



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1983

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

8

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.316.1.001.24

Определение параметров системы электроснабжения промышленного предприятия

ФЕДОРОВ А. А., доктор техн. наук,
САДЧИКОВ С. В. инж.

Москва

Задача об основных параметрах системы электроснабжения: числе, мощностях и местах расположения источников питания, распределения по ним приемников электроэнергии и других, — обсуждалась в различных вариантах в литературе, посвященной разработке методов проектирования электрических сетей промышленных предприятий и других объектов. В этой задаче требуется в иерархии сетей различных напряжений системы электроснабжения рассмотреть, по крайней мере, сети двух последовательных напряжений: распределительные сети, объединяющие заданные приемники электроэнергии с проектируемыми источниками питания, и питающие сети — сети высокого напряжения, соединяющие эти источники с заданным источником питания, местоположение которого может быть определено условиями проектирования или также подлежать поиску.

Такую задачу, по нашему мнению, решить нельзя без математического изучения и анализа структуры исходных данных по распределению электрических нагрузок заданных приемников электроэнергии и их взаимного расположения с проектируемыми источниками питания. Такая структура определяет и обосновывает выбор наилучших параметров системы электроснабжения. В [1 и 2] предложен путь изучения и анализа этих структур для некоторой группы A_j приемников электроэнергии z_i с номерами $i \in A_j$, подлежащих объединению электрической сетью с источником питания с номером j , при помощи тензора с компонентами

$$\left. \begin{aligned} g_{xx} &= \sum_{i \in A_j} P_i^k (x_i - \xi)^2; \\ g_{yy} &= \sum_{i \in A_j} P_i^k (y_i - \eta)^2; \\ g_{xy} = g_{yx} &= \sum_{i \in A_j} P_i^k (x_i - \xi)(y_i - \eta), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где P_i — нагрузка i -го приемника, k — показатель степени нагрузок, по которым взвешены расстояния от точки $(x_i; y_i)$ расположения приемников электроэнергии до точки $(\xi; \eta)$ расположения источника питания. Такой подход открывает реальные возможности для математической постановки обсуждаемой задачи и формирования основных этапов ее решения в режиме диалога проектировщика с ЭВМ. Этой проблеме посвящается настоящая статья.

Показатели характеристических свойств группы приемников. Показатели структуры распределения нагрузок приемников электроэнергии и их взаимного расположения относительно источника питания будем называть показателями характеристических свойств группы приемников A_j . Соберем результаты математического описания этих свойств, полученных при помощи тензора (1) и необходимых для постановки и решения обсуждаемой задачи.

Простейшими характеристиками являются показатели разброса нагрузок относительно центра питания

$$R^2 = g_{xx} + g_{yy} \quad (2)$$

и вдоль осей системы координат

$$R_x^2 = g_{xx}, R_y^2 = g_{yy}. \quad (3)$$

Оси наибольшего и наименьшего разброса нагрузок совпадают с главными осями тензора

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2g_{xy}}{g_{xx} - g_{yy}}. \quad (4)$$

Эти оси будем называть главными осями разброса нагрузок.

Величины R_x , R_y и R^2 могут быть вычислены и сопоставлены при фиксированном значении показателя степени k относительно любых точек $(\xi; \eta)$ расположения источников питания, но наименьших значений, равных

R_{0x} , R_{0y} и R^2 , они достигают, если источник питания расположен в центре кучности нагрузок с координатами

$$\xi_0 = \frac{\sum_{i \in A_j} P_i^k x_i}{\sum_{i \in A_j} P_i^k}; \quad \eta_0 = \frac{\sum_{i \in A_j} P_i^k y_i}{\sum_{i \in A_j} P_i^k}. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что минимизация показателей разброса нагрузок при $k > 1$ достигается за счет расположения источника питания в окрестности приемников электроэнергии с наибольшими нагрузками.

Через компоненты тензора (1) выражается показатель формы области разброса нагрузок в группе

$$v^2 = \frac{1}{R^2} [(g_{xx} - g_{yy})^2 - 4g_{xy}^2]. \quad (6)$$

Этот показатель изменяется в пределах $0 \leq v^2 \leq 1$. Если $v = 0$, то область разброса нагрузок — круг, если же $v = 1$, то — отрезок прямой, на котором расположены приемники. Во всех остальных случаях форма области — вытянутая фигура. Средний радиус этой области

$$\rho = \frac{R}{\sqrt{\sum_{i \in A_j} P_i^k}}, \quad (7)$$

а наибольший и наименьший радиусы определены формулами:

$$\max \rho = (1 + v) \rho, \quad \min \rho = (1 - v) \rho. \quad (8)$$

Показатель асимметрии распределения нагрузок в группе определен отношением смещения центра кучности нагрузок (ξ_0 , η_0) относительно геометрического центра ($\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$) расположения приемников в группе к наибольшему радиусу области разброса нагрузок из (8):

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(\bar{\xi} - \xi_0)^2 + (\bar{\eta} - \eta_0)^2}}{(1 + v) \rho}. \quad (9)$$

Показатель асимметрии изменяется в пределах $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Если $\varepsilon = 0$, то центр кучности совпадает с геометрическим центром, и нагрузки в группе распределены относительно центра кучности симметрично; если $\varepsilon \rightarrow 1$, то центр кучности приближается к границе области, и асимметрия распределения нагрузок в группе наибольшая.

В [3] показано, что «...момент сети представляет собой важнейший ее параметр, снижение которого дает комплексное повышение всех основных экономических показателей сети...».

Через показатели разброса нагрузок R^2 , R_x^2 и R_y^2 выражаются верхние границы этих моментов нагрузок: центральные

$$(\min k) R \sqrt{\sum_{i \in A_j} P_i^{2-k}} \geq \sum_{i \in A_j} P_i \sqrt{(x_i - \bar{\xi})^2 + (y_i - \bar{\eta})^2} \quad (10)$$

и осевые — вдоль взаимно перпендикулярных осей $0x$ и $0y$

$$\left. \begin{aligned} (\min k_x) R_x \sqrt{\sum_{i \in A_j} P_i^{2-k_x}} &\geq \sum_{i \in A_j} P_i |x_i - \bar{\xi}|; \\ (\min k_y) R_y \sqrt{\sum_{i \in A_j} P_i^{2-k_y}} &\geq \sum_{i \in A_j} P_i |y_i - \bar{\eta}|. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Символ ($\min k$) в соотношении (10) означает, что проведена минимизация верхних границ по показателю k . Аналогичный смысл имеют символы ($\min k_x$) и ($\min k_y$) в соотношениях (11).

Условие, при котором имеет место знак равенства, например, в соотношении (10), имеет вид

$$P_i^{k-1} \sqrt{(x_i - \bar{\xi})^2 + (y_i - \bar{\eta})^2} = \lambda,$$

где λ — постоянная величина; для соотношений (11) существуют аналогичные условия.

Из этих условий вытекает, что если верхние границы моментов нагрузок достигли наименьших значений при $k > 1$, $k_x > 1$ и $k_y > 1$, то приемники с большими нагрузками ближе расположены к источнику питания, чем с меньшими; если же при $k < 1$, $k_x < 1$ и $k_y < 1$, то приемники с меньшими нагрузками ближе расположены к источнику питания, чем с большими. Таким образом, показатель k описывает распределение нагрузок приемников относительно центра питания, а показатели k_x и k_y — вдоль осей координат. Соотношения, аналогичные (10) и (11), имеют место и для верхних границ затрат на сооружение и эксплуатацию электрических сетей, объединяющих приемники группы с источником питания, расположенным в точке ($\bar{\xi}$; $\bar{\eta}$):

для радиально-лучевой сети

$$\begin{aligned} (\min k) R \sqrt{\sum_{i \in A_j} d_i^2 P_i^{-k}} &\geq \\ \geq \sum_{i \in A_j} d_i \sqrt{(x_i - \bar{\xi})^2 + (y_i - \bar{\eta})^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где d_i — приведенная стоимость единицы длины элемента электрической сети, соединяющего приемник с номером i с источником питания;

для радиальной сети с элементами, параллельными двум взаимно перпендикулярным направлениям, и магистральной сети, если приведенные стоимости элементов сети пропорциональны нагрузкам приемников,

$$\begin{aligned} (\min k_x) R_x \sqrt{\sum_{i \in A_j} d_i^2 P_i^{-k_x}} + \\ + (\min k_y) R_y \sqrt{\sum_{i \in A_j} d_i^2 P_i^{-k_y}} \geq \\ \geq \sum_{i \in A_j} d_i [|x_i - \bar{\xi}| + |y_i - \bar{\eta}|]. \end{aligned} \quad (13)$$

Существенную информацию в раскрытии картины распределения нагрузок вносят показатели k_x и k_y , вычисленные по формулам (11) вдоль главных осей разброса, и показатель, определяющий направления смещения центра кучности по этим осям относительно геометрического центра ($\bar{\xi}$; $\bar{\eta}$). Условимся показатели k_x и k_y , вычисленные вдоль главных осей разброса, обозначать символами k_1 и k_2 , а в качестве показателей, определяющих направления смещения центра кучности по этим осям, использовать знаки координат геометрического центра ($\bar{\xi}$; $\bar{\eta}$) в системе координат, начало которой совмещено с центром кучности, а оси — с главными осями разброса нагрузок. Например, знак минус координат геометрического центра по оси наибольшего разброса свидетельствует о том, что центр кучности по этой оси смещен вправо относительно геометрического центра. Такую асимметрию распределения нагрузок по

этой оси будем называть правосторонней, в противном случае — левосторонней.

Состава математических средств, собранных в этом разделе, достаточно для раскрытия картины структуры распределения нагрузок приемников и их взаимного расположения относительно проектируемого источника питания.

Постановка задачи. Общими характеристиками всего объекта являются суммарная нагрузка $\sum_{i=1}^n P_i$ приемников электроэнергии и показатель разброса нагрузок $R^2(a, b)$ относительно места расположения источника питания высокого напряжения, определенного точкой $(a; b)$. Эта величина разлагается на сумму

$$R^2(a, b) = \sum_{j=1}^s R_0^2(j) + R_0^2. \quad (14)$$

Первое слагаемое в правой части есть сумма показателей разброса нагрузок (2) по группам A_j приемников распределительной сети относительно проектируемых источников питания с номерами $j = 1, 2, \dots, s$, расположенных в центрах кучностей (ξ_{0j}, η_{0j}) групп; второе — показатель разброса нагрузок самих проектируемых источников питания относительно точки $(a; b)$

$$R_0^2 = \sum_{j=1}^s \sum_{i \in A_j} P_i^k [(a - \xi_{0j})^2 + (b - \eta_{0j})^2]. \quad (15)$$

Доказательство равенства (14) состоит в преобразовании каждого слагаемого $R^2(a, b)$, например, первого

$\sum_{i=1}^n P_i^k (x_i - a)^2$ в сумму $\sum_{j=1}^s \sum_{i \in A_j} P_i^k (x_i - \xi_j + \xi_j - a)^2$ с последующим введением в квадрат $[(x_i - \xi_j) + (\xi_j - a)]^2$ при условии, что $\sum_{i \in A_j} P_i^k x_i - \xi_j \sum_{i \in A_j} P_i^k = 0$.

Для фиксированной точки $(a; b)$ величина разброса $R^2(a, b)$ постоянна и не зависит ни от числа проектируемых источников питания, ни от способов распределения приемников электроэнергии по ним. Поэтому разбиение множества приемников электроэнергии объекта на группы, минимизирующую суммарный разброс нагрузок $\sum_{j=1}^s R_0^2(j)$ приемников в распределительных сетях, в свою очередь приводит к максимизации разброса нагрузок R_0^2 самих источников питания. С увеличением числа групп $s = 1, 2, \dots, n$ разброс нагрузок в распределительных сетях уменьшается от $R^2(a, b)$ до нуля, а разброс нагрузок источников питания возрастает от нуля до $R^2(a, b)$.

Минимизация разброса нагрузок $R^2(a, b)$ приемников всего объекта возможна только за счет выбора местоположения источника питания высокого напряжения, наименьшего значения эта величина достигает при расположении этого источника в центре кучности нагрузок всего объекта независимо от способа разбиения приемников на группы.

Равенство разбросов нагрузок (14) наводит на возможные формы построения целевых функций оценки затрат вариантов системы электроснабжения. Они могут быть построены из верхних границ моментов нагрузок

(10), (11) или из верхних границ затрат (12), (13). В зависимости от схемы конфигурации сетей такие целевые функции будут иметь различные формы. Например, запишем целевую функцию для радиальной лучевой сети, составленной из верхних границ затрат:

$$3 = \sum_{j=1}^s R(j) \sqrt{\sum_{i \in A_j} d_i^2 P_i^{-k}} + R_0 \sqrt{\sum_{j=1}^s d_j^2 \left(\sum_{i \in A_j} P_i \right)^{-k_0}} + \sum_{j=1}^s D_j. \quad (16)$$

В этом выражении первое слагаемое оценивает затраты на распределительные сети, второе — на питающие, третье — на источники питания.

Целевая функция (16) обладает преимуществами перед известными, построенными из формул расчетов затрат. Она выражена через показатели характеристических свойств групп приемников, следовательно, богаче по параметрам, изменение которых влечет уменьшение затрат на сети; оценки затрат на варианты системы электроснабжения могут быть вычислены только на основе исходных данных в ходе изучения их структуры без нанесения конкурирующих вариантов на планы.

Из выражения (16), в силу (14), следует, что минимизация затрат на распределительные сети влечет максимизацию затрат на сеть высокого напряжения. Следовательно, существует оптимальный вариант параметров системы электроснабжения, при котором затраты на систему электроснабжения наименьшие. Этот вывод приводит к следующей постановке обсуждаемой задачи.

По заданной исходной информации о нагрузках и местах расположения приемников электроэнергии, укрупненных показателях стоимостей элементов системы электроснабжения требуется найти основные параметры системы электроснабжения объекта: число, мощности и места расположения источников питания, распределение по ним приемников электроэнергии, расположение каналов передачи электроэнергии от источников питания высокого напряжения к проектируемым источникам питания и от последних к приемникам электроэнергии в магистральных сетях, схемы конфигураций распределительных и питающих сетей, такие, чтобы целевая функция (16) приняла наименьшее значение и выполнялись ограничения, наложенные на мощности проектируемых источников питания

$$P_q < \sum_{i \in A_j} P_i < P_{\bar{q}}, \quad j = 1, 2, \dots, s; \quad q = 1, 2, \dots, r,$$

где P_q и \bar{P}_q нижняя и верхняя граница загрузки источника питания типоразмера q ;

радиусы областей распределения нагрузок — радиусы обслуживания приемников электроэнергии источниками питания: а) наибольший тах $\rho_j < \rho_q$; б) средний $\rho_j < \rho_{0q}$;

показатели формы областей распределения нагрузок: а) для радиальных сетей $v_j < v_q$; б) для магистральных сетей $v_j > v_q$ направления прокладки магистралей: $\Phi < \Phi_j < \Phi$, где Φ_j — угол, составленный главной осью наибольшего разброса с осью Ox ;

показатели распределения нагрузок: а) приемников электроэнергии относительно проектируемых источников питания $k_q < k_j < \bar{k}_q$;

б) проектируемых источников электроэнергии относительно источника питания высокого напряжения $k_0 < k_r < \bar{k}_0$;

показатели асимметрии распределения нагрузок приемников электроэнергии относительно центров кучностей распределения нагрузок в группах $\varepsilon_j < \bar{\varepsilon}_q$.

Символами \bar{p}_q , \bar{v}_q и другими обозначены значения пороговых границ, накладываемых условиями проектирования на показатели характеристических свойств.

Задача, подобная сформулированной, всегда ставится и решается теми или другими методами в проектной практике. Содержание ее (поиск числа, мощностей, мест расположения источников питания и т. д.) и состав ограничений, наложенных на те или иные показатели характеристических свойств, зависят от объекта, для которого проектируется система электроснабжения, и требований, предъявляемых условиями проектирования. Для конкретного объекта некоторые из перечисленных ограничений могут оказаться несущественными — достаточно принять во внимание, например, ограничения, наложенные на мощности источников питания и радиусы областей распределения нагрузок. Наша цель состоит в том, чтобы на основе разработанной системы показателей с наибольшей полнотой использовать информацию о структуре распределения нагрузок, взаимном расположении приемников электроэнергии и источников питания для отыскания вариантов системы с параметрами, минимизирующими целевую функцию (16) и удовлетворяющими условиями проектирования. Поэтому мы привели полную формулировку такой задачи.

Решение задачи. Сформулированная таким образом задача является типичной для кластерного анализа. Поэтому при решении ее целесообразно использовать терминологию и теоретические положения этого раздела прикладной математики.

Кластером будем называть группу приемников электроэнергии, подлежащих объединению электрической сетью с источником питания, расположенного в центре кучности, показатели характеристических свойств которой удовлетворяют всем ограничениям задачи.

Процесс разбиения заданного множества приемников на кластеры будем называть кластеризацией; ограничения, наложенные условиями задачи на показатели характеристических свойств групп приемников, будем называть параметрами кластеризации.

Реализация процесса кластеризации при решении обсуждаемой задачи требует выбора целевой функции, измеряющей степень желательности и качество кластеризации, разработки количественных оценок как объединения, так и разбиения групп приемников, методов выбора исходных центров кластеризации, критерия принадлежности любого приемника электроэнергии одному из центров кластеризации, и, наконец, алгоритма, экстремизирующего выбранную целевую функцию кластеризации.

В качестве целевой функции кластеризации будем использовать целевую функцию (16), в которой слагающее $\sum_{j=1}^s D_j$, учитывающее затраты на источники питания, опущено. Для решения задачи важно так организовать процесс кластеризации заданного множества приемников электроэнергии объекта, чтобы суммарные затраты на распределительные и питающие сети достигли наимень-

ших значений при любом числе источников питания независимо от их стоимостей.

При объединении двух кластеров A_r и A_q в один кластер A_{rq} значения координат центра кучности объединенного кластера оценивается по формулам:

$$\xi_0(r, q) = \frac{\xi_0(r) \sum_{i \in A_r} P_i + \xi_0(q) \sum_{i \in A_q} P_i}{\sum_{i \in A_r} P_i + \sum_{i \in A_q} P_i} \quad (17)$$

(формула для координаты $\eta_0(r, q)$ аналогична); показатель разброса нагрузок

$$R_0^2(r, q) = R_0^2(r) + R_0^2(q) + \Delta R^2, \quad (18)$$

где ΔR^2 приращение разброса нагрузок кластеров,

$$\Delta R^2 = \frac{\sum_{i \in A_r} P_i \sum_{i \in A_q} P_i}{\sum_{i \in A_r} P_i + \sum_{i \in A_q} P_i} [(\xi_0(r) - \xi_0(q))^2 + (\eta_0(r) - \eta_0(q))^2]. \quad (19)$$

Формула (17) получена из (5) простой группировкой слагаемых при $k_r = k_q = 1$. Формулы (18) и (19) — прямое следствие (14).

Из формулы (18) вытекает, что разброс нагрузок объединенного кластера больше суммы разброса нагрузок исходных кластеров. Наименьшее значение приращения ΔR^2 разброса нагрузок служит критерием отбора пар кластеров для объединения. Из формулы (19) следует, что объединению подлежат пары кластеров, расстояния между центрами кучностей которых наименьшие; при равных расстояниях между центрами кучностей предпочтение следует отдать той паре кластеров, суммарные нагрузки которых наименьшие.

Из формулы (18) также следует, что при разбиении кластера A_{rq} на два A_r и A_q , суммарный разброс нагрузок $R_0^2(r) + R_0^2(q)$ этих кластеров будет меньше разброса нагрузок $R^2(r, q)$ исходного кластера. Наибольшая разность между этими разбросами служит достаточным критерием для отбора кластера, подлежащего разбиению. Из формулы (19) вытекает, что разбиение будет наилучшим, если центры кучностей образованных кластеров удалены друг от друга на наибольшие расстояния и суммарные нагрузки образованных кластеров равны между собой.

Формула (19) при условии, что один из объединенных кластеров состоит из одного приемника, например, при

$\sum_{i \in A_r} P_i = P_r$, $\xi_0(r) = x_r$ и $\eta_0(r) = y_r$ определяет критерий принадлежности этого приемника z_r к кластеру:

$$z_r \in A_q, \frac{P_r \sum_{i \in A_q} P_i}{P_r + \sum_{i \in A_q} P_i} [(x_r - \xi_0(q))^2 + (y_r - \eta_0(q))^2] < \frac{P_r \sum_{i \in A_l} P_i}{P_r + \sum_{i \in A_l} P_i} [(x_r - \xi_0(l))^2 + (y_r - \eta_0(l))^2].$$

$$l = 1, 2, \dots, s; l \neq q. \quad (20)$$

Этот критерий показывает, что приемник с номером $i=r$ и нагрузкой P_r должен быть включен в кластер

с наименьшей суммарной нагрузкой, расстояние до центра кучности которого от точки расположения приемника наименьшее; он в некоторой доле реализует принцип выравнивания нагрузок по источникам питания. Если мощность P_r распределяемого приемника мала по сравнению с суммарными нагрузками сформированных групп или предусматривается цель упрощения вычислений, то критерий (20) преобразуется в общеизвестный: каждый приемник подключается к близлежащему источнику питания или в математической форме

$$z_r \in A_q, (x_r - \xi_0(q))^2 + (y_r - \eta_0(q))^2 < (x_r - \xi_0(l))^2 + (y_r - \eta_0(l))^2, l=1, 2, \dots, s; l \neq q. \quad (21)$$

Важной проблемой является выбор исходных центров кластеризации. Общая теория кластеризации не решает этой задачи: выбор центров кластеризации на начальной стадии произвольный и уточняется экспериментальным путем.

Разработанная система показателей характеристических свойств распределения нагрузок и геометрии взаимного расположения приемников электроэнергии позволяет выявить картину возможных кластеров и их центров. Она раскрывается путем сопоставления между собой показателей: формы в области разброса нагрузок; ее размеров ρ и $\text{tanh } \rho$; асимметрии ε распределения нагрузок; k , k_1 и k_2 — описывающих распределение нагрузок приемников относительно центра питания; угла φ , определяющего направления главных осей разброса нагрузок, и лево- или правосторонней асимметрии по этим осям. Например: если $v \approx 0$, $\varepsilon \approx 0$, $k \approx 1$, $k_1 < k$ и $k_2 < k$, то в группе выявляются 4 кластера, центры кластеризации которых расположены на биссектрисах углов, образованных главными осями разброса нагрузок; если $v > 0,5$; $k_1 \leq k$, $k_2 > k$, то в группе выявляются два кластера, центры кластеризации которых расположены на оси наибольшего разброса нагрузок; если $\varepsilon > 0,5$, асимметрия правосторонняя, $k_1 > k$ и $k_2 > k$, то в группе выявляются 3 кластера: один из центров кластеризации расположен на оси наибольшего разброса нагрузок, левее центра кучности, два других — на оси наименьшего разброса симметрично относительно этого центра.

В зависимости от соотношений между показателями характеристических свойств разработаны 16 картин распределения центров кластеризации, часть из них проверена расчетами.

Если значения показателей v , ε и k близки к пороговым значениям $v=0,5$; $\varepsilon=0,5$; $k=1$, то схемы распределения нагрузок и взаимного расположения приемников неконтрастны, и кластеры слабо выражены (не выявляются). В этих случаях следует прибегнуть к другим способам выявления кластеров и их центров.

Хорошие результаты в наших исследованиях показали подходы, основанные на методах потенциальных функций [4]. Сущность этих методов в терминах обсуждаемой задачи состоит в следующем.

Проводится аналогия между нагрузками P_i приемников, расположенных в точках (x_i, y_i) , и потенциалами некоторых источников энергии, расположенных в тех же точках. Считается, что потенциалы этих источников в точках их расположения равны нагрузкам P_i приемников. При переходе в любую другую точку (x, y) потенциалы их убывают, и в точках, удаленных от мест расположения приемников электроэнергии, потенциалы источников энергии близки к нулю. Существуют экви-

потенциальные контуры, которые описываются равными значениями функции

$$\Pi(x, y) = \sum_{i=1}^n P_i e^{-\alpha [(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]},$$

определенной суммой потенциалов всех источников энергии, где α — параметр контрастности рельефа графика этой функции.

Эквидиагональные контуры разделяют заданное множество приемников на группы. Вершины графика потенциальной функции определяют области расположения центров кучностей этих групп. Число групп, на которые разделяется множество приемников электроэнергии эквидиагональными контурами, зависит от значения параметра контрастности α . При достаточно большом значении этого параметра множество приемников разделяется на группы, содержащие по одному приемнику.

Эквидиагональные контуры описывают качественную картину разбиения приемников на группы.

Алгоритм решения задачи. В работе алгоритма используются две целевые функции: одна из них составлена из первых двух слагаемых функции (16), другая — из трех ее слагаемых. Первая из них служит для организации процесса кластеризации, направленного на уменьшение априорной неопределенности параметров проектируемой системы электроснабжения путем изучения и анализа структуры исходных данных о распределении нагрузок и геометрии взаимного расположения приемников электроэнергии относительно возможных мест расположения источников питания. Она также служит для генерации вариантов системы электроснабжения с лучшими параметрами, чем найденные варианты, за счет информации о показателях характеристических свойств, полученной в ходе кластеризации. Вторая целевая функция предназначена для отбора варианта с наименьшими затратами на сеть и источники питания.

Основой алгоритма служит вычислительная процедура группировки приемников электроэнергии по заданным центрам кластеризации [1]. Эта процедура приводит к такому разбиению приемников электроэнергии по возможным местам расположения источников питания, при котором затраты на распределительные сети, контролируемые 1-м слагаемым целевой функции (16), достигают минимума, а затраты на питающие сети, контролируемые 2-м слагаемым, — максимума так, что общие затраты на трансформаторы и другие сети наименьшие из всего множества возможных группировок приемников по заданному числу источников питания. В схему итераций этой процедуры встроены вспомогательные операции поиска новых вариантов системы электроснабжения, отличающихся от найденных числом возможных источников питания, на основе информации, полученной на предыдущих итерациях, и отбора варианта, отвечающего требованиям задачи.

Алгоритм выполняет следующие основные шаги.

1. Для каждой сформированной группы приемников вычисляются показатели характеристических свойств, и их значения сопоставляются с параметрами кластеризации. Выявляются группы приемников, показатели которых: удовлетворяют всем параметрам кластеризации (a); больше верхних границ параметров кластеризации (b); меньше нижних границ параметров кластеризации (c). Группы приемников типа a являются кластерами, группы типа b подлежат разбиению, типа c — подлежат

объединению между собой, с кластерами или расформированию.

Если среди сформированных групп приемников нет групп типа b , то переходим к 3-му шагу — операции объединения или расформирования групп приемников типа c . Если среди этих групп нет групп типа b и c , то переходим к 4-му шагу — генерации вариантов. Если же среди них имеются группы типа b , то выполняется 2-й шаг — дальнейшего разбиения групп приемников.

На 1-й итерации заданное множество приемников электроэнергии рассматривается как одна сформированная группа, поэтому для нее выполняется 1-й шаг алгоритма. Эта группа не может принадлежать ни типу a , ни типу c ; в противном случае задача или решена, или неверно поставлена. Она принадлежит типу b .

Для каждой группы приемников типа b — показатели характеристических свойств сопоставляются с картами распределения центров кластеризации, и выбираются исходные центры $(x_{01}; y_{01}), (x_{02}; y_{02}), \dots, (x_{0s}; y_{0s})$. Если этой информации для выбора центров кластеризации недостаточно, то строятся эквипотенциальные контуры распределения нагрузок, и центры кластеризации выбираются в вершинах «холмов» графика потенциальной функции.

Шаг 2. Выполняется вычислительная процедура группировки приемников по заданным центрам кластеризации.

Итерация закончена, переходим к 1-му шагу. Итерации повторяются до тех пор, пока не получим разбиение множества приемников на группы типа a и c . Переходим к 3-му шагу.

Шаг 3. Вычисляются расстояния d_{qr} между центрами кучностей каждой группы типа c и другими группами и кластерами.

Объединению подлежат пары групп с наименьшими расстояниями d_{qr} , для которых выполняются условия $\sum_{i \in A_q} P_i + \sum_{i \in A_r} P_i < \bar{P}$ и $\rho_{rq} < \bar{\rho}$; преимущество отдается парам, для которых $\rho_r + \rho_q < d_{qr}$.

Если для группы типа c с номером q , $d_{rq} > \bar{\rho}$ для всех r , то такая группа причисляется к кластеру с наименьшей мощностью источника питания. Состав приемников объединенной группы слагается из составов приемников объединяемых групп, а координаты центра кучности вычисляются по формуле (17).

В результате 3-го шага работы алгоритма все сформированные группы являются кластерами.

Шаг 4. Генерация нового варианта кластеров с числом на один кластер больше. Сопоставляются показатели характеристических свойств кластеров с параметрами кластеризации. Выбирается кластер, удовлетворяющий требованиям разбиения на два кластера: суммарная нагрузка превосходит более чем в два раза нижний порог кластеризации; показатель распределения нагрузок $k < 1$. Если такого кластера нет, то генерация нового варианта с числом на один кластер больше невозможна. Переходим к 5-му шагу.

Если такой кластер выявлен, то на главной оси наибольшего разброса нагрузок на равных расстояниях от центра кучности выбираются два центра кластеризации и в отношении их выполняется вычислительная процедура шага 2. Число кластеров увеличивается на единицу.

Вычисляются значения первых двух слагаемых целесо-

Таблица 1

Номера приемников	Исходные данные приемников			
	P_i	x_i	y_i	d_i
1	25,3	0,7	5,3	12,6
2	12,8	2,0	5,2	6,3
3	6,7	2,8	4,3	3,4
4	6,7	1,7	6,3	3,4
5	1,6	2,5	7,2	0,7
6	5,3	3,5	7,1	2,5
7	20,5	4,1	7,1	10,2
8	19,1	3,8	9,4	9,7
9	7,0	2,9	9,8	3,5
10	9,2	1,5	11,0	4,5
11	13,9	2,2	13,3	6,9
12	4,1	2,6	12,1	1,9
13	18,5	4,4	11,6	9,2
14	23,0	4,2	10,7	11,5
15	1,8	8,8	10,6	0,72
16	25,5	6,8	9,1	12,7
17	4,3	8,7	9,1	2,2
18	12,0	6,7	7,2	6,1
19	7,9	8,0	7,0	3,9
20	9,5	8,6	7,2	4,9
21	7,9	9,8	7,0	3,9
22	1,6	10,4	7,2	0,70
23	7,2	8,3	5,3	3,7
24	6,5	10,1	5,6	3,3
25	6,5	12,5	5,5	3,3
26	23,1	10,9	4,0	11,7
27	4,8	11,9	4,0	2,3
28	6,8	10,5	2,4	3,35
29	1,6	8,3	2,1	0,70

Таблица 2

Кластер	Приемники	Показатели				Мощность подстанции, усл. ед.
		ΣP_i	max ρ	ξ_0	η_0	
A_1	1—7	78,9	2,8	2,3	5,9	70
A_2	8—14	94,8	2,2	3,6	10,9	112
A_3	15—29	127,0	4,8	9,1	6,3	112

Таблица 3

Кластер	Приемники	Показатели				Мощность подстанции, усл. ед.
		ΣP_i	max ρ	ξ_0	η_0	
A_{12}	1—14	173,7	6,3	2,9	8,7	180
A_{31}	15—22	70,5	2,3	7,6	8,2	70
A_{32}	23—29	56,5	2,3	10,7	4,2	70

Таблица 4

Вариант	Верхняя граница затрат			
	$\mathcal{Z}_1 = \sum_{j=1}^s R(j) \times$ $\times \sqrt{\sum_{i \in A_j} d_i^2 P_i - k_j}$	$\mathcal{Z}_2 = R_0 \times$ $\times \sqrt{\sum_{j=1}^s d_j^2 \left(\sum_{i \in A_j} P_i \right)^{-k_0}}$	$\mathcal{Z}_3 = \sum_{j=1}^s D_j$	$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2 + \mathcal{Z}_3$
I	319	115	111	545
II	361	160	113	634
III	446	104	81	631
IV	233	204	140	577

вой функции (16) для исходного и полученного варианта кластеризации. Если значение целевой функции уменьшилось, то 4-й шаг повторяется до тех пор, пока или значение целевой функции не возрастет, или среди найденной совокупности кластеров не окажется такого, который можно было бы разбить на 2 кластера.

Шаг 5. Осуществляется генерация нового варианта кластеров с числом на один меньше. Он аналогичен 4-му шагу, его вычислительная процедура основана на 3-м шаге алгоритма.

Шаг 6. Для всех вариантов сформированных кластеров вычисляются значения целевой функции (16) задачи и отбирается вариант с наименьшим ее значением. Этот вариант искомый.

Пример. Для группы приемников, исходные данные которых приведены в табл. 1 в условных единицах, найти число, мощности, места расположения подстанций и распределение по ним приемников электроэнергии такие, при которых целевая функция (16) достигнет наименьшего значения. Источник питания высокого напряжения расположен в точке с координатами $a=0,5$; $b=9,0$.

Дана шкала номинальных мощностей подстанций: $P_1=70$; $P_2=112$; $P_3=180$ усл. ед. и их стоимости $D_1=35$; $D_2=38$; $D_3=43$.

На формируемые группы приемников наложены ограничения: на мощности $56 < \sum_{i \in A_j} P_i < 80$; $90 < \sum_{i \in A_j} P_i < 130$; $145 < \sum_{i \in A_j} P_i < 190$ усл. ед.; на радиусы об-

служивания приемников электроэнергии подстанций: $\rho(P_1) < 4$; $\rho(P_2) < 5$; $\rho(P_3) < 6,5$ усл. ед.

Результаты вычислений 1-го шага работы алгоритма:

$$\sum_{i=1}^{29} P_i = 300 > 190 \text{ усл. ед.}; \max \rho = 7,0 > 6,5 \text{ усл. ед.}$$

Исходная группа приемников не является кластером; она подлежит разбиению.

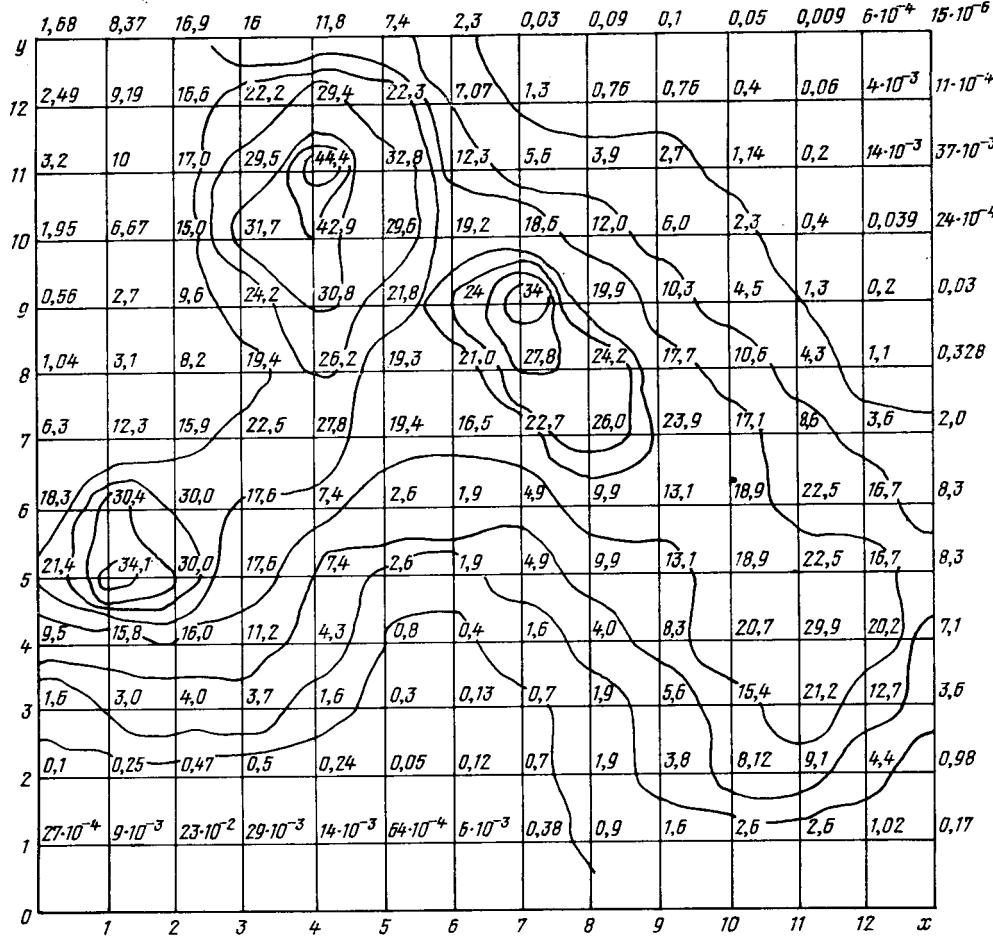
Вершины $(1,0; 5,0)$, $(4,0; 11,0)$, $(7,0; 9,0)$ трех «холмов» графика потенциальной функции (см. рисунок) принимаются за исходные центры кластеризации.

Результаты вычислений 2-го шага работы алгоритма.

Образованы 3 группы приемников, показатели которых приведены в табл. 2.

Показатели всех групп удовлетворяют ограничениям задачи, следовательно, эти группы—кластеры. Переходим к 4- и 5-му шагам.

Кластеры A_1 и A_2 объединяются в один A_{12} , так как $\sum_{i \in A_1} P_i + \sum_{i \in A_2} P_i < 190$; $\max \rho_1 + \max \rho_2 < 6,5$; кластер A_3 подлежит разбиению на два A_{31} и A_{32} , так как $\sum_{i \in A_3} P_i > 2 \times 56$.



Результаты вычислений 4- и 5-го шагов работы алгоритма приведены в табл. 3.

Сформированы 4 варианта разбиения заданной группы приемников на кластеры:

I— $\{A_1; A_2; A_3\}$; $P_1=70$; $P_2=112$; $P_3=180$;

II— $\{A_{12}; A_{31}; A_{32}\}$; $P_3=180$; $P_1=70$; $P_2=112$;

III— $\{A_3; A_{12}\}$; $P_1=112$; $P_3=180$;

IV— $\{A_1; A_2; A_{31}; A_{32}\}$; $P_1=70$; $P_2=112$; $P_1=70$; $P_2=112$.

Для каждого из этих вариантов значения целевой функции приведены в табл. 4.

Для каждого кластера A_1 , A_2 и A_3 варианта $\{A_1; A_2; A_3\}$ с наименьшим значением целевой функции вычисляются все показатели характеристических свойств, которые используются при решении других задач: выбор схемы конфигурации сети, направления прокладки магистралей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров А. А., Садчиков С. В. Характеристики и алгоритмы формирования и отбора вариантов систем промышленного электроснабжения. — Электричество, 1982, № 2.
2. Федоров А. А., Садчиков С. В. Экстремальная группировка приемников электрической энергии по источникам питания в системе автоматизированного проектирования электрических сетей. — Изв. вузов. Энергетика, 1981, № 9.
3. Основы построения промышленных электрических сетей/Каялов Г. М. и др. — М.: Энергия, 1978.
4. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. — М.: Советское радио, 1972.

Оптимизация структуры объединенной электроэнергетической системы с применением метода декомпозиции

ХАЧАТРЯН В. С., ТЕМУРДЖЯН А. В.

Ереван

Современное развитие энергетики СССР характеризуется образованием больших систем, в связи с чем проблема оптимизации их развития приобретает актуальное значение. Решение данной проблемы требует разработки научно обоснованных методов математического моделирования и их оптимизации, позволяющих максимально использовать возможности современных ЭВМ. Методы математического моделирования и ЭВМ привели к возможности новой постановки целого класса задач и, что особенно важно, к возможности качественно нового решения задачи большой размерности.

В проблеме оптимизации развития больших систем энергетики особо актуальное значение приобретает выбор оптимальной структуры развития электроэнергетических систем (ЭЭС) и их объединение с одновременной оптимизацией режимов их работы. Комплексное исследование развития энергетики как единого целого, так и всех основных элементов в их взаимосвязи представляет системный подход к решению такого класса задач.

Сущность задачи состоит в том, чтобы на основе некоторой начальной структуры энергосистемы с учетом действующих и проектируемых электростанций в рассматриваемой перспективе и динамике изменения электропотребления определить наиболее экономичные параметры этих объектов, при условии обеспечения покрытия графиков нагрузки и электропотребления системы.

В математической формулировке задача сводится к разработке аналитической модели, дающей возможность получить такой вектор переменных $\bar{X}_{kt}(x_{kt}(t), \dots, x_{kt}(t), \dots, x_{kn}(t))$, который дает решение в допустимой области изменения параметров и соответствует экстремуму целевой функции:

$$\text{extr} \{F(\bar{X}_{kt}, p_n)\}, \quad X_{kt} \in \Omega_{kt}; \quad \beta_n \in (\alpha, \beta); \quad t \in [1, T_p], \quad (1)$$

где Ω_{kt} — область определения целевой функции; x_{kt} — компонент вектора \bar{X}_{kt} , характеризующий величину электроэнергии, вырабатываемой i -м объектом k -й ЭЭС в t -м году, мощностью y_{kt} , с числом часов использования h_{kt} ; p_n — параметр, характеризующий эффективность капитальных вложений; α, β — возможные пре-

делы изменения коэффициента эффективности; T_p — расчетный период.

На область определения целевой функции накладываются ограничения по допустимым значениям параметров систем, отражающих ее внутренние связи. Рассматриваемая модель согласуется с принципиальными предпосылками построения моделей [1—5].

В соответствии с условиями задачи для k -й ЭЭС в каждый год t расчетного периода должны быть обеспечены основные условия — покрытия годового максимума нагрузки N_{kt} , электропотребления системы W_{kt} при совместной работе объектов ЭЭС, а также учет множества технических ограничений, указывающих допустимые пределы изменения параметров. Ресурсы каждого вида топлива, выделяемые ЭЭС, рассматриваются как ограничения. Чтобы учесть динамику при перспективном планировании, период продолжительности (15—20 лет) разбивается на ряд временных интервалов в зависимости от требуемой точности прогнозирования. Мощность электростанций в каком-либо промежуточном году t расчетного периода состоит из установленной мощности к началу расчетного периода и суммарного прироста мощности, вводимой за весь период от первого до t -го года включительно:

$$y_{kt} = y_{kt} + \sum_t \Delta y_{kt}. \quad (2)$$

Электропотребление задается в виде годовых графиков нагрузки по продолжительности и характерных суточных — по годам расчетного периода. Оптимизация режима ЭЭС производится на основе рассмотрения годового графика по продолжительности, который разбивается на зоны, соответствующие зонам суточного графика (рис. 1). Размещение электростанции в графике нагрузки определяет основные характеристики годового режима работы: число часов использования, отпуск энергии, мощность, с которой электростанция участвует в покрытии графика нагрузки и ее затраты.

Модель включает ГЭС, ТЭС, АЭС, ГАЭС, ВЛ. В этой модели ТЭЦ рассматриваются как источники электроэнергии, электрическая мощность которых является вынужденной, зависящей от выбранной оптимальной величины теплофикационных отборов данной станции. Включение в состав энергосистемы АЭС ставит в порядок дня также решение вопроса о допустимых ежесуточных колебаниях их нагрузки. Для регулирования суточных неравномерностей можно использовать регулируемые ГЭС. Вводом ГАЭС можно разрешить вопросы покрытия пиковых нагрузок, заполнения ночных провалов и обеспечения надежной и экономичной работы ТЭС и АЭС. Технические ограничения на использование электростанций в графике нагрузки могут быть учтены заданием предельно возможных значений годового числа часов использования мощностей разнотипных электростанций. Учет этих факторов определяет систему основных условий в моделях развития ЭЭС. Эти ограничения образуют допустимую область решений, на которой задан критериальный функционал.

В качестве критерия оптимальности в модели применяются приведенные затраты, величина которых согласно методике технико-экономических расчетов в энер-

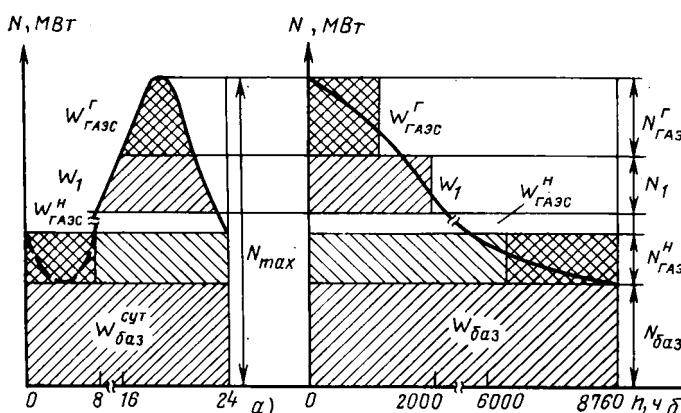


Рис. 1. Включение ГАЭС в график нагрузки:
а — суточный график; б — годовой график по продолжительности

гетике определяется выражением вида:

$$\Sigma_{kt} = \sum_{itr} (p_{kt} K_{kit}^r + C_{kt}^r + \beta_{kt}^r b_{kt}^r h_{kt}^r) y_{kt}^r \rho_i. \quad (3)$$

Минимизируемая функция включает полные капиталовложения по каждому объекту энергосистемы или их группе, а ежегодные издержки представляются в виде постоянной их части и переменной — топливной составляющей. В (3) по ВЛ учитываются капитальные затраты и постоянная часть издержек.

При принятых исходных предпосылках задача оптимизации структуры ЭЭС с одновременной оптимизацией режимов их работы заключается в отыскании такого вектора \bar{X}_{kt} , компоненты которого минимизируют функцию затрат (3) при соблюдении следующих условий: баланс мощности k -й энергосистемы в году t

$$N_{kH} + \sum_{itr} \beta_{kt} y_{kt}^r + \sum_{gtr} y_{gkt}^r - \sum_{tr} \pi_{kg} y_{gkt}^r - N_{pekt} \geq N_{kt}; \quad (4)$$

баланс энергии k -й энергосистемы в году t

$$W_{kH} + \sum_{itr} y_{kit}^r h_{kit}^r + \sum_{i4tr} y_{ki4t}^r h_{ki4t}^r \left(1 - \frac{1}{\eta_r}\right) + \sum_{gtr} y_{gkt}^r h_{gkt}^r - \sum_{gtr} \pi_{kg} y_{gkt}^r h_{gkt}^r - W_{pekt} \geq W_{kt}; \quad (5)$$

для топливопотребляющих объектов ограничение по расходу топлива (по отдельным видам топлива)

$$Q_{kt}^r + \sum_{i1tr} b_{kt1t}^r y_{kt1t}^r h_{kt1t}^r \leq Q_{kt}^r; \quad (6)$$

ограничение на отпуск энергии АЭС в t -м году

$$\sum_{i3rt} y_{i3kt}^r h_{i3kt}^r \leq W_{kt}. \quad (7)$$

При определении режима работы существующих станций при известной мощности промежуток $[H_{kt}, \bar{H}_{kt}]$ с предельно возможными значениями годового числа часов использования мощности разнотипных электростанций, разбивается на временные интервалы и представляется в виде ограничения:

$$H_{kt} \leq \sum_r \gamma_{kt}^r h_{kt}^r \leq \bar{H}_{kt}. \quad (8)$$

На основе анализа перспективных графиков нагрузок и опыта эксплуатации задаются пределы изменения каждой зоны:

$$H_{kt} \leq h_{kt}^r \leq \bar{h}_{kt}^r \leq \bar{H}_{kt}. \quad (9)$$

Для соблюдения единственности решений и линейности уравнений внесены поправочные коэффициенты γ_{kt}^r , которые подбираются при конкретном случае так, чтобы каждая i -я станция имела право участвовать в одном интервале (из r возможных) и каждое значение h_{kt}^r в отдельности не превышало максимального значения \bar{h}_{kt}^r . В ряде случаев можно допустить ГЭС к участию в нескольких зонах графика, но при этом для каждой из них потребуются дополнительные ограничения, определяющие суммарный отпуск энергии, который при заданной схеме регулирования и режиме водотока находится довольно точно. Из-за линейности ограничений условие выпуклости не нарушается [6].

Выработка электроэнергии i_2 -й ГЭС k -й ЭЭС в t -м году не должна превышать максимально возможную:

$$W_{kit} \leq \sum_r y_{kit}^r h_{kit}^r \leq \bar{W}_{kit}. \quad (10)$$

Мощность каждого объекта ограничивается технически возможным интервалом изменений:

$$N_{kt} \leq y_{kt} \leq \bar{N}_{kt}. \quad (11)$$

При необходимости для учета блочной структуры КЭС вводятся дополнительные ограничения. Мощность электростанций в оптимальном плане не должна превышать максимально возможную установленную:

$$\sum_i \delta_{ki1t}^r \alpha_{ki1}^r \leq y_{ki1t}^r; 0 \leq \delta_{ki1t}^r \leq 1. \quad (12)$$

При этом определяется целесообразное сочетание количества и вида блоков, предназначенных для покрытия разных (полупиковых) режимов в структуре мощностей рассматриваемой ЭЭС.

В приведенной модели приняты следующие обозначения: $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$ ($i_1 = \overline{1, n_1}$; $i_2 = \overline{1, n_2}$; $i_3 = \overline{1, n_3}$; $i_4 = \overline{1, n_4}$), где n_1, n_2, n_3, n_4 — числа тепловых, гидравлических, атомных и специализированных пиковых (ГАЭС) электростанций; N_{pekt}, W_{pekt} — аварийные и ремонтные резервы мощности и энергии k -й системы в t -м году, которые определяются по предварительным расчетам исходя из ориентировочно принимаемой структуры энергосистемы и добавляются к заданным максимумам нагрузки; N_{kt}, W_{kt} — максимальная нагрузка и электропотребление k -й энергосистемы в году t ; $C_{kt}^r, K_{kt}^r, C_{gkt}^r, K_{gkt}^r$ — постоянная часть издержек и капиталовложения, зависящие от мощности ТЭС, ГЭС, АЭС, ГАЭС и ВЛ в зоне r в году t ; β_{kt}^r — приведенные затраты на тонну условного топлива t -го вида, используемого на i -й электростанции; b_{kt1t}^r — удельный расход топлива i -й электростанции k -й ЭЭС в зоне r в году t на вид топлива t ; π_{kg} — коэффициент, учитывающий потери мощности при числе часов h_{kgt} ; β_i — коэффициенты участия установленных мощностей объектов в балансе мощностей; Q_{kt}^r — располагаемый объем топлива вида t в t -м году (лимита ресурса); y_{gkt}^r — переток мощности из системы g в систему k в момент максимума нагрузки в году t ; N_{kH}, W_{kH}, Q_{kH} — мощность, выработка, расход топлива электростанций, существующих в начале рассматриваемого периода; δ_{ki1t}^r — переменные, принимающие лишь целые значения (0 или 1); α_{ki1}^r — заданная единичная мощность энергоблоков, принимающая дискретные значения.

Искомыми в модели ЭЭС являются тип, мощность и выработка тех электростанций, которые вводятся в течение рассматриваемого периода, а также перетоки межсистемных мощностей и энергии.

В отличие от существующих моделей оптимизации структуры ЭЭС [2], балансы по энергии заданы в виде неравенств, так как ограничения взаимосвязаны и влияют друг на друга. Проводимые расчеты при строгом равенстве значительно усложняют решение задачи и могут привести к погрешности оптимального решения, особенно из-за использования недостаточно достоверной, детерминированной информации.

Рассматриваемая задача является сложной, экстремальной (как в методическом плане, так и при практи-

ческом решении) вследствие нелинейности характеристик и уравнений, целочисленного изменения большинства параметров ЭЭС, наличия ограничений по ее параметрам в форме равенств и неравенств, неопределенности исходной информации и динамического характера задачи.

Оптимизация развития ЭЭС базируется на предварительном решении частных оптимизационных задач разных иерархических уровней. Выбор типа электростанции существенно зависит от режима электропотребления, условий топливоснабжения, наличия гидроресурсов и от условий развития атомной энергетики. Эта информация может быть получена с помощью вспомогательных моделей и программ, облегчающих подготовку используемой исходной информации. Результаты анализа зависимостей нелинейных функций и технико-экономических характеристик объектов показывают, что эти функции выпуклы в области допустимых решений, и решаемая задача относится к классу задач нелинейного выпуклого программирования [4]. На основе обработки статистических данных и учитывая тенденцию изменения этих показателей с учетом темпов развития народного хозяйства, графически определены прогнозируемые значения по разным вариантам.

На рис. 2 в общем виде показан характер изменения показателей от длительности расчетного периода: удельный расход топлива (гиперболический характер), нагрузка (линейный), располагаемый объем топлива (логарифмический), электропотребление в основном носит характер степенной зависимости.

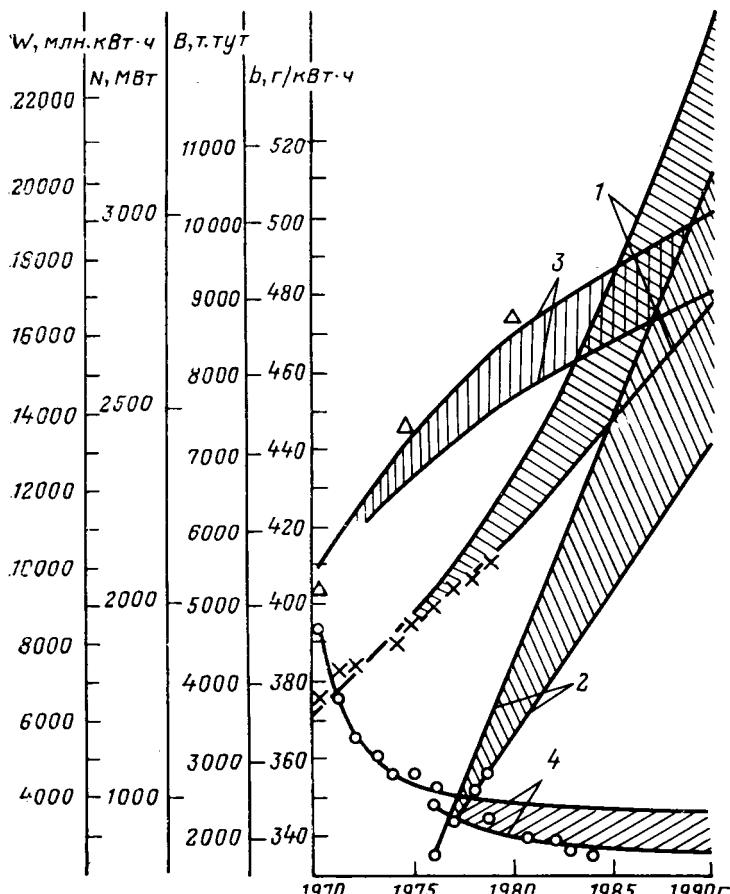


Рис. 2. Графики зависимости от расчетного периода: 1 — электропотребления; 2 — мощности; 3 — расхода топлива; 4 — удельного расхода топлива

Для решения сформулированной задачи при однозначно (детерминированно) заданных значениях, могут быть применены многие из известных математических оптимизационных методов: классические методы и методы нелинейного программирования. Однако при практической их реализации на ЭВМ возникают серьезные вычислительные трудности.

В настоящее время для решения оптимизации развития ЭЭС широко применяются методы линейного программирования [1—5]. Нелинейные по своему характеру задачи сводятся к задаче линейного программирования, решаемой симплексным методом. При этом высокая точность описания режимных факторов приводит к серьезному усложнению модели и увеличению ее размерности, что является фактором, ограничивающим использование позитивного принципа оптимизации [5]. Для обеспечения исходной информации требуется большая предварительная работа по формированию математической модели. По методу симплекса парные переменные y, h приближенно учитываются разбиением задачи на два этапа, так как при одновременном учете появляются нелинейные зависимости. Важно оптимизировать развитие системы в едином процессе, так как оптимальный режим работы определяется интересами не отдельных электростанций, а энергосистемы в целом.

Трудности, возникающие при использовании линейного программирования, привели к необходимости изыскания новых методов, позволяющих решать поставленную задачу с требуемой точностью. На основе сравнительного анализа различных методов для перспективного планирования принят метод скользящего допуска (флексимплекса) [7]. Этот метод обеспечивает существенное повышение уровня эквивалентирования энергосистемы и, в частности, точность учета в модели основных экономических и технических связей и зависимостей, относящихся к описанию режима ЭЭС. При этом многие ограничительные условия, соблюдающие линейность зависимостей, выпадают. Количество требуемой исходной информации уменьшается. Не требуется увеличения числа зон графика нагрузки, достаточно иметь дело только с характерными зонами: пик, полуник, базис. В итоге получается новая модель меньшей размерности, и возможно оптимизировать в едином процессе расчетов, т. е. правильно сочетать мощность и режим.

Метод флексимплекса, в отличие от методов нелинейного программирования, не требует вычисления частных производных функций, фигурирующих в задаче и тем самым дает возможность решать и линейные задачи. Этот метод характеризуется гораздо меньшими затратами времени на подготовительные операции. Сохраняя ценные качества метода симплекса, метод флексимплекса обеспечивает решение широкого класса задач нелинейного и линейного программирования, повышает эффективность выполняемых расчетов и приводит к уменьшению погрешности и к увеличению достоверности оптимальных решений.

В соответствии с методом флексимплекса поставленная задача заменяется более простой — минимизации $Z(x; p_n)$, где $x = yh$ вступает в виде парных переменных, при единственном ограничении

$$\Phi^j - T(x) \geq 0, \quad (13)$$

где Φ^j — значение критерия скользящего допуска на j -м этапе поиска. Рассматривается случай когда $\Phi^j =$

$=\Phi^j(x_{s+1}^i, x_{s+2}^i)$:

$$\left. \begin{aligned} \Phi^j &= \min \left\{ \Phi^{j-1}, \frac{p+1}{s+1} \sum \|x_i^i - x_{i+s}^i\| \right\} \\ \Phi^0 &= 2(p+1)\tau. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Величина Φ^j выбирается положительно определенной убывающей функцией координат точек, являющихся вершинами деформируемого многогранника в E^n ,

$$\Phi^0 \geq \Phi' \geq \dots \geq \Phi^j \dots \geq 0, \quad (15)$$

где τ — величина, характеризующая размер исходного многогранника; p — число ограничений в виде равенств; n — число независимых переменных; x_i — вектор, задающий положение i -й вершины многогранника в E^n ; $s=n-p$ — число степеней свободы целевой функции в задаче; x_{s+2}^i — вектор, задающий положение вершины, которая соответствует «центру тяжести» рассматриваемого многоугольника при $n=s$; Φ^{j-1} — значение Φ на $(j-1)$ -м этапе оптимального поиска; $T(x)$ — положительно определяемый функционал над множеством всех функций ограничения задачи,

$$T(x) = + \left[\sum_{i=1}^p h_i^2(x) + \sum_{i=p+1}^m u_i g_i^2(x) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где u_i — оператор Хевисайда, обладающий следующим свойством:

$$u_i = 0 \text{ при } g_i(x) \geq 0;$$

$$u_i = 1 \text{ при } g_i(x) < 0,$$

$h_i(x)$, $g_i(x)$ — ограничения, которые могут быть как линейные, так и нелинейные.

Так как нет ограничений в виде равенств и функции $g_i(x)$ ($i=p+1, m$) вогнуты, то $T(x)$ выпуклая функция, обладающая глобальным минимумом. По методу Нельдера и Мида каждая i -я вершина $x_i^i \in E^n$, в которой $\mathcal{Z}(x, p_n)$ максимально, проектируется через центр тяжести оставшихся вершин, приближаясь к той вершине, которая соответствует наименьшему значению целевой функции. В пределе имеет место полное вырождение деформируемого многогранника в точку, соответствующую оптимальному значению $\mathcal{Z}(x, p_n)$.

При практической реализации многих методов на ЭВМ значительная доля машинного времени тратится на то, чтобы обеспечить строгое выполнение требований допустимости. Метод скользящего допуска позволяет улучшить значения целевой функции как за счет информации, получаемой в допустимых точках пространства решений, так и за счет информации, которую удается получить при прохождении через некоторые точки, близкие к допустимым.

В процессе оптимизационного поиска уменьшается значение Φ^j над точками x^0, x^1, \dots, x^* в пределе $\lim_{x \rightarrow x^*} \Phi^j = 0$ сходимость гарантирована, что приводит к сужению области квазидопустимости, в пределе значительно число вершин x_i^i содержится внутри гипосферы радиусом ϵ , если $\Phi^j \leq \epsilon$, то $\epsilon = T(x_i^i) \geq 0$, значит $T(x_i^i) \leq \epsilon$.

Методы решения оптимизационных задач как единого целого позволяют получить комплексное глобальное решение. Однако недостатком таких моделей является большая размерность, что служит главным препятствием их использования. Учитывая ограниченную возможность вычислительной машины, необходимо разработать

такой алгоритм для численной реализации математической модели оптимизации развития ЭЭС, который обес печит минимум занимаемой памяти ЭВМ. Одним из перспективных направлений при решении уравнений оптимальных режимов больших порядков является метод декомпозиции, который обеспечивает резкое уменьшение объема требуемой памяти ЭВМ и машинного времени [7]. С этой целью процесс оптимизации ЭЭС разбивается на несколько последовательных этапов, которые объединены в одном общем алгоритме, основанном на методе декомпозиций Данцига — Вульфа.

Предполагается, что рассматриваемая развивающаяся система объединенная электроэнергетическая система (ОЭЭС) состоит из l ЭЭС. Период развития 15—20 лет. При составлении основной модели эквивалент ОЭЭС представляется упрощенной схемой в виде совокупности концентрированных энергетических систем, соответствующих отдельным районным ЭЭС, соединенным магистральными линиями электропередач.

Для решения поставленной задачи ограничения разделены на блоки, содержащие все переменные задачи и блоки, содержащие лишь переменные в соответствии с каждой k -й ЭЭС. При этом математическая модель задачи принимает следующий вид:

определить

$$\text{extr} \left\{ F(X_{kt}, p_n) = \sum_{k=1}^l F_k(X_{kt}; p_n) \right\} \quad (17)$$

при условиях

$$\sum_{k=1}^l A_{kt}^0 X_{kt} \leq B_t^0; \quad A_{kt} X_{kt} \leq B_{kt}; \quad X_{kt} \in \Omega_{kt}.$$

В этом случае обобщенная матрица условий A размерности $m \times n$ будет иметь квазидиагональную форму:

$$A = \begin{bmatrix} A_{1t}^0 & A_{2t}^0 & \dots & A_{lt}^0 \\ A_{1t} & & & \\ & A_{2t} & \ddots & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{lt} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_t^0 \\ B_{1t} \\ \vdots \\ B_{lt} \end{bmatrix}; \quad (18)$$

A_{kt}^0 — матрица коэффициентов общих ограничений размерности $m_0 \times n$; A_{kt} — матрица коэффициентов ограничений для каждой отдельной k -й ЭЭС размерности $m_k \times n_k$; B — m -мерный вектор-столбец, $m = m_0 + \sum_k n_k$.

l — число блоков по числу ЭЭС; m_k — число ограничений в соответствии с каждой k -й ЭЭС; m_0 — число общих ограничений; $\bar{X}_k(t) = [x_{k1}(t), \dots, x_{ki}(t), \dots, x_{kn}(t)]$ — n -мерный вектор-строка.

Множество допустимых решений k -системы, определяемое условиями рассматриваемой задачи, ограничено и выпукло:

$$\Omega_{kt} = \{X / A_{kt} X_{kt} \leq B_{kt}, X_{kt} \geq 0\}. \quad (19)$$

Из теории выпуклого программирования следует, что при этом каждая ЭЭС имеет свое оптимальное решение. Так как точка $X_{kt} \in \Omega_{kt}$ из выпуклого множества, она представляет собой комбинацию допустимых реше-

ий:

$$X_k = \sum_{it} \mu_{kit} x_{kit}^*, \quad (20)$$

$$\text{где } \sum_{it} \mu_{kit} = 1; \mu_{kit} \geq 0.$$

При подстановке в модель решения $x_{kit}^* = y_{kit}^* h_{kit}^*$ сходная задача с некоторой заменой переменных преобразуется в эквивалентную задачу линейного программирования, число ограничений которой меньше, чем в сходной и равно лишь $m_0 + l$. Число переменных μ_{kit} реобразованной задачи равно $\sum_{k=1}^l r_k$, где r_k — число решений системы отдельных блоков. В новых обозначениях задача сводится к вычислению переменных μ_{kit} , помостью которых достигается минимум линейной ормы:

$$\sum_{kit} (p_{it} K_{kit} + C_{kit} + 3_{kit}^T b_{kit}^T h_{kit}^*) y_{kit}^* \mu_{kit} \varphi_t$$

при соблюдении следующих условий:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{kit} y_{kit}^* \mu_{kit} \geq N_{\text{оээс} t}; \\ \sum_{kit} y_{kit}^* h_{kit}^* \mu_{kit} \geq W_{\text{оээс} t}; \\ \sum_{kit} b_{kit}^T y_{kit}^* h_{kit}^* \mu_{kit} \leq Q_{\text{оээс} t}^T; \\ \sum_{it} \mu_{kit} = 1 \text{ при } \mu_{kit} \geq 0 \left(\begin{array}{c} k=1, l \\ i=1, r_k \end{array} \right). \end{array} \right\} \quad (21)$$

Весовые коэффициенты μ_{kit} показывают долю участия электростанций отдельных ЭЭС в покрытии суточных нагрузок в ОЭЭС. Левые части условия показывают зависимости рабочей мощности электростанции, отпускаемой электроэнергии, количества расходуемого топлива от располагаемой мощности. Оптимизация общей модели производится по предлагаемому динамическому интервалу — минимуму приведенных затрат. Этот метод позволяет получить единственное решение для всей ЭЭС в целом, так как доказано, что минимум выпуклой функции на выпуклом множестве точек может быть только один [6].

При построении исходного варианта структуры k -й ЭС заданными являются: нагрузка и электропотребление в выделенных ЭЭС по годам рассматриваемого расчетного периода [1, T_p]; состав действующих электростанций всех типов в начале рассматриваемого периода и их технико-экономические показатели; из ориентировочно принимаемой структуры состав и последовательность чередность ввода новых электростанций за рассматриваемый период [1, T_p] и технико-экономические показатели. От других подсистем ЭЭС получает показатели мыкающих затрат на топливо и ресурсы каждого вида плива, выделяемые данному району.

Учет динамики развития k -й ЭЭС осуществляется тем одношагового решения совокупности взаимосвязанных статических подмоделей, составленных для каждого интервала расчетного периода.

Расчетные величины W_{kt}' и N_{kt}' определяются следую-

щими выражениями:

$$\left. \begin{array}{l} W_{kt}' = W_{kt} - \sum_i y_{ki, t-1}^* h_{ki, t-1}^*; \\ N_{kt}' = N_{kt} - \sum_i y_{ki, t-1}^*. \end{array} \right\} \quad (22)$$

При условии $W_{kt} > 0, N_{kt} \leq 0$ задача становится линейной и определяется оптимальный режим работы существующих объектов. При $W_{kt}' > 0, N_{kt}' > 0$ задача становится нелинейной, вводятся новые мощности и определяется оптимальная структура с одновременной оптимизацией режимов работы объектов. Аналогичные расчеты проводятся для каждого года рассматриваемого периода.

После предварительного установления режимов отдельных подсистем, т. е. после локальной оптимизации, как было уже сказано, переходим к их объединению на основании метода декомпозиции Данцига — Вульфа для установления режима ОЭЭС в целом.

Обеспечить условие

$$N_{kt} + N_{(k+1)t} + N_{(k+2)t} \geq N_{\text{оээс} t}, \quad (23)$$

входящее в блок, означает сбалансировать систему:

$$\sum_{ki} y_{kit}^* + \sum_k \Delta N_{kt} \geq N_{\text{оээс} t}.$$

При этом $\sum_k \Delta N_{kt} = 0$ показывает, что система в целом сбалансирована; $\sum_k \Delta N_{kt} < 0$ — имеется избыток мощности; $\sum_k \Delta N_{kt} > 0$ — недоотпуск. В последнем случае развитие пропускных способностей ВЛ учитывается вводом в математическую модель новой переменной, которая даст возможность решить вопрос о выгодности строительства новой электростанции в ОЭЭС.

По рассмотренному методу на языке ФОРТРАН составлена программа, применяемая при оптимизации развития ОЭЭС Закавказья, состоящей из трех подсистем союзных республик, целевые функции которых имеют 39, 34 и 32 независимые переменные с наложенными на них 77, 71 и 67 ограничениями в виде неравенств. При этом рассматривается четыре временных интервала. Для решения задачи на ЭВМ типа ЕС-1022 требуется 45 с.

Разработанная программа позволяет, пользуясь оперативной памятью ЭВМ ЕС-1022, решать задачу оптимального развития ОЭЭС, состоящей из десяти подсистем, рассматриваемых в десяти временных интервалах с целевой функцией, состоящей не более чем из 50 независимых переменных с наложенными на них ограничениями в виде неравенств.

Несмотря на общую предлагаемую методику и алгоритм решения задачи оптимизации структуры ЭЭС к каждой конкретной энергосистеме необходимо подходить индивидуально, учитывая ее характерные особенности с целью более строгого учета реальных условий задачи.

Определения оптимального направления развития системы показали работоспособность методики и программ. Однако из-за неполноты исходной информации появляется множество вариантов развития систем, каждый из которых может оказаться оптимальным при раз-

личных возможных сочетаниях исходных данных. В результате чего получаем зону равноэкономичных решений, диапазон которых определяется возможной погрешностью используемой исходной информации. Поскольку для реализации поставленной цели необходимо принять одно решение, сужение множества вероятно-оптимальных решений является важной задачей. Вероятностная природа и большая размерность задачи делают эти методики очень сложными, а слабая изученность действия многих факторов, как и трудность построения формализованных расчетных схем, не позволяет получить достоверные результаты [8].

Чтобы избежать эти трудности, можно попытаться использовать следующие предложения:

1. Ввод двойственного минимаксного критерия (например, при изменении p_{ii}) дает возможность сузить множество вероятно-оптимальных решений за счет определения коэффициента эффективности капиталовложений. Существование параметра p_{ii} (седловой точки) следует из функциональной теории двойственности, разработанной Куном — Таккером [6]:

$$\min \max F(X_{kt}; p_{ii}). \quad (24)$$

$$X_{kt} \in \Omega_{kt}; p_{ii} \in (\alpha, \beta)$$

Величина $F(X_{kt}; p_{ii})$ интерпретируется функцией Лагранжа с неопределенным множителем p_{ii} .

2. Компоненты вектора (18) правой части ограничений заданы с некоторой погрешностью в виде интервала

$$B_{kt} \leq B_{kt} \leq \bar{B}_{kt}, \quad (25)$$

где B_{kt} и \bar{B}_{kt} — нижний и верхний пределы их возможных изменений, которые можно определить для каждой конкретной системы исходя из корректности поставленной задачи и полученных закономерностей развития системы.

УДК 621.311.001.57.001.24

Программируемые устройства телемеханики энергосистем

МАДАШ-ДОБЛЕР М., ПИНЦ Г., инженеры

Будапешт

Во всем мире вследствие резко возрастающих энергетических потребностей все более важную роль приобретает электрическая энергия, производство и распределение которой в промышленных странах за последние 10—15 лет удвоилось. Этот процесс влечет за собой быстрое развитие электроэнергетических систем и, в частности, распределительных сетей.

В настоящее время надежное и экономичное управление районами распределительных сетей, которые охватывают большие территории и стали более сложными, уже невозможно без применения современных систем телемеханики. Для управляющего персонала требуется большое количество информации в реальном масштабе времени, правильно отражающей состояние сети, а также предоставление возможности надежного вмешательства на разных уровнях управления. Например, для управления одним районом распределительной сети ВНР предусматривается учет приблизительно 500—600 измерений и 1000—1500 сигналов. Система телемеханики должна надежно передавать и обрабатывать

Для решения задачи в условиях неопределенности вместо этих величин можно вводить новые переменные $B_{kt} = Z_{kt}$ с соответствующими двусторонними ограничениями. Предлагаемым методом за счет увеличения размерности рассматриваемой задачи вместе с оптимальным решением одновременно можно получить достоверный вариант развития системы.

Выводы. 1. Для оптимизации структуры ОЭЭС целесообразно использовать принцип декомпозиции, который позволяет минимизировать как требуемую память ЭВМ так и время расчета.

2. Сочетание универсального метода флексимплекса с методом декомпозиции Данцига — Вульфа обеспечивает решение линейных и нелинейных оптимизационных задач больших размерностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Мелентьев Л. А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики. — М.: Высшая школа, 1976.
- Макаров А. А., Мелентьев Л. А. Методы исследования и оптимизации энергетического хозяйства. — Новосибирск: Наука, Новосибирское отд-ние, 1973.
- Линейная математическая модель для оптимизации структуры энергетических систем с применением ЭЦВМ. Ю. П. Сыров, А. С. Макарова, А. Н. Зейлигер, Л. Д. Хабчев — Теплоэнергетика, 1966, № 10.
- Некрасов А. С., Кретинина Ю. С. Моделирование перспективного развития электроэнергетических систем. — Экономика и математические методы, 1969, т. V, № 1.
- Области применения и опыт использования математических моделей электроэнергетических систем/А. С. Макаров, И. С. Ефимов, Г. В. Агафонов и др. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 6.
- Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование — М.: Мир, 1975.
- Хачатрян В. С. Решение уравнения установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода декомпозиции. — Электричество, 1976, № 6.
- Беляев Л. С. Вопросы оптимизации больших систем в вероятностных ситуациях. — Экономика и математические методы, 1967, т. III, 6.

122.06.8

информацию в реальном масштабе времени и представлять ее диспетчеру в удобном для него виде.

С целью удовлетворения этих требований Электротехническим научно-исследовательским институтом ВНР была разработана система телемеханики ТЕЛЛМА на базе программируемых устройств, в полной мере использующих возможности микропроцессорной техники. Система ТЕЛЛМА имеет иерархическую структуру, соответствующую системе управления распределительными сетями 120 кВ и ниже (рис. 1). Она включает три уровня: высший — сети 120 кВ; средний — сети 20—30 кВ; нижний — энергообъекты (подстанции и станции). В системе ТЕЛЛМА используется адаптивный метод передачи¹, благодаря которому в отличие от жестко циклического метода запаздывание передачи не повышается пропорционально информационной емкости системы.

Устройство телемеханики среднего уровня, кроме приема и передачи информации, выполняет также фун-

¹ Mitjushkin K. G. Adaptive system for collection and transmission of operational dispatcher information in power systems. CIGRE, 1976, R. 35—02.

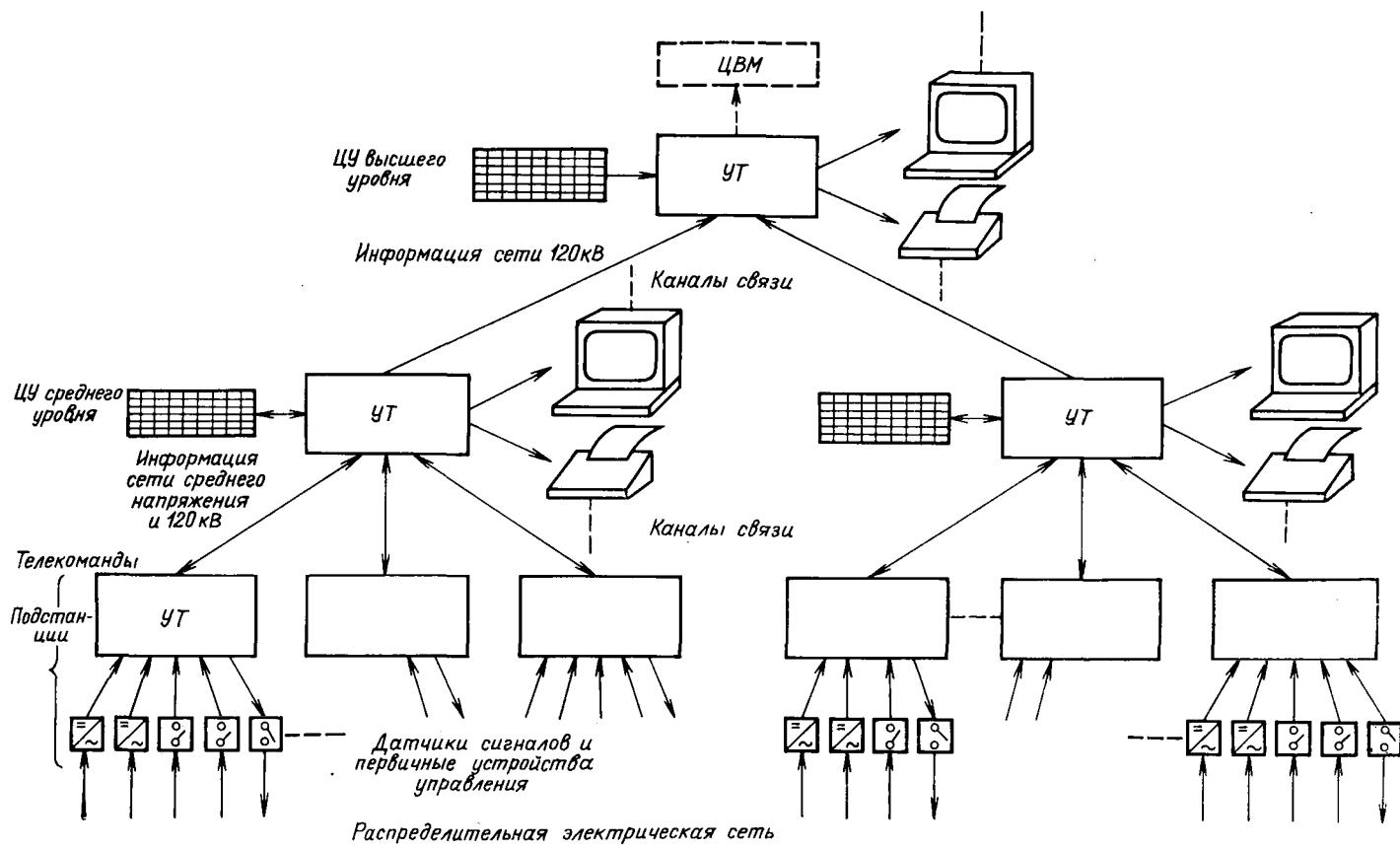


Рис. 1. Система управления режимом электрической сети
УТ — устройства телемеханики; ЦУ — центры управления

дли информационной системы для диспетчерского пункта ети 20—30 кВ. Так, оно способно производить простые вычисления и управлять местной системой отображения информации.

На высшем уровне, где требуется производить более ложные вычисления (например, такие, как при расчете распределения нагрузок, оценке состояния и т. д.), устанавливается универсальная управляющая ЭВМ. Устройство телемеханики высшего уровня с помощью собственных внешних устройств таких же, как и для диспетчерских пунктов среднего уровня, обеспечивает в случае отказа ЭВМ отображение основной информации и предоставляет возможность вмешательства в процесс управления.

Основные устройства ТЕЛЛМА как для диспетчерских пунктов различных уровней, так и для энергообъектов, представляют собой микро-ЭВМ с единой аппаратурой и программной структурами, у которых различаются только модули сопряжения внешних устройств программы, записанные в перепрограммируемую постоянную память (ПЗУ) типа РЕПРОМ в соответствии с решаемыми задачами. Единая структура устройств облегчает производство и обслуживание системы. Обслуживание устройств на всех диспетчерских уровнях требует специалистов по вычислительной технике высокой квалификации.

Замена универсальных мини-ЭВМ на диспетчерских пунктах распределительных сетей программируемыми устройствами телемеханики дает значительные экономические преимущества из-за большой разницы между ценой универсальной ЭВМ и специализированной микро-ЭВМ.

Система телемеханики ТЕЛЛМА обеспечивает вы-

полнение дополнительных функций по сравнению с известными системами в первую очередь за счет расширения функций устройств, устанавливаемых на энергообъектах. Адаптивный метод передачи позволяет лучше использовать каналы связи и снижать загрузку устройств обработки информации на диспетчерских пунктах.

Адаптивный способ передачи информации заключается в том, что новые значения изменяющихся контролируемых технологических параметров передаются по порядку важности, формируя прерывание последовательного цикла передачи данных независимо от того, где в данный момент находится цикл (рис. 2).

Приоритетная последовательность передачи данных определяется в соответствии с требованием системы управления. Например, в системе ТЕЛЛМА для будапештского района электросетей принята следующая последовательность:

0. Сообщения о неисправности линии связи или устройств телемеханики.
1. Позиционные сигналы важных коммутационных аппаратов.
2. Сигналы срабатывания важных устройств защиты и автоматики.
3. Позиционные сигналы менее важных коммутационных аппаратов.
4. Сигналы срабатывания менее важных устройств защиты и автоматики, а также другие эксплуатационные сигналы.
5. Квитирование команд телеуправления.
6. Измерения важных параметров, превысивших большую уставку.

7. Сообщения о временной последовательности событий.

8. Измерения важных параметров с нормальной уставкой и менее важных параметров, превысивших большую уставку.

9. Основной цикл.

Основной цикл содержит все виды информации.

Понятия «важный — менее важный» и «нормальная» и «большая» уставки определяются в соответствии с конкретными условиями. Сообщение «квитирование команды» необходимо потому, что телеуправление в системе осуществляется способом повторной передачи.

Для того, чтобы в случае повреждения датчика система телемеханики не передавала бы одну и ту же информацию, предусмотрены следующие защиты:

в двух кодированных сообщениях, следующих друг за другом, никогда не представляется та же самая информация;

изменения значений измеряемых параметров не передаются чаще, чем один раз в 2 с;

после приоритетной передачи определенного количества кодированных сообщений в передачу вставляется кодированное сообщение, относящееся к основному циклу;

диспетчер имеет возможность запретить передачу любых измерений или сигналов и после устранения неисправностей снова дать разрешение на передачу с помощью специальной команды.

Для анализа развития аварий в электрических сетях, который необходимо для предотвращения и ускорения ликвидации аварий, необходима точная регистрация во времени событий в аварийных условиях (срабатывание устройств защиты, автоматики и т. п.).

На основании этих данных с указанием точного времени последовательности событий могут быть выявлены первичные и вторичные причины аварии.

Точность фиксации времени последовательности событий в аварийных условиях желательно иметь не менее 20 мс. Такая точность не может быть достигнута при фиксации событий на центральной станции. Так, при скорости в канале связи 200 бод запаздывание передачи сигналов составляет от нескольких десятых долей секунды до нескольких секунд. Поэтому функцию определения последовательности событий выполняет низовое устройство телемеханики, устанавливаемое на энергообъекте. Это устройство запоминает сигналы контролируемых параметров и точное время их поступления.

Для того, чтобы центральная станция как можно ранее зарегистрировала события, сигналы с низового устройства передаются сразу же независимо от последовательности их поступления и без указания времени. Затем посыпается расшифровка последовательности событий, которая регистрируется центральной станцией в виде печатного текста. Последовательность событий, совершающихся в различных точках сети, может быть оценена в случае, если на всех пунктах системы телемеханики имеются синхронизированные друг с другом таймеры. Синхронизация таймеров происходит каждую минуту с помощью передаваемых из центра посылок установки времени.

Устройства телемеханики на энергообъектах определяют количество потребляемой электрической энергии на основании периодических замеров мгновенных значений мощности. Вычисления осуществляются процессором по цифровым значениям мгновенных мощностей.

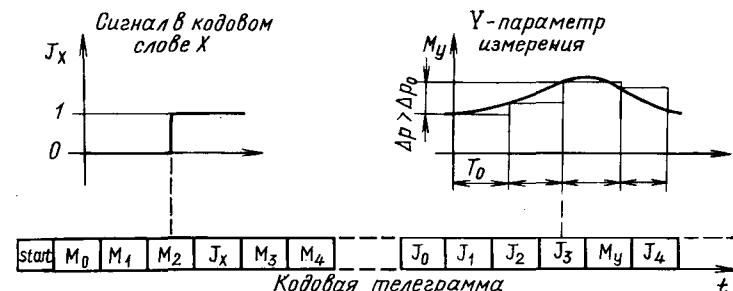


Рис. 2. Адаптивная передача информации:
 $J_0 \dots J_n$ — кодовые слова, содержащие сигналы; $M_0 \dots M_k$ — кодовые слова, содержащие параметры измерений; ΔP_0 — критическое значение изменения измерений; T_0 — время цикла цифрового преобразования измерений.

В целях лучшего приближения диаграммы потребления, обеспечиваемого частым взятием выборки, в случае большого количества измерений применяется несколько параллельно работающих аналого-цифровых преобразователей. Преимущества интегрирования на энергообъектах по сравнению с интегрированием в центральной ЭВМ, следующие: снижается загрузка линии связи, так как не требуется передавать в центр с большой частотой значения приращений энергии ΔW , а достаточно лишь передавать результат интегрирования с целью периодической регистрации данных в центре; повышается надежность точности вычислений, потому что в случае отказа линии связи интегрирование на основании замеренных значений не прерывается (если интегрирование осуществляется в центре, то в таких случаях вместо действительных значений ΔW могут быть приняты во внимание только усредненные значения, вычисляемые различными методами). Достоинства интегрирования с помощью микропроцессора по сравнению с традиционным электромеханическим счетчиком заключаются в повышении точности измерения энергии. Например, для приборов, изготовленных промышленностью ВНР, имеем:

погрешность датчика мгновенной мощности $H_{a.m} \approx 0,2\%$;

погрешность аналого-цифрового преобразователя $H_{a.u.p} \approx 0,2\%$;

погрешность же электромеханического счетчика с вращающимся диском $H_{v.p} \approx 0,5\%$. Значит, в наихудшем случае $H_{a.m} + H_{a.u.p} \approx H_{v.p}$.

Кроме того, снижаются затраты на первичные приборы и кабели, потому что нет необходимости устанавливать отдельно датчики мгновенных значений мощности и электрической энергии (измерение мгновенных значений мощности в электроэнергетических системах необходимо независимо от измерения потребления).

Устройства телемеханики на энергообъектах контролируют большое количество отдельных позиционных сигналов, характеризующих состояние распределительной сети. В то же время на диспетчерских пунктах обычно достаточно знать лишь эквивалентные сигналы о состоянии отдельных токовых путей. Таким образом, количество позиционных сигналов, передаваемых по линии связи, в значительной мере может быть уменьшено соответствующим совмещением сигналов состояния отдельных переключающих элементов. Так как совмещение сигналов осуществляется программным путем, то имеется возможность сокращать количество позиционных сигналов (ТС) при самом различном сочетании переключателей.

Примеры совмещения сигналов показаны на рис. 3: для трансформатора (рис. 3, а)

$$A = s_1 M_z \bar{M}_b s_2;$$

для воздушных линий (рис. 3, б)

$$A_1 = s_1 M_z \bar{M}_b s_3;$$

$$A_2 = s_2 M_z \bar{M}_b s_3;$$

$$s_1 = s_2 \neq \ll 1 \gg,$$

где «1» соответствует закрытому состоянию; A — токовый путь; $s_1 s_2$ — пары вспомогательных контактов разъединителей; M — силовой выключатель, имеющий пару параллельно работающих вспомогательных контактов: замыкающий M_z и размыкающий M_b .

Позиционные сигналы передаются всегда двумя разрядами; одним из них передается состояние контакта M_z , а другим — состояние контакта M_b . В случае правильной работы всегда выполняется зависимость $M_z = \bar{M}_b$. Наличие недопустимой зависимости $M_z = M_b$ указывает на аварийный режим, при котором включены не все фазы. Такой режим может быть результатом повреждения кабелей подстанции, неисправности гальванической развязки соединительных разъемов, а также электронных устройств телемеханики. Выполнение зависимости $M_z = \bar{M}_z$ контролируется центром, и в случае отклонения формируется соответствующий сигнал. Это в большой степени повышает надежность сигналов. Часто нет не-

обходимости контроля сигналов срабатывания отдельных защитных устройств и автоматики. Различные группы этих сигналов могут быть объединены простой связью ИЛИ в один сигнал:

$$J = J_1 + J_2 + \dots + J_n,$$

где J — обобщенный сигнал «защита сработала»; J_1, J_2, \dots, J_n — различные сигналы отдельных защит.

Таким же образом могут быть объединены и сигналы автоматики.

Устройства телемеханики, работающие на среднем уровне иерархической системы телемеханики, осуществляют обработку собранных данных. С целью снижения нагрузки каналов связи в диспетчерский центр высшего уровня районной системы передается только информация от магистральных распределительных линий 120 кВ, причем в обобщенном виде. Например, на высший уровень передают суммарное значение мощностей трансформаторов отдельных подстанций. Также поступают и со значениями энергии, потребляемой в заданный промежуток времени. Информация средних центров передается на высший уровень также по уже упомянутому адаптивному алгоритму.

Важной задачей центров управления среднего уровня является использование информации распределительной сети среднего уровня напряжения (в ВНР это 10—20 кВ), входящей в их компетенцию. На этом уровне устройства телемеханики управляют работой традиционных внешних устройств вычислительной техники — дисплеями, АЦПУ, и, кроме того, мнемоническим щитом или несколькими приборами с цифровой индикацией. Дисплей и АЦПУ матричного типа оказывают существенную помощь в работе диспетчера. На эти внешние устройства информация может выводиться в произвольном формате и содержать значения измеряемых параметров, графики, схемы сети и таблицы событий за один—два предшествующих дня. Устройства телемеханики производят масштабирование телеметрий, поступающих в процентной форме, контролируют выход за предельные значения и т. д. В случае необходимости устройства выполняют и другие простые вычисления, например, усреднение, расчет градиента и т. д.

Структура устройства телемеханики подстанции (КП) показана на рис. 4. Его модули присоединяются к системе шин, по которой происходит передача данных, адресов и управляющих сигналов. Центральный процессор (ЦПУ) путем управления обменом данных по системе шин, управляет сбором данных, выдачей команд и последовательной передачей данных посредством канального адаптера. Наряду с этим ЦПУ выполняет указанные выше защитные функции. Параметры микропроцессора: длина слова — 8 двоичных разрядов, длительность выполнения команд 1,6 мкс; максимальный объем памяти 64 килобайта с возможностью расширения. Расширение памяти осуществляется по принципу «обмена страницы». Суть этого метода заключается в том, что к данной адресной зоне памяти относятся несколько блоков, из которых с помощью декодера выбирается активный блок. Таким образом реализуется хранение не программных массивов, а информации типа таблиц, листов, наборов символов дисплея и т. д. Размер ПЗУ, построенного на элементах перепрограммируемой памяти типа РЕПРОМ, соответствует объему программы, а емкость ОЗУ типа РАМ соответствует количеству обрабатываемых данных.

Канальный адаптер выполняет функции, связанные

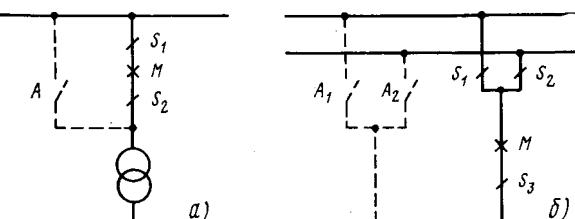


Рис. 3. Совмещение сигналов коммутирующих устройств:
а — трансформатор; б — ВЛ

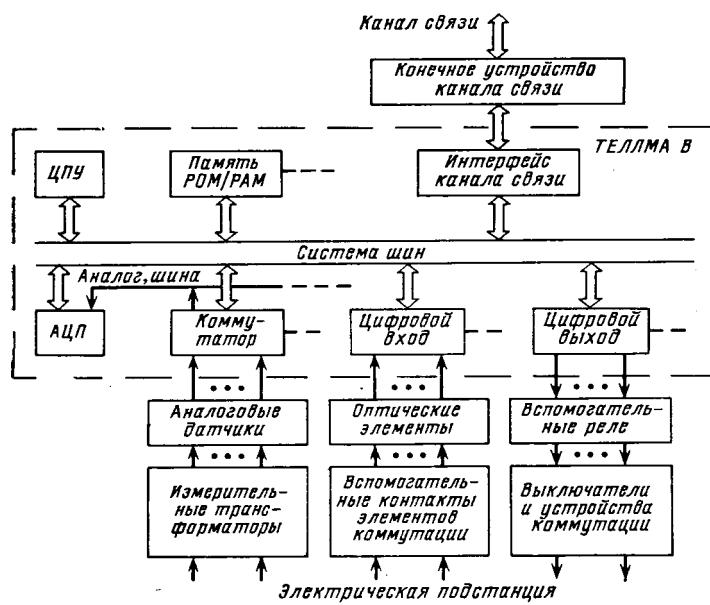


Рис. 4. Структурная схема устройства телемеханики подстанции

с обменом данных по дуплексным каналам связи с помощью собственного процессора типа I 8741. В его функции входит кодирование и декодирование передаваемых и принимаемых кодовых символов и контроль ошибок, связанных с передачей данных.

Аналогово-цифровой преобразователь интегрирующего типа осуществляет преобразование измеряемого аналогового сигнала в цифровой десятиразрядный код со знаком. Время интегрирования соответствует мгновенному значению частоты питающего напряжения сети. Погрешность преобразования менее 0,2 %. Реле — герконы (с ртутным увлажнением) модулей аналоговых коммутаторов осуществляют двухполюсное подключение аналоговых датчиков на вход аналогово-цифрового преобразователя. На модули цифрового ввода подаются сигналы на уровне 24 В, гальванически развязанные с помощью оптронов от внешней сети. Модули цифрового вывода, используемые для выдачи двухпозиционных команд, присоединяются к исполнительным органам технологической системы через герконовые реле (нагрузочная способность контактов 0,25 А при напряжении 24 В). Устройство телемеханики КП может содержать и другие модули: ввода импульсных сигналов, вывода аналоговых сигналов, параллельные и последовательные цифровые вводы/выводы (например, для целей сопряжения устройств местной регистрации и представления информации).

Структура устройств телемеханики диспетчерских центров аналогична рассмотренной структуре устройств КП. Однако, разумеется, эти устройства имеют гораздо больший объем памяти. Если устройство телемеханики диспетчерского пункта среднего уровня установлено на опорной трансформаторной подстанции, то первичные приборы подстанции присоединяются через модули, идентичные модулям устройства телемеханики КП. Связь с устройствами отображения и регистрации осуществляется с помощью модулей параллельного или последовательного дискретного ввода/вывода.

Для присоединения устройств телемеханики к ЭВМ необходим модуль сопряжения, который согласуется с аппаратными и программными особенностями данной машины. Если решаемые задачи оказываются достаточно сложными, то возникает необходимость применения нескольких процессоров. В этом случае связь между процессорами обеспечивается устройствами сопряжения шин.

Система программного обеспечения является модульной. Она включает:

программы, осуществляющие ввод/вывод данных от внешних устройств;

программы управления выдачей телекоманд, самотестирование и т. д.;

таблицы спецификации, содержащие конкретные характеристики отдельных сигналов или измерений (их буквенные коды, способы отображения, адреса соответствующих вводов и выводов и т. д.); эти программы позволяют производить простое расширение емкости и информационного состава устройства в случае изменения требований;

другие таблицы, например, графические символы, выводимые на экран дисплея;

систему программ CAL, которая содержит монитор реального времени и супервизор, управляющий работой программ и их синхронизацией и обеспечивающий структурное программирование;

режим off —line для облегчения заполнения спецификационных и других таблиц диалоговых программ.

Программы написаны на языке АССЕМБЛЕР. Система программ CAL разработана на кафедре приборной и измерительной техники Технического университета в Будапеште.

При применяемой «адаптивной» передаче информации время, необходимое для пересылки изменившихся данных в вышестоящий центр, зависит от уровня приоритета информации и количества одновременно изменившихся данных.

В системе ТЕЛЛМА одно кодовое сообщение состоит из 32 бит и через каждые 32 кодовых сообщения необходима посылка синхрослова (маркера), состоящего из 40 бит. При скорости передачи 200 бод, длительность одного кодового сообщения $T_k = 0,16$ с, а длительность маркера $T_c = 0,2$ с.

Время, необходимое для передачи информации, оказывается самым большим в случае, если приоритетный уровень является самым низким и одновременно произойдет изменение всей информации, контролируемой устройством. Это время равно длительности основного цикла, при котором вся информация обновляется независимо от изменения контролируемых параметров. Длительность основного цикла в секундах

$$T_{\text{ц}} = \left[M + \left(\frac{P}{16} \right)^{'} \right] 0,16 + \left[\frac{M + \left(\frac{P}{16} \right)^{'} }{32} \right] 0,2,$$

где M — количество телеметрий; P — количество телесигналов; символ $(\cdot)'$ означает ближайшее большее целое число.

Рассчитанное по этой формуле время передачи является предельным. Практически же время передачи оказывается меньшим, так как вероятность одновременного изменения всех контролируемых параметров ничтожно мала.

На основании статистических данных, полученных в различных эксплуатационных условиях (в том числе и аварийных), одновременно изменяется не более 25 % контролируемых параметров. При этом для устройства средней емкости (приблизительно 70 телеметрий и 300 телесигналов) и параметров самого низкого приоритета время передачи составляет около 3,72 с.

Кодовые сообщения передаются циклическим кодом (31,26) с дополнением одним битом контроля четности. Расстояние Хемминга $d=4$. Генераторный полином $g(x) = 1 + x^2 + x^5$.

Вероятности обнаружения ошибок:

до трех независимых ошибок — 100 %;

в случае пачки ошибок длиной не более 5 бит — 100 %;

в случае пачки ошибок длиной 6 бит — 99,2 %;

в случае пачки ошибок длиной более 6 бит — 98,4 %.

Улучшение по вероятности возникновения ошибок можно оценить приблизительно на четыре порядка.

[02.12.81]

Методы расчета распределения тока в обмотках трансформаторов и реакторов

ШАФИР Ю. Н., канд. техн. наук,
РОГАЧЕВСКИЙ В. И., инж.

Запорожье

При проектировании и эксплуатации трансформаторов (и автотрансформаторов), реакторов и агрегатов, состоящих из указанных устройств, приходится решать задачи, связанные с распределением тока в обмотках, в частности, рассчитывать токи обмоток при внешних к. з., сопротивления к. з. пар обмоток (сторон) при сложных схемах соединений, распределение тока по ветвям обмоток в нормальных режимах и при внутренних повреждениях, напряжения обмоток при нагрузке. Эти задачи можно решать разными методами. Однако их известные описания, обоснования и сравнения [1—5 и др.] не обладают достаточной общностью, строгостью и полнотой, что приводит к методическим затруднениям в инженерной практике.

Имея в виду дальнейшее развитие теоретической и методической баз для решения соответствующих инженерных задач, авторы преследовали в основном следующие цели: классифицировать и обобщить методы, а также показать их взаимосвязь; формализовать составление и решение уравнений многообмоточного трансформатора с произвольным соединением обмоток и их любых частей (ветвей) при использовании сопротивлений к. з. пар ветвей, а также привести к упорядоченной записи уравнения относительно собственных и взаимных сопротивлений ветвей и сопоставить указанные формы уравнений; обосновать и проанализировать систему расчетных моделей метода циркулирующих токов для произвольных схем и чисел витков ветвей, а также показать, что известные модели этого метода являются частными случаями указанной системы.

Рассматриваются методы расчета распределения тока между ветвями обмоток одной фазы (концентрами и их частями, катушками, ходами, проводами) при ненасыщенном магнитопроводе. В связи с этим система считается линейной, токи и напряжения симметричными и синусоидальными (особенности, вносимые намагничающим током, отмечаются особо). Ради простоты изложения потери в стали не учитываются. Другие допущения упоминаются в ходе изложения. Уравнения записываются относительно комплексных величин, т. е. для установившегося режима. Те же уравнения, переписанные в операторной форме, справедливы и для переходных процессов.

Общая характеристика методов. Распределение плотности тока по сечениям обмоток в принципе определяется уравнениями электромагнитного поля. Однако возможности такого подхода сокращены трехмерностью и нерегулярностью системы. Решение сильно упрощается, если распределение плотности тока по сечениям проводников и тока по проводникам определять раздельно. Это допустимо при умеренных частотах и сбыхах для силовых трансформаторов размерах проводников, когда влиянием поверхностного эффекта в них на магнитное поле, а также токами смещения можно пренебречь. В этом случае задача расчета распределения тока успешно решается сочетанием методов теории поля и теории цепей: реальная система моделируется одной или несколькими цепями с сосредоточенными параметрами, а

методы теории поля используются для расчета параметров цепей.

Цепь, непосредственно отображающая рабочую схему устройства, одновременно является расчетной моделью для результирующих токов. На ее использовании основан метод результирующих токов.

Метод	Составляющие результирующих токов	Устройство		
		Трансформатор	Реактор	
		Числа витков параллельных ветвей		
Результирующих токов	—	+	+	+
Циркулирующих токов	Намагничающие	+	+	—
	Сквозные (основные)	+	+	+
	Циркулирующие	к. з. х. х.	+	+
		+	—	—
	Компенсационные	к. з. х. х.	+	—
		+	—	—
Аварийных токов	Доаварийные	+	+	+
	Аварийные	+	+	+

П р и м е ч а н и я: 1. «+» — наличие и «—» — отсутствие составляющих токов. 2. По методу аварийных токов в качестве результирующих рассматриваются послеаварийные токи.

По принципу наложения систему результирующих токов часто удобно рассматривать как сумму главной — известной заранее или просто рассчитываемой — и некоторой дополнительной систем токов. Результирующие токи ветвей, например, при их параллельном соединении, можно разложить на сквозные и циркулирующие. Соответствующий метод называют методом циркулирующих токов. По аналогии с электрическими сетями [6] при внутренних повреждениях обмоток можно использовать понятие аварийных токов, равных разности токов до и после повреждения. Соответствующий метод назовем методом аварийных токов. В двух последних методах дополнительные системы образуют циркулирующие и аварийные токи (см. таблицу).

Условием применимости методов, основанных на принципе наложения, является линейность расчетных моделей. Это с достаточной точностью имеет место в трансформаторах, если для каждой модели (кроме приведенной ниже модели намагничающего тока) сумма м. д. с. в окне магнитопровода равна нулю, так как в этом случае токи определяются электрическим и магнитным полями в основном вне стали, а также в реакторах

без стали или с незамкнутой магнитной системой. Нелинейность модели намагничивающего тока при сложении токов не играет роли, так как соответствующее этой модели магнитное поле сосредоточено в основном в стали, т. е. в другой области пространства нежели в остальных моделях. При расчете токов в силовых трансформаторах ввиду малости намагничивающего тока этой нелинейностью вообще можно пренебречь и рассматривать модель результирующих токов как линейную при синусоидальных токах (при расчете самого намагничивающего тока, естественно, должны учитываться реальные свойства магнитной системы).

Расчет не только главной, но и дополнительной систем токов во многих важных случаях проще и точнее, чем непосредственно расчет результирующих токов, за счет более простых расчетных моделей и (или) меньших требований к точности расчета их параметров. Дополнительная система токов часто представляет самостоятельный интерес. Например, добавочные потери в обмотке от неравномерного распределения тока равны потерям от циркулирующих токов [1], а сумма приведенных результирующих токов через все линейные зажимы трансформатора, на которую настраивается дифференциальная защита, ввиду малости намагничивающего тока практически равна сумме аварийных токов через те же выводы.

Для расчета токов любыми методами во многих случаях целесообразно использовать схемы замещения [7].

Расчеты сильно упрощаются, если магнитно не связанными считать обмотки, принадлежащие не только разным магнитопроводам, но и разным стержням. Это почти всегда возможно, так как при двухстержневом магнитопроводе (без боковых ярм) сопротивления к. з. пар обмоток (концентров) разных стержней в десятки раз, а в других случаях на порядки больше, чем у пар одного и того же стержня.

Пассивными параметрами расчетных моделей в общем случае являются собственные и взаимные сопротивления ветвей. В трансформаторах, если намагничивающий ток пренебрежимо мал, вместо указанных сопротивлений обычно удобнее использовать сопротивления к. з. пар ветвей. В последнем случае расчеты дополнительно упрощаются, а процедура приведения параметров к одной стороне [7] локализуется в пределах стержня, если равенство нулю суммы м. д. с. рассматривать не для всего окна магнитопровода, а для обмоток одного стержня. При нулевом намагничивающем токе это строго справедливо, если имеются боковые ярма, или в трехфазном трансформаторе токи симметричны, или в однофазном трансформаторе системы обмоток разных стержней симметричны. С небольшой погрешностью равенство нулю суммы м. д. с. стержня соблюдается в большинстве других практических случаев. (Известным исключением из этого правила является случай несимметричной нагрузки в схемах Y/Y_n и Z/Y_n [8].)

Метод результирующих токов. Для любой схемы соединения ветвей обмоток справедлива следующая система уравнений по методу узловых потенциалов [9 и др.]:

$$\mathbf{Y}_y \dot{\mathbf{V}}_y = \mathbf{\Pi} (\mathbf{J} - \mathbf{Y}_b \dot{\mathbf{E}}), \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{E}}$, \mathbf{J} — векторы-столбцы источников э. д. с. и тока; \mathbf{V}_y — вектор-столбец узловых потенциалов; $\mathbf{Y}_y = \mathbf{\Pi} \mathbf{Y}_b \mathbf{\Pi}^t$ — матрица узловых проводимостей; $\mathbf{Y}_b = \mathbf{Z}_b^{-1}$ — матрица проводимостей ветвей; \mathbf{Z}_b , \mathbf{Z}_b^{-1} — прямая и обратная матрицы сопротивлений ветвей; $\mathbf{\Pi}$ — матрица соединений [10]; $\mathbf{\Pi}^t$ — транспонированная матрица $\mathbf{\Pi}$.

2*

Каждую группу магнитно связанных ветвей назовем участком цепи. Взаимные сопротивления ветвей, принадлежащих разным участкам, равны нулю, и матрица \mathbf{Z}_b квазидиагональна:

$$\mathbf{Z}_b = \text{diag} \{ \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_g, \dots, \mathbf{Z}_t \} \text{ и } \mathbf{Y}_b = \mathbf{Z}_b^{-1} = \\ = \text{diag} \{ \mathbf{Z}_1^{-1}, \dots, \mathbf{Z}_g^{-1}, \dots, \mathbf{Z}_t^{-1} \},$$

где g , t — текущий номер и число участков; \mathbf{Z}_g — симметричная матрица взаимных (при $i=n$ — собственных) сопротивлений ветвей i и n участка g ; $i, n=r+1, r+2, \dots, r+s_g$ — номера строки и столбца в матрице \mathbf{Z}_b ; $r = \sum_{f=1}^{g-1} s_f$; f — текущий номер предыдущего участка;

r — суммарное число ветвей всех предыдущих участков; s_g, s_f — число ветвей участка g или f .

Одним из участков является совокупность внешних сетей. Если можно считать, что они не связаны между собой помимо рассматриваемых устройств, то соответствующая подматрица \mathbf{Z}_g диагональна.

Решив систему (1) относительно $\dot{\mathbf{V}}_y$, определяем напряжения и токи пассивных элементов цепи, в том числе ветвей обмоток:

$$\dot{\mathbf{U}}_b = \mathbf{\Pi}^t \dot{\mathbf{V}}_y + \dot{\mathbf{E}}; \dot{\mathbf{I}}_b = \mathbf{Y}_b \dot{\mathbf{U}}_b, \quad (2)$$

где $\dot{\mathbf{U}}_b$, $\dot{\mathbf{I}}_b$ — векторы-столбцы напряжений и токов.

Можно также применять метод контурных токов [9 и др.]:

$$\mathbf{Z}_k \dot{\mathbf{I}}_k = \mathbf{\Gamma} (\dot{\mathbf{E}} - \mathbf{Z}_b \mathbf{J}), \quad (3)$$

где $\dot{\mathbf{I}}_k$ — вектор контурных токов; $\mathbf{Z}_k = \mathbf{\Gamma} \mathbf{Z}_b \mathbf{\Gamma}^t$ — матрица контурных сопротивлений; $\mathbf{\Gamma}$ — матрица контуров [10]; $\mathbf{\Gamma}^t$ — транспонированная матрица $\mathbf{\Gamma}$.

Решив систему (3) относительно $\dot{\mathbf{I}}_k$, определяем токи и напряжения ветвей обмоток:

$$\dot{\mathbf{I}}_b = \mathbf{\Gamma}^t \dot{\mathbf{I}}_k + \mathbf{J}; \dot{\mathbf{U}}_b = \mathbf{Z}_b \dot{\mathbf{I}}_b. \quad (4)$$

В трансформаторах при использовании сопротивлений к. з. пар ветвей справедлива следующая система уравнений:

$$\sum_{n=r+1}^{r+s_g} k_n (I'_n + J_n) = 0, \quad g=1, 2, \dots, t-1; \quad (5)$$

$$\frac{\dot{U}'_{r+1}}{k_{r+1}} - \frac{\dot{U}'_{r+i}}{k_{r+i}} - \sum_{n=r+2}^{r+s_g} k_n Z_{(r+1)(r+i)n} (I'_n + J_n) = \\ = - \left(\frac{\dot{E}_{r+1}}{k_{r+1}} - \frac{\dot{E}_{r+i}}{k_{r+i}} \right), \quad (6)$$

$$g=1, 2, \dots, t-1; i=2, \dots, s_g;$$

$$\dot{U}'_{r+i} - Z_{r+1} (I'_{r+1} + J_{r+i}) = -\dot{E}_{r+i}, \quad g=t; i=1, 2, \dots, s_t, \quad (7)$$

где I'_n , \dot{U}'_{r+i} — ток и напряжение ветви; $I'_n = I_n - J_n$; $\dot{U}'_{r+i} = \dot{U}_{r+i} - \dot{E}$;

$$Z_{(r+1)(r+i)n} = \frac{1}{2} (Z_{k(r+1)(r+i)} + Z_{k(r+i)n});$$

$Z_{k(r+i)n}$ — приведенное сопротивление к. з. пары ветвей $r+i$ и n , причем $Z_{k(r+i)n} = 0$ при $r+i=n$; Z_{r+i} — реальные (неприведенные) сопротивления внешних сетей; k_{r+i} — коэффициент приведения (отношение числа витков ветви $r+i$ и некоторой базисной); остальные обозначения те же, что и в уравнениях (1).

Уравнения (5) и (6) являются обобщением известных уравнений многообмоточного трансформатора [8], а уравнения (7) связывают токи и напряжения внешних сетей. Перепишем систему (5)–(7) в матричной форме:

$$AU'_B - \bar{Z}_B (I'_B + J) = -\dot{E}, \quad (8)$$

где

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{E}; \quad I'_B = I_B - J; \quad \bar{Z}_B = \text{diag} \{ \bar{Z}_1, \dots, \bar{Z}_g, \dots, \bar{Z}_{t-1}, Z_t \};$$

$$\bar{Z}_g = \bar{Z}_g K_g; \quad A = \text{diag} \{ A_1, \dots, A_g, \dots, A_{t-1}, 1 \};$$

$$Z_t = \text{diag} \{ Z_{r+1}, \dots, Z_{r+i}, \dots, Z_{r+s_t} \};$$

$$K_g = \text{diag} \{ k_{r+1}, \dots, k_{r+i}, \dots, k_{r+s_g} \};$$

$$\bar{Z}_g = \begin{bmatrix} 1 & 1_g \\ 0_g & \bar{Z}_g \end{bmatrix}; \quad A_g = \begin{bmatrix} 0 & 0_g \\ K_g & K_g \end{bmatrix};$$

$1'_g$ — матрица-строка, состоящая из единиц; 1 — единичная матрица; 0_g — нулевая матрица-столбец; $0_g''$ — нулевая матрица-строка; K_g — матрица-столбец, состоящая из одинаковых элементов k_{r+1} ; $K_g'' = \text{diag} \{ k_{r+2}, k_{r+3}, \dots, k_{r+s_g} \}$; \bar{Z}_g'' — симметричная матрица сопротивлений $Z_{(r+1)(r+i)n}$.

Умножая обе части уравнений (8) слева на матричное произведение $\Pi \bar{Y}_B$ и учитывая, что $\dot{U}'_B = \Pi' \dot{V}_y$ и

$\Pi'_B = 0$, получаем:

$$\bar{Y}_y \dot{V}_y = \Pi (J - \bar{Y}_B \dot{E}). \quad (9)$$

где

$$\bar{Y}_y = \bar{Y} \bar{Y}_B \bar{A} \bar{\Pi}^t; \quad \bar{Y} = \bar{Z}_B^{-1}.$$

После решения системы (9) вектор напряжений ветвей обмоток определяем из выражения (2), а вектор токов — из (8):

$$I_B = \bar{Y} (\bar{A} \bar{\Pi}^t \dot{V}_y + \dot{E}). \quad (10)$$

Отметим, что решить систему (8) по методу контурных токов в общем случае не удается, так как возникает необходимость обращения матрицы A , которая является особенной.

Система (1) по сравнению с (9) не требует допущения о равенстве нулю намагничивающего тока. Основные различия этих систем заключены в матрицах Z_B и \bar{Z}_B . Первая содержит только подматрицы Z_g , состоящие из собственных и взаимных сопротивлений ветвей, а вторая — подматрицы \bar{Z}_g , которые содержат так называемые сопротивления влияния [8], зависящие от сопротивлений к. з. пар ветвей, а также подматрицу Z_t . Система (9) по сравнению с (1) содержит также матрицу A , зависящую от чисел витков ветвей.

Матрица \bar{Z}_g , в отличие от Z_g несимметрична, но содержит симметричную подматрицу \bar{Z}_g'' , порядок которой лишь на единицу меньше порядка самой матрицы. По-

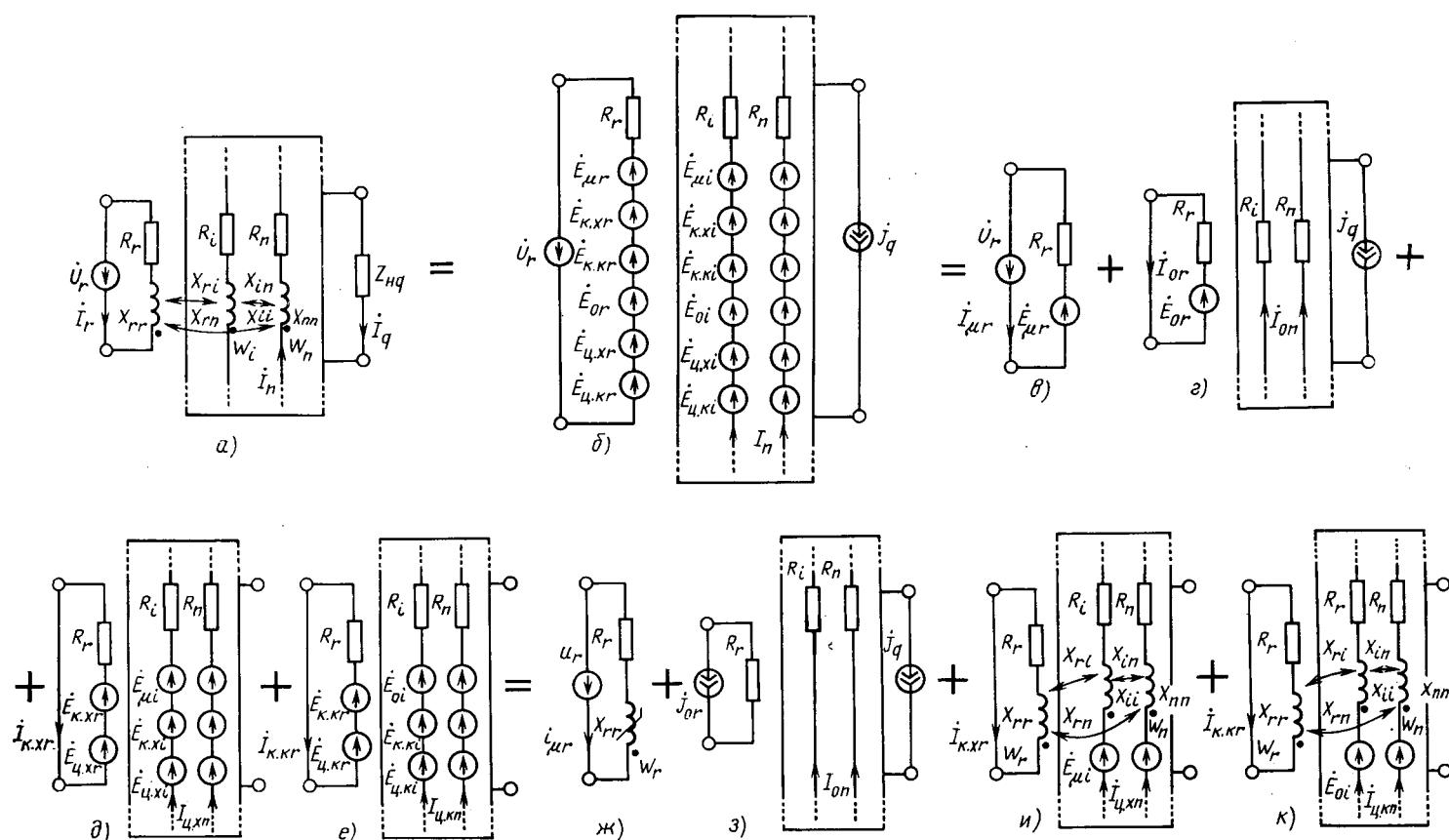


Рис. 1. К обоснованию метода циркулирующих токов:

a — исходная и *б* — преобразованная модели результирующих токов; *в*, *ж* — модели намагничивающих токов; *г*, *з* — модели сквозных (основных) токов; *д*, *и* — модели циркулирующих токов х. х.; *е*, *к* — модели циркулирующих токов к. з.; *в*, *г*, *д*, *е* — промежуточные модели; *ж*, *з*, *и*, *к* — расчетные модели; знаки «=» и «+» относятся к распределению тока

этому трудоемкости обращения матриц Z_g и \bar{Z}_g примерно одинаковы.

Известное соотношение между приведенными со- противлениями влияния и взаимными сопротивлениями [8]

$Z_{(r+1)(r+i)n} = Z_{(r+1)(r+1)} - Z_{(r+i)(r+1)} - Z_{(r+1)n} + Z_{(r+i)n}$, позволяет получить матрицу \bar{Z}_g , если известна матрица Z_g .

Метод циркулирующих токов (ЦТ). Рассмотрим трансформатор с произвольным числом стержней и обмоток (сторон), причем первичные обмотки не содержат параллельных ветвей с разными числами витков, а отношения комплексов напряжений источников к числам витков первичных обмоток («напряжения витка») одинаковы. Пусть вторичные обмотки, произвольно связанные между собой и с первичными обмотками и состоящие из произвольно соединенных ветвей, подключены к сопротивлениям нагрузки. Пусть токи через сопротивления заданы (необходимость этого условия будет пояснена ниже). Требуется найти токи ветвей.

Исходной является модель результирующих токов (рис. 1, a). Из первичных обмоток показана лишь обмотка r , подключенная к источнику U_r , где $r=1, 2, \dots, t$. Вторичные обмотки отображены многополюсником, внутри которого показаны лишь две произвольно выбранные ветви $i, n=1, 2, \dots, s$ с числами витков w_i и w_n . Число пар полюсов (зажимов) равно f — числу сопротивлений Z_{nq} .

Разложим искомый вектор токов I_b на составляющие:

$$I_b = I_c + I_d, \quad (11)$$

где I_c и I_d — векторы сквозных и циркулирующих токов ветвей, причем по определению для любого комплекса, состоящего из s_q ветвей, непосредственно присоединенных к одному из полюсов любой пары $q=1, 2, \dots, f$, выполняются условия:

$$\sum_{n=1}^{s_q} I_{ng} = \sum_{n=1}^{s_q} I_{cnq} = I_q; \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^{s_q} I_{dnq} = 0. \quad (13)$$

Очевидно, имеется бесчисленное множество систем токов, удовлетворяющих условиям (11)–(13). Поэтому, чтобы разложение было однозначным, сквозными токами зададимся, приняв в качестве них основные токи, вызывающие основные потери в обмотке, т. е. распределяющиеся в соответствии с электрическими сопротивлениями ветвей [1] (в принципе возможны и другие системы сквозных токов).

Сумма ЦТ равна нулю, а числа витков ветвей в общем случае неодинаковы. Поэтому сумма м. д. с. ЦТ не равна нулю, и в первичных обмотках возникнут компенсационные токи, м. д. с. которых будут уравновешивать м. д. с. ЦТ. Из-за указанного неравенства чисел витков ЦТ будут иметь место не только в режиме нагрузки или при к. з., но и при х. х. (разомкнутых зажимах многополюсника). Поэтому систему ЦТ в свою очередь можно разложить на две: ЦТ х. х. и ЦТ к. з., так что в пределах каждой системы сумма токов равна нулю. Соответственно и компенсационные токи первичных обмоток также можно разделить на две компоненты, м. д. с.

которых уравновешивают м. д. с. соответствующих систем ЦТ.

Расчетные модели, отвечающие изложенным представлениям о токах рассматриваемой цепи (рис. 1, a), можно получить преобразованиями цепи. В качестве входных величин будем рассматривать заданные напряжения U , и токи I_q . Воспользуемся теоремой компенсации. [14 и др.], и заменим в цепи по рис. 1, a сопротивления Z_{nq} идеальными источниками тока $J_q = I_q$, а собственные и взаимные сопротивления ветвей — зависимыми источниками э. д. с. по числу составляющих токов. Например, для ветви i имеем следующие э. д. с. (рис. 1, б):

от магнитного поля намагничивающих токов или основную э. д. с.

$$\dot{E}_{ri} \approx -j \sum_{r=1}^t I_{ri} X_{ri};$$

от полей компенсационных токов холостого хода $\dot{I}_{k, rr}$ и короткого замыкания $\dot{I}_{k, rr}$ соответственно

$$\dot{E}_{k, xi} = -j \sum_{r=1}^t I_{k, xi} X_{ri}; \quad \dot{E}_{k, ki} = -j \sum_{r=1}^t I_{k, ki} X_{ri};$$

от поля основных токов \dot{I}_{0r} и \dot{I}_{0n}

$$\dot{E}_{0i} = -j \left(\sum_{r=1}^t I_{0r} X_{ri} + \sum_{n=1}^s I_{0n} X_{ni} \right);$$

от полей ЦТ х. х. и к. з. $\dot{I}_{d, xn}$ и $\dot{I}_{d, kn}$ соответственно

$$\dot{E}_{d, xi} = -j \sum_{i=1}^s I_{d, xi} X_{ni}; \quad \dot{E}_{d, ki} = -j \sum_{i=1}^s I_{d, ki} X_{ni},$$

где $j = \sqrt{-1}$.

Разделим все источники цепи на рис. 1, б на четыре группы: 1) входные напряжения U_r , а также э. д. с. \dot{E}_{ri} ; 2) входные токи J_q , а также э. д. с. \dot{E}_{0i} ; 3) основные э. д. с. ветвей многополюсника \dot{E}_{ri} и э. д. с. от полей циркулирующих и компенсационных токов холостого хода $\dot{E}_{k, rr}$, $\dot{E}_{k, xi}$, $\dot{E}_{k, rr}$, $\dot{E}_{k, xi}$; 4) э. д. с. ветвей многополюсника от поля основных токов \dot{E}_{0i} и э. д. с. от полей циркулирующих и компенсационных токов к. з.

$\dot{E}_{d, kr}$, $\dot{E}_{d, ki}$, $\dot{E}_{k, kr}$, $\dot{E}_{k, ki}$.

Поочередно рассмотрим действие каждой группы источников методом наложения, т. е. замыкая накоротко неучитываемые источники э. д. с. и размыкая неучитываемые источники тока. Получим четыре новых цепи (рис. 1, в–е). Нетрудно видеть, что в этих цепях протекают на магнитывающие I_{ri} (рис. 1, в), основные I_{0r} и I_{0n} (рис. 1, г), циркулирующие $I_{d, xn}$ и компенсационные $I_{d, kn}$ токи х. х. (рис. 1, д), циркулирующие $I_{d, kn}$ и компенсационные $I_{d, kr}$ токи к. з. (рис. 1, е).

Чтобы получить расчетные модели для указанных токов, преобразуем цепи по рис. 1, в–е следующим образом: источник J_q , а также э. д. с., индуцируемые полями токов чужих цепей (\dot{E}_{ri} и \dot{E}_{0i}), сохраним, а э. д. с. от токов данной цепи (кроме \dot{E}_{0r}) снова заменим соответствующими собственными и взаимными индуктивными сопротивлениями. Электродвижущие силы \dot{E}_{0r} заменить таким образом нельзя, так как они имеются

только в намагничивающих обмотках (однородные с ними э. д. с. E_{0i} вошли в цепь рис. 1, *e*). Заранее вычислить E_{0r} также нельзя, так как они зависят от ее неизвестных основных токов. Расчет основных токов в принципе мог бы быть таким: находим токи I_{0n} как распределение J_q по электрическим сопротивлениям, замыкаем накоротко E_{0r} и вводим во все ветви цепи собственные и взаимные сопротивления, рассчитываем I_{0r} методом результирующих токов, рассматривая I_{0n} как входные величины. Очевидно, что приведенная процедура чрезвычайно сложна, и метод становится нерациональным.

Задача резко упрощается, если основные токи всех обмоток считать заданными. Такое условие вполне приемлемо, так как мощности, передаваемые обмотками в расчетном режиме, обычно известны. Поэтому заменим э. д. с. E_{0r} источниками тока I_{0r} . (Подчеркнем, что с точки зрения формального расчета токов цепи рис. 1, *e* такая замена при заданных напряжениях намагничивающих обмоток не является необходимой.) Найти ток какой-нибудь одной из намагничивающих обмоток по заданным токам J_q и остальным токам I_{0r} , в частности, найти ток единственной намагничивающей обмотки (или проверить всю заданную систему токов цепи) можно из условия баланса м. д. с. основных токов стержня.

Полученные цепи будем называть расчетными моделями намагничивающих (рис. 1, *ж*), основных (рис. 1, *з*) и циркулирующих токов х. х. (рис. 1, *и*) и к. з. (рис. 1, *к*).

В контуры компенсационных токов в общем случае должны входить сопротивления присоединенных сетей. Добавочные потери, связанные с различиями результирующих токов от основных, равны потерям от ЦТ [1], т. е. потерям от суммарных токов цепей по рис. 1, *и*, *к* (но не равны сумме потерь в этих цепях). По условию равенства нулю суммы м. д. с. в каждой из моделей по рис. 1, *з*, *и*, *к* внутри многополюсника не должно быть сопротивлений нагрузки (в том числе закороток). Указанные сопротивления должны выноситься за пределы многополюсника, их токи должны быть заданы или предварительно рассчитаны методом результирующих токов. В противном случае в модели основных токов (рис. 1, *з*) и, как следствие, в моделях ЦТ (рис. 1, *и*, *к*), сумма м. д. с. не будет равна нулю.

Рассмотренный выше метод ЦТ для расчета распределения тока во вторичной обмотке может быть распространен и на первичную обмотку, если ее по отношению к намагничивающему току можно рассматривать как одну ветвь. Это с достаточной точностью правомерно при равенстве или сравнительно небольших различиях чисел витков параллельных ветвей, что обычно и имеет место на практике.

Частные случаи метода циркулирующих токов. Полученная достаточно громоздкая в общем случае система моделей (рис. 1, *ж*—*к*) обладает той замечательной особенностью, что на практике ее почти всегда можно значительно упростить, а некоторые модели даже исключить из рассмотрения за счет более простых, чем в общем случае, условий задачи: более простые схемы (например, только параллельное соединение ветвей с искомыми токами), одинаковые числа витков параллельных ветвей, возможность рассматривать сопротивления к. з. как чисто активные или чисто индуктивные, возможность упрощения или неучета каких-то связей. Чаще других

встречается задача расчета токов в обмотке, состоящей из параллельных ветвей одинакового сечения и длины. Основные токи такой обмотки соответствуют равномерному распределению тока, протекающего через зажимы, т. е. плотность основного тока во всех ветвях одинакова и постоянна по сечению ветви.

Циркулирующие токи х. х. имеют место при наличии параллельно соединенных ветвей с разными числами витков. Возможность такого выполнения обмотки иногда обсуждается при проектировании трансформаторов в качестве возможного средства улучшения распределения тока (за счет компенсации ЦТ к. з.). Однако э. д. с. $E_{\mu i}$ сугубо дискретны, так как могут принимать лишь значения, кратные э. д. с. витка. Кроме того, отклонения э. д. с. $E_{\mu i}$ от средней по всем ветвям $\Delta E_{\mu i}$, являющиеся мерилом ЦТ, обычно значительно превышают аналогичные отклонения ΔE_{0i} э. д. с. E_{0i} (рис. 1, *и*, *к*); э. д. с. $E_{\mu i}$ и E_{0i} также сдвинуты по фазе (до $\pi/2$), причем соотношения модулей и фазовых углов зависят от нагрузки. Именно этим можно объяснить отсутствие сведений о практическом использовании в трансформаторах параллельного соединения ветвей с разными числами витков (в реакторах без стали этот способ применяется вместо транспозиции [12]).

В трансформаторах различия чисел витков обычно приходится рассматривать лишь в связи с ошибками. В этом случае, поскольку $\Delta E_{0i} \ll \Delta E_{\mu i}$, можно пренебречь ЦТ к. з. и тем самым не выполнять расчет э. д. с. E_{0i} , который, как показывает рассмотрение, в общем случае довольно сложен. При малых различиях чисел витков параллельных ветвей можно также отбросить контуры компенсационных токов в модели ЦТ х. х. (рис. 1, *и*).

При одинаковых числах витков параллельных ветвей ЦТ х. х. отсутствуют, а в модели ЦТ к. з. исчезают контуры компенсационных токов. Кроме того, резко упрощается расчет э. д. с. E_{0i} , так как его можно выполнить непосредственно интегрированием поля основных токов по поверхностям контуров, образуемых парами ветвей, используя понятия базисной ветви [5 и др.] и электрической оси ветви [11]. Для этого основного случая на рис. 2 приведены известные модели ЦТ к. з. в обмотке с параллельным соединением ветвей в зависимости от соотношения индуктивных X и активных R сопротивления к. з. пар ветвей. Рис. 2, *а* (X и R соизмеримы) соответствует обмоткам с параллельными ветвями из транспонированного провода или параллельному соединению катушек, рис. 2, *б* ($X \gg R$) — параллельному соединению концентров или их крупных частей, рис. 2, *в* ($X \ll R$) — параллельному соединению проводников катушечных или винтовых обмоток из одножильного или подразделенного проводов. Заметим, что в случае $X \gg R$, не изменяя результирующих токов, сопротивления модели основных токов можно произвольно изменять (сохраняя их малыми) и, следовательно, произвольно регулировать распределение основных токов, что иногда удобно для расчета э. д. с. E_{0i} .

На рис. 2, *г* показана известная простейшая модель ЦТ для параллельного соединения двух ветвей, когда в цепи имеется лишь один контур ЦТ (рис. 2, *г*).

Для реакторов система расчетных моделей метода ЦТ значительно проще, чем в общем случае трансформатора: отсутствуют модели намагничивающих токов (рис. 1, *ж*) и ЦТ х. х. (рис. 1, *и*), в модели основных токов (рис. 1, *з*) нет контуров с источниками J_{0r} , а в модели ЦТ по рис. 1, *к*

нет контуров компенсационных токов. При параллельном соединении ветвей обмотки реактора с произвольными числами витков расчетные модели ЦТ соответствуют рис. 2.

В общем случае для модели ЦТ справедливы те же уравнения, что и приведенные выше для модели результирующих токов. В частном случае параллельного соединения ветвей с равными числами витков (рис. 2, 2) указанные уравнения упрощаются [1—3, 13].

При $X \ll R$ (например, рис. 2, 2) метод ЦТ намного проще метода результирующих токов (РТ), а при $X \gg R$ (рис. 2, 2) обычно удобнее метод РТ. При соизмеримых X и R практические выгоды того или иного метода менее выражены. Например, при использовании метода РТ не нужно рассчитывать э. д. с. и определять знаки при сложении составляющих токов, значительно проще учесть наличие параллельных ветвей в других обмотках, оперативно учитываются вариации режима работы трансформатора. По методу ЦТ ниже требования к точности расчета индуктивных сопротивлений, намного легче учесть влияние контуров отводов, просто учитываются вариации схемы и положения транспозиций, проще исследовать влияние на токи и транспозиции различных схемных, конструктивных и технологических факторов.

Метод аварийных токов. Пусть имеется трансформатор или реактор со сколь угодно сложной схемой обмоток. Изобразим его в виде многополюсника (рис. 3). Произвольное число первичных и вторичных сторон устройства отражено обобщенной ветвью q . Пусть некоторые точки m и n какой-либо обмотки аварийно замкнулись на сопротивление Z_k (частном случае — накоротко). Требуется найти токи после аварии.

Для этого можно использовать известный прием [14 и др.], подключая к точкам m и n без изменения токораспределения источник $\dot{E}_{mn} = \dot{U}_{mn}$ с внутренним сопротивлением Z_k , где \dot{U}_{mn} — напряжение между точками m и n до аварии (рис. 3, а), и расчленяя полученную цепь (рис. 3, а) на две по методу наложения (рис. 3, б, в). Так как цепь на рис. 3, а отражает доаварийный, а цепь на рис. 3, б — послеаварийный режимы, то токи в цепи на рис. 3, в — это, очевидно, приращения токов после аварии, т. е. токи аварийного режима, или аварийные токи. Цепь на рис. 3, в назовем моделью аварийных токов, а рассмотренный расчетный метод — методом аварийных токов. Аналогичный метод применяют при расчетах токов к. з. в сетях [6].

Важное преимущество метода применительно к трансформаторам и реакторам состоит в том, что доаварийные токи обычно заранее известны, а модели аварийных токов часто очень просты и содержат только источник э. д. с. и активные сопротивления [15].

Выводы. 1. Основные методы расчета распределения тока в обмотках трансформаторов и реакторов могут быть классифицированы следующим образом: метод результирующих токов, метод циркулирующих токов, метод аварийных токов. Два последних метода, строго вытекающие из первого, во многих случаях позволяют существенно упростить расчеты, в частности, получить достаточно точные расчетные модели, содержащие только источники и активные сопротивления.

2. Известные уравнения многообмоточного трансформатора [8], содержащие сопротивления к. з. пар ветвей, могут быть преобразованы в уравнения относительно узловых потенциалов, что позволяет формализовать со-

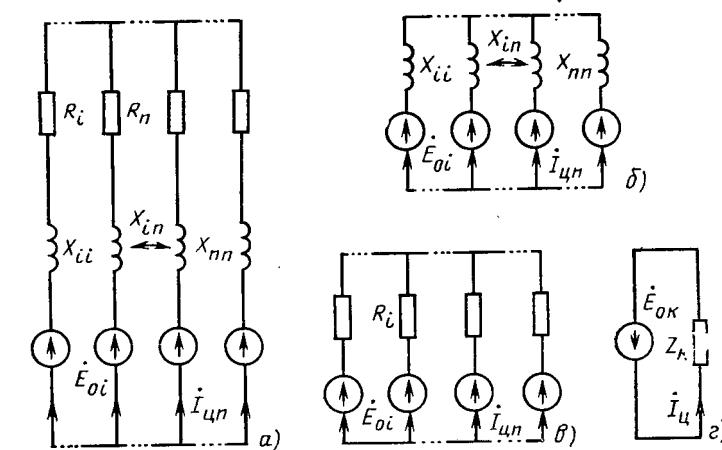


Рис. 2. Расчетные модели циркулирующих токов при параллельном соединении ветвей с равными (для трансформаторов) и произвольными (для реакторов) числами витков

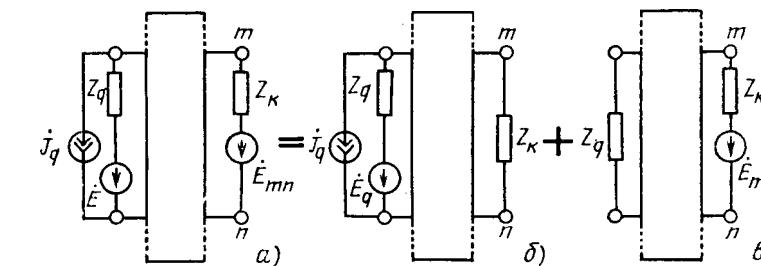


Рис. 3. К обоснованию метода аварийных токов:
а — модель доаварийных токов; б — модель послеаварийных токов; в — модель аварийных токов; знаки «==» и «+» относятся к распределению тока

ставление и решение указанных уравнений с помощью матричного метода.

3. Метод циркулирующих токов может быть обобщен на случай произвольных схем, соединения и чисел витков вторичных обмоток с искомым распределением тока

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лейтес Л. В. Токи в параллельных ветвях обмоток трансформаторов. — Электричество, 1973, № 4.
- Дачев А. Анализ и сравнение на методите за определен на циркулационите токове в трансформаторните намотки. — Техническа мисъл, год 11, 1974, № 6.
- Шафир Ю. Н. Определение координат транспозиций циркулирующих токов в винтовых обмотках мощных трансформаторов. — Электротехника, 1976, № 4.
- Бунин А. Г., Виноградов М. Ю., Конторович Л. Е. Расчет распределения токов и напряжений в обмотках трансформаторов. — Электротехника, 1977, № 4.
- Лейтес Л. В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981.
- Ульянов С. А. — Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. — М.: Энергия, 1970.
- Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многомоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974.
- Петров Г. Н. Трансформаторы. — М.: Госэнергоиздат, 1934.
- Толстов Ю. Г. Теория линейных электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1978.
- ГОСТ 19830—74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения.

Система питания электрофильтров и особенности процессов осаждения в поле импульсной короны

ШВАРЦ З. Л., инж., МИРЗАБЕКЯН Г. З., доктор техн. наук, НАГОРНЫЙ В. В., ГРИНШТЕЙН Б. И.,
кандидаты техн. наук

Для эффективного улавливания высокоомных пылей (с удельным электрическим сопротивлением более 2×10^8 Ом·м) промышленными электрофильтрами требуется значительно большие капитальные вложения, производственные площади и эксплуатационные расходы, чем для улавливания пылей, не относящихся к высокоомным. Согласно [1] дополнительные капитальные вложения на установку кондиционирования отходящих газов для энергоблока 500 МВт составляет 565—1020 тыс. долларов — в зависимости от выбранной технологической схемы.

Способы интенсификации процессов осаждения при улавливании высокоомных пылей, не требующие дополнительных технологических аппаратов, производственных площадей и больших эксплуатационных расходов весьма привлекательны, а их практическая реализация актуальна, в особенности на электрофильтрах, находящихся в эксплуатации.

Один из таких способов — импульсное питание промышленных электрофильтров. Согласно результатам многочисленных промышленных испытаний эффективная скорость дрейфа примерно пропорциональна мощности, подводимой к электрофильтру [2 и 3], т. е. скорость дрейфа, а следовательно степень очистки с увеличением плотности тока растут. Однако это утверждение не остается справедливым для сколь угодно больших плотностей тока, если улавливаемая пыль высокоомна. Когда напряженность поля в осажденном слое высокоомной пыли $E_{\text{сл}} = j\rho$ (j — плотность тока, ρ — удельное электрическое сопротивление пыли) становится столь велика, что слой пробивается, возникает обратная корона, в межэлектродный промежуток инжектируются положительные ионы, нейтрализующие заряд частиц, полученный ими в поле «прямой короны», снижается уровень пробивных напряжений (иногда на 50 %), в результате скорость дрейфа и степень очистки снижаются. Известно также, что при улавливании высокоомных пылей при значительном снижении мощности, потребляемой электрофильтром, с переходом от сложенного питающего напряжения к выпрямленному по двухполупериодной схеме и далее к выпрямленному по однополупериодной схеме, степень очистки не только не снижается, но даже незначительно увеличивается. Это объясняется следующим.

Поскольку заряд, получаемый частицей в поле коронного разряда, пропорционален амплитудным значениям питающего напряжения, а скорость дрейфа пропорциональна произведению амплитудных и средних значений питающего напряжения [2], и при переходе от двухполупериодной к однополупериодной схеме выпрямления уровень пробивных напряжений практически не изменяется, то не будет при таком переходе изменяться и заряд. Снижение среднего напряжения и, соответственно, плотности тока при переходе от двухполупериодной

схемы выпрямления к однополупериодной вызывает уменьшение средней напряженности поля в промежутке, однако снижение плотности тока одновременно приводит к снижению интенсивности обратного коронирования, заряд частиц нейтрализуется в меньшей степени и в результате эффективная скорость дрейфа и степень очистки не уменьшаются.

Отсюда возникло очевидное предположение, что если при улавливании высокоомных пылей большая мощность, потребляемая электрофильтром, не является необходимым условием эффективной очистки, то имеет смысл применить импульсное напряжение для питания электрофильтров, улавливающих высокоомную пыль, при этом следовало ожидать, что электрофильтр будет работать при более высоких амплитудных значениях питающего напряжения благодаря росту импульсной прочности межэлектродного промежутка.

Впервые (1952 г.) применение импульсного питания для промышленных электрофильтров освещено в [4]. Примененный генератор импульсов (генератор Уайта) был реализован на традиционных схемах высоковольтной импульсной техники. Этот генератор не позволил из-за преимущественно емкостного характера нагрузки получить столь малую длительность импульсов напряжения на электрофильтре, чтобы обеспечить существенное увеличение уровня пробивных напряжений и был недостаточно надежным, чтобы обеспечить длительную работу.

В СССР Миловидов Ю. С., используя генератор импульсов принципиально такого же рода, что и генератор Уайта, применил его для питания небольшого промышленного электрофильтра [5]. Следует отметить, что схемный вариант генератора, используемого Миловидовым, позволил получить достаточно малую длительность импульса напряжения на электрофильтре и, соответственно, заметное увеличение уровня пробивных напряжений по сравнению с промышленным электропитанием. Эта работа также не получила дальнейшего развития, в основном из-за сложности и маломощности применяемого импульсного генератора, хотя в результате промышленных испытаний получено увеличение эффективности очистки при импульсном питании [5].

Новые технические решения [6 и 7] позволили реализовать простую импульсную систему питания промышленных электрофильтров с достаточно широким диапазоном изменения параметров формы волны импульсного напряжения. Основной отличительной особенностью разработанной импульсной системы питания является то, что здесь нельзя выделить как самостоятельные узлы собственно импульсный генератор и нагрузку. Электрофильтр является не нагрузкой в обычном понимании этого слова, а необходимым рабочим элементом схемы импульсного генератора; импульс напряжения на электрофильтре получается при колебательном заряде собствен-

11. Шафир Ю. Н. Циркулирующие токи в многоходовой многорядной винтовой обмотке трансформатора. — Электротехника, 1974, № 4.

12. Стернин В. Г., Карпенский А. К. Сухие токоограничивающие реакторы. — М.—Л.: Энергия, 1965.

13. Бабис Р. С. Циркулирующие токи в многоходовых вин-

товых обмотках трансформаторов. — Электричество, 1972, № 2.

14. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. — М.: Энергия, 1969.

15. Засыпкин А. С., Рогачевский В. И., Шафир Ю. Н. Неполные витковые замыкания в обмотках трансформаторов. — Электротехника, 1981, № 5.

ной емкости электрофильтра от источника постоянного высокого напряжения с малым внутренним сопротивлением через управляемый ключ, обладающий вентильной проводимостью. Это позволило обойти большинство технических трудностей, с которыми столкнулись разработчики импульсных генераторов, и обеспечить получение импульсов напряжения малой длительности.

Емкость одной секции электрофильтра изменяется в диапазоне 0,04—0,2 мкФ (в зависимости от габаритов электрофильтра). Получение малой длительности импульса напряжения предполагает короткие фронт и спад импульса напряжения (порядка нескольких десятков микросекунд). На емкостной нагрузке это обуславливает необходимость большого импульсного тока зарядки емкости электрофильтра — несколько сотен ампер для электрофильтра большой производительности (активным сечением более 200 м²).

Импульсный генератор с трансформацией импульса напряжения на высокую сторону [4 и 5] должен обеспечить в таком случае коммутацию токов порядка десятков тысяч ампер на низкой стороне, что связано с известными техническими трудностями, если необходимо обеспечить импульсным напряжением электрофильтр большой производительности. Короткий спад импульса на емкостной нагрузке при использовании известных генераторов [4 и 5] обуславливает необходимость рассеяния большой энергии (порядка десятков джоулей), запасенной емкостью электрофильтра, что приводит к дополнительному ненужному расходу энергии, а также к усложнению схемы.

Принцип построения импульсной системы питания иллюстрирует простейшая схема последовательной резонансной цепи, изображенная на рис. 1. При замыкании ключа в цепи протекает ток переходного процесса, представляющий собой затухающие по экспоненте синусоидальные колебания. Переходное напряжение на конденсаторе имеет такой же колебательный характер, но стремится не к нулевому установившемуся значению, а к значению, равному напряжению питания. Если заменить ключ тиристором, шунтированным обратно включенным диодом, то при отпирании тиристора будут наблюдаться точно такие же переходные ток и напряжение. Однако тиристор проводит только в течение времени, пока ток не станет снова равным нулю и не начнет возрастать в обратном направлении. В этот момент тиристор будет автоматически заперт и обратная полуволна будет замыкаться через диод. После прохождения полуволны тока через диод конденсатор оказывается отключенным от источника э. д. с. до следующего отпирания тиристора.

Принципиальная электрическая схема импульсного источника питания приведена на рис. 2. При питании электрофильтра по этой схеме осциллограммы напряжения и тока электрофильтра имеют вид, приведенный на рис. 3. Длительность импульса напряжения $t_{имп}$ в первом приближении определяется частотой собственных колебаний контура, т. е. $t_{имп} \approx 2\pi\sqrt{LC}$, где L — формирующая индуктивность; C — емкость контура. Частота следования импульсов напряжения равна частоте следования импульсов, отпирающих тиристор. Соотношение между уровнем постоянной составляющей и амплитудой питающего напряжения определяется средним током, потребляемым электрофильтром, и начальным напряжением коронирования.

Разработанная система импульсного питания позво-

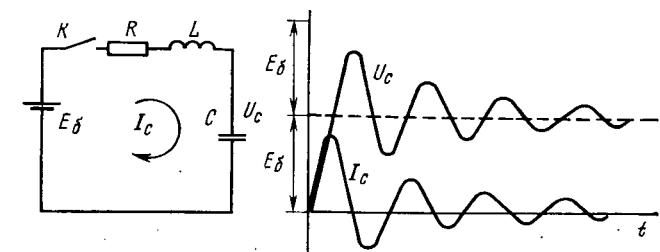


Рис. 1. Эквивалентная схема и график переходного процесса

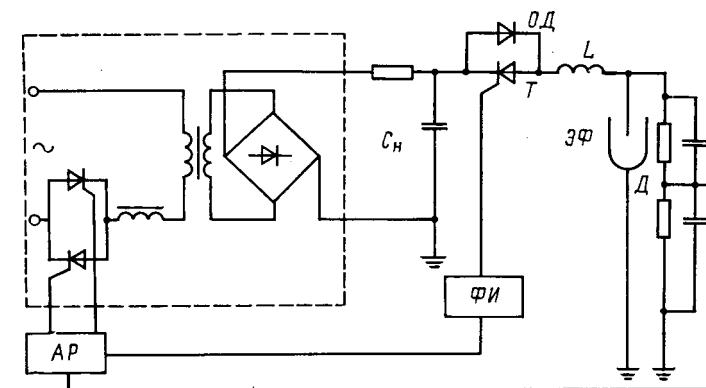


Рис. 2. Принципиальная схема импульсной системы питания (пунктиром обведен промышленный источник питания) C_n — накопительная емкость; T — тиристорный ключ; OD — обратный диод; L — формирующая индуктивность; $\mathcal{E}F$ — электрофильтр; D — делитель напряжения; ΦI — формирователь импульсов управления ключом; AP — автоматический регулятор

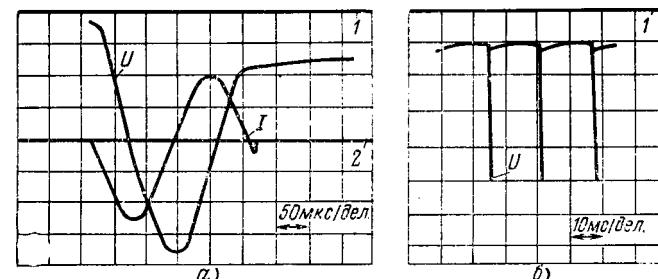


Рис. 3. Осциллограммы тока и напряжения лабораторной модели электрофильтра (а) и напряжения на промышленном электрофильтре (б); 1 — нулевая линия напряжения; 2 — нулевая линия тока; масштаб по напряжению 10 кВ/дел; масштаб по току 2 А/дел.

ляет обеспечить импульсным напряжением как лабораторную модель, так и любой промышленный электрофильтр, а также в достаточно широком диапазоне изменять частоту следования и параметры импульсов напряжения. Это, в свою очередь, позволило провести ряд лабораторных исследований и промышленных испытаний с целью определения эффективности применения импульсного электропитания и некоторых особенностей процессов осаждения высокоомной пыли в поле импульсной короны.

Лабораторные исследования по оценке интенсивности обратного коронирования показали, что при импульсном напряжении интенсивность обратного коронирования может быть в значительной степени снижена или практически устранена регулированием плотности тока через осадительный электрод, что осуществляется изменением частоты следования импульсов напряжения. При

Таблица 1

Параметр	УЭС $6 \cdot 10^6$ Ом·м			УЭС $5 \cdot 10^{11}$ Ом·м	
	Выпрямленное напряжение	Импульсное напряжение		Выпрямленное напряжение	Импульсное напряжение
		$t_{имп} = 75$ мкс	$t_{имп} = 200$ мкс		
Амплитудное напряжение, кВ	80	112	112	70	108
Среднее напряжение, кВ	58 (61)	28,5 (35)	29 (35)	51 (47)	26 (22)
Плотность тока, $\text{mA}/\text{м}^2$	0,95 (0,82)	0,2 (0,166)	0,185 (0,158)	0,8 (2)	0,15 (0,183)
Удельный заряд частиц пыли, $\text{Кл}/\text{г}$	$1,18 \cdot 10^{-6}$	$2,78 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-6}$	$0,38 \cdot 10^{-6}$	$0,89 \cdot 10^{-6}$
Частота следования импульсов, Гц	100	50	50	100	50

Примечания: $Z_{bx} = 6,3 \text{ г}/\text{м}^3$; $U_{газа} = 0,75 \text{ м}/\text{с}$; в скобках приведены значения заряда при наличии на электроде слоя осажденной пыли.

этот уровень пробивных напряжений в среднем на 30—40 % выше, чем для промышленного напряжения [8].

Импульсный коронный разряд создает у коронирующего электрода как бы ионное «облако» высокой концентрации. При движении к осадительному электроду оно быстро расширяется, распределение тока на осадительном электроде получается по данным Масуды (Япония) более равномерным по сравнению с коронным разрядом при постоянном токе [9]. В результате напряженность поля в слое пыли будет практически одинакова по всей поверхности слоя, поэтому уменьшается вероятность возникновения обратной короны в отдельных точках осажденного слоя пыли.

Измерения удельного заряда высокоомной пыли показали, что заряд, приобретаемый частицами пыли в поле импульсной короны, в среднем в 1,6—2 раза выше, чем заряд, приобретаемый частицами в поле стационарной короны [10].

Промышленные испытания импульсного питания в цементной промышленности на электрофильтре с активным сечением 24 м^2 и высотой электролов 7 м [10] показали, что запыленность на выходе из электрофильтра в 2—3 раза меньше, чем при промышленном электропитании. В ходе промышленных испытаний импульсного питания в теплоэнергетике на электрофильтрах с активным сечением $221,5 \text{ м}^2$ и высотой электролов 12 м [11] получено снижение выходной запыленности в 2 раза по сравнению с промышленным электропитанием. В настоящее время экспериментальный образец импульсного источника находится в промышленной эксплуатации на электрофильтре Рефтинской ГРЭС.

В табл. 1 приведены результаты лабораторных измерений удельного заряда пыли при питании модели электрофильтра выпрямленным (по двухполупериодной схеме) и импульсным напряжениями. Использовались клинкерная пыль мокрого способа производства цемента с УЭС $6 \cdot 10^6$ Ом·м и ликоподий с УЭС $5 \cdot 10^{11}$ Ом·м. Удельный заряд клинкерной пыли измерялся для двух фиксированных длительностей импульсов напряжения (75 и 200 мкс). Длительность импульса 75 мкс минимально возможная по условиям проведения опыта. Измерения заряда проводились при наличии слоя осевшей пыли на осадительных электродах по известной методике [12].

В ходе промышленных испытаний [10 и 11] установлено, что степень очистки газов в электрофильтре повышается с уменьшением длительности импульса напряжения, поэтому длительность всегда стремились поддерживать минимально возможной, и минимум ее ограничивался техническими возможностями импульсного

источника. Поскольку с уменьшением длительности импульса увеличивается уровень пробивных напряжений электрофильтра, положительный эффект уменьшения длительности импульса казался вполне понятным. Однако, как следует из табл. 1, и для одинаковых амплитуд напряжения меньшей длительности импульса напряжения соответствует больший удельный заряд. Удельный заряд для длительности импульса 75 мкс в 1,32 раза выше, чем при длительности импульса 200 мкс. Известно, что заряд пропорционален амплитуде напряжения. Однако при соотношении амплитуд промышленного и импульсного напряжения 1 : 1,32 заряды соотносятся как 1 : 1,78 (для $t_{имп} = 200$ мкс) и как 1 : 2 : 35 (для $t_{имп} = 75$ мкс). Исходя из вышеизложенного, известное соотношение Потенье для заряда частицы в поле короны $q = kEa^2$, (где k — постоянный коэффициент; E — напряженность поля; a — диаметр частицы) можно, по-видимому, записать в более общем виде:

$$q = kEa^2C,$$

где $C = f(t_{имп})$ — коэффициент пропорциональности, зависящий от длительности импульса питающего напряжения.

Зависимость заряда от длительности импульсов напряжения объясняется, вероятно, тем, что в межэлектродный промежуток внедряется в виде «облака» объемный заряд тем большей плотности, чем выше крутизна импульсов, что создает в межэлектродном промежутке локальные участки высокой напряженности.

Из соотношения плотностей токов, измеренных при чистых и запыленных электродах, видно, что для клинкерной пыли обратное коронирование на осадительных электродах отсутствует, тогда как для ликоподия при питании выпрямленным напряжением имеет место интенсивное обратное коронирование, а при питании импульсным напряжением обратное коронирование значительно менее интенсивно.

В ходе лабораторных экспериментов с высокоомной пылью наблюдалось существенное различие адгезионных свойств слоя пыли, осажденного в модели электрофильтра при питании ее выпрямленным и импульсным напряжением. Слой пыли, осажденный в поле импульсной короны, отряхивался гораздо эффективней [10]. Сравнительная оценка адгезии слоя пыли, осажденного в поле стационарной и импульсной корон, проводилась следующим образом. Одноковое количество пыли (ликоподия) загружалось в пылепитатель и подавалось на вход модели электрофильтра. Скорость газа в ней поддерживалась неизменной. После прохождения через модель всей

Таблица 2

Параметр	Выпрямленное напряжение	Импульсное напряжение
Амплитудное напряжение, кВ	72	96
Среднее напряжение, кВ	56	23
Потребляемый ток, мА	2,3	0,18

загруженной пыли, осажденный слой отряхивался и собранная пыль взвешивалась. В ходе опыта обеспечивалась одинаковая интенсивность отряхивания для слоя пыли, осажденного в поле импульсной и стационарной корон (ударный молоток падал с одной и той же высоты). Для слоя, осажденного при питании модели выпрямленным напряжением, после четырех ударов молотка осыпалось 6 г ликоподия, тогда как для слоя, осажденного при питании модели импульсным напряжением, после одного удара молотка отряхнулось 18 г (практически весь осажденный слой).

Сила, действующая на единицу поверхности осажденного слоя, определяется выражением [12]:

$$F = 0,5\epsilon_0 [E_1^2 - E_k^2], \quad (1)$$

откуда, используя соотношение $E_1 - E_k = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, получаем

$$F = \sigma E_k + \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}, \quad (2)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; σ — заряд слоя на единицу поверхности; E_k — напряженность поля коронного разряда; E_1 — поле на границе раздела слоя и электрода, т. е. поле в воображаемом зазоре между слоем и электродом.

В соотношении (2) σE_k — сила, действующая на слой со стороны поля коронного разряда; $\sigma^2/2\epsilon_0$ — сила зеркального отображения между слоем и электродом.

Установившаяся поверхностная плотность заряда на слое в общем случае определяется соотношением между скоростью притока ионов (скоростью заряда слоя) к поверхности слоя и скоростью разрядки слоя. Если УЭС пыли мало, частица быстро отдает заряд осадительному электроду и приобретает заряд того же знака, что и осадительный электрод, σ меняет знак и сила, действующая на частицу со стороны поля, отталкивает ее от электрода.

Если УЭС велико, разряд осажденного слоя пыли происходит медленней, чем подзаряд слоя током ионов коронного разряда, сила, действующая на слой со стороны поля короны, является прижимающей и способствует формированию плотного слоя с большей адгезией к электроду. Малая адгезия осажденного поля при импульсном питании в первом приближении может быть объяс-

нена много меньшим (в 12 раз, как следует из табл. 2) током и соответственно меньшей плотностью заряда в осажденном слое пыли, меньшим (в 2,4 раза, как следует из табл. 2) средним напряжением и соответственно меньшей средней напряженностью поля коронного разряда.

Выводы. 1. Разработана новая система импульсного питания промышленных электрофильтров высоким напряжением, в которой электрофильтр является необходимым элементом схемы импульсного генератора, что позволило преодолеть ряд технических трудностей получения импульсов малой длительности на емкостной нагрузке.

2. Заряд, приобретаемый частицей пыли в поле импульсной короны при неизменных амплитудных значениях питающего напряжения, тем больше, чем меньше длительность импульса напряжения.

3. Адгезия слоя высокомоментной пыли к осадительному электроду, осажденного в поле импульсной короны, ниже чем для слоя высокомоментной пыли осажденного в поле стационарной короны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bump R. L. Electostatic precipitators in Industry. — Chemical Eng., 1977, January 17.
2. White H. I. Industrial electrostatic precipitation. — Oxford — London: Pergamon Press, 1963.
3. Maartman S. ElfILTER for effectiv, industrial rok ga srlning. — Kemisk tidskrift, 1975, Bd 87, № 1—2.
4. White H. I. A pulse method for supplying high — voltage power for electrostatic precipitation. — Trans. AIEE, 195 vol. 71.
5. Браго Е. Н., Миловидов Ю. С., Солдатова В. В. Высоковольтный источник комбинированного напряжения для электрической очистки газов. — Промышленная и санитарная очистка газов/ЦНТИИНефтехим, № 1, 1972.
6. А. с. № 575629 (СССР). Устройство для питания электрофильтров/В. В. Нагорный, З. Л. Шварц, И. К. Решидов, И. П. Башкатов. Опубл. в Б. И., 1977, № 37.
7. А. с. № 742899 (СССР). Устройство для питания электрофильтров. И. П. Башкатов, Б. И. Гринштейн, В. П. Жмуро, В. В. Нагорный, З. Л. Шварц. Опубл. в Б. И., 1980, № 2.
8. Применение импульсного напряжения для питания электрофильтров, улавливающих высокомоментную пыль. З. Л. Шварц, В. В. Нагорный, Е. Л. Бурылева, А. Д. Гонцов. — Электричество, 1978, № 4.
9. Bias — controlled pulse charging system for electrostatic precipitator/S. Masuda, I. Doi, M. Aoyama, A. Shibuya. — Staub Reinhalt. Luft, 1976, vol. 36, № 1.
10. Шварц З. Л., Мирзабекян Г. З. Исследование импульсной системы питания промышленных электрофильтров. — Электричество, 1980, № 2.
11. Шварц З. Л., Нагорный В. В., Гонцов А. Д. Испытание импульсной системы питания электрофильтров. — Электрические станции, 1981, № 2.
12. Основы электротехники дисперсных систем/И. П. Верещагин, В. И. Левитов, Г. З. Мирзабекян, М. М. Гшин — М.: Энергия, 1975.

[24.03.]

УДК [621.327:621.314.2].001.24:519

Применение вариационного принципа к расчету цепей переменного тока с газоразрядными элементами

НАМИТОКОВ К. К., доктор техн. наук,
ПАХОМОВ П. Л., канд. физ.-мат. наук

В настоящей статье предлагается метод расчета электрических цепей переменного тока с газоразрядными промежутками, основанный на аппроксимации временной зависимости проводимости плазмы газового разряда $g(t)$ [или удельной проводимости $\sigma(t)$] гладкой функци-

ей, аналитический вид которой может быть установлен на основе анализа динамики процессов, протекающих в газоразрядной плазме. Здесь мы ограничимся рассмотрением случая низкотемпературной ($T_e \lesssim 1$ эВ) слабо ионизованной ($N_e \sim 10^{10} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$) плазмы, харак-

ной для разрядов низкого давления ($p \leq 0,1$ кПа).

Для указанных условий в плазме характерно преобладание следующих основных процессов, определяющих величины T_e и N_e : 1) ионизация атомов (молекул) электронным ударом (прямой или ступенчатой); 2) возбуждение атомов (молекул) быстрыми электронами; 3) упругие соударения электронов с атомами (это в конечном счете ведет к нагреву газа) и 4) амбиполярная диффузия электронов и ионов к стенкам разрядного сосуда. Остальными процессами можно (при приближенном рассмотрении) пренебречь; так, например, объемную рекомбинацию электронов с ионами можно не учитывать ввиду малости N_e (скорость рекомбинации пропорциональна N_e^2), удары II рода — ввиду малости концентрации возбужденных состояний в слабоионизованной плазме и т. д.

Процессы (1) и (4) определяют динамику электронной концентрации N_e в плазме (мы не затрагиваем сложных процессов пробоя и установления стационарных условий разряда). Действительно, для N_e в указанных условиях можно написать дифференциальное уравнение [1]:

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{D_a}{\Lambda^2} N_e + v_i N_e, \quad (1)$$

где D_a — коэффициент амбиполярной диффузии, который (для случая слабоионизованной плазмы определяется приближенным выражением

$$D_a \approx D_i \frac{T_e}{T}; \quad (2)$$

v_i — коэффициент диффузии ионов, $D_i \sim 1/p$; T — температура газа.

Величина Λ есть характерный «диффузионный» разомер разрядного сосуда (например, для длинной цилиндрической трубы $\Lambda \approx R/2,405$, R — радиус трубы); при написании уравнения (1) использован известный прием — приближенная замена величины ΔN_e (Δ — оператор Лапласа) на $-\frac{1}{\Lambda^2} N_e$. Обоснование такой замены имеется в [1]. Учитывая (2), можно представить первое слагаемое в правой части (1) в простом виде, содержащем явную зависимость от T_e :

$$\frac{D_a(T_e)}{\Lambda^2} = AT_e, \quad A = \frac{D_i}{\Lambda^2} \frac{1}{T}. \quad (3)$$

Частота ионизации v_i может быть представлена выражением [2]:

$$v_i = k_i N_a = \langle v_e q_i \rangle N_a, \quad (4)$$

где k_i — константа ионизации, вычисляемая путем усреднения выражения $v_e q_i$ (v_e — скорость электронов, q_i — эффективное сечение ионизации электронным ударом)

с учетом распределения электронов по скоростям; N_a — концентрация атомов в основном состоянии (при преобладании прямой ионизации) или же в долгоживущем метастабильном состоянии (при преобладании ступенчатой ионизации); в последнем случае величина N_a сложным образом зависит от N_e и T_e , поэтому этот случай дальнейшем не рассматривается; в первом случае

$N_a \sim p$. В предположении максвелловского распределения электронов по скоростям для k_i можно написать приближенную формулу Ситона [3]:

$$k_i \approx \text{const} \sqrt{\frac{T_e}{E_i}} e^{-E_i/T_e}, \quad (5)$$

где E_i — энергия ионизации (E_i и T_e — в электронвольтах).

В низкотемпературной плазме характер зависимостями $k_i(T_e)$ определяется экспоненциальным членом, поэтому в дальнейшем мы будем использовать следующее приближенное выражение для v_i :

$$v_i(T_e) \equiv f_1(T_e) = a e^{-E_i/T_e}, \quad (6)$$

где постоянная a будет выбрана из дополнительных соображений.

Таким образом, уравнение (1) можно переписать в виде

$$AT_e = f_1(T_e) + \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt}. \quad (7)$$

Это уравнение выражает неголономную связь между основными параметрами низкотемпературной слабоионизированной плазмы (N_e , T_e). Пусть электронная температура плазмы газового разряда на постоянном токе равна T_0 . Учитывая, что при этом $dN_e/dt = 0$, из (7) имеем уравнение для T_0 :

$$f_1(T_0) = AT_0. \quad (8)$$

Это же условие будет определять электронную температуру разряда на переменном токе в тот момент, когда электронная концентрация N_e (и, следовательно, проводимость плазмы g , см. ниже, и разрядный ток) достигает максимума (N_e^{\max}). В остальные моменты T_e определяется из уравнения (7). Графическая интерпретация уравнения (7) приведена на рис. 1. Сплошная кривая¹ соответствует общему виду зависимости $f_1(T_e)$ согласно формуле (5), прямая линия определяет величину AT_e . Величина $\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt}$ для краткости обозначена через δ .

В некоторый момент горения разряда t_0 (при синусоидальном напряжении питания и симметричности кривых тока и напряжения на газоразрядном элементе относительно оси времени достаточно рассматривать один полупериод горения, так что $0 < t_0 < T/2$, $T = 0,02$ с) точка пересечения линий на рис. 1 определяет температуру T_0 , при которой $\delta = 0$, т. е. N_e достигает максимума (это обычно имеет место вблизи середины полупериода). Движение вправо от этой точки соответствует $\delta > 0$, т. е. стадии возрастания концентрации электронов и повышения электронной температуры до некоторого значения $T_1 > T_0$ вблизи начала полупериода (после пробоя газоразрядного промежутка). Движение влево от указанной точки на графике соответствует $\delta < 0$, т. е. стадии уменьшения N_e и снижения T_e до некоторого значения $T_2 < T_0$ вблизи окончания полупериода (в этот момент степень ионизации становится столь низкой, что разряд практически гаснет).

Из рис. 1 видно также, что в силу характера зависимости $v_i(T_e)$ относительное изменение температуры

$$\xi = \frac{T_e - T_0}{T_0} \quad (9)$$

за полупериод горения разряда сравнительно невелико ($\xi \ll 1$).

Из проведенного анализа становится очевидным, что при наличии дополнительного условия, устанавливающего связь между величинами N_e и T_e , из уравнения (7) принципиально возможно определить временные зависимости $N_e(t)$ и $T_e(t)$ для разряда на переменном токе. Поскольку между N_e и удельной проводимостью плазмы

¹ О пунктирной линии будет сказано ниже.

определить моменты зажигания и погасания разряда t_1 и t_2 (точнее, разности t_1-t_0 и t_2-t_0 , см. обсуждение ниже). Таким образом, сформулированный выше вариационный принцип позволяет свести задачу о нахождении временных зависимостей проводимости $\sigma(t)$ и напряженности поля $E(t)$ [при использовании (16)] в полупериоде горения разряда к решению вариационной задачи (17), (18). Поскольку удельная проводимость плазмы σ приближенно пропорциональна полной проводимости газоразрядного элемента g , а напряженность поля E — напряжению на элементе u ($u \approx El$), то открывается возможность описания формы напряжения и тока разряда ($i=ug$) и далее — расчета всей цепи.

Методы решения вариационных задач типа сформулированной выше хорошо известны [6]. Составляем функцию

$$F^* = f_2(T_e)N_e + \lambda(t) \left[AT_e - f_1(T_e) + \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt} \right]. \quad (20)$$

Уравнения Эйлера

$$\frac{d}{dt} F_{dN_e}^* - F_{N_e}^* = 0; \quad \frac{d}{dt} F_{dT_e}^* - F_{T_e}^* = 0 \quad (21)$$

в сочетании с уравнением связи (18) дают систему уравнений:

$$\frac{d\lambda}{dt} = N_e f_2(T_e); \quad (22a)$$

$$\lambda [f_1(T_e) - A] = f_2(T_e)N_e; \quad (22b)$$

$$\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt} = f_1(T_e) - AT_e. \quad (22c)$$

Дифференцируя λ из (22c) по t и приравнивая выражению (22a), находим выражение для $\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt}$; используя затем (22b), приходим к следующему дифференциальному уравнению для $T_e(t)$:

$$F'(T_e) dT_e = \{f_2(T_e) - F(T_e)[f_1(T_e) - AT_e]\} dt, \\ F(T_e) = \frac{f_2(T_e)}{f_1(T_e) - A} \quad (23)$$

(штрих означает всюду дифференцирование по T_e).

Решая это уравнение, можно определить зависимость $T_e(t)$, а затем, используя (22c) и (16) — зависимости $N_e(t)$ и $E(t)$. Очевидно, что непосредственное аналитическое решение уравнения (23) представляет большие математические трудности ввиду сложного вида функций $f_1(T_e)$ и $f_2(T_e)$. Однако решение можно значительно упростить, если учесть сделанные выше замечания о характере этих функций. Прежде всего учитем, что относительное изменение электронной температуры за полупериод сравнительно невелико [см. формулу (9)]:

$$\xi = \frac{T_e - T_0}{T_0} \ll 1. \quad (24)$$

Поэтому функции $f_1(T_e)$ и $f_2(T_e)$ можно разложить в ряд Тейлора по $(T_e - T_0)$ в окрестности точки T_0 . Границчиваясь членами до второго порядка, имеем:

$$f_1(T_e) = f_1(T_0) + f_1'(T_0)(T_e - T_0) + \\ + \frac{1}{2} f_1''(T_0)(T_e - T_0)^2 + \dots \quad (25a)$$

$$f_2(T_e) = f_2(T_0) + f_2'(T_0)(T_e - T_0) +$$

$$+ \frac{1}{2} f_2''(T_0)(T_e - T_0)^2 + \dots, \quad (25b)$$

причем

$$f_1(T_0) = AT, \quad f_2(T_0) = E_0^2, \quad f_1'(T_0) > 0, \quad f_2'(T_0) > 0. \quad (26)$$

После подстановки в (23) и ряда преобразований находим решение уравнения (23) в следующем виде:

$$\int \frac{d\xi}{(1 + \beta\xi) e + e\beta\xi + \xi^2} = -\frac{1}{2} qT_0(t - t_0), \quad (27)$$

где

$$\beta = \frac{T_0 f_1''(T_0)}{q}, \quad q = f_1'(T_0) - A, \quad e = 2 \frac{q}{p} \frac{f_2(T_0)}{T_0^2}, \\ p = f_1''(T_0) f_2'(T_0) - q f_2''(T_0), \quad (28)$$

В левой части (27) стоит табличный интеграл, результат вычисления которого зависит от знака величины

$$\Delta = 4e - e^2\beta^2 = e(4 - e\beta^2). \quad (29)$$

Величину Δ можно оценить, только исходя из конкретного вида функций $f_1(T_e)$ и $f_2(T_e)$. В соответствии с изложенным выше [см. формулы (6) и (15)] положим

$$f_1(T_e) = ae^{-E_i/T_e}; \quad f_2(T_e) = be^{-E_r/T_e} \quad (30)$$

и введем обозначения

$$\frac{E_i}{T_0} \equiv \varepsilon; \quad \frac{E_r}{T_0} \equiv \sigma. \quad (31)$$

Тогда из формулы (29) с использованием (28) находим

$$\Delta = \frac{4}{\sigma(\varepsilon - \sigma + 1)} \left[2 - \frac{(\varepsilon - 1)^2}{\sigma(\varepsilon - \sigma + 1)} \right]. \quad (32)$$

Подстановка любых допустимых значений ε и $\sigma < \varepsilon$ показывает, что $\Delta < 0$. Например, при $T_0 \sim 1$ эВ, $E_i \sim 10$ эВ, $E_r \sim 5$ эВ (разряд низкого давления в парах ртути) $\Delta \approx -0.1$; при $T_0 \sim 3$ эВ, $E_i \sim 25$ эВ, $E_r \sim 20$ эВ (разряд низкого давления в гелии) получим $\Delta \approx -0.23$ и т. д. Физический смысл этого факта заключается в существенном различии хода кривых $f_1(T_e)$ и $f_2(T_e)$, уже отмечавшемся выше; поэтому должно быть $\Delta < 0$ независимо от выбора конкретных аналитических аппроксимаций указанных функций.

Теперь можно привести аналитическое выражение, описывающее зависимость электронной температуры от времени, в виде

$$\ln \frac{(1 + \beta\xi)^2}{1 + \beta\xi + \frac{1}{e}\xi^2} - \frac{e\beta - 2/\beta}{\sqrt{V - \Delta}} \ln \frac{1 + g\xi}{1 + h\xi} = -\frac{qT_0}{\beta}(t - t_0), \quad (33)$$

где введены дополнительные обозначения:

$$\xi(t = t_0) = 0; \quad \frac{2}{e\beta - \sqrt{V - \Delta}} = g; \quad \frac{2}{e\beta + \sqrt{V - \Delta}} = h (< g). \quad (34)$$

Полученное выражение можно упростить, если проанализировать функцию

$$\frac{e\beta - 2/\beta}{\sqrt{V - \Delta}} = \frac{e\beta^2 - 2}{e\beta^2 \sqrt{e\beta^2 - 4}} \equiv f(e\beta^2). \quad (35)$$

Подставляя значения $e\beta^2 > 4$, получаем следующие результаты:

$e\beta^2$	5	6	8	10
$f(e\beta^2)$	1,30	1,14	1,06	1,04

Таким образом, $f(e\beta^2)$ мало отличается от единицы. Учитывая это обстоятельство, после некоторых преобразований получаем вместо (33) более простое выражение:

$$\frac{(1 + \beta\xi)^2}{1 + \beta\xi + \frac{1}{e}\xi^2} \frac{1 + h\xi}{1 + g\xi} = e^{-\frac{qT_0}{\beta}(t-t_0)}. \quad (36)$$

Величина $\frac{qT_0}{\beta}$ определяется из выражения:

$$\frac{qT_0}{\beta} = \frac{q^2}{f_1'(T_0)} = \frac{[f_1'(T_0) - A]^2}{f_1''(T_0)}. \quad (37)$$

При использовании аппроксимации (6) для $f_1(T_e)$ получаем простой результат:

$$\frac{qT_0}{\beta} = AT_0. \quad (38)$$

Из рассмотрения рис. 1 с учетом геометрического смысла второй производной видно, что это равенство приближенно выполняется и при других видах функции $f_1(T_e)$, отличных от (6). Величина $A = \frac{1}{T} \frac{D_i}{\Lambda^2}$ определяется сравнительно легко, поскольку температура газа и геометрия газоразрядного промежутка обычно известны, а коэффициент диффузии ионов D_i определяется с помощью таблиц значений подвижности ионов в газах K_i и соотношения Эйнштейна [3]:

$$D_i = \frac{kT}{e} K_i. \quad (39)$$

Выражение (36) дает решение поставленной задачи об определении зависимости $T_e(t)$ за полупериод горения разряда. При использовании аппроксимации (30) имеем [см. обозначения (31)]:

$$\beta = \epsilon - 1; e = \frac{2}{\sigma(\epsilon - \sigma + 1)}. \quad (40)$$

Величины g и h вычисляются по формулам (34) с учетом (32). Кроме того, в этом случае для $f_2(T_e)$ имеем

$$\frac{f_2(T_e)}{f_2(T_0)} = \frac{E^2}{E_0^2} = 1 + \sigma\xi + \frac{\sigma(\sigma-2)}{2}\xi^2. \quad (41)$$

Подставляя в (41) вместо E величину E_p (напряженность поля, соответствующую перезажиганию разряда на переменном токе) находим для максимальной температуры T_{\max} условие [см. (19a)]:

$$1 + \sigma\xi_{\max} + \frac{\sigma(\sigma-2)}{2}\xi_{\max}^2 = \left(\frac{E_p}{E_0}\right)^2 \approx \left(\frac{u_p}{u_0}\right)^2. \quad (42)$$

Значения напряжения пробоя u_p и напряжения горения u_0 известны для многих газов [7]. Зная ξ_{\max} , можно вычислить $t_1 - t_0$ с помощью формулы (36). Для минимальной электронной температуры имеем условие (19), которое, как нетрудно показать, эквивалентно следующему:

$$\xi_{\min} = -1/\beta \quad (43)$$

[Это видно также и непосредственно из формулы (33)]. Однако из формулы (36) при этом получается $t_2 - t_0 = \infty$. Поэтому для оценки момента погасания разряда t_2 более удобно вновь использовать формулу (41), в которую теперь следует подставить напряженность поля, соответствующую погасанию — E_u . Тогда получим

$$1 + \sigma\xi_{\min} + \frac{\sigma(\sigma-2)}{2}\xi_{\min}^2 = \left(\frac{E_u}{E_0}\right)^2. \quad (44)$$

Величину E_u также можно найти в специальной литературе [7]. Если же эта величина не известна, то можно приблизенно положить:

$$t_2 - t_0 \approx |t_1 - t_0|, \quad (45)$$

что эквивалентно допущению об установлении напряжения горения u_0 примерно в середине полупериода.

Опыт показывает, что во многих случаях величины $t_2 - t_0 \approx |t_1 - t_0| \approx T/4$. Например, при разряде в парах ртути величина t_1 отличается от нуля, а t_2 — от $T/2$ не более чем на $T/30$ ($10-12$ °C). В этих случаях, полагая $t_1 \approx 0$, $t_0 \approx T/4$, $t_2 \approx T/2$, можно с помощью формулы (36) решить «обратную» задачу — определить значения ξ_{\max} и ξ_{\min} . Так удобно действовать при отсутствии точных данных о величинах E_p и E_u ; этот подход будет использован и в настоящей работе для установления общего характера зависимости $T_e(t)$ и дальнейшего анализа.

Переходим теперь к выяснению характера временной зависимости электронной концентрации $N_e(t)$ в разряде на переменном токе. Для этой цели используем уравнение (22в), которое при учете (25) принимает вид

$$\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt} = T_0 [f_1'(T_0) - A] \xi(t) + \frac{1}{2} T_0^2 f_1''(T_0) \xi^2(t) \quad (46)$$

или с учетом (28) и (38):

$$\frac{d(\ln N_e)}{d(AT_0 t)} = \beta\xi \left(1 + \frac{1}{2}\beta\xi\right), \quad (47)$$

причем, согласно (40), $\beta \approx \epsilon - 1$; отсюда видно, что вторым слагаемым в правой части (47) пренебречь нельзя ($\epsilon \gtrsim 10$).

Для решения уравнения (47) следует представить зависимость (36) в более простом аналитическом виде. С этой целью проанализируем общий характер зависимости $\xi(t)$ согласно формуле (36) замечая, что в силу условий (42) и (44) $|\xi_{\min}| \ll \xi_{\max}$, поскольку E_u обычно значительно больше E_0 , в то время как E_u мало отличается от E_0 (причины высоких значений пробивной напряженности поля для большинства газов детальне-

Рис. 3

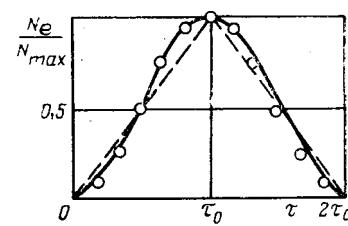
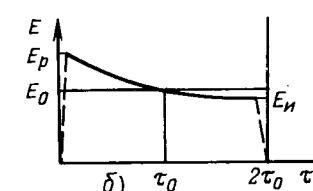
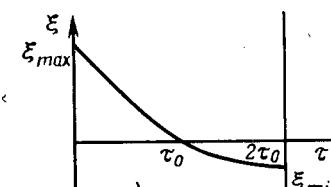


Рис. 4

проанализированы в [7]). Подстановка различных допустимых значений параметров в формулу (36) (некоторые примеры были приведены выше) показывает, что зависимость $\xi(\tau)$, где для краткости введено обозначение

$$AT_0t = \tau \quad (48)$$

имеет вид, показанный на рис. 3, а. Ему соответствует зависимость $E(\tau)$, показанная на рис. 3, б. Из рис. 3, а видно, что кривую $\xi(\tau)$ можно аппроксимировать приближенной формулой вида:

$$\xi(\tau) \approx \mu e^{-B \frac{\tau}{\tau_0}} - \eta, \quad (49)$$

где

$$\mu = \xi_{\max} - \xi_{\min}; \quad \eta = -\xi_{\min}. \quad (50)$$

Из условия $\xi(\tau_0) = 0$ следует, что $B \approx \ln \frac{\mu}{\eta}$. Подставляя (49) в уравнение (47) и решая его при условии

$$N_e(\tau_0) = N_{\max}, \quad (51)$$

находим выражение для $N_e(\tau)$:

$$N_e(\tau) = N_{\max} \exp \left\{ - \left[\beta \mu (1 - \beta \eta) \frac{\tau_0}{B} \left(e^{-B \frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-B} \right) + \beta \eta \left(1 - \frac{1}{2} \beta \eta \right) (\tau - \tau_0) + \beta^2 \mu^2 \frac{\tau_0}{4B} \left(e^{-2B \frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-2B} \right) \right] \right\}. \quad (52)$$

Для выяснения общего характера зависимости $N_e(\tau)$ можно воспользоваться еще более простой аппроксимацией зависимости $\xi(\tau)$, вытекающей из рассмотрения ис. 3, а:

$$\xi(\tau) \approx \begin{cases} \xi_{\max} e^{-C \frac{\tau}{\tau_0}}, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 (C \gg 1); \\ \xi_{\min}, & \tau_0 < \tau \leq 2\tau_0. \end{cases} \quad (53)$$

В этом случае из решения уравнения (47) следует в указанных интервалах значений τ :

$$N_e(\tau) = \begin{cases} N_{\max} \exp \left[- \frac{1}{C} \beta \xi_{\max} \tau_0 e^{-C \frac{\tau}{\tau_0}} \left(1 + \frac{1}{C} \beta \xi_{\max} e^{-C \frac{\tau}{\tau_0}} \right) \right], & 0 \leq \tau \leq \tau_0; \\ N_{\max} \exp \beta \xi_{\min} \left(1 + \frac{1}{2} \beta \xi_{\min} \right) (\tau - \tau_0), & \tau_0 < \tau \leq 2\tau_0. \end{cases} \quad (54)$$

На рис. 4 показан пример расчета зависимости $N_e(\tau)$ при $C = 4$, $\frac{1}{C} \beta \xi_{\max} = 1$, $\beta \xi_{\max} = 4$, $\beta \xi_{\min} = -1$, $\tau_0 = 3$. Видно, что кривая $N_e(\tau)$ не может быть точно описана достаточно простыми аналитическими выраже-

ниями, однако может быть аппроксимирована приближенными. При грубых расчетах возможно применение простейшей «треугольной» аппроксимации (показана пунктиром на рис. 4), описываемой формулой $N_e / N_{\max} \approx \sin^2 x$, где $x = \pi \frac{\tau}{2\tau_0}$ (отмечена кружками на рис. 4).

Полученные формулы дают решение поставленной задачи об установлении характера изменения электронной температуры и электронной концентрации в плазме разряда на переменном токе на основе выделения основных плазменных процессов. Сущностью предлагаемого метода является введение вариационного принципа минимума энергии, рассеиваемой в разряде за полупериод его горения. Как уже отмечалось выше, этот принцип в настоящее время еще не может быть строго обоснован, и полученные расчетным путем на его основе результаты должны быть подвергнуты экспериментальной проверке путем исследования временных зависимостей $N_e(t)$ и $T_e(t)$ (методы диагностики газоразрядной плазмы достаточно разработаны [8—9]). Эти же исследования должны дать обоснование возможности выделения доминирующих столкновительных процессов (и диффузии) при заданных условиях горения разряда. Наличие теоретически обоснованных и экспериментально проверенных зависимостей проводимости плазмы разряда от времени дает возможность разработать общий метод расчета электрических цепей переменного тока с газоразрядными элементами (некоторые предварительные результаты были представлены в этой работе).

В заключение заметим, что все проведенное рассмотрение относилось к разряду низкого давления; явления в разряде высокого давления и соответствующий метод расчета проводимости плазмы требуют особого анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Хостед Дж. Физика атомных столкновений. — М.: Мир, 1965. — 711 с.
- Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. Изд. 2-е. — М.: Наука, 1978. — 416 с.
- Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
- Уэймус Д. Газоразрядные лампы/Пер с англ. — М.: Энергия, 1977. — 344 с.
- Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. — Новосибирск: Наука, 1975. — 298 с.
- Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. IV, изд. 3-е. — М.: Гостехиздат 1957. — 812 с.
- Капцов Н. А. Электрические явления в газах и вакууме. М.: Гостехиздат, 1950. — 835 с.
- Русанов В. Д. Современные методы исследования плазмы. — М.: Госатомиздат, 1962. — 183 с.
- Диагностика плазмы. Сб. статей. — М.: Мир, 1967. — 515 с.

[09.12.82]

Критерии подобия физического моделирования процессов дугогашения в камерах продольного дутья

КРИЖАНСКИЙ С. М.

Ленинград

До настоящего времени основным методом исследований и разработок дугогасительных устройств (ДУ) высоковольтных выключателей остается натурный эксперимент. Сохраняющиеся тенденции роста токов отключения, напряжений, скоростей, восстанавливающихся напряжений, повышение требований к ресурсу и надежности работы аппаратов, поиск и отработка новых конструктивных решений, оптимальных соотношений для ДУ требуют проведения сотен дорогостоящих опытов в течение многих месяцев на установках крупного масштаба.

Поэтому представляется желательным проведение указанных исследований на моделях ДУ и испытательных установках меньшего масштаба [1]. Однако эффективность подобных исследований мала, а развитие такого направления сдерживается отсутствием теории физического моделирования дуговых процессов и гашения дуги переменного тока. Казалось бы, методы теории подобия и моделирования [2, 3] позволяют без труда решить этот вопрос. Тем не менее известные попытки построения такой теории противоречивы и ошибочны. Так, в [4] в отличие от сложившейся методики применения теории подобия и размерностей не выявлены безразмерные комплексы из группы параметров, определяющих явление. Неполон также набор определяющих параметров, не включающий в себя никаких свойств газа. Не различаются два основных класса явлений, определяющих гашение дуги в техническом понимании этого термина: энергетические (или тепловые) и электропрочностные, характеризуемые различными наборами определяющих параметров и уравнениями.

Полное подобие этих физически различных процессов при моделировании с уменьшением масштабов установки и ДУ, строго говоря, не может быть обеспечено одновременно. Наиболее важным представляется выявление критериев подобия для случая теплового пробоя, так как рост токов отключения в последние десятилетия привел к более частым отказам в гашении именно в этой области.

Современный уровень теории дуговых процессов в ДУ продольного газового дутья позволяет подойти к вопросу определения масштабных коэффициентов для параметров, определяющих процесс гашения дуги при переходе от модели к натурным условиям более обоснованно, что и является целью настоящей работы.

Тепловые процессы в ДУ достаточно хорошо описываются системой уравнений высокотемпературной газовой динамики в одножидкостном приближении [6—8]. Сопла ДУ обладают осевой симметрией, причем обычно градиент давления в радиальном направлении много меньше продольного. Это позволяет описание течения газа в канале сопла производить уравнениями типа пограничного слоя [6, 7]. Такой подход не обедняет перечень критериев подобия и достаточен для учета, наряду с конвективными и молекулярными процессами переноса, также и турбулентного тепло- и массообмена, которому в последние годы придается большое значение при объяснении гашения дуги. В газовых потоках ДУ число Рейнольдса принимает большие значения ($\sim 10^7$), что соответствует развитому турбулентному характеру

течения. В этом приближении дуговой разряд переменного тока в продольном потоке газа описывается системой уравнений энергии, движения, неразрывности, состояния и полного тока [7, 8]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial H_0}{\partial t} + \rho u \frac{\partial H_0}{\partial x'} + \rho v \frac{\partial H_0}{\partial r'} &= \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial^2 S}{\partial (x')^2} + \\ + \frac{\partial}{\partial r' \partial r'} \left(r' \frac{\partial S}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial r' \partial r'} \left(r u \eta \frac{\partial u}{\partial r'} \right) + \sigma_c E_c^2 - \varepsilon_c; \\ \frac{\partial \rho r'}{\partial t} + \frac{\partial r' \rho u^2}{\partial x'} + \frac{\partial r' \rho v u}{\partial r'} + \frac{\partial \rho r'}{\partial x'} &= \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \eta \frac{\partial u}{\partial r'} \right); \\ \frac{\partial \rho r'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u r'}{\partial x'} + \frac{\partial \rho v r'}{\partial r'} &= 0; \\ P &= \rho \tilde{R} \Psi; \\ i &= \int_0^{d/2} 2\pi E_c \sigma_c r' dr', \end{aligned}$$

где u и v — составляющие скорости газа вдоль оси и по радиусу; $S = \int_0^r \lambda dT$ — тепловой потенциал; $\Psi =$

$= T/\mu$; ρ , P , T , μ , η , σ_c , $h = \int_0^r c_p dT$ — плотность, давление, температура, молекулярный вес, вязкость, тепло- и электропроводность, энталпия газа; \tilde{R} — универсальная газовая постоянная; $H_0 = h + u^2/2$ — полная энталпия; i и E_c — ток и напряженность поля столба дуги, полагаемая постоянной по сечению столба, так же как изменение давления по радиусу; ε_c — потери на излучение.

Систему (1)–(5) необходимо дополнить граничными условиями и уравнениями внешней электрической цепи. На стенках дугового канала, помимо равенства нулю скорости газа, будем считать заданной температуру поверхности стенки, т. е.

$$S \left(\frac{d}{2}, x', t \right) = S_0. \quad (6)$$

На оси канала все величины ограничены. На электродах правильнее принять для S нелинейное граничное условие третьего рода, учитывающее ряд сложных процессов (испарение, излучение и т. п.) [8, 9]:

$$\frac{\partial S(x_0, r', t)}{\partial x'} = \beta \operatorname{grad} S + \lambda_u G(S) + \kappa S^4, \quad (7)$$

где $\beta = \lambda_t / \lambda_c$; $\kappa = \gamma / \lambda_c^4$; λ_t , λ_u — теплопроводность и теплота испарения электрода; γ — постоянная Стефана — Больцмана.

На входе в канал радиальная составляющая скорости равна нулю, а продольная постоянна по сечению. Для полного описания процессов в дуге к системе (1)–(7) необходимо добавить аппроксимации зависимостей теплофизических коэффициентов (ТФК) от S . При этом будем пренебречь зависимостью ТФК от давления, так как эта зависимость выражена гораздо слабее, чем зависимость от температуры и S , а изменение давления по длине разряда обычно не слишком велико. Для $h(S)$, $\Psi(S)$, $\varepsilon_c(S)$ хорошими аппроксимациями являются

тепенные: $h=h_0+h_1S^{n_1}$; $\psi=\psi_0+\psi_1S^{n_2}$; $\varepsilon_c=\varepsilon_1S^{n_3}$; $\eta\approx\text{const}$. Для электропроводности и скорости испарения $\dot{S}(S)$ в широком диапазоне температур лучше применять формулы

$$\sigma=\sigma_1S^{n_1}\exp(-B/S^{n_1}); G(S)=\alpha_1\exp\left(-\frac{\alpha_2}{S}\right).$$

Схемы электрических цепей, в которые дуговой разряд ДУ входит в качестве нелинейного элемента, могут быть самыми различными по структуре. Чтобы не усложнять рассмотрение принципиальных вопросов вывода критерии подобия, ограничимся простым случаем активно-индуктивной цепи с источником периодической э. д. с. при шунтировании дуги параллельно включенными емкостью C_1 и сопротивлением R_1 . Такая цепь описывается уравнениями:

$$-\frac{d(i+i_{c1}+i_{R1})}{dt}+R_0(i+i_{c1}+i_{R1})+u_d=\varepsilon_0\cos\omega_0t; \quad (8)$$

$$i_{R1}=\frac{u_d}{R_1}; \quad (9)$$

$$i_{c1}=\frac{du_{c1}}{dt}C_1 (u_{c1}=u_d). \quad (10)$$

Отметим, что гашение дуги переменного тока можно рассматривать как неустойчивость в малом по Ляпунову (относительно тока дуги) решений уравнений системы (1)–(10). Ограничеваясь случаем отсутствия апериодической составляющей, т. е. рассматривая только неустойчивость периодических решений [10], можно не задавать начальных условий.

Для получения критериев подобия дуговых процессов в натурном и модельном экспериментах необходимо [2, 3] ввести базисные величины всех параметров задачи и привести системы уравнений (1)–(10) к безразмерному виду. Безразмерные комплексы, составляющие коэффициенты этих уравнений, и будут критериями подобия. Выберем базисные величины (отмечены звездочкой) следующим образом:

$$\begin{aligned} P_* &\equiv P_0 = \rho_*\tilde{R}\psi_*; \rho_*u_* = q_* = P_0q_{kp}; \\ q_{kp} &= \sqrt{\frac{K_0\mu_0}{\tilde{R}T_0}}\left(\frac{2}{K_0+1}\right)^{\frac{K_0+1}{2(K_0-1)}}; S_* = \left(\frac{I_*}{\pi d\sqrt{\sigma_1}}\right)^{\frac{2}{n_1+1}}; \\ E_* &= \left(\frac{2\pi}{I_*}\right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}}\left(\frac{2}{d\sqrt{\sigma_1}}\right)^{\frac{2}{n_1+1}}; I_* = \frac{\varepsilon_0}{\omega_0L_0}; \\ \sigma_* &= \sigma_1S_*^{n_1}; h_* = h_1S_*^{n_2}; \psi_* = \psi_1S_*^{n_3}; \varepsilon = \varepsilon_1S_*^{n_4}, \end{aligned}$$

где P_0 , T_0 , μ_0 , K_0 — давление, температура, молекулярный вес и постоянная адиабаты газа в резервуаре выключателя (параметры заторможенного газа); d — диаметр сопла ДУ; l — длина дуги; ε_0 , ω_0 , L_0 , R_0 — амплитуда и частота э. д. с., индуктивность и активное сопротивление цепи; I_* — амплитуда тока к. з.; R_1 и C_1 — параметры шунтирующих дугу цепей; u_d — напряжение на дуге.

За q_* принято значение удельного расхода газа через сопло при критическом истечении газа, что обычно имеет место в ДУ выключателей. За базисную величину для продольной и радиальной скоростей u и v принята $u_* = q_*/\rho_* = q_{kp}RT_0$. При этом члены уравнений с v не дают отдельного критерия подобия, хотя рассматривается двумерный поток газа. Безразмерные комплексы

при принятых базисных величинах имеют вид:

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{d}{l}; K_1 = \frac{d\omega_0}{u_*}; K_2 = \frac{P_0}{u_*^2P_*}; K_3 = \frac{\rho_*\omega_0h_*d^2}{S_*}; \\ K_4 &= \frac{\rho_*u_*^2d}{S_*}; K_5 = \frac{\rho_*u_*d}{\eta}; K_6 = \frac{B}{S_*^{n_1}}; K_7 = \frac{\alpha_2}{S_*}; \\ K_8 &= \frac{S_0}{S_*}; K_9 = \frac{\varepsilon_*d^2}{S_*}; K_{10} = \ln S_*^3; \\ K_{11} &= \frac{\lambda_*\alpha_1l}{S_*}; K_{11}' = \beta; K_{12} = \frac{l}{\varepsilon_0}\left(\frac{2\pi}{I_*}\right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}}\left(\frac{2}{d\sqrt{\sigma_1}}\right)^{\frac{2}{n_1+1}}; \\ K_{13} &= C_1L_0\omega_0^2; K_{14} = \frac{\omega_0L_0}{R_1}; K_{15} = \frac{\omega_0L_0}{R_0}. \end{aligned} \quad (11)$$

К этим комплексам нужно добавить все показатели степеней аппроксимации ТФК. Последние четыре комплекса получены из уравнений электрической цепи. При усложнении цепи количество таких комплексов увеличивается, но их получение не представляет затруднений. Комплекс $K_{12} = \lambda = lE_*/\varepsilon_0$ есть малый параметр, введенный в [12] и характеризующий отношение напряжения на дуге к амплитуде э. д. с. ε_0 . Критерии подобия (11) содержат в числе прочих известные, либо выражаются через них. Так, K_1 есть критерий Струхала или гомохронности, K_2 — число Эйлера.

Критерий Кутателадзе, характеризующий интенсивность перехода джоулема тепла в тепловую энергию газового потока, получается как комплекс $K_{16} = \frac{K_3}{K_1}K_8^{n_1} = \frac{\rho_*u_*h_*d^3\sigma'}{8l_*^2}$, где нужно принять $\sigma_*' = \sigma_1S_0^{n_1}$, чтобы

выражение для K_{16} совпало с приводимыми ранее [6]; $K_8 = S_0/S_*$ является аналогом энталпийного фактора; $K_5 = Re$ и т. д. Параметрический критерий $K_0 = d/l$ требует соблюдения геометрического подобия ДУ при физическом моделировании. Для сложных геометрических форм ДУ количество параметрических критериев увеличивается.

Большое число критериев для дуговых процессов в ДУ делает их точное физическое моделирование невозможным, что можно показать следующим образом. Ряд критериев подобия содержит характеристики свойств материалов электродов и среды ДУ. Если среда и материалы будут одинаковыми, для подобия достаточно сохранения размерных и безразмерных комплексов, получающихся из K_i (11) вычеркиванием в них величин, характеризующих свойства среды и материалов. Комбинируя остающиеся комплексы между собой, можно получить следующие десять критериев подобия, равенство которых для натуры и модели обеспечило бы подобие процессов в них:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \frac{d}{l}; \Pi_1 = d\omega_0; \Pi_2 = P_0d; \Pi_3 = \frac{\varepsilon_0}{L_0}; \Pi_4 = \varepsilon_0; \\ \Pi_5 &= C_1L_0\omega_0^2; \Pi_6 = \frac{\omega_0L_0}{R_1}; \Pi_7 = \frac{\omega_0L_0}{R_0}; \\ \Pi_8 &= S_0; \Pi_9 = d. \end{aligned} \quad (12)$$

В набор комплексов (12) входит десять определяющих параметров: d , l , ω_0 , ε_0 , L_0 , P_0 , S_0 , C_1 , R_1 , R_0 . Поскольку число определяющих параметров равно числу комплексов, точное физическое моделирование с изме-

нением масштабов ДУ или установки оказывается невозможным.

Для получения условий приближенного подобия необходимо выявить и обосновать несущественность некоторых из этих критериев, если такие имеются. Наиболее жестким представляется требование $d_m = d_n$, соблюдение которого с учетом критерия геометрического подобия $d/l = idem$, исключило бы возможность уменьшения габаритов ДУ при моделировании. Это требование появляется из критериев K_8 , K_{10} , K_{11} , характеризующих соответственно роль излучения из объема и процессов испарения и излучения на электродах.

В уравнении (1) излучение учитывается как объемное, полностью выносящееся из плазмы дуги. В действительности значительная часть излучения носит диффузионный характер и может быть интерпретирована как составляющая теплопроводности [13]. Остающаяся часть излучения составляет малую долю потерь [6], и ее можно пренебречь, особенно вблизи нуля тока. Эти соображения позволяют считать излучение несущественным фактором и не учитывать комплекс K_9 . Процессы на электродах в обычных ДУ влияют на процессы дугогашения лишь в небольшой по протяженности зоне пограничного слоя [8].

Величины комплексов K_{10} ($\approx 10^5$) и K_{11} ($\approx 10^7$) указывают на их вырождение и также позволяют считать их несущественными при моделировании дугогашения. Физически вырождение K_{10} соответствует незначительной роли излучения с электродов по сравнению с испарением. В то же время величины потоков тепла на электроды, вообще говоря, не малы. Но при физическом моделировании вес осевых потоков тепла, затрачиваемых в основном на испарение материала электродов, приблизительно одинаково в модели и натуре, что и приводит к вырождению K_{11} . Таким образом, в (12) остается девять комплексов (P_9 отпадает), в которые входит десять определяющих параметров, и масштаб одного из них при переходе от модели к натуре может быть задан произвольно. Остальные масштабы однозначно определяются из требований $P_i = idem$. За основной будем принимать масштаб $k > 1$ изменения геометрических размеров ДУ при переходе от модели к натуре. В третьем столбце таблицы приведены масштабные коэффициенты k_A для параметров и других величин, соблюдение которых необходимо для энергетического подобия. Все коэффициенты указаны для перехода от модели к натуре, например, для величины A : $A_n = k_A A_m$.

Отметим некоторые важные следствия при соблюдении условий подобия. Подобие процессов в натуре и модели означает, что все безразмерные функции, описывающие эти процессы в пространстве и во времени, одинаковы. В частности, это относится к токам в цепи, напряжению на дуге и распределениям температуры по объему ДУ. Точнее говоря, следующие функции совпадают для натурного и модельного эксперимента:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{i}{I_*} = f_1(\tau, K_i); I_{C1} = \frac{i_{C1}}{I_*} = f_2(\tau_2 K_i); \\ I_{R1} &= \frac{i_{R1}}{I_*} = f_3(\tau, K_i); U = \frac{u_n}{u_*} = f_4(\tau, K_i); \\ y &= S/S_* = f_5(\tau, x, r, K_i) \quad (\tau = \omega_0 t; x = x'/l; \\ r &= 2r'/d). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Наименование	Обозначение и размерность	Параметры и величины			Масштабные коэффициенты	
		$k_A = A_n / A_m$	$n_A = A_m / A_{m2}$	$n_A K_A = A_n / A_{m2}$	$n \neq k$	$n = k$
Размеры ДУ	d, l, m	k	1	k	k	k
Давление	$P^0, \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}
Амплитуда э. д. с.	$\varepsilon_0, \text{В}$	1	n	n	k	k
Частота э. д. с.	$\omega_0, \text{с}^{-1}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}
Индуктивность	$L_0, \text{Гн}$	1	n	n	k	k
Сопротивление	$R_0, \text{Ом}$	k^{-1}	n	$n k^{-1}$	1	
Шунтирующая емкость	$C_1, \text{Ф}$	k^2	1^*	k^2	k^2	k^2
Шунтирующее сопротивление	$R_1, \text{Ом}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}
Удельный расход газа	$q, \text{кГ} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}
Полный расход газа	$Q, \text{кГ} \cdot \text{с}^{-1}$	k	1	k	k	k
Амплитуда тока	$I_m, \text{А}$	k	1	k	k	k
Частота СВН	$\omega_1, \text{с}^{-1}$	k^{-1}	$n^{-1/2}$	$k^{-1} n^{-1/2}$	$k^{-1/2}$	$k^{-1/2}$
Производная тока	$di/dt, \text{А} \cdot \text{с}^{-1}$	1	1	1	1	
Производная СВН	$du_B/dt, \text{В} \cdot \text{с}^{-1}$	k^{-1}	$n^{1/2}$	$k^{-1} n^{-1/2}$	$k^{-1/2}$	$k^{-1/2}$
Напряжение на дуге	$u_d, \text{В}$	1	1	1	1	
Мощность дуги	$u_{ti}, \text{Вт}$	k	1	k	k	k
Энергия дуги	$u_{di}, \text{Вт} \cdot \text{с}$	k^2	1	k^2	k^2	k^2
Сопротивление дуги	$R_d, \text{Ом}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}
Емкость контура	$C_0, \text{Ф}$	k^2	n^{-1}	$n^{-1} k^2$	k	
Декремент	$\alpha, \text{с}^{-1}$	k^{-1}	1	k^{-1}	k^{-1}	k^{-1}

В случае колебательного контура более строго $n_{C1} = 1 + \frac{C_{11}}{C_{01}} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \approx 1$, так как $\frac{C_{11}}{C_{01}} \ll 1$.

Отсюда следует, что при построении более простых математических моделей дуги с помощью процедуры усреднения уравнений (1)–(7) по радиусу и длине дугового промежутка [7, 14] коэффициенты, являющиеся функциями $y(\tau, x, r, K_i)$ также будут идентичны для натурь и модели.

Из (12) следует, что при физическом моделировании электродуговых процессов для соблюдения подобия необходимо, чтобы давление и частота тока в модели были увеличены обратно пропорционально уменьшению геометрических размеров ДУ. Параметры схемы также должны быть изменены в зависимости от масштаба геометрического подобия. Существенным выводом является независимость S_0 , ε_0 и L_0 от K . Это означает, что, во-первых, при моделировании необходимо соблюдать равенство окружающих температур, определяющих равенство температур стенок сопел $S_0 \approx \lambda_c T_0$ и температур торможения газа в резервуарах модели и натурь. При строгом подходе для выполнения этого условия могут потребоваться специальные меры (например, подогрев). Однако это требование не является слишком жестким.

Влияние S_0 на процессы теплообмена плазмы со стенками ДУ через граничное условие (6) невелико, так как для значений токов, равных килоамперу и более, отношение $K_8 = S_0/S_* \ll 10^{-3}$ и этот комплекс вырождается. Физически это означает, что поскольку температура плазмы много выше окружающей, последней приближенно можно пренебречь. При малых токах теплообмен со стенками ДУ ничтожен, так как преобладающую роль играет теплообмен с потоком газа. Температура T_0 влияет также на расход газа, меняя его пропорциональ-

но величине $\sqrt{T_0}$. Поскольку относительные колебания T_0 невелики, это влияние также незначительно. Таким образом, требование сохранения равенства окружающих температур при натурных и модельных экспериментах можно ослабить до их приближенного равенства без значительного нарушения подобия дуговых процессов.

Более серьезным является требование неизменности напряжения установки ε_0 . Это снижает экономическую эффективность моделирования, так как стоимость установки в большой мере определяется величиной ε_0 . Затрудняется и проведение опытов при больших значениях k , ввиду неизбежных электрических пробоев. Возникает задача поиска условий приближенного подобия при физическом моделировании процессов дугогашения для обеспечения более низких уровней напряжения испытательной установки, чем при натурных исследованиях. Для их выявления оказывается уже недостаточным только теории подобия. Необходимо рассмотреть специфику условий перехода тока и напряжения дуги через нулевое значение, при котором происходит гашение дуги переменного тока.

Возможность снижения ε_0 одновременно с пропорциональным уменьшением L_0 следует из анализа [12], проведенного для уравнений в размерной форме при неизменных габаритах ДУ. При уменьшении ε_0 и L_0 так, чтобы $\varepsilon_0/L_0 = \text{const}$, ток при фиксированной ω_0 не изменяется: $I_* = \varepsilon_0/\omega_0 L_0$. Критерии Π_0 , Π_1 , Π_2 , Π_3 также останутся неизменными. Критерии Π_4 , Π_5 , Π_6 изменятся, и полное подобие будет нарушено. Однако из [11, 12] следует, что при изменении ε_0 и L_0 в несколько раз условия перехода тока и напряжения на дуге через нуль в периодическом режиме, т. е. условия гашения дуги переменного тока, изменятся незначительно и будут приближенно, но с высокой точностью выполнены. Качественно это следует из хорошо известного факта, что напряжение на дуге и производные тока и напряжения на дуге при переходе тока дуги через нуль меняются незначительно, если сохраняется малым отношение $\lambda = U_*/\varepsilon_0 \ll 1$.

Более строгий анализ [11, 12] показывает, что при снижении ε_0 в несколько раз и сохранении $\varepsilon_0/L_0 = \text{const}$ величины dI/dt и $\frac{dU}{dt} \Big|_{I=0}$ сохраняются с точностью до членов порядка λ в соответствующих разложениях периодических решений для дуговых процессов в ряды по малому параметру λ . Введем масштаб n уменьшения ε_0 и L_0 . Будем называть модель, полученную при полном энергетическом подобии первой моделью (и обозначить индексом $M1$), а модель, полученную из первой модели, при уменьшении в n раз ε_0 и L_0 и сохранении геометрических размеров ДУ, второй моделью (индекс $M2$).

В четвертом столбце таблицы приведены масштабы изменения электрических величин в зависимости от n , полученные из требований сохранения условий перехода тока и напряжение на дуге через нулевое значение. Эти условия для большого класса схем формулируются таким образом [11]: электрические параметры схемы, шунтирующие дуговой промежуток, сохраняются неизменными; электрические параметры схемы, последовательные с индуктивностью, определяющей величину тока к. з., уменьшаются в n раз. Если принять $n=k$, то средний градиент в ДУ без дуги ε_0/l будет одинаковым в натуре и модели, что приближенно обеспечивает подо-

бие для процессов электрического пробоя, так как при этом соблюдается закон Пашена. В пятом столбце таблицы приведены полные масштабы перехода от второй модели к натуре при $n \neq k$, а в шестом столбце при $n=k$.

Подобие процессов дугогашения при этом имеет приближенный характер, но обеспечивается с высокой точностью, которая оценивается математически [11]. Условия полного энергетического подобия (12) получены из более общих соображений, но оценить количественно их точность не представляется возможным. Однако полученные критерии подобия и масштабные коэффициенты подтверждаются согласием с критериями подобия дуговых процессов в генераторах плазмы и высокотемпературных газовых потоках [5, 6]. Последние, в свою очередь, подтверждены огромным экспериментальным материалом.

Определим минимальное число комплексов, обеспечивающих подобие дугогашения. С учетом условий перехода от первой модели ко второй несущественности постоянства окружающей температуры при геометрически подобном уменьшении размеров модели для одной из простейших схем ($R_1=R_0=0$) остаются всего четыре комплекса: $\Pi_1=d\omega_0$; $\Pi_2=P_0 d$; $\Pi_3=\varepsilon_0/L_0$; $\Pi_5=C_1 L_0 \omega_0^2$. При усложнении схемы число комплексов возрастает, но обеспечение условий подобия для любой схемы не представляет трудностей. Так все выводы были проделаны для установки с периодической э. д. с. Аналогичные выводы получаются и для установок, где в качестве источника питания используется колебательный контур. В этом случае частота $\omega_0=(L_0 C_0)^{-1/2}$ переходит быть определяющим параметром и ее место занимает емкость контура C_0 .

Полученные результаты ставят ряд новых задач при проведении физического моделирования дугогашения на установках меньшего масштаба. Параметры этих установок должны обеспечивать выполнение условий подобия, что необходимо учитывать уже при их проектировании. Необходимо провести экспериментальные и теоретические исследования для выявления рациональных пределов уменьшения габаритов установок для моделирования, характера изменения погрешности от масштаба k и необходимых поправок при переносе результатов исследований моделей на натуре. Представляет интерес исследование влияния давления на масштабы через свойства среды.

Исследования гашения дуги на моделях позволяют получить необходимую для разработки ДУ информацию о принадлежности данного ДУ при фиксированных схеме и режиме испытаний к областям гашения либо негашения дуги в многомерном пространстве критериев подобия. При систематических исследованиях возможно получить границу между этими областями на плоскости, определяемой двумя комплексами, например, $\Pi_2=P_0 d$; $\Pi_5=C_1 L_0 \omega_0^2$. Эта граница есть пересечение границы многомерных областей с плоскостью $\Pi_2 = \Pi_5$. Для сокращения объема исследований необходимо применение методов планирования эксперимента, в частности, метода «вверх — вниз» [15], позволяющего найти точку границы областей по небольшому числу опытов с достаточной точностью. Применение полученных в настоящей статье критериев подобия при физическом моделировании процессов дугогашения в ДУ продольного газового дутья поставит исследование процессов дугогашения на установках небольшого масштаба на прочную основу.

Такие исследования не заменят натурных испытаний, однако позволяют сократить их объем, сроки и стоимость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кукеков Г. А. Выключатели переменного тока высокого напряжения. — Л.: Энергия, 1972.
2. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1967.
3. Клайн С. Дж. Подобие и приближенные методы. — М.: Мир, 1968.
4. Доклад № 114 на ХХI сессии СИГРЭ 1964 г./Т. Такасина, И. Тодорики, И. Томияма, С. Фуитака. — В кн.: Коммутационные процессы при отключении и включении высоковольтных линий и искусственные схемы для испытаний выключателей. — М.: ВНИИЭМ, 1966.
5. Ясько О. И. Обобщение характеристик электрических дуг постоянного тока. — В кн.: Моделирование и методы расчета физико-химических процессов в низкотемпературной плазме. — М.: Наука, 1974.
6. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Юрков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. — Новосибирск: Наука, 1975.
7. Крижанский С. М. Теоретическая модель дуги переменного тока в продольном потоке газа. — Электричество, 1975, № 6.
8. Крижанский С. М. Влияние электродов на характеристики дугового разряда. — Электричество, 1970, № 7.
9. Раховский В. И., Левченко Г. В., Теодорович О. К. Разрывные контакты электрических аппаратов. — М.—Л.: Энергия, 1966.
10. Семинар по физике гашения дуги в выключателях высокого напряжения. — Электричество, 1978, № 1.
11. Крижанский С. М. Испытание выключателей на отключающую способность при пониженном напряжении. — Электротехника, 1965, № 5.
12. Крижанский С. М., Темкин Б. Я. Вопросы теории внешних характеристик нестационарного дугового разряда высокого давления. — ЖТФ, 1968, т. 38, вып. 11.
13. Бай Ши-и. Динамика излучающего газа. — М.: Мир, 1963.
14. Бородянский Г. Я., Крижанский С. М. Простая модель дугового разряда переменного тока в продольном потоке газа. ЭП. Аппараты высокого напряжения, 1976, вып. 4(60).
15. Зажигаев Л. С., Кишьян А. А., Романов Ю. И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. — М.: Атомиздат, 1978.

[01.12. 1]

УДК 621.3.064.4:620.193.1

Расчет износа электрических контактов под воздействием сильноточной дуги

ДОЛИНСКИЙ Ю. М., канд. техн. наук

Харьковский политехнический институт

Износ электрических контактов под воздействием дуги является сложным теплофизическими процессом, во многом определяющим срок службы контактов и электрических аппаратов в целом. В настоящее время исследования по проблеме дугового износа ведутся в двух направлениях. Первое основывается на экспериментальном изучении влияния различных факторов, таких, как величина и длительность протекания тока в дуге, скорость расхождения и раствор контактов, напряженность магнитного поля в зоне горения дуги и другие, на величину износа контактов.

Второе направление использует модельные представления для теоретического описания износа контактов. Математические модели, которые используются для теоретического описания дуговой эрозии, можно разбить на две группы. К первой группе относятся испарительные модели, в которых принято, что дуговая эрозия происходит путем испарения материала контактов (электродов). В ранних моделях [1 и 2] принято, что весь тепловой поток, поступающий в электрод, расходуется на испарение, в более поздних моделях учтено влияние теплопроводности вглубь электрода [3] и теплоты фазовых превращений [4 и 5]. Испарительные модели дают, как правило, заниженные значения износа контактов. Это объясняется тем, что в большинстве случаев преобладающей является жидкая фаза эрозии. Эрозия в жидкой фазе оценивалась в рамках моделей с непрерывным [2] и дискретным выбросом жидкого металла в конце разрядного импульса [2 и 4]. Расчеты по этим моделям дают завышенные в несколько раз значения дугового износа контактов по сравнению с экспериментальными данными. В [6] учет жидкой фазы эрозии производился с помощью коэффициента выброса жидкого металла, определяемого экспериментально. Тео-

ретические оценки коэффициента выброса приведены в [7 и 8].

В настоящей статье рассматривается модель дуговой эрозии, в которой эрозия происходит путем испарения при условии, если температура поверхности металла меньше некоторой предельной температуры $\varTheta_{\text{пр}}$, при которой происходит распад приповерхностного слоя, сопровождающийся квазинепрерывным выбросом частиц жидкого металла при температуре $\varTheta_{\text{пр}}$. Кроме того, учитывается расширение электродных пятен в процессе горения дуги. Расчетная схема представлена на рис. 1. Дуга горит на торце полуограниченного цилиндра радиуса R . Тепловой поток через основание дуги $r_d(t)$ передается вглубь электрода. Ограничимся рассмотрением случая больших токов, когда радиус основания дуги значительно превышает глубину проникновения температурной волны $r_d \gg a\sqrt{t}$, где $a^2 = \lambda/c\gamma$ — коэффициент температуропроводности материала электрода. В этом случае можно пренебречь радиальными тепловыми потоками и пространственную задачу распространения тепла от основания электрической дуги заменить совокупностью локально одномерных задач вида:

$$c_v(\varTheta) \frac{\partial \varTheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(\varTheta) \frac{\partial \varTheta}{\partial z} \right) + j^2 \rho(\varTheta),$$

$$z_a(r, t) < z < z_t(r, t), \quad (1)$$

где $\varTheta(r, z, t)$ — температура; j — плотность тока в электроде вблизи основания электрической дуги; $c_v(\varTheta)$, $\lambda(\varTheta)$, $\rho(\varTheta)$ — удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и удельное сопротивление материала; r — фиксированная координата; t — время.

Положение границы эродированного металла $z_a(r, t)$ определяется следующим образом. Вначале положение

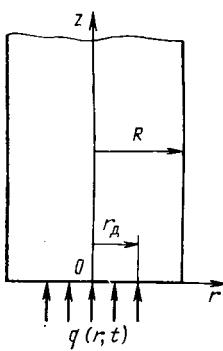


Рис. 1

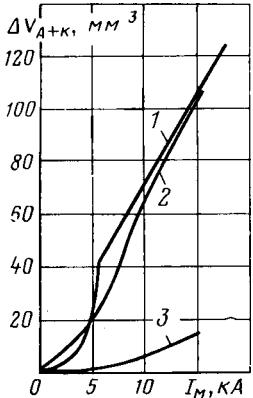


Рис. 2

границы в рассматриваемый момент времени определяем из граничного условия:

$$q(r, t) + \lambda(\vartheta(z_0, t)) \frac{\partial \vartheta(z_0, t)}{\partial z} = Lv_u, \quad (2)$$

где $q(r, t)$ — плотность теплового потока, входящего в торец электрода; L — удельная теплота парообразования; v — плотность материала контактов.

Входящая в соотношение (2) скорость перемещения границы испарения в соответствии с френкелевской кинетикой определяется выражением

$$v_u(r, t) = v_0 \exp \left[- \frac{T_m}{\vartheta(z_0, t) + 273} \right], \quad (3)$$

где $v_0 = 0,82v_0^*/(\gamma/m)^{1/3}$; $T_m = \lambda_u/k$; λ_u — энергия связи, приходящаяся на один атом; v_0^* — скорректированная частота нормальных колебаний решетки; m — масса атома; k — постоянная Больцмана.

Положение границы эрозии $z_0(r, t)$ определяется с помощью отношения

$$z_0(r, t) = \int_0^t v_u(r, t) dt, \quad (4)$$

где скорость перемещения границы $v_u(r, t) = v_u(r, t)$, если температура $\vartheta(z_0, t) < \vartheta_{\text{пр}}$.

В противном случае на соответствующем временному интервале скорость $v_u(r, t)$ подбирается такой, чтобы выполнить условие

$$\vartheta[z_0(r, t), t] = \vartheta_{\text{пр}}. \quad (5)$$

Тем самым накладывается ограничение на температуру поверхности, с которой вылетают частицы эродированного металла.

Положение границы теплового фронта $z_t(r, t)$ можно оценить следующим образом:

$$z_t(r, t) = z_0(r, t) + k_t a \sqrt{t}, \quad (6)$$

где значение коэффициента k_t можно принять равным трем.

Помимо соотношения (2) и (3) начальными и граничными условиями сформулированной задачи будут

$$\vartheta(r, z, 0) = \vartheta_0; \quad (7)$$

$$z_0(r, 0) = 0; \quad (8)$$

$$\vartheta[z_t(r, t), t] = \vartheta_0, \quad (9)$$

где ϑ_0 — начальное значение температуры электрода.

Остановимся на вопросе определения источников тепла, входящих в уравнение (1) и (2). Экспериментально установлено, что при горении сильноточной дуги радиусы оснований дуги с течением времени увеличиваются [4 и 9], причем наиболее быстрый рост приходится на начальные моменты времени. Полагая температуру на краю пятна равной температуре плавления материала электрода в [10] на основании обработки результатов численных расчетов на ЭВМ получено следующее выражение, определяющее закон расширения основания дуги:

$$r_d(t) = \left(\frac{u_0 I}{\pi \beta_1} \right)^{1/2} t^{1/4}, \quad (10)$$

где u_0 — эквивалентное приэлектродное падение; I — ток; β_1 — коэффициент, определяемый на основании численных расчетов и зависящий от материала электрода.

По поводу тока I , входящего в выражение (10) и другие, приведенные ниже, необходимо дать следующие пояснения. Размеры расплавленной зоны вблизи основания электрической дуги определяются совместным действием джоулевых потерь в области стягивания линий тока и теплового потока, поступающего в электрод через основание дуги за время ее горения на контактах (t_d). Джоулевы потери определяются действующим значением тока, однако для условий, принятых в [10] при построении модели, и в соответствии с экспериментальными данными для плотности тока, приведенными в [9], величина джоулевых потерь относительно мала и определяющим является тепловой поток в основании дуги. Величина энергии вводимой в электрод через основание дуги,

$$W_0 = u_0 \int_0^{t_d} |i(t)| dt = u_0 I t_d. \quad (11)$$

Отсюда следует, что в качестве тока I при расчетах следует принять среднее значение тока, протекающего по дуге за время ее неподвижного горения на контактах. С учетом (10) средняя плотность теплового потока в основании дуги

$$q_0 = \frac{u_0 I}{\pi r_d^2(t)} = \frac{\beta_1}{\sqrt{t + t_0}}, \quad t_0 \ll t_d, \quad (12)$$

где t_d — время горения дуги на контактах.

Параметр t_0 вводится для того, чтобы получить сопоставимые с экспериментальными значениями плотности тока в момент зажигания дуги. Учитывая, что на участках поверхности электрода, не занятых дугой, плотность потока равна нулю, представим выражение для плотности теплового потока в виде

$$q(r, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_r; \\ q_0 & \text{при } t \geq t_r \text{ и } t < t_R; \\ u_0 I / \pi R^2 & \text{при } t \geq t_R, \end{cases} \quad (13)$$

где величина t_r определяет момент достижения радиусом основания расширяющейся дуги значения r .

Согласно (10)

$$t_r = r^4 \left(\frac{\pi \beta_1}{u_0 I} \right)^2. \quad (14)$$

В области больших токов ввиду относительно большой величины радиуса основания дуги можно пренебречь растеканием линий тока. В этом случае плотность

тока в прилегающем к опорному пятну дуги участке электрода можно записать в виде:

$$j(r, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_r; \\ \frac{\beta_1}{u_a \sqrt{t + t_0}} & \text{при } t \geq t_r \text{ и } t < t_R; \\ I/\pi R^2 & \text{при } t \geq t_R. \end{cases} \quad (15)$$

При проведении расчетов принятая кусочно-линейная аппроксимация температурной зависимости удельного электросопротивления материала электрода:

$$\rho(\vartheta) = \begin{cases} \rho_0 [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)] & \text{при } \vartheta < \vartheta_n; \\ \rho_{jk} [1 + \alpha_{jk}(\vartheta - \vartheta_n)] & \text{при } \vartheta \geq \vartheta_n, \end{cases} \quad (16)$$

где ρ_0 — удельное электрическое сопротивление материала электрода, отнесенное к температуре ϑ_0 ; ρ_{jk} — удельное сопротивление жидкого металла, отнесенное к температуре плавления; ϑ_n — температура плавления; α, α_{jk} — температурные коэффициенты удельного электросопротивления твердой и жидкой фаз.

Коэффициент теплопроводности определяется исходя из закона Видемана — Франца — Лоренца [11]:

$$\lambda(\vartheta) = \frac{L(\vartheta + 273)}{\rho(\vartheta)}, \quad (17)$$

где $L = 2,4 \cdot 10^{-8} \text{ В}^2/\text{град}^2$ — постоянная Лоренца.

Удельная теплоемкость рассчитывалась по соотношению

$$c_v(\vartheta) = \begin{cases} c_{v0} + \beta\vartheta, & |\vartheta - \vartheta_n| > \Delta\vartheta; \\ c_{v0} + \beta\vartheta + \frac{Q\gamma}{2\Delta\vartheta}, & |\vartheta - \vartheta_n| \leq \Delta\vartheta, \end{cases} \quad (18)$$

где c_{v0} — удельная объемная теплоемкость при температуре ϑ_0 ; β — температурный коэффициент удельной теплоемкости; Q — скрытая теплота плавления материала электрода.

В последнем соотношении для учета скрытой теплоты плавления введена дополнительная теплоемкость, сосредоточенная в относительно узком интервале шириной $2\Delta\vartheta$ вблизи температуры плавления.

Сформулированная задача решалась численным методом на ЭВМ. Поскольку область интегрирования уравнения (1) имеет подвижные границы, для стабилизации границ введем новую независимую переменную, определяемую соотношением

$$x = \frac{z - z_0(r, t)}{z_t(r, t) - z_0(r, t)}. \quad (19)$$

С учетом новой независимой переменной уравнение (1) принимает вид

$$c_v(\vartheta) \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = c_v(\vartheta) \left(\frac{v_a(r, t) + \frac{xk_{ta}}{2\sqrt{t}}}{k_{ta}\sqrt{t}} \right) \frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \\ + \frac{1}{k_{ta}^2 a^2 t} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(\vartheta) \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + j^2 \rho(\vartheta), \quad 0 < x < 1, t > 0. \quad (20)$$

Входящая в (20) величина $v_a(r, t)$ определяется с помощью описанного выше алгоритма из уравнений (2) и (5), которые запишем с учетом новой переменной:

$$q(r, t) + \frac{\lambda(\vartheta(r, 0, t))}{k_{ta}\sqrt{t}} \frac{\partial \vartheta(r, 0, t)}{\partial x} = L\gamma v_a(r, t); \quad (21)$$

$$\vartheta(r, 0, t) = \vartheta_{np}. \quad (22)$$

С учетом (17) соотношения (7) и (9) имеют вид

$$\vartheta(r, x, 0) = \vartheta_0; \quad (23)$$

$$\vartheta(1, t) = \vartheta_0. \quad (24)$$

Объем эродированного материала электрода рассчитывается по формуле

$$V_a(t) = 2\pi \int_0^{r_d(t)} r z_a(r, t) dr. \quad (25)$$

Расчет дуговой эрозии производился путем последовательного решения ряда задач (20) — (25) для различных фиксированных значений r . При проведении расчетов, использовалась неявная разностная схема. Промежуток $(0 < x < 1)$ разбивался на N равных частей с шагом по координате x , равным $h = 1/N$. Полученная система трехточечных уравнений решалась по методу прогонки [12]. При проведении расчетов величина шага по времени τ_{m+1} вычислялась автоматически самой ЭВМ по следующему алгоритму:

$$\tau_2 = \left(\frac{\lambda \Delta \vartheta \sqrt{\pi t_0}}{2 a \rho_1} \right)^2; \quad (26)$$

$$\tau_{m+1} = \frac{\Delta \vartheta \tau_m}{\max |\vartheta_{im} - \vartheta_{i, m-1}|}, \quad m = 2, 3, \dots; \quad (27)$$

$$\tau_{m+1} \leq \tau_{\max}. \quad (28)$$

На первом временном слое задано начальное распределение температуры. Величина первого шага по времени вычисляется по (26) исходя из допустимого превышения температуры $\Delta\vartheta$. В дальнейшем величина временного шага рассчитывается по (27) с учетом ограничения (28).

На рис. 2 кривая 1 соответствует износу медных цилиндрических контактов диаметром 8 мм, расположенных соосно в воздухе, при протекании по дуге полуволны переменного тока с амплитудой I_m . Кривая 1 получена экспериментально в [13]. Кривая 2 построена расчетным путем по приведенной выше схеме; кривая 3 получена по испарительной модели с учетом расширения электродных пятен, которая реализуется с помощью рассмотренного алгоритма, если принять заведомо завышенной температуру ϑ_{np} . При расчетах принято, что анод и катод изнашиваются одинаково, значение $u_a = 10$ В, ток в дуге постоянен и равен среднему значению тока. Из сопоставления экспериментальной и расчетной кривых следует, что испарительная модель дает существенно заниженные значения износа электродов.

Учет истечения жидкой фазы (кривая 2) дает удовлетворительное совпадение результатов расчета с экспериментальными данными. При расчетах в качестве предельной температуры принята температура кипения меди при нормальном атмосферном давлении $\vartheta_{np} = -2600^\circ\text{C}$. Заметное расхождение между экспериментальной 1 и расчетной 2 кривыми наблюдается в области относительно небольших токов ($I_m < 5$ кА) и при токах, близких к критическому ($I_m = 6-7$ кА).

Остановимся на возможных причинах указанных расхождений. В области относительно небольших токов, по-видимому, существенными являются радиальные тепловые потоки, не учтенные в модели. Наличие радиаль-

I, кА	Объемный износ медных электродов, мм^3 , при I , равном			
	2,7 кА	6,3 кА	9 кА	Примечание
$I = 40 \text{ мм}$	19	48	79	эксперимент
$\vartheta_{\text{пр}} = \vartheta_{\text{к}}$	16	66	100	расчет
$I = 5 \text{ мм}$	90	250	360	эксперимент
$\vartheta_{\text{пр}} = \vartheta_{\text{п}}$	97	214	321	расчет

ных потоков тепла приводит к уменьшению температуры вблизи оснований дуги и уменьшению объема эродированного металла. Поэтому при использовании пространственной модели распространения тепла в сочетании с предложенной моделью квазинепрерывного истечения жидкой фазы из оснований расширяющейся дуги следует ожидать лучшего согласования результатов расчета с экспериментальными данными в указанной области. Вблизи критической зоны, когда основание дуги занимает всю площадь контакта, возможной причиной увеличения износа является вытекание жидкого металла за пределы контактной поверхности.

В [13] эксперименты производились при относительно высокой скорости размыкания контактов ($2,2 \text{ м/с}$), причем синхронизирующее устройство включало ток в начале полупериода. К моменту достижения током максимального значения контакты успевали разойтись на значительное расстояние. В этих условиях разрушающее действие плазменных струй было относительно небольшим и удовлетворительное совпадение результатов расчета по предложенной модели с экспериментальными данными получено при значении предельной температуры, равной температуре кипения (ϑ_b) контактного материала. При больших токах и относительно малых расстояниях между контактами разрушающее действие плазменных струй может привести к эвакуации всего расплавленного металла за пределы контактов. В этом случае в качестве предельной температуры следует принять температуру плавления материала контактов.

Для проверки высказанных замечаний относительно выбора предельной температуры обратимся к сравнению результатов расчета по приведенной модели с экспериментальными данными [14], где измерения износа выполнены как при малых, так и при больших расстояниях между контактами. В таблице приведены экспериментальные и расчетные данные суммарного износа медных анода и катода за время протекания полуволны тока промышленной частоты, мм^3 .

В первом столбце таблицы приведены расстояния между электродами, на которых горела дуга, и значения предельной температуры, принятые при расчетах. Из рассмотрения таблицы следует, что выбором предельной температуры в соответствии с физическим механизмом дугового износа можно получить удовлетворительное совпадение результатов расчета по предложенной модели с экспериментальными данными.

Остановимся на вопросе применимости описанной математической модели для практических расчетов. В тех случаях, когда при горении сильноточной дуги исключается выброс частиц жидкого металла (тщатель-

но обезгаженные контакты, металлокерамические контакты, имеющие тугоплавкий скелет с легкоплавким наполнителем) при проведении расчетов $\vartheta_{\text{пр}}$ следует выбрать в несколько раз большей температуры кипения материала контактов (легкоплавкой компоненты). В этом случае рассчитываем износ контактов на основе испарительной модели, причем в случае металлокерамических контактов расчетные значения износа следует умножить на объемную долю легкоплавкой компоненты.

При больших токах и малых расстояниях между электродами износ происходит по схеме вымывания расплава плазменными струями. В этом случае для монометаллических контактов в качестве $\vartheta_{\text{пр}}$ следует принять температуру плавления материала контактов, а в случае металлокерамических контактов, в которых зерна тугоплавкой компоненты распределены в легкоплавкой матрице и не образуют сплошного каркаса — температуру плавления легкоплавкой компоненты. Наконец, при относительно больших расстояниях между электродами, когда можно пренебречь разрушающим действием плазменных струй, в качестве $\vartheta_{\text{пр}}$ можно принять температуру кипения материала контактов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wilson W. R. High current arc erosion of electric contact materials. — Trans. AIEE. Pow. Appl. Syst., 1955, vol. 74, pt III.
2. Зингерман А. С. Термовые теории электрической эрозии металлов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1960, № 5, с. 87—98.
3. Головейко А. Г. Влияние процессов испарения на развитие температурного поля электродов при импульсном разряде. — Изв. вузов. Энергетика, 1968, № 5, с. 79—85.
4. Рывкин А. М. Износ сильноточных контактов под действием дуги отключения переменного тока. — Электричество, 1971, № 8, с. 71—76.
5. Кондрашов Н. Г., Колесник А. В., Асимова В. Д. Разрушение электродов под действием концентрированных потоков тепла при импульсном разряде. — ИФЖ, 1975, т. XXIX, № 5, с. 902—910.
6. Белкин Г. С., Киселев В. Я. Эрозия электродов при сильноточных импульсных разрядах. — ЖТФ, 1966, т. XXXVI, вып. 2, с. 385—389.
7. Белкин Г. С. Методика расчета величины эрозии сильноточных контактов при воздействии электрической дуги. — Электричество, 1972, № 1, с. 61—64.
8. Долинский Ю. М. Термический режим в анодном основании сильноточной электрической дуги. — Электричество, 1980, № 6, с. 30—34.
9. Воздвиженский В. А. Анализ отключающей способности вакуумных дугогасительных камер с торцевыми контактами. — Электричество, 1977, № 1, с. 83—86.
10. Долинский Ю. М. Кинетика анодного пятна сильноточной электрической дуги. — В сб.: Труды II Всесоюзной школы-семинара по тепло- и массообмену в электрических контактах, Алма-Ата, 1979, с. 75—78.
11. Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. — 464 с.
12. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. 550 с.
13. Abdel-Asis A. M. Über den Einfluss der Kontaktstückabmessungen auf den Abbrand bei Ausschalten von Wechselströmen in Öl und in Luft. — In: Electrical Contacts. TK6. — Chicago, Illinois, 1972.
14. Игнатко В. П., Кухтиков В. А. Исследование эрозионных процессов в условиях сильноточной квазистационарной дуги. — В сб.: Сильноточные электрические контакты и электроды. — Киев: 1972, с. 28—36.

Стационарные режимы преобразователя постоянного тока с широтно-импульсной модуляцией

ЛЬВОВ Е. Л., доктор техн. наук,
РОЗАНОВ Ю. К., канд. техн. наук
Москва

Нагрузка преобразователя R (рис. 1) связана с источником питания U_1 через широтно-модулированный ключ K и rLC -фильтр. Через диод D замыкается ток индуктивности в интервалах разомкнутого состояния ключа. Выходным сигналом преобразователя является среднее за период значение напряжения нагрузки \bar{U}_C , а управляющим воздействием — относительное время замыкания ключа γ . Регулированием γ можно обеспечить заданный уровень \bar{U}_C при изменении напряжения источника U_1 и нагрузочного сопротивления R . Рассматриваемый преобразователь является силовым элементом различных модификаций импульсных стабилизаторов напряжения [1]. В качестве ключей обычно используются транзисторы. При фиксированных параметрах фильтра r , L , C и периоде коммутации ключа T_u преобразователь в зависимости от значений R и γ может работать в режимах непрерывного или прерывистого тока индуктивности i_L .

Цель настоящей статьи состоит в определении связи между выходным сигналом \bar{U}_C , управляющим воздействием γ и внешними воздействиями U_1 и R в каждом из режимов, нахождении областей существования режимов и уровня пульсаций выходного напряжения U_C . Будем рассматривать преобразователь в предположении, что внутреннее сопротивление источника U_1 и прямые сопротивления диода D и ключа K равны нулю, а обратные сопротивления равны бесконечности. Для получения искомых соотношений будем пользоваться нормальной системой уравнений цепей, представленной в канонической форме.

Режим непрерывного i_L . При периодической коммутации ключа чередуются интервал 1 длительностью γT_u , когда ключ K замкнут, а диод D заперт, и интервал 2 длительностью $(1 - \gamma) T_u$, в котором ключ разомкнут, а диод проводит (рис. 2). В рассматриваемом режиме $i_L > 0$ в течение всего периода T_u . Источник U_1 связан с фильтром и нагрузкой только в интервале 1.

Выберем канонические переменные состояния y_1 и y_2 и запишем дифференциальные уравнения состояния в канонической матричной форме для каждого из интервалов:

$$\dot{y}(t_1) = \Lambda y(t_1) + I U_1 \quad (\text{в интервале 1}); \quad (1)$$

$$\dot{y}(t_2) = \Lambda y(t_2) \quad (\text{в интервале 2}), \quad (2)$$

где y — вектор состояния с компонентами y_1 и y_2 , а \dot{y} — его производная по времени; Λ — диагональная системная матрица; I — матрица-столбец с единичными элементами;

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix}; \quad I = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Отсчет времени t_1 или t_2 производится от начала каждого из интервалов.

Сигналы i_L и U_C выражаются через вектор состояния уравнениями связи:

$$i_L(t_i) = l^T y(t_i); \quad U_C(t_i) = h^T y(t_i), \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где $l^T = l_1, l_2$; $h^T = h_1, h_2$ — матрицы-строки.

Элементы матриц Λ , l^T и h^T выражаются через передаточные функции $W_L(s)$ и $W_C(s)$, связывающие изображения $i_L(s)$ и $U_C(s)$ с изображением напряжения источника $U_1(s)$ [2]. Элементы матрицы Λ — $\lambda_i = s_i$ являются полюсами передаточных функций, а элементы l^T и h^T определяются соотношениями

$$l_i = [(s - \lambda_i) W_L(s)]_{s=\lambda_i}; \quad h_i = [(s - \lambda_i) W_C(s)]_{s=\lambda_i}, \quad (5)$$

при этом предполагается, что $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

Для цепи на рис. 1 при замкнутом ключе

$$W_L(s) = \frac{\frac{1}{L} \left(s + \frac{1}{RC} \right)}{\left(\frac{r}{L} + s \right) \left(\frac{1}{RC} + s \right) + \frac{1}{LC}}; \quad (6)$$

$$W_C(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(\frac{r}{L} + s \right) \left(\frac{1}{RC} + s \right) + \frac{1}{LC}}. \quad (7)$$

Полюсы $W_L(s)$ и $W_C(s)$ находятся приравниванием к нулю знаменателей (6) и (7):

$$s^2 + s \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right) + \frac{1}{LC} \frac{R+r}{R} = 0 \quad (8)$$

или

$$(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) = 0,$$

где

$$\lambda_{12} = -\frac{1}{2} \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right)^2 - \frac{1}{LC} \frac{R+r}{R}}; \quad (9)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{R+r}{R} \frac{1}{LC}; \quad \lambda_1 + \lambda_2 = -\left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right). \quad (10)$$

Согласно (5) — (7)

$$l_1 = \frac{\frac{1}{L} \left(\lambda_1 + \frac{1}{RC} \right)}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad l_2 = \frac{-\frac{1}{L} \left(\lambda_2 + \frac{1}{RC} \right)}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad (11)$$

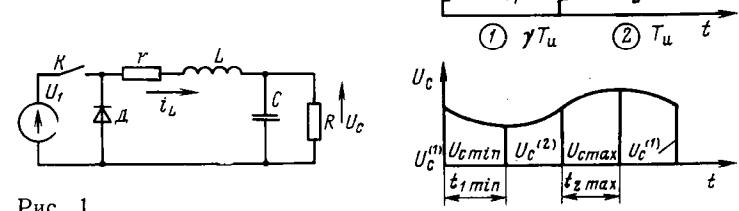


Рис. 1

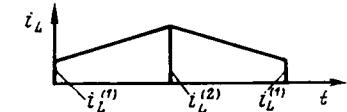


Рис.

$$h_1 = -h_2 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (12)$$

Решения уравнений состояния (1) и (2) при $U_1 = \text{const}$ в интервале 1 и начальных условиях $t_1 = 0$, $y(t_1) = y^{(1)}$ и $t_2 = 0$, $y(t_2) = y^{(2)}$ выражаются через переходную матрицу $e^{\Lambda t}$ [2]:

$$y(t_1) = e^{\Lambda t_1} y^{(1)} + (e^{\Lambda t_1} - E) \Lambda^{-1} I U_1; \quad (13)$$

$$y(t_2) = e^{\Lambda t_2} y^{(2)}, \quad (14)$$

где

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad e^{\Lambda t} = \begin{vmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{vmatrix}. \quad (15)$$

В моменты коммутации ключа правые части уравнений (1) и (2) претерпевают разрыв 1-го рода. Согласно теореме о гладкости [3] переменные состояния будут при этом непрерывными.

Границными условиями решений (11) и (12) являются:

$$t_1 = T_1 = \gamma T_{ii}; \quad y(T_1) = y^{(2)};$$

$$t_2 = T_2 = (1 - \gamma) T_{ii}; \quad y(T_2) = y^{(1)}. \quad (16)$$

После подстановки (16) в (13) и (14) получаем уравнения, определяющие граничные значения вектора состояния $y^{(1)}$ и $y^{(2)}$:

$$y^{(2)} = e^{\Lambda T_{ii} \gamma} y^{(1)} + (e^{\Lambda T_{ii} \gamma} - E) \Lambda^{-1} I U_1; \quad (17)$$

$$y^{(1)} = e^{\Lambda T_{ii} (1-\gamma)} y^{(2)}. \quad (18)$$

Из уравнений (17) и (18) находим:

$$y^{(1)} = (E - e^{\Lambda T_{ii}})^{-1} (e^{\Lambda T_{ii}} - e^{\Lambda T_{ii} (1-\gamma)}) \Lambda^{-1} I U_1; \quad (19)$$

$$y^{(2)} = (E - e^{\Lambda T_{ii}})^{-1} (e^{\Lambda T_{ii} \gamma} - E) \Lambda^{-1} I U_1. \quad (20)$$

После подстановки (3) и (15) и выполнения операций над матрицами получаем выражения компонент векторов $y^{(1)}$ и $y^{(2)}$:

$$y_i^{(1)} = \frac{e^{\lambda_i T_{ii}} - e^{\lambda_i T_{ii} (1-\gamma)}}{\lambda_i (1 - e^{\lambda_i T_{ii}})} U_1; \quad y_i^{(2)} = \frac{e^{\lambda_i T_{ii} \gamma}}{\lambda_i (1 - e^{\lambda_i T_{ii}})} U_1, \quad i = 1, 2. \quad (21)$$

Определим среднее значение вектора состояния за период T_{ii} :

$$\bar{y} = \frac{1}{T_{ii}} \int_0^{T_{ii}} y dt = \bar{y}^{(1)} + \bar{y}^{(2)}, \quad (22)$$

где

$$\bar{y}^{(1)} = \frac{1}{T_{ii}} \int_0^{T_{ii}} y dt_1; \quad \bar{y}^{(2)} = \frac{1}{T_{ii}} \int_0^{(1-\gamma) T_{ii}} y dt_2. \quad (23)$$

Интегрируя (1) и (2) в пределах интервалов, находим

$$\frac{1}{T_{ii}} (y^{(2)} - y^{(1)}) = \Lambda \bar{y}^{(1)} + I U_1 \gamma; \quad (24)$$

$$\frac{1}{T_{ii}} (y^{(1)} - y^{(2)}) = \Lambda \bar{y}^{(2)}, \quad (24)$$

откуда следует

$$\bar{y} = -\Lambda^{-1} I U_1 \gamma. \quad (25)$$

Интегрированием уравнения связи (4) в пределах периода определяем среднее значение выходного сигнала:

$$\bar{U}_C = h^* \bar{y}. \quad (26)$$

После подстановки (12), (25) и (10) в (26) находим:

$$\bar{U}_C = \frac{R}{R+r} U_1 \gamma. \quad (27)$$

Определим относительную амплитуду пульсаций выходного напряжения U_C :

$$\epsilon = \frac{U_{C \max} - U_{C \min}}{2 \bar{U}_C}. \quad (28)$$

Максимальное мгновенное значение напряжения на емкости $U_{C \max}$ наблюдается в интервале 2, а минимальное $U_{C \min}$ — в интервале 1.

Согласно (4) и (12) — (14) мгновенные значения U_C в интервалах 1 и 2 выражаются уравнениями

$$U_C(t_1) = \frac{1}{LC(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[e^{\lambda_1 t_1} y_1^{(1)} - e^{\lambda_2 t_1} y_2^{(1)} + \left(\frac{e^{\lambda_1 t_1} - 1}{\lambda_1} - \frac{e^{\lambda_2 t_1} - 1}{\lambda_2} \right) U_1 \right]; \quad (29)$$

$$U_C(t_2) = \frac{1}{LC(\lambda_1 - \lambda_2)} (e^{\lambda_1 t_2} y_1^{(2)} - e^{\lambda_2 t_2} y_2^{(2)}). \quad (30)$$

Значения $t_{1 \min}$ и $t_{2 \max}$, соответствующие экстремумам U_C , находим из уравнений

$$\frac{dU_C(t_1)}{dt_1} = 0; \quad \frac{dU_C(t_2)}{dt_2} = 0.$$

После дифференцирования (29) и (30) и подстановки $y_i^{(1)}$ и $y_i^{(2)}$ из (21) получаем:

$$e^{(\lambda_1 - \lambda_2) t_{1 \min}} = \frac{1 - e^{\lambda_1 T_{ii}}}{1 - e^{\lambda_2 T_{ii}}} \frac{1 - e^{\lambda_2 T_{ii} (1-\gamma)}}{1 - e^{\lambda_1 T_{ii} (1-\gamma)}}, \quad (31)$$

$$e^{(\lambda_1 - \lambda_2) t_{2 \max}} = \frac{1 - e^{\lambda_1 T_{ii}}}{1 - e^{\lambda_2 T_{ii}}} \frac{e^{\lambda_2 T_{ii} \gamma} - 1}{e^{\lambda_1 T_{ii} \gamma} - 1}. \quad (32)$$

Если справедливо неравенство $T_{ii} |\lambda_i| \ll 1$, которому согласно (9) соответствуют

$$T_{ii} \sqrt{\frac{1}{LC} \frac{R+r}{R}} \ll 1 \quad \text{для комплексных корней}; \quad T_{ii} \frac{1}{2} \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC} \right)^2 - \frac{1}{LC} \frac{R+r}{R}} \ll 1 \quad \left. \right\} (33)$$

для вещественных корней, то экспоненты в уравнениях (31) и (32) могут быть представлены степенными рядами с ограниченным числом членов:

$$e^{\lambda_i T_{ii}} \approx 1 + \sum_{k=1}^m \frac{\lambda_i^k T_{ii}^k}{k!} \text{ и т. д.} \quad (34)$$

Положив $m=2$ в выражениях разностей и $m=1$ для экспонент $e^{(\lambda_1 - \lambda_2) t_i}$ и удерживая в окончательных выражениях только величины первого порядка малости, получаем приближенные значения t_1 и t_2 , соответствующие экстремумам U_C :

$$t_{1 \min} = T_{ii} \frac{\gamma}{2}; \quad t_{2 \max} = T_{ii} \frac{1-\gamma}{2}. \quad (35)$$

Из (35) следует, что экстремумы U_C располагаются примерно посередине интервалов. После подстановки

в (29) и (30) t_1 и t_2 из (35), $y_i^{(1)}$ и $y_i^{(2)}$ из (21) находим $U_{C\text{ max}}$ и $U_{C\text{ min}}$, а согласно (28) — относительную амплитуду пульсаций выходного напряжения:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{R+r}{R^2LC\gamma} \left[\frac{\left(e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \gamma} - 1 \right) e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \frac{1-\gamma}{2}} - e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \frac{\gamma}{2}} + e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right)}}{\lambda_1 \left(1 - e^{\lambda_1 T_{\text{и}}} \right)} \right. \\ \left. + \frac{e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \gamma} - 1}{\lambda_2} \right] - \\ - \frac{\left(e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \gamma} - 1 \right) e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \frac{1-\gamma}{2}} - e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \frac{\gamma}{2}} + e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \left(1 - \frac{\gamma}{2} \right)}}{\lambda_2 \left(1 - e^{\lambda_2 T_{\text{и}}} \right)} + \\ + \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right]. \quad (36) \end{aligned}$$

Если соблюдается неравенство (33), то, полагая в разложениях экспонент (34) $m=3$ и удерживая в окончательном выражении только величины второго порядка малости, получаем приближенное выражение относительной амплитуды пульсаций:

$$\varepsilon = \frac{R+r}{R} \frac{T_{\text{и}}^2 (1-\gamma) \gamma}{16LC}. \quad (37)$$

Наибольшее значение ε_{max} наблюдается при $\gamma=0,5$:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{R+r}{R} \frac{T_{\text{и}}^2}{64LC}. \quad (38)$$

Режим прерывистого i_L . В этом режиме ток i_L достигает нулевого значения в момент $t=T_{\text{и}}\beta$ разомкнутого состояния ключа (рис. 3). В интервале 3 $T_{\text{и}}\beta < t < T_{\text{и}}$ ключ K разомкнут, диод D заперт и емкость C разряжается на нагрузочное сопротивление R .

В интервалах 1 и 2 для цепей будут справедливы уравнения (1), (2) и (4), а в интервале 3

$$\dot{U}_C = -\frac{1}{RC} U_C. \quad (39)$$

После интегрирования уравнения (39) в интервале 3 при начальных условиях $t_3=0$, $U_C=U_C^{(3)}$ и после подстановки $t_3=T_{\text{и}}(1-\beta)$, $U_C=U_C^{(1)}$ получаем

$$U_C^{(1)} = U_C^{(3)} e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}}. \quad (40)$$

Ток i_L в интервале 3 равен нулю. Следовательно,

$$i_L^{(1)} = i_L^{(3)}. \quad (41)$$

Границные значения вектора состояния $y^{(1)}$ и $y^{(2)}$ в интервале 1 связываются уравнением (17). Связь между $y^{(2)}$ и $y^{(3)}$ в интервале 2 определяется уравнением (14) при подстановке в него $t_2=T_{\text{и}}(\beta-\gamma)$:

$$y^{(3)} = e^{\lambda_1 T_{\text{и}} (\beta-\gamma)} y^{(2)}. \quad (42)$$

Подставим в (42) $y^{(2)}$ из (17) и запишем матричные уравнения в скалярной форме:

$$y_i^{(3)} = e^{\lambda_i T_{\text{и}} (\beta-\gamma)} \left[e^{\lambda_i T_{\text{и}} \gamma} y_i^{(1)} + (e^{\lambda_i T_{\text{и}} \gamma} - 1) \frac{U_1}{\lambda_i} \right], \quad i=1, 2. \quad (43)$$

Границные значения вектора состояния в интерва-

ле 3 определяются уравнениями (40), (41) и (4):

$$h^T \left(y^{(1)} - y^{(3)} e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}} \right) = 0; \quad I^T (y^{(1)} - y^{(3)}) = 0. \quad (44)$$

После подстановки (11) и (12) в (44) получаем:

$$y_1^{(1)} - y_2^{(1)} = (y_1^{(3)} - y_2^{(3)}) e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}}; \quad (45)$$

$$\left(\lambda_1 + \frac{1}{RC} \right) (y_1^{(1)} - y_1^{(3)}) = \left(\lambda_2 + \frac{1}{RC} \right) (y_2^{(1)} - y_2^{(3)}). \quad (46)$$

Четыре уравнения (43) ($i=1, 2$), (45) и (46) определяют $y_1^{(1)}$, $y_2^{(1)}$, $y_1^{(3)}$ и $y_2^{(3)}$.

Определим среднее за период значение выходного сигнала

$$\bar{U}_C = \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{T_{\text{и}}} U_C dt.$$

Обозначим

$$\begin{aligned} \bar{y}^{(1)} &= \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{T_{\text{и}}} y dt_1; \quad \bar{y}^{(2)} = \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{(B-\gamma)T_{\text{и}}} y dt_2; \\ \bar{U}_C^{(3)} &= \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^{(1-\beta)T_{\text{и}}} U_C dt_3. \end{aligned} \quad (47)$$

Согласно (4) и (47) имеем

$$\bar{U}_C = h^T (\bar{y}^{(1)} + \bar{y}^{(2)}) + \bar{U}_C^{(3)}. \quad (48)$$

После интегрирования правых и левых частей уравнений (1), (2) и (39) в пределах соответствующих интервалов получаем:

$$\begin{aligned} \bar{y}^{(1)} &= \Lambda^{-1} \left(\frac{y^{(2)} - y^{(1)}}{T_{\text{и}}} - 1 U_1 \gamma \right); \quad \bar{y}^{(2)} = \Lambda^{-1} \frac{y^{(3)} - y^{(2)}}{T_{\text{и}}}; \\ \bar{U}_C^{(3)} &= \frac{RC}{T_{\text{и}}} (U_C^{(3)} - U_C^{(1)}) = \frac{RC}{T_{\text{и}}} h^T (y^{(3)} - y^{(1)}). \end{aligned} \quad (49)$$

Подставляем (49) в (48):

$$\bar{U}_C = h^T \left[\frac{1}{T_{\text{и}}} (\Lambda^{-1} + ERC) (y^{(3)} - y^{(1)}) - \Lambda^{-1} I U_1 \gamma \right]. \quad (50)$$

Определяя компоненты $y^{(3)}$ и $y^{(1)}$ из уравнений (43), (45) и (46) и учитывая (3), (10) и (12), находим \bar{U}_C в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \bar{U}_C &= U_1 \frac{R}{R+r} \left\{ \gamma + \frac{R}{T_{\text{и}} \Delta} \left(1 - e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}} \right) \left[\frac{1}{\lambda_1} e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \beta} \times \right. \right. \\ &\times \left. \left(1 - e^{-\lambda_1 T_{\text{и}} \gamma} \right) \left(1 - e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \beta} \right) - \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \beta} \left(1 - e^{-\lambda_2 T_{\text{и}} \gamma} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left. \left(1 - e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \beta} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (51)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\lambda_1 + \frac{1}{RC} \right) \left(1 - e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \beta} \right) \left(e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \beta} - e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}} \right) - \\ &- \left(\lambda_2 + \frac{1}{RC} \right) \left(1 - e^{\lambda_2 T_{\text{и}} \beta} \right) \left(e^{\lambda_1 T_{\text{и}} \beta} - e^{-T_{\text{и}} \frac{1-\beta}{RC}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (52)$$

Если соблюдается неравенство (33), то экспоненты могут быть представлены рядами (34). Положив $m=2$

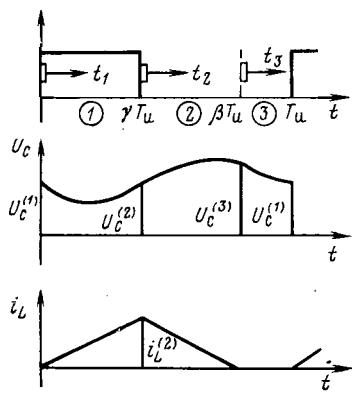


Рис. 3

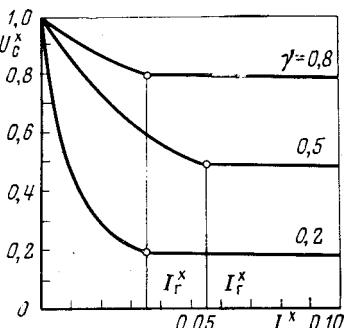


Рис. 4

получим приближенное значение \bar{U}_c :

$$\bar{U}_c = U_1 \gamma \frac{R}{r + \beta R}. \quad (53)$$

Уравнение, определяющее момент прерывания тока i_L , получается при подстановке в уравнение

$$i_L^{(3)} = l_1 y_1^{(3)} + l_2 y_2^{(3)} = 0 \quad (54)$$

значений l_1 и l_2 из (11) и $y_1^{(3)}$ и $y_2^{(3)}$, определенных из уравнений (43), (45) и (46):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1} \left(\lambda_1 + \frac{1}{RC} \right) e^{\lambda_1 T_u \beta} (1 - e^{-\lambda_1 T_u \gamma}) \left(1 - e^{\lambda_2 T_u \beta - T_u \frac{1-\beta}{RC}} \right) - \\ - \frac{1}{\lambda_2} \left(\lambda_2 + \frac{1}{RC} \right) e^{\lambda_2 T_u \beta} (1 - e^{-\lambda_2 T_u \gamma}) \times \\ \times \left(1 - e^{\lambda_1 T_u \beta - T_u \frac{1-\beta}{RC}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (55)$$

Связь между значениями управляющего воздействия γ и сопротивления нагрузки R_r , соответствующими границе прерывистости тока i_L , устанавливается уравнением (55) при подстановке в него $\beta = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1} \left(\lambda_1 + \frac{1}{RC} \right) [e^{\lambda_1 T_u} - e^{\lambda_1 T_u (1-\gamma)}] (1 - e^{\lambda_2 T_u}) - \\ - \frac{1}{\lambda_2} \left(\lambda_2 + \frac{1}{RC} \right) [e^{\lambda_2 T_u} - e^{\lambda_2 T_u (1-\gamma)}] (1 - e^{\lambda_1 T_u}) = 0. \end{aligned} \quad (56)$$

Если соблюдается неравенство (33), то будет справедливо приближенное уравнение для β , получающееся из (55) при разложении экспонент (34) с удержанием $m=3$:

$$(2\beta - \gamma) \frac{r}{L} + \beta (\beta - \gamma) \frac{R}{L} + \frac{1}{RC} = \frac{2}{T_u}. \quad (57)$$

Используя те же разложения в (56), получаем приближенное уравнение, определяющее граничное сопротивление R_r :

$$(1 - \gamma) R_r^2 - \left[\frac{2L}{T_u} - r (2 - \gamma) \right] R_r + \frac{L}{C} = 0. \quad (58)$$

Следует принимать во внимание наибольший корень (58) $\max R_r$, так как при наименьшем корне $\min R_r$ не соблюдается неравенство (33) и разложение экспонент с удержанием $m=3$ становится некорректным. Действительно, при $R \rightarrow 0$ корни характеристического уравнения (9) вещественны и второе неравенство (33)

может быть заменено приближенным выражением

$$\frac{T_u}{RC} < 1. \quad (59)$$

Наименьший корень уравнения (58) приближенно определяется как

$$\min R_r \approx \frac{T_u}{L^2 C}. \quad (60)$$

Левая часть неравенства (59) после подстановки $R = \min R_r$ из (60) равна двум, откуда следует, что неравенство (59) не соблюдается.

Режим прерывистого тока наблюдается в случае, если R больше граничного сопротивления R_r , найденного из уравнений (56) или (58).

Внешние характеристики. Предполагая, что соблюдается неравенство (33), определим внешние характеристики $\bar{U}_c = f(I, \gamma)$, где I — ток нагрузки, а управляющее воздействие является параметром. Введем относительные величины:

$$\bar{U}_c^* = \frac{\bar{U}_c}{U_1}; \quad I^* = I \frac{R_{\min}}{U_1} = \bar{U}_c^* \frac{R_{\min}}{R}, \quad (61)$$

где R_{\min} — минимальное сопротивление нагрузки.

Уравнение внешних характеристик в режиме непрерывного тока находится путем исключения \bar{U}_c и R из (29) и (61):

$$\bar{U}_c^* = \gamma - I^* \frac{r}{R_{\min}}. \quad (62)$$

Связь между \bar{U}_c , β и R в режиме прерывистого тока выражается уравнениями (53) и (57). Исключая из (53), (57) и (61) \bar{U}_c , β и R , получаем уравнение внешних характеристик:

$$\bar{U}_c^* = \frac{\gamma^2 + I^{*2} \left(\frac{L}{C} - r^2 \right) \frac{1}{R_{\min}^2}}{\gamma^2 + \frac{2L}{T_u R_{\min}} I^*}. \quad (63)$$

В граничном режиме $I^* = I_r^*$ выходное напряжение \bar{U}_c^* будет удовлетворять уравнению (62). Исключая из (62) и (63) \bar{U}_c^* , получаем квадратное уравнение, определяющее граничный ток I_r^* :

$$\begin{aligned} I_r^{*2} \left(\frac{L}{C} - r^2 + \frac{2L}{T_u} r \right) \frac{1}{R_{\min}^2} - \\ - I_r^* \gamma \left(\frac{2L}{T_u} - r \gamma \right) \frac{1}{R_{\min}} + \gamma^2 (1 - \gamma) = 0. \end{aligned} \quad (64)$$

Следует учитывать только наименьший корень (64). Режим прерывистого тока наблюдается, если $I^* < I_r^*$.

Пример. Пусть $L = 0,2 \cdot 10^{-3}$ Гн, $C = 12 \cdot 10^{-3}$ Ф, $r = 0,1$ Ом, $R_{\min} = 0,5$ Ом и $T_u = 1/6 \cdot 10^{-3}$ с.

Расчет по (9) показывает, что корни характеристического уравнения (8) будут комплексными во всем диапазоне R от 0,5 Ом до ∞ , а $|\lambda| T_u$ изменяется от 0,108 до 0,118 и неравенство (33) соблюдается.

На рис. 4 представлены внешние характеристики, рассчитанные по формулам (62) и (63) для $\gamma = 0,2, 0,5$ и $0,8$. На характеристиках отмечены граничные значения тока, вычисленные по (64). В режиме непрерывного тока характеристики линейны и имеют малый наклон. Все характеристики в зоне прерывистого тока сходятся в точку холостого хода $\bar{U}_c^* = 1$, $I^* = 0$, в окрестности

Особенности статических режимов машин двойного питания малой мощности

ГУМАНОВСКИЙ Б. Я.,
САМУЛЕЕВ В. И., кандидаты техн. наук,
БУРДА Е. М., инж.

Горький

В настоящее время машины переменного тока малой и средней мощности находят все более широкое применение в регулируемых приводах. Создание электропривода на основе машин двойного питания (МДП) позволяет получить глубокий диапазон регулирования с хорошими динамическими и энергетическими показателями [1 и 2].

Очень важным показателем электропривода, особенно при его работе с ударной нагрузкой, является перегрузочная способность МДП. Увеличение перегрузочной способности улучшает динамические свойства привода.

В статье исследуются перегрузочные способности МДП при определенных параметрах регулирования и энергетические показатели при минимальном значении потерь в обмотках машины.

При анализе статических режимов МДП малой и средней мощности очень важен учет активного сопротивления статора, так как его значение оказывает существенное влияние на такие параметры машины, как перегрузочная способность, определение оптимальных законов управления.

При анализе работы машины приняты следующие допущения:

потери в стали отсутствуют;
напряжения и токи синусоидальные;
механические потери на валу машины отсутствуют.

Для расчета режимов работы машины кроме напряжения питания сети могут быть заданы:

значение и фаза вторичного напряжения относительно первичного (рис. 1)

$$U'_2/s = \frac{U'_2}{s} e^{j\delta};$$

значение и фаза тока ротора относительно фазы э. д. с.

$$I'_2 = I'_2 e^{j\psi}.$$

В первом случае выражение для момента можно представить в виде

$$M = M_e \left[1 - U'^{*2} \frac{r_1}{r_2 s} + U'^{*} \frac{1}{r_2} (a \cos \delta - b \sin \delta) \right], \quad (1)$$

которой преобразователь практически неуправляем. В реальных схемах преобразователей, как известно, избегают холостого хода путем шунтирования емкости относительно высокомоментным балластным сопротивлением. Максимальная величина балластного сопротивления, при которой возможно поддержание \bar{U}_c на заданном уровне в диапазоне допустимых γ и U_1 может быть определена из уравнений внешних характеристик.

Если верхний предел сопротивления нагрузки ограничен, то путем соответствующего выбора параметров фильтра можно избежать перехода в область прерывистых токов. Границный ток I_g^* зависит от γ и отноше-

где

$$M_e = \frac{2M_k (1 + \alpha s_k)}{s/s_k + s_k/s + 2\alpha s_k}$$

— момент в естественной схеме включения; M_k , s_k — соответственно критический момент и скольжение в естественной схеме включения; $\alpha = \frac{r_1 x_0^2}{r_2 z_c^2}$; $z_c = \sqrt{r_1^2 + x_c^2}$; $x_c = x_1 + x_0$; $U'_2 = U'_2/U_1$; $a = \frac{1}{x_0} \left(r_1 x_p - \frac{r_2 x_c}{s} \right)$; $b = \frac{1}{x_0} \left(x_c x_p \sigma + \frac{r_1 r_2}{s} \right)$; $x_p = x'_2 + x_0$; $\sigma = 1 - \frac{x_0^2}{x_c x_p}$ — коэффициент рассеяния машины.

Уравнение (1) представляет собой обобщенную формулу механической характеристики машины переменного тока или обобщенную формулу Клосса с учетом r_1 .

Для синхронной скорости вращения ($s=0$) из (1) получаем

$$M = - \frac{2M_k (1 + s_k)}{s_k} \left[U'^{*2} \frac{r_1}{r_2} + \frac{U'^{*}}{x_0} (r_1 \sin \delta + x_c \cos \delta) \right]$$

или

$$M = - 3\alpha U'_2 \frac{U_1 (r_1 \sin \delta + x_c \cos \delta) + U'_2 \frac{r_1 x_0}{r_2}}{\omega_0 r_1 x_0}.$$

Если заданы значение и фаза тока ротора относительно фазы э. д. с., то в уравнение момента не войдут параметры вторичной цепи и скольжения, а значение фазы ψ однозначно определяет границы режимов работы м. д. п. и направление передачи активной и реактивной мощности.

Направим вектор \dot{U}_1 по действительной оси в комплексной плоскости, тогда $\dot{U}_1 = U_1$, $\dot{E} = E e^{j\theta_1}$, $\dot{I}'_2 =$

ния T_u/L . Максимум I_g^* имеет место при $\gamma=0,5$. Для уменьшения I_g^* при фиксированном периоде T_u следует увеличивать индуктивность фильтра L , сохраняя $L C = \text{const}$ для обеспечения того же уровня пульсаций ϵ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розанов Ю. К. Основы силовой преобразовательной техники. — М.: Энергия, 1979. — 392 с.
2. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. — Пространство состояний в теории управления (для инженеров)/Пер. с англ. — М.: Наука, 1970. — 620 с.
3. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1970. — 280 с.

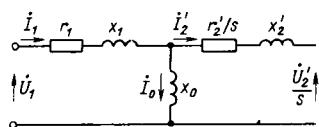
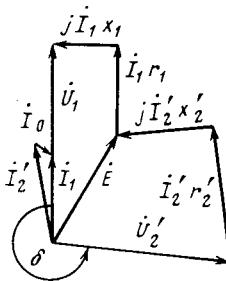


Рис. 1. Схема замещения МДП

Рис. 2. Векторная диаграмма для $M_{\text{п}}(s=1)$ 

$$= I_2 e^{j(\delta_1 + \psi)},$$

$$M = \frac{3E I_2 \cos \psi}{\omega_0}.$$

Из схемы замещения имеем:

$$U_1 = E (1 + z_1/z_0) + I_2 z_1.$$

$$(2) \quad (7)$$

Из (2) получаем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{E}{x_0} (r_1 \sin \delta_1 + x_c \cos \delta_1) + I_2 [r_1 \cos(\delta_1 + \psi) - \\ &\quad - x_1 \sin(\delta_1 + \psi)]; \\ 0 &= \frac{E}{x_0} (x_c \sin \delta_1 - r_1 \cos \delta_1) + I_2 [r_1 \sin(\delta_1 + \psi) + \\ &\quad + x_1 \cos(\delta_1 + \psi)], \end{aligned} \right\} (3)$$

из которой можно определить значение э. д. с. E через заданные параметры:

$$\begin{aligned} E &= \frac{x_0}{z_c^2} \left[I_2 (g \sin \psi - k \cos \psi) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{U_1^2 z_c^2 - I_2^2 (g \cos \psi + k \sin \psi)^2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где $g = r_1^2 + x_1 x_c$; $k = r_1 x_0$.

Тогда электромагнитный момент

$$\begin{aligned} M &= \frac{3I_2 x_0 \cos \psi}{\omega_0 z_c^2} \left[I_2 (g \sin \psi - k \cos \psi) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{U_1^2 z_c^2 - I_2^2 (g \cos \psi + k \sin \psi)^2} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение (5) представляет собой обобщенную формулу зависимости момента от угла ψ для машины переменного тока, которая справедлива для любой скорости (скольжения) машины, включая синхронизм.

Из уравнений (1) и (5) можно получить значение предельного момента (теоретическое):

$$\mu_{\text{п}} = \frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{к}}} = \frac{1 + \alpha s_{\text{k}}}{2\alpha s_{\text{k}}} \quad \text{или} \quad M_{\text{п}} = \frac{3U_1^2}{4\omega_0 r_1}, \quad (6)$$

соответствующего [3].

При этом

$$\operatorname{tg} \psi_{\text{п}} = \frac{g}{k}; \quad I_{2\text{п}} = \frac{U_1 z_c}{2k}; \quad E_{\text{п}} = \frac{U_1 z_1}{2r_1}; \quad z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}.$$

Из приведенных формул видно, что предельное значение момента не зависит от скорости вращения машины и существует только для двигательного режима. Максимальное значение момента для генераторного режима можно определить только при учете ограничения потока из-за насыщения стали машины.

В режиме предельного момента ток статора не со-

держит реактивной составляющей:

$$I_{1\text{п}} = \frac{U_1}{2r_1}, \quad \cos \psi_{1\text{п}} = 1.$$

Согласно [1] значение потока машины при работе на предельном моменте

$$\Phi_{\text{п}} = \frac{U_1 z_1}{2r_1 \omega_0}. \quad (7)$$

Обычно при номинальных параметрах напряжения статора точка холостого хода находится на «колене» кривой намагничивания машины, поэтому будем считать поток холостого хода граничным между зонами ненасыщенного и насыщенного состояний.

Если принять $\Phi_{\text{п}} \leq \Phi_{\text{x}}$, $\Phi_{\text{x}} = \Phi_{\text{п}} = \frac{U_1 z_0}{\omega_0 z_c}$, то с учетом

$$\frac{z_1}{2r_1} \leq \frac{z_0}{z_c}.$$

Второй член неравенства близок к единице, поэтому

$$x_1 \leq r_1 \sqrt{3}. \quad (8)$$

С учетом соотношения (8) можно условно разделить МДП на две группы.

Если соотношение (8) выполняется, то эту группу машин можно отнести к малой мощности, для которой возможно достижение предельного момента без насыщения стали. Для крупных машин ($x_1 > r_1 \sqrt{3}$) предельный (теоретический) момент не достигается, а максимальные моменты вычисляются с учетом насыщения стали.

Анализ соотношений активных и индуктивных сопротивлений статора различных машин показывает, что к машинам малой мощности относятся асинхронные двигатели: металлургические типа МТМ (ПВ 40 %), краново-металлургические типа МТ (ПВ 25 %) и крановые типы МТ и МТВ (ПВ 25 %) мощностью до 30 кВт [4].

На рис. 2 показана векторная диаграмма при предельном моменте для машины МТ011-6 при $s=1$.

Регулирование при постоянном потоке. Поддержание заданного значения потока можно обеспечить с помощью системы регулирования.

Из (4) получим:

$$I_2' = \frac{E (g \sin \psi - k \cos \psi) + \sqrt{(U_1 z_0)^2 - E^2 (g \cos \psi + k \sin \psi)^2}}{x_0 z_1^2}. \quad (9)$$

Тогда электромагнитный момент

$$M = \frac{3E \cos \psi [E (\sin \psi - k \cos \psi) + \sqrt{(U_1 z_0)^2 - E^2 (g \cos \psi + k \sin \psi)^2}]}{\omega_0 x_0 z_1^2} \quad (10)$$

где $E = \text{const}$.

При поддержании потока на уровне потока холостого хода имеем:

$$M = \frac{3U_1^2 z_0 \cos \psi [(g \sin \psi - k \cos \psi) + |g \sin \psi - k \cos \psi|]}{\omega_0 z_1^2 z_c^2}.$$

Максимальное значение момента находится из условия $\partial M / \partial \psi = 0$, откуда

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi_{\max} &= \frac{Eg}{k(\pm U_1 z_1 / r_1 - E)}, \\ M_{\max} &= \frac{3E}{\omega_0 z_1} \left(\pm U_1 - E \frac{r_1}{z_1} \right)^*. \end{aligned} \quad (11)$$

Активная и реактивная составляющие тока статора

$$I_{1a \max} = \frac{U_1 r_1}{z_1^2} \pm \frac{(x_1^2 - r_1^2) E}{z_1^3}; \quad I_{1p \max} = -\frac{U_1 x_1}{z_1^2} \pm \frac{2r_1 x_1 E}{z_1^3}.$$

Из (11) видно, что значения максимальных моментов не зависят от скорости (скольжения). Здесь верхний знак относится к двигательному режиму, нижний — к генераторному.

На рис. 3, а показана угловая характеристика $M^* = f(\psi)$ при потоке холостого хода, а на рис. 3, б — зависимость $M_{\max}^* = f(\Phi/\Phi_{x.x})$ для машины МТ011-6 мощностью 1,4 кВт (ПВ 25 %). Кривая $M^* = f(\psi)$ имеет «люфт» с $M=0$ по углу ψ шириной π при переходе от генераторного режима к двигательному; причем максимальный момент генераторного режима значительно больше двигательного. В угловой характеристике $M^* = f(\delta)$ такого «люфта» не существует.

Из рис. 3, б видно, что для этой машины предельный момент в двигательном режиме достигается при потоке, меньшем потока холостого хода ($\Phi_n / \Phi_{x.x} = 0,647$).

Регулирование с минимальным током ротора. Под минимальным током ротора подразумевается минимально возможный ток, необходимый для обеспечения требуемого момента. Этот режим представляет интерес с точки зрения снижения установленной мощности преобразователя, включенного в роторную цепь машины.

Из уравнений машины можно получить зависимость момента в функции тока ротора и угла между напряжением статора и током ротора λ :

$$M = \frac{3I_2' x_0}{\omega_0 z_c^2} [U_1 (r_1 \sin \lambda + x_c \cos \lambda) - I_2' r_1 x_0]. \quad (12)$$

В режиме минимального тока ротора $\operatorname{tg} \lambda = r_1 / x_c$, тогда

$$M_{\max} = \frac{3I_2' x_0}{\omega_0 z_c^2} (U_1 z_c - I_2' r_1 x_0). \quad (13)$$

* В [1] приводится выражение M_{\max} для двигательного режима МДП.

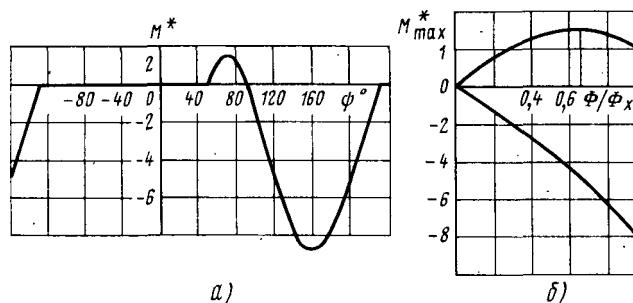


Рис. 3. Регулирование с $\Phi=\text{const}$:

а — угловая характеристика при $\Phi_{x.x}$; б — зависимость M_{\max}^*

В режиме минимального тока ротора его значение

$$I_{2\min}' = \frac{U_1 z_c}{2r_1 x_0} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4r_1 \omega_0 M}{3U_1^2}} \right). \quad (14)$$

Максимальный момент при регулировании с минимальным током ротора в двигательном режиме имеет ограничение, соответствующее предельному моменту даже при неучете явления насыщения.

Для всех машин в генераторном, а также для крупных машин в двигательном режиме, максимальный момент ограничивается потоком насыщения и соответствует (11).

Расчет показывает, что неучет r_1 в (13) для машины МТ011-6 дает ошибку в расчете момента при номинальном токе ротора на 8,4 %, а при токе ротора, соответствующем предельному моменту, на 100 %.

Регулирование при постоянной реактивной составляющей тока статора. Этот вид регулирования применяется для получения потерь в обмотках машины, близких к минимальным [1 и 2].

Электромагнитный момент машины можно представить в виде

$$M = \frac{3}{\omega_0} [U_1 I_{1a} - (I_{1a}^2 + I_{1p}^2) r_1], \quad (15)$$

где I_{1a} , I_{1p} — активная и реактивная составляющие тока статора.

$$\text{Из условия } \partial M / \partial I_{1a} = 0 \text{ [находим } I_{1a \max} = \frac{U_1}{2r_1}$$

$$M_{\max} = \frac{3(U_1^2 - 4I_{1p}^2 r_1^2)}{14\omega_0 r_1}. \quad (16)$$

Формула справедлива только для двигательного режима машин малой мощности, тогда $E_{\max} < E_n$.

Значение э. д. с. $E = U_1 - I_1 z_1$ или

$$E = \sqrt{U_1^2 + 2U_1 (I_{1p} x_1 - I_{1a} r_1) + (I_{1a}^2 + I_{1p}^2) z_1^2}. \quad (17)$$

С учетом (16)

$$E_{\max} = \sqrt{2U_1 I_{1p} x_1 + \left(I_{1p}^2 + \frac{U_1^2}{4r_1^2} \right) z_1^2}.$$

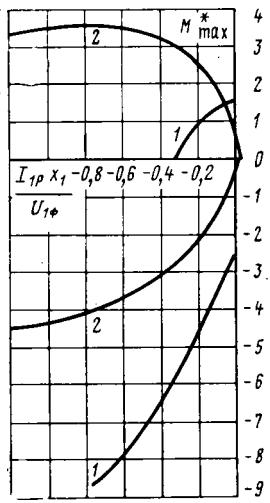
Для крупных машин $E_{\max} > E_n$, поэтому максимальные моменты рассчитываются с учетом ограничения потока на уровне насыщения. Из (15) и (17) при $E = E_n$ получим

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{3U_1^2}{\omega_0 z_1^4} \left[2r_1 x_1^2 \pm |x_1^2 - r_1^2| \times \right. \\ &\times \sqrt{z_1^2 \left(\frac{E_n^2}{U_1^2} - \frac{2I_{1p} x_1}{U_1} - \frac{I_{1p}^2 z_1^2}{U_1^2} \right) - x_1^2 - r_1^2 z_1^2 \left(\frac{E_n}{U_1^2} - \right.} \\ &\left. \left. - \frac{2I_{1p} x_1}{U_1^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Из (16) и (18) видно, что максимальные моменты также не зависят от скольжения. На рис. 4 приведены кривые максимальных моментов в относительных единицах для двух типов машин.

Регулирование с минимальными потерями. Потери мощности в обмотках машины

$$\Delta P = 3(I_{1a}^2 r_1 + I_{1p}^2 r_2'). \quad (19)$$

Рис. 4. Регулирование с $I_{1p} = \text{const}$:

1 — для машины МТ011-6; 2 — для машины АК13-59-4

Рис. 5. Регулирование с минимальными потерями

Выразим потери через реактивную составляющую тока статора и электромагнитный момент. Из схемы замещения имеем:

$$I_2' = \frac{I_1(z_1 + z_0) - U_1}{z_0},$$

где $I_{1a} = I_{1a} + jI_{1p}$,

$$I_2' = \frac{\sqrt{U_1^2 + 2U_1(I_{1p}x_c - I_{1a}r_1) + (I_{1a}^2 + I_{1p}^2)x_c^2}}{x_0}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (19), получим

$$\Delta P = \frac{3}{x_0^2} [U_1 r_2 [U_1 + 2(I_{1p}x_c - I_{1a}r_1)] + (I_{1a}^2 + I_{1p}^2) \times \\ \times (r_1 x_0^2 + r_2' z_c^2)]. \quad (21)$$

Из совместного решения (15) и (21) найдем

$$\Delta P = \frac{3}{2r_1^2 x_0^2} \left\{ \left(U_1^2 - \frac{2M\omega_0 r_1}{3} \right) (r_1 x_0^2 + r_2' z_c^2) + 4U_1 I_{1p} r_2' x_c - \right. \\ \left. - U_1 [r_1 x_0^2 + r_2' (x_c^2 - r_1^2)] \sqrt{U_1^2 - \frac{4M\omega_0 r_1}{3} - 4I_{1p}^2 r_1^2} \right\}. \quad (22)$$

Значение минимальных потерь определим из условия $\partial \Delta P / \partial I_{1p} = 0$:

$$I_{1p \min} = -r_2' x_c \sqrt{\frac{U_1 - \frac{4M\omega_0 r_1}{3}}{(r_1 x_0^2)^2 + 2r_1 r_2' x_c^2 (x_c^2 - r_1^2) + r_2' z_c^2}}. \quad (23)$$

С большой степенью точности (до 1%) условие минимальных потерь можно записать в виде

$$I_{1p \min} \approx \frac{r_2' x_c}{r_1 x_0^2 + r_2' z_c^2} \sqrt{\frac{U_1^2 - \frac{4M\omega_0 r_1}{3}}{3}}. \quad (23)$$

Выразим условие минимальных потерь через активную и реактивную составляющие тока статора. Из (15) и (24) получим

$$I_{1p} = -\frac{r_2' x_c (U_1 - 2I_{1a}r_1)}{r_1 x_0^2 + r_2' (x_c^2 - r_1^2)}. \quad (25)$$

Из (25) видно, что для выполнения условия минимальных потерь в статических режимах необходимо линейно снижать реактивную составляющую тока в зависимости от активной в двигательном режиме и повышать в генераторном. При достижении МДП предельного момента реактивный ток статора становится равным нулю. Условие (25) можно реализовать в системе управления асинхронным приводом.

Выражение для минимальных потерь получим, если условие (23) подставим в (22):

$$\Delta P_{\min} = \frac{3}{2r_1^2 x_0^2} \left[\left(U_1^2 - \frac{2M\omega_0 r_1}{3} \right) (r_1 x_0^2 + r_2' z_c^2) - U_1 \times \right. \\ \left. \times \sqrt{(r_1 x_0^2)^2 + 2r_1 r_2' x_c^2 (x_c^2 - r_1^2) + r_2' z_c^2} \times \sqrt{U_1^2 - \frac{4M\omega_0 r_1}{3}} \right]. \quad (26)$$

Из уравнений (23) и (24) видно, что при регулировании с минимальными потерями максимальный момент в двигательном режиме для машин малой мощности соответствует предельному и не зависит от скольжения. При предельном моменте выражение под радикалом равно нулю.

В известной формуле минимальных потерь [1] ошибка для машины МТ011-6 составляет для $M = M_n = 5,5\%$ и для $M = 2M_n = 30\%$.

На рис. 5 показаны для машины МТ011-6: 1 — кривая изменения реактивной составляющей тока статора при минимальных потерях; 2 — кривая минимальных потерь; 3 — кривая потерь при значении тока $I_{1p} = \text{const}$, соответствующего минимальным потерям холостого хода машины; 4 — кривая потерь при естественном включении машины на номинальное напряжение (для сравнения).

Для машины МТ011-6 при регулировании в режиме минимальных потерь потери холостого хода составляют 57 % потерь в естественной схеме включения, а при номинальном режиме работы — 72 %.

Предельное значение минимальных потерь машины можно получить, если с изменением момента нагрузки изменять напряжение питания статора U_1 , т. е. при наличии двух преобразователей.

Из условия минимизации $\partial \Delta P_{\min} / \partial U_1 = 0$ можно получить закон изменения напряжения статора:

$$U_1 = \sqrt{\frac{2|M|\omega_0 r_1}{3} \left(1 + \frac{r_1 x_0^2 + r_2' z_c^2}{2r_1 x_0 \sqrt{r_1 r_2}} \right)}. \quad (27)$$

Кроме того,

$$E = \sqrt{\frac{|M|\omega_0 x_0 (r_1 + r_2')}{3 \sqrt{r_1 r_2}}}; \\ \operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}; \quad I_2' = \sqrt{\frac{|M|\omega_0}{3x_0} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}}.$$

Подставляя (27) в (26), получим предельное значение минимальных потерь машины двойного питания:

$$\Delta P_{\min \text{ pp}} = 2|P_{\text{эм}}| \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{x_0} = 2 \frac{|M|\omega_0 \sqrt{r_1 r_2}}{x_0}. \quad (28)$$

Из (28) видно, что эти потери линейно зависят от момента (пунктир на рис. 5). Прямые потери 5 выходят из начала координат и касаются кривой минимальных

Вид регулирования	Формулы максимальных моментов	для машины 1,4 кВт МТО11-6	для машины 1000 кВт АК13-59-4
$\Phi = \text{const}$	$\frac{4\mu_n E_n^* r_1}{z_1} \left(\pm 1 - E_n^* \frac{r_1}{z_1} \right)$	$+1,11$ $-8,67$ $E_n^* = 0,92$	$+3,6$ $=4,4$ $E_n^* = 0,98$
$I_2' \min$	$(E < E_n) \frac{4\mu_n \alpha I_2' r_2}{U_1} \left(\frac{z_c}{x_0} - \frac{I_2' r_1}{U_1} \right)$ $(E = E_n) \frac{4\mu_n E_n^* r_1}{z_1} \left(\pm 1 - E_n^* \frac{r_1}{z_1} \right)$	$+1,58$ $-8,67$	$+3,6$ $-4,4$
$I_{1p} = \text{const}$	$E < E_n \mu_n \left(1 - 4 \frac{I_{1p}^2 r_1^2}{U_1^2} \right)$ $E = E_n 4\mu_n \left[\frac{2r_1^2 x_1^2}{z_1^4} - \frac{r_1^2}{z_1^2} \left(\frac{E_n^2}{U_1^2} - \frac{2I_{1p} x_1}{U_1} \right) \right]$ $\pm \frac{r_1 x_1^2 - r_1^2 }{z_1^3} \sqrt{\left(\frac{E_n^2}{U_1^2} - \frac{2I_{1p} x_1}{U_1} - \frac{I_{1p}^2 z_1^2}{U_1^2} \right) - \frac{x_1^2}{z_1^2}}$	$+1,56$ $-2,67$ $I_{1p} = -2,2A$	$+2,1$ $-1,5$ $I_{1p} = -110A$
ΔP_{\min}	$(E < E_n) \mu_n$ $E = E_n \frac{4\mu_n E_n^* r_1}{z_1} \left(\pm 1 - E_n^* \frac{r_1}{z_1} \right)$	$+1,58$ $(+1,58)$ $-8,67$ $(-0,29)$	$+3,6$ $(+1,1)$ $-4,4$ $(-0,4)$

потерь, построенной на основании (26). В точке касания напряжение статора согласно (27) достигает номинального значения и далее при регулировании напряжение (рис. 5) поддерживается постоянным, а потери изменяются по кривой 2.

Выражению (28) соответствует максимально возможный к. п. д. машины:

$$\eta_{\max} = \frac{P_{\text{эм}}}{P_{\text{эм}} + \Delta P_{\min \text{ при}}} = \frac{x_0}{x_0 + 2 \sqrt{r_1 r_2}}. \quad (29)$$

Для кривой 2 точки максимального к. п. д. двигательного и генераторного режимов соответствуют точкам касания лучей 5. Следует отметить, что условия минимальных потерь (24) и (25) и соответственно их значение (26) справедливы только в диапазоне изменения момента (данные в скобках в таблице), когда э. д. с. не превышает значения насыщения ($E \leq U_1$).

При дальнейшем увеличении момента по абсолютному значению связь между активной и реактивной

составляющими тока статора становится неуправляемой и соответствует (17). В этом случае условием минимальных потерь является поддержание состояния машины на границе насыщения, т. е. с минимальным током контура намагничивания ($I_0 = E_n/x_0$).

В таблице приведены формулы максимальных моментов в относительных единицах для различных видов регулирования, где $E^* = E/U_1$, $\mu_{\max} = M_{\max}/M_k$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Онищенко Г. Б., Локтева И. Л. Асинхронные вентильные каскады и двигатели двойного питания. — М.: Энергия, 1979.
2. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. — М.: Наука, 1969.
3. Особенности режимов автогенерируемого асинхронного синхронного двигателя при больших перегрузках/И. В. Бородина, А. М. Вейнгер и др. — Изв. вузов. Электромеханика, 1977, № 11.
4. Вешеневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе. — М.: Энергия, 1977.

Взаимосвязь показателей качества электроэнергии в сетях с резкопеременными нагрузками

ЛИПСКИЙ А. М., канд. техн. наук
Ждановский металлургический институт

Качество электрической энергии в сетях с резкопеременными нагрузками в зависимости от типа последних характеризуется, кроме отклонений напряжения, такими показателями, как колебания, несимметрия и несинусоидальность напряжения. В соответствии с ГОСТ 13109—67 все показатели качества электроэнергии (ПКЭ) рассматриваются для всех видов нагрузок независимо друг от друга. Такой подход к оценке ПКЭ в сетях с резкопеременными нагрузками не позволяет получить точное представление о качестве электроэнергии и обоснованно выбрать мощности компенсирующих устройств, так как в этом случае ПКЭ взаимосвязаны.

Взаимосвязь ПКЭ в сетях с резкопеременными нагрузками выражается в том, что колебания напряжения, в общем случае несимметричные по фазам, влияют на несимметрию и несинусоидальность и таким образом — на соответствующие ПКЭ. Влияние колебаний напряжения на уровни отклонений их рассмотрены в [1].

Рассмотрим влияние колебаний напряжения на коэффициент несимметрии. Будем предполагать, что несимметрия напряжений создается только за счет разных мгновенных значений напряжений в питающей сети. Погрешность в определении коэффициента несимметрии, обусловленная неучетом сдвига фаз напряжений, для рассматриваемых типов нагрузок не превосходит, как показали результаты расчетов, 3—5%.

Представим трехфазную систему напряжений в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_a(t) &= U_a(t) e^{-j \frac{\pi}{6}}; \\ \dot{u}_b(t) &= U_b(t) e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ \dot{u}_c(t) &= U_c(t) e^{-j \frac{5\pi}{6}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $U_a(t)$, $U_b(t)$, $U_c(t)$ — модули фазных напряжений, которые будем рассматривать как коррелированные случайные функции с нормальным законом распределения, известными корреляционными и взаимокорреляционными функциями и числовыми характеристиками. При расчете в качестве исходной принятая система фазных напряжений, поскольку в этом случае можно воспользоваться как при проектировании, так и в условиях эксплуатации графиками фазных токов (нагрузок). На основании метода симметричных составляющих запишем напряжения обратной последовательности

$$\dot{u}_2(t) = \frac{\sqrt{3}}{6} [U_a(t) - U_b(t)] + j \frac{1}{6} [U_a(t) + U_b(t) - 2U_c(t)]. \quad (2)$$

Корреляционная функция напряжения обратной последовательности

$$K_{U2}(\tau) = \frac{1}{9} \sum_{i=a, b, c} K_{Ui}(\tau) + \frac{1}{18} \sum_{i=a, b, c} \sum_{j=a, b, c} K_{Uij}(\tau) + j \frac{\sqrt{3}}{8} \sum_{i=a, b, c} \sum_{j=a, b, c} [K_{Ui}(\tau) - K_{Uij}(\tau)], \quad (3)$$

где $K_{Ui}(\tau)$ и $K_{Uij}(\tau)$ — авто- и взаимокорреляционные функции фазных напряжений.

Относительные в долях номинального напряжения величины математического ожидания и среднеквадратического отклонения модуля напряжения обратной последовательности:

$$m_{U2}^* = \frac{1}{6} \sqrt{3 (m_{Ua}^* - m_{Ub}^*)^2 + (m_{Ua}^* + m_{Ub}^* - 2m_{Uc}^*)^2}; \quad (4)$$

$$\sigma_{U2}^* = \frac{1}{3} \sqrt{\sum_{i=a, b, c} D_{Ui}^* - \sum_{i=a, b, c} \sum_{j=a, b, c} D_{Uij}^*}, \quad (5)$$

где m_{Ui}^* , D_{Ui}^* и D_{Uij}^* — относительные величины математических ожиданий, собственных и взаимных дисперсий фазных напряжений.

Дисперсия фазного напряжения [2]

$$D_{Ui} = \int_{-\infty}^{\infty} G_{Ui}(\omega) d\omega, \quad (6)$$

где $G_{Ui}(\omega)$ — энергетический спектр напряжения i -й фазы;

$$G_{Ui}(\omega) = x_c^2 \left(1 + \frac{\omega}{314} \right)^2 G_{Ii}(\omega). \quad (7)$$

Здесь обозначено: x_c — сопротивление фазы сети; $G_{Ii}(\omega)$ — энергетический спектр тока i -й фазы.

Как показали расчеты с погрешностью не более 1% в диапазоне частот колебаний напряжений,

$$\int_{-\infty}^{\infty} G_{Ui}(\omega) d\omega \approx x_c^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_{Ii}(\omega) d\omega. \quad (8)$$

В связи с этим

$$m_{U2}^* = \frac{1}{6} \frac{S_h}{S_k} \sqrt{3 (m_{Ia}^* - m_{Ib}^*)^2 + (m_{Ia}^* + m_{Ib}^* - 2m_{Ic}^*)^2}; \quad (9)$$

$$\sigma_{U2}^* = \frac{1}{3} \frac{S_h}{S_k} \sqrt{\sum_{i=a, b, c} D_{Ii}^* - \sum_{i=a, b, c} \sum_{j=a, b, c} D_{Iij}^*}, \quad (10)$$

где S_h и S_k — номинальная мощность несимметричной нагрузки и мощность короткого замыкания сети в точке подключения этой нагрузки.

Коэффициент несимметрии с учетом требований 95 %-ной интегральной вероятности

$$\epsilon_2 = m_{U2}^* + 1,65 \sigma_{U2}^*. \quad (11)$$

В частном случае, когда $m_{U2}^* = 0$, коэффициент несимметрии определяется только среднеквадратическим отклонением его. Как видно из (5) и (10), среднеквадратическое отклонение напряжения обратной последовательности определяется величинами собственных и взаимных дисперсий фазных напряжений и токов, т. е. определяется теми же факторами, что и колебания напряжения.

Определим дозу колебаний напряжения по известным фазным токам и параметрам питающей сети для сопоставления коэффициента несимметрии и уровня колебаний напряжения при одних и тех же параметрах случайного процесса $I_i(t)$ или $U_i(t)$.

Линейное напряжение сети по известным фазным в соответствии с (1) определяется как

$$\dot{u}_{ab}(t) = \dot{U}_a(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} [\frac{1}{2} \dot{U}_a(t) + \dot{U}_b(t)]. \quad (12)$$

Корреляционная функция и энергетический спектр колебаний линейного напряжения:

$$K_{Uab}(\tau) = K_{Ua}(\tau) + K_{Ub}(\tau) + \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) K_{UbUa}(\tau) + \left(\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) K_{UaUb}(\tau), \quad (13)$$

$$G_{Uab}(\omega) = G_{Ua}(\omega) + G_{Ub}(\omega) + \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) G_{UbUa}(\omega) + \left(\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) G_{UaUb}(\omega), \quad (14)$$

где $G_{UiUj}(\omega)$ — взаимный энергетический спектр колебаний напряжения фаз i и j .

Доза колебаний в соответствии с [2]

$$D_{Uab} = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}[g^2(\omega) G_{Uab}(\omega)] d\omega, \quad (15)$$

где $g(\omega) = 0,1 \frac{\omega}{2\pi}$ — модуль амплитудно-частотной характеристики тракта зрительного восприятия человека [3].

Звено с передаточной функцией $g(j\omega)$ осуществляет дифференцирование входного воздействия, т. е. колебаний напряжения. Этот факт определяет выбор выражения корреляционной функции, которым аппроксимируется график корреляционной функции, полученной экспериментальным путем. В большинстве случаев экспериментальные авто- и взаимокорреляционные функции графиков токов (напряжений) аппроксимируются выражением

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha^2 \tau^2} \cos \omega_0 \tau, \quad (16)$$

которому соответствует энергетический спектр [4]:

$$G(\omega) = \frac{\sigma^2}{4\alpha\sqrt{\pi}} \left[e^{-\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2}} - e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2}} \right], \quad (17)$$

где α и ω_0 — коэффициент затухания и собственная частота графика корреляционной функции.

Подставив (17) в (15), определим дозу колебаний напряжения, (%):

$$D_{Uab} = \left(\frac{S_h}{S_k} \right)^2 \frac{25}{4\pi} \left[\sum_{i=a, b} \sigma_i^{*2} (2\alpha_i^2 + \omega_{0i}^2) + \frac{1}{4} \sum_{k=1, 2} \sum_{i=a, b} \sum_{j=a, b} D_{ij}^* (2\alpha_{ijk}^2 + \omega_{0ijk}^2) \right], \quad (18)$$

где σ_i^* и D_{ij}^* — относительные среднеквадратические отклонения и взаимные дисперсии фазных токов; α_i , α_{ijk} , ω_{0i} , ω_{0ijk} — параметры авто- и взаимокорреляционных функций с учетом нечетности последних.

Величина размахов колебаний напряжения, приведенных к частоте 10 Гц, в соответствии с [5] не должна превышать 0,3 %, а в соответствии с ГОСТ 13109—67—0,4 %.

При нормальном законе распределения колебаний напряжения допустимые значения среднеквадратических отклонений не должны превышать 0,05 и 0,07 % соответственно для разных норм качества электроэнергии.

Определим величины колебаний и несимметрии напряжений для случая, когда заданы числовые характеристики и корреляционные функции фазных токов:

$$\begin{aligned} m_a^* &= 1,02; \quad m_b^* = 0,9; \quad m_c^* = 1,17; \quad \sigma_a^* = 0,34; \quad \sigma_b^* = 0,3; \quad \sigma_c^* = 0,39; \\ \alpha_a &= 3; \quad \alpha_b = 3,2; \quad \alpha_c = 2,8; \quad \omega_{0a} = 6; \quad \omega_{0b} = 6,5; \quad \omega_{0c} = 5,5; \quad \omega_{0ij} = \omega_{0i}; \\ S_h/S_k &= 0,03; \quad D_{ij}^* = 0,5\sigma_i^*\sigma_j^*. \end{aligned}$$

Среднеквадратическое значение (доза) колебаний напряжения $\sigma_{Uab}^* = 0,16$. Несимметрия напряжения характеризуется $m_{U2}^* = 0,2$ %, $\sigma_{U2}^* = 0,72$. Значение коэффициента несимметрии напряжений с учетом 95 %-ной вероятности $\varepsilon_2 = 1,4$. При снижении колебаний напряжения до нормируемого значения, например, до 0,05 % в условиях приведенного примера значения σ_{U2}^* и ε_2 уменьшаются до 0,21 % и 0,56 % соответственно.

Как видно из (9)–(11), а также из результатов расчета, в сети с резкопеременными нагрузками коэффициент несимметрии в значительной мере определяется уровнями σ_{U2}^* , которые зависят от уровней колебаний напряжения. Поэтому в сетях с подобными нагрузками нецелесообразно рассматривать несимметрию напряжений вне зависимости от их колебаний, поскольку это может привести к необоснованному удешевлению технических средств обеспечения качества электроэнергии.

Рассмотрим выражение для оценки мгновенного значения

коэффициента несинусоидальности:

$$K_{hc} = \sqrt{\sum_{v=2}^l U_v^2} / U_h, \quad (19)$$

где U_v и U_h — значения v -й гармоники и номинального напряжения сети; l — порядок наибольшей из учитываемых гармоник.

Считая, что относительное значение гармоник тока

$$I_v^* = \frac{1}{v}, \quad (20)$$

выражение (19) преобразуется к виду:

$$K_{hc} = \frac{U_h I_1 \sqrt{n}}{S_k}, \quad (21)$$

где S_k — мощность короткого замыкания сети в точке, где производится расчет или измерение K_{hc} ; I_1 — ток первой гармоники нелинейной нагрузки, создающей несинусоидальность в точке подключения этой нагрузки; n — число учитываемых при расчете гармоник.

В сетях с резкопеременными нагрузками типа, например, прокатных станов, ток I_1 изменяется во времени. Поэтому K_{hc} также изменяется во времени:

$$K_{hc}(t) = \frac{U_h \sqrt{n}}{S_k} \sqrt{I_{1a}^2(t) + I_{1p}^2(t)}, \quad (22)$$

где $I_{1a}(t)$ и $I_{1p}(t)$ — активные и реактивные составляющие тока нагрузки.

Как показали результаты экспериментальных исследований, законы распределения $I_{1a}(t)$, $I_{1p}(t)$ и $K_{hc}(t)$ в сетях с резкопеременными нагрузками типа обжимных прокатных станов и дуговых сталеплавильных печей на интервалах стационарности достаточно близки к нормальным. В этом случае числовые характеристики процессов K_{hc} и K_{hc}^2 в соответствии с [4] связаны следующими соотношениями:

$$m_{K_{hc}} = 0,95 \sqrt{m_{K_{hc}}^2}; \quad (23)$$

$$\sigma_{K_{hc}} = 0,4 \sqrt{\sigma_{K_{hc}}^2}. \quad (24)$$

Числовые характеристики процесса $K_{hc}^2(t)$ в соответствии с [4]:

$$m_{K_{hc}^2} = \frac{S_h^2}{S_k^2} n (m_{Ia}^{*2} + \sigma_{Ia}^2 + m_{Ip}^{*2} + \sigma_{Ip}^2); \quad (25)$$

$$D_{K_{hc}^2} = \frac{S_h^4}{S_k^4} n [2D_{Ia}^{*2} + 2D_{Ip}^{*2} + 4m_{Ia}^{*2}D_{Ia}^* + 4m_{Ip}^{*2}D_{Ip}^* + D_{Ia, p}^{*2} + 8m_{Ia}^*m_{Ip}^*D_{Ia, p}^*], \quad (26)$$

где m_{Ia}^* , m_{Ip}^* , $\sqrt{D_{Ia}^*}$, $\sqrt{D_{Ip}^*}$ — относительные, в долях номинального тока, значения числовых характеристик графиков активной и реактивной составляющих тока нагрузки; $D_{Ia, p}^*$ — взаимная дисперсия графиков активного и реактивного токов (мощностей).

Подставляя (25) и (26) в (23) и (24) соответственно, получим

$$m_{K_{hc}} = 0,95 \sqrt{n} \frac{S_h}{S_k} \sqrt{m_{Ia}^{*2} + \sigma_{Ia}^2 + m_{Ip}^{*2} + \sigma_{Ip}^2}; \quad (27)$$

$$\sigma_{K_{hc}} = 0,4 \sqrt{n} \frac{S_h}{S_k} \sqrt{2(D_{Ia}^{*2} + D_{Ip}^{*2}) + 4(m_{Ia}^{*2}D_{Ia}^* + m_{Ip}^{*2}D_{Ip}^*) + D_{Ia, p}^{*2} + 8m_{Ia}^*m_{Ip}^*D_{Ia, p}^*}. \quad (28)$$

Выражения (18) и (27)–(28) позволяют оценить степень влияния колебания напряжения на уровень коэффициента несинусоидальности. Например, при $m_{Ia}^* = 0,73$, $\sigma_{Ia}^* = 0,24$, $m_{Ip}^* = 0,68$, $\sigma_{Ip}^* = 0,22$, $D_{Ia, p}^* = 0,027$, $S_h/S_k = 0,045$, $m_{K_{hc}} = 8,9$, $\sigma_{K_{hc}} = 2,73$, $K_{hc} = 13,4$ %, доза колебаний составит 0,15 %, что превышает допустимое согласно ГОСТ 13109—67 значение.

При компенсации реактивной мощности до значения $\operatorname{tg} \varphi = 0,5$ и снижении колебаний напряжения до нормируемого, ГОСТ 13109-67 значения $m_{K_{\text{ис}}}=7,3\%$, $\sigma_{K_{\text{ис}}}=2,2$, $K_{\text{ис}}=11\%$, т. е. уменьшается почти на 18 %. Соответственно снижается необходимая мощность фильтров высших гармоник.

Таким образом, оценивать коэффициент несинусоидальности в сетях с резкопеременными нагрузками целесообразно после решения вопросов компенсации реактивной мощности и колебаний напряжения, что позволит в ряде случаев снизить необходимую мощность фильтров высших гармоник.

Выводы. 1. Колебания напряжения в сетях с резкопеременными нагрузками влияют на коэффициенты несимметрии и несинусоидальности.

2. Выбор мощностей технических средств нормализации несимметрии и несинусоидальности целесообразно осуществлять после решения вопросов компенсации колебаний напряжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И. В., Липский А. М., Коляда Л. И. Оценка отклонений напряжения при наличии колебаний его амплитуды. — Изв. вузов. Энергетика, 1981, № 1.
2. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Ч. 1. — М.: Советское радио, 1963.
3. Математическая модель резкопеременных нагрузок как источников колебаний напряжения/И. В. Жежеленко, А. М. Липский, Л. А. Чубарь и др. — Промышленная энергетика, 1978, № 5.
4. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1963.
5. Европейский стандарт EN 50.006.

[07.05.81]

УДК 621.316.925

Дифференциально-фазная защита с магнитодиэлектрическими преобразователями тока для автономных электроустановок

МИХАЙЛОВ В. В., ШУМСКИЙ А. Л., ТКАЧЕНКО Г. И.

Новочеркасск

В настоящее время для устройств релейной защиты автономных электроустановок разработаны преобразователи тока с сердечником из магнитодиэлектрика (МДТ), которые отличаются разъемным исполнением, малыми массогабаритными показателями, простой технологией изготовления сердечника, хорошей воспроизводимостью магнитных характеристик при массовом производстве и достаточно высокой помехозащищенностью [1]. Для МДТ наиболее целесообразен режим трансреактора. Поэтому, согласно режиму работы, их обмотки в схемах релейной защиты могут соединяться последовательно или в звезду. Возможно также раздельное подключение обмоток каждого из датчиков тока непосредственно к входам соответствующих пороговых органов защиты [2].

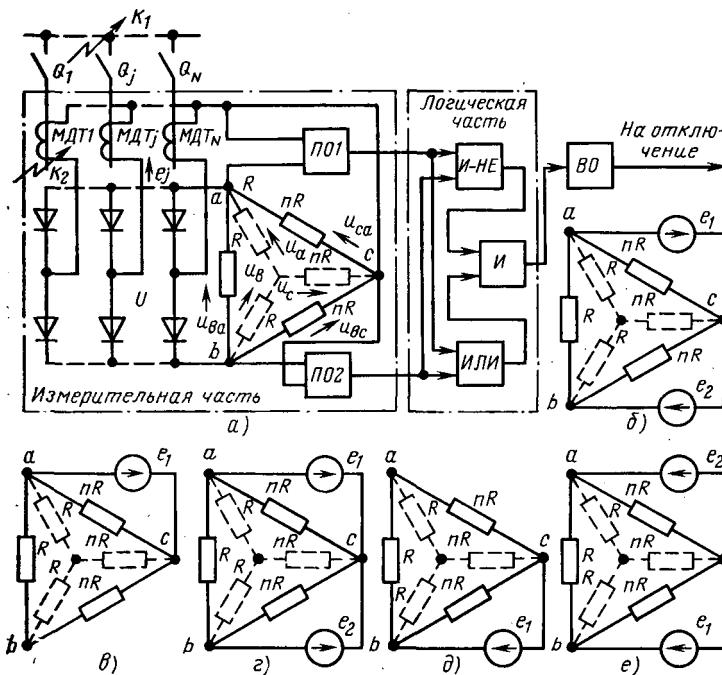


Рис. 1. Устройство дифференциально-фазной защиты с соединением обмоток преобразователей тока в звезду (a) и схемы замещения (b, в, г, д, е) его измерительной части

Устройство [2] при использовании его для защиты электроустановок с большим числом присоединений N (сборных шин) отличается достаточной сложностью — в двухфазном исполнении (преобразователи тока установлены на присоединениях фазы A и фазы C) оно содержит $4N$ однополярных пороговых органов. В свою очередь, устройства с последовательным соединением обмоток МДТ характеризуются формированием во вторичных цепях напряжения небаланса, обусловленного неодинаковой степенью насыщения МДТ, отстройка от которого не всегда возможна.

Свободны от указанных недостатков устройства дифференциально-фазной защиты, в которых используется соединение обмоток датчиков тока в звезду. Анализу работы таких устройств и посвящена настоящая статья.

Исследуем работу устройства с соединением обмоток преобразователей тока МДТ в звезду, лучи которой подключены (см. рис. 1, a) к выходным зажимам многоплечевого выпрямительного моста U . На входе последнего включены группа резисторов и пороговые органы. Заметим, что мы рассматриваем здесь лишь основные соединения резисторов на выходе выпрямительного моста U — в треугольник и в звезду, поскольку другие возможные их соединения можно свести к рассматриваемым. С целью упрощения выражений для формируемых измерительной частью устройства напряжений u_a , u_b , u_c , u_{ba} , u_{ca} , u_{bc} на резисторах, соединенных звездой или треугольником, воспользуемся следующими допущениями: преобразователи тока — источники э. д. с.; диоды моста имеют идеальные характеристики; соотношение сопротивлений резисторов измерительной части R и nR (R и nR удовлетворяют условию работы МДТ в режиме трансреактора [1]); входные сопротивления пороговых органов $PO1$, $PO2$ на два порядка выше сопротивлений R и nR .

Учитывая, что в многоплечевом выпрямительном мосте U в каждый момент времени не может быть открыто более двух диодов, анализ выражений для напряжений u_a , u_b , u_c , u_{ba} , u_{ca} , u_{bc} проведем при условии, что в каждый момент времени они определяются э. д. с. не более чем двух преобразователей тока (e_1 , e_2). Величины э. д. с. e_1 , e_2 , если выходные сигналы всех датчиков тока одновременно имеют одно и то же направление по отношению к точке C (рис. 1, a), определяются следующими соотношениями:

$$e_1 = \max\{|e_j|\}; \quad e_2 = \min\{|e_j|\}, \quad j \in N, \quad (1)$$

где e_j — э. д. с. j -го датчика тока (e_j — функция [1] первичного тока j -го присоединения защищаемой электроустановки).

Отметим, что условные положительные направления посту-

Индекс схемы замещения	Соотношение э. д. с. $e_1, \dots, e_j, \dots, e_N$	Расчетные выражения для э. д. с. e_1, e_2	Соотношение э. д. с. e_1, e_2	Расчетные выражения для искомых напряжений						Информация на выходах ПО	Режим защищаемой электроустановки		
				u_a	u_b	u_c	u_{ba}	u_{ca}	u_{bc}	ПО1	ПО2		
б	$e_j > 0, j \in K$ $e_j < 0, j \in N - K$ $K \in N$	$e_1 = \max \{ e_j \}, j \in K;$ $e_2 = \max \{ e_j \}, j \in N - K$	любое	$\frac{(n+1)e_1 + ne_2}{2n+1}$	$\frac{(n+1)e_1 + ne_2}{2n+1}$	$\frac{n(e_2 - e_1)}{2n-1}$	$e_1 + e_2$	e_1	e_2	1	1	Нормальный нагрузочный режим, внешнее к. з.	
в	$e_j > 0, j \in N$			$e_1 > e_2 \geq \frac{n}{n+1} e_1$	$\frac{e}{n+1}$	0	$-\frac{ne_1}{n+1}$	$\frac{e_1}{n+1}$	e_1	$-\frac{ne_1}{n+1}$	1	0	
г				$\frac{n}{n+1} e_1 > e_2$	$\frac{(n+1)e_1 - ne_2}{2n+1}$	$\frac{ne_1 - (n+1)e_2}{2n+1}$	$-\frac{n(e_1 + e_2)}{2n+1}$	$e_1 - e_2$	e_1	$-e_2$	1	0	
д		$e_1 = \max \{ e_j \},$ $e_2 = \min \{ e_j \}, j \in N$		$e_2 = 0$	$\frac{(n+1)e_1}{2n+1}$	$\frac{ne_1}{2n+1}$	$-\frac{ne_1}{2n+1}$	e_1	e_1	0	1	0	внутреннее к. з.
е	$e_j < 0, j \in N$			$e_1 > e_2 \geq \frac{n}{n+1} e_1$	0	$\frac{e_1}{n+1}$	$\frac{ne_1}{n+1}$	$\frac{e}{n+1}$	$-\frac{ne_1}{n+1}$	e_1	0	1	
				$\frac{n}{n+1} e_1 > e_2$	$\frac{ne_1 - (n+1)e_2}{2n+1}$	$\frac{(n+1)e_1 - ne_2}{2n+1}$	$\frac{n(e_1 + e_2)}{2n+1}$	$e_1 - e_2$	$-e_2$	e_1	0	1	
-	$e_j = 0, j \in N$	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Электроустановка обесточена

питающих на вход моста U э. д. с. I_j и искомых напряжений $u_a, u_b, u_c, u_{ba}, u_{ca}, u_{bc}$ показаны стрелками на рис. 1, а.

Работа устройства, когда э. д. с. e_1 и e_2 определяются в соответствии с (1), поясняется схемами замещения, приведенными на рис. 1, в, г (при $e_j > 0$) и на рис. 1, д, е (при $e_j < 0$), причем схемы на рис. 1, в, д имеют место, если

$$e_1 > e_2 \geq \frac{n}{n+1} e_1, \quad (2)$$

а схемы на рис. 1, г, е — если

$$e_2 < \frac{n}{n+1} e_1.$$

В том случае, когда одновременно имеют э. д. с. e_j , как совпадающие ($e_j > 0, j \in K, K \in N$), так и не совпадающие ($e_j < 0, j \in N - K$) с условным положительным направлением, схема замещения измерительной части устройства принимает вид, показанный на рис. 1 б. Для нее справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} e_1 &= \max \{ |e_j| \}, j \in K, K \in N; \\ e_2 &= \max \{ |e_j| \}, j \in N - K. \end{aligned} \quad (3)$$

Используя схемы замещения измерительной части устройства, получаем расчетные выражения для формируемых напряжений $u_a, u_b, u_c, u_{ba}, u_{ca}, u_{bc}$, которые (для удобства их сравнительного анализа) сведены в таблицу.

Анализ этой таблицы показывает, что каждое из напряжений u_a, u_b, u_c и u_{ba} определяется в общем случае э. д. с. двух датчиков тока (e_1 и e_2). Это обуславливает возможность формирования напряжения небаланса на входах пороговых органов, реагирующих на указанные напряжения. Напряжения же u_{ca}, u_{bc} , определяемые э. д. с. не более, чем одного датчика тока (e_1 или e_2) и зависящие от n лишь при соотношении (2), исключают возможность формирования напряжения небаланса на входах реагирующих на них пороговых органов. Поэтому использование совокупности напряжений u_{ca}, u_{bc} в качестве входных сигналов пороговых органов устройства позволяет обеспечить более высокую селективность последнего в сравнении с устройствами, на входах пороговых органов которых возможно формирование напряжения небаланса.

Параметры срабатывания устройства, пороговые органы которых реагируют на напряжения u_{ca}, u_{bc} определяются не пог-

решностью коэффициента преобразования МДТ, а погрешностью по переходу его выходного сигнала через заданный уровень. Это позволяет выполнить такое устройство дифференциально-фазной защиты быстродействующим, срабатывающим до начала протекания токов отсоса асинхронных двигателей (имеющих место при дуговых коротких замыканиях (к. з.) [3], что, в свою очередь, обуславливает возможность выбора уставки срабатывания пороговых органов устройства, обеспечивающей его срабатывание при токах электроустановки ниже номинального I_{nom} .

Включение обмоток датчиков тока питающих и питаемых присоединений должно быть таким, чтобы режиму внутреннего к. з. (точка $K1$) соответствовали соотношения (1), а режиму внешнего к. з. (точка $K2$) — соотношения (3). В противном случае устройство не будет отличать режим внутреннего к. з., при котором э. д. с. хотя бы одного из преобразователей тока равно нулю, от нормального нагрузочного режима и внешнего к. з. (см. таблицу).

Поскольку, как показывает анализ, в качестве входных сигналов пороговых органов следует использовать напряжения u_{ca}, u_{bc} резисторы измерительной части устройства целесообразно соединять в треугольник. Можно также при этом убрать резистор, включенный между точками a и b . В последнем случае при любом соотношении э. д. с. e_j , напряжения u_{ca} и u_{bc} не зависят от n , и в режиме внутреннего к. з. [(см. соотношение (1)] имеем лишь $u_{ca} = e_1, u_{bc} = 0$ или $u_{ca} = 0, u_{bc} = e_1$. Информация, формируемая на выходах пороговых органов ПО1 и ПО2 (см. таблицу), реагирующих на положительные полярности u_{ca} и u_{bc} соответственно позволяет логической части устройства вырабатывать сигнал на отключение электроустановки лишь при внутренних к. з.

Экспериментальный образец устройства (выполненный без резистора между точками a и b) был испытан на натурном стенде электроустановки переменного тока в нормальных нагрузочных режимах, а также в режимах внутренних и внешних дуговых и металлических к. з. (в том числе при сдвиге фаз токов, питающих к. з.). Другой образец устройства (выполненный с соединением резисторов в треугольник испытан на натурном стенде электроустановки постоянного тока. Результаты экспериментальных исследований (см. рис. 2) не только показали правильное функционирование устройств дифференциально-фазной защиты с соединением обмоток МДТ в звезду в различных режимах за-

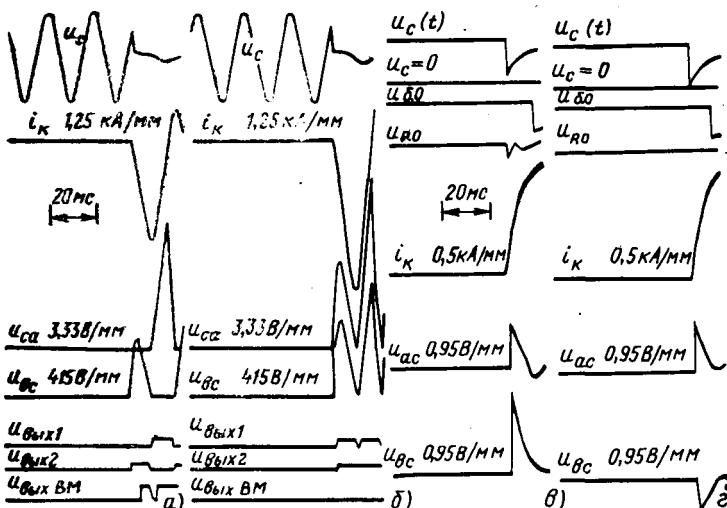


Рис. 2. Осциллограммы работы устройств дифференциально-фазной защиты с соединением обмоток МДТ в звезду при внутренних (а, в) и внешних (б, г) к. з. в электроустановках переменного (а, б) и постоянного (в, г) токов; U_{P0} , U_{B0} — выходные сигналы реагирующего и блокирующего органов устройства

щемаемой электроустановки, чувствительность этих устройств к токам к. з., меньшим номинального тока $I_{\text{ном}}$, и высокое (порядка 1—3 мс) быстродействие, но и подтвердили возможность использования их для электроустановок как переменного, так и постоянного тока. Последнее обусловлено как рассмотренными выше особенностями устройства дифференциально-фазной за-

щиты с соединением обмоток МДТ в звезду, так и характеристиками МДТ, продолжительность выходных сигналов которых (до 8 мс, см. рис. 2) в переходных режимах сети постоянного тока достаточно для распознавания этих режимов.

Таким образом, анализ функционирования устройств дифференциально-фазной защиты с соединением обмоток преобразователей тока в звезду позволил выявить совокупность формируемых измерительной частью напряжений u_{ca} , u_{bc} , которые несут наиболее полную информацию о режимах защищаемой электроустановки. Поскольку на входах пороговых органов $P01$ и $P02$ устройства защиты с соединением обмоток МДТ в звезду не может иметь место напряжение небаланса, оно обеспечивает более высокую селективность в сравнении с устройством с последовательным соединением обмоток преобразователей тока.

В сравнении с устройствами, в которых обмотки преобразователей тока подключаются раздельно ко входам соответствующих пороговых органов, предложенное устройство значительно проще, поскольку в нем используется в N раз меньшее число однополярных пороговых органов (с учетом двухфазного исполнения защиты).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов В. В., Проус В. Р. Анализ работы преобразователей тока с магнитодиэлектрическим магнитопроводом. — Электричество, 1981, № 3.
2. Базиленко О. К., Шор Е. Я. Вероятностные методы оценки эффективности защитных устройств. — Кишинев: Штиинца, 1975.
3. Кужеков С. Л., Кудин В. Г. Чувствительность, быстродействие и угол блокировки дифференциально-фазных защит. — Электрические станции, 1974, № 6.

[12 03.82]

УДК 621.316.1.015.2.001.24

Расчет колебаний напряжения сети

ЛОХОВ С. П., канд. техн. наук

Челябинский политехнический институт

Известно, что колебания активной ΔP и реактивной ΔQ мощностей электроприемников вызывают колебания ΔU действующего значения напряжения сети U и фазы φ этого напряжения у электроприемников [1—3]. Для расчета колебаний напряжения сети используются следующие формулы, расположенные здесь в порядке возрастания сложности и повышения точности:

$$U_* \approx 1 - U_{\text{K}} Q_*; \quad (1)$$

$$U_* \approx 1 - A; \quad (2)$$

$$U_* \approx 1 - A - 0,5B^2; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= U_{\text{K.p}} Q_* + U_{\text{K.a}} P_*; \\ B &= U_{\text{K.a}} Q_* - U_{\text{K.p}} P_* \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В этих формулах индекс * означает относительные единицы, причем за базисные принимаются номинальная мощность сети (трансформатора) $S_{\text{н}}$ и напряжение сети холостого хода $U_{\text{x.x}}$; U_{K} , $U_{\text{K.p}}$, $U_{\text{K.a}}$ — относительные значения напряжения короткого замыкания и его реактивной и активной составляющих.

При экспериментальном исследовании влияния вентильных

преобразователей на сеть автором было обнаружено, что относительное значение колебаний напряжения ΔU_* несколько больше расчетного значения по наиболее точной формуле (3) (3,5 % вместо 3,25 %). Поэтому возникла необходимость вывода точной формулы с дальнейшей оценкой выражения (3) или точности проведения эксперимента.

При заданном $S_{\text{н}}$ значения напряжения и мощности короткого замыкания сети S_{K} , активная и реактивная мощности электроприемника определяются с помощью приведенных на схеме замещения рис. 1 эквивалентных параметров.

Если считать известным комплексное значение напряжения сети электроприемника \dot{U} , то в схеме замещения рис. 1

$$\dot{U}_{\text{x.x}} = \dot{U} \frac{R(R+r_c) + X(X+x_c) + jR(X+x_c) - jX(R+r_c)}{R^2 + X^2} \quad (5)$$

или

$$U_{\text{x.x}}^2 = \frac{[R(R+r_c) + X(X+x_c)]^2 + [R(X+x_c) - X(R+r_c)]^2}{(R^2 + X^2)^2} U^2. \quad (6)$$

Более естественным было бы считать известным комплексное значение напряжения $\dot{U}_{\text{x.x}}$ и затем аналогично (5) вычислить комплекс \dot{U} как напряжение на выходе делителя напряжения (рис. 1), но получаемое при этом уравнение для действующих значений не удается алгебраически преобразовать к употребимой замкнутой форме, как это ниже выполнено для уравнения (6). Этими трудностями естественного подхода, вероятно, объясняется отсутствие в литературе искомой точной формулы.

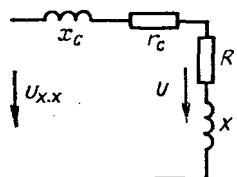


Рис. 1. Схема замещения сети и электроприемника

Уравнение (6) можно преобразовать к виду:

$$U_{x,x}^2 = U^2 + 2^U (x_c Q + r_c P) + \frac{z_c^2}{U^2} (P^2 + Q^2).$$

и далее, при одновременном переходе к относительным единицам, — к биквадратному по отношению к U_* уравнению:

$$U_*^4 + [2(U_{k,p}Q_* + U_{k,a}P_*) - 1] U_*^2 + U_k^2 (P_*^2 + Q_*^2) = 0. \quad (7)$$

Решение биквадратного уравнения наиболее просто записывается через двучлены (4):

$$U_*^2 = 0,5 - A \pm 0,5 \sqrt{1 - 4A - 4B^2}. \quad (8)$$

Основному решению в (8) соответствует знак плюс, знак минус соответствует режимам, близким к короткому замыканию.

Разложением в ряд Тейлора радикала в точной формуле (8) можно получить ряд приближенных к основному решению выражений, например,

$$U_* \approx 1 - (1 + A)A - 0,5(1 + 3A)B^2. \quad (9)$$

Следующими грубыми приближениями будут известные формулы (3), (2) и (1). Более точные, но и более сложные, чем (9), приближения для практических вычислений нецелесообразны.

Наиболее удачной графической интерпретацией точного решения являются построенные в оси Q_* и P_* линии постоянного напряжения («изовольты»). Для этого уравнение (7) преобразуется к виду:

$$\left(Q_* + \frac{U_*^2}{U_k} \sin \varphi_c\right)^2 + \left(P_* + \frac{U_*^2}{U_k} \cos \varphi_c\right)^2 = \left(\frac{U_*}{U_k}\right)^2, \quad (10)$$

которому соответствует окружность с радиусом U_*/U_k и смещенным центром. Однако для приведения всех последующих выражений к инвариантному виду целесообразно произвести поворот осей против часовой стрелки на угол φ_n , введя для этого новые переменные x и y :

$$\begin{aligned} Q_* &= x \cos \varphi_n - y \sin \varphi_n; \quad P_* = y \cos \varphi_n + x \sin \varphi_n; \\ x &= Q_* \cos \varphi_n + P_* \sin \varphi_n; \quad y = P_* \cos \varphi_n - Q_* \sin \varphi_n; \\ \varphi_n &= \frac{\pi}{2} - \varphi_c; \quad \cos \varphi_n = \frac{U_{k,p}}{U_k}; \quad \sin \varphi_n = \frac{U_{k,a}}{U_k}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (10) принимает вид (рис. 2):

$$\left(x + \frac{U_*^2}{U_k}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{U_*}{U_k}\right)^2, \quad (11)$$

а двучлены:

$$A = U_k x; \quad B = -U_k y. \quad (12)$$

В примере на рис. 2 значение U_k взято большим, чтобы нелинейный характер формул был более заметен. Из рис. 2 видно, что рассчитанные по известным приближенным формулам (2) и (3) значения активной и реактивной мощности при заданном снижении напряжения получаются больше точных значений, а, значит, рассчитанное по ним снижение напряжения при заданных мощностях получается меньше точного. Кроме того, в точке C «изовольты» приближенных формул касаются, создавая иллюзии «точного решения» в этой точке и небольшой погрешности в ее окрестностях, оцениваемой, по крайней мере, величиной последнего члена формулы (3). На самом деле окружность точной линии постоянного напряжения вообще не имеет точек касания с «изовольтами» приближенных формул, а расстояние ΔS_* между ближайшими точками C и T легко вычисляется через координаты этих точек на наклонной линии:

$$\Delta S_* = \frac{\Delta U_*^2}{U_k} = \frac{(1 - U_*)^2}{U_k}. \quad (13)$$

Выражение (13) определяет низший уровень погрешности формулы (3) по полной мощности при заданном снижении напряжения ΔU_* . Этот уровень достигается, когда угол сети φ_c совпадает с соответствующим углом нагрузки: при других значениях угла нагрузки погрешность возрастает.

Семейство линий постоянного напряжения (рис. 3) имеет огибающую, каждой точкой которой касается только одна окружность, а соответствующая ей формула (8) определяет одно значение напряжения. Поэтому после приравнивания нулю под-

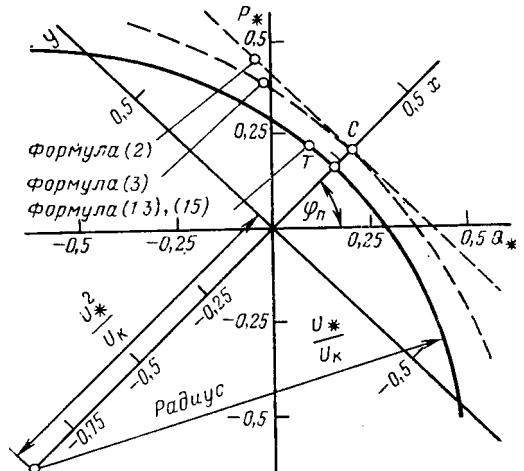


Рис. 2. Линии постоянного напряжения $U_*=0,8$, построенные по точной и приближенной формулам для сети с $U_k=0,707$, $\cos\varphi_c=0,707$

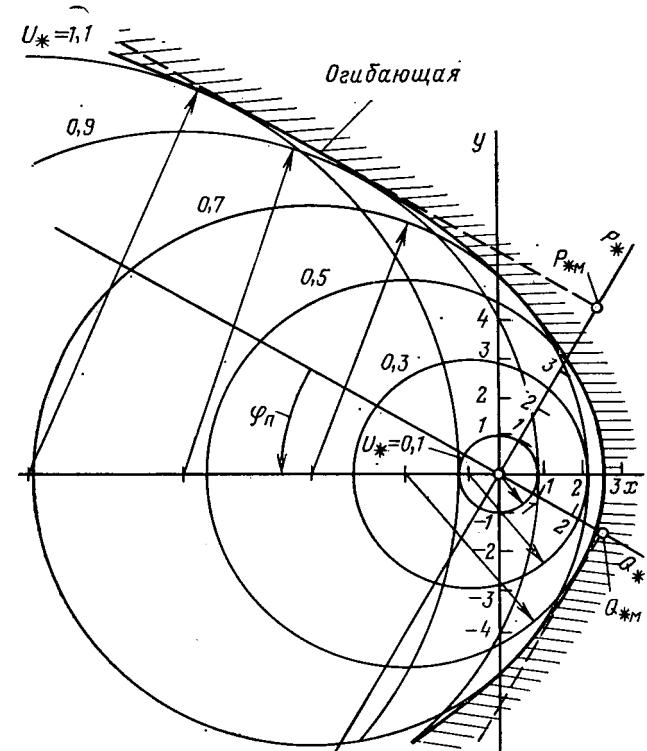


Рис. 3. Линии постоянного напряжения для сети с $U_k=0,1$, $\cos\varphi_c=0,5$

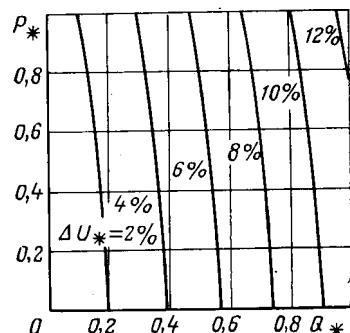
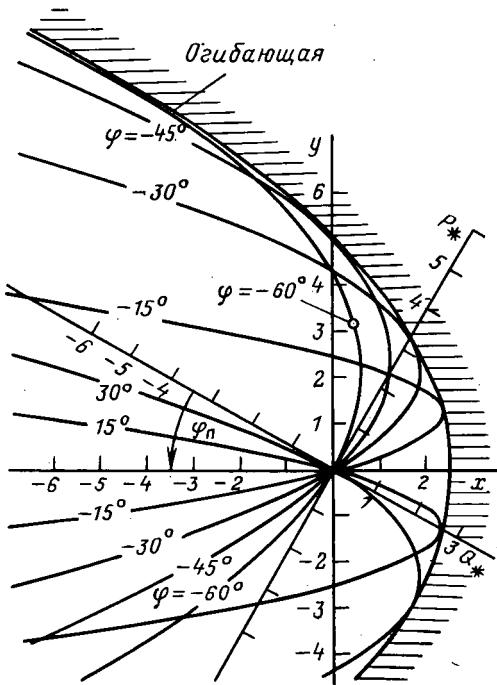


Рис. 4. Основные линии постоянного напряжения для сети с $U_k=0,1$, $\cos\varphi_c=0,04$

Рис. 5. Линии постоянной фазы для сети с $U_k=0,1$, $\cos\varphi_c=0,5$

коренного выражения (8) и замены переменных по (12) получается уравнение этой огибающей, внутри которой находится все возможные окружности:

$$x = -U_k y^2 + \frac{1}{4U_k}. \quad (14)$$

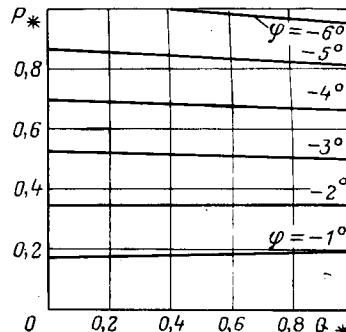
Положительные значения активной и реактивной мощности оказываются ограниченными пределами (рис. 3)

$$P_{*m} = \frac{1}{4U_{k.a}}; \quad Q_{*m} = \frac{1}{4U_{k.p}},$$

а отрицательные — теоретически неограниченными. Координаты трех характерных точек параболы (14) $x = \frac{1}{4U_k}$, $y = 0$;

$$y = \frac{1}{2U_k}, \quad x = 0$$

одинаково зависят от U_k , значит, вид и пропорции огибающей и всех окружностей в осях x и y на рис. 3 являются инвариантными для всех значений U_k и $\cos\varphi_c$ (т. е. для любых сетей). Изменяются только угол поворота осей P_* и Q_* и масштабы по осям. Через каждую точку внутри огибающей (рис. 3) проходят две линии постоянного напряжения. Линиию большего напря-

Рис. 6. Основные линии постоянной фазы для сети с $U_k=0,1$, $\cos\varphi_c=0,04$ 

жения, которой соответствует плюс перед радикалом (8), назовем основной. Пример семейства подобных линий для сети с мощным трансформатором, (девяностки мегавольт-ампер) приведен на рис. 4.

Сдвиг по фазе φ напряжения на зажимах электроприемника по отношению к напряжению $U_{x,x}$ определим с помощью параметров схемы замещения на рис. 1 так, что при $\varphi > 0$ напряжение электроприемника сдвигается в сторону опережения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{xr_c - Rx_c}{X^2 + R^2 + Xx_c + Rx_c}$$

или в относительных единицах

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q_* U_{k.a} - P_* U_{k.p}}{U_*^2 + Q_* U_{k.p} + P_* U_{k.a}}.$$

С использованием выражений (4) и (8) можно записать:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2B}{1 \pm \sqrt{1 - 4A - 4B^2}}. \quad (15)$$

После преобразований, замены переменных и поворота осей формула (15) приобретает вид:

$$x = -(1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi) U_k y^2 - \operatorname{ctg} \varphi y. \quad (16)$$

По аналогии с рис. 3 уравнение (16) позволяет строить линии постоянной фазы (изофазы), которые представляют собой семейство парабол (рис. 5) с той же огибающей (14). На рис. 6 показано семейство основных линий постоянной фазы, которым в формуле (15) соответствует плюс перед радикалом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермилов А. А. Основы электроснабжения промышленных предприятий. — М.: Энергия, 1969.
2. Маркушевич Н. С., Солдаткина Л. А. Количество напряжения в городских электрических сетях. — М.: Энергия, 1975.
3. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.

[24.03.82]

Ограничение координат в электроприводах согласованно управляемых механизмов

ФИЛАТОВ А. С., доктор техн. наук, ДРАЛЮК Б. Н., канд. техн. наук, ВАЛДЫРЕВ А. С., канд. техн. наук
Москва, Свердловск

В практике ряд агрегатов требует согласованного управления механизмами, системы автоматического регулирования (САР) электроприводами которых управляются по общему заданию скорости (назовем его эталоном), при этом скорости механизмов должны поддерживаться в заданных пределах. К таким агрегатам относятся, например, станы холодной прокатки полосы (СХП), у которых механизмы (валки, разматыватель, моталка) связаны обрабатываемой полосой. Предельная производимость этих агрегатов при требуемом качестве регулирования (когда еще обеспечивается согласованное управление механизмами) определяется режимом, при котором наступает ограничение координаты какой-либо из САР.

В настоящее время для управления электроприводами широко применяются системы подчиненного регулирования (СПР) [1], в которых ограничение какой-либо координаты осуществляется весьма просто: ограничением задающего сигнала на входе контура регулирования этой координаты. При типовом способе выполнения такого ограничения, заключающемся обычно в охвате регуляторов СПР сильной отрицательной обратной связью (ООС) через звено с зоной нечувствительности (ЗН), соответствующей допустимому значению координаты, нарушается движение механизмов с заданной согласованностью. Для обеспечения нормальной работы агрегата в режиме ограничения координат следует это ограничение осуществлять воздействием на эталон при превышении в какой-либо САР какой-либо координатой допустимого значения.

В статье рассмотрен способ ограничения координат СПР, характеризующийся «отсечками» координат через этalon посредством сильных ООС через ЗН с выходов регуляторов СПР на вход формирователя эталона. Такие же связи можно осуществлять по входным сигналам звеньев, имеющих естественные насыщения. При применении «отсечек» обеспечивается такое формирование эталонов, при котором в контурах регулирования

CAP не наступает насыщение от сигналов управления, т. е. в режиме ограничения контуры регулирования не размыкаются, и CAP работают с расчетными динамическими характеристика-ми.

При указанном способе ограничения не требуется предусматривать запас по скорости и ускорению согласованно управляемых механизмов для обеспечения, в частности, действия технологических регуляторов (толщины, натяжений на СХП), так как при необходимости, например, ускорить какой-либо механизм, работающий в режиме ограничения каких-либо координаты, эталон от воздействия сигнала ограничения этой координаты изменяется так, что замедляются остальные механизмы, и сигналы технологического регулятора отрабатываются с требуемой эффективностью.

С учетом того, что замкнутые контуры ограничения включают в себя ряд динамических звеньев, возникает задача синтеза динамических характеристик узлов ограничения. Необходимым условием является также обеспечение замыкания контуров ограничения с нулевыми начальными значениями выходных сигналов узлов.

Ниже рассмотрена методика синтеза динамических характеристик и предложена структура узлов, обеспечивающая указанные условия замыкания контуров.

На рис. 1 представлена структурная схема СПР с «отсечками» в общем виде. Переменные представлены в относительных единицах так, что коэффициенты обратных связей регулируемых координат единичны: $W_{01i}, \dots, W_{0ki}; W_{y1i}, \dots, W_{yki}; W_{p1i}, \dots, W_{pki}; W_{\Phi 1i}, \dots, W_{\Phi ki}; W_{p.01i}, \dots, W_{p.0ki}; W_{\Phi.0i}$ — соответственно передаточные функции для i -й САР звеньев объекта регулирования, каналов возмущений, регуляторов, фильтров регуляторов, узлов ограничения, фильтров умножителей; $T_{\vartheta}, k_{\vartheta}$ — постоянная времени интегрирования и коэффициент задатчика интенсивности формирователя эталона; $\{x_{1i}, \dots, x_i\}$ — ко-

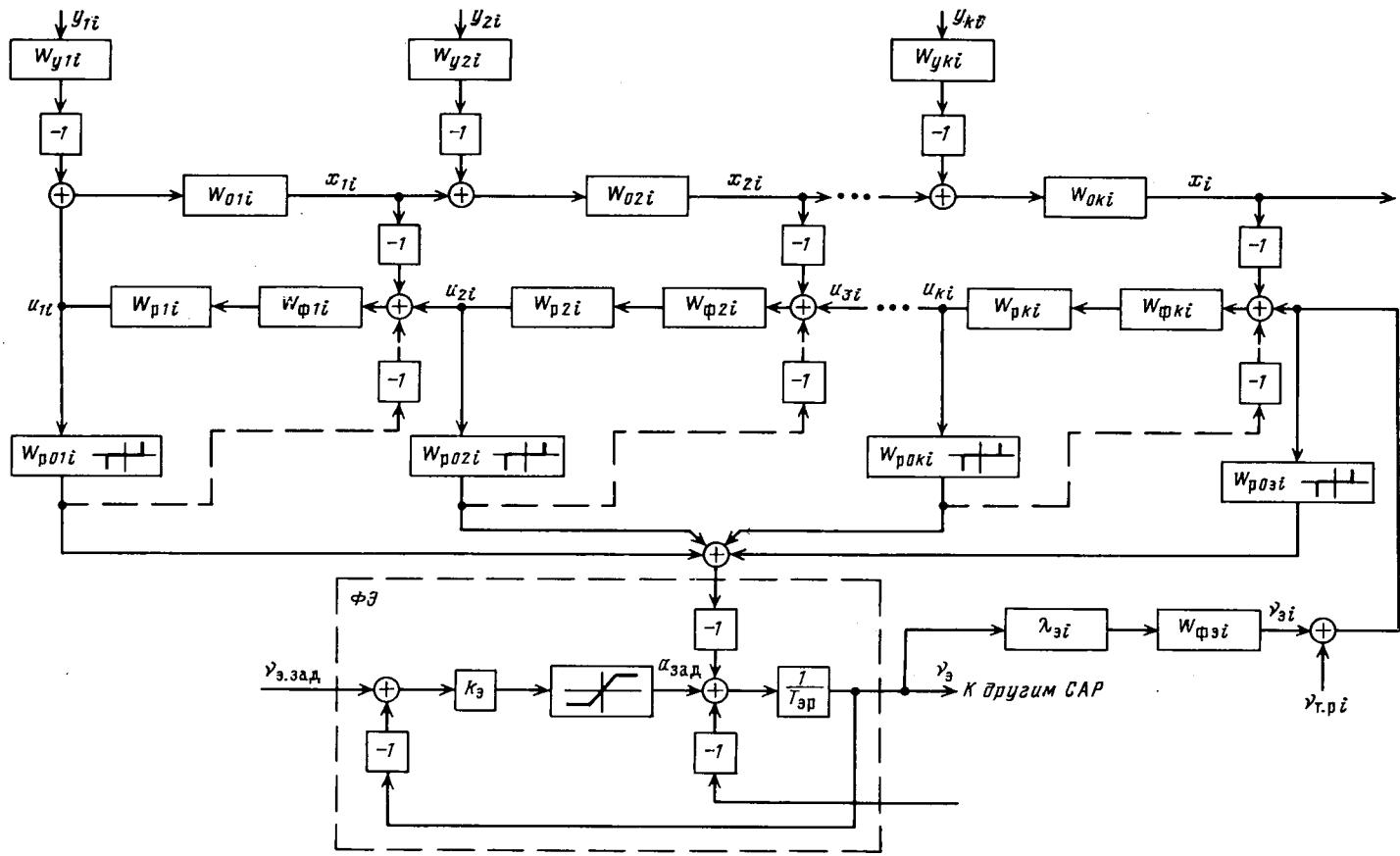


Рис. 1. Структурная схема системы подчиненного регулирования с ограничением координат через эталон путем «отсечки»

ординаты i -й САР; u_{1i}, \dots, u_{ki} — выходные сигналы регуляторов i -й САР; v_{ϑ} — общий сигнал эталона; $v_{\vartheta, \text{зад}}$ — сигнал задания эталона; $v_{\vartheta i}$ — сигнал эталона i -й САР; $\lambda_{\vartheta i}$ — доля общего сигнала эталона, задаваемая в i -ю САР; $v_{\text{т.р.}}$ — сигнал технологического регулятора; y_{1i}, \dots, y_{ki} — возмущающие воздействия; $a_{\text{зад}}$ — сигнал задания темпа эталона.

Системы автоматического регулирования, получающие задание от общего формирователя эталона ФЭ, могут иметь структуры разных типов (например, группу однотипных структур САР скоростей валков и структуры САР напряжений на моталке и размыкателе СХП).

Ограничение координат осуществляется через звенья с передаточными функциями $W_{\text{р.о.1}}, \dots, W_{\text{р.о.}k}$, определение которых является задачей синтеза. Эти звенья имеют зоны нечувствительности, соответствующие требуемым уровням ограничения координат.

Регуляторы имеют передаточные функции

$$W_{\text{р.1}i} = \frac{\omega_{\text{с.1}i}}{p} \frac{1}{W_{\text{о.1}i}}, \quad W_{\text{р.2}i} = \frac{\omega_{\text{с.2}i}}{p} \frac{1}{W_{\text{о.2}i}}, \quad j = 2, \dots, k, \quad (1)$$

где $\omega_{\text{с.}ji}$ — частота среза соответствующего контура регулирования.

При настройке по «модльному» оптимуму [1]:

$$\frac{1}{\omega_{\text{с.}ji}} = T_{ji} = 2(\tau_{li} + \tau_{\phi li}),$$

$$\frac{1}{\omega_{\text{с.}ji}} = T_{ji} = 2 [T_{(j-1)i} + \tau_{ji} + \tau_{\phi ji}] \sum_{l=1}^j 2^{j+1-l} (\tau_{li} + \tau_{\phi li}), \quad (2)$$

где τ_{ji} — некомпенсированная [1] постоянная времени ji -го звена объекта; $\tau_{\phi li}$ — постоянная времени фильтра ji -го регулятора; фильтры приняты апериодическими.

Синтез передаточных функций $W_{\text{р.о.1}}, \dots, W_{\text{р.о.}k}$ удобно выполнить известными методами получения желаемой передаточной функции разомкнутого контура при последовательной коррекции, рассматривая работу узла ограничения «в малом» вне зоны нечувствительности.

Структурными преобразованиями получена схема, изображенная на рис. 2, в которой W_{31i}, \dots, W_{3ki} обозначены передаточные функции замкнутых контуров регулирования перемен-

ных x_{1i}, \dots, x_i , определяемые из выражений:

$$\left. \begin{aligned} W_{3ji} &= \frac{x_{ji}}{U_{(j+1)i}} = \frac{W_{\text{раз.}ji}}{1 + W_{\text{раз.}ji}}; \\ W_{\text{раз.}ji} &= W_{\text{р.1}i} W_{\text{о.1}i} \frac{1}{1 + p\tau_{ji}} W_{\phi,ji} W_{3(j-1)i}, \quad j = 2, \dots, k; \\ W_{\text{раз.}1i} &= W_{\text{р.1}i} W_{\text{о.1}i} \frac{1}{1 + p\tau_{1i}} W_{\phi,1i}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $W_{\text{раз.}ji}$ — передаточная функция разомкнутого ji -го контура регулирования.

Анализ частоты характеристик замкнутых контуров, настроенных по «модльному» оптимуму, показывает, что передаточные функции по (3) в зоне частот $\Omega \geq \frac{1}{T_{ji}}$ можно приближенно представить в виде

$$W_{3ji} = \frac{1}{\prod_{l=1}^j (1 + pT_{li}) (1 + p\tau_{li}) (1 + p\tau_{\phi li})}. \quad (4)$$

Из схемы на рис. 2 следует, что передаточная функция разомкнутого ji -го контура ограничения имеет вид:

$$W_{ji} = W_{\text{р.о.}ji} \frac{\lambda_{\vartheta i}}{T_{\vartheta p}} W_{\phi,ji} W_{ji}', \quad (5)$$

где передаточная функция участка от входа САР до выхода ji -го регулятора

$$W_{ji}' = \frac{W_{3h}}{\prod_{l=j}^k W_{\text{о.}li}}; \quad (6)$$

с учетом (4)

$$W_{ji}' \approx \frac{1}{\prod_{l=j}^k (1 + pT_{li}) (1 + p\tau_{\phi li}) W_{\text{о.}li}}. \quad (7)$$

Из (5) и (7) видно, что в ji -м контуре ограничения имеются последовательно включенные апериодические звенья с «малы-

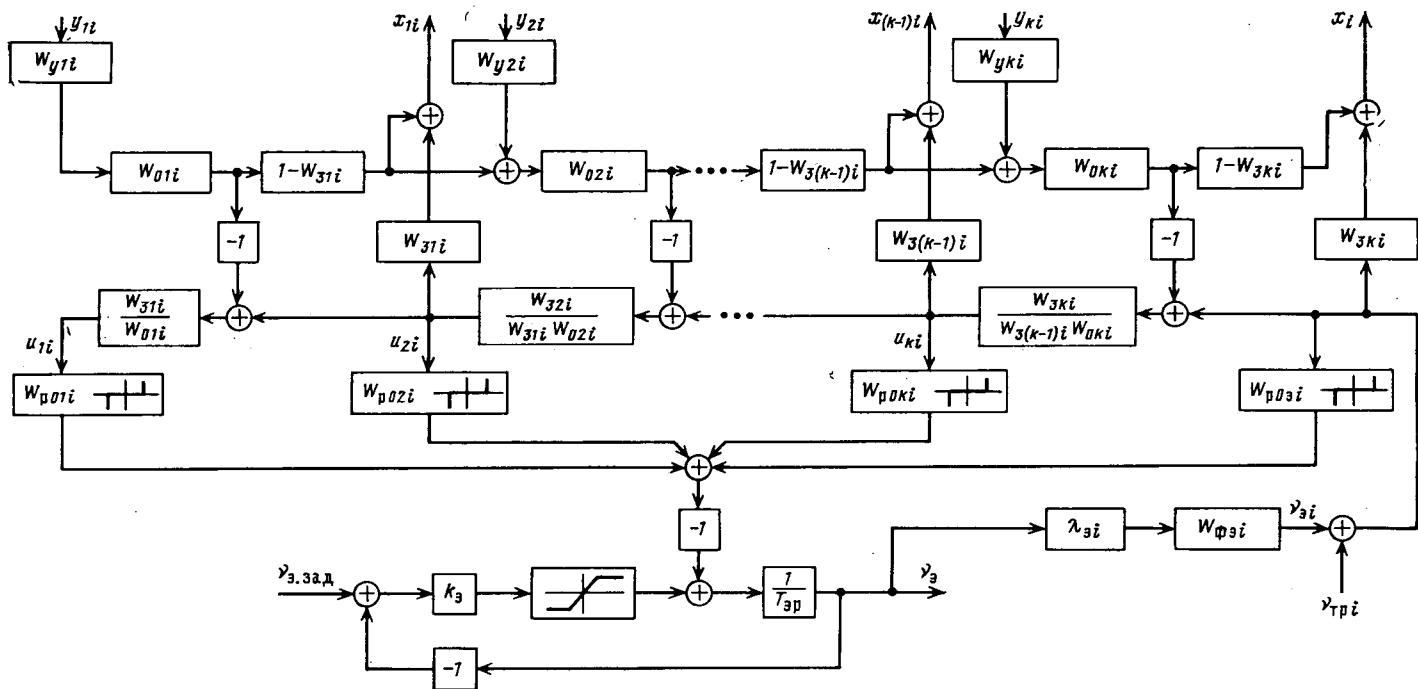


Рис. 2. Преобразованная структурная схема системы подчиненного регулирования

ми» постоянными временем $\tau_{\phi li}$ (где $l=j, \dots, k$) обусловленными фильтрами $W_{\phi li}$, а также звено с постоянной времени $\tau_{\phi ei}$ фильтра умножителя в цепи распределения эталона.

Желаемую передаточную функцию W_{ji} можно разомкнутое контура ограничения целесообразно выбрать по «модульному» оптимуму аналогично настройке контуров регулирования:

$$W_{ji} = \frac{\omega_{c, oji}}{p (1 + p\tau_{\phi ei}) \prod_{l=j}^k (1 + p\tau_{\phi li})},$$

$$\omega_{c, oji} = \frac{1}{T_{oji}}, \quad T_{oji} = 2\tau_{oji}, \quad (8)$$

где $\omega_{c, oji}$ — частота среза контура ограничения; $\tau_{oji} = \tau_{\phi ei} + \sum_{l=j}^k \tau_{\phi li}$ — сумма «малых» постоянных времени в контуре ограничения.

Из приравнивания выражений (5) и (8) с учетом (7) получим требуемую передаточную функцию

$$W_{p, oji} = \frac{W_{ji} \text{ител}}{\frac{\lambda_{\phi i}}{T_{\phi p}} W_{\phi, si} W'_{ji}} = \frac{\omega_{c, oji} T_{\phi}}{\lambda_{\phi i}} \prod_{l=j}^k (1 + pT_{li}) W_{oli}. \quad (9)$$

Узлы ограничения являются по существу регуляторами-ограничителями (РО), с помощью которых при замкнутом состоянии контура ограничения ограничиваемая величина поддерживается на заданном допустимом уровне. Пусть u_{ji} — ограничиваемая величина; $+u_{ji, \text{доп}}$ — уставка положительного ограничения; $-u_{ji, \text{доп}}$ — уставка отрицательного ограничения; $+u_{p, oji}$ — выходной сигнал РО.

Замкнутое или разомкнутое состояние контура ограничения должно соответствовать следующим условиям:

контур разомкнут при $u_{p, oji} = 0$, $-u_{ji, \text{доп}} < u_{ji} < +u_{ji, \text{доп}}$;
начало замыкания контура происходит при $-u_{ji, \text{доп}} > u_{ji} > +u_{ji, \text{доп}}$;

контур замкнут при $u_{p, oji} \neq 0$ независимо от значения u_{ji} .

Легко видеть, что представляющаяся наиболее очевидной структура РО при последовательном соединении звена с зоной нечувствительности и звена с передаточной функцией $W_{p, oji}$ не удовлетворяет указанным условиям, если, например, $W_{p, oji}$ содержит интегральную составляющую закона регулирования, так как в этом случае при размыкании контура РО будет иметь ненулевые начальные условия.

На рис. 3 изображена структура РО, в которой выполняются указанные условия замыкания и размыкания контура ограничения. Здесь зона нечувствительности формируется в канале обратной связи РО. Такая структура может быть легко реализована, например, с помощью операционного усилителя с диодным мостовым ограничителем в обратной связи.

Указанная структура обеспечивает замыкание контура ограничения с нулевыми начальными условиями РО, что позволяет рассматривать процессы ограничения аналогично процессам в линейных замкнутых контурах регулирования.

Рассмотрим ошибку ограничения, под которой будем считать разность между уставкой ограничения и действительным значением ограничиваемого сигнала в режиме ограничения. Ошибка рассматривается относительно некоторого установленного состояния ограничения и определяется как ошибка регулирования в замкнутом контуре ограничения при воздействии на контур управляющих и возмущающих сигналов.

На рис. 4 изображена структурная схема замкнутого контура ограничения в i -й СПР координаты u_{ji} , на основании которой получено для ошибки ограничения операторное выражение:

$$\Delta u_{ji} = (1 - W_{3, oji}) \Delta u'_{ji}, \quad (10)$$

где $W_{3, oji}$ — передаточная функция:

$$W_{3, oji} = \frac{W_{p, oji} \frac{1}{T_{\phi p}} \lambda_{\phi i} W_{\phi, ei} W'_{ji}}{1 + W_{p, oji} \frac{1}{T_{\phi p}} \lambda_{\phi i} W_{\phi, ei} W'_{ji}};$$

$\Delta u'_{ji}$ — приращение сигнала на выходе ji -го регулятора, которое

Рис. 3. Структурная схема регулятора-ограничителя

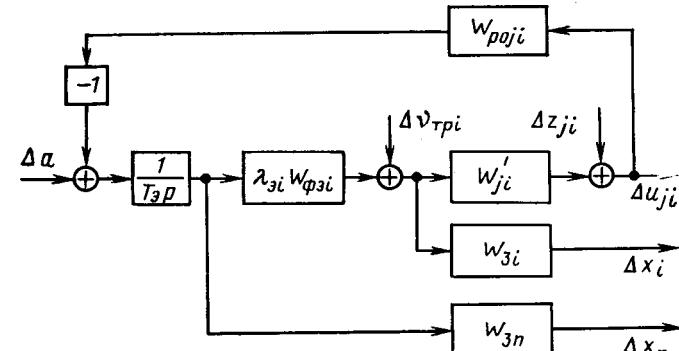
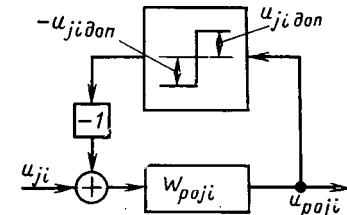


Рис. 4. Структурная схема для расчета ошибки ограничения

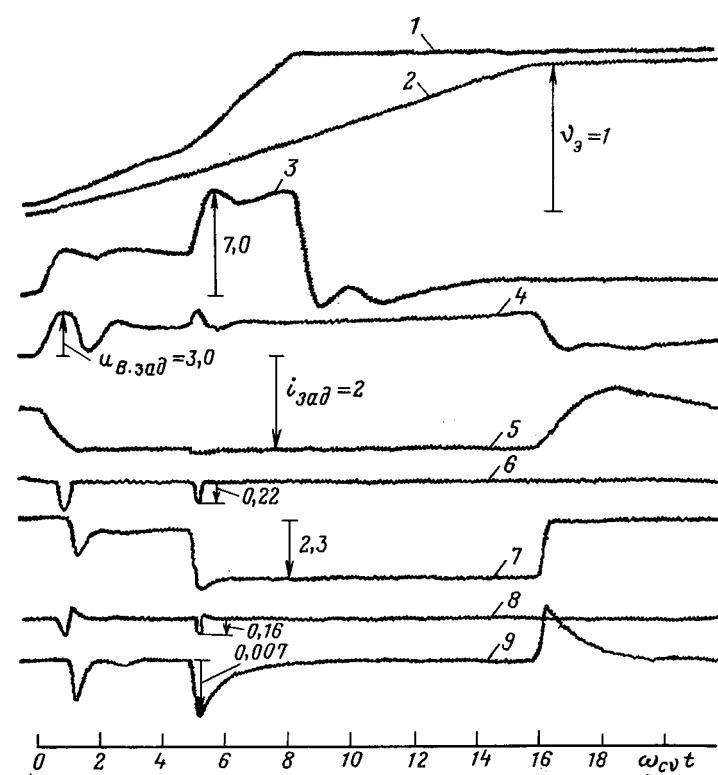


Рис. 5. Кривые разгона с ограничениями при наборе темпа разгона: 1, 2 — эталон; 3, 4 — задание возбуждения генератора; 5 — задание тока; 6, 7 — выход РО возбуждения тока; 8, 9 — ошибка ограничения возбуждения тока

было бы при разомкнутом контуре ограничения:

$$\Delta u'_{ji} = \frac{1}{T_{\phi p}} \lambda_{\phi i} W_{\phi, ei} W'_{ji} \Delta a + W'_{ji} \Delta v_{tr, pi} + \Delta z_{ji};$$

$$\Delta z_{ji} = \sum_{l=1}^k W_{yl} W_{li} \Delta y_{li},$$

где $W_{3, oji}$ — передаточная функция замкнутого контура ограничения.

В (10) W_{1ji} определяется в соответствии со схемой рис. 2. Например, при $j=1$ с учетом того, что $1-W_{3ji} \approx 0$, можно получить приближенное выражение:

$$W_{1ji} \approx \frac{W_{3ji}}{j-1} \cdot \frac{W_{3(j-1)i}}{\prod_{n=1}^{j-1} W_{oni}} \quad (11)$$

При выборе передаточной функции РО [в соответствии с (9) имеем

$$1-W_{3.0ji} = \frac{pT_{0ji}(p\tau_{0ji}+1)}{pT_{0ji}(p\tau_{0ji}+1)} \approx \frac{pT_{0ji}}{pT_{0ji}+1} \quad (12)$$

Рассмотрим отработку приращения сигнала $\Delta v_{t,p}$ технологического регулятора, который должен создать, например, соответствующую разность выходных сигналов Δx_i и Δx_n САР i и n . Предполагаем, что САР имеют идентичную настройку, т. е. $W_{3i} = W_{3n}$. При разомкнутом контуре ограничения $\Delta x_n = 0$

$$\Delta x_i - \Delta x_n = W_{3i} \Delta v_{t,p} \quad (13)$$

При замкнутом контуре ограничения в соответствии со схемой рис. 4 и соотношениями (10) получим:

$$\Delta x_i - \Delta x_n = [(1-W_{3.0ji}) - W_{3.0in}W_{3n}] \Delta v_{t,p} \quad (14)$$

Соотношения (13) и (14) идентичны, т. е. отработка сигнала технологического регулятора при ограничении осуществляется точно так же, как и без ограничения.

Достоинством рассмотренного способа ограничения путем «отсечки» является то, что при этом строго обеспечивается неразмыкаемость контуров регулирования СПР и работы САР с расчетной передаточной функцией. Однако ограничение осуществляется при этом с ошибкой, зависящей от характеристик контуров ограничения.

В режиме ограничения эталон по существу «следит» за выходным сигналом САР, в которой ограничивается координата.

Возможно построение структуры, в которой функции ограничения координаты и «слежения» эталона осуществляются раздельно. Это может быть обеспечено при сохранении типовых ограничений регуляторов СПР охватом этих регуляторов через звенья с ЗН (на рис. 1 показано пунктиром) и подключением выходов этих звеньев к ФЭ. При таком построении обеспечива-

ется точное ограничение выходных сигналов регуляторов и «слежение» эталона с некоторой ошибкой за выходным сигналом соответствующей САР. При этом на отработку сигналов технологических регуляторов в режиме ограничения координат влияет инерционность замкнутого контура слежения эталона в отличие от ограничения путем «отсечки».

Для проверки результатов синтеза РО был выполнен расчет на АВМ САР скоростей электроприводов валков СХП. При расчете РО тока был представлен в виде пропорционально-интегрирующего звена, РО задания возбуждения — в виде последовательно соединенных пропорционально-инерционного звена по структуре рис. 3.

На рис. 5 представлен результат расчета режима разгона с ограничениями при наборе темпа разгона. Для большей наглядности приведены осциллограммы при отключенном ограничении (кривые 1, 3). В начале разгона во время нарастания задания тока осуществляется ограничение задания возбуждения, далее ограничивается задание тока. Из кривых 8 и 9 видно, что ошибка ограничения имеет знакопеременный характер, т. е. обеспечивается работа регуляторов ограничений в соответствии с указанными выше условиями.

Рассмотренный способ ограничения координат САР через общее задание скорости внедрен в системе управления непрерывного пятиклетевого стана холодной прокатки «1700» в системе электрической синхронизации нажимных винтов непрерывного четырехклетевого СХП «1300», а также использован при проектировании систем управления ряда СХП.

Следует отметить, что ограничение координат воздействием на задающий сигнал может плодотворно применяться не только для САР согласовано управляемых механизмов, но также и для отдельных САР.

Так, например, использование ограничения тока через задание скорости в САР электропривода с реверсом поля двигателя [2] позволило существенно повысить качество работы и область использования такого электропривода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фишбейн В. Г. Расчет систем подчиненного регулирования вентильного электропривода постоянного тока. — М.: Энергия, 1972.
2. Регулирование вентильного электропривода постоянного тока с реверсом поля двигателя/А. С. Валдырев, А. М. Вейнгер, Б. Н. Дралюк, В. В. Кармана. — Электричество, 1973, № 11. [25.12.81]

УДК 621.771.2:62-52

Контроль электрического и технологического оборудования прокатных станов

БОГАЕНКО И. Н., доктор техн. наук, БУРЛАКОВ М. В., канд. техн. наук

Киев

Создание автоматизированных систем управления технологическим процессом (АСУ ТП) прокатного производства является одной из основных задач технического прогресса металлургической промышленности и позволяет существенно повысить качество выпускаемой продукции, снизить трудовые затраты. Однако при этом возникает важная задача обеспечения надежности функционирования как оборудования прокатного стана, так и средств АСУ ТП. Эффективным решением этой задачи является контроль и диагностирование состояния оборудования и средств АСУ в процессе их эксплуатации.

Анализ показывает, что эти задачи можно разделить на две основные группы:

контроль и диагностирование основного электрического и технологического оборудования прокатного стана;

контроль и диагностирование средств АСУ.

Наиболее узкими звеньями средств управления прокатным станом являются датчики и вычислительные средства обработки информации, используемые в контурах управления. При этом наименьшие затраты на диагностирование, как показывает анализ, будут в том случае, если основные функции по контролю и диагностированию средств АСУ непосредственно возложить на вычислительные комплексы АСУ. Что касается задач диагностирования собственно вычислительных комплексов, то они во многом подобны тем, которые традиционно решаются при само-

диагностике средств обработки информации¹. Контроль технологических датчиков также будет упрощен в этом случае, так как вычислительные комплексы АСУ, используемые в контурах управления, обладают необходимой информацией о протекании технологического процесса, диапазонах и скорости изменения уровня сигнала на выходах этих датчиков.

В настоящее время важной и актуальной задачей в прокатном производстве является разработка систем технического диагностирования (СТД) основного электрического и технологического оборудования прокатного стана. Это связано прежде всего со сложностью ее реализации, а также с необходимостью обеспечения высокого коэффициента использования оборудования. Задача по контролю и диагностированию оборудования прокатного стана является весьма сложной из-за необходимости контроля не только технологического оборудования, но и электрооборудования, что, естественно, приводит к большому числу контролируемых параметров (несколько тысяч для широкополосного стана горячей прокатки), сложности выполняемых функций по контролю и диагностированию, влиянию протекающего процесса прокатки на состояние оборудования. При этом территориальная разобщенность объекта

¹ Гуляев В. А., Макаров С. М., Новиков В. С. Диагностика вычислительных машин. — Киев: Техника, 1981.

диагностирования обуславливает требование децентрализации системы. Необходимой базой для создания децентрализованных средств сбора и предварительной обработки диагностической информации в настоящее время могут быть микропроцессорные средства.

Анализ существующих СТД оборудования прокатных станов показывает недостаточную их эффективность из-за ограниченности выполняемых функций по контролю и диагностированию, сводящихся, по существу, к регистрации аварийных состояний и анализу предшествующих событий, повлекших за собой аварию (СТД фирмы СИМЕНС, ФРГ, объединения МЕРАСТЕП, Польша и др. [2]).

Основные недостатки существующих систем контроля и диагностирования: функции диагностирования возлагаются на оператора; недостаточное внимание уделяется прогнозированию аварийных ситуаций, что позволило бы предупредить возникновение и распространение аварии; не учитывается опыт эксплуатации оборудования стана, что исключает выявление типичных аварийных ситуаций; отсутствует связь функций сбора и предварительной обработки информации с технологическим процессом, что приводит к завышенной частоте опроса вводимых в систему сигналов и большим объемам выдаваемой информации; СТД ориентируется на конкретный объект диагностирования, что обуславливает высокую стоимость ее разработки.

Анализ основных функций, выполняемых СТД, показывает, что большинство из них являются типичными для контроля и диагностирования электрического и технологического оборудования прокатных станов различных типов. Учитывая это, при разработке СТД целесообразно ставить задачу создания проблемно-ориентированного комплекса контроля и диагностирования оборудования прокатных станов. При этом его необходимо ориентировать на широкополосный стан горячей прокатки (ШСГП), как наиболее сложный объект диагностирования, хотя принципы, закладываемые в систему, должны предполагать возможность ее использования и для диагностирования других типов станов.

На рис. 1 приведена структурная схема универсальной СТД. Система состоит из двух уровней. Нижний уровень, предназначенный для сбора и предварительной обработки диагностической информации, построен на базе микропроцессорного комплекса технических средств (КТС) ЛИУС-2, предназначенного для сбора и обработки технологической информации от объектов АСУ. Этот комплекс ЛИУС-2 имеет модульную структуру, обладает большим набором унифицированных средств связи с объектом и в настоящее время начинает широко использоваться на практике при автоматизации различного рода технологических процессов [3].

Основной принцип построения нижнего уровня СТД — территориально-функциональный, который состоит в том, что каждое локальное устройство сбора и предварительной обработки информации (УСПОИ) рис. 1, построенное на базе средств ЛИУС-2, осуществляет сбор информации от близлежащих контролируемых точек объекта, входящих в единый функциональный узел. К примеру, для широкополосного стана горячей прокатки можно выделить три основных функциональных узла: черновая группа клетей, чистовая группа клетей, моталки. При этом функциональные связи, существующие между этими точками, должны по возможности замыкаться на один УСПОИ. Такое построение позволяет минимизировать как информационные потоки, поступающие от объекта, так и длину и емкость каналов связи. В этом случае появляется возможность использовать лишь радиальные связи между средствами нижнего и верхнего уровня СТД, что существенно упрощает программное обеспечение нижнего уровня.

Анализ задач предварительной обработки диагностической информации, решаемых на нижнем уровне, показывает, что все их можно разбить на отдельные группы, каждая из которых выполняет характерные ей функции. Причем эти задачи не зависят от привязки к конкретному объекту. Для прокатного стана можно выделить следующие основные группы задач: контроль электрических цепей защиты и аварийных датчиков; контроль ключей операторов; контроль токов двигателей основных приводов и рольгангов; контроль и прогнозирование повышения температуры элементов двигателей и подшипников; контроль давления масла и сжатого воздуха в магистралях; контроль крутящих моментов основных электроприводов и давления валков клетей на металл.

Для каждой из рассмотренных групп задач разрабатывается программный модуль, причем привязка к конкретному объекту диагностирования заключается в задании списка фактических параметров этих подпрограмм.

Учитывая то, что нижний уровень строится на базе микро-

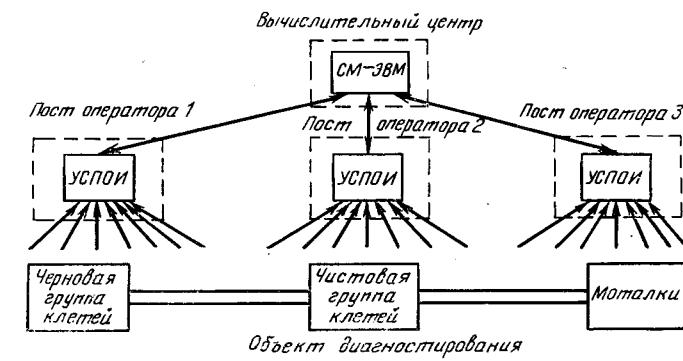


Рис. 1

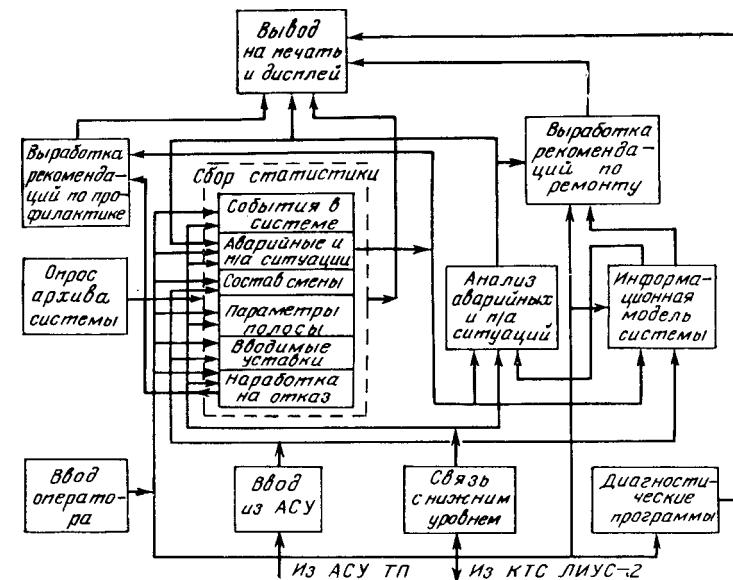


Рис. 2

процессорной техники, появляется возможность заменить обобщающий опрос датчиков, который традиционно используется в существующих СТД, другими, более эффективными, методами съема информации. При этом для контроля дискретных параметров целесообразно использовать унифицированные инициативные элементы ввода двухпозиционных сигналов, имеющиеся в номенклатуре КТС ЛИУС-2. Ряд датчиков с аналоговым выходом опрашивается циклически с фиксированной, наперед заданной частотой, либо с переменной, в зависимости от условий протекания технологического процесса. Для последнего случая предусмотрена разработка специальной подпрограммы синхронизации, которая будет вводить «флажок» на опрос того или иного датчика в каждом цикле опроса в зависимости от хода технологического процесса, например, от прохождения полосы металла по линии стана. Использование инициативных элементов ввода и элементов опроса, а также учет влияния протекающего технологического процесса дает возможность, с одной стороны, оперативно реагировать на изменение состояния контролируемого оборудования, а с другой, — минимизировать требуемые для этого вычислительные ресурсы.

Построение технических и программных средств описанной подсистемы нижнего уровня СТД позволяет упростить и уделить привязку системы к конкретному объекту диагностирования. Учитывая то, что КТС ЛИУС-2 включает широкую номенклатуру модулей и элементов, позволяющих компоновать различные конфигурации АСУ ТП, в целом такой подход позволяет говорить о создании агрегированных программно-технических средств сбора и предварительной обработки диагностической информации от оборудования прокатного стана.

Собранные и обработанные на нижнем уровне информация поступает на верхний уровень СТД, построенный на базе комплекса СМ-ЭВМ. При этом поступающую информацию можно разделить на два вида: информация об аварийных и предаварийных ситуациях, возникающих на объекте диагностирования,

выдаваемая по инициативе нижнего уровня и рабочая информация о состоянии оборудования прокатного стана, запоминаемая на нижнем уровне и поступающая в СМ ЭВМ по инициативе верхнего уровня. Наличие этой информации объясняется необходимостью уточнения как состояния объекта диагностирования, так и выявления предыстории возникновения и распространения аварии.

Программное обеспечение верхнего уровня СТД также строится по модульному принципу на базе агрегатных средств программного обеспечения (АСПО), позволяющих генерировать операционные системы различных конфигураций [4]. На рис. 2 приведена схема функционирования верхнего уровня СТД. Одним из основных модулей его программного обеспечения является информационная модель системы, в которой отражены функциональные связи между контролируемыми параметрами и состоянием отдельных узлов и механизмов объекта диагностирования. Наличие информационной модели системы позволяет осуществить как привязку к конкретному объекту, так и диагностировать его состояние.

В простейшем случае в качестве таких связей могут быть зависимости между первоначальной отключением какой-либо электрической цепи и последовательностью срабатывания в нее двухпозиционных датчиков. В более сложных случаях в информационной модели будут заложены связи, возникающие в различных узлах системы с учетом нормального протекания технологического процесса и различного рода его отклонениях. Для той цели предусмотрен ввод информации от АСУ ТП стана. В Целом эти связи, учитывая сложность объекта диагностирования и большое число контролируемых параметров, могут быть весьма сложными. В связи с этим, в математическом обеспечении СТД предусмотрено создание архива системы, где будет осуществляться сбор статистики как по контролю функционирования об-

рудования стана, так и его эксплуатации. Цель создания архива системы заключается в выявлении статистических и детерминированных зависимостей между диагнозами и признаками, которые заранее затруднительно определить, с целью диагностирования аналогичных ситуаций в будущем.

Основные функции описанной СТД: фиксация аварийных и предаварийных состояний оборудования с локализацией места аварии и выдаче рекомендаций по ее устранению или предупреждению; фиксация всех событий, происходящих на стане, и выдача протокола изменения состояний объекта; опрос состояния оборудования стана по инициативе обслуживающего персонала; сбор статистики о работоспособности оборудования стана и обслуживающего персонала, создание архива системы; выдача рекомендаций на проведение профилактических работ с целью замены профилактикой по срокам профилактикой по состоянию оборудования.

Территориально микропроцессорные комплексы нижнего уровня СТД целесообразно располагать на постах операторов, а СМ ЭВМ — в вычислительном центре. При этом средства связи с обслуживающим персоналом должны иметь непосредственную связь с верхним уровнем.

Таким образом, система технического диагностирования электрического и технологического оборудования прокатного стана должна представлять собой комплекс унифицированных технических и программных модульных средств, позволяющих осуществить привязку к конкретному объекту диагностирования посредством выбора номенклатуры и проектной компоновки этих средств, а также разработки информационной модели объекта диагностирования и выбора конкретных параметров программных модулей. Описанный подход позволит свести к минимуму процесс проектирования СТД, ее привязки к объекту диагностирования и отладки.

[07.04.82]

УДК 621.365.2.001.24

Расчет электрических параметров и режимов дуговых сталеплавильных печей

ИГНАТОВ И. И., канд. техн. наук,
ХАИНСОН А. В., инж.

Москва

Основным направлением развития дуговых сталеплавильных печей (ДСП) является создание высокомощных крупнотоннажных печей. При проектировании ДСП повышенной мощности необходимо проводить детальное сравнение и тщательный анализ различных вариантов исполнения вторичного токопровода, исследовать влияние параметров электропечного контура на электрические режимы, выбирать рациональные режимы эксплуатации ДСП.

Наиболее эффективным и экономически выгодным методом исследования при проектировании сложных дорогостоящих установок является метод математического моделирования с использованием ЭВМ. На основании математической модели проектируемого объекта, позволяющей производить расчеты с требуемой точностью, определяют рациональную конструкцию и основные параметры будущего объекта, исследуют различные режимы его работы.

Моделирование процессов в электрическом контуре ДСП может осуществляться с различной точностью. Наиболее точные результаты достигаются при рассмотрении трехфазной несимметричной цепи и учете несинусоидальности напряжения дуг. При этом мгновенные значения токов и напряжений в фазах и дугах определяются из решения системы дифференциальных уравнений, описывающих процессы в электрической цепи ДСП. При определенных предположениях о форме напряжения дуги (прямоугольная, трапецидальная) решение этой системы может быть получено методами гармонического анализа [1] и представлено в виде тригонометрического ряда. В последнее время получили развитие методы расчета мгновенных значений токов в цепи ДСП с использованием АВМ [2] и ЦВМ [3]. В этих работах форма вольт-амперной характеристики (ВАХ) дуги предполагается неизменной в течение всей плавки. Значения активных сопротивлений и собственных и взаимных индуктивностей фаз, являющиеся коэффициентами в рассматриваемой системе дифференциальных уравнений, рассчитываются неза-

висимо от процессов в электрической цепи и принимаются постоянными. В статье описывается математическая модель электрического контура ДСП, построенная с учетом взаимосвязи параметров вторичного токопровода и электрических режимов работы печи, а также условий горения дуг.

Наиболее важным элементом в электрическом контуре ДСП является электрическая дуга, определяющая работу печи и характер процессов в электропечном контуре. Поскольку ВАХ дуги зависит от параметров электрического контура, режимов работы ДСП и условий теплообмена в рабочем пространстве печи, представляется целесообразным (особенно на этапе проектирования) описывать дугу дифференциальным уравнением. Включив это уравнение в систему уравнений электрической цепи ДСП, можно учесть зависимость ВАХ дуги от процессов в электропечном контуре.

Известно несколько теоретических моделей электрической дуги, основанных на тех или иных физических предположениях и приводящих к обыкновенному дифференциальному уравнению, связывающему ток и падение напряжения на дуге [4]:

$$\frac{1}{g(t)} \frac{dg(t)}{dt} = F(i, g, t), \quad (1)$$

где $g(t) = i(t)/u_d(t)$ — проводимость дуги; $u_d(t)$ — напряжение дуги; вид функции F определяется предположениями, лежащими в основе теоретической модели.

Для мощных ДСП характерно, что действующее значение напряжения дуги практически постоянно при неизменной длине дуги, т. е. не зависит от действующего значения тока [5,6]. При этом предположении уравнение (1) может быть записано в виде

$$\frac{\Theta}{g(t)} \frac{dg(t)}{dt} = \frac{i^2(t)}{g^2(t) U_d^2} - 1, \quad (2)$$

где θ — постоянная времени, характеризующая тепловую инерционность дуги; U_d — действующее значение напряжения дуги.

Уравнение (2) по форме совпадает с известным уравнением Касси [7] и может быть получено также из нелинейной модели каналовой дуги [8] при показателе нелинейности $k=1$. Отметим, что в предельном случае при $\theta=0$ решению уравнения (2) соответствует прямоугольная форма напряжения дуги $u_d(t)=U_{d\text{sign}}[i(t)]$, часто используемая при расчетах электрической цепи ДСП.

Трехфазная схема замещения электропечного контура ДСП представлена на рис. 1. С учетом уравнения (1) для этой схемы замещения может быть составлена следующая система уравнений относительно токов в электродах $i_k(t)$ и проводимостей дуг $g_k(t)$ ($k=1, 2, 3$):

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_2 + i_3 &= 0; \\ i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} + \frac{i_1}{g_1} - i_2 R_2 - \\ &- L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{12} \frac{di_1}{dt} - M_{23} \frac{di_3}{dt} - \frac{i_2}{g_2} = u_{12}; \\ i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} + \frac{i_2}{g_2} - i_3 R_3 - \\ &- L_3 \frac{di_3}{dt} - M_{13} \frac{di_1}{dt} - M_{23} \frac{di_2}{dt} - \frac{i_3}{g_3} = u_{23}; \\ \frac{dg_1}{dt} &= \frac{g_1}{\theta} \left(\frac{i_1^2}{g_1^2 U_{d1}^2} - 1 \right); \\ \frac{dg_2}{dt} &= \frac{g_2}{\theta} \left(\frac{i_2^2}{g_2^2 U_{d2}^2} - 1 \right); \\ \frac{dg_3}{dt} &= \frac{g_3}{\theta} \left(\frac{i_3^2}{g_3^2 U_{d3}^2} - 1 \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь R_k , L_k и M_{kk1} — активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности фаз вторичного токопровода, включая сопротивления и индуктивности обмоток трансформатора, приведенные к низкой стороне ($k, k_1=1, 2, 3$); u_{12} , u_{23} — линейные напряжения на вторичных обмотках электропечного трансформатора; U_{dk} — действующие значения напряжений на дугах; θ — постоянная времени дуги.

Решение системы дифференциальных уравнений (3) дает возможность рассчитать все величины, характеризующие электрический режим работы ДСП: действующие значения токов i_k и напряжений U_k в фазах, активных P_k , P_{dk} и полных S_k , S_{dk} мощностей фаз и дуг:

$$\left. \begin{aligned} I_k &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_k^2(t) dt}; \quad U_k = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_k^2(t) dt}; \\ P_k &= \frac{1}{T} \int_0^T i_k(t) u_k(t) dt; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$P_{dk} = \frac{1}{T} \int_0^T i_k(t) u_{dk}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_k(t) \frac{i_k^2(t)}{g_k(t)} dt;$$

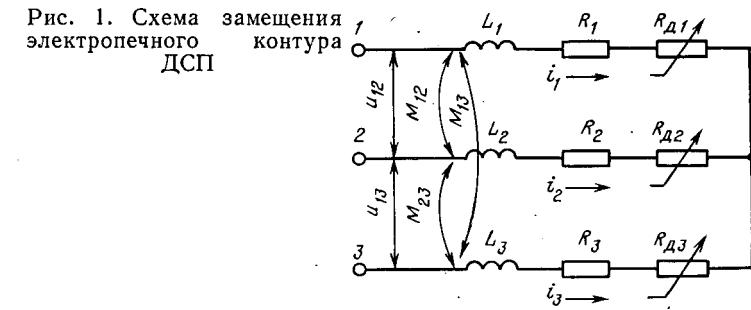
$$S_k = I_k u_k; \quad S_{dk} = I_k u_{dk}, \quad k = 1, 2, 3,$$

где T — значение периода; $u_k(t)$ — падение напряжения в фазе:

$$u_k = R_k i_k + \sum_{k_1=1}^3 M_{kk_1} \frac{di_{k_1}}{dt} + \frac{i_k}{g_k}, \quad L_k = M_{kk}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Достоверность результатов решения системы (3) во многом определяется точностью, с которой известны параметры электрического контура R_k , L_k , M_{kk1} . Остановимся более подробно на расчете активных сопротивлений, собственных и взаимных индуктивностей фаз схемы замещения.

Вторичный токопровод ДСП состоит из нескольких участков — шинного пакета, гибких кабелей, трубошин электрододержателей, электродов. Каждый участок включает три пакета параллельно соединенных проводников, по которым протекают



токи одной фазы. Любой проводник вторичного токопровода может быть определен тремя индексами k, n, j , где k — номер фазы, n — номер участка, к которому относится проводник, j — номер проводника в пакете. Значения активных сопротивлений R_{knj} , собственных L_{knj} и взаимных $M_{knj k_1 n_1 j_1}$ индуктивностей проводников вторичного токопровода рассчитываются на ЭВМ [9]. Электрические параметры пакетов параллельно соединенных проводников могут быть выражены через токи в проводниках i_{knj} и значения R_{knj} , L_{knj} и $M_{knj k_1 n_1 j_1}$:

$$R_{kn} = \frac{\sum_{j=1}^{J(k, n)} R_{knj} i_{knj}^2}{\left(\sum_{j=1}^{J(k, n)} i_{knj} \right)^2}; \quad (6)$$

$$M_{knk_1 n_1} = \frac{\sum_{j=1}^{J(k, n)} \sum_{j_1=1}^{J(k_1, n_1)} i_{knj} i_{k_1 n_1 j_1} M_{knj k_1 n_1 j_1}}{\left(\sum_{j=1}^{J(k, n)} i_{knj} \right) \left(\sum_{j_1=1}^{J(k_1, n_1)} i_{k_1 n_1 j_1} \right)},$$

$$L_{kn} = M_{knk_1 n_1}; \quad k, k_1 = 1, 2, 3; \quad n, n_1 = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

где R_{kn} , L_{kn} и $M_{knk_1 n_1}$ — активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности пакетов соответственно; $J(k, n)$ — число проводников в пакете; N — число участков.

Активные сопротивления R_k , собственные L_k и взаимные M_{kk1} индуктивности фаз схемы замещения (см. рис. 1) складываются из сопротивлений и индуктивностей фаз трансформатора и участков вторичного токопровода:

$$R_k = R_{T k} + \sum_{n=1}^N R_{kn}; \quad (8)$$

$$L_k = L_{T k} + \sum_{n=1}^N L_{kn} + \sum_{n=1}^N \sum_{n_1=1}^N M_{knk_1 n_1}; \quad (9)$$

$$M_{kk_1} = \sum_{n=1}^N \sum_{n_1=1}^N M_{knk_1 n_1}, \quad (10)$$

где $R_{T k}$ и $L_{T k}$ — сопротивления и индуктивности фаз электропечного трансформатора, приведенные к низкой стороне напряжения.

Для расчета токов в отдельных проводниках рассмотрим пакет параллельно соединенных проводников, по которым протекает ток одной фазы. На основании законов Кирхгофа для каждого пакета можно записать $J(k, n)$ уравнений (проводник с индексом $kn1$ принят за опорный):

$$\begin{aligned} i_{kn1} R_{kn1} + \sum_{k_1=1}^3 \sum_{n_1=1}^N \sum_{j_1=1}^{J(k_1, n_1)} M_{kn_1 k_1 n_1 j_1} d i_{k_1 n_1 j_1} / dt - \\ - i_{knj} R_{knj} - \sum_{k_1=1}^3 \sum_{n_1=1}^N \sum_{j_1=1}^{J(k_1, n_1)} M_{knj k_1 n_1 j_1} d i_{k_1 n_1 j_1} / dt = 0, \\ i_k = \sum_{j=1}^{J(k, n)} i_{knj}; \quad k = 1, 2, 3; \quad n = 1, 2, \dots, N; \\ j = 2, 3, \dots, J(k, n). \end{aligned} \quad (11)$$

Совместное решение систем (3) и (11) дает возможность полностью рассчитать электрические параметры и режимы ДСП. Расчет может производиться следующим образом: задав принят-

тые в качестве начального приближения токи в фазах $i_k(t)$, решаем систему (11) и по формулам (6)–(10) находим R_k , L_k и M_{kk1} . Подставив полученные значения параметров в систему (3), определяем новые $i_k(t)$, которые используются для нахождения уточненного решения (11) и корректировки значений R_k , L_k и M_{kk1} .

В расчетах в качестве начального приближения рассматривалось решение для режима короткого замыкания. В этом случае фазные токи $i_k(t)$ синусоидальны, и периодическое решение систем (3) и (11) может быть получено из решения соответствующих систем линейных алгебраических уравнений относительно комплексов токов в фазах I_k и в проводниках i_{knj} . Проведенные расчеты показали, что уточнение параметров R_k , L_k и M_{kk1} по сравнению с начальным приближением, достигаемое при поворотном решении (11), не превосходит 1–2 %. Это объясняется тем, что в выражения (6), (7) входят отношения токов в проводниках i_{knj} к токам в электродах i_k , числители и знаменатели которых изменяются согласованно в силу (11). Другая причина заключается в том, что в крупных ДСП на участках вторичного токопровода, на которые приходится основная часть активных сопротивлений и индуктивностей электропечного контура (гибкие кабели, трубопроводы, электродержатели, электроды), проводники разных фаз удалены друг от друга и, следовательно, мало влияют на токораспределение между проводниками одной фазы.

Программное обеспечение описанной математической модели реализовано на ЭВМ БЭСМ-6 и состоит из комплекса программ на языках АЛГОЛ и ФОРТРАН.

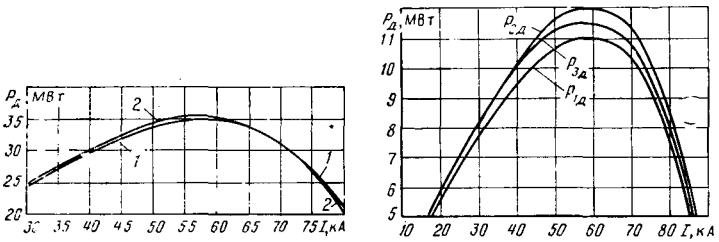
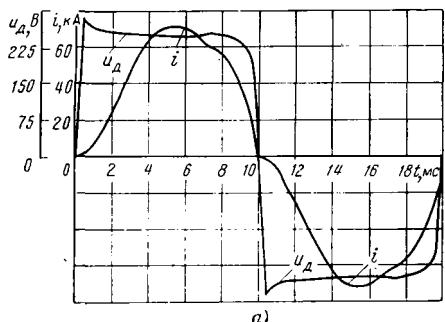
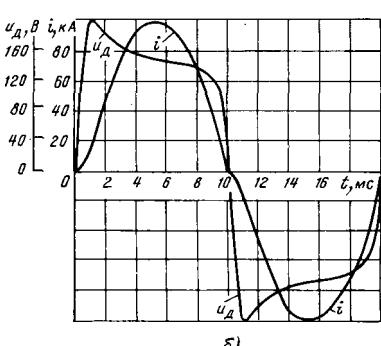


Рис. 2. Зависимость суммарной активной мощности дуг от тока: 1 — расчет, 2 — измерения

Рис. 3. Зависимости активных мощностей дуг от среднего тока при поддержании равных по фазам действующих напряжений дуг печи ДСП-100 НЗА



a)



б)

Рис. 4. Ток и напряжение дуги: а — в начале периода расплавления; б — в конце периода расплавления

Таблица 1

Фаза	Ток, кА	Эквивалентное сопротивление, МОм		
		активное	реактивное	полное
1	80,79	0,11	3,67	3,67
	82,9	0,24	3,65	3,66
	87,78	0,31	3,38	3,39
	88,0	0,38	3,32	3,34
	80,32	0,51	3,67	3,69
	80,4	0,54	3,58	3,62
2	82,96	0,31	3,57	3,58
	83,70	0,39	3,51	3,53
Среднее				

Приложение. В числителе — данные расчета, в знаменателе — данные измерений.

Таблица 2

Фаза	Действующее значение		Мощность дуги, МВт		Коэффициент	
	тока, кА	напряжения, В	активная	полная	мощности дуги	формы тока
1	52,62	240,0	11,27	12,58	0,89	11,22
	53,15	240,6	10,54	12,09	0,87	11,61
	56,55	230,0	11,67	12,93	0,90	11,14
	57,39	232,0	11,26	12,62	0,89	11,15
	53,04	250,0	11,69	13,17	0,90	11,13
	53,46	250,1	10,83	12,41	0,87	11,06

Приложение. В числителе — данные расчета, в знаменателе — данные измерений.

Проверка адекватности модели процессам в электропечном контуре реальной установки осуществлялась для печи ДСП-100 НЗА. Результаты расчетов и данные измерений для режима короткого замыкания на 16-й ступени электропечного трансформатора ($U_n=514$ В) представлены в табл. 1.

Приведенные результаты показывают хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных. Некоторое расхождение в значениях эквивалентных активных сопротивлений фаз (вычисленных с учетом электромагнитного переноса мощности между фазами) объясняется тем, что при моделировании не учитывались контактные сопротивления проводников вторичного токопровода. Отметим, что из-за малости активного сопротивления по сравнению с реактивным эта погрешность мало влияет на значение полного сопротивления.

Для проверки адекватности разработанной модели в действующем режиме была проведена обработка результатов измерений мгновенных значений токов и напряжений¹. Исходными данными для расчета служили кривые токов фаз $i_k(t)$, снятые с высокой стороны печеного трансформатора и кривые напряжений $u_{fk}(t)$, снятые со стороны низкого напряжения с неподвижных башмаков гирлянды гибких кабелей.

Напряжения дуг рассчитывались по формуле:

$$u_{k\text{д}} = u_{fk} - R_{fk} i_k - \sum_{n=1}^3 M_{fk\text{н}} di_n / dt, \quad k = 1, 2, 3; \\ L_{fk} = M_{fk\text{н}}, \quad (12)$$

где R_{fk} , L_{fk} , $M_{fk\text{н}}$ — активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности фаз на участках от неподвижных башмаков до дуг.

В расчетах $R_{f1}=R_{f2}=R_{f3}=0,37$ МОм, $L_{f1}=L_{f3}=15,06$ мкГ, $L_{f2}=14,42$ мкГ, $M_{f12}=M_{f21}=M_{f23}=M_{f32}=4,56$ мкГ, $M_{f13}=M_{f31}=3,88$ мкГ.

Постоянная времени дуги определялась по формуле

$$\theta = -g(t) / \left. \frac{dg(t)}{dt} \right|_{t=0}, \quad (13)$$

где за момент времени $t=0$ принят момент перехода тока через

¹ Измерения проводились под руководством к. т. н. В. И. Дрогина.

нулевое значение. Проведенная обработка показала, что в процессе расплавления постоянная времени возрастает с 80—100 мкс в начале периода до 500—550 мкс в конце периода. В периоды окисления и рафинировки условия горения дуги лучше, и θ по сравнению с периодом расплавления увеличивается.

В табл. 2 приведены результаты расчетов на математической модели и обработки измерений в начале плавки. При моделировании использовались следующие параметры фаз: $R_1=R_2=R_3=0,4$ Мом, $L_1=L_3=15,97$ мГ, $L_2=15,33$ мГ, $M_{12}=M_{21}=M_{32}=4,58$ мГ, $M_{13}=M_{31}=3,89$ мГ; действующие значения линейных напряжений с низкой стороны электропечного трансформатора $U_{12}=U_{23}=U_{31}=573$ В, постоянная времени $\theta=200$ мкс.

В выражение для напряжений дуг (12) входят производные от токов в фазах, что существенно повышает чувствительность результатов расчетов по отношению к незначительным колебаниям токов и погрешностям измерений. Точность измерений с низкой стороны электропечного трансформатора ограничивается рядом причин: электромагнитным воздействием токов, протекающих в проводниках вторичного токопровода, на измерительный контур, несопадением нулевых точек в измерительной и рабочей цепях электропечной установки. (Нулем трехфазной цепи ДСП является ванна печи.) С учетом сделанных замечаний совпадение результатов моделирования и обработки данных измерений является вполне удовлетворительным.

Возможности описанной математической модели могут быть проиллюстрированы на рис. 2—4.

Изменение формы кривых напряжения и тока дуги в процессе периода расплавления показано на рис. 4. В начале периода расплавления обычно работают на длинных дугах, что позволяет увеличить диаметр проплавляемых колодцев. Результаты расчета при $\theta=100$ мкс и $U_d=250$ В, представленные на рис. 4, а, показывают, что в начале периода расплавления форма кривой напряжения дуги близка к прямоугольной. В конце периода расплавления условия горения дуг более благоприятны и постоянная времени возрастает. Доплавление металла осуществляется короткими дугами, чтобы уменьшить тепловую нагрузку на стены и свод печи. На рис. 4, б представ-

лены кривые тока и напряжения дуги в рассматриваемый интервал ($\theta=600$ мкс, $U_d=150$ В).

Разработанные методы дают возможность полностью автоматизировать процесс расчета электрических параметров и режимов ДСП и повысить его точность. С помощью описанной математической модели можно осуществлять комплексный анализ и сравнение различных вариантов исполнения вторичного токопровода проектируемых и реконструируемых печей, проводить исследование и оптимизацию электрических режимов ДСП. Созданное математическое обеспечение является эффективным средством снижения сроков и повышения качества проектирования сверхмощных дуговых сталеплавильных печей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макаров Н. А. Электрические цепи и режимы дуговых электропечей. — М.: Энергия, 1975.
2. Математическое моделирование системы автоматического регулирования дуговой сталеплавильной печи во взаимосвязи с трехфазным электропечным контуром/Г. С. Галактионов, В. И. Дрогин, В. И. Ефремов, Г. А. Фарнасов. — Электричество, 1977, № 10.
3. Метод расчета параметров электропечного контура дуговых сталеплавильных печей/В. И. Дрогин, Н. А. Пирогов, А. Н. Попов и др. — Электротермия, 1980, № 9.
4. Новиков О. Я. Устойчивость электрической дуги. — Л: Энергия, 1978.
5. Свенчанский А. Д., Смелянский М. Я. Электрические промышленные печи. Ч. 2. Дуговые печи. — М.: Энергия, 1970.
6. Леушин А. И. Дуга горения. — М.: Металлургия, 1973.
7. Залесский А. М. Электрическая дуга отключения. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
8. Заруди М. Е. Критерии существования и устойчивости стационарных режимов в индуктивной цепи переменного тока с дугой. — Электричество, 1977, № 4.
9. Хайнсон А. В., Трейвас В. Г., Пирогов Н. А. Математическое моделирование вторичного токопровода дуговых электропечей. — Электротехника, 1979, № 11.

[24.03.82]

УДК 621.313.333.2.001.24

Особенности расчета характеристик линейного асинхронного двигателя с массивным магнитопроводом

КОНЯЕВ А. Ю., ПРОСКУРЯКОВ В. С., РЕЗИН М. Г., САРАПУЛОВ Ф. Н.

Свердловск

В [1] изложены методика и результаты исследования линейных асинхронных двигателей (ЛАД) с обмоткой второй части (обмотка уложена в шихтованном ферромагнитном сердечнике). Математическое описание расчетной модели сводится к системе алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, составленных для развернутых магнитных схем замещения машины (МСЗ) и электрических схем замещения участков (ЭСЗ) второй части при условии кусочно-постоянной аппроксимации параметров в пределах зубцового деления (t_z). В большинстве случаев наиболее просто заложить обмотку в пазы ферромагнитного массивного слоя. Кроме того, иногда наиболее подходящей или вынужденной является конструкция второй части в виде ферромагнитного массива [2]. При этом параметры стержня клетки в массиве или стального участка без обмотки представляют собой сложную зависимость от частоты и значения вторичного тока.

Расчет характеристик таких ЛАД с учетом указанных особенностей легко выполнить на основе модели [1], если определенным образом изменить ЭСЗ и соответствующие им уравнения электрического состояния второй части, а уравнения магнитного состояния оставить прежними. Далее приводятся методика расчета и результаты исследования характеристик ЛАД при наличии ферромагнитного массива на второй части. С помощью этой методики возможно также анализировать ЛАД с многоклеточной второй частью или в случае исполнения на последней глубоких пазов сложной формы.

Как известно [3, 4], многоклеточную (или глубокопазную) вторичную часть (участок изображен на рис. 1, а) можно свести

к многослойной структуре, слои рассеяния которой имеют конечную (пропорциональную) индуктивность рассеяния клетки) тангенциальную и бесконечно большую нормальную магнитные проводимости. Токи стержней клеток сосредоточены на нижних границах соответствующих слоев, движущихся со скоростью v . Электрическая схема замещения участка принимает в этом случае вид рис. 1, б). При этом считаем, что тангенциальные потоки

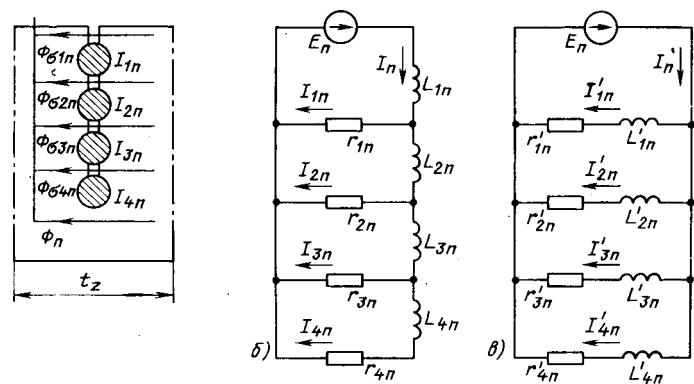


Рис. 1. Участок второй части (а) и его цепные электрические схемы замещения (б, в)

$\Phi_{\sigma, i, n}$, не меняясь в пределах t_z , определяют насыщение каждого слоя и индуктивности рассеяния соответствующих клеток.

Записывая уравнения электрического состояния для стержней клеток по рис. 1, б (при идеальных боковых шинах), в случае четырехклеточной (четырехслойной) вторичной части получаем следующую систему матричных уравнений (для установившегося режима работы):

$$\left. \begin{aligned} [I_1] &= [\gamma_1] [E] - [T_1] [I]; \\ [I_2] &= [\gamma_2] [E] - [T_{1,2}] [I] + [T_2] [I_1]; \\ [I_3] &= [\gamma_3] [E] - [T_{1, \dots, 3}] [I] + [T_{2,3}] [I_1] + [T_3] [I_2]; \\ [I_4] &= [\gamma_4] [E] - [T_{1, \dots, 4}] [I] + [T_{2, \dots, 4}] [I_1] + [T_{3,4}] [I_2] + [T_4] [I_3], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $[E] = -j\omega [\Phi] - [D] [\Phi] v/2t_z$ — вектор э. д. с. в стержнях (слоях); $[D]$ — матрица с ненулевыми элементами типа: $a_{n, n+1} = -a_{n, n-1} = 1$; $[\gamma_i]$ — матрица электрических проводимостей клеток (слоев) с нулевыми элементами $a_{n, n} = 1/r_{i, n}$; $[T_i]$ — матрица постоянных времени с ненулевыми элементами (здесь $T_{i, n} = L_{\sigma, i, n}/r_{i, n}$):

$$\left. \begin{aligned} a_{n, n-1} &= \frac{v}{2t_z} T_{i, n} \frac{L_{\sigma, i, n-1}}{L_{\sigma, i, n}}; & a_{n, n} &= j\omega T_{i, n}; \\ a_{n, n+1} &= \frac{v}{2t_z} T_{i, n} \frac{L_{\sigma, i, n+1}}{L_{\sigma, i, n}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Матрицы $[T_{i, \dots, k}]$ также имеют по три диагонали с ненулевыми элементами

$$\left. \begin{aligned} a_{n, n} &= j\omega T_{i, \dots, k} = j\omega \sum_i^k L_{\sigma, i, k} / r_{k, n}; \\ a_{n, n \pm 1} &= \frac{v}{2t_z} T_{i, \dots, k} \frac{\sum_i^k L_{\sigma, i, n \pm 1}}{\sum_i^k L_{\sigma, i, n}}. \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

При этом полный ток или намагничивающая сила (н. с.) на n -м участке записывается как сумма токов в стержнях клеток (слоях)

$I_n = \sum_1^4 I_{i, n}$. Индуктивности и активные сопротивления клеток (слоев) в общем случае зависят от токов, т. е.

$$\left. \begin{aligned} L_{\sigma, i, n} &= f_i \left(\left| \sum_{i=1}^4 I_{i, n} \right| \right), \\ r_{i, n} &= f'_i \left(\left| \sum_{i=1}^4 I_{i, n} \right| \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Уравнения, аналогичные (1), записываются при любом произвольном количестве клеток (слоев). Для понижения порядка системы вместо (1) можно записать

$$[z] [I] = [\gamma] [E], \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} [z] &= [z''] + ([T_{3,4}] + [T_4] [T_3]) ([T_{1,2}] + [T_2] [T_1]) + [T_4] ([T_{1, \dots, 3}] + [T_{2,3}] [T_1] + ([T_{2, \dots, 4}] [T_1] + [T_{1, \dots, 4}]); \\ [\gamma] &= [\gamma''] + ([T_{3,4}] + [T_4] [T_3]) ([\gamma_2] + [T_2] [\gamma_1]) + [T_4] ([\gamma_3] + [T_{2,3}] [\gamma_1]) + ([T_{2, \dots, 4}] [\gamma_1] + [\gamma_4]); \\ [z''] &= [z'] + [T_3] ([\gamma_2] + [T_2] [\gamma_1]) + ([T_{2,3}] [\gamma_1] + [\gamma_3]); \\ [z'] &= [z_0] + ([T_{1,2}] + [T_2] [T_1]); \\ [\gamma_1'] &= [\gamma_0] + ([\gamma_2] + [T_2] [\gamma_1]); \\ [\gamma''] &= [\gamma'] + [T_3] ([\gamma_2] + [T_2] [\gamma_1]) + ([T_{2,3}] [\gamma_1] + [\gamma_3]); \\ [z_0] &= [I] + [T_1]; \quad [\gamma_0] = [\gamma_1]. \end{aligned}$$

Из рассмотрения приведенных выражений видно, что для

трехклеточного вторичного элемента справедливо (4), но вместо $[z]$ следует подставить $[z'']$, а вместо $[\gamma]$ — $[\gamma']$, для двухклеточного соответственно $[z]$ и $[\gamma']$, для одноклеточного — $[z_0]$ и $[\gamma_0]$. Матрицы $[\gamma_i]$ и $[T_i]$ слабо заполнены, их ненулевые элементы выражаются аналитически, следовательно, можно записать общие аналитические выражения и для ненулевых элементов матриц $[z]$ и $[\gamma]$.

Система уравнения (4) решается совместно с уравнениями магнитного состояния и уравнениями электрического состояния индуктора [1, 2] методом последовательных приближений с корректировкой на каждой итерации элементов матриц $[z]$ и $[\gamma]$ в функции токов в слоях. Схема рис. 1, б может быть преобразована эквивалентным образом к виду рис. 1, в [5]. Например, в случае двухклеточной вторичной части параметры схем связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= (r'_1 L_1'^2 + r'_2 L_2'^2) / (L_1' + L_2')^2; \\ r_2 &= (r'_2 L_1'^2 + r'_1 L_2'^2) r'_1 r'_2 / (r'_1 L_2' - L_1' r'_2)^2; \\ L_1 &= L'_2 L'_1 / (L'_1 + L'_2); \\ L_2 &= (r'_2 L_1'^2 + r'_1 L_2'^2) / (r'_1 L_2' - r'_2 L_1')^2 (L'_1 + L'_2). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В целях упрощения учет насыщения можно производить согласно [6] (особенно при низких скоростях движения) в соответствии с полным тангенциальным потоком на участке вторичной части [2]. При этом зависимости параметров схем замещения от частоты и величины тока можно учитывать раздельно. Это позволяет практически для всех реальных конструкций вторичной части ограничиться двумя параллельными ветвями в схеме на рис. 1. Критерием для эквивалентного сведения реальной конструкции к двухклеточной (двухслойной) модели является идентичность частотных зависимостей полного сопротивления ЭСЗ и участка вторичной части в определяющем диапазоне частот (например, 5—50 Гц).

С помощью изложенной методики были исследованы характеристики ЛАД с короткозамкнутой клеткой, расположенной в прямоугольных пазах массивного магнитопровода, а также с гладкой массивной ферромагнитной вторичной частью. Частотные характеристики участков различных вторичных частей заимствованы в [6], а также рассчитаны методом конечных элементов. Параметры ЭСЗ вторичной части определены методом последовательных приближений аналогично [7]. Например, для массивной ферромагнитной вторичной части, приняв за базисное значение отношения длины к ширине участка $t_z/L = 1$ и $\sqrt{\mu_e/\gamma} = 0,535 \cdot 10^{-5}$ Ом·с^{0,5}, соответствующее напряженности магнитного поля на поверхности массива $H_e = 10^4$ А/м, получим для схемы на рис. 1, в: $r_{1,0} = 4,87 \cdot 10^{-5}$ Ом; $r_{2,0} = 15,72 \cdot 10^{-5}$ Ом; $L_{1,0} = 8,09 \cdot 10^{-7}$ Гн; $L_{2,0} = 1,19 \cdot 10^{-7}$ Гн. При этом параметры ЭСЗ вторичной части с учетом реальных геометрических размеров и значения вторичных токов определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} r'_{i, n} &= r'_{i, 0} \frac{L}{t_z} \left(\frac{I_0}{I_n} \right)^{0,429}; \\ L'_{i, n} &= L'_{i, 0} \frac{L}{t_z} \left(\frac{I_0}{I_n} \right)^{0,429}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $I_0 = H_{e0} t_z$.

Если стальная вторичная часть имеет ограниченную толщину, то ее сопротивление, как и сопротивления ЭСЗ удобно выражать в долях значения полного электрического сопротивления участка массива неограниченной толщины. Относительные параметры ЭСЗ таких ЛАД можно определить по рис. 2 в зависимости от значения Δ^* , равного отношению толщины стальной вторичной части к глубине проникновения электромагнитного поля в ферромагнитный массив при частоте 50 Гц и заданной напряженности H_e .

Для ЛАД с обмотанной вторичной частью наиболее рациональной является такая конструкция, в которой короткозамкнутая обмотка укладывается в прямоугольные пазы массивного магнитопровода. Параметры такой вторичной части зависят от соотношения размеров зубцов и пазов. Если рассчитывать сопротивления участков в долях омического сопротивления эквивалентного проводящего слоя, то параметры участка и его ЭСЗ вторичной части практически не зависят от соотношения ширины

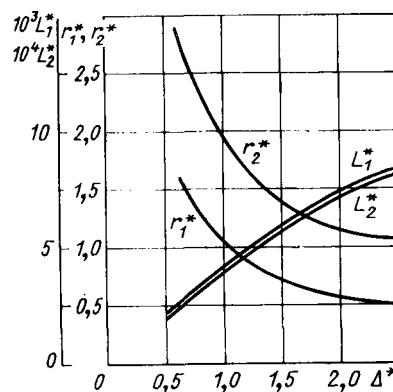


Рис. 2. Относительные параметры ЭСЗ участка стальной вторичной части ограниченной толщины

пазов и ширины зубцов и определяются только глубиной пазов вторичной части ($h_{\text{п}}$). Полученные таким образом относительные параметры ЭСЗ приведены в таблице.

Рассматриваемые машины объединяют наличие ферромагнитного массива на вторичной части, а следовательно, нелинейная зависимость его параметров от значения вторичных токов. Для ЛАД помимо неравномерности распределения магнитного поля и вторичных токов по глубине массива следует учитывать их перераспределение по длине машины, обусловленное действием продольных краевых эффектов. Расчет таких машин на основе методов теории поля не позволяет в полной мере учесть указанные явления и требует существенной идеализации задачи. Например, в [8] параметры вторичной части определяются по среднеквадратичному значению тангенциальной составляющей индукции магнитного поля. В предлагаемой методике расчета на основе МСЗ и ЭСЗ вторичной части неравномерность распределения поля и токов по длине машины учитывается при определении параметров ЭСЗ отдельных участков вторичной части. На рис. 3 показано распределение вторичного тока и соответствующее распределение сопротивления $r_{1,n}$ по длине одного из двухполюсных ЛАД с массивной ферромагнитной вторичной частью. Неучет такого изменения параметров вторичной части приводит к погрешности при расчете характеристик рассматриваемых ЛАД. Например, при исследовании ЛАД с массивной ферромагнитной вторичной частью установлено, что указанные погрешности возрастают с увеличением добротности машины ϵ_0 и уменьшением скольжения (ростом скорости движения вторичной части). Для двигателей с $\epsilon_0=3$ при расчете усилия и к. п. д. погрешности достигали 20–25 % уже при скольжении 0,15.

Достоверность предлагаемой методики определялась при сопоставлении результатов расчетов с экспериментальными данными, полученными на опытных образцах линейных и дугостаторных двигателей мощностью от 1 до 5 кВт. Погрешность расчета тяговых характеристик и технико-экономических показателей исследованных ЛАД не превышает 10–15 % (см., например, [2]).

Рассмотренная методика позволяет решать ряд вопросов, возникающих при проектировании ЛАД, которые не могли быть решены с помощью известных ранее методик. Например, на рис. 4 показаны возможности формирования тяговых и энергетических характеристик ЛАД с добротностью $\epsilon_0=5$ за счет

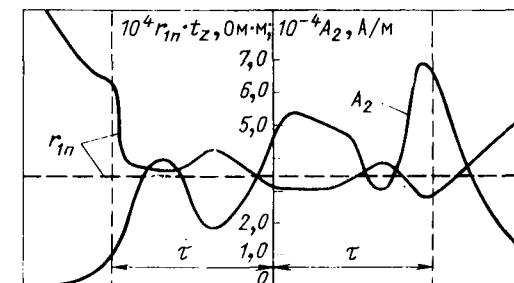


Рис. 3. Кривые распределения вторичного тока ЛАД и соответствующего сопротивления ЭСЗ (сплошные линии): пунктир — значение сопротивления, определенное по среднеквадратичному значению магнитной индукции

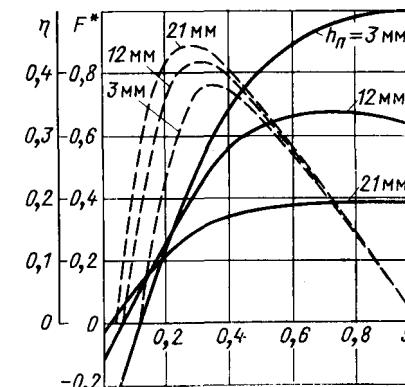


Рис. 4. Зависимость усилия (сплошные линии) и к.п.д. (пунктир) от скольжения при изменении глубины пазов вторичной части

изменения глубины пазов короткозамкнутой вторичной части (усилия F^* приведены в долях от максимального тягового усилия при $h_{\text{п}}=3$ мм).

Методика расчета ЛАД с помощью магнитных и электрических схем замещения реализована в Уральском политехническом институте им. С. М. Кирова в виде программ для ЭВМ ЕС-1020 и используется при исследованиях и проектировании ЛАД для систем промышленного транспорта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Исследование электромагнитных процессов в линейном асинхронном двигателе с обмотанной вторичной частью / Ф. Н. Сарапулов и др. — Электричество, 1979, № 4.
- Линейные двигатели для перемещения труб и трубопрокатного производства / А. Ю. Коняев и др. ЭП. Электрические машины. 1979, № 4 (98).
- Laithwaite E. R. Induction machines for special purposes. — London, 1966.
- Повстень В. А., Макаров И. Е., Сердюков В. А. Некоторые соотношения для параметров цепной схемы замещения стержня ротора короткозамкнутого асинхронного двигателя с вытеснением тока. — Авиационное электрооборудование. — Киев. 1975, вып. 1.
- Клоков В. В., Юринов В. М. Сопоставление эквивалентных схем замещения массивных токоведущих частей электротехнических устройств. — В кн.: Исследование электрических машин большой мощности. — Труды ЛПИ № 367. — Л., 1979.
- Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — Л., М.: Госэнергоиздат, 1949.
- Сивокобыленко В. Ф., Совпель В. Б. О синтезе схем замещения асинхронных машин по частотным характеристикам. — Электричество, 1975, № 7.
- Sakabe S., Imamoto M. Experiment of high speed linear induction motor with a saturable iron secondary. — Electric Machines and Electromechanics. An International Quarterly, 1977, № 2.

Использование активного объема и расчет намагничивающего тока торцевых асинхронных машин

ИГНАТОВ В. А., доктор техн. наук, ЗАБОРА И. Г., СТАВИНСКИЙ А. А., инженеры
Москва

Одной из особенностей электромагнитных процессов в торцевых асинхронных машинах является неравномерность распределения аксиальной составляющей поля в зазоре и активном объеме, вызванная изменением геометрии и магнитных свойств торцевых магнитопроводов вдоль активной длины.

Основным методом расчета и анализа торцевых асинхронных машин является классический метод эквивалентных схем замещения с сосредоточенными параметрами, определяемыми по среднему диаметру активных поверхностей [1—3]. Однако расчет магнитной цепи по среднему диаметру без учета неравномерности распределения индукции приводит к большим погрешностям определения тока холостого хода, индуктивного сопротивления взаимной индукции и других параметров.

В статье исследуется влияние характера распределения электромагнитного поля на использование активного объема и уточняется расчет тока холостого хода.

Магнитопровод торцевых асинхронных машин может быть выполнен витым из стальной ленты, прессованного из магнитодиэлектрика и составным, например, из витого ярма и прессованных из магнитодиэлектрика зубцов [1—3]. В ярме из магнитодиэлектрика магнитная изотропия приводит к некоторому выравниванию распределения поля в активном объеме и зазоре. В магнитопроводе с витым ярмом уравнительное перераспределение поля отсутствует, так как витки ленты разделены слоем изоляции, а уравнительный поток, перпендикулярный плоскости ленты, демпфировался бы вихревыми токами.

Исследование распределения индукции вдоль радиуса проводится с допущениями:

силовые линии поля в ярме и зубцах расположены на поверхностях, коаксиальных оси машины;

поле пазового рассеяния не зависит от насыщения; поверхностный и краевой эффекты не учитываются.

Уравнение магнитной цепи торцевой асинхронной машины:

$$F_{\Sigma} = F_{\delta i} + F_{z1i} + F_{z2i} + F_{a1i} + F_{c2i} = \text{const}, \quad (1)$$

где F_{Σ} — суммарная м. д. с. на пару полюсов; $F_{\delta i}$ — магнитное напряжение воздушного зазора для радиуса R_i ; $F_{z1(2)i}$ и $F_{a1(2)i}$ — соответственно, магнитные напряжения зубцов и ярма статора (ротора) для радиуса R_i .

Поскольку для любого замкнутого контура магнитной силовой линии справедлив закон полного тока, то, задаваясь определенными значениями суммарной м. д. с., методом последовательных приближений по формулам магнитных напряжений элементов магнитопровода можно определить зависимость величин индукций в рабочем зазоре, ярмах и зубцах в зависимости от значения радиуса.

Задача по распределению индукции решается по схеме расчета, изображенной на рис. 1. Определение индукции $B_{\delta n+1}$ в зазоре для заданного радиуса R_i выполняется с $n+1$ приближением по формуле:

$$B_{\delta n+1} = \lambda (F_{\Sigma} - F_{\Sigma n}) + B_{\delta n}, \quad (2)$$

где $\lambda = -5 \cdot 10^{-5}$ — шаг приближения; $F_{\Sigma n}$ — суммарная м. д. с. на пару полюсов, полученная после n -го приближения, рассчитанная по (1).

При этом могут применяться известные выражения магнитных напряжений элементов магнитной цепи. Однако удобнее пользоваться выражениями для магнитных напряжений, представленными в виде функций радиуса и индукции в зазоре, причем для определения магнитных напряжений зубцов и ярма используется известное [4] аппроксимирующее выражение кривой намагничивания:

$$B = \frac{C_B H}{C_H + H}, \quad (3)$$

где C_B и C_H — коэффициенты, определяемые методом выбранных точек.

Выражения магнитных напряжений зазора с учетом коэффициента Картера [5], зубцов и ярма статора (ротора) как функции

индукции и радиуса имеют вид:

$$F_{\delta n i} = \frac{1,6 \delta B_{\delta n}}{(1 - C_1/R_i) (1 - C_2 R_i)}; \quad (4)$$

$$F_{z n 1(2)i} = \frac{C_3 B_{\delta n}}{C_4 (1 - C_5/R_i) - B_{\delta n}}; \quad (5)$$

$$F_{a n 1(2)i} = \frac{C_6 R}{(C_7/R B_{\delta n}) - 1}. \quad (6)$$

В (4) — (6) расчетные коэффициенты C_1 — C_7 определяются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} C_1(2) &= \frac{b_{n1(2)}^2 z_{1(2)}}{2\pi (5\delta + b_{n1(2)})}; \\ C_3 &= 2C_H h_{z1(2)}; \\ C_4 &= K_C C_B; \\ C_5 &= b_{n1(2)} z_{1(2)}/2\pi; \\ C_6 &= \pi \xi_{1(2)} C_H / p; \\ C_7 &= 2p C_B K_C h_{a1(2)}/\pi \alpha \delta, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $\xi_{1(2)}$ — коэффициент неравномерности распределения индукции вдоль полюсной дуги в ярмах статора (ротора) на радиусе R_i [5]; $h_{a1(2)}$ — высота ярма статора (ротора); $b_{n1(2)}$, $h_{z1(2)}$ и $z_{1(2)}$ — ширина, высота и число пазов статора (ротора); δ — рабочий зазор; K_C — коэффициент заполнения пакета сталью; p — число пар полюсов.

Относительная погрешность определения индукции с достаточной точностью должна составлять:

$$\left| \frac{B_{\delta n+1} - B_{\delta n}}{B_{\delta n+1}} \right| \leq \epsilon = 10^{-3}. \quad (8)$$

Результаты расчетов распределения индукции представлены на рис. 2. Как видно из рисунков, распределение индукции в зазоре сложным образом зависит от действия того или иного фактора.

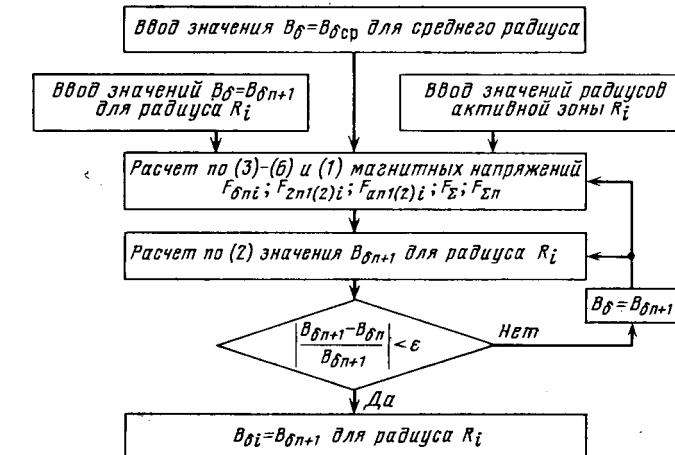


Рис. 1. Схема расчета распределения индукции в зазоре вдоль активной длины

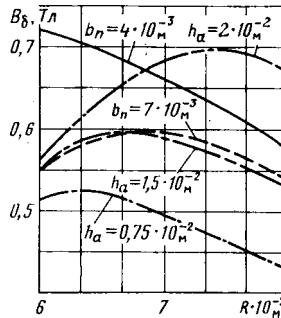
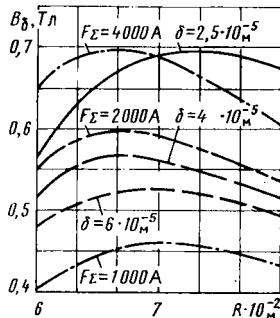


Рис. 2. Влияние высоты ярма и ширины паза (а), зазора и суммарной м.д.с. (б) на распределение индукции в зазоре вдоль радиуса активной зоны

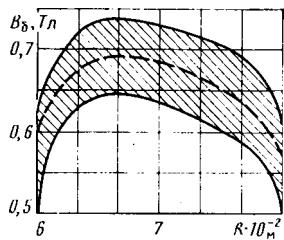


Рис. 3. Зона экспериментальных значений индукции вдоль активной длины двигателя АДПО-12

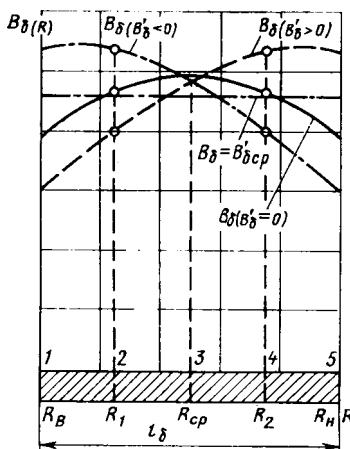


Рис. 4. Характерные кривые изменения индукции в зазоре вдоль активной длины

При увеличении ширины паза происходит снижение индукции в зазоре к области внутреннего диаметра, что объясняется повышением насыщения зубцов в этой области и увеличением коэффициента Картера. При уменьшении высоты ярма происходит снижение индукции в зазоре в области наружного диаметра, что объясняется насыщением наружного участка ярма. С уменьшением величины суммарной м. д. с. и увеличением зазора в связи со снижением насыщения распределение индукции становится более равномерным.

Правомерность расчета распределения индукции подтверждается результатами экспериментальных исследований распределения индукции в зазоре торцевого электродвигателя. На рис. 3 показана зона возможного изменения индукции, полученная путем перемещаемого вдоль активной длины на оси раз-

личных зубцов датчика Холла, а также расчетная кривая для экспериментального образца торцевого асинхронного двигателя АДПО-12.

Более резкое действительное снижение индукции в зазоре к краям зубцовой зоны по сравнению с расчетным может быть объяснено краевым эффектом и неравномерностью магнитных свойств витых сердечников по радиусу. Ухудшение магнитных свойств зубцов на их краях связано с наличием наружной и внутренней обечайки из конструкционной стали. Кроме того, более резкое снижение индукции в зазоре к краям объясняется неравномерностью наклена, поскольку наиболее значительный наклон образуется при нарезке пазов в начале и конце зубца (на входе и выходе фрезы). Зона разброса для разных зубцов одного двигателя, работающего в заданном режиме, составляет примерно 30 % среднего значения. Результаты исследований АДПО-12 с сердечниками, подвергнутыми термообработке, показали, что зона разброса кривых распределения индукции уменьшается до 10 % и обусловлена в основном непараллельностью активных поверхностей и эксцентризитетом. Из рис. 3 видно, что для данного двигателя выбрана недостаточная высота ярма.

Уточнение тока холостого хода заключается в определении действительного значения потока машины и соответствующего ему числа витков.

При расчете магнитной цепи по среднему диаметру магнитный поток и число витков определяются по предварительно заданным значениям линейной нагрузки на среднем диаметре $A_{ср}$ и индукции в зазоре $B_{ср}$. При этом действительное значение потока отличается от расчетного, что приводит к погрешностям расчета машины.

Знание зависимости распределения индукции вдоль активной длины $B_\delta(R)$ позволяет определить действительное значение магнитного потока машины:

$$\Phi_n = \sum_{i=1}^n R_i \frac{\alpha_\delta \pi l_{\Delta\delta}}{p} B_{\delta i} = \frac{\pi d_\delta l_\delta}{n} \sum_{i=1}^n R_i B_{\delta i}, \quad (9)$$

где n — число разбиений активной зоны на равные отрезки длиной $l_{\Delta\delta}$ в пределах внутреннего и наружного радиусов; R_i и $B_{\delta i}$ — средние значения радиуса и индукции в пределах i -го отрезка; l_δ , l_δ — активная длина.

Порядок расчета магнитной цепи в соответствии со схемой на рис. 1 следующий.

1. По главным размерам и геометрическим соотношениям активной части, определенным по исходным данным и предварительно принятым электромагнитным нагрузкам $A_{ср}$ и $B_{ср}$ на среднем диаметре по (3) — (5) рассчитываются магнитные напряжения в зазоре, зубцах и ярмах магнитопровода и по (1) суммарная м. д. с. на пару полюсов для среднего радиуса.

2. Для определения индукции в рабочем зазоре при любом другом радиусе R_i в качестве первого приближения, используя значение $B_{ср}$ из п. 1, по формулам (1) — (6) методом последовательных приближений определяются $F_{\delta i}$, $F_{z n 1(2)i}$, $F_{an 1(2)i}$, $F_{\Sigma n}$ и $B_{\delta n+1}$. Расчет значения индукции B_δ на радиусе R_i считается законченным, если относительная погрешность между двумя последовательными приближениями (8) не превышает 10^{-3} .

Таким образом, находится зависимость $B_\delta(R)$, зная которую по известным выражениям можно определить распределения индукции в зубцах и ярмах статора и ротора. При этом проверяется степень насыщения элементов сечения зубца на внутреннем диаметре и ярма на наружном диаметре и в случае необходимости корректируется геометрия элементов магнитопровода.

3. По (9) находится номинальное значение потока и по нему с помощью известных выражений определяется число витков и намагничивающий ток машины.

Полученные описанным способом расчетные значения тока холостого хода значительно лучше согласуются с экспериментальными данными по сравнению со значениями, определенными известным методом по среднему диаметру.

Для выяснения влияния распределения поля в элементах магнитной цепи на использование активного объема целесообразно определение зависимости значения электромагнитного момента от характера распределения индукции.

Проведенный анализ влияния различных факторов на распределение магнитного поля показал, что распределение индукции в зазоре торцевой электрической машины может иметь

Расчет параметров передачи коаксиальных кабелей с трубчатыми проводниками в широком диапазоне частот

ИОНОВ А. Г., ЛАПТЕВ А. А., ЧЕРНЫШОВ С. К.

Высокочастотные коаксиальные кабели различных конструкций и габаритов широко используются в технике связи, радиоэлектронике и вычислительной технике. Этому способствуют их широкополосность, высокая помехозащищенность и стабильность основных характеристик. Расчет параметров передачи коаксиальных кабелей проводится с помощью уравнений электродинамики [1—3].

В большинстве работ, посвященных таким расчетам, принимается, что при распространении высокочастотной электромагнитной энергии по кабелям в проводниках наблюдается скин-эффект. В этом случае сопротивление проводников растет с ростом частоты как \sqrt{f} , где f — частота. Коэффициент затухания при этом увеличивается как сумма $K_1 \sqrt{f} + K_2 f$, где коэффициенты K_1 и K_2 определяются конструкцией и материалами кабеля. Волновое сопротивление, коэффициент укорочения длины волны, групповая и фазовая скорости при этом не зависят от частоты, а коэффициент фазы имеет линейную частотную зависимость. Указанное справедливо для кабелей больших габаритов, работающих на высоких частотах. На низких частотах параметры передачи имеют сложные частотные зависимости [4 и 5].

В последнее время появились субминиатюрные коаксиальные кабели и кабели с тонкостенными трубчатыми проводниками, у которых волновое сопротивление существенно зависит от частоты в диапазоне до 10^9 Гц [6].

Теория расчетов кабелей на частотах, при которых их параметры передачи имеют сложные частотные зависимости, приведена в [1—5]. Для расчетов параметров передачи в указанных работах рекомендуются выражения, в которых содержатся функции Бесселя от комплексного аргумента. Это существенно усложняет практические расчеты, так как такие расчеты представляются возможным провести только с помощью ЭВМ. Причем весь расчет, как например, в [4 и 5], проводится отдельно для каждой конкретной конструкции кабеля. Учитывая, что коаксиальные кабели, используемые в технике, имеют различные конструкции и изготавливаются из различных материалов, оказалось необходимым разработать общую методику расчетов параметров передачи коаксиальных кабелей в широком диапазоне частот, пригодную как для расчетов с использованием ЭВМ, так и без ее использования. Такая методика представлена в данной статье.

Основные соотношения. В общем виде коаксиальный кабель представляет собой систему из двух соосно расположенных цилиндрических проводников, пространство между которыми заполнено диэлектриком. Полное сопротивление трубчатого внутреннего проводника рассчитывается по формуле [4]:

$$Z_a = R_a + i\omega L_a = \frac{k}{\sigma} \frac{1}{2\pi r_a} \sqrt{i} \times$$

$$\times \frac{I_0(\sqrt{i}kr_a)K_1(\sqrt{i}kr_t) - K_0(\sqrt{i}kr_a)I_1(\sqrt{i}kr_t)}{I_1(\sqrt{i}kr_t)K_1(\sqrt{i}kr_a) - K_1(\sqrt{i}kr_t)I_1(\sqrt{i}kr_a)}, \quad (1)$$

где R_a , L_a — активное сопротивление и индуктивность внутреннего проводника; r_a , r_t — наружный и внутренний радиусы внутреннего проводника; $k = \sqrt{\omega\mu}$ — коэффициент вихревых токов; I_0 , K_0 , I_1 , K_1 — модифицированные цилиндрические функции.

$$\times \frac{\mu^0 \pi^2 \mu_{z1} \mu_{z2} (\xi_1 \mu_{a2} + \xi_2 \mu_{a1})}{4 \rho^2 \mu_{a1} \mu_{a2} (h_1 \mu_{z2} \mu_0 + h_2 \mu_{z1} \mu_0 + \delta \mu_{z1} \mu_{z2})}. \quad (24)$$

Дробным выражением в правой части (24), содержащем в числителе одним из сомножителей весьма малую величину $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-6}$ Гн/м можно пренебречь. Тогда высоты ярма связаны соотношением:

$$h_{z1}/h_{z2} = D_{z1}/D_{z2}. \quad (25)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И. П., Маринин Ю. С. Тороидальные двигатели. — М.: Энергия, 1971.

В случае, когда используется сплошной внутренний проводник, ($r_t = 0$) формула (1) принимает вид [2 и 3]:

$$Z_{a0} = R_{a0} + i\omega L_{a0} = \frac{k}{\sigma} \frac{1}{2\pi r_a} \sqrt{i} \frac{I_0(\sqrt{i}kr_a)}{I_1(\sqrt{i}kr_a)}. \quad (2)$$

Полное сопротивление внешнего проводника [2 и 3]:

$$Z_b = R_b + i\omega L_b = \frac{k}{\sigma} \frac{1}{2\pi r_b} \sqrt{i} \times \\ \times \frac{I_0(\sqrt{i}kr_b)K_1(\sqrt{i}kr_c) + K_0(\sqrt{i}kr_b)I_1(\sqrt{i}kr_c)}{I_1(\sqrt{i}kr_b)K_1(\sqrt{i}kr_c) - K_1(\sqrt{i}kr_b)I_1(\sqrt{i}kr_c)}, \quad (3)$$

где R_b , L_b — активное сопротивление и индуктивность внешнего проводника; r_b , r_c — внутренний и наружный радиус внешнего проводника.

В случае бесконечно толстостенного внешнего проводника ($r_c \rightarrow \infty$) $K_1(\sqrt{i}kr_c) \rightarrow 0$, и формулу (3) можно представить в виде

$$Z_{b\infty} = R_{b\infty} + i\omega L_{b\infty} = \frac{K_0(\sqrt{i}kr_b)}{K_1(\sqrt{i}kr_b)}. \quad (4)$$

Для проведения расчетов комплексное выражение из правой части формулы (1) было представлено в виде

$$\sqrt{i} \frac{I_0(\sqrt{i}kr_t)K_1(\sqrt{i}kr_t) - K_0(\sqrt{i}kr_a)I_1(\sqrt{i}kr_t)}{I_1(\sqrt{i}kr_t)K_1(\sqrt{i}kr_a) - K_1(\sqrt{i}kr_t)I_1(\sqrt{i}kr_a)} = \\ = C_a + iS_a, \quad (5)$$

а для формулы (3) — в виде:

$$\sqrt{i} \frac{I_0(\sqrt{i}kr_b)K_1(\sqrt{i}kr_c) + K_0(\sqrt{i}kr_b)I_1(\sqrt{i}kr_c)}{I_1(\sqrt{i}kr_c)K_1(\sqrt{i}kr_b) - K_1(\sqrt{i}kr_c)I_1(\sqrt{i}kr_b)} = \\ = C_b + iS_b. \quad (6)$$

Используя (1) — (6), рассчитываем сопротивление и индуктивность кабеля [6]:

$$R = R_a + R_b = \frac{\omega \mu_0}{2\pi k r_a} A; \quad (7)$$

$$L = L_t + L_a + L_b = \frac{\mu \mu_0}{2\pi k r_a} B. \quad (8)$$

где $A = C_a + \frac{k_\sigma}{k_b} C_b$; $B = k r_a \ln k_b + S_a + \frac{k_\sigma}{k_b} S_b$;

L_t — межпроводниковая индуктивность;

$$k_b = \frac{r_b}{r_a}; \quad k_\sigma = \sqrt{\frac{\sigma_a}{\sigma_b}}; \quad \sigma_a, \sigma_b — \text{проводимость материалов внутреннего и внешнего проводников.}$$

Вторичные параметры кабелей рассчитываются через первичные по формулам [6]

$$Z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} \sqrt[4]{\frac{(\ln k_b)^2}{(1 + \tan^2 \delta)(k r_a)^2}} (A^2 + B^2); \quad (9)$$

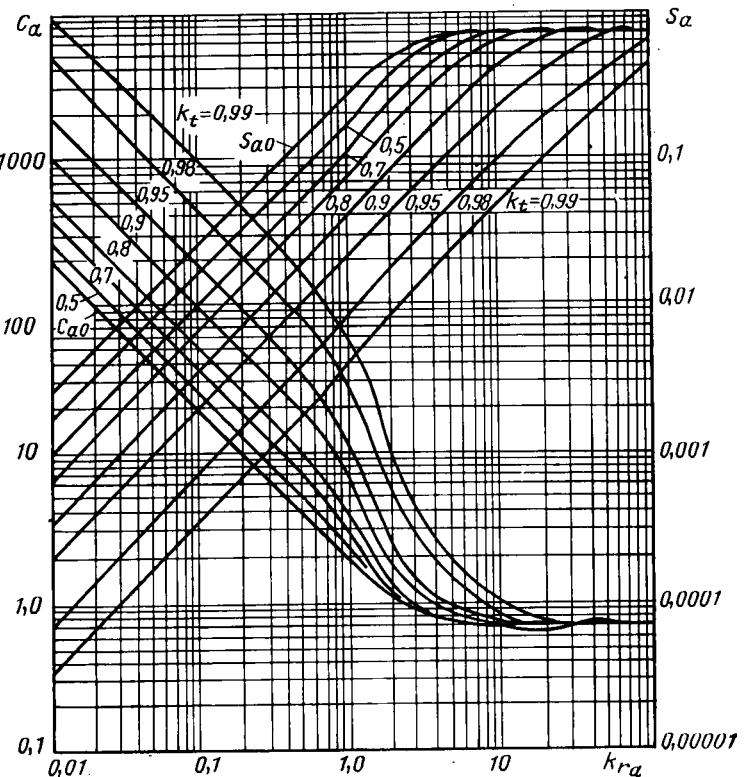
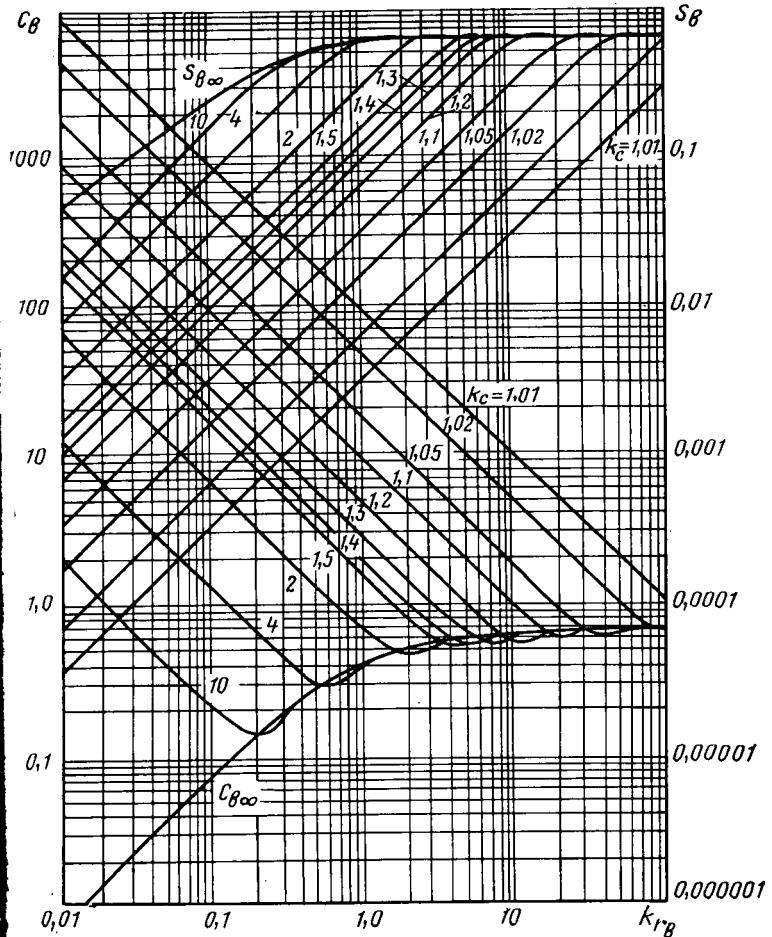
2. Паластин Л. М. Электрические машины автономных источников питания. — М.: Энергия, 1972.

3. Игнатов В. А., Корицкий А. В., Мордвинов В. А. Электрические микромашины переменного тока интегрального изготовления. — М.: Энергия, 1975.

4. Панасенков М. А. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами. — М.: Энергия, 1971.

5. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.

6. А. с. № 788275 (СССР). Статор торцевой электрической машины/Ставинский А. А. Опубл. в Б. И., 1980, № 46. [14.12.81]

Рис. 1. Номограмма для определения C_a и S_a Рис. 2. Номограмма для определения C_b и S_b C_a

$$\varphi_z = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Arctg} \frac{B}{A} - \operatorname{Arctg} \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} \right]; \quad (10)$$

$$\alpha = 8,68\omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}{2kr_a \ln k_b}} \left[\sqrt{(A^2 + B^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} - (B - A \operatorname{tg} \delta) \right]; \quad (11)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}{2kr_a \ln k_b}} \left[\sqrt{(A^2 + B^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} + (B - A \operatorname{tg} \delta) \right], \quad (12)$$

где Z и φ_z — модуль и аргумент волнового сопротивления; α , β — коэффициент затухания и фаза; ϵ , $\operatorname{tg} \delta$ — эквивалентная диэлектрическая проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь в изоляции кабеля.

Используя (12), можно рассчитывать фазовую скорость и коэффициент укорочения длины волны кабеля:

$$V_\Phi = \sqrt{\frac{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}{2kr_a \ln k_b}} \left[\sqrt{(A^2 + B^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} + (B - A \operatorname{tg} \delta) \right]; \quad (13)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\epsilon}{2kr_a \ln k_b}} \left[\sqrt{(A^2 + B^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} + (B - A \operatorname{tg} \delta) \right]. \quad (14)$$

Групповая скорость определяется из соотношения $V_{\text{гр}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}$ и рассчитывается по формуле

$$V_{\text{гр}} = \frac{V_\Phi}{\frac{(kr_a)^2}{2} \frac{V_\Phi}{V_{\Phi i}/V_{\Phi i+1} - 1} \frac{V_{\Phi i}/V_{\Phi i+1} - 1}{(kr_a)_{i+1}^2 - (kr_a)_i^2} + 1}, \quad (15)$$

где индексы i и $i+1$ относятся к началу и концу [полосы частот $\Delta\omega$].

Ручной расчет. Для расчетов параметров передачи по формулам (7)–(15) были разработаны номограммы для определения C_a , S_a , C_b и S_b (рис. 1 и 2). Номограммы рассчитывались по формулам (5) и (6) с помощью ЭВМ ЕС 1020. Кривые C_{a0} и S_{a0} на рис. 1 соответствуют сплошному внутреннему проводнику, а остальные кривые — трубчатым проводникам. Коэффициент k_t определяется по формуле $k_t = r_t/r_a$. На рис. 2 кривые $C_{b\infty}$ и $S_{b\infty}$ соответствуют внешнему проводнику бесконечной толщины. Коэффициент k_c характеризует толщину внешнего проводника и определяется по формуле $k_c = r_c/r_b$.

Для проведения расчетов без использования ЭВМ сначала, используя конструктивные размеры и характеристики материалов, рассчитываются значения k_t , k_c , kr_a , kr_t , kr_b , kr_c , а также коэффициенты k_b и k_a . Затем с помощью номограмм (рис. 1 и 2) определяются C_a , S_a , C_b , S_b и рассчитываются коэффициенты A и B , используя которые с помощью формул (7)–(15), рассчитываются основные параметры передачи кабелей.

Следует также отметить, что использование представленных номограмм повышает точность расчета параметров кабелей на частотах, которые являются переходными от ВЧ и СВЧ, по сравнению с ранее известными методиками расчетов [2 и 3]. Это связано с расширением границ применимости точных формул расчета в сторону больших значений kr , которые пропорциональны соответствующим радиусам проводников и \sqrt{f} . В методиках, представленных в [2 и 3], предельные значения kr полагались приблизительно равными 10, а для больших значений предполагался расчет по приближенным формулам, что для кабелей с тонкостенными проводниками и $kr \approx 10$, приводило к большим скачкам в зависимостях параметров кабеля от частоты при переходе к приближенным формулам. В предлагаемом методе расчета с помощью номограмм предполагается, что граничное значение $kr \approx 100$. Как показали расчеты, это обеспечивает плавный переход от точных формул к приближенным. Следует отметить, что возможен случай когда $kr_a < 100$, а $kr_c > 100$. В этом случае составляющие параметров, зависящие от внутреннего проводника, рассчитываются по точным формулам, а от внешнего — по приближенным. Это обстоятельство учитывалось нами при переходе на расчет на ЭВМ. Приведенную методику можно использовать в широком диапазоне частот от постоянного тока до частот, при которых возникает аномальный скин-эффект.

Однако следует отметить, что на низких частотах и на СВЧ параметры передачи можно рассчитывать по более простым формулам, приведенным в [2, 3 и 7]. Для этого необходимо опреде-

лить частотные границы применимости различных формул. В [6] для определения границ применимости различных методик расчета введены понятия нижней $f_{n,g}$ и верхней $f_{v,g}$ граничных частот, в пределах которых расчет необходиимо проводить по точным формулам (7)–(15). На частотах ниже $f_{n,g}$ расчет целесообразно проводить по формулам для постоянного тока [7], а на частотах выше $f_{v,g}$ — по формулам для СВЧ [2 и 3]. Значения $f_{n,g}$ и $f_{v,g}$ существенно зависят от размеров проводников. С уменьшением диаметров проводников $f_{n,g}$ и $f_{v,g}$ увеличиваются и достигают, например, для субминиатюрных кабелей ($r_t = 0.03 \div 0.05$ мм) следующих значений: $f_{n,g} = 10^6 \div 10^7$ Гц; $f_{v,g} = 10^9 \div 10^{10}$ Гц.

Расчет с использованием ЭВМ. Для повышения скорости вычислений указанных выше подход может быть использован также при расчетах параметров передачи на ЭВМ. Для этого предварительно рассчитываются для ряда значений $kr_{a,b,c}$ и толщин проводников k_t и k_c значения C_a , S_a , C_b , S_b и результаты хранятся в долговременной памяти ЭВМ. Затем для каждого конкретного случая вычисляются значения kr_a , kr_b из памяти для соответствующих толщин проводников вызываются значения C_a , S_a , C_b , S_b и рассчитываются параметры передачи. Использование указанного подхода позволяет сократить время счета на ЭВМ в несколько раз по сравнению с непосредственным расчетом по формулам (1)–(4), когда каждый раз необходимо вычислять C_a , S_a , C_b , S_b (как это сделано, например в [4 и 5]).

Теоретическая трактовка номограмм. Номограммы, представленные на рис. 1 и 2, можно использовать и для анализа процесса передачи электромагнитной энергии по кабелю. Как следует из рис. 1 и 2, при больших значениях $kr_{a,b}$, $C_a \approx C_b \approx \frac{\sqrt{2}}{2}$

в проводниках кабеля наблюдается скин-эффект. При малых $kr_{a,b}$ скин-эффект практически не наблюдается и коэффициенты C_a и C_b рассчитываются по формулам:

$$C_a = \frac{2}{kr_a(1 - k_t^2)}; \quad (16)$$

$$C_b = \frac{2}{kr_b(k_c^2 - 1)}. \quad (17)$$

Сопротивление проводников при этом практически равно сопротивлению проводников постоянному току. Для промежуточных значений $kr_{a,b}$, соответствующих диапазону $f_{n,g} < f_{v,g}$, коэффициенты C_a и C_b имеют сложную зависимость от kr . Из рис. 1 и 2 следует, что с ростом $kr_{a,b}$ значения C_a и C_b для проводников с конечной толщиной стенки стремятся к значениям C_{a0} и $C_{b\infty}$. Причем указанное стремление носит не асимптотический, а осциллирующий характер, т. е. C_a и C_b становятся то больше, то меньше C_{a0} и $C_{b\infty}$ соответственно. Зная, что от толщины стенки проводников зависят только коэффициенты C_a и C_b , можно сделать вывод, что при определенных значениях $kr_{a,b}$, k_t , k_c сопротивление проводников с конечной толщиной стенки может быть меньше, чем сопротивление сплошных проводников ($r_t \rightarrow 0$, $r_b \rightarrow \infty$). Подобные результаты для внешнего проводника содержатся в [8]. Наличие минимума в зависимости сопротивления внешнего проводника от его толщины в указанной работе объясняется совместным действием падающих и отраженных волн тока и напряжения.

В [8] показано, что толщина стенки проводника $t_{b\min}$, при которой наблюдается минимум в сопротивлении проводника, зависит только от глубины проникновения электромагнитной энергии. Формула, связывающая толщину проводника $t_{b\min}$ с глубиной проникновения δ , имеет вид:

$$t_{b\min} = \frac{\pi}{2} \delta. \quad (18)$$

Выразив глубину проникновения δ через длину волны λ_m в проводнике, формулу (18) можно представить в виде

$$t_{b\min} = \frac{\lambda_m}{4}. \quad (19)$$

Расчеты показали, что формулы (17) и (18) справедливы только при условии $t_b/r_b \rightarrow 0$. Если указанное условие не соблюдается, в формулы (18) и (19) для расчета толщины $t_{b\min}$ необходимо ввести поправочный коэффициент, который зависит от отношения t_b/r_b или соответственно от коэффициента k_c . Формула для расчета $t_{b\min}$ имеет вид:

$$t_{b\min} = F_b \frac{\lambda_m}{4}. \quad (20)$$

Аналогично для внутреннего проводника имеем

$$t_{a\min} = F_a \frac{\lambda_m}{4}. \quad (21)$$

Коэффициенты F_a и F_b учитывают кривизну проводников и определяются по результатам расчетов C_a и C_b по формулам:

$$F_a = \frac{\sqrt{2}}{\pi} (kr_a)_{\min} (1 - k_t); \quad (22)$$

$$F_b = \frac{\sqrt{2}}{\pi} (kr_b)_{\min} (k_c - 1), \quad (23)$$

где $(kr_{a,b})_{\min}$ — значения $kr_{a,b}$, при которых зависимости C_a и C_b на рис. 1 и 2 имеют минимум.

Расчеты показали, что если толщина стенки внешнего проводника составляет менее 50 % радиуса ($k_c \leq 1,5$), коэффициент $F_b \approx 1$ и поэтому волну, которая распространяется в глубь проводника, можно рассматривать как плоскую. При больших значениях k_c толщина, при которой наблюдается минимум сопротивления трубчатого внешнего проводника, существенно отличается от четверти длины плоской волны в проводнике. Для трубчатого внутреннего проводника условие $F_a \approx 1$ справедливо только в узком диапазоне значений $k_t \approx 0,6$. От значений k_t и k_c зависят также величины $\Delta C_a = C_{a0} - C_a$ и $\Delta C_b = C_{b\infty} - C_b$, которые определяют уменьшение величины сопротивления проводников. Наибольший выигрыш в уменьшении сопротивления за счет изменения толщины проводника будет получаться при $k_t \geq 0,6$ и $k_c \leq 1,5$. В этом случае сопротивление трубчатого внутреннего проводника будет на 8–10 % меньше, чем сопротивление сплошного (однопроволочного) проводника, а сопротивление внешнего проводника с конечной толщиной стенки будет на 8,5–8,6 % меньше, чем сопротивление бесконечно толстого проводника.

Указанное обстоятельство можно использовать при разработке кабелей с трубчатыми проводниками. При правильном выборе толщины проводников можно уменьшить их сопротивление на 8–10 % и одновременно снизить массу кабелей. Как следует из рис. 1 и 2, при определенных kr_a и kr_b значения S_a и S_b , определяющие внутренние индуктивности проводников, также становятся то больше, то меньше S_{a0} и $S_{b\infty}$. Однако модули величин $\Delta S_a = S_a - S_{a0}$ и $\Delta S_b = S_b - S_{b\infty}$ существенно меньше величин ΔC_a и ΔC_b . Поэтому в практических расчетах влияние толщины стенок проводников на внутреннюю индуктивность проводников можно не учитывать.

Результаты расчетов. Использование изложенной методики проиллюстрировано на примере расчетов параметров передачи коаксиальных кабелей с тонкостенными проводниками. Расчеты параметров передачи указанных кабелей проводились на ЭВМ. На рис. 3 представлены сравнительные расчетные характеристики кабеля с диаметром по изоляции, равным 3 мм, с тонкостенными внутренним и внешним ($t_a = 0,01$ мм и $t_b = 0,015$ мм) проводниками (кривые 1, 3) и кабеля РК 50-3-22 со сплошным внутренним $r_t = 0$ и трубчатым (внешним $t_b = 0,25$ мм) проводниками (кривые 2, 4). Из рис. 3 следует, что на низких частотах волновое сопротивление кабеля с трубчатым внутренним проводником существенно сильнее зависит от частоты, чем волновое сопротивление кабеля со сплошным проводником. Однако, начиная с определенной частоты, положение меняется, и волновое сопротивление кабеля с трубчатым внутренним проводником быстро стремится к номинальному значению 50 Ом.

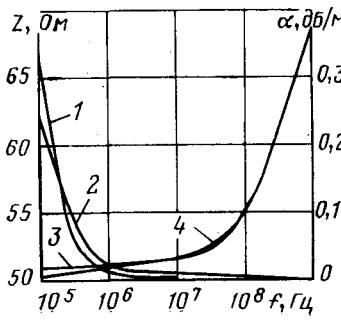


Рис. 3. Частотная зависимость модуля волнового сопротивления (1, 2) и коэффициента затухания (3, 4) кабеля с тонкостенными трубчатыми проводниками (1 и 3) и РК 50-3-22 (2, 4)

Коэффициент затухания кабелей с тонкостенными проводниками на низких частотах больше, чем у обычного кабеля. С ростом частоты до $f=10^7-10^8$ он меняется незначительно. На частотах выше 10 Гц коэффициенты затухания кабелей становятся практически равными, причем на некоторых частотах коэффициент затухания кабеля с тонкостенными проводниками становится меньше, чем у кабеля РК 50-3-22, что объясняется уменьшением активного сопротивления на частотах, при которых $C_a < C_{a0}$, $C_b < C_{b0}$.

Расчеты показали, что коэффициент фазы кабеля с тонкостенными трубчатыми проводниками имеет линейную частотную зависимость на частотах выше 10⁶ Гц, в то время как кабель РК 50-3-22 имеет линейную частотную зависимость на частотах выше 10⁷ Гц.

Коэффициент укорочения длины волны в кабеле с тонкостенными трубчатыми проводниками на частотах выше 10⁶ Гц с ростом частоты быстрее приближается к номинальному значению, равному $\sqrt{\epsilon}$, чем коэффициент укорочения длины волны в кабеле РК 50-3-22. Так, на частоте 10⁶ Гц коэффициент укорочения длины волны кабеля с тонкостенными внутренними проводниками $\xi_1=1,44$, а у кабеля РК 50-3-22 на указанной частоте $\xi_2=1,481$. На частоте 10⁷ Гц коэффициенты укорочения соответственно равны $\xi_1=1,439$, $\xi_2=1,450$.

Меньшая, чем у обычного кабеля, зависимость от частоты волнового сопротивления и коэффициента укорочения длины волны, линейность фазочастотной характеристики кабеля с тонкостенными проводниками повышает широкополосность коаксиальных кабелей. Это позволяет расширить их область использования для передачи сигналов сложной формы, например, видео- и радиоимпульсов.

Выводы. 1. Полученные теоретические результаты и практические рекомендации можно использовать при конструировании

коаксиальных кабелей, расчете их параметров передачи в широкой полосе частот, для выбора оптимальных режимов использования этих кабелей и согласования их с трактами радиоэлектронной аппаратуры.

2. Разработанные программы для расчета на ЭВМ основных параметров радиочастотных кабелей в качестве составной части вошли в подсистему конструирования разрабатываемой САПР радиочастотных кабелей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольман В. И., Пименов Ю. В. Техническая электродинамика. — М.: Связь, 1971.
2. Гроднев И. И., Соколов В. В. Коаксиальные кабели. — М.: Связь, 1954.
3. Ефимов И. Е., Останькович Г. А. Радиочастотные линии передачи. — М.: Связь, 1977.
4. Gorti G., Tizzi G. Calculation of transmission parameters and design of coaxial structures by computer. — Alta Frequenza, 1977, vol. XLVI, № 9.
5. Бондаренко О. В., Калюжный В. Ф. Параметры передачи кабеля ВКПАП-1 на низких частотах. ЭП Кабельная техника, 1979, вып. 3.
6. Ионов А. Г. Исследование параметров передачи субминиатюрных коаксиальных кабелей. ЭП. Кабельная техника, 1980, вып. 11.
7. Теоретические основы электротехники/ Под ред. Л. А. Ионкина. т. I. — М.: Высшая школа, 1976.
8. Белоруссов Н. И., Гроднев И. И. Радиочастотные кабели. — М.: Госэнергоиздат, 1959.

[13.08.81]

УДК 621.314.572.001.57

Импульсная модель зависимого параллельного инвертора тока

ЗЕЗЮЛЬКИН Г. Г., ПИЩИКОВ В. И., кандидаты техн. наук,
ЧУГУЕВ Ю. М., инж.

В настоящее время широко используется моделирование вентильных преобразователей на ЦВМ с применением коммутационных функций, направленных графов, гибридных вычислительных машин [1—4]. При этом важно правильно найти и выбрать частный метод, наиболее подходящий для данной схемы и поставленных задач анализа и синтеза. Удачно выбранный подход к процедуре моделирования позволяет использовать наиболее простые стандартные программы, сократить машинное время. В результате проектирование систем ускоряется и удешевляется.

В статье предлагается алгоритм расчета на ЦВМ электромагнитных процессов в зависимом параллельном инверторе тока, основанный на импульсных свойствах вентильных преобразователей [5]. Данный алгоритм позволяет составить простую программу на ЦВМ и по сравнению с существующими методиками сократить машинное время. При построении импульсной модели инвертора используются следующие допущения: электрические вентиля идеальны и переключаются мгновенно, цель переменного тока симметрична. Принципиальная схема зависимого параллельного инвертора тока представлена на рис. 1, a. Уравнения цепей постоянного и переменного тока имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} E_1(p) &= E_0(p) - I_d(p)(pL_d + r_0); \\ \left| \begin{array}{l} U_a(p) \\ U_b(p) \\ U_c(p) \end{array} \right| &= \left| \begin{array}{l} e_A(p) \\ e_B(p) \\ e_C(p) \end{array} \right| + (pL_y + r_y) \left| \begin{array}{l} I_{LyA}(p) \\ I_{LyB}(p) \\ I_{LyC}(p) \end{array} \right|; \\ \left| \begin{array}{l} i_a \\ i_b \\ i_c \end{array} \right| &= \left| \begin{array}{l} i_{ea} \\ i_{eb} \\ i_{ec} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} i_{LyA} \\ i_{LyB} \\ i_{LyC} \end{array} \right|, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где E_0 , E_1 — э. д. с. цепи постоянного тока и напряжение на входе вентильного моста; I_d — ток цепи постоянного тока; U_a , U_b , U_c , i_a , i_b , i_c — фазные напряжения и токи.

Используя коммутационные функции рис. 1, б, запишем уравнения, связывающие напряжения и токи на входе и выходе вентильного моста:

$$\left. \begin{aligned} \left| \begin{array}{l} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{array} \right| &= i_d(t) \left| \begin{array}{l} q_a(t) \\ q_b(t) \\ q_c(t) \end{array} \right|; \\ e_1(t) &= U_a q_a + U_b q_b + U_c q_c. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Система уравнений (1) и (2) позволяет построить структурную схему инвертора, после преобразования которой с помощью гиперкомплексных функций (кватернионов) [6, 7]

$$\left. \begin{aligned} \bar{q} &= q_a i + q_b j + q_c k; \\ \dot{\bar{q}} &= -q_a i - q_b j - q_c k; \\ \bar{I}_2 &= i_a i + i_b j + i_c k; \\ \bar{U}_2 &= U_a i + U_b j + U_c k; \\ \bar{E}_2 &= e_A i + e_B j + e_C k, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где i , j , k — мнимые единицы, получаем структурную схему инвертора в виде простой одноканальной схемы (рис. 2). В этой схеме имеются два коммутатора с комплексно-сопряженными несущими $\bar{q}(t)$ и $\dot{\bar{q}}(t)$. Произведение комплексно-сопряженных функций $\bar{q}(t)$ и $\dot{\bar{q}}(t)$ определяется следующим образом:

$$\bar{q}^* = (iq_a + jq_b + kq_c)(-iq_a - jq_b - kq_c) = q_a^2 + q_b^2 + q_c^2 = 2. \quad (4)$$

Если преобразовать структурную схему к такому виду, чтобы коммутаторы с комплексно-сопряженными несущими оказались включенными друг за другом, они исключаются из

структурной схемы. Для такого преобразования структурной схемы необходимо осуществить перенос коммутатора с несущей $\bar{q}(t)$ или $\dot{q}(t)$ через сопротивление цепи переменного тока, предварительно представленное в виде элементарных звеньев — пропорциональных, суммирующих и интегрирующих. Пользуясь методикой [7], получим правило переноса коммутатора через интегрирующее звено:

$$\bar{y}(t) = \int_0^t \bar{x}(t) dt q(t). \quad (5)$$

Продифференцируем левую и правую части выражения (5):

$$\bar{y}'(t) = \bar{x}(t) \dot{q}^*(t) + \int_0^t \bar{x}(t) dt \dot{q}'(t). \quad (6)$$

Умножим левую и правую части (5) на $\bar{q}(t)$. Учитывая (4), находим

$$\bar{y}(t) q(t) = 2 \int_0^t \bar{x}(t) dt$$

или

$$\int_0^t \bar{x}(t) \, dt = -\frac{1}{2} \bar{y}(t) \bar{q}(t). \quad (7)$$

Подставляя значение интеграла (7) в (6), приходим к выражению

$$\bar{y}'(t) = \bar{x}(t) \overset{*}{q}(t) + \bar{y}(t) \left[-\frac{1}{2} \bar{q}(t) \overset{*}{q}'(t) \right]. \quad (8)$$

Произведение функций, стоящих в квадратных скобках, имеет вид [7]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{q}(t) \dot{\bar{q}}'(t) &= -\frac{1}{2} (1+i+j+k) \sum_{n=0}^{n=\infty} \delta(t-nT) = \\ &= -\frac{1}{2} (1+\bar{a}) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t-nT), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция, $\bar{a} = i + j + k$.

Из анализа (8) и (9) следует, что при перемещении коммутатора с несущей $\bar{q}(t)$ через интегратор, последний охватывается обратной связью с импульсным элементом и гиперкомплексным коэффициентом передачи $\frac{1}{2}(1 + \bar{a})$. Правила переноса коммутатора через суммирующие и пропорциональные звенья основываются на соблюдении принципа неизменности пути передачи. В результате переноса коммутатора через звено цепи переменного тока структурная схема с гиперкомплексными функциями принимает вид, представленный на рис. 3.

Схема рис. 3 является импульсной моделью зависимого параллельного инвертора тока. Анализ этой схемы можно проводить с помощью аппарата теории импульсных систем [8] и, в частности, аппарата z -преобразования. Импульсная модель позволяет предложить простой алгоритм расчета схемы инвертора. В интервалах между коммутациями импульсные элементы разомкнуты и переходные процессы протекают как в непрерывной системе. В момент коммутации nT происходят замыкания импульсных ключей, которые приводят к скачкообразному изменению начальных условий на выходах интеграторов. Поэтому действие импульсных элементов можно учесть простым пересчетом начальных условий в моменты коммутаций.

Для схемы рис. 3 в интервалах между коммутациями спра-
ведлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{e_0}{L_d} - \frac{r_0}{L_d} i_d - \frac{e_1}{L_d}; \\ \frac{d\bar{e}_1}{dt} &= \frac{2i_d}{c} - \frac{i_{2y}}{c}; \\ \frac{di_{2y}}{dt} &= \frac{\bar{c}_1}{L_y} - \frac{\bar{e}_{20}}{L_y}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

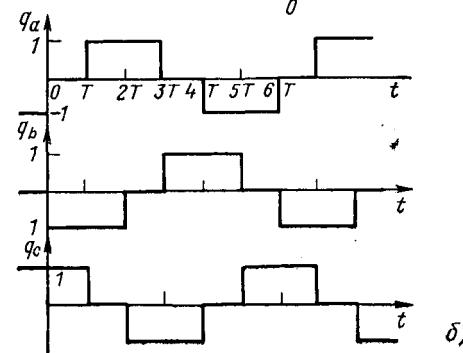
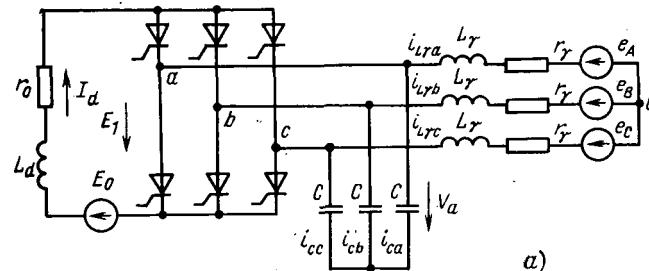


Рис. 1. Принципиальная схема инвертора (а) и коммутационные функции (б)

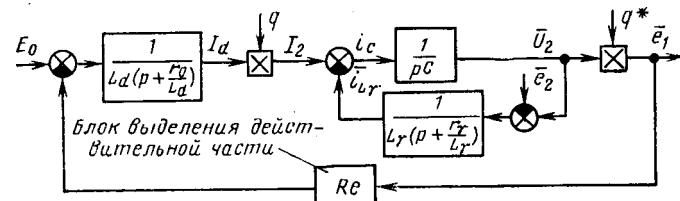


Рис. 2. Структурная схема инвертора с гиперкомплексными функциями

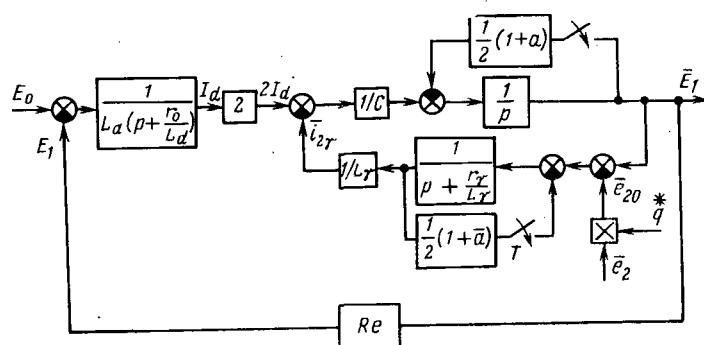


Рис. 3. Импульсная модель инвертора

В уравнениях (10) э. д. с. $\bar{e}_{20}(t)$ является разрывной периодической функцией с периодом T и на интервале $\omega t = 0 \dots \pi/3$ описывается функцией

$$\bar{e}_{20}(t) = \bar{e}_{2q}^* = \sqrt{3} E_{2m} \cos(\omega t - \beta - \pi/6) + \bar{a} \sqrt{3} E_{2m} \sin(\omega t - \beta - \pi/6), \quad (11)$$

где E_{2m} — амплитуда фазной э. д. с. трансформатора; β — угол регулирования.

Гиперкомплексные функции, входящие в уравнения (10)

можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_1 &= e_1 + \bar{a}e_1'; \\ \bar{i}_{2y} &= i_{2y} + \bar{a}i_{2y}'; \\ \bar{e}_{20} &= e_{20} + \bar{a}e_{20}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $\bar{a} = i + j + k$; e_1, i_{2y}, e_{20} ; e_1', i_{2y}', e_{20}' — действительные и мнимые составляющие.

Разделяя действительные и мнимые составляющие функций (12), систему (10) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{e_0}{L_d} - \frac{r_0}{L_d} i_d - \frac{e_1}{L_d}; \quad \frac{de_1}{dt} = -\frac{i_{2y}'}{c}; \\ \frac{de_1}{dt} &= \frac{2i_d}{c} - \frac{i_{2y}}{c}; \quad \frac{di_{2y}'}{dt} = \frac{e_1'}{L_y} - \frac{e_{20}'}{L_y}; \\ \frac{di_{2y}}{dt} &= \frac{e_1}{L_y} - \frac{e_{20}}{L_y}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В моменты коммутации nT в результате действия импульсных элементов начальные условия на выходах интеграторов цепи переменного тока изменяются скачком. Согласно схеме рис. 3 начальные условия в момент очередной коммутации (например, для сигнала \bar{e}_1) вычисляются по формуле

$$\begin{aligned} \bar{e}_1(nT_+) &= \bar{e}_1(nT_-) - \frac{1}{2}(1+\bar{a})\bar{e}_1(nT_-) = [e_1(nT_-) + \\ &+ \bar{a}e_1'(nT_-)] - \frac{1}{2}(1+\bar{a})[e_1(nT_-) + \bar{a}e_1'(nT_-)] = \\ &= \frac{e_1(nT_-) + 3e_1'(nT_-)}{2} + \bar{a}\frac{e_1(nT_-) - e_1(nT_-)}{2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\bar{e}_1(nT_-)$ — значение сигнала $\bar{e}_1(t)$ перед n -й коммутацией; $\bar{e}_1(nT_+)$ — значение сигнала $\bar{e}_1(t)$ в начале n -й коммутации.

Таким образом, в моменты коммутации nT в результате действия импульсных элементов осуществляется пересчет начальных условий по формулам:

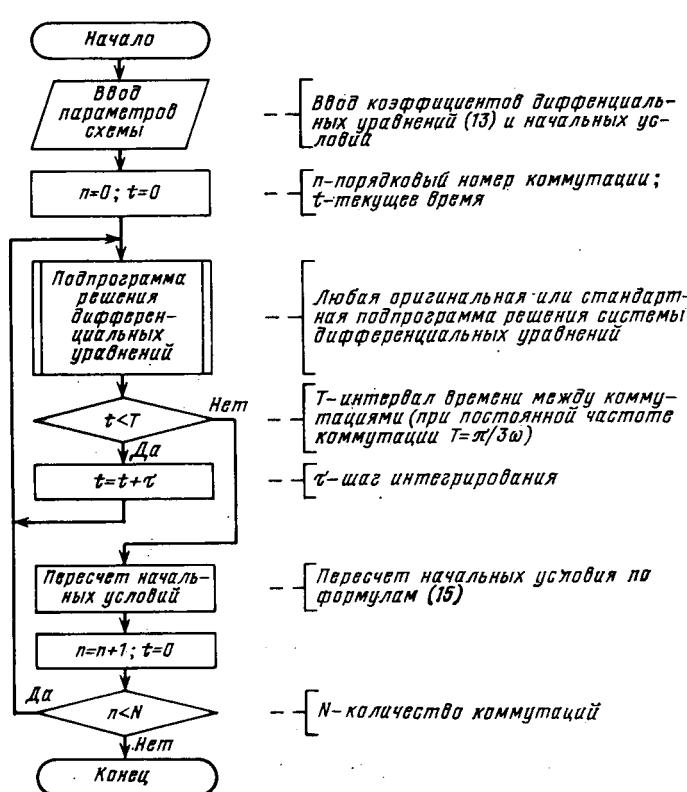


Рис. 4. Структурная схема алгоритма расчета переходных процессов в инверторе

$$\left. \begin{aligned} e_1(nT_+) &= \frac{e_1(nT_-) + 3e_1'(nT_-)}{2}; \\ e_1'(nT_+) &= \frac{e_1(nT_-) - e_1(nT_-)}{2}; \\ i_{2y}(nT_+) &= \frac{i_{2y}(nT_-) + 3i_{2y}'(nT_-)}{2}; \\ i_{2y}'(nT_+) &= \frac{i_{2y}'(nT_-) - i_{2y}(nT_-)}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

На рис. 4 представлена структурная схема алгоритма расчета переходных процессов в инверторе, из которых видно, что для анализа переходных процессов на ЦВМ необходимо любым численным методом решать систему уравнений (13) в интервале $\omega t = 0 \div \pi/3$. В момент очередной коммутации $\omega t = \pi/3$ осуществляется пересчет начальных условий по выражениям (15). Затем, уже с новыми начальными условиями, определяемыми (15), интегрируется та же система уравнений (13), в том же интервале $\omega t = 0 \div \pi/3$ до следующей коммутации и т. д. Таким образом, при расчете переходного процесса на любом интервале интегрируется одна и та же система уравнений (13) на отрезке времени $t = 0 \div \pi/3\omega$. От интервала к интервалу меняются лишь начальные условия в моменты коммутации, определяемые выражениями (15).

Структурная схема рис. 3 является импульсной моделью инвертора, приведенной к цепи постоянного тока. Ее выходными сигналами являются переменные, приведенные к цепи постоянного тока i_d , \bar{e}_1, \bar{i}_{2y} и т. д. Однако в действительных и мнимых частотах этих переменных содержится вся информация, необходимая для определения фазных сигналов и углов запирания вентилей в переходном режиме. Покажем сначала, как определить фазные напряжения $U_a(t)$, $U_b(t)$, $U_c(t)$, используя сигнал $e_1(t)$. Согласно структурной схеме рис. 2 напряжения $\bar{U}_2(t)$ и $\bar{e}_1(t)$ связаны соотношением

$$\bar{U}_2(t) = \bar{e}_1(t). \quad (16)$$

Умножая левую и правую части (16) на $\bar{q}(t)$ и учитывая (4), получаем

$$\begin{aligned} \bar{U}_2(t) &= U_a i + U_b j + U_c k = \frac{1}{2} \bar{e}_1 \bar{q} = \frac{1}{2} [e_1 + (i + \\ &+ j + k) e_1'] [q_a i + q_b j + q_c k] = \frac{q_a e_1 + (q_c - q_b) e_1'}{1} i + \\ &+ \frac{q_b e_1 + (q_a - q_c) e_1'}{2} j + \frac{q_c e_1 + (q_b - q_a) e_1'}{2} k. \end{aligned} \quad (17)$$

Коммутационные функции q_a, q_b, q_c можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} q_a &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} n; \\ q_b &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n-2); \\ q_c &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n+2), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где $n = \text{ent} \left[\frac{t}{T} \right] = 0, 1, 2, \dots$

Подставляя выражения коммутационных функций q_a, q_b, q_c в (17), получаем фазные напряжения цепи переменного тока:

$$\left. \begin{aligned} U_a(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} n e_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} n e_1'(t); \\ U_b(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n-2) e_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} (n-2) e_1'(t); \\ U_c(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n+2) e_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} (n+2) e_1'(t). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Аналогично любой фазный сигнал $X_\Phi(t)$ может быть определен на основе действительной и мнимой составляющих этого же сигнала, приведенного к цепи постоянного тока, из выражений:

$$X_a(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} n X_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} n X_1'(t);$$

$$X_b(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n-2) X_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} (n-2) X_1'(t);$$

$$X_c(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{3} (n+2) X_1(t) + \cos \frac{\pi}{3} (n+2) X_1'(t),$$

где $X_1(t)$ — действительная часть сигнала $\bar{X}(t)$; $X_1'(t)$ — мнимая часть сигнала $\bar{X}(t)$.

Действительная и мнимая составляющие сигнала $\bar{e}_1(t)$ позволяют определять текущие значения угла запирания тиристоров. Как показывает анализ, напряжение на запираемом вентиле в каждом такте определяется из выражения

$$U_{\text{вент}}(t) = - (q_b U_a + q_c U_b + q_a U_c) = \frac{1}{2} e_1(t) + \frac{3}{2} e_1'(t). \quad (20)$$

Таким образом, угол запирания в каждом такте T определяется временем от момента очередной коммутации до момента времени, при котором сумма $\frac{1}{2} e_1(t) + \frac{3}{2} e_1'(t)$ становится больше или равной нулю.

Предложенный алгоритм (рис. 4) был использован для анализа переходных процессов в зависимом параллельном инверторе тока на ЦВМ. Следует отметить хорошее совпадение режимов, полученных на физической модели, при программировании на ЦВМ с использованием коммутационных функций и по данной методике. Однако достоинством предлагаемого алгоритма является то, что программа на его основе по объему почти в три раза меньше программы на основе метода коммутационных функций. Время, затрачиваемое на расчет переходного процесса по предлагаемой методике, также существенно сокращается.

В заключение дадим рекомендации по практическому использованию предложенного алгоритма. Данный алгоритм можно применять при асимметрии управляющих импульсов схемы управления, для анализа переходных процессов, вызванных различными возмущениями, не связанными, однако, с нарушениями симметрии цепи переменного тока. Возможности

применения данного алгоритма не ограничиваются рассмотренной выше схемой зависимого параллельного инвертора тока. Поскольку методика получения импульсной модели инвертора является общей и не зависит от вида силовой части инвертора, предложенный алгоритм можно применять для зависимых и автономных инверторов с любым количеством пассивных и активных элементов в силовой цепи. Ограничением выступает только требование симметрии цепи переменного тока и выполнение условия идеальности вентиляй. Например, от структурной схемы зависимого параллельного инвертора тока (рис. 3) можно непосредственно перейти к структурной схеме автономного инвертора тока, положив $e_{20} = 0$.

Анализ процессов в автономных инверторах тока и дуальных им автономных инверторах напряжения можно проводить при частоте коммутации, изменяющейся по произвольному закону. В этом случае алгоритм дополняется уравнениями, позволяющими определять моменты очередных коммутаций, в которых осуществляется обнуление времени и пересчет начальных условий на выходах интеграторов цепи переменного тока по выражениям, аналогичным (15).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воскресенский В. В. Тиристорные преобразователи для питания индукционных установок. — М.: Металлургия, 1979. — 114 с.
2. Мерабишили П. Ф., Ярошенко Е. М. Нестационарные электромагнитные процессы в системах с вентилями. — Кишинев: Штиинца, 1980. — 208 с.
3. Толстов Ю. Г. Автономные инверторы тока. — М.: Энергия, 1978. — 208 с.
4. Чалый Г. В., Шор И. Я., Поляков Ю. Я. Гибридные математические модели тиристорных инверторов тока. — Изв. АН МССР. Сер. физ.-техн. и мат. наук. 1974, № 3, с. 63—68.
5. Зезюлькин Г. Г. Некоторые методы аналитического исследования динамики автономных инверторов: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Харьков, 1979. М-во высш. и средн. спец. образования СССР, МЭИ.
6. Кантор И. Л., Соловьев А. С. Гиперкомплексные числа. — М.: Наука, 1973. — 144 с.
7. Зезюлькин Г. Г. Метод анализа переходных процессов в трехфазном автономном инверторе. — ЭП. Преобразовательная техника. 1981, вып. 5/183, с. 9—12.
8. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования/Пер. с англ. — М.: Физматиз, 1963.

[17.08.81]

Уважаемый читатель!

Редакция журнала «Электричество» информирует о книгах, выпускаемых Энергоатомиздатом в 1984 г.

С аннотациями на перечисленные книги можно ознакомиться в плане выпуска литературы издательства на 1984 г., который имеется во всех книжных магазинах.

Номера позиций по плану указаны в скобках.

ЭНЕРГЕТИКА

Учебная литература для вузов

Пруднер С. Л. Экономика, организация и планирование энергетического производства. — 5-е изд., перераб. — 21 л. (№ 63)

Справочная литература

Смирнов А. Д., Антипов К. М. Справочная книжка энергетика. — 4-е изд., перераб. и доп. — 29 л. (№ 62)

Общие вопросы

Более чем достаточно: Пер. с англ. — Научно-популярная. 12 л. (№ 60)

Электрификация России: Воспоминания старейших энергетиков. — 29 л. (№ 61)

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Учебная литература для вузов

Долин П. А. Основы техники безопасности в электроустановках. — 2-е изд., перераб. и доп. — 30 л. (№ 149)

Ларина Э. Т. Силовые кабели и высоковольтные кабельные линии. — 22 л. (№ 95)

Липатов Д. Н. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения. — 3-е изд., перераб. и доп. — 22 л. (№ 68)

Федоров А. А., Каменева В. В. Основы электроснабжения промышленных предприятий. — 4-е изд., перераб. и доп. — 37 л. (№ 157)

Федосеев А. М. Релейная защита электроэнергетических систем. Релейная защита сетей. — 31 л. (№ 136)

Учебная литература для техников

Барзам А. Б., Пояркова Т. М. Лабораторные работы по релейной защите и автоматике. — 3-е изд., перераб. и доп. — 14,5 л. (№ 137)

Буртаев Ю. В., Овсянников П. Н. Теоретические основы электротехники. — 33 л. (№ 69)

Забегалов В. А., Орлов В. Г., Семенов В. А. Автоматизированные системы диспетчерского управления в энергосистемах. — 15,5 л. (№ 138)

Кацман М. М. Расчет и конструирование электрических машин. — 30 л. (№ 109)

Новиков А. В. Анализ хозяйственной деятельности энергетических предприятий. — 12 л. (№ 70)

Чекалин Н. А., Полухина Г. Н., Тугуши Г. Г. Охрана труда в электротехнической промышленности. — 2-е изд., перераб. и доп. — 16,5 л. (№ 71)

Справочная литература

Долин П. А. Справочник по технике безопасности. — 6-е изд., доп. — 50 л. (№ 150)

Игловский И. Г., Владимиров В. Г. Справочник по слаботочным электрическим реле.—2-е изд., перераб. и доп.—36 л. (№ 110)

Справочник по наладке аппаратуры первичных цепей электростанций и подстанций.—2-е изд., перераб. и доп.—27 л. (№ 127)

Справочник по наладке ВЧ связи по линиям электропередачи.—2-е изд., перераб. и доп.—21 л. (№ 139)

Электросварочное оборудование: В 2-х т. Т. 1 Оборудование для сварки плавлением.—46 л. (№ 111)

Общие вопросы

Каминский Е. А. Звезда, треугольник, зигзаг.—5-е изд.—7 л. Б-ка электромонтера. (№ 64)

Курбатов П. А., Аринчин С. А. Численный расчет электромагнитных полей.—11 л. (№ 65)

Функционально-стоимостный анализ в электротехнической промышленности.—19 л. (№ 66)

Цывинский В. Г., Быков В. Е. Измерение напряжений на инфракрасных частотах.—10,5 л. (№ 67)

Экономия электроэнергии

Греков Н. А., Сильвестров А. М., Фомин Б. И. Экономия черных и цветных металлов.—13,5 л. (№ 72)

Гусейнов Ф. Г., Мамедяров О. С. Экономичность режимов электрических сетей.—8 л.—Экономия топлива и электроэнергии. (№ 73)

Ковалев Ф. С., Мелехин В. Т. Хозрасчетные стимулы радиационного использования энергетических ресурсов в промышленности.—Экономия топлива и электроэнергии.—7,5 л. (№ 74)

Кунг Я. А., Фаермарк М. А. Экономия электрической энергии в осветительных установках.—Экономия топлива и электроэнергии.—10,5 л. (№ 75)

Маркушевич Н. С. Регулирование напряжения и экономия электроэнергии.—6 л.—Экономия топлива и электроэнергии. (№ 76)

Информационно-измерительная техника

Абрамзон Г. В., Обоищев Ю. П. Индукционные измерительные преобразователи переменных магнитных полей.—8 л. (№ 77)

Алиев Т. М., Тер-Исраелов Г. С., Тер-Хачатуров А. А. Вероятностные измерительно-вычислительные устройства.—10,5 л. (№ 78)

Амромин С. Д., Некрасов Л. П. Измерительные информационные системы с частотным развертывающим преобразованием.—6 л.—Б-ка по автоматике. (№ 79)

Гальваномагнитные преобразователи в измерительной технике.—23 л. (№ 80)

Гольдин М. Л. Теоретические основы измерительной техники фотонного излучения.—12 л. (№ 81)

Лиманов И. А. Электромагнитные преобразователи информационных систем.—6 л.—(Б-ка по автоматике). (№ 82)

Мелик-Шахназаров А. М., Маркатун М. Г. Цифровые измерительные системы корреляционного типа.—7,5 л. (№ 83)

Шлыков Г. П. Аппаратурное определение погрешностей цифровых приборов.—8 л. (№ 84)

Электротехнические материалы и изделия

Варденбург А. К., Пилипоян П. М. Электрическая напыленная изоляция.—9 л. (№ 85)

Испытания магнитных материалов и систем.—24 л. (№ 86)

Келин И. А., Кудрявцев В. К. Методы и устройства для контроля магнитных свойств постоянных магнитов.—6,5 л. (№ 87)

Крикоров В. С., Колмакова Л. А. Электропроводящие полимерные материалы.—10 л. (№ 88)

Лакерник Р. М. Кабели дальней связи в алюминиевых и стальных оболочках.—11 л. (№ 89)

Румянцев Д. Д., Рыбаков И. Ф. Нагревостойкие провода и кабели с асбестовыми материалами.—8,5 л. (№ 90)

Соколов А. Д., Артемов В. С. Термореактивные пластмассы для электротехники.—11 л. (№ 91)

Сучков В. Ф., Светлова В. И., Финкель Э. Э. Жаростойкие кабели с магнезиальной изоляцией.—8,5 л.—2-е изд., перераб. (№ 92)

Штога Я. Электротехнические материалы в вопросах и ответах: Пер. со словацкого.—17 л. (№ 93)

Электрические изоляторы—21 л. (№ 94)

Электрические машины и аппараты

Александров Г. Н., Иванов В. Л. Изоляция электрических аппаратов высокого напряжения.—15,5 л. (№ 97)

Белов А. Б. Машины для контактной конденсаторной сварки.—7 л. Электросварочное оборудование. (№ 98)

Бердичевский А. Е., Редькин Е. Н., Эллик К. А. Многоэлектронные машины для контактной сварки.—18,5 л.—Электросварочное оборудование. (№ 99)

Горобец А. С., Евзеров И. Х. Автоматические выключатели серии А3700.—6 л. Б-ка электромонтера. (№ 100)

Гуревич Э. И., Рыбин Ю. Л. Переходные тепловые процессы в электрических машинах.—15,5 л. (№ 101)

Жерве Г. К. Промышленные испытания электрических машин.—4-е изд., перераб. и доп.—26 л. (№ 102)

Могильников В. С., Олейников А. Е., Стрельников А. Н. Асинхронные электродвигатели с двухслойными роторами и их применение.—7,5 л. (№ 103)

Пинский Г. Б. Расчет явнополюсных синхронных машин.—10,5 л. (№ 104)

Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем.—22 л. 2-е изд., перераб. и доп. (№ 96)

Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока.—15,5 л. (№ 105)

Чуничин А. А., Евтушенко В. А. Подвесные разъединители высокого и сверхвысокого напряжения.—8,5 л. (№ 106)

Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины.—13 л. (№ 107)

Щучинский С. Х. Электромагнитные приводы исполнительных механизмов.—10,5 л. (№ 108)

Преобразовательная техника

Скаржепа В. А., Шелехов К. В. Цифровое управление тиристорными преобразователями.—10,5 л. (№ 112)

Управляемый выпрямитель в системах автоматического регулирования.—22 л. (№ 113)

Линии электропередачи

Гордон С. В. Сооружение линий электропередачи.—25 л.—3-е изд., перераб. и доп. (№ 114)

Козлов Б. А., Куликова Л. М. Прокладка, обслуживание и ремонт кабельных линий.—18 л. (№ 115)

Макиенко Г. П., Попов Л. В. Кабельные маслонаполненные линии 110—500 кВ высокого напряжения.—6 л.—Б-ка электромонтера. (№ 116)

Тихоедев Н. Н. Передача электрической энергии.—2-е изд., перераб. и доп.—15,5 л. (№ 117)

Электрические сети и системы

Андреевский В. Н. Ремонтно-восстановительные работы в электросетях.—15,5 л.—Промышленность села. (№ 119)

Передача энергии постоянным током.—30 л. (№ 118)

Розанов М. Н. Надежность электротехнических систем.—2-е изд., перераб. и доп.—12 л.—Надежность и качество. (№ 120)

Шапиро И. М. Принципы унификации элементов электрической сети 110—330 кВ.—10 л. (№ 121)

Электрические станции и подстанции

Бажанов С. А. Техническое обслуживание и ремонт вводов и изоляторов высокого напряжения.—16,5 л. (№ 122)

Обнаружение дефектов гидрогенераторов.—21 л. (№ 123)

Суславичус В. В. ГРЭС в Электренае.—3 л.—Передовые коллективы. (№ 124)

Филатов А. А. Фазировка электрического оборудования.—2-е изд., перераб. и доп.—4,5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 125)

Юренков В. Д. Разработка и расчет подстанций с емкостными делителями напряжения 110—750 кВ.—13,5 л. (№ 126)

Режимы работы электроэнергетических систем

Управление мощными электрообъединениями.—21 л. (№ 128)

Автоматика, релейная защита и связь в энергосистемах

Байтер И. И., Богданова Н. И. Защита шин 6—10 кВ.—5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 129)

Баркан Я. Д. Автоматизация режимов по напряжению и мощности: Из опыта Латвглэнерго.—13,5 л. (№ 130)

Беркович М. А., Молчанов В. В., Семенов В. А. Основы техники релейной защиты.—6-е изд., перераб. и доп.—31 л. (№ 131)

Микуцкий Г. В. Высокочастотные заградители и устройства присоединения для каналов высокочастотной связи.—3-е изд., перераб. и доп.—11 л. (№ 132)

Содержание

Сообщения	
1	Липский А. М. — Взаимосвязь показателей качества электроэнергии в сетях с резкоизмененными нагрузками
8	Михайлов В. В., Шумский А. Л., Ткаченко Г. И. — Дифференциально-фазная защита с магнитодиэлектрическими преобразователями тока для автономных электростанций
13	Лохов С. П. — Расчет колебаний напряжения сети
18	Филатов А. С., Дралюк Б. Н., Валдырев А. С. — Ограничение координат в электроприводах согласованно управляемых механизмов
	Богаенко И. Н., Бурлаков М. В. — Контроль электрического и технологического оборудования прокатных станов
24	Игнатов И. И., Хайнсон А. В. — Расчет электрических параметров и режимов дуговых сталеплавильных печей
27	Коняев А. Ю., Прокскуряков В. С., Резин М. Г., Сарапулов Ф. Н. — Особенности расчета характеристик линейного асинхронного двигателя с массивным магнитопроводом
33	Игнатов В. А., Забора И. Г., Ставинский А. А. — Использование активного объема и расчет намагничивающего тока торцевых асинхронных машин
41	Ионов А. Г., Лаптев А. А., Чернышов С. К. — Расчет параметров передачи коаксиальных кабелей с трубчатыми проводниками в широком диапазоне частот
45	Зезюлькин Г. Г., Пищиков В. И., Чугуев Ю. М. — Импульсная модель зависимого параллельного инвертора тока

CONTENTS

Determining the Parameters of an Industrial Power Supply System — A. A. Fedorov, S. V. Sadchikov
Optimizing the Structure of a Power Pool By Means of a Decomposition Technique — V. S. Khachatrian, A. V. Temurdjian
Programmed Devices for Power System Teleautomatics — M. Madash-Dobler, G. Pintz
Methods for Calculating Current Distribution in Transformer and Reactor Windings — U. N. Shafir, V. I. Rogachevski
Power Supply for Precipitators and Characteristics of Precipitation in a Corona Pulse Field — Z. L. Schwartz, G. Z. Mirzabekian, V. V. Nagorny, B. I. Greenstein
Application of the Variational Principle in Calculating A. C. Circuits Containing Gas-Discharge Elements — K. K. Namitokov, P. L. Pakhomov
Similarity Parameters for Physical Modelling of Arc Quenching in Chutes with Horizontal Blasting — S. M. Krijdjansky
Calculating Electrical Contact Wear Due to High-Power Arcs — U. M. Dolinski
Steady-State Conditions for a D. C. Converter With Pulse-Width Modulation — E. L. Lvov, U. K. Rozanov
Characteristics of Steady State Conditions for Small Doubly-Fed Machines — B. J. Gumanovski, V. I. Samuleyev, E. M. Burda

REPORTS

1	Interrelation Between Electric Energy Quality Indexes in Networks With Highly Variable Loads — A. M. Lipski
8	Phase-Comparison Relays With Magneto-Dielectric Current Transducers for Self-Contained Electrical Installations — V. V. Mikhailov, A. L. Shumski, G. I. Tkachenko
13	Calculation of Voltage Fluctuations in a Network — S. P. Lokhov
18	Limiting Translation in Electric Drives for Coordinated Controlled Mechanisms — A. S. Filatov, B. N. Draliuk, A. S. Valdirev
24	Monitoring of the Electrical and Technological Equipment for Rolling Mills — I. N. Bogayenko, M. V. Burlakov
33	Calculating the Electrical Parameters and Operating Conditions for Electric Arc Steel Melting Furnaces — I. I. Ignatov, A. V. Khainson
37	Main Points in Calculating the Characteristics of a Linear Induction Motor With a Solid Magnetic Circuit — A. U. Konyaev, V. S. Proskuryakov, M. G. Resin, F. N. Sarapulov
41	Utilizing Active Space and Calculating Magnetizing Current in Flange-Type Induction Machines — V. A. Ignatov, I. G. Zabora, A. A. Stavinski
45	Calculating Parameters Over a Large Frequency Band of a Transmission System Using Coaxial Cables With Tubular Conductors — A. G. Ionov, A. A. Laptev, S. K. Chernishov
	A Pulse Model for a Dependent Parallel Current Inverter — G. G. Zeziulkin, V. I. Pischikov, U. M. Chuguyev

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.001.57

Оптимизация структуры объединенной электроэнергетической системы с применением метода декомпозиции. Чатчарян В. С., Тумурджян А. В. — «Электричество», 1983, № 8.

Рассмотрена нелинейная математическая модель оптимизации структуры развития электроэнергетических систем и их объединений с одновременной оптимизацией режимов их работы. Библ. 8.

УДК 621.311.001.57.001.24

Программируемые устройства телемеханики энергосистем. Мадаш-Доблер М., Пинц Г. — «Электричество», 1983, № 8.

Приведены описание принципа действия и алгоритм функционирования телемеханической системы, построенной на микропроцессорах. Особенности системы: адаптивность процесса передачи информации, наличие диалоговой системы на периферийных и центральных пунктах, кодовый принцип расчета и передачи значений энергии, системы единого времени. Библ. 1.

УДК 621.314.222.6.045.001.24

Методы расчета распределения тока в обмотках трансформаторов и реакторов. Шафир Ю. Н., Рогачевский В. И. — «Электричество», 1983, № 8.

Дана классификация и общая характеристика методов расчета распределения тока в обмотках трансформаторов и реакторов. Для результатирующих токов приводятся и сравниваются матричные уравнения относительно взаимных сопротивлений и сопротивлений к. з. пар ветвей. Приведены и обоснованы расчетные модели по методам циркулирующих и аварийных токов для общего случая произвольных схем соединения и чисел ветвей, а также для частных случаев. Даны краткие сведения о преимуществах рассмотренных методов в зависимости от характера задачи. Библ. 15.

УДК 621.359.48;621.373

Система питания промышленных электрофильтров и некоторые особенности процессов осаждения в поле импульсной короны. Шварц З. Л., Мирзабекян Г. З., Нагорный В. В., Гриштейн Б. И. — «Электричество», 1983, № 8.

Описаны принцип работы и схема новой системы импульсного питания промышленных электрофильтров. Приведены результаты сравнительных лабораторных измерений удельного заряда, получаемого частицами в поле импульсной и стационарной корон и результаты опыта по оценке адгезии высыпкоомного слоя к электроду. Показано, что заряд, приобретаемый частицей в поле импульсной короны тем более, чем меньше длительность импульса напряжения, и что адгезия слоя пыли к электроду, осажденного в поле импульсной короны, ниже, чем для слоя, осажденного в поле стационарной короны. Библ. 12.

УДК [621.327:621.314.2].001.24:519

Применение вариационного принципа к расчету цепей переменного тока с газоразрядными элементами. Намитоков К. К., Пахомов П. Л. — «Электричество», 1983, № 8.

Предложен вариационный метод расчета формы тока и напряжения в цепи, содержащей газоразрядный элемент низкого давления. Из рассмотрения динамики столкновительных процессов в плазме газового разряда и принципа минимума энергии, рассеиваемой за полуperiод горения разряда, получены выражения для временных зависимостей электронной концентрации и температуры плазмы, что позволяет рассчитывать кривые электронной проводимости разряда и напряженности поля в плазме. Библ. 9.

УДК 621.3.064.4.001.57

Критерий подобия физического моделирования процессов дугогашения в камерах продольного дутья. Крижанский С. М. — «Электричество», 1983, № 8.

Из уравнений газовой динамики и электрической цепи, описывающих дуговой разряд переменного тока в дугогасительных камерах продольного дутья газовых выключателей, методами теории подобия получены критерии подобия при физическом моделировании процессов дугогашения, а также масштабные коэффициенты для пересчета параметров модели на натурные условия. Указаны условия приближенного моделирования при пониженном напряжении. Библ. 15.

УДК 621.3.064:620.193.1

Расчет износа электрических контактов под воздействием сильноточной дуги. Долинский Ю. М. — «Электричество», 1983, № 8. Предложена математическая модель для расчета износа сильноточных контактов, основанная на квазинепрерывном выбросе расплавленного металла в расширяющемся основании электрической дуги. Выброс частиц происходит при достижении некоторой предельной температуры в основании дуги. Приведен численный метод решения поставленной задачи и сопоставление результатов расчета по предложенной модели с экспериментальными данными для медных электродов. Библ. 14.

УДК [621.314.1:621.376].001.24

Стационарные режимы преобразователя постоянного тока с широтно-импульсной модуляцией. Львов Е. Л., Розанов Ю. К. — «Электричество», 1983, № 8.

Исследованы режимы непрерывного и прерывистого токов преобразователя с широтно-импульсным ключом и LC -фильтром. Определены границы существования режимов. Получены точные и приближенные уравнения, связывающие выходной и входной сигналы. Определена амплитуда пульсаций выходного напряжения. Анализ проводился на базе уравнений состояния, представленных в нормальной канонической форме. Библ. 3.

УДК 621.316.1.015.2.016.3.001.24

Взаимосвязь показателей качества электроэнергии в сетях с резко-переменными нагрузками. А. М. Липский. — «Электричество», 1983, № 8.

Рассмотрено влияние колебаний напряжения на значения коэффициентов несинусоидальности и несимметрии напряжений. Показано, что определение указанных показателей качества электроэнергии необходимо выполнять после решения вопросов компенсации колебаний напряжения и среднего значения реактивной мощности, потребляемой резкопеременным и нагрузками. Библ. 5.

УДК 621.316.925

Дифференциально-фазная защита с магнитодиэлектрическими преобразователями тока для автономных электроустановок. Михайлов В. В., Шумской А. Л., Ткаченко Г. И. — «Электричество», 1983, № 8.

В статье изложены результаты исследования дифференциально-фазной защиты с магнитодиэлектрическими преобразователями тока для многоплечевых автономных электроустановок. Предложенное устройство в сравнении с защитами, в которых обмотки преобразователей соединены последовательно, имеет более высокую селективность. Библ. 3.

УДК 621.316.1.015.2.001.24

Расчет колебаний напряжения сети. Лохов С. П. — «Электричество», 1983, № 8.

Приведены точная формула зависимости напряжения на зажимах электроприменика от ее активной и реактивной мощности, а также выражение для расчета фазы напряжения. Библ. 3.

УДК 621.313.333.2.001.24

Особенности расчета характеристик линейного асинхронного двигателя с массивным магнитопроводом. Коняев А. Ю., Проскуряков В. С., Резин М. Г., Сарапулов Ф. Н. — «Электричество», 1983, № 8.

Излагается методика расчета линейных асинхронных двигателей с массивным магнитопроводом вторичной части, основанная на использовании магнитной и электрических схем замещения. Для наиболее распространенных исполнений линейных двигателей рассчитаны параметры электрических цепей схем замещения участков вторичной части, предлагаемые для практического использования. Приводятся некоторые результаты исследования рассматриваемых машин, подтверждающие эффективность рассматриваемой методики. Библ. 8.

УДК 621.313.333.001.24

Использование активного объема и расчет намагничивающего тока торцевых асинхронных машин. Игнатов В. А., Забора И. Г., Ставинский А. А. — «Электричество», 1983, № 8.

На основе расчета методом последовательных приближений распределения индукции в зазоре, уточнена методика расчета магнитной цепи торцевых асинхронных машин. Показано влияние на распределение индукции в зазоре вдоль активной длины ширины паза, высоты ярма, величины зазора и суммарной м. д. с., а также влияние характера распределения индукции на использование активного объема торцевой асинхронной машины. Библ. 6.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тихоедев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макаршин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор О. Д. Кузнецова

Сдано в набор 10.06.83 Подписано в печать 10.08.83 Т-17638 Формат 60×90 $\frac{1}{4}$ Печать высокая
Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5 Уч.-изд. л. 13,41 Тираж 5719 экз. Заказ 1591

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10. Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли г. Чехов Московской области

