) и (6) при кратности установившегося тока короткого замыкания, равной 20, для трех значений L_H . На рис. 2, д построены качественные эпюры индукции для указанных трех случаев.

Видно, что расчет по (6) без учета указанных особенностей распределения потоков, который аналогичен расчету по (3) при $L_{2s} = 0$, может привести к существенной ошибке определения индукции в стали (в реальных ТТ, где $r_2 \neq 0$, ошибка также может иметь место). Видно также, что при условии компенсации индуктивности нагрузки ($L_H = -L_{2s}$, $r_2 = 0$) индукция в стали и токовая погрешность ТТ снижаются до нуля (см. также [2]), если номинальный коэффициент трансформации равен отношению чисел витков $k = \omega_2 / \omega_1$. В случае $r_2 \neq 0$ указанная компенсация позволяет уменьшить сечение стали при заданном предельном значении индукции в стали, которое определяет допустимую токовую погрешность ТТ. Заметим, что коррекция числа витков практически не влияет на индукцию в стали.

Попутно заметим, что в ГОСТ 18685—73 «Трансформаторы тока и напряжения. Термины и определения» имеются неоднозначные (или даже неверные) слова «приведенным ко вторичной цепи» (п. 56) и «приведенным к первичной цепи» (п. 74). Взамен этих слов следует однозначно описать математическую операцию, например, в соответствии с формулой из п. 2 приложения к отмененному ГОСТ 7746—68 «деленным на номинальный коэффициент трансформации» в п. 56 и «умноженным...» в п. 74.

Таким образом, для учета влияния толщины обмотки и других конструктивных факторов на индукцию в стали удобно принять коэффициент приведения при составлении Т-образной схемы замещения равным отношению чисел витков. Такая схема замещения (в которой параметр L_{2s} может оказаться отрицательным) позволяет достаточно просто рассчитать индукцию в стали. Указанный коэффициент приведения строго фиксирован, в то время как принятый в [4] коэффициент $k = L_{22} / L_{12}$ зависит от конструктивных параметров и индукции в стали. Следовательно, схема замещения по [4] не помогает определению индукции в стали. Поэтому подход согласно [5] представляется более удобным для практики, чем по [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Меерович Э. А. Полная и раздельная индуктивности рассеяния обмоток трансформатора. — Электричество, 1937, № 11.
2. Вольдек А. И. О схеме замещения трансформатора и ее параметрах. — Электричество, 1952, № 8.
3. Петров Г. Н., Окунь С. С. О некоторых явлениях взаимной индукции в цепях со сталью. — Электричество, 1954, № 8.
4. Меерович Э. А., Додзина Т. Я. Раздельные индуктивности рассеяния обмоток трансформаторов тока. — Электричество, 1981, № 8.
5. Строганов Б. Г., Чунихин А. А. Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока. — Электричество, 1980, № 3.
6. Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974.



ГЕЛЬФАНД Я. С.

В сообщении Б. Г. Строганова и А. А. Чунихина [1] был рассмотрен тороидальный трансформатор тока (ТТ) с немагнитными зазорами, имеющий вторичную обмотку большого объема, равномерно распределенную по магнитопроводу. Содержание статьи может создать впечатление, что отрицательную индуктивность схемы замещения авторы считают не чисто расчетной величиной, поскольку в приведенной векторной диаграмме вторичный ток опережает э. д. с. ТТ, а неудачный последний абзац можно трактовать как возможность уменьшения нагрузки ТТ благодаря компенсации положительной индуктивностью нагрузки как бы реально существующей отрицательной индуктивности рассеяния вторичной обмотки.

Недопустимость представления отрицательной индуктивности рассеяния как физического существующего явления отмечена в методической заметке Э. А. Мееровича и Т. Я. Додзиной [2]. Ниже сделана попытка объяснить наблюдавшиеся в [1] процессы, не прибегая к помощи даже расчетных отрицательных индуктивностей. Для этого использована идеализированная модель ТТ, показанная на рис. 1. Первичная обмотка в виде стержня с током i_1 расположена на оси тороидального магнитопровода с радиусом r , значительно большим, чем ширина вторичной обмотки d . Вторичная обмотка с большим объемом заменена двумя слоями с одинаковыми числами витков $w/2$. Один из слоев непосредственно примыкает к стальному магнитопроводу, а другой находится на некотором расстоянии от него. Размещение слоев вторичной обмотки таково, что все рассуждения о потокоцеплениях [1] остаются в силе. Следовательно, должны быть получены такие же качественные результаты. Будем считать, что активное сопротивление вторичной обмотки пренебрежимо мало, а слои намотаны плотно прилегающими витками, и поэтому потоки рассеяния вне вторичной обмотки отсутствуют. Характеристика намагничивания стального магнитопровода может быть нелинейной.

Определим потоки $\Phi_{ст}$ в стали ТТ и Φ_B в пространстве между слоями («в воздухе»). Будем считать, что при $r \gg d$ изменение потока от первичной обмотки по толщине вторичной обмотки близко к линейному, и поток, пронизывающий пространство между слоями вторичной обмотки, соответствует магнитной индукции на расстоянии r от первичной обмотки. Тогда

$$\begin{aligned} \Phi_{ст} &= (i_1 - i_2 w) \mu_{ст} S_{ст} / l_{ср}; \\ \Phi_B &= (i_1 - 0,5 i_2 w) \mu_0 S_B / l_{ср}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mu_{ст}$ — абсолютная магнитная проницаемость стального магнитопровода с учетом немагнитной изоляции (промежутков) между пластинами стали; μ_0 — магнитная постоянная; $S_{ст}$ и S_B — площади сечения стального магнитопровода и поперечного сечения пространства между слоями; $l_{ср}$ — средняя длина магнитной силовой линии, равная $2\pi r$.

Потокоцепление вторичной обмотки в режиме короткого замыкания

$$\Phi_{2к} = \Phi_{ст.к} w + \Phi_{B.к} w/2 = 0. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получим соотношение между первичным и вторичным токами при короткозамкнутом ТТ (рис. 1):

$$i_{2к} = \frac{i_1}{w} \frac{\mu_{ст} S_{ст} + 0,5 \mu_0 S_B}{\mu_{ст} S_{ст} + 0,25 \mu_0 S_B}. \quad (3)$$

Вторичный ток оказывается больше первичного, умноженного на отношение чисел витков первичной и вторичной обмоток (кроме случая $\mu_{ст} \rightarrow \infty$). Из (1) — (3) найдем потоки в этом режиме:

$$\Phi_{ст.к} = - \frac{0,25 \mu_0 \mu_{ст} S_B S_{ст} i_1}{(\mu_{ст} S_{ст} + 0,25 \mu_0 S_B) l_{ср}}; \quad (4)$$

$$\Phi_{B.к} = \frac{0,5 \mu_0 \mu_{ст} S_B S_{ст} i_1}{(\mu_{ст} S_{ст} + 0,25 \mu_0 S_B) l_{ср}}. \quad (5)$$

Поток в стали имеет знак, противоположный знаку тока i_1 , а поток в воздухе совпадает с током i_1 . Таким образом, поток в стали рассматриваемого ТТ направлен так же, как в идеальном ТТ с тонкой вторичной обмоткой, нагруженной на конденсатор (при периодическом токе) или на отрицательную индуктивность (если бы последняя имела физический смысл).

При индуктивной нагрузке ТТ левая часть уравнения (2) будет иметь тот же знак, что и $\Phi_{ст}$. Поэтому $\Phi_{ст}$ будет уменьшаться, станет равным нулю, а затем при дальнейшем увеличе-

нии индуктивности нагрузки знаки $\Phi_{ст}$ и Φ_B становятся одинаковыми.

Составим схему замещения ТТ, не содержащую отрицательных индуктивностей. Рассмотрение выражения (3) позволяет предположить, что ТТ на рис. 1 можно представить как комбинацию двух трансформаторов: со стальным магнитопроводом и без стали.

Проведем «разложение» ТТ рис. 1 на два. Для этого непосредственно на стальной магнитопровод наложим два дополнительных бесконечно тонких бифилярных слоя вторичной обмотки с числом витков w и соединим их последовательно с двумя слоями вторичной обмотки ТТ рис. 1. Для дополнительных слоев обмоток м. д. с. направлены в противоположные стороны и в сумме дают нуль. Один из дополнительных слоев будем считать вторичной обмоткой трансформатора со стальным магнитопроводом $T_{ст}$ (рис. 2, а). Другой, в сочетании с включенным последовательно внутренним слоем вторичной обмотки ТТ рис. 1, эквивалентен слою вторичной обмотки с числом витков $w/2$, в котором ток i_2 направлен в противоположную сторону по сравнению с наружным слоем ТТ рис. 1. Эквивалентный слой вместе с наружным слоем вторичной обмотки с числами витков по $w/2$ образуют воздушный трансформатор T_B , не имеющий магнитопровода (рис. 2, б). Поток вторичной обмотки трансформатора T_B протекает только в пространстве между слоями, поскольку в допущениях было принято, что витки слоев плотно прилегают друг к другу.

Таким образом ТТ рис. 1 «разложен» на два трансформатора с разными коэффициентами трансформации (w и $w/2$), первичные и вторичные обмотки которых соединены последовательно (рис. 2, в). В справедливости «разложения» можно убедиться при рассмотрении выражения (3): если замкнуть накоротко вторичную обмотку $T_{ст}$, то результирующий коэффициент трансформации будет равен $w/2$, а при замкнутой накоротко обмотке $T_B = w$. При совместной работе обоих трансформаторов коэффициент трансформации принимает промежуточное значение, что и отмечалось у ТТ в [1].

Для включения T_B и $T_{ст}$ по рис. 2, в можно составить схему замещения рис. 2, г. Поскольку вторичный ток обоих трансформаторов одинаков, то приведение делаем для первичных токов. К индуктивности намагничивания трансформатора $T_{ст}$, $L_{мст}$, подводится первичный ток i'_1 , а к индуктивности намагничивания трансформатора T_B , $L_{мB}$ — первичный ток $2i'_1$. Этому эквивалентно подключение источников тока i'_1 , показанное на рис. 2, д. Активное сопротивление и сопротивление рассеяния ТТ по условию равны нулю. Проверим справедливость схемы замещения.

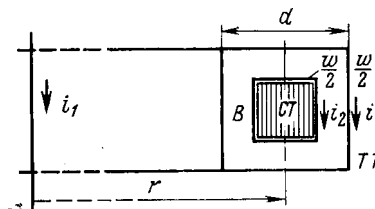


Рис. 1

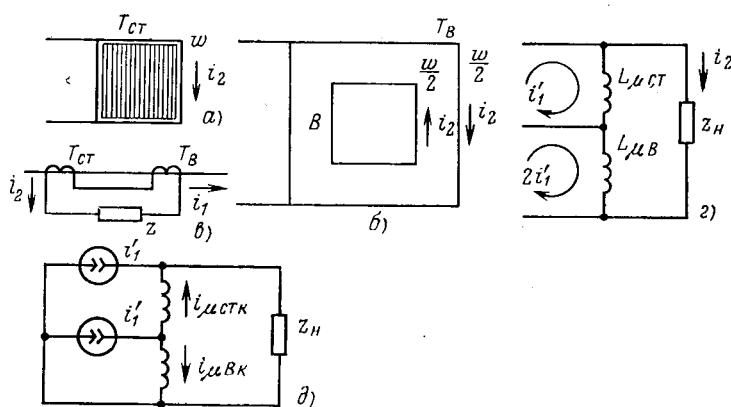


Рис. 2

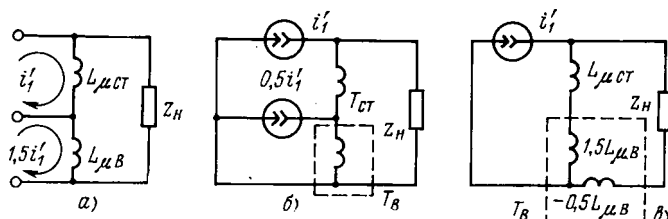


Рис. 3

Индуктивность намагничивания, замеренная со стороны вторичной обмотки, равна $L_{\mu CT} + L_{\mu B}$, что соответствует сумме потокоосцеплений в стали магнитопровода и в пространстве между слоями вторичной обмотки. При тонкослойной вторичной обмотке $L_{\mu B} = 0$, и схема замещения оказывается такой же, как у обычного ТТ со стальным магнитопроводом и коэффициентом трансформации w . При сечении стального магнитопровода, равном нулю, $L_{\mu CT} = 0$, и схема замещения соответствует воздушному ТТ с коэффициентом трансформации $w/2$. Наконец, при $Z_H = 0$ ток в цепи вторичной обмотки i_{2K} равен сумме тока i_1 и доле тока i_1' , протекающего от T_B по ветви намагничивания T_{CT} в обратном направлении, и составляет

$$i_{2K} = i_1' + i_{\mu CT, K} = i_1' + i_1' \frac{L_{\mu B}}{L_{\mu B} + L_{\mu CT}} = \frac{2L_{\mu B} + L_{\mu CT}}{L_{\mu B} + L_{\mu CT}} i_1'. \quad (6)$$

Если учесть, что $L_{\mu B} = k\mu_0 S_B \frac{w^2}{4}$,

$$L_{\mu CT} = k\mu_{CT} S_{CT} w^2, \quad i_1' = i_1/w,$$

то выражение (6) тождественно выражению (3).

Таким образом, полученная схема замещения не содержит отрицательных индуктивностей, но включает в себя два источника тока, что характеризует неодинаковую магнитную связь между первичной и вторичной обмотками по стали и по воздуху. Схема справедлива и при нелинейной индуктивности $L_{\mu CT}$.

Для реальных ТТ с большим объемом вторичной обмотки расчет оказывается сложнее, чем для ТТ рис. 1. Однако общий подход к решению задачи остается одинаковым. Он заключается в том, чтобы оценить влияние магнитной связи по воздуху между первичной и вторичной обмотками, равносильной включению «дополнительного воздушного» трансформатора, коэффициент трансформации которого из-за неодинакового сцепления потока с первичной и вторичной обмотками меньше, чем отношение чисел витков. Для составления схемы замещения и расчета ТТ предложенным методом необходимо, чтобы была найдена зависимость $\psi_2 = f(i_1 w_1; i_2 w_2)$. Нахождение такой зависимости является обязательным при любом методе расчета ТТ.

Покажем это на примере ТТ, рассмотренного в предыдущем отклике. Используя метод «разложения» ТТ на два трансформатора, получим трансформатор со стальным сердечником T_{CT} , охваченный бесконечно тонким слоем обмотки с числом витков w_1 на расстоянии, образующем площадь S_0 в воздухе, и воздушный трансформатор T_B , ограниченный изнутри бесконечно тонким слоем обмотки с числом витков w_2 (бифилярным по отношению к слою вторичной обмотки трансформатора T_{CT}) и содержащий всю вторичную обмотку.

В соответствии с первой строкой выражения (1) из преды-

дущего отклика потокоосцепление вторичной обмотки трансформатора T_{CT}

$$\psi_{2CT} = \frac{w_2 (\mu_{CT} S_{CT} + \mu_0 S_0) (i_1 w_1 - i_2 w_2)}{\pi D}. \quad (7)$$

Коэффициент трансформации трансформатора T_{CT} w_2/w_1 и может быть найден, если $\psi_{2CT} = 0$. Индуктивность намагничивания трансформатора, приведенная к стороне вторичной обмотки, находится как отношение ψ_{2CT} при $i_1 = 0$ к току i_2 :

$$L_{\mu CT} = \frac{w_2^2 (\mu_{CT} S_{CT} + \mu_0 S_0)}{\pi D}. \quad (8)$$

Потокоосцепление трансформатора T_B из того же выражения (1)

$$\psi_{2B} = \frac{1}{6} w_2 S_{II} \mu_0 (i_1 w_1 + 2i_1 w_1 - 2i_2 w_2). \quad (9)$$

Коэффициент трансформации может быть найден по условию $\psi_{2B} = 0$:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{2w_2}{3w_1}, \quad (10)$$

т. е. в 1,5 раза меньше, чем у трансформатора T_{CT} .

Индуктивность намагничивания трансформатора находится при $i_1 = 0$:

$$L_{\mu B} = \frac{w_2^2 \mu_0 S_{II}}{3\pi D}. \quad (11)$$

Значениям параметров по (8), (10) и (11) соответствуют схемы замещения рис. 3, а и б, где ток дополнительного источника тока равен $0,5 i_1'$. Таким образом, и для ТТ из предыдущей статьи схема замещения может быть составлена без отрицательных индуктивностей.

Как указано в [2], коэффициент приведения ТТ при составлении схемы замещения можно выбирать произвольно. Если этот коэффициент для трансформатора T_B принять равным w_2/w_1 , т. е. коэффициенту трансформации трансформатора T_{CT} , то в поперечной ветви индуктивность станет равной $1,5 L_{\mu B}$, а в продольной ветви — $0,5 L_{\mu B}$, т. е. в схеме замещения появится расчетная отрицательная индуктивность (рис. 3, в). Значение этой индуктивности $0,5 L_{\mu B}$ из (11) равно индуктивности L_{2B} в расчете, проведенном В. В. Карасевым и Л. В. Лейтесом в предыдущей статье. Совпадают также остальные величины, входящие в схему замещения, т. е. результаты, полученные при использовании схем замещения рис. 3, б и в, аналогичны при анализе ТТ с большим объемом вторичной обмотки.

Представляется, что настоящая дискуссия возникла не только из-за неверных формулировок и не совсем точной схемы замещения ТТ в [1], что полностью устранено В. В. Карасевым и Л. В. Лейтесом, но и в связи с тем, что для специалистов по ТТ для релейной защиты непривычен подход, являющийся обычным для специалистов в области магнитных полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Строганов Б. Г., Чунихин А. А. Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока. — Электричество, 1980, № 3.
2. Меерович Э. А., Додзина Т. Я. Раздельные индуктивности рассеяния обмоток трансформаторов тока. — Электричество, 1981, № 8.

КАЗАНСКИЙ В. Е.

Режим работы трансформатора тока (ТТ) как измерительного преобразователя тока в схеме релейной защиты характеризуется не только погрешностями и законом изменения вторичного тока i_2 , но и законом изменения намагничивающего тока i_0 при заданном законе изменения первичного тока i_1 . Намагничивающий ток ТТ определяется формулой $i_0 = i_1 - i_2 w_2/w_1$, где w_1 и w_2 — числа витков первичной и вторичной обмоток ТТ.

Намагничивающие токи являются очень важными параметрами ТТ в схеме релейной защиты, так как по принятой методике расчета защиты именно от них в основном зависят токи небаланса дифференциальных и некоторых других защит.

При расчетах вторичного и намагничивающего токов и при качественном анализе режимов работы ТТ широко используются различные модификации Г-образной схемы замещения ТТ. Г-образная схема замещения получается из известной Т-образной схемы замещения путем исключения из нее активного сопротивления и индуктивности рассеяния первичной обмотки. Во-первых, эти элементы не влияют на законы изменения вторичного и намагничивающего токов, поскольку закон изменения первичного тока задан. Во-вторых, далеко не у всех реальных ТТ представляется возможным измерить или рассчитать эти параметры. При этом расчетная схема замещения ТТ вместе с на-

грузкой состоит из двух параллельных ветвей и питается от источника приведенного тока $i'_1 = i_1/k$, где k — коэффициент приведения первичного тока. В одну параллельную ветвь включены нагрузка ТТ, активное сопротивление вторичной обмотки $r_{в.т}$ и индуктивность рассеяния ветви вторичной обмотки L_{s2} . Что касается схемы другой параллельной ветви, то она зависит от принятой аппроксимации характеристики намагничивания ТТ [1]. Далее имеется в виду прямолинейная аппроксимация характеристики намагничивания. При этом в данную ветвь включена только постоянная индуктивность $L_0 = kM$, где M — взаимная индуктивность первичной и вторичной обмоток. Отсюда индуктивность рассеяния ветви вторичной обмотки $L_{s2} = L_2 - L_0$, где L_2 — индуктивность всей вторичной обмотки.

На рис. 1 приведена общеизвестная схема замещения ТТ с нагрузкой в случае, когда $k = \omega_2/\omega_1$. При этом схема замещения питается от источника первичного тока, приведенного к числу витков вторичной обмотки $i'_1 = i_1\omega_1/\omega_2$. Ток в цепи нагрузки равен вторичному току, а ток в другой параллельной ветви, называемой ветвью намагничивания, равен намагничивающему току, приведенному к числу витков вторичной обмотки $i_0\omega_1/\omega_2$. Индуктивность ветви намагничивания в данном случае $L_0 = M\omega_2/\omega_1$.

Ток в цепи нагрузки остается равным вторичному току и при других значениях коэффициента приведения, если только по приведенным выше формулам пересчитать L_0 и L_{s2} . Но при этом в ветви L_0 будет получаться ток не только не равный, но даже не пропорциональный намагничивающему току. Чтобы при $i_1 \neq i_0\omega_1/\omega_2$ в ветви нагрузки получить ток, пропорциональный вторичному току, а в другой ветви — ток, пропорциональный намагничивающему току, необходимо все токи и все элементы схемы замещения, включая и сопротивление нагрузки, приводить к одному и тому же числу витков, как это и делается при расчетах режимов работы ТТ в схемах релейной защиты [1].

Расчетная схема замещения ТТ и нагрузки особенно удобна и наглядна, когда она является схемой физической модели ТТ и нагрузки, т. е. состоит из физически реализуемых элементов. Как известно, у ТТ с многослойной вторичной обмоткой [2] индуктивность вторичной обмотки может оказаться меньше $M\omega_2/\omega_1$. При этом L_{s2} получается отрицательной, и схема замещения, подобная рис. 2, оказывается физически нереализуемой, поскольку в природе нет отрицательной индуктивности. Этого недостатка лишена схема замещения ТТ и нагрузки рис. 2. Она, как и схема рис. 1, питается от источника тока, равного первичному току, приведенному к числу витков вторичной обмотки, но в ветвь намагничивания включена индуктивность, равная индуктивности всей вторичной обмотки, а последовательно с нагрузкой, вместо индуктивности рассеяния вторичной обмотки, включен источник э. д. с., пропорциональный первой производной первичного тока,

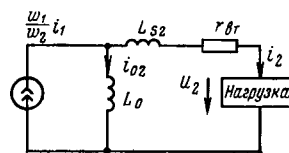


Рис. 1

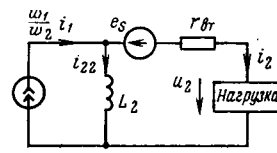


Рис. 2

$$e_s = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} L_2 - M_1 \right) \frac{di_1}{dt}.$$

При этом, как и в схеме рис. 1, ток в цепи нагрузки равен вторичному току, а ток в ветви намагничивания равен намагничивающему току, приведенному к числу витков вторичной обмотки; однако эта схема остается физически реализуемой при любом знаке L_{s2} .

В заключение отметим, что намагничивающий ток ТТ, как и индуктивность рассеяния вторичной обмотки, является расчетной величиной и не имеет того физического смысла, какой ему иногда придается. Намагничивающий ток однозначно связан только с магнитным полем в той части магнитопровода, которая охватывается всеми витками вторичной обмотки. Однако у ТТ с многослойной вторичной обмоткой есть еще часть рабочего магнитного потока, которая связана только с верхними слоями вторичной обмотки и не локализуется в магнитопроводе. В этом случае, как видно из схемы рис. 2, намагничивающий ток может быть равен нулю, и энергия в цепь вторичной обмотки может поступать только от источника э. д. с. e_s .

Следует отметить, что сведения о значениях первичного, вторичного и намагничивающего токов и об отношении чисел витков обмоток ТТ еще недостаточны для того, чтобы судить о погрешностях ТТ, поскольку погрешности зависят еще от номинального коэффициента трансформации, который согласно ГОСТ 7746—78 равен отношению номинальных значений первичного и вторичного токов, а не соотношению чисел витков обмоток. Поэтому намагничивающий ток ТТ однозначно характеризует полную погрешность ТТ только в частном случае, когда номинальный коэффициент трансформации равен отношению чисел витков вторичной и первичной обмоток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики. — М.: Энергия, 1978.
2. Строганов Б. Г., Чунихин А. А. Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока. — Электричество, 1980, № 3.

СИРОТА И. М.

Из теоретической электротехники известно, что для двух магнитосвязанных контуров коэффициент связи всегда меньше единицы,

$$K_{св} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1. \quad (1)$$

В некоторых случаях взаимная индуктивность M может быть меньше собственной индуктивности каждого из контуров L_1 и L_2 , но часто оказывается, что $L_2 < M < L_1$ или $L_1 < M < L_2$. Из этих неравенств вытекает возможность возникновения в одном из плеч известной Т-образной схемы замещения двухобмоточного трансформатора отрицательной индуктивности рассеяния L_{2s} или L_{1s} .

В [1] учитывается отрицательная индуктивность рассеяния L_{2s} вторичной обмотки ТТ. Авторы [1] рассмотрели некоторые условия, при которых возникает такая индуктивность и обосновали возможность ее компенсации с помощью положительной индуктивности нагрузки ТТ L_n . В [2] возможность появления отрицательной индуктивности L_{2s} и ее компенсации отрицается и, кроме того, вообще ставится под сомнение допустимость использования упомянутой Т-образной (или применительно к ТТ — Г-образной) схемы замещения с определенными и однозначными параметрами ее элементов.

В настоящей статье делается попытка внесения ясности в данный вопрос.

Рассмотрим два магнитосвязанных контура 1 и 2 произвольной конфигурации, но с одинаковыми числами витков $w_1 = w_2$. При подведении к одному из контуров, например 1, напряжения от постороннего источника переменного тока и замкнутой цепи контура 2 по ним пройдут токи i_1 , i_2 и возникнут полные потоко-сцепления

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_1 i_1 - M i_2; \\ \Phi_2 = L_2 i_2 - M i_1 \end{cases} \quad (2)$$

или

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_{1s} i_1 + M (i_1 - i_2); \\ \Phi_2 = L_{2s} i_2 + M (i_2 - i_1), \end{cases} \quad (3)$$

где

$$L_{1s} = L_1 - M; \quad L_{2s} = L_2 - M.$$

Важно подчеркнуть, что в действительности существуют потоко-сцепления самоиндукции и взаимной индукции, указанные в правой части уравнений (2). Мы разбили потоко-сцепления $L_1 i_1$, $L_2 i_2$ на составляющие $L_{1s} i_1$, $M i_1$, $L_{2s} i_2$, $M i_2$, вошедшие в уравнения (3), имея в виду дальнейшее построение простой Т-образной схемы замещения. Можно согласиться с авторами [2], что эти величины носят расчетный характер, но, очевидно, применение их вполне правомерно.

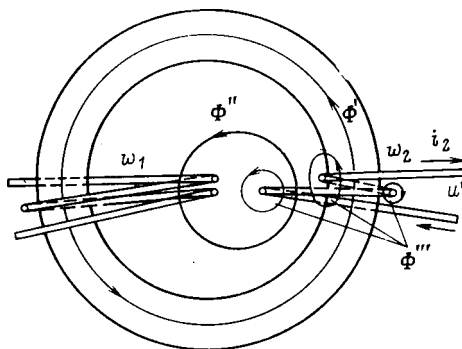


Рис. 1

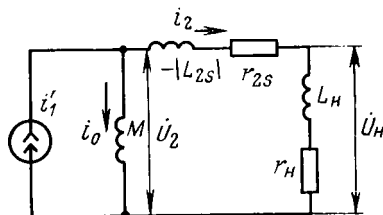


Рис. 2

Уравнения (3) справедливы для любых магнитосвязанных контуров. При условии $\omega_1 = \omega_2$ в частном случае двухобмоточного трансформатора со стальным магнитопроводом, разнесенными обмотками и относительно небольшой их тощиной потокоцепления $M(i_1 - i_2)$ и $M(i_2 - i_1)$ создаются общим потоком взаимной индукции практически замыкающимся только по магнитопроводу.

Принципиально можно изменить число витков одного из контуров, (т. е. принять $\omega_1 \neq \omega_2$), сохраняя неизменными объем провода, размеры контура и его расположение относительно другого контура. Разумеется, при этом сечение провода должно быть изменено обратно пропорционально числу витков данного контура.

Обозначив отношение чисел витков $\omega_2/\omega_1 = k$, получим индуктивности рассеяния, каждая из которых определяется как разность собственной индуктивности контура и взаимной индуктивности, приведенной к числу витков данного контура:

$$L_{1s} = L_1 - \frac{M}{k}; \quad L_{2s} = L_2 - kM.$$

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= L_{1s}i_1 + M\left(\frac{i_1}{k} - i_2\right); \\ \psi_2 &= L_{2s}i_2 + M(ki_2 - i_1). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Если считать, что в правой части каждого из этих уравнений первое и второе слагаемые представляют собой потокоцепления рассеяния ψ_{1s} , ψ_{2s} и взаимной индукции ψ_{1M} , ψ_{2M} , то отношение вторых слагаемых

$$\frac{\psi_{2M}}{\psi_{1M}} = -k \quad (5)$$

будет отвечать физическому представлению: общий поток взаимной индукции создает потокоцепления с обоими контурами, пропорциональные числам их витков. Вторые слагаемые выражений (4) и соответственно ветвь намагничивания Т-образной схемы замещения примерно отражают магнитное состояние магнитопровода. Кроме того, при достаточно большом значении M получим соотношение между токами

$$\frac{i_2}{i_1} \approx \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad (6)$$

что соответствует действительности. При любом другом $k \neq \omega_2/\omega_1$ условие (5) не выполняется, а выполнение условия (6), при учете нелинейности свойств магнитопровода, сопряжено с дополнительным усложнением схемы замещения.

¹ Обычно все параметры приводят к одной стороне (в трансформаторах тока — ко вторичной) — примеч. ред.

По нашему мнению, схема замещения должна давать правильную интерпретацию процессов в самом трансформаторе и электрических величин во внешних по отношению к нему цепях. Поскольку при $k \neq \omega_2/\omega_1$ это требование нарушается, считаем применение таких произвольных значений k нецелесообразным.

Вводя в рассмотрение приведенные к числу витков ω_2 величины $\psi'_1 = \psi_1 k$; $L'_{1s} = L_{1s} k^2$; $M' = Mk$; $i'_1 = i_1/k$, получим вместо (4) уравнения, соответствующие широко применяемой Т-образной схеме замещения двухобмоточного трансформатора при коэффициенте приведения $k = \omega_2/\omega_1$:

$$\left. \begin{aligned} \psi' &= L'_{1s}i'_1 + M'(i'_1 - i_2); \\ \psi_2 &= L_{2s}i_2 + M'(i_2 - i'_1). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Из изложенного вытекает, что данная схема замещения полностью эквивалентна двум магнитосвязанным контурам или двухобмоточному трансформатору, причем параметры ее элементов вполне определены. То обстоятельство, что уравнения (4) или аналогичные, записанные в другой форме [2], удовлетворяются при любых значениях коэффициента приведения k , не может служить основанием для отказа от Т-образной схемы замещения с коэффициентом $k = \omega_2/\omega_1$ (мы здесь не касаемся преимуществ и недостатков этой схемы по сравнению с известной П-образной и другими возможными схемами замещения).

Признав правомерность Т-образной схемы, следует согласиться с тем, что расчетная индуктивность рассеяния в одном из ее плеч может быть отрицательной.

Для дополнительной иллюстрации возможности возникновения отрицательной индуктивности L_{2s} рассмотрим простой пример ТТ (рис. 1). Для наглядности считаем, что магнитопровод ТТ выполнен из материала с высокой магнитной проницаемостью, хотя дальнейшие рассуждения можно распространить и на трансформатор без стали. Числа витков обмоток $\omega_1 = \omega_2 = 2$. Обмотки расположены, как показано на рисунке. Подключим обмотку 2 к источнику питания, оставив обмотку 1 разомкнутой. Ток i_2 возбуждает, например, следующие составляющие магнитного потока: Φ' , замыкающуюся по магнитопроводу и сцепляющуюся со всеми витками обеих обмоток; Φ'' , проходящую в воздухе, сцепляющуюся с обоими витками ω_1 , но только с одним витком обмотки 2, и несколько составляющих Φ''' , сцепляющихся только с обмоткой 2. Потокоцепление обмотки 1, т. е. потокоцепление взаимной индукции $\psi_M = 2(\Phi' + \Phi'')$, а потокоцепление обмотки 2, определяющее ее собственную индуктивность, $\psi_2 = 2\Phi' + \Phi'' + \psi'''$, где ψ''' — составляющая потокоцепления, создаваемая всеми частями потока Φ''' . Потокоцепление рассеяния обмотки 2 $\psi_{2s} = \psi_2 - \psi_M = \psi''' - \Phi''$ может быть больше или меньше нуля в зависимости от соотношения между ψ''' и Φ'' . Поскольку $L_{2s} = \psi_{2s}/i_2$; $L_2 = \psi_2/i$; $M = \psi_M/i_2$, то при $\psi''' < \Phi''$ получим $\psi_{2s} < 0$ и $L_{2s} - M < 0$.

Потокоцепление ψ_M наводит в обеих обмотках ТТ разные э. д. с. $\dot{e}_1 = e_2$, потокоцепление же ψ_{2s} при отсутствии потерь в стали создает во вторичной обмотке э. д. с. e_{2s} , направленную противоположно e_2 . Следовательно, приложенное к этой обмотке напряжение U' при небольшом активном сопротивлении цепи может быть по абсолютному значению меньше e_2 .

Применив известное рассуждение о переключении эквипотенциальных точек первичной и вторичной цепей, мы получим схему замещения рассматриваемого ТТ с отрицательной индуктивностью L_{2s} . На основании свойства взаимности магнитосвязанных цепей ($M_{12} = M_{21}$), эта схема действительна также при подключении питающего источника к первичной обмотке и замкнутой на нагрузку r_H , L_H вторичной обмотке (рис. 2). Нетрудно доказать, что данная схема остается в силе и при $\omega_1 \neq \omega_2$, если только привести в ней все величины к одному числу витков.

В соответствии с этой схемой замещения можно построить и векторную диаграмму рассматриваемого ТТ (более полную, чем в [1]) с учетом взаимной компенсации индуктивностей: отрицательной L_{2s} и положительной L_H . Не приводя здесь этого построения, укажем лишь, что на его основании подтверждается возможность снижения токовой погрешности ТТ [1]. Вместе с тем оказывается, что увеличение L_H с целью компенсации L_{2s} приводит к повышению полной и угловой погрешностей ТТ при переменном токе, поскольку вектор тока $\dot{I}_2$ отделяется от $\dot{I}_1$.

Любое увеличение индуктивности нагрузки независимо от знака индуктивности L_{2s} , сопровождается увеличением постоянных времени всего вторичного контура ТТ $T' = (M + L_{2s} + L_H)/r_2$ и ветви вторичного тока $T_2 = (L_{2s} + L_H)/r_2$. Это приводит к утяжелению переходных процессов [3 и 4], на что справедливо обращается внимание в [2].

Выводы. Т-образная схема замещения двух магнитосвязанных контуров или двухобмоточного трансформатора, а применительно к трансформаторам тока — ее Г-образный вариант, вполне обоснованы и правомерны. Параметры всех элементов этой схемы однозначно определяются при коэффициенте приведения k , равном отношению чисел витков обмоток. Наряду с другими возможными схемами замещения, допустимость применения Т-образной схемы при указанном значении k не вызывает сомнений.

В некоторых случаях в этой схеме замещения возникает расчетная отрицательная индуктивность рассеяния одной из обмоток, которая может компенсироваться положительной индуктивностью нагрузки. Путем такой компенсации можно уменьшить токовую погрешность ТТ, однако, при этом возрастает пол-

ная и угловая погрешности, а кроме того, утяжеляются переходные процессы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Строганов Б. Г., Чунихин А. А. Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока. — Электричество, 1980, № 3.
2. Меерович Э. А., Додзина Т. Я. Раздельные индуктивности рассеяния обмоток трансформаторов тока. — Электричество, 1981, № 8.
3. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики. — Энергия, 1978.
4. Трансформаторы тока/В. В. Афанасьев, Н. М. Адоньев, Л. В. Жалалис и др. — Энергия, 1980.

БОРЮ Н. В., РУДЕНКО В. И.

Дискуссия о раздельных индуктивностях рассеяния обмоток вызвана, по нашему мнению, недостаточно четким определением данного понятия и попыткой физического его толкования на основе представлений о едином магнитном поле для рабочего режима двухобмоточного трансформатора. Особую актуальность вопрос о раздельных индуктивностях приобретает при исследовании электромагнитных процессов, а также при оптимальном проектировании измерительных трансформаторов тока (ТТ) и трансформаторов напряжения (ТН) индуктивного типа.

На основе анализа уравнений Кирхгофа для двух индуктивно связанных цепей (обмоток трансформатора) нами получены выражения для динамических индуктивностей рассеяния каждой обмотки и для основного потокосцепления:

$$\left. \begin{aligned} L_{дс1} &= \frac{\partial \left(\psi_1 - \psi_2 \frac{w_1}{w_2} \right)}{\partial i_1} \Big|_{i_2 = \text{const}} ; \\ L_{дс2} &= \frac{\partial \left(\psi_2 - \psi_1 \frac{w_2}{w_1} \right)}{\partial i_2} \Big|_{i_1 = \text{const}} ; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$L_{д.о} = \frac{i_2 \frac{1}{w_1} \frac{\partial \psi_1}{\partial i_2} \Big|_{i_1 = \text{const}} + i_1 \frac{1}{w_2} \frac{\partial \psi_2}{\partial i_1} \Big|_{i_2 = \text{const}}}{i_1 w_1 + i_2 w_2} ; \quad (2)$$

$$L_{д.о1} = w_1^2 L_{д.о}; \quad L_{д.о2} = w_2^2 L_{д.о}.$$

где ψ_1, ψ_2 — потокосцепления обмоток в рабочем режиме трансформатора; w_1, w_2 — числа витков обмоток; i_1, i_2 — мгновенные значения токов каждой обмотки.

С помощью уравнений (1) и (2) расчет электромагнитных процессов в трансформаторе может быть значительно упрощен по сравнению с расчетом, при котором используются традиционные понятия о коэффициентах само и взаимной индукции.

Из (1) следует, что динамическая индуктивность рассеяния каждой обмотки трансформатора с физической точки зрения представляет собой отношение разности потокосцеплений обеих обмоток к приращению тока соответствующей обмотки и постоянстве тока в другой обмотке. Динамическая индуктивность основного потокосцепления (2) представляет собой отношение суммы потокосцеплений обмоток, приведенной к одному витку, к полной намагничивающей силе обмоток трансформатора.

Динамические индуктивности являются функцией токов обеих обмоток, и, как следствие, зависят от нагрузки трансформатора, сорта стали магнитопровода, времени.

Исследования, проведенные авторами, по разработанной программе расчета на ЭВМ магнитного поля ТТ методом конечных элементов, дают основания сделать следующие выводы,

подтвержденные опытами на натурных объектах и с помощью математической модели на электропроводной бумаге.

Динамические индуктивности рассеяния и основного потокосцепления обмоток трансформатора являются математическими понятиями, удобными для анализа электромагнитных процессов трансформатора с помощью Т или П-образной схемы замещения, хотя физически существует единое магнитное поле, осуществляющее передачу энергии от одной обмотки трансформатора к другой (авторы согласны с [1]);

Динамическая индуктивность рассеяния одной обмотки не может рассматриваться вне основных параметров другой обмотки. Авторами получены аналитические соотношения для динамической индуктивности рассеяния внутренней, наложенной на тороидальный магнитопровод, обмотки ТТ в зависимости от секторности ее намотки, от расположения первичной обмотки и от магнитной проницаемости стали. Выражения отличны от [2] и хорошо согласуются с экспериментом на математической модели;

Явление отрицательного рассеяния имеет место для внутренней, равномерно расположенной вдоль магнитопровода обмотки относительно такой же наружной, либо в виде шины по центру тора магнитопровода.

С физической трактовкой данного явления авторы согласны с [2 и 3], а также согласны с выводами о том, что явление отрицательного рассеяния может учитываться при исследовании электромагнитных процессов и при проектировании оптимальной конструкции ТТ.

Авторы согласны с [4] в том, что расчет электромагнитных процессов ТТ можно провести без принятой об индуктивностях рассеяния и основного потока, но для конструирования (синтеза) ТТ по заданным выходным параметрам (погрешностям) эти понятия облегчают задачу.

Авторы согласны с [4] в том, что любая нагрузка на вторичной обмотке ТТ ухудшает его работу как в установившемся, так и в переходном режимах. Этому не противоречат и понятия рассеяний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марквардт Е. Г. Электромагнитные расчеты трансформаторов. — М., Л.: — ГЭИ, 1938.
2. Строганов В. Г., Чунихин А. А. Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока. — Электричество, 1980, № 3.
3. Лейтес Л. В. Эквивалентная схема двухобмоточного трансформатора. Опыты холостого хода и короткого замыкания. — В кн.: Вопросы трансформаторостроения. — М.: Энергия, 1969, вып. 79.
4. Меерович Э. А., Додзина Г. Я. Раздельные индуктивности рассеяния обмоток трансформаторов. — Электричество, 1981, № 8.

ОТ РЕДАКЦИИ

В журнале «Электричество», 1981, № 8 напечатана методическая заметка Э. А. Мееровича и Т. Я. Додзиной «Раздельные индуктивности рассеяния трансформаторов тока», являющаяся откликом на статью Б. Г. Строганова и А. А. Чунихина «Эффект вторичного воздействия в трансформаторах тока», опубликованную в журнале «Электричество», 1980, № 3. В методической заметке показано, что разделение результирующего магнитного поля трансформатора на рабочее (основное) и поле рассеяния существенно. Силовые линии, сцепленные с каждой из обмоток, не определяют их индуктивностей рассеяния. Коэффициент приведения k двухобмоточного трансформатора может быть выбран произвольно. При $k = (L_{22} + L_H)/L_{12}$ и отсутствии потерь приведенный вторичный ток повторяет первичный ток: $i_2 = i_1/k$.

В статье Б. Г. Строганова и А. А. Чунихина, посвященной анализу влияния толщины вторичной обмотки трансформатора тока (ТТ) на индукцию в стали, без анализа других возможных вариантов принят номинальный коэффициент трансформации, равный отношению чисел витков обмоток. Авторами было выявлено, что при большой толщине вторичной равномерно распределенной обмотки тороидального ТТ в ветви нагрузки Т-образной схемы замещения появляется значительная отрицательная индуктивность. Предложена формула для расчета этой индуктивности и рассмотрено ее влияние на погрешность ТТ. К сожалению, многократно применяется используемый и в других источниках неудачный термин «отрицательная индуктивность рассеяния вторичной обмотки».

В редакцию пришел ряд откликов, содержание которых охватывает вопросы, связанные с индуктивностями рассеяния не только трансформаторов тока, но и трансформаторов вообще.

М. Х. Зихерман показал недостатки теории двухобмоточного трансформатора, предложенной Роговским, и преимущества иного подхода, основанного на более точных представлениях о картине магнитного поля в большинстве трансформаторов. Этот подход позволяет учитывать непостоянство магнитной проницаемости стали. Подчеркнуто, что наличие или отсутствие отрицательных индуктивностей в отдельных ветвях схем замещения зависит от выбора коэффициента приведения.

В. В. Карасев и Л. В. Лейтес упростили исходную задачу статьи Б. Г. Строганова и А. А. Чунихина, что позволило более строго рассмотреть влияние толщины вторичной обмотки идеально симметричного тороидального ТТ на индукцию в стали и на его погрешность. Предположение о постоянстве магнитной проницаемости стали в этой статье ни разу не потребовалось.

Я. С. Гельфанд показал возможность рассмотрения ТТ со вторичной обмоткой большой толщины как схемы с двумя ТТ, со сталью и без стали, имеющими разные коэффициенты трансформации. При этом схема замещения может и не содержать отрицательную индуктивность.

В. Е. Казанский предлагает заменить расчетную отрицательную индуктивность рассеяния в схеме замещения источ-

ником э. д. с. Нельзя согласиться с утверждением автора в конце предпоследнего абзаца о том, что «энергия в цепь вторичной обмотки может поступать только от источника э. д. с. e_s », так как в эту ветвь, содержащую активное сопротивление, поступает энергия от источника первичного тока, в том числе и при $e_s = 0$.

И. М. Сирота еще на одном примере показал возможность возникновения расчетной отрицательной индуктивности в схеме замещения и ее влияние на погрешности ТТ.

По вопросам дискуссии редакцией получен и ряд других откликов, в том числе заметка О. М. Костюка, в которых делаются выводы, по существу совпадающие с опубликованными здесь.

Большинство участников дискуссии отдает предпочтение коэффициенту приведения, равному отношению чисел витков обмоток трансформатора. Следует заметить, что и иные варианты выбора коэффициента приведения могут иметь определенные достоинства. Если номинальный коэффициент трансформации ТТ принят равным отношению чисел витков обмоток, то при большой толщине вторичной обмотки возможно уменьшение токовой (но не угловой) погрешности благодаря компенсации индуктивности в цепи нагрузки в установившемся режиме.

Целесообразно присоединиться к мнению В. В. Карасева и Л. В. Лейтеса о необходимости внесения уточнений в ГОСТ 18685—73 и о том, что неправильно называть «индуктивностью рассеяния вторичной обмотки» параметр схемы замещения, не имеющий явного физического смысла ни при отрицательном, ни при положительном значении.

В схемах замещения многообмоточных силовых трансформаторов часто встречаются небольшие отрицательные индуктивности отдельных ветвей. При фиксированной частоте иногда возможны отрицательные активные сопротивления, соответствующие некоторой части добавочных потерь. Существование меньших нуля значений этих расчетных параметров, не имеющих физического смысла, не вызвало возражений. Видимо, возражения (особенно резкие, а иногда даже неправильные, в первоначальных вариантах некоторых откликов), касающиеся отрицательных значений индуктивностей в схеме замещения ТТ, были вызваны нечеткими выражениями в первых публикациях и тем, что для многих читателей непривычен подход, являющийся обычным для специалистов в области силовых трансформаторов.

Редакция считает, что проведенная дискуссия оказалась полезной. Выявлена правомерность разных подходов к проблеме. Выяснены многие вопросы, связанные с теорией электромагнитного рассеяния в трансформаторах и схем замещения.

Редакция считает также целесообразным, чтобы в дальнейшем вопросы схем замещения электромагнитных систем были освещены в общетеоретическом плане с учетом нелинейности электрических цепей и магнитных полей.



Аполлонский С. М. Расчет электромагнитных экранирующих оболочек. — Л.: Энергоиздат, 1982

Разработка эффективных методов исследования, направленных на ограничение до допустимых пределов внешних электромагнитных полей различных электротехнических устройств, безусловно, является актуальной задачей.

В книге С. М. Аполлонского с единой методологической позиции разработаны методы расчета функций экранирования и обратного действия экранирующих оболочек, на которые воздействуют поля сложной структуры, при этом наибольшее внимание обращено на методы расчета экранирующих оболочек при воздействии низкочастотных полей.

Поля отдельных источников автор представляет в виде полей дискретных моделей-диполей, задачи математической физики он решает с помощью скалярных и векторных потенциалов, экранирующие функции находит в виде алгебраических выражений. В книге доказывается, что любой источник или система источников создает электромагнитное поле, эквивалентное полю дипольных источников, и дается количественная и качественная оценка дипольной модели поля.

Рассматривается скалярный потенциал диполя, характеризующий низкочастотное электромагнитное поле с $f < 5000$ Гц в однородном изотропном пространстве. Приводятся справочные таблицы для определения магнитной напряженности поля диполя в наиболее употребительных ортогональных криволинейных системах координат через скалярный потенциал диполя. Для определения параметров аппроксимирующих диполей представляет интерес приведенный автором экспериментальный метод определения напряженности магнитного поля, разработанный ранее в ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского.

Дана классификация источников по структуре поля. Рассматриваются дипольные модели симметричных и несимметричных источников, рассчитываются внешние электромагнитные поля асинхронного двигателя, цилиндрического индукционного МГД-насоса, внешнего электромагнитного поля двухпроводного электрического кабеля и внешнего низкочастотного электромагнитного поля трансформатора. Расчеты сопоставлены с экспериментами.

Исследуются методы расчета функций экранирования и обратного действия однородных по форме оболочек с постоянными и переменными параметрами. Оцениваются различные способы эффективности экранирования, в том числе по пространственным гармоникам.

Исследуя низкочастотное электромагнитное поле, автор находит функции экранирования и обратного действия оболочек по составляющим магнитной напряженности электромагнитного поля.

Приводится аналитическое исследование задач об экранировании постоянных и переменных электромагнитных полей электрооборудования замкнутыми оболочками для тонкостенных и толстостенных экранов. При этом использован закон изменения поля по толщине оболочки, справедливый для плоской электромагнитной волны в плоском слое. Оценена точность метода. Даны примеры, которые сопоставляются с экспериментами.

Рассматриваются особенности расчета экранирующих оболочек, ограниченных координатными поверхностями с переменными электрической и магнитной проводимостями по объему. Исследование проводится в два этапа: на первом исследуется влияние на функции экранирования и обратного действия изменения параметров материала по поверхности оболочки, а на втором — изменения параметров материала по толщине. Метод иллюстрируется на конкретных примерах. В частности, рассматриваются плоские и сферические оболочки с поверхностной неоднородностью.

Интерес представляют многослойные экранирующие оболочки из ферромагнитных материалов с высокой электрической

проводимостью. Наиболее полно этот вопрос освещен в книге Кадена Г. «Электромагнитные экраны» (1957 г.), в которой решен широкий круг задач электромагнитного экранирования с практическими примерами. Автор рецензируемой книги приводит расчет таких многослойных оболочек при низких частотах.

Рассматриваются также сетчатые экранирующие оболочки, которые при исследовании заменяются эквивалентными сплошными экранами со специальными граничными условиями для составляющих электрической напряженности по поверхности сетки. Представлен расчет сетчатой оболочки, экранирующей помещение.

Рассмотрено также экранирование поля системы источников в общих экранирующих оболочках. При этом с целью упрощения постановки и решения задач по расчету поля учет взаимного влияния и расчет функций экранирования и обратного действия производятся раздельно. Суммарное поле от системы источников с учетом экранирующей оболочки находится с помощью корректирующих функций по гармоникам. Методы расчета корректирующих функций даны в упрощенной постановке с учетом однократной дифракции. В качестве примеров рассчитываются катушки с током в сферической и цилиндрической экранирующей оболочках и катушка с током внутри цилиндрической экранирующей оболочки.

Значительный интерес представляет расчет функции экранирования и обратного действия при воздействии импульсных электромагнитных полей. При этом расчет нестационарного экранирующего действия оболочки ограничен расчетами магнитных напряженностей полей. Рассматривается воздействие импульсных полей на однородные и неоднородные оболочки, на ферромагнитные оболочки, приведен приближенный метод расчета проводящих оболочек.

Небольшой раздел книги посвящен расчету оболочек при воздействии высокочастотных электромагнитных полей. Даны общие выражения для функций экранирования и обратного действия, которые после преобразования могут быть использованы в области низкочастотных и высокочастотных полей.

Таким образом, в книге Аполлонского С. М. обобщены методы расчета электромагнитных оболочек при падении на них электромагнитных волн произвольной формы. Автором использован метод вторичных источников, развиваемый О. В. Тозони, Э. В. Колесниковым и др. При этом введение дискретных моделей позволило унифицировать методы расчета экранирующих оболочек и получить формулы, пригодные для инженерных расчетов.

Приведенные в книге расчетные методы окажутся полезными при проектировании оптимальных с технико-экономической точки зрения экранирующих оболочек. К достоинству книги относится и то, что в ней теоретические положения иллюстрируются примерами, которые сопоставляются с экспериментами.

К сожалению, в библиографии автор не приводит свои работы, что затрудняет читателю ознакомиться с собственным опытом автора в рассматриваемой области. Необходимо отметить и то, что, говоря об экспериментальном методе исследования напряженности магнитного поля, автор не упоминает работы ЭНИИ им. И. Г. Кржижановского — основного разработчика этого метода.

Книга Аполлонского С. М. «Расчет электромагнитных экранирующих оболочек» содержит полезные для специалистов сведения. Она освободит инженеров и конструкторов, занимающихся вопросами электромагнитного экранирования, от утомительной работы по подбору соответствующих расчетных материалов.

ЧАЛЬЯН К. М., доктор техн. наук



Сверхпроводимость в электроэнергетике и электротехнике

(28 сентября — 8 октября 1982 г., НРБ, Варна)

Работы в области прикладной сверхпроводимости привлекают все большее внимание широкого круга ученых и специалистов различных стран. Определенные успехи в создании криотурбогенераторов сверхпроводниковых кабелей и другого сверхпроводникового оборудования позволяют считать использование явления сверхпроводимости одним из перспективных направлений развития электроэнергетики и электротехники. Результаты теоретических исследований и эксперименты на моделях и образцах, выполненные в 1976—1981 гг., дают возможность вести разработку полномасштабных опытно-промышленных изделий. Однако для реализации этих разработок требуется проведение большого комплекса научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ.

Сложность нерешенных задач, большое значение техники сверхпроводимости и заинтересованность в сокращении сроков ее внедрения создали необходимые предпосылки для организации школы «Сверхпроводимость в электроэнергетике и электротехнике».

Школа проводилась в рамках научно-технического сотрудничества стран—членов СЭВ по проблеме «Разработка и создание опытных участков сверхпроводящих и криореистивных линий электропередачи, а также опытных образцов электрических машин со сверхпроводящими обмотками, технологии, оборудования и необходимых материалов».

Основные задачи школы:

рассмотрение наиболее актуальных вопросов использования сверхпроводимости в электроэнергетике и электротехнике; обмен информацией о результатах работ и перспективах исследований в рамках научно-технического сотрудничества по проблеме;

повышение квалификации специалистов сотрудничающих организаций;

ознакомление специалистов электроэнергетиков и электротехников стран—членов СЭВ с достигнутым уровнем работ по прикладной сверхпроводимости.

Школа была организована Министерством энергетики НРБ, НИППИЭС «Энергопроект», Болгарской Академией наук (БАН) и Координационным центром по проблеме, в ее работе приняли участие 60 ученых и специалистов НРБ, ПНР, СССР и ЧССР. Работой школы в качестве сопредседателей руководили директор Всесоюзного научно-исследовательского института электромашиностроения академик И. А. Глебов (СССР) и заместитель директора Института физики твердых тел БАН д-р В. Ковачев (НРБ).

Были заслушаны и обсуждены 34 доклада и сообщения по темам: свойства сверхпроводниковых материалов, свойства диэлектрических материалов при криогенных температурах, теплофизические процессы в сверхпроводниковых устройствах, системы криогенного обеспечения, электрические машины со сверхпроводниковыми обмотками, сверхпроводниковые кабели и области их применения, сверхпроводниковые устройства энергетического назначения.

С докладом «Использование явления сверхпроводимости в электротехнических устройствах» выступил академик И. А. Глебов. Он дал анализ современного состояния и развития прикладной сверхпроводимости в мире и отметил возможность получения значительных технико-экономических преимуществ при использовании сверхпроводниковых криоэлектроэнергетических устройств в энергетике. На основе данных по свойствам сверхпроводниковых и диэлектрических материалов и уровня работ по системам криогенного обеспечения в докладе рассмотрены вопросы применения СП магнитных систем в МГД генераторах, установках термоядерного синтеза, транспортных средствах на магнитном подвесе, накопителях электрической энергии и магнитных сепараторах. Рассмотрены также вопросы разработки и создания сверхпроводниковых линий электропередачи, СП преобразователей, выключателей и других криоэлектроэнергетических устройств.

Особое внимание в докладе было уделено одному из наиболее перспективных направлений использования явления сверхпроводимости — электрическим машинам со сверхпроводниковыми обмотками. Была отмечена важность проблемы повышения надежности сверхпроводниковой техники для успешного ее внедрения в энергетике.

Электродинамике сверхпроводников, вопросам стабилизации и исследования их свойств были посвящены доклады и сообщения В. Ковачева, Н. Ловчинова (НРБ), В. А. Альтова, В. В. Сычева, Ш. И. Лутидзе и др. (СССР), И. Гласника (ЧССР).

В докладе В. Ковачева рассмотрены вопросы теории потерь энергии в сверхпроводниках второго рода. Предложена методика расчета потерь в сверхпроводниках со слабым и сильным объемным пинингом при суперпозиции постоянных и переменных магнитных полей. Экспериментальные исследования подтверждают данные, полученные при расчетах по указанной методике. Новые принципиально важные результаты, изложенные в докладе, будут иметь большое значение для развития работ по расчету сверхпроводниковых магнитных систем и устройств.

Результаты исследования свойств нитридов и карбидов переходных металлов, полученных методами низкоэнергетического йонно-стимулированного отложения и магнетронного распыления в аргонной среде, были доложены Н. Ловчиновым. Полученные тонкопленочные нитриды имеют следующие критические температуры: $TiN-T_c=4,2-5,2$ К, $NbN-T_c=9,5-11,2$ К. Магнетронный метод более перспективен для получения нитридов с большим сопротивлением в нормальном состоянии, что важно для создания сверхпроводящих коммутаторов.

В докладе Ш. И. Лутидзе на основе предложенной нелокальной макроскопической теории сверхпроводников были приведены общие уравнения электромагнитного поля, описывающие электродинамику сверхпроводников. Получены общие выражения для определения токов, вихревых и гистерезисных потерь в сверхпроводнике.

Создание сверхпроводниковых устройств, работающих в нестационарных режимах (электроэнергетические устройства переменного тока, магниты для ускорительной техники, накопителя энергии), делает особенно актуальными вопросы тепловой стабилизации комбинированных сверхпроводников. В докладе В. А. Альтова и В. В. Сычева, посвященном этой тематике, проведена оценка влияния электромагнитных и механических потерь, условий охлаждения и других факторов на тепловую стабилизацию комбинированных сверхпроводников при нестационарных режимах работы и сформулированы соответствующие методические рекомендации.

Значительный интерес представил доклад И. Гласника о потерях в многожильных сверхпроводниках, находящихся в пульсирующем или вращающемся магнитном поле. В докладе проанализировано влияние различных факторов на гистерезисные, вихревые и экранирующие потери современных многожильных сверхпроводников с толщиной нити 0,1—0,05 мкм, даны рекомендации по уменьшению потерь.

Вопросы электрической изоляции сверхпроводниковых устройств энергетического назначения и исследование свойств диэлектрических материалов рассмотрены в докладах В. И. Левитова, В. А. Гончарова, В. П. Вдовико и др. (СССР), А. Тымания, Б. Мазурека (ПНР) и Б. Терзийской (НРБ).

В докладе В. И. Левитова и др. обсуждаются принципы конструирования опорных и проходных изоляторов. Предложена методика построения опорного изолятора, обладающего более высокой электрической прочностью по поверхности диэлектрика, чем прочность окружающей среды.

В докладе В. П. Вдовико и др. изложены результаты исследований длительной электрической прочности многослойной пленочной изоляции, пропитанной хладагентами (гелием или азотом). Рассмотрена методика исследований характеристик частичных разрядов при криогенных температурах. На основании анализа полученных экспериментальных данных предложены методы прогнозирования длительной электрической прочности пленочной изоляции.

¹ Статья подготовлена по материалам работы школы ученых и специалистов стран—членов СЭВ.

В докладе **Б. Мазурека** обсуждается физический механизм электрического разряда в вакууме при криогенных температурах. Рассмотрено влияние катодных и анодных явлений на электрическую прочность вакуума. Отмечается роль эффекта Нотингама при пробое вакуумной изоляции.

В докладе **А. Тыmania** приведены результаты исследования возможности использования вакуума в качестве основной изоляционной среды сверхпроводниковых и криорезистивных линий электропередачи. На основании полученных данных сделан вывод о нецелесообразности использования электроизоляционных свойств вакуума в протяженных системах. Отмечается перспективность использования вакуума в проходных изоляторах. Предложена конструкция такого устройства.

Доклад **Б. Терзыйской** посвящен изучению теплофизических характеристик электроизоляционных материалов. Рассмотрены экспериментальные установки и методики измерений теплопроводности и теплоемкости для фторопласта-4. Обсуждается механизм процесса теплопроводности в электроизоляционных материалах при низких температурах.

В докладе **В. А. Гончарова** и др. сформулированы задачи исследования электрической изоляции сверхпроводниковых накопителей электрической энергии и приведены данные импульсной прочности жидкого и газообразного гелия при атмосферном давлении в полях различной конфигурации. Отмечено, что при воздействии достаточно крутых импульсов напряжения отрицательной полярности, возрастание электрической прочности газообразного гелия оказывается существенно выше, чем в жидком гелии.

В докладах и сообщениях **И. Ф. Филиппова**, **В. В. Костюка**, **М. А. Луцета**, **Ю. М. Львовского**, **З. Л. Миропольского** и др. (СССР), а также **Э. Влахова** (НРБ) были рассмотрены теплофизические проблемы создания СП устройств.

В докладе **И. Ф. Филиппова** изложены методические основы расчета теплофизических процессов во вращающемся криостате ротора криотурбогенератора. Приведены результаты экспериментальных исследований на специально оборудованном стенде.

В сообщении **М. А. Луцета** и **Ю. М. Львовского** рассмотрены вопросы учета эффекта, связанного с нестационарностью процесса теплообмена, и на этой основе выполнены расчеты по определению скорости перехода сверхпроводниковых систем в нормальное состояние.

Теплообмен при кипении жидкости в зоне перехода от пузырькового режима к пленочному подробно исследован в докладе **В. В. Костюка** и др. Показано, что на интенсивность теплообмена наиболее сильно влияют теплофизические свойства стенки и недогрев жидкости. При естественной конвекции — ориентация стенки, при вынужденном течении — скорость. Результаты доклада имеют важное значение для расчета процессов теплообмена в сверхпроводниковых системах.

В докладе **З. Л. Миропольского** и др. и в сообщении **Э. Влахова** рассмотрены особенности конвективного теплообмена к среде сверхкритических параметров с учетом изменения свойств среды, термогравитации и воздействия электрических полей. Исследования проведены для случаев движения среды в горизонтальных и вертикальных трубах и змеевиках.

В программе работы школы вопросы создания систем криогенного обеспечения для сверхпроводниковых систем различного назначения были представлены докладами **И. Л. Зотова** (СССР) и **И. Фойтека** (ЧССР). В докладах дан анализ современного состояния работ по системам криообеспечения и сформулированы задачи дальнейших исследований в этой области. Особо отмечена необходимость увеличения надежности и ресурса непрерывной работы систем криообеспечения, а также повышения уровня их автоматизации.

Значительная часть докладов и сообщений была посвящена вопросам исследования и разработки конкретных образцов новой техники, создаваемых на основе использования явления сверхпроводимости.

Задачи развития работ в области криотурбогенераторов были сформулированы в докладе **И. А. Глебова**, **Б. И. Фомина** и **Б. И. Веркина** (СССР). Были рассмотрены результаты исследования механических свойств конструкционных материалов при криогенных температурах и сделан вывод о перспективности использования титановых никелесодержащих сплавов. Отмечена необходимость дальнейшего развития расчетно-теоретических и экспериментальных исследований теплофизических параметров и характеристик криотурбогенераторов с целью оптимизации их конструкции, а также проведения расчетов нормальных и аварийных режимов работы криотурбогенераторов в энергосистеме с целью разработки мероприятий по повышению надежности эксплуатации.

В докладе **А. С. Веселовского** и др. (СССР) рассмотрены вопросы создания криоэлектродвигателей для систем промышленного электропривода. Приведены особенности конструкции и результаты испытаний модели криоэлектродвигателя постоянного тока мощностью 200 кВт. Отмечены преимущества реверсивных двигателей переменного тока со сверхпроводниковой системой возбуждения.

Работам по созданию сверхпроводниковых кабелей и областям их применения были посвящены доклады и сообщения советских и болгарских специалистов.

Сверхпроводниковая кабельная система на основе СП кабеля жесткой конструкции рассмотрена в докладе **Д. Г. Жимерина** и **Е. Л. Блинкова** (СССР). В докладе обсуждаются перспективы создания такой системы, включающей различные варианты концевых устройств, системы регулирования, защиты и жесткий сверхпроводниковый токопровод. Рассматриваются также структурно-технологические вопросы изготовления основных элементов токопровода, проблема ввода и вывода энергии. Анализ построен на основе результатов испытаний лабораторных моделей и 100 метрового участка кабеля, высоковольтных испытаний отдельных элементов и исследований гидродинамики теплообмена в протяженных теплообменно-проточных системах сверхпроводникового кабеля.

В сообщении **Г. Г. Свалова** и др. рассмотрена методика расчета топологии магнитного поля, конструкция и результаты испытаний магнитного поля, конструкция и результаты испытаний опытного участка (50 м) гибкого сверхпроводникового кабеля.

В докладе **Ю. Н. Вершинина**, **В. М. Фиалкова** и др. приведены данные сравнительного анализа пропускной способности кабелей с форсированным охлаждением и сверхпроводниковых кабелей и дана оценка областей применения СП кабелей. Отмечены преимущества использования СП кабелей для включения в энергосистему криотурбогенераторов с «холодным» стартером и трансформаторов со сверхпроводниковыми обмотками.

В докладе **А. Я. Савельева** и др. проведено сравнение технико-экономических показателей сверхпроводниковых кабелей, выполненных на основе станида ниобия (гелиевое криостатирование) и германида ниобия (гелиевое и водородное криостатирование).

Следует отметить, что значительная часть исходной информации по стоимости материалов, потерям, расстояниям между рефрижераторными станциями, трудоемкости изготовления и другим составляющим затрат на сверхпроводниковый кабель в настоящее время имеет значительную степень неопределенности. В связи с этим представляет интерес доклад **М. Каменова** и **Л. Попсадова** (НРБ) об использовании методов теории вероятности для проведения оценочных технико-экономических расчетов. Предложенная в докладе вероятностная модель сверхпроводникового кабеля позволяет определить влияние изменения различных элементов затрат на конечный результат расчета.

Одна из первых попыток оценить влияние сверхпроводниковых линий электропередачи на режимы работы энергосистемы была сделана в докладе **М. Каменова** и др. (НРБ). В докладе проанализированы установившийся режим, статическая устойчивость и значения токов короткого замыкания в сети 400 кВ, содержащей 60 узлов и 110 ветвей. Два участка линий протяженностью 60 и 140 км заменены СП кабелями. При этом для обеспечения заданного потокораспределения в ветви со СП кабелями оказывается необходимым включать 30 %-ную продольную емкость компенсации. Однако общее увеличение токов к. з. в варианте с использованием сверхпроводникового кабеля не превышает 10 %. Отмечено, что дальнейшие расчеты должны проводиться на базе инженерной методики совместно с проектными организациями при перспективном планировании развития энергосистем.

Ряд докладов был посвящен сверхпроводниковым устройствам энергетического назначения и СП магнитным системам.

В докладе **Ю. Н. Вершинина** и **Ш. И. Лутидзе** (СССР) рассмотрены сверхпроводниковые устройства, предназначенные для работы в переменных магнитных полях. Сформулированы основные принципы создания сверхпроводникового трансформатора, даны расчетные соотношения и схемы замещения. Приведены требования к криотронам и криотронным преобразователям. Обсуждаются возможные схемные решения и варианты конструкции сверхпроводникового токоограничителя.

В докладе **Ю. А. Башкирова** и **В. В. Андрианова** (СССР) рассмотрены вопросы, связанные с применением сверхпроводниковых накопителей электрической энергии, выбором их конструкции и схем криостатирования. Отмечена необходимость проектирования и разработки опытно-промышленного образца накопителя. Обсуждаются методы защиты обмоток импульсного

накопителя от перехода в нормальное состояние путем секционирования обмоток. Показаны преимущества этого метода и рациональные схемы построения секционированных обмоток.

Одной из наиболее серьезных проблем при создании сверхпроводниковых магнитных систем является деградация тока в СП обмотках. В докладе И. Л. Зотова (СССР) рассмотрены способы устранения деградации и зависимость деградации от условий охлаждения.

Возможность использования сверхпроводниковых магнитных систем для создания магнитных сепараторов обсуждалась в докладе И. Фойтека (ЧССР). Им рассмотрены общие принципы создания высокоградиентных магнитных сепараторов и особенности конструкции сепараторов со СП магнитной системой для сепарации коалина, а также приведены технико-экономические оценки сепараторов с обычной и сверхпроводниковой магнитной системой. Отмечена целесообразность использования сверхпроводящих обмоток.

Анализ содержания докладов и сообщений, сделанный в ходе работы школы, позволяет заключить, что представленные материалы охватывают основные и наиболее актуальные направления теоретических, экспериментальных и опытно-конструкторских работ по применению сверхпроводимости в электроэнергетике и электротехнике. В них дан обзор состояния исследований, приведены результаты испытаний конкретных образцов новой техники и сформулированы задачи дальнейших разработок по отдельным темам и заданиям всей программы работ.

На основании доложенных материалов участниками школы было отмечено, что в сотрудничающих организациях стран-членов СЭВ выполнен большой объем исследований и испытаний опытных и макетных образцов сверхпроводникового электроэнергетического оборудования и опытных участков криогенных линий электропередачи. В частности, изготовлен и успешно испытан генератор со сверхпроводниковой обмоткой возбуждения мощностью 20 МВ·А, проведены испытания криостатирующей системы модели криоэлектродвигателя мощностью 200 кВт, созданы и прошли предварительные испытания опытные участки криогенных линий электропередачи длиной 50 м (гибкое исполнение) и 100 м (жесткое исполнение), разработаны и испытаны макетные образцы сверхпроводниковых накопителей.

С целью концентрации усилий на наиболее актуальных вопросах и повышения эффективности научно-технического сотрудничества по проблеме в ходе работы школы был разработан и принят ряд рекомендаций. Из их числа следует отметить следующие:

продолжить исследования свойств сверхпроводников и технических сверхпроводниковых материалов. Обратить особое внимание на изучение их свойств в переменных электромагнитных полях. Продолжить работы по совершенствованию технологии изготовления традиционных СП материалов на основе твердых растворов и интерметаллических соединений с целью повышения критических параметров, стабилизации, снижения уровня потерь энергии, а также улучшения технологичности и уменьшения их стоимости. Расширить исследования новых, перспективных сверхпроводниковых материалов с более высокими критическими параметрами, большим сопротивлением в нормальном состоянии, радиационной устойчивостью и т. д.;

продолжить работы по исследованию электрофизических, теплофизических и механических свойств изоляционных и диэлектрических, а также конструкционных материалов, используемых в СП электроэнергетических устройств;

учитывая большую роль процессов тепло- и массообмена для обеспечения криостатирования, стабилизации и надежности сверхпроводниковых электроэнергетических устройств, целесообразно продолжить работы по исследованию теплофизических процессов в СП устройствах, обратив особое внимание на исследование механизма теплообмена при вынужденном течении в каналах двухфазного и сверхкритического гелия I и сверхтекучего гелия II, а также теплообмена в нестационарных условиях;

отмечая большие успехи, достигнутые в области создания модельных криотурбогенераторов и криоэлектродвигателей и перспективы их использования, считать указанные работы одним из важнейших направлений сотрудничества по проблеме и обратить особое внимание на решение следующих задач:

а) расчетно-теоретические и экспериментальные исследования конструкционных материалов криостата ротора. в первую очередь, титановых, никелесодержащих сплавов и аустенитных сталей с целью оптимизации конструкции по критериям надежности и эффективности;

б) расчетно-теоретические и экспериментальные исследования электромагнитных параметров криотурбогенератора и характеристик работы в энергосистеме в нормальных и аномальных режимах с целью разработки практических методов повышения надежности эксплуатации;

в) расчетно-теоретические и экспериментальные исследования теплофизических параметров и характеристик турбогенераторов с целью оптимизации конструкции по критериям надежности и эффективности систем охлаждения и криостатирования;

г) исследования теплофизических процессов во вращающихся криостатах применительно к роторам турбогенераторов;

учитывая достигнутый в настоящее время прогресс в области создания многожильных СП проводов с малыми потерями в изменяющихся магнитных полях, провести комплекс научных, технико-экономических исследований и опытно-конструкторских работ по созданию криотурбогенераторов со сверхпроводниковой статорной обмоткой, СП трансформаторов и других криоэлектроэнергетических устройств переменного тока;

рекомендовать продолжить научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по созданию и испытаниям опытных участков СП кабелей как гибкого, так и жесткого исполнения, обратив особое внимание на определение конкретных областей их применения с учетом их совместной работы с криотурбогенераторами, СП трансформаторами и другим электроэнергетическим оборудованием;

расширить исследования по разработке и созданию сверхпроводниковых накопителей энергии, определению конкретных областей их применения;

продолжить работы, направленные на создание эффективных топологических генераторов, трансформаторов, токоограничителей, выключателей, энергетических преобразователей и других СП электроэнергетических устройств;

отмечая, что в настоящее время значительная часть исходной информации для технико-экономических оценок имеет недостаточную степень определенности, считать целесообразным разработать соответствующие методы для расчета и оптимизации СП электроэнергетических устройств и линий электропередачи;

объединить усилия научных и проектных организаций в разработке перспективных схем развития и режимов работы электроэнергетических систем, содержащих криотурбогенераторы, СП трансформаторы, СП линии электропередачи и другое СП оборудование. Разработать инженерные методы расчета СП оборудования и линий при выполнении указанных работ;

целесообразно интенсифицировать работы по созданию датчиков, преобразователей, контрольно-измерительной и управляющей аппаратуры, предназначенной для использования в области криогенной электротехники и электроэнергетики, а также по метрологическому обеспечению единства измерений параметров сверхпроводников;

учитывая определяющую роль систем криогенного обеспечения при разработке, создании и внедрении сверхпроводникового электротехнического и электроэнергетического оборудования, обратить особое внимание соответствующих ведомств и организаций на разработку, надежных, экономичных и автоматизированных систем криогенного обеспечения с длительным ресурсом работы.

Участники отметили высокий научный уровень работы школы, что будет иметь большое значение для повышения эффективности, развития и углубления научно-технического сотрудничества стран-членов СЭВ в области технической сверхпроводимости.

ГЛЕБОВ И. А., акад., ВЕРШИННИН Ю. Н., доктор
техн. наук, ФИАЛКОВ В. М., канд. техн. наук

Всесоюзное научно-техническое совещание

«Исследование длительных переходных процессов энергосистем»

(26—29 октября 1982 г., Новосибирск)

Создание ЭЭС СССР, усложнение структуры энергосистем и систем управления, рост напряженности режимов, утяжеление последствий общесистемных аварий, которые имели место в последнее время, трудности выбора многоцелевой противоаварийной автоматики потребовали проведения большой работы по исследованию длительных переходных процессов электроэнергетических систем (ЭЭС).

Всесоюзное научно-техническое совещание по исследованию длительных переходных процессов в энергосистемах подготовлено Сибирским научно-исследовательским институтом энергетики и Информэнерго. В нем приняли участие представители 29 организаций.

На совещании рассматривались методологические основные проблемы анализа длительных переходных процессов, ее связь с проблемой повышения надежности и живучести энергетических систем, вопросы математического моделирования и специфические задачи по разработке соответствующих алгоритмов и программ для цифровых вычислительных машин. В связи с постановочным характером совещания секционной работы организовано не было, все представленные материалы были объединены в 34 обобщающих доклада, заслушанных и обсужденных всеми участниками совещания.

Э. С. Лукашов (СибНИИЭ) рассмотрел предпосылки, способствовавшие возникновению проблемы анализа длительных переходных процессов в энергосистемах, заключающиеся в развитии теории электрических систем и требований практики эксплуатации современных сложных энергообъединений. Отмечено, что проблема анализа длительных переходных процессов требует не только разработки новых математических моделей для элементов системы, но и разбиения всего интервала расчета на несколько этапов с изменением модели на каждом этапе (эволюция модели) и адаптации методов вычислений к качественным характеристикам переходного процесса. Показано, что практическое использование методов имитационного моделирования для анализа каскадных аварий, наиболее важной составной частью которых является методология исследования длительных переходных процессов, потребует решения целого ряда сложных задач, в том числе задачи получения достаточно надежных и достоверных исходных данных, задачи учета противоаварийной автоматики в условиях ее массового действия и пр.

Н. И. Воронин (СЭИ СО АН СССР) на основании анализа опубликованных работ по вопросам моделирования длительных переходных процессов в ЭЭС показал достижения в этой области и имеющиеся проблемы. Отмечено, что основные задачи исследований состоят в уточнении структуры моделей элементов на различных стадиях процесса, разработке критериев выбора рациональных моделей ЭЭС, в том числе их упрощения, выбора рациональных способов реализации моделей на ЭВМ, включая эффективные методы решения уравнений. Задачу оценки общих свойств системы при исследовании живучести предложено рассматривать с позиций имитационного подхода при случайном варьировании рядом факторов, при этом математическая модель ЭЭС уточняется в процессе имитационных экспериментов.

А. Д. Гайснер, Р. С. Рабинович, Ю. А. Тихонов (ВНИИЭ) представили некоторые характеристики аварийных нарушений работы объединенных энергосистем, относящиеся по существующей классификации к системным, без учета нарушений, вызванных стихийными явлениями, и составляющие около 8 % общего числа таких нарушений, и дали анализ причин, их вызывающих. Показано, что для радикального снижения числа системных нарушений необходимо осуществление комплекса долговременных мероприятий. Наиболее эффективными из первоочередных являются мероприятия по ликвидации узких мест в сети, доведению до требуемого объема нагрузки, подключенной к устройствам САОН и АЧР, обеспечению надежного питания собственных нужд электростанций при любых нарушениях.

Особенности задачи расчета длительных переходных процессов, определяемые физическими свойствами исследуемого объекта и целями исследований, и принципы построения цифровой имитационной модели длительных переходных процессов рассмотрены в докладе Э. С. Лукашова, Н. Н. Лизалека и Ю. А. Колотилова (СибНИИЭ). Дано определение цифровой имитацион-

ной модели как совокупности математической модели объекта и алгоритмических приемов ее реализации на цифровой вычислительной технике, которая обеспечивает полную имитацию всех исследуемых функций объекта с заданной погрешностью в специальном образом спланированном вычислительном эксперименте при минимальном и технически осуществимом расходе ресурсов.

М. Н. Гервиц, И. А. Кричкова, М. П. Рудницкий (УПИ) на основе данных натурных испытаний показали, что при внезапном небалансе мощности возникает длительный переходный процесс изменения частоты и перетоков мощности, в котором можно выделить две стадии, характеризующиеся различными коэффициентами крутизны статических частотных характеристик. Рекомендовано уточнить модели системы для анализа статической устойчивости квазиустановившихся режимов.

А. Х. Калужный (СибНИИЭ) обосновал возможность использования упрощенного моделирования длительных переходных процессов для выбора управляющих воздействий, которые позволяют не только предотвратить недопустимые отклонения режимных параметров, но и обеспечить устойчивость энергосистемы или ее частей. Предложена методика, в рамках которой на основе энергетических соотношений упрощенно оценивается динамическая устойчивость, обусловленная первоначальными набросами мощности, а затем исследуются динамика изменения квазиустановившихся режимов и послеаварийные установившиеся режимы.

В. Н. Авраменко (ИЭД АН УССР) сформулировал посылки для создания методики оценки и анализа живучести ЭЭС. Основываясь на понимании живучести как способности системы противостоять развитию первоначально возникающей аварийной ситуации, предложено характеризовать живучесть ЭЭС максимально возможным развитием последствий первичных отказов и внешних воздействий, не зависящих от протекания аварий. В основу количественного критерия оценки живучести ЭЭС положена величина нагрузки, отключенной в процессе аварии.

В докладе И. В. Литкенс, В. И. Пуго, Е. В. Путятин и А. К. Расстригина (МЭИ) предложена методика, основанная на методах гармонического баланса, позволяющая определять потоки мощности, уровни напряжений и «области допустимых снижений напряжений» по межсистемной связи и перемещения последней с помощью управления возбуждением генераторов и изменения конфигурации сети системы. Показано, что эта область зависит от ряда факторов и в значительной мере определяет стратегию выбора действия противоаварийной автоматики, смещающей область относительно крупных ответственных узлов нагрузки.

Особенности математических моделей элементов энергосистем и электрической сети на разных этапах развития длительных переходных процессов, предпосылки построения эволюционных моделей отдельных элементов при их внутриэтапной эволюции, алгоритмические приемы программного комплекса Радар, обеспечивающие достижение эффекта алгоритмического эквивалентирования вычислительного процесса, рассмотрены в ряде докладов Н. Н. Лизалека, Ю. А. Колотилова, Л. В. Кречмера и др. (СибНИИЭ).

Б. З. Гамм, А. К. Самарцев (СибНИИЭ) обосновали необходимость учета переходных процессов в нагрузке при анализе энергосистем, содержащих технологически связанные между собой узлы нагрузки, насосные перекачивающие станции, содержащие мощные синхронные двигатели.

В. Н. Авраменко, В. А. Олянишин представили разработанную в ИЭД АН УССР программу ЧАСТОТА-2 для ЭВМ 3-го поколения. Задача расчета процесса изменения частоты выполняется с учетом электрического режима системы и конкретного характера приложенного возмущения и действий противоаварийной автоматики, но без учета взаимных колебаний углов роторов синхронных машин с определением средневзвешенной частоты, характеризующей движение системы как целого.

А. А. Греб, А. Х. Калужный и Ю. В. Соколов рассказали о результатах экспериментального исследования длительных переходных процессов в ОЭС Востока, дали характеристику промышленной программе ПАРУС, разработанной в СибНИИЭ, и на основании сопоставления с экспериментами показали воз-

возможность применения этой программы для анализа длительных переходных процессов.

В. П. Мельник, Ю. Е. Лосицкий (КПИ), И. Г. Ройтельман (Киевский ОКП ВГПИ и НИИ «Энергосетьпроект» представили комплекс программ, включающий анализ электромеханических процессов средней длительности и длительных переходных процессов, и выводы результатов.

Структурный принцип формирования системы дифференциальных уравнений электромагнитного состояния, положенный в основу программы цифрового моделирования электромагнитных

переходных процессов ЭЭС электроэнергетической системы, рассмотрел в своем докладе **М. Ф. Держко** (Львовский политехнический институт).

На пленарном заседании совещания было принято решение, отмечающее актуальность и практическую направленность методических и программных разработок по анализу длительных переходных процессов и каскадных аварий, намечены дальнейшие пути их совершенствования.

ЛУКАШОВ Э. С., КНЯЗЕВА О. А.



УДК 621.372.001.24.061.3

VI Всесоюзная межвузовская конференция по теории и методам расчета нелинейных цепей и систем

(19—21 октября 1982 г., Ташкент)

На конференции прослушано и обсуждено более 250 докладов и сообщений, посвященных исследованиям установившихся режимов, переходных процессов в нелинейных энергетических и информационных цепях и системах, их устойчивости, при этом большое внимание уделялось вопросам использования ЭВМ для решения этих задач.

На пленарных заседаниях с большим вниманием прослушаны доклады акад. АН УзССР **Х. Ф. Фазылова**, акад. АН УССР **Г. Е. Пухова**, профессоров **Л. В. Данилова**, **А. В. Нетушила**, **С. В. Страхова**.

Некоторым вопросам теории однофазных эквивалентов трехфазных цепей был посвящен доклад **Х. Ф. Фазылова**.

В докладе **Г. Е. Пухова** предложены методы расчета сложных цепей, основанные на подразделении исходной цепи на отдельные части путем включения в нее дополнительных идеальных источников напряжения и тока. Полученный таким образом квазианалог цепи уравнивается, т. е. рассматриваются процедуры, позволяющие подобрать напряжения и токи дополнительных источников такими, чтобы квазианалог и исходная цепь были эквивалентны в отношении рассматриваемых параметров. Методы уравнивания являются общими как для линейных, так и нелинейных цепей при расчете стационарных и переходных процессов.

Основной тезис доклада **Л. В. Данилова** заключается в том, что на основе установленной связи между рядами Вольтерра и итерациями Пикара для нелинейных цепей общего вида можно дать простое и естественное решение всех тех задач, которые следуются с помощью рядов Вольтерра, не вычисляя их ядер. Кроме того, появляется возможность решить и такие задачи, которые на основе обычного представления рядов Вольтерра через ядра либо не решаются вообще, либо встречаются значительные трудности.

Всякое теоретическое исследование нелинейной системы требует задания ее математической модели, которая состоит из априорно заданной системы уравнений, содержащих n параметров. Определение значений этих параметров по экспериментальным данным представляет собой задачу идентификации. В докладе **А. В. Нетушила** и **П. В. Ермуратского** предложены алгоритмы поэтапного снижения числа идентифицируемых параметров путем выявления вспомогательных нелинейных характеристик, определяемых по экспериментальным данным. Особое значение имеет оценка чувствительности результатов идентификации к погрешностям эксперимента и адекватности модели и объекта. Методы существенно изменяются при переходе от условно нелинейных моделей к безусловно нелинейным.

В докладе **С. В. Страхова** дан анализ современного состояния реализуемых на основе математического моделирования методов расчета переходных электромагнитных процессов в нелинейных электроэнергетических системах. Обсуждаются и сопоставляются три основных метода: метод действующих и средних значений, метод мгновенных значений и комбинированный метод.

Работали четыре секции.

Секция «Общие вопросы теории и методы расчета нелинейных цепей и систем». В докладе **В. Г. Миронова** предлагаются алгоритмы анализа резистивных цепей, содержащих нелинейные двухполюсники с произвольными кусочно-линейными характеристиками (управля-

емыми напряжением или током; взаимно однозначными и неоднозначными). В отличие от известных алгоритмов при расчете зависимостей «выход — вход» анализируются только рабочие комбинации отрезков нелинейных характеристик.

Э. А. Толкачев и **М. Ф. Романов** предложили в своем докладе для анализа динамических режимов электромагнитных систем использовать новые эффективные методы численного интегрирования, получившие название системных методов.

Применение операторного метода дифференциальных преобразований **Пухова Г. Е.** для численного решения нелинейных систем интегро-дифференциальных и алгебраических уравнений показано в докладе **Э. П. Семагиной**.

В докладе **В. М. Бондаренко** и др. рассмотрена система КомПАС-ЕС, включающая программу функционально-логического, схемотехнического и смешанного уравнений моделирования. Основу алгоритмов этих программ составляет расширенный метод суммирования конечных приращений, позволивший реализовать общую методику электрического, логико-электрического и логического анализов электронных схем и разработать программу, совмещающую все эти виды анализа при моделировании гибридных схем.

Для исследования глобальной структуры пространства состояний дискретных динамических систем **Б. М. Шамриковым** предложена новая модификация метода точечных отображений — метод секущей области. Области определения и значений точечного отображения в данном методе является не все пространство, а его некоторая специальным образом выбираемая область.

Доклад **А. А. Кадырова** посвящен изложению результатов исследований топологических методов определения устойчивости, управляемости и наблюдаемости дискретных систем автоматического управления на базе использования динамических графовых моделей.

Рассмотрению процедуры синтеза нелинейных электрических цепей по методу Чау посвящен доклад **Л. А. Синицкого**, **Е. Д. Васильева**, **Т. В. Ткачика**.

Секция «Нелинейные цепи и системы с ферромагнитными параметрами». Доклады и сообщения данной секции относились к вопросам изучения полей магнитопроводов, режима их перемагничивания, влияния экранов, разработки параметрических устройств автоматики и устройств информационно-измерительной техники.

С докладами по темам этой секции выступили: **И. В. Желенко** и **Н. В. Савина**; **Е. А. Карпов** и др.; **Р. Х. Бальян**, **В. П. Обрусник** и **Х. З. Вахитова**.

Преимущества электромагнитных подвесов обусловили их широкое применение в технике. Одновременно введение их в конструкции различных приборов привело к мысли использовать собственно подвес в качестве датчика линейных или угловых перемещений центрируемого тела или измерителя действующих на него сил и моментов. Наиболее существенными факторами, ограничивающими точность электромагнитных подвесов как датчиков и измерителей, являются нелинейные эффекты. В докладе **Ю. А. Осокина** и **А. Н. Сорокина** анализируются причины возникновения составляющих погрешностей измерения, обусловленных этими факторами, и на основании теоретических и экспериментальных исследований оценивается их вес, даются рекомендации по выбору структуры схемы. В сообщении **С. Б. Бе-**

нилова рассматриваются магнитоупругие волны и проблема передачи информации по рельсу.

В секции «Нелинейные цепи и системы с полупроводниковыми приборами» работали две подсекции. Основная группа докладов первой подсекции «Радиотехнические цепи и системы» посвящена изучению процессов в автоколебательных системах в различных режимах и вопросу их синхронизации.

В докладах И. И. Минаковой, В. И. Панова и др. показано, что исследование стационарных процессов в двух- и трехконтурных автоколебательных системах с различными типами связей позволяет выявить оптимальные по стабильности частоты режимы при использовании высокочастотных стабильных резонансных элементов. Подробно исследовано частотное уравнение трехконтурной автоколебательной системы с реактивными связями между контурами. Показаны особенности частотной кривой.

Исследованию нелинейных явлений в микрополосковых транзисторных СВЧ автогенераторах посвящен доклад В. Д. Голинковского, И. Н. Пруднуса и М. Д. Киселичника.

Использование генераторов на лавинно-пролетных диодах и генераторов на диодах Ганна, работающих в режиме взаимной синхронизации, весьма перспективно в устройствах СВЧ диапазона волн с большим числом активных элементов (фазированные антенные решетки, сумматоры мощности и т. д.). В сообщении Е. М. Гершензона и др. приведены результаты исследований взаимно-синхронизированных генераторов и выявлены их особенности.

В докладе В. А. Солнцева, Т. М. Андреевской и А. В. Кузьмичева приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования амплитудной автомодуляции в классическом автогенераторе с линией задержки в цепи обратной связи, вызванной автомодуляционной неустойчивостью амплитуды.

В докладах подсекции «Преобразовательная техника» освещались вопросы исследования различных режимов работы силовых преобразователей, их оптимизации и диагностики. И. М. Чиженко и В. Н. Голубцов рассмотрели автономные источники постоянного напряжения на основе асинхронного генератора, работающего совместно с компенсационным выпрямителем, который не только обеспечивает выпрямление переменного напряжения АГ, но и генерирует дополнительную реактивную мощность, необходимую генератору для его устойчивой работы.

В докладе Б. М. Антонова, В. А. Лабунцова и Е. И. Случанко исследуются переходные процессы в системе, состоящей из ряда продольно компенсированных сетевых инверторов, взаимосвязанных по цепи переменного тока и питаемых от источников постоянного тока с повышенным внутренним сопротивлением. Б. У. Умаров и др. показали особенности математического моделирования электромагнитных процессов сложного транзисторного преобразователя.

В докладе В. Е. Тонкаля, А. В. Новосельцева и М. Т. Стрелкова основное внимание уделено преобразователям, реализующим дискретные методы формирования переменного напряжения, эквивалентного синусоидальному по основным результатам воздействия на нагрузку, поскольку такие преобразователи обладают высокими энергетическими показателями.

Оптимальный вариант выбора параметров схемы инвертора должен основываться на сопоставлении и увязке различных по

характеру технико-экономических параметров. Поэтому в докладе С. В. Шапиро, Г. И. Сабанеевой и Л. П. Костюковой в качестве критерия оптимизации приняты приведенные годовые затраты, отнесенные к величине выходной мощности, которые наиболее полно учитывают различные технико-экономические показатели схемы инвертора.

Доклад С. Г. Обухова и др. посвящен вопросу диагностирования вентильных цепей.

Секция «Нелинейные электромеханические устройства и системы». Закономерное усложнение современных математических моделей электрических машин, связанное с повышением требований к учету основных физических явлений, сопутствующих электромеханическому преобразованию энергии, вызывает необходимость создания адекватных расчетных методов. При этом на первый план выдвигаются два принципиальных фактора, затрудняющие расчет переходных процессов: усложняются преобразования исходных моделей к моделям в нормальной форме Коши; усиливаются так называемые свойства жесткости и жесткой колебательности. Предлагаемые в докладе Ю. З. Ковалева и В. А. Ощепкова численные методы применимы к исходным моделям машин. Эти методы при определенном выборе параметров могут обладать повышенными свойствами устойчивости, что необходимо для компенсации жесткости.

В докладе А. А. Алексеева, Д. А. Арзамасцева и М. П. Рудницкого приводятся результаты работы по определению обобщенной нелинейной математической модели крупных турбогенераторов на основе экспериментальных амплитудно-фазовых частотных характеристик, результатов опытов. Показано, что зависимости параметров эквивалентных демпферных контуров от частоты и амплитуды протекающих токов качественно соответствуют теории поверхностного эффекта в ферромагнитных телах.

В докладе А. А. Янко-Триницкого и др. предложены и исследованы целесообразные режимы частотно-управляемых синхронных двигателей при двухфазном регулировании. Анализ проведен для двигателей с электромагнитным и комбинированным возбуждением.

Доклад А. В. Иванова-Смоленского и В. А. Кузнецова посвящен разработке математической модели электрической машины на основе метода проводимостей зубцовых контуров. Основой метода является возможность представления результирующего поля электрической машины в виде совокупности полей отдельных контуров, образованных реальными проводниками обмоток сердечников.

В решении конференции отмечены основные проблемы в развитии теории нелинейных цепей и систем, вытекающие из основных направлений экономического и социального развития нашей страны в текущей пятилетке. Вынесены конкретные рекомендации по внедрению отдельных работ. Особое внимание обращено на необходимость пересмотра некоторых установившихся взглядов на вопросы теории нелинейных цепей и систем в связи с развитием вычислительной техники, использованием микропроцессов и микроЭВМ. Рекомендовано провести УП конференцию не позже чем через 4 года в Ташкенте и при ее организации создать секцию высшего образования.

ИСМАИЛОВ З. И.



Игорь Мойсеевич Сирота

(К 75-летию со дня рождения)

10 сентября с. г. исполнилось 75 лет со дня рождения Игоря Мойсеевича Сироты — доктора технических наук, профессора, известного специалиста в области релейной защиты и автоматики энергосистем.

После окончания Киевского электротехнического института в 1930 г. И. М. Сирота работал в проектных организациях, конструкторском бюро рестроения при ХЭМЗе. В предвоенные годы он трудился в Киевэнерго, где был руководителем группы электрических сетей, начальником проектного отдела и старшим инженером ЦСРЗ. С самого начала трудовой деятельности инженерная мысль И. М. Сироты направлена на совершенствование и повышение эффективности работы электрооборудования. Им было разработано несколько оригинальных конструкций реле, сетевых распредустройств, грузового привода масляных выключателей, создана методика расчета городских электрических сетей, нашедшая применение в проектных организациях.

Во время войны И. М. Сирота служил в войсках связи действующей армии, награжден орденами и медалями. В 1943 г. он стал членом КПСС.

С 1946 г. и до настоящего времени И. М. Сирота работает в Институте электродинамики АН УССР. В 1948 г. он успешно защитил кандидатскую диссертацию, а в 1963 г. — докторскую.

И. М. Сирота провел в институте ряд важных исследований в области



процессов при замыканиях на землю в генераторах и электрических сетях с малыми токами замыкания на землю. Разработанные им трансформаторы тока нулевой последовательности с подмагничиванием для защиты генераторов, синхронных компенсаторов и электрических сетей внедрены в энергосистемах Советского Союза и ряда зарубежных стран.

Под его руководством и при непо-

средственном участии в институте проводились исследования и разработка новых методов выполнения дифференциальных защит генераторов, дистанционного измерения токов без трансформаторов тока, систем телеуправления по проводам распределительных сетей на четных гармониках. Им предложен ряд чувствительных защит от замыканий на землю основного электрооборудования энергосистем, проведены исследования переходных режимов работы трансформаторов тока и обоснованы методы их конструктивного выполнения.

Широкое распространение получила разработанная под руководством И. М. Сироты защита от замыканий на землю электрических сетей с изолированной нейтралью, защита мощных генераторов, работающих в блоке с трансформатором.

Научная деятельность И. М. Сироты отражена в 180 опубликованных работах. Им издано четыре монографии, написан ряд статей для Украинской советской энциклопедии. Подготовлено 17 кандидатов технических наук.

В настоящее время Игорь Мойсеевич, как и прежде, принимает активное участие в научных исследованиях и общественно-политической жизни Института электродинамики АН УССР.

Пожелаем ему доброго здоровья и творческих успехов.

Группа товарищей

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор О. Д. Кузнецова

Сдано в набор 13.07.83
Печать высокая

Подписано в печать 13.09.83
Усл. печ. л. 10,0

Т-17696
Уч.-изд. л. 13,24

Тираж 5715 экз.

Формат 60×90/16
Заказ 1945

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10,
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром»
Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли, г. Чехов Московской области

Колонский Т. В. — Повышение адаптации противонаварийного управления в энергосистемах	1
Смирнов К. А. — О статической устойчивости энергосистем, содержащих нагрузочные узлы	5
Фокин Ю. А., Пономаренко И. С., Павликов В. С. Экспериментальное исследование вероятностно-статистических характеристик нагрузок в электроснабжающей системе	9
Резников С. Б. — Автономные системы электроснабжения с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты	15
Овсянников Б. Д. — Метод контроля изоляции в сериях электролизеров	20
Гольмаков Ю. И., Новиков Н. Н., Шутько В. Ф. — Энергетический критерий синхронизации синхронного двигателя при асинхронном пуске	24
Бут Д. А., Куликов Н. И. — Электродвигатели с упругим креплением ротора	29
Панасюк В. И. — Оптимальное управление электроприводом при одновременном воздействии на ток и поток двигателя	35

СООБЩЕНИЯ

Беляков Ю. С., Москалева Р. П. — Взаимоиндукции линии при расчете токов в электрических сетях	39
---	----

Константинеску И. Н. — Применение теории распределений к анализу электрических цепей	41
Глузман П. Л., Дворсон А. И. — Комплексные коэффициенты передачи управляемой магнитной цепи	44
Иоссель Ю. Я., Кленов Г. Э. — Расчет стационарного электрического поля точечных источников тока с плоскими экранами	47
Резниченко В. Ю., Курилин С. П. — Особенности дифференциальных уравнений несимметричных электрических машин переменного тока	50
Новиков В. Н. — Решение задач электростатики численными методами	52
Туркия Н. Г., Готуа Т. К. — Методика расчета матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей электрических цепей	54
Лебедев Ю. В. — Уточнение расчета устойчивости дискретных автоматических систем регулирования	57

ДИСКУССИИ	60
---------------------	----

БИБЛИОГРАФИЯ	71
------------------------	----

ХРОНИКА	72
-------------------	----

CONTENTS

Improved Adaptation of Emergency Control in Power Systems — T. V. Kolonski	1
On the Steady State Stability of Power Systems Having Load Centers — K. A. Smirnov	5
An Experimental Study of Statistical Stochastic Characteristics of Loads in a Power Supply System — U. A. Fokin, I. S. Ponomarenko, V. S. Pavlikov	9
Self-Contained Power Supply Systems With Single-Conductor Distribution of Stable Frequency Alternating Current — S. B. Reznikov	15
A Method for Monitoring the Insulation in Series of Electrolyzers — B. D. Ovsyannikov	20
An Energy Criterion for Synchronizing an Asynchronously Started Synchronous Motor — U. I. Golmakov, N. N. Novikov, V. F. Shutko	24
Electric Motors With Elastically Mounted Rotors — D. A. But, N. I. Kulikov	29
Optimum Control of an Electric Drive for Simultaneous Action on the Current and Flux of Its Motor — V. I. Panasiuk	35
REPORTS	

Mutual Inductances Between Lines in Network Current

Calculations — U. S. Belyakov, R. P. Moskaleva	39
Application of Distribution Theory in Electric Circuit Analysis — I. N. Constantinescu	41
Complex gain factors for a controlled magnetic circuit — P. L. Gluzman, A. I. Dvorson	44
Computation of a Stationary Electric Field Created by Point Current Sources With Flat Screens — U. J. Yossel, G. E. Klenov	47
Features of differential equalizations for unsymmetrical a. c. machines — V. Y. Reznitchenko, S. P. Kurilin	50
Solving Problems in Electrostatics by Numerical Methods — V. N. Novikov	52
A Technique for Computing the Self and Mutual Branch Admittance Matrix for Electric Circuits — N. G. Turkiya, T. K. Gotua	54
A Refined Calculation of the Stability of Discrete Automatic Control Systems — U. V. Lebedev	57
DISCUSSION	60
BIBLIOGRAPHY	71
CHRONICLE	72

УДК 621.311—52.001.24

Повышение адаптации противоаварийного управления в энергосистемах. Колонский Т. В. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассмотрен вопрос о необходимости повышения адаптирующей способности управляющей ЭВМ в энергосистемах сложной структуры для сохранения устойчивости при наиболее распространенных аварийных возмущениях на линиях межсистемной слабой связи. Библ. 12.

УДК 621.311.016.351.001.24

О статической устойчивости энергосистем, содержащих нагрузочные узлы. Смирнов К. А. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассматривается статическая устойчивость системы, имеющей стационарные и нагрузочные узлы с мощностями, изменяющимися по статическим характеристикам. Показано, что в такой системе при утяжелении режима нарушение аperiodической статической устойчивости может произойти значительно раньше, чем свободный член характеристического уравнения, равный якобиану уравнений установившегося режима этой системы, достигнет нуля. Библ. 3.

УДК 621.311.153.012.001.57

Экспериментальное исследование вероятностно-статистических характеристик нагрузок в электроснабжающей системе. Фокин Ю. А., Пономаренко И. С., Павликов В. С. — «Электричество», 1983, № 9.
На основе экспериментального исследования нагрузок элементов сложной электроснабжающей системы получены соотношения параметров математической модели электрической нагрузки на различных интервалах времени и даны рекомендации по их определению. Библ. 5.

УДК 621.311.68.001.2

Автономные системы электроснабжения с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты. Резников С. Б. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассматриваются две нетрадиционные автономные системы электроснабжения с однопроводным распределением переменного тока стабильной частоты с непосредственными преобразователями частоты, имеющими прямоугольную форму выходного однофазного напряжения: а) с централизованным вторичным источником питания асинхронных двигателей и б) с бесщеточными двигателями постоянного тока. Показано, что эти системы имеют значительные преимущества перед традиционными системами по массоэнергетическим, надежным, экономическим параметрам и качеству электроэнергии применительно к крупным транспортным средствам. Библ. 5.

УДК 621.317.33

Метод контроля изоляции в серии электролизеров. Овсянников Б. Д. — «Электричество», 1983, № 9.
На основании представления электролизной серии упорядоченным множеством объектов, которому соответствует случайная последовательность падений напряжений на электролизерах, разработан метод обнаружения мест ухудшения изоляции. Метод основан на принципах статистической теории обнаружения. Библ. 4.

УДК 621.313.323:621.316.729.001.24

Энергетический критерий синхронизации синхронного двигателя при асинхронном пуске. Гольмаков Ю. И., Новиков Н. Н., Шутько В. Ф. — «Электричество», 1983, № 9.
Изложен метод оценки синхронизирующей способности синхронного двигателя на основе энергетического критерия, учитывающего в отличие от известных критериев электромагнитные процессы, протекающие в обмотке возбуждения при синхронизации. Метод позволяет оценить влияние на синхронизирующую способность двигателя момента включения возбуждения, кратности форсировки, кратности разрядного сопротивления, переходной постоянной времени и времени ускорения двигателя. Библ. 7.

УДК 621.313.13.001.5

Электродвигатели с упругим креплением ротора. Бут Д. А., Куликов Н. И. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассмотрены различные конструктивные варианты двигателей и развита приближенная теория рабочего процесса с учетом динамики траектории движения подвижного элемента.
Экспериментальные исследования, проведенные на макетном образце двигателя с круговым движением вала мощностью около 5 Вт, подтвердили правильность развитой теории и показали высокую точность расчета статических и динамических параметров двигателя.
Обоснована перспективность использования двигателей с упругим креплением ротора в инструментальной технике, технологических установ-

ках и других областях. В частности, было проведено экспериментальное исследование макетного образца, работающего в режиме перфузионного насоса аппарата вспомогательного кровообращения. Приведены оценки долговечности упругих опор в сравнении с подшипниками. Библ. 17.

УДК 62-83-52

Оптимальное управление электроприводом при одновременном воздействии на ток и поток двигателя. Панасюк В. И. — «Электричество», 1983, № 9.
Для общей постановки задачи оптимального по полным энергопотенциалам одновременного управления током и потоком электропривода постоянного тока получен оптимальный процесс, отличающийся от известного тем, что участок торможения при наличии момента сопротивления содержит зону свободного выбега, а до и после нее могут быть зоны активного торможения. Решение дано в форме синтеза в виде логико-аналитических выражений. Полученное решение сравнивается с известными. Библ. 10.

УДК 621.311.1.012.5.001.24

Учет взаимной индукции линий при расчете токов в электрических сетях. Беляков Ю. С., Москалева Р. П. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассмотрен алгоритм пересчета матрицы узловых сопротивлений схемы замещения, учитывающий влияние взаимной индукции между заданными линиями электропередачи. Библ. 9.

УДК 621.372.001.24

Применение теории распределений к анализу электрических цепей. Константинову И. Н. — «Электричество», 1983, № 9.
Цепи с индуктивными связями широко применяются в технике. Особый интерес представляет цепи RLC-контуры, связанные индуктивно, изучение которых составляет предмет настоящей работы.
В этой работе представлены три метода решения с помощью теории распределений (обобщенных функций) алгебры свертки, позволяющие анализировать цепи при любой форме приложенного напряжения и для любых начальных условий. Библ. 5.

УДК 621.319.001.24

Решение задач электростатики численными методами. Новиков В. Н. — «Электричество», 1983, № 9.
Предлагается итерационный алгоритм решения задач электростатики, построенный на основе физической модели релаксации плотности поверхностного заряда. Приведено решение ряда конкретных задач (распределение свободного заряда на торе, конусе и др.). Библ. 8.

УДК 537.212.001.24

Расчет стационарного электрического поля точечных источников тока с плоскими экранами. Иоссель Ю. Я., Кленов Г. Э. — «Электричество», 1983, № 9.
Получены замкнутые выражения для расчета электрического поля точечного источника тока, произвольно расположенного относительно заземленного диска. Путем инверсии исходной системы относительно сферы задача сведена к определению электрического поля точечного источника в присутствии заземленной полуплоскости. Использование принципа дополненности для стационарных полей позволило непосредственно получить аналогичные выражения и для изоляционных экранов в форме полуплоскости, диафрагмы и диска, а также для проводящей заземленной диафрагмы. Применение полученных результатов иллюстрируется на примере оценки коэффициентов экранирования при смещении точечного источника тока от оси заземленной диафрагмы с круглым отверстием. Библ. 7.

УДК 621.372.001.24

Методика расчета матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей электрических цепей. Туркия Н. Г., Готуа Т. К. — «Электричество», 1983, № 9.
Рассмотрены варианты метода расчета матрицы собственных и взаимных проводимостей ветвей электрических цепей. Библ. 5.

УДК 621.3.078.001.24

Уточнение способа расчета устойчивости дискретных автоматических систем регулирования. Лебедев Ю. В. — «Электричество», 1983, № 9.
Изложен способ расчета устойчивости дискретных линейных автоматических систем регулирования (АСР) и АСР с дискретным звеном, обладающим целым рядом нелинейностей и с модуляцией сигнала различного типа, не требующей дискретного преобразования Лапласа и других специальных преобразований. Он позволяет учитывать зависимость комплексного коэффициента передачи дискретного звена от фазы входного сигнала по отношению к началу периода дискретности. Библ. 8.