



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1983

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

6

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ
АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.316.925.2

Анализ чувствительности направленных фильтровых высокочастотных защит

ГЕЛЬФАНД Я. С.

ВНИИЭ

При выполнении высокочастотных (ВЧ) защит, реагирующих на направление мощности обратной последовательности, одной из проблем является обеспечение их чувствительности на ВЛ, отходящих от мощных подстанций, особенно при большой длине ВЛ. При коротком замыкании (к. з.) на удаленном конце ВЛ напряжение U_2 на шинах может оказаться соизмеримым с напряжением небаланса фильтров, вызванном погрешностями трансформаторов напряжения, неточностью настройки, изменением частоты и другими причинами, что приведет к искажению информации, подаваемой на орган направления мощности.

Известны два основных способа повышения чувствительности направленных фильтровых защит по напряжению. Один из них, широко применяемый при выполнении направленных ВЧ-защит, заключается в том, что в напряжение, подаваемое на орган направления, вводится компенсация падения напряжения на ВЛ. При таком исполнении органа направления его напряжение срабатывания снижается по мере роста тока и при некотором значении (точка потери направленности) может стать равным нулю, т. е. орган становится токовым ненаправленным. При дальнейшем росте тока срабатывание органа направления происходит даже при изменении фазы напряжения на 180° .

Второй способ применяется для повышения чувствительности направленных токовых защит нулевой последовательности. Он основан на том, что при внешних к. з. со стороны подстанций, на которой установлена защита, напряжение нулевой последовательности U_0 значительно больше, чем при удаленных к. з. в зоне действия защиты. Сущность способа заключается в том, что назначением органа направления является запрет срабатывания защиты при внешних к. з. Поэтому срабатывание защиты может быть обеспечено при удаленных к. з., даже в случае очень малых напряжений U_0 на шинах подстанции. При внешних к. з. орган направления ра-

ботает четко, благодаря достаточно высокому уровню напряжения U_0 .

Второй способ может быть использован и для направленных фильтровых ВЧ-защит, поскольку при внешних к. з. ВЧ-блокировка будет осуществляться органом направления на конце, ближайшем к месту к. з. Реализация этого способа для направленной ВЧ-защиты заключается в том, что в дополнение к отключающему и блокирующему органам направления мощности предусматривается установка реле тока обратной последовательности, срабатывающего при соответствующем образе выбранном токе и действующего на отключение, если отсутствует блокирующий сигнал. Дополнительно реле тока должно иметь торможение, необходимое для предотвращения его излишнего срабатывания при качаниях и сквозных трехфазных к. з. Комбинация органа направления мощности и реле тока в определенной степени аналогична органу направления с компенсацией падения напряжения.

Целью настоящей статьи являются анализ и сравнение этих двух способов повышения чувствительности направленных ВЧ защит 110—330 кВ.

Для анализа был разработан метод вольт-амперных характеристик (ВАХ) на плоскости I_2 , U_2 , основанный на ряде допущений. Предполагается, что углы сопротивлений обратной последовательности одинаковы для всех элементов сети, а угол максимальной чувствительности органов направления мощности соответствует углу сопротивления. Рассматриваются только к. з. в конце ВЛ, при которых чувствительность защиты наихудшая. Неполнофазные режимы не учитываются, поскольку направленные фильтровые защиты не рассчитаны на длительное функционирование в таких режимах.

Для наглядности анализ проводится только для случая одиночной двухконцевой ВЛ 110—330 кВ, однако, метод пригоден и для многоконцевых и параллельных ВЛ, причем можно предположить, что сравнительные

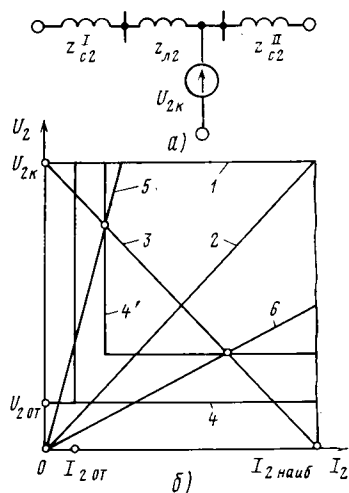


Рис. 1. Схема замещения обратной последовательности (а) и вольт-амперные характеристики органов направления, ВЛ и системы при двухфазном к. з. (б)

результаты, полученные для обоих способов, будут такими же, как и для двухконцевых ВЛ. Влияние емкостного тока ВЛ и переходных процессов при к. з. не рассматривается.

Метод ВАХ основан на определении зависимости напряжения U_2 на шинах подстанции от тока I_2 защищаемой ВЛ и сравнении этой зависимости с ВАХ срабатывания защиты, построенной для угла максимальной чувствительности. На рис. 1, а приведена расчетная схема обратной последовательности для несимметричного к. з. в конце ВЛ, имеющей сопротивление обратной последовательности $z_{л2}$ и питающейся от системы с сопротивлением z_{c2}^I . Система на приемном конце имеет сопротивление z_{c2}^{II} . Напряжение U_2 в месте к. з. на конце ВЛ равно $U_{2к}$. Сущность метода рассмотрим на примере металлического двухфазного к. з. Если с определенным допущением принять, что сопротивления прямой и обратной последовательностей всех элементов расчетной схемы равны, то $U_{2к} = 0,5 E$, где E — фазная эквивалентная э. д. с. Напряжение $U_{2к}$ не изменяется при изменении режима работы передающей и приемной системы, т. е. независимо от величины тока I_2 напряжение $U_{2к}$ остается неизменным (рис. 1, б, прямая 1).

Ток к. з. по ВЛ зависит в этом случае от сопротивлений ВЛ и передающей системы и, следовательно, его изменение может вызываться только изменением z_{c2}^I . Если $0 \leq z_{c2}^I \leq \infty$, то падение напряжения U_2 на ВЛ изменяется пропорционально току, т. е. ВАХ ВЛ имеет вид прямой 2 (рис. 1, б), проходящей через начало координат и точку $(I_{2наиб} = U_{2к}/z_{л2}; U_{2к})$. Напряжение U_2 на шинах является разностью напряжения $U_{2к}$ и падения напряжения U_2 на ВЛ. Поэтому ВАХ системы, являющаяся зависимостью напряжения U_2 на шинах от тока I_2 по защищаемой ВЛ при изменении z_{c2}^I от нуля до бесконечности, имеет вид прямой 3, проходящей через точки $(0; U_{2к})$ и $(I_{2наиб}; 0)$. Наклон ВАХ системы такой же, как у ВАХ ВЛ и равен в масштабе $\arg \operatorname{tg} z_{л2}$. Если органы направления мощности выполнены на интегральных микросхемах, то их ВАХ имеют вид двух прямых, определяющих чувствительность по току и напряжению. На рис. 1, б ВАХ 4 отключающего органа $S_{2от}$ показана в виде двух прямых, параллельных осям I_2 и U_2 и пересекающихся в точке $(I_{2от}; U_{2от})$, где $I_{2от}$

и $U_{2от}$ — ток и напряжение срабатывания органа $S_{2от}$. При коэффициенте чувствительности, равном двум, ВАХ 4¹, определяющая надежную работу органа $S_{2от}$, имеет двойные абсциссы и ординаты по сравнению с ВАХ 4. Точки пересечения ВАХ 4¹ с ВАХ 3 определяют предельные сопротивления z_{c2}^I , при которых орган $S_{2от}$ надежно срабатывает. Тангенс угла наклона прямой 5, проходящей через одну из точек пересечения, характеризует наибольшее сопротивление системы (определяемое током $I_{2от}$), при котором еще обеспечивается надежное срабатывание защиты, а тангенс угла наклона прямой 6 — наименьшее сопротивление системы, определяемое напряжением $U_{2от}$.

При дуговых двухфазных к. з. напряжение на дуге поддерживается примерно на одинаковом уровне независимо от величины тока, и поэтому $U_{2к}$ также мало зависит от тока, но оно меньше, чем при металлических двухфазных к. з.

При однофазных и двухфазных к. з. на землю построение ВАХ несколько усложняется, поскольку $U_{2к}$ зависит от соотношения между результирующими сопротивлениями нулевой, прямой и обратной последовательностей $z_{0\Sigma}, z_{1\Sigma}, z_{2\Sigma}$, которое изменяется при изменении сопротивлений z_c^I и z_c^{II} , так как отношения $z_0/z_{2\Sigma}$ неодинаковы для ВЛ и систем. Для сокращения количества рассматриваемых вариантов за расчетные режимы принимаются: для двухфазных к. з. на землю — режим, когда z_{c0}^{II}/z_{c2}^{II} приемной системы минимально, а для однофазных к. з. — режим, когда отношение z_{c0}^{II}/z_{c2}^{II} максимально, либо режим одностороннего питания ВЛ, отключенной с одного конца.

При двухфазных к. з. на землю наибольшее напряжение $U_{2к}$ в расчетном режиме будет при $z_{c0}^I = 0$, так как для ВЛ $z_{л0}/z_{л2} \geq 2,5-3$ и, следовательно, отношение результирующих сопротивлений $z_{0\Sigma}/z_{2\Sigma}$ будет больше, чем z_{c0}^{II}/z_{c2}^{II} . При $z_c^I \rightarrow \infty$ отношение результирующих сопротивлений стремится к z_{c0}^{II}/z_{c2}^{II} и напряжение $U_{2к}$ минимально. Зависимость от тока I_2 нелинейна, причем ее характер в большой степени зависит от соотношения $z_{л1}$ и z_c^{II} . При длинных ВЛ, если невелико шунтирующее действие $z_{л2}$ и $z_{л0}$, увеличение относительно мало сказывается на результирующем отношении $z_{0\Sigma}/z_{2\Sigma}$, а следовательно, мало снижается $U_{2к}$. Если ВЛ короткая, то снижение $U_{2к}$ может быть существенным. Зависимость $U_{2к}$ от тока I_2 может быть построена по точкам, но для целей анализа ее можно заменить прямой, соединяющей крайние точки $U_{2к}$ при $z_c^I = 0$ и $z_c^I \rightarrow \infty$ либо с запасом считать $U_{2к}$ неизменным и равным своему минимальному значению ($z_c^I \rightarrow \infty$).

При двухфазных к. з. на землю через переходные сопротивления также можно ограничиться расчетом для двух крайних режимов системы I.

При однофазных к. з., если не считаться с маловероятным режимом, когда $z_{c0}/z_{c2} > z_{л0}/z_{л2}$, расчетным будет случай одностороннего питания защищаемой ВЛ, отключенной на удаленном конце. Тогда наименьшее напряжение $U_{2к}$ будет при $z_c^I = 0$. При увеличении z_c^I отношение $z_{0\Sigma}/z_{2\Sigma}$ уменьшается, и напряжение $U_{2к}$ возрастает. И в этом случае зависимость $U_{2к}$ от I_2 можно принять линейной, аналогично предыдущему.

Таким образом, метод ВАХ применим для анализа при всех видах несимметричных к. з. В дальнейшем для простоты будем считать, что $U_{2к}$ не зависит от тока

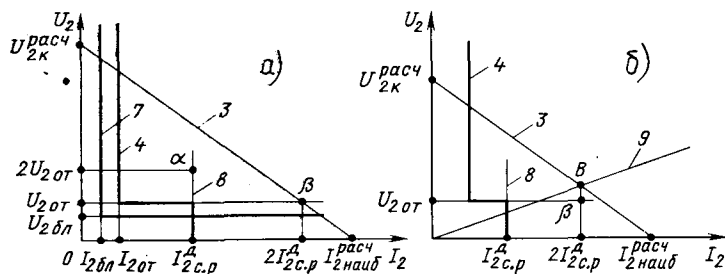


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики органа направления мощности с дополнительным реле тока: а — к выбору параметров расчетной ВАХ при $z_c^I = 0$; б — то же, при $z_c^I = \alpha z_{L2}$

I_2 не только при двухфазных к. з., но и при однофазных и двухфазных к. з. на землю. Это значит, что ВАХ системы при разных видах несимметричных к. з., металлических или через переходные сопротивления, представляют собой семейство параллельных прямых, проходящих под углом $\arctg \tan z_{L2}$ к оси I_2 и пересекающих ось U_2 в точках, соответствующих наименьшему напряжению $U_{2к}$ в месте каждого из рассматриваемых видов к. з. Целью анализа является определение тех расчетных ВАХ системы (расчетные параметры $U_{2к}^{расч}$ и $I_{2наиб}^{расч}$), при которых измерительные органы защиты, выполненные по сравниваемым способам, обеспечивают требуемую чувствительность.

На рис. 2, а приведены ВАХ отключающего 4 и блокирующего 7 органов направления мощности и дополнительного реле тока 8. Напряжение $U_{2дл}$ и ток $I_{2дл}$ срабатывания блокирующего органа направления $S_{2дл}$ выбираются из условий отстройки от напряжения и тока небаланса длительного режима с учетом погрешностей измерительных трансформаторов, неточности настройки фильтров и колебаний частоты:

$$\left. \begin{aligned} U_{2дл} &= k_H U_{2нб}; \\ I_{2дл} &= k_H I_{2нб}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $k_H = 1,3—1,4$.

Для обеспечения селективности защиты при внешних к. з. напряжение $U_{2от}$ и ток $I_{2от}$ должны быть больше, чем $U_{2дл}$ и $I_{2дл}$. Так, для токов срабатывания органов направления мощности наиболее тяжелое условие согласования:

$$I_{2от} - I_{2нб} \geq I_{2дл} + I_{2нб}. \quad (2)$$

В соответствии с (1) и (2) можно написать

$$I_{2от} \geq I_{2дл} (1 + 2/k_H). \quad (3)$$

Обычно, однако, наихудшее соотношение небалансов не принимается во внимание, и коэффициент согласования по току для двухконцевых ВЛ берется равным двум. Коэффициент согласования по напряжению для ВЛ средней и большой длины может быть взят меньшим, так как падение напряжения на защищаемой ВЛ дает дополнительный запас по селективности. Обычно он принимается равным 1,5.

Ток срабатывания $I_{2с.р}^A$ дополнительного реле тока I_2^A должен быть согласован при внешних к. з. как с током $I_{2дл}$, так и с напряжением $U_{2дл}$ органов направления $S_{2дл}$ на обоих концах ВЛ. Согласование по току

обеспечивается во всех случаях, когда

$$I_{2с.р}^A \geq I_{2от}, \quad (4)$$

поскольку последний согласован с $I_{2дл}$, причем предполагается, что при качаниях и внешних трехфазных к. з. отстройка реле от небаланса достигается торможением.

Возможность согласования тока срабатывания реле I_2^A с напряжением срабатывания $U_{2дл}$ определяется наличием падения напряжения на ВЛ при протекании по ней тока, равного току $I_{2с.р}^A$. При внешних к. з. со стороны подстанции, где установлено рассматриваемое реле I_2^A , блокировка должна обеспечиваться органом $S_{2дл}$ этого же конца ВЛ. Напряжение на нем будет равно сумме напряжения U_2 на удаленном конце ВЛ и падения напряжения на ВЛ. При внешних к. з. со стороны удаленного конца ВЛ высокочастотная блокировка обеспечивается удаленным органом $S_{2дл}$, напряжение на котором равно сумме падения напряжения на защищаемой ВЛ и напряжения U_2 на рассматриваемом конце ВЛ. Для того чтобы не считаться с возможностью изменения режимов работы подстанции, примем, что в обоих расчетных случаях U_2 на шинах подстанций отсутствует. Тогда на орган $S_{2дл}$ подается напряжение

$$U_2 = I_{2с.р}^A z_{L2}. \quad (5)$$

Это напряжение должно быть согласовано с $U_{2дл}$. При этом необходимо учитывать небалансы в цепи напряжения, которые могут заглубить орган $S_{2дл}$, небалансы в цепи тока, которые приведут к увеличению тока в реле I_2^A по сравнению с током в ВЛ и неточности

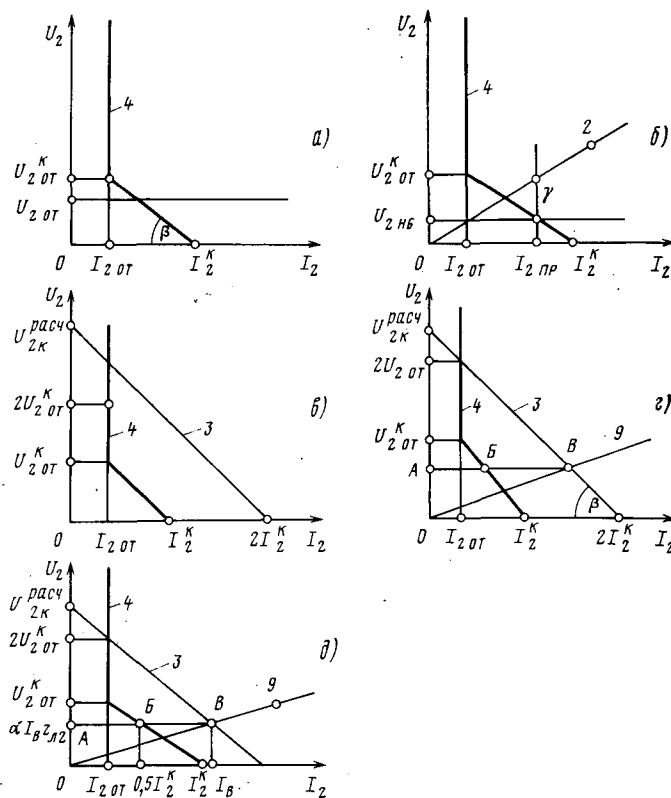


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики органов направления мощности с компенсацией падения напряжения на ВЛ: а — параметры ВАХ; б — к определению $z_{к.с}$; в — расчетная ВАХ при $z_k = z_{L2}$; г — к определению $z_{к.ч}$ при $z_c^I = 0$; д — к определению $z_{к.ч}$ при $z_c^I = \alpha z_{L2}$

расчета, завышающие сопротивление $z_{л2}$. Дополнительный коэффициент надежности не вводится по аналогии с (2), поскольку запас обеспечивается благодаря малой вероятности совпадения максимумов всех неблагоприятных условий:

$$(U_{26л} + U_{2нб}) \leq (I_{2с.р}^A - I_{2нб}) z_{л2} / k_{зап}. \quad (6)$$

Учитывая (1) и обозначая $I_{2с.р}^A / I_{2от} = A$, а также считая $U_{2от} / U_{26л} = 1,5$, $I_{2от} / I_{26л} = 2$, получим:

$$\frac{U_{2от}}{I_{2от}} \leq \frac{3Ak_H - 1,5}{2k_{зап}(1 + k_H)} z_{л2}. \quad (7)$$

Это выражение позволяет найти зависимость тока $I_{2с.р}^A$ от $z_{л2}$ при заданных параметрах органа $S_{2от}$.

Ниже приведены данные расчета, проведенного для $k_{зап} = 1,1$; $k_H = 1,4$ ($z_{л2}^* = z_{л2} : U_{2от} / I_{2от}$):

$z_{л2}^A$	1,95	1,5	1,25	1,0	0,75	0,5	0,3
A	1,0	1,2	1,35	1,6	2,0	2,85	4,55
$I_{2с.р}^A z_{л2} / U_{2от}$	1,95	1,8	1,7	1,6	1,5	1,42	1,37

Можно отметить, что расчетное напряжение на блокирующем органе $S_{26л}$ при токе срабатывания реле $I_{2с.р}^A$ (без учета небалансов) существенно выше, чем $U_{2от}$, даже при отсутствии напряжения U_2 на подстанции, где установлено дополнительное реле.

Для того чтобы измерительный орган с характеристикой 4 (рис. 2, а) обеспечивал коэффициент чувствительности, равный двум, при всех видах несимметричных к. з. на защищаемой ВЛ, необходимо, чтобы ВАХ системы проходил через точки α и β или выше их. Через обе эти точки проходит ВАХ системы при $z_{л2}^* = 1/A$. Однако в соответствии с (7) $z_{л2}^*$ всегда больше, чем $1/A$, и поэтому расчетная ВАХ системы имеет больший наклон и проходит только через точку β (рис. 2, а, прямая 3). Так как угол наклона ВАХ 3 равен $\arctg z_{л2}$, то точки $I_{2нб}^{расч}$ и $U_{2к}^{расч}$ могут быть найдены по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} I_{2нб}^{расч} &= 2I_{2с.р}^A + U_{2от} / z_{л2}; \\ I_{2к}^{расч} &= I_{2нб}^{расч} z_{л2} = 2I_{2с.р}^A z_{л2} + U_{2от}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Ниже приведены относительные значения $I_{2нб}^{расч}$ и $U_{2к}^{расч}$ при питании ВЛ с разным сопротивлением от системы бесконечной мощности:

$z_{л2}^*$	1,5	1,25	1,0	0,75	0,5	0,3
$I_{2нб}^{расч} / I_{2от}$	3,05	3,5	4,2	5,35	7,7	12,45
$U_{2к}^{расч} / U_{2от}$	4,55	4,4	4,2	4,0	3,85	3,7

При A , близких единице, коэффициент чувствительности определяется только по току.

При $U_{2от} = 2В$ и номинальном вторичном напряжении измерительного трансформатора, равно 100 В, отношение $U_{2к} / E$, соответствующее приведенным данным, колеблется в пределах от 0,13 до 0,16.

Для сравнения отметим, что при металлических двухфазных к. з. на землю отношение $U_{2к} / E$ составляет 0,144 при $z_{0\Sigma} / z_{2\Sigma} = 0,2$, а при металлических однофазных к. з. это отношение равно 0,18 при $z_{л0} / z_{л2} = 3,5$, в системе бесконечной мощности с односторонним питанием ВЛ.

Если мощность системы не бесконечна, например, $z_{с2} = \alpha z_{л2}$, то при выводе расчетных выражений в правую часть уравнения (6) вводим дополнительное слагаемое

$\alpha I_{2с.р}^A z_{л2}$. Тогда выражение (7) преобразуется следующим образом

$$\frac{U_{2от}}{I_{2от}} \leq \frac{3A'k_H(1 + \alpha k_{зап}) - 1,5}{2k_{зап}(1 + k_H)} z_{л2}, \quad (9)$$

где $A' = I_{2с.р}^A / I_{2от}$ при $z_{с2}^* = \alpha z_{л2}$.

Из выражения (9) следует, что при конечном сопротивлении системы значения A' уменьшаются в $(1 + \alpha k_{зап})$ раз по сравнению с A . Если точка B пересечения прямой 9, соответствующей падению напряжения в системе $\alpha I_{2с.р}^A z_{л2}$, с прямой $2I_{2с.р}^A$ имеет ординату, большую, чем $U_{2от}$ (рис. 2, б), то расчетная ВАХ системы 3 будет проходить через точку $[2A'I_{2от}(1 + \alpha); 0]$, т. е. $I_{2нб}^{расч} \approx 2AI_{2от}$. Если ордината точки B меньше $U_{2от}$, то $I_{2нб}^{расч}$ определяется по (8).

Проведем анализ органа направления мощности с компенсацией падения напряжения. Его ВАХ показана на рис. 3, а. Она характеризуется тремя параметрами: током $I_{2от}$, имеющим при прочих равных условиях то же значение, что и у органа направления (рис. 1, б), напряжением $U_{2от}^K$ и углом наклона $\beta = \arctg z_K$, определяемым сопротивлением компенсации. Напряжение $U_{2от}$ можно найти, учитывая дополнительный небаланс в цепи напряжения за счет тока небаланса. Если известно напряжение $U_{2от}$ при отсутствии компенсации, то

$$U_{2от}^K = U_{2от} + I_{2нб} z_K. \quad (10)$$

Как и при условиях (2) и (6), дополнительный коэффициент надежности не вводится, а предполагается, что запас будет обеспечиваться благодаря несовпадению неблагоприятных условий по небалансам в цепях тока и напряжения.

Определим наибольшие значения z_K по условиям селективности работы ВЧ-защиты $z_{К.с}$. Предположим, что на подстанции бесконечной мощности установлен орган с ВАХ 4 (рис. 3, б). При удаленном внешнем к. з. орган может излишне сработать при токе $I_{2пр}$, когда ВАХ 4 пересечет прямую, соответствующую напряжению небаланса. Для предотвращения излишнего действия защиты на отключение необходимо, чтобы на противоположном конце напряжение на блокирующем органе (точка γ на ВАХ 2 ВЛ) было достаточным для его срабатывания. Учитывая небалансы в цепи тока отключающего органа и небалансы в цепи напряжения блокирующего органа без компенсации падения напряжения, запишем:

$$\left. \begin{aligned} U_{2от}^K - U_{2нб} &= (I_{2пр} - I_{2от} + I_{2нб}) z_K; \\ U_{26л} + U_{2нб} &= I_{2пр} z_{л2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Исключая $I_{2пр}$, учитывая (10) и уже использованные соотношения между $U_{2от}$, $U_{26л}$, $U_{2нб}$ и $I_{2от}$, $I_{2нб}$ и обозначая $z_{К.с}^* = z_{К.с} : U_{2от} / I_{2от}$, получаем условие обеспечения селективности:

$$z_{К.с}^* = \frac{(1,5k_H - 1) z_{л2}^*}{k_H + 1 - 1,5k_H z_{л2}^*}. \quad (12)$$

Расчет по (12) показывает, что при $z_{л2}^* > 0,62$ значение $z_{К.с}^* > z_{л2}^*$, причем при $z_{л2}^* = 1,14$ надежная блокировка обеспечивается уже при токе $I_{2от}$ и $z_{К.с}^*$ может по условиям селективности быть выбрано сколь угодно большим. Если $z_{л2}^* = 0,62$, то $z_{л2}^* = z_{К.с}^*$. При $z_{л2}^* < 0,62$ значение $z_{К.с}^* < z_{л2}^*$.

Ограничение по сопротивлению компенсации z_k определяется также и требованиями к чувствительности органа направления. При $z_k = z_{л2}$ (рис. 3, в) и системе бесконечной мощности одной из точек расчетной ВАХ системы является $2I_2^k$, что обеспечивает коэффициент чувствительности по току, равный двум. При этом коэффициент чувствительности по напряжению при токе $I_{2от}$ будет превышать два. Если увеличивать z_k , то ток I_2^k уменьшается, а напряжение $U_{2от}^k$ растет. Уменьшение $2I_2^k$ делает расчетную ВАХ системы более благоприятной. Однако при некотором $z_k = \text{arctg } \beta$ расчетная ВАХ системы проходит (рис. 3, г) как через точку $(2I_2^k, 0)$, так и через точку $(0; 2U_{2от}^k)$, и дальнейший рост z_k приведет лишь к ухудшению чувствительности, поскольку вырастет $U_{2от}^k$.

Найдем предельные значения z_k по условиям чувствительности ($z_{к.ч}$). Из рис. 3, г следует, что

$$\left. \begin{aligned} U_{2к}^{\text{расч}} &= 2U_{2от}^k + I_{2от} z_{л2}; \\ I_2^k - I_{2от} &= U_{2от}^k / z_{к.ч}; \\ I_2^k &= U_{2к}^{\text{расч}} / 2z_{л2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Используя (10) и соотношение между токами $I_{2от}$ и $I_{2нб}$, исключая I_2^k из системы уравнений (13) и принимая $z_{к.ч} = z_{к.ч} : U_{2от} / I_{2от}$, получаем:

$$z_{к.ч}^* = \frac{z_{л2}^* (1 + 2k) - 2k_n}{2} + \sqrt{\left[\frac{z_{л2}^* (1 + k_n) - 2k_n}{2} \right]^2 + 2k_n z_{л2}^*}. \quad (14)$$

Сопротивление $z_{к.ч}^*$ всегда больше $z_{л2}^*$.

Приведем данные расчета по выражениям (12) и (14) для $z_{л2}^*$, указанных выше ($z_c^1 = 0$):

$z_{л2}^*$	1,95	1,5	1,25	1,0	0,75	0,5	0,3
$z_{к.с}^*$	—	—	—	3,65	1,0	0,41	0,19
$z_{к.ч}$	3,45	2,55	1,95	1,45	1,0	0,63	0,34

При выборе сопротивления z_k берется меньшее из сопротивлений $z_{к.с}$ и $z_{к.ч}$, соответствующих сопротивлению $z_{л2}$ и вводится коэффициент запаса $k_{зап} = 1,1$. Ток потери направленности I_2^k определяется по второму из уравнений системы (13). После преобразований получим:

$$I_2^k = k_{зап} U_{2от} / z_k + I_{2от} (1 + 1/2 k_n). \quad (15)$$

Точки пересечения расчетной ВАХ с осями I_2 и U_2 :

$$\left. \begin{aligned} I_{2нб}^{\text{расч}} &= 2I_2^k; \\ U_{2к}^{\text{расч}} &= 2I_2^k z_{л2}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

При относительно небольших I_2^k возможно излишнее срабатывание органа направления из-за токов небалансов при качаниях или внешних трехфазных к. з. Поэтому, как и при использовании дополнительного токового реле, необходимо вводить торможение. Его можно вводить непосредственно в реагирующий орган. Одновременное загроуление органа направления и по напряжению вполне допустимо, поскольку для сохранения коэффициента чувствительности по току расчетная ВАХ системы должна быть смещена вверх, а следовательно,

сохранится коэффициент чувствительности и по напряжению.*

Приведем данные по расчетным ВАХ для органов направления мощности с компенсацией падения напряжения при $z_c^1 = 0$:

$z_{л2}^*$	1,95	1,5	1,25	1,0	0,75	0,5	0,3
$I_2^k / I_{2от}$	1,7	1,8	1,9	2,1	2,45	4,0	6,75
$I_{2нб}^{\text{расч}} / I_{2от}$	3,4	3,6	3,8	4,2	4,9	8,0	13,5
$U_{2к}^{\text{расч}} / U_{2от}$	6,65	5,4	4,75	4,2	3,7	4,0	4,05

Сравнение расчетных данных позволяет сделать вывод о том, что при $z_c^1 = 0$ орган направления мощности с дополнительным токовым реле имеет преимущество при длинных ($z_{л2}^* > 1$) и коротких ВЛ ($z_{л2}^* < 0,5$), а при $0,5 \leq z_{л2}^* \leq 1$ преимущество имеет орган направления с компенсацией падения напряжения.

Для оценки порядка величин $z_{л2}$ приведем результаты расчета длин ВЛ, соответствующих $z_{л2}^* = 1$ для характерных параметров органов $S_{2от}$: $U_{2от} = 2$ В; $I_{2от} = 0,5$ А (номинальный вторичный ток измерительного трансформатора 5 А):

ВЛ 110 кВ, $k_T = 600/5 - 90$ км
ВЛ 110 кВ, $k_T = 1000/5 - 55$ км
ВЛ 220 кВ, $k_T = 1000/5 - 110$ км
ВЛ 220 кВ, $k_T = 2000/5 - 55$ км

Если система I имеет конечную мощность, то резко улучшаются условия выбора $z_{к.с}$, так как при меньшем $z_{л2}^*$ надежная блокировка на противоположном конце ВЛ обеспечивается уже при токе $I_{2от}$. Вывод выражения для $z_{к.с}$ для случаев $z_c^1 \neq 0$ отличается тем, что в оба уравнения системы (11) вводятся члены, характеризующие падение напряжения на сопротивлении системы $z_{с2}^1 \alpha z_{л2}$. Тогда

$$z_{к.с}^* = \frac{[(1,5 + 0,5\alpha) k_n - 2\alpha - 1] z_{л2}^*}{1 + k_n - 1,5k_n(1 + \alpha) z_{л2}^*}.$$

Уже при $\alpha = 0,2$ значение $z_{к.с}$ становится больше, чем $z_{к.ч}$ при $z_{л2}^* = 0,3 - 0,5$, что позволяет существенно повысить чувствительность защиты на относительно коротких ВЛ.

При $z_{л2}^*$ ВЛ, большем 0,62, когда определяющим является $z_{к.ч}$, наличие конечного сопротивления системы не изменяет расчетную ВАХ, если выбраны предельные $z_{к.ч}$. На рис. 3, г предельная точка ВАХ системы 3 находится на пересечении с прямой 9, угол наклона которой равен $\text{arctg } z_{с2}^1$. В этой точке коэффициент чувствительности по току AB/AB больше двух, но расчетную ВАХ системы определяет напряжение $2U_{2от}^k$. Некоторого снижения расчетной ВАХ можно добиться, если уменьшить z_k таким образом, чтобы снизить $U_{2от}^k$ и вновь добиться равенства коэффициентов чувствительности по току и напряжению. На рис. 3, д показано построение, с помощью которого выводится выражение для $z_{к.ч}$ при конечном сопротивлении системы. Если принять $z_{с2}^1 = \alpha z_{л2}$, то ток I_B (предельный ток при расчетной ВАХ) можно найти двумя способами, определяющими уравнения, с помощью которых определяется $z_{к.ч}$:

по расчетной ВАХ 3:

$$I_B = U_{2к} / (1 + \alpha) z_{л2}. \quad (17)$$

по наклонной части ВАХ 4:

$$I_B = (U_{20T}^K + I_{20T} z_{K.ч}) / (0,5 z_{K.ч} + \alpha z_{Л2}). \quad (18)$$

Приравнявая (17) и (18), получаем выражение для $z_{K.ч}$ при системе конечной мощности:

$$z_{K.ч}^* = - \frac{2k_n - (1 + k_n) z_{Л2}^* + (1 - 2k_n) \alpha z_{Л2}^*}{2} + \sqrt{\left[\frac{2k_n - (1 + k_n) z_{Л2}^* + (1 - 2k_n) \alpha z_{Л2}^*}{2} \right]^2 + 2k_n z_{Л2}^* - 2\alpha k_n z_{Л2}^* (1 + z_{Л2}^*)}. \quad (19)$$

Сравнение данных расчета $I_{2с.р}^K$ и I_2^K при системе конечной мощности показывает, что при $z_{Л2}^*$ близких к единице, чувствительность органа направления с дополнительным реле тока повышается больше, чем органа с компенсацией падения напряжения. Так, при $z_{Л2}^* = 1$

и $\alpha = 0,2$ напряжение $U_{2к}^{расч}$ снижается до $3,85 U_{20T}$ для органа направления с компенсацией и до $3,6 U_{20T}$ для органа направления с дополнительным реле. При $\alpha = 0,3$ эти напряжения составляют соответственно 3,75 и $3,4 U_{20T}$.

Таким образом, при конечном сопротивлении системы преимущество органа направления с дополнительным реле на длинных ВЛ увеличивается, а на коротких ВЛ более предпочтительны органы направления с компенсацией падения напряжения.

Выводы. 1. Метод ВАХ позволяет проводить анализ чувствительности направленных фильтровых ВЧ защит с органами направления, имеющими различные характеристики.

2. На ВЛ 110—220 кВ большой длины орган направления мощности, дополненный токовым фильтровым реле, обеспечивает большую чувствительность, чем орган направления с компенсацией падения напряжения.

[26.10.82]

♦♦♦♦♦♦♦♦♦♦

УДК 621.316.933.8.001.24

Оценка эффективности устройств защитного отключения

ЯКОБС А. И., доктор техн. наук,
ШАМАТАВА В. Д., канд. техн. наук
ВИЭСХ

В нашей стране в электрических сетях переменного тока частотой 50 Гц напряжением до 1000 В с глухим заземлением нейтрали в качестве основных электрозащитных способов традиционно используют зануление и выравнивание электрического потенциала (ВЭП). При выполнении всех требований действующих правил и норм, включая ГОСТ 12.1.028—82 и «Санитарно-гигиенические нормы на предельно допустимые токи при их воздействии на организм человека» Минздрава СССР, сочетание зануления и ВЭП достаточно надежно обеспечивает электробезопасность лишь в случае возникновения наиболее распространенной расчетной¹ аварийной ситуации — замыкания на корпус. Однако, как известно, имеются некоторые нерасчетные опасные ситуации, в которых зануление и ВЭП принципиально не могут уменьшить вероятность электропоражения. К подобным ситуациям относятся однофазное прикосновения к токоведущим частям человека, стоящего на земле (на полу) с относительно низким удельным сопротивлением или одновременно касающегося заземленных металлических конструкций или частей оборудования, и прикосновение к оборванному, упавшему на землю и находящемуся под напряжением фазному проводу. Это самые опасные ситуации, при которых вероятность электропоражения наибольшая (последнее подтверждают результаты многочисленных расследований случаев электропоражения). Надежную электрозащиту в этих случаях может обеспечить лишь применение устройств защитного отключения по току утечки² (УЗО), получивших за последнее время широкое распространение в большинстве развитых стран.

¹ Расчетной называют ситуацию, в которой электробезопасность должна быть безусловно обеспечена в соответствии с действующими нормами и правилами.

² Током утечки называют ток, протекающий в сети напряжением до 1000 В с глухим заземлением нейтрали по участку электрической цепи, параллельному нулевому рабочему проводу, например, по земле или по нулевому защитному проводу.

Основными характеристиками УЗО являются уставка по току утечки и полное время отключения. На первый взгляд кажется очевидным, что чем меньше уставка по току утечки, тем эффективнее защитное отключение. Однако это справедливо лишь в отношении электрозащитной функции УЗО. Действительно, при уменьшении уставки УЗО и при прочих равных условиях вероятность возникновения электропоражений уменьшается, следовательно, растет электрозащитная эффективность УЗО. Но, с другой стороны, чем ниже уставка, тем выше вероятность ложных отключений УЗО, вызванных как действием различных электромагнитных помех, так и «естественными» (неаварийными) токами утечки, связанными с несовершенством и дефектами изоляции сети и потребителей электроэнергии в зоне защиты. Появление же ложных отключений и связанных с ними перерывов в подаче электроэнергии снижает надежность электроснабжения.

За рубежом ряд специалистов в области применения УЗО рекомендуют для заведомой отстройки от помех и повышения надежности электроснабжения значительно увеличивать уставку по току утечки. Вместе с тем многие специалисты придерживаются мнения, что подобная рекомендация ведет к значительному и неоправданному снижению электрозащитной эффективности УЗО. Продолжающаяся уже длительное время на страницах зарубежных электротехнических журналов дискуссия о целесообразности перехода от малых уставок по току утечки (6—15 мА) к значительно большим (от 30 до 500 мА) пока не привела к обоснованным рекомендациям. Это объясняется прежде всего отсутствием метода количественной оценки электрозащитной эффективности УЗО при различных уставках по току утечки. Поэтому участники дискуссии оперируют в основном всевозможными умозрительными доводами, некоторыми качественными оценками и имеющимся опытом применения различных УЗО.

В нашей стране наступила пора массового производства УЗО и их широкого применения в электрических сетях напряжением до 1000 В с глухим заземлением нейтрали в промышленности, сельском хозяйстве и в быту (в первую очередь сельского населения). Причем условия применения УЗО у нас значительно отличаются от зарубежных (в первую очередь, характеристики изоляции внутренних электрических сетей, их протяженности и др.).

Массовое использование УЗО неизбежно связано с весьма значительным вложением средств. Поэтому одной из наиболее важных задач становится рациональный выбор основных параметров УЗО и тактики их применения с учетом действия в случае указанных выше нерасчетных ситуаций. Решение же этой по существу многокритериальной оптимизационной задачи возможно лишь при наличии численной оценки электрозащитной эффективности УЗО. Подобная оценка могла бы быть получена либо путем широкого многолетнего натурного моделирования (этот путь практически нереализуем), либо методами математического моделирования. Изложению последнего и посвящена настоящая статья.

Электрозащитная эффективность УЗО и принятые модельные ситуации. Предлагаемый метод численной оценки электрозащитной эффективности УЗО основан на рассмотрении появления электропоражений в соответствии с теорией вероятностей. Принимаем, что электрозащитная эффективность устройства защитного отключения $\mathcal{E}_{УЗО}$ численно равняется уменьшенному на единицу отношению $P(\mathcal{EП})$ — вероятность электропоражения человека, выбранного случайным образом из данного множества людей, при отсутствии УЗО, к аналогичной вероятности $P(\mathcal{EП})_{УЗО}$ при наличии УЗО:

$$\mathcal{E}_{УЗО} = \frac{P(\mathcal{EП}) - P(\mathcal{EП})_{УЗО}}{P(\mathcal{EП})_{УЗО}} = \frac{P(\mathcal{EП})}{P(\mathcal{EП})_{УЗО}} - 1. \quad (1)$$

Значение $\mathcal{E}_{УЗО}$ теоретически может изменяться от 0 при $P(\mathcal{EП}) = P(\mathcal{EП})_{УЗО}$ (это может быть при очень больших уставках по току утечки, например, при 500 мА) до 10^3 и более при весьма малой уставке, например 5 мА, и высокой надежности УЗО. Понятно, что чем выше $\mathcal{E}_{УЗО}$, тем больший электрозащитный эффект дает их применение.

Наиболее просто $P(\mathcal{EП})$ и $P(\mathcal{EП})_{УЗО}$ можно определить в некоторых абстрагированных ситуациях (мы их будем называть модельными).

Применительно к определению электрозащитной эффективности УЗО для случая прикосновения человека к токоведущей части электроустановки с учетом данных статистики электропоражений принимаем следующие три модельные ситуации, которые рассматриваем как полную группу (в вероятностном смысле). Первая (1) — человек стоит на электропроводящем полу или на земле и одной рукой прикасается к токоведущей части электроустановки, причем ладонь охватывает токоведущую часть (путь тока по телу человека «рука — ноги»). Вторая (2) — человек стоит практически на изоляторе, например, на сухом деревянном полу или на сухом асфальте, либо на нем одета электрозащитная обувь и одной рукой прикасается к токоведущей части электроустановки, а другой рукой к зануленной или заземленной нетоковедущей части (путь тока «рука — рука»). Третья (3) — человек стоит на электропроводящем полу или на земле, одной рукой прикасается к токоведущей части электроустановки (ладонь охватывает токоведущую часть), а

другой рукой к зануленной или заземленной нетоковедущей части (путь тока «рука — рука» и «рука — ноги»).

Метод расчета электрозащитной эффективности УЗО в первой модельной ситуации. Проанализируем первую модельную ситуацию. При токе по телу человека, меньшем порогового неотпускающего, человек самостоятельно разрывает цепь тока, и электропоражения не наступает. При токе, превышающем пороговый неотпускающий, и при длительности воздействия, большей 1 с, возникает эффект неотпускания (человек не в состоянии самостоятельно разжать ладонь, охватывающую токоведущую часть). Принимаем, что при этом человек не может разорвать электрическую цепь, а какая-либо помощь от других людей исключена. Если не происходит автоматического защитного отключения, неизбежно электропоражение человека. При длительности воздействия, меньшей 1 с, смертельную опасность для человека представляет ток, равный пороговому фибрилляционному или превышающему его. Для данной модельной ситуации значения $P(\mathcal{EП})$ и $P(\mathcal{EП})_{УЗО}$ рассчитываем, применяя интегральную форму формулы полной вероятности [1 и 2]:

$$P(\mathcal{EП})^{(1)} = P(\mathcal{EП}/Вкл)^{(1)} = \int_0^{i_{T\max}} F_{но}(i_T) f(i_T) di_T, \quad (2)$$

где $P(\mathcal{EП}/Вкл)^{(1)}$ — условная вероятность электропоражения человека при условии, что человек попал («включился») под напряжение в первой модельной ситуации; $F_{но}(i_T)$ — зависимость вероятности возникновения эффекта неотпускания в данном множестве людей от значения тока i_T через тело человека (функция распределения пороговых значений неотпускающего тока через тело человека); $f(i_T)$ — функция плотности распределения тока i_T ; $i_{T\max}$ — возможный наибольший ток через тело человека.

Если человек прикасается к токоведущей части при наличии УЗО, возможны следующие несовместные режимы: первый — ток через тело человека меньше тока уставки; второй — ток равен или больше тока уставки и УЗО исправно; третий — ток равен или больше тока уставки, но УЗО неисправно. В первом и третьем режимах электропоражение человека может наступать при возникновении эффекта неотпускания. Во втором режиме, когда УЗО срабатывает за весьма короткое время $t_{УЗО}$, эффект неотпускания не успевает развиться и поэтому опасности не представляет.

Зато возможны, правда редкие, случаи, когда ток через человека оказывается равным или большим порогового фибрилляционного, и наступает электропоражение. В соответствии с теоремой сложения вероятностей

Таблица 1

Продолжительность воздействия t_B , с	Математическое ожидание десятичных логарифмов порогового фибрилляционного тока в мА $M(\lg i_{T, ф})$	Среднеквадратическое отклонение десятичных логарифмов порогового фибрилляционного тока в мА $\sigma(\lg i_{T, ф})$
0,1	3,413	0,192
0,2	2,918	0,1
0,3	2,672	0,105
0,4	2,556	0,099
0,5	2,492	0,088
0,6	2,410	0,138
1,0	2,197	0,119

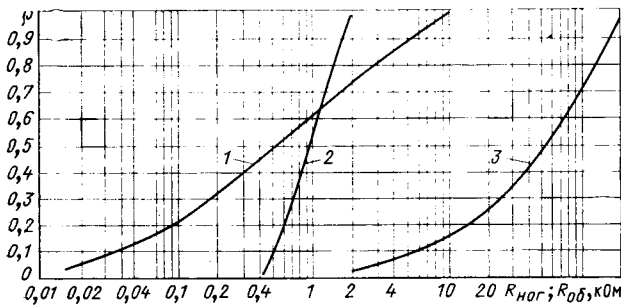


Рис. 1. Интегральные кривые распределения: 1 — $R_{\text{ног}}$ в помещениях с деревянным полом; 2 — $R_{\text{ног}}$ в помещениях с бетонным полом; 3 — $R_{\text{об}}$ для различной обуви

Таблица 2

Ток устав- ки, мА	$t_{y30}=1 \text{ с}$		$t_{y30}=0,02 \text{ с}$	
	$P(\text{ЭП})_{y30}^{(1)}$	$\text{ЭУ}_{30}^{(1)}$	$P(\text{ЭП})_{y30}^{(1)}$	$\text{ЭУ}_{30}^{(1)}$
10	0,0110	23,61	0,0108	24,06
15	0,0229	10,82	0,0227	10,93
20	0,0616	3,39	0,0616	3,39
30	0,1310	1,07	0,1305	1,07
50	0,1968	0,38	0,1967	0,38
100	0,2520	0,07	0,2519	0,07
300	0,2707	0,00	0,2707	0,00

$P(\text{ЭП})^{(1)} = 0,2707$

находим

$$P(\text{ЭП})_{y30}^{(1)} = P(\text{ЭП/Вкл})_{y30}^{(1)} = \int_0^{i_{\text{уст}}} F_{\text{но}}(i_T) f(i_T) di_T + \\ + (1 - P_{\text{отк}}) \int_{i_{\text{уст}}}^{i_T^{\text{max}}} F_{\text{ф}}(i_T) f(i_T) di_T + \\ + P_{\text{отк}} \int_{i_{\text{уст}}}^{i_T^{\text{max}}} F_{\text{но}}(i_T) f(i_T) di_T, \quad (3)$$

где $P_{\text{отк}}$ — вероятность того, что УЗО отказало; $F_{\text{ф}}(i_T)$ зависимость вероятности возникновения фибрилляции сердца для данной группы людей от i_T (функция распределения пороговых значений фибрилляционного тока) при продолжительности воздействия $t_{\text{в}} = t_{y30}$.

Известно, что $F_{\text{но}}(i_T)$ с весьма высокой точностью (при $i_T > 0$) можно аппроксимировать нормальным законом распределения, параметры которого, т. е. математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение порогового неотпускающего тока, соответственно равны 15 и 3,2 мА, а $F_{\text{ф}}(i_T)$ можно аппроксимировать логарифмически нормальным законом распределения с параметрами, зависящими от продолжительности воздействия (табл. 1). Функция плотности распределения тока по телу человека $f(i_T)$ зависит от многих факторов и подлежит определению.

Для нахождения параметров $f(i_T)$ необходимо располагать сравнительно большой статистической совокупностью значений i_T для группы людей, взаимодействующих с заданным множеством электроустановок. Понятно, что путем прямого эксперимента собрать необходимый объем значений i_T невозможно. Поэтому для получения достаточной совокупности значений i_T используем метод статистического моделирования.

Ток по телу человека, плотно прикасающегося ладонью к токоведущей части электрической сети с глухим заземлением нейтрали, при пренебрежении переходным сопротивлением «токоведущая часть — ладонь» и сопротивлениями фазы и заземляющего устройства нейтрали питающего трансформатора,

$$i_T = U_{\text{ф}} / (R_T + R_{\text{об}} + R_{\text{ног}}), \quad (4)$$

где $U_{\text{ф}}$ — фазное напряжение сети; R_T , $R_{\text{об}}$, $R_{\text{ног}}$ — сопротивления тела человека, обуви и растеканию тока с ног человека в пол или землю (если человек стоит на земле) соответственно. Все сопротивления в выражении (4) — типичные непрерывные случайные величины, при-

чем их законы распределения либо известны, либо сравнительно легко могут быть определены с помощью метода Джонсона [3] по статистическим совокупностям экспериментальных значений. Объем статистической совокупности тока i_T ничем не ограничен и зависит лишь от продолжительности работы ЦВМ. С помощью метода Джонсона по этой статистической совокупности и находим $f(i_T)$.

Конкретные расчеты электрозащитной эффективности УЗО выполнены применительно к сельскохозяйственным животноводческим помещениям с деревянными и бетонными полами (это было вызвано тем, что сельское хозяйство в настоящее время — основной заказчик и потребитель УЗО). Интересно отметить, что диапазон возможных значений $R_{\text{ног}}$ в случае деревянных полов (от 0,016 до 8,7 кОм) значительно шире, чем бетонных (от 0,023 до 1,85 кОм) (см. рис. 1). Это в условиях животноводческих помещений объясняется более сильной зависимостью от влажности удельного сопротивления древесины по сравнению с бетоном. Диапазон возможных значений $R_{\text{об}}$ обычной обуви еще шире: от 1,82 до 197,4 кОм. Значение R_T с целью упрощения расчетов принято постоянным и равным 1000 Ом. Методом статистических испытаний получена совокупность значений i_T , а затем по методу Джонсона найдены параметры функций плотности распределения i_T . Для бетонного пола

$$f(i_T) = \frac{42,69e^{-a}}{(i_T - 1,55)(192,6 - i_T)}, \quad (5)$$

где

$$a = 0,5 \left[2,03 + 0,56 \ln \left(\frac{i_T - 1,55}{192,6 - i_T} \right) \right]^2.$$

Выражение $f(i_T)$ для деревянного пола имеет аналогичную структуру и отличается лишь значением постоянных. На рис. 2 показаны кривые функций плотности распределения i_T для обоих случаев. Как следует из рисунка, обе кривые «усеченные», т. е. они начинаются от 1,55 мА, очень быстро достигают максимума (при $i_T = 1,8$ мА), а затем быстро уменьшаются с ростом тока i_T . Подобный характер зависимостей $f(i_T)$ связан с распределением $R_{\text{об}}$ и $R_{\text{ног}}$, в частности с высокой вероятностью того, что $R_{\text{об}}$ будет иметь значения 40 кОм и выше. Результаты расчета $P(\text{ЭП})^{(1)}$, $P(\text{ЭП})_{y30}^{(1)}$ и $\text{ЭУ}_{30}^{(1)}$ при использовании указанных выше данных и при $P_{\text{отк}} = 0,04$ приведены для случаев бетонного (табл. 2) и деревянного пола (табл. 3).

Анализ величины $\text{ЭУ}_{30}^{(1)}$ для рассматриваемой модельной ситуации показывает ее слабую зависимость от ма-

териала пола и существенную — от уставки. Так, при увеличении уставки с 10 до 30 мА эффективность УЗО уменьшается в 19 раз, до 50 мА — в 50, до 100 мА — почти в 170 раз. При уставке в 300 мА электроразличная эффективность УЗО теоретически равна нулю. При столь больших уставках возможные значения тока через тело человека, прикоснувшегося к токоведущей части, всегда оказываются меньшими уставки, и УЗО не срабатывает. Поэтому при уставке 250 мА и выше УЗО практически не защищает человека, прикоснувшегося к токоведущей части электроустановки 380/220 В с глухим заземлением нейтрали (путь тока «рука — ноги»), а служит лишь для быстрого и надежного отключения участка сети, в которой произошло замыкание на корпус. Уменьшение времени срабатывания с 1 до 0,02 с незначительно повышает эффективность УЗО, да и то при сравнительно малых уставках. Объясняется это тем, что возможное сопротивление обуви (которым, кстати, обычно в расчетах пренебрегают с целью получения запаса по надежности) резко уменьшает ток по пути «рука — ноги».

При этом вероятность того, что ток через тело человека превысит порог фибрилляции при $t_b=1$ с, мала; например, вероятность превышения 50 мА составляет 0,07, а 100 мА — всего 0,02. Следовательно, поражение человека в рассматриваемой ситуации может наступить лишь в случае отказа УЗО.

Метод расчета электроразличной эффективности УЗО во второй модельной ситуации. Примем, что ладонь, прикасающаяся к нетоковедущей части, не может охватить эту часть, следовательно, не подвержена эффекту неотпускания, и человек этой рукой может разорвать цепь тока через его тело. Продолжительность контакта с момента прикосновения к токоведущей части до разрыва человеком цепи тока принимаем равной 1 с. С учетом этих допущений опасность для жизни человека представляет только фибрилляция сердца. При отсутствии УЗО вероятность электропоражения выражается формулой, аналогичной (2),

$$P(\mathcal{E}P)^{(2)} = \int_0^{i_T \max} F_{\Phi}(i_T) f(i_T) di_T \quad \text{при } t_b = 1 \text{ с.} \quad (6)$$

Примем, что контакт рук с токоведущей и нетоковедущей частями плотный, и переходным сопротивлением в месте контакта можно пренебречь. Так же, как и при анализе первой модельной ситуации будем считать сопротивление тела человека постоянным и равным 1000 Ом. При этих двух дополнительных допущениях ток через человека перестает быть случайной величиной и становится равным 220 мА, а выражение (6) упрощается:

$$P(\mathcal{E}P)^{(2)} = F_{\Phi}(i_T = 220 \text{ мА}; t_b = 1 \text{ с}) = 0,89. \quad (7)$$

При наличии УЗО имеется два несовместных режима. Первый, когда УЗО исправно, а его уставка меньше или равна 220 мА. При этом УЗО срабатывает за время t_{y30} . Если $t_{y30} \leq 1$ с (время, необходимое человеку для самостоятельного разрыва цепи тока), поражение человека возможно только вследствие фибрилляции сердца. Второй режим — УЗО отказало. При этом, как и при отсутствии УЗО, человек самостоятельно разрывает цепь тока через его тело за $t_b=1$ с. Следовательно,

$$P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(2)} = (1 - P_{\text{отк}}) F_{\Phi}(i_T, t_{y30}) + P_{\text{отк}} F_{\Phi}(i_T, t_b), \quad (8)$$

где $i_T=220$ мА; $t_b=1$ с.

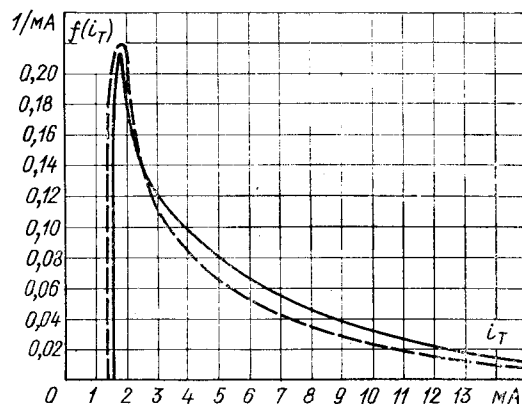


Рис. 2. Кривые плотности распределения тока i_T по телу человека:

— — — — — бетонный пол; — — — — — деревянный пол

Значения $P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(2)}$ и $\mathcal{E}U_{y30}^{(2)}$ определяем при $P_{\text{отк}} = 0,04$ и $t_{y30}=1$ и 0,02 с. При $t_{y30}=1$ с; $P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(2)} = 0,89$; $\mathcal{E}U_{y30}^{(2)} = 0$. При $t_{y30}=0,02$ с; $P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(2)} = 0,0356$; $\mathcal{E}U_{y30}^{(2)} = 24$.

Если установка УЗО больше 220 мА, то при любом времени срабатывания $\mathcal{E}U_{y30}^{(2)}$ равняется нулю. При второй модельной ситуации ток, протекающий через тело человека, велик. Поэтому изменение уставки до 220 мА при принятых допущениях не влияет на эффективность УЗО. Уменьшение же времени срабатывания наоборот повышает $\mathcal{E}U_{y30}^{(2)}$.

Метод расчета электроразличной эффективности УЗО в третьей модельной ситуации. Если УЗО отсутствует или уставка велика (более 220 мА), то цепь тока по пути «рука — рука» существует в течение 1 с. При этом возможны два несовместных исхода. Первый — значение тока превышает для данного человека порог фибрилляции, и наступает электропоражение $\mathcal{E}P_1$, вероятность возникновения которого $P(\mathcal{E}P_1) = F_{\Phi}(i_{T1}, t_b)$, где $i_{T1}=220$ мА, $t_b=1$ с (укажем, что в действительности общий ток через тело человека выше 220 мА на величину тока, текущего по пути «рука — ноги», но для упрощения расчетов этим током пренебрегаем). Второй исход — значение тока ниже порога фибрилляции, и электропоражения не наступает. Вероятность этого события $1 - P(\mathcal{E}P_1)$. Однако человек, разорвавший рукой, прикасавшейся к нетоковедущей заземленной части, цепь тока «рука — рука», остается под напряжением по пути «рука — ноги». При этом в зависимости от силы тока

Таблица 3

Ток уставки, мА	$t_{y30}=1$ с		$t_{y30}=0,02$ с	
	$P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(1)}$	$\mathcal{E}U_{y30}^{(1)}$	$P(\mathcal{E}P)_{y30}^{(1)}$	$\mathcal{E}U_{y30}^{(1)}$
10	0,0116	23,69	0,0115	23,90
15	0,0231	11,40	0,0230	11,45
20	0,0610	3,70	0,0610	3,70
30	0,1294	1,21	0,1286	1,23
50	0,1947	0,47	0,1943	0,47
100	0,2520	0,14	0,2515	0,14
300	0,2864	0,00	0,2864	0,00

$$P(\mathcal{E}P)^{(1)} = 0,2864$$

Таблица 4

Материал пола	$P(\text{ЭП})^{(3)}$	$t_{УЗО}=1 \text{ с}$		$t_{УЗО}=0,02 \text{ с}$	
		$P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(3)}$	$\text{Э}_{УЗО}^{(3)}$	$P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(3)}$	$\text{Э}_{УЗО}^{(3)}$
Бетон	0,9198	0,8910	0,0323	0,0368	24
Дерево	0,9215	0,8910	0,0342	0,0369	24

Таблица 5

$i_{уст}, \text{ мА}$	Значения $\text{Э}_{УЗО}$			
	Пол бетонный		Пол деревянный	
	$t_{УЗО}=1 \text{ с}$	$t_{УЗО}=0,02$	$t_{УЗО}=1 \text{ с}$	$t_{УЗО}=0,02 \text{ с}$
10	0,214	24,00	0,227	24,00
15	0,204	20,16	0,216	20,27
20	0,152	13,07	0,183	13,29
30	0,098	7,84	0,128	8,02
50	0,051	5,51	0,080	5,64
100	0,016	4,34	0,041	4,40

может наступить эффект неотпускания и как следствие — электропоражение ЭП_2 , вероятность которого описывается равенством (2). Применяя теоремы сложения и умножения вероятностей, находим:

$$P(\text{ЭП})^{(3)} = P(\text{ЭП}_1) + [1 - P(\text{ЭП}_1)] P(\text{ЭП}_2) = \\ = F_{\Phi}(i_{T1}, t_{\text{в}}) + [1 - F_{\Phi}(i_{T1}, t_{\text{в}})] \int_0^{i_{T \max}} F_{\text{но}}(i_{\text{т}}) f(i_{\text{т}}) di_{\text{т}}, \quad (9)$$

где $[1 - P(\text{ЭП}_1)] P(\text{ЭП}_2)$ — произведение вероятностей двух независимых событий: отсутствия фибрилляции в результате протекания тока в течение первой секунды опасной ситуации и наступления эффекта неотпускания.

При наличии УЗО, ток уставки которого меньше или равен 220 мА, возможны два несовместных состояния. Первое — УЗО исправно, и тогда электропоражение ЭП_2 может наступить лишь в результате фибрилляции сердца, возникающей под влиянием тока $i_{\text{т}}$, действующего на человека в течение времени $t_{УЗО}$. При этом

$$P(\text{ЭП}_2) = (1 - P_{\text{отк}}) F_{\Phi}(i_{T1}, t_{УЗО}). \quad (10)$$

Второе состояние — УЗО отказало. Вероятность электропоражения при этом выражается равенством (7). Применяя теорему сложения вероятностей, получаем

$$P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(3)} = P(\text{ЭП}_2) + P_{\text{отк}} P(\text{ЭП})^{(3)} = (1 - P_{\text{отк}}) \times \\ \times F_{\Phi}(i_{T1}, t_{УЗО}) + P_{\text{отк}} \left\{ F_{\Phi}(i_{T1}, t_{\text{в}}) + [1 - F_{\Phi}(i_{T1}, t_{\text{в}})] \times \right. \\ \times \left. \int_0^{i_{T \max}} F_{\text{но}}(i_{\text{т}}) f(i_{\text{т}}) di_{\text{т}} \right\}, \quad (11)$$

где $i_{T1} = 220 \text{ мА}$; $t_{\text{в}} = 1 \text{ с}$. Результаты расчетов $P(\text{ЭП})^{(3)}$, $P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(3)}$ и $\text{Э}_{УЗО}^{(3)}$, приведенные в табл. 4, показывают, что для рассматриваемой модельной ситуации при уставке, меньшей или равной 220 мА, электрозащитная эф-

фективность УЗО зависит лишь от времени срабатывания.

Метод расчета индивидуальной эффективности УЗО. Эффективность УЗО рассмотрена выше отдельно для каждой из трех основных модельных ситуаций. Теперь рассчитаем эту характеристику применительно сразу ко всем трем модельным ситуациям. В дальнейшем будем именовать эту характеристику индивидуальной электрозащитной эффективностью УЗО и обозначать через $\text{Э}_{УЗО}$.

Примем, что все три рассмотренные модельные ситуации составляют полную группу несовместных событий (т. е. при появлении опасной ситуации это будет обязательно одно из них). Обозначим через $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, $P^{(3)}$ — вероятности возникновения первой, второй и третьей опасной ситуации соответственно. Вероятность электропоражения $P(\text{ЭП})$ при возникновении модельной опасной ситуации и при отсутствии УЗО находим по формуле полной вероятности:

$$P(\text{ЭП}) = P^{(1)} P(\text{ЭП})^{(1)} + P^{(2)} P(\text{ЭП})^{(2)} + P^{(3)} P(\text{ЭП})^{(3)}. \quad (12)$$

То же при наличии УЗО:

$$P(\text{ЭП})_{УЗО} = P^{(1)} P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(1)} + P^{(2)} P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(2)} + \\ + P^{(3)} P(\text{ЭП})_{УЗО}^{(3)}. \quad (13)$$

В соответствии с (1) находим

$$\text{Э}_{УЗО} = \frac{P(\text{ЭП})}{P(\text{ЭП})_{УЗО}} - 1. \quad (14)$$

В табл. 5 приведены результаты расчетов $\text{Э}_{УЗО}$, выполненных при различных уставках срабатывания УЗО $i_{уст}$, различном материале пола, $P^{(1)} = 0,4$, $P^{(2)} = 0,2$, $P^{(3)} = 0,4$. Эти данные показывают, что эффективность УЗО при прикосновении человека к токоведущим частям электроустановок 0,38 кВ с глухозаземленной нейтралью, сопровождающемся появлением тока утечки, быстро растет при уменьшении тока уставки и времени срабатывания. Добавим, что значительное влияние на увеличение $\text{Э}_{УЗО}$ также оказывает повышение их надежности (уменьшение $P_{\text{отк}}$). Значительно меньшее влияние на $\text{Э}_{УЗО}$ оказывает материал покрытия пола.

Метод расчета общей электрозащитной эффективности УЗО. Анализ индивидуальной эффективности УЗО позволил установить факторы, от которых этот показатель зависит, меру влияния этих факторов и пути возможного повышения $\text{Э}_{УЗО}$. Однако еще больший практический интерес представляет численная оценка общей электрозащитной эффективности множества УЗО с различными токами уставки в условиях производства. Это особенно важно при решении задачи о рациональной структуре электрозащитных способов и средств.

По аналогии с индивидуальной электрозащитной эффективностью УЗО примем, что общая электрозащитная эффективность $\text{Э}_{УЗО об}$ будет определяться соотношением, аналогичным (1):

$$\text{Э}_{УЗО об} = \frac{n_{\text{ЭП}}}{n_{\text{ЭП, УЗО}}} - 1, \quad (15)$$

где $n_{\text{ЭП}}$, $n_{\text{ЭП, УЗО}}$ — математические ожидания чисел электропоражений, вызванных прикосновением к токоведущим частям электроустановок 0,38 кВ с глухозаземленной нейтралью без УЗО и при их применении.

Обозначим: N — число всех электроустановок, при обслуживании которых без УЗО происходит $n_{\text{ЭП}}$

электропоражений в год; a_0 — доля электроустановок, не имеющих УЗО; $a_1, a_2, \dots, a_m$ — доля электроустановок с УЗО, имеющими уставки $i_{уст1}, i_{уст2}, \dots, i_{устm}$; $\mathcal{E}_{узо1}, \mathcal{E}_{узо2}, \dots, \mathcal{E}_{узоm}$ — индивидуальная электрозащитная эффективность УЗО с указанными выше уставками.

Принимаем следующие допущения, упрощающие решение задачи:

вероятность попадания человека под напряжение, т. е. вероятность прикосновения к находящимся под напряжением токоведущим частям, для всех электроустановок одинакова и не изменяется в зависимости от того, применяют или не применяют УЗО;

вся группа людей $N_{л}$ распределена равномерно по множеству электроустановок, т. е. на каждую из электроустановок приходится одно и тоже число взаимодействующих с ней людей ($N_{л}:N$);

индивидуальная электрозащитная эффективность УЗО при одинаковых уставках одинакова и не зависит от особенностей электроустановок и условий, в которых эти электроустановки находятся.

Определим вначале математическое ожидание числа электропоражений $n_{\mathcal{E}П}$ для данной группы людей $N_{л}$ за единицу времени (за 1 с) при отсутствии УЗО:

$$n_{\mathcal{E}П} = P(Пр) P_{\mathcal{E}П} N_{л}, \quad (16)$$

где $P(Пр)$ — вероятность прикосновения человека в течение секунды к токоведущей части электроустановки, заведомо находящейся под напряжением; $P_{\mathcal{E}П}$ — вероятность электропоражения человека при условии, что он прикоснулся к находящейся под напряжением токоведущей части электроустановки. Теперь найдем математическое ожидание числа электропоражений $n_{\mathcal{E}П, узо}$ для той же группы людей $N_{л}$ за 1 с, но уже при применении УЗО. Очевидно, что $n_{\mathcal{E}П, узо}$ представляет собой сумму математических ожиданий числа электропоражений людей, обслуживающих электроустановки с одинаковыми УЗО (имеющими одинаковые уставки) или без УЗО, т. е.

$$n_{\mathcal{E}П, узо} = a_0 \cdot N_{л} P(Пр) P_{\mathcal{E}П} + a_1 N_{л} P(Пр) P_{\mathcal{E}П, узо1} + \dots + P(Пр) P_{\mathcal{E}П, узоm}, \quad (17)$$

где $a_0 N_{л}, a_1 N_{л}, \dots$ — число людей, взаимодействующих с электроустановками, не имеющими УЗО и имеющими их с уставками $i_{уст1}, i_{уст2}, \dots$; $P_{\mathcal{E}П, узо1}$ — вероятность электропоражения человека при условии, что он прикоснулся к находящейся под напряжением токоведущей части электроустановки, защищенной УЗО с уставкой $i_{уст1}, \dots$. В соответствии с равенством (14) находим:

$$P_{\mathcal{E}П, узо1} = \frac{P_{\mathcal{E}П}}{(\mathcal{E}_{узо1} + 1)}, P_{\mathcal{E}П, узо2} = \frac{P_{\mathcal{E}П}}{(\mathcal{E}_{узо2} + 1)} \text{ и т. д.}$$

Подставим данные значения $P_{\mathcal{E}П, узо}$ в равенство (17) и преобразуем его:

$$n_{\mathcal{E}П, узо} = N_{л} P(Пр) P_{\mathcal{E}П} \left[a_0 + \frac{a_1}{(\mathcal{E}_{узо1} + 1)} + \dots + \frac{a_m}{(\mathcal{E}_{узоm} + 1)} \right]. \quad (18)$$

Отношения

$$n_{\mathcal{E}П} / n_{\mathcal{E}П, узо} = n_{\mathcal{E}П} / n_{\mathcal{E}П, узо}.$$

Поэтому

$$\mathcal{E}_{узо об} = \left[1 / \left(a_0 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{\mathcal{E}_{узоi} + 1} \right) \right] - 1. \quad (19)$$

Исследование применимости в сельскохозяйственном производстве УЗО с различными токами уставки показало, что в ближайшее время будут использовать преимущественно УЗО с минимально возможным временем срабатывания и с уставками в 10; 20 и 50 мА, причем соотношение числа этих УЗО можно оценить как 3:2:1. Ниже приведены значения $\mathcal{E}_{узо об}$, рассчитанные по формуле (19) при $t_{узо} = 0,02$ с в зависимости об обеспеченности устройствами защитного отключения.

a_0	1	0,8	0,5	0,3	0,2	0,1	0
$\mathcal{E}_{узо об}$	0	0,23	0,87	1,87	2,92	6,18	13,55

При $a_0 = 1$ УЗО полностью отсутствуют и $\mathcal{E}_{узо об} = 0$. Если же $a_0 = 0$, то все электроустановки имеют УЗО и $\mathcal{E}_{узо об}$ — наибольшая (при данном соотношении между a_1, a_2 и т. д.). В рассматриваемом случае наибольшая $\mathcal{E}_{узо об} = 13,55$, т. е. число электропоражений $n_{\mathcal{E}П}$ сокращается более чем в 14,5 раз. Заметим, что значение a_0 весьма сильно влияет на общую электрозащитную эффективность УЗО. Так, если всего 10 % электроустановок не имеют УЗО ($a_0 = 0,1$), то $\mathcal{E}_{узо об}$ уменьшается вдвое по сравнению со случаем, когда все электроустановки имеют УЗО.

Наряду с основной функцией — защитой людей при случайных прикосновениях к токоведущим частям электроустановок — УЗО весьма эффективно выполняют и две другие задачи: быстро отключают защищаемую зону сети при возникновении в ней замыкания на корпус и предотвращают «электропожары», вызываемые значительными токами утечки (200—300 мА), появляющимися при повреждениях изоляции. Подчеркнем, что ни один из способов защиты электрических сетей напряжением до 1000 В с глухозаземленной нейтралью, за исключением УЗО, не реагирует на столь небольшие токи утечки. В некоторых зарубежных рекламных проспектах УЗО поэтому даже называют «противопожарным сторожем».

Выводы. 1. В рамках теории вероятностей удастся дать обоснованную числовую оценку электрозащитной эффективности УЗО.

2. Введение основных модельных опасных ситуаций позволяет проанализировать влияние на электрозащитную эффективность УЗО уставки по току утечки и полного времени отключения УЗО.

3. На общую электрозащитную эффективность УЗО сильное влияние оказывает обеспеченность ими электроустановок. Поэтому при применении УЗО следует стремиться к полному «насыщению» ими электроустановок в отраслях промышленности и сельского хозяйства.

4. Применение УЗО для обеспечения электробезопасности в электроустановках животноводческих ферм может уменьшить более чем в 14,5 раз число электропоражений, связанных с прикосновением к токоведущим частям электроустановок.

Приложение. Вывод формулы полной вероятности в интегральной форме. Представим множество реальных трехфазных электроустановок до 1000 В с глухим заземлением нейтрали и группу людей, которые могут прикасаться к токоведущим частям указанных установок. Из указанной группы людей требуется выбрать слу-

чайным образом (наугад) одного человека и определить вероятность его электропоражения при прикосновении к находящимся под напряжением токоведущим частям электроустановок. Решение этой задачи при условии, что число электроустановок и число людей n , могущих прикасаться к их токоведущим частям, очень велико (теоретически стремится к бесконечности) и приводит к интегральной форме формулы полной вероятности.

При прикосновении человека к находящейся под напряжением токоведущей части установки через его тело потечет ток i_T . При возможных прикосновениях множества людей к множеству установок появится множество различных значений i_T . Условимся, что в данный момент может иметь место лишь одно событие (протекание тока через тело человека, прикоснувшегося к находящейся под напряжением части установки). Учитывая это условие и принимая во внимание, что в соответствии с поставленной задачей именно один наугад выбранный человек обязательно должен прикоснуться к одной из установок и через его тело потечет ток i_T , т. е. в результате опыта обязательно должно появиться одно из рассматриваемых событий, устанавливаем, что вся совокупность возможных значений тока i_T образует полную группу несовместных событий. Ток i_T , протекающий по телу человека, может с некоторой вероятностью $P(\mathcal{EП}/i_T)$ вызвать электропоражение человека. Применяя формулу полной вероятности и учитывая, что n стремится к бесконечности, находим

$$P(\mathcal{EП}/Вкл) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n P(i_{Tj}) P(\mathcal{EП}/i_{Tj}). \quad (\text{П-1})$$

Рассмотрим и проанализируем каждый сомножитель, входящий в (П-1). Начнем с $P(\mathcal{EП}/i_{Tj})$. Интенсивность физиологической реакции людей на протекающий по их телу ток различна. Поэтому для каждого человека имеется некоторое свое пороговое значение силы тока i_T , которое при данной длительности воздействия вызывает поражение. Пороговое значение поражающего тока — типичная случайная непрерывная величина с интегральной функцией распределения $F_{\mathcal{EП}}(i_T)$.

В соответствии со смыслом, вкладываемым в понятие интегральной функции распределения, $F_{\mathcal{EП}}(i_T)$ показывает вероятность того, что для наугад выбранного человека пороговое значение поражающего тока меньше данного фиксированного i_T . Следовательно,

$$P(\mathcal{EП}/i_T) = F_{\mathcal{EП}}(i_T). \quad (\text{П-2})$$

Теперь рассмотрим сомножитель $P(i_{Tj})$. Сила тока i_T , протекающего через тело человека, прикасающегося к находящейся под напряжением токоведущей части электроустановки, — случайная непрерывная величина с функцией плотности распределения $f(i_T)$ в диапазоне от 0 до $i_{T\max}$. Разделим весь интервал от 0 до $i_{T\max}$ на n равных отрезков ($i_{T\max} : n = \Delta i_T$). Если $n \rightarrow \infty$, то $\Delta i_T \rightarrow 0$. При этом вероятность появления тока i_{Tj}

$$P(i_{Tj}) = f(i_{Tj}) \Delta i_T. \quad (\text{П-3})$$

Вернемся к рассмотрению формулы (П-1). Условимся, что нумерация слагаемых в этой формуле (т. е. $j = 1, 2, 3, \dots$) выполнена так, что слагаемые располагаются по мере возрастания значения тока i_T , т. е. $i_{T1} < i_{T2} < i_{T3}$ и т. д. Преобразуем формулу (П-1) с учетом равенств (П-2) и (П-3) и, принимая во внимание непрерывность случайной величины i_T , придем к интегральной форме формулы полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(i_T \mathcal{EП}/Вкл) &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta i_T \rightarrow 0}} \sum_{j=1}^n F_{\mathcal{EП}}(i_{Tj}) f(i_{Tj}) \Delta i_T = \\ &= \int_0^{i_{T\max}} F_{\mathcal{EП}}(i_T) f(i_T) di_T. \end{aligned} \quad (\text{П-4})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Венцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969.
2. Шаматава В. Д. Дискуссия по ст. «О нормировании уровня электробезопасности и допустимого напряжения прикосновения». — «Электричество», 1978, № 1.
3. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. — М.: Мир, 1969.
4. Коструба С. И., Шаматава В. Д. Законы распределения параметров электробезопасности и методика их определения на ЦВМ. — Научные труды ВИЭСХ, 1977, т. 43. [14.12.82]

УДК 621.316.761.2.016.3

Метод определения областей применения схем симметрирующих устройств

КУЗНЕЦОВ В. Г., доктор техн. наук

Институт электродинамики АН УССР

В широко распространенном случае подключения двухплечевых нагрузок к трехфазной системе возникает необходимость симметрирования токов и напряжений последней. Один из наиболее эффективных и экономичных путей решения указанной задачи (особенно в условиях, когда параметры нагрузок могут изменяться в широких пределах) заключается в использовании статических симметрирующих устройств (СУ), выполненных на реактивных элементах и обеспечивающих полную или частичную компенсацию нагрузочных токов обратной последовательности (ТОП).

Необходимость полной компенсации нагрузочных ТОП возникает в автономных системах электроснабже-

ния, при подключении несимметричных нагрузок к зажимам трехфазных генераторов. Указанное условие часто используется в задачах анализа и синтеза фазо-преобразовательных цепей. В электрических сетях общего назначения возможна частичная компенсация нагрузочных ТОП, уровень которой определяется допустимым значением напряжения обратной последовательности (2 % номинального).

При использовании существующих аналитических и графических методов [1—6] расчет схем СУ сводится к определению их параметров в зависимости от конкретных значений параметров нагрузок и реактивной мощности системы. В условиях, когда последние изменя-

ются в широких пределах, применение известных методов для оценки границ использования той или иной схемы симметрирования связано с большим объемом элементарных вычислительных операций, зависящим от числа промежуточных значений варьируемых параметров в заданных пределах их изменения.

В отличие от известных рассматриваемый в настоящей статье аналитический метод позволяет получить уравнения, непосредственно описывающие области функционирования схем СУ в зависимости от множества значений параметров нагрузок и сети. При этом поиск областей функциональной пригодности (непригодности) схем СУ легко может быть осуществлен с помощью ЦВМ и требует значительно меньшего объема вычислительной работы.

Известно [6], что при подключении однофазной нагрузки $Y_H = y_H e^{-i\varphi_H}$ на линейные напряжения соответственно $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ и $\dot{U}_{31}$ параметры элементов симметрирующего устройства при полной компенсации тока обратной последовательности определяются соответственно из выражений:

$$\left. \begin{aligned} Y_{1y, 2y, 3y} &= y_H \cos \varphi_H \left(\operatorname{tg} \varphi_H - \frac{1}{3} \operatorname{tg} \theta \right) e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{2y, 3y, 1y} &= \frac{1}{3} y_H \cos \varphi_H (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta) e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{3y, 1y, 2y} &= \frac{1}{3} y_H \cos \varphi_H (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta) e^{-j \frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где Y_{1y}, Y_{2y}, Y_{3y} — проводимости элементов СУ, подключенных соответственно на $\dot{U}_{12}, \dot{U}_{23}, \dot{U}_{31}$; $\operatorname{tg} \theta$ — заданный коэффициент реактивной мощности сети.

Принимая во внимание (1) и используя метод наложения, найдем параметры СУ для трехфазной нагрузки, элементы которой Y_{1H}, Y_{2H} и Y_{3H} подключены на линейные напряжения сети $\dot{U}_{12}, \dot{U}_{23}$ и $\dot{U}_{31}$:

$$\left. \begin{aligned} Y_{1y} &= \left[-\frac{1}{\sqrt{3}} \alpha + \frac{1}{3} (\beta - \gamma) \right] e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{2y} &= \frac{1}{3} (2\beta + \gamma) e^{-j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{3y} &= \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \alpha + \frac{1}{3} (\beta - \gamma) \right] e^{j \frac{\pi}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= -\cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1H} \right) y_{1H} + \cos \varphi_{2H} y_{2H} - \cos \left(\frac{\pi}{3} + \varphi_{3H} \right) y_{3H}; \\ \beta &= \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{3} \right) y_{1H} - \sin \varphi_{2H} y_{2H} + \sin \left(\frac{\pi}{3} + \varphi_{3H} \right) y_{3H}; \\ \gamma &= \sum_{j=1, 2, 3} (\cos \varphi_{jH} \operatorname{tg} \theta - \sin \varphi_{jH}) y_{jH}. \end{aligned}$$

Предположим, что два однофазных нагрузочных элемента $Y_{1H} = y_{1H} e^{-i\varphi_{1H}}$ и $Y_{2H} = y_{2H} e^{-i\varphi_{2H}}$ подключены на линейные напряжения $\dot{U}_{12}$ и $\dot{U}_{23}$. Обозначим

$$y_{2H} = k y_{1H}, \text{ где } 0 \leq k \leq k_{\max}. \quad (3)$$

Из (2) и (3) следует, что в этом случае

$$\left. \begin{aligned} Y_{1y} &= \left(\sin \varphi_{1H} - \frac{1}{\sqrt{3}} k \cos \varphi_{2H} - \mu \right) y_{1H} e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{2y} &= \left(k \sin \varphi_{2H} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \varphi_{1H} - \mu \right) y_{1H} e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{3y} &= \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (k \cos \varphi_{2H} - \cos \varphi_{1H}) - \mu \right] y_{1H} e^{j \frac{\pi}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{где } \mu = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \theta (k \cos \varphi_{2H} + \cos \varphi_{1H}).$$

В зависимости от значений параметров нагрузки и $\operatorname{tg} \theta$ элемент Y_{jy} в (4) может быть как емкостным ($y_{jy} > 0$), так и индуктивным ($y_{jy} < 0$). В связи с тем что переменные $\theta, \varphi_{1H}, \varphi_{2H}$ и k в общем случае могут изменяться в широком диапазоне, анализ областей функционирования схем СУ целесообразно осуществлять на основе математической модели, оперируя множествами числовых значений этих переменных [7].

Проанализируем на примере схемы с тремя емкостными элементами, соединенными в треугольник, области ее функционирования в зависимости от переменных $\theta, \varphi_{1H}, \varphi_{2H}$ и k . Для рассматриваемого случая

$$y_{1y} \geq 0; y_{2y} \geq 0; y_{3y} \geq 0. \quad (5)$$

Из (4) и (5) получаем следующие границы для $\operatorname{tg} \theta$:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &\leq \frac{\sqrt{3}}{d} (k \cos \varphi_{2H} - \cos \varphi_{1H}), \quad (S_1); \\ \operatorname{tg} \theta &\leq \frac{3}{d} \left(\sin \varphi_{1H} - \frac{1}{\sqrt{3}} k \cos \varphi_{2H} \right), \quad (S_2); \\ \operatorname{tg} \theta &\leq \frac{3}{d} \left(k \sin \varphi_{2H} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \varphi_{1H} \right), \quad (S_3), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\text{где } d = (k \cos \varphi_{2H} + \cos \varphi_{1H})^{-1}.$$

Решением этой системы неравенств является пересечение подмножеств (ПМ) S_1, S_2, S_3 . Из коммутативности и ассоциативности пересечений следует, что

$$\bigcap_{i=1}^3 S_i = (S_1 \cap S_3) \cap S_2 = (S_1 \cap S_2) \cap S_3,$$

где

$$\begin{aligned} S_1 \cap S_2 &= \begin{cases} S_1, \text{ если } \varphi_{2H} \geq \arccos \left[\frac{1}{k} \sin \left(\frac{\pi}{6} + \varphi_{1H} \right) \right], & (S_{\varphi 1}); \\ \text{при этом } k \geq \sin \left(\frac{\pi}{6} + \varphi_{1H} \right), & (S_{k1}); \\ S_2, \text{ если } \varphi_{2H} \leq \arccos \left[\frac{1}{k} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1H} \right) \right], & (S_{\varphi 2}); \end{cases} \\ S_2 \cap S_3 &= \begin{cases} S_1 \cap S_3 = S_1, \text{ если } \varphi_{2H} \in S_{\varphi 1}; \\ S_2, \text{ если } \varphi_{2H} \geq \arcsin \left[\frac{1}{k} \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6}, & (S_{\varphi 3}); \\ \text{при этом } k \geq \left| \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right|, & (S_{k2}); \\ S_3, \text{ если } \varphi_{2H} \leq \arcsin \left[\frac{1}{k} \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6}, & (S_{\varphi 4}). \end{cases} \end{aligned}$$

Решение системы (6) определяет принадлежность $\operatorname{tg} \theta$ одному из ПМ S_1, S_2, S_3 в зависимости от того, в каком из ПМ $S_{\varphi j}$ находятся значения φ_{1H} и φ_{2H} . Вы-

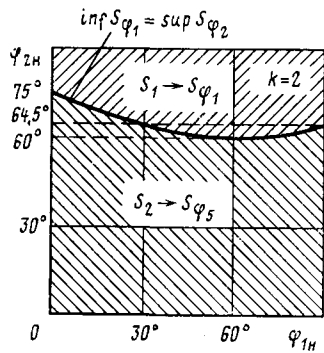


Рис. 1.

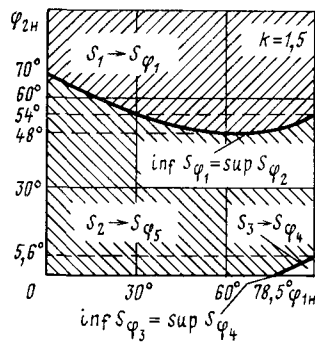


Рис. 2.

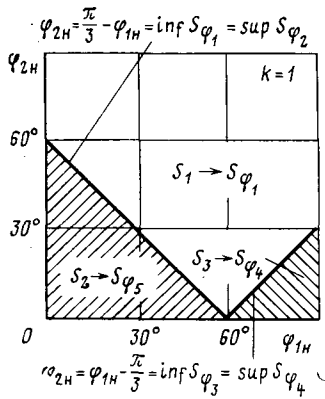


Рис. 3.

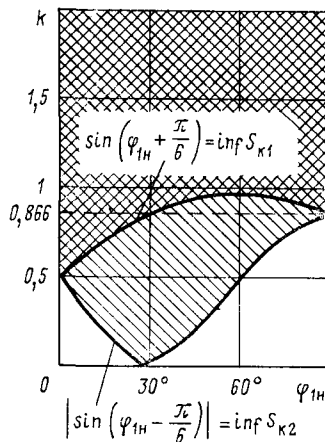


Рис. 4.

бор решения о принадлежности θ может быть проиллюстрирован следующей диаграммой:

$$(S_1 \cap S_2) \cap S_3 \begin{cases} \xrightarrow{\varphi_{2н} \in S_{\varphi_1}} S_1 \cap S_3 = S_4. \\ \xrightarrow{\varphi_{2н} \in S_{\varphi_2}} S_2 \cap S_3 \begin{cases} \xrightarrow{\varphi_{2н} \in S_{\varphi_3}} S_2 \cap S_3 \cap S_{\varphi_3} \\ \xrightarrow{\varphi_{2н} \in S_{\varphi_4}} S_2 \cap S_3 \cap S_{\varphi_4}. \end{cases} \end{cases}$$

Окончательно диапазон значений θ определяется как:

$$1) \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \arctg \sup S_1 \right], \quad (7)$$

если

$$\varphi_{2н} \in S_{\varphi_1}; \quad (8)$$

$$\inf S_{k1} \leq k_{\max}, \quad (9)$$

$$2) \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \arctg \sup S_2 \right], \quad (10)$$

если

$$\inf S_{\varphi_3} \leq \varphi_{2н} \leq \sup S_{\varphi_2}; (S_{\varphi_5}); \quad (11)$$

$$\inf (S_{k1} \cap S_{k2}) \leq k \leq k_{\max}; \quad (12)$$

$$3) \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \arctg \sup S_3 \right], \quad (13)$$

если

$$\varphi_{2н} \in S_{\varphi_4}; \quad (14)$$

$$\inf (S_{k1} \cap S_{k2}) \leq k \leq k_{\max}. \quad (15)$$

Таким образом, при помощи (7) ÷ (15) можно найти области значений θ , $\varphi_{2н}$ и k в зависимости от $\varphi_{1н} \in [0, \pi/2]$.

Для анализа свойств трехэлементной схемы СУ используем абстрактную модель, поставив в соответствие подмножества значений $\tg \theta$ (S_1, S_2, S_3) ПМ значений $\varphi_{2н}$ и $\varphi_{1н}$ ($S_{\varphi_1}, S_{\varphi_4}, S_{\varphi_5}$). При этом совокупность всех возможных значений $\varphi_{2н} \in [0, \pi/2]$ при изменении $\varphi_{1н} \in [0, \pi/2]$ образует основное множество (универсум) U .

Модели областей функционирования схемы, построенные для $k=2; 1,5$ и 1 , приведены соответственно на рис. 1, 2 и 3, а области возможных значений k при изменении $\varphi_{1н}$ — на рис. 4.

Для $k=2$ при $\varphi_{2н} \in S_{\varphi_1}$ значение θ определяется из (7), а при $\varphi_{2н} \in S_{\varphi_5}$ — из (10). Подмножество S_{φ_4} не принадлежит универсуму, т. е. $S_{\varphi_4} \cap U = \emptyset$. Поэтому решение о принадлежности $\tg \theta$ подмножеству S_3 не принимается.

Для $k=1,5$ $S_{\varphi_4} \in U$, и поэтому при $\varphi_{2н} \in S_{\varphi_4}$ значения θ определяются из (13). Область значений $\varphi_{1н}$ при принятии этого решения

$$\frac{\pi}{6} + \arcsin \frac{k}{2} \leq \varphi_{1н} \leq \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

Для $k=1$ ситуация аналогична случаю $k=1,5$ с границами подмножеств, приведенными на рис. 3.

Рассмотрим свойства неполнофазных схем СУ с емкостными элементами.

Пусть $y_{1y} = 0; y_{2y} > 0; y_{3y} > 0$. Тогда

$$\tg \theta = \frac{3 \left(\sin \varphi_{1н} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \varphi_{2н} \right)}{k \cos \varphi_{2н} + \cos \varphi_{1н}} = \sup S_2.$$

Диапазоны изменения $\varphi_{2н}$ и k определяются из выражений (11) и (12). На абстрактной модели область функционирования схемы ограничена подмножеством S_{φ_5} .

Пусть $y_{1y} > 0; y_{2y} = 0; y_{3y} > 0$. Тогда

$$\tg \theta = \frac{3 \left(k \sin \varphi_{2н} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \varphi_{1н} \right)}{k \cos \varphi_{2н} + \cos \varphi_{1н}} = \sup S_3.$$

Диапазоны изменения $\varphi_{2н}$ и k определяются из выражений (14) и (15). На модели область работы схемы ограничена подмножеством S_{φ_4} (рис. 2 и 3). Следует отметить, что данная схема функционирует в ограниченных диапазонах $\varphi_{1н}$ и $\varphi_{2н}$. Как и в трехэлементной схеме, здесь значения $\varphi_{1н}$ ограничены в соответствии с (16), т. е.

$$\left. \begin{aligned} k=1; 60^\circ \leq \varphi_{1н} \leq 90^\circ; 0 \leq \varphi_{2н} \leq 30^\circ; \\ k=1,5; 78,5^\circ \leq \varphi_{1н} \leq 90^\circ; 0 \leq \varphi_{2н} \leq 5,6^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

При $k=2$ схема нереализуема, поскольку $S_{\varphi_4} \cap U = \emptyset$. Следует заметить, что в общем случае для того чтобы решить вопрос о реализации схемы в заданном диапазоне значений k , нужно построить пространство с координатами $\varphi_{1н}$, $\varphi_{2н}$ и k . Тогда области ее функционирования будут описываться плоскостями (рис. 4 является проекцией этих плоскостей на координатную плоскость $\varphi_{1н}, k$, а рис. 1, 2, 3 представляют собой сечения пространства, соответствующие значениям k , равным 1; 1,5; 2).

Для рассматриваемого варианта двухэлементной схемы возможность его реализации в зависимости от k определяется наличием пересечения подпространства, ограниченного плоскостью функционирования с заданной областью значений k . Но на этот вопрос можно ответить, используя приведенные формулы. Условием реализации схемы является принадлежность подмножества значений S_{φ_4} универсуму; S_{φ_4} определяет множество значений φ_{2H} :

$$\varphi_{2H} \leq \arcsin \left[\frac{1}{k} \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6}.$$

Из последнего выражения следует, что

$$k \leq \frac{\sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right)}{\sin \left(\varphi_{2H} + \frac{\pi}{6} \right)}.$$

Принимая во внимание, что граничные значения φ_{1H} и φ_{2H} , принадлежащие универсуму, равны соответственно $\pi/2$ и 0, получим, что значение k , при котором возможна реализация рассматриваемого варианта схемы, не должно превышать $\sqrt{3}$.

Пусть $y_{1Y} > 0$; $y_{2Y} > 0$; $y_{3Y} = 0$. Тогда

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{3} (k \cos \varphi_{2H} - \cos \varphi_{1H})}{k \cos \varphi_{2H} + \cos \varphi_{1H}} = \sup S_1.$$

Диапазоны изменения φ_{2H} и k определяются из (8) и (9). На модели область работы схемы ограничена ПМ S_{φ_1} . Пусть $y_{1Y} = y_{2Y} = 0$; $y_{3Y} > 0$. Тогда значения $\operatorname{tg} \theta$ определяются как пересечение верхних границ подмножеств S_2 и S_3 , т. е.

$$\operatorname{tg} \theta = \sup S_2 \cap \sup S_3.$$

Диапазон изменения φ_{2H} определится как пересечение ПМ S_{φ_4} и S_{φ_5} , результатом которого является

$$\inf S_{\varphi_3} = \sup S_{\varphi_4}. \quad (18)$$

Для рассматриваемых примеров моделей такое пересечение имеет место при $k=1$ и $k=1,5$. При $k=2$ $S_{\varphi_4} \cap U = \emptyset$, т. е. схема нереализуема.

Как следует из (16) и (18), здесь диапазоны изменения φ_{1Y} и φ_{2H} составляют:

$$\frac{\pi}{6} + \arcsin \frac{k}{2} \leq \frac{\pi}{2};$$

$$\varphi_{2H} = \arcsin \left[\frac{1}{k} \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6}.$$

При $k=1$ и $1,5$ эти диапазоны определяются из (17). Для данной схемы диапазон изменения k находится по (12)

Пусть $y_{1Y} = y_{3Y} = 0$; $y_{2Y} > 0$. Тогда

$$\operatorname{tg} \theta = \sup S_2 \cap \sup S_1.$$

Диапазон изменения k определяется из (9), а φ_{2H} — как пересечение границ подмножеств

$$\inf S_{\varphi_1} \cap \sup S_{\varphi_2}.$$

Из последнего выражения следует, что

$$\varphi_{2H} = \arccos \left[\frac{1}{k} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1H} \right) \right].$$

Пусть $y_{2Y} = y_{3Y} = 0$; $y_{1Y} > 0$. Тогда

$$\operatorname{tg} \theta = \sup S_3 \cap \sup S_1.$$

Диапазон изменения k определяется из (9), а φ_{2H} — как пересечение границ подмножеств

$$\inf S_{\varphi_1} \cap \sup S_{\varphi_4}. \quad (19)$$

В результате получаем:

$$\begin{aligned} \arccos \left[\frac{1}{k} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1H} \right) \right] = \\ = \arcsin \left[\frac{1}{k} \sin \left(\varphi_{1H} - \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

Как видно из приведенных на рис. 1—3 моделей, пересечение (19) имеет место только при $k=1$. При $k=1,5$ и 2 схема нереализуема.

Аналогичным образом можно проанализировать любые другие схемы СУ.

Исходя из вышеизложенного, сформулируем основные положения предлагаемого метода анализа областей функционирования схем СУ для двухплечевых нагрузок.

1. Из рассмотрения трехэлементной схемы СУ определяются границы трех подмножеств значений $\operatorname{tg} \theta \times (S_1, S_2, S_3)$.

2. Решением о нахождении значений $\operatorname{tg} \theta$ в одном из указанных подмножеств ставятся в соответствие границы подмножеств значений φ_{2H} и φ_{1H} (S_{φ_i}) на абстрактной модели, где основное множество значений φ_{2H} и φ_{1H} (универсум) определяется предельными значениями φ_{2H} и φ_{1H} . Условием существования решения о принадлежности $\operatorname{tg} \theta$ подмножествам S_1 , S_2 и S_3 является принадлежность S_{φ_1} , S_{φ_2} , S_{φ_3} универсуму.

3. Границы подмножеств значений k определяются из условия существования границ подмножеств значений φ_{2H} .

4. Для трехэлементной схемы границы значений $\operatorname{tg} \theta$ определяются по границам подмножеств S_1 , S_2 , S_3 , а границы φ_{2H} и φ_{1H} — по границам подмножеств S_{φ_1} , S_{φ_2} , S_{φ_3} .

При анализе двухэлементной схемы используется та же модель, причем структура схемы определяет подмножество S_i (где $i=1, 2, 3$), верхней или нижней границе которого принадлежит значение $\operatorname{tg} \theta$. Если соответствующее подмножество S_i подмножество значений φ_{2H} , φ_{1H} принадлежит универсуму, схема реализуема. По границам подмножеств определяются диапазоны значений φ_{2H} и φ_{1H} , а границы значений k определяются как и в трехэлементной схеме (по п. 3).

При анализе свойств одноэлементной схемы используется та же математическая модель. Структура схемы, зависящая от того, на какое из линейных напряжений подключен элемент, определяет ПМ значений S_i , S_j , пересечению границ которых принадлежат значения $\operatorname{tg} \theta$. Если соответствующие подмножествам S_i , S_j ПМ значений φ_{2H} и φ_{1H} не пересекаются в пределах универсума, схема нереализуема.

Диапазоны изменения φ_{2H} и φ_{1H} определяются из условия пересечения ПМ S_{φ_i} и S_{φ_j} , а границы k — по п. 3.

Предлагаемый метод может быть использован и для анализа областей функционирования схем частичных компенсаций ТОП. Согласно [8], в этом случае парамет-

ры СУ определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} Y_{1y} &= \frac{1}{3} [\sqrt{3} C - D + Q(1 - A - \sqrt{3} B)] e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{2y} &= \frac{1}{3} [2D + Q(1 + 2A)] e^{j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{3y} &= \frac{1}{3} [\sqrt{3} C + D - Q(1 - A + \sqrt{3} B)] e^{-j \frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{\varepsilon_u}{1 + \delta U} \cos \psi; \quad B = \frac{\varepsilon_u}{1 + \delta U} \sin \psi; \\ Q &= \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \sin \varphi_{jn} - \operatorname{tg} \theta \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \cos \varphi_{jn}; \\ C &= A \left(y \cos \varphi + y_c'' \cos \varphi_c'' + \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \cos \varphi_{jn} \right) + \\ &+ B \left(y \sin \varphi + y_c'' \sin \varphi_c'' + \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \sin \varphi_{jn} \right) + \\ &+ y_{1n} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1n} \right) + y_{2n} \cos (\pi + \varphi_{2n}) + \\ &+ y_{3n} \cos \left(\frac{\pi}{3} + \varphi_{3n} \right); \\ D &= B \left(y \cos \varphi + y_c'' \cos \varphi_c'' + \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \cos \varphi_{jn} \right) - \\ &- A \left(y \sin \varphi + y_c'' \sin \varphi_c'' + \sum_{j=1,2,3} y_{jn} \sin \varphi_{jn} \right) + \\ &+ y_{1n} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi_{1n} \right) - y_{2n} \sin (\pi + \varphi_{2n}) - \\ &- y_{3n} \sin \left(\frac{\pi}{3} + \varphi_{3n} \right). \end{aligned}$$

Здесь y , y_c'' и φ , φ_c'' — модули и фазные углы проводимостей системы и обратной последовательности симметричной нагрузки узла; δU — отклонение напряжения прямой последовательности; ε_u — модуль коэффициента несимметрии напряжений, ψ — разность фаз

напряжений прямой и обратной последовательностей;

$$\psi = \arg \left[\frac{Y_{1n} e^{-j \frac{2\pi}{3}} + Y_{2n} + Y_{3n} e^{j \frac{2\pi}{3}}}{Y + Y_c'' + \sum_{j=1,2,3} Y_{jn}} \right]. \quad (21)$$

Остальные обозначения соответствуют принятым ранее. При $\varepsilon_u = 0$ выражения (2) и (20) совпадают.

Задавая определенными значениями мощности короткого замыкания системы в месте подключения нагревательного узла и зная состав симметричных потребителей последнего, можно с помощью изложенного метода с учетом (20) и (21) построить модели областей функционирования схем СУ при допустимых значениях коэффициента несимметрии и отклонений напряжений сети для всего множества значений y_{1n} , y_{2n} , φ_{1n} , φ_{2n} и $\operatorname{tg} \theta$.

Рассмотренный теоретико-множественный метод анализа функциональных свойств схем СУ для двухплечевых нагрузок позволяет в отличие от известных определить в аналитическом виде области использования схем для всего множества параметров несимметричных нагрузок и значений реактивной мощности сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бирюкова Р. П., Тимофеев Д. В. Анализ способов симметрирования режимов в электрических системах с тяговыми нагрузками. Труды ВНИИЭ, 1967, вып. 31.
2. Мамошин Р. Р. Повышение качества энергии на тяговых подстанциях дорог переменного тока. — М.: Транспорт, 1973.
3. Тамазов А. И. Несимметрия токов и напряжений, вызываемая однофазными тяговыми нагрузками. — М.: Транспорт, 1965.
4. Жежеленко И. В., Севрюков В. К., Чубарь Л. А. Фильтро-симметрирующее устройство в системах электроснабжения промышленных предприятий. — Электричество, 1976, № 2.
5. Шидловский А. К., Борисов Б. П. Симметрирование однофазных и двухплечевых нагрузок электротехнологических установок. — Киев: Наукова думка, 1977.
6. Шидловский А. К., Мостовяк И. В., Кузнецов В. Г. Анализ и синтез фазопреобразовательных цепей. — Киев: Наукова думка, 1979.
7. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. — Киев: Техніка, 1975.
8. Шидловский А. К., Кузнецов В. Г. Коррекция режима в электрических сетях с несимметричными нагрузками. — В кн.: Материалы IV Всесоюзного совещания по качеству электроэнергии. — М.: Изд. ЭНИН, 1979.

[02.12.82]

УДК 621.3.066.6.017.71.001.24

Расчет нагрева замкнутых контактов с учетом поверхностного эффекта

КАРПЕНКО Л. Н., СКОРНЯКОВ В. А., СУРИНА Г. А.

Ленинградский политехнический институт

На практике электротепловые модели контактов, не учитывающие действие поверхностного эффекта (ПЭ) на их нагрев, могут быть применены для расчета нагрева замкнутых контактов в установившихся режимах протекания постоянного тока. В квазистационарных режимах при длительном протекании синусоидального тока эти модели могут быть применены только при частоте тока ω , на порядок (и более) меньшей τ_y^{-1} , где τ_y — время, необходимое для установления электромагнитного поля в пределах контактной площадки. Это время для контактов (рис. 1) рассчитывается по выражению

$\tau_4 = \mu_0 f^2 / \rho_0$. Другими словами, в квазистационарных режимах электротепловые модели, не учитывающие действие ПЭ, применимы при условии

$$\omega^{-1} > 10 \mu_0 f^2 / \rho_0, \quad (1)$$

где μ_0 — абсолютная магнитная проницаемость материала контактов; f — радиус контактной площадки (рис. 1); ρ_0 — удельное электрическое сопротивление материала контактов при 0 °С.

В переходных режимах протекания тока степень проявления ПЭ зависит от скорости нарастания тока на

фронте импульса или переходном участке нарастания переменного тока, и оценка (1) относится к эквивалентной частоте;

$$\omega_{\text{экв}}^{-1} > 10\mu_0 f^2 / \rho_0. \quad (2)$$

где $\omega_{\text{экв}} = \frac{di_{\text{max}}}{dt} / I_m$; $\frac{di_{\text{max}}}{dt}$ — максимальная скорость нарастания тока; I_m — максимальное значение тока в переходном режиме.

В связи с непрерывным ростом мощности современных промышленных, судовых и особенно электрофизических установок токи короткого замыкания (т. к. з.) достигают многих сотен килоампер, а скорости нарастания тока превышают 10^7 А/с. Это приводит к тому, что на практике условие (2) не выполняется (т. е. $\omega_{\text{экв}}^{-1} < 10\mu_0 f^2 / \rho_0$), и в этом случае для расчета нагрева необходима разработка электротепловой модели контактов, учитывающей действие ПЭ.

Протекание больших быстронарастающих токов сопряжено с опасностью сваривания контактов вследствие дополнительного разогрева края контактной площадки, вызванного повышением плотности тока на краю площадки из-за ПЭ. В связи с этим актуальным становится вопрос о разработке методики расчета нагрева контактов с учетом ПЭ.

Для решения задачи нестационарного нагрева замкнутых контактов рассмотрим более совершенную (нежели сферическая) пространственную цилиндрическую модель области стягивания однородных электрических контактов (рис. 1). При кратковременном протекании т. к. з. теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. В этом случае температурное поле $\theta(r, z, t)$ в контактах описывается уравнением:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] + \frac{q(r, z, t)}{c_0 G} \quad (3)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta(r, z, 0) = 0; \quad \frac{\partial \theta(r, 0, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \theta(r, \infty, t)}{\partial z} = 0; \quad 0 \leq r \leq R; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta(0, z, t)}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial \theta(R, z, t)}{\partial r} = 0; \quad 0 \leq z < \infty, \quad (5)$$

где $a^2 = \lambda_0 / c_0 G$ — коэффициент температуропроводности;

$q(r, z, t) = \frac{E_z^2 + E_r^2}{\rho_0(1 + \alpha\theta)}$ — функция, описывающая распределение интенсивности внутренних источников тепла; λ_0 , c_0 , G , α — теплопроводность, теплоемкость, удельный вес при 0°C и температурный коэффициент удельного электрического сопротивления соответственно.

Задача (3) — (5) определения температуры θ может быть решена, если известны зависимости $E_z(r, z, t)$ и $E_r(r, z, t)$ составляющих напряженности электрического поля. Так, для определения E_z и E_r компонент могут быть составлены дифференциальные уравнения либо только для E_z , либо только для E_r , либо только для H_Φ (компоненты напряженности магнитного поля), поскольку E_z , E_r и H_Φ связаны между собой системой уравнений Максвелла и легко выражаются одна через другую. В нашем случае при осевой симметрии электромагнитного поля (рис. 1) из системы уравнений Максвелла при $\alpha = 0$ легко получить уравнения для компонент E_r , H_Φ или E_z с начальными и граничными усло-

виями:

$$\frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) - \frac{E_r}{r^2} = \frac{\mu_0 \partial E_r}{\rho_0 \partial t}; \quad (6)$$

$$E_r(r, z, 0) = 0, \quad E_r(0, z, t) = 0, \quad E_r(R, z, t) = 0, \\ E_r(r, \infty, t) = 0, \quad E_r(r, 0, t) = 0 \text{ при } 0 \leq r < f; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H_\Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_\Phi}{\partial r} \right) - \frac{H_\Phi}{r^2} = \frac{\mu_0 \partial H_\Phi}{\rho_0 \partial t}; \quad (8)$$

$$H_\Phi(r, z, 0), \quad H_\Phi(R, z, t) = \frac{i(t)}{2\pi R}, \quad \frac{\partial H_\Phi(r, \infty, t)}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial H_\Phi(r, 0, t)}{\partial z} = 0 \text{ при } 0 \leq r < f, \quad (9)$$

$$H_\Phi(r, 0, t) = \frac{i(t)}{2\pi r} \text{ при } f \leq r \leq R;$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = \frac{\mu_0 \partial E_z}{\rho_0 \partial t}; \quad (10)$$

$$E_z(r, z, 0) = 0, \quad \frac{\partial E_z}{\partial r}(R, z, t) = \frac{\mu_0}{2\pi R} \frac{di(t)}{dt},$$

$$\frac{\partial E_z(r, 0, t)}{\partial t} = 0 \text{ при } 0 \leq r < f, \quad E_z(r, 0, t) = 0 \text{ при } f < r \leq R. \quad (11)$$

Заметим здесь, что для решения (6) не достаёт граничного условия $E_r(r, 0, t)$ при $f < r \leq R$, и поэтому (6) не может быть решено. Два последних граничных условия (9) и (11) для решения (8) и (10) задают смешанные условия на границе $z=0$. Теория смешанных краевых задач к настоящему времени разработана недостаточно, и в классе осесимметричных задач [к которому относятся и наши задачи (8) и (10)] разработаны методы решения только некоторых статических (потенциальных) задач [1].

Для того чтобы имелась возможность найти решение (8) или (10), можно заменить смешанные условия на границе $z=0$ односторонними. Если произвести такую замену для уравнения (10), т. е. доопределить каким-либо способом $E_z(r, 0, t)$ в области $0 \leq r < f$, то в результате решения (10) может быть найдена зависимость $E_z(r, z, t)$ во всем объеме контакта. Затем, используя известное соотношение между E_z и E_r , может быть найдена зависимость $E_r(r, z, t)$. Найденные таким образом компоненты E_z и E_r подставляют в (3), которое может быть решено относительно $\theta(r, z, t)$.

Рассмотрим способ построения доопределяющей функции $E_z(r, 0, t)$. Будем полагать, что функция $E_z(r, 0, t)$ или, что то же, плотность тока $j_z(r, 0, t) = E_z(r, 0, t) / \rho_0$ является произведением функций, одна из которых зависит от геометрической формы контакта, а другая — от геометрической формы контакта и от времени. Такая искусственно построенная функция должна соответствовать физическим представлениям о механизме протекания тока через площадку контактирования и в связи с этим удов-

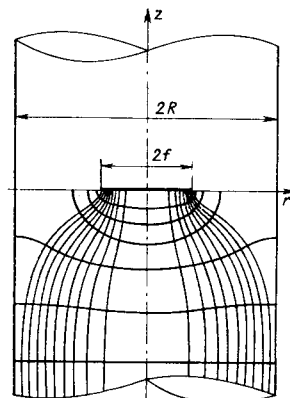


Рис. 1

летворять следующим требованиям: учитывать действие эффекта стягивания линий тока к контактной площадке; так как электрический контакт осуществляется по контактной площадке, через которую протекает полный ток, то интеграл по площади площадки контактирования от плотности тока в любой момент времени должен быть равен мгновенному значению полного тока, протекающего через площадку.

Для построения такой функции примем следующие допущения: влияние переменного электромагнитного поля на распределение плотности тока на контактной площадке такое же, как в обособленном цилиндре; коэффициент удельного электрического сопротивления постоянен ($\alpha=0$) и не зависит от температуры контакта.

В совокупности эти требования могут быть представлены математически в следующем виде:

$$j(r, 0, t) = \frac{i(t) j_{\text{сг}}(r, 0) \Phi(r, t)}{2\pi \int_0^f j_{\text{сг}}(r, 0) \Phi(r, t) r dr}, \quad 0 \leq r < f, \quad (12)$$

где $j_{\text{сг}}$ — функция, описывающая распределение плотности тока на площадке под действием только эффекта стягивания; $\Phi(r, t)$ — функция, описывающая распределение плотности тока в цилиндре под действием ПЭ в соответствии с характером изменения тока $i(t)$ во времени. Типичным при включении т. к. з. в цепях постоянного и переменного токов является то, что на начальном участке кривых имеет место максимальная скорость изменения тока, которая и обуславливает вытеснение тока на края площадки, в результате чего значительно возрастает температура на краю контактной площадки, что в свою очередь может вызвать плавление и сваривание контактов. Эта опасная стадия прохождения тока может быть математически описана экспоненциальной зависимостью

$$i(t) = I_m (1 - e^{-t/\tau}), \quad (13)$$

где I_m — максимально возможное значение т. к. з., проходящего через контакты; τ — постоянная времени, определяемая по кривой тока.

Решение задачи о распределении плотности тока в обособленном цилиндре при экспоненциальной форме тока (13) дает следующее выражение для функции $\Phi(r, t)$:

$$\Phi_{\text{exp}}(r, t) = 1 - \frac{f J_0\left(\frac{r}{\sqrt{k\tau}}\right) e^{-t/\tau}}{2 \sqrt{k\tau} J_1(f/\sqrt{k\tau})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n r) e^{-k\lambda_n^2 t}}{(k\lambda_n^2 \tau - 1) J_2(\lambda_n f)}, \quad (14)$$

где J_1, J_2 — функция Бесселя первого рода; λ_n — корни уравнения $J_1(\lambda_n f) = 0$, $k = \rho_0/\mu_0$.

В качестве функции $j_{\text{сг}}$ в (12) может быть использовано выражение [2], полученное с учетом конечного значения радиуса контакта R :

$$j_{\text{сг}}(r, 0) = \frac{I_m \pi \cos r_1}{8R^2 \xi(f/R) \sqrt{\sin^2 a_1 - \sin^2 r_1}}, \quad (15)$$

где

$$\xi(f/R) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\sin a_1)^{2m+1}}{(2m+1)^2}, \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{\pi f}{2R}, \quad r_1 = \frac{\pi r}{2R}.$$

Произведя замену переменных в (14) в соответствии с (16) и подставляя (14) и (15) в общую формулу (12), получим выражение для плотности тока на площадке с учетом конечного радиуса контакта R :

$$j_{\text{exp}}(r_1, 0, t) = \frac{I_m (1 - e^{-t/\tau}) \cos r_1 \Phi_{\text{exp}}(r_1, t)}{8R^2 \sqrt{\sin^2 a_1 - \sin^2 r_1} \int_0^{a_1} \frac{\cos r_1 \Phi_{\text{exp}}(r_1 t) r_1 dr_1}{\sqrt{\sin^2 a_1 - \sin^2 r_1}}}. \quad (17)$$

В качестве функции $j_{\text{сг}}$ в (12) может быть использовано также известное выражение для распределения плотности тока на площадке в случае контакта двух полуограниченных тел ($R \rightarrow \infty$) [3]:

$$j_{\text{сг}}(r, 0) = \frac{I_m}{2\pi f \sqrt{f^2 - r^2}}. \quad (18)$$

В этом случае можно найти с учетом ПЭ выражение для плотности тока на площадке в замкнутом виде:

$$j_{\text{exp}}(r, 0, t) = \frac{I_m}{\pi f \sqrt{f^2 - r^2}} \left[\frac{1}{2} - \frac{f J_0\left(\frac{r}{\sqrt{k\tau}}\right) e^{-t/\tau}}{2 \sqrt{k\tau} \sin(f/\sqrt{k\tau})} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\alpha_n \frac{r}{f}\right) e^{-\frac{\alpha_n^2 k}{f^2} t}}{\left(\frac{\alpha_n^2 k}{f^2} \tau - 1\right) \cos \alpha_n} \right], \quad (19)$$

где α_n — корни уравнения $\sin \alpha_n = 0$; J_0 — функция Бесселя первого рода.

Для синусоидально изменяющегося тока, протекающего по контактам, можно получить выражение для $j(r, 0, t)$, аналогичное (17) или (19). Для тока, записанного в комплексной форме,

$$i(t) = I_m \sin \omega t = \text{Im} [I_m e^{j\omega t}],$$

где Im — мнимая часть, имеем:

$$\Phi_{\text{sin}}(r, k_1) = J_0(k_1 r), \quad (20)$$

где $k_1 = \sqrt{-\frac{j\omega\mu_0}{\rho_0}}$ — комплексный параметр.

Подставляя (18) и (20) в (12), получаем простое выражение для комплексной амплитуды плотности тока на контактной площадке:

$$j_m(r, 0, k_1) = \frac{I_m k_1 J_0(k_1 r)}{2\pi \sqrt{f^2 - r^2} \sin(k_1 f)}. \quad (21)$$

На рис. 2 в качестве примера приведено распределение плотности тока на контактной площадке для медных контактов при: $R/f=10$; $t=0,2\tau$; $f=0,4 \cdot 10^{-3}$ м; $\tau=0,5 \cdot 10^{-5}$ с для тока, изменяющегося в соответствии с (13). Кривая 1 рассчитана по (19), кривая 3 — по (17), а кривая 2 — по уравнениям (10) и (11) путем численного расчета на ЦВМ. Для сравнения на рис. 2 приведена кривая 4, соответствующая распределению плотности тока без учета ПЭ и рассчитанная по (18). Малое расхождение кривых 1 и 3 по отношению к кривой 2, не превышающее 10 %, подтверждает правильность подхода к нахождению распределения плотности тока на площадке с учетом ПЭ.

Полученные зависимости (17), (19), (21) могут быть теперь использованы для аналитического решения (10), а затем и (3). При рассмотрении кратковременных процессов нагрева контактов, например аварийными т. к. з., можно не учитывать отвод тепла в объем контакта при соблюдении условия [4]:

$$\beta > 1,2, \quad (22)$$

где $\beta = \frac{f}{2a\sqrt{t^*}}$; t^* — длительность первой полуволны т. к. з. при синусоидально изменяющемся токе, либо длительность нарастающего участка при экспоненциальном изменении тока. В этом случае уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{d\theta(r, z, t)}{dt} = \frac{E_z^2(r, z, t) + E_r^2(r, z, t)}{c_0 \rho_0 [1 + \alpha \theta(r, z, t)]}. \quad (23)$$

При контактировании однородных проводников наиболее опасной является температура на контактной площадке, она и интересует в первую очередь конструкторов и исследователей. Поэтому будем решать уравнение (23) для точек, расположенных на контактной площадке. Очевидно, что через площадку контактирования из одного контакта в другой проходит весь ток, и поэтому на площадке отсутствуют перетоки в радиальном направлении, т. е. на ней должно выполняться условие $E_r(r, 0, t) = 0$.

С учетом сказанного на площадке контактирования имеем:

$$\frac{d\theta(r, 0, t)}{dt} = \frac{\rho_0 [1 + \alpha \theta(r, 0, t)] j^2(r, 0, t)}{c_0 G}, \quad (24)$$

$$\text{где } j(r, 0, t) = \frac{E_z(r, 0, t)}{\rho_0 [1 + \alpha \theta(r, 0, t)]}.$$

Принимая во внимание начальное условие (4), получим сначала решение (24) при $\alpha = 0$:

$$\theta^*(r, 0, t) = \frac{\rho_0}{c_0 G} \int_0^t j^2(r, 0, t) dt, \quad (25)$$

где $j(r, 0, t)$ — известная плотность тока (17), (19) или (21). Если $\alpha \neq 0$, то решение (24) запишется в виде:

$$\theta(r, 0, t) = \frac{1}{\alpha} \{ \exp[\alpha \theta^*(r, 0, t)] - 1 \}, \quad (26)$$

где $\theta^*(r, 0, t)$ определено выражением (25).

На основании общих решений (25), (26) можно получить распределение температуры на контактной площадке для интересующей нас формы тока. Так, для экспоненциально нарастающего тока (13) при подстановке в (25) выражения (19), в котором при $\tau \leq 10^{-2}$ с, $f \leq 10^{-2}$ м с погрешностью менее 5 % можно пренебречь суммой ряда, получим:

$$\theta_{\text{exp}}^*(r, 0, t) = \theta_n(r, 0, t) \psi_{\text{exp}}(r, t), \quad (27)$$

где

$$\theta_n(r, 0, t) = \frac{I_m^2 \rho_0 t}{4\pi^2 f^2 (f^2 - r^2) c_0 G}; \quad (28)$$

$$\psi_{\text{exp}}(r, t) = 1 - \frac{2fJ_0 \left(\frac{r}{\sqrt{k\tau}} \right) \tau (1 - e^{-t/\tau})}{\sqrt{k\tau} \sin(f/\sqrt{k\tau}) t} + \frac{f^2 J_0^2 \left(\frac{r}{\sqrt{k\tau}} \right) \tau (1 - e^{-2t/\tau})}{2(k\tau) \sin^2(f/\sqrt{k\tau}) t}. \quad (29)$$

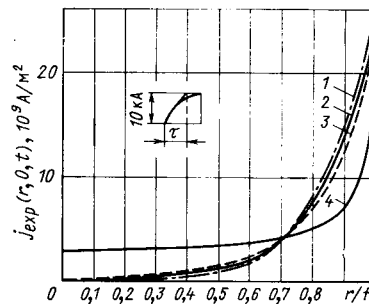


Рис. 2

Для удобства анализа в полученном выражении (27) выделены два множителя (28), (29). Множитель $\theta_n(r, 0, t)$ формально определяет нагрев площадки постоянным током величиной I_m , входящим в (13). Этот множитель совпадает с функцией, описывающей нагрев площадки постоянным током, в чем легко убедиться, если подставить в (25) распределение на площадке плотности постоянного тока I_m (18). Множитель $\psi_{\text{exp}}(r, t)$ учитывает влияние только ПЭ на нагрев площадки от воздействия изменяющегося множителя $(1 - e^{-2t/\tau})$ в (13). Из полученных выражений (27)—(29) видно, что температура возрастает к краю площадки, где она достигает максимального значения. Однако, определить температуру на краю площадки по (27)—(29) не представляется возможным из-за разрыва функции (28) при $r=f$. В [4] на основании аналитического решения уравнения теплопроводности (3) для постоянного тока I_m при $\alpha=0$ с погрешностью, не превышающей 10 %, получено соотношение между температурами края $\theta_n(f, 0, t)$ и центра $\theta_n(0, 0, t)$ площадки в условиях кратковременного нагрева ($\beta > 1,2$) и $R \rightarrow \infty$:

$$\theta_n(f, 0, t) = \beta \sqrt{\pi} \theta_n(0, 0, t), \quad (30)$$

где

$$\theta_n(0, 0, t) = \frac{\rho_0}{4\pi^2 f^4 c_0 G} \int_0^t I^2 dt. \quad (31)$$

При $I = I_m = \text{const}$ из (31) получаем:

$$\theta_n(0, 0, t) = \frac{I_m^2 \rho_0 t}{4\pi^2 f^4 c_0 G} — температура нагрева центра пло-$$

щадки постоянным током I_m .

Заменяя в (27) при $r=f$ функцию (28) соотношением (30) получим температуру нагрева края контактной площадки экспоненциально нарастающим током (13):

$$\theta_{\text{exp}}^*(f, 0, t) = \beta \sqrt{\pi} \theta_n(0, 0, t) \psi_{\text{exp}}(f, t), \quad \alpha = 0. \quad (32)$$

Для синусоидального тока, после выделения мнимой части из (21) и подстановки ее в (25), получим выражение для распределения температуры на контактной площадке, также содержащее множитель (28). Заменяя в этом выражении при $r=f$ функцию (28) соотношением (30), найдем температуру нагрева края контактной площадки синусоидальным током при $\alpha=0$:

$$\theta_{\text{sin}}^*(f, 0, t) = \beta \sqrt{\pi} \theta_n(0, 0, t) \psi_1(f, \omega, t). \quad (33)$$

где

$$\psi_1(f, \omega, t) = (x^2 + y^2) \left[\frac{1}{2} - \frac{\sin 2(\omega t + \varphi) - \sin \varphi}{4\omega t} \right]; \quad (34)$$

$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ — значение аргумента (фазы) комплексной амплитуды плотности тока (21);

$$\frac{y}{x} = \frac{(\operatorname{ber} \sqrt{2} X_0 + \operatorname{ber} \sqrt{2} X_0) \cos X_0 \operatorname{sh} X_0 + (\operatorname{bei} \sqrt{2} X_0 - \operatorname{ber} \sqrt{2} X_0) \sin X_0 \operatorname{ch} X_0 - (\operatorname{bei} \sqrt{2} X_0 - \operatorname{ber} \sqrt{2} X_0) \cos X_0 \operatorname{sh} X_0}{(\operatorname{ber} \sqrt{2} X_0 + \operatorname{ber} \sqrt{2} X_0) \sin X_0 \operatorname{ch} X_0 - (\operatorname{bei} \sqrt{2} X_0 - \operatorname{ber} \sqrt{2} X_0) \cos X_0 \operatorname{sh} X_0};$$

$$x^2 + y^2 = 2X_0^2 \left[\frac{(\operatorname{ber} \sqrt{2} X_0)^2 + (\operatorname{bei} \sqrt{2} X_0)^2}{(\sin X_0 \operatorname{ch} X_0)^2 + (\cos X_0 \operatorname{sh} X_0)^2} \right];$$

$X_0 = \sqrt{\frac{\omega}{2k_1}} f$; ber , bei — функции Кельвина нулевого порядка.

Для нахождения температуры нагрева края площадки с учетом температурной зависимости $\rho(\theta)$ достаточно подставить (32) либо (33) в общую формулу (26).

Выражениями (26) и (32) или (33) можно воспользоваться для вывода важных для практики формул расчета граничных токов с учетом ПЭ и зависимости $\rho(\theta)$. Подставим $\theta_{\text{exp}}^*(f, 0, t)$ (32) или $\theta_{\text{sin}}^*(f, 0, t)$ (33) в общую формулу (26) при $r=f$. Из последнего уравнения можно найти выражение для граничного тока по условию $\theta(f, 0, t) = \theta_{\text{пл}}$ ($\theta_{\text{пл}}$ — температура плавления материала контактов):

$$I_{\text{rp}} = 2\sqrt{2}\pi^{3/4} \sqrt{\frac{\ln(1 + \alpha\theta_{\text{пл}}) c_0 G a}{\alpha \rho_0}} \frac{f^{3/2}}{(t^*)^{1/4} \sqrt{\psi(f, t^*)}}. \quad (35)$$

В выражении (35) $\psi(f, t^*)$ определяется формулой (29) (при $r=f$) или (34) соответственно для экспоненциально и синусоидально изменяющихся токов. Так как (35) выведено на основе выражений (32), (33), то оно может быть применено [также как и (32), (33)] при выполнении условия (22), которое для силовых контактов в режиме короткого замыкания практически часто обеспечено. Это является следствием того, что при больших нажатиях значение радиуса относительно велико, а время t^* весьма мало из-за кратковременности протекания первой полуволны т. к. з. (либо нарастающего участка тока экспоненциальной формы), в течение которой, как установлено в [5], и происходит сваривание контактов. Величины c_0 , G , a , ρ_0 в (35) берутся из таблиц при 0°C , а радиус контактной площадки f в (35) определяется по одной из широко используемых на практике формул [3]:

$$f = \sqrt{\frac{F_{\text{к}}}{\pi H_{\text{В}}(\theta_{\text{пл}})}},$$

где $F_{\text{к}}$ — сила нажатия контактов; $H_{\text{В}}(\theta_{\text{пл}})$ — твердость материала по Бринеллю при температуре плавления.

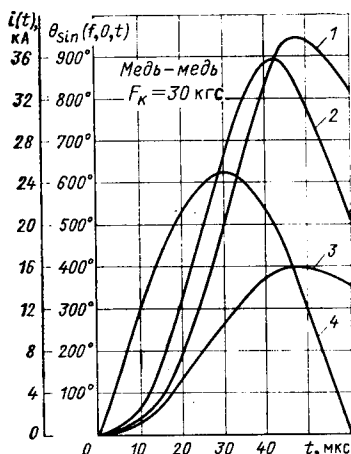


Рис. 3

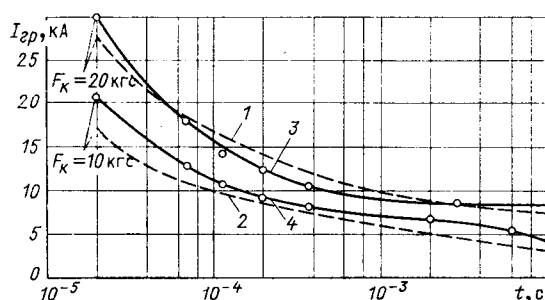


Рис. 4

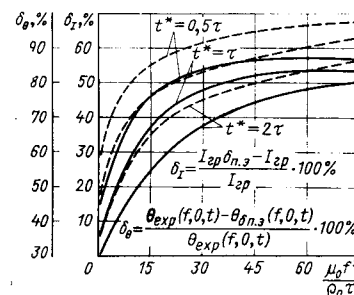


Рис. 5

На рис. 3 дано сопоставление расчетов температуры края площадки по (26), (33) (кривая 1) с результатами совместного решения системы уравнений теплопроводности (3) и электрического поля (10), на ЦВМ (кривая 2) для синусоидально меняющегося тока (кривая 4). Для сравнения на рисунке приведен график зависимости $\theta^*(f, 0, t)$ (кривая 3), построенный по (33) без учета зависимости $\rho(\theta)$ ($\alpha=0$). Небольшое расхождение кривой 1 и кривой 2, не превышающее 7% в районе максимума, подтверждает правильность полученных расчетных формул, а большое расхождение кривых 1 и 2 с кривой 3 указывает на необходимость учитывать при расчетах температурную зависимость $\rho(\theta)$.

На рис. 4 приведены результаты расчета граничных токов сваривания по (35), (34) (кривые 1 и 2) и экспериментально полученные Г. Хильгартом [5] аналогичные зависимости 3 и 4. Расчет производился для широкого диапазона длин полуволн 10^{-5} — 10^{-2} с со значениями теплофизических и механических параметров, приведенных в [5]. Относительно хорошее совпадение кривых на рис. 3 и рис. 4 может служить доказательством правильности приведенной выше методики расчета температур и граничных токов сваривания.

Оценим по сравнению с теорией [4] влияние ПЭ на нагрев края площадки и на значения граничных токов сваривания. Для этого в выражении (31), полученном в [4] для постоянного тока, заменим постоянный ток на переменный, например экспоненциальной формы (13), и найдем температуру центра контактной площадки без учета влияния ПЭ:

$$\theta_{\text{с/пэ}}(0, 0, t) = \frac{I_m^2 \rho_0 t}{4\pi^2 f^4 c_0 G} F(t), \quad (36)$$

где

$$F(t) = \frac{3}{2} \frac{\tau}{t} + \frac{\tau}{t} \left(2 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau} \right) e^{-t/\tau}. \quad (37)$$

Подставляя (36) в (30), находим температуру края контактной площадки:

$$\theta_{\text{с/пэ}}^*(f, 0, t) = \beta \sqrt{\pi} \theta_{\text{с/пэ}}(0, 0, t). \quad (38)$$

Сравним температуру $\theta_{\text{exp}}(f, 0, t)$, рассчитанную по формулам (26), (27) с учетом ПЭ, с температурой $\theta_{\delta/\text{ПЭ}}(f, 0, t)$, найденной по (36), (38) без учета ПЭ (рис. 5). Как видно из рис. 5, относительная погрешность δ_θ в определении температуры контактной площадки может достигать значительной величины в реальном диапазоне изменения универсального параметра $\mu_0 \omega_{\text{эв}} \times \times f^2 / \rho_0 (\omega_{\text{эв}} = \frac{1}{\tau})$ для формы тока (13) согласно определению, данному в пояснениях к (2)).

Найдем теперь значение граничного тока без учета ПЭ согласно [4]. Для этого подставим (38), где $\theta_{\delta/\text{ПЭ}}(0, 0, t)$ определяется по (36), в формулу (26) при $r=f$. Из последнего уравнения можно, как и ранее, найти выражение для $I_{\text{гр}}$ по условию достижения температуры плавления на краю контактной площадки:

$$I_{\text{гр.б/ПЭ}} = 2 \sqrt{2} \pi^{1/4} \sqrt{\frac{\ln(1 + \alpha \theta_{\text{пл}}) c_0 G a}{\alpha \rho_0}} \frac{f^{1/4}}{t^{1/4} \sqrt{F(t^*)}} \quad (39)$$

Сопоставление граничного тока $I_{\text{гр.б/ПЭ}}$, рассчитанного по (39) с граничным током $I_{\text{гр}}$, найденным по (35) с учетом ПЭ, приведено на рис. 5. Относительная погрешность δ_I определения граничного тока без учета ПЭ может достигать 70 % в реальном диапазоне из-

менения универсального параметра $\mu_0 f^2 / \rho_0 \tau$. Приведенные кривые показывают, что учет влияния ПЭ на нагрев и значения граничного тока необходимо производить при значениях универсального параметра $\mu_0 f^2 \omega_{\text{эв}} / \rho_0 \geq 1$.

Практическая цель предлагаемой методики заключается в том, что она позволяет значительно точнее, нежели [3—5], производить расчеты на нагрев контактов при значениях универсального параметра $\mu_0 f^2 \omega_{\text{эв}} / \rho_0 \geq 1$. При этом не требуется привлечения ЦВМ высокого класса с большим объемом оперативной памяти, что имеет место при строгом решении системы уравнений теплопроводности (3) и электрического поля (10) численными методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. — Л.: Наука, 1977.
2. Кротман Л. С. Электрический контакт двух цилиндров с круглой центральной площадью касания. — Электричество, 1972, № 10.
3. Ким Е. И., Омелченко В. Т., Харин С. Н. Математические модели тепловых процессов в электрических контактах. — Алма-Ата: Наука, 1977.
4. Investigation of physical processes at the initial state of opening electrical contacts/E. I. Kim, V. T. Omelchenko, S. N. Kharin et al. — Proc. 8th Int. Conf. on Electrical Contact Phenomena, Tokyo, 1976.
5. Hilgarth G. Über die Grenzstromstärken ruhender Starkstromkontakte. ETZ-A, 1957, Bd 78, № 6.

[24.11.82]

УДК 621.313.2.016.351

Статическая устойчивость вентильной машины

АФАНАСЬЕВ А. А.

Чебоксары

Вентильная машина (ВМ) в наиболее употребительном смысле представляет собой функциональное объединение электрической машины типа синхронной и статического преобразователя частоты (ПЧ), отпирающие импульсы которого следуют в функции углового положения ротора или магнитного поля ВМ [1 и 2]. В ВМ средней и большой мощности вентильными элементами являются тиристоры, коммутация которых осуществляется естественным или искусственными способами.

В настоящей статье рассматриваются особенности математического описания и линеаризации дифференциальных уравнений ВМ с тиристорным ПЧ, у которой отсутствует автоматическое регулирование величин рабочего режима, т. е. внешние управляющие воздействия постоянны во времени; делаются выводы о влиянии на статическую устойчивость некоторых параметров ВМ.

Математическое моделирование тиристорных элементов ВМ при малых отклонениях независимых переменных от установившегося режима.

Наиболее специфической частью исследования статической устойчивости ВМ является описание в малом ПЧ. В основе этой операции могут использоваться различные методы: численное дифференцирование [3], представление некоторых приращений в импульсной форме [4], обращение к линеаризованным уравнениям включения и выключения вентилей [5]; непрерывная аппроксимация уравнений ПЧ [6].

В настоящей статье линеаризованное описание ПЧ базируется на его общем представлении в виде устрой-

ства неизменной структуры. Будем моделировать каждый тиристорный вентиль функциональным резистором (линейным, параметрическим), сопротивление которого равно R_{max} для закрытого и R_{min} для открытого вентилей. Предполагаем, что смена состояния вентиля (закрыт, открыт) происходит мгновенно. На рис. 1, а показана зависимость сопротивления вентиля с номером j в установленном режиме в функции угла ϑ между осями d индуктора и фазы a обмотки якоря ВМ.

В общем случае при вариации независимых переменных ВМ углы включения $\vartheta_{\text{вк}j}$ и отключения $\vartheta_{\text{от}j}$ вентиля являются функциями этих переменных. Однако в преобладающем большинстве режимов ВМ вариация углов включения отсутствует¹. Поэтому в дальнейшем полагаем $\tilde{\vartheta}_{\text{вк}j} = 0$.

В соответствии с рис. 1 имеем:

$$\tilde{R}_j^{(n)} = -\Delta R [\delta_v (\vartheta - \vartheta_{\text{от}j}^{(n)})] \tilde{y}_j^{(n)}, \quad (1)$$

где

$$\delta_v (\vartheta - \vartheta_{\text{от}j}^{(n)}) = \frac{1 (\vartheta - \vartheta_{\text{от}j}^{(n)}) - 1 (\vartheta - \vartheta_{\text{от}j}^{(n)} - \tilde{y}_j^{(n)})}{\tilde{y}_j^{(n)}}; \quad (2)$$

¹ $\tilde{\vartheta}_{\text{вк}j} \neq 0$ при работе ПЧ в режиме выпрямителя: а) в перегрузочном режиме без межкоммутационных интервалов (режим П, для которого в трехфазной мостовой схеме $\tilde{\vartheta}_{\text{вк}j} = \vartheta_{\text{от}(j+3)}$, $j=1, 2, \dots, 6$); б) с прерывистым током при углах управления $\alpha < \pi/m_1$, где m_1 — пульсность цепи постоянного тока.

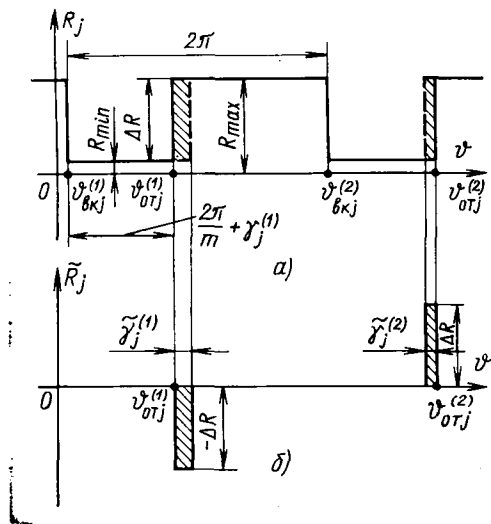


Рис. 1

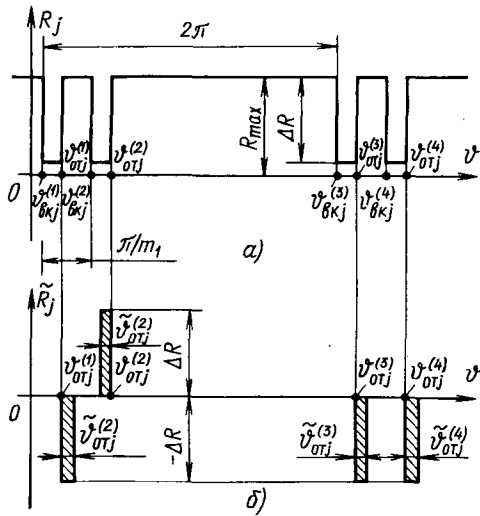


Рис. 2

$\theta_{отj}^{(n)}$ — угловая координата ротора в момент n -го выключения j -го вентиля; $1(\theta - \theta_{отj}^{(n)})$ — единичная ступенчатая функция.

При достаточно малом приращении угла коммутации ($\tilde{\gamma}_j^{(n)} \rightarrow 0$) функция (2) может рассматриваться как импульсная функция $\delta(\theta - \theta_{отj}^{(n)})$ — функция Дирака.

При отсутствии одновременно открытых вентилях одной потенциальной группы преобразователя имеем прерывистый режим его работы. В этом случае в мостовой схеме ПЧ число отключений вентиля на периоде его работы увеличивается вдвое (рис. 2). Для прерывистого режима работы ПЧ в формуле (1) вместо вариации угла коммутации $\tilde{\gamma}_j^{(n)}$ следует рассматривать вариацию угла отключения вентиля $\tilde{\theta}_{отj}^{(n)}$.

Установим связь приращения угла коммутации (угла отключения) вентиля с независимыми переменными ВМ, число которых равно числу дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих неустановившийся режим ВМ. Будем в качестве примера рассматривать ВМ с трехфазным мостовым инвертором тока и датчиком положения ротора ДПР, принципиальная схема которой изображена на рис. 3 (здесь f_{dc} и

f_{qc} — последовательные обмотки возбуждения по осям d и q ; L — индуктивность сглаживающего дросселя). С помощью этой схемы методами теории электрических цепей легко выразить ток каждого вентиля i_j через внешние токи ПЧ — i_{π} , i_a , i_b , i_c :

$$i = C^{-1}I, \quad (3)$$

где

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -R_1 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 & R_6 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & R_5 & -R_6 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$i = [i_{\pi} i_a i_b i_c 0 0]^T,$$

$$I = [i_{\pi} i_a i_b i_c 0 0]^T.$$

Формула (3) имеет смысл, поскольку матрица C невырожденная. Действительно, легко показать, что

$$\det C = \sum_{j=1}^3 (R_j + R_{j+3})(R_{j+1} + R_{j+4}), \quad (5)$$

причем $R_{j+6} = R_j$.

Поскольку $R_j > 0$, то $\det C \neq 0$.

В соответствии с формулой (3) для координат вектора i будем иметь:

$$i_j = B_{j\pi} i_{\pi} + B_{ja} i_a + B_{jb} i_b + B_{jc} i_c, \quad (6)$$

где B_{js} ($s = \pi; a; b; c$) — элементы матрицы C^{-1} .

После замены фазных токов якоря ВМ их составляющими в координатах $d, q, 0$ уравнение (6) запишется в виде:

$$i_j = B_{j\pi} i_{\pi} + B_{jd} i_d + B_{jq} i_q, \quad (7)$$

где

$$B_{jd} = B_{ja} \cos \theta + B_{jb} \cos(\theta - 2\pi/3) + B_{jc} \cos(\theta + 2\pi/3); \quad (8)$$

$$B_{jq} = -[B_{ja} \sin \theta + B_{jb} \sin(\theta - 2\pi/3) + B_{jc} \sin(\theta + 2\pi/3)]. \quad (9)$$

На некотором временном интервале $\Delta t_j^{(n)}$, непосредственно предшествующем моменту выключения j -го вентиля, сопротивления всех функциональных резисторов, моделирующих вентили, остаются неизменными. Следовательно, на этом интервале также неизменны значения $B_{js} = \underline{B}_{js}$ ($s = n; a, b, c$) и вариация тока вентиля в соответствии с формулами (7)–(9) равна:

$$\tilde{i}_j = \underline{B}_{j\pi} \tilde{i}_{\pi} + \underline{B}_{jd} \tilde{i}_d + \underline{B}_{jq} \tilde{i}_q + \underline{B}_{j\theta} \tilde{\theta}. \quad (10)$$

где $\underline{B}_{j\theta} = \underline{B}_{jq} i_d - \underline{B}_{jd} i_q$; черточкой внизу отмечены величины невозмущенного (периодического) движения.

На рис. 4 показаны кривые невозмущенного (кривая 1) и возмущенного (кривая 2) изменений тока вентиля i_j , находящиеся на поверхности функции вида

$$i_j = i_j(i_{\pi}; i_d; i_q; \theta)$$

и пересекающие гиперплоскость $i_j = 0$ в точках $\underline{A}$ и $\underline{A}$, определяющих углы выключения вентиля $\theta_{отj}$ и $\theta_{отj}^{(n)}$. Для нахождения координат точки $\underline{A}$ потребуем, чтобы приращения независимых переменных в точке $\underline{A}$ удовлетворяли условию

$$\tilde{i}_j = 0. \quad (11)$$

Из выражений (10), (11) определяем вариацию угла отключения j -го вентильного $\tilde{\vartheta}_{отj}$, которая для непрерывного тока i_n совпадает с вариацией угла коммутации $\tilde{\gamma}_j$:

$$\tilde{\vartheta}_{отj}^{(n)} = \tilde{\gamma}_j^{(n)} = -[B_{j\vartheta}^{(n)}]^{-1} (B_{jn}^{(n)} \tilde{i}_n + B_{jd}^{(n)} \tilde{i}_d + B_{jq}^{(n)} \tilde{i}_q), \quad (12)$$

где $B_{jr}^{(n)}$; $B_{jr}^{(n)}$ ($r = n; d; q$) — постоянные коэффициенты, значения которых определяются величинами невозмущенного режима, взятыми при $\vartheta = \vartheta_{отj}^{(n)}$.

После подстановки выражения (12) в (1) приращение сопротивления j -го вентильного в момент его n -го отключения будет равно:

$$\tilde{R}_j^{(n)} = (A_{jn}^{(n)} \tilde{i}_n + A_{jd}^{(n)} \tilde{i}_d + A_{jq}^{(n)} \tilde{i}_q) \cdot \delta(\vartheta - \vartheta_{отj}^{(n)}), \quad (13)$$

где

$$A_{jr}^{(n)} = \Delta R \cdot B_{jr}^{(n)} \cdot (B_{j\vartheta}^{(n)})^{-1}, \quad r = n; d; q. \quad (14)$$

Напряжение на сопротивлении j -го вентильного в соответствии с (7) определяется из зависимости:

$$u_j = R_{jn} i_n = R_{jn} i_n + R_{jd} i_d + R_{jq} i_q, \quad (15)$$

где

$$R_{jd} = R_{ja} \cos \vartheta + R_{jb} \cos (\vartheta - 2\pi/3) + R_{jc} \cos (\vartheta + 2\pi/3);$$

$$R_{jq} = -[R_{ja} \sin \vartheta + R_{jb} \sin (\vartheta - 2\pi/3) + R_{jc} \sin (\vartheta + 2\pi/3)];$$

$$R_{js} = B_{js} R_j, \quad s = n; a; b; c.$$

Сопротивления R_{js} являются кусочно-постоянными функциями и представляют собой взаимные сопротивления j -го вентильного внешним токам ПЧ. Сумма падений напряжения на этих сопротивлениях от указанных токов равна реальному напряжению вентильного.

Вариация напряжения (15) для произвольного момента времени будет иметь вид:

$$\tilde{u}_j = R_{jn} \tilde{i}_n + R_{jd} \tilde{i}_d + R_{jq} \tilde{i}_q + u_{j\vartheta} \tilde{\vartheta} + \sum_{k=1}^6 I_{jk} \tilde{R}_k, \quad (16)$$

где

$$u_{j\vartheta} = i_d R_{jq} - i_q R_{jd};$$

$$I_{jk} = i_n \frac{\partial R_{jn}}{\partial R_k} + i_a \frac{\partial R_{ja}}{\partial R_k} + i_b \frac{\partial R_{jb}}{\partial R_k} + i_c \frac{\partial R_{jc}}{\partial R_k}.$$

Последнее слагаемое в (16) представляет собой совокупность импульсных функций, обусловленных очередными отключениями всех шести вентильных ПЧ.

Раскрывая содержания $\tilde{R}_k$ с помощью формулы (13), для вариации напряжения (16) получим выражение:

$$\tilde{u}_j = (R_{jn} + \Delta R_{jn}) \tilde{i}_n + (R_{jd} + \Delta R_{jd}) \tilde{i}_d + (R_{jq} + \Delta R_{jq}) \tilde{i}_q + u_{j\vartheta} \tilde{\vartheta}, \quad (17)$$

где

$$\Delta R_{jr} = \sum_{k=1}^6 I_{jk} A_{kr} \delta(\vartheta - \vartheta_{отk}), \quad r = n; d; q \text{ — дополнительное сопротивление } j\text{-го вентильного приращению соответствующего внешнего тока ПЧ, обусловленное влиянием вариации углов отключения всех вентильных ПЧ на вариацию напряжения на этом } j\text{-м вентильном.}$$

Несложно установить, что коэффициенты формулы (17) — сомножители перед приращениями независимых

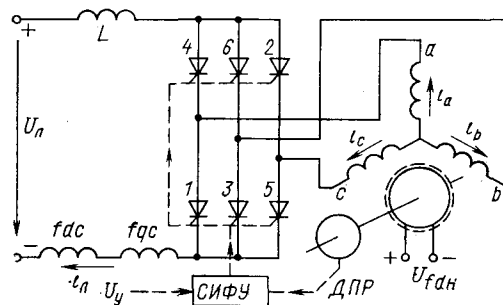


Рис. 3

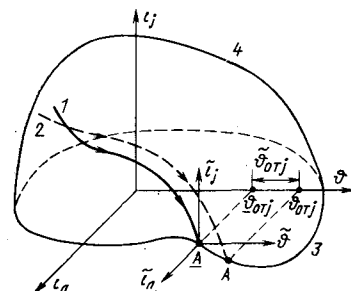


Рис. 4

переменных, представляют собой периодические, кусочно-непрерывные, интегрируемые функции времени. В частности, для симметричного режима ВМ период этих функций равен одной шестой части периода электромагнитных процессов каждой фазы обмотки якоря ВМ.

Система дифференциальных уравнений ВМ в вариациях. При представлении ПЧ устройством неизменной структуры математическое описание электрического равновесия всех его элементов может быть произведено методами теории многофазных электрических цепей. Токи и напряжения ПЧ на стороне, связанной с машиной, будем выражать в координатах $d; q; 0$. В схемах без нулевого провода нулевые координатные составляющие отсутствуют. Обращаясь для примера к схеме ВМ на рис. 3, будем иметь для трех ее независимых контуров:

$$\left. \begin{aligned} u_n &= (R + pL) i_n + u_1 + u_4 + u_{fdc} + u_{fqc}; \\ u_b - u_a &= u_4 - u_6; \\ u_c - u_b &= -u_2 + u_6, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где $u_{jd(q)c}$ — напряжения последовательных обмоток возбуждения ВЛ; $p = d/dt$.

Добавим к этим дифференциальным уравнениям (ДУ) еще $(3+2n)$ ДУ: $p\vartheta = \omega_p$, ДУ движения ротора и ДУ равновесия напряжений обмотки независимого возбуждения и $2n$ успокоительных контуров индуктора; в результате получим полную систему ДУ порядка $(6+2n)$. С помощью (17) легко произвести линеаризацию этих уравнений, в результате чего система ДУ в вариациях примет вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \alpha \mathbf{x}, \quad (19)$$

где $\alpha = \mathbf{a}^{-1} \mathbf{b}$; $\mathbf{x}^T = [\tilde{i}_n \tilde{i}_d \tilde{i}_q \tilde{i}_{dn} \tilde{i}_{da} \tilde{i}_{dq}, \dots, \tilde{i}_{nd} \tilde{i}_{nq} \tilde{i}_{dq}, \dots, \tilde{i}_{nq} \tilde{\omega}_p]$ — вектор-строка вариаций токов, углового положения и частоты вращения ротора ВМ.

Элементы матрицы $\mathbf{a}$ являются либо постоянными величинами, зависящими от индуктивностей само- и взаимной индукции обмоток ВМ, либо периодическими

функциями угла θ . Например, имеем:

$$a_{11} = L + L_{fdc} + L_{jqc};$$

$$a_{22} = \sqrt{3} [L_{dd} \sin(\theta - \pi/3) + L_{qd} \cos(\theta - \pi/3)],$$

где L_{fdc} , L_{jqc} , L_{dd} — собственные индуктивности последовательных обмоток возбуждения и обмотки якоря по оси d , L , L_{qd} — индуктивности сглаживающего дросселя и взаимной индукции между перпендикулярными обмотками d и q якоря.

Элементы матрицы b являются либо постоянными величинами, равными активным сопротивлениям обмоток, либо периодическими функциями угла θ , зависящими от активных сопротивлений, токов вентилей, индуктивных сопротивлений, потокоцеплений и токов обмоток ВМ. Например, отметим:

$$b_{11} = -(R + R_{fdc} + R_{jqc} + R_{1n} + \Delta R_{1n} + R_{4n} + \Delta R_{4n});$$

$$b_{22} = -R_{4d} - \Delta R_{4d} + R_{6d} + \Delta R_{6d} +$$

$$+ \sqrt{3} \left[\omega_p L_{qd} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \omega_p L_{dd} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \right.$$

$$\left. - r \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right],$$

где R , R_{fdc} , R_{jqc} , r — активные сопротивления соответственно сглаживающего дросселя, обмоток последовательного возбуждения, якоря.

Поскольку элементы матриц a и b являются периодическими функциями времени, то основная матрица α системы ДУ (19) является также периодической матрицей. Ее элементы — кусочно непрерывные и интегрируемые функции, причем некоторые из них в моменты отключения вентилей ПЧ содержат импульсные слагаемые, пропорциональные импульсной дельта-функции. В частности, для нормального (симметричного) режима ПЧ величины установившегося режима ВМ в координатах d , q будут иметь период изменения $T_1 = T/6$ (T — период электромагнитных процессов одной фазы ВМ).

Следовательно, для этого режима справедливо:

$$\alpha(t + T_1) = \alpha(t). \quad (20)$$

Исследование статической устойчивости ВМ. Условие (20) позволяет произвести исследование статической устойчивости ВМ методами теории ДУ с периодическими коэффициентами [7]. Суждение об аperiodической устойчивости или ограниченности решения системы ДУ (19) может быть найдено на основании анализа собственных значений матрицы монодромии, т. е. матрицы общего решения этой системы, полученного для единичных начальных условий и фиксированного в момент $t = T_1$.

Матрица монодромии $x(T_1)$ может быть определена путем объединения вектор-столбцов решений системы (19), рассчитанных численным интегрированием (например, методом Рунге — Кутты) для n [n — порядок системы (19)] начальных условий вида:

$$x_{0k}^T = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0], \quad k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где x_{0k}^T — транспонированный вектор-столбец начальных условий; единица в этом столбце занимает k -ю строку.

Определению матрицы монодромии предшествуют расчеты магнитного поля, электромагнитных параметров и установившихся величин (токов, напряжений, пото-

коцеплений и др.) рабочего режима ВМ. Для ВМ с линейной магнитной цепью, когда электромагнитные параметры могут считаться известными и неизменными, установившийся режим и матрица монодромии рассчитываются одновременно.

Как известно [7], для обеспечения асимптотической устойчивости системы (19) необходимо и достаточно, чтобы собственные значения матрицы монодромии $x(T_1)$ — мультипликаторы данной системы — на комплексной плоскости лежали внутри единичной окружности.

Расчет статической устойчивости производился для ВМ, работающей двигателем, мощностью 2,8 кВт с параметрами, приведенными в [8]². Как и в [8], где расчет устойчивости производился при описании процессов в ПЧ непрерывными функциями и при пренебрежении высшими гармоническими токами и напряжениями ВМ, определялась граница статической устойчивости системы в плоскости коэффициентов k_{fdc} и k_{jqc} — коэффициентов приведения токов последовательных обмоток возбуждения по осям d и q к обмотке якоря. Эти коэффициенты пропорциональны числам витков последовательных обмоток возбуждения. Для всех вариантов расчетов рассматривалась также устойчивость системы

$$\dot{x} = \alpha_0 x, \quad (21)$$

производной от исходной системы (20), где

$$\alpha_0 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \alpha dt \quad (22)$$

— постоянная матрица.

Полученные данные свидетельствуют, что для номинальной частоты вращения ВМ дискретность процессов ПЧ (т. е. учет также влияния всего спектра высших временных гармонических) практически не влияет на конфигурацию области устойчивости в плоскости коэффициентов k_{fdc} и k_{jqc} . Причем мультипликаторы систем (19) и (21) близки друг к другу. Во всех рассмотренных вариантах мнимые части мультипликаторов системы (19) в 1,5—3 раза больше, чем у системы (21), т. е. для первой из них характерна большая колебательность. Влияние дискретности ПЧ проявляется более существенно на пониженных частотах. Так в диапазоне частот 10—5 Гц ВМ с номинальной токовой нагрузкой якоря становится статически неустойчивой, что и подтверждается опытными данными. При представлении ПЧ непрерывной моделью неустойчивая зона на пониженных частотах для аналогичных параметров ВМ не обнаруживается.

Близость друг к другу мультипликаторов систем (19) и (21) указывает, что построение границ устойчивости в первом приближении можно производить, используя постоянную матрицу коэффициентов (22) вместо периодической (20). Этот прием позволяет существенно упростить анализ устойчивости, так как исключается операция численного интегрирования системы ДУ (19) для определения матрицы монодромии и используются хорошо разработанные методы исследования систем ДУ с постоянными коэффициентами, в том числе матричные, алгебраические и табличные критерии устойчивости.

Численные расчеты также показывают, что импульсные слагаемые с дельта-функцией в приращениях напряжения на вентильях (18), обусловленные вариацией

² Успокоительная обмотка на полюсах индуктора была представлена двумя эквивалентными контурами.

угла коммутации, практически не оказывают влияния на значения мультипликаторов с наибольшими модулями, т. е. расположенных вблизи единичной окружности. Пренебрежение этими слагаемыми изменяет значения указанных мультипликаторов на величину, не превышающую десятые доли процента. Мультипликаторы, расположенные ближе к центру окружности с единичным радиусом, изменяются более значительно. Такой характер воздействия импульсных слагаемых формулы (18) на мультипликаторы системы позволяет в большинстве случаев отказаться от учета этих слагаемых при анализе устойчивости ВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентильные двигатели и их применение на электроподвижном составе/Б. Н. Тихменев, Н. Н. Горин, В. А. Кучумов, В. А. Сенаторов. — М.: Транспорт, 1976.

2. Аракелян А. К., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором. — М.: Энергия, 1977.

3. Фильц Р. В., Дячишин Б. В., Маляр В. С. Обобщенная методика составления линеаризованных уравнений нелинейных систем. — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1978, № 6.

4. Динамика вентильного электропривода постоянного тока/Н. В. Донской, А. Г. Иванов, В. М. Никитин, А. Д. Поздеев. — М.: Энергия, 1975.

5. Ступель А. И. Статическая устойчивость схем с вентилями преобразователями. — Электричество, 1977, № 4.

6. Булгаков А. А. Исследование квазинепрерывных систем. — М.: Наука, 1973.

7. Якубович В. А., Старжинский В. М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами. — М.: Наука, 1972.

8. Афанасьев А. А. К анализу статической устойчивости вентильной машины постоянного тока с датчиком положения ротора. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 3 [28.04.82]

УДК 621.313.2.045.001.24

Оценка демпфирующих свойств обмотки якоря машины постоянного тока при коммутации

МЕЩЕНИНА М. П., инж., ПАШКЕВИЧ В. И., канд. техн. наук
ФЕТИСОВ В. В., доктор техн. наук

Ленинград

В конце периода коммутации машины постоянного тока (МПТ) ток в коммутируемой секции, как правило, не равен току параллельной ветви обмотки. Вследствие этого ток секции резко изменяется, что сопровождается выделением электромагнитной энергии, от которой зависит вероятность возникновения искрения в промежутке между щеткой и коллекторной пластиной. Значение выделяющейся на коллекторе электромагнитной энергии (степень искрения) зависит от демпфирующих свойств обмотки якоря на завершающем этапе коммутации МПТ.

До настоящего времени оценка демпфирующих свойств обмотки якоря [1, 2] проводилась только с учетом взаимоиндуктивной связи размыкаемого контура секции с другими короткозамкнутыми коммутируемыми секциями. Но, как показывает анализ, существенное влияние на демпфирующие свойства оказывают вихревые и контурные токи, циркулирующие в проводниках секции различного конструктивного исполнения.

В статье на примере простейшей машины впервые выполнена оценка степени влияния конструкции секций, вихревых и контурных токов в них на демпфирующие свойства обмотки МПТ на завершающем этапе коммутации.

Количественную оценку демпфирующих свойств якорных обмоток МПТ производят по численному значению коэффициента демпфирования G , равному отношению двух значений электромагнитных энергий. Числитель рассчитывается с учетом явления поглощения части энергии разрываемого щеткой контура секции другими демпфирующими контурами, а знаменатель — без учета этого явления. Демпфирующими контурами могут быть контуры других коммутируемых секций, другие искусственно введенные контуры, имеющие взаимоиндуктивную связь с контуром разрываемой секции, а также контуры вихревых и циркуляционных (контурных) токов. Вихревые токи замыкаются в пределах ак-

тивной части секции и имеются как в неподразделенных секциях, так и в элементарных проводниках подразделенных по высоте секций. Контурные токи возникают только в подразделенных секциях: они замыкаются по всей длине элементарных проводников, включая лобовые части и места их спая. Чем больше поглощается электромагнитной энергии разрываемого контура секции в демпфирующих контурах, при прочих равных условиях, тем меньше результирующая индуктивность секции и коэффициент демпфирования обмотки G и, следовательно, меньше вероятность возникновения искрения под щеткой.

Как показано в [3], наиболее приемлемой физикоматематической моделью для определения L_p и G является модель, основанная на следующих допущениях:

в зоне коммутации МПТ поле пазов одномерно; магнитная проницаемость стали $\mu = \infty$; удельное сопротивление проводников обмотки якоря $\rho = \text{const}$;

демпфирующее действие контуров некоммутируемых секций обмотки якоря, образующих параллельные ветви обмотки, пренебрежимо мало;

разрыв контура секции, выходящей из коммутации, происходит в момент времени $t = 0$, причем при $t = -0$ токи во всех демпфирующих и разрываемых контурах равны нулю, а при $t = +0$ ток секции, выходящей из коммутации, изменяется скачкообразно от 0 до 1 А ($\Delta i = 1$ А).

Существующие методы оценки демпфирующих свойств якорных обмоток [1, 2] основаны на допущении, что контуры секций обмотки якоря сверхпроводящие (падение напряжения под щеткой и сопротивление секций равны нулю), а сами секции идеально расслоены и транспонированы (вихревые и контурные токи отсутствуют). В то же время, как показывают экспериментальные исследования [4, 5], демпфирующие свойства якорных обмоток МПТ средней и большой мощности существенно

зависят от конструктивного исполнения секций (от наличия в них вихревых и контурных токов).

Предлагаемый метод оценки демпфирующих свойств обмотки якоря в отличие от существующих [1, 2] является более общим и точным: он применим для любых типов обычных и специальных якорных обмоток МПТ, учитывает особенности конструкции секции, вихревые и контурные токи в них, а также сопротивления контуров демпфирующих секций.

Согласно приведенному определению коэффициент демпфирования обмотки якоря на завершающем этапе коммутации

$$G = \frac{W_{pm}}{W_m} = \frac{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} W_p(t) dt}{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} W(t) dt} = \frac{1}{\tau L} \int_0^{\tau} L_p dt, \quad (1)$$

где τ — время разрыва контура секции, которое согласно [1] можно считать равным времени поворота якоря на ширину межламельной изоляции; W_{pm} и $W_p(t) = 0,5 \Delta i^2 L_p(t)$ — средняя за время τ и мгновенная электромагнитные энергии разрываемого контура секции с учетом демпфирующих контуров при скачкообразном изменении тока на Δi ; W_m и $W(t) = 0,5 \Delta i^2 L = \text{const}$ — то же, но без учета влияния демпфирующих контуров; L и L_p — соответственно статическая и результирующая индуктивности разрываемого контура секции.

При скачкообразном изменении тока в разрывном контуре секции на 1 А его э. д. с. результирующая индуктивность, потокосцепление и электромагнитная энергия соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= Z^{-1} \left[\frac{Z_L(p)}{p} \right]; \\ L_p(t) &= \Psi(t) = W_p(t) = Z^{-1} \left[\frac{Z_L(p)}{p^2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где Z^{-1} — символ, обозначающий операцию обратного преобразования Лапласа;

$$Z_L(p) = Z(p) - r; \quad (3)$$

r — сопротивление секции постоянному току; $Z(p)$ — полное входное операторное сопротивление контура секции со стороны его разрыва, определенное с учетом демпфирующих (коммутируемых) контуров, а также с учетом контуров вихревых и циркуляционных токов.

Математические выражения для операторных сопротивлений секций различных конструкций наиболее просто можно найти по схемам замещения секций обмотки якоря. Принципы построения этих схем, а также метод и расчетные формулы для определения собственных параметров контуров вихревых токов и их взаимных индуктивностей с контурами коммутируемых секций приведены в [6—8].

Собственная индуктивность коммутируемой секции L и ее взаимная индуктивность с любой другой секцией M могут быть рассчитаны по известным формулам [1]. Однако, как будет показано ниже, при оценке демпфирующих свойств якорных обмоток по предлагаемому методу необходимо знать отдельные составляющие L и M :

$$L = L_\sigma + L_\mu; \quad M = M_\sigma + M_\mu, \quad (4)$$

где L_σ и M_σ — собственные и взаимные индуктивности

секций, обусловленные полем вне объема меди паза (собственные и взаимные индуктивности лобовых частей, по коронкам зубцов и по изоляции внутри пазов); L_μ и M_μ — собственные и взаимные индуктивности, обусловленные полем в объеме меди пазов.

Приняв за базисную индуктивность

$$L' = \frac{\mu_0 h l_a}{b_\Pi}, \quad (5)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; h — полная высота меди секции; l_a — длина активного пакета стали якоря; b_Π — ширина паза, получим выражение (4) в отн. ед.:

$$l = l_\sigma + l_\mu; \quad m = m_\sigma + m_\mu. \quad (6)$$

Обозначив

$$k_{\sigma L} = \frac{L_\sigma}{L} = \frac{l_\sigma}{l}; \quad k_{\sigma M} = \frac{M_\sigma}{M} = \frac{m_\sigma}{m}, \quad (7)$$

из (6) получим

$$\begin{aligned} l &= \frac{l_\mu}{1 - k_{\sigma M}}; \quad m = \frac{m_\mu}{1 - k_{\sigma M}}; \quad k_c = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{L} = \\ &= \frac{m}{l} = \frac{m_\mu (1 - k_{\sigma L})}{l_\mu (1 - k_{\sigma M})}, \end{aligned} \quad (8)$$

где k_c — коэффициент связи двух любых коммутируемых секций с индуктивностями $L_1 = L_2 = L$.

Из (7) и (8) окончательно имеем

$$m_\sigma = \frac{k_{\sigma M} m_\mu}{1 - k_{\sigma M}} = \frac{k_c l_\mu}{1 - k_{\sigma L}} - m_\mu, \quad (9)$$

где численные значения коэффициентов k для различных взаимных положений коммутируемых секций определяются по [1].

Отметим, что в МПТ, имеющих различные мощности, геометрические размеры и конструкции секций, соответствующие коэффициенты l_μ , m_μ и k_c равны при условии, что в этих машинах имеет место идентичное взаимное расположение секций в пазах на завершающем этапе коммутации. В тех же машинах соответствующие коэффициенты $k_{\sigma L}$ и $k_{\sigma M}$, а также, как следует из (7) — (9), коэффициенты l , m , l_σ и m_σ , вообще говоря, могут быть не равны из-за неравенства длины лобовых частей секций, толщины пазовой изоляции и зазоров под добавочными полюсами.

Последовательность расчета результирующей индуктивности L_p и коэффициента демпфирования обмотки G по предлагаемому методу следующая:

производится эквивалентное преобразование коммутируемых контуров многополюсной машины к двухполюсной [9];

производится синтез расчетной схемы замещения коммутируемых секций [6—8], структура и параметры которой учитывают взаимное расположение секций в зоне коммутации, их конструктивное исполнение, а также геометрические размеры секций и паза;

по схеме замещения определяется математическое выражение для операторного сопротивления $Z_L(p)$, которое представляет собой отношение комплексных полиномов высоких степеней;

по (2) и (1) определяется результирующая индуктивность L_p и коэффициент демпфирования G обмотки якоря; при этом в зависимости от сложности математического выражения для $Z_L(p)$ используются аналитические [10] или численные [11] методы.

Рассмотрим двухполюсную машину со следующими данными (рис. 1): число пазов на пару полюсов — нечетное; число коллекторных пластин на паз $U_n = 1$; обмотка якоря равносекционная с сокращением шага $\varepsilon = 0,5$; щеточное перекрытие $\beta = 1$; контур секции 1—1' размыкается, а демпфирующий контур секции 2—2' замкнут щеткой. В качестве примера практического использования описанного выше метода расчета оценим демпфирующие свойства обмотки этой машины при следующих конструктивных исполнениях секции: неподразделенная секция (рис. 2, а); разрезная секция (с паяными головками лобовых частей), подразделенная на два и три элементарных проводника с транспозицией (рис. 2, б, в) и без транспозиции (рис. 2, г, е) в пазу; неразрезная секция (с гнутыми головками лобовых частей), подразделенная на два и три элементарных проводника (рис. 2, д, ж).

Для всех перечисленных конструкций секций (рис. 2) рассматриваемой машины (рис. 1) были синтезированы схемы замещения, на основе которых получены выражения для операторных сопротивлений $Z_L(p)$ и результирующих индуктивностей L_p разрываемых контуров секций (схемы замещения и выражения для $Z_L(p)$ здесь не приводятся из-за их сложности).

Для упрощения записи и облегчения вычислений, а также для удобства сравнения результатов, получаемых для различных конструктивных исполнений секций, зависимости результирующей индуктивности от времени будем определять в отн. ед. $L_p^*(t^*)$,

$$\text{где } L_p^* = \frac{L_p}{L}; \quad t^* = \frac{t}{T}; \quad (10)$$

$$T = \frac{\mu_0 b h^2}{\rho b_{\Pi}}. \quad (11)$$

Учитывая (10), выражение (1) для коэффициента демпфирования запишется в виде

$$G(T^*) = T^* \int_0^{1/T^*} L_p^*(t^*) dt^*. \quad (12)$$

где

$$T^* = \frac{T}{\tau}. \quad (13)$$

Рис. 2. Варианты конструктивного исполнения секций обмотки якоря машины с $U_n=1$, $\beta=1$, $\varepsilon=-0,5$: а — неподразделенная секция (НП); б — разрезная секция, подразделенная на два проводника, транспонированных в пазу (ТР2); в — разрезная секция, подразделенная на три проводника, транспонированных в пазу (ТР3); г — разрезная секция, подразделенная на два проводника (НР2); д — неразрезная секция, подразделенная на два проводника (НР2); е — разрезная секция, подразделенная на три проводника (Р3); ж — неразрезная секция, подразделенная на три проводника (НР3)

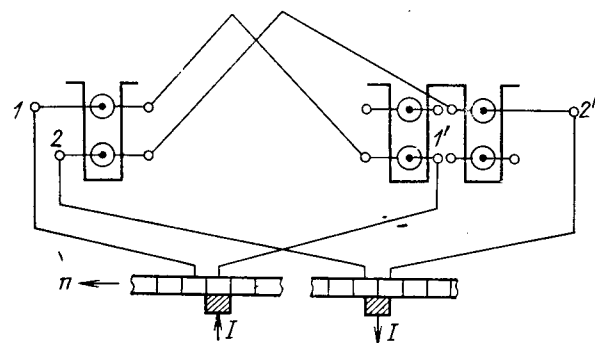
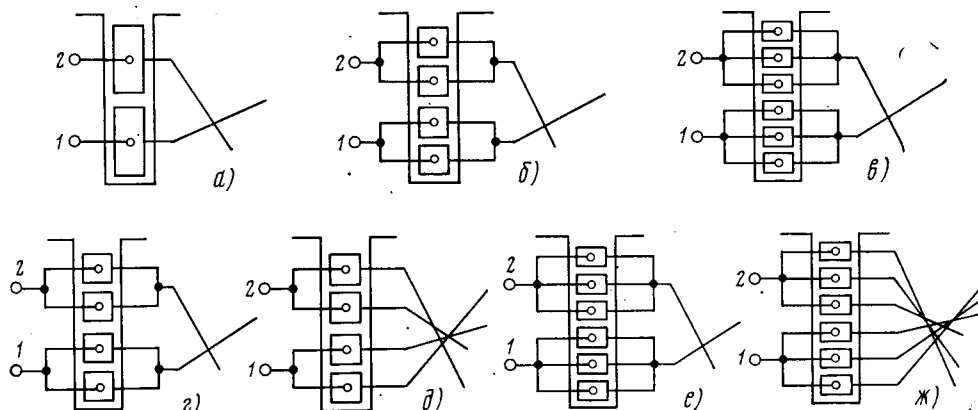


Рис. 1. Схема расположения секций в двухполюсной машине с нечетным числом пазов на пару полюсов: $U_n=1$; $\beta=1$; $\varepsilon=-0,5$

Как показывает анализ полученных выражений для результирующей индуктивности разрываемого контура секции 1—1' (рис. 1), они содержат четыре слагаемых:

$$L_p^*(t^*) = 1 + A(t^*) + B(t^*) + C(t^*), \quad (14)$$

причем каждое из этих слагаемых имеет определенный физический смысл.

Первое слагаемое (единица) показывает, что при отсутствии демпфирования, когда $A = B = C = 0$, результирующая индуктивность L_p разрываемого контура секции равна статической L .

Слагаемое $A(t^*)$ в (14) есть

$$A(t^*) = -\frac{1}{l\pi^2} \left\{ 6a \sum_{k=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{\exp[-(ck\pi)^2 t^*]}{k^2} + 8b \sum_{k=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{\exp[-(ck\pi)^2 t^*]}{k^2} \right\}, \quad (15)$$

где коэффициенты a , b , c определяются из табл. 1.

Это слагаемое показывает, в какой мере уменьшается индуктивность L_{μ} , а следовательно, и результирующая индуктивность, только под действием вихревых токов проводниках, в предположении, что контурные токи во всех секциях и полный ток в демпфирующих секциях (секции 2—2' на рис. 1) отсутствуют.

Таблица 1

№ п.п.	Конструкции секции		Значение коэффициентов						
	Обозначение	Номер рисунка	a	b	c	d	e	f	g
1	НП	рис. 2, а	2/3	1	1	0	0	0	0
2	Тр2	рис. 2, б	1/6	3/2	2	0	0	0	0
3	Тр3	рис. 2, в	2/27	43/27	3	0	0	0	0
4	Р2	рис. 2, г	1/6	3/2	2	3	0	0	0
5	НР2	рис. 2, д	1/6	3/2	2	1	0	0	0
6	Р3	рис. 2, е	2/27	43/27	3	0	41	13	8
7	НР3	рис. 2, ж	2/27	43/27	3	0	7	2	16

Таблица 2

$k_{\sigma L}$	Значения относительных индуктивных параметров				
	l_{σ}	l	m	m_{σ}	$k_{\sigma M}$
0,3	0,715	2,38	0,834	0,334	0,4
0,5	1,67	3,33	1,17	0,67	0,575
0,7	3,89	5,56	1,95	1,45	0,743

Слагаемое $B(t^*)$ в (14):

для нетранспонированных секций, подразделенных на два проводника (рис. 2, г, д)

$$B(t^*) = -Z^{-1} \left(\frac{d}{l s^2} \frac{\text{th}^2 0,25s}{2\lambda + s + \text{cth} 0,5s} \right); \quad (16)$$

для нетранспонированных секций, подразделенных на три проводника (рис. 2, е, ж)

$$B(t^*) = -Z^{-1} \frac{g}{l s^2} \times \frac{\text{th}^2 \frac{s}{6} \left[e \left(3\lambda + s \text{cth} \frac{s}{3} \right) - f s^2 \text{th} \frac{s}{6} \right]}{9 \left(9\lambda + 3s \text{cth} \frac{s}{3} - s \text{th} \frac{s}{6} \right) \left(3\lambda + s \text{cth} \frac{s}{3} + s \text{th} \frac{s}{6} \right)}, \quad (17)$$

где значения коэффициентов d, e, f, g определяются из табл. 1, $\lambda = l_{\pi}/l_a$ — отношение длины лобовой части секции к длине активной:

$$s = \sqrt{p^*}; \quad p^* = pT. \quad (18)$$

Слагаемое $B(t^*)$ показывает, в какой степени уменьшается индуктивность L_{μ} , а следовательно, и результирующая индуктивность L_p , под действием контурных и вызываемых ими вихревых токов в проводниках при условии, что полный ток в демпфирующих секциях равен нулю. Естественно, что для конструкций секций, в которых отсутствуют контурные токи в элементарных проводниках (рис. 2, а — в), $B(t^*) = 0$.

Таким образом, сумма $1 + A(t^*) + B(t^*)$ в (14) показывает, как изменяется результирующая индуктивность разрываемого контура секции под действием вихревых и контурных токов, при условии, что демпфирующий контур разомкнут.

Учет влияния замкнутого щеткой демпфирующего (коммутируемого) контура секции 2—2' (рис. 1) на значение результирующей индуктивности разрываемого контура секции 1—1 производится в формуле (14) слагаемым

$$C(t^*) = -Z^{-1} \left[\frac{1}{l s^2} \times \frac{(\text{th} 0,5s + m_{\sigma} s)^2}{l_{\sigma} s^2 + 2s (\text{cths} + \text{th} 0,5s) - 2 + 2(1 + \lambda) r_d^*} \right], \quad (19)$$

$$r_d^* = \frac{r_c + R_{\text{ш}}}{r_c} = 1 + R_{\text{ш}}^*, \quad R_{\text{ш}}^* = \frac{R_{\text{ш}}}{r_c}, \quad (20)$$

r_d^* и $R_{\text{ш}}^*$ — соответственно полное сопротивление контура демпфирующей секции и сопротивление щеточного

контакта в этом контуре, отнесенные к сопротивлению секции (r_c) на постоянном токе.

Как следует из (19), слагаемое $C(t^*)$ учитывает влияние на результирующую индуктивность взаимной индуктивности разрываемого контура секции с демпфирующим, сопротивления контура демпфирующей секции и вихревых токов, вызванных изменением полного тока в демпфирующей секции. Значение и характер изменения $C(t^*)$ при $0 < r_d^* < \infty$ практически не зависят от конструкции секции. Если предположить, что секции обмотки якоря (рис. 1) идеально расслоены и транспонированы (вихревые и контурные токи отсутствуют) и они имеют конечное сопротивление ($0 < r_d^* < \infty$), то, как нетрудно показать, результирующая индуктивность разрываемого контура секции 1—1' и коэффициент демпфирования обмотки определяются следующими выражениями:

$$L_p^*(t^*) = 1 - k_c \exp \left[-\frac{2(1 + \lambda) r_d^* t^*}{l} \right];$$

$$G(T^*) = 1 - \frac{m^2 T^*}{2(1 + \lambda) r_d^* l} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{2(1 + \lambda) r_d^*}{l T^*} \right] \right\}. \quad (21)$$

Для определения численных значений $L_p^*(t^*)$ и $G(T^*)$ по существующим методикам [1, 2], согласно которым секции обмотки якоря считаются идеально расслоенными, транспонированными и сверхпроводящими ($r_d^* = 0$), достаточно определить предел функции (21)

$$\lim_{r_d^* \rightarrow 0} L_p^*(t^*) = \lim_{r_d^* \rightarrow 0} G(T^*) = \text{const} = 1 - k_c^2 = 0,88. \quad (22)$$

Расчеты результирующей индуктивности $L_p^*(t^*)$ и коэффициента демпфирования $G(T^*)$ были выполнены для всех рассматриваемых конструкций секций (рис. 2). При этом параметры, от которых зависят значения $L_p^*(t^*)$ и $G(T^*)$, варьировались в широких пределах: $0 \leq t \leq 1$; $0 \leq T \leq 100$; $1 \leq \lambda \leq 3$; $0,3 \leq k_{\sigma L} \leq 0,7$; $0 \leq r_d^* \leq \infty$ (значение $r_d^* = 0$ соответствует случаю, при котором контур демпфирующей секции сверхпроводящий, а $r_d^* = \infty$ — контур разомкнут). Численные значения параметров l, l_{σ} и m_{σ} , жестко связанные с $k_{\sigma L}$ соотношениями (7) — (9), приведены в табл. 2. Численные значения параметров l_{μ}, m_{μ} и k_c , входящих в (7) — (9), не зависят от $k_{\sigma L}$. Согласно [1] и схеме взаимного расположения секций (рис. 1) $l_{\mu} = 5/3$, $m_{\mu} = 0,5$, $k_c = 0,35$.

Ввиду того, что функции-изображения в правых частях (16), (17), (19) являются очень сложными, использование аналитических методов для отыскания оригиналов $B(t^*)$ и $C(t^*)$ практически невозможно. Поэто-

му расчет $B(t^*)$ и $C(t^*)$ был выполнен методом численного обращения преобразования Лапласа с использованием квадратурных формул, имеющих наивысшую степень точности [11].

Сплошные линии на рис. 3—6 — зависимости (14) и (12), рассчитанные по предлагаемому методу, который учитывает влияние на $L_p^*(t^*)$ и $G(T^*)$ как индуктивных (L, M) и активных (r_d^*) параметров контуров секций, так и вихревых и контурных токов (ВКТ) в них; пунктирные линии — зависимости (21), учитывающие только индуктивные (L, M) и активные (r_d^*) параметры секций, в предположении, что секции идеально расслоены и транспонированы (ВКТ отсутствуют); штрихпунктирные линии зависимости (22), рассчитанные по существующим методам [1, 2], которые учитывают только индуктивные параметры (L, M) секций, в предположении, что секции сверхпроводящие ($r_d^* = 0$), идеально расслоены и транспонированы (ВКТ отсутствуют).

Согласно (14) — (17) и (19) в начальный момент времени $t = +0$ результирующая индуктивность разрываемого контура, рассчитанная с учетом вихревых токов

при $r_d^* \neq \infty$

$$L_p^*(+0) = k_{\sigma L} - \frac{m_{\sigma}^2}{11_{\sigma}}; \quad (23)$$

при $r_d^* = \infty$

$$L_p^*(+0) = k_{\sigma L}. \quad (24)$$

Из (24) следует, что даже при отсутствии контуров демпфирующих секций ($r_d^* = \infty$) поле разрываемого контура секции внутри объема меди пазов (индуктивность L_{μ}) в момент времени $t = +0$ полностью демпфируется вихревыми токами (рис. 3, сплошные линии). При наличии демпфирующих секций ($r_d^* = \infty$) в момент времени $t = +0$ кроме полного демпфирования индуктивности L_{μ} происходит также частичное демпфирование индуктивности L_{σ} , обусловленное взаимной индуктивной связью разрываемого и демпфирующего контуров. Поэтому начальное значение $L_p^*(+0)$ при $r_d^* = \infty$ меньше (рис. 3, сплошные кривые $r_d^* = 3$), чем при $r_d^* = \infty$ на значение второго слагаемого в правой части выражения (23).

При $t^* > +0$ функция $L_p^*(t^*)$, рассчитанная с учетом вихревых токов, экспоненциально возрастает (рис. 3, сплошные линии), приближаясь с увеличением t^* к значениям, равным 1 при $r_d^* > 0$ и 0,88 при $r_d^* = 0$.

Чем меньше $k_{\sigma L}$, т. е. чем больше отношение l_{μ}/l_{σ} (табл. 2), тем, естественно, больше влияние вихревых токов и тем ближе к оси абсцисс расположены кривые $L_p^*(t^*)$ (рис. 3, сплошные кривые). Характерно также, что порядок следования сплошных и пунктирных кривых, рассчитанных для машины с параметрами $0 < r_d^* < \infty$ и $k_{\sigma L} = \text{var}$ при $t^* \leq 0,25$ противоположен, а при $t^* \geq 0,25$ — совпадает (рис. 3). Это объясняется тем, что при $0 \leq t^* \leq 2,5$ основное влияние на $L_p^*(t^*)$ оказывают контуры вихревых токов, а при $t^* \geq 0,25$, когда вихревые токи практически затухают, — контуры демпфирующих секций.

Таким образом, как следует из зависимостей, приведенных на рис. 3, вихревые токи значительно умень-

шают результирующую индуктивность разрываемого контура секции, что способствует улучшению коммутации.

Из сопоставления сплошных штрихпунктирных кривых, приведенных на рис. 4, следует, что в машинах, у которых параметр $1 \leq T^* \leq 5$ (машины с малой высотой проводника обмотки якоря и невысокой частотой вращения), коэффициенты демпфирования, рассчитанные с учетом и без учета вихревых токов, мало отличаются; в машинах же средней и большой мощности, у которых параметр $T^* \geq 20$, эти коэффициенты отличаются в 1,2—2 раза (в зависимости от коэффициента $k_{\sigma L}$).

Из сопоставления сплошных кривых, приведенных на рис. 5, а и рис. 6, следует, что чем больше число транспозиций, скруток и элементарных проводников в секциях обмотки якоря машины с одинаковым параметром T^* , тем больше результирующая индуктивность (рис. 5, а) и коэффициент демпфирования (рис. 6) и

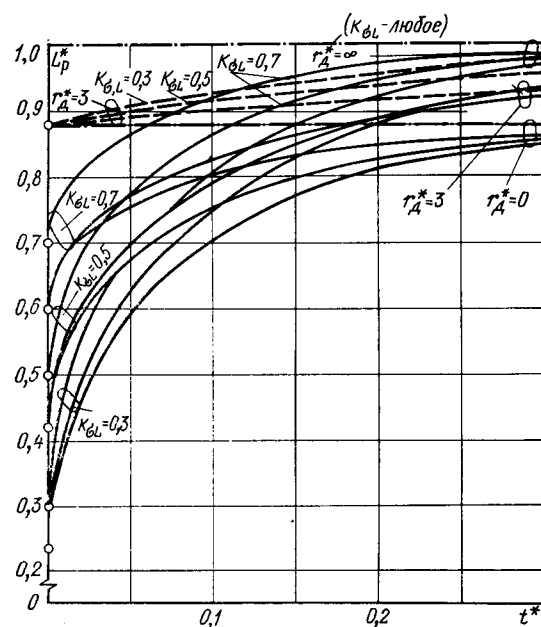


Рис. 3. Зависимости результирующей индуктивности $L_p^*(t^*)$ для неподразделенных секций (рис. 2, а) при $\lambda = 1$

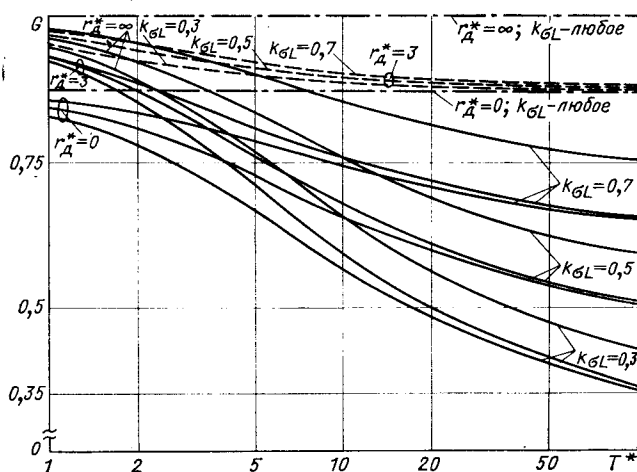


Рис. 4. Зависимости коэффициента демпфирования $G(T^*)$ для неподразделенных секций (рис. 2, а) при $\lambda = 1$

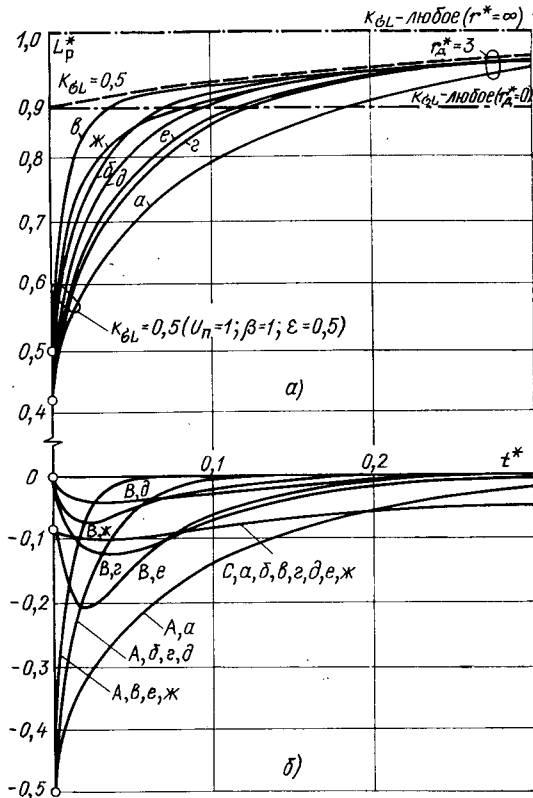


Рис. 5. Зависимости $L_p^*(t^*)$ при $k_{\sigma L}=0,5$, $\lambda=1$ и $r_d^*=3$ для различных конструкций секций (а) и зависимости результирующей индуктивности $L_p^*(t^*)$ и ее составляющих $A(t^*)$, $B(t^*)$ и $C(t^*)$ при $\lambda=1$, $r_d^*=3$, $k_{\sigma L}=0,5$ для различных конструкций секций (б): кривые а, б, ..., ж относятся соответственно к конструкциям секций рис. 2, а, 2, б, ..., 2, ж

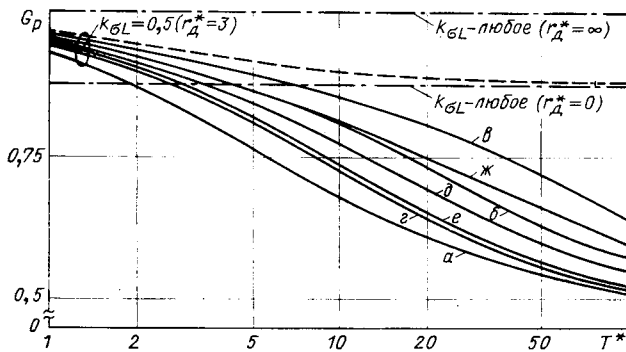


Рис. 6. Зависимости $G(T^*)$ при $k_{\sigma L}=0,5$, $\lambda=1$, $r_d^*=3$ для различных конструкций секций

тем хуже демпфирующие свойства обмотки на завершающем этапе коммутации. В машинах с параметрами $k_{\sigma L}=0,5$, $0 \leq r_d^* \leq 10$, $20 \leq T^* \leq 100$ коэффициенты демпфирования неподразделенных секций (рис. 2, а) и разрезных секций, подразделенных на два (рис. 2, г) и три (рис. 2, е) элементарных проводника, практически одинаковые и равны в среднем 0,58, что примерно в 1,52 раза меньше, чем при расчете по существующим методам (рис. 6, кривые а, г, е).

Интересно оценить также, в какой степени на уменьшение результирующей индуктивности оказывают влияние каждые типы контуров в отдельности: контуры вих-

ревых токов — составляющая $A(t^*)$ в (14); контур циркуляционных токов — составляющая $B(t^*)$ в (14); контур демпфирующей секции — составляющая $C(t^*)$ в (14). Сопоставление значения и характера изменения перечисленных составляющих для различных конструкций секций (рис. 2) обмотки якоря с параметрами $\lambda=1$, $r_d^*=3$ и $k_{\sigma L}=0,5$ представлено на рис. 5, б кривые А, В, С показывают соответственно, что данная кривая относится к составляющей $A(t^*)$, $B(t^*)$ или $C(t^*)$ результирующей индуктивности секции, а кривые а, б, ..., ж показывают, что данная кривая соответствует конструкции секции рис. 2, а, 2, б, ..., 2, ж). Например, если кривая обозначена А, б, г, д, то это значит, что составляющая $A(t^*)$ результирующей индуктивности в конструкциях секции рис. 2, б, 2, г, 2, д одинаковая.

Из зависимостей, приведенных на рис. 5, б наглядно видно, что сумма составляющих $A(t^*) + B(t^*)$ результирующей индуктивности (14) значительно больше, чем составляющая $C(t^*)$. Из этого следует, что в машинах постоянного тока средней и большой мощности контуры вихревых и циркуляционных токов в секциях обмотки якоря в большей степени улучшают коммутацию, чем контуры демпфирующих (коммутируемых) секций.

Из анализа результатов расчетов (рис. 3—6), выполненных по разработанному и существующим [1, 2] методам оценки демпфирующих свойств обмотки якоря, можно сделать следующие выводы.

1. Результирующая индуктивность и коэффициент демпфирования, рассчитанные по предложенному методу для различных конструкций секций, значительно (в 1,5—2 раза) отличаются от соответствующих величин, рассчитанных по существующим методам [1, 2]. Это объясняется демпфирующим действием вихревых и контурных токов, которые в существующих методах не учитываются (т. е. не учитываются особенности конструктивного исполнения секций).

2. Демпфирующие свойства обмоток крупных машин постоянного тока определяются в основном вихревыми и контурными токами внутри секций, а не токами, замыкающимися по контуру демпфирующих секций через щетку. Особенно благоприятное влияние вихревых и контурных токов на значение результирующей индуктивности контура разрываемой секции проявляется в начальной стадии процесса разрыва. Таким образом, вихревые и контурные токи значительно облегчают протекание завершающего этапа коммутации.

3. Основное влияние на значение результирующей индуктивности и коэффициента демпфирования обмотки с определенной конструкцией секций оказывает параметр T^* , зависящий от высоты секции обмотки якоря и частоты вращения, и параметр $k_{\sigma L}$, зависящий от соотношения потоков, сцепленных с секцией внутри и вне объема меди пазов. Чем больше T^* и меньше $k_{\sigma L}$, тем лучше демпфирующие свойства обмотки (рис. 3). Изменение в широких пределах сопротивления контура демпфирующей секции r_d мало сказывается на значении индуктивности разрыва и коэффициента демпфирования. С увеличением r_d^* демпфирующие свойства обмотки ухудшаются, но незначительно.

4. При прочих равных условиях (при одинаковых параметрах T^* , $k_{\sigma L}$, r_d^*) наилучшими демпфирующими свойствами из всех рассмотренных обмоток (рис. 2) обладает обмотка с неподразделенными секциями. Далее в порядке ухудшения демпфирующих свойств сле-

дует: обмотка с разрезными секциями, подразделенными на два и три проводника; затем обмотки с неразрезными секциями, подразделенными на два и три проводника; обмотки с разрезными секциями, подразделенными на два и три проводника, транспонированных в пазу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толкунов В. П. Теория и практика коммутации машин постоянного тока.— М.: Энергия, 1979.
2. Berechnung der Kommutierungsinduktivitäten von Ankerwicklungen.— Brown Boveri Mitt., 1968, Bd 55, № 10—11.
3. Обоснование выбора физико-математической модели для исследования демпфирующих свойств обмотки якоря на завершающем этапе коммутации. Деп. в Информэлектро 03.10.80 № 39/Д/1—80.
4. Трушков А. М. Влияние транспозиции секций на коммутацию. Вестник электропромышленности, 1959, № 4.
5. Битюцкий И. Б. Коммутация электрических машин при демпфировании вихревыми токами.— Известия вузов. Электромеханика, 1966, № 7.
6. Пашкевич В. И. Учет влияния вихревых токов в обмотке якоря на коммутацию машин постоянного тока. Автореф. дис. на соискание учен. степени к-та техн. наук. Л., 1976.
7. Пашкевич В. И., Фетисов В. В. Схема замещения индуктивно связанных неподразделенных секций машины постоянного тока.— Материалы V Всесоюзной конференции по коммутации электрических машин.— Омск, 1976.
8. Пашкевич В. И., Лобанов Л. М. Синтез схем замещения электрической и магнитной цепей коммутируемой секции обмотки якоря с учетом вихревых токов в меди паза.— Сб. научных трудов ВЭЛНИИ «Электровозостроение». Новочеркасск, 1977, т. XVII.
9. Прусс-Жуковский В. В. Принципы эквивалентных преобразований якорных обмоток коллекторных электрических машин.— Сб. работ по вопросам электромеханики АН СССР, 1963, № 8.
10. Диткин В. А., Прудников А. Н. Справочник по операционному исчислению.— М.: Наука, 1971.
11. Крылов В. И., Скобля Н. С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа.— М.: Наука, 1974.

[09.06.8

УДК 621.313.333:531.65:62-501.222

Проектирование кинетических аккумуляторов электрической энергии

ЛЕДОВСКИЙ А. Н., канд. техн. наук

Москва

В настоящее время создание системы автоматизированного проектирования (САПР) автономных систем электроснабжения подвижных объектов является весьма актуальной проблемой, так как непрерывное увеличение функциональной нагрузки, элементной базы и структуры, а также ужесточение сроков разработки чрезвычайно осложняют работу проектных организаций.

Типичные структурные схемы систем электроснабжения с кинетическими аккумуляторами электрической энергии (КАЭЭ) приведены в [1]. В общем случае КАЭЭ содержит маховик, запасающий энергию в зарядном цикле и отдающий ее нагрузке в разрядном цикле, электромеханический преобразователь электрической энергии в механическую и обратно, вторичные преобразователи, осуществляющие преобразование рода электрической энергии.

Перспективными, с точки зрения применения, являются КАЭЭ с асинхронным двигателем и индукторным генератором, с асинхронным двигатель-генератором и КАЭЭ с вентильным двигатель-генератором. В КАЭЭ с асинхронным двигателем и индукторным генератором в зарядном режиме разгон маховика осуществляет асинхронный двигатель. В разрядном режиме кинетическую энергию маховика в электрическую преобразует индукторный генератор, причем стабилизация напряжения осуществляется путем изменения тока возбуждения.

В кинетическом аккумуляторе с асинхронным двигатель-генератором как разгон маховика, так и преобразование запасенной маховиком энергии в электрическую производит асинхронная машина. Стабилизация напряжения в генераторном режиме обычно осуществляется либо подмагничиванием спинки статора, либо путем импульсного изменения емкости конденсаторов возбуждения.

В кинетическом аккумуляторе с вентильными двигатель-генераторами могут использоваться синхронные

машины с постоянными магнитами и индукторные машины, которые обеспечивают реализацию как зарядного (разгон маховика), так и разрядного (преобразование энергии маховика в электрическую) режимов. При использовании машины с постоянными магнитами стабилизация напряжения возможна только проходным регулятором напряжения, а в индукторных — изменение тока возбуждения.

По количеству элементов, характеру взаимосвязей между ними, а также с внешней средой, КАЭЭ относятся к сложным системам: они многомерны и многосвязны, причем изменение параметров какого-либо элемента ведет к противоречивому изменению параметров других частей КАЭЭ. Поэтому при проектировании КАЭЭ обоснованным является использование аппарата системного анализа.

При разработке САПР КАЭЭ как сложной системы необходимо руководствоваться основными системными принципами:

1. Функции и свойства САПР КАЭЭ должны быть увязаны с другими системами, составляющими САПР подвижного объекта.

2. Структура САПР КАЭЭ должна строиться по блочно-иерархическому принципу, в соответствии с которым обеспечивается автономность расчетов отдельных элементов системы при максимальном учете взаимосвязей между ними, т. е. САПР должна быть функционально полной. Этот принцип предусматривает возможность совершенствования САПР, причем, как будет показано ниже, обеспечивает простоту включения САПР КАЭЭ в САПР подвижного объекта.

3. Разумное сочетание автоматического, автоматизированного и ручного проектирования.

4. Единство информационной базы при максимальном использовании стандартных программ.

Процесс создания КАЭЭ может быть разделен на три этапа [2 и 3]. Первым этапом является концептуальный

синтез, на котором определяются основные технические требования к КАЭЭ, производится согласование требований со смежными организациями, осуществляется выбор принципа действия. На этом этапе принимаемые решения носят в основном эвристический характер и базируются на опыте проектировщиков. Этап концептуального синтеза наиболее сложно поддается автоматизации, в первую очередь из-за организационных трудностей.

На втором этапе проектирования осуществляется синтез структуры, производится формирование КАЭЭ из агрегатов, их согласование, отрабатываются технические задания на проектирование отдельных агрегатов. Применительно к КАЭЭ этот этап проектирования в настоящее время ведется в автоматизированном режиме: проектировщик задает возможные структуры по общей топологической схеме, а ЦВМ обеспечивает согласование элементов КАЭЭ.

Третий этап предполагает параметрическое проектирование элементов КАЭЭ и состоит из двух частей: расчетной оптимизации параметров, при которой ЦВМ работает в режиме пакетирования, и выпуска чертежно-конструкторской документации.

Расчетная оптимизация предполагает оптимизацию параметров элементов как по функциональным, так и по конструктивным признакам. Что касается выпуска чертежно-конструкторской документации, то он осуществляется в интерактивном режиме.

Применительно к КАЭЭ весьма важным оказывается оптимизация структурного и концептуального этапов проектирования. Ошибки, допущенные на этих уровнях, приводят не только к ухудшению качества КАЭЭ, но и многократно увеличивают сроки и стоимость разработки изделия. При этом следует помнить, что неправильный выбор структуры или концепции (здесь под концепцией понимается согласование требований к КАЭЭ с другими организациями) приводит к увеличению объема доводочных работ, которые загружают расчетно-конструкторские и технологические подразделения, увеличивают количество опытных образцов и тем самым перегружают производство.

В статье рассмотрены принципы организации САПР КАЭЭ, являющегося элементом более сложной системы, например электропривода электромобиля, а также являющегося одним из возможных вариантов решения поставленной задачи (одной из возможных концепций): возможно создание систем электроснабжения на базе электромашинных генераторов с приводом от газотурбинного двигателя или двигателя внутреннего сгорания, на базе электрохимических аккумуляторных батарей и т. д. В перспективе предполагается разработка САПР системы электроснабжения, включающая САПР КАЭЭ в качестве элемента.

Как отмечено в [4], с точки зрения снижения стоимости разработки в первую очередь необходимо автоматизировать выпуск чертежно-конструкторской документации, а также ведение чертежного хозяйства. Однако указанное справедливо для объектов с установившимся конструктивным образом. Что же касается автоматизации выпуска чертежно-конструкторской документации при создании КАЭЭ, то она наталкивается на ряд существенных трудностей: большое разнообразие конструктивных исполнений КАЭЭ, каждое из которых оптимально в определенных условиях, зависимость конструктивного исполнения от типа маховика, электрической машины, вида вторичных преобразователей прак-

тически не позволяют формализовать конструктивный образ; отсутствие единого конструктивного образа требует введения в память ЦВМ всего многообразия конструктивных схем, типов элементов конструкции, что на современном этапе практически невозможно.

Поэтому вопросы автоматизации ведения чертежного хозяйства КАЭЭ практически не нашли отражения в статье, а основное внимание уделено этапам концептуального и структурного синтезов, а также оптимизации параметров элементов КАЭЭ, так как именно эти этапы определяют все технические характеристики и целесообразность дальнейшей разработки КАЭЭ.

Применительно к САПР КАЭЭ этап концептуального синтеза заключается в формировании технического задания (задание вектора внешних параметров), согласовании его со смежными организациями, выборе критерия качества. На этом этапе осуществляется также формирование полной математической модели КАЭЭ, определяются все составляющие его блоки.

Эта стадия проектирования задает функциональную нагрузку и принципиальную структуру КАЭЭ.

Техническое задание на разработку КАЭЭ включает: источник питания в зарядном цикле (напряжение питания, частота, допустимая потребляемая мощность); характеристику нагрузки (количество каналов напряжения, род тока, частота, мощность, характеристика нагрузки: линейная, нелинейная, импульсная, активная, активно-индуктивная и т. д.); время работы в зарядном, дежурном и разрядном циклах;

условия окружающей среды (температура, влажность, давление, механические вибрации и т. д.);

особые требования (время безотказной работы, качество переходных процессов, жесткость внешней характеристики);

конструктивные ограничения (допустимые размеры вращающихся элементов конструкции, минимально возможные размеры деталей, размеры радиоэлектронных элементов, типоразмеры сердечников, проводов и т. д.);

технологические ограничения (материалы, наличие технологии в производстве и т. д.).

Большинство приведенных выше требований, кроме технологических и некоторых конструктивных ограничений, могут быть записаны в виде $T_i \leq [T_i]$, где T_i — внешний параметр, $[T_i]$ — предельно допустимое значение параметра. Параметры T_i имеют числовые значения.

Как отмечено в [5], центр тяжести научно-исследовательских работ по электрическим машинам смещается от исследования специальных характеристик к разработке материалов и технологии. В значительной степени сказанное справедливо и для КАЭЭ.

Числовая оценка технологических параметров (ограничений) может быть дана, если в качестве критерия качества выступает стоимость жизненного цикла изделия, а САПР в качестве функциональной подсистемы включает разработку технологического процесса и оборудования. Существующий уровень развития САПР КАЭЭ не содержит технологической подсистемы, и технологические ограничения имеют ранжируемый и бинарный характер. Учет этих ограничений осуществляется в интерактивном режиме на стадии структурного и параметрического синтезов.

В качестве критерия качества в САПР КАЭЭ используется минимум массы. Система автоматизированного проектирования КАЭЭ состоит из проблемных, инвари-

антных, структурных и информационных модулей. Проблемные модули представляют собой математические модели элементов КАЭЭ, а инвариантные модули — стандартные пакеты прикладных программ: программы оптимизации, связи с интерфейсом и т. д. Структурный модуль описывает дерево расчета КАЭЭ, а информационный модуль содержит справочную информацию: типоразмеры сердечников, размеры проводов, подшипников, характеристики электротехнических материалов, нормы, стандарты.

Проблемные модули, в свою очередь, делятся на модели синтеза, предварительного и окончательного анализа, модель синтеза конструкции.

В качестве примера деления проблемных модулей рассмотрим математическую модель расчета элемента КАЭЭ (рис. 1). Модель синтеза содержит уравнения для расчета основных размеров (применительно к электрической машине — расчет размеров электромагнитной части), модель предварительного анализа предполагает уточнение всех заданных на этапе синтеза параметров (для электрической машины это, например, коэффициент k_E). Следующим этапом является оптимизация внутренних параметров (для электрической машины — оптимизация по линейной нагрузке, индукции и т. д.) — это стандартные программы. После оптимизации внутренних параметров осуществляется расчет основных характеристик (для электрической машины это расчет внешней и пусковой характеристик, расчет температурного поля, переходных процессов, механических нагрузок на валу, собственных механических частот и т. д.). Расчет всех перечисленных моделей осуществляется в режиме пакетирования.

На этапе синтеза конструкции осуществляется активное вмешательство человека в процессе проектирования. Проектировщик осуществляет корректировку конструкции, а если она не отвечает каким-либо атрибутивным параметрам, то — корректировку ограничений в проблемных модулях. Результатом этого этапа проектирования является выпуск чертежно-конструкторской документации.

Анализ структурных схем КАЭЭ [1] позволяет выделить пять основных функциональных подсистем (см. рис. 2): первичные преобразователи электрической энергии, электромеханический преобразователь, накопитель, вторичные преобразователи электрической энергии и система управления.

Первичные преобразователи осуществляют преобразование рода тока, регулирование напряжения и частоты на зажимах электромеханического преобразователя в зарядном цикле. В общем случае в их число входят трансформаторы, выпрямители и преобразователи постоянного тока в переменный регулируемых частоты и напряжения.

Вторичные преобразователи электрической энергии служат для обеспечения потребителей требуемым родом тока (постоянный или переменный) с заданными номинальными напряжения и частоты.

Ко вторичным преобразователям относятся регуляторы напряжения электрических машин, трансформаторы, выпрямители, преобразователи постоянного тока в переменный стабильных напряжения и частоты, проходные регуляторы напряжения.

Электромеханический преобразователь, осуществляющий разгон маховика, в общем случае содержит двигатель, редуктор и электрический генератор. На валу

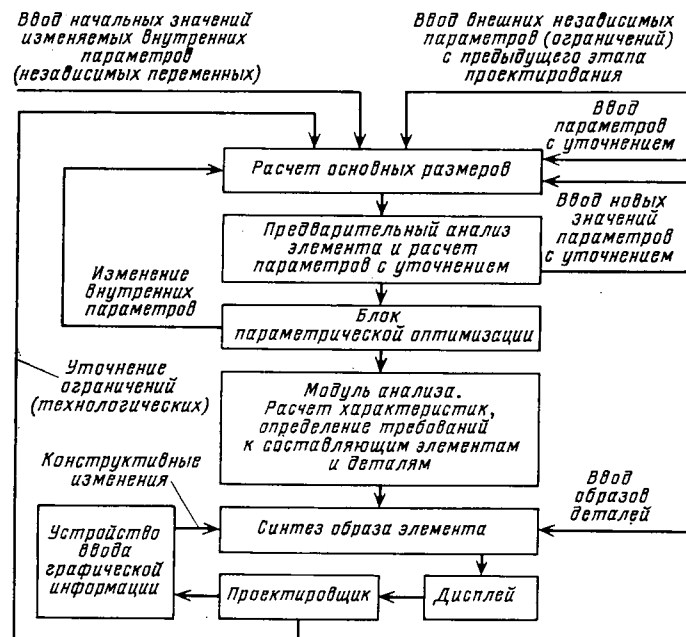


Рис. 1. Структурная схема модели расчета элемента КАЭЭ

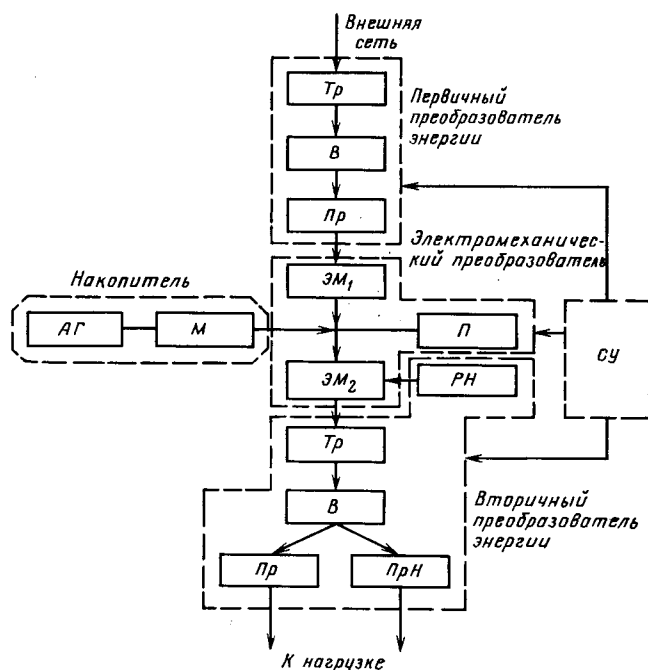


Рис. 2. Принципиальная структурная схема КАЭЭ
Тр — трансформатор; В — выпрямитель; Пр — преобразователь постоянного тока в переменный; ЭМ — электрическая машина; М — маховик; АГ — аппаратура герметизации; П — подшипники; РН — регулятор напряжения; ПРН — проходной регулятор напряжения; СУ — схема управления

двигателя установлен маховик, заключенный в герметизирующую оболочку.

Система управления служит для введения команд пульта управления, а также для связи КАЭЭ с другими системами подвижного объекта. В рассматриваемой КАЭЭ функции системы управления выполняет внешняя

сеть: при ее отключении КАЭЭ автоматически переводится в разрядный режим.

Следует заметить, что в ряде случаев первичные преобразователи выполняют и роль вторичных преобразователей. В кинетических аккумуляторах с вентильным двигатель-генератором [6] преобразователь постоянного тока в переменный регулируемых частоты и напряжения осуществляет частотно-токовое управление электрической машиной в зарядном цикле и стабилизацию напряжения в разрядном. В кинетических аккумуляторах с асинхронным двигатель-генератором [7] инвертор осуществляет частотный пуск асинхронной машины и возбуждение и стабилизацию напряжения в разрядном цикле.

Так как ряд элементов вторичного преобразователя электрической энергии используются не только в разрядном, но и в дежурном режимах, это необходимо учитывать при разработке математических моделей: в тепловом отношении дежурный режим оказывается менее благоприятным чем разрядный.

Рассмотрим более подробно особенности математических моделей синтеза каждого из элементов КАЭЭ.

В КАЭЭ как при первичном, так и вторичном преобразовании энергии используются трехфазные Ш-образные трансформаторы, а также трансформаторы, собранные из трех однофазных с тороидальным магнитопроводом. Методика синтеза этих трансформаторов изложена в [8].

Для получения постоянного тока в КАЭЭ используются выпрямители с емкостным фильтром. Синтез выпрямителя при заданной его схеме заключается в выборе типа и определении количества параллельно включенных диодов, расчете потерь и определении геометрических размеров теплоотвода. Расчет фильтра осуществляется по методике [9] и предполагает определение типоразмера конденсатора по заданному значению коэффициента пульсаций выпрямленного напряжения.

Преобразователи постоянного тока в переменный, используемые в КАЭЭ, разделены на два класса: инверторы с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) напряжения и с релейным способом регулирования напряжения. Первый класс используется для частотного запуска асинхронных двигателей и для получения стабильных частоты и напряжения на нагрузке в разрядном цикле. Эти преобразователи выполняются по схеме двухполупериодного инвертора.

Синтез таких преобразователей при выбранных схеме, алгоритме управления и частоте коммутации транзисторов заключается в определении числа силовых транзисторов и диодов, других элементов схемы, расчете потерь в них и определении, на основе расчетов, требуемых габаритных размеров теплоотводов [10].

На принципе ШИМ строятся и вторичные преобразователи постоянного тока в переменный стабильных напряжения и частоты. Для обеспечения требуемой формы кривой напряжения на выходе включается LC-фильтр, масса и объем которого оказываются соизмеримыми с массой и объемом силовой части инвертора. В связи с этим математическая модель расчета вторичного преобразователя дополнена методикой расчета фильтра [9].

Расчет преобразователей с релейным принципом регулирования в принципе не отличается от расчета преобразователя с ШИМ. Однако при этом необходимо учитывать влияние параметров электрической машины на частоту коммутации транзисторов инвертора. После предварительного определения размеров силовой части

преобразователя производится точный расчет (с учетом реальных параметров электрической машины) мгновенных значений токов, напряжений, мощности потерь; определяется форма кривой напряжения на выходе LC-фильтра (для вторичных преобразователей). Далее уточняется количество параллельно включенных транзисторов и диодов, параметры других элементов преобразователя и фильтра.

В настоящее время разработан пакет прикладных программ синтеза и анализа преобразователей [6], позволяющий с высокой степенью достоверности спроектировать и исследовать его характеристики как при работе в режиме регулирования тока, поступающего в электрическую машину, так и в режиме проходного повышающего регулятора напряжения.

Проходные регуляторы напряжения, служащие для питания цифровой техники, строятся на базе серийно выпускаемых промышленностью микросхем, работающих как в линейном, так и в ключевом режимах. Для обеспечения заданной мощности микросхема снабжается силовым транзистором с теплоотводом. Синтез регулятора заключается в определении потерь и расчете на их основе габаритных размеров теплоотвода.

Аналитическим способом осуществляется и синтез регулятора напряжения электрических машин: при заданном на основе расчета электрической машины диапазоне изменения тока возбуждения определяется тип и число параллельно включенных транзисторов, задается частота коммутации транзистора, рассчитываются потери и масса теплоотвода.

Частота коммутации транзисторов, а также напряжение на входе преобразователей могут в некоторых пределах варьироваться, обеспечивая минимум целевой функции. Эти параметры, за исключением частоты коммутации в преобразователях с ШИМ, оказываются связанными с выходными и входными внутренними параметрами электрических машин и трансформаторов — с э. д. с. и индуктивностями. Учитывая значительное влияние параметров машин и трансформаторов на характеристики преобразователей, а следовательно, и на критерий качества КАЭЭ, в САПР предусмотрена возможность варьирования внутренних параметров, т. е. осуществляется совместный синтез машин и преобразователей. При этом следует помнить, что в ряде структурных схем КАЭЭ выход электрической машины через выпрямитель непосредственно связан с нагрузкой. В этом случае напряжение машины оказывается однозначно заданным.

Центральное место в КАЭЭ занимает электромеханический преобразователь, тип которого в значительной степени определяет структуру КАЭЭ и показатели качества. Поэтому, как уже отмечалось выше, синтез КАЭЭ базируется на типе электрической машины.

Из структурных схем КАЭЭ, приведенных в [1], в САПР исключены как неприемлемые по массо-габаритным и эксплуатационным характеристикам КАЭЭ на основе машин постоянного тока, асинхронизированного синхронного генератора, а также структуры, содержащие редуктор.

В двухмашинных КАЭЭ в качестве двигателя используются асинхронные машины с короткозамкнутым и масшивным ротором при прямом и частотном пуске, а в качестве генератора — одноименнополюсные индукторные машины с электромагнитным возбуждением одно- и двух- пакетного исполнения. Синтез асинхронных машин при прямом пуске изложен в [11], при частотном — в [12].

а расчет индукторных генераторов представлен в [13].

Синтез КАЭЭ с асинхронным двигатель-генератором [14] при регулировании напряжения посредством подмагничивания спинки статора затрудняется необходимостью совмещения в одной машине двигательного и генераторного режимов. Для определения полных габаритных размеров, а также выдачи входных параметров для синтеза регулятора напряжения математическая модель, приведенная в [14], дополнена анализом регулировочных характеристик в генераторном режиме при изменении частоты вращения.

При частотном пуске асинхронной машины синтез собственно электрической машины не вызывает затруднений [12]. Однако математическая модель дополнена методикой расчета регулировочных характеристик при подмагничивании спинки статора.

В перспективе предполагается использовать инвертор для возбуждения асинхронного генератора и стабилизации напряжения при изменении частоты вращения [7] в генераторном режиме. В этом случае математическая модель должна быть дополнена расчетом внешних характеристик машины, на основе которого формируется алгоритм управления инвертором при изменении нагрузки и частоты вращения.

Особым классом электрических машин являются вентильные двигатель-генераторы. Система автоматизированного проектирования содержит алгоритм расчета вентильных двигатель-генераторов с синхронной машиной с постоянными магнитами при цилиндрическом роторе и при торцевой конструкции, а также с индукторной машиной. В качестве материалов постоянных магнитов необходимо использовать интерметаллические соединения кобальта с редкоземельными элементами. Машины с этими магнитами значительно превосходят по массо-габаритным показателям другие типы машин.

Синтез вентильных двигатель-генераторов в принципе не отличается от синтеза обычных электрических машин; однако наличие преобразователя, реализующего частотно-токовое управление, требует согласования внутренних параметров машины и преобразователя. Согласование осуществляется путем анализа характеристик синтезированного вентильного двигатель-генератора. После расчета мгновенных значений токов, напряжений, мощностей в различных элементах преобразователя и машины осуществляется уточнение внутренних переменных параметров (независимых переменных) машины и преобразователя.

Расчет маховиков заключается в определении конструктивного исполнения — для КАЭЭ с энергией до 1 МДж и мощностью до 3 кВт — это, как правило, маховик, намотанный из органоуволонита, имеющий форму обода, реж — диска равной прочности, — и определении допустимой частоты вращения при заданном диаметре (реже — решение обратной задачи), выборе материала маховика [15].

Расчет аппаратуры герметизации заключается в определении толщины стенок при заданных размерах маховика и перепаде давлений снаружи и внутри оболочки.

После синтеза элементов структуры осуществляется точный поверочный расчет всего КАЭЭ с максимальным учетом взаимосвязи между элементами, нагрузкой и окружающей средой.

Модуль анализа содержит математические модели, точного расчета магнитных полей в воздушном зазоре электрической машины, механических напряжений в де-

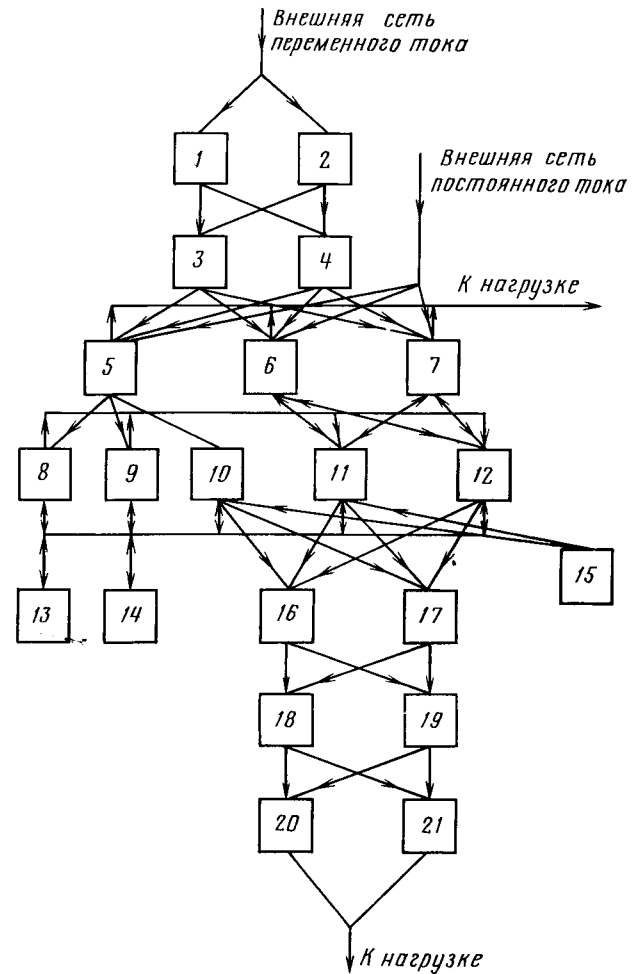


Рис. 3. Общая модель (топологическая схема) КАЭЭ

талях маховика и машины [15 и 16] — это модели микро уровня, — расчет электромагнитного момента, зависимость токов, напряжений мощности на выходе элементов во времени, определении распределения температур по объему и во времени во всех режимах работы — это модели макроуровня.

На рис. 3 приведена топологическая схема, содержащая рассматриваемые варианты КАЭЭ, которая, естественно, не охватывает все возможные варианты. Приведенная схема отвечает всем требованиям САПР сложных систем: она является функционально полной, построена по блочному принципу, что позволяет осуществлять независимый расчет элементов и совершенствовать как методики расчета отдельных элементов, так и структуру внося дополнения. Иерархический принцип построения САПР соблюдается как с точки зрения последовательности расчета элементов, так и с точки зрения построения собственно САПР; в САПР разумно сочетается автоматическое и автоматизированное проектирование.

Питание КАЭЭ может осуществляться от внешней сети переменного и постоянного тока. В первом случае напряжение преобразовывается в трех однофазных или трехфазном 2 трансформаторах. С трансформаторов электрическая энергия поступает на однополупериодный 3 или двухполупериодный 4 выпрямитель. Естественно, что трансформаторы в структуре КАЭЭ могут соответствовать, как и некоторые другие элементы КАЭЭ.

От выпрямителя или от внешней сети постоянного тока получают питание преобразователь постоянного тока в переменный регулируемых напряжения и частоты с ШИМ 5, одно- (6) или двухполупериодный 7 преобразователи постоянного тока в переменный с релейным способом регулирования напряжения (тока) и частоты (в этих преобразователях изменение частоты, точнее, момент включения фазы, определяется сигналом с датчика положения ротора электрической машины). От зажимов преобразователя с ШИМ получают питание асинхронные двигатели с массивным 8 или коротко-замкнутым ротором 9, а также асинхронный двигатель-генератор с короткозамкнутым ротором 10.

Одно- или двухполупериодный преобразователи с релейным способом регулирования работают совместно с индукторной машиной 11 или синхронной машиной с постоянными магнитами 12, причем система преобразователь — электрическая машина охвачены обратными связями по положению ротора электрической машины и току в фазах. На валу электрических машин устанавливается маховик типа обод 13 или маховик в виде диска равной прочности 14. В разрядном цикле работы КАЭЭ преобразователи 5, 6, 7 могут использоваться для стабилизации напряжения на нагрузке (реверсивные преобразователи [6 и 7]). Регулирование напряжения в асинхронном двигатель-генераторе 10 и индукторной машине 11 осуществляется воздействием на магнитный поток машины регулятора напряжения 15. В случае КАЭЭ с асинхронными двигателями (8 и 9) преобразование энергии, запасенной маховиком, осуществляется индукторной машиной 11 или синхронной машиной с постоянными магнитами 12. Электрическая энергия, получаемая в разрядном цикле с зажимов асинхронного двигатель-генератора индукторной и синхронной машин, преобразуются с помощью трех однофазных (16) или трехфазного (17) трансформатора и однополупериодного (18) или двухполупериодного (19) выпрямителей.

Питание нагрузки переменным током осуществляется через преобразователь постоянного тока в переменный стабильных напряжения и частоты (20), а питание постоянным током — через проходной регулятор напряжения.

Топологическая схема описывается матрицей инцидентий направленного графа, которая содержит k строк и n столбцов. Применительно к схеме рис. 3 матрица содержит 23 строки (варианты питающей сети считаются вершинами графа) и 51 столбец. Проектировщик анализирует возможные варианты выполнения КАЭЭ и с пульта управления осуществляет ввод номеров строк и столбцов матрицы инцидентии, иницируя тем самым граф, описывающий конкретную структуру. Следует заметить, что введение топологической схемы рис. 3 в виде матрицы инцидентий позволяет для иницирования графа конкретной структуры использовать дисплей с устройством графического ввода информации. На дисплее высвечивается матрица инцидентий, и проектировщик на экране обозначает нужные вершины и ребра графа, либо на экране дисплея высвечивается собственно топологическая схема рис. 3, и проектировщик соединяет элементы КАЭЭ требуемыми связями.

Программирование отдельных математических моделей осуществлено на алгоритмических языках АЛГОЛ и ФОРТРАН, а их отладка — на ЦВМ БЭСМ-4, М-220 и БЭСМ-6.

Оптимизация внутренних параметров проводилась методом динамического программирования для всех элементов, имеющих гладкий экстремум. К числу таких элементов могут быть отнесены все элементы КАЭЭ за исключением полупроводниковых преобразователей электрической энергии. В преобразователях функция критерия качества при изменении переменных параметров имеет разрывы, что связано с изменением числа силовых приборов. Поэтому оптимизация по внутренним параметрам в этих элементах ведется методом перебора, что не занимает много времени из-за малого количества переменных.

Практика показывает, что расчет КАЭЭ в режиме чистого пакетирования приводит к тому, что зачастую оптимальный по критерию качества вариант конструктивно невыполним. Поэтому проектировщик должен направить расчет в сторону обеспечения максимума критерия качества при возможности конструктивного выполнения КАЭЭ. Этот этап проектирования ведется в интерактивном режиме, и опыт проектировщика, способного оценить направление расчета, играет большую роль. В связи с этим целесообразно в качестве переменных внутренних параметров использовать конструктивные параметры. Так, вместо общепринятых при расчете электрических машин электромагнитных нагрузок лучше использовать диаметр ротора, внешний диаметр, длину активной части и т. д. При проектировании преобразователей, где число независимых параметров ограничено, необходимо устанавливать ограничения по габаритам теплоотводов.

По первому этапу разработки САПР были проведены расчеты серии КАЭЭ четырех структур: на основе асинхронного двигатель-генератора с регулированием напряжения подмагничиванием спинки статора; асинхронного двигателя и синхронного индукторного генератора; индукторного вентильного двигатель-генератора; синхронного вентильного двигатель-генератора с постоянными магнитами SmCo_5 .

Питание КАЭЭ осуществлялось от сети переменного тока для двух первых структур и от сети постоянного

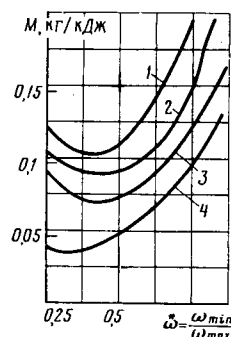


Рис. 4. Зависимость удельной массы (отношение массы к энергии, отдаваемой КАЭЭ в нагрузку в разрядном режиме) от соотношения частот:

1 — КАЭЭ с асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором и индукторным генератором; 2 — КАЭЭ с асинхронным двигатель-генератором при регулировании напряжения посредством подмагничивания спинки статора; 3 — КАЭЭ с вентильным двигатель-генератором на базе индукторной машины; 4 — КАЭЭ с вентильным двигатель-генератором на базе синхронной машины с постоянными магнитами SmCo_5 , $P_H = 1000$ Вт; $\omega_H = 3600$ рад/с (для вентильных двигатель-генераторов); $\omega_H = 2512$ рад/с (для асинхронных машин); максимальная линейная скорость маховика $V_M = 450$ м/с

тока для двух других. Кинетический аккумулятор обеспечивал на выходе постоянный ток стабильного напряжения.

Как показала практика, время расчета различных структурных схем КАЭЭ существенно разнится. Максимальное время затрачивается на расчет КАЭЭ с асинхронным двигатель-генератором с подмагничиванием спинки статора. В этом КАЭЭ сложным является как синтез асинхронного двигатель-генератора, так и анализ распределения температуры по объему машины в зарядном и дежурном режимах. Результаты расчета удельной массы (массы на единицу энергии, отданной КАЭЭ в нагрузку в разрядном цикле) от соотношения частот вращения в разрядном цикле приведены на рис. 4.

Анализ показывает, что наилучшие массовые показатели имеют КАЭЭ на базе вентильного двигатель-генератора с постоянными магнитами SmCo_5 .

Следует отметить высокую степень достоверности методики поверочного расчета КАЭЭ [17]. Так, точность определения изменения температуры асинхронной машины при пуске маховика составила 10 %, а точность определения выходных характеристик синхронной машины с магнитами SmCo_5 —11 % (относительно высокая погрешность связана с разбросом характеристик магнита — при введении в расчет значений свойств магнита определенного образца погрешность не превышает 3 %).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проблемы создания кинетических аккумуляторов электрической энергии/А. Н. Ледовский, И. И. Литвинов, М. Э. Новиков, А. Т. Тимофеев — Электричество, 1978, № 3.
2. Основы построения систем автоматизированного проектирования/Под ред. И. Т. Белякова, А. С. Чернобровкина.— М.: Изд. МАИ, 1979.
3. Гайфулин Э. Ш., Климов В. Е. Применение ЭВМ в автоматизированном проектировании.— М.: Изд. МЭИ, 1980.

4. Хуторецкий Г. М., Городецкий В. В., Зубков Ю. С. Особенности разработки систем автоматизированного проектирования крупных электрических машин.— Электричество, 1980, № 10.
5. Развитие асинхронных двигателей общего назначения/Т. Г. Сорокер, В. И. Радин, Э. К. Стрельбицкий, И. П. Копылов.— Электротехника, 1978, № 9.
6. Мелихов Н. Н., Морозов В. А. Автоматизированные вентильные электромеханические системы автономных объектов.— Труды МЭИ, 1980, вып. 487.
7. Прохоров В. А., Рудев А. В. Автономная система электроснабжения с механическим накопителем энергии на базе частотно-управляемого асинхронного двигатель-генератора.— Труды МЭИ, 1980, вып. 487.
8. Бальян Р. Х. Трансформаторы для радиоэлектроники.— М.: Советское радио, 1971.
9. Векслер Г. С., Тетельбаум Я. И. Электропитание радиоустройств.— Киев: Техника, 1964.
10. Хасаев О. И. Транзисторные преобразователи напряжения и частоты.— М.: Наука, 1976.
11. Ледовский А. Н. Проектирование асинхронных двигателей для заряда кинетических аккумуляторов энергии.— Электротехника, 1978, № 8.
12. Сандлер А. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями.— М.: Энергия.
13. Ледовский А. Н., Сугробов А. М. Оптимальное проектирование индукторных генераторов.— Электричество, 1980, № 5.
14. Ледовский А. Н., Сугробов А. М. Особенности проектирования асинхронных двигатель-генераторов кинетических аккумуляторов электрической энергии.— Электротехника, 1981, № 2.
15. Очан М. Ю. Теория намотки в маховичных аккумуляторах энергии. Автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук. М.: 1980. В надзаг.: АН СССР, Институт машиноведения.
16. Постников И. М. Проектирование электрических машин.— Киев: Изд. ГИТЛ УССР, 1952.
17. Ледовский А. Н., Сугробов А. М. Определение пусковых характеристик электрических машин в системах с кинетическими аккумуляторами энергии.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 6.

[20.11.8]

УДК 621.314.1.016.35.001.24

О применении метода D-разбиения при анализе устойчивости регулируемых вентильных преобразователей

ЦФАСМАН Г. М., канд. техн. наук

Всесоюзный электротехнический институт

Одной из характерных задач, возникающих при разработке и исследовании регулируемых систем с вентильными преобразователями (ВП), является анализ устойчивости установившихся режимов системы. В тех случаях, когда для малых отклонений такую систему удается с достаточной точностью представить в виде импульсной системы с амплитудной модуляцией, для этой цели с успехом применяется метод z-преобразования [1—4]. Его применение особенно эффективно, если условия устойчивости могут быть получены в аналитическом виде. Однако в ряде случаев точного эквивалентирования системы с ВП в виде линейной импульсной системы с амплитудной модуляцией получить не удастся. Примерами могут служить многоконтурные системы регулирования преобразователей электропередач и вставок постоянного тока, работающих с системами переменного тока соизмеримой мощности со сложной многочастотной схемой замещения при больших (до 30°) углах коммутации. Кроме того, для таких сложных систем получение условий устойчивости в аналитическом виде или невоз-

можно, или эти условия столь громоздки, что их получение теряет смысл.

Для решения задачи в подобных случаях целесообразно применять методы машинного анализа, требующие как можно меньше ручной аналитической работы. Один из таких методов, основанный на теории устойчивости кусочно-линейных систем [5], развит в [6 и 7]. Наиболее эффективным способом получения границ устойчивости в плоскости параметров системы регулирования с помощью ЦВМ является метод D-разбиения. При его использовании возникают некоторые трудности, связанные с требованием линейного вхождения варьируемых параметров в характеристическое уравнение системы, а также с определением частот, на которых система теряет устойчивость, в том числе — с выявлением особых прямых в D-разбиении. В статье рассматривается методика получения D-разбиения для систем с ВП с учетом указанных аспектов.

Общие условия устойчивости ВП в малом. Регулируемый ВП можно рассматривать как кусочно-линей-

ную динамическую систему. Полный период сетевой частоты разбивается на m интервалов повторяемости структуры ВП (m — пульсность преобразователя), каждый из которых в общем случае состоит из нескольких участков линейности, характеризующихся, например, определенным числом проводящих вентилях. На j -м участке линейности r -го интервала повторяемости ВП описывается линейной системой дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{Y}}(\tau) = \mathbf{A}_{jr} \mathbf{Y}(\tau) + \mathbf{F}_{jr} \mathbf{E}(\tau), \quad (1)$$

где $\mathbf{Y}(\tau)$ — вектор переменных, характеризующих состояние системы; $\mathbf{E}(\tau)$ — вектор внешних воздействий; τ — синхронное время; $\mathbf{A}$ и $\mathbf{F}$ — матрицы постоянных коэффициентов.

Моменты τ_{jr} перехода к следующему участку линейности определяются скалярными условиями переключения вида

$$g_{jr}[\mathbf{Y}(\tau_{jr} - 0), \mathbf{E}(\tau_{jr} - 0), \tau_{jr}] = 0. \quad (2)$$

Некоторые переменные в моменты переключений могут претерпевать скачки. При этом правое и левое значения вектора переменных в точках переключений связаны в общем случае нелинейными функциями скачков:

$$\mathbf{Y}(\tau_{jr} + 0) = \Phi_{jr}[\mathbf{Y}(\tau_{jr} - 0), \mathbf{E}(\tau_{jr} - 0), \tau_{jr}]. \quad (3)$$

В [5—7] показано, что в системе, описываемой уравнениями (1)–(3), динамика собственных процессов при малых отклонениях от установившегося периодического режима описывается линейными разностными уравнениями вида

$$\Delta \mathbf{Y}(\tau_{jr} + 0) = \mathbf{H}_{jr} \Delta \mathbf{Y}(\tau_{j-1, r} + 0). \quad (4)$$

Квадратная матрица перехода $\mathbf{H}_{jr}$ для одного участка линейности определяется выражениями:

$$\mathbf{H}_{jr} = \left\{ -\mu_{jr} \left[\frac{\partial \Phi_{jr}}{\partial \mathbf{Y}} \dot{\mathbf{Y}}_0(\tau_{jr0} - 0) + \frac{\partial \Phi_{jr}}{\partial \mathbf{E}} \dot{\mathbf{E}}(\tau_{jr} - 0) + \frac{\partial \Phi_{jr}}{\partial \tau_{jr}} \dot{\mathbf{Y}}_0(\tau_{jr0} + 0) \right] \frac{\partial g_{jr}}{\partial \mathbf{Y}} \exp(-\tau_{dj} \mathbf{A}_{jr}) + \frac{\partial \Phi_{jr}}{\partial \mathbf{Y}} \right\} \times \\ \times \exp((\tau_{jr0} - \tau_{j-1, r0}) \mathbf{A}_{jr}; \quad (5)$$

$$\mu_{jr} = \left[\frac{\partial g_{jr}}{\partial \mathbf{Y}} \dot{\mathbf{Y}}_0(\tau_{jr0} - \tau_{dj}) + \frac{\partial g_{jr}}{\partial \mathbf{E}} \dot{\mathbf{E}}(\tau_{jr0} - \tau_{dj}) + \frac{\partial g_{jr}}{\partial \tau} \right]^{-1}, \quad (6)$$

где индекс «0» означает принадлежность переменной невозмущенному режиму; τ_{dj} — возможное запаздывание функции переключения $g_{jr}(\cdot)$; $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{Y}}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{E}}$ — матрицы из частотных производных компонент векторной функции Φ по компонентам векторов $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{E}$ соответственно; $\frac{\partial g}{\partial \mathbf{Y}}$, $\frac{\partial g}{\partial \mathbf{E}}$ — матрицы-строки из частных производных скалярной функции переключения $g(\cdot)$ по компонентам векторов $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{E}$.

Скалярный коэффициент μ_{jr} учитывает влияние ненулевых производных переменных, входящих в условие переключения (2), на величину смещения момента переключения τ_{jr} , вызванного отклонением вектора переменных $\Delta \mathbf{Y}(\tau_{jr} - 0)$. В частности, для момента τ_{hr} включения вентиля коэффициент μ_{hr} эквивалентен используемому обычно при аналитических расчетах устойчивости ВП фактору пульсаций F при единичном наклоне опорного напряжения в системе импульсно-фазового управления [8].

Матрицы перехода для идентичных участков линейности смежных интервалов повторяемости структуры ВП связаны преобразованием подобия:

$$\mathbf{H}_{jr} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{H}_{j, r-1} \mathbf{T}, \quad (7)$$

учитывающим круговую перестановку фазных координат на стороне переменного тока ВП при переходе к очередному интервалу повторяемости структуры. Построение преобразующей матрицы $\mathbf{T}$ подробно рассмотрено в [6 и 7].

Перемножая матрицы переходов для отдельных участков линейности, с учетом (7) получаем разностное уравнение, связывающее векторы отклонений $\Delta \mathbf{Y}$ по концам полного периода работы ВП:

$$\Delta \mathbf{Y}(\tau_{j, r+m} + 0) = \mathbf{Q}_{jr} \Delta \mathbf{Y}(\tau_{jr} + 0), \quad (8)$$

где

$$\mathbf{Q}_{jr} = \left(\mathbf{T}^{-1} \prod_{q=j}^{j+p-1} \mathbf{H}_{qr} \right)^m; \quad (9)$$

p — число участков линейности на интервале повторяемости структуры ВП.

Уравнение (8) полностью описывает динамику свободных процессов в ВП при малых отклонениях от установившегося периодического режима.

Из теории линейных систем известно, что динамическая система, описываемая уравнением (8), устойчива, если модули всех собственных значений λ_i матрицы $\mathbf{Q}_{jr}$ не превышают единицы. В силу известного свойства матриц собственные значения λ_i связаны с собственными значениями ν_i матрицы $\mathbf{Q}'_{jr} = \mathbf{T}^{-1} \prod_{q=j}^{j+p-1} \mathbf{H}_{qr}$ соотношением $\lambda_i = \nu_i^m$, и для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы не превосходили единицы модули всех собственных значений ν_i .

Матрица $\mathbf{Q}'_{jr}$ определяется для любого интервала повторяемости конкретного установившегося режима. Вид ее зависит, вообще говоря, от выбора значений индексов j и r , однако, ее характеристическое уравнение инвариантно по отношению к этому выбору. Поскольку расчету границ устойчивости всегда предшествует расчет установившегося режима, устойчивость которого анализируется, все величины, необходимые для вычисления матрицы $\mathbf{Q}'_{jr}$, могут быть легко получены с использованием уравнений (1). Наиболее близким по используемому математическому аппарату представляется метод расчета установившегося режима, описанный в [9]. При его использовании по окончании расчета установившегося режима все векторы и матрицы, необходимые для расчета $\mathbf{Q}'_{jr}$, уже имеются в памяти ЦВМ.

Методика построения D-разбиения. Итак, граница устойчивости рассматриваемой системы совпадает с границей устойчивости некоторой вспомогательной системы, описываемой разностным уравнением

$$\mathbf{X}[l+1] = \mathbf{Q}'_{jr} \mathbf{X}[l], \quad (10)$$

где

$$\mathbf{X}[l] = \mathbf{T}^l \Delta \mathbf{Y}(\tau_{j, r+l} + 0). \quad (11)$$

В работе [6] показано, что искомая граница устойчивости в плоскости некоторой пары коэффициентов может быть найдена методом D-разбиения, если эти коэффициенты входят и при том линейно только в одну матри-

цу $\mathbf{H}$ на интервале повторяемости. Однако во многих случаях такое условие не выполняется. Наиболее часто в качестве варьируемых параметров выбирают пару коэффициентов усиления в параллельных каналах регулятора на входе системы фазового управления вентилями. Эти коэффициенты, определяющие условия переключения для моментов включения вентилях, войдут только в матрицу-строку $\frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{Y}}$, где k — индекс предшествующего этому моменту участка линейности. Как видно из (5) и (6), матрица-строка $\frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{Y}}$ входит в матрицу $\mathbf{H}_{kr}$ дважды: в первой степени непосредственно в выражении (5) и в знаменателе выражения (6) в составе скалярного множителя μ_{jk} . Таким образом, варьируемые коэффициенты могут нелинейно входить в матрицу $\mathbf{H}_{kr}$.

Для обеспечения возможности применения метода D-разбиения в этом случае введем обобщенные коэффициенты усиления

$$M'_1 = \mu_{kr} M_1, \quad M'_2 = \mu_{kr} M_2,$$

где M_1 и M_2 — исходные варьируемые коэффициенты.

Заметим, что вводимые здесь обобщенные коэффициенты аналогичны используемым обычно приведенным коэффициентам усиления с учетом фактора пульсации. Очевидно, что обобщенные коэффициенты линейно войдут в элементы матрицы $\mathbf{H}_{kr}$ и, как показано в [6], в характеристическое уравнение системы

$$|\mathbf{Q}'_{jr} - \mathbf{v}\mathbf{I}| = 0. \quad (12)$$

Подставляя в характеристический полином уравнение окружности единичного радиуса в комплексной плоскости $\mathbf{v} = \exp(i\varphi)$, где i — мнимая единица и, выделяя действительную и мнимую части полинома, можем получить пару уравнений D-разбиения в виде

$$\left. \begin{aligned} P_1(\varphi) M'_1 + P_2(\varphi) M'_2 + P_0(\varphi) &= 0; \\ R_1(\varphi) M'_1 + R_2(\varphi) M'_2 + R_0(\varphi) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Обозначив $\mu_{kr} = \mu_{kr}(M_1, M_2)$ и

$$C(\varphi, M_1, M_2) = |\mathbf{Q}'_{jr}(M_1, M_2) - \exp(i\varphi)\mathbf{I}|, \quad (14)$$

найдем:

$$\left. \begin{aligned} P_0(\varphi) &= \operatorname{Re}[C(\varphi, 0, 0)]; \\ R_0(\varphi) &= \operatorname{Im}[C(\varphi, 0, 0)]; \\ P_1(\varphi) &= \frac{\operatorname{Re}[C(\varphi, 1, 0)] - P_0(\varphi)}{\mu_{kr}(1, 0)}; \\ R_1(\varphi) &= \frac{\operatorname{Im}[C(\varphi, 1, 0)] - R_0(\varphi)}{\mu_{kr}(1, 0)}; \\ P_2(\varphi) &= \frac{\operatorname{Re}[C(\varphi, 0, 1)] - P_0(\varphi)}{\mu_{kr}(0, 1)}; \\ R_2(\varphi) &= \frac{\operatorname{Im}[C(\varphi, 0, 1)] - R_0(\varphi)}{\mu_{kr}(0, 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Решив теперь систему уравнений (13), получим пару обобщенных коэффициентов $M'_1(\varphi)$ и $M'_2(\varphi)$, соответствующую точке границы D-разбиения с относительной частотой φ .

По определению обобщенных коэффициентов с учетом (6) можем записать:

$$M_1(\varphi) = A(\varphi) M'_1(\varphi); \quad M_2(\varphi) = A(\varphi) M'_2(\varphi); \quad (16)$$

$$A(\varphi) = 1/\mu_{kr}[M_1(\varphi), M_2(\varphi)] = \frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{Y}} +$$

$$+ \frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{E}} \dot{\mathbf{E}}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}) + M_1(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N1}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}) + \\ + M_2(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N2}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}) + \sum_{\substack{l \neq N1 \\ l \neq N2}} \frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{y}_l} \dot{\mathbf{y}}_l(\tau_{kr0} - \tau_{dk}), \quad (17)$$

где $\mathbf{y}_l$ — элемент вектора $\mathbf{Y}$ с номером l ; $N1$ и $N2$ — номера переменных состояния, которым соответствуют коэффициенты $M1$ и $M2$ в матрице-строке $\frac{\partial g_{kr}}{\partial \mathbf{Y}}$.

Правую часть выражения (17) можно записать в виде

$$1/\mu_{kr}(0, 0) + M_1(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N1}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}) + \\ + M_2(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N2}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}),$$

после чего из совместного решения уравнений (16) найдем выражение для вычисления $A(\varphi)$ по найденным значениям $M'_1(\varphi)$ и $M'_2(\varphi)$:

$$A(\varphi) = [\mu_{kr}(0, 0) (1 + M'_1(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N1}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}) + \\ + M'_2(\varphi) \dot{\mathbf{y}}_{N2}(\tau_{kr0} - \tau_{dk}))]^{-1}. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (16), получаем соотношение для определения пары исходных коэффициентов усиления в данной точке границы D-разбиения.

Особого внимания при поиске границы областей устойчивости требуют нахождение особых прямых и определение частот, на которых система теряет устойчивость. Если $\mathbf{v}_k = \rho_k \exp(i\varphi_k)$, $k=1, 2, \dots, S$ — s различных собственных значений матрицы $\mathbf{Q}'_{jr}$, компоненты решения уравнения (10) будут иметь вид

$$\mathbf{x}_k[n] = \sum_{l=1}^s c_{kl} \rho_l^n \cos(n\varphi_l + \psi_{kl}), \quad (19)$$

где c_{kl} и ψ_{kl} — постоянные, зависящие от коэффициентов матрицы $\mathbf{Q}_{jr}$ и вектора начальных условий $\mathbf{X}[0]$.

В силу соотношения (11) компоненты вектора $\Delta \mathbf{Y}$ для каждой дискреты являются линейными комбинациями компонент вектора $\mathbf{X}$. Следовательно, компоненты вектора $\Delta \mathbf{Y}(\tau_{j,r+n} + 0)$ будут иметь вид, аналогичный (19) при других значениях постоянных c_{kl} и ψ_{kl} . Отсюда следует, что в точке границы D-разбиения $\mathbf{v}_k = \exp(i\varphi_k)$ в исходной системе развиваются незатухающие колебания, период которых содержит $2\pi/\varphi_k$ интервалов повторяемости структуры ВП. Таким образом частота этих колебаний

$$f = \varphi_k / 2\pi T_{\pi}, \quad (20)$$

где T_{π} — длительность интервала повторяемости структуры ВП.

Для выделения возможных особых прямых рассмотрим некоторую матрицу $\mathbf{W}$, являющуюся произвольной целой степенью p матрицы $\mathbf{Q}'_{jr}$:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{Q}'_{jr})^p. \quad (21)$$

Характеристическое уравнение матрицы $\mathbf{W}$: $|\mathbf{W} - \lambda_w \mathbf{I}| = 0$ при $\lambda_w = \exp(i\varphi_w)$ можно представить в виде

$$U_1(M'_1, M'_2, \varphi_w) + iU_2(M'_1, M'_2, \varphi_w) = 0, \quad (22)$$

* Без ограничения общности результата здесь ради простоты предполагается, что одинаковым собственным значениям $\mathbf{v}_k$ соответствуют простые элементарные делители матрицы $\mathbf{Q}'_{jr}$.

где

$$U_1(M'_1, M'_2, \varphi_w) = \sum_{l=0}^s u_{1l}(M'_1, M'_2) \cos l\varphi_w; \quad (23)$$

$$U_2(M'_1, M'_2, \varphi_w) = \sum_{l=1}^s u_{2l}(M'_1, M'_2) \sin l\varphi_w \quad (24)$$

— в общем случае суть нелинейные функции параметров M'_1 и M'_2 .

При $\varphi_w=0$ и $\varphi_w=r\pi$, $r=1, 2, 3, \dots$, функция U_2 тождественно обращается в нуль, а уравнение

$$U_1(M'_1, M'_2, \varphi_w) = 0 \quad (25)$$

параметрически задает особую линию в пространстве комплексных значений параметров M'_1, M'_2 вдоль которой $\lambda_w=1$ при $\varphi_w=0$ и $\lambda_w=\exp(ir\pi)$ при $\varphi_w=r\pi$. При $p=1$ уравнение (25) совпадает с первым из уравнений (13), линейным относительно M'_1, M'_2 и определяет две особые прямые в D -разбиении по этим параметрам при $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$. По уравнениям (16) и (17) нетрудно убедиться, что если коэффициенты $M_1(\varphi)$ и $M_2(\varphi)$ при некотором значении φ связаны линейным соотношением, то и исходные коэффициенты $M_1(\varphi)$ и $M_2(\varphi)$ также будут связаны линейным соотношением при этом значении φ . Следовательно, особые линии в D -разбиении по исходным коэффициентам также будут действительными прямыми. Прямая для $\varphi=0$ определяет границу, на которой возникает неустойчивость типа сползания. Прямая для $\varphi=\pi$ задает границу, при нарушении которой в системе развиваются колебания с частотой, равной в соответствии с (20) половине частоты преобразования ВП.

В силу уже упоминавшегося свойства матриц имеет место соотношение $\lambda_w=v^p$. Очевидно поэтому, что при $\varphi_w=0$ вся линия (25) отвечает значению $\varphi=0$ и, следовательно, совпадает с соответствующей особой прямой D -разбиения системы (10). При $\varphi_w=r\pi$ решение (25) имеет по крайней мере одну действительную точку, соответствующую точке границы D -разбиения системы (10) при $\varphi=r\pi/p$. Более интересен, однако, случай, когда вся линия, определяемая уравнением (25) при $\varphi_w=r\pi$, лежит в действительной плоскости M_1, M_2 . Тогда вдоль всей этой линии $v=\exp(ir\pi/p)$. Однако в силу линейности системы уравнений (13) последнее может иметь место только в случае, если рассматриваемая линия является особой прямой D -разбиения исходной системы регулирования.

Отсюда следует важный вывод, что при построении D -разбиения для систем управления, описываемых разностными уравнениями вида (10), возможно появление особых прямых при значениях относительной частоты $\varphi=r\pi/p$, где r и p — взаимно простые целые числа.

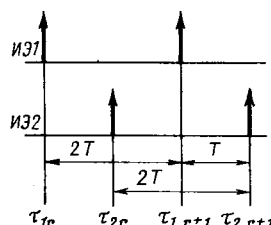
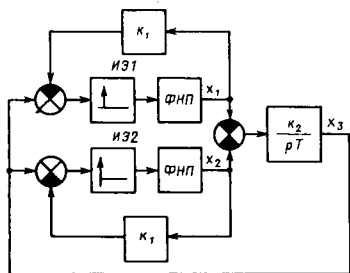


Рис. 1. Импульсная система со смещенными импульсами
Рис. 2. Диаграмма формирования импульсов в системе рис. 1

Появление особых прямых при $\varphi=\pi/k$ характерно для импульсных систем, содержащих k импульсных элементов, формирующих импульсы с одинаковым периодом повторения T_{π} и смещенные на время T_{π}/k один от другого. Пример расчета D -разбиения для такого случая приведен в приложении. Именно к такому классу систем относятся импульсные схемы замещения ВП при малых возмущениях.

Полученный вывод хорошо согласуется с известным фактом, что регулируемые ВП склонны к потере устойчивости на субгармониках частоты преобразования. В частности, характерным может быть появление особой прямой при значении $\varphi=\pi/m$, что соответствует потере устойчивости на половине частоты сетевого напряжения ВП. Это возможно, например, при работе ВП со слабой сетью переменного тока или при наличии пофазных контуров регулирования углов погасания вентилей ВП, работающего в инверторном режиме. Из сказанного выше следует, что во избежание пропуска границ устойчивости при машинном расчете D -разбиения систем с ВП необходимо в программах предусматривать проверку наличия особых прямых по равенству нулю определителя системы (13) в точках $\varphi=r\pi/p$, $r < p$ независимо от шага расчета по φ .

Приложение. Расчет D -разбиения замкнутой импульсной системы с двумя импульсными элементами. Рассмотрим импульсную систему, содержащую два одинаковых контура с импульсными элементами ИЭ1 и ИЭ2 (рис. 1), формирующих амплитудно-модулированные дельта-импульсы одинаковыми периодами $2T$, но смещенные один от другого на время T (рис. 2). Каждый контур содержит фиксирующее звено нулевого порядка $\Phi Н П$ и пропорциональное звено с коэффициентом усиления k_1 . Кроме того, в системе имеется общий контур обратной связи через интегрирующее звено с передаточной функцией k_2/pT .

К такой схеме приводится, например, при малых отклонениях замкнутый регулятор углов погасания вентилей однофазного двухполупериодного ведомого инвертора, измерительные органы которого фиксируют очередные значения углов погасания каждого из вентилей в моменты перехода напряжений на вентильях через нуль, с пропорциональным воздействием на угол опережения включения каждого вентиля по величине его угла погасания и общей коррекцией углов опережения обоих вентилей по интегралу отклонения их углов погасания от заданной уставки.

Выберем в качестве переменных, характеризующих состояние системы, выходные сигналы $\Phi Н П$ x_1 и x_2 и выходной сигнал интегратора x_3 , объединив их в вектор

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

Для данной схемы нетрудно сразу записать уравнение связи переменных по концам интервала $\tau_{1r} - \tau_{2r}$:

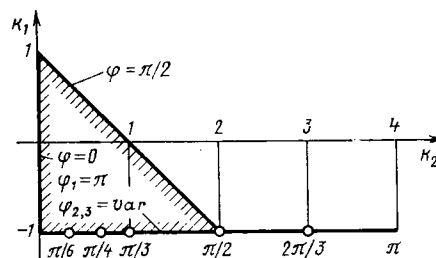
$$\left. \begin{aligned} x_1(\tau_{2r} + 0) &= x_1(\tau_{1r} + 0); \\ x_2(\tau_{2r} + 0) &= -k_1 x_2(\tau_{1r} + 0) - k_2 [x_1(\tau_{1r} + 0) + \\ &\quad + x_2(\tau_{1r} + 0)] + x_3(\tau_{1r} + 0); \\ x_3(\tau_{2r} + 0) &= -k_2 [x_1(\tau_{1r} + 0) + x_2(\tau_{1r} + 0)] + \\ &\quad + x_3(\tau_{1r} + 0). \end{aligned} \right\} \quad (П-1)$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -k_2 & -k_1 - k_2 & 1 \\ -k_2 & -k_2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\Pi-2)$$
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\Pi-3)$$
$$\lambda^3 + \lambda^2 (k_2 - 1) + \lambda (k_1 + k_2) - k_1 = 0. \quad (\Pi-4)$$
$$\left. \begin{aligned} k_1 (\cos \varphi - 1) + k_2 (\cos \varphi + \cos 2\varphi) + \\ + \cos 3\varphi - \cos 2\varphi = 0; \\ k_1 \sin \varphi + k_2 (\sin \varphi + \sin 2\varphi) + \\ + \sin 3\varphi - \sin 2\varphi = 0. \end{aligned} \right\} \quad (\Pi-5)$$
$$\Delta = \sin 2\varphi; \quad (\Pi-6)$$

$$\Delta_1 = -\sin 2\varphi; \quad (\Pi-7)$$

$$\Delta_2 = \sin 2\varphi (2 - 2 \cos \varphi). \quad (\Pi-8)$$

◆◆◆◆◆



Для промежуточных значений φ получим $k_1 = \Delta_1/\Delta = -1$, $k_2 = \Delta_2/\Delta = 2 - 2 \cos \varphi$. Эти соотношения определяют отрезок прямой, совпадающей с особой прямой для $\varphi = \pi$, в диапазоне изменения k_2 от 0 до 4. На этом отрезке один из корней системы равен -1 , а два других — $\exp(\pm i\varphi)$. Полученная область устойчивости показана на рис. 3.

1. Bjäresten N. The static converter as a high-speed power amplifier.— Direct current, 1963, vol. 8, № 6.
2. Ольшванг М. В., Радчик Р. И. Особенности динамики вентильных преобразователей.— В кн.: Сб. докладов. «Производство и применение средств силовой преобразовательной техники в народном хозяйстве.— М.: Информэлектро, 1968.
3. Шипилло В. П. Исследование процессов в замкнутых вентильных системах методом z-преобразования.— Электричество, 1969, № 11.
4. Hernandez R., Sucena-Paiva J. P., Freris L. L. Modelling of controlled rectifiers in feedback systems.— Trans. IEEE on PAS, 1974, vol. 93, № 1.
5. Розенвассер Е. Н. Колебания нелинейных систем.— М.: Наука, 1969.
6. Цфасман Г. М., Ступель А. И. Анализ устойчивости инвертора с регулятором угла погасания.— Электричество, 1976, № 5.
7. Ступель А. И. Устойчивость в малом схем с вентильными преобразователями.— Электричество, 1977, № 4.
8. Шипилло В. П., Зинин Ю. С. Фактор пульсаций в системах регулирования с вентильными преобразователями.— Электричество, 1977, № 3.
9. Левченко В. В. Метод непосредственного расчета установившихся режимов вентильных преобразователей.— ЭП. Преобразовательная техника, 1980, № 3 (22).

Автоматизированное проектирование электрических схем распредустройств блочных электростанций

КУЗЬМИЧЕВА Е. В., инж., ОКОЛОВИЧ М. Н., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

На кафедре электрических станций МЭИ ведутся работы по созданию системы автоматизированного проектирования (САПР) схем электрических соединений конденсационных электростанций. Важной составной частью проектируемого объекта являются схемы распределительных устройств (РУ) повышенных напряжений. Авторами разработаны алгоритм и программа их расчета на ЦВМ.

Для рассмотрения отобрано 15 вариантов схем, которые по своей конфигурации объединены в три группы: кольцевые, радиальные и блочные вида «генератор—трансформатор—линия» (ГТЛ) (рис. 1). На основании технико-экономического расчета выявляется наилучшая из них для конкретных исходных данных.

Автоматизация проектирования требует формализации выбора схемы, так как непосредственное программирование существующего метода проектирования невозможно. Формализация основана на отыскании и математическом обобщении характерных особенностей как в конфигурации схем РУ, так и в методе их расчета.

Формализация структуры схем — задача гораздо более сложная, чем формализация выбора параметров ее элементов. Она требует, во-первых, описания вариантов с помощью таблиц соответствия, во-вторых, описания с помощью соответствующих

матриц положения каждого выключателя и присоединения в схеме. Структурная схема расчета вариантов приведена на рис. 2.

Для формального описания схем РУ введена таблица соответствия вариантов, где каждому варианту: придается свой порядковый номер; ставится в соответствие несколько значений характерных величин, с помощью которых можно представить вид схемы и вести необходимые расчеты; вводятся величины, определяющие диапазон применения варианта. Например, для кольцевых схем использовано 7 величин: 1) номер варианта $N_{\text{вар}}$; 2) количество выключателей в полной цепочке $N_{\text{в.ц}}$; 3) наличие секционирования сборных шин $N_{\text{с}}$ ($N_{\text{с}}$ может принимать одно из двух значений: 0 — при отсутствии секционирования, 1 — при наличии секционирования); 4) наличие жестких (без выключателей) присоединений к шинам $N_{\text{пр.ш}}$ (принимает значение 0 при отсутствии жестких присоединений и 1 — при их наличии); 5) максимальное число цепочек, присоединенных к секции $N_{\text{ц.с}}$; 6) минимальное число присоединений в схеме $N_{\text{пр.мин}}$; 7) максимальное число присоединений в схеме $N_{\text{пр.макс}}$. Так, для схемы рис. 1, а характерные величины имеют значения: $N_{\text{вар}}=2$, $N_{\text{в.ц}}=3$, $N_{\text{с}}=1$, $N_{\text{пр.ш}}=0$, $N_{\text{ц.с}}=3$, $N_{\text{пр.мин}}=7$, $N_{\text{пр.макс}}=18$.

В зависимости от исходных данных на некоторые варианты налагается запрет, т. е. они не рассчитываются. Условия запрета вводятся в виде неравенств. Например, схема радиального типа с одной системой сборных шин (рис. 1, б) не рассматривается при напряжении $U_{\text{РУ}} \geq 330$ кВ и числе блоков $N_{\text{б}} > 3$.

При заданном числе присоединений $N_{\text{пр}}$ с использованием таблицы соответствия для каждого варианта определяются значения расчетных величин. Формулы для их определения получены в соответствии со структурой построения схем путем логических рассуждений и справедливы для любого варианта данного типа схем. Например, для схем кольцевого типа расчетными величинами являются: число секций сборных шин $N_{\text{ш}}$, суммарное число цепочек $N_{\text{ц}}$, число узлов $N_{\text{у}}$, число выключателей $N_{\text{в}}$. Их значения определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{ш}} &= 2 + 2N_{\text{с}} \left[\frac{N_{\text{пр}} - 1}{2N_{\text{пр.ш}} + N_{\text{ц.с}}(N_{\text{в.ц}} - 1)} \right]; \\ N_{\text{ц}} &= \left[\frac{N_{\text{пр}} - N_{\text{ш}}N_{\text{пр.ш}} + N_{\text{в.ц}} - 2}{N_{\text{в.ц}} - 1} \right]; \\ N_{\text{у}} &= N_{\text{пр}} + N_{\text{ш}}(1 - N_{\text{пр.ш}}); \\ N_{\text{в}} &= N_{\text{у}} + N_{\text{ц}} - 2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При расчете надежности схем РУ рассматриваются отказы выключателей, секций шин и их последствия. Поэтому необходимо зафиксировать местоположение каждого выключателя и присоединения в схеме. Для этого принимается определенный порядок нумерации выключателей, присоединений, узлов. Формальное описание выключателей как элементов схемы заключается в получении двух линейных матриц выключателей $\|B1_i\|$ и $\|B2_i\|$. Элементы $B1_i$ и $B2_i$ — соответственно меньший и больший номера узлов, между которыми расположен выключатель под номером i . Алгоритм формирования матриц выключателей наиболее сложен для кольцевых схем, наименее — для схем ГТЛ. Например, в схеме рис. 1, в для любого выключателя с номером i (принимает значения от 1 до $N_{\text{ц}}$) элементы матриц выключателей определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} B1_i &= i; \\ B2_i &= N_{\text{ц}} + i. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Формальное описание присоединений осуществляется в предположении, что выполняется принцип равномерности распределения однотипных присоединений по секциям шин и по цепочкам.

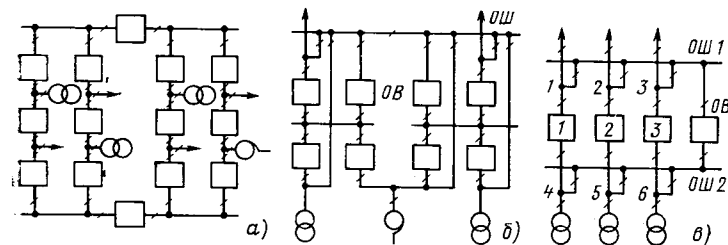


Рис. 1. Примеры схем РУ: а — кольцевого типа; б — радиального типа; в — генератор — трансформатор — линия

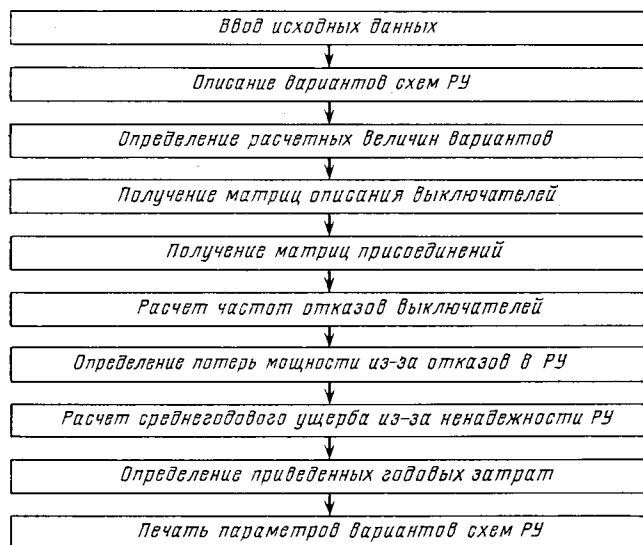


Рис. 2. Структурная схема проектирования схем распредустройств повышенных напряжений блочной электростанции

Номера однотипных присоединений помещаются в отдельные матрицы: блоков $\|B_b\|$, автотрансформаторов $\|A_a\|$, линий $\|L_l\|$. Получение этих матриц означает описание типов присоединений.

Для схем, в которых местоположение определенных присоединений очевидно (рис. 1, б и в), формирование матриц присоединений требует только принять удобный порядок их нумерации. Например, в схеме рис. 1, в нумеруются сначала линии, затем блоки и автотрансформаторы. Поэтому элементы матриц присоединений определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} L_l &= l; \\ B_b &= b + N_{\Pi}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где l , b — порядковые номера элементов матриц линий и блоков.

Для схем с более сложной конфигурацией (кольцевых) сначала принят порядок распределения присоединений, а затем найдена связь между номерами присоединений и их типами, которая имеет более громоздкий вид, чем (3).

Центральное место при проектировании схем РУ занимает расчет их надежности. Распределительное устройство повышенного напряжения блочной электростанции является многоэлементным объектом со сложными электрическими связями. Поэтому для расчета надежности схем РУ используется табличный-логический метод [1], который для его использования при автоматизированном проектировании формализован. Суть этого метода заключается в следующем: для конкретного варианта схемы РУ рассматриваются последовательно отказы расчетных элементов (выключателей, сборных шин) в расчетных состояниях (нормальном, ремонте одного из расчетных элементов). Последствия отказов заносятся в таблицу расчетных связей в виде мощности отключаемых блоков и длительности их простоев. В результате расчета надежности должно быть получено среднее значение недоотпуска электроэнергии за год ΔW и соответствующее значение ущерба U , вызванные простоями блоков при отказах элементов схемы РУ. При формализации этого метода на основании анализа последствий отказов элементов для различных типов схем найдены закономерности заполнения таблиц расчетных связей. Это позволило составить расчетные формулы для определения ΔW при потере одного ΔW_1 , двух ΔW_2 и трех ΔW_3 блоков, по которым искомые величины определяются без составления таких таблиц. При этом резко сокращается время расчета, а при ручном расчете многоэлементных схем уменьшается вероятность появления ошибок.

Для составления алгоритма расчета надежности кольцевых схем принят следующий подход. Рассматривается отказ выключателя j (рис. 3) с вершинами $\delta 1$ и $\delta 2$, названными особыми. Отказ вызывает отключение всех смежных выключателей i , т. е. выключателей, имеющих общую вершину с выключателем j . Другая, неособая, вершина выключателя i обозначена через $\delta 3$. В ремонтном состоянии схемы (вероятность q_p) отключен еще один из ее выключателей.

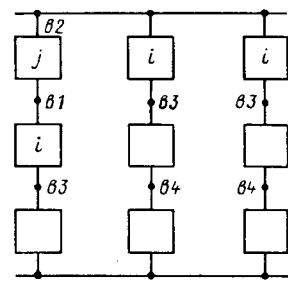
При отказе элемента РУ в общем случае один—три блока отделяется от схемы и простаивает. Простой могут быть: а) кратковременными в течение времени T_{Π} , когда производится отделение поврежденного выключателя от схемы и пуск блока из горячего состояния; б) длительными в течение времени T_p , пока отказавший или ремонтируемый выключатель не будет введен в работу.

Последствия отказов выключателя j разделяются на три вида, для каждого из которых составлены расчетные формулы: 1) простой только подключенных к выключателю j блоков, названных особыми; 2) одновременный простой особых блоков и неособых блоков с двукратным присоединением, подключенных к вершинам $\delta 3$ смежных выключателей i при ремонте которых выключателей этих блоков; 3) одновременный простой особых блоков и двух неособых блоков, с двукратным присоединением, подключенных к одной цепочке (к узлам $\delta 3$ и $\delta 4$) через обийный выключатель, если один крайний выключатель цепочки является смежным выключателем i , а второй находится в ремонте.

Для удобства расчета ΔW формируются вспомогательные матрицы блоков $\|B_{1m}\|$ и $\|B_{2m}\|$, где m — номер узла схемы. Элемент B_{1m} равен 1, если к узлу m подключен блок, элемент B_{2m} равен 1, если к узлу m подключен блок с двукратным присоединением, т. е. включенный через два выключателя. Остальные элементы этих матриц равны 0. Тогда при отказах выключателя j (частота отказов ω_j) ΔW из-за простоев только особых блоков (случай 1) предлагается определять по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_K &= K P_{б. ср} \omega_j (1 - q_p N) T_{\Pi}; \\ \Delta W_1 &= P_{б. ср} \omega_j q_p (B_{2_{\delta 1}} + B_{2_{\delta 2}}) (T_p - T_{\Pi}), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Рис. 3. К расчету надежности кольцевых схем



где K — количество особых блоков:

$$K = B_{1_{\delta 1}} + B_{1_{\delta 2}}; \quad (5)$$

N — число выключателей схемы, при ремонте которых отказ выключателя j вызывает простой не только особых блоков:

$$N = \sum_i (B_{2_{\delta 3}} + B_{2_{\delta 4}} B_{2_{\delta 1}}). \quad (6)$$

Аналогичный подход принят при рассмотрении последствий отказов сборных шин.

Для других схем (радиальных и ГТЛ), где разнотипные присоединения занимают определенное положение, не требуется введения вспомогательных матриц блоков и рассмотрения отказов каждого элемента схемы, что значительно упрощает расчет. В данном случае выделяется несколько характерных групп отключающих элементов и несколько расчетных состояний схемы. Рассмотрим, например, как определяется ΔW для радиальной схемы РУ, если к ней подсоединено два блока (рис. 1, б). За расчетные состояния приняты: ремонт одной секции шин (вероятность q_{Π}); последовательный ремонт выключателей, когда занят обходной выключатель (вероятность $q_p N_{\Pi}$); нормальное (вероятность $1 - q_p N_{\Pi} - 2q_{\Pi}$). Характерные группы отключающих элементов: выключатели развилки (частота отказов $2\omega_1$); блочные выключатели (частота отказов $2\omega_2$); остальные выключатели неблочных присоединений (частота отказов $N'_{\Pi} - 1$).

$\sum_{i=4}^{N'_{\Pi}-1} \omega_i$, где N'_{Π} — число выключателей схемы без обходных;

секции шин (частота отказов $2\omega_{\Pi}$). При отказе выключателя отключается секция шин, к которой он подсоединен, т. е. все присоединения этой секции. Чтобы восстановить работу секции, надо отделить поврежденный элемент и осуществить пуск отключившихся блоков. Если поврежден неблочный выключатель, то на это потребуются время T_{Π} , если блочный, — то для введения блока в работу необходимо этот выключатель заменить обходным, после чего осуществить пуск блока. Это займет время $T_{об.п.}$. Такая замена возможна только в случае, когда обходной выключатель свободен. Иначе блок можно включить в работу только после восстановления своего выключателя или окончания ремонта другого (через время T_p). При отказе секции шин подсоединенный к ней блок можно включить после восстановления секции (через время T_{Π}).

На основании сказанного получена формула для определения ΔW при отказах всех расчетных элементов схемы:

$$\begin{aligned} \Delta W_1 &= P_{б. ср} \left\{ 2\omega_1 (1 - q_{\Pi}) T_{\Pi} + \right. \\ &+ 2\omega_2 \left[T_{об.п.} + q_p \frac{N_{\Pi}}{2} (T_p - T_{об.п.}) - q_{\Pi} T_{об.п.} \right] + \\ &\left. + \left(\sum_{i=4}^{N'_{\Pi}-1} \omega_i \right) (1 - q_{\Pi}) T_{\Pi} + 2\omega_{\Pi} (1 - q_{\Pi}) T_{\Pi} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Определение среднегодовых ущербов U из-за ненадежности схем РУ производится по известным значениям ΔW и соответствующим удельным ущербам [2].

Заканчивается расчет определением приведенных годовых затрат Z всех вариантов и выявлением круга вариантов из зоны наилучших решений, которым соответствуют Z , отличающиеся от $Z_{\min}$ не более чем на 5%. Проектировщик выбирает наилучший из них путем сопоставления тех качеств схем РУ, которые не удается учесть в приведенных затратах. При этом в первую очередь используется как дополнительный критерий среднегодовое число операций выключателями, которое определяется при расчете надежности вариантов схем.

Предлагаемая формализация расчета схем РУ включает в себя описание вариантов с помощью таблиц соответствия и описание положений выключателей и присоединений с помощью соответствующих матриц. Целесообразно проводить формализацию, составлять расчетные формулы отдельно для схем различ-

ных типов (кольцевых, радиальных, ГТЛ), имеющих значительные различия в конфигурации.

Рассмотренный алгоритм расчета надежности схем РУ составлен на базе таблично-логического метода с дифференцированной оценкой продолжительности простоя блоков. Он может быть использован и без применения ЦВМ, что значительно сократит время и уменьшит вероятность появления ошибок по сравнению с расчетом многоэлементных схем с помощью таблиц расчетных связей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розанов М. Н. Надежность электроэнергетических систем. — М.: Энергия, 1974.
2. Околович М. Н. Проектирование электрических станций. — М.: Энергия, 1982.

[01.04.82]

УДК 621.3.015.38.001.24:629.13

Перенапряжения во внутренних цепях объекта при распространении тока молнии по его обшивке

БАБИНОВ М. Б., БАЗЕЛЯН Э. М.

Распространение тока молнии по обшивке металлических конструкций вызывает перенапряжения на изоляции внутренних цепей относительно корпуса. Характерным примером, исследованным достаточно полно может служить возникновение перенапряжений в электрическом кабеле, по оболочке которого протекает ток молнии. Особенностью кабелей является круглая цилиндрическая оболочка и абсолютное превосходство длины над диаметром. Поэтому в расчетах перенапряжений распределение тока по оболочке кабеля в любом ее сечении принимается равномерным [1].

В объектах произвольной формы распределение тока молнии по корпусу в общем случае неравномерно, поэтому методы расчета перенапряжений, что были разработаны для кабелей, в данном случае могут оказаться несправедливыми. Неравномерность распределения тока по корпусу (обшивке) в поперечном сечении может быть вызвана не только его конфигурацией, но также близко расположенным обратным проводом или поверхностью земли. Примером могут служить стендовые испытания самолетов на молниестойкость.

Распределение нестационарного тока по обшивке можно рассчитать для весьма ограниченного числа конструкций, поэтому в данном случае оно находилось экспериментально, измерением средней погонной плотности тока на отдельных участках обшивки. Рассматривались особенности распределения тока молнии по обшивкам полых металлических конструкций достаточно большой проводимости и влияние неравномерности распределения тока в таких конструкциях на перенапряжения.

В соответствии с законом полного тока средняя погонная плотность тока σ на участке направляющей поверхности обшивки длиной Δl может быть определена из уравнения

$$H_{\text{внут}} \Delta l + H_{\text{внеш}} \Delta l = \sigma \Delta l, \quad (1)$$

где $H_{\text{внут}}$, $H_{\text{внеш}}$ — средние значения тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля на внутренней и внешней сторонах обшивки. Предварительными экспериментами установлено, что для замкнутых поверхностей $H_{\text{внеш}} \approx H_{\text{внут}}$. Это существенно упрощает оценки плотности тока по уравнению (1) и позволяет проводить эксперименты без установки датчиков напряженности магнитного поля внутри объекта.

Датчиками напряженности магнитного поля служили воздушные катушки индуктивности, нагруженные на интегрирующие RC-звенья. Параметры интегрирующих звеньев рассчитывались так, чтобы обеспечить наилучшую передачу формы импульса тока, характерного для главной стадии молнии [2]. Точность построения элюров погонной плотности тока определяется габаритами датчика. При однослойной намотке удавалось получить сигнал, достаточный для надежной регистрации на осциллографе, от катушки длиной не более 1 см и диаметром не более 0,5 см. Для защиты от электростатических помех датчики помещались в разрезные медные экраны. Соотношение «сигнал — шум» не хуже 10:1. Датчики калибровались на токопроводе с известным распределением плотности тока. В качестве эталонного токопровода использовалась система коаксиальных круглых цилиндров, причем обратным проводом служил внешний цилиндр.

Неравномерность распределения тока за счет влияния сосредоточенного обратного провода исследовалась на круглом цилиндрическом объекте длиной $L=4,2$ м и диаметром $D=0,45$ м с толщиной латунной обшивки $d=0,7$ мм. Степень неравномерности распределения тока за счет конфигурации объекта оценивалась для эллиптического цилиндра длиной $L=2$ м с толщиной

алюминиевой обшивки $d=1,5$ мм; большая и малые полуоси эллиптического сечения цилиндра равнялись соответственно $b=0,25$ м и $c=0,05$ м. С той же целью использовался макет крыла самолета в натуральную величину.

Для измерения уровней перенапряжений на изоляции относительно корпуса внутри всех исследуемых объектов параллельно их продольной оси были проложены незакрепленные однопроводные цепи равной длины. На одном конце каждая цепь связывалась с корпусом через резистор 500 Ом, другой конец цепи оставался открытым и соединялся кабелем с осциллографом.

В экспериментах использовались аperiodические импульсы тока с длительностью фронта 2—10 мкс и временем полуспада 20—100 мкс, характерные для главной стадии молнии. Применялись также колебательные затухающие импульсы с частотой 5—20 кГц и декрементом затухания 1,25—1,6, которые проще генерировать на высоковольтных установках для испытания оборудования на молниестойкость.

Анализ результатов экспериментов показал, что распределение тока по обшивке исследуемых объектов практически не зависит от формы импульсов тока, поэтому эксперименты можно выполнять при колебательных импульсах, что методически проще.

В лабораторных испытаниях объектов на молниестойкость обратный провод, выполненный в виде тонкой шины, как правило, располагается достаточно близко к объекту, для того чтобы снизить индуктивность разрядного контура и увеличить амплитуду тока. Влияние обратного провода на распределение тока по обшивке объекта можно проследить по элюрам погонной плотности тока на рис. 1. Они получены для круглого цилиндрического объекта, поднятого над землей на высоту $H=3,5 D$, при которой практически не наблюдалось искажения распределения тока за счет проводящей поверхности земли. Обратный провод был выполнен в виде тонкого круглого стержня, проходящего параллельно образующей цилиндра на расстоянии $a=D$ (кривая 1) и $a=2D$ (кривая 2), трех стержней, расположенных в углах равностороннего треугольника, для которого сечение цилиндра является вписанной окружностью (кривая 3); круглого цилиндра диаметром $D_{\text{внеш}}=2D$, расположенного коаксиально с прямым токопроводом (кривая 4). За единицу измерения принята погонная плотность тока при равномерном распределении, характерном для коаксиальной системы.

При расположении одиночного стержня на расстоянии $a=D$ коэффициент неоднородности распределения тока K_I , равный отношению максимальной погонной плотности тока к минимальной, составляет 4,5. По мере удаления обратного провода распределение тока по обшивке выравнивается весьма медленно, так при $a=2D$ коэффициент K_I снижается всего в 1,5 раза. В случае трехстержневого обратного провода распределение тока становится более равномерным ($K_I=2$) несмотря на близость каждого стержня к поверхности обшивки ($a=0,5D$).

Влияние проводящей поверхности земли проявляется значительно слабее, чем влияние обратного провода. Так, в случае приближения цилиндра к земле на расстояние $H=1,5D$ отношение погонных плотностей тока на нижней и верхней образующей цилиндра составляет всего лишь 1,3.

Для того чтобы выделить влияние конфигурации объекта на распределение тока в его сечении, обратный провод был выполнен по форме поверхности исследуемого объекта и расположен коаксиально с ним. Элюры погонной плотности тока для эллиптического цилиндра и макета крыла показаны на рис. 2 и рис. 3 (кривая 1). Обращает на себя внимание чрезвычайно резкая

неравномерность распределения тока по обшивке в поперечных сечениях объектов. Для эллиптического цилиндра коэффициент $K_I=4$, а для макета крыла — 13. Наибольшая погонная плотность тока характерна для участков обшивки с минимальным радиусом кривизны.

Для уединенного эллиптического цилиндра распределение переменного тока поддается точному расчету [3]. Погонная плотность тока $\sigma(t)$ на поверхности эллиптического цилиндра

$$\sigma(t) = \frac{i(t)}{\pi} \frac{1}{\sqrt{4b^2 - (2x)^2 \left(1 - \frac{c^2}{b^2}\right)}}, \quad (2)$$

где $i(t)$ — воздействующий ток; b — большая полуось эллипса; c — малая полуось эллипса; x — расстояние от середины эллипса до проекции точки поверхности на большую полуось.

Сравнение экспериментальной зависимости распределения тока по поверхности эллиптического цилиндра с результатами расчета по уравнению (2), представленными на рис. 2 (кривая 2), говорит о достаточной точности принятой методики измерений.

По выражению (2) можно приближенно оценивать распределение тока по обшивке объектов более сложной конфигурации. Результаты подобной оценки представлены на рис. 3 (кривая 2). Профиль крыла был заменен двумя половинами эллипсов с малыми полуосями, равными 0,075 и 0,15 м.

Известно [1], что при равномерном распределении тока по сечению оболочки кабеля перенапряжение на изоляции жилы не зависит от ее расположения внутри оболочки. Инвариантность величины перенапряжений нарушается при неравномерном распределении тока по обшивке объекта независимо от причины, которой эта неравномерность обусловлена. На рис. 4 в относительных единицах представлены результаты измерения перенапряжений относительно корпуса для проводников, расположенных внутри круглого цилиндрического объекта параллельно его оси на различных расстояниях от обшивки. За единицу измерения принят уровень перенапряжения, наведенного в центральном проводнике при равномерном распределении тока.

Как и следовало ожидать, при равномерном распределении тока измеренные перенапряжения во всех цепях одинаковы. Нарушение равномерности распределения тока за счет одиночного обратного провода ($K_I=4,5$) резко изменило уровни наведенных перенапряжений. Наибольшее перенапряжение было зарегистрировано на изоляции проводника, ближайшего к образующей обшивки с максимальной погонной плотностью тока. Для диаметрально противоположного проводника, расположенного около участка обшивки, где плотность тока минимальна, отмечен наименьший уровень перенапряжений. На изоляции других проводников, расположенных на различном расстоянии от обшивки, амплитуда перенапряжений лежит между максимальным и минимальными значениями. Важно отметить, что отношение максимального значения перенапряжения к минимальному совпадает с коэффициентом неравномерности распределения тока. Аналогичная закономерность была получена для всех исследований объектов.

При расчете перенапряжений на изоляции между внутренней цепью объекта и его обшивкой следует иметь в виду, что для диапазона времен, характерного для импульса тока молнии, у большинства сосредоточенных объектов можно пренебречь поперечными токами по обшивке, а также волновыми процессами в его внутренних цепях. Это означает, что напряжения между любыми точками на направляющей внутренней поверхности обшивки равны нулю, а потому безразлично относительно какой из точек направляющей будет рассчитано перенапряжение на изоляции внутреннего проводника. Величину перенапряжения можно представить в виде суммы резистивной и магнитной составляющих. Резистивная составляющая перенапряжения пропорциональна плотности тока на внутренней поверхности обшивки и с учетом принятых допущений равна:

$$U_R(t) = E_{вн}(t) L, \quad (3)$$

где $E_{вн}(t)$ — напряженность электрического поля вдоль внутренней образующей, проходящей через выбранную расчетную точку; L — длина проводника.

Магнитная составляющая равна:

$$U_M(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}, \quad (4)$$

где $\psi(t)$ — потокосцепление с контуром, образованным проводником и выбранной образующей, в общем случае не равное нулю, когда сечение обшивки отличается от кругового. Следует

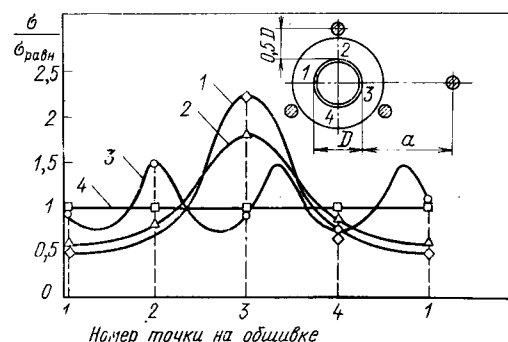


Рис. 1. Экспериментальные зависимости распределения тока по обшивке круглого цилиндрического объекта при одно-, трех- и коаксиальном обратном проводах

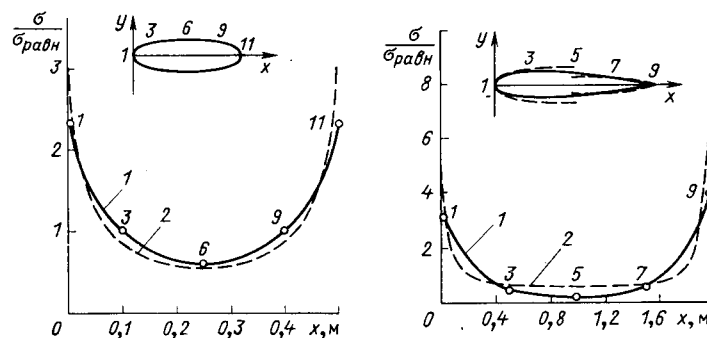


Рис. 2. Распределение тока по обшивке эллиптического цилиндра: 1 — эксперимент, 2 — расчет

Рис. 3. Распределение тока по обшивке макета крыла: 1 — эксперимент, 2 — расчет

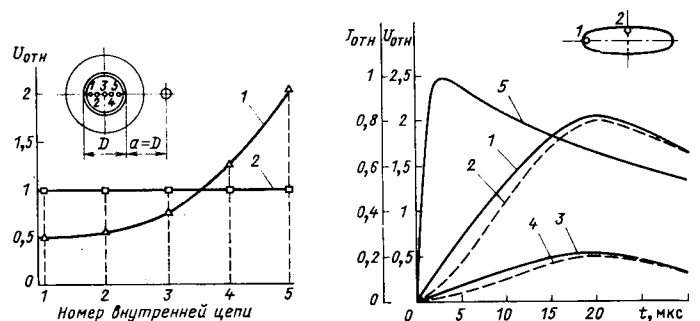


Рис. 4. Экспериментальная зависимость величины наводимых перенапряжений от места расположения внутренней цепи в круглом цилиндрическом объекте: 1 — неравномерное распределение тока, 2 — равномерное

Рис. 5. Импульсы перенапряжений на изоляции цепей, проложенных внутри эллиптического цилиндра: 1, 2 — цепь № 1; 3, 4 — цепь № 2; 1, 3 — эксперимент; 2, 4 — расчет; 5 — воздействующий ток

еще раз подчеркнуть, что каждая из расчетных составляющих перенапряжения зависит от выбранной расчетной точки и только их сумма должна оставаться неизменной.

Зная распределение магнитного потока внутри объекта нетрудно установить, что полярности магнитной и резистивной составляющих будут противоположны, если расчетная точка лежит на образующей с максимальной плотностью тока. Напротив, их полярности совпадают, если в расчетный контур включена образующая с минимальной плотностью тока. Это значит, что для перенапряжений на изоляции любого произвольно распо-

женного внутри объекта проводника справедливо соотношение:

$$U_{R \min}(t) \leq U(t) \leq U_{R \max},$$

где $U_{R \min}$, $U_{R \max}$ — соответственно резистивные составляющие перенапряжения, обусловленные минимальной и максимальной плотностью тока.

Поскольку магнитная составляющая практически близка к нулю для проводника, расположенного непосредственно у внутренней поверхности обшивки, максимальная величина перенапряжения $U_{\max}(t) = U_{R \max}(t)$ будет иметь место на изоляции проводника, проложенного под обшивкой непосредственно вдоль образующей с максимальной плотностью тока. Проводник, проложенный под обшивкой вдоль образующей с минимальной плотностью тока, будет характеризоваться минимальным значением перенапряжения.

Без учета поверхностного эффекта резистивная составляющая импульса перенапряжения повторяет по форме импульс воздействующего тока и равна

$$U_R(t) = \sigma(t) \rho \frac{L}{d}, \quad (5)$$

где ρ — удельное сопротивление материала обшивки; d — толщина обшивки.

Отсюда непосредственно следует соотношение:

$$\frac{U_{R \max}}{U_{R \min}} = K_I, \quad (6)$$

которое и было получено в проведенных экспериментах на тонкостенных объектах, где влияние поверхностного эффекта незначительно.

При толстых обшивках с высокой проводимостью за счет поверхностного эффекта фронт импульса $U_R(t)$ удлинится по сравнению с фронтом воздействующего импульса тока, а амплитуда оказывается несколько ниже. При расчете напряжения $U_R(t)$ для объектов, у которых радиус кривизны обшивки много больше ее толщины, с точностью, достаточной для практических приложений, можно использовать приближенные соотношения [4]. Если $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(-\alpha t)$, то имеем:

$$U(t) = \sigma_0 \rho \frac{L}{d} \left[\left(1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha \tau_R}{n^2 - \alpha \tau_R} \right) e^{-\alpha t} - \frac{2}{1 - \alpha \tau_R} e^{-\frac{t}{\tau_R}} \right], \quad (7)$$

где $\tau_R = \frac{\mu_0 \mu d^2}{\pi^2 \rho}$, μ — относительная магнитная проницаемость материала обшивки.

Из (7) следует справедливость соотношения (6) и для толстых обшивок, где учет поверхностного эффекта необходим. Сопоставление результатов расчета по выражениям (2) и (7) с измерениями перенапряжений на изоляции проводников в эллиптическом цилиндре показало (рис. 5), что погрешности численной оценки амплитуды и длительности фронта импульса не превосходят 10%. В тех же условиях оценки амплитуды без учета неравномерности распределения тока по обшивке отличались от фактических данных в 1,5—2,75 раза.

Таким образом, расчетные соотношения, справедливые для кабелей кругового сечения, нельзя использовать для объектов с неравномерным распределением. Погрешность расчета растет с увеличением коэффициента неравномерности тока, о ее возможной величине позволяет судить выражение (6), поскольку

$$\sigma_{\max}(t) \leq \sigma_{\text{ср}}(t) \leq \sigma_{\min}(t).$$

Выше показано, что распределение тока по обшивке объекта в значительной мере определяется конфигурацией и местом прокладки обратного провода. В силу этого при стендовых испытаниях объекта в зависимости от расположения обратного провода могут быть получены как завышенные, так и заниженные значения перенапряжений, что может исказить представления о молниестойкости различных электрических систем объекта.

Наконец, следует рассмотреть частный, но практически важный случай размещения электрических коммуникаций внутри объектов сложной формы. Выполненный анализ показывает, что уровень перенапряжений в таких коммуникациях в значительной степени зависит от их расположения. Как правило, жгуты электропроводки непосредственно крепятся к внутренней поверхности обшивки или прокладываются на небольшом расстоянии от нее. Для снижения перенапряжений в наиболее ответственных однопроводных цепях их следует располагать вдоль образующих обшивки с минимальной плотностью тока, добиваясь наименьших расстояний между проводником и металлом обшивки.

Особое внимание должно быть уделено объектам, в состав которых входят многоканальные системы с протяженными и разветвленными коммуникациями. Чтобы свести до минимума перенапряжения между каналами, провода, подходящие к данной системе, должны прокладываться вдоль образующих обшивки равной кривизны, где будет иметь место одинаковая плотность тока. В идеальном случае при таком способе прокладки напряжение между проводами равно нулю для молнии с любым током.

Выводы. 1. Неравномерность распределения тока по обшивке объекта определяется его конфигурацией и наличием близко расположенного обратного провода или поверхности земли. При этом их влияние может стать причиной значительных погрешностей при стендовых испытаниях объектов на молниестойкость.

2. Для оценки предельных уровней перенапряжений на изоляции внутренних цепей объекта можно использовать значения резистивной составляющей, вычисленные по максимальной и минимальной погонной плотности тока в обшивке.

3. Для снижения перенапряжений внутренние цепи объекта должны прокладываться с учетом реального распределения тока по обшивке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sunde E. Earth conduction effects in transmission systems.— New York: Van Nostrand, 1959.
2. Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. Л.: Гидрометеиздат, 1978.
3. Kaden H. Über den Verlustwiderstand von Hochfrequenzleitern.— Archiv für Elektrotechnik, 1934, № 28.
4. Базелян Э. М. Влияние поверхностного эффекта в оболочке на величину напряжений в кабелях связи.— Изв. вузов. Энергетика, 1960, № 4.

[07.01.82]

УДК 621.311.076.12.026.5:621.33

О выборе числа ступеней регулируемых установок поперечной емкостной компенсации тяговых нагрузок

Герман Л. А., канд. техн. наук

Горький

На электрифицированных железных дорогах с целью повышения качества электроэнергии и эффективности работы электрических сетей внедряются регулируемые ступенчатые установки поперечной емкостной компенсации (КУ). Некоторые варианты схем регулируемых КУ приведены в [1 и 2].

В соответствии с введенными нормативно-техническими

документами, энергоснабжающая организация задает потребителю оптимальные значения реактивной мощности, Q_{a1} и Q_{a2} , потребляемой из сети системы в режимах ее максимальных и минимальных нагрузок [3]. По величине Q_{a1} определяется необходимая мощность КУ. В зависимости от режима напряжения в рассматриваемом узле в часы минимума нагрузки энерго-

система устанавливает целесообразную величину $Q_{э2}$, в соответствии с которой потребителю следует отключать всю мощность КУ или часть ее. Это значит, что для обеспечения требований энергоснабжающей организации в части $Q_{э2}$ достаточно установить одноступенчатую (когда требуется отключить всю мощность) или двухступенчатую КУ (когда требуется отключить только часть мощности).

С другой стороны, с ростом числа ступеней повышаются технические показатели регулируемых КУ в снижении потерь мощности, несимметрии тока и напряжения, стабилизации напряжения и так далее, но растет стоимость КУ. Поэтому целесообразное количество ступеней следует определять путем сравнения приведенных затрат на КУ с различным числом ступеней. Однако уже путем анализа технических возможностей регулируемых КУ можно показать высокую эффективность их первых ступеней. В частности, в [4], используя заданные графики реактивной нагрузки в виде упорядоченной диаграммы и обоснованный «принцип площадей» доказано, что для электрической сети целесообразное число ступеней не должно быть более 2—3.

Оценим целесообразное количество ступеней регулируемых КУ для условий тяговой нагрузки, постоянно изменяющейся во времени и в общем случае рассматриваемой как случайный процесс. Для решения поставленных в статье задач, связанных с определением средних значений потерь мощности и отклонений напряжения, достаточно применить математический аппарат теории случайных величин. Тяговую нагрузку, как это принято, будем характеризовать ее основными показателями: средним значением (математическим ожиданием) и среднеквадратичным отклонением. Далее в обобщенном виде для реального диапазона основных показателей определены технические характеристики регулируемых КУ и на основании их подтверждаются выводы об эффективности малоступенчатых КУ для тяговой нагрузки электрифицированных железных дорог. При расчетах ограничимся рассмотрением регулируемой КУ в одном узле схемы электроснабжения электрической железной дороги. Анализ технических возможностей в снижении потерь мощности и отклонений напряжения проведем для одно- и двухступенчатых КУ в сравнении с плавно регулируемой КУ ограниченной мощности, а также с КУ, осуществляющими полную компенсацию реактивной мощности.

Изменение текущих потерь мощности в трехфазной сети с однофазными нагрузками участков переменного тока 27,5 кВ при включении однофазной КУ в узле n

$$\delta p = \frac{2}{3U^2} \left[2q_k \sum_{i=1}^N R_m (q_i \cos^2 \gamma_{ni} + 0,5p_i \sin 2\gamma_{ni}) - R_{nn} q_k^2 \right], \quad (1)$$

где U — номинальное напряжение; q_k — текущее значение мощности КУ в узле n ; q_i , p_i — текущие значения реактивной и активной мощности в узле i ; R_{nn} , R_{ni} — соответствующее и взаимное сопротивления узлов n , i ; γ_m — угол, принимающий значение $0, +60^\circ$ и -60° . Если вектор напряжения узла n опережает вектор напряжения узла i , то $\gamma_{ni} = +60^\circ$, в противном случае $\gamma_{ni} = -60^\circ$. При одноименных напряжениях в узлах i и n $\gamma_{ni} = 0$.

Введем обозначение

$$s = \sum_{i=1}^N \frac{R_{ni}}{R_{nn}} (q_i \cos^2 \gamma_{ni} + 0,5p_i \sin 2\gamma_{ni}). \quad (2)$$

Тогда (1) запишем в виде:

$$\delta p = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} (2q_k s - q_k^2). \quad (3)$$

Случайная величина s , являющаяся функцией случайных величин q_i и p_i , представляет некоторую обобщенную нагрузку, которая компенсируется с помощью однофазной КУ мощностью q_k с целью снижения потерь мощности за счет компенсации реактивной мощности и симметрирования токов. Формула (3) универсальна, так как применима для однофазных и трехфазных нагрузок и сетей.

Для симметричных тяговых нагрузок трехфазных сетей электрифицированных участков постоянного тока в (3) коэффициент $2/3$ заменяется на 1, а мощности s и q_k рассматриваются как трехфазные. Соответственно в (2) мощность q_i — трехфазная, а $\gamma_{ni} = 0$. Для определения изменения потерь мощности в однофазной тяговой сети коэффициент $2/3$ также заменяется на 1, а s представляет половину реактивной мощности, потребляемой в тяговой сети.

Далее расчеты проведем для случая трехфазных сетей однофазными нагрузками. Для остальных двух случаев расчет аналогичны.

Эффективность КУ определяется средними потерями мощности. Используя (3), можно получить изменение средних потерь мощности для всех видов регулируемых КУ, определив математическое ожидание случайной величины δp — текущих потерь мощности. Для нерегулируемой КУ мощностью Q_k из (3) получим изменение потерь

$$\delta P_n = \overline{\delta p} = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} (2Q_k s - Q_k^2) = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} (2Q_k S - Q_k^2),$$

где S — среднее значение обобщенной нагрузки. Черта над выражением обозначает его среднее значение (математическое ожидание).

Наибольшее изменение (снижение) потерь будет при $Q_k = S$

$$\delta P_n = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} S^2. \quad (4)$$

Если предположить идеальное плавное регулирование КУ по условию полной компенсации изменяющейся нагрузки то из (3), приравняв $dp/dq_k = 0$, получим, что наибольшее снижение текущих потерь мощности будет при законе регулирования

$$q_k = s. \quad (5)$$

Изменение потерь мощности при этом виде регулирования КУ

$$\delta P_n = \overline{\delta p} = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} (2q_k s - q_k^2). \quad (6)$$

Тогда, подставляя (5) в (6), получим

$$\delta P_n = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} s^2 = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} (S^2 + \sigma^2), \quad (7)$$

где σ — среднеквадратичное отклонение нагрузки s .

Относительное снижение потерь мощности

$$\delta P_n^* = \delta P_n / \overline{\delta P_n} = 1 + (\sigma^*)^2, \quad (8)$$

где $\sigma^* = \sigma/S$ — относительное значение σ .

Относительные значения снижения потерь позволяют в обобщенном виде сравнивать эффективность КУ с различным числом ступеней.

При ступенчатом регулировании мощности КУ из (3) получим

$$\begin{aligned} \delta P_m &= \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} \sum_{c=1}^m \int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} (2q_k s - q_k^2) p(s) ds = \\ &= \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} \sum_{c=1}^m \left[2Q_{kc} \int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} s p(s) ds - \right. \\ &\quad \left. - Q_{k(c)}^2 \int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} p(s) ds \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $S_{b(c)}$ и $S_{b(c+1)}$ — обобщенные нагрузки, при которых включаются ступени c и $c+1$; $p(s)$ — плотность распределения Q_{kc} — мощность КУ при c включенных ступенях; m — количество ступеней КУ. Для последней ступени $s_{b(c+1)} = s_{\max}$, где $s_{\max}$ — максимальное значение s .

Первый интеграл в выражении (9) представляет среднюю величину S_c за время работы ступени c :

$$S_c = \left(\int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} s p(s) ds \right) / \int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} p(s) ds, \quad (10)$$

а второй интеграл — время работы ступени c (θ_c) за достаточный длительный период T (например, за год) в относительных единицах:

$$\frac{\theta_c}{T} = \int_{s_{b(c)}}^{s_{b(c+1)}} p(s) ds. \quad (11)$$

Подставляя (10) и (11) в (9), запишем

$$\delta P_M = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} \sum_{c=1}^m \left(2Q_{kc} S_c \frac{\theta_c}{T} - Q_{kc}^2 \frac{\theta_c}{T} \right). \quad (9a)$$

Очередная ступень включается, когда потери мощности с ней и без нее равны. Тогда из (9) можно определить

$$S_{b(c)} = Q_{k(c-1)} + 0,5Q_{kc}. \quad (12)$$

Для важного в практике случая одноступенчатой КУ

$$\delta P_0 = \frac{2}{3} \frac{R_{nn}}{U^2} \left(2Q_{k0} S_0 \frac{\theta_0}{T} - Q_{k0}^2 \frac{\theta_0}{T} \right), \quad (13)$$

где Q_{k0} — мощность одноступенчатой КУ; θ_0 — время работы КУ.

Определяя из (13) $dP_0/dQ_{k0}=0$ при фиксированном Q_0 находим, что мощность одноступенчатой КУ, при которой получаются минимальные потери,

$$Q_{k0} = S_0. \quad (14)$$

В ряде случаев в качестве закона распределения тяговой нагрузки принимают усеченный нормальный. Тем более оправданным является применение этого закона для случайной величины s , являющейся линейной функцией тяговых нагрузок сети одной или нескольких подстанций.

Плотность распределения s при усеченном нормальном законе

$$p(s) = \frac{1}{M\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}, \quad (15)$$

где $t = \frac{s-S}{\sigma}$; S и σ — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение s ; M — нормирующий множитель;

$$M = \Phi\left(\frac{s_{\max}-S}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{s_{\min}-S}{\sigma}\right); \quad (16)$$

Φ — функция Лапласа; $s_{\max}$ и $s_{\min}$ — максимальное и минимальное значения s , принимается $s_{\max} = 2,5S$; $s_{\min} = 0$.

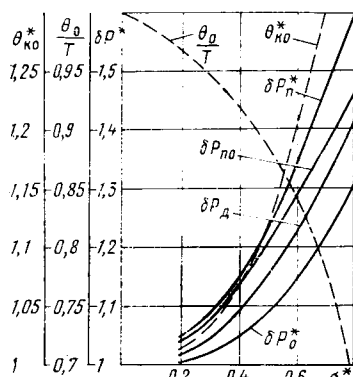


Рис. 1

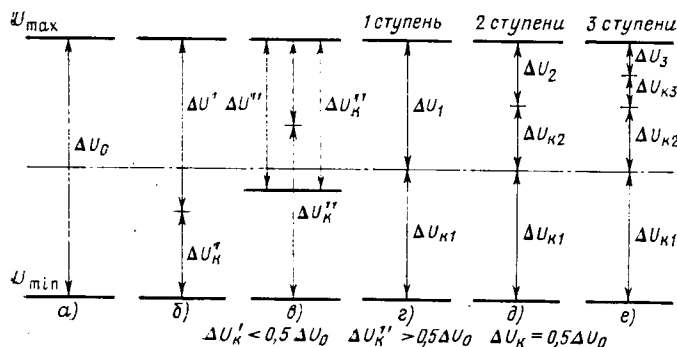


Рис. 2

По рекомендации [5] в дальнейших расчетах принимаем уточненные значения S и σ усеченного нормального закона. Тогда

$$S_0 = \left(\frac{1}{M} \int_{s_{b.0}}^{s_{\max}} sp(s) ds \right) / \left(\frac{1}{M} \int_{s_{b.0}}^{s_{\max}} p(s) ds \right); \quad (17)$$

$$\frac{\theta_0}{T} = \frac{1}{M} \int_{s_{b.0}}^{s_{\max}} p(s) ds, \quad (18)$$

где $s_{b.0}$ — обобщенная нагрузка, при которой включается одноступенчатая КУ.

В результате преобразований (14) с учетом (17), (18) и (15), а также заменив переменные s на t , получим

$$Q_{k0} = S - \sigma e^{-t^2/2} \bigg|_{t_0}^{t_{\max}} \frac{1}{\int_{t_0}^{t_{\max}} e^{-t^2/2} dt}. \quad (19)$$

Здесь t_0 и $t_{\max}$ соответствуют $s_{b.0}$ и $s_{\max}$.

Определим величину $s_{b.0}$. При заданной мощности Q_{k0} моменту включения КУ должна соответствовать такая нагрузка $s = s_{b.0}$, при которой потери мощности с КУ и без КУ были бы равны. Тогда из (3) определяется

$$s_{b.0} = 0,5Q_{k0}. \quad (20)$$

Удобное для решения уравнение получим из (19) и (20)

$$2t_0 + \frac{1}{\sigma^*} = \left(e^{-t^2/2} \bigg|_{t_0}^{t_{\max}} \right) \frac{1}{\int_{t_0}^{t_{\max}} e^{-t^2/2} dt}, \quad (21)$$

где σ^* — относительное среднеквадратическое отклонение, $\sigma^* = \frac{\sigma}{S}$.

Уравнение (21) достаточно просто решается и графически. В результате определяется $t_0 = f_1(\sigma^*)$, из которого вычисляется S_0/δ , затем Q_{k0}/σ и, наконец, $Q_{k0}/S = f_2(\sigma^*)$. Далее, из (14) определяется $\theta_0/T = f_3(\sigma^*)$. Указанные зависимости построены на рис. 1 и могут быть использованы для практических расчетов. Для реальных на электрифицированных железных дорогах переменного и постоянного тока значений $\sigma^* = 0,2-0,7$ мощность одноступенчатой КУ равна $(1,02-1,3)S$, а относительное время ее отключения составляет 4—24 %.

Зная Q_{k0} , S_0 и θ_0/T , нетрудно по формуле (13) определить потери мощности при одноступенчатой КУ (кривая δP_0^* на рис. 1). Для определения сравнительной эффективности одноступенчатой КУ по формуле (7) построена кривая δP_1^* (см. рис. 1) относительного снижения потерь при идеальном плавном регулировании КУ неограниченной мощности.

Сравнение показывает, что если принять дополнительное снижение потерь мощности при плавном регулируемом КУ за 100 %, то эффект одноступенчатой КУ составляет 30—50 %. При двухступенчатой КУ указанный эффект повышается до 60—70 % (кривая δP_2^* рис. 1). Расчет двухступенчатой КУ произведен графическим методом по формулам (9a) и (12). Следует учесть, что по экономическим соображениям максимальная мощность КУ ограничена и, как правило, не превосходит $(1,3-1,5)S$. Если построить кривую снижения потерь мощности (кривая $\delta P_{п.0}^*$ рис. 1) при идеальной плавной регулируемой КУ ограниченной мощности ($Q_{k\max} = 1,5S$), то ясно видно, что в сравнении с этим видом регулирования эффект одноступенчатой КУ составляет 40—70 %, а двухступенчатой — 70—90 %. Это свидетельствует о высокой эффективности первых ступеней регулирования мощности КУ. Учитывая сравнительно небольшие дополнительные затраты на пуско-регулирующую аппаратуру и простоту схемы одноступенчатых КУ, целесообразно в первую очередь ориентироваться на этот вид регулирования.

Технико-экономические расчеты показали, что переход к одноступенчатому регулируемым КУ целесообразен практически для всех нерегулируемых КУ электрифицированных железных дорог. Для некоторых участков с большими тяговыми

нагрузками и большой неравномерностью в движении поездов целесообразен переход на двухступенчатые КУ.

Перейдем к оценке влияния количества ступеней регулируемой КУ на эффективность регулирования напряжения. Для этого покажем изменение размаха отклонения напряжения при регулируемой КУ. Пусть в точке подключения КУ напряжение изменяется от $U_{\min}$ до $U_{\max}$, т. е. потеря напряжения при отключенном КУ составит ΔU_0 (рис. 2, а). При включении одноступенчатой КУ напряжение повышается на ΔU_k . Если принять $\Delta U_k = \Delta U'_k < 0,5\Delta U_0$, то размах отклонения напряжения уменьшается до $\Delta U' = \Delta U_0 - \Delta U'_k$, что больше $0,5\Delta U_0$ (рис. 2, б).

Если же принять $\Delta U_k = \Delta U'_k > 0,5\Delta U_0$, то при напряжениях, близких к $U_{\max}$, КУ должно отключаться, и тогда получаемый размах отклонения $\Delta U'' = \Delta U'_k$ также больше $0,5\Delta U_0$ (рис. 2, в). Отсюда следует, что наименьший размах отклонения напряжения, равный $0,5\Delta U_0$, может быть достигнут при $\Delta U_{k1} = 0,5\Delta U_0$. Здесь и далее индексы 1, 2, 3 обозначают количество ступеней КУ. Таким образом, с помощью одноступенчатой КУ размах отклонения напряжения может быть снижен в два раза. При этом мощность КУ $Q_{k0} \approx S/2$. Аналогично рассуждая, можно показать, что при двухступенчатой КУ вторая ступень должна давать надбавку напряжения $\Delta U_{k2} = 0,25\Delta U_0$, и размах отклонения напряжения снижается до $\Delta U_2 = 0,25\Delta U_0$ (рис. 2, д), а при трехступенчатой $\Delta U_3 = 0,125\Delta U_0$ (рис. 2, е) и т. д. Мощности второй и третьей ступени должны быть соответственно равны $0,25S$ и $0,125S$.

Таким образом, размах отклонений напряжения с увеличением ступеней уменьшается в геометрической прогрессии, уже двухступенчатое КУ снижает отклонения напряжений в 4 раза. Это также свидетельствует о высокой эффективности первых ступеней КУ для регулирования напряжения. Проведенные расчеты со ступенчатыми КУ выполнены для идеального случая регулирования, когда отсутствует задержка на переключение ступени. В действительности по разным причинам такая задержка вводится в систему автоматического регулирования. В результате эффект регулирования, естественно, снижается, но можно полагать, что доля «вклада» каждой ступени должна соответствовать приведенным расчетам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герман Л. А., Сеницына Л. А. Установка параллельной компенсации со ступенчатым регулированием мощности. Вестник ВНИИЖТ, 1980, № 4.
2. Мамошин Р. Р., Зимакова А. Н. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. — М.: Транспорт, 1981.
3. Копытов Ю. В., Железко Ю. С., Файницкий В. В. Т. бования по компенсации реактивной мощности потребителей электроэнергии. — Промышленная энергетика, 1981, № 11.
4. Каялов Г. М., Ковалев И. Н. Расчет компенсации реактивных нагрузок регулирующими конденсаторными батареями. Электричество, 1971, № 8.
5. Марквардт Г. Г. Применение усеченного нормального закона распределения к тяговой нагрузке и уточнение его параметров. — Ученые записки ВЗИИТ, 1964, № 11.

[16.03.]

УДК 621.317.32:621.313

Экспериментальный анализ внешнего магнитного поля электротехнических устройств

ЧАЛИСОВ Ю. И., ДОДЗИНА Т. Я.

ЭНИН им. Г. М. Кржижановского

При исследовании электромагнитной совместимости различного рода электротехнического и электронного оборудования или разработке защиты от нежелательного действия магнитного поля оборудования на окружающую среду (1—3) часто требуется найти картину распределения напряженности внешнего магнитного поля (ВМП) какого-либо объекта. При этом под ВМП понимается поле в области вне некоторой замкнутой воображаемой поверхности, целиком охватывающей объект — источник поля. Если внешняя область незлектропроводна, а магнитное поле во времени не меняется или же меняется достаточно медленно, ВМП можно описать при помощи скалярного магнитного потенциала v . Напряженность поля

$$\vec{H} = -\text{grad } v, \quad (1)$$

а v есть решение краевой задачи для уравнения Лапласа

$$\nabla^2 v = 0 \quad (2)$$

с соответствующими граничными условиями, задаваемыми на замкнутой поверхности, целиком охватывающей источник поля. Здесь и далее, если речь идет о переменном квазистационарном поле, приводимые соотношения справедливы для мгновенных значений величин v , H и т. п.

В ряде случаев нужно знать распределение напряженности ВМП на большом по сравнению с размерами источника поля расстоянии. Тогда выбор формы замкнутой граничной поверхности в значительной мере произволен. Если выбрать сферу, задача анализа ВМП объекта и воссоздания картины распределения его поля во внешнем пространстве совпадает с известной задачей анализа магнитного поля Земли [4].

В сферической системе координат r, θ, φ для области вне сферы с $r=r_0$ радиальная составляющая вектора напряженности магнитного поля источников, расположенных в шаре с $r \leq r_0$, может быть представлена в виде ряда

$$H_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{r^{n+2}} \sum_{k=0}^n (a_{nk} \cos k\varphi + b_{nk} \sin k\varphi) P_n^{(k)}(\cos \theta). \quad (3)$$

Здесь $P_n^{(k)}(\cos \theta)$ — полиномы и присоединенные полиномы Лежандра первого рода, а неизвестные коэффициенты a_{nk}, b_{nk} определяются из условий на сфере $r=r_0$. Измерив величины

напряженности в некотором количестве точек $Q_i(r_0, \theta_i, \varphi_i)$, можно найти приближенные значения a_{nk}, b_{nk} неизвестных коэффициентов ряда (3), а следовательно, и приближенную картину распределения напряженности ВМП.

Такой способ косвенного измерения напряженности ВМП заключающийся по существу в определении компонентов эквивалентных магнитных мультипольных моментов объекта, известным образом связанных с коэффициентами a_{nk}, b_{nk} , эффективен в тех случаях, когда нужно найти распределение напряженности на значительном расстоянии от объекта и при наличии сильных помех. Это следует из того, что значение напряженности ВМП уменьшается с расстоянием не медленнее чем r^{-3} . Поэтому измерение величин $H_{ri}(r_0, \theta_i, \varphi_i)$ вместе с $H_r(r, \theta, \varphi)$ при $r \gg r_0$ может существенно снизить влияние помех, и в конечном счете, позволяет найти $\vec{H}(r, \theta, \varphi)$ в тех случаях, когда непосредственные измерения невозможны. Описываемый способ исследования ВМП объекта сводится к задаче гармонического анализа на сфере, когда значения функции, подлежащей разложению в ряд Фурье по сферическим гармоникам, известны в N точках. Все вопросы, возникающие в практическом гармоническом анализе (скорость сходимости, погрешность определения коэффициентов Фурье из-за усечения ряда и т. д.), остаются в силе и здесь и будут обсуждены применительно к поставленной задаче анализа ВМП оборудования.

Прежде всего должно быть выбрано значение радиуса r_0 и указаны количество N и координаты точек измерения на сфере $r=r_0$, а также длина m отрезка ряда (3), аппроксимирующей функцию H_{ri} . Радиус r_0 выбирается из условия надежности измерений напряженности ВМП на фоне мешающих посторонних магнитных полей. Считаем, что условия измерений удовлетворительны, если измеряемое значение H в $k \gg 1$ раз превышает значение h напряженности мешающего поля. Тогда в предположении, что поле помех однородно, а напряженность ВМП изменяется в пространстве как r^{-3} , получаем

$$r_0 \leq \left(\frac{H_{\text{пред}}}{kh} \right)^{1/3} r_{\text{пред}},$$

где $H_{\text{пред}}$ — подлежащее определению минимальное значение

пряженности ВМП на наибольшем по условиям конкретной задачи расстоянии $r_{\text{пред}}$.

Для описания ВМП на расстояниях $r > r_0$ во многих задачах достаточно знать несколько первых коэффициентов ряда (3). Если число членов ряда, учитываемых при вычислениях коэффициентов, конечно и равно m , найденные значения коэффициентов $\bar{a}_{nk} \approx a_{nk}$ и $\bar{b}_{nk} \approx b_{nk}$, число которых равно $m(m+2)$, будут иметь погрешность, обусловленную неучтенными высшими пространственными гармониками с номерами $n > m$. Роль последних с уменьшением r_0 быстро возрастает, что нужно иметь в виду при выборе радиуса по соотношению (4). Попытка учесть большее число гармоник не всегда оправдана, так как количество точек N на сфере радиусом r_0 , в которых необходимо провести измерения, с увеличением m быстро растет: $N \geq m(m+2)$. Таким образом, выбор чисел N и m должен быть сделан исходя из характера функции $H_r(r_0, \theta, \varphi)$. Ниже этот вопрос обсуждается более подробно.

Что касается координат точек измерения, то, поскольку искомые коэффициенты Фурье ряда (3) выражаются через поверхностные интегралы, выбор производится в соответствии с применяемым методом построения кубатурной формулы и также связан с видом функции H_r . Например, могут быть взяты сетки точек измерения и кубатурные формулы наивысшей точности, предложенные в [5]. В данной статье использован другой известный подход, заключающийся в следующем. Сетка с числом узлов $N > m(m+2)$ приблизительно равномерно (по координатам θ и φ) распределенных по поверхности с $r=r_0$, позволяет записать следующую систему линейных уравнений, получаемых из усеченного ряда (3):

$$H_{ri} = \sum_{n=1}^m \frac{n+1}{r_0^{n+2}} \sum_{k=0}^n (a_{nk} \cos k\varphi_i + b_{nk} \sin k\varphi_i) P_n^{(k)}(\cos \theta_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, N; \quad N > m(m+2). \quad (5)$$

Система (5) решается по методу наименьших квадратов [6]. Формулы для вычисления неизвестных имеют вид

$$\left. \begin{aligned} a_{nk} &\approx \bar{a}_{nk} \\ b_{nk} &\approx \bar{b}_{nk} \end{aligned} \right\} = \sum_{i=1}^N \left\{ \begin{aligned} c_i^{(nk)} \\ d_i^{(nk)} \end{aligned} \right\} H_{ri}. \quad (6)$$

Коэффициенты в формулах (6) определяются как

$$\left\{ \begin{aligned} c_i^{(nk)} \\ d_i^{(nk)} \end{aligned} \right\} = (\mathbf{A}^* \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^*, \quad (7)$$

где $\mathbf{A}$ — матрица коэффициентов при неизвестных системы условий уравнений (5); $\mathbf{A}^*$ — транспонированная к ней матрица.

Разумеется, координаты точек измерения (θ_i, φ_i) должны быть выбраны так, чтобы число линейно независимых уравнений в системе (5) было бы не меньше числа неизвестных, т. е. чтобы ранг матрицы $\mathbf{A}$ был бы не ниже $m(m+2)$.

Один из основных вопросов при исследовании ВМП методом пространственного гармонического анализа следующий: какова теоретическая погрешность вычисления первых коэффициентов Фурье функции $H_{ri}(r_0, \theta_i, \varphi_i)$, $i=1, 2, \dots, N$ при выбранных радиусе r_0 , длине отрезка ряда m и количестве и координатах точек измерения N ? Ответ может быть дан, как уже упоминалось, если функция H_r конкретизирована. Попробуем сделать это.

С точки зрения возбуждения в окружающем пространстве квазистационарного магнитного поля какой-либо электротехнический объект в каждый момент времени можно представить в виде совокупности конечного числа элементарных магнитных диполей, каждый из которых находится в центре малого элемента объекта (погрешность замены магнитного поля витка с током полем элементарного диполя вычислена в [7]). Сумма моментов элементарных диполей равна эквивалентному дипольному моменту объекта. Это означает, что для оценки теоретической погрешности при определении, например, коэффициентов a_{10}, a_{11}, b_{11} (они пропорциональны компонентам M_z, M_x, M_y вектора эквивалентного момента объекта) достаточно выяснить характер функции H_r , описывающей на сфере r_0 распределение радиальной составляющей напряженности поля только одного элементарного диполя, находящегося в произвольной точке Q_d внутри шара $r < r_0$.

Рассмотрим поле такого диполя. Пусть вектор его магнитного момента имеет только осевую составляющую M_z , причем $M_z/4\pi=1$. Согласно [8] скалярный магнитный потенциал поля

диполя в точке $Q(r_0, \theta, \varphi)$

$$v = \frac{r_0 \cos \theta - r_d \cos \theta_d}{\rho^3}, \quad (8)$$

где

$$\rho^2 = r_0^2 + r_d^2 - 2r_0 r_d \cos \gamma; \quad (9)$$

$$\cos \gamma = \cos \theta_d \cos \theta + \sin \theta_d \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_d). \quad (10)$$

Положив $r_0 = 1$, разложим $1/\rho^3$ при $r_d < 1$ в ряд:

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{(1 + r_d^2 - 2r_d \cos \gamma)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} r_d^n G_n^{(3/2)}(\cos \gamma), \quad (11)$$

где $G_n^{(3/2)}(\cos \gamma)$ — полином Гегенбауэра [9].

Учитывая соотношение

$$G_n^{(3/2)}(x) = \frac{dP_{n+1}(x)}{dx} \quad (12)$$

и производя необходимые преобразования, получаем

$$H_r = - \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=1} = \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) r_d^{n-1} \times$$

$$\times [P'_n(x) \cos \theta - P'_{n-1}(x) \cos \theta_d], \quad (13)$$

где $P'_n(x) = \frac{dP_n(x)}{dx}$; $x = \cos \gamma$.

Для n -го члена ряда (13) справедливо следующее очевидное неравенство:

$$|H_r^{(n)}| \leq (n+1) r_d^{n-1} [|P'_n(x)| + |P'_{n-1}(x)|]. \quad (14)$$

Используя соотношение [10]:

$$P'_n(x) - x P'_{n-1}(x) = n P_{n-1}(x) \quad (15)$$

и неравенства $|x| \leq 1$ и $|P_n(x)| \leq 1$, можно написать последовательность неравенств:

$$\left. \begin{aligned} |P'_n(x)| &\leq |P'_{n-1}(x)| + n; \\ |P'_{n-1}(x)| &\leq |P'_{n-2}(x)| + n-1; \\ &\dots \dots \dots \\ |P'_1(x)| &\leq |P'_0(x)| + 1. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Складывая эти неравенства, получаем

$$|P'_n(x)| \leq \frac{n(n+1)}{2}. \quad (17)$$

С помощью оценки (17) из (14) находим

$$|H_r^{(n)}| \leq (n+1) n^2 r_d^{n-1}. \quad (18)$$

Если диполь находится в точке z_d на полярной оси системы координат ($\theta_d = 0$), то

$$|H_r^{(n)}| \leq (n+1) n z_d^{n-1}. \quad (18a)$$

Таким образом, амплитуды поверхностных гармоник, представляющих на сфере с $r=1$ распределение радиальной компоненты вектора напряженности магнитного поля единичного диполя, находящегося в произвольной точке Q_d внутри шара с $r < 1$, не превосходят значений, ограниченных неравенствами (18), (18a).

Построенные с помощью (18) предельные спектры функции $H_r(1, \theta, \varphi)$ для различных значений удаленности вертикального диполя от начала координат показаны на рис. 1. Имея эти кривые, можно указать необходимое число гармоник, с нужной точностью описывающее ВМП реального объекта как на поверхности с r_0 , так и в удаленных точках. Например, если для анализа ВМП выбрана сфера, радиус которой в два раза превышает максимальные габариты объекта (имеются ввиду размеры активного в электромагнитном отношении объема), т. е. $r_d \leq 0,5$, то по кривым рис. 1 находим, что при $n > 17$

$$\max |H_r^{(n)}| < 0,05 \max |H_r^{(1)}|.$$

Это означает, что в данном случае 17 первых гармоник дают практически точное описание картины распределения вектора напряженности ВМП во всей области $r > 1$. В реальном объекте источники поля расположены по всему объему $r < r_d$, поэтому указанное число гармоник наверняка сильно завышено. Значения коэффициентов a_{nh} , b_{nh} , найденные по отрезку ряда, содержащему все члены с номерами $n \leq m = 17$, будут близки к точным значениям коэффициентов Фурье, так как гармоники с номерами $n > 17$ не могут создать заметную ошибку (см. рис. 1).

Определение коэффициентов ряда (3) для семнадцати поверхностных гармоник — трудоемкая задача, так как требуется произвести измерения не менее чем в 323 точках и решить соответствующую систему уравнений (5). Более подходящей представляется следующая процедура. В соответствии с (4) выбирается радиус r_0 . Выбор числа точек измерения N определяется практическими соображениями организации измерений, например затратами времени на измерения или количеством измерительных датчиков, которые одновременно используются. Выбранное число N автоматически определяет максимальную длину m отрезка ряда (3). Далее составляется система условных уравнений (5) и составляются формулы (6). Практическая пригодность полученных формул с точки зрения теоретической погрешности определения первых коэффициентов Фурье (например, трех компонент вектора дипольного магнитного момента объекта) проверяется контрольными вычислениями для пробного элементарного единичного диполя, находящегося в произвольной точке $Q_d(r_d, \theta_d, \varphi_d)$, $r_d < r_0 = 1$. Используя (8)—(10) и (1), можно получить выражения для радиальной компоненты вектора напряженности поля такого диполя, имеющего, например, только вертикальную компоненту момента:

$$H_{ri} = \frac{2 \cos \theta_i - r_d \cos \theta_i \cos \varphi_i + 3 \cos \theta_d + r_d [\cos \theta_i - 3 \cos \theta_d \cos \varphi_i]}{(1 + r_d^2 - 2 r_d \cos \varphi_i)^{3/2}}. \quad (19)$$

Если вычисленные по (19) значения H_{ri} подставить в (6), найдем величины a_{10} , $\bar{a}_{11}$, $\bar{b}_{11}$ и теоретические погрешности:

$$\left. \begin{aligned} (\Delta a_{10})_{10} &= \sum_{i=1}^N c_i^{(10)} H_{ri} - 1 = \bar{a}_{10} - 1; \\ (\Delta a_{11})_{10} &= \sum_{i=1}^N c_i^{(11)} H_{ri} = \bar{a}_{11}; \\ (\Delta b_{11})_{10} &= \sum_{i=1}^N d_i^{(11)} H_{ri} = \bar{b}_{11} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

в зависимости от расположения Q_d пробного диполя (индекс «10» у скобок указывает на то, что вектор магнитного момента пробного диполя имеет только вертикальную составляющую). Результаты таких расчетов позволяют найти размеры рабочей зоны $r < r_d$, в которой должен находиться обследуемый объект, чтобы теоретическая погрешность определения его дипольного момента не превышала заданное значение.

Полезно выяснить, какие гармоники вносят наибольший вклад в величины погрешностей (20), так как это облегчает поиск подходящей сетки точек измерения, если уже выбранная сетка не обеспечивает нужных размеров рабочей зоны. Полная погрешность $(\Delta a_{nh})_{10}$ может быть представлена в виде суммы парциальных погрешностей $(\Delta_{pl} a_{nh})_{10}$, создаваемых соответствующими зональными, тессеральными и секториальными гармониками:

$$(\Delta a_{nh})_{10} = \sum_{p=m+1}^{\infty} \sum_{l=0}^p (\Delta_{pl} a_{nh})_{10}. \quad (21)$$

Амплитуды поверхностных гармоник, порождаемых смещением единичного элементарного, например вертикального диполя от начала координат, равны:

$$\left. \begin{aligned} a_{pl} \} &= \omega (p-l) \frac{(p-l-1)!}{(p+l-1)!} r_d^{n-1} P_{p-1}^{(l)}(\cos \theta_d) \begin{cases} \cos l \varphi_d \\ \sin l \varphi_d \end{cases}; \\ b_{pl} \} & \end{aligned} \right\} \quad \omega = \begin{cases} 1, & l = 0; \\ 2, & l \neq 0. \end{cases} \quad (22)$$

Соотношения (22) получаются из (3) и (13) приравняв коэффициенты у членов, содержащих r в одинаковой степени. Парциальные погрешности вычисляются аналогично полным, но значения напряженности, подставляемые в формулы (6), определяются выражением для соответствующей гармоники:

$$H_{ri}^{pl} = (p+1) \begin{Bmatrix} a_{pl} \\ b_{pl} \end{Bmatrix} P_p^{(l)}(\cos \theta_i) \begin{cases} \cos l \varphi_i \\ \sin l \varphi_i \end{cases}. \quad (2)$$

Тогда при $p > m+1$

$$(\Delta_{pl} a_{10})_{10} = \sum_{i=1}^N c_i^{(10)} H_{ri}^{pl} \quad (2)$$

и т. д.

Для данного r_d , соответствующего размеру рабочей зоны вычисления парциальных погрешностей достаточно провести только для гармоник с номерами $p \leq q$. Значение q определяет по кривым рис. 1 из условия

$$\max |H_r^{(q)}| < \frac{2\varepsilon}{N}, \quad (2)$$

где ε — заданная величина теоретической погрешности вычисления дипольного момента.

Оценка (25) получается, если предположить, что в худшем случае узлы сетки измерений совпадают с пучностями q гармоники, а все коэффициенты $\{c_i, d_i\}$ формул (6) положительны и равны наибольшему из них.

При выбранной сетке точек измерения можно попытаться увеличить размеры рабочей зоны, сгладив функцию H_{ri} , т. е. исключив из ее спектра некоторые гармоники с номерами $p >$ ответственные за большую часть погрешности. Рассмотренная возможность имеет смысл, поскольку сглаживание функции H_{ri} выполняется естественным образом, если для измерения радиальной компоненты напряженности переменного поля применяется индукционный магнитометрический преобразователь [11], в простейшем случае представляющий собой обычную катушку. Пусть катушка состоит из одного тонкого кругового витка, центр которого расположен на луче (θ_i, φ_i) . Сам виток лежит на сфере с $r=r_0$, а угол между лучом (θ_i, φ_i) и отрезком проведенным из центра сферы в любую точку витка, равен. Возьмем интеграл от левой и правой частей (5) по участку

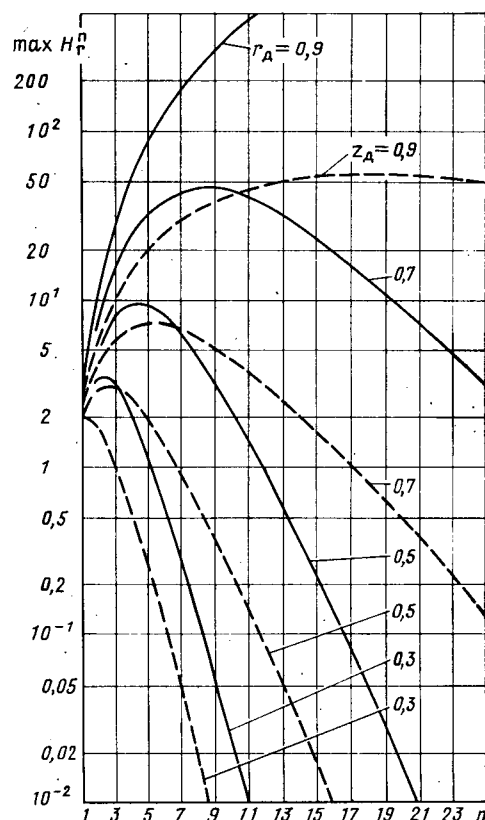


Рис. 1. Спектры функции $H_r(1, \theta, \varphi)$ в зависимости от удаленности вертикального диполя от начала координат. — пробный диполь в произвольной точке; — — — пробный диполь на оси $\theta=0$

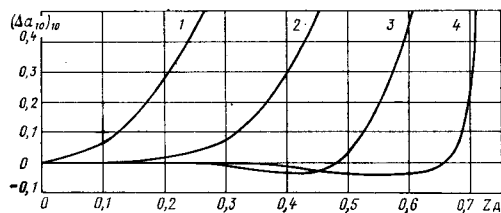


Рис. 2. Зависимость теоретической погрешности от смещения пробного диполя для измерительных сеток: 1 — $N=6$, $m=1$; 2 — $N=14$, $m=2$; 3 — $N=26$, $m=3$; 4 — $N=62$, $m=5$

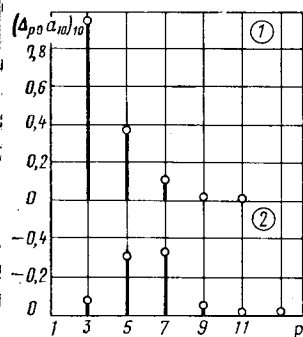


Рис. 3. Спектры парциальных погрешностей для измерительных сеток: 1 — $N=6$, $m=1$; 2 — $N=14$, $m=2$

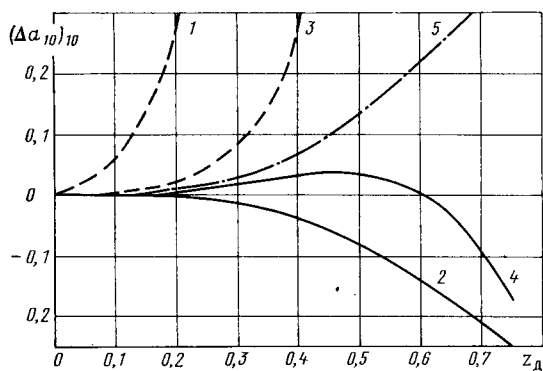


Рис. 4. Зависимость теоретической погрешности от смещения пробного диполя в случае датчиков конечного размера для измерительных сеток: 1 — $N=6$, $m=1$, $\delta=0$; 2 — $N=6$, $m=1$, $\delta=63^\circ 20'$; 3 — $N=14$, $m=2$, $\delta=0$; 4 — $N=14$, $m=2$, $\delta=35^\circ$; 5 — $N=14$, $m=2$, $\delta=29^\circ 20'$

сферы радиусом r_0 , опирающемуся на виток. Слева получаем величину F_i , пропорциональную магнитному потокоцеплению измерительной катушки, а справа — сумму величин, пропорциональных магнитным потокам через площадку S_i , которые созданы элементарными мультиполями, эквивалентными источнику ВМП. При интегрировании правой части (5) нужно вычислить интегралы вида

$$\Phi_{nk} = \int_{S_i} \left\{ \begin{matrix} \cos k\varphi \\ \sin k\varphi \end{matrix} \right\} P_n^{(k)}(\cos \theta) dS. \quad (26)$$

В [12] доказано, что эти интегралы равны

$$\Phi_{nk} = f_n(\cos \delta) P_n^{(k)}(\cos \theta_i) \left\{ \begin{matrix} \cos k\varphi_i \\ \sin k\varphi_i \end{matrix} \right\}, \quad (27)$$

где

$$f_n(\delta) = \frac{2\pi}{2n+1} [P_{n-1}(\cos \delta) - P_{n+1}(\cos \delta)]. \quad (28)$$

Таким образом, с учетом конечного размера измерительной катушки следует вместо системы уравнений (5) написать

$$F_i = \sum_{n=1}^m \frac{n+1}{r_0^{n+2}} f_n(\cos \delta) \sum_{k=0}^n (a_{nk} \cos k\varphi_i + b_{nk} \sin k\varphi_i) \times$$

Номер сетки	Формула
1	$M_z = 0,25 (H_1 - H_6)$
	$M_x = 0,25 (H_2 - H_4)$
	$M_y = 0,25 (H_3 - H_5)$
2	$M_z = 0,1070 (H_1 - H_{14}) + 0,0619 \left(\sum_{i=2}^5 H_i - \sum_{i=10}^{13} H_i \right)$
	$M_x = 0,0619 (H_2 - H_3 - H_4 + H_5 + H_{10} - H_{11} - H_{12} + H_{13}) + 0,1070 (H_6 - H_8)$
	$M_y = 0,0619 (H_2 + H_3 - H_4 - H_5 + H_{10} + H_{11} - H_{12} - H_{13}) + 0,1070 (H_7 - H_9)$
3	$M_z = 0,050 (H_1 - H_{26}) + 0,0354 \left(\sum_{i=2}^9 H_i - \sum_{i=18}^{25} H_i \right)$
	$M_x = 0,0354 (H_2 - H_6 + H_{18} - H_{22}) + 0,0250 (H_3 - H_5 - H_7 + H_9 + H_{19} - H_{21} - H_{23} + H_{25}) + 0,0750 (H_{10} - H_{14}) + 0,0530 (H_{11} - H_{13} - H_{15} + H_{17})$
	$M_y = 0,0250 (H_3 + H_5 - H_7 - H_9 + H_{19} + H_{21} - H_{23} - H_{25}) + 0,0354 (H_4 - H_8 + H_{20} - H_{24}) + 0,0530 (H_{11} + H_{13} - H_{15} - H_{17}) + 0,0750 (H_{12} - H_{16})$
4	$M_x = 0,0214 (H_1 - H_{62}) + 0,0138 \left(\sum_{i=2}^{13} H_i - \sum_{i=50}^{61} H_i \right) + 0,0143 \left(\sum_{i=14}^{25} H_i - \sum_{i=28}^{49} H_i \right)$
	$M_z = 0,00793 (H_2 - H_8 + H_{50} - H_{56}) + 0,00687 (H_3 - H_7 - H_9 + H_{13} + H_{51} - H_{55} - H_{57} + H_{61}) + 0,00396 (H_4 - H_6 - H_{10} + H_{12} + H_{52} - H_{54} - H_{58} + H_{60}) + 0,02474 (H_{14} - H_{20} + H_{38} - H_{44}) + 0,02143 (H_{15} - H_{19} - H_{21} + H_{25} + H_{39} - H_{43} - H_{45} + H_{49}) + 0,01237 (H_{16} - H_{18} - H_{22} + H_{24} + H_{40} - H_{42} - H_{46} + H_{48}) + 0,03254 (H_{26} - H_{32}) + 0,02818 (H_{27} - H_{31} - H_{33} + H_{37}) + 0,01627 (H_{28} - H_{30} - H_{34} + H_{36})$
	$M_y = 0,00396 (H_3 + H_7 - H_9 - H_{13} + H_{51} + H_{55} - H_{57} - H_{61}) + 0,00687 (H_4 + H_6 - H_{10} - H_{12} + H_{52} + H_{54} - H_{58} - H_{60}) + 0,00793 (H_5 - H_{11} + H_{53} - H_{59}) + 0,01237 (H_{15} + H_{19} - H_{21} - H_{25} + H_{39} + H_{43} - H_{45} - H_{49}) + 0,02143 (H_{16} + H_{18} - H_{22} - H_{24} + H_{40} + H_{42} - H_{46} - H_{48}) + 0,02474 (H_{17} - H_{23} + H_{41} - H_{47}) + 0,01627 (H_{27} + H_{31} - H_{33} - H_{37}) + 0,02818 (H_{28} + H_{30} - H_{34} - H_{36}) + 0,03254 (H_{29} - H_{35})$

$$\times P_n^{(k)}(\cos \theta_i), i = 1, 2, \dots, N; N \geq m(m+2). \quad (29)$$

Системы уравнений различаются только коэффициентами $f_n(\cos \delta)$, которые представляют собой многочлены степени не выше $n+1$ относительно $\cos \delta$. Если угловой размер измерительной катушки $\delta = \delta_0$ таков, что $\cos \delta_0$ оказывается корнем полинома f_n для $n=p>m$ ($\delta_0 \neq 0$), то измерительная катушка не будет реагировать на p -ую гармонику функции $H_{\tau i}$, и теоретические погрешности (20) могут уменьшиться. Стоит отметить, что в такой постановке задача снижения погрешности анализа ВМП оказывается тесно связанной с задачей синтеза поля внутри сферы. Например, система из N измерительных катушек одинакового радиуса, расположенных на сфере в соответствии с сеткой (θ_i, φ_i) и соединенных между собой последовательно, причем чувствительности катушек (т. е. количества витков) пропорциональны, например, коэффициентам $c_i^{(10)}$, вычисленным для этой сетки точек измерения, осуществляет автоматический гармонический анализ ВМП объекта, расположенного внутри

Расчет режимов сложных систем методом деления на подсистемы

АМИРИКЯН Р. А., ШАРАБХАНЫ И. И.

Ереван

Тенденция создания межсистемных связей (МС), развития энергосистем и их объединение требует разработки алгоритмов, учитывающих особенности управления режимами сложных электроэнергетических систем (ЭЭС).

Применение обращенной формы уравнений узловых напряжений в задачах управления режимами ЭЭС связано с предварительным определением матрицы узловых сопротивлений Z обратной матрице узловых проводимостей Y . Определение Z для больших электрических систем обращением Y является очень трудоемким. Поэтому разработка новых методов, обеспечивающих быстрый расчет установившихся режимов сложных ЭЭС, при ограниченной памяти ЦВМ является весьма актуальной.

Целесообразными в настоящее время и перспективными являются методы, в основе которых лежит деление больших систем на подсистемы (ПС) [1—5]. Существующая практика расчета установившихся режимов больших электрических систем по частям связана с приведением параметров к одной ступени напряжения. Однако в задачах оперативного управления режимами современных ЭЭС целесообразно расчеты выполнять в натуральных параметрах. Кроме того, известно, что режим, рассчитанный с приведением параметров к одной ступени напряжения, не может считаться правильным при наличии в замкнутом контуре системы трансформатора с неуравновешенным коэффициентом трансформации.

Статья посвящена разработке алгоритма расчета установившихся режимов сложных ЭЭС делением системы на ПС без приведения параметров к одной ступени напряжения.

В [6] приведены общие положения расчета схем с трансформациями. Суть предложенного метода заключается в том, что система делится на две ПС по трансформаторным связям. Для каждой ПС определяются эквивалентные параметры узлов связей, используя которые совместно с граничными условиями, вычисляются параметры искомого режима. Применение описанной методики невозможно при делении системы на более, чем два ПС. Недостатком является и то, что базисным узлом должен быть один из узлов трансформаторных связей.

В [3] предлагается алгоритм расчета установившихся режимов больших ЭЭС, когда параметры системы приведены к одной ступени напряжения. Применение описанной методики при решении без приведения параметров системы к одной ступени напряжения не представляется возможным.

Алгоритм, описанный в [7] (метод эквивалентного балансирующего узла, которому дается предпочтение), не относится к точным методам, так как режим системы определяется итерационным расчетом даже тогда, когда узловые нагрузки заданы точками.

В [8] по аналогии с [9], где рассматривается система с параметрами, приведенными к одной ступени напряжения, сделана попытка определения установившегося режима системы методом деления на несвязанные ПС без приведения параметров к одной ступени напряжения. В этой статье метод иллюстрируется на нетипичном примере (теряется общность). Ставя задачу в общей постановке, почему-то рассматриваются частные варианты деления системы. К тому же, даже на таком нехарактерном примере системы с натуральными параметрами допущена ошибка при составлении уравнений связей ПС, которую для приведенного примера можно было бы избежать. В данном случае принципиальным является то, что даже при эквивалентной замене трансформаторов (элемент трансформации представляется продольно-поперечными пассивными и активными узловыми параметрами, решение по [8] будет итеративным и не будет однозначным даже тогда, когда узловые нагрузки заданы токами, так как в уравнении баланса токов ПС в общем случае входят составляющие узловых токов (в узлах с поперечной проводимостью и в узлах трансформаторов с комплексным коэффициентом трансформации), зависящих от соответствующих узловых напряжений, которые, как известно, являются искомыми.

В [10] описаны некоторые из известных методов расчета установившихся режимов электрических систем путем разбиения их на ПС, когда параметры системы приведены к одной ступени напряжения. Однако большинство из описанных приемов не приспособлены к определению режима системы в натуральных параметрах с использованием преимуществ диакоптики. Приемы деления схем на ПС разрезанием ветвей и путем выделения пограничных узлов [10], которые могут быть применены при решении в натуральных параметрах, связаны с большими вычислительными операциями, чем предлагаемый. К стати, эти два приема не относятся к методам физического деления системы [1—5], а относятся к различным способам деления матрицы системы узловых уравнений на блоки при определенной нумерации узлов. В частности, этим и объясняется увеличение числа вычислительных операций, так как определение граничных токов по вышеприведенным приемам [10] связано с матричными операциями, в то время как в предлагаемой статье используется топологический способ описания связей ПС, суть которого сводится к тому, чтобы использовать в явном виде действия токов в линиях связей ПС, входящие в неявном виде в уравнения узловых напряжений при рассмотрении системы в целом. Недостатком двух вышеуказанных приемов деления надо считать и то, что изменения пассивных параметров ПС связаны с большими дополнительными вычислениями, чем по предлагаемому методу. А при изменениях пассивных параметров линий связей ПС приходится пересчитать матрицу узловых сопротивлений ПС, связанных этими линиями, а по предлагаемому методу эти изменения учитываются лишь в уравнениях связей ПС, что связано меньшими вычислительными операциями.

При решении системы по частям принципиальными, на наш взгляд, являются два подхода: деление системы на радиально связанные ПС [3] и на несвязанные ПС. Возникает вопрос, можно ли использовать преимущества диакоптического метода при делении системы на радиально связанные ПС, когда решение осуществляется в натуральных параметрах. Наши исследования показали, что невозможно, в то время как при делении системы на несвязанные ПС вопрос решается успешно. Предлагаемый нами метод не вводит ограничений в выбор базисного узла (разумеется, не учитывая физических ограничений, так как базисный узел является балансирующим по активной и реактивной мощности) на деление системы на ПС, лишен вытекающих из этого указанных недостатков, связан с меньшими вычислениями вообще и дополнительными вычислениями при изменениях пассивных параметров системы и обеспечивает решение как с приведением, так и без приведения исходной информации к одной ступени напряжения.

Постановка задачи. Заданы схема замещения сложной ЭЭС, активные и реактивные сопротивления ветвей в натуральном виде, активные и реактивные мощности в узлах, коэффициенты трансформации трансформаторов и базисный узел с напряжением U_0 . Необходимо определить установившийся режим ЭЭС методом деления ее на несвязанные ПС с использованием обращенной формы уравнений узловых напряжений.

А л г о р и т м р е ш е н и я. Электроэнергетическая система путем удаления МС расчленяется на несвязанные ПС. В каждой ПС, кроме ПС с базисным узлом и ПС, в которых имеется поперечная проводимость или трансформатор с неуравновешенным коэффициентом трансформации, выбирается опорный узел, который через проводимость (для простоты — единичную) заземляется. Назовем ее ветвью заземления (ВЗ). С вычислительной точки зрения целесообразно опорным принимать один из узлов МС. Таким образом, получаем систему с несвязанными ПС (отсутствует потокообмен между ПС по МС) и общим узлом. Для этой искусственной системы необходимо установить такие математические модели, чтобы токи и напряжения в любом элементе были бы аналогичными величинам ЭЭС, когда она рассматривается в целом. Математические модели строятся исходя из особенностей предлагаемого деления системы на

ПС, суть которого заключается в перестройке схемы фактических потоков под действием задающих активных узловых параметров исходной сети. Задача сводится к определению дополнительных активных узловых параметров, имитирующих включение МС и отключение ВЗ, воздействием которых на искусственную систему в ее соответствующих узлах восстанавливается схема фактического потокоораспределения.

Для каждой ПС составляются и решаются уравнения ее состояния. Дополнительно составляются и решаются $M+B$ уравнений (M — число МС; B — число ВЗ), где в качестве переменных рассматриваются токи в МС и ВЗ.

Напряжения в узлах ПС $\dot{U}_m$ определяются как алгебраические суммы напряжений: от узловых токов $\dot{U}_{m\gamma}$, токов в МС и в опорных узлах $\dot{U}_{m\beta}$, имитирующих соответственно включение МС и отключение ВЗ.

Расчет установившегося режима ЭЭС сводится к следующему.

1. Составляется матрица узловых проводимостей Y_N по заданным натуральным сопротивлениям ветвей [11], и определяется матрица узловых сопротивлений ПС $Z_N = Y_N^{-1}$ относительно опорных узлов. Для ПС с поперечной проводимостью опорным узлом является узел этой ветви. Для ПС, в которых имеется трансформатор с неуравновешенным коэффициентом трансформации, Y_N получается неособенной, и потому она может быть обращена непосредственно.

2. Задавая приближенные значения напряжения в узлах ПС, решаем уравнения

$$U_{m\gamma} = Z_N \left(\frac{\hat{S}_m}{\hat{U}_m} + Y_{m\beta} \dot{U}_\beta \right), \quad (1)$$

где $\hat{S}_m$ — комплексно-сопряженная узловая мощность; $\hat{U}_m$ — комплексно-сопряженное узловое напряжение; $Y_{m\beta}$ — столбцовая матрица проводимости ветвей, соединяющих узлы системы с базисным, определенных с учетом коэффициентов трансформации трансформаторов в этих ветвях.

3. Падения напряжений в МС и ВЗ, соответствующие напряжениям, вычисленным в п. 2,

$$\Delta U_\beta = -C_{\beta\epsilon} \epsilon \dot{U}_{\epsilon\gamma}, \quad (2)$$

где $C_{\beta\epsilon}$ — матрица соединений напряжений в узлах МС и ВЗ. Строки (индекс «в») соответствуют МС и ВЗ, а столбцы (индекс «с») — номерам узлов МС и ВЗ. Для ВЗ и МС без элементов трансформации на пересечении соответствующих строки и столбца ставится ± 1 (в зависимости от направления задаваемого тока). Для МС с элементом трансформации на пересечении строки со столбцом, соответствующим номеру узла, к которому приведено сопротивление трансформатора, ставится ± 1 , а на пересечении строки со столбцом, соответствующим номеру узла противоположного зажима трансформатора — $\mp 1/K$; K — комплексный коэффициент трансформации трансформатора МС, задается как отношение напряжения низкой ступени к напряжению высокой ступени; $\dot{U}_{\epsilon\gamma}$ — напряжения в узлах МС и ВЗ от узловых токов ПС.

4. Определяются токи $\dot{I}_\beta$, имитирующие подключение МС и отсоединение ВЗ по [8]. Отсоединение ВЗ сопротивлением 1 Ом имитируется включением параллельно к ней ветви с фиктивным сопротивлением —1 Ом.

5. Дополнительные токи в узлах связей ПС и ВЗ, определяемые токами, вычисленными в п. 4,

$$\dot{I}_\epsilon = \hat{C}_{\epsilon\beta} \dot{I}_\beta, \quad (3)$$

где $\hat{C}_{\epsilon\beta}$ — матрица соединений токов МС и ВЗ в их узлах связей составляется по тому же принципу и имеет такую же структуру в транспонированном виде, что и $C_{\beta\epsilon}$, только вместо эле-

ментов $1/K$ записываются $1/K^*$; K^* — комплексно-сопряженный коэффициент трансформации трансформатора МС.

6. Дополнительные напряжения в узлах ПС от токов $\dot{I}_\epsilon$

$$\dot{U}_{m\epsilon} = Z_{m\epsilon} \dot{I}_\epsilon; \quad (4)$$

$Z_{m\epsilon}$ — получается из матрицы Z_N , если оставить в ней столбцы с индексом «с», относящиеся к узлам МС и ВЗ.

7. Результирующие узловые напряжения ПС

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{m\gamma} + \dot{U}_{m\epsilon}. \quad (5)$$

Так как расчет носит инерционный характер, то цикл расчетов по пп. 2—7 повторяется до достижения желаемой точности. Уравнения МС и ВЗ в обобщенном виде:

$$-C_{\beta\epsilon} \epsilon (\dot{U}_{\epsilon\gamma} + \dot{U}_{\epsilon\beta}) = Z_{\beta\delta} \dot{I}_\beta, \quad (6)$$

где $Z_{\beta\delta}$ — диагональная матрица сопротивлений МС и от соединяемых ВЗ.

В выражении (6) напряжения в узлах «с» МС и ВЗ $\dot{U}_{\epsilon\beta}$ от узловых токов определяются в п. 2 по (1), напряжения от токов $\dot{I}_\epsilon$

$$U_{\epsilon\beta} = Z_{\epsilon\beta} \dot{I}_\epsilon = Z_{\epsilon\beta} \hat{C}_{\beta\epsilon} \dot{I}_\beta, \quad (7)$$

где $Z_{\epsilon\beta}$ — подматрица узловых сопротивлений относительно узлов связей ПС и ВЗ; получается из Z_N ПС после удаления из нее строк и столбцов, соответствующих номерам узлов, являющихся узлами МС и ВЗ. Подставив (7) в (6) с учетом (2) получим систему уравнений, где переменными являются $\dot{I}_\beta$

$$Z_{\beta\delta} \dot{I}_\beta = \Delta U_\beta; \quad \dot{I}_\beta = Y_{\beta\delta} \Delta U_\beta; \quad (8)$$

$$Y_{\beta\delta} = Z_{\beta\delta}^{-1}; \quad Z_{\beta\delta} = C_{\beta\epsilon} Z_{\epsilon\beta} \hat{C}_{\beta\epsilon} + Z_{\beta\delta}. \quad (9)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям — диакоптика. — М.: Наука, 1971.
2. Хэпп Х. Диакоптика и электрические цепи. — М.: Мир, 1974.
3. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 4.
4. Амирян Р. А., Шарабханян И. И. Об одном алгоритме расчета установившегося режима энергосистем, входящих в энергообъединение. — Изв. АН АрмССР. Сер. техн. наук, 1979, № 1.
5. Гурский С. К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике. Минск: Наука и техника, 1977.
6. Мельников Н. А. Электрические сети и системы. — М.: Энергия, 1975.
7. Фазылов Х. Ф., Брискин И. Л., Насыров Т. Х. Алгоритмы расчетов установившихся режимов больших электрических систем. — Электричество, 1972, № 9.
8. Махнитко А. Е. Учет коэффициентов трансформации при расчете режима энергосистемы методами диакоптики. — Изв. АН ЛатССР. Сер. физ. и техн. наук, 1975, № 2.
9. Кузьмин Я. Ф., Махнитко А. Е. Расчет электрических сетей при заданных мощностях в узлах методом разбиения на подсистемы. — Электричество, 1972, № 5.
10. Жуков Л. А., Стратан И. П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. — М.: Энергия, 1979.
11. Гурский С. К., Новицкий Б. Б., Уласевич А. Ф. Формирование обобщенных параметров и уравнений режима электроэнергетических систем с учетом комплексных коэффициентов трансформации. Изв. вузов. Энергетика 1979, № 2.

[30.06.8

Пример анализа существования и единственности решения уравнений установившегося режима

ИДЕЛЬЧИК В. И., доктор техн. наук

Ставропольский политехнический институт

Расчет установившегося режима сложной электрической системы сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений. Часто при расчете не удается получить искомого решения с помощью итерационного процесса. В этом случае искомого решения либо не существует, либо не сходится используемый итерационный метод. Уравнения установившегося режима, как правило, имеют несколько решений. Задача расчета режима существенно упрощается, если в области допустимых режимов (например, апериодически устойчивых) может существовать единственное решение. Таким образом, для эффективного осуществления расчетов установившихся режимов на ЦВМ необходимо использовать и понимать результаты, полученные при исследовании существования, единственности и сходимости решения уравнений установившегося режима сложных электрических систем, а также связь этих вопросов с апериодической статической устойчивостью.

Результаты аналитических и расчетных исследований указанных основ применения итерационных методов расчета режимов изложены, например, в [1–10]. Используемые в общем виде терминология, основные понятия и тем более полученные результаты трудны для изложения и понимания. В то же время эти вопросы должны изучаться в высшей школе и необходимы для широкого круга инженеров-электроэнергетиков. Для понимания студентами и инженерами сложных вопросов теории расчетов режимов электрических систем необходима иллюстрация этих вопросов на простых примерах, позволяющих понять их физический смысл. В данной статье приводится иллюстрация существования и единственности решения уравнений установившегося режима на простейшем примере линии только с реактивным сопротивлением и даны примеры иллюстрации более сложных случаев.

Уравнения установившегося режима можно записать в виде системы неявных функций:

$$W(X, Y) = 0, \quad (1)$$

где Y — вектор независимых переменных (регулируемых параметров режима); X — вектор зависимых переменных (нерегулируемых параметров режима); W — вектор-функция, например, небаланс мощности или тока в узлах. Размерность вектор-функции W [число уравнений системы (1)] равна размерности вектора X .

Для линии только с реактивным сопротивлением x (рис. 1) уравнение установившегося режима (1) — это широко известное уравнение мощности, передаваемой по линии,

$$\frac{U_1 U_2}{x} \sin \delta = P, \quad (2)$$

где U_1, U_2 — модули напряжений в узлах 1 и 2; P — мощ-

ность, передаваемая по линии, потребляемая в узле 2 и генерируемая в узле 1; δ — фаза напряжения во 2-м узле при $\dot{U}_1 = U_1$, т. е. δ — угол между $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$.

При $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ предел передаваемой мощности

$$P_{\text{нб}} = \frac{U_1 U_2}{x} = \text{const}, \quad (3)$$

и уравнение (2) имеет следующий вид:

$$P_{\text{нб}} \sin \delta = P. \quad (4)$$

Рассмотрим электрическую сеть, изображенную на рис. 2. Узел 3 — балансирующий ($U_3 = 110$ кВ и $\delta_3 = 0$). В узлах 1 и 2 заданы модули напряжений ($U_1 = 112$ кВ, $U_2 = 115$ кВ) и активные мощности.

Вектор независимых переменных Y включает U_1, U_2, P_1, P_2 , его размерность равна четырем, и пространство Y — четырехмерное. Зависимые параметры режима — углы напряжений δ_1, δ_2 относительно балансирующего — δ_1, δ_2 . В качестве уравнений установившегося режима запишем уравнения баланса активных мощностей в узлах сети:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= f_1(U_1, U_2, \delta_1, \delta_2); \\ P_2 &= f_2(U_1, U_2, \delta_1, \delta_2). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система уравнений установившегося режима (5) не включает уравнения баланса реактивных мощностей, поскольку Q_2 однозначно выражаются через $P_1, P_2, U_1, U_2, \delta_1$ и δ_2 . Для простоты последующего изложения будем считать, что вектор зависимых переменных включает только δ_1 и δ_2 . Соответственно дальнейший анализ будем проводить для двух компонент вектора $Y - P_1$ и P_2 , т. е. будем рассматривать сечение пространства Y плоскостями $U_1 = 112$ кВ, $U_2 = 115$ кВ.

Существование решения уравнения установившегося режима поясним на примере уравнения (4), изображенного на рис. 1. Для удобства направим активную мощность по горизонтальной оси, а угол δ — по вертикальной. Найти решение уравнения установившегося режима — это значит для любого значения мощности найти соответствующее ему значение угла δ . Геометрически на рис. 1 решение соответствует пересечению прямой, параллельной оси P (т. е. прямой $P = \text{const}$), с синусоидой установившегося режима (4). Например, при $P = P_2 = \text{const}$ — это решение соответствует точке 1 с координатами P_2, δ_1 или точке 2 с координатами P_2 и δ_2 .

Рассмотрим область $d_1 < \delta < c_1$, $a < P < b$, т. е. прямоугольник, заштрихованный на рис. 1 вокруг точки 1. Решение уравнения установившегося режима существует в этой области, если для каждого значения P в интервале $[a, b]$ существует одно или несколько значений δ , которые совместно с P удовлетворяют уравнению (4).

Геометрически существование решения для всех P в прямоугольнике $d_1 < \delta < c_1$, $a < P < b$ означает, что любая прямая в этом прямоугольнике, параллельная оси δ , пересечет синусоиду (4) хотя бы один раз внутри этого прямоугольника. Аналогично решение существует внутри прямоугольника $d_2 < \delta < c_2$, $a < P < b$, заштрихованного на рис. 1 вокруг точки 2. Внутри же прямоугольника $d_3 < \delta < c_3$, $a < P < b$ не существует решения уравнений установившегося режима. В этом прямоугольнике ни одна прямая $P = \text{const}$ не пересекает кривую уравнения установившегося режима (4).

Решение существует для любого положительного значения мощности, которое меньше $P_{\text{нб}}$. Для $P > P_{\text{нб}}$ решения уравнения установившегося режима не существует. Физически это означает, что по линии с сопротивлением x при модулях напряжений на концах линии $U_1 = \text{const}$, $U_2 = \text{const}$ нельзя передать мощность более $P_{\text{нб}}$, определяемой по выражению (3).

Существование решения в общем виде, т. е. для уравнений (1), состоит в следующем. Существование решений уравнений установившегося режима при заданном значении вектора независимых переменных Y^0 означает, что имеется хотя бы одно значение вектора зависимых переменных X^0 такое, что парамет-

¹ В дальнейшем будем называть балансирующим узел, балансирующий по току и базисный по напряжению.

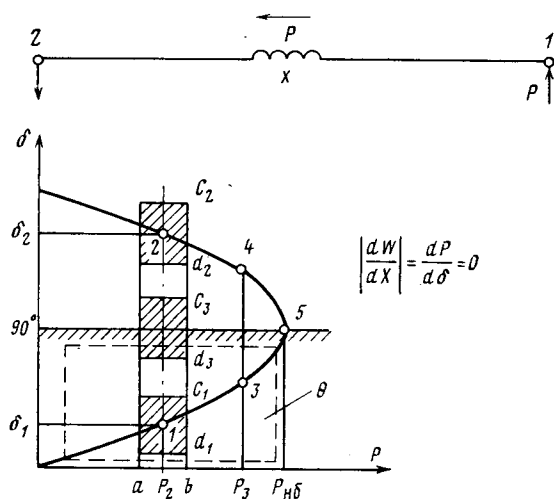


Рис. 1

ры режима (X^0 , Y^0) удовлетворяют уравнениям установившегося режима. Будем говорить, что точка (X , Y) принадлежит множеству установившихся режимов G , если параметры режима X и Y удовлетворяют уравнению установившегося режима (1). Обозначим G_X и G_Y — проекции множества установившихся режимов G на пространства X и Y . Существование решения уравнений установившегося режима в области G_Y означает, что для каждого значения Y , принадлежащего G_Y , существует хотя бы одно значение вектора зависимых переменных X такое, что параметры режима (X , Y) удовлетворяют уравнениям установившегося режима (1). Иными словами, для каждого Y , принадлежащего G_Y , существует хотя бы одно X , принадлежащее G_X , т. е. существует (X , Y), принадлежащая множеству установившихся режимов G . Для пояснения приведенных формулировок в общем виде можно использовать рис. 1, имея в виду следующее соответствие: $Y—P$; $X—\delta$; G — кривая (4); G_Y — проекция (4) на ось P ; G_X — проекция (4) на ось δ .

В четырехмерном пространстве параметров установившегося режима X , Y выделим точку (X^0 , Y^0), в которой существует решение уравнений (5), и якобиан системы (5) отличен от нуля. Рассмотрим проекции на плоскости X и Y некоторой области θ , ограниченной поверхностью $dW/dX=0$, причем точка (X^0 , Y^0) принадлежит θ . Проекция θ на $Y—\theta_Y$ — вся плоскость Y , так как якобиан уравнений (5) от Y не зависит [1].

На рис. 2 в плоскости зависимых переменных δ_1 и δ_2 показана проекция поверхности $d\theta$, на которой $dW/dX=0$. Эта проекция представляет собой четыре прямые, обозначенные на рис. 2 как $\partial\theta_X^1$, $\partial\theta_X^2$, $\partial\theta_X^3$, $\partial\theta_X^4$.

Из уравнений (5) легко находится аналитическое выражение для прямых $\partial\theta_X^1$, $\partial\theta_X^2$, $\partial\theta_X^3$ и $\partial\theta_X^4$. Пространство X разделено прямыми $\partial\theta_X$ на четыре параллелограмма², обозначенных на рис. 2¹ θ_X^I , θ_X^{II} , θ_X^{III} , θ_X^{IV} . Когда точка X^i лежит внутри параллелограммов θ_X^I или θ_X^{IV} , якобиан системы (5) меньше нуля, если же X^i принадлежит параллелограммам θ_X^{II} или θ_X^{III} , $dW/dX > 0$. Область θ_X^{Σ} , в которой якобиан больше нуля, неоднородная, а состоит из двух выпуклых областей θ_X^{II} , θ_X^{III} .

В дальнейшем пространство X вследствие периодичности тригонометрических функций $\sin$ и $\cos$ будем рассматривать только в пределах параллелограммов θ_X^I , θ_X^{II} , θ_X^{III} , θ_X^{IV} , поскольку зависимые параметры режима входят в уравнения (1) в виде аргументов $\sin$ и $\cos$ [4, 6].

Отображение линий $\partial\theta_X$ на плоскость Y с помощью уравнений (5) показано на рис. 3. Прямые $\partial\theta_X$ имеют четыре точки пересечения, обозначенные на рис. 2 как 1_X , 2_X , 3_X , 4_X . На плоскости Y отображения этих точек обозначены соответственно 1_Y , 2_Y , 3_Y , 4_Y .

Выберем точку 1_X в качестве отправной и обойдем область θ_X^{II} по ломаной $1_X—2_X—3_X—4_X—1_X$ (рис. 3). Эта ломаная в плоскости Y отобразится на замкнутую кривую $1_Y—5_Y—2_Y—3_Y—6_Y—4_Y—1_Y$. Обходя границу области θ_X^I по пути $1_X—2_X—3_X—4_X—1_X$, получим в плоскости Y отображение этого пути в виде $1_Y—7_Y—2_Y—3_Y—8_Y—4_Y—1_Y$. Отображения границ областей θ_X^{III} и θ_X^{IV} дают в плоскости Y

² В дальнейшем всегда будем иметь в виду периодичность θ_X и $\partial\theta_X$ в пространстве углов X . Например, точки 1_X и $1'_X$ (рис. 2) различаются на 360° .

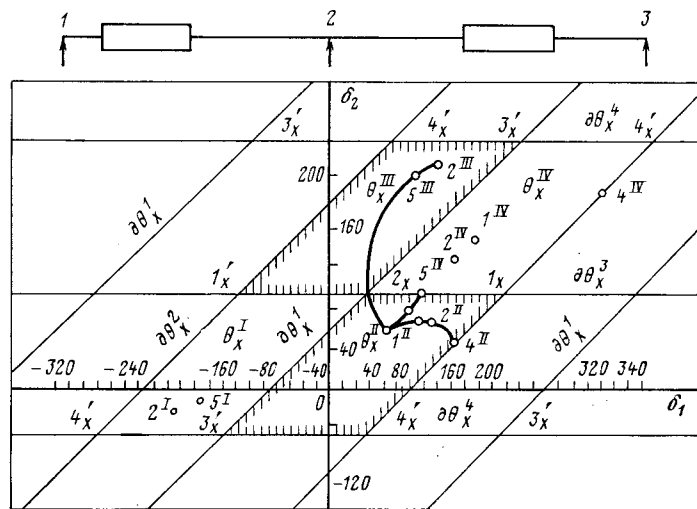


Рис. 2

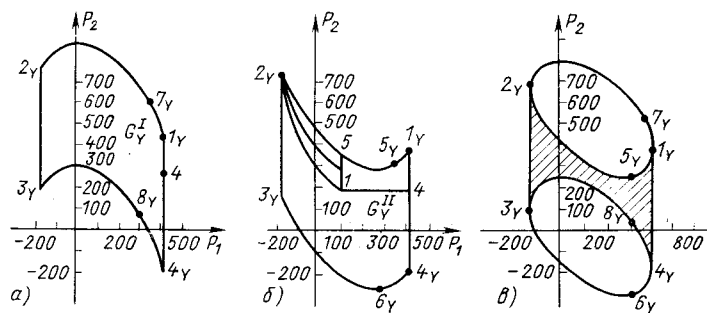


Рис. 3

кривые $1_Y—7_Y—2_Y—3_Y—8_Y—4_Y—1_Y$ и $1_Y—5_Y—2_Y—3_Y—6_Y—4_Y—1_Y$.

Как показали расчетные исследования, точки, лежащие внутри областей θ_X^I и θ_X^{III} , отображаются в одну и ту же область на плоскости $Y—G_Y^I$, ограниченную контуром $1_Y—7_Y—2_Y—3_Y—8_Y—4_Y—1_Y$. Соответственно точки, лежащие внутри областей θ_X^{II} и θ_X^{IV} , отображаются в одну и ту же область плоскости $Y—G_Y^{II}$, ограниченную контуром $1_Y—5_Y—2_Y—3_Y—6_Y—4_Y—1_Y$. Все пространство зависимых параметров X отображается на плоскости независимых параметров в область, ограниченную кривой $1_Y—7_Y—2_Y—3_Y—8_Y—4_Y—1_Y$ (рис. 3). Иными словами, отображение X и Y принадлежит объединению G_Y^I и G_Y^{II} .

Область существования решения уравнений установившегося режима, являющаяся этим объединением, приведенная на рис. 3, односвязна [4] (здесь идет речь об односвязности области существования решений независимо от знака якобиана).

В [7 и 8] аналитически получена область существования G приведенная на рис. 3. Более того, в [7 и 8] приведено аналитическое условие, при котором G_Y для сети на рис. 2 неодносвязна.

Единственность решения в области означает, что для любого значения P в этой области существует только одно решение, т. е. только одно значение, удовлетворяющее уравнению установившегося режима. Например, в прямоугольнике $a_1 < \delta < a_2$, $a < P < b$ (рис. 1) для любого значения мощности $a < P < b$ существует единственное решение. Геометрически это означает, что в этом прямоугольнике любая прямая $P=\text{const}$ пересекает кривую уравнения установившегося режима один раз. Аналогично единственное решение существует и в прямоугольнике, заштрихованном вокруг точки 2.

Неоднозначность решения в области означает, что для любого значения P в этой области существует несколько решений. Например, в прямоугольнике $a_1 < \delta < a_2$, $a < P < b$ на рис. 1 для любого P существует два решения. Прямая $P=P_2=\text{const}$ пересекает синусоиду установившегося режима в точках

Выбор вектора Y^i	Число решений
Вне замкнутой области $G^I \cup G^{II}$	0
Точки $1_Y, 2_Y, 3_Y, 4_Y$ и кривые $1_Y—7_Y—2_Y—3_Y—6_Y—4_Y$	1
Открытая область $G_Y—G_Y^I \cap G_Y^{II}$ и прямые $1_Y—4_Y, 2_Y—3_Y$	2
Кривые $1_Y—5_Y—2_Y, 3_Y—8_Y—4_Y$	3
Открытая область $G_Y^I \cap G_Y^{II}$	4

и 2, т. е. для P_2 существует два значения δ_1 и δ_2 , удовлетворяющие уравнению установившегося режима. Аналогично два решения существуют для любого значения мощности в указанном прямоугольнике.

Для любого значения P меньше предела передаваемой по линии мощности существуют два решения. Одно решение с $\delta < 90^\circ$ и второе — с $\delta > 90^\circ$. Чем ближе мощность к пределу, тем ближе эти решения, т. е. меньше разность между их углами. Например, при мощности P_3 (рис. 1) разница между решениями, соответствующими точкам 3 и 4, меньше, чем для решения 1 и 2 при мощности P_2 . При $P = P_{нб}$ оба решения сливаются в одно. При предельном значении передаваемой по линии мощности существует единственное решение — точка 5 при $\delta = 90^\circ$. Для всех $\delta < 90^\circ$ производная мощности по углу положительна ($dP/d\delta > 0$), а для всех $\delta > 90^\circ$ эта производная отрицательна. При $\delta = 90^\circ$ $dP/d\delta = 0$, т. е. на прямой $\delta = 90^\circ$ находится решение уравнения установившегося режима 5, для которого $dP/d\delta = 0$. Эта прямая $\delta = 90^\circ$ делит область значений P, δ на рис. 1 на две, в каждой из которых существует единственное решение уравнений установившегося режима. Ниже этой прямой для любого значения мощности $P < P_{нб}$ существует единственное решение, причем $\delta < 90^\circ$ и $dP/d\delta > 0$ (решение 1, 3 и т. д.). Выше этой прямой для любого $P < P_{нб}$ существует одно решение с $\delta > 90^\circ$ и $dP/d\delta < 0$.

Единственность решения уравнений установившегося режима при заданном значении вектора независимых переменных Y^0 означает, что существует только одно значение вектора зависимых переменных X^0 , такое, что параметры режима (X^0, Y^0) удовлетворяют уравнениям установившегося режима. Обозначим через θ такую область в пространстве параметров режима X, Y , во всех точках которой функции $w_h(X, Y)$ определены и непрерывны вместе со своими производными 1-го порядка, якобиан уравнений установившегося режима dW/dX не равен нулю, и внутри θ есть хотя бы одна точка, принадлежащая множеству установившихся режимов G . Единственность решения уравнений установившегося режима в области θ означает, что для любого Y из G_Y существует единственное значение X в области θ , такое, что параметры режима (X, Y) удовлетворяют уравнению установившегося режима (1).

Как правило, исследование единственности проводится в области θ , в которой якобиан dW/dX не равен нулю [1, 3, 4]. На рис. 1 такой областью является, например, прямоугольник, обведенный пунктиром. На рис. 1 можно пояснить аналитические результаты исследования существования и единственности решения уравнений установившегося режима [1, 3], а также понятие предела по существованию решения [5].

Для определения количества решений для каждого Y , т. е. для отображения Y^i на плоскость X , для сети на рис. 2 можно, например, воспользоваться графическим решением уравнений (5), как это сделано в [6]. В [4] приведены решения уравнений установившегося режима, соответствующие различным значениям P_1 и P_2 для сети рис. 2. Режимы, соответствующие одному и тому же вектору независимых переменных Y^i , существенно различны в зависимости от того, в какой из областей θ_X они находятся.

Число уравнений (5) определяется значениями компонент вектора Y^i . В таблице дана зависимость числа решений уравнений (5) от выбора вектора Y^i [4], где $\cup$ — символ объединения, $\cap$ — символ пересечения. Область $G_Y^I \cap G_Y^{II}$ заштрихована на рис. 3.

Многочисленные расчеты всех однозначных решений для данного примера позволяют сделать вывод о том, что решения, соответствующие данному Y^i и лежащие в областях θ_X^{II} и θ_X^{IV} а также решения, лежащие в областях θ_X^I и θ_X^{III} , характеризуются равными по модулю и противоположными по знаку величинами dW/dX [4]. Этот факт может быть использован для отыскания всех решений уравнений установившегося режима.

Связь существования и единственности решения уравнений установившегося режима с апериодической устойчивостью определяется равенством якобиана уравнений установившегося режима и свободного члена характеристического уравнения при условиях, сформулированных в [2]. Свободный член характеристического уравнения и якобиан уравнений установившегося режима dW/dX для линии на рис. 1 равны производной активной мощности по углу $dP/d\delta$. Все установившиеся режимы при $\delta < 90^\circ$ апериодически устойчивы (режимы, соответствующие решениям 1, 3 на рис. 1 и т. д.). Для этих режимов $dP/d\delta > 0$. Все решения при $\delta > 90^\circ$ соответствуют апериодически неустойчивым режимам (решения 4, 2 и т. д.) Предел статической апериодической устойчивости $\delta = 90^\circ$, так как при утяжелении по

углам от устойчивого режима 1 свободный член $dP/d\delta$ проходит через нуль при этом значении угла. Предельный по апериодической статической устойчивости режим 5 характеризуется двумя параметрами $P = P_{нб}$ и $\delta = 90^\circ$. Предел по апериодической устойчивости $\delta = 90^\circ$ — это значение того параметра режима, при утяжелении которого проходит через нуль $dP/d\delta$. Таким образом, пределом называем параметр предельного режима [5].

Установившийся режим [5] — это режим предельный по существованию решения [5]. При утяжелении по мощностям от режима 1 при $P > P_{нб}$ перестает существовать решение уравнения установившегося режима. Предел передаваемой мощности $P_{нб}$ естественно называть пределом по существованию решения. Режим 5 при $P = P_{нб}$ и $\delta = 90^\circ$ — это режим, предельный по существованию и по статической апериодической устойчивости. Предел по апериодической устойчивости наступает при утяжелении по углам и равен 90° . Предел по существованию решения наступает при утяжелении по мощности при $P = P_{нб}$.

Пределом по существованию решения уравнений установившегося режима на данном пути утяжеления следует называть такие значения независимых параметров режима, при которых существует решение уравнений установившегося режима и при дальнейшем малом изменении которых по данному пути утяжеления такое решение не существует. Предел по мощности — частный случай предела по существованию.

Якобиан уравнений установившегося режима в точке, предельной по существованию решения, всегда равен нулю [5]. С достаточной степенью точности предельным по существованию решения уравнений установившегося режима можно считать режим, полученный на последнем шаге утяжеления при сходящемся итерационном процессе метода по параметру.

Область пространства X , в которой якобиан уравнений установившегося режима больше нуля, совпадает с областью его статической апериодической устойчивости при тех же предположениях, при которых якобиан уравнений (5) совпадает со свободным членом характеристического уравнения [2]. Поэтому для сети, изображенной на рис. 2, решения, принадлежащие областям θ_X^{II} и θ_X^{III} , удовлетворяют определению статической апериодической устойчивости. Ломаные $1_X - 2_X - 3_X - 4_X - 1_X$ и $2_X - 3'_X - 4'_X - 1'_X - 2_X$ на рис. 2 — границы области апериодической статической устойчивости. При задании P и $|U|$ во всех узлах сети рис. 2 область статической апериодической устойчивости A и область θ_X , в которой $dW/dX \neq 0$, определяются в пространстве X (рис. 2) [5]. Более того, эти области совпадают, т. е. $\theta_X = A$. В области θ_X^{III} собственные числа матрицы Якоби имеют положительную вещественную часть, хотя a_n больше нуля. Поэтому режимы в области θ_X^{III} статически неустойчивы, хотя и удовлетворяют определению апериодической статической устойчивости [5]. В области θ_X^{II} собственные числа матрицы Якоби меньше нуля, поэтому режимы в θ_X^{II} статически устойчивы. Важно подчеркнуть, что режимы в θ_X^{III} , например точка $(2^{III}, 2)$ не удовлетворяют техническим ограничениям по току в линиях [4]. Отображение области θ_X^{II} на плоскости независимых параметров режима — G_Y^{II} . Поэтому для статически устойчивых режимов, допустимых по техническим ограничениям, вектор независимых параметров Y должен принадлежать области G_Y^{II} .

На рис. 2 и 3 показаны два пути утяжеления для сети рис. 2. Оба утяжеления начинаются с одного и того же исходного режима при $P_1 = 100$ МВт, $P_2 = 200$ МВт (точка 1 на рис. 3). Первый путь утяжеления реализуется увеличением генерации активной мощности в узле 1 при постоянной генерации активной мощности в узле 2 ($1-4$ на рис. 3), второй путь — увеличением активной мощности генерации узла 2 при постоянной P_1 в узле 1 ($1-5$ на рис. 3). На рис. 2 показаны отображения путей $1-4$ и $1-5$ из G_Y^I в области θ_X^{II} . При этом предел по существованию решения уравнений (5) совпадает с пределом по статической устойчивости.

При задании в первом узле сети на рис. 2 P_1 и Q_1 , а во втором узле по-прежнему P_2 и U_2 , область θ_X изменяется и не совпадает с областью апериодической устойчивости [4]. Пределы по существованию решения уравнений установившегося режима при задании на генераторах не совпадают с пределами по статической апериодической устойчивости.

Режимы замкнутой электрической сети из трех узлов, когда в узлах 1 и 2 заданы модуль напряжения и активная мощ-

ность, анализировались в [6 и 4]. Область $\bar{\theta}_X^1$ решений уравнений установившихся режимов с положительными знаками якобианов в пространстве зависимых переменных, ограниченная поверхностью $dW/dX=0$, односвязная и невыпуклая. Решение уравнений установившегося режима в этой области в общем случае не единственно. Для уравнений установившегося режима трехфазной электрической системы в зависимости от параметров сети и режима возможно существование трех решений с положительным знаком якобиана в односвязной области пространства зависимых переменных θ_X^1 , ограниченной кривой $dW/dX=0$. Из этих трех решений лишь одно соответствует устойчивому режиму, удовлетворяющему техническим ограничениям по напряжению, нагреву и т. д. При этом точки из θ_X^1 отображаются на обобщенную многолистную область G_Y . В области G_Y имеются две так называемые точки разветвления O_1 и O_2 . Обход точки разветвления по любой замкнутой кривой в плоскости Y приводит к переходу с одного листа многолистной поверхности на другой и, следовательно, переходит от одной ветви многозначной функции $X=f(Y)$ к другой [4]. Область G_Y неоднозначна, поскольку в ней существуют две точки, при которых уравнения установившегося режима (5) не имеют решения с положительным знаком якобиана [3]. Для замкнутой сети из трех узлов, как и для сети на рис. 2, при проведенных в [4] расчетах на любом из путей утяжеления предел по существованию решения уравнений установившегося режима наступает не позже предела по статической устойчивости.

Расчеты [3, 4, 6] показали, что при задании мощности генераторов P и Q вблизи поверхности, на которой $dW/dX=0$, могут существовать два статически устойчивых режима, удовлетворяющих техническим ограничениям по напряжению, нагреву и т. д. При задании для генераторов P и $|U|$ получен лишь один такой режим.

В [8] приведено аналитическое исследование условий существования решения уравнений установившегося режима для трехфазной сети и для многолучевой сети общего вида, а также анализируется односвязность области существования в пространстве активных мощностей для трехфазной сети при задании в узлах P , U .

В [7 и 8] показано, что на границе области существования в пространстве активных мощностей достигают абсолютных минимумов и максимумов линейные формы $L(\lambda, P) = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i$.

Кроме того, приведены наиболее простые соотношения, показывающие наличие довольно широкой области применения эквивалентных преобразований для нелинейных уравнений установившегося режима. В [9] для трехфазной системы в пространстве активных мощностей получены аналитические выражения для границы области существования решения и доказана выпуклость этой области. В [10] анализируются основные типы математического описания электроэнергетических систем, применяемого в расчетах установившихся режимов, устойчивости и длительных электромеханических переходных процессов, и показана взаимосвязь между различными математическими описаниями.

Выводы. При изложении и анализе сложных вопросов теории расчетов режима электрических систем необходима иллюстрация этих вопросов на простых примерах, позволяющая понять их физический смысл. Для анализа существования и единственности решения уравнений установившегося режима, пределов по существованию и связи этих вопросов с аperiodической устойчивостью целесообразно использовать пример линии только с реактивным сопротивлением.

Результаты расчетного исследования областей и пределов существования уравнений установившегося режима целесообразно иллюстрировать на примере разомкнутой сети из двух линий. Для иллюстрации многолистности и неоднозначности области существования можно использовать расчеты режимов замкнутой сети из трех узлов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Идельчик В. И., Лазебник А. И. Аналитическое исследование существования и единственности решения уравнений установившегося режима электрической системы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 2.
2. К вопросу оценки статической устойчивости электрических систем с помощью уравнений установившегося режима. В. А. Веников, В. А. Строев, В. И. Идельчик, В. И. Тарасов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5.
3. Идельчик В. И. Расчеты установившихся режимов электрических систем. — М.: Энергия, 1977.
4. Виноградов А. А., Идельчик В. И., Лазебник А. И. Расчетное исследование области существования решения уравнений установившегося режима и соотношение между пределами по существованию и статической аperiodической устойчивости. — В кн.: Вопросы применения математических методов при управлении режимами и развитием электрических систем. — Иркутск: Изд. ИПИ, 1975.
5. Идельчик В. И. Предел по существованию решения уравнений установившегося режима. — В кн.: Вопросы применения математических методов при управлении режимами и развитием электрических систем. — Иркутск: Изд. ИПИ, 1975.
6. Исследование на ЦВМ существования и неоднозначности решения уравнений установившихся режимов трехфазной электрической системы/ А. А. Виноградов, А. Е. Гольдина, В. И. Идельчик и др. — Иркутск: Изд. ИПИ, 1972.
7. Васин В. П. Структура области существования самонастраивающихся режимов электроэнергетических систем в пространстве активных мощностей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 1.
8. Васин В. П. Расчеты режимов электрических систем. Проблема существования решения. — В кн.: Учебное пособие по курсу «Электрические сети и системы». — М.: Изд. МЭИ, 1981.
9. Васин В. П. Граница области существования режимов трехмашинной электрической системы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 2.
10. Лукашов Э. С. Введения в теорию электрических систем. — Новосибирск: Наука, 1981.

[08.07.83]

♦♦♦♦♦♦♦♦♦♦

УДК 621.313.291.045:538.311.001.24

Методика расчета электромагнитных усилий в индукторе криогенной униполярной машины

ГОТОВЦЕВ Н. П., инж., ФЕДОСОВ М. И., канд. техн. наук

Ленинград

При проектировании мощных униполярных электрических машин с криогенной обмоткой возбуждения одной из важнейших является проблема надежного закрепления последней, способного выдерживать воздействие электромагнитных сил, обусловленных большим значением номинального тока в сверхпроводнике. Известно, что недостаточно надежное закрепление обмотки может привести к серьезным авариям. Кроме этого, механические напряжения, возникающие при работе обмотки, могут являться причиной микроскопических деформаций в обмоточном материале и вызывать растрескивание материала изоляции, что приведет к деградации критических параметров сверх-

проводника. Знание распределения этих сил в сверхпроводящей обмотке представляет особый интерес, так как их значение в крайней мере на порядок превышает значения аналогичных сил в медных или алюминиевых проводниках.

За последние годы опубликовано сравнительно большое число как отечественных, так и зарубежных работ, посвященных определению электромагнитных усилий в катушках. Так, в [1] для расчета радиальных и осевых усилий предлагается использовать методы двух или пяти эквивалентных контуров. В [2, 3] получены аналитические выражения осевых усилий между двумя коаксиальными катушками. Однако в большинстве ра-

бот методы расчета электромагнитных сил не дают возможности получить распределенное усилие по сечению катушек, и точность получаемых результатов недостаточно велика. Поэтому для успешного решения упомянутой проблемы проектирования мощных криогенных униполярных машин, обеспечения высокой надежности, а также оптимальности массогабаритных, стоимостных и других характеристик точность электромагнитных расчетов приобретает весьма важное значение.

В статье рассматривается уточненная методика расчета электромагнитных усилий в катушках обмотки возбуждения, действующих в осевом и радиальном направлениях, на основе расчета магнитного поля в сечении катушек униполярной электрической машины (рис. 1) с учетом и без учета влияния ферромагнитного материала корпуса.

Расчет электромагнитных усилий в обмотке возбуждения без учета влияния корпуса машины. Рассчитав вектор индукции магнитного поля в данной точке пространства, можно найти силу, действующую на проводник с током, помещенный в эту точку. По закону Ампера на единицу объема проводника действует сила

$$\vec{P} = [\vec{\delta} \vec{B}],$$

где $\vec{\delta}$ — вектор плотности тока в проводнике; $\vec{B}$ — вектор индукции магнитного поля в данной точке.

Будем рассматривать машину в цилиндрической системе координат r, φ, z , как показано на рис. 1. Конструкция этой машины обладает осевой симметрией, поэтому для расчета поля достаточно рассчитать его в одной меридианной плоскости. Для компонент вектора силы получены следующие соотношения:

$$\vec{P}_z = [\vec{\delta} \vec{B}_r], \quad \vec{P}_r = [\vec{\delta} \vec{B}_z],$$

где $\vec{B}_r$ и $\vec{B}_z$ — составляющие вектора индукции магнитного поля в радиальном и осевом направлениях.

Разобьем катушку на равные элементарные прямоугольники со сторонами Δr и Δz . Тогда давление на элементы крепления катушки в точке сечения с ординатой r будет

$$q_z(r) = \sum_1^n P_z \Delta z,$$

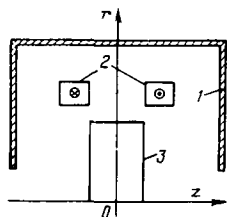


Рис. 1. Конструктивная схема криогенной униполярной электрической машины цилиндрического типа: 1 — корпус; 2 — криогенная обмотка возбуждения; 3 — ротор (немагнитный материал)

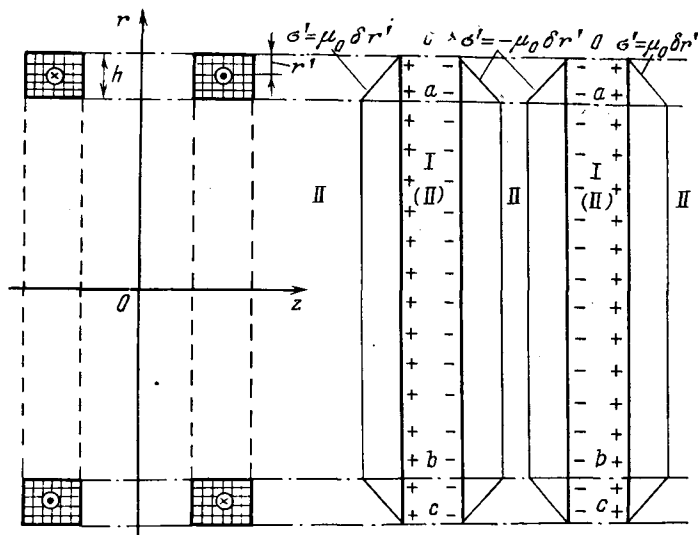


Рис. 2. К расчету магнитного поля в сечении катушек обмотки возбуждения

а в точке с абсциссой z

$$q_r(z) = \frac{1}{\pi} \sum_1^m P_r \Delta r,$$

где n, m — число прямоугольников в сечении катушки, соответственно в осевом и радиальном направлениях.

Для расчета составляющих вектора магнитной индукции в сечении катушки предлагается использовать метод сведения вихревого поля токов к потенциальному полю зарядов [4], который позволяет значительно повысить точность расчета поля в токовой зоне, а также существенно уменьшить объем численных работ.

Заменим поле катушек эквивалентным ему полем слоев магнитных зарядов, лежащих на их торцах (рис. 2). При этом пространство разбивается на две области: I — область, находящуюся между слоями магнитных зарядов; II — вся остальная область. В точках области II скалярные потенциалы, определенные токовым контуром и слоями магнитных зарядов, совпадают, и поле в этой области рассчитывается правильно. Следовательно, можно записать

$$\vec{H} = \vec{H}_p,$$

где $\vec{H}$ — напряженность искомого поля; $\vec{H}_p$ — расчетная напряженность поля.

В области I поле зарядов имеет направление, не совпадающее с истинным, так как оно направлено от положительных зарядов к отрицательным. Однако поле в области I можно рассчитать, вводя некоторое дополнительное поле $\vec{H}_0$, которое определяется следующим интегралом:

$$\vec{H}_0 = \int_0^{r'} \vec{\delta} \times d\vec{r},$$

где вектор $d\vec{r}$ выбран таким образом, что в любой точке имеется взаимная ортогональность векторов $\vec{\delta}$ и $d\vec{r}$; r' — расстояние от верхнего края катушки до расчетной точки.

Заметим, что при расчете поля в сечении любой из катушек эта область является областью I для самой катушки и областью II для второй катушки, поэтому при расчете поля в самой катушке используется выражение

$$\vec{H} = \vec{H}_p + \vec{H}_0,$$

а от второй катушки

$$\vec{H} = \vec{H}_p.$$

На интервалах $o-a$ и $c-b$ (рис. 2) поверхностная плотность магнитных зарядов $\sigma' = \pm \mu_0 \delta r' i$ будет нарастать от краев внутрь катушки. На интервале же $a-b$ $\sigma' = \pm \mu_0 i/h = \text{const}$, так как здесь токов нет (h — высота катушки; i — полный ток в ней). Каждый слой магнитных зарядов разбивается на совокупность плоских колец, и расчет поля производится суммированием составляющих напряженности от каждого такого кольца. Расчетные соотношения для определения составляющих напряженности в области II от одного кольца радиуса R имеют вид:

$$H_r = -\frac{\tau' R}{2\pi\mu_0 r} \frac{E_1}{z^2 + (R-r)^2} \frac{z^2 + R^2 - r^2}{\sqrt{z^2 + (R+r)^2}} + \frac{\tau'}{4\pi\mu_0 r} \sqrt{\frac{R}{r}} k_1 K_1;$$

$$H_z = \frac{\tau' R}{\pi\mu_0} \frac{E_1}{z^2 + (R-r)^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + (R+r)^2}},$$

где r, z — координаты расчетной точки; $\tau' = \sigma' \Delta l$ — линейная плотность магнитных зарядов на кольце шириной Δl ; K_1, E_1 — полные эллиптические интегралы модуля k_1 соответственно первого и второго рода;

$$k_1^2 = \frac{4Rr}{z^2 + (R+r)^2}.$$

В окончательном виде выражения для составляющих вектора магнитной индукции будут следующие:

$$\vec{B}_r = \sum_1^e \mu_0 \vec{H}_r, \quad \vec{B}_z = \sum_1^e \mu_0 \vec{H}_z,$$

где e — число плоских колец магнитных зарядов.

Учет влияния ферромагнитного материала корпуса. Методика определения электромагнитных усилий в катушках обмотки возбуждения униполярной криомашины с учетом влияния корпуса по существу не отличается от указанной выше. Отличие состоит лишь в расчете магнитного поля. Влияние на магнитное поле ферромагнитного корпуса можно учесть, представив результирующее поле $\vec{H}$ в виде суммы:

$$\vec{H} = \vec{H}^B + \vec{H}^H,$$

где $\vec{H}^B$ — напряженность магнитного поля, создаваемого катушками обмотки возбуждения; $\vec{H}^H$ — напряженность поля, создаваемого намагниченностью корпуса.

Для расчета поля в этом случае рекомендуется использовать метод вторичных источников [5]. Расчет магнитного поля в неоднородной среде методом вторичных источников сводится к расчету поля в однородной среде введением магнитных зарядов объемной плотности ρ в меридианном сечении стали S^+ , а на контуре L , ограничивающем S^+ — поверхностной плотности σ . Задача расчета поля формулируется в виде нелинейного интегрального уравнения Фредгольма второго рода относительно плотности σ и уравнения для определения плотности ρ :

$$\begin{aligned} \sigma(Q) + \int_L \sigma(M) \left[K(QM) - \frac{2\pi}{S} \int_L K(QM) r_Q dl_Q \right] dl_M + \\ + \int_{S^+} \rho(G) \left[K(QG) - \frac{2\pi}{S} \int_L K(QG) r_Q dl_Q + \frac{2\pi}{S} r_Q \right] dS_G = \\ = F(Q) - \frac{2\pi}{S} \int_L F(Q) r_Q dl_Q; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho(P) = -\frac{\mu_0}{\mu_\Phi(P)} (\vec{H}(P), \nabla \vec{\mu}_\Phi(P)), \quad (2)$$

где $K(QM) = \frac{\lambda(Q)}{2\pi r_Q \sqrt{r_Q r_M}} \{ [(z_M - z_Q) n_z(Q) - r_Q n_r(Q)] f_1 \times$
 $\times (k_{QM}) - r_M n_r(Q) f_2(k_{QM}) \};$
 $F(Q) = 2\mu_0 \lambda(Q) [H_r^\delta(Q) n_r(Q) + H_z^\delta(Q) n_z(Q)];$

$$\lambda(Q) = \frac{\mu_\Phi(Q) - \mu_0}{\mu_\Phi(Q) + \mu_0}; f_1(k_{QM}) = \frac{k_{QM}^3}{2(1 - k_{QM}^2)} E(k_{QM});$$

$$f_2(k_{QM}) = k_{QM} \left[K(k_{QM}) - \frac{2 - k_{QM}^2}{2(1 - k_{QM}^2)} E(k_{QM}) \right];$$

$K(k_{QM})$ и $E(k_{QM})$ — полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода модуля k_{QM} :

$$k_{QM}^2 = \frac{4r_Q r_M}{(r_Q + r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2};$$

r_Q, z_Q, r_M, z_M — линейные цилиндрические координаты точек Q и M соответственно; $H_r^\delta(Q), H_z^\delta(Q)$ — проекции вектора напряженности $\vec{H}^\delta$ от токов в катушках на оси Or и Oz ; $n_r(Q)$ и $n_z(Q)$ — проекции единичного вектора внешней нормали $\vec{n}(Q)$ на оси Or и Oz ; S — поверхность ферромагнитного материала; $\mu_\Phi(Q), \mu_0$ — абсолютная магнитная проницаемость ферромагнетика и воздуха соответственно.

Составляющие вектора напряженности $\vec{H}^\delta$ от токов в катушках обмотки возбуждения $H_r^\delta(Q)$ и $H_z^\delta(Q)$ можно [рассчитать, используя методику, о которой говорилось выше.

Значение магнитной проницаемости в сечении ферромагнитного материала зависит от интенсивности поля, поэтому в первом приближении примем ее постоянной. При этом $\nabla \vec{\mu}_\Phi(P) = 0$, а следовательно, равны нулю и заряды $\rho_1(Q)$. Решая уравнение (1) методом простых итераций, определяется $\sigma_1(Q)$. На втором этапе расчета при интегрировании по всем источникам поля находится напряженность $H_1(Q)$ в стали корпуса. С использованием заданной кривой намагничивания для данного сорта стали (для расчета была принята электротехническая сталь 10864) и стандартных подпрограмм интерполяции кубическим сплайном SPLIN и SEVAL [6], рассчитывается $\mu_{\Phi 2}(Q)$. Имея распределение магнитной проницаемости в сечении ферромагнитного материала, можно определить $\nabla \vec{\mu}_{\Phi 2}$ и $\rho_2(Q)$ из уравнения

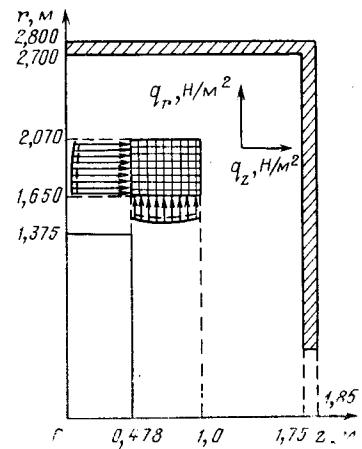


Рис. 3. Эпюры распределения электромагнитных усилий

(2). После этого рассчитывается новое значение $\lambda_2(Q)$ и из уравнения (1) определяется $\sigma_2(Q)$. Снова интегрируя по всем источникам поля, получаем $H_2(Q)$ и т. д. Счет прекращается при выполнении следующего условия

$$\frac{V[\mu^{(n+1)}(P) - \mu^{(n)}(P)]^2}{V[\mu^{(n)}(P)]^2} \leq \varepsilon,$$

где ε — точность расчета; n — номер итерации.

Рассчитав плотности вторичных источников $\sigma(Q)$ и $\rho(P)$ по известным формулам, нетрудно определить вектор индукции магнитного поля в любой точке сечения катушки обмотки возбуждения машины.

Описанная методика расчета электромагнитных усилий по сравнению с другими известными методами обладает тем достоинством, что позволяет одновременно с усилиями определить и магнитное поле в сечении катушки, что очень важно при работе с криогенными обмотками возбуждения электрических машин по обеспечению магнитного поля в них меньше критического. Кроме этого, такой подход к определению усилий дает возможность получить распределение усилия по сечению катушки, а также рассчитать их с большей точностью.

Согласно изложенной методике были разработаны алгоритмы и составлены программы расчета электромагнитных усилий в катушках обмотки возбуждения криогенной униполярной электрической машины (рис. 1) с учетом и без учета влияния стали корпуса. На рис. 3 приведены эпюры электромагнитных усилий, действующих на каждую из катушек обмотки возбуждения. Сплошными линиями показано распределение усилий с учетом влияния корпуса машины, пунктирными — без учета. Полный ток в катушках принимался равным $9,52 \cdot 10^6$ А. Масштаб, в котором выполнены эпюры, $1 \text{ см} = 10^7 \text{ Н/м}^2$. Влияние стали (10864) корпуса криогенной униполярной электрической машины при соотношении размеров корпуса и катушек показанном на рис. 3, приводит к увеличению как радиальной так и осевой составляющих усилий примерно на 5—8%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алиевский Б. Л., Бертинов А. И., Шерстюк А. Г. К расчету электромагнитных усилий в двухсторонних индукторах без ферромагнитпровода. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5.
2. Брехна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. — М.: Мир, 1976.
3. Fawzi T. H., Gohar M. K., Abdel Aal E. The accurate computation of forces between circular coils. Trans. IEEE on Magnetics, 1979, vol. 15, № 6.
4. Боронин В. Н., Чечурин В. Л. Расчет электромагнитных полей на ЦВМ. Уч. пособие ЛПИ им. М. И. Калинина 1981.
5. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электромагнитной технике. — М.: Энергия, 1975.
6. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980.

Условия минимальных потерь в теории поверхностного эффекта

СТЕБЛЕВ Ю. И., канд. техн. наук

Куйбышев

Максвеллом было установлено [1 и 2], что распределение токов в электрической цепи происходит так, что тепло, выделяемое в системе, минимально. Обобщение теоремы минимального нагрева Максвелла дано в [3], где показано, что для электрической цепи, состоящей из нелинейных резистивных элементов, рассеиваемая активная мощность минимальна в случае, когда токи и напряжения удовлетворяют уравнениям Кирхгофа.

В данной статье принцип минимального нагрева обобщается на некоторые задачи электромагнитного поля, в частности теории поверхностного эффекта. На основе использования методов термодинамики необратимых процессов показано, что при определенных ограничениях вихревые токи в проводящем, немагнитном образце распределяются таким образом, что мощность джоулевых потерь принимает минимальное значение. Показано, что для стационарных токов в образце этот принцип выполняется строго. Таким образом, принцип минимального нагрева может быть сформулирован как условие минимума функционала P , определяющего мощность потерь в проводнике:

$$P = \frac{1}{\sigma} \int_V |\vec{j}|^2 dV = \frac{1}{\sigma} \int_V \vec{j} \vec{j}^* dV, \quad (1)$$

где $\vec{j}$ — вектор плотности тока в проводнике; σ — скалярная величина удельной электропроводности.

Для доказательства этого утверждения сформулируем задачу в терминах неравновесной термодинамики [4]. Допустим, что в проводящем (в общем случае анизотропном в отношении электропроводности) образце наведены токи плотностью $\vec{j} = \{j_1, j_2, j_3\}$ под действием обобщенной термодинамической силы $\vec{X} = \{X_1, X_2, X_3\}$, где $X_i = E_i/T$, $i = 1, 2, 3$; E_i — компонента вектора напряженности электрического поля в образце; T — абсолютная температура. Компоненты плотности тока $\vec{j}$ и обобщенной термодинамической силы $\vec{X}$ связаны линейным соотношением, представляющим собой закон Ома в дифференциальной форме:

$$j_i = \sum_{k=1}^3 \sigma'_{ik} X_k, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где $\sigma'_{ik} = T \sigma_{ik}$; σ_{ik} — компоненты тензора электропроводности. Величина

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^3 X_i j_i \quad (3)$$

определяет производную энтропии системы (проводящего образца) во времени [5]. Проводящий немагнитный образец будем рассматривать как замкнутую систему с фиксированными граничными условиями. Производная энтропии в данном случае равна мощности джоулевых потерь в единице объема образца, деленной на абсолютную температуру T [5]:

$$\dot{S} = \frac{\vec{j} \vec{E}}{T} \geq 0. \quad (4)$$

При выполнении соотношений (2), (3) матрица коэффициентов симметрична:

$$\sigma'_{ik} = \sigma'_{ki}. \quad (5)$$

Линейные соотношения типа (2) в неравновесной термодинамике известны как законы Онзагера [4]. В неравновесной термодинамике известен принцип минимума производства энтропии, который формулируется следующим образом: при выполнении линейных законов Онзагера типа (2), соотношений взаимности типа (5) и постоянстве коэффициентов σ_{ik} , производство энтропии в системе минимально в условиях стационарных состояний системы, вызванных фиксированными граничными условиями [4]. Причем при стационарных процессах все функции состояния системы не зависят от времени явно [15]. Уравнения (2), (5) и условие постоянства коэффициентов σ_{ik} выполняются для проводника с вихревыми токами. Условие же стационарности системы и фиксированности граничных условий требуют уточнения для рассматриваемой задачи.

Величина S определяет джоулевы потери в единице объема образца. Для непрерывных систем, какой является проводящий образец с распределенными в нем токами, принцип минимума производства энтропии принимает следующий вид [4]:

$$P' = \int_V \dot{S} dV = \frac{1}{T} \int_V \vec{j} \vec{E} dV = \min. \quad (6)$$

Величина (6) с точностью до постоянного множителя соответствует мощности джоулевых потерь P в проводнике. Условием стационарности системы в указанном выше смысле является уравнение [15 и 16]:

$$\delta P' = \delta \int_V \dot{S} dV = 0, \quad (7)$$

где $\delta P'$ — вариация функционала P' .

Уравнению (7) строго удовлетворяет электродинамическая система стационарных токов. Этот класс задач электродинамики сводится к расчету распределения плотности тока в проводниках различной формы и размеров. Примерами таких задач могут служить расчеты токопроводов, электродов, заземлений и т. п. В этом случае может быть введен скалярный потенциал φ и выражение для плотности тока запишется следующим образом:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\text{grad} \varphi. \quad (8)$$

Покажем, что система стационарных токов удовлетворяет условию (7). Подставив соотношение (8) в (7), решим вариационную задачу, т. е. минимизируем функционал (7). В результате получим уравнение Эйлера для вариационной задачи (7):

$$\text{div grad} \varphi = 0, \quad \text{div} \vec{j} = 0. \quad (9)$$

Таким образом, условие $\text{div} \vec{j} = 0$ для плотности тока $\vec{j}$ определяет в данном случае стационарность системы. При расчете плотности стационарных токов в проводниках граничные условия строго фиксированы, задаются электрическими потенциалами подводящих электродов и не зависят от процессов в проводнике. Следовательно, система стационарных токов в проводнике полностью удовлетворяет всем перечисленным выше условиям и для нее строго справедлив принцип минимума производства энтропии, т. е. минимума рассеиваемой мощности.

Задачи поверхностного эффекта относятся к области квазистационарных явлений. При этом плотность тока $\vec{j}$ в проводнике также удовлетворяет условию (9), т. е. $\text{div} \vec{j} = 0$. Это указывает на общность закономерностей распределения стационарных и квазистационарных полей в немагнитном проводящем образце. Последнее подтверждается и моделированием электромагнитных полей в проводящей среде. Так, если частота изменений тока не слишком велика, то мгновенное распределение магнитного поля, а следовательно и плотности тока $\vec{j}$, практически не отличаются от распределения стационарного поля [17]. Если же частота квазистационарного поля достигает десятков килогерц, то распределения компонент поля и плотности тока в проводнике становятся отличными от стационарных распределений за счет взаимного влияния переменного магнитного поля и плотности тока [17]. Таким образом, на низких частотах, при слабо выраженном поверхностном эффекте уравнение $\text{div} \vec{j} = 0$ можно считать приближенным условием стационарности системы с вихревыми токами. Укажем область применения такого допущения для одной конкретной структуры электромагнитного поля в проводнике. Рассмотрим электромагнитное поле электрического типа, которое определяется соотношениями [18]:

$$E_{ql} \neq 0, \quad H_{ql} = 0, \quad (10)$$

где q_l — произвольная координата ортогональной системы координат q_1, q_2, q_3 , $l = 1, 2, 3$, E_{ql}, H_{ql} — компоненты напряженного электрического и магнитного полей.

Поле такого типа может быть возбуждено в проводнике, например, нитью конечной длины, по которой протекает переменный ток. В декартовых координатах компоненты вектора $\vec{E}$ такого поля в проводнике представляются следующим обра-

зом [18]:

$$E_x = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}; \quad E_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}; \quad E_z = -\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U, \quad (11)$$

где U — скалярная функция, удовлетворяющая волновому уравнению, $k^2 = -i\omega\mu_0\sigma$.

При слабо выраженном поверхностном эффекте, т. е. при больших значениях частоты ω и удельной электропроводности, в последнем уравнении (11) можно пренебречь слагаемым $k^2 U$, что справедливо при условии:

$$k^2 U \ll \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \quad |k| \ll \sqrt{\left| \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right|}. \quad (12)$$

Тогда соотношения (11) можно записать в виде

$$E_x = \frac{\partial U'}{\partial x}; \quad E_y = \frac{\partial U'}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial U'}{\partial z}, \quad (13)$$

где $U' = \frac{\partial U}{\partial z}$.

Таким образом, при условии (12) напряженность электрического поля E определяется как

$$\vec{E} = \text{grad } U'. \quad (14)$$

Подставив (14) в функционал (7), определяющий условие стационарности системы, получим уравнение Эйлера вида $\text{div } j = 0$. Следовательно, при допущении (12) условие стационарности системы аналогично соотношению (9), а неравенство (12) определяет допустимую область такого приближения для данной структуры поля.

Вопрос о фиксированности граничных условий также тесно связан со значениями частоты и удельной электропроводности проводника. Действительно, если проводник помещен в электромагнитное поле, созданное внешним источником, например катушкой, то тангенциальные компоненты $\vec{E}$ и $\vec{H}$ на его поверхности равны:

$$E_t = E_0 t + E_{it}; \quad H_t = H_0 t + H_{it}, \quad (15)$$

где $E_0 t$ и $H_0 t$ — компоненты возбуждающего поля; E_{it} и H_{it} — компоненты вторичного поля проводника.

По условиям применения принципа минимума производства энтропии граничные условия не должны зависеть от процессов внутри рассматриваемой системы, внешними проявлениями которых являются поля H_{it} и E_{it} . Однако при достаточно малой частоте внешнего возбуждающего поля и удельной электропроводности проводника вторичное электромагнитное поле вихревого тока будет мало по сравнению с возбуждающим полем и им можно пренебречь [17]. Таким образом, при оговоренных выше условиях принцип минимального нагрева справедлив и для квазистационарных полей в проводящих средах. Следует также отметить, что при описании квазистационарных полей в проводящих средах в условиях гармонических воздействий время не входит явно в уравнения, описывающие электромагнитные процессы. Термодинамические силы и потоки являются величинами, не зависящими от времени явно, что служит дополнительным аргументом при термодинамическом анализе взаимодействия электромагнитного поля с проводящей средой [19].

Принцип минимального нагрева может быть широко использован при решении задач теории электромагнитного поля. Ниже будет показано, что применение этого принципа в сочетании с некоторыми методами электродинамики и функционального анализа позволяет свести расчет распределения вихревых токов в проводящем образце произвольной формы к задаче нелинейного программирования.

Расчет вихревых токов в проводнике как задача нелинейного программирования. Дифференциальное уравнение для вектора плотности тока в металле при временной зависимости $e^{i\omega t}$ имеет вид:

$$\Delta \vec{j} + k^2 \vec{j} = 0, \quad (16)$$

где $k^2 = -i\omega\mu_0\sigma$; Δ — оператор Лапласа.

Запишем уравнение (16) таким образом:

$$A\vec{j} - q\vec{j} = 0, \quad (17)$$

где $A = -i\Delta$ — дифференциальный оператор; $q = |k^2| = \omega\mu_0\sigma$.

Умножим обе части (17) на комплексно-сопряженную величину плотности тока $\vec{j}^*$ и проинтегрируем по объему V про-

водника:

$$q \int_V \vec{j} \vec{j}^* dV = \int_V \vec{j}^* A \vec{j} dV. \quad (18)$$

Выражения (18) с точностью до постоянного множителя определяют мощность потерь в металле от вихревых токов. Поскольку

$$q \int_V \vec{j} \vec{j}^* dV \geq 0, \quad \text{то} \quad \int_V \vec{j}^* A \vec{j} dV \geq 0. \quad (19)$$

Выражение (19) позволяют предположить, что оператор $A = -i\Delta$ — положительный, т. е. удовлетворяет соотношениям [17 и 18]:

$$(Au, u) \geq 0, \quad (20)$$

где u — некоторый элемент функционального пространства возможных распределений вихревых токов в образце.

Соотношение (20) определяет скалярное произведение элементов Au , u . Покажем справедливость неравенства (20) для дифференциального оператора $A = -i\Delta$, не прибегая к уравнению Гельмгольца (16). Используем теорему Грина для векторных функций [6]:

$$\int_V (\text{rot } \vec{u} \text{ rot } \vec{v} - \vec{u} \text{ rot rot } \vec{v}) dV = \oint_S (\vec{u} \times \text{rot } \vec{v}) dS, \quad (21)$$

где S — поверхность, ограничивающая объем V проводника; $\vec{u}$, $\vec{v}$ — некоторые векторные функции.

Полагая $\vec{u} = \vec{v} = \vec{j}$ и учитывая известные векторные соотношения и уравнение Максвелла

$$\text{rot } \vec{j} = -i\omega\mu_0\vec{H}; \quad \Delta \vec{j} = \text{grad div } \vec{j} - \text{rot rot } \vec{j}; \quad \text{div } \vec{j} = 0,$$

получаем:

$$\int_V \left(i\omega\mu_0 \vec{H} \times \vec{H}^* - \frac{1}{\omega\mu_0\sigma^2} \vec{j}^* i\Delta \vec{j} \right) dV = - \oint_S (\vec{E}^* \times \vec{H}) \vec{n} dS, \quad (22)$$

где $\vec{n}$ — нормаль к поверхности S .

Сравним (22) с выражением теоремы Пойтинга в интегральной форме, определяющим баланс мощностей электромагнитного поля в заданном объеме V . Поскольку в рассматриваемом объеме проводника отсутствуют сторонние э.д.с. и токи, теорему Пойтинга запишем следующим образом [7]:

$$\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \vec{n} dS + i\omega\mu_0 \int_V |\vec{H}|^2 dV + \frac{1}{\sigma} \int_V |\vec{j}|^2 dV = 0. \quad (23)$$

Таким образом, формулы (22) и (23) идентичны, причем:

$$\frac{1}{\sigma} \int_V |\vec{j}|^2 dV = \frac{1}{\omega\mu_0\sigma^2} \int_V \vec{j}^* i\Delta \vec{j} dV. \quad (24)$$

Так как левая часть (24) удовлетворяет условию $\frac{1}{\sigma} \int_V |\vec{j}|^2 \times dV \geq 0$, то для оператора $A = -i\Delta$ выполняется неравенство

$$(A\vec{j}, \vec{j}^*) \geq 0, \quad (25)$$

где $\vec{j}$ — произвольная векторная функция.

Следовательно, оператор $A = -i\Delta$ — положительный. Нетрудно показать, что оператор $A = -i\Delta$ является не только положительным, но и симметричным. Положим, что $\vec{j} \in H$, где H — комплексное гильбертово пространство возможных распределений вихревых токов в электропроводящем образце.

Известно [8], что если оператор A положительный и скалярное произведение (Au, u) вещественно, то A — симметричный оператор. Для дифференциального оператора $A = -i\Delta$ скалярное произведение $(A\vec{j}, \vec{j}^*) = - \int_V \vec{j}^* i\Delta \vec{j} dV$ определяет мощ-

ность джоулевых потерь в металле. Эта величина вещественна и положительна для любых $\vec{j} \in H$. Отсюда следует, что оператор $A = -i\Delta$ не только положительный, но и симметричный, т. е. справедливо соотношение

$$(Ax, y) = (x, Ay), \quad x, y \in H. \quad (26)$$

Кроме того, оператор $A = -i\Delta$ является самосопряженным. Действительно [9], самосопряженный оператор представляет

частный случай симметричного и всякий симметричный оператор самосопряжен. Из функционального анализа известно [9 и 10], что собственные значения λ_i самосопряженного симметричного оператора вещественные и положительные числа, а собственные функции $\bar{j}_i$ ортогональны. Разложим плотность тока $\bar{j}$ по системе собственных функций оператора A :

$$\bar{j} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \bar{j}_n, \quad (27)$$

где $a_n = (\bar{g}, \bar{j}_n)$ — коэффициенты разложения.

Функция $A\bar{j}$ может быть представлена рядом [10]:

$$A\bar{j} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \lambda_n q \bar{j}_n, \quad (28)$$

где $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots\}$ — собственный спектр оператора A .

Тогда

$$(A\bar{j}, \bar{j}^*)_q = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n a_n^2. \quad (29)$$

Из (27) и условия ортогональности собственных функций $\bar{j}_n$ следует:

$$(q\bar{j}, \bar{j}^*)_q = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2. \quad (30)$$

Соотношения (29) и (30) определяют мощность джоулевых потерь в проводнике. Как показано выше, мощность, рассеиваемая в проводнике, должна быть минимальна, поэтому коэффициенты a_n , определяющие распределение вихревых токов в металле, можно найти из условия функционалов (29) и (30):

$$(A\bar{j}, \bar{j}^*)_q = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n a_n^2 = \min, \quad (q\bar{j}, \bar{j}^*)_q = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \min. \quad (31)$$

Ограничиваясь в разложении (27) N первыми членами ряда, задачу расчета вихревых токов в проводнике можно свести к минимизации следующих квадратичных форм:

$$\left. \begin{aligned} (A\bar{j}, \bar{j}^*)_q &\approx \sum_{n=1}^N \lambda_n a_n^2 = \min; \\ (q\bar{j}, \bar{j}^*)_q &\approx \sum_{n=1}^N a_n^2 = \min. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Однако коэффициенты разложения a_n плотности вихревого тока $\bar{j}$ должны удовлетворять некоторым дополнительным условиям, а именно условиям на границе раздела сред. Как известно, тангенциальные компоненты векторов напряженностей электрического $\bar{E}$ и магнитного $\bar{H}$ полей непрерывны на границе раздела сред. Используя разложение (27) и уравнения Максвелла, запишем выражения для векторов $\bar{E}$ и $\bar{H}$ в проводнике через плотность вихревого тока $\bar{j}$:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{n=1}^N a_n \bar{j}_n; \\ \bar{H} &= \frac{1}{k^2} \operatorname{rot} \bar{j} = \frac{1}{k^2} \sum_{n=1}^N a_n \operatorname{rot} \bar{j}_n. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Определим касательные составляющие векторов $\bar{E}$ и $\bar{H}$ на поверхности S , ограничивающей проводник:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_t(M) &= \frac{1}{\sigma} \sum_{n=1}^N a_n (\bar{j}_n \times \bar{n}); \\ \bar{H}_t(M) &= \frac{1}{k^2} \sum_{n=1}^N a_n (\bar{n} \times \operatorname{rot} \bar{j}_n), \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где $\bar{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности S в некоторой точке M .

Обозначив через $\bar{E}_0, \bar{H}_0$ векторы возбуждающего поля, запишем их компоненты, касательные к поверхности S :

$$\bar{E}_{0t}(M) = \bar{E}_0 \times \bar{n}, \quad \bar{H}_{0t}(M) = \bar{H}_0 \times \bar{n}. \quad (35)$$

Тогда граничные условия для компонент $\bar{E}_t(M), \bar{H}_t(M), \bar{H}_{0t}(M), \bar{E}_{0t}(M)$ примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \sum_{n=1}^N a_n \bar{j}_n(M) \times \bar{n}(M) &= \bar{E}_0(M) \times \bar{n}(M); \\ \frac{1}{k^2} \sum_{n=1}^N a_n \bar{n}(M) \times \operatorname{rot} \bar{j}_n(M) &= \bar{H}_0(M) \times \bar{n}(M). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Уравнения (36) можно свести к простой системе, воспользовавшись методом граничной коллокации [11], при котором граничные условия удовлетворяются не на всей поверхности S , а в некоторых заданных точках M_i , где $i = 1, 2, \dots, m$, поверхности раздела. В результате получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \sum_{n=1}^N a_n \bar{j}_n(M_i) \times \bar{n}(M_i) &= \bar{E}_0(M_i) \times \bar{n}(M_i); \\ \frac{1}{k^2} \sum_{n=1}^N a_n \bar{n}(M_i) \times \operatorname{rot} \bar{j}_n(M_i) &= \bar{H}_0(M_i) \times \bar{n}(M_i), \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, m.$

Таким образом, расчет вихревых токов в проводнике сводится к минимизации квадратичных функций типа (32) при условии выполнения линейных соотношений (37) относительно искоемых коэффициентов a_n . Это типичная задача нелинейного программирования [12] с нелинейной (квадратичной) целевой функцией вида (32) и линейной системой ограничений (37). Методы решения задач нелинейного программирования достаточно хорошо развиты [12 и 13], что позволяет реализовать предложенный подход к расчету вихревых токов в электропроводящих телах в виде универсальных алгоритмов и программ для ЭВМ. Следует также отметить, что принцип минимального нагрева в теории поверхностного эффекта, сформулированный как условие минимума рассеиваемой в проводнике энергии, может быть успешно использован при построении регулирующих алгоритмов в численных методах расчета электромагнитных полей. В [14] показана необходимость введения в математическую модель процесса максимума априорной информации, что позволяет сузить класс функций, в котором ищется решение, и значительно повысить точность машинных вычислений. Существенной априорной информацией такого рода служат ограничения энергетического характера в виде минимума функционала (1), определяющего рассеиваемую мощность.

Покажем, как может быть использован принцип минимального нагрева при построении регулирующего алгоритма расчета вихревых токов методом граничной коллокации. В этом случае решение задачи сводится к определению коэффициентов a_n из системы линейных алгебраических уравнений вида (37), где $N=2m$, M_i — точки коллокации. В [11] показано, что закон распределения точек коллокации на поверхности раздела S существенно влияет на эффективность решения задачи. Неправильный выбор системы точек коллокации M_i может привести к плохо обусловленной системе уравнений (37), а следовательно, к большим погрешностям расчета. Критерием оптимальности выбора закона распределения точек коллокации могут служить соотношения вида (32), определяющие минимум рассеиваемой мощности.

N	Координаты		Коэффициенты		Квадратичная функция Q
	x	y	C ₁	C ₂	
1	x → R	y → O	1	-0,308 + j0,234	1,15
2	0,9 R	0,436 R	0,246 + j0,397	-0,16 - j0,049	0,246
3	0,8 R	0,6 R	-0,088 - j0,00093	0,019 - j0,0012	0,0081
4	0,707 R	0,707 R	-0,074 + j0,05	0,014 + j0,09	0,0163

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ние экранирования по сравнению с аналогичным изделием из медной оплетки повышается на 25—30 дБ, скорость наложения экрана увеличивается в 60 раз. При этом экономия меди составляет более 15 кг на 1 км кабеля. В данном случае была применена металлизированная пленка толщиной 0,1 мм, которая состоит из полиэтилентерефталатной пленки толщиной 0,02 мм, оклеенной с двух сторон алюминиевой фольгой толщиной 0,03 мм.

Учитывая вышеизложенное, расчет характеристик радиочастотного коаксиального кабеля с экраном подобной конструкции (рис. 1) представляет определенный интерес.

Поле в диэлектрической прокладке экрана. Для нахождения характера распространения электромагнитной волны по диэлектрической прокладке, воспользуемся методами теории аналитических функций комплексного переменного. При этом будем исходить из метода двух последовательных приближений [3]: в первом приближении пренебрежем сопротивлением проводников кабеля и примем, что они сверхпроводящие, и рассчитаем поле в диэлектрической прокладке, а во втором приближении будем учитывать ограниченное проникновение поля в проводники кабеля и рассчитаем потери энергии и затухание волны при ее распространении вдоль кабеля.

Учитывая, что толщина металлизированной пленки гораздо меньше радиуса кабеля, с достаточной степенью точности можно считать, что нормаль к границе диэлектрической прокладки и металлической фольги направлена по радиусу кабеля, исходящему из оси. Нормальная составляющая напряженности поля H на границе диэлектрик — металл обращается в нуль, т. е.

$$xH_x + yH_y|_{\Gamma} = 0 \text{ или } \operatorname{Im} [\zeta F(\zeta)]|_{\Gamma} = 0,$$

где Γ — граница; Im — мнимая часть; $\zeta = x + iy$.

Обозначим $g(x, y) = \operatorname{Im} [\zeta f(\zeta)]$, из теории аналитических функций следует, что $g(x, y)$ — гармоническая функция, и в цилиндрических координатах можно записать:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial g}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Если обозначить внутренний радиус экрана r , а толщину диэлектрической прокладки Δ_d , то $g = 0$ при $\rho = r$ и $\rho = r + \Delta_d$. По методу разделения переменных

$$g(\rho, \varphi) = U(\rho) V(\varphi);$$

$$\frac{\rho \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dU}{d\rho} \right)}{U(\rho)} = - \frac{\frac{d^2 V}{d\varphi^2}}{V(\varphi)} = -c^2,$$

где $c = \text{const.}$

Преобразуя полученное уравнение и пренебрегая малыми величинами высшего порядка, с учетом того, что $\Delta_d \ll r$, и после подстановки граничных условий, получаем

$$c = \frac{m\pi}{\ln(1 + \Delta_d/r)} \approx \frac{r}{\Delta_d} m\pi, \quad \text{где } m = 1, 2, 3, \dots, n;$$

$$\frac{d^2 V}{d\varphi^2} = \left(\frac{r}{\Delta_d} m\pi \right)^2 V(\varphi).$$

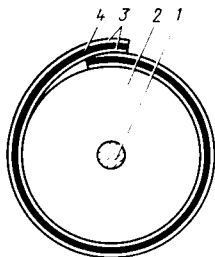


Рис. 1

Рис. 2

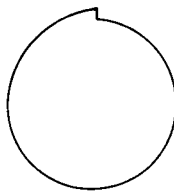


Рис. 1. Общий вид кабеля с экраном из продольно наложенной металлизированной пленки: 1 — внутренний проводник; 2 — изоляция; 3 — фольга; 4 — диэлектрическая прокладка

Рис. 2. Область границ магнитного поля по экрану при отсутствии поля в диэлектрической прокладке

Общее решение этого линейного уравнения имеет вид:

$$V(\varphi) = A e^{\frac{r}{\Delta_d} m\pi\varphi} + B e^{-\frac{r}{\Delta_d} m\pi\varphi}, \quad (4)$$

где A и B — постоянные интегрирования.

Учитывая, что напряженность поля с удалением от начала по диэлектрической прокладке не может возрастать, постоянную интегрирования A необходимо приравнять нулю. Тогда

$$V(\varphi) = B e^{-\frac{r}{\Delta_d} m\pi\varphi}. \quad (5)$$

Значит, напряженность поля по прокладке убывает со скоростью $e^{-\frac{r}{\Delta_d} m\pi\varphi}$, которая очень велика, если учесть, что $\Delta_d \ll r$.

Постоянную B можно найти из граничного условия $\varphi = 0$. При этом получим, что максимальное значение напряженности поля $B = U_m$ (имеет место на поверхности проводника).

Таким образом, при очень тонкой ($\Delta_d \ll r$) диэлектрической прокладке напряженность поля по ней убывает очень быстро и утечка передаваемой энергии через такую щель незначительна. Можно также утверждать, что внешнее помехоустойчивое поле не может проникнуть через диэлектрическую прокладку вглубь и повлиять на передаваемый сигнал.

Выбор толщины диэлектрической прокладки металлизированной пленки. Как видно из выражения (5), чем меньше толщина диэлектрической прокладки Δ_d , тем быстрее в ней убывает поле. Однако применение чрезмерно тонкой диэлектрической прокладки нецелесообразно. Известно, что поле в толще фольги полностью не затухает и его незначительная часть, проникая сквозь фольгу, поступает в диэлектрическую прокладку. Напряженность при определенной толщине диэлектрической прокладки будет превосходить напряженность поля, вычисленную по формуле (5). В этом случае очевидно, что при дальнейшем уменьшении толщины прокладки потери в экране не уменьшатся.

При прохождении через металл ток затухает по экспоненциальному закону $e^{-k\Delta_m}$. В этом выражении через Δ_m обозначена толщина фольги, а k представляет собой коэффициент вихревых токов;

$$k = \sqrt{\omega\mu\sigma},$$

где ω — круговая частота; σ — удельная проводимость проводника; μ — абсолютная магнитная проницаемость проводника экрана.

Затухание в металлической фольге намного превышает затухание поля в диэлектрической прокладке, поэтому, подставляя $\varphi = 2\pi$ (полный оборот по периметру экрана кабеля), получаем

$$e^{-\frac{r}{\Delta_d} 2\pi^2} < e^{-k\Delta_m} \quad (6)$$

или

$$\Delta_d \Delta_m < \frac{2\pi^2 r}{k}. \quad (7)$$

Если учесть, что в части перекрытия получается два слоя металлизированной пленки и задаваться условием, чтобы напряженность поля за экраном затухала как при двухслойном металлическом экране, то для выбора толщины диэлектрической прокладки получим выражение

$$\Delta_d < \frac{\pi l}{k\Delta_m},$$

где l — длина перекрытия.

Поле в окрестности перекрытия металлизированной пленки. Как было показано, электромагнитное поле в диэлектрической прокладке убывает очень быстро, поэтому можно считать, что в диэлектрическую прокладку поле не проникает. Тогда получим задачу в области вида, изображенную на рис. 2. Обозначим $M_1 M_2 = \Delta = 2\Delta_m + \Delta_d$, где Δ — толщина металлизированной пленки с двусторонней алюминиевой фольгой.

На границе указанной области нормальную составляющую напряженности магнитного поля H_n принимаем равной нулю. Это условие означает, что за пределы границы поле не проникает. На самом деле поле проникает в металл, но с увеличением частоты глубина проникновения стремится к нулю, а в диэлектрическую прокладку проникновение поля при малых толщинах прокладки резко убывает (5).

Поэтому условие $H_n=0$ оправдано для первого приближения. Из этого условия следует, что

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \zeta f(\zeta) &= 0 \text{ на } \overline{M_1 M_2}; \\ \operatorname{Im} \zeta f(\zeta) &= 0 \text{ вне } \overline{M_1 M_2}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $f(\zeta) = H_x + iH_y$; $\zeta = x + iy$.

Так как толщина металлизированной пленки Δ мала по сравнению с радиусом кабеля по экрану и влияние участка перекрытия на поле кабеля незначительно, можно для поля принять случай цилиндрического экрана:

$$\left. \begin{aligned} \rho H_\rho &= \operatorname{Im} \zeta f(\zeta) = 0; \\ \rho H_\varphi &= \operatorname{Re} \zeta f(\zeta) = I_0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где I_0 — постоянная величина.

Обозначим $\varphi(\zeta) = \zeta f(\zeta)$. Пренебрегая кривизной цилиндра в сравнении с величиной Δ , для определения $\varphi(\zeta)$ в окрестности $\overline{M_1 M_2}$ получаем задачу в области, показанной на рис. 3. Для нижней полуплоскости со ступенчатой границей

$$\lim_{|\zeta| \rightarrow \infty} \varphi(\zeta) = I_0.$$

Без ограничения общности можно считать, что M_1 есть начало координат ($\zeta=0$), а M_2 находится на оси Y ($\zeta=-i\Delta$). Пользуясь [4], конформно отобразим полуплоскость с прямой границей на эту полуплоскость:

$$\xi = \Phi(\xi) = \int_0^\xi \sqrt{\frac{\xi-a}{\xi}} d\xi, \quad (10)$$

где a — прообраз точки M_2 .

Найдем значение точки a . Имеем

$$\int_0^a \sqrt{\frac{\xi-a}{\xi}} d\xi = -i\Delta.$$

Вычисляя интеграл, получаем $a = \frac{2\Delta}{\pi}$. Функция $\psi(\xi) = \varphi(\Phi(\xi))$ аналитична в нижней полуплоскости, а на действительной оси $\operatorname{Re} \psi(\xi) = 0$ при $0 \leq \xi \leq \frac{2\Delta}{\pi}$ (на прообразе отрезка $\overline{M_1 M_2}$); $\operatorname{Im} \psi(\xi) = 0$ при $\xi < 0$ или $\xi > \frac{2\Delta}{\pi}$ (вне прообраза $\overline{M_1 M_2}$).

Пользуясь вышеуказанным условием, продолжим $\varphi(\xi)$ в верхнюю полуплоскость по формуле

$$\varphi(\xi) = \overline{\varphi(\bar{\xi})}, \quad (11)$$

где $\overline{\varphi(\bar{\xi})}$ — комплексное сопряжение. Тогда $\psi(\xi)$ станет аналитичной везде, кроме отрезка $0 \leq \xi \leq \frac{2\Delta}{\pi}$, где $\psi(\xi)$ принимает чисто мнимые значения. Согласно (11)

$$\psi^+(\xi) = -\psi^-(\xi) \text{ при } 0 \leq \xi \leq \frac{2\Delta}{\pi},$$

где $\psi^+(\xi)$ — предел из верхней полуплоскости; $\psi^-(\xi)$ — предел из нижней полуплоскости.

Решением этой задачи, удовлетворяющей условию (9), т. е.

$$\psi(\xi) \rightarrow I_0 \text{ при } |\xi| \rightarrow \infty,$$

будет

$$\psi(\xi) = I_0 \sqrt{\frac{\xi}{\xi - \frac{2\Delta}{\pi}}} \text{ или } \psi(\xi) = I_0 \sqrt{\frac{\xi - \frac{2\Delta}{\pi}}{\xi}}.$$

Последнее из этих решений следует отбросить, так как соответствующая ему напряженность поля H имеет в окрестности точки M_1 ($\zeta=0$) неинтегрируемую особенность вида $(\xi)^{-1}$, в результате чего получаются бесконечные активные потери [6]. Поэтому следует принимать

$$\varphi(\Phi(\xi)) = I_0 \sqrt{\frac{\xi}{\xi - \frac{2\Delta}{\pi}}}. \quad (12)$$

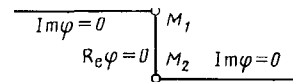


Рис. 3. Разрез полуплоскостей в области перекрытия металлизированной пленки

Активные потери. Как известно, потери во внешнем проводнике коаксиального кабеля выражаются формулой

$$Q = I^2 R_B,$$

где I — ток в проводнике; R_B — сопротивление проводника.

Сопротивление внешнего проводника R_B можно рассчитать по формуле [5]:

$$R_B = \frac{1}{2\pi r \sigma} \left[\frac{k}{\sqrt{2}} - \frac{4r + 2\Delta_M}{8(r + 2\Delta_M)r} \right],$$

где r — внутренний диаметр внешнего проводника; σ — удельная проводимость.

Найдем дополнительные потери, которые образуются при передаче высокочастотной электромагнитной энергии по кабелю с продольной щелью на внешнем проводнике. При этом будем пренебрегать величинами высшего порядка малости относительно Δ/r . Пусть ξ пробегает действительные значения от $-N$ до $+N$. Тогда $\zeta = \Phi(\xi)$ (10) пробегает участок границы S_N

Принимая второе приближение согласно [3], выражение для удельных потерь на джоулево тепло $q(\xi)$ во внешнем проводнике имеет вид

$$q(\xi) = \left| \frac{1}{4\pi r} \varphi(\xi) \right|^2 k_1,$$

$$\text{где } k_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}}.$$

Выражение для потерь на участке S_N примет вид

$$Q_N = \int_{S_N} q(\xi) |d\xi|.$$

Если отбросим малые величины высшего порядка относительно Δ/r , получим:

$$Q_N = k_1 \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 \left[\int_{-N}^N \sqrt{\frac{|\xi|}{|\xi - \frac{2\Delta}{\pi}|}} d\xi + 2 \left(\int_{-N}^0 + \int_0^N \right) \left(\sqrt{\frac{|\xi - \frac{2\Delta}{\pi}|}{|\xi|}} - 1 \right) d\xi + \frac{4\Delta}{\pi} \right].$$

При сплошном цилиндрическом экране потери на джоулево тепло имели бы вид:

$$Q_N^0 = k_1 \int_{S_N - \Delta} \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 |d\xi| = k_1 \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 \times \left(\int_{-N}^0 + \int_0^N \right) \sqrt{\frac{|\xi - \frac{2\Delta}{\pi}|}{|\xi|}} d\xi.$$

Дополнительные потери, вносимые с продольной щелью

$$\Delta Q = Q_N - Q_N^0.$$

С учетом дополнительных потерь выражение сопротивления для внешнего проводника примет вид

$$R_B = \frac{1}{2\pi r \sigma} \left[k \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\Delta}{4\pi r} \right) - \frac{4r + 2\Delta_M}{8(r + 2\Delta_M)r} \right].$$

Сравнивая выражение, полученное для внешнего проводника предлагаемой конструкции, с формулой для сплошного экрана, отмечаем незначительное увеличение на величину $\frac{k\Delta}{8\pi^2 r^2 \sigma}$

Эта разница, например, для кабеля с диаметром по изоляции 4,6 мм (РК-75-4-11), толщиной металлизированной пленки $\Delta=0,1$ мм, $\Delta_M=0,06$ мм, при 200 МГц составляет 0,0009 Ом/м

Выводы. 1. При малых толщинах ($\Delta \ll r$) диэлектрической прокладки металлизированной пленки помехонесущее электромагнитное поле в ней затухает с большой скоростью, не проникает вглубь и не может повлиять на общий характер электромагнитного поля коаксиального кабеля.

2. Участок перекрытия продольно наложенной металлизированной пленки при ее малых толщинах ($\Delta \ll r$) практически не искажает характер электромагнитного поля коаксиального кабеля.

3. Сопротивление внешнего проводника коаксиального кабеля в виде продольно наложенной двусторонне металлизированной пленки незначительно превышает аналогичное сопротивление внешнего проводника сплошной конструкции и поэтому вносит небольшие дополнительные потери.

4. Применение металлизированной пленки взамен медной оплетки для радиочастотных коаксиальных и других видов кабельных изделий дает возможность повысить эффективность экранирования, увеличить производительность изготовления экранов, экономить медь, уменьшить габаритные размеры и вес кабеля, получить значительный экономический эффект в народном хозяйстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Металлизированные ленты для экранирования кабелей и проводов/И. М. Бароева, Г. П. Казанчян, С. Г. Карамян, Б. М. Тареев. — Кабельная техника, 1982, № 1, 12—13.
2. Гроднев И. И., Сергейчук К. Я. Экранирование аппаратуры и кабелей связи. — М.: Связьиздат, 1960.
3. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1946.
4. Привалов И. Н. Введение в теорию функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1977.
5. Гроднев И. И., Фролов П. А. Коаксиальные кабели связи. — М.: Связь, 1970.
6. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функции и некоторые их приложения к математической физике. — М.: Наука, 1968.

[25.11.82]

УДК 62-578:621.318.2.001.24

Решение полевой задачи для экранированной магнитной муфты

ильин Г. П.

Ленинград

Экранированные магнитные муфты на постоянных магнитах в составе электроприводов перемешивающих устройств для химических реакторов являются весьма перспективными механизмами, так как позволяют обеспечить абсолютную герметизацию рабочих объемов аппаратов при передаче с высоким к. п. д. механической энергии электродвигателя валу мешалки.

Наиболее полно теоретические и экспериментальные исследования магнитных муфт представлены в [1 и 2], где полевые задачи для экранированных магнитных муфт решаются в первом приближении с учетом лишь первой гармоники магнитной индукции на поверхности экрана. Это вызвано сложностью математического описания магнитного поля в принятой расчетной модели, где автор предполагает движение магнитов вдоль поверхностей экрана. Решения полевых задач при такой постановке конструируются из физических представлений, поэтому конечные результаты теоретических исследований существенно отличаются от экспериментальных.

В статье предлагается новая постановка полевой задачи для экранированной магнитной муфты и ее аналитическое решение, позволяющее получить более точные результаты.

Расчетная модель магнитной муфты приведена на рис. 1. Цилиндрические поверхности полумуфт мысленно разрезаны по образующей, спрямлены и спроектированы на плоскость $x-y$. Положительное направление оси z принято на нас. В цилиндри-

ческих магнитных муфтах вдоль оси z может располагаться несколько рядов магнитов [1], имеющих длину l , однако эта длина в сравнении с зазором δ может быть принята равной бесконечности. Это позволяет считать поле в зазоре плоскопараллельным. Обычно по ширине магниты обеих полумуфт одинаковы, поэтому на модели они имеют одинаковое обозначение — a . Высота магнитов, расположенных на разных полумуфтах, может быть различна, например в двухслойной муфте [3], поэтому обозначения приняты разными: h_n — для наружной полумуфты и h_b — для внутренней. Расстояние между соседними магнитами равноименной полярности обозначено b , толщина экрана — Δ , τ — полюсное деление. Магнитная проницаемость магнитопровода обеих полумуфт принята равной бесконечности.

Координатные оси не скреплены с какой-либо полумуфтой и неподвижны. Вращение муфты будем задавать движением среды, заполняющей зазор между полумуфтами. При наличии смещения полумуфт относительно друг друга на расстояние ε будем считать, что наружная полумуфта переместилась вдоль оси x на расстояние $+\varepsilon/2$, в то время как внутренняя — на расстояние $-\varepsilon/2$, или наоборот, в зависимости от того, какая из полумуфт будет опережать в своем вращении другую полумуфту в реальной динамической ситуации. Принятые допущения позволяют иметь симметричную относительно координатных осей картину магнитного поля как в статических, так и в динамических режимах, и существенно упрощают решение задачи.

Для принятой расчетной модели в качестве граничных условий можно записать:

$$\dot{A}_z^i \Big|_{x=-\frac{\pi}{2}} = -\dot{A}_z^i \Big|_{x=\frac{\tau}{2}}, \quad \frac{\partial \dot{A}_z^i}{\partial x} \Big|_{x=-\frac{\tau}{2}} = -\frac{\partial \dot{A}_z^i}{\partial x} \Big|_{x=\frac{\tau}{2}}, \quad (1)$$

где $\dot{A}_z^i$ — комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала в i -й области интегрирования.

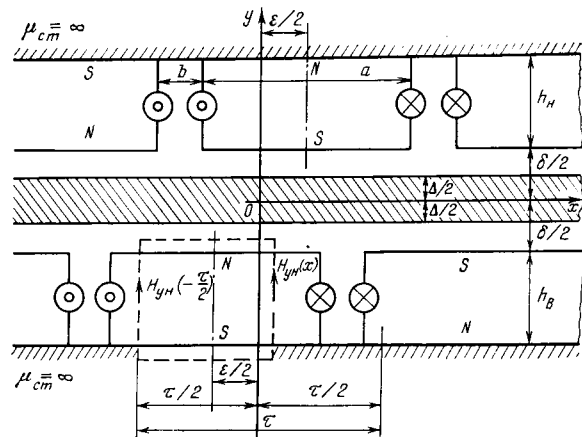
Из условия равенства нормальных составляющих индукции на границах раздела сред (воздух — в, магнит — м)

$$B_y^v \Big|_{y=\pm \frac{\delta}{2}} = B_y^m \Big|_{y=\pm \frac{\delta}{2}},$$

откуда

$$\frac{\partial \dot{A}_z^v}{\partial x} \Big|_{y=\pm \frac{\delta}{2}} = \frac{\partial \dot{A}_z^m}{\partial x} \Big|_{y=\pm \frac{\delta}{2}}. \quad (2)$$

Рис. 1. Расчетная модель экранированной магнитной муфты



Для границ экрана и воздуха на протяжении $-\tau/2 \leq x \leq \tau/2$ можно записать:

$$\left. \begin{aligned} B_x^3 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}} &= B_x^2 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}}; & B_y^3 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}} &= B_y^2 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}}; \\ \frac{\partial A_z^3}{\partial y} \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}} &= \frac{\partial A_z^2}{\partial y} \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}}; & \dot{A}_z^3 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}} &= \dot{A}_z^2 \Big|_{y=\pm \frac{\Delta}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Учитывая приведенное ранее, будем считать, что экран, имеющий электропроводность γ , магнитную проницаемость $\mu_0 = \mu_0$, движется со скоростью v между неподвижными полумуфтами, сдвинутыми на расстояние ε относительно друг друга. Магнитные полюса полумуфт создают поле, неподвижное в пространстве и во времени. Тогда для комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала поля в i -й движущейся среде общее уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z^i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z^i}{\partial y^2} - \mu_0 \gamma v \frac{\partial \dot{A}_z^i}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Решая уравнение (4) методом конечных интегральных преобразований [4], найдем закон распределения поля в различных зонах:

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_z^3(x, y) &= \sum_{-\infty}^{\infty} (\dot{A}_m \operatorname{sh} \lambda_m y + \dot{B}_m \operatorname{ch} \lambda_m y) e^{i\beta_m x}; \\ \dot{A}_z^{31}(x, y) &= \sum_{-\infty}^{\infty} (\dot{C}_m \operatorname{sh} \beta_m y + \dot{D}_m \operatorname{ch} \beta_m y) e^{i\beta_m x}; \\ \dot{A}_z^{32}(x, y) &= \sum_{-\infty}^{\infty} (\dot{N}_m \operatorname{sh} \beta_m y + \dot{M}_m \operatorname{ch} \beta_m y) e^{i\beta_m x}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где показатель β_1 соответствует воздушной среде над экраном; β_2 — под экраном; β_3 — экрану; $\lambda_m = \sqrt{\beta_m^2 + \beta_m \mu_0 v \gamma}$ и $\beta_m = \frac{\pi}{\tau} (2m-1)$ — собственные числа соответствующей задачи Штурма — Лиувилля.

Численное решение уравнений (5) требует определения шести постоянных интегрирования.

Используя граничные условия (3), после несложных преобразований можно получить для постоянных интегрирования следующие четыре уравнения связи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta}_m \dot{A}_m - \dot{\gamma}_m \dot{B}_m &= \dot{M}_m; \\ \dot{\alpha}_m \dot{A}_m - \dot{q}_m \dot{B}_m &= \dot{N}_m; \\ -\dot{\theta}_m \dot{A}_m - \dot{\gamma}_m \dot{B}_m &= \dot{D}_m; \\ \dot{\alpha}_m \dot{A}_m + \dot{q}_m \dot{B}_m &= \dot{C}_m, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_m &= \frac{\lambda_m}{\beta_m} \operatorname{ch} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2} - \operatorname{sh} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2}; \\ \dot{\alpha}_m &= \frac{\lambda_m}{\beta_m} \operatorname{ch} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2} - \operatorname{sh} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2}; \\ \dot{q}_m &= \frac{\lambda_m}{\beta_m} \operatorname{sh} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2} - \operatorname{ch} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2}; \\ \dot{\gamma}_m &= \frac{\lambda_m}{\beta_m} \operatorname{sh} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2} - \operatorname{ch} \lambda_m \frac{\Delta}{2} \operatorname{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2}. \end{aligned}$$

Недостающие для определения постоянных интегрирования два уравнения найдем, используя закон полного тока для внутренней (индекс v) и наружной (n) полумуфт. При составлении уравнений магнит принимается идеальным, поле рассеяния между соседними магнитами в зонах $b \times h$ отсутствует ($H_x = 0$). Для нижней полумуфты

$$\begin{aligned} h_B H_{yB} \left(-\frac{\tau}{2} \right) + \int_{-\tau/2}^x H_x \left(x, -\frac{\delta}{2} \right) dx - \\ - h_B H_{yB}(x) = r_B H_c h_B, \end{aligned} \quad (7)$$

где H_c — коэрцитивная сила магнита;

$H_x \left(x, -\frac{\delta}{2} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \dot{A}_z^{32}}{\partial y} \Big|_{y=-\frac{\delta}{2}}$ — тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля при $y = -\delta/2$ со стороны воздушного зазора:

$$r_B = \begin{cases} 0, & \left(-\frac{\tau}{2} \leq x < \frac{a-\varepsilon}{2} \right); \\ 1, & \left(\frac{a-\varepsilon}{2} < x < \frac{a-\varepsilon}{2} + b \right); \\ 2, & \left(\frac{a-\varepsilon}{2} + b < x \leq \frac{\tau}{2} \right). \end{cases}$$

На расчетной модели показан пунктиром контур интегрирования для нижней полумуфты при $r_B = 0$. Найдем значения $H_{yB}(-\tau/2)$ из уравнения (7) при $x = \tau/2$, тогда, учитывая (1), для напряженности магнитного поля в слое магнитов нижней полумуфты будем иметь:

$$\begin{aligned} H_{yB}(x) &= (1 - r_B) H_c - \\ &- \frac{i}{h_B \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{N}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} - \dot{M}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично определим напряженность магнитного поля в слое расположения верхних магнитов:

$$\begin{aligned} H_{yH}(x) &= (r_H - 1) H_c + \\ &+ \frac{i}{h_H \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{C}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} + \dot{D}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$r_H = \begin{cases} 0, & \left(-\frac{\tau}{2} \leq x < -\frac{a-\varepsilon}{2} - b \right); \\ 1, & \left(-\frac{a-\varepsilon}{2} - b < x < -\frac{a-\varepsilon}{2} \right); \\ 2, & \left(-\frac{a-\varepsilon}{2} < x \leq \frac{\tau}{2} \right). \end{cases}$$

Статическая магнитная проницаемость магнита, введенная ниже по выражению $\mu = B/H$, может быть взята на стадии проектирования из справочной литературы для соответствующего типа феррита (см., например, [5, с. 48]). Более точное значение можно получить экспериментально, сняв магнитную характеристику размагничивания магнита, применяемого в изготавливаемой муфте.

Используем условие (2) непрерывности нормальных составляющих индукции на граничных поверхностях при $y = \pm \delta/2$:

$$\begin{aligned} B_y \Big|_{y=-\frac{\delta}{2}} &= \begin{cases} \mu H_{yB}, & -\frac{\tau}{2} \leq x < \frac{a-\varepsilon}{2}; \\ \frac{a-\varepsilon}{2} + b < x \leq \frac{\tau}{2}; \\ \mu_0 H_{yB}, & \frac{a-\varepsilon}{2} < x < \frac{a-\varepsilon}{2} + b; \end{cases} \\ B_y \Big|_{y=\frac{\delta}{2}} &= \begin{cases} \mu H_{yH}, & -\frac{\tau}{2} \leq x < -\frac{a-\varepsilon}{2} - b; \\ -\frac{a-\varepsilon}{2} < x \leq \frac{\tau}{2}; \\ \mu_0 H_{yH}, & -\frac{a-\varepsilon}{2} - b < x < -\frac{a-\varepsilon}{2}. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя в граничные условия (10) входящие в них величины из формул (5), (8), (9), получим два функциональных уравнения

нения:

$$\begin{aligned}
 & -i \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_m \left(\dot{M}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} - \dot{N}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} = \\
 & \left\{ \begin{aligned} & \mu (1 - r_B) H_c - \\ & - \frac{i\mu}{h_B \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{N}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} - \dot{M}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} \\ & \left(-\frac{\tau}{2} \leq x < \frac{a-\varepsilon}{2}; \frac{a-\varepsilon}{2} + b < x \leq \frac{\tau}{2} \right); \\ & - \frac{i}{h_B} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{N}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} - \dot{M}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} \\ & \left(\frac{a-\varepsilon}{2} < x < \frac{a-\varepsilon}{2} + b \right); \end{aligned} \right. \\
 & -i \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_m \left(\dot{C}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} + \dot{D}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} = \\
 & \left\{ \begin{aligned} & \mu (r_H - 1) H_c + \\ & + \frac{i\mu}{h_H \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{C}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} + \dot{D}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} \\ & \left(-\frac{\tau}{2} \leq x < -\frac{a-\varepsilon}{2} - b; -\frac{a-\varepsilon}{2} < x \leq \frac{\tau}{2} \right); \\ & - \frac{i}{h_H} \sum_{-\infty}^{\infty} \left(\dot{C}_m \operatorname{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} + \dot{D}_m \operatorname{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \right) e^{i\beta_m x} \\ & \left(-\frac{a-\varepsilon}{2} - b < x < -\frac{a-\varepsilon}{2} \right). \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

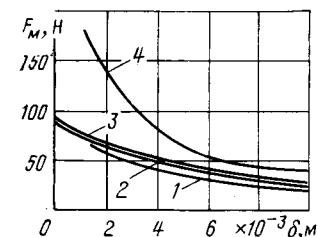
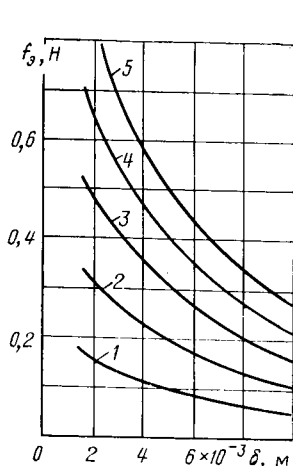
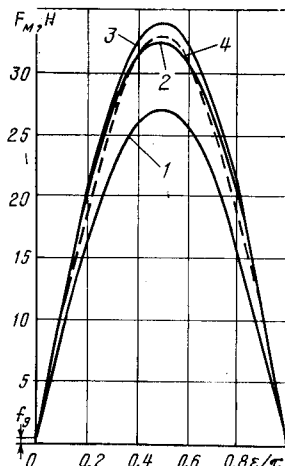


Рис. 2. Зависимость максимальной силы взаимодействия полумуфта от зазора между полумуфтами:

1 — эксперимент; 2 — расчет по формуле (15); 3 — по формуле (17); 4 — по формуле Н. П. Глуханова [2]

Рис. 3. Сила, развиваемая токами экрана, $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $\mu_{отн} = 1,3$: 1 — $v = 2,2$ м/с; 2 — $v = 4,4$ м/с; 3 — $v = 6,6$ м/с; 4 — $v = 8,8$ м/с; 5 — $v = 11$ м/сРис. 4. Максимальная сила взаимодействия полумуфт при $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $\delta = 10 \cdot 10^{-3}$ м, $v = 2,2$ м/с, $\mu_{отн} = 1,3$: 1 — $b = 0$; 2 — $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; 3 — $b = 10 \cdot 10^{-3}$ м; 4 — $b = 15 \cdot 10^{-3}$ м

Эти уравнения можно преобразовать в алгебраические, умножив их на $e^{i\beta_m x}$ и проинтегрировав по x в пределах от $-\tau/2$ до $\tau/2$. Тогда, учитывая ортогональность функций $e^{i\beta_m x}$ на промежутке $(-\tau/2 \leq x \leq \tau/2)$, получим совместную бесконечную систему алгебраических уравнений. Опустив промежуточные выкладки и введя обозначения (см. приложение), указанная система окончательно может быть записана в виде:

$$\left. \begin{aligned} & -\dot{\vartheta}_{1-n} \dot{a}_{Hn} - \dot{z}_{1-n} \dot{d}_{Hn} + \\ & + \frac{b(\mu - \mu_0)}{h_H \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} (\dot{\vartheta}_m \dot{\chi}_m + \dot{z}_m \dot{\chi}_m) \frac{\xi_{mn}}{\xi_{mn}} = \frac{\eta_n}{\xi_n}; \\ & \dot{\vartheta}_{1-n} \dot{a}_{Bn} - \dot{z}_{1-n} \dot{d}_{Bn} - \\ & - \frac{b(\mu - \mu_0)}{h_B \mu_0} \sum_{-\infty}^{\infty} (\dot{\vartheta}_m \dot{\chi}_m - \dot{z}_m \dot{\chi}_m) \xi_{mn} \xi_{mn} = \eta_n \xi_n. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Определив из системы (11) $\dot{A}_m$ и $\dot{B}_m$, из уравнений (6) остальные постоянные интегрирования и подставив их в (5), можно получить комплексные амплитуды напряженности электрического поля и составляющих индукции магнитного поля в интересующих областях по соответствующим формулам:

$$\dot{E}_z = -v \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x}; \quad B_x^i = \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y}; \quad B_y^i = -\frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x}.$$

Механическую силу магнитного взаимодействия полумуфт на полюсном делении можно определить, поделив вещественную часть вектора Умова — Пойнтинга, вычисленную для движущейся среды, на скорость ее движения:

$$F_M = \frac{1}{v} \operatorname{Re} [\dot{\Pi}_y^{B1} + \dot{\Pi}_y^{B2} + \dot{\Pi}_y^3], \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_y^{B1} &= \frac{1}{2} l \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \{ [\dot{E}_z^{B1} \dot{H}_x^{B1}]_{y=\delta/2} - [\dot{E}_z^{B1} \dot{H}_x^{B1}]_{y=\Delta/2} \} dx; \\ \dot{\Pi}_y^{B2} &= \frac{1}{2} l \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \{ [\dot{E}_z^{B2} \dot{H}_x^{B2}]_{y=-\delta/2} - [\dot{E}_z^{B2} \dot{H}_x^{B2}]_{y=-\Delta/2} \} dx; \\ \dot{\Pi}_y^3 &= \frac{1}{2} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \{ [\dot{E}_z^3 \dot{H}_x^3]_{y=-\Delta/2} + [\dot{E}_z^3 \dot{H}_x^3]_{y=\Delta/2} \} dx. \end{aligned}$$

Выполнив интегрирование, окончательно для силы получим:

$$F_M = 4\tau \mu_0 H_c^2 \mu_{отн}^2 l (Q_{m1} - Q_{m2}), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} Q_{m1} &= \operatorname{Re} \sum_{-\infty}^{\infty} i \beta_m^2 \tau^2 (z_m^* \dot{\vartheta}_m \dot{T}_m + \dot{\vartheta}_m^* z_m \dot{S}_m); \\ Q_{m2} &= \operatorname{Re} \sum_{-\infty}^{\infty} i \beta_m \dot{\lambda}_m \tau^2 \left(z_m^* \dot{\vartheta}_m \frac{|\operatorname{ch} \dot{\lambda}_m \frac{\Delta}{2}|^2}{\operatorname{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}} + \right. \\ & \left. + \dot{\vartheta}_m^* z_m \frac{|\operatorname{sh} \dot{\lambda}_m \frac{\Delta}{2}|^2}{\operatorname{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}} \right); \quad \mu_{отн} = \frac{\mu}{\mu_0}; \end{aligned}$$

$\dot{T}_m, \dot{S}_m$ — см. приложение.

Полученное выражение для силы (13) учитывает влияние вихревых токов, наведенных в экране, на магнитное поле между полумуфтами, но не учитывает усилия, создающие асинхронный момент, который стремится в расчетной модели затормозить движение экрана. В реальной муфте эти усилия оказывают тормозящее воздействие движению обеих полумуфт. Значение силы, приложенной к экрану, может быть определено через тепловые потери в экране по аналогии с асинхронным двигателем с затор-

моженным ротором:

$$f_{\partial} = \frac{P_{\partial}}{v} = \frac{1}{2v} \gamma \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} dy \int_{-\tau/2}^{\tau/2} dx \int_0^l [\dot{E}_z \dot{E}_z^*] dz$$

и после интегрирования:

$$f_{\partial} = \tau^3 \mu_{\text{отн}}^2 \mu_0 H_c^2 v l \gamma \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m^2 \frac{1}{\text{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}} \times \\ \times [|\dot{\vartheta}_m|^2 (R_1 - R_2) + |\dot{z}_m|^2 (R_1 + R_2)], \quad R_1 = \frac{\text{sh}(\dot{\lambda}_m + \dot{\lambda}_m^*) \frac{\Delta}{2}}{\dot{\lambda}_m + \dot{\lambda}_m^*}; \\ R_2 = \frac{\text{sh}(\dot{\lambda}_m - \dot{\lambda}_m^*) \frac{\Delta}{2}}{\dot{\lambda}_m - \dot{\lambda}_m^*}. \quad (14)$$

Учесть это явление можно и непосредственно в выражении для результирующей силы взаимодействия полумуфт (12), (13). Для этого нужно вычесть из $\text{Re } \dot{I}_y^3$ потери в экране, так как существенная часть этого комплекса, помимо энергии, затраченной на деформацию (изгиб) силовых линий магнитного поля в зоне, занятой экраном, учитывает также энергию, превратившуюся в экране в тепло, однако результирующая формула при этом получается очень громоздкой и неудобной для анализа.

На рис. 2, 3, 4 приведены результаты расчетов на ЭВМ описанной полевой задачи для магнитов марки 2БА со следующими параметрами: $a=0,025$ м, $h_H=h_B=0,012$ м, $l=0,116$ м, $H_c=183$ кА/м; экран выполнен из стали X18H10T $\gamma=10^8/81$ см/м.

Анализ результатов расчета (рис. 3, 4) показывает, что наличие экрана из немагнитной стали оказывает незначительное влияние на силу взаимодействия полумуфт, что подтверждается и исследованиями Н. П. Глуханова [2]. Поэтому для инженерных расчетов формулу (13) можно упростить, приняв $\gamma=0$, $\Delta=\delta$ или $\Delta=0$, тогда:

$$F_M = 4\tau\mu_0 H_c^2 \mu_{\text{отн}}^2 l \text{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i\tau^2 \beta_m^2 \left(\dot{z}_m \dot{\vartheta}_m + \text{th}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} \dot{\vartheta}_m \dot{z}_m^* \right) \quad (15)$$

или в силу четности ряда можно записать:

$$F_M = 8\tau\mu_0 H_c^2 \mu_{\text{отн}}^2 l \text{Re} \sum_{m=1}^{\infty} i\tau^2 \beta_m^2 \left(\dot{z}_m \dot{\vartheta}_m + \text{th}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} \dot{\vartheta}_m \dot{z}_m^* \right). \quad (16)$$

Выражение для максимальной силы взаимодействия между полумуфтами можно получить, подставив в (16) $\varepsilon = \tau/2$. С учетом лишь первой гармоники будем иметь:

$$F_{M\text{max}} = 4\tau\mu_0 H_c^2 \mu_{\text{отн}}^2 l \times \\ \times \frac{\left(1 - \text{th}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} \right)}{\left(\beta_m \tau \text{th} \beta_m \frac{\delta}{2} + \frac{\tau}{h} \mu_{\text{отн}} \right) \left(\beta_m \tau + \frac{\tau}{h} \mu_{\text{отн}} \text{th} \beta_m \frac{\delta}{2} \right)}. \quad (17)$$

Эта формула получена при $b=0$ и $h_B=h_H$. Пользоваться ей удобно на стадии эскизного проектирования магнитной муфты.

Здесь уместно заметить, что идентичные формулам (15)—(17) выражения получаются из следующего интеграла:

$$F_M = l \int_{\tau/2}^{-\tau/2} [H_x B_y]_{y=\pm \delta/2} dx.$$

Выводы. Результаты решения полевой задачи для экранированной магнитной муфты на постоянных анизотропных магнитах в предложенной постановке не противоречат физике явлений и расхождение с экспериментальными данными составляет не более 10—15 %, что может быть объяснено разбросом параметров магнитов.

Алгоритм задачи для одного варианта просчитывается на ЭВМ ЕС 1052 за время 1,5 с, что свидетельствует о хорошей сходимости рядов.

Аналитическое решение описанной задачи может быть использовано в расчетах других устройств с постоянными магнитами, в том числе и без экрана, в которых пригодна с обуслов-

ленными допущениями приведенная расчетная модель (например магнитные подвески и т. д.).

Приложение.

$$\dot{\vartheta}_{1-n} = - \frac{i(-1)^n A_{1-n} \text{ch} \beta_n \frac{\delta}{2}}{2\tau\mu H_c};$$

$$\dot{z}_{1-n} = - \frac{i(-1)^n B_{1-n} \text{ch} \beta_n \frac{\delta}{2}}{2\tau\mu H_c};$$

$$\dot{\vartheta}_m = \frac{i(-1)^m \dot{A}_m \text{ch} \beta_m \frac{\delta}{2}}{2\tau\mu H_c}; \quad \dot{z}_m = \frac{i(-1)^m \dot{B}_m \text{ch} \beta_m \frac{\delta}{2}}{2\tau\mu H_c};$$

$$\dot{a}_{Bn} = \tau\beta_n \dot{\vartheta}_{1-n} + \tau\beta_n \dot{a}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2} +$$

$$+ \frac{\tau\mu}{h_B\mu_0} \dot{a}_{1-n} + \frac{\tau\mu}{h_B\mu_0} \dot{\vartheta}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2};$$

$$\dot{d}_{Bn} = \tau\beta_n \dot{v}_{1-n} + \tau\beta_n \dot{q}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2} +$$

$$+ \frac{\tau\mu}{h_B\mu_0} \dot{q}_{1-n} + \frac{\tau\mu}{h_B\mu_0} \dot{v}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2};$$

$$\dot{a}_{Hn} = \tau\beta_n \dot{\vartheta}_{1-n} + \tau\beta_n \dot{a}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2} +$$

$$+ \frac{\tau\mu}{h_H\mu_0} \dot{a}_{1-n} + \frac{\tau\mu}{h_H\mu_0} \dot{\vartheta}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2};$$

$$\dot{d}_{Hn} = \tau\beta_n \dot{v}_{1-n} + \tau\beta_n \dot{q}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2} +$$

$$+ \frac{\tau\mu}{h_H\mu_0} \dot{q}_{1-n} + \frac{\tau\mu}{h_H\mu_0} \dot{v}_{1-n} \text{th} \beta_n \frac{\delta}{2};$$

$$\dot{\chi}_m = \dot{\alpha}_m - \dot{\vartheta}_m \text{th} \beta_m \frac{\delta}{2};$$

$$\dot{K}_m = \dot{q}_m - \dot{v}_m \text{th} \beta_m \frac{\delta}{2};$$

$$\xi_{mn} = \frac{\sin(\beta_m + \beta_n) \frac{b}{2}}{(\beta_m + \beta_n) \frac{b}{2}};$$

$$\zeta_{mn} = e^{-i(\beta_m + \beta_n) \frac{\varepsilon}{2}};$$

$$\eta_n = \frac{\cos \beta_n \frac{b}{2}}{\beta_n \tau}; \quad \zeta_n = e^{-i\beta_n \frac{\varepsilon}{2}};$$

$$\dot{T}_m = \frac{1}{\text{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}} \left[\dot{q}_m \dot{\vartheta}_m \left(\text{sh}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{sh}^2 \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) + \right.$$

$$+ \dot{v}_m \dot{\lambda}_m \left(\text{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{ch}^2 \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) - (\dot{q}_m \dot{\alpha}_m + \dot{v}_m \dot{\vartheta}_m) \times \\ \times \left(\text{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2} \text{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) \left. \right];$$

$$\dot{S}_m = \frac{1}{\text{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}} \left[\dot{\alpha}_m \dot{v}_m \left(\text{sh}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{sh}^2 \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) + \right.$$

$$+ \dot{q}_m \dot{\vartheta}_m \left(\text{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{ch}^2 \beta_m \frac{\Delta}{2} - \text{ch}^2 \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) - \\ - (\dot{\alpha}_m \dot{q}_m + \dot{\vartheta}_m \dot{v}_m) \left(\text{sh} \beta_m \frac{\delta}{2} \text{ch} \beta_m \frac{\delta}{2} - \text{sh} \beta_m \frac{\Delta}{2} \text{ch} \beta_m \frac{\Delta}{2} \right) \left. \right].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганзбург Л. Б., Глуханов Н. П., Рейфе Е. Д. Механизм с магнитной связью. — Л.: Машиностроение, 1973.
2. Вишневский Н. Е., Глуханов Н. П., Ковалев И. С. Машины и аппараты с герметичным электроприводом. — Л.: Машиностроение, 1977.

3. А. с. 584403 (СССР). Магнитная муфта/Н. П. Глуханов, Г. П. Ильин. Оpubл. в Б. И., 1977, № 46.
4. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.: Изд. АН СССР, 1948.
5. Постоянные магниты. Справочник/Ю. М. Пятин и др. — М.: Энергия, 1980.

[25.06.82]

УДК 621.316.730

Фазовые зависимости в регулируемом ступенчато-синусоидальном напряжении¹

ГРИГОРЯН М. О., ПОЗИН М. Б.

В ряде работ, посвященных улучшению гармонического состава ступенчато-синусоидального напряжения [1—4], приведены зависимости между фазовыми углами ступеней этого напряжения, при которых обеспечиваются минимальные значения амплитуд максимального числа высших гармоник, частоты которых наиболее близки к частоте основной гармоники. Однако эти зависимости приведены для фиксированных отношений между амплитудой первой гармоники U_{M1} и амплитудами ступеней U_j , где j — номер ступени. Для минимизации массы, габаритов или стоимости выходного фильтра инверторов со стабилизацией выходного напряжения при изменении входного или с регулированием выходного напряжения (а также для получения наилучшего качества выходного напряжения при определенном фильтре) необходимо получить эти зависимости для изменяющихся U_{M1}/U_j .

Одним из важнейших случаев при этом является случай равенства амплитуд ступеней $U_j = U$. В этом случае при изменении $\cos \varphi$ нагрузки в широких пределах все ячейки инвертора (рис. 1) (а также относящиеся к ним однотипные элементы устройств управления и коммутации тиристоров ячеек) одинаковы, если формирование ступенчато-синусоидального напряжения (рис. 2, а) производится в соответствии с рис. 2, б. При $n \geq 3$,

¹ Работа выполнена Григоряном М. О., задача поставлена М. Б. Позиным.

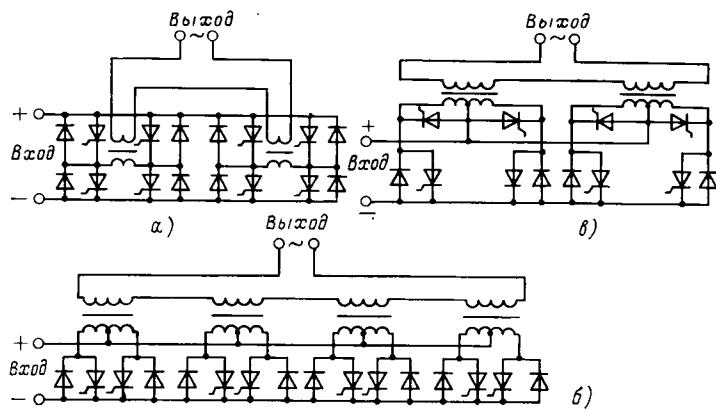


Рис. 1

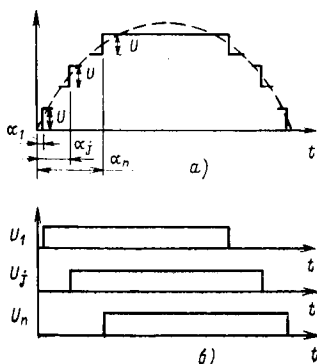


Рис. 2

где n — число ступеней, несколько различаются лишь габаритные мощности трансформаторов ячеек P_j при одинаковых коэффициентах трансформации этих трансформаторов, т. е. при одинаковых токах, а, следовательно, и проводах первичных (вторичных) обмоток (при $n=2$ $P_1=P_2$, при $n=3$ и $n=4$ разница в P_j не превышает соответственно 20 и 28 %, а при использовании только части диапазона регулирования она значительно меньше (рис. 3), при $n \rightarrow \infty$ — 28,3%). Поэтому при $n=2$ оба трансформатора (рис. 1, а и б) или четыре трансформатора (рис. 1, б) одинаковы, при $n \geq 3$ и малых мощностях можно выполнять все трансформаторы одинаковыми с $P_j = P_{\max}$, а при больших мощностях выполнять трансформатор ячейки с нужным P_j , меняя, например, толщину набора при одинаковых остальных параметрах трансформаторов. Для трансформатора резервной ячейки $P_j = P_{\max}$. Одинаковость ячеек существенно упрощает серийное изготовление и настройку инверторов, их промышленную эксплуатацию, резервирование отдельных ячеек. С помощью зависимости для этого случая возможно также сложение мощностей нескольких одинаковых стабилизированных или регулируемых инверторов с максимальным использованием мощности каждого из них. При таком сложении уменьшается масса инверторов из-за замены громоздких индивидуальных фильтров небольшим общим при том же качестве выходного напряжения. (При последовательном соединении выходов инверторов коэффициент трансформации силовых трансформаторов уменьшается, например, переклещением секций вторичной обмотки трансформатора с последовательного соединения на параллельное). Отмеченные практические преимущества не реализуются при различных амплитудах ступеней.

При $U_j = U$ текущее значение ступенчато-синусоидального напряжения (рис. 2, а)

$$u = \frac{4U}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^n \cos(2i-1) \alpha_j \right] \frac{\sin(2i-1) \omega t}{2i-1},$$

где ω — круговая частота первой (основной) гармоники; α_j — фазовый угол j -й ступени.

Регулировочная характеристика

$$N = U_{M1}/U = \frac{4}{\pi} \sum_{j=1}^n \cos \alpha_j.$$

Зависимости между текущими значениями α_j , при которых в любой точке диапазона регулирования N равно нулю, максимальное число высших гармоник, близких к основной, должны быть получены решением системы из максимального числа m уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \cos 3\alpha_j &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum_{j=1}^n \cos(2i+1)\alpha_j &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum_{j=1}^n \cos(2m+1)\alpha_j &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

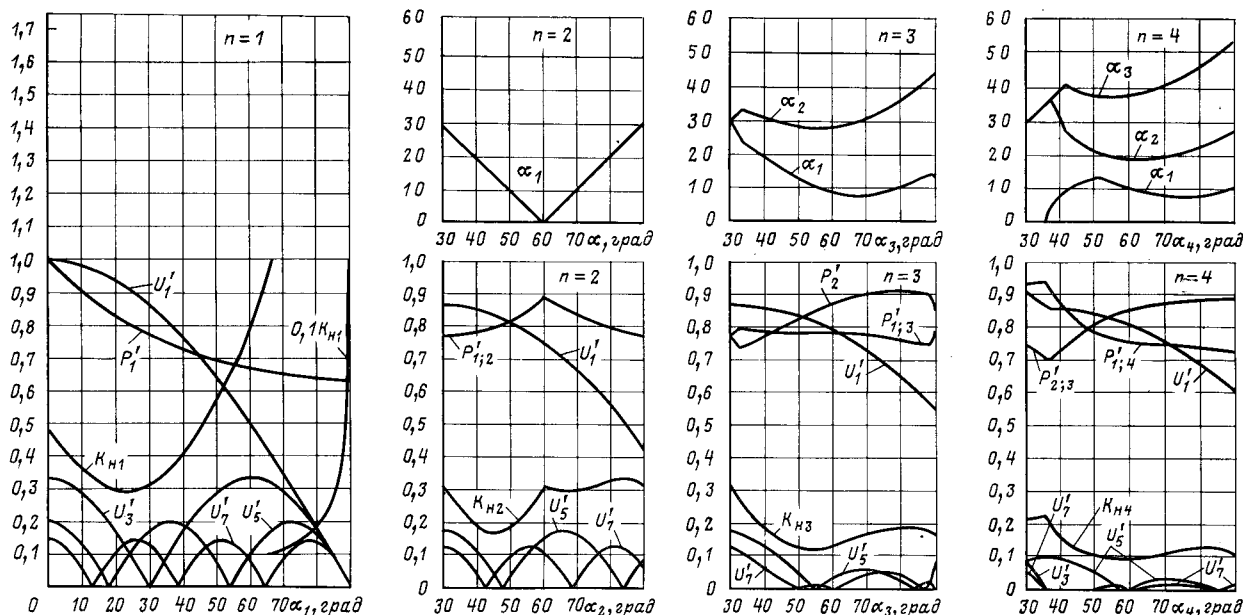


Рис. 3

Для удобства построения устройства регулирования фазовых углов зависимости (1) должны быть непрерывными.

В общем случае максимальное количество решаемых для любой точки диапазона регулирования N уравнений системы (1) $m_{\max} = n - 1$ (для отдельных особых точек количество этих уравнений больше). При $n = 2$ $\alpha_1 = \pm \alpha_2 \mp 60^\circ$, при $n \geq 3$ система (1) имеет решения только в узких диапазонах изменения N , недостаточных для практического использования, и поэтому при $n \geq 3$ задача сводится к минимизации (с помощью ЭВМ) значений правых частей уравнений системы:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^n \cos 3\alpha_j \right| = A_{m!n_1}; \\ & \dots\dots\dots \\ & \left| \sum_{j=1}^n \cos (2i+1)\alpha_j \right| = A_{m!ni}; \\ & \dots\dots\dots \\ & \left| \sum_{j=1}^n \cos (2n-1)\alpha_j \right| = A_{m!n(n-1)}. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Результаты этой минимизации для $n \leq 4$ приведены на рис. 3. Верхние эпюры — зависимости между α_j , приведенные в виде $\alpha_j = f(\alpha_n)$, нижние — относительные значения U_{2i-1} первой и всех высших гармоник до 7-й включительно напряжения u , коэффициенты нелинейных искажений кривой $k_{нп}$ и относительные габаритные мощности трансформаторов ячеек P_j , рассчитанные по формулам:

$$U'_{2i-1} = \frac{1}{(2i-1)n} \sum_{j=1}^n \cos(2i-1)\alpha_j;$$

$$k_{nn} = \sqrt{\frac{\pi \left[\frac{\pi n^2}{2} - \sum_{j=1}^n (2j-1) \alpha_j \right]}{4 \left(\sum_{j=1}^n \cos \alpha_j \right)^2} - 1};$$

$$P'_j = \frac{\pi - \alpha_j - \alpha_{n-j+1}}{\pi U'_j},$$

Эпюры U'_{2i-1} (рис. 3) отражают характер изменения напряжений первой и высших гармоник при постоянном значении α_n в диапазоне изменения α_n . Максимальные значения этих напряже-

$$U_{M(2i-1)} = \frac{4nU}{\pi} U'_{2i-1}; \quad U_{M(2i)} = 0;$$

регулирующая характеристика

$$N = \frac{4n}{\pi} U_1'.$$

Эпюры P'_j определены для постоянного значения U_{M1} и соответствующего ему переменного значения U в диапазоне изменения α_n , что удобно для сравнительной оценки габаритно-мощностей трансформаторов ячеек стабилизированных инверторов.

Полученные зависимости могут быть использованы при расчете стабилизированных и регулируемых инверторов с нулевым идеального напряжения с минимальным выходным фильтром, улучшения качества выходного напряжения при конкретном фильтре, при сложении выходных мощностей нескольких однотипных стабилизированных или регулируемых инверторов при последовательного соединения их выходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Проектирование** статических преобразователей.— Энергия, 1974.
2. **Жемеров Г. Г.** Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью.— М.: Энергия, 1977.
3. **Тонкаль В. Е.** Синтез автономных инверторов модуляционного типа.— Киев: Наукова думка, 1979.
4. **Булатов О. Г., Олешук В. И.** Автономные тиристорные инверторы с улучшенной формой выходного напряжения.— Кишинев, Штиница, 1980.
5. **Позин М. Б.** Инвертор. Авт. свид. № 623244 от 03.09.1976 г. (Б. И. № 33, 1978).
6. **Позин М. Б., Григорян М. О.** Преобразователь постоянного напряжения в переменное. Авт. свид. № 765952 от 06.01.1980 г. (Б. И. № 35, 1980).

Поливанов К. М. Электродинамика движущихся тел. — М.: Энергоиздат, 1982

Книга посвящена изложению важных и сложных разделов теории электромагнитного поля, не рассматриваемых в вузовских курсах ТОЭ и мало освещенных в соответствующей литературе. Вместе с тем, исследователям и конструкторам все чаще приходится иметь дело с ситуациями, когда нельзя не считаться с явлениями взаимного перемещения тех или иных источников и наблюдателей электромагнитного поля. Поэтому книгу, написанную известным электродинамиком проф. К. М. Поливановым, следует считать своевременной и актуальной.

Книга содержит 4 главы, 5 приложений и список литературы (35 названий).

В *главе первой* «Векторы поля в присутствии движущихся тел» изложение начинается с мало известного уравнения Максвелла, обобщающего закон Ома для движущихся тел. Далее рассматриваются преобразования Лоренца применительно к векторам, характеризующим электромагнитные поля. Это позволяет автору изложить следующие вопросы: уравнения Максвелла для поля в присутствии движущихся тел; ток смещения металлическим проводником и его магнитное поле и поля движущегося немагнитного тела.

Рассматривается ряд примеров, в которых движение тел связано с теми или иными электромагнитными эффектами. Затем автор переходит от дискретных тел к плоским волнам, исходящим от движущегося проводника, и к векторам Пойнтинга и Умова. Глава заканчивается тремя взаимосвязанными араграфами: о конвекционной составляющей вектора переноса энергии, о преобразовании энергии на движущейся границе и векторе захвата движущейся границей энергии, распределенной в пространстве.

Во *второй главе* «Движение проводников и магнитоэлектриков в магнитном поле» излагаются основные положения магнитной гидродинамики. Кратко записав три основные формы уравнения Навье — Стокса, автор переходит к некоторым их приложениям — электромагнитному измерению скорости течения проводящей жидкости и продольному течению жидкости коаксиальном кабеле. Далее рассматривается вращение тел магнитном поле, поведение цилиндра во вращающемся поле вращение проводящей сферы в магнитном поле (переменном и постоянном). После этого автор переходит к задачам, постановка которых вызвана новыми техническими решениями (электромагнитным насосам, магнитным подвесам и др.). При этом анализируются следующие задачи: поле летящего магнита; механические взаимодействия между летящим магнитом и телом, лежащим под ним; передача энергии через воздушный зазор; другие виды движения в магнитном поле, в том числе так называемый эффект Губера.

Глава третья «Электромеханика» посвящена анализу некоторых механических явлений, наблюдаемых при взаимодействии электрического и магнитного полей на диэлектрики и проводники. Из весьма обширного круга вопросов, относящихся к электромеханике, автором выбраны следующие: противопоставление электродинамики и магнитной гидродинамики; подобие электрических и магнитных явлений; движение диэлектрика в электрическом поле; эффект Герца — Квинке и граничные условия на поверхности раздела несовершенных движущихся диэлектриков; тензоры напряжений в электрическом поле и тензоры электромагнитного поля; обобщение и анализ выражений тензора электромагнитного поля; силы, действующие в магнитном поле; определение механических напряжений, сил и моментов по заданному тензору максвелловских натяжений; силы натяжения и конвекционная составляющая вектора переноса энергии в постоянных магнитах и в диэлектриках; энергетический аланс и вектор захвата; коаксиальный цилиндрический конденсатор как система с неоднородным полем.

Круг рассмотренных в этой главе вопросов отобран автором в соответствии с его интересами, однако их значимость от этого никак не умаляется.

Глава четвертая «Электродвижущая сила» поначалу может вызвать удивление — что еще нового можно сказать об эффекте электромагнитной индукции. Однако у автора есть свое видение этого фундаментального явления, позволяющего рассмотреть его несколько шире, чем принято во всех учебниках, в том числе написанных самим К. М. Поливановым.

В этой главе, помимо нескольких важных определений, со-

держатся следующие разделы: различные формулировки закона наведения э. д. с. в разных случаях, а также анализ показаний вольтметра, используемого для измерения разности потенциалов.

В *пяти приложениях* рассмотрены: единицы мер в уравнениях электродинамики; анализ единиц физических величин; дивергенция тензора напряжений в цилиндрической системе координат; обозначения гармонических величин и соответствующих комплексов; доказательство теоремы Умова.

Для оценки новизны и оригинальности рецензируемой книги целесообразно сопоставить ее с аналогичными: М.—А. Тонела «Основы электромагнетизма и теория относительности» (1962), Э. А. Меерович «Методы релятивистской электродинамики в электротехнике» (1966).

Сравнение показывает, что автором написана совершенно оригинальная работа, охватывающая большой круг вопросов. В подтверждение сказанного назовем следующие разделы.

В § 1.8 дана оригинальная интерпретация векторов Пойнтинга и Умова, непосредственно связывающая их с электромеханическим преобразованием энергии как при движении проводника в магнитном, так и диэлектрика в электрическом полях. Этот раздел дополнен новой редакцией вывода теоремы Умова (приложение 5).

Чрезвычайно интересны §§ 2.7 и 2.8, посвященные полю летящего магнита, возбуждаемым им вихревым токам и взаимодействию парящего магнита с находящимися под ним телами. В этих разделах, по существу, кратко изложены теоретические основы принципиально новой системы наземного транспорта.

В последние годы появилось несколько публикаций, посвященных объяснению принципов действия новых видов диэлектрических двигателей. К сожалению, все эти работы трудно признать сколько-нибудь убедительными. В §§ 3.4 и 3.5 рецензируемой книги излагается теория эффекта Герца — Квинке, известного еще с 1881 г. Есть все основания утверждать, что действие, по крайней мере, одной из разновидностей этих двигателей может быть полностью объяснено указанным эффектом, фундаментально забытым и ставшим вновь известным из работ автора и его сотрудников.

Наконец, очень интересен § 4.3, в котором рассматриваются пять различных вариантов наведения э. д. с. Практическая значимость данного раздела очевидна.

Сказанное выше доказывает, что автором создана книга, которая, несомненно, будет полезна широкому кругу электротехников, имеющих отношение к использованию энергии электромагнитных полей движущихся тел. Книга написана хорошим языком, лаконично, но вполне доходчиво (за несколькими исключениями, перечисленными ниже). Математический аппарат не выходит за пределы программ электротехнических вузов. Книга удовлетворительно издана и хорошо отредактирована (нами обнаружены лишь опечатки в формулах (1.22), (1.69), на рис. 17, а и в заголовке § П-3.)

Вместе с тем, по книге следует сделать несколько принципиальных замечаний.

Чувствуется, что автор располагал огромным материалом, который он должен был уместить в строго регламентированном объеме. Это привело к чрезмерно сжатому изложению ряда важных вопросов, при котором краткость вступила в явное противоречие с доходчивостью. Так, при чтении §§ 2.1, 2.10, 4.3 и в некоторых других случаях читателю придется обращаться к первоисточникам, указанным в списке литературы, что связано с определенными трудностями.

В § 3.3 дано определение силы, действующей на диэлектрик со стороны электродов, через максвеллов тензор. Однако последний рассмотрен ниже — только в §§ 3.6 и 3.7.

Следует также отметить, что в книге полностью отсутствуют какие-либо числовые примеры, чем также затрудняется ее использование как пособия при решении инженерных задач.

Однако, несмотря на эти недостатки, выпуск рецензируемой книги следует всячески приветствовать — она содержательна и интересна.

(Рецензия обсуждена на кафедре теоретических основ электротехники Уфимского ордена Ленина авиационного института им. С. Орджоникидзе.)

КАГАНОВ З. Г., доктор техн. наук,
ГУСЕЙНОВА Т. И., канд. техн. наук

ЧИНГИЗ МЕХТИЕВИЧ ДЖУВАРЛЫ

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения и 45 лет производственной, научной и педагогической деятельности видного ученого-электроэнергетика, академика АН АзССР, заслуженного деятеля науки АзССР, почетного энергетика СССР, лауреата Государственной премии АзССР и премии им. П. Н. Яблочкова АН СССР, доктора технических наук, профессора Чингиза Мехтиевиша Джуварлы.

Ч. М. Джуварлы родился 1 мая 1913 г. в Гяндже (ныне Кировабад). Творческая деятельность его началась в 1936 г., когда после окончания Азербайджанского индустриального института им. М. Азизбекова он был оставлен при кафедре техники высоких напряжений для ведения научно-педагогической работы. Одновременно он работал инженером на производстве, занимая ряд ответственных инженерных должностей.

Кандидатскую диссертацию Чингиз Мехтиевиш защитил в 1941 г., докторскую — в 1950 г. В 1959 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1962 г. — академиком АН АзССР.

С 1946 г. и по сей день деятельность Ч. М. Джуварлы тесно связана с Академией наук Азербайджана, где он работал в качестве руководителя лаборатории, директора Института энергетике, академика — секретаря Отделения физико-технических и математических наук. В настоящее время Ч. М. Джуварлы работает руководителем лаборатории электрофизики Института физики АН АзССР.

Научные интересы Ч. М. Джуварлы охватывают широкий круг вопросов в области техники и физики высоких напряжений, электрической изоляции, физики твердых и жидких диэлектриков, газового разряда, взаимодействия заряженных частиц с



электрическим полем, использования электрических полей и разрядов в технологических процессах. Его работы в области электротехнологии удостоены Серебряной медали ВДНХ СССР.

Большой цикл работ Ч. М. Джуварлы посвящен таким важным для современных энергосистем вопросам, как разработка математических моделей и методов расчета волновых процессов в электропередачах и их элементах и ограничение токов коротких замыканий. На основе разработанных математических моделей предложен комплекс научно-технических разработок, внедрение которых позволило существенно повысить надежность работы энергосистем.

Результаты проведенных Ч. М. Джуварлы исследований неоднократно

отмечались в числе важнейших достижений советской науки в отчетных докладах АН СССР и в приказах по новой технике Минэнерго СССР. Руководимый Ч. М. Джуварлы коллектив лаборатории систематически привлекается к решению многих научно-технических задач в масштабе страны.

Чингиз Мехтиевиш Джуварлы является автором около 300 научных статей, ряда монографий, около 40 изобретений.

Ч. М. Джуварлы ведет и большую научно-организационную работу. Он является председателем Научного совета по проблемам энергетики Совета координации АН АзССР, членом научных советов АН СССР и ГКНТ, членом РИСО и редколлегии журналов АН АзССР, членом редколлегии Азербайджанской Советской Энциклопедии.

Большое внимание уделяет Ч. М. Джуварлы подготовке инженерных и научных кадров. Ряд лет он читал лекции в Азербайджанском государственном университете, многие годы является профессором кафедры техники высоких напряжений электроэнергетического факультета АЗИНХ им. Азизбекова.

Под руководством Ч. М. Джуварлы более 30 специалистов защитили кандидатские и докторские диссертации, что привело к созданию азербайджанской школы высоковольтников, поддерживающей тесную творческую связь со многими НИИ и вузами нашей страны и социалистических стран.

Ч. М. Джуварлы полон творческих сил и энергии; как и прежде он сочетает в своей работе глубину и строгость подхода к изучаемым проблемам и тесную связь научных и практических задач.

Группа товарищей



ФЕДОР МИХАЙЛОВИЧ ЮФЕРОВ

(К 60-летию со дня рождения)

17 июня 1983 г. исполнилось 60 лет со дня рождения и 30 лет научной и педагогической деятельности доктора технических наук, профессора кафедры электрических машин Московского энергетического института, крупного специалиста в области электрических машин автоматических устройств Федора Михайловича Юферова.

В 1950 г. после окончания Московского энергетического института

Ф. М. Юферов учился в аспирантуре МЭИ и одновременно работал в научно-исследовательском институте. На основании теоретических и экспериментальных исследований магнитной проводимости воздушного зазора электрических машин Ф. М. Юферов нашел пути значительного уменьшения зубцовых гармоник поля, что позволило повысить точность работы бесконтактных сельсинов при одновременном уп-

рошении технологии их изготовления.

После защиты кандидатской диссертации в 1953 г. Ф. М. Юферов преподавал на кафедре электрических машин МЭИ, уделяя при этом большое внимание научно-исследовательским и проектно-конструкторским работам в области микроэлектромашиностроения.

В 50-е годы, работая под руководством профессора Ю. С. Чечета, Ф. М. Юферов создал целый ряд электриче-

A black and white portrait of a middle-aged man with receding hair, wearing thick-rimmed glasses, a dark suit jacket, a white shirt, and a dark tie. He is looking slightly to the left of the camera with a neutral expression. The background is dark and out of focus.

Группа товарищ



A black and white portrait photograph of a man with a mustache, wearing a dark suit jacket, a white shirt, and a dark tie. He is looking directly at the camera with a neutral expression. The background is light and slightly textured.

Группа товариш

АНДРЕЙ ГЕОРГИЕВИЧ ЗАХАРИН

В марте 1983 г. после тяжелой продолжительной болезни на 79 году жизни скончался известный ученый — энергетик, профессор, доктор технических наук Андрей Георгиевич Захарин.

Научная деятельность А. Г. Захарина после окончания Тбилисского политехнического института началась в 1932 г. во Всесоюзном институте электрификации сельского хозяйства. В 1937 г. он успешно защитил кандидатскую, а в 1948 г. — докторскую диссертации. С 1944 по 1982 г. А. Г. Захарин работал старшим научным сотрудником, заведующим отделом общей энергетики и сектором общеметодических вопросов и прогнозов в энергетике ЭНИН им. Г. М. Кржижановского. Под его руководством и при непосредственном участии были выполнены такие важные работы, как обоснование технических направлений развития электрификации сельских районов и перспективы развития электроэнергетики страны, применение экономико-математических методов моделирования при решении комплексных проблем развития топливно-энергетического хозяйства, методика технико-экономических расчетов в энергетике, оценка эффективности новой энергетической техники и обоснование направлений развития атомной энергетики.



За 50-летний период научной работы А. Г. Захарин стал одним из ведущих ученых-энергетиков. Он возглавлял межведомственные научно-исследовательские работы по заданиям ГКНТ СССР, посвященные техниче-

скому прогрессу в энергетике и оценке перспективных направлений развития атомной энергетики. В течение многих лет являлся ответственным редактором трудов ЭНИН, издаваемых по общей энергетике, вел большую работу по подготовке научных кадров. Им опубликовано свыше 100 научных работ, в том числе 4 монографии.

Под научным руководством проф. А. Г. Захарина подготовлены и защищены 18 кандидатских диссертаций. Он оставил после себя многочисленных учеников и последователей, плодотворно развивающих выдвинутые им идеи и направления научных исследований. Много лет он был членом экспертной комиссии ВАК, заместителем председателя общенергетического специализированного совета при ЭНИН им. Г. М. Кржижановского.

Родина высоко оценила заслуги А. Г. Захарина, наградив его орденами «Трудового Красного Знамени», «Знак Почета» и медалями.

Все, кто работал с Андреем Георгиевичем, знали его как скромного и трудолюбивого ученого, человека высокой культуры и большой эрудиции, внимательного и чуткого товарища.

Группа товарищей и учеников



РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648 Адрес для телеграмм: Москва, 12, Электричество

Технический редактор А. С. Давыдова

Сдано в набор 12.04.83 Подписано в печать 30.05.83. Т-12820 Формат 60×90/8 Усл. печ. л. 10
Усл. кр. отт. 10,5 Уч.-изд. л. 13,09 Печать высокая Тираж 5833 экз. Заказ 981

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром»
Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли г. Чехов
Московской области

Гельфанд Я. С.— Анализ чувствительности направленных фильтровых высокочастотных защит	1
Якобс А. И., Шаматава В. Д.— Оценка эффективности устройств защитного отключения	6
Кузнецов В. Г.— Метод определения областей применения схем симметрирующих устройств	12
Карпенко Л. Н., Скорняков В. А., Сурина Г. А.— Расчет нагрева замкнутых контактов с учетом поверхностного эффекта	16
Афанасьев А. А.— Статическая устойчивость вентильной машины	21
Мещенина М. П., Пашкевич В. И., Фетисов В. В.— Оценка демпфирующих свойств обмотки якоря машины постоянного тока при коммутации	25
Ледовский А. Н.— Проектирование кинетических аккумуляторов электрической энергии	31
Цфасман Г. М.— О применении метода <i>D</i> -разбиения при анализе устойчивости регулируемых вентильных преобразователей	37
Из опыта работы	
Кузьмичева Е. В., Околович М. Н.— Автоматизированное проектирование электрических схем распределителей блочных электростанций	42
Бабинов М. В., Базелян Э. М.— Перенапряжения во внутренних цепях объекта при распределении тока молнии по его обшивке	44

Герман Л. А.— О выборе числа ступеней регулируемых установок поперечной емкостной компенсации тяговых нагрузок	1
Чалисов Ю. И., Додзина Т. Я.— Экспериментальный анализ внешнего магнитного поля электротехнических устройств	6
Сообщения	
Амирикян Р. А., Шарабханян И. И.— Расчет режимов сложных систем методом деления на подсистемы	16
Идельчик В. И.— Пример анализа существования и единственности решения уравнений установившегося режима	21
Готовцев Н. П., Федосов М. И.— Методика расчета электромагнитных усилий в индукторе криогенной униполярной машины	25
Стеблев Ю. И.— Условия минимальных потерь в теории поверхностного эффекта	31
Карамян С. Г., Зельцбург Б. А.— Расчет характеристик радиочастотного коаксиального кабеля с экраном из металлизированной пленки	37
Ильин Г. П.— Решение полевой задачи для экранированной магнитной муфты	42
Григорян М. О., Позин М. Б.— Фазовые зависимости в регулируемом ступенчато-синусоидальном напряжении	44
Библиография	
Хроника	

CONTENTS

Analysis of the Sensitivity of Directional Phase-Sequence Carrier Protection — J. S. Gelfand	1
Evaluating the Effectiveness of Protective Disconnection Apparatus — A. I. Jacobs, V. D. Shamatava	6
A Method for Determining the Fields of Application Apparatus for Balancing Network Operating Conditions — V. G. Kuznetsov	12
Calculating the Heating of Closed Contacts With Account Taken of Skin Effect — L. N. Karpenko, V. A. Skornyakov, G. A. Surina	16
Steady-State Stability of a Machine With Rectifier — A. A. Afanasiev	21
Appraising the Damping Characteristics of the Armature Winding in a D. C. Machine During Commutation — M. P. Meschenina, V. I. Pashkevitch, V. V. Fetisov	25
Design of Kinetic Electric Energy Storage Cells — A. N. Ledovski	31
Application of the Method of <i>D</i> -Decomposition in Analysing the Stability of Controlled Rectifying Converters — G. M. Tsfasman	37

FROM OPERATING EXPERIENCE

Computer-Aided Design of Switchgear Connections for Unit Power Stations — E. V. Kuzmicheva, M. N. Okolowitch	42
Overvoltages on the Internal Circuits of an Installation for Lightning Current Distribution Along Its Casing — M. V. Babinov, E. M. Bazelian	44

Selecting the Number of Steps in Controlled Shunt Capacitance Compensators for Traction Loads — L. A. Herman	1
Experimental Analysis of the External Magnetic Field Around Electrical Apparatus — U. I. Chalisov, T. J. Dodzina	6

REPORTS

Calculating the State of Complex Systems By Decomposition Into Sub-Systems — R. A. Amirikian, I. I. Sharabkhanian	16
Searching for the Existence and Uniqueness of the Solution to the System of Steady-State Equations — V. I. Idelchik	21
A Method for Calculating Electromagnetic Forces in the Inductor of a Cryogenic Unipolar Machine — N. P. Goltovtsev, M. I. Fedosov	25
Minimum Loss Conditions in Skin Effect Theory — U. I. Steblev	31
Calculating the Characteristics of an RF Coaxial Cable Having a Sheath From Metallized Film — S. G. Karamian, B. A. Zeiltsburg	37
Solving the Field Problem for a Shielded Magnetic Clutch — G. P. Ilyin	42
Phase Relationships in a Regulated Sinusoidal Stepped Voltage — M. O. Grigorian, M. B. Pozin	44

BIBLIOGRAPHY

CHRONICLE

УДК 621.316.925.2

Анализ чувствительности направленных фильтровых высокочастотных защит. Гельфанд Я. С. — «Электричество», 1983, № 6.

Предложен метод анализа направленных фильтровых высокочастотных защит, основанный на использовании вольт-амперных характеристик органов направления и защищаемой сети. С применением предложенного метода проведен сравнительный анализ двух способов повышения чувствительности органов направления мощности на примере двухконцевых ВЛ. Оказано, что на длинных ВЛ 110—220 кВ целесообразно применять комбинацию органа направления мощности и фильтрового реле тока с торжением.

УДК 621.316.933.8.001.24

Оценка эффективности устройств защитного отключения. Яковс А. И., Шаматава В. Д. — «Электричество», 1983, № 6.

Изложен метод численной оценки электрозащитной эффективности устройств защитного отключения. Основу метода составляет расчет условной вероятности электропоражения человека при прикосновении к токоведущим частям электроустановок напряжением 0,38 кВ с глухим заземлением нейтрали. Библ. 4.

УДК 621.316.761.2.016.3

Метод определения областей применения схем симметрирующих устройств. Кузнецов В. Г. — «Электричество», 1983, № 6.

Предложен метод анализа схем симметрирования на основе математической модели их функционирования, позволяющий определить в аналитическом виде области использования различных схем для всего множества значений параметров одно- и двухплечевых нагрузок и значений активной мощности сети. Библ. 8.

УДК 621.3.066.6.017.71.001.24

Расчет нагрева замкнутых контактов с учетом поверхностного эффекта. Карпенко Л. Н., Скормяков В. А., Сурина Г. А. — «Электричество», 1983, № 6.

Приведена методика расчета кратковременного нагрева замкнутых контактов, точнее отражающая физику явлений при прохождении переменного тока. Выражения для расчетов температуры на краю контактной площадки и граничных токов сваривания получены в виде, удобном для практического применения. Библ. 5.

УДК 621.313.2.016.351

Статическая устойчивость вентильной машины. Афанасьев А. А. — «Электричество», 1983, № 6.

Приведено математическое описание статического преобразователя астоты (ПЧ), представляемого устройством неизменной структуры, и электрической машины (ЭМ) при малых приращениях переменных. Полученная система дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами учитывает особенности работы ПЧ (ключевой режим вентильных элементов, вариацию их углов включения и выключения) и ЭМ (насыщение магнитной цепи, несинусоидальность токов и напряжений). Дает явную оценку влияния ряда факторов на устойчивость вентильной машины. Библ. 8.

УДК 621.313.2.045.001.24

Оценка демпфирующих свойств обмотки якоря машины постоянного тока при коммутации. Мещенина М. П., Пашкевич В. И., Фетисов В. В. — «Электричество», 1983, № 6.

На основе схем замещения предложен метод оценки демпфирующих свойств обмотки якоря, который, в отличие от существующих, позволяет учесть вихревые и циркуляционные токи в меди паза, а также сопротивление секций и падение напряжения в щеточном контакте. Показано, что в машинах средней и большой мощности вихревые и циркуляционные токи в меди паза уменьшают результирующую индуктивность разрываемого щеткой контура секции и коэффициент демпфирования обмотки в 1,5—2) раза в зависимости от конструкции секции обмотки якоря. Библ. 11.

УДК 621.313.333:531.65:62.501.222

Проектирование кинетических аккумуляторов электрической энергии. Ледовский А. Н. — «Электричество», 1983, № 6.

Рассмотрены особенности построения системы автоматизированного проектирования кинетических аккумуляторов электрической энергии. Сформулированы основные требования к системе, дан краткий анализ математических моделей элементов кинетических аккумуляторов, приведены результаты расчетов ряда структур аккумуляторов, дано их сравнение с экспериментальными данными. Библ. 17.

УДК 621.316.37.027.3:621.311.2.001.2:65.011.56

Автоматизированное проектирование электрических схем распределителей блочных электростанций. Кузьмичева Е. В., Околовнич М. Н. — «Электричество», 1983, № 6.

Предложен алгоритм формализации структуры и метода расчета электрических схем распределителей повышенных напряжений блочных электростанций, используемый при автоматизированном проектировании. Приведены расчетные формулы и пояснен их вывод. Библ. 2.

УДК 621.3.015.38:551.594.221

Перенапряжения во внутренних цепях объекта при распространении тока молнии по его обшивке. Бабинов М. Б., Базелян Э. М. — «Электричество», 1983, № 6.

Экспериментально исследовано влияние неоднородности распределения тока молнии по тонкостенным обшивкам объектов на перенапряжения, наводимые в их внутренних цепях. Показано, что искажение распределения тока за счет обратного провода или поверхности земли при стеновых испытаниях объектов может стать причиной значительных погрешностей в оценках уровней перенапряжений. Предложена методика приближенной оценки перенапряжений, учитывающая неравномерность распределения тока по обшивке. Даны рекомендации по снижению перенапряжений за счет оптимизации трасс внутренних коммуникаций. Библ. 4.

УДК 621.311.076.12.026.5:621.33

О выборе числа ступеней регулируемых установок поперечной емкостной компенсации тяговых нагрузок. Герман Л. А. — «Электричество», 1983, № 6.

Для условий тяговой нагрузки электрифицированных железных дорог рассмотрено влияние количества ступеней установки регулируемой поперечной емкостной компенсации на снижение потерь мощности и отклонение напряжения. Библ. 5.

УДК 621.317.32:621.313

Экспериментальный анализ внешнего магнитного поля. Чалисов Ю. И., Додзина Т. Я. — «Электричество», 1983, № 6.

Получено выражение для верхних значений амплитуд сферических гармоник, порождаемых смещением элементарного диполя от начала координат, которое позволило дать оценку погрешности определения эквивалентного дипольного момента объекта для нескольких сеток точек измерения, пригодных для практического гармонического анализа на сфере. Показана возможность погрешности в случае использования измерительных датчиков конечных размеров (датчики потока). Отмечается связь анализа поля на сфере и синтеза поля в шаре. Библ. 12.

УДК 621.311.1.001.24

Расчет режимов сложных систем методом деления на подсистемы. Амирян Р. А., Шарабханян И. И. — «Электричество», 1983, № 6.

Представлен алгоритм расчета установившихся режимов сложных электроэнергетических систем методом деления на подсистемы, обеспечивающий решение как с приведением, так и без приведения исходной информации к одной ступени напряжения. Библ. 11.

УДК 621.311.001.24

Пример анализа существования и единственности решения уравнений установившегося режима. Идельчик В. И. — «Электричество», 1983, № 6.

Приведена иллюстрация теоретических основ применения итерационных методов расчета установившегося режима на примере линии с реактивным сопротивлением. Анализируется существование и единственность решения уравнений установившегося режима и связь этих вопросов с аperiodической статической устойчивостью. Даны рекомендации по применению иллюстраций при анализе областей и пределов существования решения уравнений установившегося режима. Библ. 10.

УДК 621.313.291.045:538.311.001.24

Методика расчета электромагнитных усилий в индукторе криогенной униполярной машины. — Готовцев Н. П., Федосов М. И. — «Электричество», 1983, № 6.

Рассматривается методика расчета электромагнитных усилий в обмотке возбуждения криогенной униполярной электрической машины с учетом и без учета влияния ферромагнитного материала корпуса на основе расчета магнитного поля в сечении катушки. Приводятся результаты расчета усилий, действующих на каждую из катушек обмотки возбуждения. Показано влияние стали корпуса на их величину. Библ. 6.

УДК 538.311.001.24

Принцип минимального нагрева в теории поверхностного эффекта. Стеблев Ю. И. — «Электричество», 1983, № 6.

Обобщен известный в теории электрических цепей принцип минимального нагрева на задачи теории поверхностного эффекта. Показано, что при определенных ограничениях вихревые токи в проводящем образце распределяются таким образом, что мощность джоулевых потерь принимает минимальное значение. Применение этого принципа в сочетании с методами электродинамики и функционального анализа позволяет свести расчет вихревых токов в проводнике произвольной формы к задаче нелинейного программирования. Библ. 19.

УДК 62-578:621.318.2.001.24

Решение полевой задачи для экранированной магнитной муфты. Ильин Г. П. — «Электричество», 1983, № 6.

С помощью векторного магнитного потенциала решена полевая задача для спрямленной расчетной модели экранированной магнитной муфты на постоянных магнитах. Получены основные зависимости, определяющие механические силы взаимодействия полумуфт и потери в экране. Результаты решения сравниваются с расчетами других авторов и экспериментальными данными. Библ. 5.

УДК 621.316.730

Фазовые зависимости в регулируемом ступенчато-синусоидальном напряжении. Григорян М. О., Позин М. Б. — «Электричество», 1983, № 6.

Приведены законы оптимального регулирования ступенчато-синусоидального напряжения, представляющие собой соотношения между фазовыми углами ступеней этого напряжения, при которых обеспечиваются минимальные значения амплитуд максимального числа высших гармоник, частоты которых наиболее близки к частоте основной гармоники. Законы могут быть использованы при проектировании и расчете усилителей АМ колебаний, работающих в классе Д, и инверторов. Библ. 6.