



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1983

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

10

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА  
СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО  
ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311.001.24

## Исследование режимов ЕЭС СССР с учетом случайного характера исходной информации

МАНУСОВ В. З., МОГИРЕВ В. В., кандидаты техн. наук, ШЕПИЛОВ О. Н., инж.

При перспективном планировании установившихся режимов ЕЭС СССР в рамках АСДУ приходится иметь дело с различной по степени определенности информацией: детерминированной, вероятностно-определенной, неопределенной [1 и 2]. При оперативном и краткосрочном планировании в основном используется информация первых двух видов. При этом детерминированной является информация о составе оборудования, топологии сети, плановом ремонте и т. п. Вероятностно-определенной является информация о нагрузках энергопотребителей и параметрах схемы замещения сети.

В этих условиях становится актуальной задача расчета и оптимизации установившихся режимов ЕЭС СССР в вероятностно-определенных условиях.

В данной статье рассмотрены некоторые методы и результаты вероятностно-определенных расчетов перспективных режимов ЕЭС СССР. Степень вероятностной определенности исходной информации, ее вариацию (погрешность) можно оценивать по разработанным к настоящему времени методикам [3]. При этом суммарная погрешность в определении случайного параметра складывается из нескольких составляющих погрешностей: сбора и передачи информации, прогноза, математической модели, реализации и др. В зависимости от вида параметра и интервала перспективного планирования некоторые составляющие могут отсутствовать и наоборот.

«В качестве информации об электрических нагрузках обычно используют мощности нагрузок или их проводимости. При решении указанных задач в вероятностно-определенных условиях необходимо задавать математические ожидания и матрицы корреляционных моментов этих параметров; причем обычно используют интегральные на выбранном отрезке времени числовые характеристики нагрузок (среднечасовые, среднесуточные и т. п.). При этом, по мере сужения отрезка интегрирования, законы распределения нагрузок все более при-

ближаются к нормальному. Для больших отрезков времени имеет место асимметрия и полимодальность плотности распределения. Для определения недиагональных элементов матрицы корреляционных моментов необходимо знать коэффициенты корреляции нагрузок различных узлов.

Исследования среднечасовых коэффициентов корреляции ряда энергосистем, проведенные авторами, позволили полнее учитывать корреляционные связи при вероятностных расчетах. Было установлено, что коррелированность активной нагрузки значительно изменяется в течение суток ( $\rho_{PP}=0,2 \div 0,9$ ), причем в часы максимумов графиков нагрузки коэффициент корреляции возрастает. Корреляция активных и реактивных мощностей нагрузок  $\rho_{PQ}$  изменяется в диапазоне от  $-0,4$  до  $0,7$ . Важно отметить, что графики изменения коэффициентов корреляции для различных узлов имеют подобный вид. Коррелированность реактивных нагрузок отличается большей нерегулярностью и меньшим диапазоном изменения ( $\rho_{QQ}=\pm 0,4$ ).

На рис. 1 представлены зависимости, характерные для одной из энергосистем. Очевидно, при перспективных расчетах необходимо учитывать как сам факт корреляций, так и динамику ее изменения. На величину элементов матрицы корреляционных моментов нагрузок также оказывают влияние погрешности измерений. Установлено [3], что эти погрешности сильно зависят от способа получения информации и составляют при обычных замерах  $10$  и  $15-25\%$ , а при телеметризациях  $3$  и  $6\%$  для активных и реактивных мощностей соответственно. При устранении систематических погрешностей оставшиеся случайные составляющие распределяются по нормальному закону и не зависят от узла. Существует также погрешность прогноза, которая растет с увеличением периода упреждения.

Основную погрешность в определении параметров

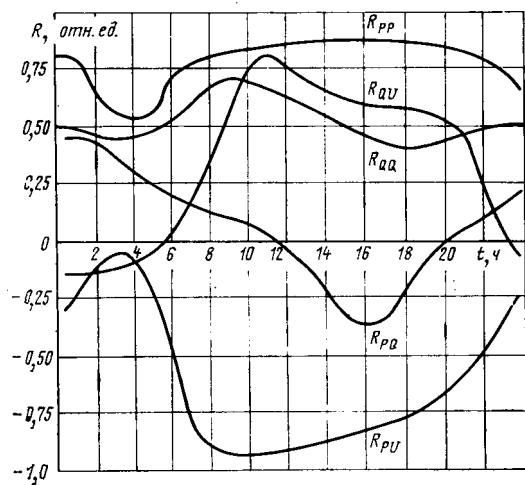


Рис. 1. Суточное изменение коэффициентов корреляции активных  $P$  и реактивных  $Q$  нагрузок узлов и напряжений  $U$

схемы замещения сети вносит неправильное задание длин линий, сечений проводов, параметров электрооборудования. Если считать, что данные о составе оборудования и его типах являются детерминированными, то погрешность в определении параметров схемы замещения для линии будет зависеть от погрешности длины линии и его погонного сопротивления, а для трансформаторов — от величины отпайки и в меньшей степени от температуры обмоток. Например, погрешность определения величины активного сопротивления ВЛ можно оценить формулой

$$\sigma_R = \sqrt{r_0^2 \sigma_l^2 + l^2 \sigma_{r_0}^2},$$

где  $\sigma_R$ ,  $\sigma_{r_0}$ ,  $\sigma_l$  — среднеквадратические отклонения соответственно активного, погонного сопротивлений и длины ВЛ;  $r_0$ ,  $l$  — погонное активное сопротивление и длина ВЛ.

При долгосрочном планировании погрешность в определении длин ВЛ может достигать 40 %. При краткосрочном планировании для активных параметров схемы замещения погрешность составляет  $\pm 8 \div 10 \%$ , а для реактивных  $\pm 7 \div 12 \%$  (кроме активной проводимости ВЛ на землю, величина которой может изменяться в несколько раз).

Вероятностные расчеты установившихся режимов производятся в настоящее время несколькими методами, каждый из которых решает вполне определенный класс задач вероятностного анализа электроэнергетических систем. Для оценки законов распределения исследуемых случайных параметров и случайных процессов наибольшее распространение получил метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) [4]. Основным недостатком, который ограничивает его широкое использование в инженерной практике, является значительный объем промежуточной перерабатываемой информации и трудность учета коррелированности нагрузок.

На уровне моментов случайных величин, которые можно использовать и для оценки законов распределения, особенно для унимодальных распределений, используются аналитические методы. Возможны различные подходы, использующие прямую форму уравнений узловых напряжений: метод статистической линеаризации, метод квадратичной аппроксимации (утонченной линеаризации по Тейлору), метод моментов.

В соответствии с методом статистической линеаризации находится точное решение для математического ожидания случайных величин и приближенное (для дисперсий) за счет их линейного преобразования. Погрешность в расчете дисперсий возрастает с утяжелением режима и увеличением диапазонов вариации исходных данных. Основные выражения, используемые для расчета указанным методом при условии записи системы уравнений узловых напряжений в форме баланса мощностей (можно получить выражения и для других форм уравнений), имеют вид, представленный в [5].

Уравнение узловых напряжений в форме баланса мощностей в матричном виде [6]:

$$\dot{\mathbf{S}} = -\dot{\mathbf{U}}_d (\dot{\mathbf{Y}} \mathbf{U} - \dot{\mathbf{Y}}_{k,6} \dot{\mathbf{U}}_b). \quad (1)$$

где  $\dot{\mathbf{S}}$  — вектор-столбец комплексов мощностей узлов;  $\dot{\mathbf{U}}_d$  — диагональная матрица сопряженных комплексов напряжения;  $\dot{\mathbf{Y}}$  — матрица собственных и взаимных проводимостей;  $\mathbf{U}$  — вектор-столбец напряжений в узлах;  $\dot{\mathbf{Y}}_{k,6}$  — вектор-столбец,  $k$ -м элементом которого является комплексная взаимная проводимость  $k$ -го и базисного узлов;  $\dot{\mathbf{U}}_b$  — напряжение базисного узла.

Уравнение (1) записывается в декартовых координатах в виде системы вещественных уравнений удвоенной размерности, и дальнейшее дифференцирование его составляющих производится по компонентам комплексных величин.

Расчетные уравнения соответствуют для первых и вторых моментов мощностей нагрузок:

$$\bar{\mathbf{S}} = -\bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{U}} + \bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}}_{k,6} \bar{\mathbf{U}}_b - M \{\dot{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{U}}\}; \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_U = \mathbf{J}^{-1} [\mathbf{K}_S - \mathbf{W} \mathbf{K}_Y \mathbf{W}_t] \mathbf{J}_t^{-1}. \quad (3)$$

где  $\bar{\mathbf{S}}$ ,  $\bar{\mathbf{U}}$ ,  $\bar{\mathbf{U}}_d$ ,  $\bar{\mathbf{Y}}$ ,  $\bar{\mathbf{Y}}_b$  — матрицы математических ожиданий соответствующих параметров;  $\dot{\mathbf{U}}_d$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$  — центрированные значения случайных величин;  $-\mathbf{J}^1$ ,  $\mathbf{J}_t^{-1}$  — обратная и транспонированная матрицы производных  $d\mathbf{S}/d\mathbf{U}$  в декартовых координатах;  $M \{ \dots \}$  — операция математического ожидания;  $\mathbf{K}_S$ ,  $\mathbf{K}_U$ ,  $\mathbf{K}_Y$  — матрицы корреляционных моментов мощностей, напряжений и проводимостей сети;  $\mathbf{W}$  — матрица производных  $d\bar{\mathbf{S}}/d\bar{\mathbf{Y}}$ .

Для учета нелинейности преобразования матрицы корреляционных моментов мощностей нагрузок узлов в матрицы корреляционных моментов напряжений необходимо использовать более точные методы. Применяя квадратичную аппроксимацию, можно получить уравнения, учитывающие нелинейность уравнений узловых напряжений [8]. Уравнения для вторых моментов

$$\mathbf{K}_S = \mathbf{J} \mathbf{K}_U \mathbf{J}_t + \mathbf{H} (\mathbf{K}_{4U} - \mathbf{K}_{22U}) \mathbf{H}_t, \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}$  — матрица вторых производных;  $\mathbf{K}_{4U}$  — матрица четвертых моментов напряжений;  $\mathbf{K}_{22U}$  — матрица произведений вторых моментов напряжений.

Еще более общим является метод моментов в векторной форме, позволяющий избежать использования аппроксимирующих функций. Центрированные значения случайных параметров:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_S &= \mathbf{M} [\mathbf{S} \mathbf{S}_t] - \mathbf{M} [\mathbf{S}] \mathbf{M} [\mathbf{S}]_t = \\ &= \mathbf{M} [(-(\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}})_d (\bar{\mathbf{Y}} + \dot{\mathbf{Y}}) (\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}}) + \\ &+ (\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}})_d (\bar{\mathbf{Y}}_b + \dot{\mathbf{Y}}_b) \bar{\mathbf{U}}_b) \{ -(\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}})_d (\bar{\mathbf{Y}} + \dot{\mathbf{Y}})_d \times \\ &\times (\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}}) + (\bar{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}})_d (\bar{\mathbf{Y}}_b + \dot{\mathbf{Y}}_b) \bar{\mathbf{U}}_b \}_t] - \end{aligned}$$

$$-(-\bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{U}} + \bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}}_6 \bar{\mathbf{U}}_6 - M [\dot{\bar{\mathbf{U}}}_d \bar{\mathbf{Y}} \dot{\bar{\mathbf{U}}}] ) \times \\ \times (-\bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{U}} + \bar{\mathbf{U}}_d \bar{\mathbf{Y}}_6 \bar{\mathbf{U}}_6 - M [\dot{\bar{\mathbf{U}}}_d \bar{\mathbf{Y}} \dot{\bar{\mathbf{U}}}] )_t$$

Произведя умножение и сложение математически ожиданий и сделав замену  $\bar{U}_d \bar{Y} \bar{U} + \bar{U}_d \bar{Y} \bar{U} - \bar{U}_d \bar{Y}_6 \bar{U}_6 = J \bar{U}$  и  $\bar{U} \bar{Y} \bar{U} = H \bar{U}^2$ , получим нелинейное уравнение для расчета матрицы корреляционных моментов узловых напряжений

$$\mathbf{K}_S = \mathbf{J}\mathbf{K}_{2U}\mathbf{J}_t + \mathbf{H}\mathbf{K}_{3U}\mathbf{J}_t + \mathbf{H}(\mathbf{K}_{4U} - \mathbf{K}_{22U})\mathbf{H}_t + \mathbf{W}\mathbf{K}_Y\mathbf{W}_t, \quad (1)$$

где  $K_{2U}$ ,  $K_{3U}$ ,  $K_{4U}$  — матрицы вторых, третьих и четвертых центральных моментов узловых напряжений  $H$ ,  $J$ ,  $W$  — матрицы коэффициентов (причем  $J$  совпадает с аналогичной матрицей в уравнении (3) 1);  $K_{22U}$  — матрица квадратов вторых центральных моментов напряжений;  $K_Y$  — матрица корреляционных моментов продольных и поперечных проводимостей сети и шунтов нагрузок.

Уравнение (5) является нелинейным и решается итерационно совместно с (2) относительно  $K_{2U}$ . При этом необходимо задаться видом распределения узловых напряжений, чтобы определить  $K_{3U}$ ,  $K_{4U}$ ,  $K_{22U}$  через  $K_{2U}$ , например, для нормального закона  $K_{3U} = C$ ,  $K_{4U} = E^{(3)} K_{22U}$ ;  $E^{(3)}$  — матрица, на диагонали которой находятся цифры 3, а остальные элементы равны нулю.

Для нахождения области применения рассмотренные методы используем характеристику, определяющую степень нелинейности уравнения узловых напряжений. Увеличивая коэффициенты вариации нагрузок в узлах (отношение среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию случайной величины), можно добиться отсутствия решения уравнения (2). Это объясняется тем, что наличие третьего слагаемого в (2) как бы «утяжеляет» режим за счет учета дисперсий напряжений. В одних режимах отсутствие решения проявлялось в превышении вариации узловых нагрузок  $\pm 3\%$  их математического ожидания. Для других режимов предельная вариация приводящая к расходимости процесса итерации, может достигать 60—100 %. Первому случаю соответствуют тяжелые режимы, с большой нелинейностью уравнений узловых напряжений, а второму — более легкие, с меньшей нелинейностью. Следовательно, коэффициент вариации, при котором исчезает решение уравнения (2), может характеризовать степень нелинейности уравнений узловых напряжений, а также тяжесть установившегося режима.

Обозначим указанный «пределный» коэффициент вариации  $K_{\text{пр}}$ . Расчеты, проводимые при постоянном коэффициенте вариации, показали, что независимо от его величины погрешность метода статистической линеаризации, по сравнению с методом моментов, не превышает 10 % для среднеквадратических отклонений напряжений в узлах, если коэффициент вариации узловых мощностей  $K \leq 0,3K_{\text{пр}}$ . Это соотношение определяет целесообразность применения метода статистической линеаризации независимо от тяжести установленного режима.

На рис. 2 показано изменение математического ожидания и среднеквадратического отклонения узловых напряжений в зависимости от коэффициента вариации нагрузок в узлах. Граница применимости метода статистической линеаризации обозначена  $\sigma_{c, \text{л.}}$ .

Числовые характеристики напряжений используются для определения остальных параметров режима: потока

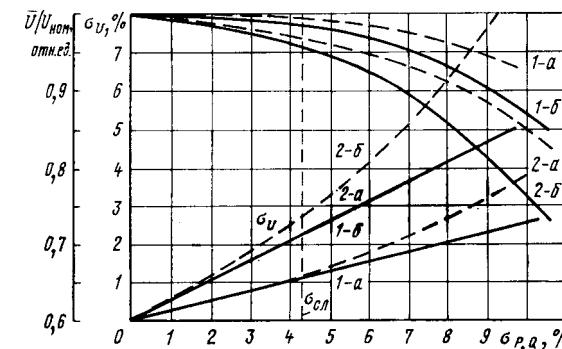


Рис. 2. Зависимость среднеквадратических отклонений мощностей в линиях  $\sigma_{Pi}$  и  $\sigma_{Qi}$  от среднеквадратических отклонений мощностей узлов  $\sigma_{p_i}$ ,  $\sigma_{Q_i}$ : ————— уравнение (9);  
 ————— уравнение (7)

и потерю мощности в линиях, взаимных углов, напряжений суммарных потерь в сети и т. д. Например, выражения для определения математических ожиданий и дисперсий потока активной мощности в начале линии [5]:

$$\begin{aligned}
 P_{ij} = & G \{ (\bar{U}'_i)^2 + (\bar{U}''_i)^2 - \bar{U}'_i \bar{U}'_j - \bar{U}''_i \bar{U}''_j + D[U_i] + D[U_j] - \\
 & - K[U'_i, U'_j] - K[U'_i, U''_j] \} + B (\bar{U}'_i \bar{U}''_j - \bar{U}''_i \bar{U}'_j - \\
 & - K[U'_i, U''_j] - K[U''_i, U'_j]) + \left[ G \left( \frac{1}{K_T} - 1 \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{G_X}{2} \right] [(\bar{U}')_i^2 + (\bar{U}'')_i^2 + D[U'_i] + D[U''_i]; \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{P_{ij}} = & G^2 \{ D[(U_i')^2] + D[(U_i'')^2] + D[U_i'U_i''] + \\
& + D[U_i''U_i'']\} + B^2 \{ D[U_i'U_i'] + D[U_i''U_i'']\} + \\
& + 2G^2 \{ K[(U_i')^2, (U_i'')^2] - K[(U_i')^2, U_i'U_i''] - \\
& - K[(U_i'')^2, U_i''U_i''] - K[(U_i')^2, U_i''U_i''] - \\
& - K[U_i'U_i', U_i''U_i'']\} + 2B^2 K[U_i'U_i'', U_i''U_i'] + \\
& + 2GB \{ K[(U_i')^2, U_i'U_i''] - K[(U_i'')^2, U_i'U_i''] + \\
& + K[(U_i'')^2, U_i'U_i''] - K[(U_i')^2, U_i''U_i'] - \\
& - K[U_i'U_i', U_i'U_i''] + K[U_i'U_i', U_i''U_i''] - \\
& - K[U_i''U_i', U_i'U_i''] + K[U_i''U_i', U_i''U_i'']\}, \quad (7)
\end{aligned}$$

где  $G$  — активная проводимость линии;  $B$  — реактивная проводимость линии;  $G_Y$  — емкостные проводимости линии;  $K_t$  — коэффициент трансформации;  $i, j$  — символ начала и конца линии;  $\bar{U}', U''$  — математические ожидания составляющих комплекса напряжения;  $D$  [...] — дисперсии составляющих комплекса напряжения;  $K$  [...] — корреляционный момент составляющих комплекса напряжения.

Таким образом, получаем следующую последовательность расчета:

$$(\bar{\mathbf{S}}, K_S) \rightarrow (\bar{\mathbf{U}}, K_U) \rightarrow (S_l, D_{Sl}, \Delta \bar{\mathbf{S}}, D_{\Delta S}, \bar{\delta}, D_{\delta}). \quad (8)$$

где  $S_l$ ,  $\Delta\delta$  — математические ожидания;  $D_{sl}$ ,  $D_{\Delta s}$ ,  $D_\delta$  — дисперсии потоков, потерь, взаимных углов напряжений соответственно.

Видно, что для определения матрицы корреляционных моментов потоков в линиях необходимо дважды осуществить нелинейные преобразования. Сначала —

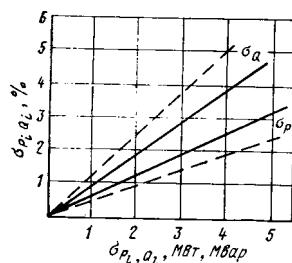


Рис. 3. Изменение математических ожиданий и среднеквадратических отклонений напряжений при расчете методом статистической линеаризации (а) и методом моментов (б);  $\sigma_{\text{с.л.}}$  — граница применения метода статистической линеаризации

узловых мощностей в узловые напряжения по уравнениям (2) и (5), а затем — напряжений в потоки по уравнениям (6) и (7). При этом увеличивается погрешность в определении дисперсий потоков; поэтому была рассмотрена возможность определения вторых моментов потоков непосредственно из вторых моментов узловых мощностей. Используем уравнение потоков мощности через коэффициенты распределения [7]:

$$S_{ij} = \hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z} S, \quad (9)$$

где  $S_{ij}$  — вектор мощностей в линиях;  $\hat{Y}_{ij}$  — диагональная матрица составляющих сопряженных комплексов продольных проводимостей;  $M$  — матрица инцидентии узлов и ветвей;  $Z$  — обратная матрица собственных и взаимных проводимостей;  $S$  — вектор узловых мощностей.

На основании метода моментов получим выражение для матрицы корреляционных моментов мощностей линий без учета случайного характера проводимостей сети:

$$\begin{aligned} K_{Sij} &= M [S_{ij} S_{ijt}] - M [S_{ij}] M [S_{ij}]_t = \\ &= M \{ \{ \hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z} (\bar{S} + \hat{S}) \} \{ \hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z} (\bar{S} + \hat{S}) \}_t \} - \\ &- (\hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z}) \bar{S} \bar{S}_t (\bar{Y}_{ij} M_i Z)_t = (\hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z}) K_S (\hat{Y}_{ij} M_i \dot{Z})_t. \quad (10) \end{aligned}$$

Уравнение (10) удобно тем, что позволяет определять дисперсию потока в один прием. Погрешность расчета матрицы по уравнению (10) обусловлена неучетом потерь в сети в уравнении (9). Поэтому корректно использовать этот прием лишь тогда, когда эта погрешность не превышает погрешности, обусловленной двойным нелинейным преобразованием (8). На рис. 3 приведено сравнение результатов расчета среднеквадратических отклонений активной и реактивной мощностей ВЛ, полученных по уравнениям (7) и (10).

Изложенные методы статистической линеаризации и моментов использовались для проведения вероятностных расчетов ЕЭС СССР для определения величины влияния погрешности исходной информации на конечные результаты расчета в условиях перспективного планирования. Было рассмотрено несколько районов ЕЭС СССР, имеющих схемы замещения из 118, 120, 147, 208 и 267 узлов и различные степени тяжести установившегося режима. С целью получения зависимостей, отображающих взаимные связи числовых характеристик параметров режима, брались различные погрешности исходной информации. Кроме того, оценивалась погрешность, вносимая в расчет при использовании метода линеаризации. Диапазоны вариации исходной информации выбирались в соответствии с существующими методиками, а также с учетом реальной погрешности, возникающей при перспективном планировании режимов в ЦДУ ЕЭС СССР. Характеристики одной из серий расчетов представлены в табл. 1, где  $\bar{P}_n$ ,  $\bar{Q}_n$  — активные и реактивные мощности нагрузок;  $R_n$ ,  $X_n$  — активное и реактивное сопротивления связей;  $\rho$  — коэффициент корреляции между  $P_n$  и  $Q_n$ .

По результатам расчетов найдены зависимости изменения математических ожиданий и дисперсий конкретных режимных параметров, а также вероятности их выхода за ограничения в нормальном режиме. Кроме того, была оценена величина изменения расчетных параметров в «среднем», обусловленная наличием погрешности исходных данных. Основные результаты показаны в табл. 2, где в числителе приведены результаты для класса напряжения 20 кВ, в знаменателе — 500 кВ;  $\bar{U}_\Delta$  — смещение математических ожиданий модулей напряжений с.в.;  $\sigma_U$  — среднеквадратические отклонения напряжений узлов;  $\bar{P}_\Delta$ ,  $\bar{Q}_\Delta$  — смещение математических ожиданий потоков активной и реактивной мощностей;  $\sigma_P$ ,  $\sigma_Q$  — среднеквадратические отклонения потоков активной и реактивной мощностей;  $D_{P\Delta\Sigma}$ ,  $D_{Q\Delta\Sigma}$  — смещения математических ожиданий суммарных потерь активной и реактивной мощностей;  $\sigma_{DP}$ ,  $\sigma_{DQ}$  — среднеквадратические отклонения суммарных потерь активной и реактивной мощностей.

Важно отметить, что значительное влияние на результаты расчета оказывает коррелированность активных и реактивных составляющих нагрузок. На рис. 4 приведены обобщенные зависимости среднеквадратических отклонений узловых напряжений от коэффициен-

Таблица 1

Параметр	Среднеквадратические отклонения исходных данных									
	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	
$\rho$ , отн. ед.	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	
$P_n$ , %	3	$\frac{\sqrt{\bar{P}_n}}{\bar{P}_n} \cdot 100$	3	3	$\frac{\sqrt{\bar{P}_n}}{\bar{P}_n} \cdot 100$	$\frac{\sqrt{\bar{P}_n}}{\bar{P}_n} \cdot 100$	0	0	$\frac{\sqrt{\bar{P}_n}}{\bar{P}_n} \cdot 100$	
$Q_n$ , %	5	$\frac{\sqrt{\bar{Q}_n}}{\bar{Q}_n} \cdot 100$	5	5	$\frac{\sqrt{\bar{Q}_n}}{\bar{Q}_n} \cdot 100$	$\frac{\sqrt{\bar{Q}_n}}{\bar{Q}_n} \cdot 100$	0	0	$\frac{\sqrt{\bar{Q}_n}}{\bar{Q}_n} \cdot 100$	
$R_n$ , %	0	0	3	9	3	9	1	9	3	
$X_n$ , %	0	0	1	3	1	3	3	3	1	

тов корреляции  $\rho$  различных составляющих узловых мощностей. Видно, что положительная корреляция активных и реактивных мощностей ведет к уменьшению среднеквадратических отклонений напряжений, а отрицательная — к увеличению. Положительная корреляция активных или реактивных мощностей между собой дает обратный результат. Учет полной матрицы корреляционных моментов  $K_S$  уменьшает  $\sigma_U$  для  $\rho > 0$  и увеличивает для  $\rho < 0$ . Пунктирная линия на рис. 4 обозначает зону, где  $K_S$  при  $\rho < 0$  не имеет физического смысла (при расчетах получаются отрицательные дисперсии напряжений).

Таким образом, учет вероятностно-определенного характера (вариации) исходных данных приводит к значительному искажению общей картины нормального режима, к смещению его параметров «в среднем». Можно выделить следующие тенденции в изменении математических ожиданий режимных параметров по мере увеличения вариации исходных данных: напряжения уменьшаются, активные и реактивные потери увеличиваются; потоки в линиях как увеличиваются, так и уменьшаются. Суммарные потери активной и реактивной мощностей возрастают, что обусловлено дисперсией потоков мощности ВЛ. Можно говорить об увеличении «в среднем» математических ожиданий потоков, поскольку возрастают математические ожидания потерь мощности в системе.

Положительная коррелированность нагрузок ведет к уменьшению влияния вариации исходных данных на результаты расчета, что эквивалентно ее снижению. В общем случае, учет вариации исходных данных эквивалентен некоторому «облегчению» режима.

Расчеты проводились по программе DELTA-3, составленной на языке ФОРТРАН-IV для ЭВМ серии ЕС, использующей как метод статистической линеаризации,

так и метод моментов (по желанию пользователя). В программе используются безматричные алгоритмы, которые оперируют в процессе расчета лишь с необходимыми элементами корреляционных матриц, что значительно снижает время расчета, объем оперативной памяти и позволяет в реальные, с точки зрения инженерной практики, сроки производить корреляционный анализ электрических схем практически неограниченного размера, например, время расчета схемы из 267 узлов и 331 связи составляет около 12 мин на ЭВМ типа ЕС-1022.

В заключение следует отметить, что результаты вероятностного расчета установившегося режима целесообразно положить в основу стохастической оптимизации режима электрической сети. Использование при этом метода моментов позволяет проводить оптимизацию как

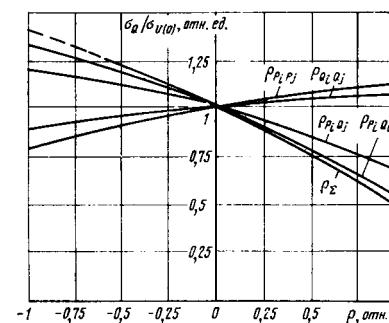


Рис. 4. Относительное изменение среднеквадратических отклонений узловых напряжений от коэффициента корреляции различных составляющих матрицы корреляционных моментов  $K_S$ :  $\sigma_U(0)$  — среднеквадратические отклонения напряжений при  $\rho=0$ ;  $\rho_\Sigma$  — соответствует полной матрице корреляционных моментов

Таблица 2

Расчетные параметры режима	Исходные данные, задаваемые с погрешностью, %							
	P, Q			R <sub>1</sub> X		P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> R <sub>1</sub> X, ρ P, Q		
	3; 3	5; 5	3; 3 ρ = 0,8	3; 1	9; 3	3; 3; 3; 1	5; 5; 9; 3	3; 3; 3; 1; 0; 8
U <sub>Δ</sub> , кВ	—1/2	—1,5/—3	—0,5/—0,8	—0,4/—0,8	—1,2/—2,5	—1,2/—2,5	—2,1/—4,2	—0,8/—1,2
σ <sub>U</sub> , кВ	2/4	4/8	1/1,8	1/2	2/4	2,5/5,2	4,2/9	2/4
±P <sub>Δ</sub> , МВт	4/7	7/12	2/4	1/2	3/6	4,5/7,5	8/13	2,5/4,5
σ <sub>P</sub> , МВт	27	45	10	8	15	30	49	19
±Q <sub>Δ</sub> , Мвар	2/4	4/8	1/2	2/3	6/9	3/5	6,5/11	2/3
Q, Мвар	15	25	8	12	25	20	28	15
D <sub>ΔΣ</sub> P, %	1,5	3	1,5	1,5	3	2	4	2,5
σ <sub>DP</sub> , МВт	2	3,5	2	3	5	3	4,5	3,5
D <sub>ΔΣ</sub> Q, %	2	4	2	0,5	1,5	2,5	5	3
σ <sub>DQ</sub> , Мвар	5	8	5	1,5	4,5	7	11	13

математических ожиданий источников реактивной мощности, так и их дисперсий, а также учитывать дисперсии напряжения в процессе оптимизации. Кроме этого, открывается возможность аналитического расчета вероятности нарушения апериодической статической устойчивости в вероятностно-определенных условиях. Как показано в [9], с использованием метода Монте-Карло эта вероятность может характеризовать величину запаса по статической апериодической устойчивости.

**Выводы.** 1. При перспективном планировании режимов ЕЭС СССР возможно применение вероятностных аналитических методов. 2. Коррелированность активных мощностей узлов увеличивает дисперсии напряжений, а активных и реактивных — уменьшает. Учет всех корреляций в матрице корреляционных моментов нагрузок ведет к некоторому уменьшению дисперсий напряжений. Вариация нагрузок узлов оказывает большее влияние на изменение потоков мощности по ВЛ, в то время как случайный характер параметров сети больше влияет на числовые характеристики напряжений. 3. Уточнение матрицы корреляционных моментов выходных режимных параметров за счет учета их нелинейного преобразования приводит к уточнению математических ожиданий этих параметров, в том числе суммарных потерь активной мощности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизация управления энергообъединениями/Под ред. С. А. Соловова. М.: Энергия, 1979.
2. Мелентьев Л. А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики. — М.: Высшая школа, 1976.
3. Веников В. А., Идельчик В. И. Методы оптимизации управления планированием больших систем энергетики. — В кн.: Электрические станции, сети и системы. М.: Изд. ВИНИТИ, 1974.
4. Черненко П. А. Исследование методом статистических испытаний влияния случайной погрешности исходной информации на результаты расчетов режимов электроэнергетических систем. Киев: Наукова думка, 1975.
5. Манусов В. З., Лыкин А. В. Вероятностный анализ установившихся режимов электрических систем. — Электричество, 1981, № 4.
6. Манусов В. З., Кучеров Ю. Н. Анализ установившихся режимов электрической сети при случайном характере ее параметров. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 2.
7. Веников В. А. Электрические системы. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов. М.: Высшая школа, 1973.
8. Расчет интегральных показателей режимов работы электрических систем вероятностными методами. — Изв. СО АН СССР, сер. техн. наук, 1981, вып. 3.
9. Пашичев П. А., Руденко Ю. Н., Ушаков Е. И. Оценка статической устойчивости электроэнергетических систем с применением вероятностно-стохастических методов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 3.

[24.01.83]

~~~~~

УДК [621.316.174:629.13].001.24

# Оптимизация степени избыточности элементов в автономных системах распределения электрической энергии транспортных средств

КРИВЕНЦЕВ В. И., доктор техн. наук

Московский институт инженеров гражданской авиации

Задача выбора оптимального в отношении минимума массы числа резервных элементов на участках электрической сети автономной системы при условии заданной ее надежности является актуальной.

Известны методы численной оптимизации избыточности элементов систем [1—3], которые успешно используются для синтеза систем с последовательной структурой. Для сетей с разветвленной или со сложно-замкнутой структурой, с точки зрения формализации составления системы уравнений оптимизации, их использование становится затруднительным. Это объясняется рядом обстоятельств. Одним из них является постоянно растущая размерность разветвленных и сложных автономных систем распределения электрической энергии современных транспортных средств. В силу большой размерности пространства оптимизируемых параметров численные методы оптимизации даже с использованием ЭВМ оказываются достаточно громоздкими и трудоемкими.

Вторым аспектом проблемы является необходимость учета дискретного характера искомых переменных. Решение этих задач можно осуществить комбинированным методом оптимизации, построенным на основе использования принципа минимума массы в электрической сети по показателю вероятности отказов ее элементов и на основе анализа и отбора перспективных вариантов.

Принцип минимума критерия массы в электрической сети по показателю вероятности отказов ее элементов.

Надежность участков электрической сети автономной системы транспортных средств в основном определяется надежностью установленных на них коммутационных, защитных и преобразующих устройств. Поэтому целесообразно в качестве целевого критерия эффективности системы выбрать массу участков электрической сети, а в качестве управляющих координат — вероятность отказа установленных на них коммутирующих, защитных и преобразующих устройств.

Тогда задача нелинейного непрерывного программирования для радиально разветвленной электрической сети (рис. 1) может быть сформулирована следующим образом.

Минимизировать суммарную массу электрической сети

$$\sum_{i=1}^{i=n} G_i(q_i) \rightarrow \min. \quad (1)$$

Здесь  $i=1, 2, 3, \dots, n$  — номер участка сети, в области, заданной системой «жестких» ограничений

$$g(\mathbf{q}) = \mathbf{C}\mathbf{q} - \mathbf{q}_{1j} = 0, \quad (2)$$

где  $j$  — номер токоприемника,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{l \times i}$ ;  $\mathbf{q}$  — вектор-столбец искомых вероятностей отказа элементов системы;  $\mathbf{C}$  — прямоугольная матрица соединения ветвей и узлов сети, размером  $(1+m-b) \times n$ , где  $m$  — число узловых точек в сети, не включающих узлы токоприемников;  $b$  — число источников электрической энергии.

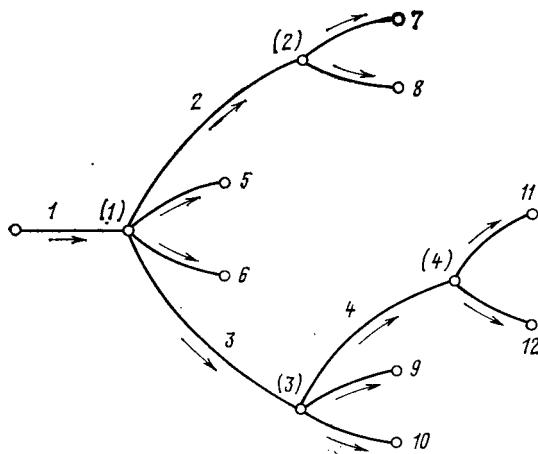


Рис. 1

Элементами матрицы  $C$  являются 0 и 1. Наличие рассматриваемого участка сети между источником электрической энергии и токоприемником обозначается 1, отсутствие — 0;  $q_{ij}$  — вектор-столбец вероятностей отказа системы у токоприемников, регламентируемых требованиями надежности.

Ограничение (2) справедливо для радиальной сети, так как показатель ее надежности близок к единице.

Для решения задачи нелинейного программирования можно записать функцию Лагранжа

$$L(q) = \sum_{i=1}^{i=n} G_i(q) + \sum_{j=1+m-b}^{j=n} r_j g_j(q), \quad (3)$$

где  $(m-b)$  — число независимых узлов в сети.

Если воспользоваться степенной зависимостью между вероятностью отказа резервируемого элемента и его массой в виде [2]

$$q_i = c_i^{G_i}, \quad (4)$$

где  $c_i$  — постоянная, изменяющаяся в пределах  $0 < c < 1$ , то нетрудно убедиться в том, что функция Лагранжа является аддитивной и на множестве

$$M\{q_i/g_i(q) = 0, q_i > 0, i = 1, 2, 3, \dots, n, j \subset i\}$$

выпуклой. Ее безусловный экстремум однозначно определяется положением точки с координатами

$$q^0 = |q_1^0, q_2^0, q_3^0, \dots, q_n^0|^T.$$

В выпуклом программировании необходимые условия экстремума являются одновременно и достаточными. Необходимые условия существования безусловного локального минимума функции (3) с учетом (4) определяются выполнением условий регулярности первого и второго порядка [4].

Условие регулярности первого порядка заключается в выполнении равенства

$$\nabla L(q) = 0, \quad (5)$$

где  $\nabla = \frac{\partial}{\partial q}$  — оператор дифференцирования первого порядка.

А условие регулярности второго порядка — в выполнении неравенства

$$\|Y\|^T \nabla^2 L(q^0, r) \|Y\| \geq 0 \quad (6)$$

для всех  $\|Y\| \neq 0$ . Здесь  $\|Y\|$  — любой вектор,  $T$  — знак транспонирования вектора.

Рассмотрим примеры определения оптимума вероятностей отказов элементов сети в простейшем случае, когда участки сети 2 и 3 получают электрическую энергию от ее источника через участок 1 (рис. 2, а), и для случая, когда участок 3 получает электрическую энергию от двух источников, подключенных к участкам сети 1 и 2 (рис. 2, б).

Для случая снабжения электрической энергией участков 2 и 3 от одного источника 1, можно записать функцию Лагранжа:

$$L(q) = G_1(q_1) + G_2(q_2) + G_3(q_3) + r_1(q_1 + q_2) + r_2(q_1 + q_3). \quad (6a)$$

Минимизируя массу сети по координатам  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$ , получим

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_1} = \frac{\partial G_1(q_1)}{\partial q_1} + r_1 + r_2 = 0; \quad (6b)$$

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_2} = \frac{\partial G_2(q_2)}{\partial q_2} + r_1 = 0; \quad (6b)$$

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_3} = \frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_3} + r_2 = 0. \quad (6b)$$

Из выражений (6b) и (6b) следует, что

$$r_1 = -\frac{\partial G_2(q_2)}{\partial q_2} \text{ и } r_2 = -\frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_3}.$$

Подставляя значения коэффициентов  $r_1$  и  $r_2$  в (6a), получим окончательно

$$\frac{\partial G_1(q_1)}{\partial q_1} - \frac{\partial G_2(q_2)}{\partial q_2} - \frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_3} = 0.$$

Для случая снабжения электрической энергией участка 3 от двух источников электрической энергии (рис. 2, б) имеем

$$L(q) = G_1(q_1) + G_2(q_2) + G_3(q_3) + r_1(q_1 + q_3) + r_2(q_2 + q_3). \quad (6d)$$

Минимизируя функцию Лагранжа по координатам  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$ , получим:

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_1} = \frac{\partial G_1(q_1)}{\partial q_1} + r_1 = 0; \quad (6e)$$

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_2} = \frac{\partial G_2(q_2)}{\partial q_2} + r_2 = 0; \quad (6f)$$

$$\frac{\partial L(q)}{\partial q_3} = \frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_3} + r_1 + r_2 = 0. \quad (6g)$$

Подставляя значения коэффициентов  $r_1$  и  $r_2$  в выражение (6g), получаем из выражений (6d) и (6f) находим, что

$$\frac{\partial G_1(q_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_2} - \frac{\partial G_3(q_3)}{\partial q_3} = 0.$$

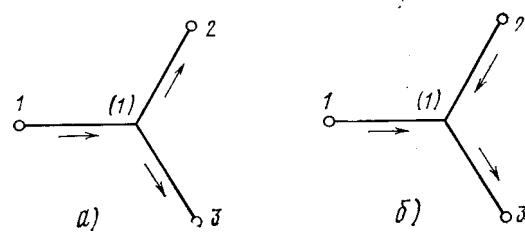


Рис. 2

В соответствии с рассмотренными задачами оптимизации в приведенных примерах представляется возможным сформулировать обобщенный принцип минимума критерия массы в электрической сети по показателю вероятности отказов ее элементов в следующей форме: в системе распределения электрической энергии с оптимальной (в отношении минимума массы) избыточностью ее элементов алгебраическая сумма производных критерия массы по показателю вероятности отказов ее элементов в любой узловой точке всюду должна быть равна нулю.

Математически принцип минимума критерия в электрической сети по показателю вероятности отказов ее элементов можно записать в следующем виде:

$$\sum_v \left\{ \frac{\partial G(q)}{\partial q} \right\}_v = 0. \quad (7)$$

Знак у производной определяется по направлению токов в электрической сети. Если токи участков сети подтекают к узловой точке сети, то знак у производных условно принимается положительным. В противном случае — отрицательным.

Задача нелинейного непрерывного программирования относительно показателя вероятности отказа элементов электрической сети считается полностью определенной, если число уравнений соответствует числу неизвестных переменных или числу участков сети ( $n$ ). При этом число уравнений нелинейной оптимизации, составляемых в соответствии с принципом минимума критерия массы в электрической сети (7), должно быть равно числу независимых узлов  $m-b$ , недостающее число уравнений  $n-(m-b)$  можно получить, составив систему уравнений «жестких» ограничений.

*Определение оптимальной избыточности элементов в радиально-разветвленной электрической сети.* Логарифмируя выражение (4), получим

$$G_i = \frac{\ln q_i}{\ln c_i} = K_i \ln q_i, \quad (8)$$

где  $K_i < 0$ , так как  $0 < c_i < 1$ .

На основе принципа минимума критерия массы в электрической сети и уравнений «жестких» ограничений можно составить следующую систему уравнений нелинейного программирования для радиально-разветвленной сети (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_1}{q_1} - \frac{K_2}{q_2} - \frac{K_3}{q_3} - \sum_{i=5}^{i=6} \frac{K_i}{q_i} &= 0; \\ \frac{K_2}{q_2} - \sum_{i=7}^{i=8} \frac{K_i}{q_i} &= 0; \\ \frac{K_3}{q_3} - \frac{K_4}{q_4} - \sum_{i=9}^{i=10} \frac{K_i}{q_i} &= 0; \\ \frac{K_4}{q_4} - \sum_{i=11}^{i=12} \frac{K_i}{q_i} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$g(q) = Cq - q_{1j} = 0. \quad (10)$$

После решения систем уравнений (9) и (10) и получения расчетных значений для вероятностей отказов

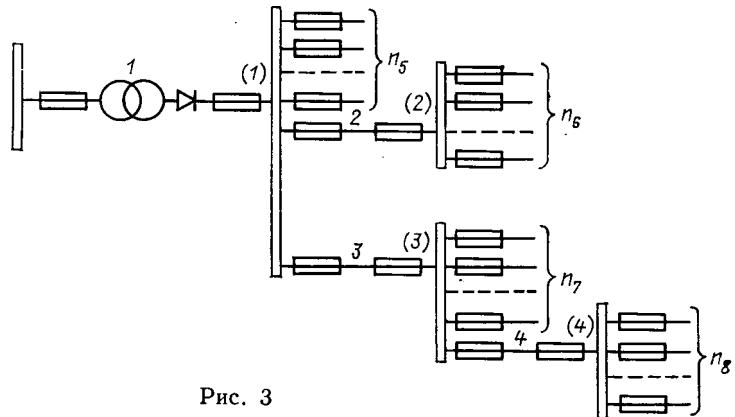


Рис. 3

элементов системы определяются оптимальные числа резервных элементов на каждом из участков сети по выражению

$$p_{\text{расч}} = \frac{\ln q_i}{\ln q_{0i}}, \quad (11)$$

где  $q_{0i}$  — вероятность отказа нерезервированного элемента электрической сети;  $q_i$  — расчетная вероятность отказа, полученная в результате решения систем уравнений (9) и (10).

Совокупность нелинейных уравнений (9) и (10) в общем случае при различных  $q_{1j}$  может быть решена обобщенным методом Ньютона.

Учитывая, что всегда представляется возможным выделить группы токоприемников, для которых предъявляются одинаковые повышенные требования к уровню надежности их электроснабжения, то целесообразно для решения системы уравнений (9) и (10) применить метод рекуррентных соотношений [5]. Так, для системы распределения электрической энергии, изображенной на рис. 3, рекуррентные соотношения можно составить в соответствии с принципом минимума критерия следующим образом.

Записав уравнение для узловой точки (4),

$$\frac{K_4}{q_4} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n_8} K_{8i}}{q_8} = 0,$$

получим

$$T_{48} = \frac{q_4}{q_8} = \frac{K_4}{\sum_{i=1}^{i=n_8} K_{8i}}. \quad (12)$$

Полагая, что  $q_7 = q_4 + q_8 = q_8 (1 + T_{48})$ , найдем

$$T_{78} = 1 + T_{48} = 1 + K_4 \left( \sum_{i=1}^{i=n_8} K_{8i} \right)^{-1} \quad (13)$$

Для узловой точки сети (3) на основе принципа минимума представляется возможным также получить уравнение

$$\frac{K_3}{q_3} - \frac{K_4}{T_{48} q_8} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n_7} K_{7i}}{T_{78} q_8} = 0,$$

откуда

$$T_{38} = \frac{K_3}{\sum_{i=1}^{i=n_8} K_{8i} + \frac{\sum_{i=1}^{i=n_7} K_{7i}}{1 + \frac{K_4}{\sum_{i=1}^{i=n_6} K_{6i}}}}. \quad (14)$$

Учитывая, что  $q_2 + q_4 = q_3 + q_4 + q_8$  и

$$T_{26} = \frac{q_2}{q_6} = \frac{K_2}{\sum_{i=1}^{i=n_6} K_{6i}}. \quad (15)$$

Кроме того,  $(1 + T_{26}) q_6 = (1 + T_{38} + T_{48}) q_8$ ,

откуда

$$T_{68} = \frac{1 + T_{38} + T_{48}}{1 + T_{26}}. \quad (16)$$

Затем, полагая  $q_6 = q_2 + q_6 = q_8 (1 + T_{26}) T_{68}$ , найдем

$$T_{58} = 1 + T_{38} + T_{48} \quad (17)$$

и

$$T_{28} = T_{26} T_{68}. \quad (18)$$

Наконец, в соответствии с принципом минимума для узловой точки (1) также можно записать

$$\frac{K_1}{q_1} - \frac{K_2}{T_{28} q_8} - \frac{K_3}{T_{38} q_8} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n_5} K_{5i}}{T_{58} q_8} = 0,$$

откуда

$$T_{18} = \frac{K_1}{\frac{K_2}{T_{28}} + \frac{K_3}{T_{38}} + \frac{\sum_{i=1}^{i=n_5} K_{5i}}{T_{58}}}. \quad (19)$$

Однако по условию  $q_1 + q_3 + q_4 + q_8 = q_{18}$  или

$$(1 + T_{18} + T_{38} + T_{48}) q_8 = q_{18}.$$

Следовательно,

$$q_8 = \frac{q_{18}}{1 + T_{18} + T_{38} + T_{48}}, \quad (20)$$

где  $q_{18}$  — допустимая вероятность отказа системы электроснабжения для группы токоприемников 8.

Определив для базовых участков сети оптимальную вероятность отказа  $q_8$ , можно вычислить оптимальные вероятности отказов для всех остальных участков сети:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= T_{18} q_8, & q_2 &= T_{28} q_8, & q_3 &= T_{38} q_8, \\ q_4 &= T_{48} q_8, \dots, & q_8 &= T_{78} q_8. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Обращаясь к выражению (11), можно найти значение для оптимального уровня избыточности на соответствующих участках сети.

*Выбор дискретных значений уровней избыточности элементов на участках сети.* Выбор дискретных переменных, равных ближайшим большим числам резервных элементов по отношению к оптимальным непрерывным переменным, может приводить в некоторых случаях к неоптимальному решению. С другой стороны, выбор дискретных переменных, равных ближайшему меньшему числу резервных элементов по отношению к непре-

рывным переменным, может оказаться неприемлемым вследствие выхода переменных за пределы, допускаемых ограничениями.

Выбор перспективных вариантов решения и определение соответствующих им оптимальных дискретных переменных можно осуществлять на основе следующих положений.

Первое положение состоит в следующем. Если выбор ближайшей дискретной переменной на каком-либо участке сети вызывает увеличение массы всей сети, то рассматриваемый вариант следует оценивать как неперспективный, и дискретная переменная должна быть принята равной ближайшему меньшему дискретному значению переменной, соответствующему базовому варианту решения

$$\Delta G = \left( \sum_i G_i \right)_6 - \sum G_i. \quad (22)$$

Это положение вытекает из того обстоятельства, что выбор ближайшего большего или меньшего значения дискретной переменной при выполнении требований ограничений может быть оправдан только снижением массы во всей сети по сравнению с базовым вариантом.

Второе положение: если модуль приращения вероятности отказа системы, обусловленный выбором ближайшего меньшего дискретного значения переменной на каком-либо участке сети, больше его соответствующего верхнего допустимого уровня вероятности отказа системы, то рассматриваемый вариант является неприемлемым, и соответствующая переменная должна быть принята равной ближайшему большему дискретному значению переменной.

Верхний допустимый уровень вероятности отказа системы, состоящей из последовательно соединенных участков сети, вычисляется по выражению

$$\sup_q (q) = (q_{1j}) - \inf_q \left( \sum_{j=1+m-b}^{j=n} \text{discr } q_j \right), \quad (23)$$

где  $q_j$  — вероятность отказа элементов в последовательно соединенной  $j$ -й группе участков сети, соответствующая выбору ближайшего большего числа дискретных значений переменных при нулевой вероятности отказа элементов на концевых участках сети.

После выбора дискретных переменных на участках сети корректируются ограничения, регламентируемые требованиями к надежности системы электроснабжения токоприемников. Например, после выбора дискретной переменной на первом участке оценивается допустимая вероятность отказов элементов для всех остальных последующих участков сети по выражению

$$q_{28} = q_{18} - \text{discr } q_1. \quad (24)$$

Затем уточняется оптимальное значение для вероятности отказа в соответствии с выражением (20) для элементов базовых участков сети. Приняв  $T_{18} = 0$ , получим выражение для уточненного значения оптимальной вероятности отказа элементов на базовых участках сети

$$q_8 = \frac{q_{28}}{1 + T_{38} + T_{48}}. \quad (25)$$

Соответственно уточняются значения вероятностей отказа элементов на всех остальных участках сети.

$$\begin{aligned} q_2 &= T_{28} q_8, & q_3 &= T_{38} q_8, \\ q_4 &= T_{48} q_8, \dots, & q_7 &= T_{78} q_8. \end{aligned} \quad (26)$$

| Показатели                                 | Номер участка сети   |                     |                     |                     |                    |                      |                     |                      |
|--------------------------------------------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
|                                            | 1                    | 2                   | 3                   | 4                   | 5                  | 6                    | 7                   | 8                    |
| Масса участка сети $G_{0i}$ , кг           | 5                    | 3,84                | 5,37                | 0,635               | 124                | 0,124                | 0,124               | 0,124                |
| Вероятность отказа элементов сети $q_{0i}$ | $12 \cdot 10^{-2}$   | $3,5 \cdot 10^{-2}$ | $3,5 \cdot 10^{-2}$ | $3,5 \cdot 10^{-2}$ | $2 \cdot 10^{-2}$  | $2 \cdot 10^{-2}$    | $2 \cdot 10^{-2}$   | $2 \cdot 10^{-2}$    |
| $K_i$                                      | -2,35                | -1,18               | -1,65               | -0,189              | -0,00318           | -0,00318             | -0,00318            | -0,00318             |
| $\sum_i^n K_i$                             | -2,35                | -1,18               | -1,65               | -0,189              | -0,954             | -1,59                | -0,318              | -0,318               |
| $T_{i8}$                                   | 1,82                 | 2,05                | 3,21                | 0,615               | 4,825              | 2,77                 | 1,615               | 1                    |
| $q_i$                                      | $6,95 \cdot 10^{-3}$ | $7,7 \cdot 10^{-3}$ | $12 \cdot 10^{-3}$  | $2,3 \cdot 10^{-3}$ | $18 \cdot 10^{-3}$ | $10,4 \cdot 10^{-3}$ | $6,1 \cdot 10^{-3}$ | $3,76 \cdot 10^{-3}$ |
| $p_{\text{расч}}$                          | 2,35                 | 1,45                | 1,31                | 1,81                | 1,02               | 1,17                 | 1,3                 | 1,43                 |
| discr $p$                                  | 3                    | 2                   | 2                   | 2                   | 1                  | 1                    | 1                   | 1                    |

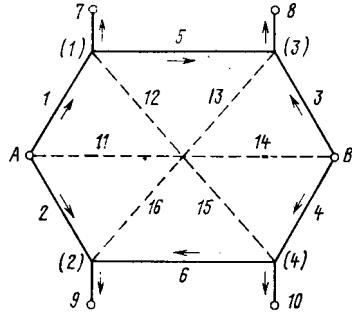


Рис. 4

Наконец, после выбора дискретных переменных на участках 2 и 3 осуществляется второе уточнение для оптимальной базовой переменной, принимая при этом

$$q_8 = \frac{q_{48}}{1 + T_{48}},$$

где

$$q_{48} = q_{18} - \sum_{i=1}^{i=3} \text{discr}(q_i). \quad (27)$$

Следует заметить, что оценка перспективности варианта решения в соответствии с первым положением должна производиться с учетом того, что выбор большего дискретного значения переменной может быть обусловлен не только результатами оптимизации системы по показателю вероятности отказа ее элементов, но и условиями оптимизации по другим координатам, например, по потере напряжения или по координатам оптимального размещения распределительных устройств и другого оборудования на транспортном средстве.

Оптимизация избыточности элементов в кольцевой электрической сети с двумя источниками. Для кольцевой электрической сети с двумя источниками электрической энергии (рис. 4) можно также составить полную систему уравнений нелинейного программирования на основе принципа минимума критерия массы в сети и системы уравнений «жестких» ограничений.

На первом шаге решения задачи нелинейного программирования необходимо определить токораспределение

ние в кольцевой электрической сети. Поскольку в системе имеется четыре независимых узловых точки ( $m-b=4$ ), то в соответствии с принципом минимума критерия следует составить четыре уравнения нелинейной оптимизации:

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_1}{q_1} - \frac{K_5}{q_5} - \frac{K_7}{q_7} &= 0; \\ \frac{K_2}{q_2} - \frac{K_6}{q_6} - \frac{K_9}{q_9} &= 0; \\ \frac{K_3}{q_3} + \frac{K_5}{q_5} - \frac{K_8}{q_8} &= 0; \\ \frac{K_4}{q_4} - \frac{K_6}{q_6} - \frac{K_{10}}{q_{10}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Недостающее число уравнений записывается из условий «жестких» ограничений. С этой целью, например, можно преобразовать многоугольник замкнутой электрической сети в эквивалентную многолучевую звезду. Тогда система ограничений представится в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} q_1(q_2 + q_5) + q_7 &= q_{A7}; \\ q_2(q_1 + q_6) + q_9 &= q_{A9}; \\ q_3(q_4 + q_5) + q_8 &= q_{B8}; \\ q_4(q_3 + q_6) + q_{10} &= q_{B10}; \\ q_1q_2 + q_3q_5 + q_8 &= q_{A8}; \\ q_1q_2 + q_4q_6 + q_{10} &= q_{A10}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Очевидно, можно составить полную систему уравнений нелинейного непрерывного программирования для описания задачи оптимизации уровня избыточности элементов в сети и с более сложной конфигурацией.

Пример. Определить оптимальное число резервных линий на участках электрической сети транспортного средства. Конфигурация сети изображена на рис. 3. Время работы системы  $t=1800$  ч. Количество потребительских линий, подключенных к сети:  $n_5=30$ ,  $n_6=50$ ,  $n_7=n_8=10$ . Вероятность отказа системы распределения электрической энергии у токоприемников не должна превышать  $q_{18}=0,025$ .

Исходные и расчетные данные приведены в таблице.

Коэффициенты  $T_{i8}$  рассчитаны по выражениям (19)–(21).

Выбор дискретных переменных произведен в соответствии с положениями (22) и (23).

**Заключение.** Доказан и сформулирован принцип минимума критерия массы в электрической сети по показателю вероятности отказов ее элементов. В соответствии с этим принципом и требованиями надежности к автономным системам электроснабжения задача минимизации массы электрической сети решается комбинированным методом. На первом шаге формулируется задача нелинейного непрерывного программирования относительно оптимизируемого показателя вероятности отказа элементов системы. Затем система уравнений непрерывной оптимизации решается методом рекуррентных соотношений или при разных требованиях к уровню надежности электроснабжения токоприемников обобщенным методом Ньютона. Выбор дискретного числа резервных

элементов осуществляется после анализа и отбора перспективных вариантов.

Метод позволяет с использованием ЭВМ решать задачи оптимизации избыточности элементов в системах распределения с произвольной конфигурацией и размерностью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности — М.: Советское радио, 1975.
2. Ditoro M. I. Reliability criterion for constrained. Transaction on reliability and quality control. — IRE. PGRQE-8p, 1956, September.
3. Thakker R. B., Hagues R. C. Aerospace systems maximizing reliability with respect weight. Trans. IEEE on Aerospace, 1964, vol. 2, № 2, April.
4. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. — М.: Мир, 1972.
5. Кривенцев В. И. Алгоритм расчета электрических распределительных сетей автономных систем. — Электричество, 1978, № 5.

[16.02.83]

~~~~~

УДК 621.316.9:621.317.333.001.24

## Особенности функционирования устройств контроля и защиты в сетях переменного тока, связанных с цепями постоянного тока

ИВАНОВ Е. А., ДУДНИК В. Д., КИТАЕНКО Г. И.

Ленинградский электротехнический институт

В связи с развитием силовой полупроводниковой техники все большее распространение в различных отраслях промышленности приобретает новый вид электрических сетей — сети переменного тока, гальванически связанные с цепями постоянного тока. Примерами таких сетей являются сети, содержащие различные управляемые электроприводы (гребные электродвигатели и палубные электроприводы на судах, тяговые электродвигатели на транспорте, электроприводы в металлургическом и бумагоделательном производстве и пр.); сюда также можно отнести сети питания гальванических участков, системы автоматики, в которых питание цепей осуществляется от сети или источника переменного тока через выпрямители, и т. п.

Как показывает опыт эксплуатации и теоретический анализ, таким сетям (в дальнейшем будем их называть сетями двойного рода тока) присущ целый ряд специфических особенностей. В частности, для сетей двойного рода тока оказываются недействительными известные закономерности протекания токов утечки на землю (или корпус автономного объекта). В результате нарушается функционирование различных устройств контроля и защиты, обеспечивающих пожаробезопасность и электробезопасность электроустановок — устройств контроля сопротивления изоляции, защитного отключения и т. п.

На примере двух основных типов устройств контроля сопротивления изоляции сетей переменного тока, использующих вспомогательный источник оперативного постоянного напряжения и выпрямленные токи контролируемой сети, выполним оценку помех, вносимых полупроводниковыми выпрямителями в их работу, и рассмотрим возможные пути обеспечения работоспособности устройств в сетях двойного рода тока. Приводимые ниже

выкладки будут, очевидно, справедливы и для анализа функционирования любых устройств контроля и защиты, использующих постоянный ток в измерительной цепи.

**Погрешности устройств контроля на постоянном оперативном токе.** Вспомогательный источник постоянного измерительного напряжения содержит многие типы устройств контроля сопротивления изоляции (например, мегаомметры типов М1503, М1603, М1733, М127, устройства «Электрон», УКИ-1 [1], ряд устройств, описанных в [2] и [3], и др.). Функционирование таких устройств основано на измерении тока  $I_{изм}$ , протекающего через изоляцию под действием вспомогательного источника постоянного напряжения. Так как в сети переменного тока отсутствует постоянная составляющая в кривой напряжения между фазами сети и землей, то ток в измерительной цепи таких устройств является однозначной функцией сопротивления изоляции сети:

$$I_{изм} = \frac{E}{R_{\sim} + R_{вн}}, \quad (1)$$

где  $E = \text{const}$  — измерительное постоянное напряжение вспомогательного источника;  $R_{вн}$  — внутреннее сопротивление измерительного преобразователя;  $R_{\sim}$  — измеряемое эквивалентное сопротивление изоляции сети переменного тока, причем

$$R_{\sim} = \frac{r_a r_b r_c}{r_a r_b + r_a r_c + r_b r_c}, \quad (2)$$

где  $r_a, r_b, r_c$  — эквивалентные сопротивления изоляции фаз сети.

Принципиальная схема сети, содержащей полупроводниковые выпрямители, в общем виде приведена на рис. 1. Обозначения на схеме:  $\Gamma$  — источник питания;

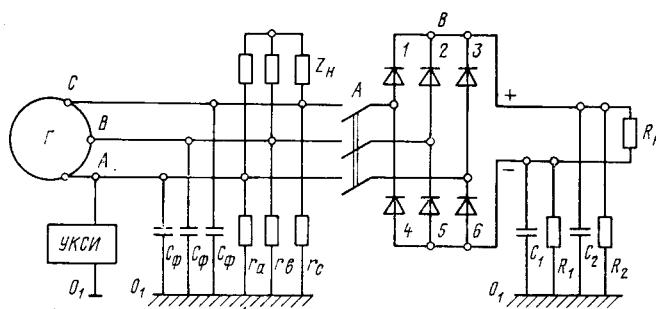


Рис. 1. Эквивалентная схема электрической системы

$z_n$  — эквивалентное сопротивление нагрузки сети переменного тока;  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$ ,  $C_{\Phi}$  — эквивалентные сопротивления изоляции и емкости фаз относительно земли;  $R_H$  — эквивалентное сопротивление нагрузки постоянного тока;  $B$  — силовой полупроводниковый выпрямитель;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  — эквивалентные сопротивления изоляции и емкости полюсов цепей постоянного тока относительно земли, УКСИ — устройство контроля сопротивления изоляции.

В сети двойного рода тока, как видно из рис. 1, в отличие от сети переменного тока, имеется 5 составляющих эквивалентного сопротивления изоляции: три ( $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$ ) для фаз цепей переменного тока и две ( $R_1$  и  $R_2$ ) для полюсов постоянного тока за полупроводниковым выпрямителем. В процессе изменения рабочего напряжения сети диоды выпрямителя поочередно открываются и закрываются, подключая при этом сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  к различным фазам сети переменного тока (см. табл. 1), т. е. в сети двойного рода тока эквивалентные сопротивления изоляции фаз в течение каждого периода изменения рабочего напряжения сети не остаются постоянными. Поэтому следует определить наличие постоянной составляющей в кривой напряжения между фазой сети (например, фазой  $A$ ) и землей.

На рис. 2 приведена векторная диаграмма напряжений, где введены следующие обозначения:  $U_a$ ,  $U_b$ ,  $U_c$  —

Таблица 1

Номер этапа	Составляющие эквивалентных сопротивлений изоляции фаз на периоде изменения рабочего напряжения сети двойного рода тока		
	Фазовый угол напряжения фазы A	Составляющие сопротивления фаз относительно земли	
		Фаза A	Фаза B
1	$0 \div \frac{\pi}{6}$	$r_a$	$r_b, R_1$
7	$\frac{11}{6}\pi \div 2\pi$		$r_c, R_2$
2	$\frac{\pi}{6} \div \frac{\pi}{2}$	$r_a, R_2$	$r_b, R_1$
3	$\frac{\pi}{2} \div \frac{5}{6}\pi$	$r_a, R_2$	$r_b$
4	$\frac{5}{6}\pi \div \frac{7}{6}\pi$	$r_a$	$r_b, R_2$
5	$\frac{7}{6}\pi \div \frac{3}{2}\pi$	$r_a, R_1$	$r_b, R_2$
6	$\frac{3}{2}\pi \div \frac{11}{6}\pi$	$r_a, R_1$	$r_b$

$U_c$  — фазные напряжения источника;  $U_{a3}$ ,  $U_{b3}$ ,  $U_{c3}$  — напряжения фаз относительно земли (заземлителя);  $O$ ,  $O_1$  — потенциалы соответственно нейтрали источника и земли.

Из диаграммы следует

$$U_{a3} = U_a - U_0$$

или в мгновенных значениях

$$u_{a3}(t) = u_a(t) - u_0(t). \quad (3)$$

Так как нас интересует постоянная составляющая этого напряжения, т. е. его среднее значение за период  $0 \div 2\pi$ , то с учетом (3) имеем

$$U_{a3, \text{ср}} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_0(t) dt, \quad (4)$$

т. е. задача сводится к поиску выражения для среднего значения узлового напряжения.

Пусть  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  — эквивалентные сопротивления изоляции фаз сети, взятые с учетом подключения нагрузки постоянного тока при поочередном открытии вентиляй. Тогда после несложных преобразований получим выражение для узлового напряжения

$$u_0(t) = \frac{U_m}{2a} (b \sin \omega t + c \sqrt{3} \cos \omega t), \quad (5)$$

где  $U_m$  — амплитуда фазного напряжения;

$$\begin{aligned} a &= R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c; \\ b &= 2R_b R_c - R_a R_c - R_a R_b; \\ c &= R_a R_b - R_a R_c. \end{aligned}$$

Так как работа схемы разбита на 7 этапов (см. табл. 1), то

$$U_{0, \text{ср}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_0(t) dt = \frac{1}{2\pi} \sum_1^7 \int_{T_{i-1}}^{T_i} u_0(t) dt. \quad (6)$$

Вычисление интегралов в правой части выражения (6) производится на основе формулы (5), при этом следует учесть, что значения эквивалентных сопротивлений изоляции будут различными на каждом из 7 этапов функционирования полупроводникового выпрямителя.

Окончательная формула для среднего значения узлового напряжения:

$$U_{0, \text{ср}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_m D, \quad (7)$$

где

$$D = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \left( 1 + \frac{R_{\infty}}{R_{\sim}} \right)^{-1};$$

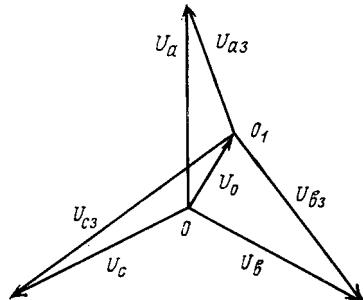


Рис. 2. Векторная диаграмма напряжений

$R_{\sim}$  и  $R_{\pm}$  — эквивалентные сопротивления изоляции цепей переменного и постоянного тока.

В соответствии с выражениями (4) и (7) формула для постоянной составляющей напряжения фаза—земля:

$$U_{a3, \text{ср}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_{\pm}}{R_{\sim}}\right)^{-1} U_m. \quad (8)$$

Из (8) следует, что при равенстве сопротивлений изоляции  $R_1$  и  $R_2$  полюсов цепи постоянного тока напряжение  $U_{a3, \text{ср}} = 0$ , и поэтому никаких искажений в работу устройств контроля изоляции не вносится.

Равномерное изменение сопротивления изоляции обоих полюсов характерно для небольших по размерам потребителей. Здесь наиболее вероятно равномерное воздействие внешней среды на объект в целом (например, на обмотку реле).

Для мощных потребителей, имеющих большие размеры и разветвленные кабельные связи, создаются предпосылки для неравномерности внешнего воздействия на изоляцию положительного и отрицательного полюсов. Поэтому принимаем в общем виде  $R_1 \neq R_2$ , тогда  $U_{a3, \text{ср}} \neq 0$ . В предельных случаях при  $R_1 = 0$  или при  $R_2 = 0$  из (8) имеем

$$U_{a3, \text{ср}} = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_m = \pm \frac{U_{\text{ср}}}{2},$$

т. е. постоянная составляющая напряжения фаза — земля может изменять свой знак и по величине достигать половины среднего значения  $U_{\text{ср}}$  рабочего напряжения цепей постоянного тока.

Ток в измерительной цепи прибора контроля изоляции с учетом выражений (1) и (8)

$$I_{\text{изм}} = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R} + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{U_m}{R_{\text{вн}}} \frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \times \left(1 + \frac{R_{\pm}}{R_{\sim}} + \frac{R_{\pm}}{R_{\text{вн}}}\right)^{-1}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что при  $R_1 \neq R_2$  ток в измерительной цепи не является функцией эквивалентного сопротивления изоляции  $R$  и имеет сложную зависимость от его составляющих  $R_{\sim}$ ,  $R_{\pm}$ ,  $R_1$  и  $R_2$ .

Приборы контроля изоляции обычно градуируют на диапазон токов

$$0 \leq I_{\text{изм}} \leq I_{\text{изм}0} = \frac{E}{R_{\text{вн}}}. \quad (10)$$

При этом ток  $I_{\text{изм}} = 0$  соответствует величине сопротивления изоляции  $R \rightarrow \infty$ , а ток  $I_{\text{изм}0}$  величине  $R = 0$ .

Оценим возможную погрешность измерений при различных значениях  $R_1$  и  $R_2$  для диапазона токов, указанных в выражении (10).

Граница области показаний мегаомметра  $R \geq \infty$  определяется выражением

$$R_1 \geq \frac{R_2 \left( E + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_m \right)}{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_m - E - \frac{R_2}{R_{\sim}} E}, \quad (11)$$

полученным из (9) при  $I_{\text{изм}} = 0$ .

Приравняв в (9)  $I_{\text{изм}} = I_{\text{изм}0}$ , получаем границу области показаний мегаомметра  $R \leq 0$ :

$$R_1 \leq R_2 \left( 1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \frac{E}{U_m} \frac{R_2}{R_{\text{вн}}} \right). \quad (12)$$

Графики функции  $R_1(R_2)$  для различных значений сопротивления изоляции  $R_{\sim}$  приведены на рис. 3 (кривые 1—4 соответственно для  $R_{\sim} = 25; 50; 100; 250$  кОм).

Из графиков рис. 3 следует:

в случае  $R_1 < R_2$  даже при небольших отклонениях от симметричного состояния ( $R_1 = R_2$ ) приборы контроля изоляции работают в области показаний  $R < 0$ , т. е. в области, лишенной физического смысла;

в случае  $R_1 > R_2$  приборы контроля даже при низких значениях сопротивления изоляции могут работать в области показаний  $R > \infty$ , также лишенной физического смысла;

положение границы области показаний  $R \geq \infty$  зависит от величины сопротивления изоляции  $R_{\sim}$ ; при этом для каждого данного значения  $R_{\sim}$  существует сопротивление  $R_2 = R_{2\text{пред}}$ , выше которого стрелка прибора находится в рабочем диапазоне шкалы.

Можно убедиться, что и в зоне конкретных показаний (стрелка прибора находится на рабочем диапазоне шкалы) относительная погрешность измерений  $\delta R$  находится в интервале  $100\% \geq \delta R \geq \frac{-R}{R_{\text{вн}}} \cdot 100\%$ , т. е.

при  $R_1 \neq R_2$  независимо от величины измеряемого сопротивления изоляции стрелка прибора может находиться в любом месте шкалы — от отметки 0 до отметки  $\infty$ .

Результаты экспериментальных исследований, выполненных в ряде электроэнергетических систем, подтверждают теоретические расчеты. На рис. 4 приведены показания щитового мегаомметра М1503 в зависимости от сопротивления изоляции отрицательного полюса цепи постоянного тока (при  $R_{\sim} = 100$  кОм). Обозначения на графиках: 1'—4' — показания мегаомметра для четырех значений сопротивления изоляции положительного полюса цепи постоянного тока (30; 50; 75; 100 кОм); 1—4 — фактические значения эквивалентного сопротивления изоляции, полученные по результатам раздельного измерения составляющих эквивалентного сопротивления изоляции. Из графиков видно,

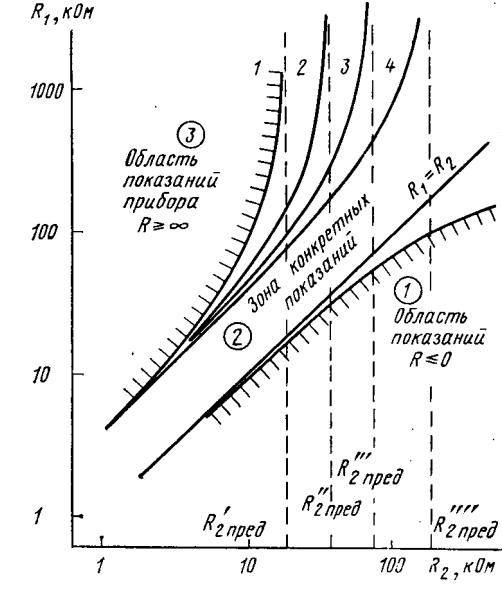


Рис. 3. Области работы измерительного преобразователя в зависимости от соотношения сопротивлений изоляции полюсов цепи постоянного тока

что показания мегаомметра соответствуют фактической величине эквивалентного сопротивления изоляции сети только при условии  $R_1 = R_2$ .

**Погрешности вентильных схем контроля.** Наибольшее распространение получили устройства по схеме трех вентилей. При такой схеме контроля через измерительный прибор (миллиамперметр) или обмотку реле, включенные между анодами вентилей и заземлителем, протекает пульсирующий ток, среднее значение которого зависит от эквивалентного сопротивления изоляции сети [2]:

$$I_{\text{изм}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{U_m}{R_{\sim} + R_{\text{ви}}}. \quad (13)$$

В сети двойного рода тока зависимость (13) должна быть нарушена в связи с наличием переключающихся сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ .

Работа схемы разбивается на рассмотренные выше (табл. 1) 7 этапов; схемы подключения измерительного прибора и сопротивлений изоляции полюсов на каждом из этих этапов приведены в табл. 2.

Среднее значение полного тока утечки  $I_{\text{ут}}$  определяем суммированием интегралов мгновенных значений токов утечки фаз на каждом этапе:

$$I_{\text{ут}} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^7 \int_{T_{i-1}}^{T_i} i_{\text{ут}i}(t) dt. \quad (14)$$

Ток утечки фазы на каждом из этапов может быть определен как сумма токов утечки на землю через изо-

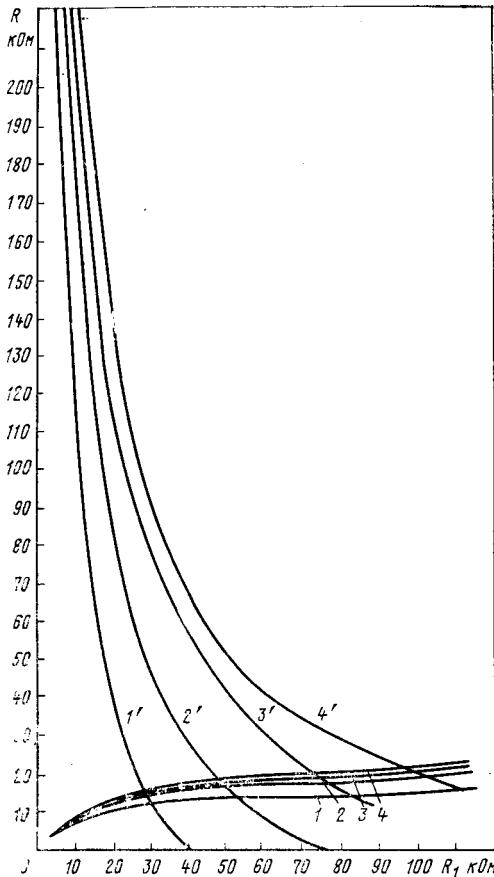


Рис. 4. Показания щитового мегаомметра при изменении сопротивлений изоляции полюсов цепи постоянного тока

лянию других фаз:

$$\left. \begin{array}{l} \text{этапы 1, 7, 6: } i_{\text{ут}}(t) = -i_a(t) - i_b(t); \\ \text{этапы 2, 3: } i_{\text{ут}}(t) = -i_b(t) - i_c(t); \\ \text{этапы 4, 5: } i_{\text{ут}}(t) = -i_a(t) - i_c(t). \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$i_{a_i}(t) = \frac{U_{a\text{зи}}(t)}{R_{a_i}}; \quad i_{b_i}(t) = \frac{U_{b\text{зи}}(t)}{R_{b_i}};$$

В (15) принято, что емкостная составляющая тока утечки пренебрежимо мала. Неучет емкостных токов утечки изменяет количественную, но не меняет качественную сторону вопроса влияния вентилей на результат измерений.

Правые части равенств (15) могут быть выражены через соответствующие напряжения между фазой и землей и приведенные сопротивления изоляции фаз

$$i_{a_i}(t) = \frac{u_{a\text{зи}}(t)}{R_{a_i}}; \quad i_{b_i}(t) = \frac{u_{b\text{зи}}(t)}{R_{b_i}}; \quad i_{c_i}(t) = \frac{u_{c\text{зи}}(t)}{R_{c_i}}, \quad (16)$$

где сопротивления  $R_{a_i}, R_{b_i}, R_{c_i}$  следует брать с учетом поочередного подключения сопротивлений изоляции полюсов цепи постоянного тока согласно табл. 2.

Напряжения фаза-земля могут быть определены в соответствии с выражением (3). После преобразований выражений (15) с учетом (16, 3, 4, 6) из (14) получаем в общем виде окончательное выражение для полного тока утечки:

$$\begin{aligned} I_{\text{ут}} = & \frac{\sqrt{3}}{4\pi} U_m \left[ \frac{1}{R_{b1}} + \frac{1}{R_{b2}} + \frac{1}{R_{c3}} + \frac{1}{R_{c4}} + \right. \\ & + \frac{1}{R_{a5}} + \frac{1}{R_{a6}} + \left( \frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{b1}} \right) \frac{R_{a1}(R_{b1} - R_{c1})}{R_{a1}(R_{b1} + R_{c1}) + R_{b1}R_{c1}} + \\ & + \left( \frac{1}{R_{b2}} + \frac{1}{R_{c2}} \right) \frac{R_{a2}(R_{b2} - R_{a2})}{R_{a2}(R_{b2} + R_{c2}) + R_{b2}R_{c2}} + \\ & + \left( \frac{1}{R_{b3}} + \frac{1}{R_{c3}} \right) \frac{R_{a3}(R_{b3} - R_{a3})}{R_{a3}(R_{b3} + R_{c3}) + R_{b3}R_{c3}} + \\ & + \left( \frac{1}{R_{a4}} + \frac{1}{R_{c4}} \right) \frac{R_{a4}(R_{c4} - R_{b4})}{R_{a4}(R_{b4} + R_{c4}) + R_{b4}R_{c4}} + \\ & + \left( \frac{1}{R_{a5}} + \frac{1}{R_{c5}} \right) \frac{R_{a5}(R_{a5} - R_{b5})}{R_{a5}(R_{b5} + R_{c5}) + R_{b5}R_{c5}} + \\ & \left. + \left( \frac{1}{R_{a6}} + \frac{1}{R_{c6}} \right) \frac{R_{a6}(R_{a6} - R_{c6})}{R_{a6}(R_{a6} + R_{c6}) + R_{b6}R_{c6}} \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Через измерительный прибор протекает не весь ток утечки, а только его часть, так как параллельно к прибору поочередно подключаются сопротивления изоляции соответствующей фазы и, кроме того, сопротивление изоляции положительного полюса цепи постоянного тока непрерывно шунтирует прибор.

С учетом этого из (17) определяем среднее значение тока  $I_{\text{изм}}$  в измерительной цепи:

$$I_{\text{изм}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{U_m}{R_{\sim}} MK,$$

где

$$\begin{aligned} M = & \left( \frac{R_{\sim}}{R_1} + \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{R_{\sim}}{R_1} + \frac{2}{3} \right) \times \\ & \times R_{\sim} + R_{\text{ви}} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \\ & \frac{R_{\sim} + R_{\text{ви}} + \frac{R_{\sim}}{R_1} R_{\text{ви}}}{R_{\sim} + R_{\text{ви}} + \frac{R_{\sim}}{R_1} R_{\text{ви}}}; \quad (18) \end{aligned}$$

Таблица 2

Номер этапа	Функционирование схемы с тремя вентилями в течение периода изменения рабочего напряжения в сети двойного рода тока						
	Фазовый угол	Пути утечки между фазами и землей			Фаза A	Фаза B	Фаза C
		Фаза A	Фаза B	Фаза C			
1	$0 \div \frac{\pi}{6}$	$r_a$	$r_b, R_1$	$r_c, R_2, R_{\text{вн}}$			
7	$\frac{11}{6} \pi \div 2\pi$						
3	$\frac{\pi}{2} \div \frac{5}{6} \pi$	$r_a, R_2, R_{\text{вн}}$	$r_b$	$r_c, R_1$			
4	$\frac{5}{6} \pi \div \frac{7}{6} \pi$	$r_a$	$r_b, R_2, R_{\text{вн}}$	$r_c, R_1$			
5	$\frac{7}{6} \pi \div \frac{3}{2} \pi$	$r_a, R_1$	$r_b, R_2, R_{\text{вн}}$	$r_c$			
6	$\frac{3}{2} \pi \div \frac{11}{6} \pi$	$r_a, R_1$	$r_b$	$r_c, R_2, R_{\text{вн}}$			

Приложение. Индексом  $R_{\text{вн}}$  обозначена цепь измерительного прибора.

$$K = \left( 1 + \frac{R_{\text{вн}}}{R_2} + \frac{R_{\text{вн}}}{3R_{\sim}} \right)^{-1}.$$

Исследования показали хорошую сходимость экспериментальных результатов и данных расчетов по формуле (18).

Для ориентировочной оценки погрешности измерений в сетях двойного рода тока из (18) и (13) можно определить, во сколько раз фактический ток в измерительной цепи отличается от эталонного (по которому градуировалась шкала прибора применительно к сети переменного тока):

$$\alpha = \frac{I_{\text{изм}}}{I_{\text{изм}}} = \left( 1 + \frac{R_{\sim}}{R_2} \right) M^{-1} K^{-1}, \quad (19)$$

где  $M$  и  $K$  соответствуют (18).

Для иллюстрации на рис. 5 приведены зависимости  $\alpha (R_1)$  при различных значениях сопротивления изоляции положительного полюса цепи постоянного тока и сети переменного тока при внутреннем сопротивлении прибора  $R_{\text{вн}} = 12 \text{ кОм}$ . Кривые 1, 2, 3 построены для случаев  $R_{\sim} = 100 \text{ кОм}$  и  $R_2 = 100; 10; 2 \text{ кОм}$  соответственно; кривые 4, 5, 6 — для  $R_{\sim} = 30 \text{ кОм}$  и тех же значений  $R_2$ . Из графиков видно, что ток в измерительной цепи может быть в десятки раз меньше градуировочного, соответствующего фактической величине сопротивления изоляции, т. е. прибор всегда будет показывать завышенные значения и не выявит опасных снижений сопротивления изоляции.

Таким образом, схемы с вентилями также оказываются непригодными для применения в сетях двойного рода тока.

Устройства контроля, не имеющие методической погрешности. Идея метода заключается в искусственном формировании однородной измерительной цепи, когда параметры сети любого рода тока приравниваются к эквивалентным параметрам сети постоянного тока. Для создания такой цепи применен трехфазный выпрямительный

мост, включенный в качестве согласующего звена между контролируемой сетью и устройством контроля изоляции сети постоянного тока [4]. Так же, как и выше, рассмотрим функционирование двух видов схем — с источником измерительного напряжения и использованием рабочего напряжения сети в качестве измерительного.

В первом случае цепь, содержащая вспомогательный источник и добавочное сопротивление, подключается не к фазе контролируемой сети (как в обычных приборах), а к искусственно сформированной точке, интегральное значение потенциала которой за период изменения рабочего напряжения сети равно нулю. Такой точкой в частном случае может быть подвижный контакт потенциометра, подключенного к контролируемой сети через согласующий трехфазный выпрямительный мост (рис. 6). Обозначения на схеме:  $\Gamma$  — источник электрической энергии переменного тока с фазами  $A, B, C$  и нейтралью в точке  $O$ ;  $z_n$  и  $R_n$  — эквивалентные сопротивления нагрузки переменного и постоянного тока;  $B$  и  $BC$  — силовой и согласующий выпрямители;  $r_a, r_b, r_c, R_1, R_2$  — сопротивления изоляции фаз сети переменного тока и полюсов цепи постоянного тока;  $R_n$  — потенциометр с плечами  $r_1$  и  $r_2$  и подвижным контактом  $O_2$ ;  $A$  — миллиамперметр;  $\Pi$  — переключатель с положениями I и II;  $E$  — источник измерительного напряжения;  $O_1$  — «земля»;  $R_{\text{доб}}$  — добавочное сопротивление в измерительной цепи.

Покажем, что на потенциометре  $R_n$  можно всегда найти точку  $O_2$  со средним значением потенциала, равным среднему значению потенциала заземлителя, т. е. найти такое положение подвижного контакта потенциометра, при котором

$$U_{023, \text{ср}} = 0. \quad (20)$$

Как указывалось выше, в процессе изменения мгновенных значений фазных напряжений источника  $\Gamma$  диоды выпрямительных мостов  $B$  и  $BC$  в определенном порядке открываются и закрываются. Соответственно непрерывно изменяются потенциалы элементов схемы. В качестве примера на рис. 7 приведена векторная диаграмма напряжений, соответствующая открытому состоянию диодов фаз  $A$  и  $B$  и закрытому состоянию диодов фазы  $C$  (фаза  $A$  имеет максимальный положительный потенциал, фаза  $C$  — максимальный отрицательный потенциал). Обозначения на диаграмме:  $U_a, U_b, U_c$  —

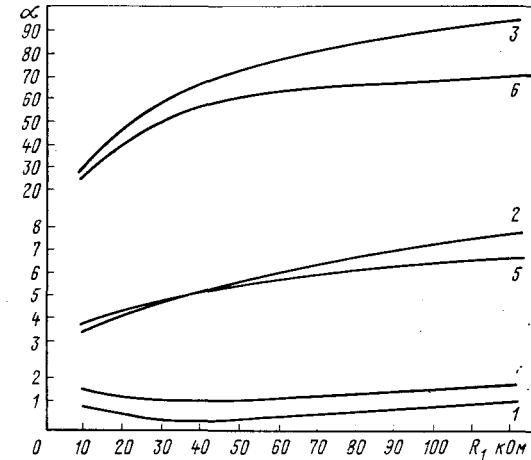


Рис. 5. Кратность градуировочного тока фактическому в схеме с вентилями

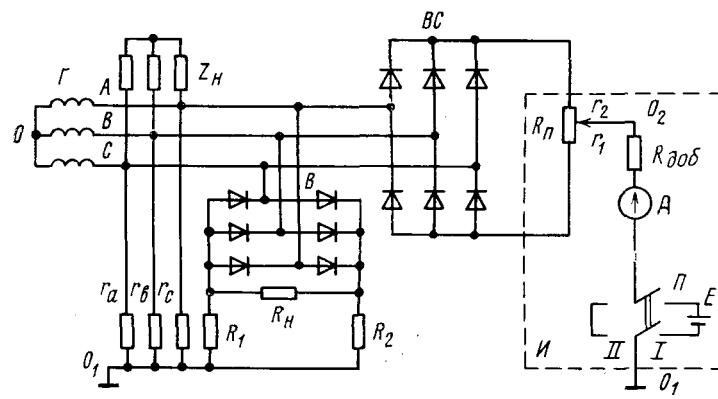


Рис. 6. Схема измерений в сети двойного рода тока с применением вспомогательного источника постоянного напряжения

фазные напряжения;  $U_{a3}$ ,  $U_{b3}$ ,  $U_{c3}$  — напряжения фаз относительно земли (корпуса);  $O$ ;  $O_1$ ;  $O_2$  — потенциалы нейтрали источника, «земли» (корпуса) и подвижного контакта потенциометра соответственно.

Из диаграммы напряжений видно, что напряжение  $U_{020}$  можно определить как разность потенциалов подвижного контакта потенциометра относительно нейтрали источника  $U_{020}$  и заземлителя относительно нейтрали источника  $U_0$ . Тогда

$$U_{020, \text{ср}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{020}(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_0(t) dt.$$

Отсюда в соответствии с выражением (20) требуется показать возможность получения равенства

$$\int_0^{2\pi} u_{020}(t) dt = \int_0^{2\pi} u_0(t) dt. \quad (21)$$

В соответствии с диаграммой на рис. 7 напряжение  $U_{020}$  определяется как разность между фазным напряжением и падением напряжения на соответствующем плече потенциометра  $R_\pi$  при включении последнего на линейное напряжение (с учетом последовательного переключения диодов согласующего моста в процессе изменения рабочего напряжения сети). Например, для момента времени, соответствующего диаграмме,

$$u_{020}(t) = u_a(t) - \frac{r_2}{R_\pi} u_{ab}(t).$$

В общем виде

$$\int_0^{2\pi} u_{020}(t) dt = \sum_{i=1}^7 \int_{\omega t_{i-1}}^{\omega t_i} u_{\Phi i}(t) dt - \sum_{i=1}^7 \int_{\omega t_{i-1}}^{\omega t_i} \frac{r_i}{R_\pi} u_{ri}(t) dt, \quad (22)$$

где  $\omega t_i$  — временные интервалы, соответствующие моментам переключения диодов в процессе изменения рабочего напряжения сети;  $u_{\Phi i}(t)$  — фазное напряжение, действующее на данном временном интервале;  $r_i$  — сопротивление плеча потенциометра, подключенного на данном временном интервале к фазе с высшим потенциалом;  $u_{ri}(t)$  — соответствующее падение напряжения.

Учитывая, что первое слагаемое в правой части

равно нулю, из (22) после интегрирования и суммирования получаем:

$$\int_0^{2\pi} u_{020}(t) dt = 3\sqrt{3} U_m \frac{r_1 - r_2}{R_\pi}. \quad (23)$$

Значение правой части равенства (21) соответствует выражению (7).

Приравнивая выражение (23) и (7), после преобразований окончательно получаем

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 + D'}{1 - D'}, \quad (24)$$

где

$$D' = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \left( 1 + \frac{R_\pi}{R_\sim} + \frac{R_\pi}{R_{\text{вн}}} \right)^{-1}.$$

Выражение (24), являющееся условием выполнения равенства (20), наглядно показывает, что отношение сопротивлений плеч потенциометра  $R_\pi$  есть однозначная функция сопротивлений изоляции полюсов цепи постоянного тока  $R_1$  и  $R_2$ .

Натурные испытания подтвердили приведенные результаты расчетов и показали возможность измерения сопротивления изоляции таким способом.

Измерение сопротивления изоляции с использованием рабочего напряжения в качестве измерительного рассмотрим на примере метода трех отсчетов вольтметра (применяющегося в сетях постоянного тока), когда последовательно измеряют три напряжения:  $U_1$  — между положительным полюсом и землей;  $U_2$  — между отрицательным полюсом и землей и  $U$  — между полюсами сети, а сопротивление изоляции рассчитывают по формуле

$$R = r \frac{U - (U_1 + U_2)}{U_1 + U_2},$$

где  $r$  — внутреннее сопротивление вольтметра.

Покажем, что в случае применения согласующего выпрямительного моста этот метод можно использовать и для работы в сетях переменного и двойного рода тока.

Схема измерения напряжений приведена на рис. 8. Пусть  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — фазы сети переменного тока. Найдем выражение для среднего значения напряжения  $U_{P3}$  между полюсом  $P$  согласующего выпрямительного моста и землей (рис. 8, a).

С учетом периодичности открытия диодов моста в процессе периода измерения рабочего напряжения

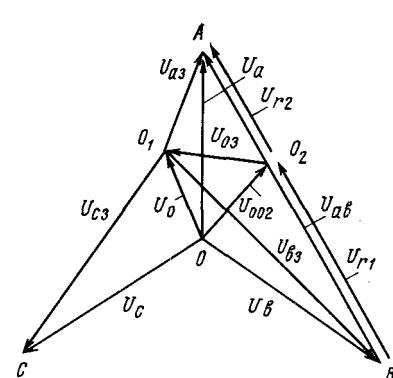


Рис. 7. Векторная диаграмма напряжений

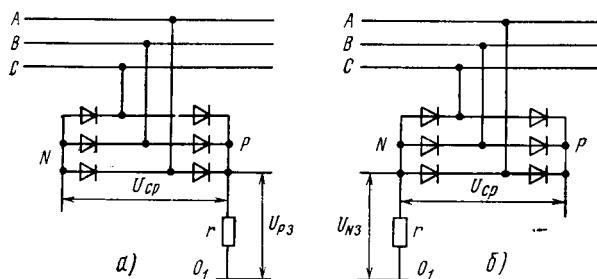


Рис. 8. Схема измерений сопротивления изоляции вольтметром магнитоэлектрической системы

сети имеем:

$$U_{P3} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_{P3}(t) dt = -\frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} u_{b3}(t) dt + \left. \begin{array}{l} \frac{7}{6}\pi \\ \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{11}{6}\pi} u_{c3}(t) dt + \int_{\frac{7}{6}\pi}^{\frac{11}{6}\pi} u_{a3}(t) dt + \int_{\frac{11}{6}\pi}^{2\pi} u_{b3}(t) dt \end{array} \right] \right], \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} u_{a3}(t) &= U_m \sin \omega t - \frac{U_m}{2} (A_1 \sin \omega t + \sqrt{3} B_1 \cos \omega t); \\ u_{b3}(t) &= U_m \sin \left( \omega t - \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{U_m}{2} (A_2 \sin \omega t + \sqrt{3} B_2 \cos \omega t); \\ u_{c3}(t) &= U_m \sin \left( \omega t + \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{U_m}{2} \times (A_3 \sin \omega t + \sqrt{3} B_3 \cos \omega t). \end{aligned}$$

После интегрирования этих напряжений в пределах, указанных в выражении (25), получаем:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} u_{b3}(t) dt + \int_{\frac{11}{6}\pi}^{2\pi} u_{b3}(t) dt = -U_m \frac{\sqrt{3}}{4} (A_2 - 3B_2 + 4);$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{7}{6}\pi} u_{c3}(t) dt = U_m \frac{\sqrt{3}}{4} (3B_3 - A_3 - 4);$$

$$\int_{\frac{7}{6}\pi}^{\frac{11}{6}\pi} u_{a3}(t) dt = U_m \frac{\sqrt{3}}{2} (A_1 - 2),$$

$$\text{где } A_1 = \frac{2r_b r_c (r_a + r) - r_a r (r_b + r_a)}{r_a r (r_b + r_c) + r_b r_c (r_a + r)};$$

$$A_2 = \frac{2r_b r r_c - r_a r_b r - r_a r_c (r_b + r)}{r_b r (r_a + r_c) + r_a r_c (r_b + r)};$$

$$A_3 = \frac{(2r_b - r_a) r_c r - r_a r_b (r_c + r)}{r_c r (r_a + r_b) + r_a r_b (r_c + r)};$$

$$B_2 = \frac{r_a r_b r - r_a r_c (r_b + r)}{r_b r (r_a + r_c) + r_a r_c (r_b + r)};$$

$$B_3 = \frac{r_a r_b (r_c + r) - r_a r_c r}{r_a r_b (r_c + r) + (r_a + r_b) r_c r}.$$

Окончательно после подстановки и приведения подобных в (25) имеем

$$U_{P3} = -\frac{3\sqrt{3}U_m}{2\pi} \frac{r(r_a r_b + r_a r_c + r_b r_c)}{r(r_a r_b + r_a r_c + r_b r_c) + r_a r_b r_c}$$

или

$$U_{P3} = -\frac{U_{cp}}{2} \frac{r}{r + R_\sim},$$

где  $U_{cp} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_m$  — среднее значение напряжения на выходе выпрямительного моста;  $R_\sim = \left( \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \right)^{-1}$  — эквивалентное сопротивления изоляции сети переменного тока. Отсюда следует

$$R_\sim = r \left( \frac{U_{cp}}{2|U_{P3}|} - 1 \right). \quad (26)$$

Выражение (26) является окончательной расчетной формулой. Оно показывает, что при данном значении сопротивления вспомогательного резистора  $r$  величина сопротивления изоляции сети однозначно определяется средним значением напряжения на выходе согласующего выпрямительного моста и средним значением напряжения любого полюса этого моста относительно земли.

Пусть имеем сеть двойного рода тока, т. е., кроме сопротивлений изоляции  $r_a, r_b, r_c$  фаз сети, в схеме измерений присутствуют сопротивления изоляции  $R_1$  и  $R_2$  полюсов цепей постоянного тока.

Выполняя преобразования, аналогичные приведенным выше, получаем следующие выражения для средних значений напряжений полюсов  $N$  и  $P$  согласующего моста относительно земли:

$$U_{N3} = \frac{\sqrt{3}U_m}{2\pi} \frac{9rR_2 + \frac{6R_2 r r_\Phi}{R_1 + R_2}}{3rR_2 + r_\Phi(r + R_2)};$$

$$U_{P3} = -\frac{\sqrt{3}U_m}{2\pi} \frac{9rR_2 + \frac{6R_1 r r_\Phi}{R_1 + R_2}}{3rR_2 + r_\Phi(r + R_2)},$$

где  $r_\Phi = r_a = r_b = r_c$  (принято для упрощения формул). Отсюда

$$|U_{N3}| + |U_{P3}| = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_m \frac{r(3R_2 + r_\Phi)}{3rR_2 + r_\Phi(r + R_2)}$$

или

$$|U_{N3}| + |U_{P3}| = U_{cp} \frac{r}{r + R},$$

где  $R = \frac{R_2 R_2}{R_\sim + R_2}$  — эквивалентное сопротивление изоляции всей сети двойного рода тока (принято  $R_\sim = \frac{r_\Phi}{3}$ ).

Окончательно из последнего выражения получаем:

$$R = r \left( \frac{U_{cp}}{|U_{N3}| + |U_{P3}|} - 1 \right), \quad (27)$$

т. е. и в случае сети двойного рода тока величина эквивалентного сопротивления изоляции однозначно определяется средними значениями напряжения. Формула (27) справедлива и для общего случая, когда сопротивления изоляции фаз не равны.

Результаты расчетов были подтверждены экспериментальными данными, при этом относительная погрешность измерений на физической модели сети с известными параметрами не превышала 3,9 % (приведенная погрешность, которой обычно пользуются при оценке мегаомметров, при этих условиях будет существенно ниже).

**Выводы.** 1. Приборы контроля и защиты, предназначенные для работы в сетях переменного тока, нельзя использовать в случаях, когда сеть содержит непосредственно подключенные силовые полупроводниковые выпрямители.

2. Минимальная методическая погрешность обеспечивается в случае применения в схеме измерений согла-

сующего выпрямительного моста; при этом сама измерительная цепь должна быть построена на основе принципов, разработанных для сетей постоянного тока.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник судового электротехника/Под ред. Г. И. Китаенко. — Л.: Судостроение, 1980.
2. Цапенко Е. Ф. Контроль изоляции в сетях до 1000 В. — М.: Энергия, 1972.
3. Шипунов Н. В. Защитное отключение. — М. — Л.: Энергия, 1968
4. А. с. № 819747 (СССР) Устройство для измерения сопротивления изоляции трехфазных электрических сетей с изолированной нейтралью/Е. А. Иванов, Л. И. Гребенников, В. Д. Дудник и др. — Опубл. в Б. И., 1981, № 13.

[18.01.82]

~~~~~

УДК 621.316.1.001.24

## Комплексный расчет параметров элементов распределительных сетей при автоматизированном проектировании

АРИОН В. Д., канд. техн. наук

Кишиневский политехнический институт

Выбор наивыгоднейших значений параметров элементов электрических сетей 0,4—20 кВ составляет одну из наиболее ответственных и сложных проблем проектирования систем электроснабжения, поскольку она непосредственно связана с вопросами рационального использования материалов и оборудования, со снижением потерь, с повышением качества отпускаемой электроэнергии и эффективности работы сетей в целом [1 и 2].

В данной статье рассматривается комплексный подход к решению указанной проблемы, использующий принцип иерархии сетей и задач. Сетевая иерархия включает два естественных уровня: верхний — сети 6—20 кВ и нижний — сети 0,4 кВ.

В расчетах верхнего уровня сети низкого напряжения каждого  $j$ -го распределительного трансформатора (РТ) напряжением 6—20/0,4 кВ рассматриваются в эквивалентном виде. Здесь осуществляется расчет сечений участков линий (вектор  $\mathbf{F}$ ), мощностей РТ (вектор  $\mathbf{S}_t$ ), мест размещения и мощностей компенсационных устройств (КУ) ( $\mathbf{Q}_k$ ) и законов их регулирования ( $\mathbf{Q}_k(t)$ ), местоположения, параметров и режимов работы средств регулирования напряжения ( $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{E}(t)$ ) сети 6—20 кВ, одновременно определяются наивыгоднейшие значения обобщенных параметров низковольтных сетей, выраженных в виде суммарных мощностей КУ  $Q_{kj}$  и допустимых потерь напряжения  $\Delta U_{n, доп}$ .

Помимо этого, при проектировании крупных систем электроснабжения наряду с задачей расчета оптимальных мощностей трансформаторов с учетом возможной компенсации реактивных нагрузок на стороне 0,4 кВ рассматривается задача определения рационального числа  $N_{tp}$  территориально сконцентрированных трансформаторных подстанций (ТП) и питающих их линий (например, для главного корпуса завода или крупной системы орошения).

На нижнем уровне полный расчет каждой  $j$ -й сети

низкого напряжения осуществляется исходя из обеспечения найденных значений  $Q_{kj}$  и  $\Delta U_{n, доп}$ .

Исследования показали, что все перечисленные задачи верхнего уровня сетевой иерархии можно решать одновременно с помощью единой технико-экономической модели с достаточной точностью и за приемлемое время. При этом с проектировщика снимается обязанность координации и увязки результатов локальных расчетов, повышается качество проектов и ускоряется процесс проектирования.

Принципы подхода к решению данной проблемы рассмотрены в [3], в настоящей статье они развиваются на случай разомкнутых схем электроснабжения произвольной конфигурации.

Совместное решение задач выбора оптимальных параметров сети 6—20 кВ и расчета обобщенных параметров сетей низкого напряжения осуществляется по критерию минимума суммарных приведенных затрат.

$$Z(\mathbf{F}, \mathbf{N}_{tp}, \mathbf{S}_t, \mathbf{Q}_k(t), \mathbf{E}, \mathbf{E}(t), \Delta U_{n, доп}) \Rightarrow \min \quad (1)$$

с учетом ограничений:

а) по значениям входной реактивной мощности, отпущеной энергоснабжающей организацией в максимальном, минимальном и послеаварийном режимах работы энергосистемы;

б) по существующему типажу и номенклатуре проводов и кабелей, РТ, КУ и средств регулирования напряжения;

в) по допустимому числу типоразмеров оборудования, по условиям монтажа и эксплуатации;

г) по режимам работы оборудования (предельным нагрузкам и регулировочным возможностям);

д) по качеству напряжения на зажимах электроприемников

$$V^- \leq V \leq V^+ \quad (2)$$

Таким образом, рассматривается задача — сложная, многомерная и многоэкстремальная с ограничениями.

Она относится к классу задач дискретного математического программирования большой размерности и часто встречается при новом проектировании и реконструкции систем электроснабжения промышленных предприятий, городов и сельскохозяйственных объектов.

Расчеты выполняются при известной конфигурации схемы, нагрузок узлов и параметров существующих участков сети 6—20 кВ. Сети 0,4 кВ РТ задаются характеристиками затрат вида  $Z_n(Q_{k,n})$  и  $Z_n(\Delta U_n)$ , которые хорошо аппроксимируются полиномами второй степени. При отсутствии указанных зависимостей в расчетах предполагается, что мощности  $Q_{k,n}$  размещаются на шинах 0,4 кВ РТ и на этих же шинах обеспечивается необходимый режим напряжения (моделирование сети 0,4 кВ выходит за рамки настоящей статьи).

Решение сформулированной задачи можно получить с помощью аппарата многошаговых процедур — динамического программирования, который позволяет свести задачу большой размерности к совокупности задач меньшей размерности, а также работать с недифференцируемыми функциями, дискретными переменными и т. п.

Исходная задача (1) сводится к распределению ресурсов двух видов на разветвленной сети произвольной конфигурации. Несмотря на приемлемые условия прямого расчета с вычислительной точки зрения целесообразно ее разделить на две подзадачи: сначала найти экономическое решение задачи выбора параметров линий, РТ и КУ без учета ограничений по режиму напряжения (задача А), а затем обеспечить выполнение условия (2) путем рассмотрения всей совокупности возможных способов и средств изменения и регулирования напряжения (задача Б).

Такой подход продиктован, во-первых, тем, что часто необходимый режим напряжения достигается при экономических значениях параметров линий, трансформаторов и компенсирующих устройств за счет регулирования ответвлений трансформаторов (в центре питания и у потребителей) и мощностей КУ. Практика показала, что чаще всего это имеет место при новом проектировании сетей, когда конфигурация схемы сети рационально выбрана. Во-вторых, решая задачу А, можно снизить размерность более общей и сложной задачи Б за счет сужения области изменения искомых параметров.

Обе задачи решаются по общей оптимизационной схеме, основу которой положено использование рекуррентных уравнений одномерного динамического программирования и метода адресного отображения конфигурации схемы (ДП-АОКС).

Поиск решения по алгоритмам ДП-АОКС ведется двумя последовательными этапами (прямой и обратный ход). На прямом ходе осуществляется свертывание характеристик затрат элементов сети с одновременной фиксацией множества условно оптимальных решений, а на обратном ходе из этого множества выделяется одно (или несколько) наилучших решений. Несмотря на общность принципа поиска наилучшего решения в задачах А и Б, конкретные алгоритмы расчета различны ввиду особенностей задач.

Адресное отображение конфигурации схемы (АОКС) — таблица с упорядоченной информацией о структуре древовидной схемы. Для сети, представленной на рис. 1, АОКС приведено в таблице 1. Возможен ряд отображений ветвей схемы: первое (ПАО), второе (ВАО), третье (ТАО) и т. д. Первое адресное отображение

| Ветвь  |       | ПАО | ВАО | ТАО | Ветвь  |       | ПАО | ВАО | ТАО |
|--------|-------|-----|-----|-----|--------|-------|-----|-----|-----|
| начало | конец |     |     |     | начало | конец |     |     |     |
| 0      | 1     | 1   | 1   | 1   | 7      | 8     | 8   | 7   | 6   |
| 1      | 2     | 2   | 2   | 1   | 2      | 32    | 9   | 8   | 6   |
| 2      | 3     | 3   | 3   | 2   | 4      | 34    | 10  | 10  | 4   |
| 3      | 4     | 4   | 6   | 2   | 5      | 35    | 11  | 11  | 5   |
| 3      | 5     | 5   | 9   | 2   | 6      | 36    | 12  | 12  | 7   |
| 2      | 7     | 6   | 4   | 3   | 6      | 66    | 12  | 13  | 7   |
| 7      | 6     | 7   | 5   | 3   | 8      | 38    | 14  | 14  | 8   |

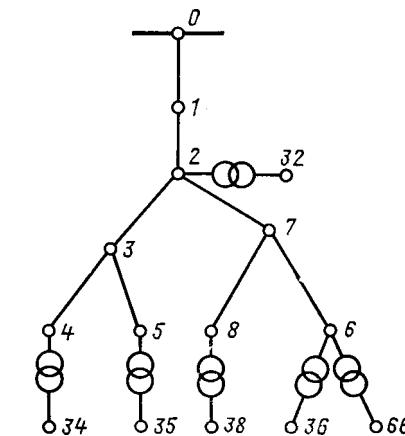


Рис. 1. Древовидная схема электроснабжения

ние представляет собой порядковую нумерацию ветвей; ВАО и ТАО рассматриваются вместе и определяют порядок подчинения ветвей в схеме: ветвь, описанная  $v$ -м элементом массива (столбца) ВАО непосредственно следует за ветвью, описанной тем же элементом массива ТАО. В результате пошагового просмотра строк таблицы АОКС можно найти весь перечень ветвей в порядке их подчинения от концевых участков к центру питания и наоборот; АОКС строится по заданному списку начал и концов ветвей по специальному алгоритму [3].

*Задача А и ее решение.* В отличие от исходной задачи (1) здесь не выбираются средства регулирования напряжения и не требуется выполнения условия (2).

Каждая ветвь  $i$  ( $i=1, n$ ) расчетной схемы, моделирующая участок линий, РТ, группу территориально сконцентрированных ТП и других выбираемых элементов сети 6—20 кВ, в оптимизационных расчетах участует со своей характеристикой затрат, определяемой в ходе пошаговых расчетов. Для КУ характеристики  $Z_k(Q_k)$  задаются в исходных данных в зависимости от номинального напряжения и конструктивного исполнения.

Математическая формулировка задачи такова: найти векторы  $F$ ,  $N_{TP}$ ,  $S_t$ ,  $Q_k$  и  $Q_k(t)$ , при которых функция суммарных затрат на элементы сети принимает наименьшее значение:

$$Z = \sum Z_i \Rightarrow \min \quad (3)$$

при выполнении ограничений а)–г).

Решение задачи упрощается если разделить искомые переменные на две группы — независимые (вектор  $Q_k$ ) и зависимые ( $F$ ,  $N_{TP}$ ,  $S_t$ ,  $Q_k(t)$ ). Правомерность и смысл этого деления становится ясными, если укажем на две особенности оптимизационного звена модели задачи:

процесс решения задачи А является многошаговым

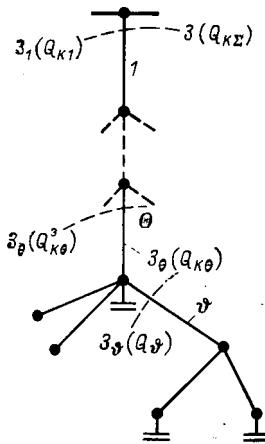


Рис. 2. Фрагмент расчетной схемы

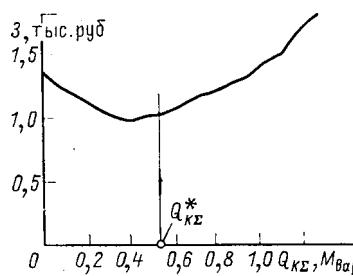


Рис. 3. Экономическая модель системы электроснабжения

по ветвям расчетной схемы и по степени компенсации реактивной мощности каждой ветви в отдельности; выбор параметров ветвей в рассматриваемой задаче взаимосвязан лишь через величины потоков полной мощности  $S_i$ , протекающих по ним. Так, для некоторой  $i$ -й ветви разомкнутой сети поток  $S_i$ , однозначно определяется нагрузкой питаемого ею участка, уровнем потерь и суммарной мощностью  $Q_{kv}$ , размещаемых в нем КУ. Тогда, осуществляя свертывание экономических характеристик в направлении от концевых ветвей к источнику питания и рассчитывая на каждом шаге  $S_i$ , получаем увязанное по ветвям комплексное решение.

Учитывая, что в используемом оптимизационном алгоритме мощность  $Q_{kv}$  является управляющей переменной, характеристики затрат элементов сети целесообразно построить не в функции полной мощности  $S_i$ , а мощности  $Q_{kv}$ .

Методика решения включает следующие этапы.

1. По спискам начал и концов ветвей составляется адресная модель расчетной схемы (таблица АОКС).

2. При наличии групп территориально сконцентрированных подстанций, где возможно изменение числа ТП за счет компенсации реактивной мощности в сетях низкого напряжения, строятся замещающие их в расчетах эквивалентные характеристики затрат  $Z_{TP}(Q_k)$ .

3. Формируется многошаговый процесс эквивалентирования экономических характеристик ветвей, который ведется по строкам  $v$  ( $v=n, 2$ ) таблицы АОКС снизу вверх (прямой ход).

На каждом  $v$ -м шаге расчета сначала находятся номера пары эквивалентируемых ветвей  $v$  и  $\theta$ :  $v=BAO(v)$  и  $\theta=TAO(v)$ , — и осуществляется расчет характеристики затрат ветви  $v$   $Z_v(Q_kv)$ . Этот расчет достаточно прост: для каждого возможного значения суммарной мощности  $Q_kv$  КУ, размещаемых на участке сети, питаемом  $v$ -й ветвью, находится поток  $S_v$ . По его значению соответствующим методом (например, полного перебора или экономических интервалов) находится условно оптимальное значение параметра ветви. А далее, зная состояние элемента, определяются приведенные затраты.

Характеристики затрат рассматриваемых ветвей  $v$  и  $\theta$  (см. рис. 2) свертываются с помощью функционального уравнения вида

$$Z_\theta(Q_{kv}):=\min_{vQ_kv \leq Q_{kv}} \{Z_v(Q_kv) + Z_\theta(Q_kv)\}, \forall Q_{kv} \in Q_{kv}^{\pm}, \quad (4)$$

где

$$Q_{kv}^{\pm} = Q_{kv}^{\pm} \pm Q_{kv}^{\pm}.$$

Новая характеристика  $Z_\theta(Q_{kv})$  присваивается ветви  $\theta$  взамен прежней. Причем, если до момента выполнения  $v$ -го шага ветвь  $\theta$  ранее не эквивалентировалась с другими ветвями, то вместо экономического свертывания по уравнению (4) осуществляется простой перенос  $Z_\theta(Q_{kv}):=Z_v(Q_kv)$ .

В ходе выполнения расчетов по рекуррентному уравнению (4) формируется и запоминается стратегия ветви  $v$  —  $\hat{Q}_{kv}(Q_{kv}^{\pm})$ .

На последнем шаге ( $v=2$ ) будет получена оптимальная эквивалентная характеристика всей системы электроснабжения  $Z(Q_{kv})$ , она присваивается ветви, непосредственно исходящей от источника питания. Для схемы, приведенной на рис. 1, зависимость  $Z(Q_{kv})$  дана на рис. 3. На этом же шаге находится значение суммарной установленной мощности КУ сети  $\hat{Q}_{kv} = Q_{kv}^{\pm}$ , обеспечивающее соблюдение балансового условия в режиме максимума активной нагрузки энергосистемы  $Q_{kv} + \Delta Q_{kv} + \dot{Q}_{kv} - Q_{kv} = 0$ , где  $Q_{kv}$  — величина суммарной реактивной нагрузки,  $\Delta Q_{kv}$  — потери мощности в сети, соответствующие оптимальному распределению КУ.

4. Осуществляется распределение мощности  $\dot{Q}_{kv}$  по узлам сети (обратный ход). Для этого организовывается пошаговый просмотр строк таблицы АОКС сверху вниз, начиная со второй. На каждом шаге с помощью ранее рассчитанных стратегий находятся наивыгоднейшие мощности отдельных КУ, а затем и параметры ветвей [3].

Для получения многовариантного решения задачи А достаточно повторить вычислительные процедуры п. 4 для различных значений мощности  $Q_{kv}$ .

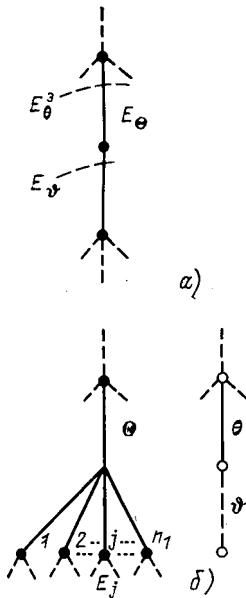
По найденным экономическим значениям параметров элементов сети известными методами выполняется расчет закона регулирования напряжения в центре питания и выбор рабочих ответвлений РТ. Если при этом необходимое качество напряжения обеспечивается для всех режимов нагрузки, то расчет окончен; в противоположном случае — решается задача Б.

Задача Б формулируется следующим образом: найти (корректировать) векторы  $F$ ,  $S_t$ ,  $Q_k$ ,  $Q_k(t)$ ,  $E$ ,  $E(t)$ , определяющие наименьшие значения функций суммарных затрат (1) на сеть с учетом ограничений а) — д) при известных экономических значениях параметров линий, РТ, источников реактивной мощности, надбавок напряжения у РТ и центра питания.

Перед началом расчетов формируется так называемое расчетное дерево схемы (РДС), подлежащее усилению. В РДС включаются ветви, принадлежащие хотя бы одному из путей, ведущих от центра питания к узлу с недопустимыми напряжениями. На этом же этапе намечаются возможные места размещения дополнительных средств регулирования напряжения — вольтодобавочных трансформаторов и (или) устройств продольной компенсации (векторы  $E$  и  $E(t)$ ). Если по результатам оптимизационных расчетов окажется, что надбавки напряжения этих устройств равны нулю, то их размещение экономически неоправдано.

Каждой ветви  $i$  РДС здесь присваивается новая экономическая характеристика  $\delta Z_i(E_i)$ , представляющая со-

Рис. 4. К последовательному (а) и параллельному (б) эквивалентированию характеристик  $\delta Z_i$  ( $E_i$ ) ветвей РДС



бой зависимость приращения затрат  $\delta Z_i$ , от величины надбавки напряжения  $E_i$ , получаемой за счет перехода от экономического состояния  $i$ -го элемента, к другим возможным его состояниям.

Для ветви, моделирующей участок линии,  $\delta Z_v = Z_v(F) - Z_v(\hat{F})$  и  $E_v = \Delta U(F) - \Delta U(\hat{F})$ ;  $\hat{F}$  и  $F$  экономическое (найденное в результате решения задачи А) и возможно большее сечение ( $F \geq \hat{F}$ ); для вольтодобавочного трансформатора характеристики  $\delta Z$  ( $E$ ) является

$Z_{VDT}$  ( $E_{VDT}$ ) и т. д. Параметры  $\delta Z_i$  и  $E_i$  рассчитываются по значениям потоков мощности, соответствующих экономическому решению задачи.

Возможно и непосредственное применение характеристик ветвей  $Z_i(\Delta U_i)$  в оптимизационных расчетах [3], однако, ввиду меньшего числа расчетных точек на зависимостях  $\delta Z_i(E_i)$ , при их использовании существенно сокращается объем вычислений.

Эквивалентирование характеристик ветвей РДС целесообразно вести от концевых участков линий к их началам, хотя в данной задаче возможен и обратный порядок. Последовательность, в которой рассматриваются ветви, также определяется таблицей АОКС.

На каждом шаге расчета анализируются состояния пары ветвей  $v$  и  $\theta$ . Если ветвь  $v$  является единственной присоединенной к ветви  $\theta$  (рис. 4, а), сразу переходим к эквивалентированию характеристик затрат этих ветвей  $\delta Z_v(E_v)$  и  $\delta Z_\theta(E_\theta)$ . В противном случае предварительно выполняем свертывание характеристик всех параллельных ветвей (рис. 4, б).

Последовательное эквивалентирование ведется с помощью уравнения, аналогичного (4):

$$\delta Z_\theta(E_\theta) := \min_{v \in E_v \text{ и } E_\theta} \{\delta Z_v(E_v) + \delta Z_\theta(E_\theta)\}, \forall E_\theta \in E_\theta^{\pm}, \quad (5)$$

где  $E_\theta^{\pm} = E_v^{\pm} \pm E_\theta^{\pm}$ ;  $\delta Z_\theta(E_\theta)$  — суммарный минимальный прирост затрат на участок сети, питаемый через ветвь  $\theta$  (включая и ее) в функции суммарной надбавки напряжения, полученной на этом участке;  $\delta Z_v(E_v)$  — то же самое для ветви  $v$ ;  $\delta Z_\theta(E_\theta)$  — исходная характеристика  $\theta$ -й ветви. Построенная эквивалентная характеристика  $\delta Z_\theta(E_\theta)$  присваивается ветви  $\theta$  взамен старой (эта ветвь на последующем шаге расчета будет фигурировать как ветвь типа  $v$ ).

Характеристики ряда параллельных ветвей (рис. 4, б) свертываются одновременно по следующей вычислительной схеме:

$$\delta Z(E) := \min_{i \in n_1} \delta Z_i + \sum_{\substack{i \in n_1 \\ \Delta U_i = \Delta U}} \min_{\substack{j \in n_2 \\ j \neq i}} \delta Z_j, \forall E \in E^{\pm}. \quad (6)$$

Границы эквивалентной характеристики  $\delta Z(E)$  определяются предельно возможными потерями напряже-

ния  $\Delta U^-$  и  $\Delta U^+$ ,

$$\Delta U^- = \max_{i \in n_1} \Delta U_i^- \text{ и } \Delta U^+ = \max_{i \in n_1} \Delta U_i^+,$$

где  $n_1$  — общее число рассматриваемых параллельных ветвей.

Максимальная надбавка напряжения  $E^+$ , создаваемая за счет усиления параллельных ветвей,  $E^+ = \Delta U^+ - \Delta U^-$ .

В процессе эквивалентирования по уравнению (6) участвуют только ветви, характеристики которых принадлежат области  $[\Delta U^-, \Delta U^+]$ , их число обозначено переменной  $n_2$ . Для случая, показанного на рис. 5, ветвь 1 не участвует в эквивалентировании.

При выпуклых характеристиках  $Z_i(\Delta U_i)$ ,  $\forall i \in n_1$  формула (6) упрощается:

$$\delta Z(E) := \sum_{i \in n_2} \min_{\Delta U_i = \Delta U} \delta Z_i. \quad (7)$$

В результате последовательно-параллельного свертывания ветвей РДС получаем зависимость минимального превышения затрат в сети  $\delta Z_\Sigma$  за счет усиления ее элементов в функции величины дополнительной создаваемой надбавки напряжения  $E_\Sigma$ . На этой зависимости существует множество допустимых значений  $E_\Sigma$ , удовлетворяющих требованию (2).

Если обозначить путь с наибольшей потерей напряжения через  $P_{\max}$ , то граничное значение суммарной надбавки  $E_\Sigma$ , обеспечивающее введение отклонений напряжения у потребителей в допустимую область, определится уравнением:

$$E_\Sigma^- = V^- - V_{UP} + (\Delta U_v + \Delta U_t + \Delta U_n - E_t)_{\max}. \quad (8)$$

В уравнении (8) слагаемая  $\Delta U_n$  определяется по минимуму характеристики  $Z_n(\Delta U_n)$ , моделирующей соответствующую сеть низкого напряжения.

Распределение надбавки  $E_\Sigma$  между ветвями РДС выполняется с помощью стратегий, рассчитанных в ходе эквивалентирования сети по уравнениям (5) и (6).

Заметим, что корректировка параметров ряда элементов сети может привести к изменению закона регулирования в центре питания и рабочих ответвлений РТ. Однако практические расчеты показали, что уточнение, достигаемое за счет итерационного решения задачи Б, обычно находится в пределах величины дискретности регулирования напряжения у трансформаторов и не приводит к изменению исходного решения.

**Программная реализация<sup>1</sup>.** Задача совместного выбора сечений линий, мощностей трансформаторов, средств компенсации реактивной мощности и регулирования напряжения в распределительной сети реализо-

<sup>1</sup> Выполнена инж. В. Л. Сливаком.

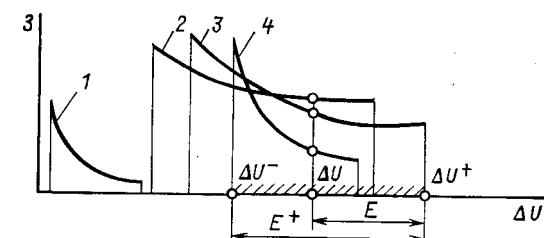


Рис. 5. Рабочие участки характеристик  $Z_i(\Delta U_i)$  параллельно-эквивалентируемых ветвей

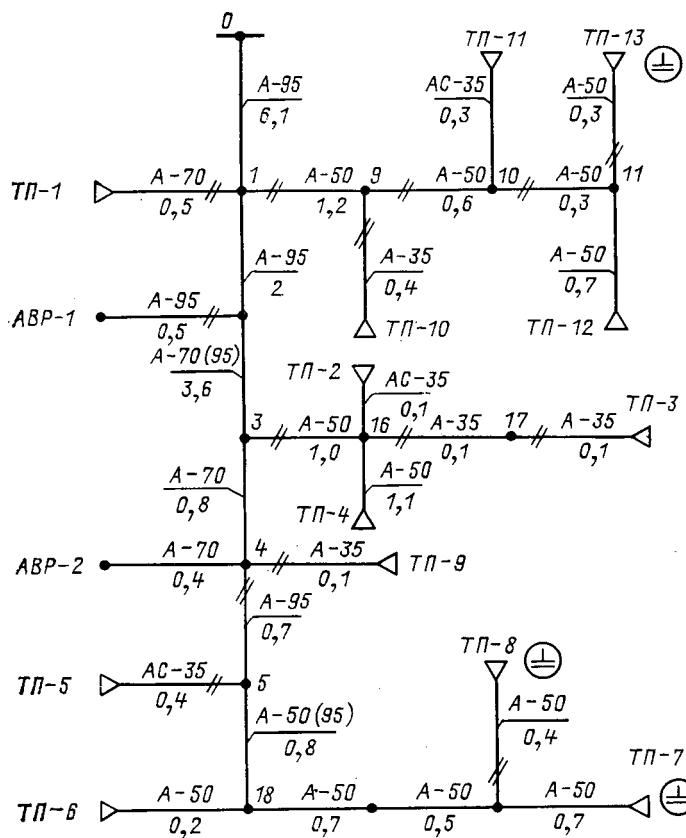


Рис. 6. Схема сельской распределительной сети 10 кВ

вана в виде комплекса программ СВПС-1, ориентированного на расчет сельских сетей.

Исходные данные к расчетам, включая справочные помещаются в автоматизированном банке данных. Результаты расчетов выдаются в виде трех таблиц. Первые две описывают существующие и планируемые технические состояния элементов сети, а в третьей сведены основные технико-экономические показатели проекта: объем нового строительства и реконструкции, потребность в материалах и оборудовании, значения потерь мощности и энергии и их стоимость, суммарные капиталовложения и приведенные затраты.

Комплекс программ СВПС-1 позволяет получить многовариантное решение задачи и построить обобщенные характеристики сети  $Z(Q_{kz})$  и  $Z(\Delta U_z)$ , он реализован на языке ПЛ-1. Длительность полного решения задачи для сети, содержащей около 200 участков и 80 узлов с КУ, составляет менее 10 мин.

В заключение укажем основные принципы изложенного подхода решения задачи расчета оптимальных значений параметров элементов разомкнутых сетей: осуществляется одновременный (совместный) выбор параметров всех элементов сети; основу оптимизационных расчетов составляет пошаговое эквивалентирование дискретно заданных характеристик затрат отдельных элементов с помощью уравнений динамического программирования; методика расчета не зависит от структуры системы электроснабжения, от типажа и номенклатуры выбираемого оборудования; в результате одного расчета

достигается многовариантное решение задачи и построение эквивалентных характеристик  $Z(Q_{kz})$  и  $Z(\Delta U_z)$  всей сети; отсутствуют известные трудности учета дискретного характера искомых переменных и минимизируемой целевой функции; допускаются различные формы задания электрических нагрузок.

Рассматривается задача планирования развития сельской сети напряжением 10 кВ. В ходе реконструкции предусматривается перестройка существующей сети и присоединение новых ТП. Для принятой конфигурации схемы сети рис. 6 (вновь сооружаемые участки линий обозначены двумя черточками) требуется определить оптимальные значения параметров ее элементов на планируемый период по критерию (1) с учетом ограничений а)–д). Согласно заданию электросистемы, в данной сети следует разместить компенсирующие устройства суммарной мощностью  $Q_{kz}=370$  квар.

По изложенной в статье методике с помощью комплекса программ СВПС-1 выполнены оптимизационные расчеты. В результате расчетов найдены планируемые значения сечения линий (указаны на схеме), мощности и надбавки напряжения РТ, допускаемые потери напряжения в сетях низкого напряжения, мощности и места размещения конденсаторных установок, а также сводные технико-экономические показатели проекта:

| Номер ТП                        | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6                                    |     |
|---------------------------------|------|------|------|------|------|--------------------------------------|-----|
| $S_T$ , кВ·А                    | 400  | 100  | 160  | 100  | 63   | $2 \times 250$<br>( $2 \times 630$ ) |     |
| $E_T$ , %                       | 2,7  | 5,0  | 5,26 | 5,26 | 5,26 | 2,7                                  |     |
| $\Delta U_{\text{н. доп.}}$ , % | 9,9  | 9,4  | 11,2 | 9,8  | 10,2 | 4,6                                  |     |
| Номер ТП                        | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12                                   | 13  |
| $S_T$ , кВ·А                    | 250  | 630  | 100  | 100  | 100  | 63                                   | 320 |
| $E_T$ , %                       | 5,26 | 5,26 | 5,0  | 5,0  | 5,0  | 5,26                                 | 0   |
| $\Delta U_{\text{н. доп.}}$ , % | 10,2 | 9,0  | 9,5  | 11,2 | 11,3 | 12,1                                 | 4,4 |

Анализ полученных данных показал, что на двух из 14 существующих участков сети (участки 2–3 и 5–18) выгодна замена провода в связи с ростом электрических нагрузок (годовой прирост нагрузок был принят равным 8 %). Конденсаторные установки оказалось целесообразным разместить на стороне 0,4 кВ ТП (на ТП-7 и ТП-13 по одной установке мощностью 54 квар, а на ТП-8 — две установки суммарной мощностью 258 квар). Предлагаемые для размещения столбовые конденсаторные установки 10 кВ использовать невыгодно.

При принятых в расчетах обобщенных моделях сетей, 0,4 кВ ТП и заданным ограничениям на величину мощности  $Q_{kz}$  с точки зрения обеспечения желаемых отклонений напряжения в сетях 0,4 кВ оказалась целесообразной замена трансформаторов на ТП-6 и ТП-7. Заметим, что если принять  $Q_{kz}=500$  квар, то указанная замена трансформаторов уже не выгодна.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будзко И. А., Левин М. С. Особенности оптимизационных задач энергетики и методов их решения. — Электричество, 1981, № 3.
2. Винославский В. Н. Расчет электрических распределительных сетей. — Киев: Техника, 1974.
3. Арион В. Д., Журавлев В. Г. Применение динамического программирования к задачам электроэнергетики. — Кишинев: Штиинца, 1981.

# Пороговые фибрилляционные токи

СИБАРОВ Ю. Г., СКОЛОТНЕВ Н. Н., ЛАПТЕВ А. Ф., КОПАЕВ В. Н., ТАБАК В. Я., БОГУШЕВИЧ М. С.

Москва

Разработка средств защиты человека от опасного производственного фактора, каким является электрический ток, требует обоснованного определения допустимого уровня его воздействия. В первую очередь это касается токов, способных вызвать фибрилляцию сердца. Определить пороговые фибрилляционные токи непосредственно на человеке крайне затруднительно. Их устанавливают расчетным путем, исходя из экспериментальных данных, полученных на животных. В основу расчета положена установленная закономерность возрастания порогового фибрилляционного тока с увеличением массы организма. Наиболее известными в этой области являются работы Ч. Далзиела [1] и А. П. Киселева [2]. Далзиел для переменного тока (60 Гц) определил средние значения  $I$  при длительности воздействия 3 с для 7 видов животных с различной массой и представил полученные точки линейной зависимостью. Эту зависимость он использовал для расчета среднего порогового фибрилляционного тока для человека с массой  $G=70$  кг, который оказался равным 363 мА (здесь и далее имеются в виду амплитудные значения токов). Далее Ч. Далзиел аппроксимировал распределение токов нормальным законом и получил, что ток, вызывающий фибрилляцию с вероятностью 0,5 %, составляет 0,36 среднего значения. Применительно к человеку вычисленное значение составило 131 мА.

А. П. Киселевым на основании опытов на собаках (для переменного тока 50 Гц, длительностью воздействия 1—3 с) также была предложена линейная зависимость между током и массой. Для человека с массой  $G=70$  кг было получено  $\bar{I}=327$  мА. А. П. Киселев исследовал также вероятностный закон распределения фибрилляционных токов [3], что позволило определить «ток, практически не вызывающий фибрилляцию»,  $I_{\text{н.ф.}}=130$  мА (для  $G=70$  кг). В [4] установлены закономерности изменения  $\bar{I}$  в зависимости от длительности протекания тока через организм и выдвинуто предположение, что эти закономерности справедливы также и для  $I_{\text{н.ф.}}$ .

Последующие работы [5—8] в той или иной степени использовали предложенные в [1—4] методы исследования и обработки полученных данных.

По-видимому, малый объем исходных данных не позволил Ч. Далзиелу и А. П. Киселеву глубже проанализировать полученные ими результаты. В частности, они рассматривали только одну зависимость тока от массы — линейную. Определенные погрешности были допущены и при определении токов, вызывающих фибрилляцию сердца с малой вероятностью. Дело в том, что масса организма оказывает влияние на закон распределения фибрилляционных токов, а это обстоятельство не учитывалось. Аппроксимация распределения фибрилляционных токов проводилась по всем экспериментальным данным без учета массы организма. Тем самым производилось определение  $I_{\text{н.ф.}}$  для всей совокупности животных данного вида, тогда как требовалось установить  $I_{\text{н.ф.}}$  для совокупности животных данного вида с данной массой  $G$ .

Предположение о том, что  $\bar{I}$  и  $I_{\text{н.ф.}}$  подчиняются одним и тем же закономерностям, хотя и представляется

справедливым, но не было подкреплено экспериментальными данными.

Отметим также, что в [1 и 2] зависимость «ток — масса» одинакова для всех видов животных. Биологические различия между видами как фактор, влияющий на порог фибрилляции, не проанализированы.

Учитывая вышеизложенное, в целях уточнения основных закономерностей возникновения фибрилляции сердца у крупных млекопитающих, в период с 1970 по 1981 г. в МИИТ и НИЛОР АМН СССР были проведены экспериментальные исследования по определению пороговых фибрилляционных токов на собаках массой от 4 до 40 кг и свиньях массой от 38 до 80 кг. Изучались постоянный, переменный (50 Гц) и выпрямленные (одно- и двухполупериодный) токи при длительности воздействия 0,1; 0,5 и 3 с.

Анализ полученных данных позволил установить подобие зависимости средних значений пороговых фибрилляционных токов от массы  $G$  для различных видов воздействий:

$$\bar{I}=af(G), \quad (1)$$

где  $a$  — коэффициент, зависящий от вида воздействия;  $f(G)$  — функция массы, общая для всех видов воздействий, в дальнейшем именуемая совокупной функцией.

А. П. Киселев отмечал [3], что вместо токов  $I$  удобнее использовать их отношение к среднему значению, т. е.  $I/\bar{I}$ . В процессе статистической обработки данных авторами использовался этот же прием. При этом было принято во внимание, что  $\bar{I}$  зависит от массы. Поскольку коэффициент  $a$  может быть вычислен лишь после того, как установлен вид функции  $f(G)$ , на данном этапе расчетов использовалась величина

$$I_{\text{пр}}=\frac{I}{f(G)}, \quad (2)$$

которую будем называть приведенным значением тока.

Из (1) видно, что  $I_{\text{пр}}$  не коррелирует с  $G$ . С учетом этого, в основу алгоритма определения  $f(G)$  было положено условие

$$\rho(I_{\text{пр}}, G)=0, \quad (3)$$

где  $\rho$  — теоретический коэффициент корреляции.

Совокупная функция должна обеспечивать выполнение условия (3) при любом виде воздействия. Однако точное выполнение этого условия невозможно из-за ограниченности объема исходных данных, что приводит к образованию статистической погрешности. Следовательно, совокупная функция должна быть выбрана так, чтобы условие (3) выполнялось наилучшим образом «в среднем». Последнее достигается оптимизацией по следующим критериям:

по критерию минимума среднеквадратического отклонения  $Q_{\text{с.к.}}$

$$\sum_i z_i^2 \rightarrow \min; \quad (4)$$

по критерию максимального правдоподобия  $Q_{\text{м.п.}}$

$$\prod_i p(z_i) \rightarrow \max. \quad (5)$$

Таблица 1

| $G^b$ |               |                        | $b+1n G$ |               |                        | $b+G$ |               |                        |
|-------|---------------|------------------------|----------|---------------|------------------------|-------|---------------|------------------------|
| $b$   | $Q_{c, k, o}$ | $Q_{M, n} \times 10^4$ | $b$      | $Q_{c, k, o}$ | $Q_{M, n} \times 10^4$ | $b$   | $Q_{c, k, o}$ | $Q_{M, n} \times 10^4$ |
| 0,46  | 1,89          | 1,58                   | -0,6875  | 4,44          | 0,44                   | 10,3  | 6,03          | 0,2                    |
| 0,48  | 1,21          | 2,22                   | -0,5625  | 1,81          | 1,65                   | 12,9  | 1,75          | 1,7                    |
| 0,50  | 1,19          | 2,24                   | -0,4375  | 1,41          | 2,01                   | 15,5  | 1,78          | 1,67                   |
| 0,52  | 1,91          | 1,57                   | -0,3125  | 2,55          | 1,14                   | 18,1  | 4,27          | 0,48                   |

Таблица 2

| $G, \text{ кг}$ | Амплитудные значения $\bar{I}$ , мА |                           |
|-----------------|-------------------------------------|---------------------------|
|                 | $\bar{I} = 0,8(30 + 3,7G) \sqrt{2}$ | $\bar{I} = 25,2 \sqrt{G}$ |
| 10              | 76                                  | 80                        |
| 20              | 118                                 | 113                       |
| 30              | 159                                 | 138                       |
| 40              | 201                                 | 159                       |
| 50              | 243                                 | 178                       |
| 70              | 327                                 | 211                       |
| 100             | 452                                 | 252                       |

В критериях (4) и (5) через  $z_i$  обозначена величина Фишера

$$z_i = \frac{\sqrt{N_i - 3}}{2} \ln \frac{1+r_i}{1-r_i},$$

где  $i$  — вид воздействия;  $r_i$  — эмпирический коэффициент корреляции между  $I_{\text{пр}}$  и  $G$ ;  $N_i$  — число данных.

Совокупную функцию выбрали из трех наиболее простых вариантов: степенной, логарифмической и линейной функции. В связи с тем, что ее достаточно определить с точностью до постоянного множителя; рассматриваемые варианты имели следующий вид:  $G^b$ ,  $\ln G+b$ ,  $G+b$ .

Результаты вычислений по критериям (4) и (5) при различных значениях параметра  $b$  для всех трех вариантов приведены в табл. 1.

Анализ результатов вычислений показал, что по обоим критериям оптимальным вариантом является степенная функция с показателем степени  $b=0,49$ . Значения критериев (4) и (5) в этом варианте лучше, чем у логарифмической ( $b=-0,5$ ) и линейной ( $b=14,2$ ) функций.

Принимая во внимание то, что найденный показатель степени очень близок к 0,5 и расхождение между функцией  $G^{0,49}$  и значительно более простой функцией  $G^{0,5}$  даже при массе порядка 100 кг составляет всего 1 %, а также учитывая, что значения критериев (4) и (5) у функции  $G^{0,5}$  лучше, чем у логарифмической и линейной функций, авторами была принята совокупная функция  $f(G)=\sqrt{G}$ .

Таким образом,

$$\bar{I} = a \sqrt{G}. \quad (6)$$

Определим (см. табл. 2) значения  $\bar{I}$  для переменного (50 Гц) трехсекундного тока по (6) и по формуле А. П. Киселева [2]:

$$\bar{I} = 0,8(30 + 3,7G) \sqrt{2}. \quad (7)$$

Для указанного вида воздействия  $a=25,2 \text{ мА} \cdot \text{кг}^{-1/2}$ .

Из табл. 2 видно, что для животных с массой  $G=10 \div 20 \text{ кг}$  (в частности, для собак) результаты, полученные по (6) и (7), почти не отличаются друг от друга. При массе же  $G \geq 50 \text{ кг}$  (т. е. для человека) отличие между ними становится весьма существенным.

Необходимо отметить, что масса не является единственным параметром организма, влияющим на пороговый фибрилляционный ток. Об этом говорит анализ данных, полученных на различных видах животных при одном и том же виде воздействия (переменный ток продолжительностью 3 с). Установлено, что выражение (6) справедливо для всех рассмотренных видов животных, но при этом коэффициент  $a$  для разных видов принимает различные значения. Следовательно, существуют видовые особенности, которые наряду с массой влияют на пороговые фибрилляционные токи, что необходимо учитывать при переносе данных с животных на людей. При их изучении были приняты во внимание габаритные характеристики животных (рост, сечение грудной клетки, сечение сердца) и параметры электрокардиограммы, регистрируемой перед началом опыта.

Исследование габаритных характеристик показало, что они слабо коррелированы с приведенными токами и, следовательно, не входят в число влияющих видовых особенностей.

При исследовании влияния параметров электрокардиограммы было установлено, что коэффициент  $a$  зависит от продолжительности  $\tau$  активной фазы  $Q-T$  сердечного цикла (табл. 3). По данным табл. 3 получено следующее выражение:

$$a = \frac{0,279}{\tau^2} + 23,5. \quad (8)$$

Формула (8) применима для всех рассмотренных видов животных. Это позволяет сделать вывод, что она справедлива также и для человека. Средняя продолжительность фазы  $Q-T$  у человека составляет 0,35 с. Подставляя это значение в (8), получаем, что среднее значение приведенного тока, т. е. коэффициент  $a$ , у человека составляет 25,8 — практически столько же, сколько у собак. В связи с этим при определении фибрилляционных токов для людей использованы экспериментальные данные, полученные на собаках.

Среднее значение переменного тока длительностью воздействия 3 с для человека с массой 70 кг составило 211 мА, что существенно меньше значений, полученных в [1 и 2]. Для человека с массой 50 кг  $\bar{I}=178 \text{ мА}$ .

Следует отметить, что использование степенной зависимости вместо линейной не устраивает затруднений при определении значений токов, вызывающих фибрилляцию с малой вероятностью (0,01 и менее).

При анализе стохастических свойств порогового фибрилляционного тока авторами был использован прием, предложенный в [9], и рассматривалась не вели-

Таблица 3

| Виды животных  | $\tau, \text{ с}$ | $a, \text{ мА} \cdot \text{кг}^{-1/2}$ |
|----------------|-------------------|----------------------------------------|
| Овцы           | 0,12              | 46,1                                   |
| Свиньи         | 0,12              | 41,9                                   |
| Морские свинки | 0,14              | 40,3                                   |
| Собаки         | 0,26              | 25,2                                   |
| Пони           | 0,44              | 25,0                                   |

чина тока, а отношение ее к расчетному значению  $\bar{I}$ :

$$\varphi = \frac{I}{a \sqrt{G}}, \quad (9)$$

при этом коэффициент  $a$  определялся по экспериментальным данным, исходя из формулы (6).

Необходимо отметить, что в [9] свойства  $\varphi$  как случайной величины не изучались. Очевидно, что каждой серии опытов, в которых воздействие носило один и тот же характер, т. е. одной и той же формы и длительности, и на одном виде животного, можно соотнести определенную выборку случайной величины  $\varphi$ . Фактор массы не учитывается в силу того, что  $\varphi$  пропорциональна току  $I_{\text{пр}}$ , который, как показано выше, некоррелирован с  $G$ .

На основе имеющихся экспериментальных данных, включая и литературные, была проверена гипотеза о независимости функции распределения случайной величины  $\varphi$  от рода тока, длительности его воздействия, вида животного. Для этого использовались критерии однородности [10 и 11]. Оказалось, что по выбранным критериям предложенная гипотеза согласуется с опытными данными.

На основании статистических проверок полученные значения  $\varphi_i$  ( $i=1, \dots, 1394$ ) были объединены в одну выборку и по этой выборке построена эмпирическая функция распределения (см. рисунок)  $F_{\varphi}^*(x)$ . Применяя статистику Колмогорова [10], можно построить доверительные границы для  $F_{\varphi}^*(x)$  по всей области изменения  $\varphi$ .

Чтобы оценить величины квантилей, соответствующих малым вероятностям, рассмотрим наименьшую реализацию в объединенной выборке. Она равна 0,4041. Тогда вероятность того, что  $n=1394$  случайных величин выпадут правее 0,4, равна  $(1-F_{\varphi}(0,4))^{1394}$ , и, в частности, с  $P=0,99$ , можно утверждать, что  $F_{\varphi}(0,4) < 0,0033$ . Другими словами, токи, вызывающие фибрилляцию с вероятностью 0,0033, составляют 40 % среднего значения. В табл. 4 приведены значения таких токов для человека.

Следует отметить важное следствие: коэффициент сравнительной опасности, т. е. отношение токов различного рода и длительности, с определенной вероятностью  $p$  вызывающих фибрилляцию у животных данного вида и данной массы, не зависит от  $p$ . Это вытекает из независимости функции распределения случайной величины

от рода тока и длительности его воздействия. Такое положение позволяет количественно оценить сравнительную опасность постоянного, переменного (50 Гц) и выпрямленного фибрилляционного токов при любой вероятности поражения.

Анализ сравнительной опасности воздействий различного рода в известной в настоящее время литературе имеет качественный характер, что обусловлено малым объемом экспериментальных исследований. Однако и в ней отмечается изменение сравнительной опасности при изменении некоторых факторов поражения, например длительности протекания. Этот существенный с точки зрения электробезопасности фактор требует количественного отражения, так как только при наличии количественной меры сравнительной опасности возможно объективное нормирование допустимых токов различного рода и различной длительности воздействия. Так как коэффициент пропорциональности  $a$  в формуле (9) наиболее полно и независимо от массы характеризует влияние рода тока и продолжительности воздействия на значения пороговых фибрилляционных токов, при анализе следует использовать именно его. Экспериментально получены следующие зависимости  $a$  от длительности воздействия  $t$ :

$$a(t) = \begin{cases} A/(0,1)^{-k+n} & \text{при } t < 0,1 \text{ с;} \\ A/t^k \lg t^{1-n} & \text{при } 0,1 \text{ с} \leq t \leq 2 \text{ с;} \\ A/2^{0,301k+n} & \text{при } t > 2 \text{ с,} \end{cases} \quad (10)$$

где  $A$ ,  $k$ ,  $n$  — постоянные величины, приведенные в табл. 5; границы изменения  $t$  были установлены по [4 и 5].

Рассмотренный метод определения фибрилляционных токов для человека (назовем его «весовым» методом со степенной аппроксимацией) предполагает использование экспериментальных данных, полученных только на животных. Вместе с тем, в медицинской практике при лечении сердечных заболеваний накоплены данные о человеке.

В частности, при восстановлении нормальной деятельности сердца используется его дефибрилляция. Сходство физиологических реакций сердца на раздражение его электрическим током при фибрилляции и при дефибрилляции позволяет предположить, что пороговые фибрилляционные токи  $I$  и дефибрилляционные  $I_{\text{дф}}$  пропорциональны.

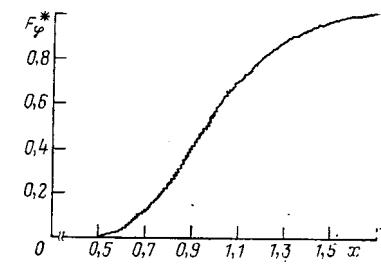
Примерное постоянство отношения этих токов, характеризуемое коэффициентом  $k_{\varphi/\text{дф}} = \bar{I}/\bar{I}_{\text{дф}}$ , получен-

Таблица 4

| Длительность воздействия, $t$ , с | Значения токов, вызывающих фибрилляцию у человека массой 50 кг с вероятностью 0,0033, мА |                         |                         |                  |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|
|                                   | Род тока                                                                                 |                         |                         |                  |
|                                   | Постоянный                                                                               | Выпрямленный            |                         | Переменный 50 Гц |
|                                   |                                                                                          | Двухполупериодный 50 Гц | Однополупериодный 50 Гц |                  |
| 0,1 и менее                       | 723                                                                                      | 808                     | 961                     | 1318             |
| 0,2                               | 490                                                                                      | 485                     | 471                     | 397              |
| 0,3                               | 407                                                                                      | 381                     | 337                     | 228              |
| 0,4                               | 364                                                                                      | 330                     | 276                     | 164              |
| 0,5                               | 337                                                                                      | 299                     | 242                     | 131              |
| 0,6                               | 319                                                                                      | 279                     | 220                     | 113              |
| 0,7                               | 306                                                                                      | 265                     | 205                     | 101              |
| 0,8                               | 296                                                                                      | 254                     | 194                     | 92               |
| 0,9                               | 289                                                                                      | 246                     | 186                     | 87               |
| 1,0                               | 282                                                                                      | 239                     | 181                     | 82               |
| 2 и более                         | 259                                                                                      | 218                     | 161                     | 81               |

Таблица 5

| Род тока                             | $A$  | $k$     | $n$    |
|--------------------------------------|------|---------|--------|
| Переменный 50 Гц                     | 29,3 | -0,7561 | 0,4457 |
| Выпрямленный однополупериодный 50 Гц | 64   | -0,4335 | 0,2918 |
| Выпрямленный двухполупериодный 50 Гц | 85   | -0,2989 | 0,2276 |
| Постоянный                           | 100  | -0,2185 | 0,1892 |



ном на животных, подтверждает правильность нашего предположения. Так, при трехсекундном воздействии переменного тока и токе, используемом при восстановлении сердечной деятельности с помощью дефибриллятора ДИ-03 получено: для собак  $k_{\Phi/\text{дф}}=0,0103$ , для свиней  $k_{\Phi/\text{дф}}=0,0098$ , а по данным Ферриса для овец  $k_{\Phi/\text{дф}}=0,0108$ .

С учетом изложенного авторы предлагают метод определения фибрилляционных токов для человека  $\bar{I}$  по его дефибрилляционным токам  $\bar{I}_{\text{дф}}$ , который назовем методом Ф-ДФ. Этот метод основан на расчетной формуле  $\bar{I}=k_{\Phi/\text{дф}}\bar{I}_{\text{дф}}$ .

В результате обработки данных о дефибрилляции сердца у людей со средней массой 79 кг получен  $I_{\text{дф}}=21360$  мА.

Если принять  $k_{\Phi/\text{дф}}$  для человека средним из полученных для животных, т. е. 0,0103, то  $\bar{I}=220$  мА.

Переход к токам, соответствующим массе  $G=50$  кг, осуществляется на основе зависимости (6), из которой следует  $\bar{I}=175$  мА.

Наряду с дефибрилляцией в медицинской практике при операциях на открытом сердце применяется также и фибрилляция, которая позволяет устраниить мешающие операции биения сердца. По данным [12], при длительном воздействии переменным током плотность фибрилляционного тока на сердце  $j_c$  в среднем равна 15,7 мкА/мм<sup>2</sup>. Поскольку в вопросах электробезопасности исследуются не плотности, а суммарные токи, протекающие через организм, то необходимо связать эти две величины между собой. Для этого следует ввести понятие усредненной плотности тока через грудную клетку  $j_{\text{р}}=\bar{I}/S_{\text{р}}$ , где  $\bar{I}$  — суммарный ток через организм;  $S_{\text{р}}$  — площадь сечения грудной клетки. Экспериментально установлено, что при протекании тока по косой петле отношение  $j_{\text{р}}/j_c$  практически постоянно и равно 0,3.

Следовательно,  $j_{\text{р}}=4,71$  мкА/мм<sup>2</sup>. Согласно антропологическому атласу, при массе человека 50 кг сечение его грудной клетки равно 384 см<sup>2</sup>. Отсюда получаем среднее значение фибрилляционного тока  $\bar{I}=j_{\text{р}}S_{\text{р}}=181$  мА.

Этот метод определения порогов фибрилляции для человека назовем методом «удельных токов».

Сравнивая средние значения фибрилляционных токов, рассчитанных по «весовому» методу со степенной аппроксимацией ( $\bar{I}=178$  мА), методу Ф-ДФ ( $\bar{I}=175$  мА) и методу «удельных токов» ( $\bar{I}=181$  мА), можно отметить, что расхождения между ними очень незначительны. При этом в методах Ф-ДФ и «удельных токов» впервые используются клинические данные, что позволяет судить о высокой надежности результатов, полученных «весовым» методом со степенной аппроксимацией. Учитывая ограниченность клинических данных и необходимость разносторонних, многоплановых исследований пороговых значений фибрилляционных токов, рекомендуется пороговые фибрилляционные токи человека рассчитывать по данным, полученным на животных, используя «весовой метод».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dalziel C. F. Threshold 60-cycle fibrillating current. — Trans. IEEE on PAS, 1960, № 50.
2. Киселев А. П. Пороговые значения безопасного тока промышленной частоты. — Труды МИИТ, 1963, вып. 171.
3. Киселев А. П. Пороговые значения тока, вызывающие фибрилляцию сердца. — В кн.: Вопросы электропатологии, электротравматизма и электробезопасности. Фрунзе: Изд. АН Кирг. ССР, 1964, № 4—5.
4. Киселев А. П., Власов С. П. Первичные критерии электробезопасности по току и напряжению при промышленной и повышенных частотах. — В кн.: Тезисы докладов Научно-технической конференции «Электробезопасность в народном хозяйстве». М., 1969.
5. Первичные критерии электробезопасности/Богушевич М. С., Власов С. П., Гурвич Н. Л. и др. — Электричество, 1975, № 5.
6. Ягудаев Б. М., Власов С. П., Гурвич Н. Л. Основные методические принципы разработки критерии и норм электробезопасности. — Промышленная энергетика, 1978, № 3.
7. Geddes L. A. Threshold 60 Hz current required for ventricular fibrillation. — Trans. IEEE on Biomed. Eng., 1973, № 10.
8. Biegelmeier G. Die Bedeutung der z-Schwelle des Herzkammerflimmerns. — Elekt. und Mach., 1976, № 1.
9. Киселев А. П., Власов С. П. К вопросу о критериях электробезопасности. — Промышленная энергетика, 1967, № 5.
10. Кендалл М. Дж., Стюарт А. Статистические выводы и связи. — М.: Наука, 1973.
11. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
12. Watson A. B., Wright J. S. Electrical threshold for ventricular fibrillation in man. — The Med. Journ. of Australia, 1973, July.

[12.01.82]

УДК 621.039.637

## Особенности разряда индуктивного накопителя на катушку с лайнером

БЕЛАН В. Г., ИВАНОВ И. А., ЛОТОЦКИЙ А. П.

Параметры схемы разряда индуктивного накопителя на катушку с лайнером должны быть выбраны таким образом, чтобы максимальное ускоряющее напряжение  $U_a$  [1] не превышало допустимого уровня  $U_{\text{max}}$ , определяемого пределом электрической прочности разрывных коммутаторов. Тем самым ограничено снизу и время нарастания тока в катушке  $t$ , поскольку переключающее напряжение  $U_0 \leq U_a$ . Необходимо выяснить, как изменяются начальные параметры системы в зависимости от  $t$  и когда эти изменения не оказывают влияния на движение лайнера и процессы в схеме при  $t > t$ .

На схеме рис. 1  $L_1$  — индуктивность накопителя,  $R$  и  $L_R$  — сопротивление и индуктивность выключателя,  $L_c$  — индуктивность катушки с лайнером,  $L_F$  — индуктивность участка цепи между выключателем и катушкой (активное сопротивление этого участка и катушки с лайнером не учитывается; ниже будет показано, в каких случаях это возможно),  $I_R$  — ток выключателя,  $I$  — ток через катушку. Предполагается, что к моменту подключения катушки цепь разрывного коммутатора предыдущей ступени разомкнулась полностью (если коммутация многоступенчатая).

Процессы в схеме описываются уравнениями:

$$\frac{d}{dt} [(L_F + L_C) I] + L_1 \frac{d}{dt} (I + I_R) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} [(L_F + L_C) I] = L_R \frac{dI_R}{dt} + \dot{R} I_R \quad (2)$$

с начальными условиями

$$I_R(0) = I_0, I(0) = 0, L_C(0) = L_0, i_C(0) = 0.$$

Подставив в (2)  $\dot{I}_R(t)$  из (1), получим:

$$RI_R = \frac{d}{dt} \left\{ \left[ L_R \left( 1 + \frac{L_F + L_C}{L_1} \right) + L_F + L_C \right] I \right\}.$$

Полагая

$$L = (L_C + L_F)(1 + L_R/L_1) + L_R,$$

будем рассматривать схему замещения, изображенную на рис. 2. Обычно  $L_R/L_1 \ll 1$ , а  $L_R, L_F \lesssim L_0$ . Тогда  $L = L_C + L_F + L_R$ .

Удобно ввести обозначения:  $y = I/I_0$ ,  $y_R = I_R/I_0$ ,  $\lambda = L/L_1$ ,  $\gamma = R/L_1$ . В этих обозначениях (1), (2) и начальные условия имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dt} (\lambda y) + \frac{d}{dt} (y + y_R) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} (\lambda y) = \gamma y_R; \quad (4)$$

$$y_R(0) = 1, y(0) = 0, \lambda(0) = \lambda_0, \dot{\lambda}(0) = 0. \quad (5)$$

Если  $\lambda_0 \ll 1$ , а ток в катушку переключается достаточно быстро, так что  $\lambda(\tau) - \lambda_0 = \Delta\lambda(\tau) \leq \lambda_0$  и при этом  $1 - y(\tau) \sim \lambda_0$ , то различаются две стадии разряда индуктивного накопителя — стадия переключения тока и стадия ускорения лайнера (соответственно до и после максимума тока).

Стадия ускорения лайнера характеризуется максимальным ускоряющим напряжением  $U_a$ , максимальным эффективным сопротивлением катушки с лайнериом  $Z_a = (U/I)$  и эффективностью разгона  $\eta_a = Mu_0^2/(L_1 I_0^2)$  ( $M$  — масса лайнера,  $u_0$  — его максимальная скорость). Как показано в [2], без учета потерь магнитного потока в разрядном контуре и затрат энергии на пластическую деформацию лайнера

$$\eta_a = (\lambda_a - \lambda_\tau) / [(1 + \lambda_\tau)(1 + \lambda_a)], \quad (6)$$

где  $\lambda_a = L_a/L_1$ ,  $L_a$  — индуктивность катушки без лайнера; индексом  $\tau$  здесь и далее в тех случаях, когда это удобно, отмечаются все величины, относящиеся к моменту  $t = \tau$ .

Если сжимается длинная и тонкая по сравнению с радиусом цилиндрическая оболочка, то при тех же предположениях в пределах допустимого интервала расхождения для  $\lambda_a$ , заключенных между 1 и  $1/\lambda(\tau)$ , основываясь на результатах, приведенных в [1], легко показать, что

$$U_a \approx 0.55 \sqrt{\lambda_a(\lambda_a + 1)} (1 - 2\lambda_\tau) L_1 I_0 \frac{u_0}{r_0}, \quad (7)$$

где  $r_0$  — начальный радиус лайнера.

Чтобы получить выражение для текущего значения  $Z(\lambda)$ , надо

$$U(\lambda) = 2L_1 I_0 \frac{u_0}{r_0} \left[ \frac{\lambda_a(\lambda_a + 1)}{\lambda_a - \lambda_\tau} \frac{(\lambda_a - \lambda)(\lambda - \lambda_\tau)}{(1 + \lambda)^5} \right]^{\frac{1}{2}}$$

из [1] разделить на  $I(\lambda) = I_0/(1 + \lambda)$ . Значение  $\lambda = \lambda_z$ ,

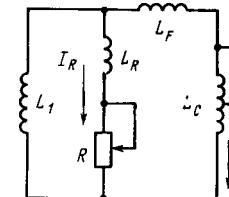


Рис. 1

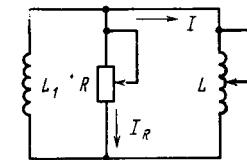


Рис. 2

при котором  $Z = Z_a$ , определяется из условия

$$\frac{d}{d\lambda} \left[ \frac{(\lambda - \lambda_a)(\lambda - \lambda_\tau)}{(1 + \lambda)^3} \right] = 0.$$

В общем случае

$$\lambda_z = 1 + \lambda_\tau + \lambda_a - [1 + \lambda_\tau + \lambda_a + (\lambda_\tau + \lambda_a)^2 - 3\lambda_\tau \lambda_a]^{\frac{1}{2}};$$

$$\gamma_a = \frac{Z_a}{L_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{u_0}{r_0} \left[ \frac{\lambda_a(\lambda_a + 1)}{\lambda_a - \lambda_\tau} \frac{\lambda_a + \lambda_\tau - 2\lambda_z}{(1 + \lambda_z)^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Вблизи границ промежутка  $1 \leq \lambda_a \leq 1/\lambda_\tau$

$$\text{при } \lambda_a = 1 \quad \lambda_z \approx 2 - \sqrt{3} + \lambda_\tau, \quad \gamma_a \approx 0.9(1 - 1.4\lambda_\tau) \frac{u_0}{r_0}; \quad (8)$$

$$\text{при } \lambda_a = 1/\lambda_\tau \quad \lambda_z \approx 0.5 + 1.1\lambda_\tau, \quad \gamma_a \approx 0.8(1 - 0.8\lambda_\tau) \frac{u_0}{\lambda_\tau r_0}. \quad (9)$$

Характерными параметрами стадии переключения тока является сопротивление выключателя тока  $R(\tau)$ , напряжение переключения тока  $U_0$ , напряжение  $U(\tau)$ , изменение индуктивности катушки с лайнериом  $\Delta\lambda_\tau = \lambda_\tau - \lambda_0$  и отношение токов  $I_\tau/I_0 = y_\tau$ . Шунтирующее действие выключателя не будет оказывать заметного влияния на процесс ускорения лайнера, если к моменту  $t = \tau$  его сопротивление возрастет до

$$R_\tau \geq 10Z_a. \quad (10)$$

При  $\Delta\lambda_\tau \sim \lambda_0$  на стадии переключения тока лайнер удаляется от катушки на расстояние  $b$  порядка ширины начального зазора  $b_0 \ll r_0$  и его движение можно рассматривать как плоское, полагая

$$M\ddot{b} = \pi r_0 l B^2 / \mu_0,$$

где  $l$  — длина лайнера;  $B$  — абсолютное значение индукции магнитного поля в зазоре.

Предполагается, что лайнер жидккий, и вязкими потерями можно пренебречь. Если  $L_0 \gg L_R + L_F$  и  $b \ll r_0$ , то  $\lambda/\lambda_a = 2b/r_0$ . Учитывая также, что  $l \gg r_0$  и поэтому  $B = \mu_0 NI/l$ ,  $L_a = \lambda_a L_1 = \pi \mu_0 N^2 r_0^2 / l$  ( $N$  — число витков катушки), приведем уравнение движения к виду

$$\ddot{y} = y^2 / \tau_a^2, \quad (11)$$

где введено обозначение

$$\tau_a^2 = \eta_a r_0^2 / (2\lambda_a^2 u_0^2), \quad (12)$$

а  $\eta_a$  определяется (6).

Для предельных случаев

$$\tau_a \approx \begin{cases} r_0 / (2u_0) & \text{при } \lambda_a = 1; \\ \lambda_\tau r_0 / (\sqrt{2} u_0) & \text{при } \lambda_a = 1/\lambda_\tau. \end{cases} \quad (13)$$

Из (11) при  $\dot{y}(0) = 0$  получаем:

$$\Delta\lambda_\tau = \int_0^\tau \dot{\lambda}(t) dt = \int_0^\tau (\tau - t) \ddot{\lambda}(t) dt =$$

$$= (\tau/\tau_a)^2 \int_0^1 (1-x) y^2(x) dx. \quad (14)$$

Внутри промежутка интегрирования в случае монотонного роста  $y(x)$  функция  $(1-x)y^2(x)$  имеет максимум и интеграл можно оценить, воспользовавшись методом перевала:

$$\begin{aligned} \int_0^1 (1-x) y^2(x) dx &= \int_0^1 \exp(\ln[(1-x)y^2(x)]) dx \approx \\ &\approx \sqrt{2\pi} (1-x^*)^2 y^2(x^*) [1 + 0,5(y/y')_{x=x^*}]^{-\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $x^*$ —точка максимума, штрих обозначает производную по  $x$ .

При  $y=x$  в (14) точное значение интеграла равно  $1/12 \approx 0,083$ . Фронт тока в катушке, наблюдаемый в экспериментах, ближе к функции  $y = \sin^2(\pi x/2)$  (ее производная обращается в нуль при  $x=0$  и  $x=1$ ), для которой этот интеграл равен  $3/16 - 1/\pi^2 \approx 0,086$ . Значения интеграла, найденные с помощью (15), составляют соответственно  $0,101$  ( $x^*=2/3$ ) и  $0,104$  ( $x^*=0,7$ ). Таким образом, точность метода перевала в данном случае оказывается вполне удовлетворительной и если в (14) для функции  $y(x)$  интеграл точно не вычисляется, то можно воспользоваться (15). Не оказывает также существенного влияния на результат и отклонение функции  $y(x)$  от линейной. Поэтому (14) можно записать в виде

$$\Delta\lambda(\tau) = \alpha(\tau/\tau_a)^2, \quad (16)$$

где значение коэффициента  $\alpha$  заключено между 0,8 и 1.

Интеграл (3) с учетом (5) имеет вид:

$$(1+\lambda)y + y_R = 1.$$

Из (4) следует, что

$$\dot{\lambda}(\tau)y(\tau) = \gamma(\tau)y_R(\tau).$$

Исключая из двух последних [соотношений  $y_R(\tau)$ , получаем:

$$1/y(\tau) = 1 + \lambda(\tau) + \dot{\lambda}(\tau)/\gamma(\tau). \quad (17)$$

При монотонном росте тока в катушке  $2\Delta\lambda(\tau) > \dot{\lambda}^2(\tau)/\dot{\lambda}(\tau)$ , и поэтому в соответствии с (11)

$$\dot{\lambda}(\tau) < \sqrt{2\Delta\lambda(\tau)}y(\tau)/\tau_a.$$

Выражая  $y(\tau)$  с помощью (17), получаем:

$$(\lambda_\tau/\gamma_\tau)^2 + (1+\lambda_\tau)(\dot{\lambda}_\tau/\gamma_\tau) - \sqrt{2\Delta\lambda(\tau)}/(\gamma_\tau\tau_a) < 0.$$

Отсюда

$$2\dot{\lambda}_\tau/\gamma_\tau < [(1+\lambda_\tau)^2 + 4\sqrt{2\Delta\lambda(\tau)}/(\gamma_\tau\tau_a)]^{\frac{1}{2}} - (1+\lambda_\tau).$$

Принимая во внимание (10), следует положить  $\gamma_\tau = 10\gamma_a$ . Согласно (8), (9) и (13), если  $\lambda_a = 1$ , то  $\gamma_a\tau_a \approx 0,4(1-1,4\lambda_\tau)$ , а в случае, когда  $\lambda_a = 1/\lambda_\tau$ ,  $\gamma_a\tau_a \approx 0,5(1-0,7\lambda_\tau)$ . Можно считать поэтому, что  $\gamma_\tau\tau_a \geq 4,5(1-1,4\lambda_\tau)$ , и тогда с точностью до малых величин порядка  $\lambda_\tau$

$$\dot{\lambda}(\tau)/\gamma(\tau) < 0,3\sqrt{\Delta\lambda(\tau)}, \quad (18)$$

а из (17) следует, что

$$1 + \lambda(\tau) < 1/y(\tau) < 1 + \lambda(\tau) + 0,3\sqrt{\Delta\lambda(\tau)}. \quad (19)$$

Вследствие сохранения энергии

$$\Delta W_R(\tau) + Mu_\tau^2/2 = W_0 [1 - (1 + \lambda_\tau)y_\tau^2];$$

$$M(u_0^2 - u_\tau^2)/2 = \eta_a W_0,$$

где  $\Delta W_R(\tau)$ —энергия, рассеянная выключателем к моменту  $t=\tau$ . Эти соотношения также дают верхнюю оценку величины  $y(\tau)$ . В самом деле,  $\Delta W_R(\tau) + Mu_0^2/2 < W_0$ , если  $\eta_a - (1 + \lambda_\tau)y_\tau^2 < 0$ . Отсюда с учетом (6) получаем:

$$(1 + \lambda_\tau)y_\tau > [(\lambda_a - \lambda_\tau)/(1 + \lambda_a)]^{\frac{1}{2}}.$$

Следует отметить, что для случая, когда  $\lambda_a \approx 1/\lambda_\tau$ ,

$$(1 + \lambda_\tau)y_\tau > (1 - \lambda_\tau)^{\frac{1}{2}}.$$

Напряжение переключения  $U_0$  определим следующим образом:

$$U_0 = L_1(I_0 - I_\tau)/\tau = L_1 I_0 (1 - y_\tau)/\tau. \quad (20)$$

Напряжение на катушке при  $t=\tau$

$$U(\tau) = \dot{L}(\tau)I(\tau) = L_1 I_0 \dot{\lambda}(\tau) y(\tau).$$

Отношение этих напряжений

$$\frac{U_0}{U(\tau)} = \frac{1/y(\tau) - 1}{\tau \dot{\lambda}(\tau)} = \frac{\lambda(\tau)}{\tau \dot{\lambda}(\tau)} \left[ 1 + \frac{\dot{\lambda}(\tau)}{\lambda(\tau) \gamma(\tau)} \right].$$

С учетом (18)

$$\frac{\dot{\lambda}(\tau)}{\lambda(\tau) \gamma(\tau)} < \frac{0,3\sqrt{\Delta\lambda(\tau)}}{\lambda_\tau} = \frac{0,3}{\sqrt{\lambda_0}} \frac{\sqrt{\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}}{1 + \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}.$$

При  $\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0 = 1$  эта величина максимальна и равна  $0,15/\sqrt{\lambda_0}$ . Таким образом,  $\dot{\lambda}_\tau/(\lambda_\tau\gamma_\tau) < 0,15/\sqrt{\lambda_0} < 1$ , если  $\lambda_0 > 0,0225$  и  $\gamma_\tau \geq 10\gamma_a$ . В этом случае

$$U_0/U(\tau) \leq \lambda_\tau/(\tau \dot{\lambda}_\tau).$$

Используя (16) и (18), получаем:

$$\tau \dot{\lambda}(\tau) < (2/\alpha)^{\frac{1}{2}} \Delta\lambda(\tau).$$

Следовательно,

$$U_0/U(\tau) > (\alpha/2)^{\frac{1}{2}} (\lambda_0/\Delta\lambda_\tau + 1)$$

и  $U_0 > U(\tau)$ , если  $\lambda_0/\Delta\lambda_\tau + 1 > (2/\alpha)^{\frac{1}{2}}$ . Это означает, что  $\Delta\lambda_\tau/\lambda_0 < 1/(2/\alpha)^{\frac{1}{2}} - 1 \leq 0,25$ ,

для чего в силу (16) необходимо, чтобы

$$\tau/\tau_a < \{\lambda_0/[(2\alpha)^{\frac{1}{2}} - \alpha]\}^{\frac{1}{2}} \leq 1,7\sqrt{\lambda_0}.$$

Принимая во внимание, что истинное значение максимального переключающего напряжения может отличаться от  $U_0$ , определяемого (20), при оценке отношения  $U_0/U_a$  можно пренебречь величинами порядка  $\lambda_\tau$ . Воспользовавшись (6), (7), (12), (19) и (20), имеем:

$$\frac{1 + \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}{\sqrt{\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}} < \frac{0,55}{\sqrt{2\alpha\lambda_0}} \frac{U_0}{U_a} < \frac{1 + \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}{\sqrt{\Delta\lambda_\tau/\lambda_0}} + \frac{0,3}{\sqrt{\lambda_0}}.$$

Отсюда  $U_0/U_a < 1$ , если

$$\frac{1 + \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}{\sqrt{\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}} + \frac{0,3}{\sqrt{\lambda_0}} < \frac{0,55}{\sqrt{2\alpha\lambda_0}}.$$

Это неравенство удобно записать в виде

$$x^2 - px + 1 < 0,$$

где  $x = \sqrt{\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0}$ , а  $p = (0,55/\sqrt{2\alpha} - 0,3)/\sqrt{\lambda_0}$ .

Поскольку  $p \sim 1/\sqrt{\lambda_0} > 1$ , корни трехчлена с точностью до малых порядка  $\lambda_0$  равны  $x_1 \approx p$  и  $x_2 \approx 1/p$ .

При  $x < 1$  трехчлен отрицателен, если  $x > x_2$ , т. е., если

$$\sqrt{\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0} > \sqrt{\lambda_0}/(0,55/\sqrt{2\alpha} - 0,3) \geq 1,08\sqrt{\lambda_0}.$$

Согласно (16) это условие выполняется при

$$\tau/\tau_a > \lambda_0/[0,55/\sqrt{2} - 0,3\sqrt{\alpha}] \geq 3,4\lambda_0.$$

В тех случаях, когда

$$0,25 \geq \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0 \geq 1,15\lambda_0, \quad (21)$$

чemu соответствуют значения

$$1,7\sqrt{\lambda_0} \geq \tau/\tau_a \geq 3,4\lambda_0, \quad (22)$$

импульс разрядного напряжения имеет двугорбую форму с  $U(\tau) < U_0 < U_a$ .

Потерями магнитного потока заведомо можно пренебречь, если поток  $\Delta\Phi$ , пронизывающий катушку и лайнер, малы по сравнению с потоком  $\Phi_L$ , пронизывающим зазор между ними. Оценим эти потери методом скин-слоя. Поскольку на стадии переключения тока движение лайнера рассматривается как плоское, глубина скин-слоя

$$\delta(t) = \int_0^\infty B_\sigma(r, t) dr/Bt,$$

где  $B(t)$  — индукция поля в зазоре;  $B_\sigma(r, t)$  — индукция поля в проводнике (предполагается, что  $\delta$  мало по сравнению с толщиной катушки и лайнера).

От поверхности движущегося лайнера при  $\delta(t) + b(t) \ll r_0$  граница скин-слоя, как и в неподвижной катушке, удалается со скоростью  $\delta(t)$ . С учетом сделанных замечаний изменение магнитного потока  $\Phi$  в контуре, ограниченном поверхностями витков индуктивного накопителя, катушки и поверхностью лайнера, должно описываться уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi + \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2) + \frac{\partial\Delta\Phi_1}{\partial\delta_1} \delta_1 + \frac{\partial\Delta\Phi_2}{\partial\delta_2} \delta_2 + \frac{R_L}{L}\Phi_L = 0, \quad (23)$$

где  $\Delta\Phi_1$  и  $\Delta\Phi_2$  — потери потока из-за диффузии соответственно в лайнер и катушку;  $L = 2\pi\mu_0 N^2 r_0 b_0/l$ ;  $R_L$  — электрическое сопротивление контура.

В реальных системах  $R_L$  определяется сопротивлением лайнера и катушки:

$$R_L = 2\pi N^2 r_0 [1/(\sigma_1 \Delta\delta_1) + 1/(\sigma_2 \Delta\delta_2)]/l,$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — электропроводность их материалов;  $\Delta\delta_1$  и  $\Delta\delta_2$  — эффективная толщина токового слоя (катушку и лайнер можно рассматривать как трансформатор; сопротивление вносимое лайнером в цепь разрядного контура, увеличивается в  $N^2$  раз).

По определению скин-слоя

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi + \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2) = 0, \quad \Delta\Phi_1 = \Phi_1(\delta_1/b_0),$$

$$\Delta\Phi_2 = \Phi_2(\delta_2/b_0).$$

Полагая производные  $\partial\Phi/\partial\delta \approx \Delta\Phi/\Delta\delta$  и используя выражения для  $L$  и  $R_L$ , приведем (23) к виду:

$$\left(1 + \frac{\delta_2 \Delta\delta_1}{\delta_1 \Delta\delta_2}\right) \delta_1 \dot{\delta}_1 = \frac{1}{\mu_0 \sigma_1} \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{\Delta\delta_1}{\Delta\delta_2}\right).$$

В силу равенства размерностей  $\delta_1 \dot{\delta}_1 \sim 1/(\mu_0 \sigma_1)$ , а поскольку уравнение симметрично перестановке индексов, то и  $\delta_2 \Delta\delta_2 \sim 1/(\mu_0 \sigma_2)$ . Выражения внутри скобок оказываются равными тождественно, и тогда

$$\delta_1 = \sqrt{2t/(\mu_0 \sigma_1)}, \quad \delta_2 = \sqrt{2t/(\mu_0 \sigma_2)}.$$

Полученный результат отличается от определяемого

грубой оценкой  $\delta = \sqrt{t/(\mu_0 \sigma)}$  коэффициентом  $\sqrt{2}$ . Отношение

$$\frac{\Delta\Phi_1(\tau) + \Delta\Phi_2(\tau)}{\Phi_L(\tau)} = \frac{\delta_1(\tau) + \delta_2(\tau)}{b(\tau)} = \left(1 + \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}\right) \times \left[ \frac{2\tau_a}{\mu_0 \sigma_1 b_0^2} \frac{\tau}{\tau_a} \frac{b_0^2}{b^2(\tau)} \right]^{1/2}. \quad (24)$$

С учетом (17)  $\Delta b(\tau)/b_0 = \Delta\lambda(\tau)/\lambda_0 = (\alpha/\lambda_0)(\tau/\tau_a)^2$ . Следовательно,

$$\frac{b_0}{b(\tau)} \left( \frac{\tau}{\tau_a} \right)^{1/2} = \frac{(\tau/\tau_a)^{1/2}}{1 + (\alpha/\lambda_0)(\tau/\tau_a)^2}.$$

При  $\tau/\tau_a = \sqrt{\lambda_0/(3\alpha)}$  эта величина максимальна и равна  $(3^{3/4}/4)(\lambda_0/\alpha)^{1/4} \approx 0,6(\lambda_0/\alpha)^{1/4}$ . Выразив также  $\tau_a$  с помощью (12), получим:

$$[\delta_1(\tau) + \delta_2(\tau)]/b(\tau) = (1 + \sqrt{\sigma_1/\sigma_2}) \times [\eta_a/(\lambda_0 \alpha)]^{1/4} / (\mu_0 \sigma_1 u_0 b_0)^{1/2}. \quad (25)$$

**Пример 1.** Пусть  $\sigma_1 = 40$  МСм/м (лайнер из алюминия),  $\sigma_2 = 60$  МСм/м (внутренний слой витков катушки медный),  $u_0 = 2$  км/с,  $b_0 = 4$  мм,  $\eta_a = 0,5$ ,  $\lambda_0 = 0,1$ ,  $\alpha = 0,08$ . Определяемое (25) соотношение  $[\delta_1(\tau) + \delta_2(\tau)]/b(\tau) = 0,26$ . Если в (24) подставить значения  $\tau/\tau_a$  на границах интервала (22), то получим 0,24 (при  $\tau/\tau_a = 1,7\sqrt{\lambda_0}$ ) и 0,22 (при  $\tau/\tau_a = 3,4\lambda_0$ ). Таким образом, даже при сравнительно высокой скорости  $u_0$  и широком начальном зазоре  $b_0$  значения  $b(\tau)$  и  $\delta_1(\tau) + \delta_2(\tau)$  по величине сравнимы.

Отношение потоков

$$\frac{\Delta\Phi_1(\tau) + \Delta\Phi_2(\tau)}{\Phi} = \frac{\Delta\Phi_1(\tau) + \Delta\Phi_2(\tau)}{\Phi_L(\tau)} \times \frac{\Phi_L(\tau)}{\Phi} \lesssim \frac{\lambda(\tau) [\delta_1(\tau) + \delta_2(\tau)]}{b(\tau)}.$$

Воспользовавшись (22) и (24), легко показать, что при  $\tau/\tau_a < 1,7\sqrt{\lambda_0}$

$$[\Delta\Phi_1(\tau) + \Delta\Phi_2(\tau)]/\Phi \gtrsim 1,6\lambda_0^{3/4}\eta_a^{1/4} \times (1 + \sqrt{\sigma_1/\sigma_2})/(\mu_0 \sigma_1 u_0 b_0)^{1/2}.$$

**Пример 2.** Уже при  $u_0 = 1$  км/с и  $b_0 = 2$  мм (остальные параметры имеют значения такие же, как в примере 1)

$$\Delta\Phi_1(\tau) + \Delta\Phi_2(\tau) < 0,045\Phi.$$

**Выводы.** 1. В системах с  $\lambda_0 \ll 1$  условия  $U(\tau) < U_0 < U_a \leq U_{\max}$  выполняются при  $\Delta\lambda(\tau)/\lambda_0 < 1$ . В этом случае параметры стадии разгона существенно не отличаются от полученных в предположении о мгновенном переключении тока.

2. Потери магнитного потока в разрядном контуре пренебрежимо малы. Однако толщина скин-слоя может оказаться сравнимой с шириной зазора, что может повлиять на величину напряжений  $U_0$  и  $U(\tau)$ . Для дальнейшего уточнения необходимо рассматривать задачу с известным законом изменения сопротивления выключателя  $R(t)$  и описанием диффузии методом теории поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О согласовании индуктивного накопителя и катушки с лайнером при ограничении разрывного напряжения /Э. А. Зотова, И. А. Иванов, А. П. Лотоцкий, В. А. Трухин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 6.

2. Шнеерсон Г. А. О сжатии идеально проводящего тонкостенного цилиндра магнитным полем тока, создаваемого индуктивным накопителем. — ЖТФ, 1970, т. 40.

# Методика исследования переходных процессов в регулируемой вентильной системе нагружения МГД-генератора

АНТОНОВ Б. М., канд. техн. наук, СЛУЧАНКО Е. И., инж.

Институт высоких температур АН СССР

В настоящее время тиристорные инверторы используются для создания преобразовательных подстанций, обеспечивающих передачу энергии от мощных магнитогидродинамических генераторов (МГДГ) постоянного тока в сеть промышленной частоты [1].

Наиболее перспективными для применения в энергетике считается многоэлектродный МГДГ диагонального типа [1]. На рис. 1 приведена принципиальная схема канала такого МГДГ с упрощенной системой нагружения на базе одного инвертора, которая анализируется в данной статье. Эпюра тока нагружения, соответствующая системе, схема которой изображена на рис. 1, имеет трапецидальный вид.

При проектировании промышленных МГД-электростанций необходимо проводить анализ режимов системы в целом и выбирать параметры оборудования с учетом переходных процессов. Проведение такого анализа связано с решением двух задач. Первой является исследование сложных вентильных преобразовательных систем. Вторая задача связана с представлением МГДГ в виде математической модели, удобной для инженерных расчетов.

Из литературы известно, что МГДГ как электрическая машина может быть представлена схемой замещения, состоящей из э. д. с.  $E_j$  участков канала и их внутренних сопротивлений  $R_j$ . Наиболее разработанная методика нахождения таких схем замещения описана в [2]. Полученные схемы замещения позволяют исследовать переходные процессы в сложных системах нагружения МГДГ при малых возмущениях. Однако условие  $R_j = \text{const}$  справедливо при малом коэффициенте преобразования, который определяется как отношение полученной от канала электроэнергии к полной энергии потока газа (энталпии) на входе в канал МГДГ. Если коэффициент преобразования энталпии достигает 30 % и более, то из-за сильного изменения проводимости плазмы вольт-амперная характеристика МГДГ может оказаться нелинейной [3 и 4]. Это обстоятельство усложняет математическую модель МГДГ. Точные методы, которые могут быть использованы для расчетов сложных

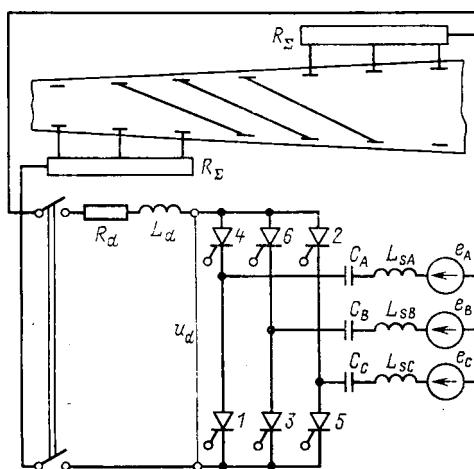


Рис. 1. Схема МГДГ диагонального типа, нагруженного компенсированным инвертором, ведомым сетью

преобразовательных систем, приводят к громоздким математическим выражениям и требуют для получения результатов больших затрат машинного времени. Кроме того, эти методы не позволяют исследовать по известным критериям динамическую устойчивость как разомкнутой, так и замкнутой систем автоматического регулирования (САР). Приближенные методы из-за принятых в них допущений находят применение в зависимости от конкретно решаемых задач.

В данной статье применяется аналитический спектрально-операторный метод [5], который позволяет находить результирующее выражение искомой величины для общего случая операторных э. д. с.  $E_j(p)$  и сопротивлений  $Z_j(p)$  замкнутой САР. По найденному выражению нетрудно получить схему замещения исследуемой системы [6 и 7].

Рассмотрим сначала упрощенную систему на рис. 1 для случая, когда конденсаторы продольной компенсации реактивной составляющей мощности отсутствуют. Схема замещения такой системы приведена на рис. 2. На этом рисунке введены следующие обозначения:  $R_f(i)$  — внутреннее сопротивление МГДГ;  $E_f$  — э. д. с. МГДГ;  $u(i)$  — выходное напряжение МГДГ;  $L_d = L_d + K_0 L_s$ , где  $L_d$  — индуктивность сглаживающего дросселя инвертора;  $L_s$  — приведенная к вентильной стороне индуктивность рассеяния обмоток трансформатора;  $K_0 = \frac{18 \sin \gamma}{\pi^2}$  — коэффициент приведения параметров цепи переменного тока к цепи постоянного тока;  $\gamma$  — угол коммутации вентилей;  $E_d = \frac{3V_3}{2\pi} E_m \Phi [\cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma)]$  — э. д. с. инвертора;  $E_m$  — амплитуда фазной э. д. с. сети;  $\alpha$  — угол управления;  $i$  — мгновенное усредненное значение тока цепи.

При дальнейших исследованиях и расчетах были приняты следующие допущения:

1. Вентили идеальные.
2. Выходной ток МГДГ непрерывен.
3. Вольт-амперная характеристика МГДГ неизменна (изменение тока незначительно влияет на скорость потока  $u$ , напряженность  $H$  и проводимость  $\sigma$  [8]).
4. Угол коммутации  $\gamma$  в течение переходного процесса не превышает  $60^\circ$ . При этом изменение  $\gamma$  незначительно влияет на характер переходного процесса [6 и 9].

5.  $\frac{d\alpha}{dt} < \omega$  [10], где  $\omega$  — угловая частота сети,  $t$  — текущее время.

6. Э. д. с. сети симметричны по фазам, операторные сопротивления фаз равны  $Z_A(p) = Z_B(p) = Z_C(p)$ .

Для схемы на рис. 2 можно записать следующую систему дифференциальных уравнений:

$$u(i) = E_f - R_f(i) i; \quad (1)$$

$$u(i) = -E_d + L_d \frac{di}{dt}. \quad (2)$$

Внешняя характеристика  $u(i)$  МГДГ может носить достаточно сложный характер: это может быть выпуклая или вогнутая кривая и кривая с несколькими экстремумами

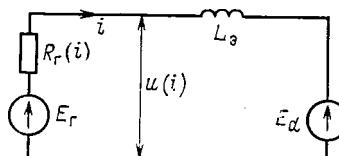


Рис. 2. Схема замещения МГДГ с нелинейной внешней характеристикой, нагруженного инвертором, ведомым сетью

мами. Аппроксимировать такие кривые удобно в зависимости от количества экстремумов многочленами второго, третьего и более высоких порядков. В статье рассмотрены случаи выпуклой и вогнутой кривой (рис. 3). В этом случае левую часть уравнений (1) и (2) можно представить в виде:

$$u(i) = ai^2 + bi + c, \quad (3)$$

где коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  рассчитываются по заданным значениям электрических величин, определяющих режим МГДГ ( $E_r$ ;  $U_n$  — номинальное напряжение;  $I_n$  — номинальный ток;  $I_{k.z}$  — ток короткого замыкания).

При холостом ходе из (3) следует:

$$c = E_r; \quad (4)$$

при коротком замыкании

$$aI_{k.z}^2 + bI_{k.z} + E_r = 0; \quad (5)$$

в нормальном режиме:

$$aI_n^2 + bI_n + E_r = E_{dn}. \quad (6)$$

Решая систему уравнений (5) и (6), находим:

$$a = \frac{E_r}{I_n I_{k.z}} - \frac{E_{dn}}{I_n (I_{k.z} - I_n)}; \quad (7)$$

$$b = \frac{F_{dn} I_{k.z}}{I_n (I_{k.z} - I_n)} - \frac{E_r (I_{k.z} + I_n)}{I_n I_{k.z}}. \quad (8)$$

Решая систему уравнений (1)–(4) относительно  $R_r(i)$  и  $i$ , получаем

$$R_r(i) = -ai - b; \quad (9)$$

$$i = I_{yct} (1 - e^{-t/\tau}) f(t), \quad (10)$$

$$\text{где } I_{yct} = -\frac{b + \lambda}{2a}; \quad \tau = \frac{L_s}{\lambda}; \quad \lambda = \sqrt{b^2 - 4ac_0};$$

$$c_0 = E_r + E_{dn}; \quad f(t) = \frac{\lambda - b}{\lambda (1 + e^{-t/\tau}) - b (1 - e^{-t/\tau})}.$$

В случае линейной характеристики  $u(i)$ , т. е. при  $R_r = \text{const}$  и  $E_r = \text{const}$  переходной процесс в рассматриваемой системе описывается уравнением

$$i = I_{yct} (1 - e^{-t/\tau}), \quad (11)$$

$$\text{где } I_{yct} = c_0/R_r; \quad \tau = L_s/R_r.$$

Для нахождения результирующего выражения по малым отклонениям выходного тока МГДГ с нелинейной внешней характеристикой нагруженного инвертором, ведомым сетью с продольной компенсацией (рис. 1) и работающим в замкнутой САР, воспользуемся выражением, полученным в [6] для разомкнутой системы:

$$I_d(p) = \frac{E_r(p) + E_{dn}(p)}{R_r(i) + pL_d + K_0 \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega)}. \quad (12)$$

Для малых отклонений по силовой цепи и цепи управления выражение (12) с учетом (9) примет вид:

$$\Delta I_d(p) = \frac{\Delta E_r(p) + K_c \Delta E_{m\Phi}(p) - K_\alpha E_{m\Phi} \alpha(p)}{R_0 + pL_d + K_0 \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega)}, \quad (14)$$

где  $R_0 = -2aI_n - b$ ;  $K_c = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} [\cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma)]$ ;  $-K_\alpha = +\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} [\sin \alpha + \sin(\alpha + \gamma)]$ .

На рис. 4, а изображена структурная схема САР выходного тока МГДГ, в которой введены следующие обозначения: МГДГ — источник постоянного тока с э. д. с.  $E_r(p)$  и внутренним сопротивлением  $R_0$ ; БИ — блок инвертора; Тр1 — силовой трансформатор; Тр2 — синхронизирующий трансформатор; БС — блок синхронизации; БГИ — блок генераторов импульсов; БСОГ — блок согласования; РТ — регулятор тока; БПУ — блок предварительного усиления; БВК — блок выходных каскадов; ТТ — трансформатор тока; В — выпрямитель обратной связи.

Для исследования замкнутой САР требуется математическое описание цепи обратной связи. Основными элементами этой цепи являются ТТ, В, БГИ, РТ.

На рис. 5 представлена схема включения усилительного звена тока пропорционально-интегрального типа. Эта схема описывается следующим выражением:

$$\Delta U_y(p) = -[\Delta I_d(p) R_1 K_t - \Delta U_I(p)] W_y(p), \quad (15)$$

где  $U_y(p)$  — операторное напряжение управления;  $K_t$  — коэффициент трансформации трансформаторов тока (см. рис. 4, а);  $W_y(p) = K_y \frac{p\tau_1 + 1}{p\tau_2 + 1}$  — передаточная функция операционного усилителя (ОУ);  $K_y = \frac{R_3}{R_2}$  — статический коэффициент усиления ОУ;  $\tau_1 = R_4 C_1$ ;  $\tau_2 = C_1 (R_3 + R_4)$ ;  $U_I(p)$  — операторное напряжение установки на току.

В рассматриваемой САР управление инвертором осуществляется по линейному закону, при котором

$$\Delta \alpha(p) = K_n \Delta U_y(p), \quad (16)$$

где  $K_n$  — коэффициент пропорциональности.

Решая систему уравнений (14), (15) и (16), получаем:

$$\Delta I_d(p) = \frac{[\Delta E(p) - \Delta U_I(p) K_\alpha K_n W_y(p)] W_0(p)}{1 - K_\alpha K_n K_r R_1 W_y(p) W_0(p)}, \quad (17)$$

$$\text{где } \Delta E(p) = \Delta E_r(p) + K_c \Delta E_{m\Phi}(p); \quad W_0(p) = 1/Z_0(p);$$

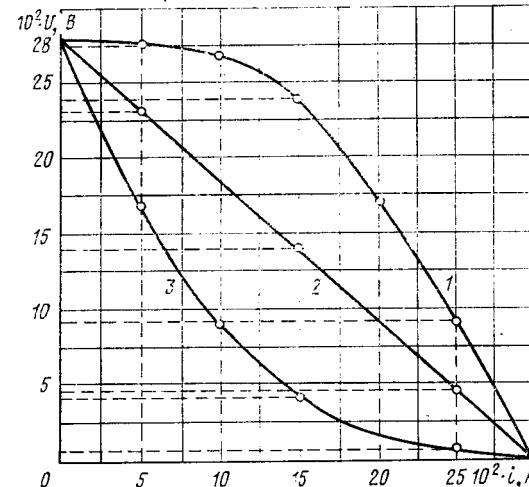


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики МГДГ: 1 — выпуклая; 2 — линейная; 3 — вогнутая

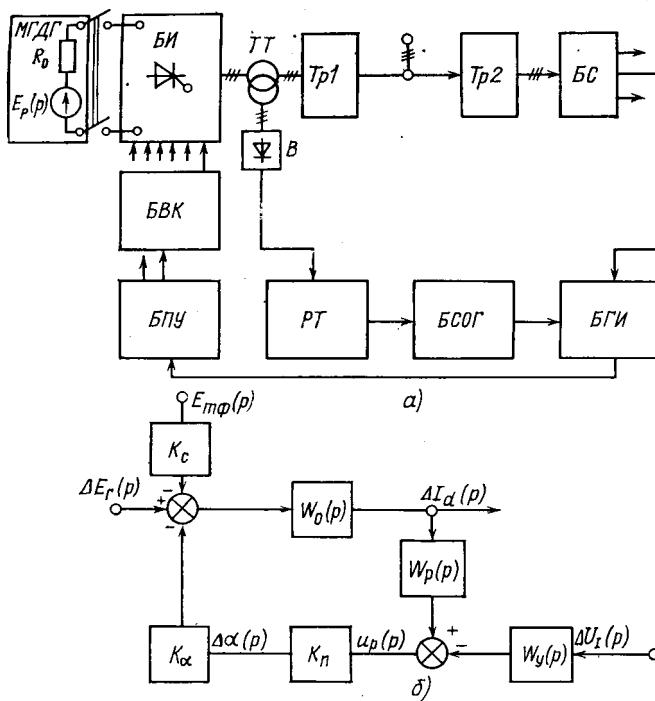


Рис. 4. Система стабилизации тока МГДГ: а — структурная схема САР; б — линеаризованная расчетная схема САР

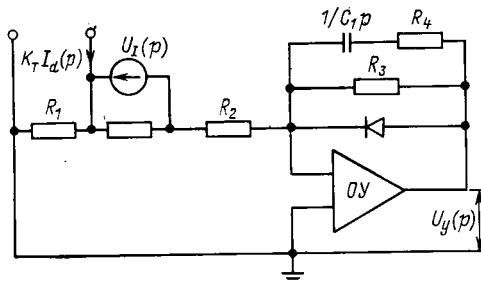


Рис. 5. Схема включения усиительного звена САР

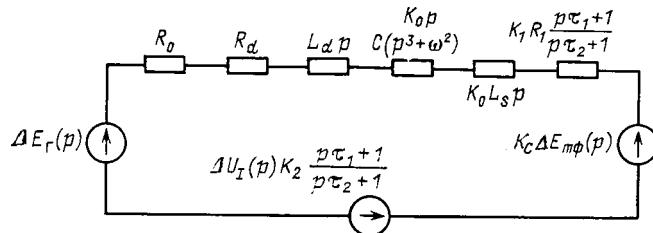


Рис. 6. Схема замещения системы автоматического регулирования тока в компенсированном инверторе, ведомом сетью

$$Z_0(p) = R_0 + pL_d + K_0 \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega).$$

Таким образом, получено операторное выражение, описывающее входной ток инвертора при переходном процессе, протекающем в замкнутой САР для общего случая операторных э. д. с.  $E_r(p)$  и сопротивлений  $Z_j(p)$  системы по малым отклонениям при возмущающих воздействиях по силовой цепи  $[\Delta E_r(p); \Delta R_r(i); \Delta E_m(p)]$  и по цепи управления  $[\Delta U_I(p)]$ .

Выражение (17) можно реализовать с помощью структурной схемы САР, изображенной на рис. 4, б, и схемы замещения, приведенной на рис. 6. На рис. 6

приняты обозначения:

$$K_1 = -K_\alpha K_t K_n K_y; K_2 = K_1 / K_t.$$

Рассмотрим данную САР при арккосинусоидальном законе управления. Для этого случая имеем

$$\Delta U_y(p) = \Delta E_m(p) \cos \alpha - \Delta \alpha(p) E_m \sin \alpha. \quad (18)$$

Если в (13) исключить  $\cos(\alpha + \gamma)$  с помощью известного из [11] уравнения коммутации для преобразователя с продольной компенсацией реактивной мощности и принять допущение, что входной ток инвертора в процессе коммутации не изменяется [9 и 10], то получим выражение для тока инвертора при малых отклонениях в виде

$$\Delta I_d(p) = \frac{\Delta E_r(p) + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \Delta E_m(p) \cos \alpha - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \Delta \alpha(p) E_m \sin \alpha}{R_s + \frac{3X_y}{\pi K_I} + pL_d + K_0 \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega)}, \quad (19)$$

$$\text{где } R_s = R_0 + R_d + K_0 R_y; K_I = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \times$$

$$\times \frac{v \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} - \operatorname{ctg} v \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ctg} v \frac{\gamma}{2} - v \left( \frac{2\pi}{3} - \frac{\gamma}{2} \right)}; v = \sqrt{\frac{X_c}{X_y}} \text{ — степень компенсации; } X_c = 1/C\omega; X_y = L_s\omega.$$

Решая систему уравнения (15), (18) и (19) относительно тока дросселя  $\Delta I_d(p)$ , получаем

$$\Delta I_d(p) = \frac{\left[ \Delta E_r(p) - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \Delta U_I(p) W_y(p) \right] W_1(p)}{1 - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} R_1 K_t W_y(p) W_1(p)}, \quad (20)$$

$$\text{где } W_1(p) = 1/Z_1(p); Z_1(p) = R_s + \frac{3X_y}{\pi K_I} + pL_d + K_0 \operatorname{Re} Z_s(p + j\omega).$$

Определяя электрические схемы замещения по уравнениям (17), (20), по методике, разработанной в [7], можно получить электрическую схему замещения сложной вентильной преобразовательной системы. Для рассматриваемой системы проведены расчеты при различных вольт-амперных характеристиках МГДГ (выпуклая, вогнутая или линейная) в разомкнутой САР. Значения всех величин системы для всех примеров расчета приведены в таблице. Для замкнутой САР параметры элементов схемы на рис. 5 имели следующие значения:  $R_1 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 22000 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 220000 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 0 \text{ Ом}$ ;  $U_I = 3,4 \text{ В}$ ;  $C_1 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ ;  $K_n = 0,145$ ;  $K_t = 0,000126$ .

На рис. 7 приведены кривые переходных процессов для девяти различных рабочих точек, указанных на рис. 3. Выбраны три сечения вольт-амперных характеристик по току. Первое — в области малых токов, второе — в области средних токов, третье — в области больших токов МГДГ. Кривые построены по выражениям (10) и (11).

Анализ кривых на рис. 7 показывает, что переходные процессы при нелинейных внешних характеристиках МГДГ имеют апериодический характер и их отличие от процессов при линейной внешней характеристике МГДГ несущественно.

Следует отметить, что быстродействие рассматриваемой системы зависит от вида вольт-амперной характеристики

| Примеры                                                                    | $E_r$ , В | $E_{mf}$ , В | $U_h$ , В | $I_h$ , А | $I_{k.s.}$ , А | $L_d$ , Гн | $L_s$ , Гн | $R_r$ , Ом | $\alpha$ , град | $\nu$ , град |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------|-----------|-----------|----------------|------------|------------|------------|-----------------|--------------|
| МГДГ с вогнутой вольт-амперной характеристикой при $\alpha = \text{const}$ | 2800      | 1890         | 1700      | 500       | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 445          | 400       | 1500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 56           | 50        | 2500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 3000      | 1111,6       | 1000      | 3000      | 7000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
| МГДГ с выпуклой вольт-амперной характеристикой при $\alpha = \text{const}$ | 2800      | 3090         | 2760      | 500       | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 2557         | 2304      | 1500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 1000         | 900       | 2500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
|                                                                            | 3000      | 1111,6       | 1000      | 3000      | 3750           | 0,01       | 0,0008     | —          | 120             | 6            |
| МГДГ с линейной вольт-амперной характеристикой при $\alpha = \text{const}$ | 2800      | 2594         | 2335      | 500       | 3000           | 0,01       | 0,0008     | 0,93       | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 1555         | 1400      | 1500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | 0,93       | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 528          | 475       | 2500      | 3000           | 0,01       | 0,0008     | 0,93       | 120             | 6            |
| МГДГ с линейной вольт-амперной характеристикой в замкнутой САР             | 3000      | 1111,6       | 1000      | 3000      | 4500           | 0,01       | 0,0008     | 0,667      | 120             | 6            |
|                                                                            | 2800      | 2706         | 2435      | 500       | 2333           | 0,011      | 0,00086    | 1,2        | 115             | 6            |

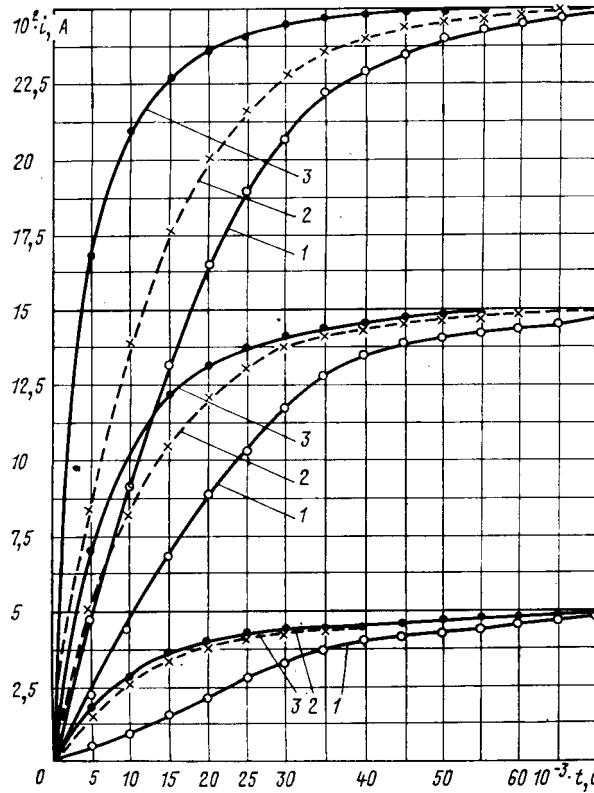


Рис. 7. Переходные процессы выходного тока МГДГ с выпуклой (1), с линейной (2), с вогнутой (3) вольт-амперной характеристиками, нагруженного на инвертор, ведомый сетью

ристики МГДГ. Так, для вогнутой характеристики время выхода системы на рабочую точку меньше, чем при линейной внешней характеристике МГДГ. При выпуклой же внешней характеристике МГДГ это время увеличивается.

На рис. 8 приведены вольт-амперные характеристики (линейная, вогнутая и выпуклая), которые имеют общую точку номинального режима. На том же рисунке приведены кривые переходных процессов, полученные по выражениям (10), (11). При выходе на один и тот же режим мощности времени, так же как и в предыдущем случае, зависит от вида вольт-амперной характеристики МГДГ. Для расчета переходных процессов в замкнутой САР тока МГДГ при малых отклонениях найден оригинал выражения (17). Для случая, когда  $\text{Re } Z_s(p+j\omega) = pL_s$ ;  $R_0 = R_r$ , оригинал имеет вид:

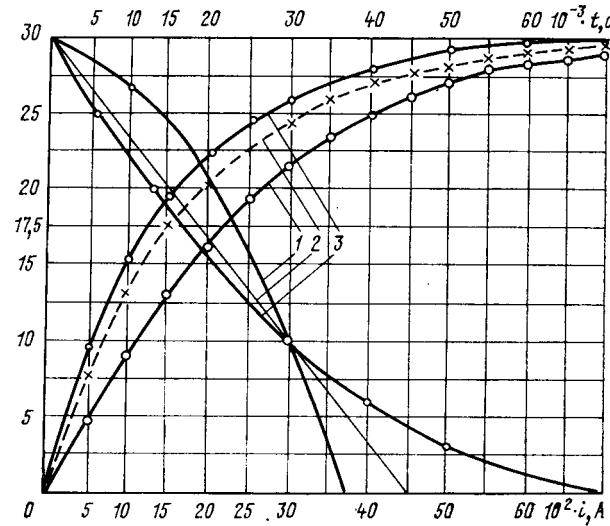


Рис. 8. Вольт-амперные характеристики МГДГ (1 — выпуклая, 2 — линейная, 3 — вогнутая) и переходные процессы выходного тока МГДГ с выпуклой (1), с линейной (2), с вогнутой (3) вольт-амперной характеристиками, нагруженного на инвертор, ведомый сетью

$$i_d(t) = I_{\text{уст}} + H_0 e^{X_1 t} \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (21)$$

где  $H_0 = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$ ;  $\varphi = \arctg \frac{H_1}{H_2}$ ;  $I_{\text{уст}} = G \frac{A_0}{B_0}$ ;

$$H_1 = - \frac{A_0}{X_1^2 + W_1^2};$$

$$H_2 = \frac{X_1 (X_1 + A_0) + W_1^2}{W_1 (X_1^2 + \omega_1^2)};$$

$$X_1 = - \frac{B_1}{2}; \quad W_1 = \sqrt{B_0 - X_1^2};$$

$$B_0 = \frac{R_r - K_1 R_1}{L_0 \tau_2};$$

$$G = \frac{E \tau_2 + U_1 \tau_1 K_2}{L_0 \tau_2};$$

$$A_0 = \frac{E - U_1 K_2}{E \tau_2 + U_1 \tau_1 K_2};$$

$$B_1 = \frac{1}{\tau_2} + \frac{R_r}{L_0} + \frac{K_1 R_1 \tau_1}{L_0 \tau_2}.$$

По выражению (21) получена кривая тока переходного процесса при пуске системы, которая приведена

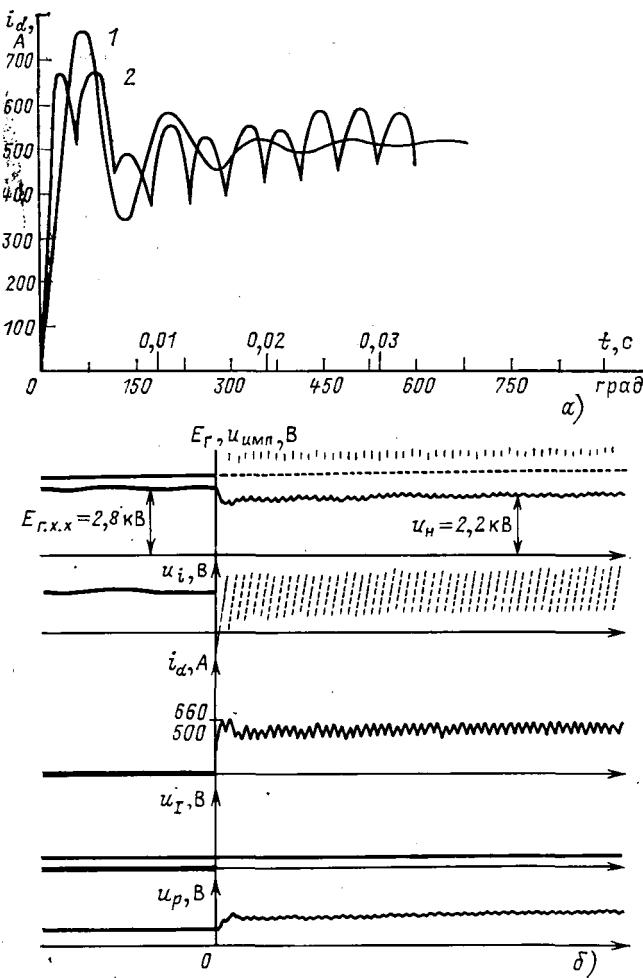


Рис. 9. Переходные процессы в системе стабилизации тока  
а — 1 — расчетная кривая; 2 — эксперимент; б — экспериментальные кривые пуска МГДГ 16 МВт

на рис. 9. На этом же рисунке приведена кривая тока, полученная экспериментальным путем при пуске си-

стемы «МГДГ — инвертор» на установке У-25 ИВТАН. Из сравнения кривых видно, что предложенная методика обеспечивает погрешность расчета (по максимальному выбросу) в пределах 15 %.

**Выводы.** 1. Разработана методика исследования переходных процессов в вентильных преобразовательных разомкнутых и замкнутых САР с усреднением пульсаций и с учетом нелинейных внешних характеристик источника питания. Погрешность расчетов лежит в пределах 15 %.

2. Установлено, что при пуске системы время выхода на установившийся режим зависит от вида внешней характеристики источника питания. При вогнутой внешней характеристике быстродействие выше, при выпуклой — ниже.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. Открытый цикл/Под ред. Б. Я. Шумяцкого, М. М. Петрика — М.: Наука, 1979.
2. Электрические схемы замещения канала МГД-генератора/А. А. Блитштейн, Ю. П. Гусев, С. И. Пищикова, В. И. Пищикова. — ТВТ, 1979, т. 17, вып. 3.
3. Губарев В. А., Гурашвили В. А. Влияние некоторых факторов на внешние характеристики и эффективность МГД-генераторов. — ТВТ, 1970, т. 8, вып. 3.
4. Исакова Н. П., Медин С. А. Дозвуковое течение в канале МГД-генератора. — ТВТ, 1978, т. 16, вып. 2.
5. Мерабишивили П. Ф. Операторный метод расчета переходных процессов в однофазных автономных инверторах. — Электричество, 1970, № 5.
6. Антонов Б. М., Случанко Е. И. Методика исследования вентильных преобразователей при ненулевых начальных условиях. — Электричество, 1980, № 3.
7. Антонов Б. М., Пищикова С. И., Случанко Е. И. Метод математического моделирования сложных вентильных преобразовательных систем. — Электричество, 1981, № 2.
8. Роза Р. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. — М.: Мир, 1970.
9. Мерабишивили А. Ф., Случанко Е. И. Исследование установившихся и переходных процессов в трехфазных мостовых выпрямителях с помощью коммутационных функций. — Электричество, 1973, № 4.
10. Шипилло В. П. Автоматизированный вентильный электропривод. — М.: Энергия, 1969.
11. Глитецки С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. — Л.: Наука, 1970.

[27.05.82]

УДК 32-83

## Особенности линейного электропривода транспортного и промышленного назначения

СВЕЧАРНИК Д. В., доктор техн. наук, НИКИФОРОВ Б. Д., доктор техн. наук

Москва

Возможности и проблемы линейного электропривода преимущественно транспортного назначения рассмотрены в [1, 2]. Для этих случаев характерны относительно высокие скорости (10—30 м/с, а для высокоскоростного транспорта до 150 м/с), позволяющие получить вполне приемлемые массогабаритные и энергетические показатели привода: несколько килограммов массы (в экстремальных случаях — даже менее одного килограмма) на киловатт мощности при к. п. д. до 0,9 у машин постоянного тока (и некоторых синхронных

машин) и энергетическом факторе у асинхронных машин  $\eta \cos \varphi \approx 0,5—0,6$ .

Для транспорта характерна значительная (и иногда и более километров) протяженность одного элементов двигателя, обычно так называемой «вторичной части», так как по экономическим соображениям предпочтительней размещать «первичную часть» на подвижном экипаже, а вторичную часть, полностью безобмоточную, — на пути (на коротких крутых участках карьерного транспорта иногда рациональна обращенная

конструкция, но это не меняет дальнейшего хода рассмотрения). Размещение на пути большой протяженности обмоток (даже традиционно «статорных»: обмотки возбуждения, компенсационной, добавочных полюсов) увеличивает капитальные вложения и эксплуатационные расходы, резко снижает надежность системы. Разработан ряд конструкций с «безобмоточным путем», начиная от классического линейного асинхронного двигателя (ЛАД) [3] и кончая многочисленными современными вариантами этой идеи, но все практически выполненные образцы обладают невысоким энергетическим фактором (около 0,1—0,3) и реализуемы для большинства случаев лишь в комплекте с дорогим и громоздким преобразователем частоты с регулятором напряжения. Даже для стационарных приводов с такими преобразователями и обычными асинхронными двигателями соотношение стоимостей преобразователя и двигателя примерно составляет (5 : 6) : 1.

Более поздние предложения о введении короткозамкнутой обмотки вместо шины и компенсации реактивной мощности у этой обмотки могут существенно повысить энергетический фактор за счет уже весьма условной «безобмоточности» вторичной части и соответственно увеличения капитальных затрат и эксплуатационных расходов, однако преобразователи для таких систем, как правило, требуются.

В рассмотренной в [2] машине токи в секциях не реверсируются, а только включаются или не включаются, а силовая система преобразователя предельно проста: группа ключей «на минус»; авария типа к. з. на шинах исключены, но при этом все же требуется не слишком простая система циклического включения, управляемая датчиками положения секций якорной обмотки относительно выступов вторичной части; упомянутая группа ключей обычно тиристорного типа. Постоянные времена коммутируемых контуров, параметры самого преобразователя ограничивают и допустимую частоту переключения. Значит, в условиях линейного безредукторного привода для достижения значительной линейной скорости требуются большие значения  $\tau$  («полюсной дуги»), что в ряде случаев приводит к малому числу полюсов у единичной машины («модуля»), снижая этим эффективность ее использования. В связи с этим снова был «изобретен» предложенный четверть века назад коллекторный электрический двигатель [6], у которого «коллектор не имеет механической связи с ротором и снабжен вращающимися щетками, отличающейся тем, что в нем щетки и ротор связаны при помощи электрической синхронной передачи». У этого двигателя предусматривалось также введение регуляторов в систему синхронной связи и трансформаторов: в цепь коллектор — якорь для улучшения коммутации.

В 1971—1972 гг. МИИТ совместно с НИИХИММАШ была создана и исследована экспериментальная установка, у которой в качестве синхронной связи использовалась сельсинная система с совмещенным сельсин-двигателем, подтвердившая работоспособность такой установки при достаточно плавной работе следящей системы. Но для транспортных линейных приводов такую систему трудно рекомендовать, даже при полной плавности хода и высокой точности следования щеток за смещением секций первичной части двигателя относительно оси полюсов вторичной части.

Действительно, во-первых, практически сохраняются при этом все функциональные части преобразователя-коммутатора: датчик положения, циклическая система

включения выходных ключей, только их мощность существенно (примерно в 20 раз при помещении коллектора в газовой среде и в 10 раз — в жидкостной) снижается. Это снижение мощности ключей обусловливается введением дополнительного двигателя с системой плавной отработки выходных сигналов упомянутых ключей, двойной системы щеток, скользящих по коллектору и подающих ток на эти щетки с дополнительных колец питания, и механического коллектора в герметично закрытой установке с введением туда питания и вывода кабеля связи коллектор-якорь. Но самым существенным является тот факт, что некоторое улучшение коммутации уже при скоростях движения в  $10 \div 20$  м/с в упомянутых условиях (отсутствие добавочных полюсов и соответственно коммутирующей э. д. с.  $e_k$ , относительно большое значение индукции поперечной реакции якоря  $B_{aq}$  и др.) не может обеспечить допустимого качества работы коллекторного коммутатора.

Как известно, для тяговых машин (см. [7], с. 114 и 130) нескомпенсированная часть реактивной э. д. с.  $e_r$ , допустимое значение которой не должно превышать 8 В, равна  $0,10 \div 0,18$ , т. е. при отсутствии добавочных полюсов значение  $e_r$  не должно превышать  $0,8 \div 1,5$  В. Пусть «в благоприятных условиях»  $e_r + e_{aq} = 3 \div 4$  В, где э. д. с.  $e_{aq}$  обусловлена наличием  $B_{aq}$ , тогда используя известную формулу:

$$e_r + e_{aq} = 2w_c b_1 v_a (A\zeta_r + B_{aq}), \quad (1)$$

где  $w_c$  — число витков у коммутируемой секции;  $b_1$  — активная длина проводника;  $v_a$  — линейная скорость якоря (соответственно — линейная скорость движения  $v$ );  $A$  — линейная нагрузка;  $\zeta_r$  — эквивалентная магнитная проводимость.

У линейных машин с безобмоточной вторичной частью индукция реакции якоря в зоне коммутации  $B_{aq} \approx (0,25 \div 0,3) A\zeta_r$ , т. е.

$$e_r + e_{aq} = 2,5w_c b v A\zeta_r; \quad (2)$$

с другой стороны, сила тяги линейного двигателя

$$F = \alpha_i B_\delta A (1 - k) b L, \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  — расчетная относительная «полюсная дуга»;  $B_\delta$  — индукция, создаваемая возбуждением над полюсом;  $L$  — активная длина машины;  $k$  — учитывает снижение тяги, вызванное конструктивными особенностями двигателя.

Для нашей приближенной оценки можно принять  $k = 0,2$ ;  $\alpha_i B_\delta = 0,25$  (из-за значительных зазоров у транспортных линейных машин трудно обеспечить высокое значение  $B_{cp} = \alpha_i B_\delta$ ). Тогда

$$F = 0,2 A b L. \quad (4)$$

Принято оценивать качество линейного двигателя по значению удельной тяги.

$$F' = \alpha_i B_\delta A (1 - k). \quad (5)$$

Чеменее характерной величиной, особенно для линейных двигателей, располагаемых на экипаже, где при жестко ограниченной длине требуется значительная тяга, является тяга, отнесенная к единице длины машины

$$F'' = F/L = \alpha_i A B_\delta b (1 - k). \quad (6)$$

Для принятых величин

$$F'' = 0,2 A b. \quad (7)$$

У современных мощных локомотивов длиной около 30 м сила тяги составляет примерно 40 тс, или  $4 \cdot 10^5$  Н;

для размещения линейных двигателей затруднительно использовать более чем  $\frac{2}{3}$  общей длины локомотива, т. е.  $\Sigma L_{\text{л.д.}} \approx 20 \text{ м}$  и  $F'' = \frac{4 \cdot 10^6}{20} = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ; из (7)  $Ab = 10^6$ . Подставим эту величину в выражение (2):

$$e_r + e_{aq} = 2,5w_c 10^5 \zeta_r v. \quad (8)$$

Примем  $\zeta_r = 6 \cdot 10^{-6}$  (реально из-за использования у линейных машин относительно более глубоких пазов это значение будет большим).

Допустим, что используются одновитковые секции (для оценки минимально возможного значения нескомпенсированной э. д. с.), тогда  $(e_r + e_{aq}) = 1,5 v$  [м/с] и принятые выше предельное значение, равное 3 В, может иметь место лишь при  $v \leq 2 \text{ м/с}$ . В общем виде удельное значение нескомпенсированной э. д. с. на 1 м/с скорости движения можно записать, используя (6) и (2):

$$\frac{e_r + e_{aq}}{v} = 2,5w_c \frac{F}{\alpha_i B_\delta (1 - k)} \zeta_r. \quad (9)$$

Для принятых данных

$$\frac{e_r + e_{aq}}{v} = 7,5 \cdot 10^{-5} F'' \text{ Н/м.} \quad (9a)$$

На рис. 1 построены под углами

$$\gamma = \arctg \frac{e_r + e_{aq}}{v} = \arctg 7,5 \cdot 10^{-5} F'' \text{ к оси абсцисс}$$

правые для разных  $F''$ , соответствующие локомотивам с разными значениями силы тяги относительно обеспечиваемой обычными двигателями (1/4; 1/2; 1; 1,5).

Для достаточно эффективного линейного электропривода, не уступающего по тяге существующему обычному электроприводу, предельной скоростью при пороге 3 В будет 2 м/с, при пороге 6 В — 4 м/с; лишь весьма неэффективный линейный электропривод, создающий вчетверо меньшую тягу, может выйти на предел 8 или (при пороге 6 В) 16 м/с.

При значительных напряжениях и относительно невысоких индукциях в зазоре выполнение одновитковых секций потребует значительного увеличения числа коллекторных пластин; размеры коллектора, его стоимость, затраты энергии на перемещение щеток, мощность вспомогательного двигателя для вращения щеток сильно возрастут; резко увеличится число жил кабеля якорь — коллектор; но кратность снижения мощности выходных ключей преобразователя (единственный выигрыш) — уменьшится.

Если же принять  $w_c > 1$  допустимая скорость  $v$  уменьшится пропорционально увеличению  $w_c$ . Таким образом, для значительных скоростей, характерных для транспорта, система с преобразователем-коммутатором не имеет рациональной альтернативы. Линейный электропривод для основных промышленных применений имеет принципиально другие проблемы и возможности, и сама постановка вопроса о сколько-нибудь полной унификации линейных двигателей для транспортных и промышленных применений не имеет оснований.

Главные отличия — относительно низкие скорости перемещения. Так, для выпускае-

мых исполнительных механизмов ГОСТ установлены скорости: для механизмов электрических многооборотных (МЭМ) от 1 об/с до 0,16 об/с для механизмов электрических однооборотных (МЭО) с полным поворотом на 90 или 240° от 0,025 об/с до 1,6 · 10<sup>-3</sup> об/с для промоходных механизмов (МЭП) соответственно линейные скорости до 2,5 · 10<sup>-4</sup> м/с; скорость перемещения суппорта станка до 0,06 м/с.

Известные в настоящее время тихоходные безредукторные электроприводы используют либо весьма многополюсные электродвигатели (СДТН—6300—60У4 : 2р-60, но работает машина от специального преобразователя частоты  $f=6,25 \text{ Гц}$ ; при  $f=50 \text{ Гц}$ , 2р=480), либо дуговые или линейные двигатели; в редких случаях — специальные двигатели, например, с катящимся ротором и др. Как многополюсные машины, так, особенно, дуговые или линейные тихоходные двигатели имеют неблагоприятные весовые показатели.

Значение отношения массы индуктора к усилию, создаваемому линейным (или дуговым) двигателем, составляет примерно 0,2 кг/Н при малых скоростях и около 0,4 кг/Н при больших скоростях. Тогда при  $v=1 \text{ м/с}$  имеем  $m=200 \text{ кг/кВт}$ , при  $v=0,1 \text{ м/с}$  около 2000 кг/кВт, а при  $v=100 \text{ м/с}$   $m'=4 \text{ кг/кВт}$ .

Довольно отработанный цилиндрический линейный микродвигатель НЭТИ имеет при ПВ=25 % мощность 36 Вт при массе в 9,8 кг ( $m_{\text{ПВ}=25\%}=270 \text{ кг/кВт}$ , что при ПВ=100 % соответствует  $m'=490 \text{ кг/кВт}$ ). Для высокого использования массы двигателя требуется высокая относительная скорость перемещения ротора, а у безредукторного тихоходного привода эта скорость мала. Это положение полностью относится и к многополюсным двигателям. Так, асинхронный двигатель АОЛ-22-2 с массой 8,9 кг при  $n=2800 \text{ об/мин}$  (2р=2) обеспечивает на валу 0,6 кВт ( $m' \approx 15 \text{ кг/кВт}$ ) и такого же типа двигатель АОЛ-22-4 с массой 8,6 кг имеет на валу мощность 0,4 кВт ( $m' \approx 21,5 \text{ кг/кВт}$ ) при  $n=1400 \text{ об/мин}$  (2р=4). Если бы эту машину удалось построить при  $n=280 \text{ об/мин}$  (2р=20), отношение  $m'$  вряд ли было бы меньше, чем 100—120 кг/кВт. Асинхронный серийный электродвигатель для привода рольгангов при  $n \approx 200 \text{ об/мин}$  имеет мощность 1 кВт при массе 390 кг (причем это не совсем безредукторный привод — замедляющая передача связывает ось двигателя с осью рольганга, вращающегося с частотой 50 об/мин). У большинства промышленных приводов редуктор по своей массе и стоимости намного превосходит электродвигатель [8].

Так в приводе барабанных вакуум-фильтров БОУ-10-26 и БОК-10-26 используется электродвигатель мощностью 2,2 кВт массой в 43 кг и стоимостью 35 руб. с редуктором массой в 565 кг стоимостью в 765 руб. и дополнительная передача массой 500 кг стоимостью 800 руб.; то же относится к приводам поворотных кранов, эскалаторов и многим другим.

В большом числе случаев, если рассматривать вопрос с точки зрения общего народнохозяйственного эффекта, необходимо учитывать совместно массу двигателя и массу всего редуктора, на что указывают, в частности, приведенные выше данные о стоимости. Например, для привода барабанных вакуумфильтров:  $m' = \frac{43 \text{ кг}}{2,1 \text{ кВт}} \approx 20,5 \text{ кг/кВт}$  для двигателя и  $m'' = \frac{43 + 565 + 500}{2,1} \approx 525 \text{ кг/кВт}$  для двигателя и полного редуктора, что хуже массогабаритных показателей без-

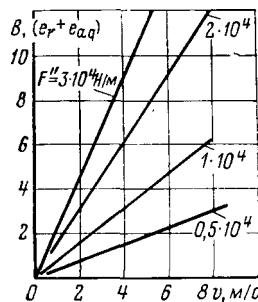


Рис. 1

редукторного привода соответствующей мощности при линейной скорости меньшей 1 м/с.

Но, если при этом подходе можно считать, что массогабаритные показатели обычного (редукторного) и линейного (безредукторного) привода одного и того же порядка, то по энергетическим показателям этого считать никак нельзя.

В ряде публикаций, в частности в [2], для отечественных и зарубежных линейных двигателей, работающих в диапазоне скоростей до 3 м/с, энергетический фактор для рассмотренных машин  $\eta \cos \varphi < 0,1$  и в ряде случаев  $\eta \cos \varphi \leq 0,03$ , а для серийных дугостаторных машин типа СД16 — СД400, при  $v=10 \div 15$  м/с  $\eta \cos \varphi \approx 0,18$ . В то же время не самый лучший двигатель совместно с не самым лучшим редуктором и для этих скоростей имеет энергетический фактор  $\eta_{\text{ред}} \cos \varphi \approx 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,8 \approx 0,65$ , что вдвадцать раз больше.

Не решается для ЛАД при этих скоростях и задача непосредственного включения в сеть промышленной частоты, так например, для привода поворотного крана на радиусе возможного размещения двигателя  $R=2,5$  м линейная скорость составляет  $v \approx 0,5$  м/с и, так как при безредукторном линейном двигателе имеет место соотношение  $v=2tf$ , то при  $f=50$  Гц полюсное расстояние  $\tau = \frac{0,5}{2 \cdot 50} = 0,005$  м, равное примерно рабочему воздушному зазору, требуемому для этого привода, но такой ЛАД невыполним. Решение возможно лишь при наличии преобразователя, снижающего частоту питающего тока в десятки раз. Принципиально возможно решение задачи построения без преобразователей (точнее — с коммутатором типа «отделенного коллектора») безредукторного низкоскоростного электропривода на основе ЛДПТ, у которого длина полюсного расстояния  $\tau$  может варьироваться в широких пределах. Рассмотрим возможности и проблемы такого электропривода.

Плохие массогабаритные показатели характерны, конечно, и для этого двигателя. Известная характеристика удельного объема активной части якоря на киловатт мощности (постоянная Арнольда) имеет вид:

$$\frac{D^2 l n}{P} = \frac{6,1 \cdot 10^3}{\alpha_i B_\delta A} = C_A \quad (10)$$

( $n$  — об/м;  $P$  — кВт).

В [7] для тяговых двигателей дается формула, связывающая массу двигателя с величиной  $D^2 l$ :

(для двигателей опорно-рамного исполнения)

$$m_{\text{д.т.}} = \frac{40}{V^p} D^2 l, \quad (11)$$

т. е.

$$\frac{m_{\text{д.т.}} n}{P} = \frac{40}{V^p} \frac{6,1 \cdot 10^3}{\alpha_i B_\delta A}. \quad (12)$$

Например, один из новых тяговых двигателей мощностью 900 кВт при  $n=715$  об/м,  $\alpha_i=0,74$ ,  $B_\delta \approx 1,04$  Т,  $A=530 \cdot 10^2$  А/м и  $2 p=6$  имеет по формуле (12):

$$m_{\text{д.т.}} = 4,366;$$

фактически же масса двигателя составляет 4500 кг (5 кг/кВт).

Рассмотрим возможность применения для такого привода отделенного коллектора (обычного типа в воздухе, с обычными щетками).

Для поворотного крана при  $v=0,5$  м/с,  $M=60$  кН·м двигатель может быть размещен на окружности (или многоугольнике с достаточно большим числом сторон) диаметром 2,5 м, т. е.  $F \approx 24$  кН при возможной общей длине  $L \approx 6,8$  м, т. е.  $F'' \approx 3,5 \cdot 10^3$  Н/м и по формуле (9а)  $e_r + e_{aq} = 7,5 \cdot 10^{-5} \cdot 3,5 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \approx 0,13$  В. Это позволяет при достаточно хорошей коммутации применить, например четырехвитковые секции, не превышая допустимые 0,7 В в нескомпенсированной э. д. с., еще более упростив коллектор. Следует напомнить, что в сравнении с зарубежными примерами и упоминавшейся нашей конструкцией с линейным коллектором вдоль линии движения, решение с отнесенными механически синхронизированными коллектором весьма существенно упрощает и удешевляет привод. В разбираемом случае вместо специально выполняемого плоского коллектора диаметром 5 м может быть применен коллектор обычной конструкции с врачающимися вокруг него щетками диаметром 0,3  $\div$  0,5 м.

Для получения при низкой скорости движения наибольшей э. д. с. применим простую волновую обмотку с числом параллельных ветвей  $2 a=2$ . Общее число проводов  $N$  определится из равенства  $EI=Fv$ . Имеем из (3):

$$B_{\text{cp}} = \alpha_i B_\delta (1 - k) \quad (13)$$

и из формулы

$$E = \frac{N}{2} B_{\text{cp}} l v \quad (14)$$

при  $B_{\text{cp}}=0,2$  Т,  $l \approx 1$  м и  $v=0,5$  м/с имеем  $N=20 E$ ; при одновитковых секциях число коллекторных пластин  $k=N/2=10 E$  и, например, при  $E=80$  В имеем  $k=800$ ; при  $w_c=4$  значение  $k=200$ . Если принять расстояние между центрами соседних пластин  $b_k=5$  мм, имеем  $\pi D_k=1$  м,  $D_k=0,32$  м.

В разбираемом типе применения нет необходимости в бесщеботочных полюсах (вторичная часть относительно невелика и размещена в обслуживаемом помещении), что позволяет увеличить  $B_{\text{cp}}$ , по крайней мере, вдвое за счет  $\alpha_i$ ,  $B_\delta$  и особенно  $(1 - k)$ , а это, в свою очередь, при тех же остальных данных позволяет еще примерно вдвое увеличить  $w_c$  — соответственно уменьшить число коллекторных пластин.

Но самое существенное для промышленных применений — это возможность размещения на вторичной части добавочных полюсов, что позволяет еще в несколько раз поднять значение  $e_r + e_{aq}$ . Таким образом, по крайней мере, для ряда ответственных и широко распространенных промышленных применений вариант с механически синхронизированным отнесенными коллектором технически осуществим и экономически целесообразен в отличие от рассмотренных транспортных применений.

Низкие скорости электродвигателя и энергетически, как уже было показано, весьма невыгодны. Выведем соответствующие соотношения для ЛДПТ и покажем, как для этой машины за счет некоторого ухудшения массогабаритных данных можно увеличить к. п. д.

Для низкоскоростных машин основными потерями являются потери в проводниковом материале:

$$P_m = I^2 R = 2a i_a^2 R_{\text{пп}} \frac{N}{2a} = i_a^2 R_{\text{пп}} N, \quad (15)$$

где

$$R_{\text{пп}} = \rho_{\text{гор}} \frac{l + l_{\text{л.ч.}}}{s_{\text{пп}}};$$

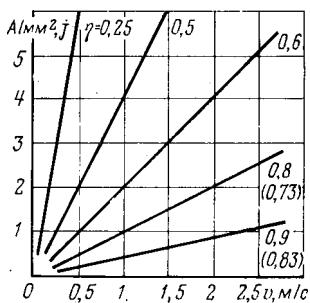


Рис. 2

$\rho_{гор}$  — удельное сопротивление материала в нагретом состоянии машины.

Для активной длины  $l_m$ , длины лобовой части  $l_{л.ч}$  и сечении провода  $s_{пр}$  ( $мм^2$ ) имеем, например, для меди  $\rho_{гор} \approx 0,02 \text{ Ом} \cdot \text{м}/\text{мм}^2$  при обычных температурах нагрева; для алюминия  $\rho_{гор} = 0,040 \text{ Ом} \cdot \text{м}/\text{мм}^2$  (для оценочного расчета можно принять  $l_{л.ч} \approx 1,5$  и  $K_{л.ч} = \frac{l + l_{л.ч}}{l} \approx 2,5$ ). Тогда

$$R_{пр} = \rho K_{л.ч} \frac{l_m}{s_{пр}}. \quad (16)$$

Если учитывать только потери в меди, то

$$\eta_a = \frac{EI}{UI} = \frac{E}{U}; E = \eta_a U; IR = (1 - \eta_a) U;$$

$$\frac{IR}{E} = \frac{i_a R_{пр} \frac{N}{2a}}{N/2a B_{ср} v} = \frac{1 - \eta_a}{\eta_a}. \quad (17)$$

Если учесть, что  $i_a = j s_{пр}$ , то из (16) имеем

$$\frac{1 - \eta_a}{\eta_a} = \frac{j K_{л.ч} \rho_{гор}}{B_{ср} v} \quad (18)$$

или

$$\eta_a = \frac{B_{ср} v}{j K_{л.ч} \rho + B_{ср} v}. \quad (19)$$

Так, для  $B_{ср} = 0,20$ ;  $v = 0,5 \text{ м/с}$ ;  $K_{л.ч} = 2,5$ ,  $\rho = 0,020 \text{ м} \cdot \text{мм}^2$  и  $j = 6 \text{ А}/\text{мм}^2$ ,  $\eta_a = 0,25$ .

Потери холостого хода  $\Delta P_0$  сравнительно невелики, но, если они все же составляют 7% потребляемой мощности, то окончательно  $\eta = 0,18$ ; при  $1 \text{ А}/\text{мм}^2$   $\eta_a \approx 0,67$  и  $\eta \approx 0,6$ . Кривые  $j = f(v)$  для нескольких  $\eta_a$  даны на рис. 2.

Для каждого заданного к. п. д.  $\eta_a$  при прочих равных условиях имеем линейную зависимость  $j$  от  $v$ , т. е. например для эскалатора при  $v \approx 1 \text{ м/с}$  имеем уже для  $\eta_a = 0,67$  ( $\eta \approx 0,6$ )  $j = 2 \text{ А}/\text{мм}^2$ ; при дальнейшем повышении скорости (более, например, 5 м/с) значение  $j$  уже ограничивается нагревом, системой охлаждения и т. п.

Выражение (19) удобнее записывать в виде:

$$1/\eta_a = 1 + \frac{j K_{л.ч} \rho}{B_{ср} v};$$

$$j = \frac{1 - \eta_a}{\eta_a} \frac{B_{ср} v}{K_{л.ч} \rho};$$

для принятых данных

$$j = 4v \frac{1 - \eta_a}{\eta_a}.$$

Так, для  $\eta_a = 0,8$  имеем  $j = v \text{ м/с}$  (при  $v \text{ м/с} > 6 \text{ м/с}$  возникают, как уже указывалось, другие ограничения на значение  $j$ ).

При использовании алюминия вместо меди имеем  $\rho_{гор} = 0,040 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}/\text{мм}^2$  и при тех же остальных данных  $j = 2v \frac{1 - \eta_a}{\eta_a}$ ; при  $\eta_a = 0,8$   $j = 0,5 v$ , например,  $j_{A1} = 3 \text{ А}/\text{мм}^2$  будет уже соответствовать  $v = 6 \text{ м/с}$ .

При значительных скоростях уже можно приблизиться к оптимальному соотношению потерь для заданного значения нагружки  $P_m = P_0$  и рассматривать соответствующую формулу:

$$\eta = \frac{UI - \Delta P_m - \Delta P_0}{UI} = 1 - 2 \frac{\Delta P_m}{P_0} = 1 - 2 \frac{IR}{U};$$

$$1 - \eta = 2 \frac{IR}{U} = 2\eta \frac{IR}{E};$$

$$\frac{IR}{E} = \frac{1 - \eta}{2\eta} = \frac{j K_{л.ч} \rho_{гор}}{B_{ср} v};$$

$$\frac{1 - \eta}{\eta} = 2 \frac{j K_{л.ч} \rho_{гор}}{B_{ср} v};$$

$$j = \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{B_{ср}}{2 K_{л.ч} \rho_{гор}} v.$$

При  $\eta = 0,8$  (это больший к. п. д., чем принято выше, где  $\eta_a = 0,8$ ) имеем  $j = 0,5 v$  и ограничения для  $j$  наступают лишь при  $v \geq 10 \text{ м/с}$  — ближе к транспортной задаче.

Естественно, что хотя малые значения  $j$  весьма положительно сказываются на надежности и долговечности обмоток, позволяют упростить и удешевить систему охлаждения и т. п. — снижение  $j$  при том же токе увеличивает сечение провода и соответственно массу машины.

Но, учитывая приведенный выше «запас» по массогабаритным показателям, можно полагать, что вполне возможно построить безредукторный линейный электропривод и для низкоскоростных промышленных применений, который бы и по массогабаритным показателям (соответственно капитальным вложениям) и по энергетическим показателям (соответственно основным эксплуатационным расходам) не уступал бы показателям комплектного редукторного электропривода, а по надежности существенно превосходил бы его.

**Выходы:** 1. Линейный электропривод транспортных средств с протяженным путем и относительно большими скоростями должен быть снабжен полупроводниковым преобразователем частоты и напряжения (при использовании асинхронных или синхронных двигателей) и полупроводниковым преобразователем-коммутатором при автосинхронном двигателе («постоянного тока»). Системы с «отнесенным коллектором» для этих применений не могут обеспечить удовлетворительной коммутации и не создают технико-экономических преимуществ, так как вводимый при этом коллектор с системой вращающихся щеток, снабженной дополнительным скользящим токопроводом и своим электроприводом с точной следящей системой только позволяет снизить мощность выходных ключей преобразователя, оставляя без изменения всю остальную часть преобразователя-коммутатора.

2. Для низкоскоростных, в основном промышленных устройств, применение «отнесенного коллектора» является вполне приемлемой альтернативой, особенно в тех случаях, когда в устройстве можно вращающиеся вокруг такого коллектора щетки связать с какой-

либо осью, механически обеспечивающей их синхронное перемещение вслед за движением перемещаемого рабочего органа. Там, где это конструктивно приемлемо, следует при этом отказаться от «полностью безобмоточного пути» (характерного для протяженного пути у транспортных устройств), установив на главных полюсах обмотки; введя, при необходимости, компенсационные обмотки и добавочные полюса.

3. Следует пересмотреть распространенное мнение о неудовлетворительных массогабаритных показателях безредукторного электропривода для низкоскоростных устройств. Эти показатели, действительно, намного хуже, чем соответствующие данные высокоскоростного двигателя, но вполне сравнимы (а в ряде случаев существенно лучше) с массогабаритными показателями редукторного электропривода, если учитывать массу и габариты не только двигателя, но и всего редуктора.

4. Низкоскоростной безредукторный электропривод при плотностях тока, определяемых ограничениями по нагреву, обладает низкими энергетическими показателями: его к. п. д. в несколько раз ниже, чем у редукторного электропривода (с учетом и к. п. д. редуктора). Но снижением плотности тока (с соответствующим увеличением массы обмотки) у линейного автосинхронного двигателя (постоянного тока) можно получить к. п. д., близкий к этому показателю у редукторного привода

при близких полных массогабаритных данных. Выбор оптимального значения плотности тока и в соответствии с формулами этой статьи выбор к. п. д. должен производиться при обязательном учете экономических факторов: стоимости электроэнергии за характерный период эксплуатации и затрат на двигатель, приведенные к тому же периоду. Формулы, выведенные в статье, показывают принципиальную возможность и пути получения довольно высоких к. п. д. и для низкоскоростного безредукторного электропривода.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свечарник Д. В. Возможности и проблемы применения линейного электропривода на электроподвижном составе — Электричество, 1978, № 11.
2. Свечарник Д. В. Линейный электропривод. — М.: Энергия, 1979.
3. Ижеля Г. И. и др. Асинхронные линейные электродвигатели. — Киев: Техника, 1975.
4. А. с. 511656 (СССР) Электрический двигатель/Д. В. Свечарник, Опубл. в Б. И. 1976, № 15.
5. А. с. 116512 (СССР). Однополюсный бесконтактный сельсин/Д. В. Свечарник. Опубл. в Б. И. 1958, № 12.
6. Свечарник Д. В. А. с. 117336 на «Коллекторный двигатель» с приоритетом от 13 авг. 1957 г. и зависимое от него а. с. № 327551 с приоритетом от 22.VI.70 г. — Б. И. № 5 за 1972 г.
7. Проектирование тяговых электрических машин/М. Д. Находкин и др. — М.: Транспорт, 1976.
8. Фридкин П. А. Безредукторный дугостаторный электропривод — Л.: Энергия, 1970.

[02.12.82]

~~~~~

УДК 621.372.001.24

## Об аналитическом методе исследования переходных процессов в нелинейных электрических цепях

КИМ ГИ-ШЕН, канд. техн. наук

Алма-Атинский энергетический институт

Дифференциальное уравнение, описывающее процесс в нелинейной цепи, состоящей из сопротивления  $R$  и нелинейной индуктивности, т. е. катушки с ферромагнитным сердечником (рис. 1), с начальным условием  $\psi(0)=0$ , запишется в виде

$$\frac{d\psi}{dt} + iR = f(t) = U_m \sin \omega t. \quad (1)$$

Магнитная характеристика катушки с ферромагнитным сердечником (рис. 2) аппроксимирована гиперболическим синусом:

$$i = n \operatorname{sh} \beta \psi, \quad (2)$$

где  $\psi$  — потокосцепление;  $i$  — переходный ток;  $n$  и  $\beta$  — числовые коэффициенты;  $U_m$  — амплитуда синусоидального напряжения;  $R$  — сопротивление катушки.

Исследуемая цепь присоединена к сети с синусоидальной кривой напряжения. С учетом (2) уравнение (1) перепишем следующим образом:

$$\frac{d\psi}{dt} + \alpha \operatorname{sh} \beta \psi = f(t) = U_m \sin \omega t, \quad (3)$$

где  $\alpha = Rn$ .

Выражение (3) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение, так как между потокосцеплением  $\psi$  и током существует нелинейная зависимость

(рис. 2). При наличии гармонической функции в правой части уравнения (3) решение задачи сопряжено с большими трудностями; невозможно применять методы разделения переменных, графического интегрирования, а также кусочно-линейной аппроксимации. Поэтому в данной работе было использовано уравнение Хилла. Произведем замену:

$$\vartheta(t) = \exp \left[ \frac{\alpha \beta}{2} \int_0^t e^{\beta \psi(\tau)} d\tau - \frac{\beta}{2} \int_0^t f(t) d\tau \right] \quad (4)$$

и прологарифмируем уравнение (4):

$$\ln \vartheta = \frac{\alpha \beta}{2} \int_0^t e^{\beta \psi(\tau)} d\tau - \frac{\beta}{2} \int_0^t f(t) d\tau.$$

Возьмем производную полученного выражения:

$$\frac{\vartheta'}{\vartheta} = \frac{\alpha \beta}{2} e^{\beta \psi} - \frac{\beta}{2} f(t).$$

Очевидно, что

$$\ln \left[ \frac{\vartheta'}{\vartheta} + \frac{\beta}{2} f(t) \right] = \ln \frac{\alpha \beta}{2} + \beta \psi,$$

откуда

$$\psi(t) = \frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{2}{\alpha \beta} \left[ \frac{\vartheta'}{\vartheta} + \frac{\beta}{2} f(t) \right] \right\}. \quad (5)$$

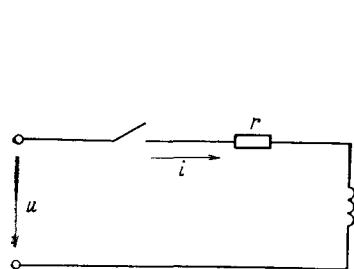


Рис. 1

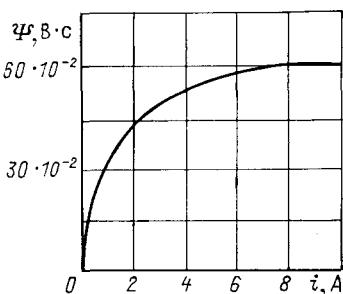


Рис. 2

Итак, найдено выражение искомой функции  $\psi(t)$ . Возьмем производную функции  $\psi$  по  $t$ :

$$\psi'(t) = \frac{1}{\beta} \frac{\left[ \frac{\vartheta''}{\vartheta^2} - \left( \frac{\vartheta'}{\vartheta} \right)^2 + \frac{\beta}{2} f'(t) \right]}{\left[ \frac{\vartheta'}{\vartheta} + \frac{\beta}{2} f(t) \right]}. \quad (6)$$

С учетом (5) гиперболический синус представим в виде

$$\alpha \sinh \beta \psi = \frac{\alpha}{2} \left\{ e^{1n \frac{2}{\alpha \beta} \left[ \frac{\vartheta'}{\vartheta} + \frac{\beta}{2} f(t) \right]} - e^{-1n \frac{2}{\alpha \beta} \left[ \frac{\vartheta'}{\vartheta} + \frac{\beta}{2} f(t) \right]} \right\}. \quad (7)$$

Подставив (6) и (7) в уравнении (3), после некоторого преобразования получим:

$$\vartheta'' + \left[ \frac{\beta}{2} f'(t) - \frac{1}{4} \beta^2 f^2(t) - \frac{\alpha^2 \beta^2}{4} \right] \vartheta = 0. \quad (8)$$

Для определения начального условия используем равенство (4):

$$\vartheta(0) = 1. \quad (9)$$

Из уравнения (5) и начального условия  $\psi(0) = 0$  имеем:

$$\psi(0) = \frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{2}{\alpha \beta} \left[ \frac{\vartheta'(0)}{\vartheta(0)} + \frac{\beta}{2} f(0) \right] \right\} = 0,$$

откуда с учетом (9) следует

$$\frac{2}{\alpha \beta} \left[ \vartheta'(0) + \frac{\beta}{2} f(0) \right] = 1.$$

Таким образом начальное условие первой производной  $\vartheta'(0)$  имеет вид:

$$\vartheta'(0) = \frac{\alpha \beta}{2} - \frac{\beta}{2} f(0) = \frac{\alpha \beta}{2}, \quad (10)$$

так как

$$f(0) = U_m \sin 0 = 0.$$

Подставив вместо производной функции  $f'(t)$  и самой функции  $f(t)$  их значения в (8), получим:

$$\vartheta''(t) + \left[ -\frac{\beta^2}{4} \left( \frac{U_m^2}{2} + \alpha^2 \right) + \frac{U_m \beta \omega}{2} \times \right. \\ \left. \times \cos \omega t + \frac{U_m^2 \beta^2}{8} \cos 2\omega t \right] \vartheta(t) = 0. \quad (11)$$

Чтобы применить общеизвестную теорию, произведем следующую замену:

$$\omega t = 2z; z = \frac{\omega t}{2}; \quad (12)$$

$$\vartheta(t) = \vartheta \left( \frac{2z}{\omega} \right) = u(z); \quad (13)$$

$$\vartheta'(t) = \frac{\omega}{2} \frac{du(z)}{dz}; \quad (14)$$

$$\vartheta''(t) = \frac{\omega^2}{4} \frac{d^2 u(z)}{dz^2}. \quad (15)$$

С учетом произведенной замены (12) — (15) уравнение (11) принимает вид относительно функции  $u(z)$ :

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} + \left[ -\frac{\beta^2}{\omega^2} \left( \frac{U_m^2}{2} + \alpha^2 \right) + 2 \frac{U_m \beta}{\omega} \cos 2z + \frac{U_m^2 \beta^2}{2\omega^2} \cos 4z \right] u(z) = 0. \quad (16)$$

При этом начальные значения новой функции и ее производной будут следующими:

$$u(0) = 1 — \text{из (9) и (13)}; \quad (17)$$

$$u'(0) = \frac{\alpha \beta}{\omega} — \text{из (10) и (14)}. \quad (18)$$

Теперь можно переписать уравнение (16):

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} + (\theta_0 + 2\theta_1 \cos 2z + 2\theta_2 \cos 4z) u(z) = 0, \quad (19)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \theta_0 &= -\frac{\beta^2}{\omega^2} \left( \frac{U_m^2}{2} + \alpha^2 \right); & \theta_1 &= \frac{U_m \beta}{\omega}; \\ \theta_2 &= \frac{U_m^2 \beta^2}{4\omega^2}; & \theta_k &= 0, k = 3, 4, \dots \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Итак, первоначальное нелинейное дифференциальное уравнение (1) преобразовано в линейное уравнение с периодически изменяющимися коэффициентами, т. е. в уравнение Хилла (19). Согласно известной теории решение уравнения (19) следует искать в виде:

$$u_0(z) = e^{\mu z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{2n\mu z}. \quad (21)$$

Подставив в (19) выражение второй производной (21) и выражение (21), имеем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\mu + 2n\mu)^2 b_n e^{(\mu + 2n\mu)z} + \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n e^{2n\mu z} \right) \times \\ \times \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{(\mu + 2n\mu)z} \right) = 0, \quad (22)$$

где

$$\theta_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n \cos 2nz = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n e^{2n\mu z}.$$

Сравнивая коэффициенты у одинаковых степеней  $e^{2n\mu z}$ , получаем систему уравнений относительно  $b_n$ :

$$[\mu + 2nj]^2 b_n + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \theta_m b_{n-m} = 0, \quad (23)$$

где  $\mu$  — характеристический показатель;  $n = \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots$

Практически целесообразно определить характеристический показатель  $\mu$  из следующего известного урав-

нения (24):

$$\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} j\mu \right) = \Delta(0) \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\theta_0} \right). \quad (24)$$

Так как для нашего случая

$$\theta_0 = -\frac{\beta^2}{\omega^2} \left( \frac{U_m^2}{2} + \alpha^2 \right) = -\frac{8^2}{314^2} \left( \frac{50^2}{2} + 0,52^2 \right) = 0,85,$$

то для расчета  $\mu$  удобнее несколько преобразовать уравнение (24) к виду

$$\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \mu \right) = -4 \Delta(0) \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{-0,815} \right) \quad (25)$$

или

$$\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \mu \right) = \Delta(0) \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} 0,902 \right). \quad (26)$$

Из решения уравнения (2) имеем  $n=0,131$  А (следовательно,  $\alpha=nR=4 \cdot 0,131=0,52$ ) и  $\beta=8 \frac{1}{B\delta}$ . Далее вся задача сводится к определению характеристического показателя  $\mu$  и коэффициентов  $b_n$ . Для расчета  $\mu$  из (26) найдем определитель  $\Delta(0)$  для ограниченного случая  $-(3, -2, -1, 0, +1, +2, +3)$ :

$$\Delta(0) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{-\theta_1}{6^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_2}{6^2 - \theta_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\theta_1}{4^2 - \theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{4^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_2}{4^2 - \theta_0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\theta_2}{2^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_1}{2^2 - \theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{2^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_2}{2^2 - \theta_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\theta_2}{0^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_1}{0^2 - \theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{0^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_2}{0^2 - \theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\theta_2}{2^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_1}{2^2 - \theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{2^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_2}{2^2 - \theta_0} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-\theta_2}{4^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_1}{4^2 - \theta_0} & 1 & \frac{-\theta_1}{4^2 - \theta_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\theta_2}{6^2 - \theta_0} & \frac{-\theta_1}{6^2 - \theta_0} & 1 \end{vmatrix} \quad (27)$$

$\theta_1 = \theta_{-1}$   
 $\theta_2 = \theta_{-2}$

Далее систему уравнений (23) преобразуем:

$$[(j\mu - 2n)^2 - \theta_0] b_n - \sum_{m=-2}^{+2} \theta_m b_{n-m} = 0, \quad (28)$$

где знак штрих у суммы обозначает пропуск члена, соответствующего значению  $m=0$ .

Уравнения системы (28) зависимые. Поэтому отбросим одно из них, например, уравнение с номером  $n=0$ , затем все члены, содержащие коэффициенты  $b_0$ , перенесем в правую часть уравнений (28) и решим систему уравнений относительно коэффициентов  $b_n$  для ограниченного случая ( $n=-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ ) через коэффициент  $b_0$ .

Система уравнений (28) записывается в виде

$$\begin{aligned} & [(j\mu + 6)^2 - \theta_0] b_{-3} - \theta_{-1} b_{-2} - \theta_2 b_{-1} + 0 + \\ & + 0 + 0 = 0; \\ & -\theta_1 b_{-3} + [(j\mu + 4)^2 - \theta_0] b_{-2} - \theta_1 + 0 + 0 + \\ & + 0 = \theta_{-2} b_0; \\ & -\theta_2 b_{-3} - \theta_1 b_{-2} + [(j\mu + 2)^2 - \theta_0] b_{-1} - \theta_{-2} b_1 + 0 + \\ & + 0 = \theta_{-1} b_0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0 + 0 - \theta_2 b_{-1} + [(j\mu - 2)^2 - \theta_0] b_1 - \theta_1 b_2 - \\ & - \theta_2 b_3 = \theta_1 b_0; \\ & 0 + 0 + 0 - \theta_1 b_1 + [j\mu - 4]^2 - \theta_0] b_2 - \\ & - \theta_1 b_3 = \theta_2 b_0; \\ & 0 + 0 + 0 - \theta_2 b_1 - \theta_1 b_2 + [(j\mu - 6)^2 - \theta_0] b_3 = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Поскольку коэффициенты  $b_n$  есть комплексные величины, то их следует представить в комплексной форме:

$$b_{-3} + jb_{-3}^{\prime \prime}, b_{-2} + jb_{-2}^{\prime \prime}, b_{-1} + jb_{-1}^{\prime \prime}, b_1 + jb_1^{\prime \prime}, b_2 + jb_2^{\prime \prime}, b_3 + jb_3^{\prime \prime}.$$

Если эти комплексные величины подставить в (29) и отделить вещественные части от мнимых, то после некоторого преобразования получим систему двенадцати уравнений, решением которой можно рассчитать коэффициенты  $b_n$ . После того как найдены коэффициенты  $b_n$  и характеристический показатель  $\mu$  по формуле (21) определяется функция  $u_0(z)$  тоже для ограниченного случая ( $n=-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ ):

$$u_0(z) = e^{\mu z} (1 + b_1 e^{j2z} + b_{-1} e^{-j2z} + b_2 e^{j4z} + b_{-2} e^{-j4z} +$$

$$+ b_3 e^{j6z} + b_{-3} e^{-j6z}) = e^{\mu z} [1 + 2b_1' \cos 2z + 2b_2' \cos 4z + \\ + 2b_3' \cos 6z] - e^{\mu z} [2b_1^{\prime \prime} \sin 2z + 2b_2^{\prime \prime} \sin 4z + \\ + 2b_3^{\prime \prime} \sin 6z], \quad (30)$$

$$\text{где } b_{-1}^{\prime \prime} = b_1^{\prime \prime}, b_{-1}^{\prime \prime \prime} = -b_1^{\prime \prime}, b_{-2}^{\prime \prime} = b_2^{\prime \prime}, b_{-2}^{\prime \prime \prime} = -b_2^{\prime \prime}, \\ b_{-3}^{\prime \prime} = b_3^{\prime \prime} \text{ и } b_{-3}^{\prime \prime \prime} = -b_3^{\prime \prime}.$$

Легко заметить, что если  $u_0(z)$  является решением, то  $u_0(-z)$  тоже является решением. Очевидно, что  $u_0(-z) = e^{-\mu z} [1 + 2b_1' \cos 2z + 2b_2' \cos 4z + 2b_3' \cos 6z] + e^{-\mu z} [2b_1^{\prime \prime} \sin 2z + 2b_2^{\prime \prime} \sin 4z + 2b_3^{\prime \prime} \sin 6z]$ . (31)

Тогда можно найти выражение для общего решения:

$$u(z) = C_1 u_0(z) + C_2 u_0(-z), \quad (32)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — производные постоянные, определенные из начальных условий (17) и (18):

$$\left. \begin{aligned} u(0) &= 1 = C_1 u_0(0) + C_2 u_0(-0); \\ u'(0) &= \frac{\alpha \beta}{\omega} = C_1 u_0'(-0) + C_2 [-u_0'(-0)], \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

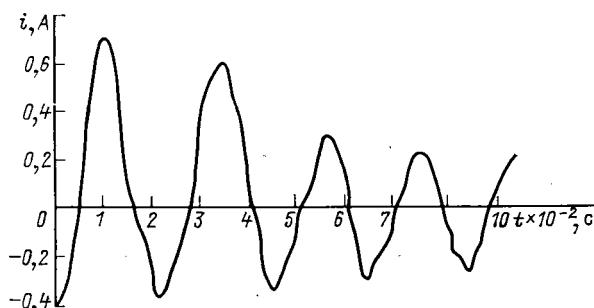


Рис. 3

где

$$u_0(0) = u(-0) = 1 + 2b'_1 + 2b'_2 + 2b'_3. \quad (34)$$

Чтобы найти начальные значения производных  $u'_0(0)$  и  $[-u''_0(-0)]$  сначала определим производные  $u_0(z)$  и  $[-u_0(-z)]$  из уравнений (30) и (31). Затем вместо  $z$  подставим нуль в полученные выражения и найдем  $u'_0(0)$  и  $[-u''_0(-0)]$ :

$$u'_0(0) = \mu(1 + 2b'_1 + 2b'_2 + 2b'_3) - (4b''_1 + 8b''_2 + 12b''_3); \quad (35)$$

$$[-u''_0(-0)] = -\mu(1 + 2b'_1 + 2b'_2 + 2b'_3) + (4b''_1 + 8b''_2 + 12b''_3). \quad (36)$$

Значения  $u_0(0)$ ,  $u_0(-0)$ ,  $u'_0(0)$ ,  $[-u''_0(-0)]$  из уравнений (34), (35), (36) подставим в уравнение (33) и найдем произвольные постоянные  $C_1$  и  $C_2$ . Далее опреде-

ляем функцию  $\vartheta(t)$ , зная, что

$$\vartheta(t) = u(z) = u\left(\frac{\omega t}{2}\right) \text{ и } \vartheta(t) = C_1 u_0\left(\frac{\omega t}{2}\right) + C_2 u_0\left(-\frac{\omega t}{2}\right). \quad (37)$$

Используя (30) и (31), находим

$$u_0\left(\frac{\omega t}{2}\right) \text{ и } u_0\left(-\frac{\omega t}{2}\right).$$

Затем определяем выражение для производной функции  $\vartheta(t)$ :

$$\vartheta'(t) = C_1\left[\frac{\omega}{2} u'_0\left(\frac{\omega t}{2}\right)\right] + C_2\left[-\frac{\omega}{2} u''_0\left(-\frac{\omega t}{2}\right)\right]. \quad (38)$$

Далее, подставив значения  $\vartheta'(t)$  из (37) и ее производной  $\vartheta'(t)$  из (38) в уравнение (5), находим значения первоначальной функции потокосцепления  $\psi(t)$  в зависимости от заданных значений времени  $t$ , а из (2) — значения переходного тока  $i(t)$ .

На рис. 3 приведена кривая изменения переходного тока  $i(t)$  в зависимости от времени  $t$ , рассчитанная на ЭВМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко Г. В. Уравнение Хилла и его применение в области технических колебаний. — М.: Изд. АН СССР, 1936.
2. Виттекер Э. Т., Ватсон Д. Н. Курс современного анализа. Ч. II. — М.: Физматгиз, 1963.
3. Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1977.
4. Основы теории цепей/Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. — М.: Энергия, 1975.

[27.04.83]

~~~~~

### ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ И ВЫСЫЛАЮТСЯ НАЛОЖЕННЫМ ПЛАТЕЖОМ КНИГИ

Магазин № 200 Москниги имеет в продаже и высыпает наложенным платежом (без задатка) следующие книги

**Владиславлев А. П., Мессерман А. С.** Электрическое моделирование динамики систем с распределенными параметрами. 1978. — 224 с. — В пер.: 75 к.

**Галактионов А. И.** Основы инженерно-психологического проектирования АСУТП. 1978. — 208 с. — В пер.: 1 р. 40 к.

**Райниш К.** Кибернетические основы и описание непрерывных систем. Пер. с нем. 1978. — 456 с. — В пер.: 1 р. 90 к.

**Миранцев Г. Я.** Ремонт автоматических приборов и регуляторов. — 2-е изд., перераб. и доп. 1980. — 224 с. — 60 к.

**Норкин К. Б.** Специализированные гибридные управляюще-вычислительные устройства. 1980. — 288 с. — В пер.: 1 р.

Заказы направлять по адресу: 121019, Москва, проспект Калинина, 25. Магазин № 200 — «Московский дом книги».

Магазин № 170 Москниги имеет в продаже и высыпает наложенным платежом (без задатка) следующие книги

**Аппаратурная реализация дискретного преобразования** Фурье/Ю. И. Евтеев, Б. И. Кущев, В. С. Пикулин и др. 1978. — 128 с. — 35 к.

**Ринкевичус Б. С.** Лазерная анемометрия. 1978. — 160 с. — 45 к.

**Сапожников К. А., Бершадский А. М., Пап В. Б.** Выбор и применение систем логических элементов ЭВМ. 1980. — 72 с. — (Б-ка по автоматике; Вып. 614). — 30 к.

Заказы направлять по адресу: 121096, Москва, ул. Василисы Кожиной, 10. Магазин № 170 Москниги.

## Снижение колебаний напряжения в автономных электроэнергетических системах

СМИРНОВ С. В., инж., РЕЗНИКОВ С. Б., БОЧАРОВ В. В., кандидаты техн. наук

Московский авиационный институт

Одним из факторов, влияющих на массо-энергетические и надежностные характеристики электрооборудования в автономных электроэнергетических системах (АвЭС) является качество электрической энергии. К наиболее существенным показателям качества электроэнергии относятся колебания напряжения сети, возникающие при коммутации нагрузок (асинхронных двигателей, нагревательных приборов и т. п.). В данной статье рассматривается устройство для снижения колебаний напряжения в АвЭС за счет обеспечения плавности подключения нагрузки к питающей сети, а также законы управления этим устройством, обеспечивающие требуемое качество электрической энергии и полученные с помощью математического моделирования АвЭС.

Наличие коммутационных колебаний напряжения связано с инерционностью системы возбуждения генератора.

Снижая скорость изменения потребляемого тока при коммутации нагрузок, можно существенно снизить величину колебаний напряжения сети. С этой целью рационально применить комбинированный коммутатор, а именно, контактор, зашунтированный встречно-параллельно включенными тиристорами или симисторами. Схема подключения индивидуального коммутатора представлена на рис. 1, а [1]. Наряду с применением индивидуальных коммутаторов можно использовать централизованный коммутатор, как показано на рис. 1, б. В этом случае при включении нагрузки (например  $z_1$ ) включается контактор  $K_2$ , симистор за счет изменения угла открытия плавно изменяет потребляемый ток от нуля до максимального значения, а после полного открытия полупроводникового ключа замыкается контактор  $K_1$  и размыкается контактор  $K_2$ . При отключении нагрузки замыкается контактор  $K_2$  и размыкается контактор  $K_1$ . Симистор снижает потребляемый ток от номинального значения до нуля, после чего происходит размыкание контактора  $K_2$ .

Электромеханические контакторы после полного открытия полупроводниковых ключей шунтируют их, тем самым снижая их тепловые потери, что позволяет отказаться от громоздких теплоотводов для полупроводниковых элементов. Например, максимальная температура корпуса тиристора во время испытаний опытного образца составляла  $65^{\circ}\text{C}$  при температуре окружающей среды  $20^{\circ}\text{C}$ .

Стремление к уменьшению времени коммутации нагрузки, а следовательно, и уменьшению тепловых потерь в полупроводниковых элементах ставит задачу определения закона управления комбинированным коммутатором, обеспечивающего требуемое качество электрической энергии при коммутации нагрузок. Требуемый закон управления определяется методом направленного перебора параметров с помощью математической модели, описывающей АвЭС (рис. 1, а), по мгновенным значениям токов и напряжений. При математическом моделировании были сделаны следующие допущения: магнитная цепь машины ненасыщена, параметры активно-индуктивной нагрузки постоянны во времени, коммутация вентиляй происходит мгновенно.

Уравнения Парка — Горева для генератора (с учетом направления осей, принятых в [2])

$$\left. \begin{aligned} P\psi_d &= U_d' + r'i_d - \psi_q; \\ P\psi_q &= -U_q' - r'i_q + \psi_d; \\ P\psi_f &= \frac{1}{T_{d0}} (U_f - i_f); \\ P\psi_{rd} &= -\frac{1}{T_{rd}} i_{rd}; \\ P\psi_{rq} &= -\frac{1}{T_{rq}} i_{rq}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{-\Psi_d \left( 1 - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}x_f} \right) + \Psi_f \left( 1 - \frac{x_{ad}}{x_{rd}} \right) +}{x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2 (x_d + x_h)}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} +} \\ &\quad + \frac{\Psi_{rd} \left( 1 - \frac{x_{ad}}{x_f} \right)}{\frac{x_{ad}^3}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}}}, \\ i_q &= \frac{\Psi_q - \Psi_{rq}}{x_q + x_h - \frac{x_{ad}^2}{x_{rq}}}; \\ i_f &= \frac{\Psi_d \left( \frac{x_{ad}^3}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \right) + \Psi_f \left( x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \right) +}{x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2 (x_d + x_h)}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} +} \\ &\quad + \frac{\Psi_{rd} \left( \frac{x_{ad}^2}{x_f} - \frac{x_{ad} (x_d + x_h)}{x_f} \right)}{\frac{x_{ad}^3}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}}}; \\ i_{rd} &= \frac{\Psi_d \left( \frac{x_{ad}^3}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \right) + \Psi_{rd} \left( x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \right) +}{x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2 (x_d + x_h)}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} +} \\ &\quad + \frac{\Psi_f \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} - \frac{x_{ad} (x_d + x_h)}{x_{rd}}}{\frac{x_{ad}^3}{x_{rd}x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}}}; \\ i_{rq} &= \frac{\Psi_{rq} (x_q + x_h) - \Psi_q \frac{x_{ad}^2}{x_{rq}}}{x_q + x_h - \frac{x_{ad}^2}{x_{rq}}}; \end{aligned} \quad (2)$$

$U_d'$ ,  $U_q'$  — напряжения на симистрах в координатах  $d$ ,  $q$ ;  $r' = r + r_h$  — суммарное активное сопротивление обмотки якоря и нагрузки;  $x_h$  — индуктивное сопротивление нагрузки.

Для связи  $d$ ,  $q$ -координат и фазных используются уравнения линейных преобразований:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_d \cos \tau - i_q \sin \tau; \\ i_B &= i_d \cos \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right) - i_q \sin \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right); \\ i_C &= i_d \cos \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right) - i_q \sin \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right); \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} U'_a &= \frac{2}{3} \left[ U'_A(i_A) \cos \tau + U'_B(i_B) \cos \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right) + \right. \\ &\quad \left. + U'_C(i_C) \cos \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right) \right]; \\ U'_q &= -\frac{2}{3} \left[ U'_A(i_A) \sin \tau + U'_B(i_B) \sin \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right) + \right. \\ &\quad \left. + U'_C(i_C) \sin \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\tau$  — текущее время,

При релейной аппроксимации вольт-амперной характеристики симистора можно получить неустойчивость решения из-за необходимости существенного дробления шага интегрирования.

Известна функция аппроксимации вольт-амперной характеристики тиристора [3]:

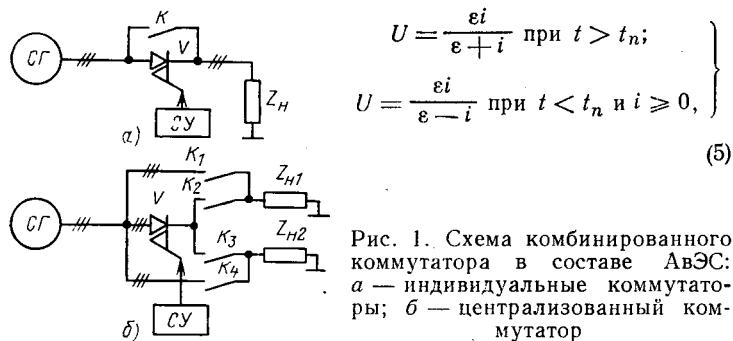


Рис. 1. Схема комбинированного коммутатора в составе АВЭС: а — индивидуальные коммутаторы; б — централизованный коммутатор

где  $t_n$  — момент включения тиристора;  $\varepsilon$  — величина, численно равная максимальному напряжению на открытом тиристоре и максимальному току утечки закрытого тиристора.

Однако несмотря на отсутствие изломов такая аппроксимация мало отличается от релейной, так как величина  $\varepsilon$  должна выбираться очень малой. В противном случае ток утечки закрытого тиристора, который также численно равен  $\varepsilon$ , будет намного больше реального значения.

С целью повышения устойчивости решения, а также приближения аппроксимирующей функции к реальной вольт-амперной характеристике симистора (или двух встречно-параллельных тиристоров) используем следующую функцию:

$$U'_{A, B, C}(i_{A, B, C}) = \frac{i_{A, B, C} \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \pm i_{A, B, C}}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_1$  — максимальное напряжение на открытом симисторе;  $\varepsilon_2$  — максимальный ток утечки закрытого симистора.

Устойчивость решения и приближение этой функции к реальной вольт-амперной характеристике объясняется разделением значений вертикальной и горизонтальной асимптот ( $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ ) гипербол, соответствующих указанным дробно-линейным функциям.

Алгоритм выбора знака в приведенном выражении представлен на рис. 2, где обозначено:  $n+1$  — номер полупериода э. д. с. генератора;  $T$  — момент прохождения э. д. с. генератора через нуль;  $t_k$ ,  $t_n$ ,  $t_m$  — моменты подачи импульса управления.

Фазные напряжения генератора:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= U'_A + x_h P_{i_A} + r_h i_A; \\ U_B &= U'_B + x P_{i_B} + r_h i_B; \\ U_C &= U'_C + x_h P_{i_C} + r_h i_C. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В тех случаях, когда операция дифференцирования нежелательна (особенно при использовании аналоговых вычислительных машин), расчет производительных фазных токов можно произвести по формулам:

$$\left. \begin{aligned} P_{i_A} &= \cos \tau (P_{i_d} - i_q) - \sin \tau (P_{i_q} + i_d), \\ P_{i_B} &= \cos \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right) (P_{i_d} - i_q) - \sin \left( \tau - \frac{2}{3} \pi \right) (P_{i_q} + i_d), \\ P_{i_C} &= \cos \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right) (P_{i_d} - i_q) - \sin \left( \tau + \frac{2}{3} \pi \right) (P_{i_q} + i_d), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_{i_d} &= \frac{-P \Psi_d \left( 1 - \frac{x_{ad}^2}{x_{2d} x_f} \right) + P \Psi_f \left( 1 - \frac{x_{ad}}{x_{rd}} \right) +}{x_d + x_h - \frac{x_{ad}^2 (x_d + x_h)}{x_{rd} x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} +} \\ &\quad + P \Psi_{rd} \left( 1 - \frac{x_{ad}}{x_f} \right) + \\ &\quad + 2 \frac{x_{ad}^3}{x_{rd} x_f} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \\ P_{i_q} &= \frac{P \Psi_q - P \Psi_{rq}}{x_q + x_h - \frac{x_{ad}^2}{x_{rq}}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В настоящее время наиболее распространенным типом системы регулирования напряжения синхронного генератора является статическая система, уравнение которой

$$P U_f = \frac{1}{T_{CB}} [U_{fx} + k (U_{TH} - U_f) - U_f], \quad (10)$$

где  $T_{CB}$  — постоянная времени системы возбуждения;  $U_{fx}$  — напряжение возбуждения генератора, соответствующее холостому ходу;  $U_{TH}$  — амплитуда номинального выходного напряжения генератора ( $U_{TH}=1$ );  $U_f$  — амплитуда выходного

Рис. 2. Алгоритм, реализующий математическую модель симистора

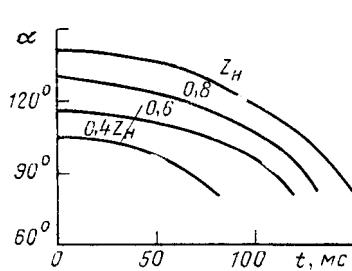
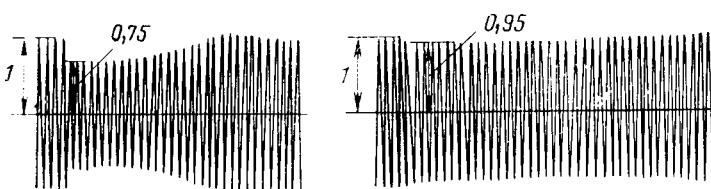


Рис. 3. Оптимальные законы управления комбинированным коммутатором

Рис. 4. Осциллограммы колебаний напряжения при коммутации номинальной нагрузки:  
а — без комбинированного коммутатора; б — с комбинированным коммутатором

напряжения генератора;  $k$  — коэффициент усиления регулятора.

Следует заметить, что определение величины  $U_g$  не является тривиальной задачей. Общепринятая формула для определения амплитуды выходного напряжения генератора

$$U_g = \sqrt{U_d^2 + U_q^2} \quad (11)$$

принципиально неверна для неустановившихся режимов и нелинейных нагрузок, так как имеет физический смысл только для синусоидальных функций фазных напряжений.

Под стабилизацией несинусоидального напряжения подразумевается стабилизация его действующего значения за период повторяемости. Поэтому амплитуду эквивалентного среднефазного напряжения генератора определяем как

$$U_g = \sqrt{\frac{2}{9\pi}} \left( \sqrt{\int_0^{\pi} U_A^2 d\tau} + \sqrt{\int_0^{\pi} U_B^2 d\tau} + \sqrt{\int_0^{\pi} U_C^2 d\tau} \right). \quad (12)$$

С помощью описанной математической модели были определены законы управления полупроводниковыми ключами комбинированного коммутатора для АвЭС с генератором мощностью 40 кВ·А и для различных мощностей коммутируемой нагрузки с  $\cos \phi = 0,6$ , что соответствует коммутации асинхрон-

ного двигателя, в реальной электроэнергетической системе. При этом значение провала напряжения составляло 5 % номинального напряжения сети. Полученные законы управления представлены на рис. 3.

Заданными (закрепленными) параметрами системы являются параметры генератора, коммутируемой нагрузки  $L$ ,  $R$  частота вращения, а также провал напряжения (5 %).

Аналогичные расчеты были проведены для серийного генератора авиационного преобразователя ПТ-6000 и коммутируемой нагрузки 0,8  $Z_h$ . Основные параметры генератора соответствовали паспортным данным, а величина  $T_{rd}$ ,  $T_{rq}$ ,  $x_{rd}$  и  $x_{rq}$  для эквивалентных демпферных контуров генератора определялись как среднестатистические по осциллограммам коротких замыканий (по известной методике).

Для определения приблизительной погрешности полученных результатов на ЭВМ использовалась экспериментальная установка на базе преобразователя ПТ-6000. Соответствующие осциллограммы при нагрузке 0,8  $Z_h$  представлены на рис. 4.

В результате математического моделирования и эксперимента было установлено, что при работе комбинированного коммутатора наблюдается некоторое ухудшение синусоидальности питающего напряжения. При этом максимальный коэффициент нелинейных искажений при коммутации номинальной нагрузкой составлял 8 %. Учитывая непродолжительность нелинейных искажений (не более 150 мс для используемого генератора), можно предположить, что практически вредного влияния на работу потребителей они не создадут. Следует отметить, что в АвЭС комбинированные коммутаторы следует использовать только в тех нагрузках, мощность которых соизмерима с мощностью генератора.

При использовании централизованного коммутатора каждой нагрузке может соответствовать свой закон управления комбинированным коммутатором или закон управления для наибольшей нагрузки.

**Выводы.** 1. Комбинированный коммутатор является достаточно эффективным средством для снижения колебаний напряжения при коммутации нагрузок в АвЭС.

2. Использование оптимальных законов управления комбинированным коммутатором позволяет не только снизить величину колебаний напряжения до допустимых значений, но и исключить тепловоды у полупроводниковых приборов при единичных коммутациях нагрузок.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бруфман С. С., Трофимов Н. А. Тиристорные переключатели переменного тока. — В кн.: Библиотека по автоматике. — М.: Энергия, 1969, вып. 331.
- Веретенников Л. П. Исследование процессов в судовых электроэнергетических системах. Теория и методы. — Л.: Судостроение, 1975.
- Математическое моделирование выпрямительно-емкостной нагрузки/В. В. Бочаров, Л. Е. Ломоносов, С. Р. Мизурина, С. Б. Резников — Электричество, 1976, № 9.

[13.01.83]

УДК 621.316.925

## Многофазные реле сопротивления и их сопоставление методом статистических испытаний

САУХАТАС А-С. С., канд. техн. наук,

ФАБРИКАНТ В. Л., доктор техн. наук, ШАБАНОВ В. А., канд. техн. наук

Рижский политехнический институт

Для защиты линий электропередач 110—220 кВ от коротких замыканий (к. з.) на землю в СССР в основном применяют токовые ступенчатые защиты нулевой последовательности [1], имеющие, однако, существенные недостатки, все более проявляющиеся с развитием и усложнением энергетических систем. Применение дистанционного принципа защиты ограничено главным образом низкими показателями технического совершенства реле сопротивления. Реле сопротивления классического исполнения включаются на токи и напряжения, соответствующие петле короткого замыкания, при этом основными факторами,

влияющими на функционирование реле, являются переходное сопротивление в месте к. з. и ток доаварийного режима. В случае применения дистанционного принципа при защите от к. з. на землю, сопровождающихся значительными переходными сопротивлениями, реле сопротивления указанного типа оказываются малопригодными как по селективности срабатывания при внутренних к. з., так и по селективности несрабатывания при внешних замыканиях [1].

За последние годы резко вырос интерес к многофазным реле сопротивления (МРС), основанным на сравнении (по фазе или

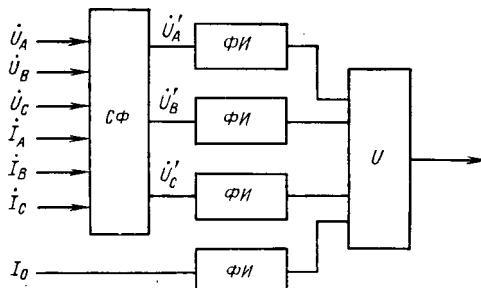


Рис. 1. Структурная схема МРС с регулируемой формой характеристики: форма характеристики меняется путем изменения параметров формирователей импульсов; СФ — схема формирования компенсированных фазовых напряжений; ФИ — формирователи импульсов; И — логический элемент

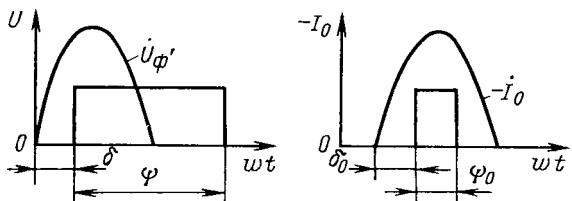


Рис. 2. Импульсы, формируемые формирователями импульсов:  
 $a$  — из  $\dot{U}_0'$ ;  $b$  — из  $i_0$

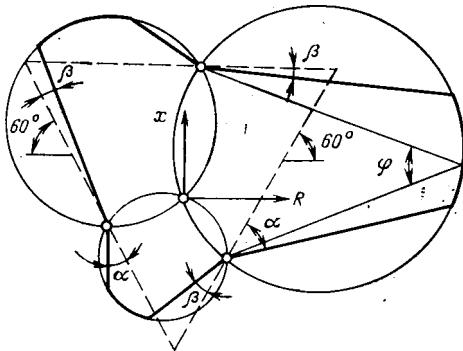


Рис. 3. Характеристика MPC по структурной схеме рис. 1

по амплитуде) нескольких электрических величин, сформированных из напряжений и токов всех трех фаз защищаемого объекта. Известно значительное число вариантов построения таких реле [2—5]. Эти реле по сравнению с однофазными обладают следующими основными особенностями: реагируют на к. з. нескольких видов; имеют лучшие характеристики по селективности при внешних коротких замыканиях. При этом их следует сравнивать с теми однофазными реле, которые включены на напряжение и токи неповрежденных фаз, так как неселективное действие этих реле при внешних коротких замыканиях вызывает неселективное действие защиты [2].

Сложность анализа, которая иногда упоминается как недостаток трехфазных реле, в равной мере относится и к анализу указанных однофазных реле.

Представляет интерес и разработка MPC, предназначенных для защиты от междуфазных к. з., так как однофазные реле сопротивления могут работать неправильно при наложении качаний на внешние к. з., а существующие блокировки при качаниях выводят реле из действия с задержкой. Данная статья базируется на примерах MPC, предназначенных для защиты от однофазных к. з. на землю и посвящена вопросам анализа, сопоставления и оптимизации этих устройств.

Алгоритмы функционирования и методы анализа многофазных реле сопротивления. Большинство из известных МРС использует в качестве сравниваемых электрических величин три компенсированных фазных напряжения:

$$\dot{U}'_{\Phi} = \dot{U}_{\Phi} - (I_{\Phi} + kI_0)Z_y, \quad (1)$$

где  $\dot{U}'_\Phi$  — компенсированное фазное напряжение,  $\dot{U}_\Phi$ ,  $\dot{I}_\Phi$ ,  $\dot{I}_0$  — фазное напряжение, фазный ток и ток нулевой последовательности соответственно;  $k$  — коэффициент компенсации. В ряде реле используется дополнительно и ток нулевой последовательности  $\dot{I}_0$ . Сравниваются указанные величины по фазе.

В основе всех МРС лежат простые по сути алгоритмы функционирования схем сравнения электрических величин. Производится или замер угла, охватывающего пучок векторов  $\vec{U}_\Phi$  и  $\vec{I}_0$ , или определяется порядок чередования векторов. Несколько более сложной выглядит математическая формулировка условий срабатывания. Как показано в [2], условия срабатывания (критерии срабатывания) схем сравнения могут быть сформулированы в виде системы алгебраических неравенств.

Наиболее широкие возможности представляет алгоритм сравнения по фазе трех компенсированных фазных напряжений вида (1) и тока нулевой последовательности. Структурная схема такого измерительного органа дана на рис. 1; рис. 2 поясняет функционирование формирователей импульсов, а на рис. 3 дана характеристика реле. Характеристика задается параметрами  $\alpha$ ;  $\beta$ ,  $\varphi$ , связанными с параметрами импульсов соотношениями:  $\alpha = \delta_0 + \varphi_0$ ;  $\varphi = 240^\circ - \psi$ ;  $\psi = 180^\circ + \delta_0$ . Характеристика построена при условии отсутствия тока доаварийного режима. Угол  $\psi$  наиболее удобно задавать введением задержки на выходе MPC [5]. Условия срабатывания схемы сравнения этого устройства можно записать в виде системы неравенств:

$$\arg \dot{E}_j + \delta_j < \arg \dot{E}_i + \delta_i < \arg \dot{E}_j + \delta_j + \psi_j, \quad (2)$$

где  $j = 1, 2, 3, 4$ ;  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $\dot{E}_j$ ,  $\dot{E}_i$  — сравниваемые по фазе синусоидальные электрические величины ( $\dot{E}_1 = \dot{U}_A'$ ;  $\dot{E}_2 = \dot{U}_B'$ ;  $\dot{E}_3 = \dot{U}_C'$ ,  $\dot{E}_4 = -k\dot{I}_0$ );  $\arg$  — угол комплексной величины;  $\delta_j$  и  $\psi_j$  — параметры импульсов, физическая суть которых ясна из рис. 2.

Для срабатывания МРС необходимо и достаточно, чтобы условие (2) выполнялось для всех  $j$  хотя бы при одном  $i$ . Условие (2) выполняется в случае, если  $j$ -й импульс начинается раньше и кончается позднее, чем начинается  $i$ -й импульс.

Условия срабатывания (2) и структурная схема рис. 1 обобщают ряд МРС, отличающихся между собой способами формирования импульсов из компенсированных фазных напряжений и тока  $I_0$  [2—4]. В частности, реле [3] и реле с треугольной характеристикикой [4] могут быть описаны условиями (2) и представлены структурной схемой рис. 1. Реле [3] формирует импульсы длительностью  $\pi$ , а реле [4] из величины  $kI_0$  — короткий импульс. Каждая из сравниваемых величин есть функция значительного числа переменных (удаленность к. з., переходное сопротивление, параметры, характеризующие режим энергосистемы и положение защищаемого объекта в энергосистеме). Следовательно, условия срабатывания (2) (заменяя знак неравенства на знак равенства) можно рассматривать как опи- сывающие границы области срабатывания в многомерном про- странстве параметров, влияющих на функционирование МРС.

Приняв целый ряд допущений [2], главными из которых являются неучет токов нагрузки в доаварийном режиме при анализе влияния переходного сопротивления в месте к. з. и неучет переходного сопротивления при анализе влияния токов нагрузки, можно свести анализ функционирования МРС к двумерному пространству, например, к традиционной для анализа дистанционных измерительных органов плоскости — плоскости сопротивления петли короткого замыкания, или к другим плоскостям. Такой достаточно громоздкий анализ позволяет получить качественные представления о влиянии главных факторов на функционирование МРС. К наиболее значительным достижениям, полученным указанным путем, следует отнести предложения о структуре улучшения МРС, к которым относится и МРС по схеме рис. 1, реализующее условия (2). Сложность анализа заставила вести поиск путей его автоматизации. Разработаны алгоритмы [6 и 7], позволяющие использовать ЭВМ для построения характеристик МРС в комплексной плоскости сопротивления. Однако они не снимают трудностей, связанных с выбором варианта построения МРС, с оптимизацией его параметров. Эти трудности обусловлены зависимостью характеристик от многих параметров и отсутствием однозначной связи между формой характеристики и эффективностью МРС. Во многом эти трудности снимаются при использовании описываемого ниже подхода к оптимизации устройств релейной защиты (УРЗ), основанного на статистических позициях и использовании метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) [8].

**Критерии эффективности многофазных реле сопротивления и пути их определения.** К устройствам релейной защиты предъявляется небольшое число основных требований [1]. Статистический подход позволяет поставить в соответствие этим требованиям небольшое число критериев эффективности вида:

вероятность отказа срабатывания при одном требовании срабатывания (внутреннем коротком замыкании)  $P_{отк}$ ;

вероятность излишнего срабатывания при одном требовании несрабатывания (внешнем коротком замыкании)  $P_{из.ср}$ .

Связь между названными критериями эффективности функционирования МРС и случайными и неслучайными факторами, влияющими на их работу, определяется функционалом вида:

$$P = \int \int \dots \int_{(D)}^n f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n, \quad (3)$$

где  $n$  — число влияющих факторов;  $x_i$  —  $i$ -й влияющий фактор;  $\int \dots \int$  —  $n$ -кратный интеграл;  $D$  —  $n$ -мерная область существования  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , неудовлетворяющих условию срабатывания при внутренних к. з. (в случаях определения  $P_{отк}$ ) или область существования  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , удовлетворяющих условию срабатывания при внешних к. з. (в случаях определения  $P_{из.ср}$ ).

Определив значения критериев эффективности указанного вида, следует выбрать вариант построения устройства, соответствующий минимальным значениям критериев. В ряде случаев этот выбор из-за отсутствия достаточной информации об ущербах, возникающих при неправильном функционировании реле, представляет собой сложную задачу. На первом этапе решения этой задачи, знание значений критериев позволяет отбросить неконкурентоспособные варианты (путем построения множества Парето [9]).

Для решения задачи сопоставления вариантов выполнения дистанционных измерительных органов в качестве глобального критерия эффективности возможно использование характеристики разброса (среднеквадратического отклонения или дисперсии) конца зоны рассматриваемого устройства [2]. Конец зоны рассматривается как случайная величина, принимающая при конкретном сочетании случайных факторов, влияющих на функционирование устройства, значение, равное длине отрезка линии, защищаемого данным устройством. Определение среднеквадратического отклонения конца зоны  $\sigma_3$  позволяет свести задачу сопоставления вариантов МРС к типу однокритериальных задач оптимизации и выбрать лучший вариант без привлечения информации об ущербах от неправильного функционирования МРС. При одном и том же значении среднеквадратического отклонения (дисперсия) уменьшение  $P_{отк}$  за счет увеличения  $P_{из.ср}$  или наоборот всегда возможно изменением уставки  $Z_y$  в (1). Определение среднеквадратического отклонения конца зоны сводится к вычислению интеграла типа (3) с усложненной подынтегральной функцией. Из-за сложности подынтегральной функции, высокой мерности интеграла, сложности математического описания области интегрирования использование выражений типа (3) как для определения вероятностей срабатывания, так и для критериев типа  $\sigma_3$ , возможно лишь для простейших случаев [10] либо становится возможным цену значительных допущений. Для вычисления же значений указанных критериев наиболее рационально использование метода статистических испытаний (Монте-Карло), реализуемого на ЭВМ.

**Метод статистических испытаний как инструмент анализа и оптимизации устройств защиты.** На рис. 4 дана структура алгоритма, состоящая из двух основных частей: 1) генератора совокупности случайных чисел, имеющих распределение, идентичное закону распределения параметров, определяющих функционирование МРС; 2) математической модели анализируемого МРС. При построении второго блока благодаря анализу работы МРС и УРЗ значительных затруднений не возникает. Отметим, что упрощению математических моделей МРС и УРЗ в целом, способствуют и достижения в области изготовления элементов радиоэлектроники, добротные параметры которых позволяют практически без погрешностей реализовать заданный алгоритм. Отмеченный факт приводит к тому, что при построении математических моделей функционирования УРЗ во многих случаях можно не считаться с температурными погрешностями, разбросом параметров и др., а ограничиваться лишь описанием самого алгоритма.

При необходимости учета этих факторов можно использовать имеющиеся данные о статистических свойствах указанных факторов, которые необходимы для построения генератора случайных чисел.

Для построения первого блока необходима информация о статистических свойствах случайных величин, влияющих на функционирование УРЗ. В случае, если производится оптимизация алгоритмов, указанными величинами являются токи и напряжения, подводимые к УРЗ. Получение такой информации при помощи регистрирующей аппаратуры затруднено. Эти затруднения возникают из-за низкой интенсивности повреждений защищаемых объектов. Кроме того, для анализа сложных защит требуется информация о статистических свойствах токов и напряжений в разных местах энергосистемы. Имеющиеся в энергосистемах регистрирующие осциллографы плохо приспособлены для сбора необходимой информации (большие погрешности при обработке осциллограмм). Все сказанное заставляет искать обходной путь. Таким может быть путь, основанный на использовании хорошо разработанной методики расчета токов и напряжений при повреждениях в энергосистеме.

В настоящее время эксплуатируются хорошо проверенные программы, позволяющие задать место и вид к. з. в сложной энергосистеме и определить токи и напряжения, подводимые к исследуемому УРЗ. Для этого случая в структурную схему анализа УРЗ методом статистических испытаний, приведенную на рис. 4, дополнительно вводится блок, ограниченный штриховой линией и представляющий собой математическую модель функционирования защищаемого объекта, описывающую функционирование однородных объектов, для защиты которых проектируется УРЗ, например, ВЛ определенного класса напряжения. Рассмотрим основные вопросы, связанные с построением специфического для рассматриваемого метода блока генератора системы случайных чисел, основанного на генерировании равномерно или нормально распределенных псевдослучайных чисел. Такие генераторы входят в состав библиотек стандартных программ. При помощи их можно получить (например, на основе метода Неймана [11]) случайные числа с произвольным законом распределения. Легко получить и случайные числа, подчиненные распределениям Джонсона [11], которые хорошо аппроксимируют разнообразные законы распределения.

**Статистические свойства величин, определяющих функционирование многофазных реле сопротивления.** Значительные трудности возникают при сборе и обработке статистических данных о параметрах энергетической системы, в которой находится защищаемый объект. В первую очередь это относится к переходным сопротивлениям в месте к. з. и особенно при замыканиях на землю. На основании обработки осциллограмм токов и напряжений в двух сторонах ВЛ при реальных к. з. сети 330 кВ ОДУ Северо-Запада была получена гистограмма переходных сопротивлений  $R_3$  в месте к. з. Она не противоречит гипотезе о том, что величина  $R_3$  подчиняется равномерному закону распределения в диапазоне от 0 до 15 Ом. Однако недостаточный статистический материал (50 осциллограмм) и значительные ошибки обработки осциллограмм не позволяют без

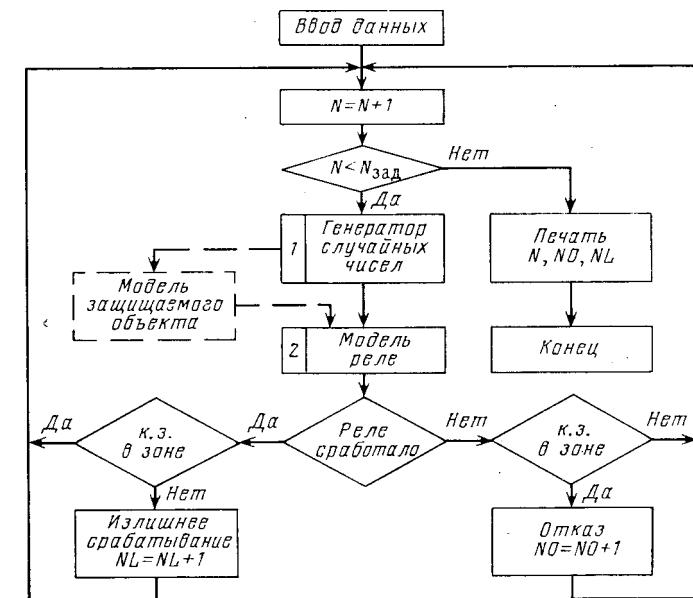


Рис. 4. Алгоритм проведения статистических испытаний МРС на ЭВМ

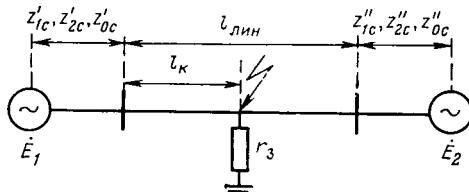


Рис. 5. Схема модели энергосистемы

оговорочно принять эту гипотезу. Величина  $l_k$  подчинена равномерному закону распределения [10], что достаточно обосновано как с теоретико-вероятностной, так и статистической точек зрения. В [10] показано, что во многих случаях равномерный закон распределения может быть принят и для описания распределения эквивалентных сопротивлений  $z_{1c}$ ,  $z_{2c}$ ,  $z_{0c}$  (см. рис. 5, где  $\Phi_c = \arg E_1/E_2$ ). Коэффициент корреляции между величинами  $z_{1c}$  и  $z_{2c}$  практически равен единице. Наблюдается сильная корреляционная связь и между величинами  $z_{1c}$  и  $z_{0c}$ . Коэффициент корреляции между этими величинами (полученный из статистических данных для ВЛ 330 кВ по ОДУ Северо-Запада) равен 0,74.

Качественный анализ режимов энергосистемы показывает, что между эквивалентными сопротивлениями систем сильной корреляционной связи не существует; на основании такого же анализа можно принять, что и  $\Phi_c$  распределен по равномерному закону в пределах статической устойчивости. Приведенные здесь данные о свойствах случайных величин, определяющих эффективность функционирования УРЗ, не являются вполне обоснованными со статистической точки зрения, могут и должны в дальнейшем уточняться. Отметим, что сильным аргументом в пользу принятия равномерного закона распределения для всех величин является учет влияния принятого допущения на результат расчета. Принятие указанного допущения эквивалентно требованию одинаково хорошей работы УРЗ при всех возможных сочетаниях значений влияющих факторов. Кроме того, выбор критериев, определенных согласно (3) с целью принятия оптимального решения, не является строгим. Более строгим было бы байесовское решение [12] (минимизирующее средние потери):

$$P = \min \iint_{(D)} \cdots \int^n L(x_1, x_2, \dots, x_n) f(x_1, x_2, \dots, x_n) \times dx_1, \dots, dx_n, \quad (4)$$

где  $L$  — функция, связывающая потери (возможно в денежном выражении) с режимом работы энергосистемы (включая и режимы без к. з.) и действием УРЗ. Невозможность определения  $L$  приводит к необходимости использования критериев вида (3), принятие которых в качестве критериев оптимизации эквивалентно с позиций байесовских решений, принятию гипотезы о том, что пространство интегрирования  $D$  можно разбить на такие подпространства, внутри которых  $L = \text{const}$ . При принятии этого, достаточно грубого (в случае небольшого числа подпространств, число которых сильно ограничено с точки зрения сложности принятия окончательного решения) допущения, вряд ли рационально предъявлять повышенные требования к точности определения плотности  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Кроме этого, отметим и известный в теории статистических решений результат [12], из которого следует, что байесовские решения относительно слабо зависят от точности задания плотности распределения системы случайных величин. Получены подтверждения об относительно низких требованиях к точности задания законов распределения случайных величин и расчетным путем. Были проведены испытания реле для различных поддиапазонов существования величин  $\Phi$ ,  $r_3$ . Во всех случаях независимо от поддиапазона лучшим оказалось одно и те же реле.

**Точность метода статистических испытаний.** Точность метода зависит от числа испытаний. При заданной точности число испытаний  $M$  определяется выражением [12]:

$$M = \frac{P(1-P)}{\varepsilon^2} \left[ \Phi^{-1} \left( \frac{1}{2} Q \right) \right], \quad (5)$$

где  $Q$  — достоверность расчетов;  $\varepsilon$  — абсолютная погрешность результата расчетов;  $P$  — вероятность моделируемого события (именно эта вероятность и определяется, однако для оценки числа испытаний можно задаться значением этой вероятности исходя из имеющегося опыта). В ходе расчетов значение  $P$  и

соответственно  $M$  уточняются). Из (5) видно, что число испытаний растет обратно пропорционально точности. Так, для  $Q=0,95$ ,  $\varepsilon=0,01$  и  $P=0,9$  получаем  $M=3500$ . Время, необходимое для проведения такого числа испытаний на ЭВМ ЕС-1022, колеблется в пределах минут. При решении задач оптимизации и сопоставления вариантов выполнения УРЗ, когда требуется многократное определение значений критериев эффективности, время решения задачи становится большим, что обуславливает необходимость применения приемов уточнения метода статистических испытаний.

При решении задач оптимизации и сопоставления УРЗ весьма эффективным является метод зависимых испытаний [13]. Эффективность этого метода определяется не только общими причинами, известными в теории методов статистических испытаний, но дополнительно и за счет того, что при организации зависимых испытаний моделируется одновременное испытание многих вариантов построения УРЗ; при этом появляются общие блоки — блок, генерирующий значения случайных величин, и блок, вычисляющий значения токов и напряжений в месте установки УРЗ. Однократная работа этих блоков требуется для определения значений критериев эффективности многих вариантов выполнения УРЗ. Существует возможность применения и метода введения статистических весов [13] для повышения точности расчетов.

На основе описанной методики и исходных данных, представленных ниже, проведены статистические испытания ряда МРС {2—5}.

| Параметр           | $Z_{1c}$ ,<br>$Z_{2c}$ ,<br>Ом | $Z_{0c}$ ,<br>Ом | $\arg Z_{0c}$ ,<br>рад | $\arg Z_{0c}$ ,<br>рад | $\Phi$ ,<br>рад | $r_3$ ,<br>Ом | $l_k/l_{\text{лин}}$ |
|--------------------|--------------------------------|------------------|------------------------|------------------------|-----------------|---------------|----------------------|
| Нижний предел      | 0,4                            | 0,2              | 1,22                   | 1,4                    | -1,04           | 0             | 0                    |
| Диапазон изменения | 20,0                           | 50               | 0,35                   | 0,17                   | 2,08            | 15            | 1                    |

Лучшие результаты получены для реле по структурной схеме, приведенной на рис. 1. Основные результаты расчетов иллюстрируются на рис. 6 для линий длиной: 10—20, 20—30, 30—40, 40—50 и 50—60 км. Результаты для указанных диапазонов обозначены соответствующими цифрами. Расчет вероятности срабатывания  $P_{cr}$  проводился для 8 поддиапазонов линии. Черным цветом показаны результаты испытания реле по структурной схеме рис. 1 с оптимизированными параметрами, которые отражены в таблице. В таблице даны и среднеквадратические отклонения конца зоны ОД — для реле с треугольной формой характеристики, бр — для реле регулируемой формой характеристики. С увеличением длины линии эффективность обоих реле сближается. Вероятность срабатывания при к. з., удаленность которых больше уставки ( $0,8 l_{\text{лин}} < l_k < l_{\text{лин}}$ ), для обоих реле примерно одинакова и не превышает 0,015. Измерительные трансформаторы тока и напряжения считались идеальными. Поиск оптимальных значений параметров МРС (длительность формируемых импульсов по рис. 2) проводился методом перебора (сканирования). Уставка реле в соответствии с рекомендациями 2 считалась заданной.

**Выводы.** 1. Сопоставление и оптимизация многофазных реле сопротивления относится к классу задач многокритериальной оптимизации высокой мерности.

2. Применение метода статистических испытаний позволяет уменьшить число критериев эффективности, избежать необхо-

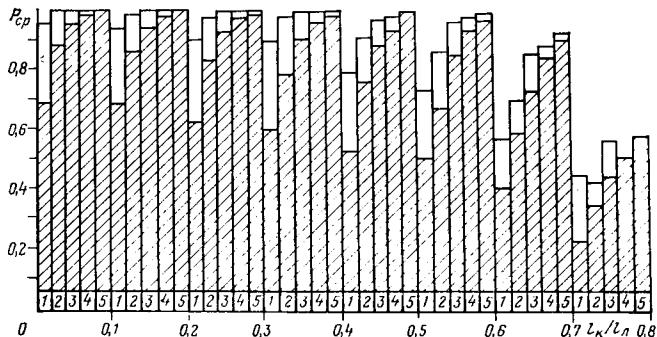


Рис. 6. Основные результаты испытаний МРС при коротких замыканиях в зоне

| № | Длина линии, км | Оптимальные параметры формы характеристики, град |   |    | Среднеквадратическое отклонение конца, зоны |                |
|---|-----------------|--------------------------------------------------|---|----|---------------------------------------------|----------------|
|   |                 | α                                                | β | φ  | σ <sub>p</sub>                              | σ <sub>Δ</sub> |
| 1 | 10—20           | 50                                               | 5 | 40 | 0,23                                        | 0,33           |
| 2 | 20—30           | 50                                               | 5 | 50 | 0,14                                        | 0,27           |
| 3 | 30—40           | 50                                               | 5 | 55 | 0,12                                        | 0,22           |
| 4 | 40—50           | 50                                               | 5 | 60 | 0,08                                        | 0,13           |
| 5 | 50—60           | 50                                               | 5 | 60 | 0,07                                        | 0,11           |

димости принятия грубых допущений, определить небольшое число критериев, в достаточно полной мере характеризующих техническое совершенство реле, а в случае сопоставления вариантов выполнения устройств — получить значения глобального критерия эффективности — среднеквадратического отклонения конца зоны.

3. Наибольшим препятствием к применению метода статистических испытаний к анализу работы МРС является трудность получения данных о статистических свойствах факторов, влияющих на их функционирование. В первом приближении законы распределения указанных факторов могут быть приняты равномерными.

4. Моделирование функционирования МРС показало, что наилучшими показателями из значительного числа известных вариантов обладает многофазное реле сопротивления с регулируемой формой характеристики (рис. 1). Оптимальная форма характеристики зависит от длины линии. При увеличении длины линии оптимальная форма характеристики приближается к треугольной. Зависимость параметров, характеризующих оптимальную форму характеристики от длины линии отражена в таблице.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем. — М.: Энергия, 1976.

2. Фабрикант В. Л. Дистанционная защита. — М.: Высшая школа, 1978.

3. Мутон Л., Суяр М. Быстродействующее реле сопротивления. — В кн.: Современная релейная защита. — М.: Энергия, 1970.

4. Аржанников Е. А. Многофазные реле сопротивления регулируемой чувствительностью к переходным сопротивлениям. — Электричество, 1977, № 8.

5. Рубинчик В. А. Сравнительная оценка чувствительности к переходным сопротивлениям измерительных органов защиты от замыканий на землю линий электропередач. — Электричество, 1973, № 12.

6. Эль-Хадиди М. А. Некоторые вопросы анализа работы реле сопротивления. — Электричество, 1979, № 12.

7. Монахан Н. Анализ поведения реле при однофазном коротком замыкании через высокое переходное сопротивление в системах 110 кВ с глухозаземленными нейтралями. — В кн.: Релейная защита и противоаварийная автоматика/Под ред. В. М. Ермоленко и А. М. Федосеева. — М.: Энергия, 1978.

8. Гачук В. Г., Саухатас А. С. Применение метода Монте-Карло для анализа работы устройств релейной защиты. — Изв. вузов. Энергетика, 1975, № 7.

9. Вентцель Е. С. Исследование операций. — М.: Советское радио, 1972.

10. Якоб Д. Вероятностный подход к оценке технического совершенствования к расчету характеристики устройств релейной защиты. — Электричество, 1974, № 7.

11. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. — М.: Мир, 1969.

12. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. — М.: Мир, 1974.

13. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)/Н. П. Бусленко, Д. И. Голенко, И. М. Соболь, Срагович В. Г., Шнейдер Ю. А. и др. М.: Физматгиз, 1962.

[20.11.80]

~~~~~

УДК 621.33:621.3.013.7.001.24

## Расчет индуктированного напряжения в однопроводной линии, проложенной между железнодорожными путями

СУМИН А. Р., канд. техн. наук

Омский институт инженеров железнодорожного транспорта

Прокладка железнодорожного магистрального кабеля связи в междупутье обусловливает необходимость разработки методики расчета индуктированного напряжения в цепи «жила — земля». Кроме того, отдельные положения широко распространенной методики количественной оценки электромагнитного влияния тяговой сети переменного тока на однопроводные линии нуждаются в корректировке [1].

Индуктированное напряжение в однопроводной линии, имеющей определенную ширину сближения с полотном железной дороги, описывается выражением [2]:

$$U = i_z z_{\varphi} S_p L. \quad (1)$$

Здесь  $i_z$  — результирующий влияющий ток тяговой сети двухпутного участка, А;  $z_{\varphi}$  — взаимное погонное сопротивление между эквивалентным влияющим проводом и однопроводной линией, Ом/км;  $S_p$  — коэффициент экранирующего действия рельсов двухпутного участка;  $L$  — длина сближения однопроводной линии с тяговой сетью, км.

Величина  $z_{\varphi}$  определяется по формуле Ф. Поллячека, приведенной в [1]. Реальный коэффициент экранирующего действия рельсов двухпутного участка вычисляется по формуле [3]:

$$S_p = 1 - z_{\text{пр}}/z_{\text{р. эл}} (z_{\text{р. эл}} + z_{\text{р. эл}})/z_{\text{к10}} + z_{\text{к20}}, \quad (2)$$

где  $z_{\text{пр}}$  — взаимное сопротивление между эквивалентным влияющим проводом и эквивалентным рельсом, Ом/км;  $z_{\text{р. эл}}$ ,  $z_{\text{р. эл}}$  — взаимные погонные сопротивления между эквивалентными рельсами первого, второго путей и однопроводной линией, Ом/км;  $z_{\text{к10}}$ ,  $z_{\text{к20}}$  — взаимные погонные сопротивления между контакт-

ной сетью первого, второго путей и однопроводной линией Ом/км (рис. 1).

В основу формулы (1) положено допущение о возможности замены влияющих проводов и экранирующих рельсов двухпутного участка одним эквивалентным проводом и одним эквивалентным рельсом. В том случае, когда однопроводная линия расположена в полосе отчуждения железной дороги, такая модель вполне правомерна. Однако при прокладке кабеля связи в междупутье выявляется несоответствие математической модели реальной схеме замещения многопроводной системы контактной «сеть — рельсы — кабель связи».

Правомерность формулы (1) применительно к однопроводной линии в междупутье можно установить сопоставив результаты расчета индуктированного напряжения по ней со строгим решением, предложенным Р. Н. Калякиным [4]. Выражение, описывающее индуктированное напряжение в однопроводной линии в междупутье (рис. 1) с учетом влияния каждого из путей в отдельности и компенсирующего действия тока в рельсовых нитях двухпутного участка, имеет вид [4]:

$$U = L (i_1 z_{\text{к10}} + i_2 z_{\text{к20}}), \quad (3)$$

где  $i_1$ ,  $i_2$  — токи контактных сетей первого и второго путей, А;  $z_{\text{к10}}$ ,  $z_{\text{к20}}$  — эквивалентные погонные взаимные сопротивления между однопроводной линией в междупутье и контактными сетями первого и второго путей, Ом/км;

$$z_{\text{к10}} = z_{\text{к10}} + \mu_{11} z_{\text{р110}} + \mu_{21} z_{\text{р210}} + \mu_{12} z_{\text{р120}} + \mu_{22} z_{\text{р220}}; \quad (4)$$

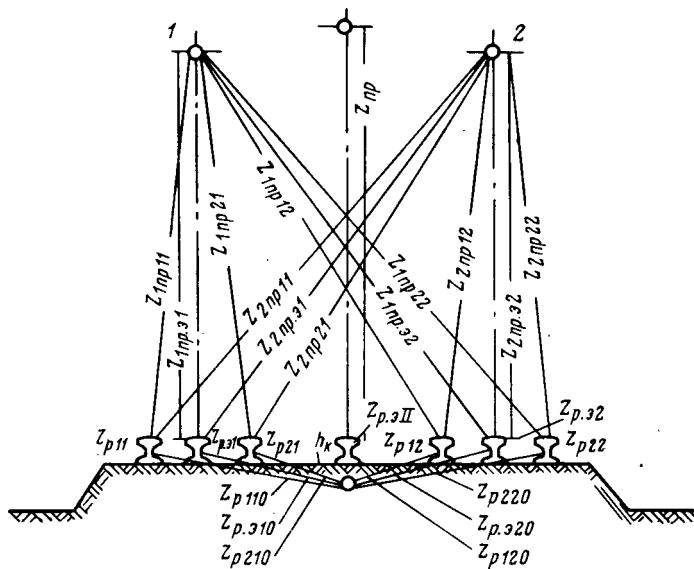


Рис. 1. Схема взаимных влияний в многопроводной системе «контактная сеть — рельсы двухпутного участка — однопроводная линия»

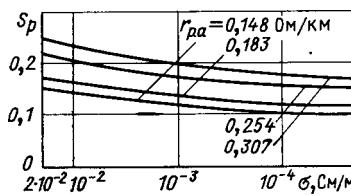


Рис. 2. Зависимость коэффициента экранирующего действия рельсов двухпутного участка от их активного со- противления переменному току и удельной проводимости земли применительно к однопроводной линии в между-  
путье ( $a_m = 4,1$  м)

$$z_{2k_0} = z_{2k_0} + \mu_{11}'' z_{p11_0} + \mu_{21}'' z_{p21_0} + \mu_{12}'' z_{p12_0} + \mu_{22}'' z_{p22_0}. \quad (5)$$

Здесь  $z_{1k,0}$ ,  $z_{2k,0}$  — погонные взаимные сопротивления между однопроводной линией и влияющими проводами первого и второго путей, Ом/км;  $z_{pj,k}$  — погонные взаимные сопротивления между однопроводной линией в  $k$ -м рельсом  $j$ -го пути, Ом/км;  $\mu_{11}, \dots, \mu_{22}$  — относительные значения индуцированного тока в каждой из рельсовых нитей двухпутного участка.

Формула (3) позволяет учесть влияние каждого из элементов многопроводной системы «контактная сеть — рельсы — однопроводная линия» при строго фиксированном их положении в пространстве (рис. 1). Основная трудность при вычислении индуктированного напряжения в однопроводной линии по формуле (3) состоит в определении  $\mu_{11}, \dots, \mu_{22}$ . Эти значения находятся при решении двух систем уравнений равновесия, каждая из которых включает в себя четыре неизвестные комплексные величины. Выражение (3) можно использовать в инженерной практике при расчете индуктированного напряжения в однопроводной линии на ЦВМ.

Выражение (3) и уравнения равновесия [4] включают в себя все факторы, определяющие электромагнитные процессы в системе «контактная сеть — рельсы» и обусловливающие индуктированное напряжение в цепи «провод — земля». Вместе с тем формула (3) позволяет описать индуцированное напряжение в однопроводной линии как при совокупном влиянии двух путей, так и каждого пути в отдельности.

Математическая модель [4] существенно упрощается, если рельсовые нити каждого из путей заменить их эквивалентными рельсами. При этом условии схема замещения реальной физической модели «контактная сеть — рельсы» двухпутного участка практически не меняется (см. рис. 1), однако формула (3) преобразуется [1]:

$$\dot{U} = L \left[ I_1 (z_{1\kappa,0} - \mu_{13} z_{p,310} - \mu_{23} z_{p,320}) + I_2 (z_{\kappa 20} - \mu_{13} z_{p,310} - \mu_{23} z_{p,320}) \right]. \quad (6)$$

Здесь  $\mu_{13}, \dots, \mu_{23}''$  — относительные значения тока, индуциро-

ванного в эквивалентных рельсах первого и второго путей. В силу симметрии системы  $\mu_{13} = \mu_{23}$  и  $\mu'_{13} = \mu'_{23}$ . Значения  $\mu_{13}$  и  $\mu'_{23}$  определяются по выражениям [5]:

$$\mu_{1\alpha} = z_{p2\alpha} z_{1\text{pr}1\alpha} - z_{1\text{pr},\alpha} z_{p,\alpha 12} / \Phi; \quad (7)$$

$$\mu_{23} = z_{p13} z_{1np,32} - z_{1np,31} z_{p,r312} / \Phi, \quad (8)$$

где  $z_{1\text{пр.}\varphi_1}$ ,  $z_{2\text{пр.}\varphi_2}$  — взаимные погонные сопротивления между влияющими проводами первого и второго путей и их эквивалентными рельсами,  $\text{Ом}/\text{км}$ ;  $z_{\varphi_1\varphi_2}$  — взаимное погонное сопротивление между эквивалентными рельсами смежных путей,  $\text{Ом}/\text{км}$ ;  $z_{\varphi_1}$ ,  $z_{\varphi_2}$  — полное продольное сопротивление эквивалентных рельсов первого и второго путей переменному току,  $\text{Ом}/\text{км}$ ;  $\Phi = z_{\varphi_1}z_{\varphi_2} - z_{\varphi_1\varphi_2}^2$ .

Достоинством формулы (6) является меньшее количество предварительных расчетных операций. При этом отпадает необходимость в решении сложной системы уравнений равновесия [4], поскольку значения  $\mu_{1e}$  и  $\mu_{2e}$  находятся из сравнительно простых выражений (7) и (8). Одновременно сохраняется присущая формуле (3) способность описывать индукированное напряжение в зависимости от расположения нагрузки на одном из путей, или одновременно на каждом из них.

Анализируя структуру построения формул (1), (3) и (6), нетрудно установить, что при постоянстве ширины и длины сближения трассы однопроводной линии с тяговой сетью, удельное сопротивление земли  $\rho$ , влияющего тока  $i_{\Sigma} = i_1 + i_2$ , неопределенным параметром является полное продольное сопротивление рельсовых нитей переменному току  $z_p$ . Как известно [6], активное сопротивление рельсовой нити однозначно зависит от тока в ней. В свою очередь полное продольное сопротивление рельса адекватно предопределяет относительный индуцированный ток в нем  $\mu$ , обуславливающий экранирующее действие. Следовательно, точность расчета индуцированного напряжения в однопроводной линии в междупутье по формулам (1), (3), (6) в значительной мере зависит от достоверности определения активного сопротивления рельсовой нити переменному току [1]. Тем не менее, действующая методика расчета индуцированного напряжения в однопроводной линии [2] основывается на использовании абсолютных значений реальных коэффициентов экранирующего действия рельсов без учета действительного активного сопротивления переменному току. В то же время расчет реального коэффициента рельсов двухпутного участка по формуле (2), результаты которой иллюстрируют графики на рис. 2, показывает, что при изменении величины  $gr_a$  от 0,148 до 0,307 Ом/км верхнее и нижнее значения коэффициента экранирующего действия рельсов отличаются между собой на 62%. Индуцированные напряжения в однопроводной линии изменяются в этом случае от 857 до 1388 В.

Аналогичное явление наблюдается и при вычислении индуцированного напряжения в однопроводной линии по формулам (3) и (6). Если активное сопротивление рельсовой нити колеблется в пределах от 0,148 до 0,307 Ом/км, то продольное сопротивление одного рельса переменному току увеличивается на 23,8 %. При этих же условиях эквивалентное сопротивление двух рельсов возрастает всего на 12,4 %. Объясняется это тем, что при параллельном соединении рельсов превалирует сопротивление взаимоиндукций.

Полное продольное сопротивление рельсовой нити оказывает существенное влияние на относительное значение тока, индуцированного в рельсах, как это показано на рис. 3. Значения  $\mu_{11}, \dots, \mu_{22}$ , полученные при решении системы уравнений равновесия [4] (рис. 3, a), и  $\mu_{13}, \dots, \mu_{23}$ , вычисленные по формулам (7) и (8) (рис. 3, б), линейно зависят от активного сопротивления рельсов. При возрастании активного сопротивления рельсов в два раза разброс абсолютных значений  $\mu_{13}, \dots, \mu_{23}$  составляет 9,42, ..., 11,35 %. По мере роста активного сопротивления рельсов переменному току происходит уменьшение величины  $\mu$ , что обуславливает снижение их экранирующего действия. Однако при постоянстве значения  $r_p$  ухудшение проводимости земли приводит к увеличению защитного действия рельсов, поскольку индуцированный ток в них возрастает.

Расчеты по формулам (1), (3) и (6) с использованием ЦВМ позволили установить, что между индуктирувшим напряжением в однопроводной линии и величиной  $r_p$  и удельной

Величины	$r$	$a$	$b$
$I'_{p1}$	0,9960	-1,92	0,1672
$I''_{p1}$	0,9965	-4,1	0,159
$I'_{p2}$	0,9970	3,705	0,1266
$I''_{p2}$	0,9980	-1,125	0,1331

проводимостью земли  $\sigma$  существует линейная зависимость (см. рис. 4). Разброс в значениях индуктированного напряжения при его вычислении по формуле (3) достигает 57 %, если активное сопротивление рельсов изменяется от 0,148 до 0,307 Ом/км. При этих же условиях отклонение нижнего и верхнего значений индуктированных напряжений, при расчете по формуле (6), составляет 54,35 %. Упрощенная формула (6) завышает на 2,5—4,2 % значения индуктированного напряжения по сравнению со строгим решением (3).

Необходимым условием при расчете индуктированного напряжения в однопроводной линии в междупутье является установление индуктированного тока в рельсовых нитях двухпутного участка. Пренебрежение их активным сопротивлением приводит к погрешности, достигающей 62 % и более.

Приближенно индуктированный ток в рельсовых нитях двухпутного участка можно определить используя графики рис. 3. Более достоверно значения индуктированных токов в рельсовых нитях возможно установить только при известном законе распределения влияющего тока тяговой сети. Именно это обстоятельство обусловило организацию и проведение экспериментального исследования электромагнитного влияния тяговой сети двухпутного участка на однопроводные линии. Для экспериментальных исследований в междупутье был проложен вспомогательный провод длиной 1000 м. Точка измерений индуктированных токов в рельсовых нитях и напряжения в однопроводной линии находилась на расстоянии более 5 км от тяговой подстанции. Фидерная зона длиной 50 км имела одностороннее питание. Измерения влияющего тока тяговой сети выполнялись на подстанции по образцовым амперметрам (класс точности 0,5). Полевые измерения тока и напряжения в однопроводных линиях осуществлялись стрелочными приборами (класс точности 0,5—1). Снятие показаний приборов в полевых условиях и на подстанции производилось синхронно<sup>1</sup>.

В результате независимых наблюдений, число которых  $N=422$ , получен вариационный ряд с размахом тока тяговой нагрузки от 50 до 1120 А. Математическое ожидание влияющего значения тока  $m_I=468$  А, а его среднее квадратическое отклонение  $\sigma_I=89,2$  А. Теоретическое сглаживание статистического ряда осуществлено с помощью нормального закона распределения плотности вероятностей тока тяговой сети. Проверка по критериям согласия Пирсона и Колмогорова подтвердила правомерность принятой гипотезы. Вероятность попадания случайной величины  $I_{\Sigma}$ , подчиненной нормальному закону, на заданный участок в границах от  $I_{\Sigma 1}$  до  $I_{\Sigma 2}$  включительно ( $I_{\Sigma 1} < I_{\Sigma} < I_{\Sigma 2}$ ) описывается интегральной формулой Муавра—Лапласа [7]. Ее использование позволило определить вероятность того, что влияющий ток тяговой сети при одностороннем питании фидерной зоны не превышает 1000 А,  $P(0 < I_{\Sigma} < 1000)=0,99985$ .

Таким образом, экстремальное значение эквивалентного влияющего тока тяговой сети двухпутного участка при вынужденном режиме ее работы составляет 1000 А, если на фидерной зоне протяженностью 46,1 км находятся одновременно в движении 10—12 поездов.

Профиль участка железной дороги, на котором проводились измерения, характеризуется затяжным подъемом в одну сторону и спуском в другую. Поэтому один из путей был более загруженным, что в значительной мере определило неравномерность распределения индуктированного тока в рельсовых нитях. На двухпутном грунтопрояженном участке уложены рельсы тяжелого типа Р65 на щебеночном балласте. Рельсы и шпалы чистые. Имеются приварные электрические стыковые соединители.

Максимальные индуктированные токи наблюдались в наружном рельсе нечетного пути. В результате измерений получен статистический ряд ( $N=140$ ) с размахом индуктированного

тока в рельсовой нити от 6 до 155 А, доверительная вероятность которого составляет 0,75 при ошибке 0,05 [7]. Математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение индуктированного тока в рельсовой нити равны соответственно  $m_{I_p}=84,4$  А и  $\sigma_{I_p}=14,7$  А. Теоретическое сглаживание эмпирических частот выполнено с помощью нормального закона. Проверка по критериям Пирсона и Колмогорова подтвердила правомерность принятой гипотезы. Распределение индуктированных токов в смежных рельсовых нитях двухпутного участка также описывается нормальным законом.

Функциональная зависимость между двумя переменными величинами  $I_{\Sigma}$  и  $I_p$  характеризуется тем, что каждому значению одной из них соответствует вполне определенное значение другой. Степень тесноты линейной зависимости между случайными величинами  $I_{\Sigma}$  и  $I_p$  выразим посредством коэффициента корреляции. Расчет на ЦВМ по методике [7] позволил установить коэффициенты корреляции индуктированных токов в рельсовых нитях двухпутного участка, а также коэффициенты уравнения линейной регрессии первого порядка  $I_p=a+b I_{\Sigma}$ , численные значения которых приведены в таблице.

Зная влияющий ток тяговой сети, можно определить вероятное значение индуктированного тока в рельсовых нитях двухпутного участка, используя при этом то или иное уравнение с учетом его коэффициентов (см. таблицу). В частности, при максимальном влияющем токе 1000 А, индуктированный ток в левом крайнем рельсе (рис. 1) составит 165 А, а напряженность магнитного поля на поверхности рельса Р65 достигнет 2,96 А/см. В зоне относительно слабых магнитных полей, когда  $H \leq 5$  А/см, для определения магнитной проницаемости стали рельсов  $\mu_p$  можно использовать кривые ЛИИЖТ и ВЭИ, описывающие минимальное и максимальное значение  $\mu_p(H)$  [6]. Поскольку  $\mu_p$  зависит от  $\mu_p$ , можно определить нижнее и верхнее значения активного сопротивления рельсовой нити переменному току. Так, при токе в рельсовой нити 41—82 А минимальное значение  $\mu_p$  колеблется в пределах от 100 до 200, а максимальное — в два раза больше. По мере роста тока в рельсовой нити ( $I_p=82$ —165 А) отклонение нижнего и верхнего значений  $\mu_p$  снижается до 60—66 %. Разброс значений активного сопротивления рельсовой нити переменному току в диапазоне колебания  $\mu_p$  от 100 до 280 составляет 27—34 %.

Полное сопротивление эквивалентного рельса двухпутного участка, а также величины  $\mu_{13}$  и  $\mu_{23}$  в меньшей мере подвержены влиянию активного сопротивления  $r_{p,a}$  и их значения отличаются между собой на 2—3 %. Однако коэффициент экранирующего действия рельсов двухпутного участка в значительной мере зависит от величины  $S_p$ . Разброс его численных значений достигает 20 %.

Экспериментально установлено, что между индуктированным напряжением в однопроводной линии и влияющим током

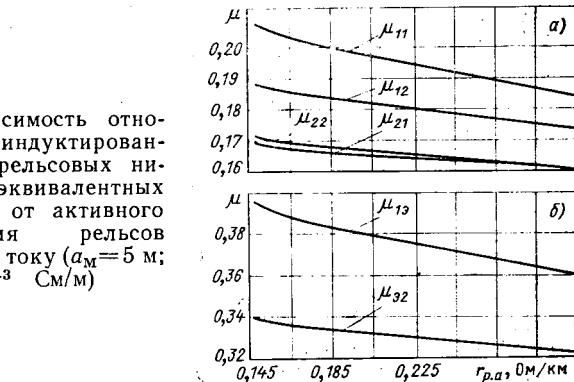
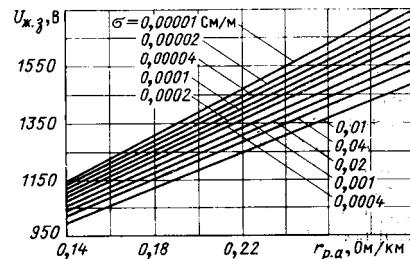


Рис. 3. Зависимость относительного индуктированного тока в рельсовых нитях (а) и эквивалентных рельсах (б) от активного сопротивления рельсов переменному току ( $a_m=5$  м;  $\sigma=10^{-3}$  См/м)



тяговой сети  $I_{\Sigma} \leq 1120$  А существует линейная зависимость, которая описывается уравнением регрессии первого порядка  $U_m = 3,45 + 0,051 I_{\Sigma}$  с основной ошибкой  $\sigma_{1/2} = 0,26$  В [7]. При влияющем токе тяговой сети 250—500 А, погрешность формул (1), (3) и (6) отрицательная, и она достигает 18 %, если величина  $\mu_r$  определяется по минимальному значению магнитной проницаемости  $\mu_r$ . Вместе с тем определение величины  $\mu_r$  по максимальному значению  $\mu_r$  при тех же влияющих токах обеспечивает высокую точность расчета индуктированного напряжения по формулам (1), (3), (6), погрешность которых лежит в пределах от 2,4 до 8,2 %.

Увеличение влияющего тока с 500 до 1000 А обуславливает снижение отрицательных и рост положительных погрешностей, которые при максимальном значении величины  $\mu_r$  достигают 10,3—15 %. Формула (1) и здесь имеет минимальную погрешность в сравнении со строгим (3) и упрощенным (6) решениями. Расчеты показывают, что при использовании средних значений  $\mu_r$  и  $r_p$  погрешность формулы (1) при влияющем токе  $I_{\Sigma} \leq 1000$  А снижается до 2,35 %. В то же время при токе  $I_{\Sigma} \leq 750$  А и среднем значении  $r_p$  погрешность формулы (1) отрицательна, что приводит к уменьшению индуктированного напряжения на 1—10 %. Более точными в этом случае являются формулы (3) и (6), погрешность которых не превышает 4 %.

Теоретические и экспериментальные исследования позволяют сделать вывод, что формулу (1) можно использовать при вычислении индуктированного напряжения в однопроводной линии в междуупутье. Однако для достижения точности расчета в пределах установленной погрешности необходимо определять индуктированный ток в рельсовой нити, используя одно из уравнений регрессии, когда  $\sigma \leq 10^{-3}$  См/м. Вместе с тем при влияющем токе тяговой сети  $I_{\Sigma} \leq 750$  А расчет величин  $r_p$ ,  $\mu_r$ ,  $S_p$ ;  $\mu_3$ ;  $\mu_{11}$ ; ...;  $\mu_{22}$  следует производить по максимально-му значению магнитной проницаемости рельсов  $\mu_r$ , оперируя кривой ЛИИЖТ [6]. При этом условии значения  $\mu_{12}$  и  $\mu_{23}$ , вычисленные по формулам (7) и (8) и измеренные на реальной

физической модели, отличаются на 13—20 %. Если влияющий ток равен 1000 А и более, то нужно определять среднее значение  $\mu_r$ , для вычисления параметров  $\mu_{12}$ , ...,  $\mu_{23}$ ;  $\mu_{11}$ ; ...;  $\mu_{22}$ .

При ручном счете удобнее пользоваться простой формулой (1). В то же время при оценке влияния параметров многопроводной системы «контактная сеть — рельсы» на индуктированное напряжение на ЦВМ целесообразно применять формулы (3) и (6). Так, формула (3) обеспечивает высокую точность расчета, когда параметры  $r_p$ ,  $\mu_{11}$ ; ...;  $\mu_{22}$  определяются по минимальному значению  $\mu_r$ , а влияющий ток равен 1000 А и более.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сумин А. Р. Теоретический анализ количественной оценки магнитного влияния тяговой сети переменного тока на однопроводные линии. — В кн.: Влияние внешних электромагнитных полей на линии железнодорожной связи. Межвузовский тематич. сборник научных трудов. — Омск: Омский ин-т инж. ж.-д. транспорта, 1980.
- Правила защиты устройств проводной связи и проводного вещания от влияния тяговой сети электрических железных дорог переменного тока. — М.: Транспорт, 1973.
- Ратнер М. П. Индуктивное влияние электрифицированных железных дорог на электрические сети и трубопроводы. — М.: Транспорт, 1966.
- Карякин Р. Н. Исследование электромагнитных процессов в тяговых сетях переменного тока: Автореф. дис. на соиск. уч. степени д-ра техн. наук. — М.: ВНИИЖТ, 1976.
- Сумин А. Р. Расчет напряжения и тока в рельсах двухпутного участка с учетом собственных и взаимных параметров многопроводной системы. — Вестник ВНИИЖТ, 1978, № 7.
- Марквардт К. Т. Энергоснабжение электрических железных дорог. — М.: Транспорт, 1965.
- Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. — М.: Наука, 1971.

[01.10.82]

~~~~~

УДК [621.313:323:621.316.718]: 621.314.572

## Ведомый инвертор с квазисинусоидальной стабильной кривой напряжения

ВЫСОЧАНСКИЙ В. С.

Москва

Для регулирования скорости синхронных двигателей (СД), а также для передачи электрической энергии постоянным током применяют ведомые инверторы. Одним из недостатков традиционного ведомого инвертора (ВИ) является то, что его работа сопровождается искажением напряжения сети переменного тока. В системе ВИ — СД существует сильная внутренняя отрицательная обратная связь по току. С увеличением тока нагрузки увеличивается угол коммутации  $\gamma$ , вследствие чего одновременно с увеличением коэффициента гармоник  $K_g$  кривой напряжения снижается величина основной ее гармоники. При этом увеличивается и угол опережения тока  $\varphi$  относительно кривой напряжения. Поэтому рост тока инвертора всегда должен опережать рост мощности нагрузки. Это снижает динамические и энергетические показатели системы [1—3].

Отрицательные свойства ВИ проявляются тем больше, чем больше ток нагрузки. Поскольку его значение в полной мере непредсказуемо, то во избежание срыва инвертирования приходится вводить запас по углу регулирования инвертора  $\beta$ . Это усугубляет снижение энергетических характеристик ВИ и его нагрузки.

Пожалуй, что отрицательные свойства ВИ могут быть уменьшены при изменении условий и порядка коммутации вентиляй. Естественную коммутацию вентиляй инвертора за счет действия э. д. с. нагрузки надо проводить не между однополярными вентилями смежных фаз ВИ, а между противофазными вентилями одной фазы, как это делается в инверторах напряжения с двухступенчатой искусственной коммутацией. Для этого, во-первых, не следует «навязывать» нагрузке ток в виде прямоугольных разрывных импульсов и, во-вторых, нужно обеспечить непрерыв-

ное протекание тока в каждой фазе нагрузки [4]. Другими словами, ВИ нужно перевести из класса «источников тока» в класс «источников напряжения». Если идеальное исполнение первых предполагает введение в звено постоянного тока большой индуктивности и минимизацию индуктивности в звене переменного тока, то идеальное исполнение вторых, напротив, требует минимизации индуктивности в звене постоянного тока и не накладывает ограничений на значение индуктивности в звене переменного тока. Этим условиям удовлетворяет практически любой инвертор напряжения. Однако без принятия специальных мер по улучшению формы кривой выходного напряжения они не вполне подходят для питания потребителей требующих синусоидального напряжения. Поэтому естественную коммутацию вентиляй инвертора рассмотрим на примере силовой схемы, обеспечивающей квазисинусоидальную форму кривой напряжения.

На рис. 1 приведен вариант силовой схемы ВИ с двухступенчатой естественной коммутацией вентиляй и указанной формой кривой напряжения. Емкостный делитель напряжения в звене постоянного тока создает дополнительный — третий фиксированный потенциальный уровень. Его удобно принять за «нулевой». Тогда при усреднении пульсаций напряжения в звене постоянного тока можно найти, что уровни потенциалов положительного и отрицательного полюсов на входе инвертора будут равны соответственно  $+U_d/2$  и  $-U_d/2$ , где  $U_d$  — входное напряжение инвертора.

Пусть мощность источника питания (ИП) и значение емкости делителя напряжения бесконечно велики. При этих условиях для обеспечения инвариантности кривой напряжения ин-

вертора в какой-либо области изменения параметров нагрузки достаточно обеспечить независимость формы потенциальной диаграммы (ПД) каждого из его выводов переменного тока от направления тока нагрузки. Эта независимость ПД может быть обеспечена внутренними целями инвертора [5].

На рис. 2 приведены ПД и кривая напряжения этого ВИ. Форма ПД с фиксированным нулевым уровнем между противофазными полуволнами протяженностью около  $30^\circ$  выбрана из условия эффективного подавления ближайших 5-й и 7-й гармоник без увеличения других гармоник с более высокими порядковыми номерами. (Одновременно еще в большей степени снижены 17-я, 19-я, 29-я, 31-я, ... гармоники.) Спектральный состав кривых напряжения для двух близких значений угла  $\lambda$  (рис. 2) приведен в табл. 1. Легко установить, что в обоих случаях коэффициент гармоник  $K_g$  примерно одинаков ( $K_g = 16\%$ ) и почти в 2 раза меньше, чем в инверторе с искусственной коммутацией вентиляй и с традиционным двухпроводным входом, в котором  $K_g = 31\%$ . При учете ближайших тринацати гармоник  $K_g = 13,6\%$ .

При увеличении нагрузки традиционного ВИ или при увеличении частоты вращения питающейся от него СД увеличиваются угол коммутации вентиляй  $\gamma$ , угол опережения основной гармоники тока  $\varphi$  и значение  $K_g$  кривой напряжения. В отличие от выпрямителя, питающегося от мощной сети, выходной выпрямитель ВИ работает в условиях, когда мощность звена постоянного тока соизмерима с номинальной мощностью СД или сети, чья э. д. с. используется для коммутации вентиляй ВИ. Поэтому влияние коммутационного процесса на энергетические показатели ВИ оказывается более глубоким, чем в первом случае. В самом деле, значение относительного коммутационного реактивного сопротивления фазы СД  $x$  обычно равно 0,2–0,35 у СД с демпферной схемой и 0,5–0,8 без нее [7]. Поэтому, даже если угол регулирования  $\beta$  предельно мал, т. е. если  $\beta = \gamma$  и угол  $\delta$ , предоставляемый для восстановления вентильной прочности, равен нулю, то значение  $K_g$  оказывается много больше 5 %. Даже при  $x=0,2$  углы  $\beta = \gamma = 36,9^\circ$ , а  $K_g = 22\%$ . При  $x=0,35$   $\gamma = 49,5^\circ$  и  $K_g = 31\%$  [8]. При полуторарактном или номинальном токе, но полурактной частоте вращения СД значение  $K_g$  будет равно соответственно 27 и 40 %. В этих условиях коммутационный процесс оказывает заметное влияние не только на гармонический состав кривой напряжения, но и на значение ее первой гармоники  $U_1$ , которое может быть выражено через угол регулирования, угол коммутации и действующее значение  $U_0$  исходной (неискаженной) синусоиды кривой напряжения  $U_0$  [8]:

$$U_1 = U_0 \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta U_1}{U_0} \cos \psi + \left( \frac{\Delta U_1}{U_0} \right)^2},$$

где  $\Delta U_1$  — действующее значение основной гармоники кривой коммутационных импульсов ВИ  $\Delta U_1$ ;  $\psi$  — фазовый сдвиг кривой  $\Delta U_1$  относительно кривой  $U_0$ .

При  $\beta = \beta_{\min} = \gamma$

$$\frac{\Delta U_1}{U_0} = \frac{3}{2\pi} \sqrt{\gamma^2 + \sin^2 \gamma - \gamma \sin 2\gamma};$$

$$\psi = 180 - \operatorname{arctg} \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma - \sin \gamma \cos \gamma}.$$

Значения  $U_1/U_0$  в интересующей нас области изменения углов  $\gamma$  приведены в табл. 2. Там же приведены минимальные значения угла  $\varphi = \gamma/2$  [7] и степени снижения напряжения в звене постоянного тока  $U_d$  относительно  $U_{d0}$ , соответствующего  $\gamma=0$ . Значение на  $U_d/U_{d0}$  найдено из известного соотношения

$$U_d = U_{d0} \frac{1 + \cos \gamma}{2},$$

Таблица 1

| Номер гармоники | Отношение $U_n/U_1$ , % |                      | Номер гармоники | Отношение $U_n/U_1$ , % |                      |
|-----------------|-------------------------|----------------------|-----------------|-------------------------|----------------------|
|                 | $\lambda = 30^\circ$    | $\lambda = 31^\circ$ |                 | $\lambda = 30^\circ$    | $\lambda = 31^\circ$ |
| 5               | 5,4                     | 4,5                  | 19              | 1,4                     | 2,3                  |
| 7               | 3,8                     | 4,8                  | 23              | 4,35                    | 4,5                  |
| 11              | 9,1                     | 9,3                  | 25              | 4,0                     | 3,6                  |
| 13              | 7,7                     | 7,4                  | 29              | 0,5                     | 0                    |
| 17              | 1,6                     | 1,7                  |                 |                         |                      |

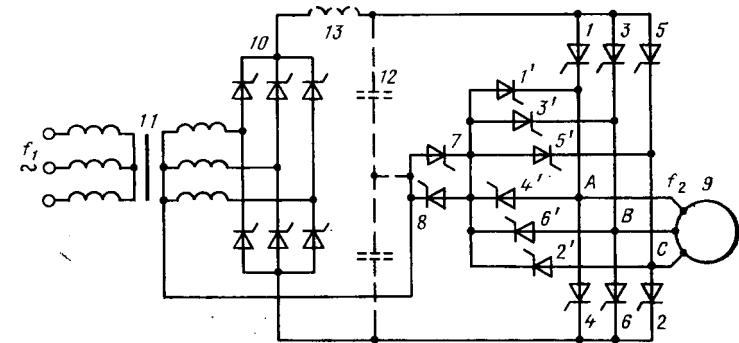


Рис. 1. Схема ведомого инвертора с двухступенчатой естественной коммутацией и квазисинусоидальной стабильной формой кривой напряжения: 1, ..., 6 — основные вентиляи; 1', ..., 6' — коммутирующие вентиляи; 7, 8 — дополнительные вентиляи; 9 — синхронный двигатель; 10 — входной выпрямитель; 11 — питающий трансформатор; 12 — делитель напряжения, 13 — реактор

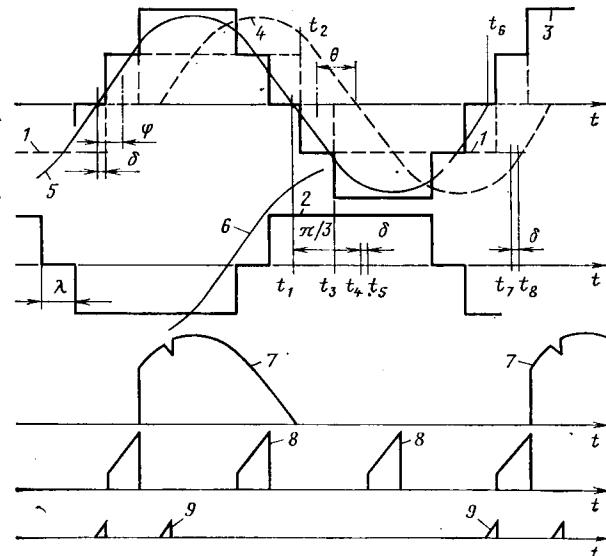


Рис. 2. Кривые токов и напряжений инвертора: 1, 2 — потенциалы выводов  $A$ ,  $B$ ; 3 — линейное напряжение  $U_{AB}$ ; 4 — э. д. с. фазы  $A$  двигателя; 5, 6 — токи фаз  $A$ ,  $B$  двигателя; 7 — ток вентиля 1; 8 — ток вентиля 7; 9 — ток вентиля 1' без учета его составляющей, протекающей через вентиль 7

которое справедливо пока  $x \leq 0,5$ . При  $x > 0,5$  внешняя характеристика ВИ тока становится еще более мягкой, так как в любой момент времени в коммутации участвует две или три фазы. В этом случае с ростом тока нагрузки значения  $K_g$  и  $\varphi$  увеличиваются еще быстрее.

Снижение  $U_1$  может быть компенсировано увеличением тока обмотки возбуждения СД, что требует увеличения мощности питающего ее преобразователя. Причем это увеличение должно опережать рост тока нагрузки, поскольку с увеличением угла  $\gamma$  растет и угол  $\varphi$ , вследствие чего усиливается размагничивающее действие реакции якоря СД. Если же ток возбуждения СД не увеличивать, то во избежание нарушения баланса напряжений в звене постоянного тока, необходимо снижать напряжение выпрямителя на входе ВИ [9]. Если  $x=0,5$ , то при изменении тока СД от нуля до номинального (при номинальной скорости) значение напряжения выпрямителя надо снизить в 1,33 раза. Следовательно, при питании преобразователя от сети бесконечной мощности угол регулирования  $\alpha$  выпрямителя должен быть изменен от 0 до  $41,4^\circ$ , что будет соответствовать снижению коэффициента мощности выпрямителя  $K_m$  с 0,955 до 0,9. Одновременно увеличивается загрузка вентиляй по напряжению [9]. При конечной мощности питающей сети снижение  $K_m$  будет еще заметнее.

От этих недостатков свободен рассматриваемый ВИ напряжения. Эффективность его работы при увеличении  $x$  не только не снижается, но наоборот, увеличивается. С ростом  $x$  в этом ВИ улучшается спектральный состав тока нагрузки, а значе-

Таблица 2

| Изменение угла $\gamma$ | Значение параметров |        |              | Изменение угла $\gamma$ | Значение параметров |        |              |
|-------------------------|---------------------|--------|--------------|-------------------------|---------------------|--------|--------------|
|                         | $U_1/U_0$           | $\Phi$ | $U_d/U_{d0}$ |                         | $U_1/U_0$           | $\Phi$ | $U_d/U_{d0}$ |
| 30°                     | 0,96                | 15     | 0,93         | 50°                     | 0,875               | 25     | 0,82         |
| 40°                     | 0,927               | 20     | 0,88         | 60°                     | 0,825               | 30     | 0,75         |

ние и форма кривой напряжения остаются неизменными. При этом основная гармоника кривой напряжения всего на 4,5 % ниже максимального своего значения, которое имеет место при  $\lambda=0$ .

Независимо от знака угла  $\Phi$  характер нагрузки ВИ (будь то СД или сеть переменного тока) индуктивный, поэтому при рассматриваемой форме кривой напряжения ток нагрузки будет синусоидальным. В самом деле, если суммарное реактивное сопротивление цепи фазы потребителя энергии ВИ (в отн. ед.) с учетом сети  $x=0,3$ , то ток любой из высших гармонических по 13-ю включительно окажется меньше 2,7 %. Токи же последующих гармонических будут менее 1 %. Значение  $K_f$  кривой тока оказывается менее 5 %, что позволяет считать ток синусоидальным. В традиционном ВИ тока это реактивное сопротивление определяет значение угла коммутации  $\gamma$ , и поэтому его принято называть коммутационным реактивным сопротивлением. Сохраним этот термин, хотя в нашем случае его значение не влияет на процесс коммутации, а определяет степень фильтрации кривой тока нагрузки.

Если бы основные вентили ВИ по рис. 1 были бы полностью управляемыми, то при форме кривой напряжения по рис. 2 вентильные связи ВИ обеспечили бы двустороннюю связь каждого из выводов переменного тока инвертора с любым из трех проводов на его входе с фиксированным уровнем напряжения при изменении угла  $\Phi$  тока нагрузки в пределах  $-\pi/4 \leq \Phi \leq +\pi/4$  [5]. В нашем же случае все вентили инвертора — тиристоры, поэтому, сохранив главное положительное свойство ВИ — естественную коммутацию вентиляй, сохраним и основное условие работы ВИ тока: работу с опережающим током. Выбранная выше форма кривой напряжения будет неизменной, если  $\lambda/2 \leq \Phi \leq \pi/3 - \lambda/2$ .

Рассмотрим совместную работу ВИ и СД при угле  $\Phi$ , лежащем в этих пределах. На рис. 2 построены кривые тока и э. д. с. СД из условия, что  $\Phi=20^\circ$ , а  $x_c=0,8$ . Значение и фаза э. д. с. найдены из упрощенной диаграммы Блонделя.

Пусть в системе установился стационарный периодический процесс и в момент времени, непосредственно предшествующий моменту  $t_1$ , ток проводят вентили 1, 2, 3. К этому моменту времени мгновенное значение э. д. с. фазы  $A$  двигателя  $e_a$  превышает потенциал  $\Pi_A$  вывода  $A$  и ток фазы  $A$  спадает. К моменту  $t_1$   $i_a=0$  и вентиль 1, с которого заблаговременно снят отпирающий импульс, начинает восстанавливать свои вентильные свойства под действием обратного напряжения  $u=\Pi_A - e_a$ . Если к этому моменту подать отпирающие импульсы на вентили 3' и 4', то они откроются, так как по отношению к ним это напряжение положительно.

Ток  $i_a$  изменит направление и будет замыкаться по цепи:  $A-4'-3'-B$ . Ток вентиля 3 уменьшится на значение тока  $i_a$ . В моменты  $t_2$  подается отпирающий импульс на вентиль 8 и вентиль 3' сразу запирается обратным напряжением  $U_d/2$ , равным потенциалу точки  $B$  ( $\Pi_B$ ). Ток  $i_a$  теперь протекает по цепи  $8-4'$ . В момент  $t_3$  подается отпирающий импульс на вентиль 4. Вентили 8, 4' запираются напряжением  $U_d/2$ . Теперь ток проводят вентили 2, 3, 4. К моменту  $t_4$ , до того как ток фазы  $C$  спадет до нуля, подаются отпирающие импульсы на вентили 4' и 5'. Они находятся под положительным анодным напряжением, поэтому сразу же начинают проводить ток  $i_c$ , как только ток его предыдущей полуволны становится равным нулю. Ток  $i_c$  меняет направление и замыкается по цепи  $C-5'-4'-A$ . Вентиль 4 разгружается на значение тока  $i_c$ . Дальнейшая работа инвертора происходит аналогично рассмотренному. Крутизна нарастания тока вентиляй и напряжения на них ограничивается известными приемами: включением дросселей и защитных  $RC$ -цепей (они на схеме не показаны). При этом крутизну нарастания тока в цепях вентиляй 1', ..., 6' ограничивать не надо: она мала.

Условия выбора дросселей и  $RC$ -цепей для ограничения крутизны нарастания тока и напряжения в цепях вентиляй аналогичны условиям их выбора при защите вентиляй выпрямителей, питающихся от сети бесконечной мощности.

Ни значение  $x$ , ни значение тока нагрузки не оказывают непосредственного влияния на работу ВИ и кривую его напряжения. С изменением нагрузки лишь требуется, как и в традиционном ВИ, взаимно согласовывать значение напряжения инвертора и значение э. д. с. СД, поскольку с изменением тока меняется реакция якоря СД. Опережение тока здесь меньше, и реакция якоря меньше размагничивает СД. При выбранной форме кривой напряжения естественная коммутация вентиляй инвертора за счет э. д. с. двигателя будет происходить при любом значении угла  $\Phi$ , превышающем угол  $\lambda/2$  на значение угла  $\delta$  — угла восстановления вентильной прочности запираемого вентиля. При отступлении от этой формы кривой напряжения значение опережающего угла  $\Phi$  может быть уменьшено. Например, при перегрузке двигателя можно уменьшить  $\lambda$  до нуля. Тогда на это же значение  $\lambda$  может быть уменьшен угол  $\Phi$ .

Как следует из кривых рис. 2 и диаграммы Блонделя, интервал времени, в течение которого мгновенные значения кривой э. д. с. двигателя превышают мгновенные значения к ступенчатой кривой ПД, тем больше, чем больше ток нагрузки и чем больше  $x_c$ . Из кривых видно, что угловая мера этого времени превышает угол  $\delta$ . Коммутационная устойчивость инвертора не нарушается, даже если по какой-либо причине к моменту очередной коммутации вентиля, например к моменту  $t_8$ , ток  $i_a$ , формируемый вентилем 4, не спадет до нуля. Это событие может опоздать вплоть до момента  $t_7$ , предшествующего моменту  $t_8$ , при котором  $\Pi_A = e_a$ , на значение угла  $\delta$ . Собственно выполнение условия  $\Phi \geq \lambda/2$  здесь нужно только для формирования выбранной кривой напряжения, а не для обеспечения устойчивой работы, как это необходимо в инверторе тока, где обязательно  $\Phi \geq \pi/2 + \delta$ .

Нетрудно представить, что если питание СД производить не непосредственно от вентильной схемы ВИ, а через реактивное сопротивление с трансформатором или реактором, то токи высших гармонических, протекающих по цепи ВИ — СД, будут сглаживать ступенчатое напряжение инвертора, поэтому напряжение на выходе трансформатора будет более близким к синусоидальному, чем на выходе вентильной схемы. Если значение напряжения к. з. трансформатора равно коммутационному реактивному сопротивлению двигателя, то искажение напряжения на последнем характеризуется значением  $K_f = -6,8 \%$ .

При использовании ВИ такого типа для передачи энергии из сети постоянного тока в сеть переменного тока условия работы ВИ аналогичны рассмотренному. Разница лишь в том, что значение коммутационной индуктивности (условно коммутационной) в этом случае определяется не только параметрами трансформатора, линии и эквивалентного синхронного генератора, но и параметрами потребителей энергии переменного тока, которые оказывают дополнительное фильтрующее действие. Если напряжение короткого замыкания трансформатора на выходе ВИ, коммутационное реактивное сопротивление эквивалентного синхронного генератора и эквивалентное реактивное сопротивление потребителей энергии переменного тока равны, то при изменении мощности нагрузки от нуля до номинального значения  $K_f$  кривой напряжения сети переменного тока будет меняться от 6,8 % до  $13,6/3 = 4,6 \%$ . Малое значение  $K_f$  существенно упрощает дальнейшую фильтрацию кривой напряжения. По-видимому, подключение к сети синхронного компенсатора обеспечит необходимую фильтрацию с учетом возможных изменений числа и параметров потребителей энергии.

Формирование каждой полуволны тока инвертора сначала идет по цепи коммутирующих вентиляй, а потом по цепи дополнительного и основного вентиля. Запирание коммутирующих вентиляй 1', ..., 6' и дополнительных вентиляй 7, 8 производится принудительно: подачей отпирающих импульсов на основные вентиляи. В [5] показано, что при отстающем токе нагрузки загрузка основных вентиляй инвертора благодаря взаимокомпенсации реактивной энергии фаз, не зависит от значения угла  $\Phi$ . Это же свойство сохраняется и при нагрузке с опережающим током. Поэтому введение в состав инвертора вентиляй, дополнительных по отношению к вентилям традиционного инвертора тока, приводит к одновременному увеличению его мощности.

Вентильные группы 1, ..., 6; 1', ..., 6'; 7, 8 работают подобно вентильным группам в многофазной системе поочередно, разгружая друг друга. Значение и форма кривой напряжения данного ВИ стабильна и не имеет коммутационных искажений, поэтому при одинаковом значении выпрямленного напряжения на входе инвертора основная гармоника выходного напряжения здесь оказывается выше, чем в инверторе тока. Эта разница особенно заметна при перегрузке. Также стабильно и относительно мало значение угла  $\Phi$ . Тем самым с установкой вентиляй 1',

..., 6', 7, 8 повышается использование вентиляй выпрямителя трансформатора и основных вентиляй инвертора. Степень повышения их использования тем больше, чем больше перегрузка СД,  $x$  и  $x_c$ .

Некоторое неудобство представляет необходимость организации «нулевой» — средней точки в звене постоянного тока. Однако она обязательна только для данной конкретной схемы ВИ. Кроме того, конденсаторы делителя напряжения хорошо используются, поскольку работают в основном на трехкратной и шестикратной частоте, и их ток относительно линейного тока нагрузки инвертора невелик. Среднее значение тока конденсатора за время его полуволны равно среднему значению тока вентиляй 7, 8 (см. приложение). Известны приемы для значительного уменьшения этого тока (вплоть до нуля). Рассмотрим лишь один из них. Если ВИ предназначен для питания СД, в его состав должен входить и выпрямитель. Нулевая точка вторичной обмотки питающего трансформатора может быть использована для непосредственного подсоединения к ней вентилям 7, 8. Если максимальная частота СД в несколько раз меньше частоты питающей выпрямитель сети, то делитель напряжения на конденсаторах не нужен совсем, если же частота двигателя близка к частоте сети или даже превосходит ее, то целесообразно объединить нулевые точки трансформатора и емкостного делителя. (При отсутствии емкостного делителя реактор 13 не нужен.)

Следует добавить, что данный инвертор позволяет пускать двигатель без ограничений на значение момента сопротивления. В начале пуска коммутация вентиляй инвертора может производиться с помощью напряжения питающей сети, которая благодаря вентилям 1', ..., 6' меняет знак анодного напряжения на основных и дополнительных вентилях [6].

Достоинством рассмотренного ВИ и использованного в нем способа коммутации вентиляй является то, что они могут быть применены при модернизации инвертора с использованием уже установленного оборудования. С установкой дополнительных вентиляй увеличивается мощность и улучшаются основные технические характеристики комплекса. В приложении приведены выражения нужные для выбора вентиляй инвертора.

**Приложение.** Загрузку вентиляй ВИ определяем с помощью кривых 5, ..., 9 рис. 2. Средний ток коммутирующих вентиляй 1', ..., 6':

$$I_{\text{в}} = \frac{\sqrt{2}I}{2\pi} \left[ \int_0^{\Phi-\lambda/2} \sin \vartheta d\vartheta + \int_0^{\Phi+\lambda/2} \sin \vartheta d\vartheta \right] = \frac{\sqrt{2}I}{\pi} \left[ 1 - \cos \Phi \cos \frac{\lambda}{2} \right],$$

~~~~~

УДК 621.313.042.001.24

## Исследование магнитных опор с зубчатым строением активных поверхностей

ГАЛКИН В. И., канд. техн. наук  
ЛИХОШВАЙ И. П., инж.

Магнитные опоры такого типа благодаря простоте и надежности конструкции находят применение в высокоскоростных электрошпиндельях, центрифугах и маховиках совместно с другими способами магнитной стабилизации или совместно с другими типами опор.

Принцип действия магнитной опоры поясняется рис. 1. При радиальном смещении зубцов ротора относительно зубцов неподвижного корпуса в магнитном поле, создаваемом катушкой или постоянным магнитом, возникает центрирующая сила  $Q$ , компенсирующая силу тяжести ротора и внешние нагрузки, воздействующие на него. В направлении, перпендикулярном центрирующей силе, действует сила магнитного притяжения  $P$ , являющаяся дестабилизирующей силой по отношению к осевой магнитной опоре. Значения максимальной центрирующей силы и жесткости, которые можно получить в магнитной опоре, определяются при заданных значениях м. д. с.  $\delta$ ,  $I_8$  и  $I_8/D_{\text{ср}}$  исключительно выбором параметров зубцовой зоны: ширины зубца  $b_z$  и паза  $b_{\text{п}}$  и размера зубцового деления  $t_z$ .

В статье излагаются результаты оптимизационных исследований с целью нахождения параметров зубцовой зоны, при

, где  $\vartheta = 2\pi f_2 t$ ,  $I$  — ток нагрузки.

Средний ток основных вентиляй 1, ..., 6:

$$I_0 = \frac{\sqrt{2}I}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta - I_{\text{в}} = \frac{\sqrt{2}I}{\pi} \cos \Phi \cos \frac{\lambda}{2}.$$

Средний ток дополнительных вентиляй 7, 8:

$$I_{\text{д}} = \frac{3\sqrt{2}I}{2\pi} \int_{\Phi-\frac{\lambda}{2}}^{\Phi+\frac{\lambda}{2}} \sin \vartheta d\vartheta = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}I \sin \Phi \sin \frac{\lambda}{2}.$$

Легко установить, что  $I_0 + I_{\text{в}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} I$ . Тем самым средний ток каждого из основных вентиляй ВИ снижен на значение среднего тока его коммутирующего вентиля. Поэтому введение в схему традиционного ВИ вентилям 1', ..., 6', 7, 8 увеличивает мощность и допустимую перегрузку ВИ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока. — Л.: Энергия, 1973.
- Шиллинг В. Тиристорная техника. Л.: Энергия, 1971.
- Аракелян А. К., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с асинхронным двигателем и зависимым инвертором. М.: Энергия, 1977.
- А. с. 750697 (СССР). Способ запирания вентиляй инвертора/В. С. Высочанский. Опубл. в Б. И. 1980, № 27.
- Высочанский В. С. Принципы построения силовых схем трехфазных инверторов: ЭП. Преобразовательная техника, 1974, 4 (51).
- Высочанский В. С., Савельев Ю. И., Светов Ф. Б. Преобразователь низкой частоты для привода СУЗ. Проблемы автоматизир. эл-да. Материал семинара в МДНТП, 1974.
- Вентильные двигатели и их применение на электроподвижном составе/Б. Н. Тихменев, Н. Н. Горин, В. А. Кугулов, В. А. Сенаторов. — М.: Транспорт, 1976.
- Высочанский В. С. Искажение формы напряжения сети при коммутации тока в мостовых выпрямителях. — Электричество, 1973, № 4.
- Высочанский В. С. Статические преобразователи частоты для питания синхронных двигателей. — Электричество, 1981, № 8.

[05.10.82]

которых обеспечиваются максимальные центрирующая сила и жесткость подвеса, достигается наилучшее соотношение жесткостей центрирующей и децентрирующей сил.

Как показали исследования, при заданных воздушном зазоре  $\delta$ , длине активной поверхности  $I_8$  и  $I_8/D_{\text{ср}}$  магнитной опоры поиск оптимальной геометрии зубцовой зоны может быть сведен к двум последовательным задачам: нахождению оптимального соотношения ширины зубца  $b_z$  и ширины паза  $b_{\text{п}}$  при фиксированном значении зубцового деления  $t_z$  и нахождению оптимального числа зубцов при фиксированном значении  $b_{\text{п}}/t_z$ .

В исследованиях были использованы уравнения центрирующей и дестабилизирующей сил, полученные на основе метода гармонических проводимостей при допущениях, что насыщением стали магнитопровода и зубцов можно пренебречь, а глубина паза бесконечна [1]. Потоки рассеяния, не проходящие через зубчатый воздушный зазор, считаются пренебрежимо малыми. Рассматривается невращающийся ротор при отсутствии перекосов. В расчетах принимались во внимание первые четыре гармоники проводимости воздушного зазора.

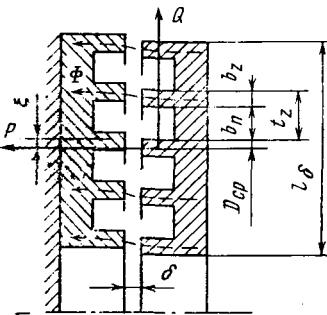


Рис. 1. Параметры зубцовой зоны и схема действия магнитных сил

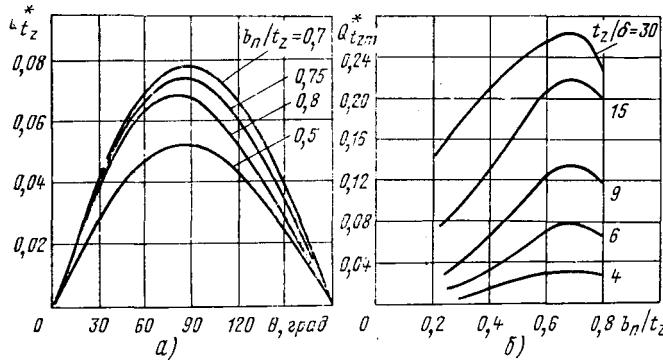


Рис. 2. Силовые характеристики магнитной опоры:  $a - Q_{t_z}^* = f(\theta)$ ,  $t_z/\delta = 6$ ;  $b - Q_{t_zm}^* = f(b_n/t_z)$

Первая задача решалась следующим образом. При постоянном значении зубцового деления  $t_z$  и фиксированном воздушном зазоре  $\delta$ , а следовательно, и  $t_z/\delta$  для ряда отношений  $b_n/t_z = 0,2-0,8$  строилась зависимость  $Q=f(\theta)$ . Центрирующая сила рассчитывалась с помощью следующего уравнения:

$$Q = -\frac{\pi^2}{4} D_{cp} l_\delta \frac{\mu_0}{\delta t_z} F^2 \sum_{n=1}^N n \lambda_n^2 \sin n\theta, \quad (1)$$

где  $F$  — м. д. с. на зазор,  $A$ ;  $D_{cp}$ ,  $l_\delta$  — средний диаметр и длина активной поверхности магнитной опоры, м;  $\delta$  — гладкий воздушный зазор, м;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха Гн/м;  $\lambda_n$  — относительная проводимость воздушного зазора  $n$ -й гармоники (определяется по кривым рис. 2-4 [2]);  $n$  — порядок гармонической проводимости воздушного зазора;  $\theta = \frac{2\pi}{t_z} \xi$  — линейное смещение зубцов в угловых единицах, град;  $\xi$  — линейное смещение зубцов, м.

В (1) при изменении  $b_n/t_z$  и фиксированных значениях  $t_z/\delta$  и  $\delta$ , активных размеров опоры и м. д. с. будут изменяться лишь амплитуды гармонических проводимостей воздушного зазора  $\lambda_n$ , поэтому центрирующую силу удобнее исследовать в относительных единицах, стражающих эти изменения:

$$Q_{t_z}^* = \sum_{n=1}^N n \lambda_n^2 \sin n\theta. \quad (2)$$

На рис. 2,  $a$  приведено семейство кривых  $Q_{t_z}^* = f(\theta)$ , построенных при постоянном значении  $t_z/\delta$ , но разных значениях  $b_n/t_z$ . По таким кривым для каждого  $b_n/t_z$  находилось максимальное значение  $Q_{t_zm}^*$ , а затем строилась зависимость  $Q_{t_zm}^* = f(b_n/t_z)$ . По полученной кривой определялось и отношение  $b_n/t_z$ , при котором центрирующая сила имела наибольшее значение. Затем все расчеты повторялись при новых значениях  $t_z/\delta$ . Таким образом, было получено семейство кривых  $Q_{t_zm}^* = f(b_n/t_z)$ , представленное на рис. 2,  $b$ .

Их анализ показывает, что в диагазоне рассмотренных значений  $t_z/\delta$  смещение  $b_n/t_z$ , при котором центрирующая сила максимальна, колеблется в пределах 0,55—0,75, а при значениях  $t_z/\delta = 2-12$ , наиболее распространенных в магнитных опорах, си стается практически постоянным и равным 0,7. Этот вы-

ход позволил существенно упростить дальнейшие оптимизационные исследования.

Вторая задача — нахождение оптимального числа зубцов на заданных размерах активной поверхности магнитной опоры и фиксированном  $\delta$  — решалась при неизменном значении  $b_n/t_z = 0,7$ . Учитывая это, удобнее находить не оптимальное число зубцов, так как в этом случае пришлось бы иметь дело с размерными величинами, а оптимальное  $t_z/\delta$ , что то же самое при  $l_\delta$  и  $\delta = \text{const}$ .

Уравнение центрирующей силы было преобразовано к виду:

$$Q = -\frac{\pi}{2} D_{cp} l_\delta \frac{\mu_0}{\delta^2} F^2 \left( \frac{\pi}{2} \frac{\delta}{t_z} \sum_{n=1}^N n \lambda_n^2 \sin n\theta \right), \quad (3)$$

где изменяющаяся часть, заключенная в круглые скобки, представляет собой  $Q$  в относительных единицах

$$Q_\delta^* = \frac{\pi}{2} \frac{\delta}{t_z} \sum_{n=1}^N n \lambda_n^2 \sin n\theta. \quad (4)$$

В этом выражении сомножитель  $\delta/t_z$  учитывает изменение числа зубцов, а сомножитель под знаком суммы — вызванное этим изменение проводимости воздушного зазора.

Задаваясь рядом значений  $t_z/\delta$ , были рассчитаны зависимости  $Q_\delta^* = f(\theta)$ , определены максимальные значения  $Q_{\delta m}^*$  и по ним построена оптимизационная кривая  $Q_{\delta m}^* = f(t_z/\delta)$  (рис. 3). Ее анализ показывает, что оптимальному числу зубцов, при котором центрирующая сила максимальна, соответствует значение  $t_z/\delta = 9$ .

Полученные результаты очень важны для практического проектирования магнитной опоры. При заданных м. д. с., размерах активной поверхности и воздушном зазоре выбор оптимальных параметров зубцовой зоны ( $b_n/t_z = 0,7$ ;  $t_z/\delta = 9$ ) обеспечит максимум центрирующей силы. Найденные параметры оптимальны и с энергетических позиций, так как заданное значение центрирующей силы будет обеспечено при минимальной м. д. с., а следовательно, и наименьших энергетических затратах.

Для облегчения расчетов центрирующих сил в абсолютных единицах на рис. 3 приведено значение коеффициента воздушного зазора  $k_\delta$ .

Одной из важнейших характеристик магнитной опоры является жесткость подвеса, определяющая смещение ротора от положения равновесия при воздействии на него внешних нагрузок.

Для определения оптимального соотношения  $t_z/\delta$ , обеспечивающего максимальную жесткость подвеса, было исследовано уравнение жесткости, полученное путем дифференцирования (3) по  $\xi$ :

$$G_\delta^* = \frac{\pi}{2} D_{cp} l_\delta \frac{\mu_0}{\delta^3} F^2 \left[ \pi^2 \left( \frac{\delta}{t_z} \right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 \lambda_n^2 \cos n\theta \right]. \quad (5)$$

Для всех значений  $t_z/\delta$  жесткость определялась в точке  $\theta = 0$ . На рис. 3 показана зависимость жесткости от  $t_z/\delta$ , построенная в относительных единицах:

$$G_\delta^* = \pi^2 \left( \frac{\delta}{t_z} \right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 \lambda_n^2 \cos n\theta. \quad (6)$$

Максимум жесткости имеет место при  $t_z/\delta = 6$  и, как видно из рисунка, не совпадает с максимумом центрирующей силы.

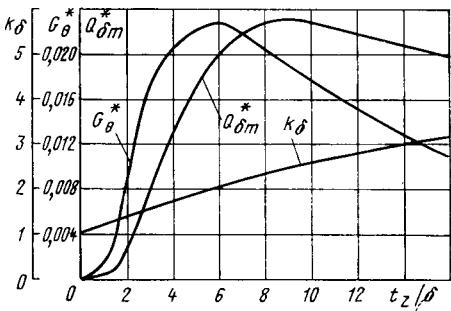


Рис. 3. Оптимизационные кривые центрирующей силы и жесткости магнитной опоры

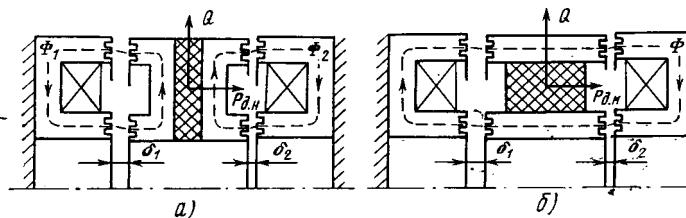


Рис. 4. Конструкции радиальных магнитных опор: *а* — с магнитно-несвязанными воздушными зазорами; *б* — с магнитно-связанными воздушными зазорами

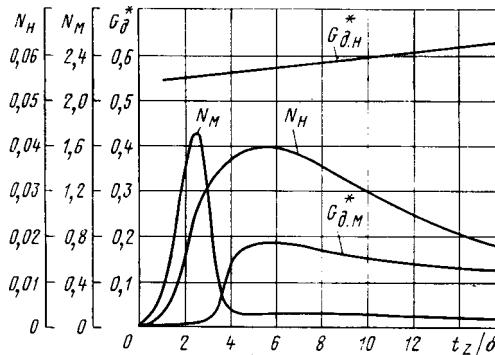


Рис. 5. Жесткости  $G$  дестабилизирующих сил и их соотношения с жесткостью центрирующей силы  $N$

При создании комбинированных магнитных опор, когда радиальный подвес осуществляется в магнитной опоре с зубчатым строением активных поверхностей, а ссевей — в электромагнитной опоре с системой авторегулирования, важно знать соотношение жесткостей центрирующей и дестабилизирующей сил радиальной магнитной опоры. С этой целью были исследованы два наиболее распространенных конструктивных варианта радиальной магнитной опоры: с магнитно-несвязанными (рис. 4, *а*) и магнитно-связанными (рис. 4, *б*) воздушными зазорами. В первом варианте воздушные зазоры попарно магнитно изолированы так, что магнитные потоки от каждой сбомтки возбуждения замыкаются только через пару воздушных зазоров, расположенных в одной вертикальной плоскости. Во втором варианте магнитный поток от катушек возбуждения является общим и проходит последовательно через все воздушные зазоры. Данное различие оказывает существенное влияние на дестабилизирующую силу и жесткость опоры.

В рассматриваемых конструкциях дестабилизирующая сила образуется как разность сил притяжения ротора к противоположно расположенным неподвижным частям магнитной опоры. Сравнение центрирующей и дестабилизирующей жесткостей осуществлялось в точке статического равновесия  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$  при  $\theta = 0$ . Положение ротора в точке  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$  обеспечивается системой автоматического регулирования осевой электромагнитной опоры.

Для нахождения жесткости дестабилизирующей силы использовалось выражение односторонней силы притяжения

$$P = \frac{\pi}{2} D_{cp} l_{\delta} \frac{\mu_0}{\delta^2} F^2 \left\{ \left(1 - \gamma \frac{\delta}{t_z}\right) \left[ \left(1 - \gamma \frac{\delta}{t_z}\right) - \frac{8}{\pi} \frac{\delta}{t_z} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_n}{2\delta}\right)^2} \right] + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^N \lambda_n^2 (1 + 2E) \times (1 + \cos n\theta) \right\}, \quad (7)$$

$$\text{где } \gamma = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{b_n}{2\delta} \operatorname{arctg} \frac{b_n}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_n}{2\delta}\right)^2} \right];$$

$$E = m_n - \left[ \frac{b_n}{t_z} \frac{2\pi K_n}{B_n (b_n/\delta) K_n} \operatorname{ctg} \left[ \frac{2\pi}{B_n (b_n/\delta) K_n} \frac{b_n}{t_z} \right] \right];$$

$B_n$ ,  $K_n$ ,  $m_n$  — параметры степенных функций, определяемых из графиков [1].

Жесткость дестабилизирующей силы определялась как удвоенная жесткость силы притяжения, полученная путем дифферен-

цирования (7) по зазору:

$$G_{dh} = 2 \frac{\pi}{2} D_{cp} l_{\delta} \frac{\mu_0}{\delta^3} F^2 G_{dm}^*, \quad (8)$$

где  $G_{dm}^*$  — жесткость дестабилизирующей силы в относительных единицах; ее аналитическое выражение опущено из-за громоздкости.

Графическая зависимость  $|G_{dh}^*| = f(t_z/\delta)$  приведена на рис. 5.

Уравнение (8) соответствует конструкции магнитной опоры с магнитно-несвязанными воздушными зазорами (рис. 4, *а*). Соотношение жесткостей центрирующей и дестабилизирующей сил определялось как  $N_M = G_{\theta}^* / G_{dh}^*$ , так как постоянные коэффициенты в (5) и (8) при расчете центрирующей силы на два зазора будут одинаковы.

В конструкции магнитной опоры с магнитно-связанными воздушными зазорами (рис. 4, *б*) магнитный поток, проходящий через воздушные зазоры с противоположных сторон ротора, одинаков. Для правильного учета этой особенности при определении жесткости опоры сила притяжения ротора рассчитывалась при постоянном магнитном потоке:

$$P = \frac{\Phi^2}{2\pi D_{cp} l_{\delta} \mu_0} k_{\delta}^2 \left\{ \left(1 - \gamma \frac{\delta}{t_z}\right) \left[ \left(1 - \gamma \frac{\delta}{t_z}\right) - \frac{8}{\pi} \frac{\delta}{t_z} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_n}{2\delta}\right)^2} \right] + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^N \lambda_n^2 (1 + 2E) \times (1 + \cos n\theta) \right\}, \quad (9)$$

где

$$k_{\delta} = \frac{1}{\lambda_{\delta 0}^2 + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^N \lambda_n^2 (1 + \cos n\theta)};$$

$\Phi$  — магнитный поток, проходящий по магнитной системе через воздушные зазоры.

Уравнение жесткости дестабилизирующей силы магнитной опоры было получено путем дифференцирования (9) и двукратного увеличения результата:

$$C_{dm} = 2 \frac{\Phi^2}{2\pi D_{cp} l_{\delta} \mu_0} G^*, \quad (10)$$

где  $G^*$  — жесткость дестабилизирующей силы в относительных единицах.

Исследование влияния изменения  $t_z/\delta$  на жесткость дестабилизирующей силы проводилось при постоянном значении суммарной (на все зазоры) м. д. с., что имеет место в магнитно-связанной опоре. В связи с этим выражение (10) было преобразовано к виду:

$$G_{dm} = 2 \frac{\pi}{2} D_{cp} l_{\delta} \frac{\mu_0}{\delta^3} F^2 G_{dm}^*, \quad (11)$$

где  $G_{dm}^* = G^* / k_{\delta}$  — жесткость дестабилизирующей силы магнитно-связанной опоры в относительных единицах при учете постоянства суммарной м. д. с.; ее зависимость от  $t_z/\delta$  показана на рис. 5.

Отношение жесткостей центрирующей (5) и дестабилизирующей (11) сил определялось как  $N_M = G_{\theta}^* / G_{dm}^*$ . Из приведенной на рис. 5 зависимости  $N_M = f(t_z/\delta)$  следует, что в магнитной опоре с магнитно-связанными воздушными зазорами максимум этого соотношения имеет место при  $t_z/\delta = 2,5$ . Сравнение  $N$  магнитно-несвязанных и магнитно-связанных опор при одинаковой жесткости центрирующей силы показывает, что в последнем случае жесткость дестабилизации может быть в 40 раз меньше, чем в первом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Галкин В. И., Большева А. А. Радиальная магнитная стабилизация ротора торцевого типа в рабочем поле электродвигателя. — Изв. вузов. Электромеханика, 1980, № 1.
- Вольдек А. И., Солдатенкова Н. А. К расчету магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с помощью метода гармонических проводимостей. — Труды ЛПИ, 1969, вып. 301.

# Вентильное возбуждение асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором

МОТОВИЛОВ Н. В., КОСТЫРЕВ М. Л.

Куйбышев

Проводимые исследования [1, 2] показали, что для систем электроснабжения автономных объектов перспективны асинхронные вентильные генераторы (АВГ), состоящие из асинхронной машины с короткозамкнутым ротором и вентильных преобразователей, подключенных к цепи статора. Такие генераторы выполняются по различным схемам, однако особенности электромагнитных процессов возбуждения могут быть изучены на базовой схеме генератора (рис. 1, а).

Самовозбуждение асинхронного генератора обычно рассматривают исходя из баланса активных и реактивных мощностей в системе [3]. Такой подход используется для анализа систем, в которых переменный ток возникает в результате колебательных процессов в цепях, содержащих активное сопротивление, индуктивность и емкость [3, 4]. При этом не учитывается тот факт, что магнитное поле, в частности круговое, создается при протекании симметричной трехфазной системы токов по обмотке статора электрической машины, а акцент переносится на наличие элементов колебательного звена.

На основе данного подхода изучен процесс самовозбуждения асинхронных генераторов с конденсаторами, которые относятся к нелинейным автоколебательным системам, содержащим колебательное звено, источник энергии, клапан и обратную связь (емкость и индуктивность машины, приводной двигатель, цепь ротора и электромагнитная связь между цепями статора и ротора). Механизм самовозбуждения таких систем заключается в том, что энергия порциями через цепь ротора (клапан) поступает в такт с колебаниями токов статора.

Особенности вентильного возбуждения асинхронных генераторов изучены недостаточно, а причиной самовозбуждения обычно считается обязательное наличие емкостных накопителей (буферного конденсатора  $C_b$  или коммутирующих емкостей  $C_k$ ). Традиционный подход, примененный, например, в [2] для анализа процесса самовозбуждения АВГ, в конечном итоге привел авторов к однофазной схеме замещения с фиктивным конденсато-

ром, а вентильный преобразователь относится ими к самонастраивающимся источникам реактивной мощности, компенсирующим реактивную нагрузку любого характера и величины. Эти результаты не раскрывают особенности вентильного самовозбуждения АВГ и не поясняют физической картины процесса. Более того, проведенные нами исследования показали возможность устойчивого самовозбуждения асинхронного генератора без емкостного накопителя.

Проводя более детальную аналогию между асинхронными генераторами с конденсаторным и вентильным возбуждением, нетрудно убедиться в том, что передача энергии от приводного двигателя осуществляется электромагнитным путем порциями в такт с колебаниями переменного тока в обмотке статора. В первой системе частота переменного тока определяется резонансными явлениями в системе индуктивность фазы асинхронной машины — емкость конденсатора, а во второй — переключением вентилей преобразователя.

Анализ характерных структур вентильных цепей (рис. 1, б) режиме малых скольжений показывает, что в установившемся режиме самовозбуждение АВГ осуществляется при замыкании тока и, соответственно, обмене электромагнитной энергией между фазами  $A$  и  $C$  в короткозамкнутом контуре  $OA—D1—T5—CO$ , а фаз  $B$  и  $A$  через цепь постоянного тока  $OA—D1—Z—D6—BO$  (рис. 1, б). На интервале  $30^\circ \dots 60^\circ$  (рис. 1, б) характер процесса в фазах  $A$  и  $C$  остается неизменным, а в фазах  $B$  и  $C$  замыкание токов и обмен электромагнитной энергией происходит в контуре  $T5—CO—OB—T6—Z$ , поскольку под действием результирующей э. д. с. контура изменяется направление тока в фазе  $B$ . Следовательно, включение и выключение вентилей от такта к такту обеспечивает непрерывное протекание трехфазного переменного тока и обмен электромагнитной энергией между фазами асинхронной машины через вентили преобразователя и поддерживает вращающееся магнитное поле асинхронной машины. Отметим, что направление тока (рис. 1, б) между узлами  $1$  и  $2$  может меняться, и цепь постоянного тока должна обладать двухсторонней проводимостью. Эту роль в АВГ выполняет нагрузка по постоянному току, однако в режимах, близких к холостому ходу, возможно появление перенапряжений на элементах схемы. С целью их устранения к узлам  $1$  и  $2$  подключается маломощный буферный конденсатор, который при небольших значениях емкости может образовать резонансный контур. В этом случае одновременно с вентильным возбуждением существует и конденсаторное.

Этот вывод подтверждается при анализе решений системы дифференциальных уравнений АВГ в режиме малых скольжений:

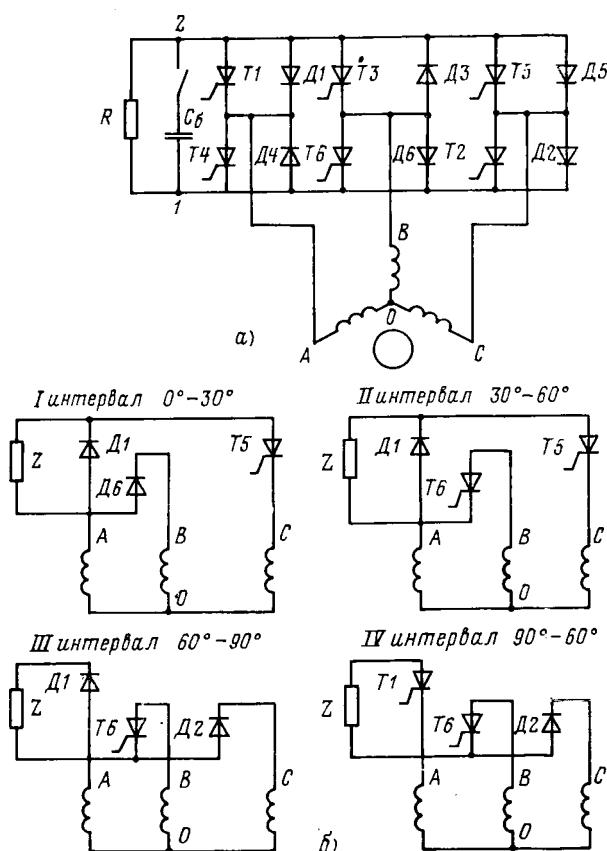
$$\left. \begin{aligned} (R_A + pL_A) i_A(p) - (R_B + pL_B) i_B(p) - L_A i_A(0) + \\ + L_B i_B(0) + \frac{i_g(p)}{pC_b} = \frac{U_g(0)}{p}; \\ (R_C + pL_C) i_C(p) - (R_A + pL_A) i_A(p) = \\ = L_C i_C(0) - L_A i_A(0); \\ i_A(p) + i_C(p) = i_g(p); \\ i_A(p) + i_B(p) + i_C(p) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $R_A = R_B = R_C = R^s$  — сопротивление фаз статора;  $i_A$ ,  $i_B$ ,  $i_C$  — фазные токи;  $i_g$  — ток, протекающий по шинам  $1$  и  $2$  (рис. 1, а);  $L_A = L_B = L_C = L^s$  — индуктивности фаз статора;  $U_g(0)$  — начальное напряжение на конденсаторе;  $C_b$  — емкость буферного конденсатора.

Уравнения (1) составлены на интервале постоянства структуры при допущении об идеальности вентилей, мгновенности коммутации, синусоидальности распределения индукции магнитного поля в воздушном зазоре. Границное значение емкости буферного конденсатора, при котором АВГ имеет вентильное возбуждение, определяется наличием действительных корней характеристического определителя системы (1), что соответствует условию

$$C \geq \frac{2.4L^s}{3(R^s)^2}. \quad (2)$$

Рис. 1



В общем случае смешанное вентильно-конденсаторное возбуждение должно происходить в случае комплексных корней характеристического уравнения и соответственно условий

$$C < \frac{2.4L^s}{3(R^s)^2}. \quad (3)$$

Анализ характерных структур вентильных цепей (рис. 1, б) показывает, что буферный конденсатор на интервалах постоянства структуры подключен к различным фазам асинхронной машины и образует контуры поочередно с каждой из них. Для существования вентильно-конденсаторного возбуждения АВГ необходимо, чтобы длительность полупериода перезаряда колебательного звена, состоящего из индуктивности фаз асинхронной машины и емкости буферного конденсатора, была меньше длительности интервала постоянства структуры. Этому соответствует условие

$$\frac{6\pi}{T} < \sqrt{\frac{2}{3L^sC_0} - \frac{(R^s)^2}{4(L^s)^2}}, \quad (4)$$

где  $T$  — период основной гармоники напряжения возбуждения АВГ.

В режиме вентильно-конденсаторного возбуждения АВГ работает неустойчиво, возможны биения и модуляция напряжения, что объясняется существованием двух независимых частот возбуждения — резонансной и основной гармоники напряжения вентильного преобразователя.

Устойчивая работа АВГ и минимальные массогабаритные показатели буферного конденсатора обеспечиваются при определении емкости буферного конденсатора исходя из условия

$$\frac{4T^2L^s}{3[144(\pi L^s)^2 + (R^sT)^2]} < C < \frac{2.4L^s}{3(R^s)^2}. \quad (5)$$

Однако необходимо учитывать изменение степени насыщения магнитной цепи асинхронной машины на верхнем и нижнем диапазоне частот вращения вала генератора. Выполнение условия (5) обеспечивает вентильное возбуждение генератора, причем для начального возбуждения практическое значение имеют жесткие режимы самовозбуждения. Это объясняется тем, что для создания первоначального магнитного поля необходим источник энергии из-за больших активных потерь в системе и прямого падения напряжения на вентилях.

Коммутирующие конденсаторы могут играть роль в процессе возбуждения генератора, если используются схемы вентильных преобразователей, в которых коммутационные процессы не отделены от рабочих. В асинхронном вентильном генераторе (рис. 1, а) с помощью конденсаторов выключаются вентили преобразователя и не изменяется направление тока в фазах асинхронной машины.

Исследование режима больших скольжений (номинальный режим) проводилось на универсальной цифровой модели [5], разработанной на кафедре электрических машин Куйбышевского политехнического института<sup>1</sup>. Такая модель содержит следующие этапы:

- ввод исходных данных;
- формирование топологических уравнений;
- формирование компонентных уравнений;
- решение;
- выводы результатов в виде таблиц и графиков.

Исходные данные о структуре схемы представляются в виде таблицы ветвей, в которой указывается тип ветви и ее расположение в схеме. При топологическом описании схемы каждую фазу асинхронной машины представляют отдельной ветвью (ветви короткозамкнутого ротора опущены). Формирование топологической матрицы сводится к просмотру множества ветвей и распределению их между деревом графа и его дополнением. При математическом описании АВГ топологическая матрица, матрица коэффициентов компонентных уравнений — разреженные. Специальные приемы позволяют кодировать, хранить и обрабатывать только ненулевые элементы этих матриц в виде одномерных массивов, что существенно повышает эффективность алгоритма. Определение проводящих и непроводящих вентилей схемы производится на этапе формирования вектора состояния вентилей на основе логических моделей вентилей [6]. Вектор состояния вентилей формируется в виде одномерного массива в дискретных точках на границе расчетного интервала.

<sup>1</sup> В разработке программы принимали участие аспирант В. М. Кияев и программисты ИВЦ КПТИ Н. К. Членова и Т. А. Чепур.

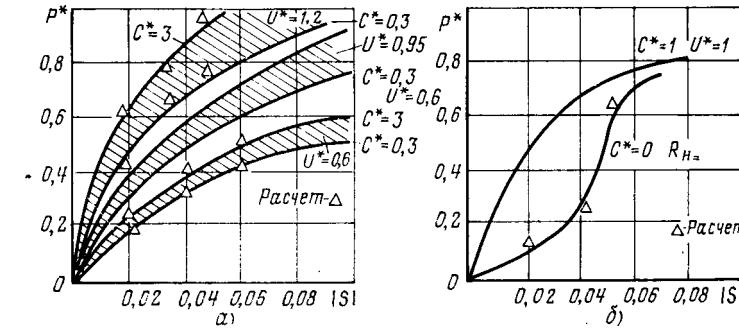


Рис. 2

На этапе ввода компонентных уравнений производится линеаризация и алгебраизация уравнений двухполюсников и асинхронной машины на основе методов неявного интегрирования.

Сформированная система линейных алгебраических уравнений решается с помощью LU-разложения. При моделировании электромагнитных процессов вводились параметры лабораторного образца генератора (мощность 5 кВ·А,  $U_H = 110$  В,  $f_1 = 50$  Гц,  $n_1 = 1500$  об/мин,  $R^s = 0,414$  Ом,  $L^{sR} = 0,0502$  Гн,  $L^s = 0,0032$  Гн,  $L^R = 0,0035$  Гн,  $R^R = 0,686$  Ом). Результаты расчета выводились в виде таблиц токов и напряжений ветвей схемы, их графиков, а также результатов гармонического анализа.

Исследование влияния емкости буферного конденсатора на характеристики генератора позволило установить незначительную зависимость электромагнитной мощности генератора от значения буферной емкости<sup>2</sup> (рис. 2, а). При уменьшении и увеличении емкости буферного конденсатора в 3 раза относительно номинального значение электромагнитной мощности генератора изменяется от 0,95 до 1,06  $P_{ном}$ . На электромагнитную мощность незначительное влияние оказывает степень насыщения магнитной цепи асинхронной машины. При увеличении степени насыщения в 1,3 раза (рис. 2, а) значение электромагнитной мощности изменяется от 0,9 до 1,1  $P_{ном}$ , что объясняется относительным ростом составляющей тока, замыкающейся через буферный конденсатор, а также тем, что конечное значение емкости конденсатора не позволяет создать идеальный преобразователь для обмена электромагнитной энергией между фазами асинхронной машины.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что наличие емкостного накопителя для возбуждения АВГ не является принципиальным. Наиболее веские доказательства данного факта получены при исследовании режимов работы генератора без буферного конденсатора. Теоретически и экспериментально установлена возможность устойчивого жесткого самовозбуждения АВГ при отсутствии емкостного накопителя. Характеристики генератора улучшаются по мере роста нагрузки (рис. 2, б), что объясняется уменьшением сопротивления в цепи постоянного тока и соответственно улучшением условий протекания тока через шины 1—2.

Сравнение опытных и расчетных данных показывает, что погрешность в определении амплитудных значений первых гармонических токов и напряжений не превышает 15 %, а пиковые значения токов отличаются не более чем на 10 %. Время расчета двух периодов выходного напряжения с шагом в  $2^\circ$  не превышает (для ЕС 1022) 1 мин 50 с. Полученные авторами результаты позволили предложить систему возбуждения АВГ без буферного конденсатора [7].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Костырев М. Л., Скороспешкин А. И., Дудышев В. Д., Мартыненко В. Н., Попов А. П. Перспективы применения асинхронных вентильных стартер-генераторов с короткозамкнутым ротором в автономных системах электроснабжения. — Электротехника, № 2, 1980.

- Novotny D., Gritter D., Studtmann G. Selfexcitation in inverter driven induction machines. — Trans. IEEE on PAS, 1977, vol. 96, № 4.

- Нетушил А. В. К расчету режимов самовозбуждения автономного асинхронного генератора. — Электричество, 1978, № 4.

<sup>2</sup> Под электромагнитной мощностью авторы понимают максимальное значение мощности, генерируемой фазами статора асинхронной машины при фиксированном скольжении.

4. Китаев А. В., Орлов И. Н. О физическом механизме самовозбуждения асинхронной машины. — Электричество, 1978, № 4.

5. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Советское радио, 1976.

6. Мотовилов Н. В., Костырев М. Л., Кияев В. М. Формиро-

вание вектора состояния вентиляй при анализе асинхронных вентильных машин на ЦВМ. — Электромеханика, 1980, № 10, с. 1105—1111.

7. Мотовилов Н. В., Костырев М. Л. и др. Асинхронный вентильный генератор. А. с. № 826545 (СССР). — Бюлл., 1981, № 16.

[03.06.81]

~~~~~

УДК 621.314.252.062.001.24

## Влияние вида схемы многофазных выпрямителей на размер обмоток питающих трансформаторов

СТАРОВЕРОВ Г. М.

Влияние схемы выпрямления на габариты и материалоемкость питающего трансформатора в некоторых случаях принято оценивать отношением расчетной мощности трансформатора  $S_t$  к произведению  $P_d$  средних значений тока  $I_d$  и напряжения  $U_d$  в нагрузке выпрямителя:  $S_t = I_d U_d$ , где  $P_d$  — мощность нагрузки постоянного тока. Значение  $S_t$  определяется полусуммой произведений действующих значений токов и напряжений всех секций вторичных и первичных обмоток трансформатора. Ранее уже отмечались<sup>1</sup> терминологические и количественные несогласованности, связанные с таким подходом при анализе схем выпрямителей в общем случае. Известно, что величина  $P_d$  не всегда является полезной активной мощностью нагрузки  $P_h$ , определяемой произведением мгновенных значений тока и напряжения в нагрузке. Кроме того, оценки на основе соотношений  $S_t$  и  $P_d$  не указывают практических путей поиска схемных решений, приводящих к уменьшению габаритов трансформаторов. Поэтому в данном анализе используется подход к определению влияния схемы выпрямления на габариты питающего трансформатора на основе соотношений  $S_t$  и  $P_h$ .

Одной из основных причин увеличения габаритов трансформаторов, питающих многофазные выпрямители, является прерывистый характер тока в обмотках. Если, например, постоянный ток  $I_d$  в нагрузке получают за счет последовательной во времени работы  $m$  обмоток так, что в каждой обмотке ток представляется собой импульсы амплитудой  $I_d$  и длительностью  $T/m$ , то действующее значение тока в каждой обмотке будет  $I_1 = I_d / \sqrt{m}$ . Сечение обмоток пропорционально действующему значению тока в них. Отношение суммарного сечения всех  $m$  обмоток к сечению одной обмотки, если по ней проходит не-прерывный ток  $I_d$ , равно  $\sqrt{m}$ . Прерывистый характер тока в обмотках приводит к тому, что в большинстве случаев трансформатор в составе выпрямителя передает меньшую мощность, чем он способен передать при питании нагрузки переменного тока, когда все обмотки трансформатора работают в непрерывном режиме. Так, при чисто активной нагрузке действующее значение тока во вторичных обмотках трансформатора

$$I_2 = I_{2m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2 \int_0^{\pi/3} \cos^2 \vartheta d\vartheta} = \frac{I_{2m}}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6}}. \quad (1)$$

Действующее значение тока нагрузки

$$I_h = I_{2m} \frac{1}{\sqrt{2\pi/3}} \sqrt{2 \int_0^{\pi/3} \cos^2 \vartheta d\vartheta} = \sqrt{3} \frac{I_{2m}}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}}. \quad (2)$$

Действующие значения напряжения на вторичной обмотке  $U_2$  и на нагрузке  $I_h$  соответственно равны:

<sup>1</sup> Колесников В. М. О соотношении мощностей в схеме выпрямления электрического тока. — Электричество, 1966, № 2, с. 73—74.

$$U_2 = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}}; \quad (3)$$

$$U_h = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2\pi/3}} \sqrt{2 \int_0^{\pi/3} \cos^2 \vartheta d\vartheta} \approx 0,841 U_{2m}. \quad (4)$$

Мощность, которую могут передать вторичные обмотки трансформатора в непрерывном режиме  $S_t = 3U_2 I_2$ , а мощность, выделяемая в нагрузке  $P_h = U_h I_h$ . Отношение  $S_t/P_h$ , которое можно назвать коэффициентом запаса  $K_3$ , в данном случае с учетом зависимостей (1)–(4) определяется как

$$K_3 = \frac{S_t}{P_h} = \frac{3 \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} \frac{I_2}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}}}{\sqrt{3} \frac{U_{2m}}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}} \sqrt{3} \frac{I_{2m}}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}}} \approx 1,457. \quad (5)$$

Согласно (5) вторичные обмотки трансформатора в непрерывном режиме могут передать почти в полтора раза большую мощность по сравнению с той, которую они передают при работе трансформатора в составе однотактного трехфазного выпрямителя.

Отсюда представляется целесообразным сравнивать различные схемы многофазных выпрямителей по величине  $K_3$ ; при большем  $K_3$  единице мощности нагрузки соответствуют большие габариты, масса и материалоемкость питающего выпрямитель трансформатора. Однако сравнительный анализ схем многофазных выпрямителей можно сделать более простым и наглядным, если оценивать увеличение сечения обмоток трансформатора по отношению к какому-либо базовому варианту. Причем, более удобно рассматривать активно-индуктивную нагрузку с  $wL_d \gg R_d$ , т. е. наиболее распространенный режим работы выпрямителей, когда приближенно можно считать ток нагрузки постоянным ( $i_d = I_d = \text{const}$ ).

За базовый вариант можно принять случай, когда весь ток нагрузки проходит по одной обмотке питающего трансформатора. Это имеет место в однофазной мостовой схеме выпрямления, где ток обмотки  $I_2$  имеет форму двуполярных прямоугольных импульсов. Действующие значения тока  $I_2$  и тока нагрузки  $I_h$  равны ( $I_2 = I_h$ ). Пусть  $I_d = 1$ . Число витков вторичной обмотки  $w$  для создания определенной величины  $U_{2m}$  на входе выпрямительной схемы можно принять  $w_2 = 1$ . Общее сечение вторичной обмотки  $\Delta_2$  будет пропорционально произведению  $I_2 w_2$ , а в выбранном базовом варианте —  $I_2 w_2 = I_d w_2$ . Пусть  $\Delta_{2b} = 1$ . Остается оценить, как будет зависеть  $\Delta_2$  от схемы многофазного выпрямителя. Для каждой схемы известны количества вторичных обмоток, соотношение между  $I_2$  и  $I_d$  и зависимость между средним напряжением на нагрузке  $U_d$  и амплитудным значением напряжения  $U_{2m}$ . Для трехфазной схемы напряжения: амплитудное на входе выпрямителя  $U_{2m}$ , действующее  $U_h$  и среднее  $U_d$  на нагрузке незначительно отличаются друг от друга. Так, для однотактной трехфазной схемы

согласно (4)  $U_h = 0,841 U_{2m}$ , а  $U_d = \frac{U_{2m}}{2\pi/3} \int_0^{\pi/3} 2 \cos \vartheta d \vartheta \approx 0,827 U_{2m}$ .

Для шестифазного выпрямления  $U_h = 0,956 U_{2m}$ ,  $U_d = 0,955 U_{2m}$ , т. е.  $U_h$  и  $U_d$  менее чем на 5 % отличаются от  $U_{2m}$ . Поскольку под многофазными выпрямителями понимаются обычно те, у которых число фаз выпрямления шесть и более, то для них можно принять, что  $U_{2m}$  практически равны  $U_d$ .

Здесь необходимо учесть, что в многофазных трансформаторах вектор напряжения  $U_{2m}$  обычно формируется как векторная сумма напряжений нескольких обмоток, расположенных на разных стержнях. Векторная диаграмма рис. 1 соответствует варианту получения девятифазной системы выпрямляемых напряжений при соединении вторичных обмоток по схеме звезды.

Каждый из векторов 1, 3, 4, 6, 7, 9 рис. 1 получается за счет суммирования напряжения части обмотки на одном стержне с напряжением дополнительной обмотки, расположенной на другом стержне. Например, вектор напряжения 1 является суммой векторов  $1' a$  и  $-2c$ . Если принять, что вектору 2 (1a) соответствует число витков вторичной обмотки, равное 1, то соотношение числа витков обмоток, отвечающих векторам 2,  $1' a$  и  $-2c$ , соответственно будет определяться как

$$1 : \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ : \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ. \quad (6)$$

Зависимость (6) получена на основе теоремы синусов для треугольника со сторонами  $1' a$ ,  $-2c$ , 1.

Для определения суммарного относительного сечения вторичных обмоток можно использовать следующее выражение:

$$\Delta = \sum_{q=1}^Q n_q w_{q0} \sqrt{\sum_{l=1}^L \frac{K_{tl}}{K_{ll}^2}}, \quad (7)$$

где  $\Delta$  — относительное общее сечение вторичных обмоток;  $Q$  — число групп обмоток с разным режимом работы;  $n$  — число обмоток с одинаковым режимом работы;  $w_{q0}$  — относительное число витков  $q$ -й обмотки, например в соответствии с зависимостью (6);  $L$  — число разных режимов работы обмотки;  $K_{tl}$  — относительная продолжительность во времени  $l$ -го режима работы обмотки;  $K_{ll}$  — относительная загрузка обмотки по току в  $l$ -м режиме.

Если ток в обмотке имеет вид прямоугольного импульса длительностью  $\Delta t$  при периоде повторения  $T$ , а величина тока в импульсе равна  $I_d/K_t$ , то действующее значение тока в обмотке

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\Delta t} \frac{I_d^2}{K_t^2} dt} = I_d \sqrt{\frac{K_t}{K_t^2}},$$

где  $K_t = \frac{\Delta t}{T}$ .

Если же ток в обмотке имеет форму ступенчатого импульса с числом  $L$  одинаковых ступенек длительностью  $K_{tl}$  и величиной  $I_d/K_{tl}$ , то действующее значение тока в обмотке

$$I = I_d \sqrt{\sum_{l=1}^L \frac{K_{tl}}{K_{ll}^2}}. \quad (8)$$

При  $I_d=1$  выражение (8) определяет относительное значение действующего тока в обмотке.

Например, в трехфазном однотактном выпрямителе со средней точкой вторичных обмоток импульсы тока имеют длительность  $1/3$  периода ( $K_t=1/3$ ) и амплитуду  $I_d(K_t=1)$ . Здесь будет один режим ( $L=1$ ), число обмоток с одинаковым режимом работы  $n=3$  и число аналогичных групп обмоток  $Q=1$ . Требуемое  $U_{2m}$  создается в каждой фазе одной обмоткой с  $w_0=1$ . Для данного случая

$$\Delta_3 = 3 \cdot 1 \sqrt{\frac{1/3}{1}} = \sqrt{3},$$

т. е. общее сечение вторичных обмоток трансформатора выпрямителя оказывается в  $\sqrt{3}$  раз больше по сравнению с базовым вариантом.

В шестифазной однотактной схеме „звезда—обратная звезда“ без уравнительного реактора поочередно работают шесть обмоток, проводя импульсы тока амплитудой  $I_d(K_t=1)$  и дли-

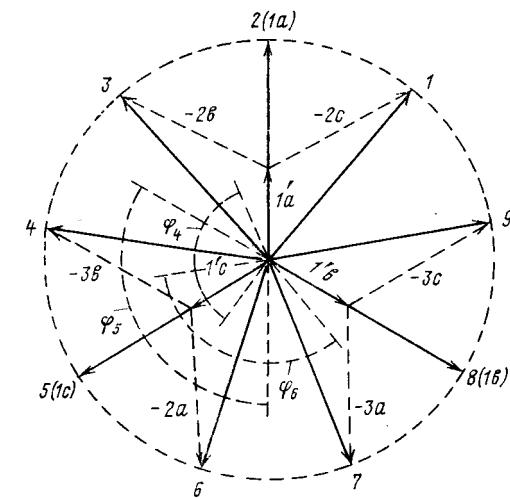


Рис. 1

тельностью  $1/6$  периода ( $K_t=1/6$ ). Относительное сечение вторичных обмоток

$$\Delta_{60} = \sqrt{6}.$$

В  $m$ -фазном однотактном выпрямителе без уравнительных реакторов при поочередной работе вторичных обмоток

$$\Delta_m = \sqrt{m}. \quad (9)$$

В мостовых схемах имеет место лучшее использование сечения вторичных обмоток. Например, в трехфазной мостовой схеме импульсы тока амплитудой  $I_d(K_t=1)$  во вторичных обмотках трансформатора проходят в течение  $2/3$  периода ( $K_t=2/3$ ). Для получения на выходе моста напряжения  $U_{2m}$  требуется меньшее в  $\sqrt{3}$  раз число витков вторичных обмоток ( $w_0 = 1/\sqrt{3}$ ). Следовательно,

$$\Delta_{6M} = 3 \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2/3}{1}} = \sqrt{2}.$$

Если сравнить выпрямление по трехфазной мостовой схеме с шестифазной однотактной схемой без уравнительных реакторов, то имеем

$$\frac{\Delta_{60}}{\Delta_{6M}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}.$$

Применение уравнительных реакторов позволяет улучшить использование сечения вторичных обмоток трансформатора. Например, в схеме «звезда — обратная звезда» с уравнительным реактором (схема Кюблера):

$$K_t = 2, \quad K_t = \frac{1}{3}, \quad w_0 = 1, \quad n = 6,$$

$$\Delta_{6K} = 6 \cdot 1 \sqrt{\frac{1/3}{4}} = \sqrt{3},$$

т. е. здесь суммарное сечение вторичных обмоток трансформатора будет таким же, как при трехфазном выпрямлении. А отношение

$$\frac{\Delta_{6K}}{\Delta_{6M}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1,225$$

уже гораздо меньше; шестифазное выпрямление по схеме Кюблера связано с увеличением сечения вторичных обмоток трансформатора лишь примерно на 23, а не на 73%, как без уравнительного реактора, по сравнению с шестифазным выпрямлением по мостовой схеме.

Для устранения возрастания сечения обмоток трансформатора при увеличении фаз выпрямления надо использовать такие схемные решения, которые обеспечивают протекание тока в обмотке возможно большую часть периода.

Согласно выражению (7), следует увеличить  $K_t$ , а при увеличении числа обмоток пропорционально увеличивать значение  $K_t$ , т. е. обеспечивать параллельную работу обмоток.

На рис. 2 приведено схемное решение, отвечающее указанным выше требованиям, где формируется девятифазная система выпрямляемых напряжений по принципу, соответствующему векторной диаграмме рис. 1. На рис. 2 обмотки  $1a$ ,  $1b$ ,  $1c$  основные;  $1'a$ ,  $1'b$ ,  $1'c$  — части основных обмоток до отпаек;  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$ ,  $3a$ ,  $3b$ ,  $3c$  — дополнительные. Соотношение чисел вит-

ков этих обмоток согласно установленной выше зависимости следующее:

$$1: \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ: \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ.$$

Вторичные обмотки трансформатора на рис. 2 соединены так, что напряжения на выходах каждой группы сдвинуты относительно друг друга на  $120^\circ$  (см. векторную диаграмму на рис. 1). Одна группа образована векторами  $1, 4, 7$ ; вторая — векторами  $2, 5, 8$ ; третья — векторами  $3, 6, 9$ . На рис. 1 угол  $\varphi_4$  соответствует диапазону «работы» вектора  $4$ , угол  $\varphi_5$  — вектора  $5$ , а  $\varphi_6$  — вектора  $6$ . Анализ диапазонов «работы» векторов позволяет установить токовый режим в обмотках. Так, вектор  $1c$  участвует в создании напряжений трех фаз:  $4, 5$  и  $6$ . При перекрытии любых двух углов, например  $\varphi_4$  и  $\varphi_5$  ток в обмотке  $1c$  станет равным  $2/3 I_d$ , а при перекрытии  $\varphi_4, \varphi_5$  и  $\varphi_6$  уже будет равняться  $I_d$ , т. е. с учетом углов между векторами на рис. 1, обмотка  $1c$  имеет три режима работы по току:

в течение  $80^\circ$  ( $2/9$  периода) ток в обмотке равен  $1/3 I_d$  ( $K_{t1}=2/9, K_{i1}=3$ );

в течение других  $80^\circ$  ток равен  $2/3 I_d$  ( $K_{t2}=2/9, K_{i2}=3/2$ );  
в диапазоне  $40^\circ$  ( $1/9$  периода) по обмотке проходит весь ток нагрузки  $I_d$  ( $K_{t3}=1/9, K_{i3}=1$ ).

Все дополнительные обмотки и части основных обмоток

после отпаек с относительным числом витков  $1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ$

имеют один режим работы ( $K_t=1/9, K_i=3$ ).

В соответствии с (7) относительное сечение вторичных обмоток для данного случая

$$\Delta_{90} = 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ \right) \sqrt{\frac{1}{27}} + 6 \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ \sqrt{\frac{1}{27}} + 3 \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ \sqrt{\frac{2}{81} + \frac{8}{81} + \frac{1}{9}} \approx 1,78. \quad (10)$$

Отношение

$$\frac{\Delta_{90}}{\Delta_{6K}} = \frac{1,78}{\sqrt{3}} = 1,028$$

показывает, что переход от шестифазного выпрямления по схеме Кюблера к девятифазному выпрямлению по схеме рис. 2 приводит к увеличению сечения вторичных обмоток трансформатора менее чем на 3%.

В качестве еще одного примера рассматриваемого способа создания многофазных выпрямителей на рис. 3 дана схема 18-фазного выпрямителя, а на рис. 4 — соответствующая векторная диаграмма напряжений на вторичных обмотках трансформатора. На рис. 3 обозначены:  $1a, 1b, 1c$  — основные с отпайками;  $1'a, 1'b, 1'c$  — основные с отпайками вторичные обмотки, соединенные в обратную звезду;  $2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c$  — дополнительные обмотки;  $19$  и  $20$  — первый и второй трехфазные реакторы;  $21$  — двухфазный реактор.

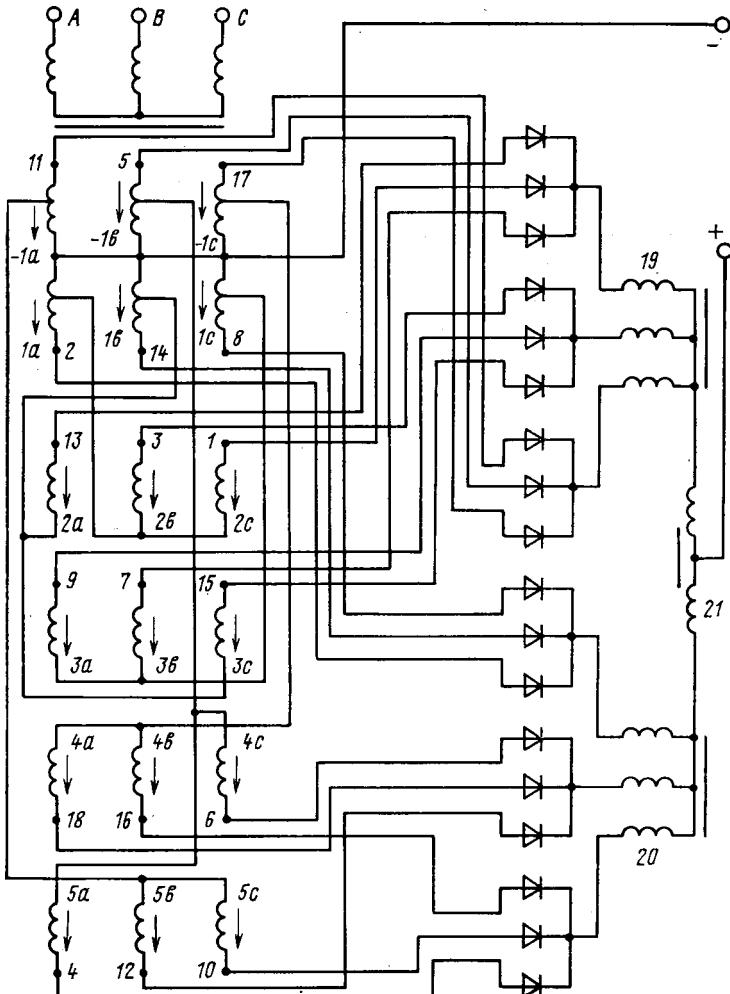


Рис. 3

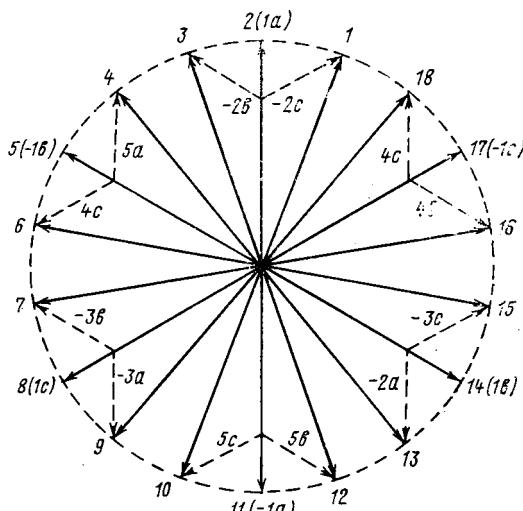


Рис. 4

Соотношения между числами витков основных вторичных обмоток, их частей до отпаек, частей после отпаек и дополнительных обмоток соответственно записутся в виде

$$1 : \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ\right) : \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 20^\circ.$$

Дополнительные и части основных обмоток после отпаек нагружены 1/6 тока нагрузки в течение 1/3 периода  $(K_t = \frac{1}{3}, K_i = 6)$ .

Части основных обмоток до отпаек имеют три режима:

$$K_{t1} = \frac{1}{9}, \quad K_{i1} = 6;$$

$$K_{t2} = \frac{2}{9}, \quad K_{i2} = 3;$$

$$K_{t3} = \frac{2}{9}, \quad K_{i3} = 2.$$

Оценка относительного общего сечения вторичных обмоток трансформатора для данного случая по выражению (7) дает:

$$\Delta_{180} = 6 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin 40^\circ\right) \sqrt{\frac{1}{324} + \frac{1}{81} + \frac{1}{36}} \approx 1,792,$$

т. е. переход от девятифазного выпрямителя к 18-фазному практически не приводит к увеличению сечения вторичных обмоток трансформатора ( $\Delta_{180}/\Delta_{90} < 1,007$ ).

Приведенные схемы дают примеры создания многофазных преобразователей практически без увеличения размеров питающего трансформатора по сравнению с распространенными шестифазными однотактными преобразователями.

**Выводы.** 1. Сравнительный анализ многофазных выпрямителей одинаковой мощности целесообразно проводить по отношению сечения вторичных обмоток к базовому варианту, который соответствует полному использованию сечения вторичных обмоток или непрерывному режиму работы трансформатора.

2. Рассмотренные в статье схемы соединения секций вторичных обмоток трансформаторов обеспечивают увеличение фазности выпрямляемых напряжений практически без увеличения сечения обмоток по сравнению с шестифазной схемой «звезда — обратная звезда» с уравнительным реактором.

[13.01.83]

~~~~~

УДК 621.317.39.001.24:512.831

## К использованию матриц при анализе электромагнитных устройств переменного тока с ферромагнитными сердечниками

АСТАШЕВСКАЯ Т. С., канд. техн. наук

Москва

Электромагнитные преобразователи (трансформаторные, индуктивные) информационно-измерительных систем представляют собой линейные электромагнитные устройства переменного тока, состоящие из ненасыщенного ферромагнитного сердечника с одной или несколькими обмотками.

Для анализа подобных электромагнитных устройств переменного тока с многоконтурными магнитными и электрическими системами в данной статье предлагается использовать матричный метод [1].

Анализ электромагнитных устройств производится на примере трансформаторных преобразователей при следующих допущениях: м.д.с. и магнитный поток полагаются прямо пропорциональными, влияние поверхностного эффекта в магнитопроводе не учитывается. Расчет ведется методом теории цепей для действующих значений электромагнитных величин. Целью расчета является определение электромагнитных характеристик устройства.

Составляющие м.д.с., создаваемые обмотками каждого электрического контура, определяются уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_{\mu 1} &= \mathbf{N}_{\mu 1} \mathbf{i}_1; \\ \mathbf{F}_{\mu 2} &= \mathbf{N}_{\mu 2} \mathbf{i}_2; \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{F}_{\mu i} &= \mathbf{N}_{\mu i} \mathbf{i}_i; \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{F}_{\mu e} &= \mathbf{N}_{\mu e} \mathbf{i}_e, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\mathbf{F}_{\mu i} = [F_{\nu i}]_{\mu i}$  — вектор составляющих м.д.с., созданных  $i$ -ым контурным током (элемент  $F_{\nu i}$  соответствует составляющей м.д.с., действующей в  $\nu$ -ом магнитном контуре);  $\mu$  — число контуров магнитной цепи;  $e$  — число контуров электрической цепи<sup>1</sup>;  $\mathbf{N}_{\mu i} = [N_{\nu i}]_{\mu i}$  — матрица витков обмоток  $i$ -го электрического контура (значение элемента  $N_{\nu i}$  равно числу витков обмоток, образующих источник магнитного поля в  $\nu$ -м

<sup>1</sup> Здесь и далее величины с индексом 1 соответствуют первой цепи, а с индексами 2, 3, ...,  $i$ , ...,  $e$  — вторичным цепям; при одном первичном контуре число вторичных электрических контуров и следовательно число размагничивающих составляющих сил будет равно  $e$  — 1.

магнитном контуре);  $\mathbf{i}_i$  — ток в  $i$ -ом электрическом контуре.

В электромагнитных устройствах переменного тока с ферромагнитными сердечниками часть энергии, подведенной к устройству, расходуется в магнитопроводе на потери гистерезиса и вихревых токов. Поэтому ток в первичном электрическом контуре и соответственно м.д.с. имеют реактивные части  $\text{Im } I_1$  и  $\text{Im } \mathbf{F}_{\mu i}$ , которые компенсируют потери в магнитопроводе, а также уравновешивают реактивные части токов и м.д.с. вторичных цепей. Потоки в магнитной системе создаются активными частями токов всех электрических контуров.

Контурные потоки в магнитной цепи, создаваемые током  $i$ -го электрического контура, определяются по уравнению [2]:

$$\Phi_{k\mu i} = \mathbf{R}_{\mu i}^{-1} \text{Re} \mathbf{F}_{\mu i}, \quad (2)$$

где  $\Phi_{k\mu i} = [\Phi_{k\nu i}]_{\mu i}$  — вектор контурных магнитных потоков, создаваемый током  $i$ -го электрического контура;  $\mathbf{R}_{\mu i}^{-1} = [R_{\mu i \nu}]_{\mu i}^{-1}$  — обращенная матрица собственных и общих сопротивлений контуров магнитной цепи.

Разделим все элементы вектора  $\text{Re} \mathbf{F}_{\mu i}$  на общий множитель  $F_i$ , например, на величину м.д.с., создаваемой одной из обмоток  $i$ -го электрического контура, и тогда

$$\text{Re} \mathbf{F}_{\mu i} = \mathbf{C}_{k\mu i} F_i, \quad (3)$$

где  $\mathbf{C}_{k\mu i} = [C_{k\nu i}]_{\mu i}$  — матрица коэффициентов м.д.с., созданных током  $i$ -го электрического контура (элементами  $\mathbf{C}_{k\mu i}$  являются числа  $C_{k\nu i} = N_{\nu i}/N_i$ ). Знак этих чисел указывает на совпадение направления контурного потока в  $\nu$ -м контуре с направлением действия в этом контуре суммарной м.д.с.; нулевые значения элементов матрицы соответствуют пассивным контурам магнитной цепи);  $F_i = N_i I_i$ ;  $N_i$  — общий множитель матрицы  $\mathbf{N}_{\mu i}$  витков обмоток  $i$ -го электрического контура

Связь между магнитными потоками в ветвях и контурными потоками определяется зависимостью [2]:

$$\Phi_{L i} = \mathbf{C}_{c L \mu} \Phi_{k\mu i}, \quad (4)$$

где  $\Phi_{L i} = [\Phi_{L i}]_{\mu i}$  — вектор магнитных потоков в ветвях магнитной цепи, созданных током  $i$ -го электрического кон-



$$P_{ct} = p_{ct} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^\beta \sum_{l=1}^L \frac{B_l^2}{B_0^2} Q_l; \quad (18)$$

$p_{ct}$  — удельные потери на гистерезис и вихревые токи;  $B_l$  и  $\omega_0$  — индукция и частота напряжения питания, при которых определялись удельные потери в стали;  $\beta$  — постоянный коэффициент (для ненасыщенного магнитопровода  $\beta=1, 2$ );  $Q_l$  — масса  $l$ -го участка магнитопровода длиной  $L_{ct}l$  и площадью по-перечного сечения  $S_{ct}l$ ;

$$Q_l = \gamma L_{ct}l S_{ct}l;$$

$\gamma$  — плотность материала магнитопровода;  $B_l$  — индукция в  $l$ -ом участке магнитопровода;

$$B_l = \Phi_l / S_{ct}l;$$

$\Phi_l$  — суммарный магнитный поток в  $l$ -й ветви магнитной цепи;

$$\Phi_l = \lambda_l F_1;$$

$\lambda_l$  — элемент матрицы  $\lambda_L[\lambda_l]$  коэффициентов магнитных потоков, созданных совокупностью составляющих м.д.с. всех обмоток с током;

$$\lambda_l = \lambda_{l1} + \sum_{n=2}^e \lambda_{ln} C_{ln} K_{pn} K_{En};$$

$K_{cbn}$  — коэффициент электромагнитной связи между обмотками  $n$ -го вторичного и первичного электрических контуров;

$$K_{cbn} = \frac{\sum_{l=1}^L C_{0l1} \lambda_{ln} C_{ln}}{\sum_{l=1}^L C_{0l1} \lambda_{l1}}. \quad (19)$$

Решая систему уравнений (17) — (19) относительно  $K_{a1}$ , получаем

$$K_{a1} = p_{ct} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^\beta \frac{\gamma \sum_{l=1}^L \lambda_l \frac{L_{ct}l}{S_{ct}l}}{\omega B_0 \sum_{l=1}^L C_{0l1} \lambda_{l1}} + \sum_{n=2}^e [K_{a1} K_{En} K_{cbn}]. \quad (20)$$

Решая систему уравнений (6) — (9), (16) — (18) для первично-го электрического контура относительно  $F_1$ , получаем:

$$U = F_1 N_1 \times \times \sqrt{(K_{R1} - K_{X1} K_{a1})^2 + \left( \omega \sum_{l=1}^L C_{0l1} \lambda_l + K_{X1} + K_{R1} K_{a1} \right)^2};$$

$$\psi = \frac{\omega \sum_{l=1}^L C_{0l1} \lambda_l + K_{X1} + K_{R1} K_{a1}}{K_{R1} - K_{X1} K_{a1}}. \quad (21)$$

Напряжение на нагрузке и фаза этого напряжения в  $i$ -ом электрическом контуре равны:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{hi} &= \frac{\dot{E}_i}{Z_i} Z_{hi}; \\ \psi_{hi} &= \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} E_i - \arctg \frac{K_{X1}}{K_{R1}} + \arctg \frac{X_{hi}}{R_{hi}}. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (22)$$

**Пример.** На рис. 1 и 2 показаны эскиз и схемы замещения первичной и вторичной магнитных цепей двухконтурного трансформаторного преобразователя перемещения, у которого две части первичной обмотки расположены на среднем полюсе магнитопровода, а третья часть первичной обмотки и вторичная обмотка расположены на правом полюсе магнитопровода. На схеме рис. 1 показано встречное направление токов.

Исходными для расчета преобразователя являются значения следующих параметров: напряжение и частота источника питания, свойства материалов магнитопровода и обмотки, геометрические размеры конструкции, число витков обмоток, соп-

Рис. 1. Эскиз трансформаторного преобразователя: 1 — магнитопровод; 2 и 3 — обмотки первичного и вторичного электрических контуров

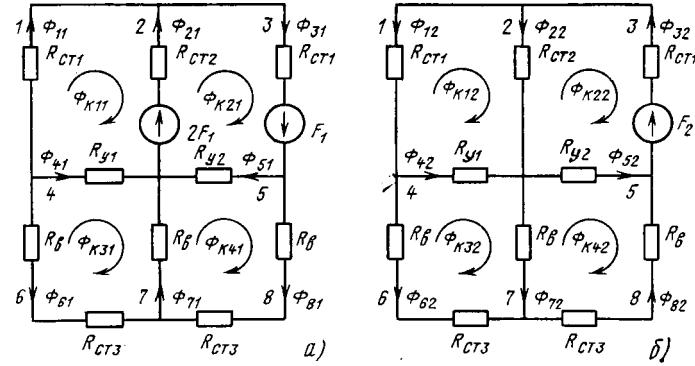
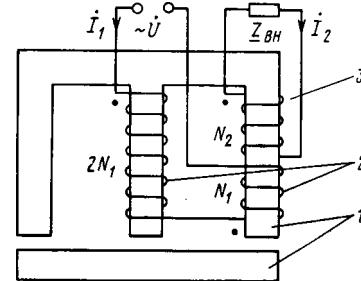


Рис. 2. Схемы замещения первичной (а) и вторичной (б) магнитных цепей:  $R_{ct1}$ ,  $R_{ct2}$ ,  $R_{ct3}$  — сопротивления стальных участков магнитной цепи;  $R_b$ ,  $R_{y1}$ ,  $R_{y2}$  — сопротивления воздушных участков магнитной цепи

ротивление нагрузки. Необходимо определить напряжение на нагрузке и ток в первичном электрическом контуре.

В схемах замещения магнитной цепи положительные направления контурных потоков  $\Phi_{kvi}$  задаются произвольно, а направления потоков  $\Phi_{li}$  в ветвях определяются в зависимости от направления действия источников магнитного поля. Если направление магнитного потока в какой-либо ветви выбрано неправильным и при расчете получено отрицательное значение этого потока, то расчет повторяется с исправленным направлением потока в этой ветви.

Примем за общий множитель  $F_1$  первичной магнитной цепи м.д.с. обмотки, расположенной на правом крайнем стержне магнитопровода, а за общий множитель  $F_2$  вторичный магнитной цепи м.д.с. вторичной обмотки. В соответствии со схемами замещения магнитных цепей составляются матрицы  $C_{k\mu}$ ,  $C_{0L\mu}$ ,  $C_{cL\mu}$  и  $C_L$ .

Для первичной магнитной цепи эти матрицы имеют вид:

$$C_{k\mu 1} = \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad C_{0L1} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad C_{cL\mu 1} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Для вторичной магнитной цепи

$$C_{k\mu 2} = \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad C_{0L2} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad C_{cL\mu 2} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Матрица  $C_{L2}$  имеет вид:

$$C_{L2} = [1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1].$$

В соответствии с конструкцией преобразователя и со схемами замещения магнитных цепей составляют матрицы общих и собственных сопротивлений магнитной цепи. Расчет сопротивлений стальных и воздушных участков магнитной системы проводится любым известным способом, обеспечивающим достаточную точность расчета.

По уравнению (5) рассчитываются коэффициенты  $\lambda_i$  магнитных потоков в ветвях для первичной и вторичной магнитных цепей. Коэффициент  $K_{E2}$  э.д.с., наводимой во вторичной обмотке, определяется по уравнению (15), которое для двухобмоточного трансформаторного преобразователя принимает вид

$$K_{E2} = \frac{\sum_{l=1}^L C_{0l2} \lambda_{l1}}{1 + \sum_{l=1}^L C_{0l2} \lambda_{l2} C_{l2} K_{p2}}.$$

~~~~~

УДК 621.315.612.015.533:621.317.333.41.6

## Разрушение изоляционных стекол поверхностными частичными разрядами

ШУМИЛОВ Ю. Н., ХРАМОВ Л. Ф., ПОКРОВСКИЙ С. Ф.

В настоящее время в качестве материала для изоляторов линий электропередач широкое применение получило стекло, имеющее ряд преимуществ перед фарфором. Однако в некоторых микрозонах энергосистем, где имеются аглофабрики, металлургические и химические комбинаты, наблюдается более интенсивное разрушение изоляторов из закаленного стекла, чем регламетировано ГОСТ. Изоляторы, демонтированные из таких микрозон, имеют сильное загрязнение поверхности стеклодетали, а также сколы ребер. На стекле и в слое загрязнения наблюдаются древовидные побеги и кратеры, являющиеся следами оплавления поверхности, вероятно, в результате термического воздействия опорных точек поверхностных частичных разрядов [1, 2] (см. рис. 1).

Для определения области применения стеклянных изоляторов необходимо выяснить причины, приводящие к появлению на их поверхности частичных разрушений и древовидных каналов, развитие которых приводит к разрушению изоляторов. Выяснение основных причин, вызывающих разрушение, позволит уточнить требования к изоляционным стеклам и наметить пути управления устойчивостью стеклодеталей к воздействию поверхностных частичных разрядов (ПЧР).

При обсуждении механизма разрушения стеклодеталей в районах с загрязненной атмосферой обычно выдвигаются две гипотезы:

1. Коррозионно-химическое разрушение стеклодеталей.
2. Механическое разрушение стекла в результате возникновения термоупругих напряжений в зоне ПЧР.

Первая гипотеза основана на известных представлениях о разрушении стекла в агрессивных жидкостях, вторая — на результатах осмотра поверхностей разрушения изоляторов (чешуйчатые отслоения, сколы ребер, глубокие трещины и т. д.), демонтированных из районов с особо сильными загрязнениями.

Выполненные в СибНИИЭ исследования показывают, что процесс разрушения стеклодеталей в загрязненных районах является более сложным, чем это представляется схемами теориями, но первичным условием, приводящим к разрушению стекла, является наличие ПЧР. Исследования проводились на серийных стеклах № 7 и № 13 В, а также на экспериментальных стеклах из изоляторов, разработанных СКТБ ВПО «Союзэлектресь-изоляция».

**Оптические исследования разрушения.** При работе изоляторов в условиях увлажнения и загрязнения возникающие частичные дужки обычно перемещаются по поверхности изолятора и нагрев стеклодетали в этом случае невелик. Однако в определенные моменты времени дужка может стабилизироваться и на участке

Величина м.д.с.  $F_1$ , создаваемой одной частью первичной обмотки, определяется из уравнения (21). Токи в первичном и вторичном электрических контурах определяются из уравнений (16) и (11); э.д.с.  $E_2$  и напряжение на нагрузке определяются по уравнениям (10) и (22).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Липман А. А. «Электрическая и «магнитная» схемы электромагнитной цепи. — Электричество, 1974, № 7, с. 65—68.
2. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.: Энергия, 1970. — 592 с.
3. Атабеков Г. И., Тимофеев А. Б., Хухриков С. С. Теоретические основы электротехники — Ч. 2. — М.: Энергия, 1970. — 231 с.
4. Асташевская Т. С. Расчет трансформаторного преобразователя угла. — Изв. вузов. Приборостроение, 1977, № 9, с. 10—15.
5. Асташевская Т. С. Расчет трансформаторных преобразователей с бесконечным сопротивлением нагрузки. — Изв. вузов. Приборостроение, 1975, № 5, с. 60—63.
6. Асташевская Т. С. Расчет индуктивных преобразователей ИИС. — Измерительная техника, 1978, № 4, с. 12—14.

[21.12.82]

поверхности в такие моменты температура диэлектрика в зоне опорных точек резко повышается. Термическое расширение малых нагретых объемов стекла в зоне опорных точек будет ограничено присутствием массивных участков изолятора, не подверженных нагреву. Стремление нагретых слоев к расширению вызывает сжимающие напряжения в стекле.

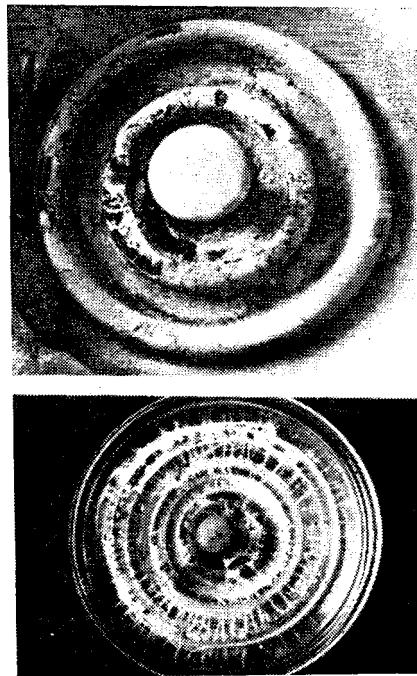


Рис. 1. Примеры разрушения изоляторов при воздействии поверхностных частичных разрядов: *а* — изолятор ПСГБ-А, демонтированный с ВЛ 110 кВ в районе цементного завода, 1 год эксплуатации; *б* — изолятор ПСБ-Б после испытаний в камере тумана при напряжении 15 кВ в течение 100 ч

Таблица 1

| Методика испытаний                                   | Вид загрязнений                                                                                     | Объект испытаний          | Время до разрушения изолятора, ч |                         |                                         |                                         |                      |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------|
|                                                      |                                                                                                     |                           | 7                                | 7Б                      | 29                                      | C-9                                     | 13-В                 |
| В камере тумана, напряжение 15 кВ                    | Соленый туман ( $\text{NaCl}$ ), $j=0,05$ мм/мин, $\gamma=0,4$ г/л, $\rho_v=1500$ Ом·см             | Одиночные изоляторы ПС6-В | 237 (полное разрушение)          | 309 (полное разрушение) | 340 (образование сколов на поверхности) | 340 (образование сколов на поверхности) | 340 (без разрушения) |
| В камере тумана, напряжение $1,5 \cdot 35 = 23$ кВ   | Цемент + гипс, $P=30$ мг/см <sup>2</sup> ; увлажнение туманом: $\rho_v=10^4$ Ом·см, $j=0,05$ мм/мин | 7×ПС6-В                   | 30                               | 100                     | 119                                     | 130                                     | 140                  |
| В камере тумана, напряжение $1,13 \cdot 110 = 72$ кВ | Периодическое увлажнение раствором специального электролита                                         | 8×ПС70-Д                  | 31                               | —                       | —                                       | —                                       | 160 (без разрушения) |

Обозначения:  $j$  — интенсивность увлажнения;  $\gamma$  — соленость раствора;  $P$  — плотность загрязнения;  $\rho_v$  — удельное объемное сопротивление увлажняющего раствора.

Предварительные расчеты сжимающих термоупругих напряжений стекла в зоне горения поверхностных частичных дужек показали малую вероятность разрушения стекла от возникающих сжимающих напряжений. Однако лабораторные исследований показали, что при горении неподвижных дужек током более 10 мА и перемещающихся дужек током более 70 мА на поверхности стекла остаются следы в виде чешуйчатых расслоений и трещин.

Для выяснения причин их образования были приведены специальные оптические исследования. Для этих целей использовались дискообразные (диаметр 100 мм) плоские образцы стекол составов №№ 7Б, 29, С-9 и 7. Образцы шлифовались до толщины 4 мм и затем полировались поляритом с точностью до 1 мкм. Поверхностная дужка зажигалась между вольфрамовыми электродами, установленными на торцевой поверхности дисков (рис. 2); расстояние между электродами 3 мм. Исследования проводились при токе поверхности дугового разряда 5—15 мА, напряжение между электродами 6 кВ.

Было установлено, что после возникновения дужки за время от 3 с до 3 мин (в зависимости от состава стекла) происходит внедрение тока поверхности дужки в разогретый объем стекла, при этом в районе входа и выхода тока в стекло появляются яркие светящиеся сгустки желтого цвета, что, по-видимому, обусловлено выделением натрия из разогретых частей поверхности стекла. Сколы и расслоения (глубина до двух мм) образцов стекла происходят только в случае внедрения тока поверхности дужки в разогретый съем поверхности диэлектрика.

Последовательность разрушения стекол следующая:

1. Нагрев поверхности стекла частичной дужкой на глубину 1—3 мм до температуры начала размягчения.

2. Переход тока поверхности частичной дужки с поверхности в разогретый проводящий объем стекла, сопровождающийся усилением нагрева и появлением пластического течения в зоне нагрева от сжимающих напряжений. Температура электродов в точках соприкосновения со стеклом падает, но сколы при этом еще не сбрасываются.

3. При сбрасывании тока, вызванного отключением электрического напряжения, температура диэлектрика в зоне горения поверхности дужки снижается, при этом в стекле появляются растягивающие механические напряжения, обусловленные неравномерным охлаждением поверхности в зоне электродов и ростом модуля упругости стекла при остывании.

4. В результате малой разрывной прочности стекла в зоне охлаждения появляются трещины и расслоения, прорастающие между электродами со сравнительно небольшой скоростью (около 4,5 мм/с).

Исследования разрушения изоляционных стекол различного состава проводились на тарельчатых изоляторах в камере тумана. В табл. 1 приведены результаты измерений времени до разрушения стеклодеталей при различных видах поверхностного разрушения. Необходимо отметить, что визуальные наблюдения подтвердили указанную выше последовательность разрушения

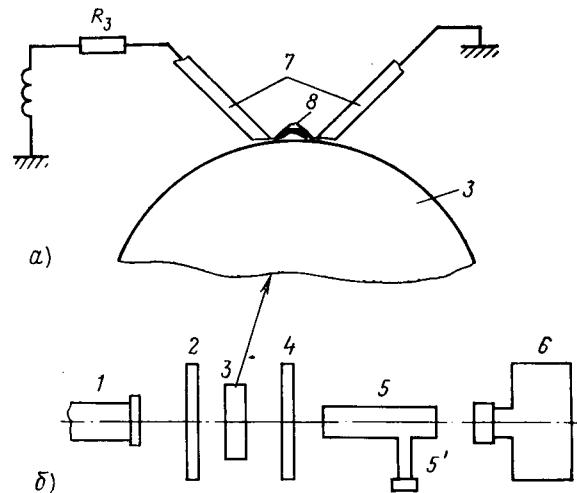


Рис. 2. Принципиальная схема установки для оптических исследований разрушения изоляционных стекол: 1 — осветитель; 2 — поляризатор; 3 — стеклянный образец; 4 — анализатор; 5 — вспомогательные линзы со смотровым окуляром; 6 — киноаппарат; 7 — вольфрамовые электроды; 8 — поверхность дугового разряда

стекла и в случае стеклодеталей, где сбрасывательным этапом разрушения является переход тока поверхности частичной дужки в съем диэлектрика и появление сколов сразу после обрыва тока в зоне горения ПЧР.

Из приведенных данных следует, что устойчивость стекол к воздействию поверхностных частичных дужек зависит не только от его основных теплофизических характеристик — коэффициента линейного расширения, модуля упругости, коэффициента температуропроводности, предела прочности при растяжении и т. д., но и от температуры начала размягчения стекла и электропроводности в интервале размягчения. Это хорошо подтверждается зафиксированным фактом повышенной устойчивости ма-лощелочных стекол, обладающих высокой температурой размягчения и пониженной электропроводностью (например в 13-В), к длительному воздействию ПЧР.

**Влияние химического состава загрязнения на интенсивность разрушения.** Лабораторные исследования показали, что на интенсивность разрушения стекол влияет не только плотность загрязнения, но и химический состав отложений. Для исследования влияния химического состава загрязнения проводились специальные эксперименты. На образцы устанавливались вольфрамовые электроды, выполненные по ГОСТ 10345—63, и в меж-

Таблица 2

| Стекло | Время до разрушения образцов изоляционных стекол, мин |      |                       |      |  |
|--------|-------------------------------------------------------|------|-----------------------|------|--|
|        | Постоянное напряжение                                 |      | Переменное напряжение |      |  |
|        | NaNO <sub>3</sub>                                     | NaCl | NaNO <sub>3</sub>     | NaCl |  |
| 13В    | 2,8                                                   | 15   | 33                    | 60   |  |
| 7      | 2                                                     | 10   | 11                    | 60   |  |
| 29     | 47с                                                   | 3,3  | 2,0                   | 8    |  |
| 7Б     | 2,5                                                   | 8,0  | 2,0                   | 45   |  |

Таблица 3

| Состав увлажняющего раствора ( $\rho_v = 250 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ) | Среднее время до образования скола, с |                                        |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------|
|                                                                            | Изолятор ПСГ6-А                       | Образцы в виде дисков диаметром 100 мм |
| NaNO <sub>3</sub> + H <sub>2</sub> O                                       | 11,6                                  | 10,0                                   |
| CaCl <sub>2</sub> + H <sub>2</sub> O                                       | 19,5                                  | 34                                     |
| NiNO <sub>3</sub> + H <sub>2</sub> O                                       | 52                                    | 10                                     |
| NaOH + H <sub>2</sub> O                                                    | 69                                    | 16                                     |
| H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> + H <sub>2</sub> O                          | 76                                    | 31                                     |
| KOH + H <sub>2</sub> O                                                     | 188                                   | 45                                     |
| Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O + H <sub>2</sub> O   | 292                                   | 46                                     |
| HNO <sub>3</sub> + H <sub>2</sub> O                                        | 806                                   | 44                                     |
| NaCl + H <sub>2</sub> O                                                    | >920                                  | 386                                    |

электродный промежуток вносились капли электролита со скоростью 1 капля в 1 с. Использовались электролиты двух различных составов — водный раствор NaNO<sub>3</sub> и водный раствор NaCl.

Дужки зажигались между краями пленок электролита с  $\rho_v = 250 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ . Испытания проводились на переменном и постоянном напряжениях 6 кВ, ток короткого замыкания установки 30 мА. Фиксировалось время до разрушения образцов; дополнительно записывались осциллограммы токов ПЧР шлейфовым осциллографом Н-102. В табл. 2 представлены результаты определения времени до разрушения образцов изоляционных стекол различного состава.

Из табл. 2 следует, что время до разрушения стекол при использовании водного раствора NaNO<sub>3</sub> значительно меньше, чем при использовании раствора с NaCl, т. е. химический состав загрязнений существенно влияет на устойчивость стекол к ПЧР.

При проведении экспериментов было обнаружено, что раствор NaNO<sub>3</sub> при испарении влаги в зоне горения переходит в расплав. Этому способствуют высокая температура диэлектрика в опорных точках (500—700 °C) и низкая температура образования расплава NaNO<sub>3</sub> ( $t_p = 300 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Длительность горения дужек между каплями расплава, представляющих электроды, достаточно большая (около  $9 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ). Известно, что при использовании в качестве электродов расплавов солей или амальгам, содержащих ионы или атомы щелочных металлов — Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>, Li<sup>+</sup>, прохождение тока через щелочные стекла сопровождается движением этих ионов через стекло [4]. Миграция ионов из расплава приводит к существенному возрастанию тока в межэлектродном промежутке, усилиению нагрева стекла и интенсивному разрушению поверхности.

В случае раствора NaCl процессы в межэлектродном промежутке протекают несколько иначе; NaCl имеет  $t_p = 800,6 \text{ }^{\circ}\text{C}$  и в зоне горения дуги при испарении электролита наблюдается образование кристаллов NaCl, расплав соли при этом не образуется. Поверхностные дуговые разряды быстро гаснут и миграция ионов Na<sup>+</sup> в стекло практически не происходит. Среднее время горения дуги  $t_{\text{г.д.}}$  за полупериод в случае раствора NaCl значительно меньше, чем при использовании раствора NaNO<sub>3</sub>.

Основываясь на полученных результатах, можно считать, что разрушение стекол ускоряется при образовании в межэлектродном промежутке расплавов и при наличии миграции ионов загрязнения в объем диэлектрика. Рассматривая слой ионооб разующего загрязнения как возможный поставщик ионов в стекло и зная химический состав загрязнения, можно заранее пред определить опасность того или иного вида загрязнения с точки зрения его разрушающего воздействия. Известно, например, что ионы малого радиуса — Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>, Li<sup>+</sup>, Ag<sup>+</sup> — могут мигрировать в стекло сравнительно легко: миграция же более крупных

ионов — Cu<sup>++</sup>, Mg<sup>++</sup>, Zn<sup>++</sup>, Al<sup>++</sup> и других — не обнаруживается [4]. Следовательно, загрязнения, имеющие в составе вещества, способные к образованию в зоне расплавов солей Na, K, Li, будут представлять наибольшую опасность.

Представленные результаты являются лишь некоторой иллюстрацией существенного влияния химического состава и физических свойств загрязненных электролитов на устойчивость стекол к ПЧР. Это подтверждено дальнейшими исследованиями по приведенной выше методике с увлажнющими растворами различного состава (табл. 3). Из табл. 3 следует, что в дополнении к способности вещества образовывать расплав в зоне ПЧР существенное влияние также оказывает гигроскопичность загрязнителя и другие свойства. Исследования по влиянию химического состава загрязнений необходимо продолжить, так как эти данные могут быть использованы как при обобщении опыта эксплуатации стеклянных изоляторов, так и при разработке методов испытаний на устойчивость изоляционных материалов к воздействию ПЧР.

**Определение критических значений токов поверхностной частичной дужки.** Для определения критических значений токов поверхностных частичных дужек, вызывающих внедрение тока дуги в объем стекла и разрушение стеклодеталей, решалось уравнение теплопроводности в зоне нагрева диэлектрика частичной дужкой. Задача рассматривалась в предположении, что поверхность изолятора нагревается только частью энергии, рассеиваемой поверхностью частичной дужкой. Для определения этой энергии рассматривался баланс мощности горящей дужки:

$$P_s = q_t + \sum_{i=1}^n q_i,$$

где  $P_s$  — полная удельная мощность частичной поверхности дужки;  $q_t$  — удельная мощность теплового потока, вызывающего нагрев поверхности изолятора;  $q_i$  — потери мощности на излучение канала, конвективный теплообмен с окружающей атмосферой, нагрев и испарение пленок электролита и т. д.

Аналитически решить задачу нагрева диэлектрика в зоне горения поверхности дужки невозможно, так как при решении нельзя одновременно учесть степень прилегания дужки к поверхности диэлектрика, затраты мощности на испарение влаги в опорных точках, излучение канала дужки и т. д. В связи с этим было принято решение определить  $q_t$  в виде:

$$q_t = \beta P_s,$$

где коэффициент  $\beta$  определялся экспериментально.

Было установлено, что для диапазона мощности поверхностных частичных дужек ( $2 \div 50 \cdot 10^5 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$ ) значение коэффициента  $\beta$  находится в пределах 0,1—0,4; большие значения  $\beta$  соответствуют дужкам малой мощности, что объясняется лучшим их прилеганием к поверхности [5].

При расчете температур в диэлектрике поверхностная дужка заменялась поверхностным круговым источником тепла с удельной мощностью теплового потока  $q_t = \beta P_s$  и решалось уравнение теплопроводности для стеклянной пластины в цилиндрической системе координат. Решение уравнения теплопроводности производилось сеточным методом на ЭВМ БЭСМ-6, что позволяло учитывать конвективный теплопровод от поверхности пластины, а также зависимость характеристик стекла от температуры.

Установлено, что нагрев стекла в зоне разрядов до температуры начала размягчения  $T_p = 672 \text{ }^{\circ}\text{C}$  может происходить только при токах дуг больше 10 мА. При меньших токах устанавливающаяся температура оказывается ниже 400 °C и внедрения тока дужки происходит за время меньше 1 с; при токе около 500 мА оплавление стекла может происходить за время 0,3 с.

Таким образом, в предельном случае, т. е. для длительно и неподвижно горящих дужек, критическое значение тока находится в области 10 мА. Такие токи могут быть зарегистрированы при загрязнениях, соответствующих III—IV степени загрязненности атмосферы.

Однако вероятность появления длительно горящих неподвижных дужек достаточно мала. Более вероятны случаи кратковременных остановок дужек на время 0,1—1 с. Согласно расчетам этим временем соответствуют критические токи 500—700 мА соответственно.

**Экспериментальное определение критических токов при горении неподвижной дужки.** Для экспериментального определения критических бросков тока испытывались цилиндрические образцы из отожженного стекла составов 7, 7Б, С-9 и 29, а также изоляторы ПС 6-Б из стекол составов 7, 7Б, С-9 и 13В.

На чистую обезжиренную поверхность цилиндрических образцов или на стеклодеталь изоляторов накладывались вольфрамовые электроды, расположенные под углом 120°, между которыми зажигалась поверхностная дужка током 5—1000 мА. Зазор между электродами был равен 5 мм. При больших длительностях горения дужки время отсчитывалось с помощью секундомера. При малых длительностях горения дужки время устанавливалось с помощью электронного реле времени. После каждого воздействия электроды устанавливались в новое положение для исключения кумулятивного эффекта. Поскольку образование сколов обычно происходит после прекращения горения дужки, то наблюдения за поверхностью между электродами проводились в течение нескольких секунд после отключения напряжения.

Результаты образования сколов для образцов стекла и изоляторов представлены на рис. 3, из которого следует, что критические значения токов неподвижной дужки находятся в диапазоне 10—15 мА, что согласуется с расчетными данными. При токах 10—120 мА образуются только поверхностные сколы, при токах выше 120—200 мА может происходить мгновенный разрыв стеклодеталей без предварительного образования сколов.

**Экспериментальное определение критических токов в режиме перемещающихся дужек.** Для определения критических бросков тока в режиме перемещающихся дужек производилось испытание изоляторов ПС 6 из стекла состава № 7 в камере тумана. Изоляторы предварительно загрязнялись смесью цемента с гипсом. Цемент был выбран в качестве загрязнителя как один из наиболее распространенных и тяжелых видов промышленных загрязнений. Из загрязненных изоляторов собирались гирлянды на напряжение 35 кВ и в камере тумана проводились их испытания при длительном воздействии напряжения величиной  $35/\sqrt{3}$  кВ. Фиксировалось время до разрушения стеклодеталей при длительном воздействии напряжения и увлажнения в течение 150 ч.

Условия испытания и полученные результаты приведены ниже:

| Плотность цементного загрязнения, мг/см <sup>2</sup> | 0,5 | 1,5 | 10 | 18                     | 30 | 50  |
|------------------------------------------------------|-----|-----|----|------------------------|----|-----|
| Максимальные броски токов утечки, мА                 | —   | —   | 10 | 20                     | 70 | 500 |
| Число элементов в гирлянде                           | 3   | 4   | 4  | 6                      | 7  | 7   |
| Число испытуемых гирлянд                             | 2   | 2   | 2  | 3                      | 1  | 1   |
| Число разрушившихся изоляторов за 110 ч              | 0   | 0   | 0  | Помутнение поверхности | 2  | 5   |

Отсюда следует, что в режиме перемещающихся дужек при бросках тока меньше 10 мА признаки разрушения отсутствуют. Критические значения бросков тока составляют около 70 мА; при токах 0,5 А происходит весьма интенсивное разрушение стекла и достаточно быстрое разрушение стеклодеталей. Полученные результаты согласуются с приведенными выше результатами расчетов.

**Выводы.** 1. Оптические исследования разрушения стекол в зоне горения поверхностных частичных разрядов позволили установить следующую последовательность разрушения поверхности:

нагрев поверхности стекла до температуры начала размягчения;

переход тока поверхности частичной дужки в разогретый проводящий объем стекла;

появление растягивающих напряжений в поверхностных слоях стекла после обрыва тока, протекающего в разогретом объеме диэлектрика;

образование начальных трещин и их рост, вызывающий появление сколов и расслоений.

Аналогичная последовательность разрушений наблюдается и на поверхности тарельчатых изоляторов.

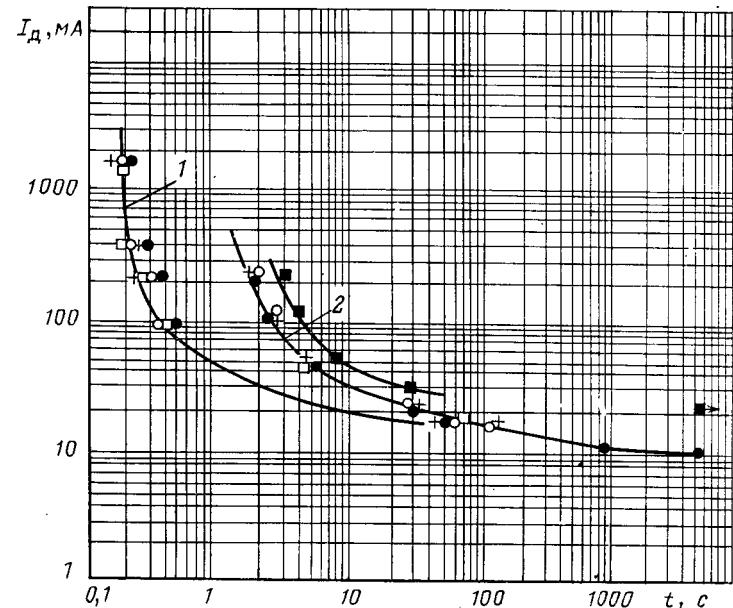


Рис. 3. Зависимость времени до образования сколов от тока поверхностных частичных разрядов: 1 — образцы отожженных стекол; 2 — изоляторы типа ПС6-Б; ● — стекло № 7; ○ — стекло № С-9; + — стекло № 7Б, □ — стекло № 29, ■ — стекло № 3-В

2. Критические значения токов ПЧР, вызывающих разрушение поверхности, находятся в пределах 10 мА для неподвижных дужек и 70 мА для перемещающихся дужек.

3. Химический состав загрязнений существенно влияет на устойчивость стекол к ПЧР. Влияние химического состава определяется способностью ионообразующих веществ к образованию расплава в зоне ПЧР, возможностью ионов загрязнения к миграции в объем диэлектрика, гигроскопичностью загрязнителя и другими свойствами.

4. Повышение устойчивости стекол к термическому воздействию поверхностных частичных дужек может быть достигнуто путем увеличения температуры начала размягчения изоляционных стекол и уменьшения электропроводности стекол в области начала размягчения.

5. Из существующих типов наиболее устойчивыми к действию ПЧР являются изоляторы, выполненные из мадошечного закаленного стекла.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Шумилов Ю. Н., Штут А. И. Эксплуатация стеклянных изоляторов в районе с цементными загрязнениями. — Энергетик, 1976, № 11, с. 30—31.
- Таловерья В. Л., Хоменко Б. П. Проверка долгостойкости подвесных изоляторов из закаленного стекла. — Электрические станции, 1973, № 10, с. 86—88.
- Цимберов А. И., Штерн А. В. Стеклянные изоляторы. — М.: Энергия, 1973. — 200 с.
- Сэттон П. Диэлектрические свойства стекол. — В кн.: Прогресс в области диэлектриков. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963, т. II — 230 с.
- Шумилов Ю. Н., Шумилова Э. Д., Яшин Ю. Н. Исследование нагрева и начальной эрозии диэлектриков в зоне горения поверхностных частичных дужек. — В сб. Физико-химические исследования новых электротехнических материалов. — Новосибирск: Наука, с. 55—64.

# Исследование магнитоупругой чувствительности ряда прецизионных сплавов

ГОЛОВАН Э. В., РУБАН Н. С., ТЕРЕЩЕНКО Т. Б.

Киев

Для электромагнитного расчета чувствительного элемента магнитоупругого преобразователя усилий (МУП) необходимы кривые намагничивания материала магнитопровода  $B_m=f(H_m)$  и их зависимость от механического напряжения  $\sigma$  в нем. К сожалению, в литературе можно встретить подобные зависимости лишь для небольшого диапазона изменения механических напряжений только для листовых электротехнических сталей. Что касается таких материалов, как сплавы 49 КФ, 10Ю и ОХ27Ю5А, то несмотря на достаточно широкое их использование в качестве магнитопроводов для монолитных чувствительных элементов, подобная информация нам неизвестна.

Целью проведенных исследований является определение зависимости  $B_m=f(H_m, \sigma)$  железохромалюминиевых сплавов, оценка их магнитоупругих свойств и сравнение со сплавами 10Ю и 49 КФ при совпадении направлений действия сжимающего напряжения и магнитного поля.

Основная кривая намагничивания сплава ОХ27Ю5А  $B_m=f(H_m)$  определялась по результатам испытаний образцов торOIDальной стандартной формы в постоянных магнитных полях. Исследования кривых намагничивания сплава при воздействии сжимающих усилий проводились на образцах двухстержневого типа, имеющих по торцам плоские плошадки для приложения усилия [1]. Анализ влияния формы образца на ход кривой намагничивания показал, что если при построении кривой учитывать ослабление индукции на участках с переменным сечением и потоки рассеяния, то кривая намагничивания двухстержневого образца при  $\sigma=0$  полностью совпадает с кривой, полученной на стандартном образце (торе).

Измерение осуществлялось на установке У5045, при этом нагружение образцов проводилось на прессе УММ-5. Полученные кривые намагничивания материала ОХ27Ю5А в постоянных магнитных полях в диапазоне индукций  $(0,1 \div 0,6)$  Тл и механических напряжений  $0 \div 5,35 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> для удобства использования в электромагнитных расчетах были представлены в виде дробно-рациональной функции [2 и 3]:

$$B_m = \frac{H_m}{250 + 3,2 \cdot 10^{-5} \sigma + (1 - 10^8 \sigma) H_m} \quad (1)$$

Для оценки магнитоупругих свойств материала была использована такая основная характеристика, как чувствительность.

Значения абсолютной магнитоупругой чувствительности как частной производной функции  $B_m=f(H_m, \sigma)$  по механическому напряжению в измерительной зоне [3]

$$S_{\sigma} = \frac{\partial B_m}{\partial \sigma} = \frac{3,2 \cdot 10^{-5} H_m - 10^{-8} H_m^2}{[250 + 3,2 \cdot 10^{-5} \sigma + (1 - 10^8 \sigma) H_m]^2}, \quad \text{Н} \cdot \text{м}^2 \quad (2)$$

для ряда значений  $\sigma$  представлены на рис. 1.

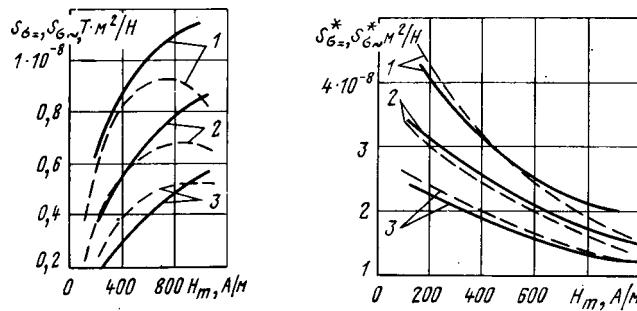


Рис. 1. Абсолютная магнитоупругая чувствительность сплава ОХ27Ю5А в постоянном (—) и переменном частотой 50 Гц (—) полях при механических напряжениях сжатия: 1 —  $\sigma = 1,8 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>; 2 —  $\sigma = 2,7 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>; 3 —  $\sigma = 3,6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>

Рис. 2. Относительная магнитоупругая чувствительность сплава ОХ27Ю5А в постоянном (—) и переменном частотой 50 Гц (—) полях при механических напряжениях сжатия: 1 —  $\sigma = 1,8 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>; 2 —  $\sigma = 2,7 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>; 3 —  $\sigma = 3,6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>

Как видно из (2),  $S_{\sigma} = f(H_m, \sigma)$  является нелинейной функцией напряженности магнитного поля и механических напряжений в материале. При определенном (оптимальном) значении напряженности магнитного поля зависимость  $S_{\sigma} = f(H_m)$  имеет максимум (рис. 1). Для механических напряжений, близких к нулю, такой максимум достигается при напряженностях магнитного поля, соответствующих колену кривой намагничивания сплава. По мере увеличения механического напряжения максимум магнитоупругой чувствительности уменьшается и смещается в сторону больших магнитных полей. Зависимость относительной магнитоупругой чувствительности

$$S_{\sigma}^* = \frac{S_{\sigma}}{B_m} = \frac{3,2 \cdot 10^{-5} - 10^{-8} H_m}{250 + 3,2 \cdot 10^{-5} \sigma + (1 - 10^8 \sigma) H_m}, \quad \frac{\text{м}^2}{\text{Н}} \quad (3)$$

от напряженности магнитного поля для ряда значений механического напряжения в исследуемом сплаве ОХ27Ю5А представлена на рис. 2.

Величина относительной чувствительности снижается по мере роста напряженности магнитного поля и механического напряжения. Наибольшее падение  $S_{\sigma}^*$  наблюдается при возрастании механического напряжения от 0 до  $1 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> и небольших напряженностях магнитных полей (50—200 А/м). При дальнейшем росте  $\sigma$  и  $H_m$  снижение относительной чувствительности замедляется.

Кривая намагничивания сплава в переменном магнитном поле частотой  $f=50$  Гц определялась по результатам испытаний трубчатых образцов ( $d_1/d_2=15/13$ ,  $l=58$  мм). Для создания замкнутой магнитной цепи трубчатый образец помещался в специально разработанный пермаметр, позволяющий производить магнитные измерения при одновременном приложении механической нагрузки [4]. Механические нагрузки на образцы создавались прессом 2ПГ-10 и измерялись образцовым диаметром ДОС М-3-1. Измерение кривых намагничивания проводилось феррометром F5063 в режиме синусоидальной напряженности магнитного поля для ряда значений механических напряжений сжатия в сплаве ( $0 \div 9 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>).

Глубина проникновения электромагнитной волны [5 и 6] в материал ОХ27Ю5А при частоте питающего напряжения  $f=50$  Гц составляет  $(1,8 \div 3) \cdot 10^{-3}$  м для рассматриваемого диапазона напряженностей магнитного поля. Поэтому при расчете магнитных характеристик не учитывалось падение напряженности магнитного поля по толщине стенки испытуемого трубчатого образца.

Аппроксимировав полученные кривые намагничивания дробно-рациональной функцией, аналогичной (1), и взяв частную производную по механическому напряжению, определим абсолютную  $S_{\sigma}$  и относительную  $S_{\sigma}^*$  магнитоупругие чувствительности сплава ОХ27Ю5А при работе в переменном магнитном поле частотой 50 Гц. Зависимости  $S_{\sigma} = f(H_m)$  и  $S_{\sigma}^* = f(H_m)$  для ряда значений механических напряжений сжатия представлены соответственно на рис. 1 и 2 сплошными линиями. Исследования показывают, что оценку магнитоупругих свойств материалов можно с равным успехом проводить как в постоянных, так и в переменных магнитных полях частотой  $f \leq 50$  Гц. Кроме того, испытания не обязательно проводить на образцах с замкнутой формой магнитопровода. Трудоемкие в изготовлении двухстержневые образцы можно заменить образцами трубчатой формы.

Магнитоупругий эффект проявляется в той или иной степени у большинства магнитных материалов и сплавов. Анализ литературы [3, 7—10] показывает, что хорошей магнитоупругой чувствительностью кроме железохромалюминиевых сплавов характеризуются такие материалы, как никель, пермалюминий, сплавы железа с алюминием и некоторые другие.

В таблице представлены физические и механические характеристики некоторых ферромагнитных материалов, а также

| Материал   | $K$ , Дж/м <sup>3</sup> | $\lambda_s$ , о. е.           | $B_s$ , Тл | $\mu_{\max}$ , Г/м   | $\frac{\lambda_s B_s}{K}$ , м/А | $\frac{2\lambda_s \mu}{B_s^2}$ , м <sup>3</sup> /Дж | $\gamma$ , $\frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ | $\sigma_y$ , Н/м <sup>2</sup> | $E$ , Н/м <sup>2</sup>                     |
|------------|-------------------------|-------------------------------|------------|----------------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------|
| Никель     | $-0,5 \cdot 10^4$       | $-(30 \div 34) \cdot 10^{-6}$ | 0,61       | $1,68 \cdot 10^{-3}$ | $3,96 \cdot 10^{-9}$            | $298 \cdot 10^{-9}$                                 | $16,6 \cdot 10^6$                               | $1,4 \cdot 10^8$              | $19,5 \cdot 10^{10} \div 21 \cdot 10^{10}$ |
| 49КФ       | $-3 \cdot 10^4$         | $(60 \div 80) \cdot 10^{-6}$  | 2,35       | $6,8 \cdot 10^{-3}$  | $5,3 \cdot 10^{-9}$             | $172 \cdot 10^{-9}$                                 | $(3 \div 2,2) \cdot 10^6$                       |                               | $\sim 18 \cdot 10^{10}$                    |
| 10Ю        | $0,75 \cdot 10^4$       | $35 \cdot 10^{-6}$            | 1,2        | $9,06 \cdot 10^{-3}$ | $5,6 \cdot 10^{-9}$             | $440 \cdot 10^{-9}$                                 | $1 \cdot 10^6$                                  | $5,4 \cdot 10^8$              | $17,5 \cdot 10^{10}$                       |
| 8Ю         | $2,5 \cdot 10^4$        | $70 \cdot 10^{-6}$            | 1,6        | $5,65 \cdot 10^{-3}$ | $4,48 \cdot 10^{-9}$            | $308 \cdot 10^{-9}$                                 | $1 \cdot 10^6$                                  |                               | $20,5 \cdot 10^{10}$                       |
| OX27Ю5А    | —                       | $(10 \div 13) \cdot 10^{-6}$  | 0,9        | $3 \cdot 10^{-3}$    | —                               | $74 \cdot 10^{-9}$                                  | $7,15 \cdot 10^5$                               | $4,7 \cdot 10^8$              | $(17,6 \div 18) \cdot 10^{10}$             |
| Сталь 1512 | $35 \cdot 10^4$         | $14,4 \cdot 10^{-6}$          | 1,97       | $9 \cdot 10^{-3}$    | $0,08 \cdot 10^{-9}$            | $67 \cdot 10^{-9}$                                  | $2,2 \cdot 10^6$                                | —                             |                                            |
| Сталь 3413 | $35 \cdot 10^4$         | $8 \cdot 10^{-6}$             | 2,0        | $50 \cdot 10^{-3}$   | $0,045 \cdot 10^{-9}$           | $200 \cdot 10^{-9}$                                 | $2,2 \cdot 10^6$                                | $\sim 2,9 \cdot 10^8$         |                                            |

Примечание. Коеффициент магнитострикции насыщения сплава OX27Ю5А был определен опытным путем в Запорожском пединституте

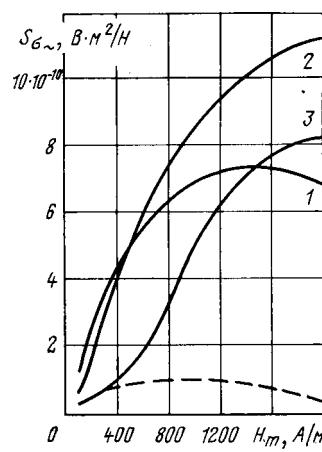
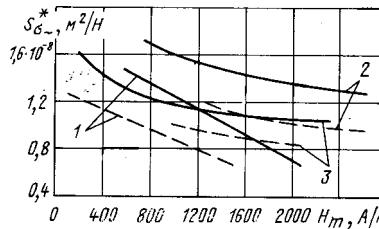


Рис. 3. Абсолютная магнитоупругая чувствительность при  $\sigma = 2,27 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> для сплавов OX27Ю5А (1), 10Ю (2), 49КФ (3) в переменном поле частотой 1 кГц; пунктиром показана аналогичная зависимость сплава OX27Ю5А при  $f = 50$  Гц

Рис. 4. Относительная магнитоупругая чувствительность при  $\sigma = 2,27 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> сплавов OX27Ю5А (1), 10Ю (2), 49КФ (3), в переменном поле частотой 50 Гц (—) и 1 кГц (—).



значения традиционных критериев

$$\frac{\lambda_s B_s}{K} \quad [3 \text{ и } 11] \quad \text{и} \quad \frac{2\lambda_s \mu}{B_s^2} \quad [10 \text{ и } 12],$$

часто используемых для оценки магнитоупругих свойств материалов. Согласно этим критериям, лучшими из представленных в таблице материалов следует считать сплавы железа с алюминием и пермандир 49 КФ; по критерию  $\frac{2\lambda_s \mu}{B_s^2}$  сплав

OX27Ю5А значительно им уступает.

Исследования магнитоупругой чувствительности сплавов 49 КФ, 10Ю и OX27Ю5А, проведенные авторами на трубчатых образцах ( $d_1/d_2 = 15/13$ ,  $l = 58$  мм) в переменных магнитных полях показали, что при частоте  $f = 50$  Гц в области напряженности магнитного поля  $H \approx 2000$  А/м наибольшей абсолютной магнитоупругой чувствительностью характеризуется сплав 49 КФ, наименьшей — OX27Ю5А. Преимущество сплава OX27Ю5А

сказывается в области относительно небольших напряженностей магнитного поля. Так, абсолютная магнитоупругая чувствительность OX27Ю5А при  $H_m = 400 \div 600$  А/м примерно в 1,5  $\div$  2 раза выше чувствительности 49КФ и 10Ю.

При исследованиях магнитоупругих свойств сплавов в переменных магнитных полях частотой 400 и 1000 Гц в связи с сильно выраженным поверхностным эффектом абсолютная магнитоупругая чувствительность испытуемых сплавов определялась дифференцированием по  $\sigma$  зависимостей  $u_2 = f(\sigma, H_m)$  при  $H_m = \text{const}$ . При этом  $u_2$  — сигнал измерительной обмотки, измеряемый феррометром, а  $H_m$  — значение напряженности магнитного поля на внешней поверхности трубчатого образца, т. е.

$$S_{\sigma \sim} = \frac{du_2}{d\sigma \omega_2}, \quad (4)$$

где  $\omega_2$  — число витков измерительной обмотки.

Зависимости абсолютной магнитоупругой чувствительности от напряженности магнитного поля трубочек из сплавов 49КФ 10Ю и OX27Ю5А при частоте питающего напряжения  $f = 1$  кГц представлены на рис. 3. Здесь же пунктирной линией показана кривая  $S_{\sigma \sim} = f(H_m)$  трубки из OX27Ю5А при  $f = 50$  Гц, рассчитанная по формуле (4). Как видно, увеличение частоты обуславливает увеличение абсолютной магнитоупругой чувствительности и смещение максимума  $S_{\sigma \sim}$  в область больших значений напряженности  $H_m$ . В области небольших величин напряженности магнитного поля (100  $\div$  700 А/м)  $S_{\sigma \sim}$  сплавов OX27Ю5А и 10Ю сравнимы и значительно превосходят  $S_{\sigma \sim}$  сплава 49КФ. При напряженностях 800  $\div$  2000 А/м наилучшую абсолютную чувствительность имеют трубочки из 10Ю. Сплавы OX27Ю5А и 49КФ примерно сравнимы по  $S_{\sigma \sim}$ .

Данные экспериментального исследования позволили сравнить и относительную чувствительность трубочек из OX27Ю5А, 10Ю и 49КФ. Зависимость  $S_{\sigma \sim}^* = f(H_m)$  при  $\sigma = 2,27 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup> при частотах  $f_1 = 50$  Гц и  $f_2 = 1$  кГц представлены соответственно на рис. 4. Как видно, по относительной чувствительности рассмотренные сплавы в области слабых полей сравнимы. В области сильных полей относительная чувствительность сплава 10Ю примерно вдвое выше  $S_{\sigma \sim}^*$  OX27Ю5А и на 20% выше  $S_{\sigma \sim}^*$  сплава 49КФ. С увеличением частоты питающего напряжения относительная чувствительность падает, что подтверждает данные [8].

Проведенные исследования позволяют более обоснованно подходить к выбору материала магнитопровода чувствительного элемента МУП в зависимости от заданного уровня сигнала, быстродействия и требований к блоку питания. При относительно невысоких требованиях к быстродействию, определяющих возможность работы на промышленной частоте, и при отсутствии ограничений по величине потребляемой мощности максимальное значение абсолютной магнитоупругой чувствительности

МУП возможно обеспечить, выбрав материалом магнитопровода чувствительного элемента сплав 49КФ. Если же величина потребляемой мощности ограничена по условиям технического задания, то выбор материала определяется заданным уровнем  $S_\sigma$ .

При проектировании МУП с повышенным требованием к быстродействию, определяющим необходимость работы на повышенной частоте (около 1 кГц и выше) наибольшую абсолютную чувствительность обеспечивает применение железоалюминиевых сплавов типа 10Ю. При ограничении величины потребляемой мощности выбор материала определяется требуемым уровнем  $S_\sigma$ . При этом сплавы 10Ю и ОХ27Ю5А сравнимы (рис. 3) как по уровням максимальных значений магнитоупругой чувствительности, так и по величине потребляемой мощности, а сплав 49КФ по этим параметрам значительно уступает им. Применение для магнитопроводов чувствительных элементов МУП, работающих при частоте электромагнитного поля 1 кГц и выше, сплава 49КФ и других, характеризующихся низким удельным электрическим сопротивлением, по-видимому, нецелесообразно.

Из приведенных исследований и анализа критериев

$$\frac{2\lambda_s\mu}{B_s^2} \text{ и } \frac{\lambda_s B_s}{K}$$

напрашивается вывод о неприменимости этих критериев для оценки магнитоупругих свойств материалов. Это объясняется, во-первых, тем, что традиционные критерии в какой-то степени могут характеризовать магнитоупругие свойства материалов лишь в постоянных полях, в то время как чаще всего чувствительный элемент работает в переменных электромагнитных полях повышенной частоты. Во-вторых, оба критерия получены при определенных допущениях, о которых обычно забывают, используя их для сравнения магнитоупругих свойств различных материалов.

Так, одним из допущений, принятых при выводе критерия

$$\frac{2\lambda_s\mu}{B_s^2}$$

является предположение о том, что исследуемый материал характеризуется настолько малой константой кристаллографической анизотропии  $K$ , что при достаточно больших значениях упругих напряжений в материале энергией кристаллографической магнитной анизотропии можно пренебречь по сравнению с магнитоупругой. Однако, как видно из представленной в статье таблицы, из всех перечисленных в ней материалов только никель характеризуется существенно низкой  $K$ . Использу-

вание критерия  $\lambda_s B_s / K$  ограничено областью малых упругих напряжений.

По-видимому, оценку магнитоупругих свойств материалов целесообразно проводить, снимая магнитные характеристики материала по методике, аналогичной изложенной в настоящей статье. Форма образцов должна быть проста в изготовлении и близка к форме чувствительного элемента МУП.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борнацкая И. И., Голован Э. В., Дейнега В. А. Влияние режимов термообработки на магнитоупругие свойства сплавов ОХ27Ю5А и ОХ23Ю5А. — В сб.: Информационно-измерительные устройства и системы прокатных станов. — Киев: изд. Института автоматики, 1980, с. 15—25.

2. Trutt F. C., Erdelyi E. A., Hopkins R. E. Representation of magnetization characteristic of d. c. machines for computer use. — Trans. IEEE on PAS, 1968, vol. 87, № 3.

3. Михайлов О. П., Цейтлин Л. Н. Измерительные устройства в системах адаптивного управления станками. — М.: Машиностроение, 1978, с. 87—94

4. Авринский Д. Н., Рубан Н. С., Терещенко Т. Б. Сравнение магнитоупругих свойств материалов для чувствительных элементов силоизмерительных преобразователей. — В сб.: Информационно-измерительные устройства и системы прокатных станов. — Киев: изд. Института автоматики, 1980, с. 8—15

5. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных материалах. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1949, с. 86—88.

6. Аркадьев В. К. Электромагнитные процессы в металлах. Ч. II. — М.: ОНТИ, 1936.

7. Шишкинский В. И., Крашенинникова А. Л. Основные характеристики монолитных магнитоизотропных датчиков. — Приборы и системы управления, 1969, № 1, с. 17—21.

8. Майоров Ф. В. Магнитострикционный метод и приборы для измерения давления. Тр. ЦАГИ, 1939, вып. 445, 39 с.

9. Гуманюк М. Г. Магнитоупругие датчики в автоматике. — Киев: Техника, 1965, с. 26—49.

10. Автоматические устройства с магнитоупругими преобразователями/Л. М. Твердин, В. М. Панченко, Б. В. Всеволодов, В. Б. Закорюкин. — М.: Энергия, 1974.

11. Бозорт Р. Ферромагнетизм. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956.

12. Иванова И. И. К вопросу расчета магнитоупругих преобразователей. — Тр. ЛПИ, 1960, № 8, с. 103—108.

[22.09.82]

~~~~~

УДК 621.372.061+518:517.91/94

## Процесс вычислений при численном интегрировании уравнений динамики электрических цепей

КОЛЯДА Ю. В., канд. техн. наук

Киев

Полагаем, что переходные процессы электрических цепей (их динамика) описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка в нормальной форме<sup>1</sup>

$$\frac{dY}{dt} = f(t, Y); \quad Y(t_0) = Y_0; \quad t \in [t_0, t_h], \quad (1)$$

где  $Y(t) \equiv Y \equiv \text{colon} \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\}$ ;  $f(t, Y) = \text{colon} \{f_1(t, Y), f_2(t, Y), \dots, f_m(t, Y)\} \in C_{t, Y}^{k+1}(D)$ ;  $D$  — замкнутая выпуклая по  $Y$  область, определяемая неравенствами  $|t| \leq T$ ,  $|Y_n(t) - Y_n(t_0)| \leq R$ .

Среди явных методов численного решения задачи (1) наибольший интерес представляют системные методы [1 и 2], достоинства которых известны. В данной статье предлагается более экономичная процедура организации вычислительного процесса согласно системным методам численного интегрирования уравнения (1). Для наглядности последовательно рассмотрим уравнение (1) соответственно с правыми частями  $f(t, Y) \equiv AY + B$  и  $f(t, Y) \equiv AY + g(t)$ , а затем исходную задачу.

<sup>1</sup> Здесь приняты обозначения [1].

В первом случае имеем неоднородную систему ОДУ с постоянными коэффициентами

$$\frac{dY}{dt} = AY + B; \quad Y(t_0) = Y_0, \quad (1a)$$

где  $A$  — матрица размерности  $m \times m$ ;  $Y$  и  $B$  — вектора (матрицы-столбцы) размерности  $m \times 1$ .

Общеизвестно ее решение в замкнутой форме:

$$Y(t) = \exp(At)Y_0 + [\exp(At) - E]A^{-1}B.$$

Второе слагаемое есть аналитическое значение интеграла

$\int_0^t \exp(A\tau)Bd\tau$ . Суть системных методов, как известно, состоит в оригинальном вычислении матричной экспоненты и интеграла от нее. Запишем решение уравнения (1a) в следующем виде:

$$Y(t + H) = \exp(AH)Y(t) + \int_0^H \exp(A\tau)Bd\tau. \quad (2)$$

Вводя дискретные значения  $t_n = nH$ ,  $n = 0, 1, \dots$  приходим к выражению

$$Y_{n+1} = \exp(AH) Y_n + \int_0^H \exp(A\tau) B d\tau.$$

С другой стороны, имеет место равенство

$$Y_{n+1} = \exp(AH) Y_n + [\exp(AH) - E] A^{-1} B.$$

Таким образом, предлагается численное значение интеграла  $X_1 = \int_0^H \exp(A\tau) B d\tau$  находить из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$AX_1 = [\exp(AH) - E] B. \quad (3)$$

В случае уравнения (1a) это лежащий на поверхности результат.

Теперь рассмотрим следующую задачу:

$$\frac{dV}{dt} = AY + g(t); \quad Y(t_0) = Y_0. \quad (16)$$

Как и ранее [Л. 2]

$$Y(t+H) = \exp(AH) Y(t) + \int_0^H \exp(AH - A\tau) g(t+\tau) d\tau.$$

В предположении, что для каждого  $t_n$  и  $H$  вектор-функция  $g(t_n + \tau)$  представляется степенным полиномом

$$g(t_n + \tau) = \sum_{\gamma=0}^v M_\gamma(t_n + H) \frac{\tau^\gamma}{\gamma!},$$

имеем приближенное (из-за пренебрежения остаточным членом разложения) равенство

$$Y(t_n + H) = \exp(AH) Y(t_n) + \sum_{\gamma=1}^v \int_0^H \exp(AH - A\tau) \frac{\tau^\gamma}{\gamma!} M_\gamma d\tau.$$

Интеграл

$$X_{\gamma+1} = \int_0^H \exp(AH - A\tau) \frac{\tau^\gamma}{\gamma!} d\tau \quad (4)$$

( $M_\gamma(t_n, H)$  — постоянные величины) будем находить по формуле интегрирования по частям:

$$\int u dv = uv - \int v du,$$

где  $dv = \exp(AH - A\tau) d\tau$ ,  $u = \frac{\tau^\gamma}{\gamma!}$ . Тогда приходим к СЛАУ:

$$AX_{\gamma+1} = X_\gamma - \frac{H^\gamma}{\gamma!} E. \quad (5)$$

Искомое решение задачи (16) представляется рядом

$$Y_{n+1} = X_0 Y_n + \sum_{\gamma=0}^v M_\gamma(t_n, H) X_{\gamma+1},$$

все слагаемые которого известны ( $M_\gamma$  и  $Y_n$ ) либо легко вычисляются. Например, для нахождения  $X_0 = \exp(AH)$  воспользуемся известным [2] рекуррентным соотношением  $\varphi_{k+1} = \varphi_k^2$ .

где  $\varphi_k = \exp(2^k h A)$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$  и  $\exp(2^N h A) = \varphi_N = X_0$ .

Шаг  $h$  такой, что позволяет с высокой степенью точности вычислить  $\exp(hA)$ .

Наконец, рассмотрим исходную задачу (1) и ее численное интегрирование системными методами. Ограничимся алгоритмом первой степени:

$$Y_{n+1} = Y_n + \int_0^H \exp(A_n \tau) d\tau f(t_n, Y_n),$$

где  $A$  — есть матрица Якоби вектор-функции  $f(t, Y)$ .

Конструктивным параметром  $\int_0^H \exp(A\tau) d\tau$ , введением которого существенно повышается вычислительная эффективность классических численных методов, является выражение (4) при  $\gamma=0$ . Следовательно, его численное значение также есть решение СЛАУ (5) при  $\gamma=0$ .

Итак, согласно описанному выше при численном решении уравнений (1), (1a) и (16) системными методами на каждом шаге интегрирования требуется решать СЛАУ вида  $Az = b$  с одной и той же матрицей коэффициентов и различными правыми частями  $b$ . Как известно, с использованием  $LU$ -разложения (однократного для вычислительного процесса в целом) такие СЛАУ решаются весьма просто и экономично. Отметим, что численное значение конструктивного параметра является результатом сопутствующих вычислений.

Согласно [2] конструктивный параметр вычисляется рекуррентно:

$$\Phi_{q+1}^1 = \Phi_q^1 (2E + A\Phi_q^1), \quad q = 0, 1, \dots, N-1,$$

где

$$\Phi_q^1 \approx h \sum_{\gamma=0}^s \frac{A^\gamma h^\gamma}{(\gamma+1)!}, \quad s \geq 1, \quad H = 2N h; \quad \Phi_N = \int_0^H \exp(A\tau) d\tau,$$

а решение уравнения (1a) записывается [1] как

$$Y(t+2Nh) = Y(t) + \Phi_N [AY(t) + B];$$

$$\Phi_N = \Phi_{N-1} (A\Phi_{N-1} + 2E).$$

Замечание. Быстрое вычисление  $\exp(hA)$  осуществляется по формуле [3]:

$$\exp(hA) = \left[ \left( E - \frac{hA}{2^q} \right)^{-1} \right]^{2^q},$$

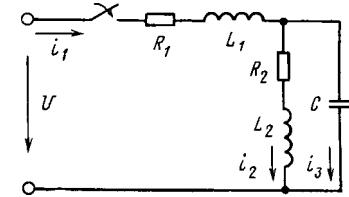
согласно которой требуется одно нахождение обратной матрицы и  $q$  умножений квадратных матриц. Число  $q$  определяется величиной наименьшего собственного значения  $\lambda_{\min}$  матрицы  $A$ . В известном способе вычисления  $\exp(hA)$  требуется  $\gamma+p-1$  раз находить произведение квадратных матриц, где число  $\gamma$  определяется  $\lambda_{\max}$  ( $p$  есть степень 2, и  $2^p$  — делитель каждого слагаемого суммы матричного ряда).

На примере решения задачи (1a) проведем сравнение объемов вычислительной работы в описанном выше и известном [1 и 2] вариантах системных методов. Для нахождения решения  $Y_{n+1}$  на  $(n+1)$ -м шаге  $H = 2^N h$  интегрирования требуется выполнить соответственно  $(N+1)$ -умножение квадратных матриц и одно решение СЛАУ  $(2N+1)$ -умножение квадратных матриц и одно умножение матрицы на вектор. Операциями сложения пренебрегаем, матрица  $\Phi_q^1 = \exp(hA)$  вычисляется в каждом варианте. Если принять во внимание, что по числу арифметических операций умножение квадратных матриц примерно эквивалентно обращению матрицы методом Гаусса [2], т. е. нахождению решения СЛАУ, то предложенный в настоящей статье вариант системных алгоритмов примерно в 2 раза экономичнее известной процедуры [1 и 2] только на одном шаге интегрирования.

Вычислительная эффективность нового варианта системных методов была подтверждена численными экспериментами на примере электрической цепи (см. рисунок), переходные процессы которой описываются системой ОДУ вида (1a), где матрица

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{R_1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix};$$

$B = (0, U, 0)$ ;  $y_1$  — заряд емкости  $C$ ;  $y_2$  и  $y_3$  — соответственно потокосцепления индуктивностей  $L_1$  и  $L_2$ .



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К. С., Волков В. М., Карташев Е. Н. Сравнительный анализ методов численного интегрирования при расчете переходных процессов в электрических цепях. — Электричество, 1976, № 9, с. 47—51.
2. Ракитский Ю. В., Устинов С. М., Черноруцкий И. Г.

Численные методы решения жестких систем. — М.: Наука, 1979. — 208 с.

3. Коляда Ю. В., Сигорский В. П. Вычисление матричной экспоненты. — В сб.: Автоматизация проектирования в электронике, Киев: Техника, 1975, вып. 12, с. 50—52.

[28.01.82]

~~~~~

УДК 537.212.001.24

## Искажение поля точечного источника тока на бесконечной проводящей плоскости, вызванное круглой инородной областью

МЕЙЕР А. А.

Четырехзондовый метод контроля качества металлического слоя теоретически разработан для точечных контактов и для однородных непрерывных структур. Наличие различных искажений структуры, а также применение зондов с конечной площадью касания может явиться источником погрешности. Поэтому весьма актуальной задачей является учет влияния указанных факторов на результаты измерений. В настоящей статье рассматривается влияние нарушения сплошности проводящего слоя, а также влияние различных включений на искажение поля точечных контактов в четырехзондовой измерительной головке. При этом для того чтобы расчеты можно было провести в аналитической форме, в качестве модели нарушения было выбрано включение в виде круглой области с другой проводимостью.

Рассмотрим влияние произвольно расположенной круглой инородной области с проводимостью  $\sigma_1$  радиусом  $a$  (в частности, это может быть круглое отверстие) на распределение потенциала точечного источника тока, расположенного на бесконечной однородной плоскости с проводимостью  $\sigma_2$ . Эту задачу будем решать в координатах  $r, \varphi$ , центр которой совпадает с центром инородной области. В этой системе координаты источника  $r_0, \varphi_0$  (причем  $r_0 > a$ ), а координаты точки поля  $r, \varphi$ . Следует заметить, что при решении данной задачи методом Фурье появляется расходимость, связанная с нарушением условия электронейтральности. Для устранения расходимости необходимо ввести второй источник, обеспечивающий электронейтральность.

Пусть рассматриваемый источник тока находится в точке с координатами  $r_0, 0$ . Выбор источника на линии  $\varphi=0$  не уменьшает общности рассмотрения, поскольку всегда соответствующим поворотом системы координат источник можно перевести на ось  $\varphi=0$ . Для того чтобы рассматриваемая задача имела решение, необходимо соблюсти условие электронейтральности. С этой целью введем дополнительный источник тока  $I$ , который расположим в точке  $r=0, \varphi=0$ . Тогда, как можно показать [1], обусловленный этими двумя источниками потенциал  $\Phi$

$$\Phi(r, \varphi) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} R_{\lambda}(r) \cos \lambda \varphi, \quad (1)$$

где функции  $R_{\lambda}(r)$  удовлетворяют уравнению

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dR}{dr} \right) = \lambda^2 R. \quad (2)$$

Наличие в точке  $r_0, 0$  точечного источника тока  $I$  приводит для функции  $R_{\lambda}(r)$  к условию

$$r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r_0=0} = \frac{I}{\pi d \sigma_2}, \quad (3)$$

где  $d$  — толщина проводящей пленки, которую мы считаем достаточно тонкой.

В дальнейшем во всех вычислениях вместо точечного источника  $I$  удобно использовать величину  $j = \frac{I}{d}$ . Тогда условие (3) принимает вид

$$r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r_0=0} = \frac{j}{\pi \sigma_2}. \quad (4)$$

В этом виде условие (4) и дальнейшие вычисления справедливы не только для точечных источников на плоскости, но также и для линейных источников в пространстве с цилиндрической

неоднородностью, параллельной источнику. При этом величина  $j$  имеет смысл плотности тока на единицу длины источника.

Всю область определения  $R_{\lambda}$  можно разбить на область I, где  $0 < r < a$ ; область II, где  $a < r < r_0$ ; область III, где  $r > r_0$ . Функция  $R_{\lambda}$  в каждой из этих областей удовлетворяет уравнению (2), решение которого имеет вид

$$R_{\lambda} = A_{\lambda}^I r^{\lambda} + B_{\lambda}^I r^{-\lambda}, \quad (5)$$

Значения коэффициентов  $A$  и  $B$  для каждой из этих областей будут различными. Они должны быть выбраны таким образом, чтобы удовлетворялись условия непрерывности для потенциалов и токов на границах областей. Соответственно для каждой из областей функции  $R_{\lambda}$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} R_{\lambda}^I &= A_{\lambda}^I r^{\lambda} + B_{\lambda}^I r^{-\lambda}, & 0 < r < a; \\ R_{\lambda}^{II} &= A_{\lambda}^{II} r^{\lambda} + B_{\lambda}^{II} r^{-\lambda}, & a < r < r_0; \\ R_{\lambda}^{III} &= A_{\lambda}^{III} r^{\lambda} + B_{\lambda}^{III} r^{-\lambda}, & r > r_0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из условия ограниченности тока через любой контур, охватывающий точку  $r = 0$  имеем  $A_{\lambda}^{III} = 0, B_{\lambda}^I = 0$ . Далее учитывая условия непрерывности потенциала и тока на границах областей, а также условие (3), получаем

$$\left. \begin{aligned} A_{\lambda}^I &= - \frac{j r_0^{-\lambda}}{\pi \lambda (\sigma_1 + \sigma_2)}; \\ A_{\lambda}^{II} &= - \frac{j r_0^{-\lambda}}{2 \pi \sigma_2 \lambda}; \\ B_{\lambda}^{II} &= - \frac{j (\sigma_2 - \sigma_1)}{2 \pi \lambda \sigma_2 (\sigma_2 + \sigma_1)} \left( \frac{a^2}{r_0} \right)^{\lambda}; \\ B_{\lambda}^{III} &= - \frac{j}{2 \pi \lambda \sigma_2} \left\{ \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \left( \frac{a^2}{r_0} \right)^{\lambda} + r_0^{\lambda} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для  $\lambda = 0$  функция  $R_0(r)$ , как было показано [1], имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} R_0(r) &= - \frac{j}{2 \pi} \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sigma(r) r}, & \text{если } r < r_0; \\ R_0(r) &= 0, & \text{если } r > r_0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Таким образом, для потенциала  $\Phi$  мы имеем:

$$\Phi(r, \varphi) = - \frac{j}{\pi (\sigma_1 + \sigma_2)} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\lambda} \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} - \frac{j}{2 \pi \sigma_2} \ln \frac{a}{r_0} - \frac{j}{2 \pi \sigma_1} \ln \frac{r}{a}; \quad (9)$$

для области  $a < r < r_0$

$$\Phi(r, \varphi) = - \frac{j}{2 \pi \sigma_2} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\lambda} \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} - \frac{j}{2 \pi \sigma_2} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{a^2}{r_0} \right)^{\lambda} \times \times \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} - \frac{j}{2 \pi \sigma_2} \ln \frac{r}{r_0}; \quad (10)$$

для области  $r > r_0$ 

$$\Phi(r, \varphi) = -\frac{j}{2\pi\sigma_2} \left\{ \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{a^2}{r_0 r} \right)^\lambda \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left( \frac{r_0}{r} \right)^\lambda \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} \right\}. \quad (11)$$

Используя известное соотношение [2]

$$\sum_{\lambda=1}^{\infty} p \lambda \frac{\cos \lambda \varphi}{\lambda} = \ln \frac{1}{\sqrt{p^2 - 2p \cos \varphi + 1}}, \quad (12)$$

написанные выражения можно преобразовать к более удобному виду:

для области  $0 < r < a$ 

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{\pi(\sigma_2 + \sigma_1)} \ln \sqrt{\left( \frac{r}{r_0} \right)^2 - 2 \frac{r}{r_0} \cos \varphi + 1} - \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \frac{a}{r_0} - \frac{j}{2\pi\sigma_1} \ln \frac{r}{a}; \quad (13)$$

для области  $a < r < r_0$ 

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \sqrt{\left( \frac{r}{r_0} \right)^2 - 2 \frac{r}{r_0} \cos \varphi + 1} + \frac{j}{2\pi\sigma_2} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \ln \sqrt{\left( \frac{a^2}{r_0 r} \right)^2 - 2 \frac{a^2}{r_0 r} \cos \varphi + 1} - \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \frac{r}{r_0}, \quad (14)$$

для области  $r > r_0$ 

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{2\pi\sigma_2} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \ln \sqrt{\left( \frac{a^2}{r_0 r} \right)^2 - 2 \frac{a^2}{r_0 r} \cos \varphi + 1} + \frac{Ij}{2\pi\sigma_2} \ln \sqrt{\left( \frac{r_0}{r} \right)^2 - 2 \frac{r_0}{r} \cos \varphi + 1}. \quad (15)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{r^2 - 2rr_0 \cos \varphi + r_0^2}; \\ r_2 &= \sqrt{\left( \frac{a^2}{r_0} \right)^2 - 2 \frac{a^2}{r_0} r \cos \varphi + r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Как нетрудно видеть,  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния произвольной точки поля с координатами  $r, \varphi$  от источников, находящихся соответственно в точках  $r_0, 0$  и  $a^2/r_0, 0$ . При этих обозначениях выражения для потенциала  $\Phi(r, \varphi)$  принимают вид:в области  $0 < r < a$ 

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{\pi(\sigma_2 + \sigma_1)} \ln \frac{r_1}{r_0} - \frac{j}{2\pi\sigma_1} \ln \frac{r}{a} - \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \frac{a}{r_0}; \quad (17)$$

в области  $r > a$ 

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{2\pi\sigma_2} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \ln \frac{r_2}{r} + \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \frac{r_1}{r}. \quad (18)$$

Следует заметить, что эти выражения справедливы как в области  $a < r < r_0$ , так и в области  $r > r_0$ . Полученные выражения имеют точно такой же вид, как и для потенциала, обусловленного двумя рассматриваемыми источниками тока и двумя дополнительными источниками тока

$\left( + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} I \text{ и } - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} I \right)$ , находящимися на однородной плоскости. При этом один из дополнительных источников расположен в той же точке, что источник  $-I$ , а второй источник — в точке  $a^2/r_0, 0$  между источниками  $+I$  и  $-I$  на оси, соединяющей их, на расстоянии  $a^2/r_0$  от источника  $-I$ .

Рассмотрим некоторые частные случаи, наиболее часто встречающиеся в практике.

1.  $\sigma_2 \ll \sigma_1$ . Это условие соответствует тому случаю, когда на однородной плоскости один источник точечный, а второй имеет форму круга радиуса  $a$ . В этом случае  $\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_1} \approx -1$  и выражение для потенциала (18) принимает вид:

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{j}{2\pi\sigma_2} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (19)$$

Таким образом, случай, когда один из источников имеет конечный диаметр  $a$ , можно свести к случаю двух точечных источников на однородной плоскости, когда источник  $-I$  смещен на расстояние  $a^2/r_0$  по отношению к источнику  $+I$ .

2.  $\sigma_2 \gg \sigma_1$ . Этот случай соответствует наличию круглой малопроводящей области в однородной плоскости с проводимостью  $\sigma_2$ . Тогда из выражения для потенциала (18) получим

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi\sigma_2} \left( \ln \frac{r_1}{r} + \ln \frac{r_2}{r} \right). \quad (20)$$

Таким образом, потенциал точечного источника тока на плоскости при наличии круглой малопроводящей области можно описать, вводя два дополнительных источника, один из которых ( $-I$ ) расположен в точке  $0, 0$ , а второй ( $+I$ ) между рассматриваемым источником ( $+I$ ) и дополнительным источником ( $-I$ ) на оси, соединяющей эти источники на расстоянии  $a^2/r_0$  от точки  $0, 0$ .

Следует заметить, что если инородная область является дыркой в сплошном проводящем слое ( $\sigma_1 = 0$ ), то наличие в центре дырки источника тока физически бессмысленно. Однако формула (20) все равно имеет смысл, так как в реальных условиях приходится рассматривать распределение потенциала от двух источников разного знака, находящихся вне дырки. При этом входящие в формулу (20) источники тока, находящиеся в центре дырки, взаимно компенсируют друг друга и могут не рассматриваться; для учета влияния дырки на распределение потенциала достаточно рассматривать только дополнительные (фиктивные) источники.

3.  $\sigma_2 \ll \sigma_1$ , но в области с проводимостью  $\sigma_1$  отсутствует источник. В этом случае, поскольку второй источник находится вне инородной области, следует рассматривать потенциал, созданный двумя реальными источниками, как сумму потенциалов для двух пар источников, для каждой из которых реализуется случай 1. При этом, также как и в случае 2, источники разного знака в центре инородной области взаимно компенсируются. При  $0 < r < a_1$ , как видно из (18), потенциал остается практически постоянным.

**Выводы.** 1. Получено выражение для потенциала точечного источника тока на бесконечной проводящей плоскости при наличии нарушений слоя в виде круглой области другой проводимости.

2. Приведенные результаты могут быть использованы для введения поправок при измерении поверхностного сопротивления четырехзондовым методом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мейер А. А. Потенциал двух точечных источников тока на бесконечной неоднородной проводящей плоскости с радиальным распределением проводимости. — Электричество, 1977, № 9.

2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1962.

[22.03.83]

## ПАВЕЛ МИХАЙЛОВИЧ ТИХОМИРОВ

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения и 50 лет научно-педагогической деятельности доктора технических наук, профессора кафедры электрических машин Московского энергетического института Павла Михайловича Тихомирова.

П. М. Тихомиров родился в сентябре 1908 г. в Москве. В 1931 г. окончил Государственный электромашиностроительный институт им. Каган-Шабаша. Еще до окончания института он работал на Московском электрозводе, а с 1933 г. стал преподавателем кафедры электрических машин Московского энергетического института.

В период работы в заводской лаборатории П. М. Тихомиров выполнил серию экспериментальных работ, которые стали основанием для разработки методики расчета процессов нагрева и охлаждения масляных трансформаторов.

П. М. Тихомиров — участник Великой Отечественной войны. Его боевой путь — от Москвы до Одера.

После демобилизации из армии П. М. Тихомиров возвратился в МЭИ и продолжил работу в области проектирования силовых трансформаторов.



В 1952 г. он защитил кандидатскую диссертацию, а в 1953 г. вышло первое

издание его книги «Расчет трансформаторов». С 1954 г. П. М. Тихомиров был доцентом кафедры электрических машин, а с 1968 г. после защиты докторской диссертации и по настоящее время работает профессором этой кафедры.

Все эти годы проф. П. М. Тихомиров ведет научную работу в области рационального проектирования силовых трансформаторов. Результаты этой работы нашли отражение в последующих изданиях его книги «Расчет трансформаторов», которая является не только единственным полноценным учебным пособием, но и широко используется работниками трансформаторных заводов, ремонтных организаций и электроэнергетики.

Большая заслуга автора состоит в том, что в каждом новом издании он учитывает все достижения в развитии советского и мирового трансформаторостроения.

П. М. Тихомиров является руководителем работ по стандартизации терминологии в области силовых трансформаторов, ведет исследования в области трансформаторов малой мощности.

Группа товарищей

## ЮРИЙ ГЕВОНДОВИЧ ШАКАРЯН

(К 50-летию со дня рождения)

Исполнилось 50 лет со дня рождения Юрия Гевондовича Шакаряна, члена КПСС, доктора технических наук, профессора.

После окончания в 1956 г. электромеханического факультета Ереванского политехнического института Ю. Г. Шакарян работал в СКБ Армэлектрозвода, а затем в отделе электрических машин Ереванского отделения ВНИИЭМ. В 1959—1961 гг. он учился в аспирантуре Института энергетики АН Армянской ССР, в 1961 г. перешел на работу во Всесоюзный научно-исследовательский институт электроэнергетики (ВНИИЭ), где с 1974 г. возглавляет лабораторию асинхронизированных синхронных машин (АСМ).

Ю. Г. Шакарян является крупным ученым в области электрических машин, одним из основоположников нового направления — теории и практики управляемых машин переменного тока. Он внес большой вклад в развитие теории режимов таких машин, разработал оригинальные методы анализа и синтеза систем автоматического управления ими, установил основополагающие принципы построения структурных схем систем автоматического регулирования АСМ, относящихся к независимому управлению параметрами режима, симметрированию параллельных каналов регуляторов.



В работах Ю. Г. Шакаряна получили дальнейшее развитие вопросы применения методов математического моделирования электрических машин.

Большое внимание уделено автономным электрическим системам.

Под его руководством впервые в мировой практике осуществлено внедрение в промышленную эксплуатацию АС гидрогенераторов, выполнены экспериментальные исследования опытного АС генератора-двигателя, показавшие перспективность применения в энергосистемах таких машин. Впервые в отечественной практике внедрен в промышленную эксплуатацию АС двигателя для привода дутьевого вентилятора блока 300 МВт.

Выполненные под руководством Ю. Г. Шакаряна теоретические и экспериментальные исследования позволили приступить к разработке, созданию и внедрению в энергосистемах первых АС турбогенераторов и электромеханических преобразователей частоты (АС ЭМПЧ) для управляемых связей между отдельными электрическими системами, регулируемых электроприводов механизмов собственных нужд электростанций различных типов; ведутся работы по созданию крупных синхронных компенсаторов продольно-поперечного возбуждения.

В 1963 г. Ю. Г. Шакарян защитил кандидатскую диссертацию, в 1974 г. — докторскую. Научная работа Ю. Г. Шакаряна отражена более чем в 130 пе-

чательных трудах, в том числе в четырех монографиях. Он является автором более 60 изобретений.

Ю. Г. Шакарян успешно совмещает большую научную и организационную работу с педагогической деятельностью по подготовке инженерных и научных кадров. Им подготовлено 10 кандидатов технических наук.

Много лет он работает в Московском горном институте на кафедрах электрических машин, электротехники, электроснабжения горных предприятий. В 1979 г. ему было присвоено звание профессора.

Ю. Г. Шакарян является членом редколлегии журнала «Электричество», ряда научно-технических и ученых

советов, ведет большую работу по пропаганде науки и техники в обществе «Знание».

За заслуги в научно-производственной деятельности Ю. Г. Шакарян награжден орденом Трудового Красного Знамени и юбилейной медалью к 100-летию со дня рождения В. И. Ленина.

Редакция и редколлегия журнала «Электричество», группа товарищей

## УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Продолжаем информацию о книгах, выпускаемых Энергоатомиздатом в 1984 г. (начало в № 8, 1983 г.).  
Номера позиций по плану указаны в скобках.

Рыбак Х. А. Обслуживание релейной защиты электроавтоматики и вторичных цепей электростанций и подстанций.—2-е изд., перераб. и доп.—6 л.—Б-ка электромонтера. (№ 133)

Таубес И. Р. Дифференциальная защита шин 110—220 кВ.—5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 134)

Шабад М. А. Релейная защита и автоматика на электростанциях, питающих синхронные двигатели.—5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 135)

### Электробезопасность

Овчинников Н. Я., Хотиков М. В. Испытания и ремонт средств защиты в электроустановках.—5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 140)

### Электромонтажные работы

Новиков А. И., Штуков Н. В. Рабочее место при монтаже и наладке вторичных цепей.—6 л.—(Б-ка электромонтера). (№ 141)

Пантелеев Е. Г., Берман В. И. Применение электротехнических лент в электромонтажном производстве.—5 л.—Б-ка электромонтера. (№ 142)

Штерн В. И. Монтаж и испытание аппаратуры и приводов вторичных цепей электроустановок.—6 л.—Б-ка электромонтера. (№ 143)

### Отпуск и использование электрической энергии

#### Общие вопросы

Лукьянов Т. П., Егоров Е. П. Техническая эксплуатация электроустановок промышленных предприятий.—2-е изд., перераб. и доп.—26 л. (№ 144)

Синягин Н. Н., Афанасьев Н. А., Новиков С. А. Система планово-предупредительного ремонта оборудования и сетей промышленной энергетики.—3-е изд., перераб. и доп.—28 л. (№ 145)

#### Техника электробезопасности

Вайнштейн Л. И. Меры безопасности при организации эксплуатации электрохозяйств потребителей.—2-е изд., перераб. и доп.—12,5 л. (№ 146)

Корнилович О. П. Безопасность тяжелажных работ при монтаже.—6 л.—Б-ка электромонтера. (№ 147)

Смелков Г. И. Пожарная опасность электропроводок при аварийных режимах.—12,5 л. (№ 148)

### Электрооборудование и электроснабжение промышленных предприятий

Гельман Г. А. Автоматизированные системы управления энергоснабжением промышленных предприятий.—15,5 л. (№ 151)

Головкин П. И. Энергосистема и потребители электрической энергии.—2-е изд., перераб. и доп.—27 л. (№ 152)

Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий.—2-е изд., перераб. и доп.—10,5 л. (№ 153)

Каминский Е. А. Квартирная электропроводка и как с ней обращаться.—6-е изд., перераб. и доп.—12 л. (№ 154)

Лигерман И. С. Конструирование электроустановок промпредприятий.—10 л. (№ 155)

Сыромятников И. А. Режимы работы синхронных и асинхронных двигателей.—4-е изд., перераб. и доп.—29 л. (№ 156)

### Электропривод

Автоматизированное проектирование следящих приводов и их элементов.—15,5 л. (№ 158)

Борцов Ю. А., Поляков Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с аддитивным и модельным управлением.—13,5 л. (№ 159)

Крылов С. С., Мельников Е. В., Конышев Л. И. Информационные цепи преобразователей тиристорных электроприводов.—8,5 л. (№ 160)

Луковников В. И. Колебательный электропривод.—11 л. (№ 161)

Марголин Ш. М. Точная остановка электропривода.—2-е изд., перераб. и доп.—6 л.—Б-ка электромонтера. (№ 162)

Тун А. Я. Системы контроля скорости электроприводов.—10,5 л. (№ 163)

Ходнен В. В. Комплектные управляющие устройства электропривода.—22 л. (№ 164)

### Электротермическое оборудование

Васильев А. С., Гуревич С. Г., Иоффе Ю. С. Источники питания электротермических установок.—15,5 л. (№ 165)

Гиттарц Д. Н. Автоматизация плавильных электропечей с применением ЭВМ.—8,5 л.—Б-ка электротермиста. (№ 166)

Ковалев М. Н., Васильев Ю. Э. Вакуумные системы электропечей и их инженерный расчет.—7 л.—Б-ка электротермиста. (№ 167)

Сасса В. С. Футеровка индукционных плавильных печей и миксеров.—8 л.—Б-ка электротермиста. (№ 168)

### Светотехника

Азалиев В. В., Варсанофьев Г. Д., Кроль Ц. И. Эксплуатация осветительных установок промышленных предприятий.—9 л.—Б-ка светотехника. (№ 169)

Ефимкина В. Ф., Софонов Н. Н. Светильники с газоразрядными лампами высокого давления.—5,5 л.—Б-ка светотехника. (№ 170)

Каплинская М. Ю., Бурский В. Б. Свет в современном жилище.—7,5 л.—Б-ка светотехника. (№ 171)

Рощин В. В. Электрическое освещение лечебно-профилактических учреждений.—5,5 л.—Б-ка светотехника. (№ 172)

Тульчин И. К. Электрическое освещение школ и дошкольных учреждений.—5,5 л.—Б-ка светотехника. (№ 173)

### Серия «Энергетика за рубежом»

Переводы докладов Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-82)

Влияние электроустановок высокого напряжения/Под ред. Ю. П. Шкарина.—8 л. (№ 328)

Воздушные линии электропередачи/Под ред. В. В. Бургдорфа.—10 л. (№ 327)

Выключатели высокого напряжения/Под ред. Н. В. Шилина.—12 л. (№ 321)

Кабели высокого напряжения/Под ред. И. Б. Пешкова, С. Е. Глейзера.—8 л. (№ 322)

Передача информации в энергосистемах/Под ред. Т. В. Миккуцкого.—7 л. (№ 329)

~~~~~

Передача энергии постоянным током высокого напряжения/Под ред. В. В. Худякова.—5,5 л. (№ 330)  
Перенапряжения и координация изоляций/Под ред. А. К. Лоханина.—10 л. (№ 331)  
Планирование развития энергосистем/Под ред. В. А. Веникова.—10 л. (№ 332)  
Подстанции переменного тока/Под ред. Г. К. Вишнякова.—7 л. (№ 333)  
Релейная защита и автоматика/Под ред. С. Я. Петрова.—7 л. (№ 335)

Трансформаторы/Под ред. С. Д. Лизунова.—10 л. (№ 325)  
Управление энергосистемами.—11 л. (№ 334)

Электрические машины: Озор докладов.—8 л. (№ 326)  
Электроизоляционные материалы/Под ред. С. Г. Трубачева.—9 л. (№ 323)

**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА, АВТОМАТИКА И ТЕЛЕМЕХАНИКА**  
Учебная литература для вузов

Балашов Е. П., Тригорьев В. Л., Петров Г. А. Микро- и мини-ЭВМ.—25 л. (№ 275)

Гельль П. П., Иванов-Есипович И. К. Конструирование и микроминиатюризация радиоэлектронной аппаратуры.—36 л. (№ 248)

Глазунов А. П., Гробовецкий В. П., Щербаков О. В. Основы теории надежности автоматических систем управления.—15,5 л. (№ 267)

Захаров В. К., Лыпарь Ю. И. Электронные элементы автоматики.—3-е изд., перераб. и доп.—31 л. (№ 268)

**Учебная литература для техникумов**

Булкин А. Д., Якивчик Н. И. Технология и оборудование производства силовых полупроводниковых приборов.—20 л. (№ 249)

Зимодро А. Ф., Скибинский Г. Л. Основы автоматики.—12,5 л. (№ 269)

Орлов И. А., Корнюшко В. Ф. Основы вычислительной техники и организация вычислительных работ.—3-е изд., перераб. и доп.—20 л. (№ 280)

Шарупич Л. С., Тугов Н. М. Оптоэлектроника.—15,5 л. (№ 250).

#### Справочная литература

Иванов В. И., Аксенов А. И., Юшин А. М. Полупроводниковые оптоэлектронные приборы.—11 л. (№ 251).

Кутыркин Ю. М., Нефедов А. В., Савченко А. М. Зарубежные интегральные микросхемы широкого применения.—11 л. (№ 252)

#### Электроника

Аксененко М. Д., Смолин О. В., Бараночников М. Л. Микроэлектронные фотоприемные устройства.—13 л. (№ 245)

Введение в молекулярную электронику.—20,5 л. (№ 244)

Верховцев О. Г., Лютов К. П. Практические советы мастеру-любителю по электротехнике и электронике.—10,5 л. (№ 241)

Денбоновецкий С. В., Лещин А. В., Семенов Г. Ф. Преобразователи информации на новых запоминающих ЭЛТ.—7 л.—Б-ка по автоматике. (№ 246)

Кузьмин В. В., Левина Л. Е., Творогов И. В. Вакууметрическая аппаратура техники высокого вакуума и течеискания.—16,5 л. (№ 240)

Мишин А. Т., Логинов А. С. Инфракрасночастотные усилители бионапряжений с гальваническим разделением входа от выхода.—6 л.—Б-ка по автоматике. (№ 247)

Федотов Г. А. Электрические и электронные устройства для фотографии.—6 л. (№ 242)

Флинд Э. Электронные системы для дома: Пер. с англ.—5 л. (№ 243)

#### Автоматика и телемеханика

Автоматизация настройки систем регулирования.—14,5 л. (№ 253)

Алиев Р. А. Принцип инвариантности и его применение для проектирования промышленных систем управления.—9,5 л. (№ 254)

Борзенко И. М. Адаптация, прогнозирование и выбор решений в алгоритмах управления технологическими объектами.—8,5 л. (№ 255)

Бычков Ю. А. Численный расчет нелинейных регуляторов.—5,5 л. Б-ка по автоматике. (№ 256)

Двухзонные следящие системы.—6 л.—Б-ка по автоматике. (№ 257)

Диденко К. И. Проектирование агрегатных комплексов технических средств для АСУ ТП.—11 л. (№ 258)

Домрачев В. Г., Мейко Б. С. Цифровые преобразователи угла: Принципы построения, теория точности, методы контроля.—20 л. (№ 259)

Дубровский А. Х. Устройство электрической части систем автоматизации.—2-е изд., перераб. и доп.—16 л. (№ 260)

Левинтов С. Д., Борисов А. М. Бесконтактные магнитоупругие датчики крутящего момента.—5 л.—Б-ка по автоматике. (№ 261)

Коган Л. М. Оптимизация надежности АСУ ТП при проектировании.—7 л. (№ 262)

Малина А. К., Лачин В. И., Федий В. С. Безгистерезисные магнитные преобразователи постоянного тока.—7 л.—Б-ка по автоматике. (№ 263)

Тарасов В. А., Марангозов С. В. Оптимизация производственных комплексов с переменными параметрами.—10,5 л. (№ 264)

Шкабардня М. С. Теория и принципы построения быстродействующих самопищущих приборов.—14,5 л. (№ 265)

Элементы управления серии «Логика-11».—10,5 л. (№ 266)

#### Электронно-вычислительная техника

Адасько В. И., Каган Б. М., Пац В. В. Основы проектирования запоминающих устройств большой емкости.—21 л. (№ 270)

Богуславский Л. В. Управление потоками данных в сетях ЭВМ.—10,5 л. (№ 271)

Бутаков Е. А. Методы создания качественного программного обеспечения ЭВМ.—12,5 л.—Применение вычислительных машин в исследованиях и управлении производством. (№ 272)

Гуревич И. С. Защита ЭВМ от высших помех.—2-е изд., перераб. и доп.—14 л. (№ 273)

Дроботов Ю. В. Ферритовые сердечники запоминающих устройств.—5,5 л. (№ 274)

Игнатушенко В. В. Организация структур управляющих многопроцессорных вычислительных систем.—10,5 л.—Применение вычислительных машин в исследовании и управлении производством. (№ 275)

Лазарев В. Г., Пийль Е. И., Турута Е. Н. Построение программируемых управляющих устройств.—13 л. (№ 276)

Лонгботтон Р. Надежность вычислительных систем: Пер. с англ.—24 л. (№ 277)

Михайлов В. И., Раков Б. М., Князев Г. И. Информационные каналы запоминающих устройств на магнитных дисках.—12,5 л. (№ 278)

#### Вакуумная техника

Кузьмин В. В., Левина Л. Е., Творогов И. В. Вакуумметрическая аппаратура техники высокого вакуума и течеискания.—16,5 л. (№ 240)

#### Рентгенотехника

Денискин Ю. Д., Чижунов Ю. А. Медицинские рентгеновские трубки и излучатели.—16 л. (№ 345)

#### Кибернетика

Бессонов А. А., Мороз А. В. Надежность систем автоматического регулирования.—15,5 л. (№ 1)

Гладков Д. И. Оптимизация систем неградиентным случайным поиском.—13 л. (№ 2)

Горбатов В. А., Павлов П. Г., Четвериков В. Н. Логическое управление информационными процессами.—18,5 л. (№ 3)

Дружинин Г. В. Анализ энергетических систем.—13 л. (№ 4)

Сапожников В. В., Сапожников В. В. Дискретные автоматы с обнаружением отказов.—12,5 л. (№ 5)

Соболев О. С. Методы исследования линейных многосвязных систем.—10,5 л. (№ 286)

#### Метрология

Грановский В. А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения.—15,5 л. (№ 22)

Цветков Э. И. Методические погрешности статистических измерений.—12,5 л. (№ 21)

Манусов В. З., Могирев В. В., Шепилов О. Н.— Исследование режимов ЕЭС СССР с учетом случайного характера исходной информации . . . . .

Кривенцев В. И.— Оптимизация степени избыточности элементов в автономных системах распределения электрической энергии транспортных средств . . . . .

Иванов Е. А., Дудник В. Д., Китаенко Г. И.— Особенности функционирования устройств контроля и защиты в сетях переменного тока, связанных с цепями постоянного тока . . . . .

Арион В. Д.— Комплексный расчет параметров элементов распределительных сетей при автоматизированном проектировании . . . . .

Сибаров Ю. Г., Сколовцев Н. Н., Лаптев А. Ф., Копаев В. Н., Табак В. Я., Богушевич М. С.— Пороговые фибрillяционные токи . . . . .

Белан В. Г., Иванов И. А., Лотоцкий А. П.— Особенности разряда индуктивного накопителя на катушку с лайнером . . . . .

Антонов Б. М., Случанко Е. И.— Методика исследования переходных процессов в регулируемой вентильной системе нагружения МГД-генератора . . . . .

Свечарник Д. В., Никифоров Б. Д. Особенности линейного электропривода транспортного и промышленного назначения . . . . .

Ким ГИ-шэн— Об аналитическом методе исследования переходных процессов в нелинейных электрических цепях . . . . .

#### СООБЩЕНИЯ

Смирнов С. В., Резников С. Б., Бочаров В. В.— Снижение колебаний напряжения в автономных электроэнергетических системах . . . . .

Саухатас А-С. С., Фабрикант В. Л., Шабанов В. А.— Многофазные реле сопротивления и их сопоставление методом статистических испытаний . . . . .

Сумин А. Р.— Расчет индуктированного напряжения в однопроводной линии, проложенной между железнодорожными путями . . . . .

Высоцанский В. С.— Ведомый инвертор с квазисинусоидальной стабильной кривой напряжения . . . . .

Галкин В. И., Лихошвай И. П.— Исследование магнитных опор с зубчатым строением активных поверхностей . . . . .

Мотовилов Н. В., Костырев М. Л.— Вентильное возбуждение асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором . . . . .

Староверов Г. М.— Влияние вида схемы многофазных выпрямителей на размер обмоток питающих трансформаторов . . . . .

Асташевская Т. С.— К использованию матриц при анализе электромагнитных устройств переменного тока с ферромагнитными сердечниками . . . . .

Шумилов Ю. Н., Храмов Л. Ф., Покровский С. Ф.— Разрушенные изоляционные стекол поверхностными частицами разрядами . . . . .

Голован Э. В., Рубан Н. С., Терещенко Т. Б.— Исследование магнитоупругой чувствительности ряда прецизионных сплавов . . . . .

Коляда Ю. В.— Процесс вычислений при численном интегрировании уравнений динамики электрических цепей . . . . .

Майер А. А.— Искажение поля точечного источника тока на бесконечной проводящей плоскости, вызванное круглой и нородной областью . . . . .

#### ХРОНИКА

#### CONTENTS

A Study of Operating Conditions in the United Power Grid of the USSR With Account Taken of the Stochastic Nature of the Initial Data — V. Z. Manusov, V. V. Mogirev, O. N. Shepilov

Optimizing the Amount of Redundancy of Elements in Independent Power Distribution Systems for Transport — V. I. Kriventsev

Functioning of Devices for Monitoring and Protection in A. C. Networks Coupled to D. C. Circuits — E. A. Ivanov, V. D. Dudnik, G. I. Kitayenko

A Comprehensive Calculation of Parameters for Distribution Network Elements in Automated Design Practise — V. D. Arion

Threshold Fibrillating Currents — U. G. Sibarov, N. N. Skolotnev, A. F. Laptev, V. N. Kopayev, V. J. Tabak, M. S. Bogushevitch

Features of Discharge of an Inductive Store Onto a Winding With a Liner — V. G. Belan, I. A. Ivanov, A. P. Lototski

A Technique for Transient Analysis of a Controlled Electronic System for Loading a MHD Generator — B. M. Antonov, E. I. Sluchanko

Features of a Linear Electric Drive for Transport and Industry — D. V. Svecharnik, B. D. Nikiforov

On an Analytical Method for Transient Analysis of Non-Linear Electric Circuits — Kim Gi-shen

REPORTS

Reduction of Voltage Fluctuations in Independent Power Systems — S. V. Smirnov, S. B. Reznikov, V. V. Bocharov

Polyphase Impedance Relays and Their Comparative Analysis by the Monte-Carlo Method — A. S. S. Sauhatas, V. L. Fabrikant, V. A. Shabanov

Calculation of the Voltage Induced in a Single-Conductor Line Located Between Railway Tracks — A. R. Sumin

A Driven Inverter Having a Stable Quasinsinoidal Voltage Wave — V. S. Visochanski

A Study of Magnetic Supports Having Tooth-Shaped Active Surfaces — V. I. Galkin, I. P. Likhoshvai

Electronic Excitation of Squirrel-Cage Induction Generators — N. V. Mотовилов, M. L. Kostyrev

How the Type of the Polyphase Rectifier Circuit Influences the Size of the Supply Transformer Windings — G. M. Staroverov

On Employing Matrices in Analyzing A. C. Electromagnetic Devices Having Ferromagnetic Cores — T. S. Astashewskaia

Breakdown of Insulating Glass Due to Partial Surface Discharges — U. N. Shumilov, L. F. Khrakov, S. F. Pokrovski

A Study of the Magnetically Elastic Sensitivity of Several Precision Alloys — E. V. Golovan, N. S. Ruban, T. B. Tereschenko

The Computational Procedure for Numerical Integration of the Equations for Electric Circuit Dynamics — U. V. Kolyada

Distortion of the Field of a Point Current Source in an Infinitely Conducting Plane Created by a Round Foreign Region — A. A. Meyer

#### CHRONICLE

УДК 622.311.001.24

Исследование режимов ЕЭС СССР с учетом случайного характера исходной информации. Манусов В. З., Моги烈 В. В., Шепилов О. Н. — «Электричество», 1983, № 10.

Описаны методы вероятностного расчета установившегося режима при вероятностно-определенной исходной информации. Приведены основные результаты расчетов различных частей ЕЭС СССР. Исследовано влияние корреляций входных параметров режима на результаты расчета. Для общего случая оценена погрешность метода линеаризации. Библ. 9.

УДК 621.316.174:629.131.001.24

Оптимизация степени избыточности элементов в автономных системах распределения электрической энергии транспортных средств. Кричев В. И. — «Электричество», 1983, № 10

На основе принципа минимума критерия массы в электрической сети по показателю вероятности отказа ее элементов на участках разработан эффективный в вычислительном отношении комбинированный метод оптимизации (в отношении минимума массы сети) избыточности элементов в системах распределения электрической энергии с произвольной степенью разветвленности и конфигураций. Библ. 5.

УДК 621.316.9:621.317.333.001.24

Особенности функционирования устройств контроля и защиты в сетях переменного тока, связанных с цепями постоянного тока. Иванов Е. А., Дудник В. Д., Китаенко Г. И. — «Электричество», 1983, № 10

Рассмотрены погрешности работы устройств контроля и защиты, измерительные цепи которых связаны с землей, возникающие под влиянием силовых полупроводниковых выпрямителей. Показаны пути снижения методических погрешностей. Библ. 4.

УДК 621.316.1.001.24

Комплексный расчет параметров элементов распределительных сетей при автоматизированном проектировании. Арион В. Д. — «Электричество», 1983, № 10

Описан системный подход к оптимизации параметров всех элементов распределительной сети, основанной на использовании нелинейной модели задачи в математическом аппарате дискретного динамического программирования. Изложена методика комплексного расчета и оптимизационные алгоритмы; дана характеристика программной реализации. Библ. 3.

УДК 616.001.21 22

Пороговые фибрillационные токи. Сибаров Б. Г., Сколотинев Н. Н., Латев А. Ф., Копаев В. Н., Табак В. Я., Богушевич М. С. — «Электричество», 1983, № 10.

Приведена оценка влияния массы человека на значение порогового фибрillационного тока. Предложены метод расчета и подход к определению закона распределения значений пороговых фибрillационных токов. Библ. 12.

УДК 621.039.637

Особенности разряда индуктивного накопителя на катушку с лайнером. Белан В. Г., Иванов И. А., Лотоцкий А. П. — «Электричество», 1983, № 10.

Рассматривается начальная стадия разряда индуктивного накопителя на катушку с лайнером — до максимума тока в катушке. Предполагается, что отношение начальной индуктивности катушки к индуктивности накопителя значительно меньше единицы. Получены оценки для тока, напряжения и индуктивности катушки в случае, когда сопротивление выключателя возрастает монотонно и к моменту максимума тока достигает величины, превышающей в 10 раз максимальное сопротивление катушки с лайнером на стадии разгона (после максимума тока). Определяются условия, при которых импульс разрядного напряжения имеет провал, а высота первого максимума меньше, чем второго. Все результаты получены в предложении о постоянстве магнитного потока, пронизывающего разрядный контур. Оцениваются потери магнитного потока. Библ. 2.

УДК 629.7.064.58:621.314.018.782.3

Методика исследования переходных процессов в регулируемой вентильной системе нагрузки МГД-генератора. Антонов Б. М., Случанко Е. И. — «Электричество», 1983, № 10.

На основе спектрально-операторного метода изложена методика исследования переходных процессов в регулируемых вентильных преобразователях, питаемых от МГД-генераторов с линейными или нелинейными вольт-амперными характеристиками, в разомкнутой и замкнутой САР. Получены выражения тока МГД-генераторов для общего случая операторных э. д. с. и сопротивления и проведены теоретические и экспериментальные исследования переходных процессов на МГД-установке У-25. Библ. 11.

УДК 621.372.001.24

Об аналитическом методе исследования переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Ким Ги-шон. — «Электричество», 1983, № 10.

Рассмотрен метод расчета переходных процессов в электрической цепи, состоящей из сопротивления и катушки с ферромагнитным сердечником. Нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее физический процесс в рассматриваемой цепи, преобразуется в линейное уравнение второго порядка с периодически меняющимися коэффициентами (уравнение Хилла). Далее переходный процесс исследуется с помощью данного уравнения. Библ. 4.

УДК 621.316.925

Многофазные реле сопротивления и их сопоставление методом статистических испытаний. Саухатас А.-С. С., Фабрикант В. Л., Шабанов В. А. — «Электричество», 1983, № 10

Рассмотрены перспективные для применения в дистанционных защите от замыканий на землю многофазные реле сопротивления и методы их оптимизации. Показана рациональность применения метода статистических испытаний для определения значений критерии эффективности рассмотренных устройств. Библ. 13.

УДК 621.33:621.3.013.7.001.24

Расчет индуктированного напряжения в однопроводной линии, проложенной между железнодорожными путями. Сумин А. Р. — «Электричество», 1983, № 10.

Показано, что точность прогнозирования электромагнитного влияния тяговой сети переменного тока на однопроводную цепь в междупуте существенно повышается, если активное сопротивление рельсовой нити определять с учетом индуктированного тока в ней. Представлены уравнения линейной регрессии для расчета этого тока. Библ. 7.

УДК 621.317.39.001.24:512.831

К использованию матриц при анализе электромагнитных устройств переменного тока с ферромагнитным сердечником. Асташевская Т. С. — «Электричество», 1983, № 10.

Предложена методика определения входных и взаимных проводимостей многоконтурных магнитных цепей электромагнитных устройств. Показана возможность учета размагничивающего влияния тока в нагрузке и потери на гистерезис и вихревые токи путем использования матриц проводимостей магнитной цепи при расчете характеристики электрической и магнитной цепей электромагнитных устройств. Различие расчетных и экспериментальных данных для электромагнитного преобразователя перемещений, рассчитанного по предлагаемому методу, не превышает 3 %. Библ. 6.

УДК 621.318.1.001.5

Исследование магнитоупругой чувствительности ряда прецизионных сплавов. — Голован Э. В., Рубан Н. С., Терещенко Т. Б. — «Электричество», 1983, № 10

Оценка магнитоупругих свойств сплава ОХ27ЮБА проведена на основании анализа зависимостей кривых намагничивания в постоянном и в переменном магнитном полях, полученных для ряда значений сжимающих механических напряжений. Приведены результаты сравнения магнитоупругой чувствительности сплавов ОХ27ЮБА, 49КФ, 10Ю. Предложена методика оценки магнитоупругой чувствительности монолитных чувствительных элементов. Библ. 12

УДК 621.372.061+518:517.91/94

Организация вычислений в системных методах численного интегрирования уравнений динамики электрических цепей. Коляд Ю. В. — «Электричество», 1983, № 10.

Предложен способ организации экономичного вычислительного процесса в системных методах анализа на ЭВМ переходного процесса электрической цепи. Библ. 3.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Meerovich Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макаршин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.  
101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648.

Адрес для телеграмм: Москва, 12, Электричество

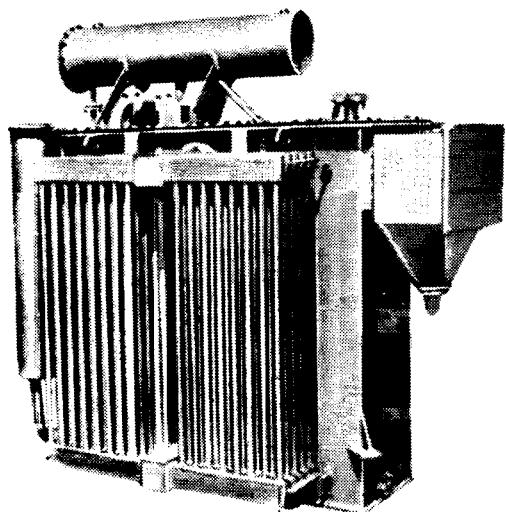
Технический редактор Н. Н. Хотулов

Сдано в набор 10.08.83 Подписано в печать 19.10.83 Т-19264 Формат 60×90<sup>1/8</sup>. Печать высокая. Усл. печ. л. 10. Усл. кр.-отт. 10,5  
Уч.-изд. л. 13,63 Тираж 5711 экз. Заказ 2231

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, г. Чехов Московской области

## ON OUR EXPORTS LIST:



TRANSFORMERS IN THE TROPICAL-CLIMATE MAKE,  
WITH ENHANCED ECONOMY OF  
ELECTRIC ENERGY CONVERSION

Capacity,  $\text{kV}\cdot\text{A}$  12, 500 or 1000  
Voltage,  $\text{kV}$  11/0.433 (or 0.4 or 0.415)

Our TRANSFORMERS are in full compliance with British and IEC Standards

 **ENERGOMACHEXPORT**

Telex 411965 ENEK SU;  
411926 ENEK SU

Korp. 4, 1, Deguninskaya Ul., Moscow, USSR. Phone 487-31-82.