



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1982

·ЭНЕРГОИЗДАТ·

9

УДК 621.311.016.25.072

Управление реактивной мощностью в энергосистеме

МАРКУШЕВИЧ Н. С.

Рига

В основе управления режимом реактивной мощности в энергосистемах в реальном времени по критерию минимума потерь электроэнергии в сетях лежат процедуры моделирования и оптимизации. Требования к объему памяти и быстродействию управляющих ЦВМ зависят от сложности алгоритмов этих процедур. Трудности математического моделирования режима энергосистемы в данном случае вызваны не только размерностью задачи, но и необходимостью более подробного отображения свойств энергосистемы и изменчивости параметров схемы и режима. Для преодоления этих трудностей предлагаются с одной стороны упрощение алгоритмов моделирования и оптимизации (с потерей точности), а с другой — привлечение для этой задачи в контуре управления или вне его управляющих машин с большими объемами памяти и быстродействием [1—3].

Рассмотрим задачу управления режимом реактивной мощности в энергосистеме на базе управляющих мини-ЭВМ по минимуму потерь электроэнергии, включая нагрузочные потери в линиях и трансформаторах, потери в линиях высокого напряжения от короны и потери на возбуждение в синхронных машинах.

При этом система управления должна достаточно оперативно адаптироваться с изменениями схемы и режима энергосистемы.

Решение задачи основано на том, что из процедуры моделирования режима энергосистемы исключается наиболее трудоемкая ее часть — математическое моделирование стационарного режима. Это моделирование заменяется текущими телеизмерениями выходных параметров режима: перетоков активных и реактивных мощностей по основным линиями, уровней напряжения в узлах, реактивных мощностей и составу оборудования источников.

Для оптимизации, кроме того, в каждом текущем режиме необходимо знать ограничения по располагаемой мощности источников, уровням напряжения в узлах, токам в линиях и удельные приросты потерь мощности каждого источника [4 и 5].

Для определения ограничений в ЭВМ вводятся необходимые константы: номинальные токи синхронных машин, допустимые токи линий, требуемые уровни напряжения (при необходимости) в функции времени или какого-либо параметра режима. Ограничения рассчитываются в режиме реального времени в зависимости от состава оборудования и режима активной мощности. Для определения удельных приростов потерь с учетом короны в ЭВМ вводятся также данные о погоде.

Удельный прирост потерь для i -го источника складывается из трех составляющих:

$$\frac{\partial P}{\partial Q_i} = \frac{\partial P_n}{\partial Q_i} + \sum_l \frac{\partial U_l}{\partial Q_i} \frac{\partial P_{kl}}{\partial U_l} + \frac{\partial P_i}{\partial Q_i}, \quad (1)$$

где P_n — нагрузочные (тепловые) потери; P_{kl} — потери на корону в l -й линии; P_i — потери на возбуждение в i -м источнике.

Величина $\partial P_n / \partial Q_i$ является функцией электрического режима энергосистемы и определяется дифференцированием формулы нагрузочных потерь в линиях с учетом зависимости перетоков мощности и уровней напряжения от реактивной мощности источников:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_n}{\partial Q_i} &= \frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_l \frac{P_l^2 + Q_l^2}{U_l^2} R_l = \\ &= \sum_l \frac{2 \left[\left(P_l \frac{\partial P_l}{\partial Q_i} + Q_l \frac{\partial Q_l}{\partial Q_i} \right) U_l - \frac{\partial U_l}{\partial Q_i} (P_l^2 + Q_l^2) \right]}{U_l^3} R_l, \quad (2) \end{aligned}$$

где Q_i , P_i — переток реактивной, активной мощности по i -му элементу сети; $\frac{\partial P_i}{\partial Q_i}$, $\frac{\partial Q_i}{\partial Q_i}$ — функции чувствительности величин P_i , Q_i к изменению величины Q_i ; U_i — напряжение i -го элемента; $\frac{\partial U_i}{\partial Q_i}$ — функция чувствительности напряжения на i -м элементе к изменению реактивной мощности i -го источника; R_i — активное сопротивление i -го элемента.

Формула (2) учитывает зависимость потерь не только от изменения потокораспределения реактивных мощностей, но и от изменения перетоков активных мощностей и напряжения, вызванных изменением реактивной мощности источников. Последняя составляющая во многих случаях является определяющей [6].

В общем случае величины $P_i(Q_i)$, $Q_i(Q_i)$ и $U_i(Q_i)$ — нелинейные функции режима. Величина $P_i(Q_i)$ (а следовательно, и $\partial P_i/\partial Q_i$) существенна только в энергосистемах, имеющих большое число нерегулируемых под нагрузкой трансформаторов, из-за статических характеристик нагрузки (СХН). В автоматизированных энергосистемах $\partial P_i/\partial Q_i = 0$. Величины $Q_i(Q_i)$ и $U_i(Q_i)$ зависят от коэффициента распределения реактивной мощности i -го источника по i -му элементу, потерь и генерации реактивной мощности в линиях. В нашем случае зависимости $P_i(Q_i)$, $Q_i(Q_i)$ и $U_i(Q_i)$ представляются в виде линейных функций для заданной области режимов и схемы энергосистемы. Следовательно, соответствующие функции чувствительности являются условно-постоянными величинами:

$$\frac{\partial P_i}{\partial Q_i} = \beta_{ii}; \quad \frac{\partial Q_i}{\partial Q_i} = \alpha_{ii}; \quad \frac{\partial U_i}{\partial Q_i} = k_{u, ii}. \quad (3)$$

Значения β_{ii} , α_{ii} и $k_{u, ii}$ для характерных режимов и схемы определяются статистическим способом с помощью активного эксперимента, проводимого в процессе автоматического управления режимом i -го источника или (при необходимости) по инициативе диспетчера энергосистемы. При этом осуществляется достаточно большое изменение реактивной мощности i -го источника, и с пульта диспетчерского дисплея включается статистический анализатор системы управления. Длительность эксперимента должна охватывать время работы автоматических регуляторов напряжения трансформаторов (3—5 мин).

Статистический анализатор фиксирует необходимые измерения с достаточно малой периодичностью (10 с) и производит расчет значений β_{ii} , α_{ii} и $k_{u, ii}$ по методу наименьших квадратов:

$$\alpha_{ii} = \frac{\sum_t (Q_{it} - \bar{Q}_i)(Q_{it} - \bar{Q}_i)}{\sum_t (Q_{it} - \bar{Q}_i)^2}; \quad (4)$$

$$k_{u, ii} = \frac{\sum_t (U_{it} - \bar{U}_i)(Q_{it} - \bar{Q}_i)}{\sum_t (Q_{it} - \bar{Q}_i)^2}, \quad (5)$$

где Q_{it} , U_{it} , Q_{it} — значения телеизмеренных величин в процессе выборки статистических данных; $\bar{Q}_i$, $\bar{U}_i$, $\bar{Q}_i$ — средние значения соответствующих выборок.

Статистическая обработка выборки сопровождается

ся процедурой исключения выбросов и измерений нестационарного участка, а также другими процедурами повышения достоверности определения коэффициентов чувствительности на основе физических закономерностей (баланс мощности, связь между величинами $k_{u, ii}$ и α_{ii} , учет статизма регулирования других источников и др.).

Полученные результаты и результаты расчетов для предыдущего режима отображаются на экране дисплея и автоматически (в настоящее время после их оценки инженером) вводятся в качестве констант в программу моделирования удельных приростов потерь по (2).

Прирост потерь в менее значимой и, следовательно, не оснащенной телеизмерениями части сетей энергосистемы представляется в виде эквивалентной функции от измеряемых величин, например, в виде

$$\frac{\partial \Pi_{\text{н. экв}}}{\partial Q_i} = k_{\text{н. экв}} + \sum_i k_i^{\text{экв}} Q_i. \quad (6)$$

Значения $k_{\text{н. экв}}$ и $k_i^{\text{экв}}$ определяются с помощью вариантов расчетов на ЭВМ для характерных режимов энергосистемы.

Величина $\partial \Pi_{kl}/\partial U_i$ определяется заранее на основании существующей методики расчета потерь на корону в виде функции напряжения и тока линий

$$\frac{\partial \Pi_{kl}}{\partial U_i} = f(U_i, I_i). \quad (7)$$

Для линий 330 кВ можно принять $\frac{\partial \Pi_{kl}}{\partial U_i} = \text{const}$.

Величина $\frac{\partial \Pi_i}{\partial Q_i}$ может быть определена из следующих соображений.

Представим потери на возбуждение в генераторе (синхронном компенсаторе) в виде

$$\Pi_{ik} = \Pi_{\text{в}} + k_{\text{в}} Q_k + \frac{R_k}{U_k^2} Q_k^2; \quad (8)$$

$$\sum_k Q_k = Q_i. \quad (9)$$

Относительный прирост потерь в k -м генераторе

$$\frac{\partial \Pi_k}{\partial Q_k} = k_{\text{в}} + \frac{2R_k}{U_k^2} Q_k. \quad (10)$$

При распределении нагрузок между генераторами электростанции по равенству удельных приростов потерь на основании (9) и (10) удельный прирост потерь на возбуждение в источнике

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial Q_i} = \frac{Q_i + \sum_k \frac{k_{\text{в}}}{2R_k} U_k^2}{\sum_k \frac{U_k^2}{2R_k}}, \quad (11)$$

где Q_k — реактивная нагрузка k -го генератора; R_k — сопротивление статора k -го генератора; U_k — генераторное напряжение.

На изменения реактивной мощности источников накладываются ограничения по располагаемой мощности, по уровням напряжения в контрольных точках, по току контролируемых элементов сети.

Расчет располагаемой величины регулировочного диапазона i -го источника осуществляется следующим образом:

а) по располагаемой мощности

$$\Delta Q_{\text{разр}} = Q_{i\text{расп}} - Q_i,$$

где $Q_{i\text{расп}}$ — располагаемая мощность i -го источника при данном составе оборудования соответственно в режиме недовозбуждения или перевозбуждения в зависимости от направления изменения величины Q_i ;

б) по напряжениям в контролируемых узлах

$$\Delta Q_{\text{разр}} = \frac{U_{j\text{пр.доп}} - U_j}{k_{u,ji}},$$

где $U_{j\text{пр.доп}}$ — максимальное или минимальное предельно допустимое напряжение в j -м узле в зависимости от направления изменения величины Q_i ; $k_{u,ji}$ — коэффициент чувствительности напряжения в j -м узле при изменении Q_i ;

в) по току контролируемых линий

$$\Delta Q_{\text{разр}} = \frac{\pm \sqrt{S_{\text{доп}}^2 - P_{li}^2} - Q_i}{\alpha_{li}},$$

где $S_{\text{доп}}$ — допустимая полная мощность данного элемента сети.

Знак перед корнем зависит от направления изменения величины Q_i .

Из всех ограничений для каждого источника выбирается наиболее жесткое, и тем самым определяется располагаемое пространство первого этапа регулирования реактивной мощности.

Зная удельные приросты потерь и ограничения режима, можно определить управляющее воздействие на источники реактивной мощности в целях минимизации потерь, используя градиентный метод оптимизации [4 и 5].

Наиболее простым при управлении в режиме реального времени является изменение по одной координате. Наиболее перспективной координатой считается та, моделирование изменения по которой на весь располагаемый диапазон дает наибольший эффект.

В качестве критерия выбора первого шага регулирования принята величина снижения потерь, вызванная изменением регулируемого параметра во всем диапазоне разрешенных изменений,

$$\Delta \Pi = \int_{Q_i}^{Q_i + \Delta Q_{\text{разр}}} \frac{\partial \Pi}{\partial Q_i}(Q_i) dQ_i \approx \frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} \Delta Q_{\text{разр}}. \quad (12)$$

Первой изменяется реактивная мощность источника с наибольшим критерием регулирования $\Delta \Pi$. Изменения реализуются не на весь располагаемый диапазон, а по шагам. Длина шага может быть постоянной или пропорциональной величине $\Delta Q_{\text{разр}}$. После каждого шага повторяется процедура моделирования удельного прироста потерь, пространства разрешенных изменений и критерия регулирования. В процессе регулирования возможно варьирование выбранной в начале траектории изменений, что объясняется отличиями свойств объекта управления от их модели.

Здесь возможен случай, когда (в пределах $\Delta Q_{i\text{разр}}$) $\partial \Pi / \partial Q_i = 0$, и расчет эффекта от использования всего диапазона $\Delta Q_{i\text{разр}}$ будет определен неверно. Однако, учитывая пологость целевой функции, а также, то, что режим изменяется по шагам с пересчетом после каждого шага значений $\partial \Pi / \partial Q_i$ и $\Delta Q_{i\text{разр}}$, это обстоятельство на практике не приводит к погрешности оптимизации.

Для ускорения выхода на оптимальный режим управляющие команды могут быть переданы одновре-

менно на несколько источников с разной длиной шага. Длина шага в этом случае может быть выбрана пропорциональной эффекту регулирования соответствующего источника.

Процесс регулирования заканчивается, если источники вышли на ограничение по располагаемой мощности или по эффективности ($\partial \Pi / \partial Q_i = 0$) или для всех источников $\Delta \Pi < \delta$ (здесь δ — заданная зона нечувствительности).

Если режим подошел к ограничению по напряжению в каком-то узле или по току какой-либо линии со стороны разрешенной области, делается попарное сопоставление эффективности источников, ограниченных по этому параметру.

При ограничении по напряжению определяется

$$\varepsilon = \frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} - \frac{k_{u,ji}}{k_{u,j(i+1)}} \frac{\partial \Pi}{\partial Q_{(i+1)}}. \quad (13)$$

При ограничении по току

$$\varepsilon = \frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} - \frac{\alpha_{li}}{\alpha_{li(i+1)}} \frac{\partial \Pi}{\partial Q_{(i+1)}}. \quad (14)$$

Если $\varepsilon < 0$, делается шаг отвода ограничения ($i+1$)-го источника, а при $\varepsilon > 0$ — i -го источника. Первой выбирается пара, для которой величина $|\varepsilon|$ максимальна.

Процесс регулирования заканчивается, когда для всех пар выполняется условие $|\varepsilon| < \delta$.

Если режим энергосистемы оказывается за пределами разрешенной области, и ввод его в допустимую область вызывает увеличение потерь в сети ($\Delta \Pi > 0$), то в первую очередь управляющая команда дается тому источнику, требуемое изменение реактивной мощности которого вызовет наименьшее возрастание потерь в сети:

$$\Delta \Pi_{\text{огр}} = \frac{\partial \Pi}{\partial Q_i} \Delta Q_i^{\text{треб}} \rightarrow \min.$$

При этом источник должен располагать диапазоном регулирования, большим заданного. При малом располагаемом диапазоне регулирования источник исключается из регулирования.

Точность описанного выше метода оптимизации режима реактивной мощности зависит от свойств управляемой энергосистемы, от объема телеметрии, приборных и методологических ошибок. Определяющими здесь являются требования к моделированию режима.

Так, в частности, модель должна достаточно достоверно отображать характеристики синхронных машин в источниках реактивной мощности, статические характеристики нагрузки по узлам энергосистемы, реакцию регулирующих устройств, установленных на электростанциях и в сетях разного напряжения и т. д.

При математическом моделировании это обстоятельство выдвигает трудно выполнимые требования информационного обеспечения задачи и существенно усложняет алгоритм ее решения.

В то же время пренебрежение названными выше свойствами энергосистем или их чрезмерно упрощенное представление может привести к большой погрешности оптимизации. При замене математической модели телеизмерениями выходных параметров режима эти методологические трудности снимаются.

В качестве иллюстрации к сказанному приведем результаты расчетов удельных приростов потерь и отпуска мощности в сеть по одному источнику, рассчитанным по данным реальной энергосистемы при разном учете свойств энергосистемы (см. табл. 1).

Таблица 1

Условия расчета	Удельные приросты, МВт/Мвар				
	Потеря			Нагрузки	Отпуска мощности в сеть
	в сетях 110 кВ	в сетях 330 кВ	суммарных		
Без учета СХН и РПН	—0,023	—0,045	—0,068	0	—0,068
С учетом СХН	—0,003	—0,006	—0,009	+0,162	+0,153
С учетом СХН и РПН	—0,006	—0,044	—0,05	+0,025	—0,025

Из табл. 1 видно, что моделирование режима без учета статических характеристик нагрузки в энергосистеме с большим числом нерегулируемых трансформаторов может привести к уходу режима в направлении, противоположном оптимальному. Следовательно, существенны погрешности и при недостаточно точном моделировании СХН. То же самое можно сказать о моделировании реакции регуляторов напряжения трансформаторов. Из табл. 1 также видно, что в данном случае определяющим приростом потерь в сетях является прирост в линиях 330 кВ. Следовательно, телеизмерения в первую очередь нужны на этих линиях, а прирост потерь в остальных сетях может быть представлен приближенным эквивалентом. Для другого источника реактивной мощности определяющим может оказаться другой набор линии. Подобный анализ, проведенный для всех источников, помогает выбрать объем и очередность оснащения энергосистемы телеизмерениями.

Таблица 2

Значения удельных приростов потерь				
Условия расчета	№ линии	Расчет по данным математической модели		Расчет по (2) на основе статистики реальной энергосистемы
		Результат моделирования	Расчет по (2)	
Без учета СХН	1	$-1,14 \cdot 10^{-3}$	$-1,09 \cdot 10^{-3}$	—
	2	$-7,5 \cdot 10^{-3}$	$-8,3 \cdot 10^{-3}$	—
С учетом СХН, без учета РПН	1	$+1,66 \cdot 10^{-3}$	$+1,57 \cdot 10^{-3}$	—
	2	$+2,4 \cdot 10^{-3}$	$+1,98 \cdot 10^{-3}$	—
С учетом СХН и РПН	1	$-1,7 \cdot 10^{-3}$	$-1,97 \cdot 10^{-3}$	$-0,39 \cdot 10^{-3}$
	2	$-8,5 \cdot 10^{-3}$	$-9,0 \cdot 10^{-3}$	$-3,2 \cdot 10^{-3}$

В табл. 2 приведены результаты расчетов удельных приростов потерь по двум линиям 330 кВ длиной 130 км (линия 1) и 300 км (линия 2).

Здесь сопоставляются приросты потерь, определенные непосредственно по одной из существующих математических моделей стационарного режима реальной энергосистемы с фиксированным балансирующим узлом, приросты потерь, рассчитанные при тех же условиях по (2), и приросты потерь, рассчитанные по (2) при статистических значениях $k_{u,li}$, α_i .

Из табл. 2 видно, что линеаризация функций $P_i(Q_i)$, $Q_i(Q_i)$ и $U_i(Q_i)$ не вызывает значительных ошибок в определении приростов потерь даже в достаточно протяженных линиях 330 кВ, а учет реальных свойств энергосистемы имеет большое значение. Приведенными выше примерами не исчерпывается

анализ точности описанного метода, однако, более подробное его рассмотрение представляет собой предмет отдельного исследования.

В Латвэнерго предложенный метод управления реактивной мощностью энергосистемы реализован с помощью мини-ЭВМ типа «Видеотон 1010В». Одновременно на этой же ЭВМ решается большой круг других задач, в том числе близко связанные с обсуждаемой темой — задачи выбора состава синхронных компенсаторов на ГЭС и централизованной коррекции коэффициентов трансформации автотрансформаторов 330/110 кВ. Управление реактивной мощности реализовано на пяти электростанциях энергосистемы с охватом телеизмерениями 13 линий 330 кВ и 10 узлов 330 и 110 кВ. Наиболее загруженные линии 110 кВ представлены эквивалентной зависимостью от режима электростанций вида (6).

Расчет приростов потерь и выбор управляющего воздействия занимает менее 10 с. Длительность интервала между отдачей управляющих команд несколько превышает сумму времени выполнения этих команд на электростанциях, выдержку времени автоматического регулирования напряжения на трансформаторах 110 кВ и автотрансформаторах 330/110 кВ, и составляет 3—5 мин. Для введения режима в допустимую область интервал уменьшается. Признаком начала счета в этом случае служит информация о нарушении ограничения.

Количество шагов, за которые достигается оптимальный режим, зависит от исходного режима и предполагаемого диапазона регулирования; в условиях Латвэнерго оно равно 3—5.

Пересчет величин α_i , $k_{u,li}$ и $k_{u,ji}$ производится в настоящее время по инициативе диспетчерского персонала энергосистемы при существенном изменении схемы. При этом поочередно изменяются реактивные мощности электростанций (на 20—30% располагаемого диапазона в двух направлениях). Эта процедура занимает 5—10 мин на одну электростанцию. Использование статистического анализатора в процессе автоматического регулирования возможно, когда один шаг изменения реактивной мощности достаточно велик. Устойчивость регулирования при полностью автоматической коррекции коэффициентов чувствительности требует дополнительных исследований.

Описанная система управления более двух лет работала в режиме советчика диспетчеру. В настоящее время работает в автоматическом режиме, воздействуя по каналам телеуправления на системы группового регулирования реактивной мощности ТЭЦ [7] и ГЭС.

Представляется, что на основе подобных описанной выше систем управления режимом реактивной мощности может быть реализована сравнительно простая иерархическая система управления реактивной мощностью в объединенной энергосистеме. Для этого требуется наличие межмашинного обмена информацией между мини-ЭВМ энергосистем и ОДУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические системы: Автоматизированные системы управления режимами энергосистем/. В. А. Богданов, В. А. Венников, Я. Н. Лугинский, Г. А. Черня — М.: Высшая школа, 1979.
2. Баркан Я. Д. Режимные принципы автоматического управ-

ления электрическими системами.—Электричество, 1973, № 2.
3. Автоматизация управления энергообъединениями/ В. В. Гончуков, В. М. Горнштейн, Л. А. Крумм и др.—М.: Энергия, 1979.
4. Методы оптимизации режимов энергосистем/ В. М. Горнштейн, Б. П. Мирошниченко, А. В. Пономарев и др.—М.: Энергия, 1981.
5. Крумм Л. А. Методы приведенного градиента при управ-

лении электроэнергетическими системами.—Новосибирск: Наука, 1977.

6. Мельников Н. А., Росман А. В. Принципы автоматического регулирования напряжения и реактивной мощности в питающих электрических сетях.—Электричество, 1971, № 8.

7. Баркан Я. Д., Орехов Л. А. Автоматизация энергосистем.—М.: Высшая школа, 1981.

[09.02.82]

УДК 621.311.001.24

Решение задач с нескалярным целевым функционалом при расчете электроэнергетических систем

АВВАКУМОВ В. Г.

Винница

Ряд электроэнергетических задач при проектировании электрических систем с использованием математических моделей наиболее естественно отображается нескалярными функционалами, ибо большая часть параметров электрических систем и режимов—токи, напряжения, мощности, сопротивления, проводимости,—являются комплексными величинами, характеристиками которых выступают модули и аргументы. Использование в реальных задачах лишь одной из этих характеристик, например, модулей может привести в некоторых случаях к потере адекватности математического описания.

Отметим несколько задач, порождающих математические модели с нескалярными функционалами: оптимизация параметров сложнзамкнутой неоднородной распределительной сети; компенсация реактивной мощности в сетях сложной конфигурации; оптимальное распределение по фазам группы крупных однофазных комплексных нагрузок (электропечи), улучшение качества электрической энергии в сетях и т. д.

В общем виде математические модели этих задач записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{F}(X) = A(X) + jB(X) \rightarrow \text{opt}; \\ X \in C \subset E^n, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$A(X) = \text{Re } \dot{F}(X);$$

$$B(X) = \text{Im } \dot{F}(X);$$

$\dot{F}(X)$ — нескалярный функционал; C — область допустимых решений; E^n — n -мерное евклидово пространство; X — n -мерный вектор управления.

Поскольку метода решения задач типа (1), непосредственно включающего комплексы в расчетную схему, нет, представляется целесообразным рассмотреть возможность, открываемые сведением (1) к схеме скалярной оптимизации.

Известный путь, состоящий в замене нескалярного критериального функционала (1) его модулем, порождает по меньшей мере задачу квадратичного программирования (если область C задается линейными ограничениями), в иных случаях возникает общая нелинейная задача математического программирования. Таким образом, этот путь связан с переходом к нелинейным моделям, хотя нескалярные функционалы относительно управляемых переменных представляют собой чаще всего линейные соотношения.

Невозможность линейного представления электроэнергетических задач утверждалась, например, в [1] при рассмотрении потоков в сетях. Излагаемые в этой статье соображения позволяют оспорить точку зрения [1] и предложить такой путь исследования электроэнергетических сетевых задач, когда (1) преобразуется в серию задач линейного программирования без использования процесса линейной аппроксимации. Рассмотрению такого пути и посвящается настоящая статья, где раскрывается идея метода — назовем его методом многократных пересечений — и определяется вычислительная процедура применительно к непрерывным управляемым переменным, а также приводятся численный пример работы и сравнительный анализ его эффективности.

Идея метода и ее обоснование. Рассмотрим две подмодели

$$\begin{cases} \text{Re } \dot{F}(X) \rightarrow \text{opt}; \\ X \in C \subset E^n; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \text{Im } \dot{F}(X) \rightarrow \text{opt}; \\ X \in C \subset E^n; \end{cases} \quad (3)$$

порожденные исходной нескалярной математической моделью (1).

Выделенные подмодели имеют скалярные критериальные функции и ограничения и в этом смысле они — задачи математического программирования. Предположим, что порождающая нескалярная задача поставлена корректно. В таком случае подзадачи (2) и (3) имеют оптимальные решения, которые обозначим соответственно X^*_1 и X^*_2 . Если

$$X_\pi = X^*_1 \cap X^*_2 \neq \emptyset,$$

то подмножество X_π переменных, находящихся в пересечении, принадлежит вектору оптимального управления X^* исходной нескалярной задачи (1), ибо компоненты X_π одновременно благоприятствуют улучшению $\text{Re } \dot{F}(X)$ и $\text{Im } \dot{F}(X)$, а, значит, и $\dot{F}(X)$. В этом состоит основная идея метода. Примененная многократно она дает возможность синтезировать оптимальный план (1), имеющий размерность n .

Лемма 1. Достаточным условием существования непустого пересечения оптимальных планов подзадач (2) и (3), представленных в однотипной канонической форме, является наличие в их критериальных функциях одинаковых знаков хотя бы у одной пары

коэффициентов c_i при переменных с одним и тем же индексом i .

Иначе говоря, если в двух подзадачах

$$\text{sign } c_i = \text{idem},$$

то

$$X_{\pi} = X_{\pi 1}^* \cap X_{\pi 2}^* \neq \emptyset. \quad (4)$$

Приведем доказательство для случая, когда (2) и (3) представляют собой задачи линейного программирования:

$$\left. \begin{aligned} cX &\rightarrow \max; \\ X &\in C \subset E^n, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где c — вектор-строка коэффициентов линейной формы.

Пусть компонента c_i критериальной функции имеет в двух подзадачах положительный знак и предположим противное (4), т. е.

$$X_{\pi 1}^* \cap X_{\pi 2}^* = \emptyset. \quad (6)$$

Последнее означало бы, что одновременное возрастание критериальных функций $\text{Re } \dot{F}(X)$ и $\text{Im } \dot{F}(X)$ подзадач (2) и (3) при увеличении x_i не ведет к увеличению $|\dot{F}(X)|$:

$$|\dot{F}(X)| = \sqrt{[\text{Re } \dot{F}(X)]^2 + [\text{Im } \dot{F}(X)]^2}, \quad (7)$$

что невозможно, т. е. предположение (6) ошибочно, а справедливо (4). Предположим теперь, что c_i имеет в двух подзадачах отрицательный знак. Тогда при попытке увеличить x_i критериальные функции $\text{Re } \dot{F}(X)$ и $\text{Im } \dot{F}(X)$ стали бы убывать, что недопустимо в задаче максимизации (5). Поэтому в оптимальных планах подзадач (2) и (3) переменные x_i будут иметь нулевые значения. Отсюда следует, что

$$X_{\pi 1}^* \cap X_{\pi 2}^* \neq \emptyset$$

и имеет хотя бы одну нулевую компоненту. Лемма доказана.

Пусть поиск вектора пересечения оптимальных планов подзадач проведен в первый раз. Назовем его $X_{\pi 1}$. Вполне возможно, что его размерность меньше n . Тогда недостающие компоненты X^* принадлежат дополнительному вектору

$$X_{\text{доп}} = X_{\pi 2} \cup X_{\pi 3} \cup \dots,$$

где $X_{\pi 2}$, $X_{\pi 3}$, ... — векторы второго, третьего и т. д. пересечений.

Поиск векторов пересечений с нарастающими индексами осуществляется по однотипной схеме. Рассмотрим этот процесс применительно к нахождению $X_{\pi 2}$, причем дальнейшее изложение будем вести в предположении наличия непустого пересечения оптимальных планов двух подзадач.

Введем $X_{\pi 1}$ в исходную модель (1). В результате этого критериальный нескаллярный функционал $\dot{F}(X)$ превратится в $F_1(X)$, причем аргументами его функций $A(X)$ и $B_1(X)$ будут выступать те x_p $|_{p=1, 2, \dots, p < n}$, которые ранее не попали в пересечение.

Свободные члены функций $A_1(X)$ и $B_1(X)$ будут определять исходное положение на комплексной плоскости $\dot{F}_1(X)$, которое может отличаться от такового для $\dot{F}(X)$. Система ограничений также существенно упростится и будет определять новую область допустимых решений C_1 . Так синтезируется новая нескаллярная математическая модель, вытекающая из

(1) и имеющая меньшую размерность:

$$\left. \begin{aligned} F_1(X) &= A_1(X) + jB_1(X) \rightarrow \text{opt}; \\ X &\in C_1 \subset E^p, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где X — p -мерный вектор управления $p < n$.

Для (8) вновь формируются две подзадачи математического программирования, аналогичные (2) и (3), вновь определяются векторы оптимального управления, и находится их пересечение. Так формируется $X_{\pi 2}$ и заканчивается второй этап расчета. Поскольку

$$X = (X_{\pi 1} \cup X_{\pi 2}) \in X^*,$$

то искомым вектор оптимального управления X^* исходной нескаллярной задачи (1) теперь будет полнее, что вытекает из следующего утверждения.

Лемма 2. После очередного k -го этапа расчетов множество переменных, заключенных в векторе объединения X , становится более богатым.

Из факта существования непустых пересечений $X_{\pi 1}^*$ и $X_{\pi 2}^*$ следует, что в каждом из $X_{\pi 1}$, $X_{\pi 2}$, ... и в том числе $X_{\pi k}$ содержится хотя бы одна компонента (лемма 1). Тогда $X = X_{\pi 1} \cup X_{\pi 2} \cup \dots \cup X_{\pi k}$ будет представлять собой более богатое множество, чем $X = X_{\pi 1} \cup X_{\pi 2} \cup \dots \cup X_{\pi(k-1)}$ по меньшей мере на единицу. Лемма доказана.

Вполне возможно, что

$$X^* = X_{\pi 1} \cup X_{\pi 2},$$

и тогда процесс решения (1) закончен. В противном случае расчет должен быть предложен в том же духе с целью нахождения $X_{\pi 3}$, $X_{\pi 4}$ и так далее до достижения вектором объединения размерности n .

Лемма 3. После объединения ряда векторов пересечений множество $X = X_{\pi 1} \cup X_{\pi 2} \cup \dots$ станет полным, т. е. содержащим n компонент.

Из того, что множество компонент вектора объединения X после каждого этапа расчетов возрастает (лемма 2), следует, что после ряда этапов оно достигнет размерности n . Этой леммой доказано, что метод многократных пересечений является конечным.

Изложенная процедура поиска пересечений и постепенного объединения их с целью получения множества переменных размерности n , позволяет синтезировать оптимальный план (1). Это вытекает из следующего.

Лемма 4. Вектор управления, образованный объединением векторов пересечений и содержащий n компонент, является оптимальным для задачи (1).

Поскольку в каждое пересечение из полного множества управляемых переменных попадают лишь те отличные от нуля компоненты, которые одновременно способствуют наибольшему улучшению $\dot{F}(X)$, и те нулевые компоненты, рост которых мог бы ухудшить условия оптимизации $\dot{F}(X)$, то не существует другого вектора, доставляющего критериальному функционалу лучшее значение, чем объединение векторов пересечений.

Дополнения к характеристике метода многократных пересечений. Рассмотрим соображения о смысле оптимума в формируемых на каждом этапе вычислительного процесса двух подзадачах математического программирования. Он существенно зависит от исходного положения на комплексной плоскости нескаллярного функционала $\dot{F}(X)$ — оно определяется свободными членами функций $A(X)$ и $B(X)$ — от смысла оптимума, который вкладывается в решение (1).

Предположим, что задача (1) состоит в минимизации $\bar{F}(X)$ и исходное положение $\bar{F}(X)$ — первый квадрант. В этом случае критериальные функции подзадач (2) и (3) также должны быть направлены в минимум. Однако, если $\bar{F}(X)$ расположен во втором квадранте, то для минимизации $\bar{F}(X)$ действительная его часть должна быть направлена в максимум, а мнимая — по-прежнему в минимум. Эти соображения легко обобщаются на иное расположение $\bar{F}(X)$ на комплексной плоскости и на иной смысл оптимума исходной задачи (1).

Математическая модель нескаллярной операции, если намечено исследовать ее методом многократных пересечений, должна быть прежде еще раз осмыслена под углом зрения возможности неограниченности или недостаточной ограниченности сверху или снизу соответствующих подзадач математического программирования. Если такая опасность существует, необходимо ввести в исходную нескаллярную модель и обе подмодели дополнительные ограничения, вытекающие из содержательного смысла нескаллярной задачи. Эта процедура должна рассматриваться как естественный процесс математической постановки задачи, в котором уточняется область допустимых решений.

Если нескаллярный функционал $\bar{F}(X)$ имеет первый порядок относительно управляемых переменных и область S формируется линейными ограничениями, то (2) и (3) — задачи линейного программирования. Известно, что при определенных условиях они могут иметь неединственное оптимальное решение. В этом случае можно остановиться на любом векторе оптимального управления каждой из подзадач и искать пересечение. Однако, если иметь «под рукой» все оптимальные планы, то возможно обнаружится более богатое подмножество в пересечении, и этим не следует пренебрегать.

На заключительных этапах расчета может оказаться, что не возникает одной из двух подзадач математического программирования. Это может случиться, если $\operatorname{Re} \bar{F}_2(X)$ или $\operatorname{Im} \bar{F}_r(X)$ очередного нескаллярного функционала $\bar{F}_r(X)$ представляют собой просто числа. В таком случае формируется одна из возможных подзадач, находится ее оптимальный план и целиком включается в искомый вектор оптимального управления исходной задачи (1).

Вычислительный алгоритм метода многократных пересечений для непрерывных переменных и его численная иллюстрация. Алгоритм предназначен для исследования нескаллярных экстремальных задач с математическими моделями типа (1) при непрерывных управляемых переменных и наличии непустых пересечений оптимальных планов вспомогательных пар подзадач математического программирования.

Алгоритм для достижения глобального оптимума состоит из следующих шагов.

1. На очередном k -м этапе расчетов определить исходное положение нескаллярного функционала на комплексной плоскости

$$\arg \bar{F}_k(0) = \arctg \frac{B_k(0)}{A_k(0)}.$$

2. Сформировать две подзадачи математического программирования для оптимизации действительной и мнимой частей нескаллярного функционала в одной и той же области допустимых решений, совпадающей

с таковой для порождающей нескаллярной математической модели.

3. Вычислить X^*_1 и X^*_2 — оптимальные планы очередной пары подзадач математического программирования.

4. Найти вектор пересечения на рассматриваемом k -м этапе

$$X_{pk} = X^*_1 \cap X^*_2.$$

5. Определить объединение векторов пересечений, найденных на всех выполненных этапах расчетов

$$X_k = X_{pk} \cup X_{p(k-1)} \cup \dots$$

6. Если X_k содержит полное множество переменных n — конец расчета,

$$X_k = X^*,$$

в противном случае ввод X_k в исходную нескаллярную модель, синтез очередной нескаллярной задачи и возврат к п. 1.

Работу этого алгоритма рассмотрим на реальной задаче.

Пример. Пофазные параметры несимметричной нагрузки ввода № 1 35 кВ подстанции глубокого ввода 220/110/35 кВ: $I_A = 537,0$ А, $\varphi_A = 46^\circ 30'$; $I_B = 300,0$ А; $\varphi_B = 60^\circ 00'$; $I_C = 395,7$ А; $\varphi_C = 19^\circ 52'$. Токи приведены к напряжению 35 кВ, фазовые сдвиги индуктивные и отсчитаны от соответствующих фазных напряжений.

Осуществить искусственное симметрирование режима и при этом принять:

допустимое значение тока обратной последовательности $I_{II \text{ доп}} = 15,8$ А, что соответствует значению коэффициента несимметрии тока в оптимизированном режиме, равному 5%;

коэффициент реактивной мощности фазы А

$$\operatorname{tg} \varphi_A \in [0,325 \dots 0,425];$$

структуру симметрирующего устройства по схеме треугольника на силовых реактивных элементах.

Примем в качестве управляемых переменных исследуемой операции модули токов по фазам симметрирующего устройства (СУ) $I_{AB}^{CY}, I_{BC}^{CY}, I_{CA}^{CY}$. Припишем емкостным токам СУ знак

плюс; получение отрицательных значений переменных тогда будет соответствовать индуктивным токам.

Примем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} I_{AB}^{CY} &= x_1 - x_2; \\ I_{BC}^{CY} &= x_3 - x_4; \\ I_{CA}^{CY} &= x_5 - x_6. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Рассматривая эту операцию под углом зрения минимизации результирующего тока обратной последовательности, констатируем, что она представляет собой типичную задачу с нескаллярным функционалом и может быть перенесена на следующую математическую модель:

$$\left. \begin{aligned} I_{II}(X) &\rightarrow \min; \\ \operatorname{tg} \varphi_A(X) &\leq -0,325; \\ \operatorname{tg} \varphi_A(X) &\geq -0,425; \\ \operatorname{Re} I_{II}(X) &\geq \sqrt{2}/2 I_{II \text{ доп}}; \\ \operatorname{Im} I_{II}(X) &\leq -\sqrt{2}/2 I_{II \text{ доп}}; \\ X &\geq 0, X = (x_1; x_2; \dots; x_6)^T. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Развернутая функциональная форма модели (10):

$$I_{II}(X) = [72,345 + (-0,5; 0,5; 0; 0; 0,5; -0,5; 0; 0; 0; 0; 0)X] +$$

$$+ j[-128,3884 + (0,2887; -0,2887; -0,5774; 0,5774; 0,2887; -0,2887; 0; 0; 0; 0)X] \rightarrow \min;$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & -0,7035 & 0 & 0 & 1,0285 & -1,0285 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6535 & -0,6535 & 0 & 0 & 1,0785 & -1,0785 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0,5 & -0,5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & -0,2887 & -0,5774 & 0,5774 & 0,2887 & -0,2887 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 4400 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (11)$$

С учетом $\arg I_{II}(0) \in (1,5\pi \dots 2,0\pi)$ сформируем на первом этапе расчета следующие две подзадачи линейного программирования:

$$\operatorname{Re} I_{II}(X) = 72,345 + (-0,5; 0,5; 0; 0; 0,5; -0,5; 0,0; 0; 0)X \rightarrow \min;$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & -0,7035 & 0 & 0 & 1,0285 & -1,0285 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6535 & -0,6535 & 0 & 0 & 1,0785 & -1,0785 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0,5 & -0,5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & -0,2887 & -0,5774 & 0,5774 & 0,2887 & -0,2887 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 44 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$X \geq 0; X = (x_1; x_2; \dots; x_{10})^t;$$

$$\operatorname{Im} I_{II}(X) = -128,3884 + (0,2887; -0,2887; -0,5774; 0,5774; 0,2887; -0,2887; 0; 0; 0; 0)X \rightarrow \max$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & -0,7035 & 0 & 0 & 1,0285 & -1,0285 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6535 & -0,6535 & 0 & 0 & 1,0785 & -1,0785 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0,5 & -0,5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & -0,2887 & -0,5774 & 0,5774 & 0,2887 & -0,2887 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 44 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$X \geq 0; X = (x_1; x_2; \dots; x_{10})^t.$$

Векторы оптимального управления (12) и (13):

$$X^*_1 = [210,396; 0; 0; 0; 88,0462; 0; 30; 8473;$$

$$0; 0; 31,0557]^t;$$

$$X^*_2 = [0; 0; 0; 95,2406; 215,5216; 0;$$

$$47,7498; 0; 168,9315; 0]^t.$$

Видно, что

$$X_{II} = X^*_1 \cap X^*_2 = (x_2; x_3; x_6; x_8)^t = (0; 0; 0; 0)^t. \quad (14)$$

Введем X_{II} в исходную модель (11) и сформируем на втором этапе очередную модель с нескаллярным функционалом:

$$I_{II}(X) = [72,3450 + (-0,5; 0; 0,5; 0; 0; 0)X] +$$

$$+ j[-128,3884 + (0,2887; 0,5774; 0,2887; 0; 0; 0)X] \rightarrow \min;$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & 0 & 1,0285 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6535 & 0 & 1,0785 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0,5 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & 0,5774 & 0,2887 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 44 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$X \geq 0; X = (x_1; x_4; x_5; x_7; x_9; x_{10})^t.$$

Синтезируем две подзадачи линейного программирования, связанные с (15):

$$\operatorname{Re} I_{II}(X) = 72,3450 + (-0,5; 0; 0,5; 0; 0; 0)X \rightarrow \min;$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & 0 & 1,0285 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6535 & 0 & 1,0785 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0,5 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & 0,5774 & 0,2887 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 44 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$X \geq 0; (X) = (x_1; x_4; x_5; x_7; x_9; x_{10})^t;$$

$$\operatorname{Im} I_{II}(X) = -128,3884 + (0,2887; 0,5774; 0,2887;$$

$$0; 0; 0)X \rightarrow \max$$

$$\begin{bmatrix} 0,7035 & 0 & 1,0285 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6535 & 0 & 1,0785 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0,5 & 0 & -1 & 0 \\ 0,2887 & 0,5774 & 0,2887 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 269, & 4046 \\ 232, & 4400 \\ -61, & 1727 \\ 117, & 2161 \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$$X \geq 0; X = (x_1; x_4; x_5; x_7; x_9; x_{10})^t.$$

Оптимальные планы (16) и (17):

$$X^*_1 = (210,396; 0; 88,0393; 30,8472; 0; 31,0504)^t;$$

$$X^*_2 = (210,396; 53,7761; 88,0393; 30,8472; 0; 0)^t.$$

Вектор второго пересечения

$$\begin{aligned} X_{п2} &= X^*_1 \cap X^*_2 = (x_1; x_5; x_7; x_9)^t = \\ &= (210,396; 88,0393; 30; 8472; 0)^t. \end{aligned} \quad (18)$$

Вектор, представляющий собой объединение двух векторов пересечений $X_{п1}$ и $X_{п2}$,

$$\begin{aligned} X &= X_{п1} \cup X_{п2} = (x_1; x_2; x_3; x_5; x_6; x_7; x_8; x_9)^t = \\ &= (210,396; 0; 0; 88,0393; 0; 30; 8472; 0; 0)^t. \end{aligned} \quad (19)$$

Так как вектор объединения имеет еще не полную для исследуемой операции размерность, перейдем к третьему этапу расчета и сформируем очередную модель с нескаллярным функционалом:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(X) &= 11,1723 + j[-42,2380 + (0,5774; 0)X] \rightarrow \min; \\ (0,5774; 1,0000)X &= 31,0607; \\ X &\geq 0, X = (x_4; x_{10})^t. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Видно, что для (20) возникает лишь одна подзадача линейного программирования, смысл оптимума которой вытекает из ориентации нескаллярного функционала в четвертом квадранте комплексной плоскости:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} I_{11}(X) &= -42,2380 + (0,5774; 0)X \rightarrow \max; \\ (0,5774; 1,0000)X &= 31,0607; \\ X &\geq 0; X = (x_4; x_{10})^t. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Оптимальный план этой подзадачи

$$X^*_2 = X_{п3} = (53,7941; 0)^t$$

дает недостающие компоненты вектора оптимального управления исходной модели (11). Вектор

$$X = X_{п1} \cup X_{п2} \cup X_{п3}$$

имеет уже полную размерность ($n=10$) и поэтому является оптимальным планом:

$$\begin{aligned} X^* &= (210,396; 0; 0; 53,7941; 88,0393; 0; 30,8472; \\ &0; 0; 0)^t. \end{aligned} \quad (22)$$

На основе соотношений (9) полученные результаты можно интерпретировать следующим образом. Оптимизация несимметричного режима в соответствии с условиями задачи может быть осуществлена включением симметризирующего устройства со следующими пофазными параметрами:

$$\begin{aligned} Q_{AB} &= 35(210,396 - 0) = 7363,86 \text{ квар (емкость);} \\ Q_{BC} &= 35(0 - 53,7941) = -1855,00 \text{ квар (индуктивность);} \\ Q_{CA} &= 35(88,0393 - 0) = 3081,38 \text{ квар (емкость).} \end{aligned}$$

Эти параметры должны быть приведены в соответствие с возможностями технической реализации, наличием ресурсов, местом размещения и так далее, что является прерогативой лица, принимающего организационные решения.

Оценка вычислительной эффективности метода многократных пересечений. Отметим, что при оценке вычислительной эффективности какого-либо алгоритма, реализующего численный метод оптимизации, практический смысл имеет лишь сравнительная оценка. Однако в этой области еще не выработано общепринятого подхода. С точки зрения [2], например, «нельзя однозначно установить превосходство одного алгоритма над другим», ибо алгоритм жестко связан с природой решаемой задачи. Отсюда следует, что сравнение алгоритмов целесообразно проводить на задачах одной природы, а еще лучше на одних и тех же задачах.

Привлекательным может показаться при сравнении алгоритмов такой показатель, как расход полного машинного времени на вычисление оптимального решения конкретной задачи. Если отвлечься от характеристик ЦВМ, то полный расход времени определяется скоростью сходимости алгоритма, временем счета одной итерации и искусством программиста, причем последнее «играет решающую роль при определении полного времени расчетов» [2]. Стало быть, в оценке показателя «время расчетов» внутренние свойства алгоритмов (а именно они подлежат срав-

нению) могут оказаться завуалированными и смещенными.

В связи с изложенным сравнение алгоритма метода многократных пересечений с другими ниже проводится главным образом по числу элементарных арифметических операций, необходимых для достижения оптимального плана одной и той же задачи, относящейся к симметрированию режима одной из подстанций [3]:

$$\left. \begin{aligned} 3I_{II}(X) &\rightarrow \min; \\ \operatorname{tg} \varphi_A(X) &\leq 0; \\ \operatorname{tg} \varphi_B(X) &\leq \sqrt{3}; \\ Q_{уст}(X) &\leq 8800 \text{ квар;} \\ \operatorname{Re} 3I_{II}(X) &\leq 0; \\ X &\geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где обозначения аналогичны (10).

Эта задача в развернутой нескаллярной функциональной форме, соответствующей алгоритму многократных пересечений, выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} 3I_{II}(X) &= [-95,3 + (-1,5; 0; 1,5; 0; 0; \\ &0; 0)X] + j[-297,4 + (0,866; -1,732; \\ &0,866; 0; 0; 0; 0)X] \rightarrow \min \\ &\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1,500 & 0 & 1,500 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] X = \\ &= \left[\begin{array}{cc} 165, & 000 \\ -84, & 000 \\ 179, & 000 \\ 95, & 300 \end{array} \right], \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где $x_4; x_5; x_6; x_7$ — дополнительные переменные, обращающие неравенства в уравнения.

Модель (24), если ее представить в терминах скалярной оптимизации, будет отражать задачу квадратичного программирования:

$$\left. \begin{aligned} f(X) &= 32\,509,546 + \left[\begin{array}{c} -76,4088 \\ 343,4177 \\ -267,0088 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] X + \\ &+ \frac{1}{2} X^t \left[\begin{array}{cccccc} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] X \rightarrow \min; \\ &\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1,5 & 0 & 1,5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] X = \left[\begin{array}{c} 165 \\ -84 \\ 179 \\ 95,3 \end{array} \right]; \\ X &\geq 0; X = (x_1; x_2; \dots; x_7)^t. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Признак сравнения алгоритмов	Алгоритмы			
	А	Б	В	Г
Число основных переменных	3	3	3	3
Число управляемых переменных, включая и дополнительные	7	7	3	7
Порядок критерия функционала	2	2	2	1
	0	0		0
	0	0		0
	0	0		0
Начальный опорный план X^0	165	165	0	165
	84	84	0	84
	179	179	0	179
	95,3	95,3		95,3
	50,733	50,733		50,733
	0	0		0
Оптимальный план X^*	114,267	114,267	50,733	114,267
	0	0	0	0
	134,733	134,733	114,267	134,733
	14	14		14
	0	0		0
Число итераций для получения X^*	1	2	2	1
Суммарное число элементарных операций для достижения X^* :				
умножений/делений;	125	1204	356	67
сложений/вычитаний;	103	669	288	32
вычисление производных;	2	3	4	—
сравнений	10	5	23	10
нахождение пересечений векторов	—	—	—	1

Для ее решения использовались: алгоритм непосредственной линейной аппроксимации [3] (в дальнейшем обозначении — алгоритм А); квадратичный симплексный алгоритм [4] (алгоритм Б); алгоритм метода проекции градиента [5] (алгоритм В).

Задача (24) с нескаларным функционалом разрешалась методом многократных пересечений (при дальнейшем упоминании — алгоритм Г), а связанные с (24) подзадачи линейного программирования — с помощью табличного симплекс-алгоритма [6].

Один из упомянутых выше алгоритмов скалярной оптимизации — алгоритм А — предполагает постановку и решение серии задач линейного программирования, основанных на тейлоровской аппроксимации

нелинейного функционала. Поскольку существует ряд алгоритмов решения задач линейного программирования, в целях сравнения здесь также использовался табличный симплекс-алгоритм [6].

Важным моментом при сравнении алгоритмов было то, что решение исследуемой задачи всеми четырьмя алгоритмами выполнялось с одного и того же начального опорного плана. Этим исключалось влияние начальной пробной точки, существенно определяющей объем вычислений.

Сравнительные результаты и некоторые характеристики вычислительного процесса отражены в таблице, из которой видно, что по крайней мере для исследуемой задачи решение с использованием алгоритма метода многократных пересечений более экономно, чем решение, осуществляемое в духе скалярной оптимизации.

Выводы. 1. Постановка ряда электроэнергетических задач с использованием нескаларных функционалов снижает их порядок в два раза и поэтому является целесообразной.

2. Метод многократных пересечений для решения задач с нескаларным функционалом является конечным и вырабатывает глобальный оптимум.

3. Для широкого класса задач квадратичного программирования метод многократных пересечений дает возможность решать их в виде серии задач линейного программирования убывающей размерности.

4. Метод многократных пересечений требует в сравнении с методами скалярной оптимизации меньшего числа элементарных арифметических операций и в этом смысле более эффективен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях.— М.: Мир, 1966.
2. Полак Э. Численные методы оптимизации. Единый подход.— М.: Мир, 1974.
3. Аввакумов В. Г., Багиев Г. Л., Воскобойников Д. М.— Техничко-экономическая оценка качества электроэнергии в промышленности.— Л.: Изд. ЛГУ, 1977.
4. Зангвилл У. Нелинейное программирование. Единый подход.— М.: Советское радио, 1973.
5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование.— М.: Мир, 1975.
6. Вентцель Е. С. Исследование операций.— М.: Советское радио, 1973.

[16.12.81]

УДК 621.311.016.2.001.24

Распределение активной мощности методом гарантированного относительного уровня

ГУРСКИЙ С. К., ДОМНИКОВ С. В.

Белорусский политехнический институт

Одной из характерных особенностей режимов работы электроэнергетических систем (ЭЭС) страны, выявившихся в последние годы, является усложнение условий топливоснабжения тепловых электростанций. В связи с этим возникает проблема уточнения комплекса используемых в АСДУ математических моделей и алгоритмов диспетчерского управления режи-

мами ЭЭС на всех уровнях временной иерархии (долго- и краткосрочное планирование, внутрисуточное оперативное управление) с целью учета существующей на практике тесной взаимозависимости между текущей топливно-транспортной конъюнктурой и принимаемыми решениями в части режимов генерирования активных мощностей в ЭЭС.

При краткосрочном (недельном, суточном) планировании модели оптимизации суточных режимов ЭЭС должны учитывать необходимость обеспечения балансов доставляемого, расходуемого и резервируемого топлива на каждой электростанции при наличии случайных, неопределенных и расплывчатых факторов. Эти требования, по-видимому, можно выполнить при введении в модель соответствующих ограничений в виде равенств и неравенств при сохранении одно-критериальной постановки задачи.

Во внутрисуточном цикле оперативного управления основной трудностью, связанной с учетом напряженных условий топливоснабжения, является необходимость обеспечения надежного функционирования энергосистемы при возникновении непредвиденных перебоев с доставкой топлива на отдельные станции. Целью принимаемых решений при этом оказывается минимизация расхода топлива на каждой из дефицитных по топливу станций, в связи с чем модели оптимальной коррекции запланированных расходов должны быть многокритериальными.

Рассмотрению этой ограниченной проблемы и посвящается данная статья. В предложенной постановке задачи, наряду с обычным требованием минимизации суммарного расхода топлива в системе, формулируются требования минимизации расхода топлива на каждой из электростанций, работающих в условиях дефицита топлива, а для остальных электростанций задаются ограничения по допустимым расходам топлива. Такая формулировка задачи (если дополнительно ввести в нее элементы, обеспечивающие во всех случаях существование решения) позволяет принимать оперативные оптимальные решения с учетом складывающейся конкретной обстановки в топливоснабжении. Предлагаемый способ формирования функции предпочтительности в отличие от известных [1 и 2] позволяет автоматически поставить всей компоненты векторного критерия в равные условия в подходе для вышеприведенной неформальной постановки задачи смысле.

Метод гарантированного относительного уровня в задачах многоцелевой оптимизации. Широкий класс задач многоцелевой оптимизации можно сформулировать следующим образом:

$$F_v(x) \rightarrow \max; x \in R^k, v = \overline{1, k}; \quad (1)$$

$$a_i \leq f_i(x) \leq b_i, i = \overline{1, l}, \quad (2)$$

где $F_v(x) > 0$, $v = \overline{1, k}$, R^k — n -мерное евклидово пространство.

Сведем многоцелевую задачу оптимизации (1) — (2) к задаче принятия решений в расплывчатых условиях [3]. Каждую из целей $F_v(x) \rightarrow \max$, $v = \overline{1, k}$ в (1) заменим расплывчатым множеством $A_v = \{x, \mu_{A_v}(x) | x \in R^k\}$ с функцией принадлежности [3]:

$$\mu_{A_v}(x) = F_v(x) / \max_x F_v(x), v = \overline{1, k}, \quad (3)$$

для чего необходимо предварительно решить [для определения $\max_x F_v(x)$] k одноцелевых задач оптимизации вида

$$\left. \begin{aligned} F_v(x) &\rightarrow \max, x \in R^n \\ a_i &\leq f_i(x) \leq b_i, i = \overline{1, l}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Каждое из ограничений $a_i \leq f_i(x) \leq b_i$, $i = \overline{1, l}$ в (2)

заменим расплывчатым множеством A_v с функцией принадлежности

$$\mu_{A_v}(x) = \begin{cases} 0, & f_i(x) < a_i; \\ 1, & a_i \leq f_i(x) < b_i, i = \overline{1, l}, v = \overline{k+1, k+l}; \\ 0, & f_i(x) > b_i. \end{cases} \quad (5)$$

Соответствующая расплывчатая задача оптимизации будет иметь вид

$$\mu_c(x) = \bigwedge_{v=1}^{k+l} \mu_{A_v}(x) = \min_{v=1, k+l} \mu_{A_v}(x) \rightarrow \max, \quad (6)$$

где $\bigwedge$ — символ конъюнкции непрерывных переменных в интервале $[0, 1]$.

Отсюда следует, что для решения исходной нерасплывчатой многоцелевой задачи (1), (2) необходимо, помимо k задач вида (4), решить еще следующую одноцелевую задачу оптимизации:

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) &= \min_{v=1, k} [F_v(x) / \max_x F_v(x)] \rightarrow \max, x \in R^n; \\ a_i &\leq f_i(x) \leq b_i, i = \overline{1, l}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Если x^0 — решение задачи (7), а $\psi(x^0)$ — соответствующее значение целевой функции, то, как ясно из (7), для каждой минимизируемой функции исходной многоцелевой задачи в точке x^0 будет выполняться условие

$$F_v(x^0) \geq \psi(x^0) \max_x F_v(x). \quad (8)$$

Таким образом, принятие в качестве решения задачи (1) и (2) точки x^0 обеспечивает для каждой функции $F_v(x)$, $v = \overline{1, k}$ достижение уровня, составляющего не меньше чем $100 \psi(x^0) \%$ ее максимально возможного значения при ограничениях (2).

Оптимизация активных мощностей при дефиците топлива на отдельных электростанциях и жестких ограничениях по допустимым расходам топлива на остальных электростанциях. Исходная многоцелевая задача формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m T_i(P_i) &\rightarrow \min; \\ T_i(P_i) &\rightarrow \min, i = \overline{1, l}; \\ \sum_{i=1}^m P_i - \sum_{j=1}^k p_j - \pi(P) &= 0; \\ P_{\min} &\leq P \leq P_{\max}; \\ T_i(P_i) &\leq T_{i\max}, i = \overline{l+1, m}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $T_i(P_i)$, $i = \overline{1, m}$ — расходные характеристики электростанций; $P = (P_i)$, $i = \overline{1, m}$, $p = p_j$, $j = \overline{1, k}$ — векторы соответственно активных мощностей станций и нагрузок в узлах основной сети энергосистемы; $P_{\min}$, $P_{\max}$, $i = \overline{1, m}$ — соответственно технические минимумы нагрузки и располагаемые мощности электростанций; $T_{i\max}$, $i = \overline{l+1, m}$ — допустимые расходы топлива на недефицитных по топливу станциях; $\pi(P)$ — потери активной мощности в основной сети (реактивные мощности в генерирующих и потребляющих узлах основной сети, а также коэффициенты трансформации в звеньях этой сети предполагаются заданными).

С учетом (7) эту задачу можно свести к одноцелевой задаче максимизации вида

$$\phi(\mathbf{P}) = \min \left(\frac{\min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^m T_i(P_i)}{\sum_{i=1}^m T_i(P_i)}, \min_{i=\overline{1, l}} \frac{\min_{\mathbf{P}} T_i(P_i)}{T_i(P_i)} \right) \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m P_i - \sum_{j=1}^k p_j - \pi(\mathbf{P}) = 0; \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max}; \quad (12)$$

$$T_i(P_i) \leq T_{i \max}, \quad i = \overline{1, l+1, m}. \quad (13)$$

Рассмотрим физический смысл полученной задачи. Пусть $\mathbf{P}^{\text{опт}}$ — ее решение; $\psi_0 = \phi(\mathbf{P}^{\text{опт}}) \leq 1$ — соответствующее значение целевой функции.

Тогда в соответствии с (10)

$$\frac{\min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^m T_i(P_i)}{\sum_{i=1}^m T_i(P_i^{\text{опт}})} \geq \psi_0; \quad \frac{\min_{\mathbf{P}} T_i(P_i)}{T_i(P_i^{\text{опт}})} \geq \psi_0, \quad i = \overline{1, l}, \quad (14)$$

откуда следует, что решение задачи (10) — (13) удовлетворяет условиям

$$\Delta_0 = \sum_{i=1}^m T_i(P_i^{\text{опт}}) - \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^m T_i(P_i) \leq \leq (1/\psi_0 - 1) \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^m T_i(P_i); \quad (15)$$

$$\Delta_i = T_i(P_i^{\text{опт}}) - \min_{\mathbf{P}} T_i(P_i) \leq (1/\psi_0 - 1) \min_{\mathbf{P}} T_i(P_i). \quad (16)$$

Как видно из (10) — (13), для формирования этой задачи необходимо предварительно последовательно решить $l+1$ задачу минимизации с критериями оптимизации соответственно

$$\sum_{i=1}^m T_i(P_i) \rightarrow \min; \quad (17)$$

$$T_i(P_i) \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, l} \quad (18)$$

и ограничениями (11) — (13) у каждой из задач.

Функция $\pi(\mathbf{P})$ в общем случае имеет вид (* — здесь и в дальнейшем означает транспонирование):

$$\pi = [\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0] \mathbf{B}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0) [\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0]^*, \quad (20)$$

где $\mathbf{Q}, \mathbf{q}$ — векторы-строки реактивных мощностей в генерирующих и потребляющих узлах основной сети энергосистемы; $\mathbf{p}$ — вектор-строка активных мощностей в потребляющих узлах основной сети; U_0 — заданное напряжение балансирующего узла; $\mathbf{B}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0)$ — матрица коэффициентов потерь [4], причем векторы не содержат компонент, соответствующих балансирующему узлу, а мощность в узлах потребления считаются отрицательными.

Каждую из указанных $l+1$ задач, как и задачу (10) — (13), можно решать любым методом математического программирования. Однако, поскольку ре-

шаемая исходная задача относится к задачам оперативной внутрисуточной оптимизации, целесообразно выбрать такой алгоритм решения совокупности задач (10) — (13) и (17) — (18), чтобы можно было получать хотя бы приближенные решения по управлению режимами ЭЭС в условиях дефицита времени на принятие решения. Одним из возможных подходов к построению диалогового процесса принятия решения является последовательная линеаризация функции (20) с использованием метода динамического программирования (МДП) для вычисления очередного приближения точки, в которой производится минимизация.

Допустим, что известен предварительный суточный график активных и реактивных мощностей электростанций, который включает в себя, естественно, и планируемый режим на рассмотренный отрезок времени, определяющий значение вектора $\dot{\mathbf{P}}$ активных мощностей станций и матрицы $\dot{\mathbf{B}}$ коэффициентов потерь, считая, что решение задачи (9), учитывающей уточненную информацию о текущей обстановке в системе топливоснабжения электростанций, лежит в небольшой окрестности точки $\dot{\mathbf{P}}$, разложим функцию $\pi(\mathbf{P})$ в ряд Тейлора, ограничиваясь линейными членами ряда:

$$\pi(\mathbf{P}) = \pi(\dot{\mathbf{P}}) + \left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{P}} \right)_0 (\mathbf{P} - \dot{\mathbf{P}})^*, \quad (21)$$

где

$$\left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{P}} \right)_0^* = 2\dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{P}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{Q}} \dot{\mathbf{Q}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{p}} \dot{\mathbf{p}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{U_0} U_0. \quad (22)$$

— столбец частных производных потерь по активным мощностям станций, а матрицы $\dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{y}}$, $\mathbf{x}, \mathbf{y} = \mathbf{P}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$, U_0 — блоки матрицы $\dot{\mathbf{B}}$, строки которых соответствуют компонентам вектора $\mathbf{x}$, а столбцы — компонентам $\mathbf{y}$; $\dot{\mathbf{x}}$ — значение вектора $\mathbf{x}$ в запланированном режиме.

С учетом (21) — (22) ограничение (11) по балансу активных мощностей запишем в виде

$$\mathbf{cP}^* - d = 0, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_i = \mathbf{e} - \left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{P}} \right)_0^* > 0,$$

$$d = \sum_{j=1}^k p_j + \pi(\dot{\mathbf{P}}) - \left(\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{P}} \right)_0^* \dot{\mathbf{P}}^* > 0 \quad (24)$$

— постоянные параметры; $\mathbf{e}$ — строка, состоящая из m единиц.

При замене (11) на (23), как в задаче (11) — (13), так и в задачах (17) и (15), критерии оптимальности и ограничения содержат только сепарабельные функции и для их решения можно применить метод динамического программирования.

Легко видеть, что для указанных задач рекуррентные соотношения Беллмана имеют следующий вид (τ ниже означает число переменных оптимизации, т. е. активных мощностей станций, на τ -м шаге прямого хода динамического программирования [5] и одновременно — номер очередной станции в порядке их нумерации, принимаемой для прямого хода динамического программирования).

1. Задача (17) с ограничениями (23), (12), (13).

При $\tau = 1$

$$\left. \begin{aligned} T_0(y, 1) &= T_1(y/c_1); \\ P_1^{\text{опт}}(y) &= y/c_1, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где

$$c_1 P_{1 \min} \leq y \leq c_1 P_{1 \max}. \quad (26)$$

При $1 < \tau \leq m$

$$T_0(y, \tau) = \min_{P_\tau} [\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_\tau(P_\tau) + T_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)]; \quad (27)$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y) = \arg_1 [\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_0(y, \tau)], \quad (28)$$

где

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i \min} \leq y \leq \sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i \max}, \quad \tau \leq l; \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i \min} \leq y \leq \sum_{i=1}^l c_i P_{i \max} + \\ + \sum_{i=l+1}^{\tau} c_i \arg [T_i(P_i) = T_{i \max}], \quad \tau > l; \end{aligned} \quad (30)$$

$$P_{i \min} \leq P_\tau \leq \min \left(P_{\tau \max}, \left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i \min} \right) / c_\tau \right), \quad \tau \leq l; \quad (31)$$

$$\begin{aligned} P_{\tau \min} \leq P_\tau \leq \min \left(\arg [T_\tau(P_\tau) = T_{\tau \max}], \right. \\ \left. \left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i \min} \right) / c_\tau \right), \quad \tau > l. \end{aligned} \quad (32)$$

Записи, использованные в правых частях (30), (32), принимаются в смысле тождества $\arg [f(x) = a] = f^{-1}(a)$, а в правой части (28) — в смысле $\arg_1 [f(x_1, x_2, x_3) = a] = x_1$.

2. Задачи вида (18) с ограничениями (23), (12), (13). На первом шаге ($\tau=1$) рассматривается станция, для которой оптимизируется расход топлива в соответствии с (16). При этом функция Беллмана определяется в соответствии с (24) — (26).

При $1 < \tau \leq m$

$$T_i(y, \tau) = \min_{P_\tau} [\tilde{T}_i(P_\tau, y, \tau) = T_i(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)], \quad (33)$$

а $P_\tau^{\text{опт}}(y)$ и ограничения на допустимые значения переменных y и P_τ определяются по (28) — (32).

Поскольку целью решения задач вида (18) является только определение величин

$$M_i = \min_p T_i(P_i), \quad i = \overline{1, l}, \quad (34)$$

а не соответствующих им множеств оптимальных значений векторов P , то на практике нет необходимости строить функции Беллмана для этих задач, так как M_i могут быть найдены из очевидных соотношений

$$M_i = T_i(x_i), \quad i = \overline{1, l}, \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} x_i = \max \left(P_{i \min}, (1/c_i) \left(d - \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq i}}^l c_v P_{v \max} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{v=l+1}^m c_v \arg [T_v(P_v) = T_{v \max}] \right) \right). \end{aligned} \quad (36)$$

3. Задача (10) с ограничениями (23), (12), (13).

Для удобства построения функции Беллмана заменим критерий (10) эквивалентным ему критерием

$$\max \left(\left(\sum_{i=1}^m T_i(P_i) / M_0 \right), \max_{i=\overline{1, l}} (T_i(P_i) / M_i) \right) \rightarrow \min, \quad (37)$$

где

$$M_0 = \min_P \sum_{i=1}^m T_i(P_i). \quad (38)$$

При построении на прямом ходе динамического программирования искомой функции Беллмана необходимо также строить две вспомогательные функции Беллмана $F_0(y, \tau)$ и $F_1(y, \tau)$, соответствующие задачам минимизации

$$\left(\sum_{i=1}^m T_i(P_i) \right) / M_0 \rightarrow \min \quad (39)$$

при ограничениях (23), (12), (13) и

$$\max_{i=\overline{1, l}} (T_i(P_i) / M_i) \rightarrow \min \quad (40)$$

при тех же ограничениях.

При $\tau=1$

$$F_0(y, 1) = T_0(y, 1) / M_0; \quad (41)$$

$$F_1(y, 1) = T_1(y/c_1) / M_1; \quad (42)$$

$$F(y, 1) = \max (F_0(y, 1), F_1(y, 1) = T_1(y/c_1) / M_1), \quad (43)$$

а $P_1^{\text{опт}}(y)$ и ограничения на переменную y определяются по (25), (26).

При $1 < \tau \leq m$

$$F_0(y, \tau) = T_0(y, \tau) / M_0; \quad (44)$$

$$F_1(y, \tau) = \min \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)); \quad (45)$$

$$\begin{aligned} F(y, \tau) = \min [F(P_\tau, y, \tau) = \max T_\tau(P_\tau) / M_\tau + \\ + F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, \\ F_1(y - c_\tau P_\tau, (\tau - 1))]); \end{aligned} \quad (46)$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y) = \arg_1 [F(P_\tau, y, \tau)], \quad (47)$$

а ограничения на переменные y и P_τ определяются в соответствии с (29) — (32).

Опишем теперь обратный ход динамического программирования для вспомогательной задачи (17) и основной задачи (10). Для любой из них он состоит в том, что компоненты $\tilde{P}_i, i = \overline{1, m}$, вектора, являющегося решением задачи, определяются в обратном порядке их следования как

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P}_m &= P_m^{\text{опт}}(d), \quad \tilde{P}_{m-1} = P_{m-1}^{\text{опт}}(d - c_m \tilde{P}_m, \dots); \\ \tilde{P}_1 &= P_1^{\text{опт}} \left(d - \sum_{\tau=2}^m c_\tau \tilde{P}_\tau \right), \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

где $P_{\tau}^{\text{опт}}$, $\tau = \overline{1, m}$ — значения функций $P_{\tau}^{\text{опт}}(y)$, построенных на прямом ходе.

Теперь, принимая $\bar{P} = \bar{P}$ и повторяя описанные вычисления, можно уточнять получаемые решения столько раз, сколько практически возможно при располагаемом времени для решения задачи. Возможны и другие подходы к построению диалоговых процессов на основе МДП, не требующие линеаризации (20), однако ввиду ограниченного объема статьи они здесь не рассматриваются.

Постановка и решение задачи при нежестких ограничениях. Если в результате решения задачи оперативной оптимизации активных мощностей в энергосистеме, содержащей требования минимизации расходов топлива на отдельных электростанциях, испытывающих трудности по своевременной доставкой топлива, выясняется, что нагрузка энергосистемы не может быть покрыта при фактических ресурсах топлива на этих станциях, то необходимо в новой постановке задачи наложить жесткие ограничения на допустимые расходы топлива на дефицитных станциях и обеспечить возможность выхода фактических расходов топлива на недефицитных станциях за ранее заданные пределы. Последнее достигается переходом от жестких ограничений по допустимым расходам топлива на недефицитных станциях к расплывчатым ограничениям.

Функции принадлежности, определяющие расплывчатые множества соответствующие ограничениям на допустимые расходы топлива на недефицитных электростанциях, как следует из (5), должны удовлетворять условиям:

$$(P_v \geq P_{v, \min}, T_v(P_v) \leq T_{v, \max}) \rightarrow \mu_v(P_v) = 1; \quad (49)$$

$$T_v(P_v) > T_{v, \max} \rightarrow 0 \leq \mu_v(P_v) < 1; \quad (50)$$

$$(P' < P'' \leq P_{v, \max}, T_v(P') > T_{v, \max}) \rightarrow \mu_v(P') > \mu_v(P''), \quad (51)$$

$$T_{v, \max} < T_v(P_{v, \max}) \rightarrow \mu_v(P_{v, \max}) = 0, \quad v = \overline{1, m-l}, \quad (52)$$

где $\mu_v(P_v)$ — функция принадлежности расплывчатого множества, а запись $A \rightarrow B$ означает, что утверждение B логически вытекает из A .

Условиям (49) — (52) удовлетворяют, в частности, функции принадлежности вида

$$\mu_v(P_v) = \begin{cases} 1 & \text{при } T_v(P_v) \leq T_{v, \max}; \\ \frac{P_{v, \max} - P_v}{P_{v, \max} - \arg[T_v(P_v) = T_{v, \max}]} \times \\ \times \exp\left(\frac{T_v(P_v) - T_{v, \max}}{T_{v, \max}} \frac{r}{k_v}\right) & \text{при } A_v(P_v) \geq T_{v, \max}, \\ P_v \leq P_{v, \max}; \\ 0 & \text{при } P_v \geq P_{v, \max}; \quad v = \overline{1, m-l}, \end{cases} \quad (53)$$

где $r \geq 1$ — общий для всех дефицитных электростанций параметр, подбираемый разработчиком данной задачи АСУ на стадии ее проектирования для конкретной энергосистемы; $0 \leq k_v \leq 1$ — параметр, задаваемый пользователем при решении задачи, имеющий смысл значения истинности в непрерывной логике [6] утверждения « v -я станция может изыскать допол-

нительные ресурсы топлива» с точки зрения пользователя.

Второй этап расчета по отношению к задаче (9) заключается в решении следующей расплывчатой задачи оптимизации:

$$\sum_{i=1}^m T_i(P_i) \rightarrow \min; \quad (54)$$

$$T_i(P_i) \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, l}; \quad (55)$$

$$\sum_{i=1}^m P_i - \sum_{j=1}^k p_j - \pi(P) = 0; \quad (56)$$

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max}; \quad (57)$$

$$T_i(P_i) \leq \bar{T}_i, \quad i = \overline{1, l}; \quad (58)$$

$$\{(P_v, \mu_v(P_v)) | P_v \in R\}, \quad v = \overline{l+1, m}, \quad (59)$$

где $\bar{T}_i = T_{i, \max}$, $i = \overline{1, l}$ — фактический ресурс топлива на i -й электростанции; R — числовая ось.

Обозначим через $A_0 = \{(P, \mu_{A_0}(P))\}$, $A_l = \{(P, \mu_{A_l}(P))\}$, $i = \overline{1, l}$ расплывчатые множества, которые согласно ранее изложенному можно эквивалентным образом поставить в соответствие условиям минимизации (54) и (55), где μ_{A_l} ($i = \overline{0, l}$) определяются в соответствии с (3). Тогда максимизирующее решение стандартной расплывчатой задачи оптимизации, соответствующей (54) — (59), определяется из условия

$$\left(\bigwedge_{i=0}^l \mu_{A_i}(P) \right) \wedge \left(\bigwedge_{v=l+1}^m \mu_v(P) \right) \rightarrow \max \quad (60)$$

при ограничениях (57) и (58), где $\mu_v(P)$, $v = \overline{l+1, m}$ находятся по правилу

$$P = (P_1, P_2, \dots, P_v, \dots, P_m) \rightarrow \mu_v(P) = \mu_v(P_v). \quad (61)$$

С учетом способа определения функций принадлежности $\mu_{A_i}(P)$, $i = \overline{0, l}$ задача (60) сводится к

$$\min \left(\frac{\min_P \sum_{i=1}^m T_i(P_i)}{\sum_{i=1}^m T_i(P_i)}, \min_{i=\overline{1, l}} \frac{\min_P T_i(P_i)}{T_i(P_i)}, \min_{v=\overline{l+1, m}} \mu_v(P_v) \right) \rightarrow \max; \quad (62)$$

$$\sum_{i=1}^m P_i - \sum_{j=1}^k p_j - \pi(P) = 0; \quad (63)$$

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max}; \quad (64)$$

$$T_i(P_i) \leq \bar{T}_i, \quad i = \overline{1, l}. \quad (65)$$

Тем самым исходная многоцелевая задача оптимизации (54) — (59) сведена к одноцелевой. Для формирования последней, в частности, для определения констант

$$M_0 = \min_P \sum_{i=1}^m T_i(P_i), \quad M_i = \min_P T_i(P_i), \quad i = \overline{1, l}, \quad (66)$$

необходимо, как и ранее, решить $l+1$ соответствующих одноцелевых задач оптимизации, но с дополнительными ограничениями вида (65) и при отсутствии ограничений по допустимым расходам топлива на не-

дефицитных электростанциях. Практически, так же как было показано выше, задачу оптимизации нужно решать только для определения M_0 , а M_i вычисляются тривиально. Необходимые видоизменения по сравнению с задачей (10)—(13) состоят в следующем.

При определении M_0 модифицируется определение функции Беллмана $T_0(y, \tau)$, требующей при использовании метода динамического программирования.

При $\tau=1$

$$T_0(y, 1) = T_1(y/c_1); \quad (67)$$

$$P_{1\text{опт}}(y) = y/c_1; \quad (68)$$

$$c_1 P_{1\text{min}} \leq y \leq c_1 \arg [T_1(P_1) = \bar{T}_1]. \quad (69)$$

При $1 < \tau \leq m$

$$T_0(y, \tau) = \min_{P_\tau} [\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_\tau(P_\tau) + T_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)]; \quad (70)$$

$$P_{\tau\text{опт}}(y) = \arg, [\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_0(y, \tau)]; \quad (71)$$

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\text{min}} \leq y \leq \sum_{i=1}^{\tau} c_i \arg [T_i(P_i) = \bar{T}_i], \quad \tau \leq l; \quad (72)$$

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\text{min}} \leq y \leq \sum_{i=1}^l c_i \arg [T_i(P_i) = \bar{T}_i] + \sum_{i=l+1}^{\tau} c_i P_{i\text{max}}, \quad \tau > l; \quad (73)$$

$$P_{\tau\text{min}} \leq P_\tau \leq \min \left(\arg [T_\tau(P_\tau) = \bar{T}_\tau], \left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i\text{min}} \right) / c_\tau \right), \quad \tau \leq l; \quad (74)$$

$$P_{\tau\text{min}} \leq P_\tau \leq \min \left(P_{\tau\text{max}}, \left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i\text{min}} \right) / c_\tau \right), \quad \tau > l. \quad (75)$$

Компоненты $M_i, i = \overline{1, l}$ определяются как $M_i = T_i(x_i)$, где

$$x_i = \max \left(P_{i\text{min}}, \left(d - \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq i}}^l c_v \arg [T_v(P_v) = \bar{T}_v] - \sum_{v=l+1}^m c_v P_{v\text{max}} \right) / c_i \right). \quad (76)$$

Построенная функция $T_0(y, \tau)$ может быть, как и в случае задачи (10)—(13), использована для построения функции Беллмана $F(y, \tau)$, соответствующей решению задачи (62)—(65) методом динамического программирования, для чего целесообразно критерий (62) заменить эквивалентным ему критерием

$$\max \left(\left(\sum_{i=1}^m T_i(P_i) \right) / M_0, \max_{i=\overline{1, l}} (T_i(P_i) / M_i), \max_{v=l+1, m} 1/\mu_v(P_v) \right) \rightarrow \min, \quad (77)$$

а ограничения (64) заменить на

$$\left. \begin{aligned} P_{i\text{min}} \leq P_i \leq P_{i\text{max}}, \quad i = \overline{1, l}; \\ P_{i\text{min}} \leq P_i \leq P_{i\text{max}} - \varepsilon, \quad i = l + \overline{1, m}, \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

где $\varepsilon > 0$ — положительное число, меньшее, чем шаг по $P_\tau, \tau = \overline{1, m}$, при прямом ходе динамического программирования.

При построении искомой функции Беллмана $F(y, \tau)$ для задачи (77) с ограничениями (63), (78), (65) необходимо также строить на прямом ходе динамического программирования две вспомогательные функции Беллмана $F_0(y, \tau)$ и $F_1(y, \tau)$, соответствующие задачам минимизации:

$$\left(\sum_{i=1}^m T_i(P_i) \right) / M_0 \rightarrow \min \quad (79)$$

при ограничениях (63), (78), (65) и

$$\max \left(\max_{i=\overline{1, l}} (T_i(P_i) / M_i), \max_{v=l+1, m} 1/\mu_v(P_v) \right) \rightarrow \min \quad (80)$$

при тех же ограничениях.

При $\tau=1$

$$F_0(y, 1) = T_0(y, 1) / M_0; \quad (81)$$

$$F_1(y, 1) = T_1(y/c_1) / M_1; \quad (82)$$

$$F(y, 1) = \max (F_0(y, 1), F_1(y, 1)) = T_1(y/c_1) / M_1, \quad (83)$$

а $P_{1\text{опт}}(y)$ и ограничения на переменную y определяются по (68) и (69).

При $1 < \tau \leq m$

$$F_0(y, \tau) = T_0(y, \tau) / M_0; \quad (84)$$

$$F_1(y, \tau) = \min_{P_\tau} \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)), \quad \tau \leq l; \quad (85)$$

$$F_1(y, \tau) = \min_{P_\tau} \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, 1/\mu_\tau(P_\tau),$$

$$F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)), \quad \tau > l; \quad (86)$$

$$F(y, \tau) = \min_{P_\tau} [\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = \max (T_\tau(P_\tau) / M_0 + F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)))], \quad \tau \leq l; \quad (87)$$

$$F(y, \tau) = \min_{P_\tau} [\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = \max (T_\tau(P_\tau) / M_0 + F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max (T_\tau(P_\tau) / M_\tau, 1/\mu_\tau(P_\tau), F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)))], \quad \tau > l; \quad (88)$$

$$P_{\tau\text{опт}}(y) = \arg, [\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = F(y, \tau)], \quad (89)$$

а ограничения на переменные y и P_τ при $\tau \leq l$ определяются соответственно по (72), (74), в противном случае ($\tau > l$):

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\text{min}} \leq y \leq \sum_{i=1}^l c_i \arg [T_i(P_i) = \bar{T}_i] + \sum_{i=l+1}^{\tau} c_i (P_{i\text{max}} - \varepsilon), \quad (90)$$

$$P_{\tau\text{min}} \leq P_\tau \leq \min \left(P_{\tau\text{max}} - \varepsilon, \left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i\text{min}} \right) / c_\tau \right). \quad (91)$$

Обратный ход динамического программирования выполняется в соответствии с (48).

Вывод. Нерасплывчатая многоцелевая задача оптимизации (9) и расплывчатая задача оптимизации (54)—(59) образуют в совокупности математическую модель для организации двухэтапной человеко-машинной процедуры принятия оперативных решений при дефиците топлива на отдельных электростанциях энергосистемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентцель Е. С. Исследование операций.— М.: Сов. радио, 1971.
2. Информационно-семантические проблемы в процессах уп-

равления и организации/ Б. Н. Петров, Г. М. Уланов, С. В. Ульянов, Э. М. Хазен—М.: Наука, 1977.

3. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях.— В кн.: Вопросы анализа и процедур принятия решений.— М.: Мир, 1976.

4. Электрические системы. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов/ Под ред. В. А. Веникова.— М.: Высшая школа, 1973.

5. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы оптимизации.— Минск: Изд. БГУ им. В. И. Ленина, 1975.

6. Теория моделей в процессах управления/ Б. Н. Петров, Г. М. Уланов, И. И. Гольденблат, С. В. Ульянов.— М.: Наука, 1978.

[03.02.81]

УДК 621.3.015.532.001.24

Расчет поля коронного разряда для аксиально-симметричных систем электродов

АРТАМОНОВ А. Ф., ВЕРЕЩАГИН И. П., ГОЛОВИН Г. Т., ЛИТВИНОВ В. Е.

Москва

Широкое применение коронного разряда в электротехнологических установках оправдывает внимание, уделяемое разработке методов расчета поля короны, пригодных для различных классов систем электродов. Для систем с цилиндрическими проводниками широко используются метод Дейча — Попкова, основанный на предположении о неизменности конфигурации силовых линий поля при коронном разряде по сравнению с электростатическим полем [1] и метод разложения в ряд [2]. Применение этих методов для расчета поля коронного разряда в аксиально-симметричных системах электродов, например, в системе «игра — плоскость», встречает затруднения, связанные с тем, что предположение о неизменности конфигурации силовых линий в этом случае приводит к существенным погрешностям [3]. В связи с этим в последнее время усиленно развиваются численные методы расчета, предполагающие использование ЭВМ [4, 5].

Внешняя область коронного разряда при допущении о непрерывности процесса в пространстве и во времени описывается системой уравнений:

$$\operatorname{div} E = \rho / \epsilon_0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} j = 0; \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} E = 0; \quad (3)$$

$$j = \rho k E, \quad (4)$$

где E — напряженность поля; ρ — плотность объемного заряда; j — плотность тока; k — подвижность ионов.

При условии (3) справедливо соотношение

$$E = -\operatorname{grad} \varphi, \quad (5)$$

где E — напряженность поля; φ — потенциал.

Граничные условия задачи:

на некоронирующем электроде

$$\varphi_1 = 0; \quad (6)$$

на коронирующем электроде

$$\varphi_2 = U, \quad (7)$$

где U — заданное напряжение;

во всех точках поверхности коронирующего электрода значение напряженности не может превосходить начальную напряженность:

$$E_2 = E_0. \quad (8)$$

Последнее условие означает, что на тех участках поверхности электрода, где в процессе расчета напряженность превышает начальную, она должна быть снижена до начальной. Там же, где она получается ниже начальной, граничное условие (8) не действует. Для электродов с переменным радиусом кривизны начальная напряженность изменяется вдоль поверхности электрода и может быть рассчитана в соответствии с [6]. Граничное условие (8) означает также, что размерами чехла коронного разряда пренебрегают и ионы поступают в промежуток непосредственно с коронирующего электрода.

Возможна схема решения системы уравнений (1)—(4) путем организации итерационного процесса, на каждой стадии которого из уравнения Пуассона (1) определяется распределение потенциала по заданной плотности объемного заряда, а полученные значения потенциала используются для уточнения распределения плотности объемного заряда путем решения уравнения неразрывности тока (2). Подобная схема решения была успешно применена для расчета поля короны в плоскопараллельной системе «ряд проводов между плоскостями» [5].

Быстрая сходимость итерационного процесса обеспечивается тем, что на каждой итерации выполняются граничные условия (6)—(8). Сложность реализации условия (8) заключается в том, что при организации последовательного решения уравнений в явном виде участвует заданное распределение плотности объемного заряда у поверхности коронирующего электрода вместо заданных значений распределения начальной напряженности по (8).

Представим решение уравнения Пуассона (1) в виде суммы двух функций $\varphi = \varphi_a + \varphi_b$, где φ_a соответствует решению уравнения Лапласа

$$\nabla^2 \varphi_a = 0 \quad (9)$$

при граничных условиях $\varphi_{1a}=0$ и $\varphi_{2a}=U$, а φ_b — решению уравнения

$$\nabla^2 \varphi_b = -\rho/\epsilon_0 \quad (10)$$

при граничных условиях $\varphi_{1b}=0$ и $\varphi_{2b}=0$ и значениях ρ , вычисленных по заданному распределению ρ_0 у поверхности коронирующего электрода. Можно видеть, что изменение значений функции ρ во всех точках области в m раз приводит к изменению функции φ_b также в m раз. Для соответствующего изменения плотности объемного заряда достаточно в m раз изменить заданные значения ρ_0 .

Таким образом, решение уравнения Пуассона при измененных условиях запишется как $\varphi = \varphi_a + m\varphi_b$. Следовательно, зная φ_a и φ_b , можно конструировать решение, обладающее нужными свойствами, например, удовлетворяющее равенству

$$E_0(L) = E_a(L) + mE_b(L), \quad (11)$$

где L — любая точка на поверхности коронирующего электрода.

Если задано E_0 , то

$$m = \frac{E_0(L) - E_a(L)}{E_b(L)}. \quad (12)$$

Расчет электрического поля по (9) выполняется один раз. Если E_0 задано в одной точке поверхности электрода, то задача (10) на каждой итерации также решается один раз и определяется соответствующий коэффициент m . Если E_0 задано в ряде точек, например, в k точках, то необходимо k раз решить (10) для заданных ρ_0 в этих точках и найти k значений коэффициента m из системы k уравнений типа (11). Описанная процедура существенно усложняет расчет и поэтому в данной статье распределение ρ_0 задается в виде следующей функции:

$$\rho_0(L) = A \left(\frac{F_a(L) - E_0(L)}{E_a(L)} \right)^n. \quad (13)$$

Постоянная A определялась из условия соответствия расчетного значения E начальной напряженности поля на кончике иглы, а показатель степени n — из условия соответствия распределению начальной напряженности по поверхности электрода. Качественное обоснование выбора функции (13) заключается в том, что снижение напряженности поля у коронирующего электрода от электростатической до начальной непосредственно связано с внедрением объемного заряда. Практически расчет производится при разных n и выбирается значение ρ_0 , соответствующее заданному распределению E_0 .

Рассмотрим возможности численного решения уравнений Пуассона (10) и Лапласа (9). При расчете поля конечно-разностным методом необходимо брать существенно неравномерную сетку — частую вблизи острия и на два — три порядка более редкую вдали от него для того, чтобы общее число узлов сетки не было слишком велико. Итерационные методы решения алгебраической системы уравнений, получающейся от замены дифференциальных операторов разностными, в рассматриваемом случае (резко неравномерная сетка по двум направлениям в области прямоугольной формы) из-за большой величины спектра разностного оператора дают очень медленную сходимость итераций [7]. Из-за неравномерности сетки по двум направлениям оказываются неприменимыми и такие методы, как метод быстрого преобразования Фурье или

метод декомпозиции, которые с успехом используются в настоящее время для решения аналогичных задач в физике плазмы.

Недостатки итерационных методов заставляют обратиться к прямым способам решения разностных уравнений. В данной статье использован метод матричной прогонки [7], хотя он предъявляет жесткие требования к ЭВМ по быстродействию, большой оперативной памяти или наличию быстрых внешних запоминающих устройств. Это заставило вести расчеты на ЭВМ типа БЭСМ-6. Представляется перспективным также применение для решения уравнения Пуассона метода эквивалентных зарядов и метода конечных элементов.

Далее необходимо рассмотреть вопрос о способах решения уравнения (2), которое является уравнением переноса. Рассматривая более общую модель внешней области коронного разряда с учетом влияния на распределение плотности объемного заряда не только поля, но и процесса диффузии, следует записать вместо уравнения (2) следующее уравнение:

$$\operatorname{div}(j - D_T \operatorname{grad} \rho) = 0. \quad (14)$$

Коэффициент диффузии D_T определяет влияние как молекулярной диффузии, так и диффузии, обусловленной турбулентным характером электрического ветра, сопровождающего коронный разряд.

Универсальные надежные численные методы интегрирования уравнений переноса пока не разработаны. В случае применения той или иной конкретной схемы решения заранее трудно предсказать сходимость и погрешность полученного результата. Желательно применение и сопоставление различных методов решения и проверка их на тестовых задачах.

Будем использовать для решения уравнения (14) конечно-разностную аппроксимацию в сочетании с методом прогонки. В качестве второго варианта для частного случая уравнения (14), соответствующего уравнению (2), рассмотрено применение метода трубок тока.

При решении (14) будем предполагать, что направленное движение ионов в основном происходит в направлении z , совпадающем с осью вращения аксиально-симметричной системы, поэтому диффузионным переносом в этом направлении пренебрегаем. По оси r цилиндрической системы координат учитываем обе составляющие плотности тока (рис. 1). Соответственно (14) приобретает вид:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r\sigma E)}{\partial r} - \frac{\partial(rD_T \frac{\partial \rho}{\partial r})}{\partial r} \right] + \frac{\partial(\rho k E)}{\partial z} = 0. \quad (15)$$

Конечно-разностное уравнение строится на основе четырехточечного двухслойного шаблона (рис. 1). Для второй производной используется симметричная конечно-разностная аппроксимация, имеющая второй порядок точности. Поскольку доминирующую роль в процессе переноса играет направленное движение ионов, то существенное значение имеет правильный выбор схемы аппроксимации для

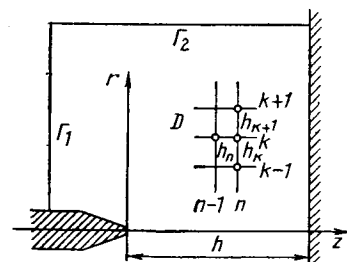


Рис. 1. Конфигурация электродов «игла — плоскость»

производной первого порядка. При этом следует исходить из выполнения комплекса требований, связанных с устойчивостью, монотонностью, точностью и консервативностью схем конечно-разностной аппроксимации.

Среди возможных схем аппроксимации наиболее подходящими для производной первого порядка по r являются симметричная с весами (используются точки $k-1, k, k+1$ на рис. 1) и односторонняя (точки $k-1, k$). Для другого варианта односторонней разности получаются худшие характеристики (например, схема становится условно устойчивой), и он не рассматривается.

Используемая схема односторонней разности является безусловно устойчивой, монотонной, имеет первый порядок точности. Консервативность схемы в данном случае обеспечивается тем, что при переходе к конечным разностям произведение фигурирует как единая величина. В отличие от этой схемы симметричная имеет второй порядок точности, но является условно устойчивой при прогонке, немонотонной и, видимо, неконсервативной. В связи с этим предпочтение должно быть отдано схеме односторонней разности. Конкретные расчеты с использованием симметричной схемы не привели к удовлетворительному результату.

Для производной по z имеется единственный вариант аппроксимации в рамках использованного шаблона, который и используется (точки $n-1, n$). Для каждого слоя n система конечно-разностных уравнений решалась прогонкой.

Второй вариант — численное решение уравнения (2) методом трубок тока. Метод трубок тока (или в более общем случае метод больших частиц) широко используется в задачах электродинамики и физики плазмы [8].

В соответствии с этим методом поверхность коронирующего электрода разбивается на ряд элементарных площадок. Для аксиально-симметричного поля силовые трубки представляют собой пространство между поверхностями вращения, образованными силовыми линиями, выходящими из границ выделенного элемента на электроде.

Силовые линии получаются при численном интегрировании уравнения

$$\frac{dr}{E_r} = \frac{dz}{E_z} \quad (16)$$

методом Эйлера с пересчетом или другим методом.

Проведем в произвольной точке M на оси силовой трубки сечение, перпендикулярное силовой трубке. Будем считать, что плотность тока и плотность объемного заряда в каждой точке такого перпендикулярного сечения построены. Это предположение выполняется тем точнее, чем меньше шаг разбиения поверхности коронирующего электрода. Тогда плотность объемного заряда в точке M может быть определена по формуле

$$\rho_M = \frac{k_0 E_0 \rho_0 S_0}{(k E S_{\perp})_M}, \quad (17)$$

где S_0 — площадь трубки тока на электроде; $S_{\perp}$ — площадь перпендикулярного сечения силовой трубки в рассматриваемой точке M ; k_0, k_M — соответствующие значения подвижности ионов; E_0 — начальная напряженность.

Таким образом, формула (17) позволяет опреде-

лить плотность объемного заряда в любой точке средней линии произвольной силовой трубки.

Изложенная методика численного решения системы уравнений коронного разряда была применена к расчету поля в системе электродов «игла — плоскость» (рис. 1). В общем случае игла состояла из цилиндрической и конической частей с соответствующим закруглением кончика иглы. В частном случае были проведены расчеты с иглой в форме гиперболоида вращения.

Выделим область D (рис. 1), в пределах которой производится расчет поля. Эта область ограничена осью симметрии, плоским электродом, поверхностью иглы и фиктивными границами $\Gamma 1$ и $\Gamma 2$. В некоторых случаях степень удаления границ и распределение потенциала на них определяется физическими условиями задачи. Например, граница $\Gamma 1$ может соответствовать плоскости, на которой крепится игла, и тогда на ней должен быть задан постоянный потенциал, равный потенциалу иглы. В общем случае неограниченного пространства границы должны быть удалены настолько, чтобы неточности в задании значений потенциала на границе не приводили к ошибкам в расчете поля в центральной части области. Границу $\Gamma 1$ следует располагать на расстоянии не менее $2h$ от острия, а границу $\Gamma 2$ — на расстоянии $3-4h$ от оси симметрии, где h — расстояние между электродами. Распределение потенциала на границах принимается, например, равным электростатическому потенциалу поля эквивалентного гиперболоида.

Поскольку решение уравнения Лапласа и Пуассона является основным моментом в организации итерационного процесса, то необходимо пояснить некоторые принципиальные вопросы, связанные с численным решением этих уравнений.

Конечно-разностный аналог уравнения Пуассона на пятиточечном шаблоне имеет вид:

$$(\Delta_r + \Delta_z) \varphi_{kn} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho_{kn}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_r \varphi_{kn} &= \frac{1}{r_k} \left\{ \frac{2r_k + h_{rk}}{h_{r(k+1)}[h_{rk} + h_{r(k+1)}]} [\varphi_{(k+1)n} - \varphi_{kn}] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2r_k - h_{rk}}{h_{rk}[h_{rk} + h_{r(k+1)}]} [\varphi_{kn} - \varphi_{(k-1)n}] \right\}; \\ \Delta_z \varphi_{kn} &= \frac{2}{h_{zn} + h_{z(n+1)}} \left[\frac{\varphi_{k(n+1)} - \varphi_{kn}}{h_{z(n+1)}} - \frac{\varphi_{kn} - \varphi_{k(n-1)}}{h_{zn}} \right]. \end{aligned}$$

Уравнения (18) записываются для всех узлов существенно неоднородной сетки, на которую разбивается область D . Шаги сетки выбираются таким образом, чтобы кривая, задающая поверхность стержня, попадала бы в узлы сетки. Получающаяся алгебраическая система уравнений решается методом матричной прогонки. Вывод рекуррентных соотношений для прогоночных коэффициентов в том случае, когда область D имеет прямоугольную форму, содержится в [4].

Для повышения точности граничное условие на оси симметрии записывается в виде:

$$\frac{4}{h_{r1}} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=\frac{h_{r1}}{2}} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_{r=0} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \Big|_{r=0}.$$

Это выражение можно получить, например, путем интегрирования уравнения (10) в пределах от 0 до

$h_{r1}/2$ и применения теоремы о среднем. Переходя к конечно-разностному аналогу, получим:

$$\frac{4}{h_{r1}^2} (\varphi_{1n} - \varphi_{0n}) + \frac{2}{h_{rn} + h_{zn}(n+1)} \left[\frac{\varphi_{0(n+1)} - \varphi_{0n}}{h_{zn}(n+1)} - \frac{\varphi_{0n} - \varphi_{0(n-1)}}{h_{zn}} \right] = - \frac{\rho_{0n}}{\varepsilon_0}. \quad (19)$$

Поскольку в (19) связаны величины потенциала только на первых двух слоях сетки, то это выражение можно использовать для определения значений первых прогоночных коэффициентов.

Для расчета поля коронного разряда в системе электродов «гиперboloид — плоскость» с фокусным расстоянием 100 мм и радиусом закругления в вершине, равным 1 мм, в области D была сделана сетка размерностью 55×65. Граница $\Gamma 1$ была удалена от конца иглы на расстояние 180 мм, а граница $\Gamma 2$ — на расстояние 300 мм от оси симметрии. Минимальный шаг по оси z составлял 0,08 мм, а максимальный — 8 мм, соответственно по оси z эти величины 0,012 и 10 мм.

Для выяснения правильности работы программы и точности расчетов были проведены контрольные решения задач-тестов, в качестве которых использовалось сопоставление решения для уравнения Лапласа с известным аналитическим распределением потенциала для системы «гиперboloид — плоскость» и сопоставление численного решения уравнения Пуассона для заданного распределения потенциала $\varphi(r, z) = -r^2 + z^2$ и соответствующего распределения плотности объемного заряда $\rho = -\varepsilon_0 \nabla^2 \varphi$. Во всех случаях максимальная погрешность в напряженности поля не превышала 2%, а в преобладающей части межэлектродного пространства была не более 1%. Следует отметить, что с уменьшением числа узлов сетки погрешность быстро нарастала. Затраты машинного времени на ЭВМ БЭСМ-6 на один вариант расчета поля коронного разряда в системе «игла — плоскость» составляли около 1 ч.

На рис. 2—6 представлены результаты расчета параметров коронного разряда для указанной выше системы электродов при напряженности 50 кВ. В расчетах варьировался характер начального распределения плотности объемного заряда — показатель n в формуле (13). Варианты распределения ρ_0 (рис. 2) включали как случай внедрения заряда только с кончика иглы в виде узкого пучка, так и близкое к равномерному распределение. Критерием для выбора правильного вида функциональной зависимости служит распределение напряженности поля по поверхности коронирующего электрода (рис. 3). Наиболее близкое совпадение с заданными значениями начальной напряженности получается при $n=3$. Расхождение в значениях напряженности на поверхности электрода на удалении от кончика иглы не противоречит граничному условию задачи. Граничное условие заключается в том, что в той части поверхности электрода, где объемный заряд в промежуток не внедряется, напряженность может быть ниже начальной.

Расчеты показывают, что изменение в широких пределах вида распределения ρ_0 оказывает относительно слабое влияние на параметры поля во внешней области коронного разряда, в том числе и на распределение плотности тока по плоскости (рис. 4). Распределение плотности тока по плоскости наиболее просто определяется экспериментально и поэтому

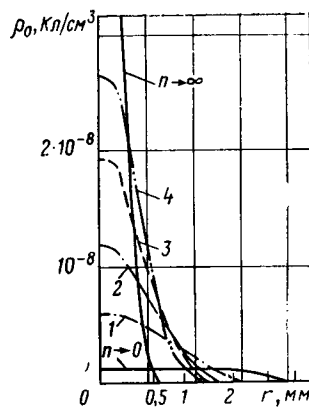


Рис. 2. Распределение плотности объемного заряда по поверхности иглы

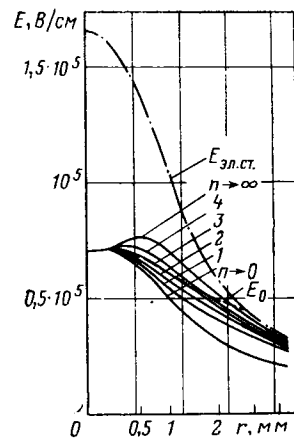


Рис. 3. Распределение напряженности по поверхности иглы

часто используется для сопоставления с результатами расчета. Для промежутка «игла — плоскость» получено обобщенное распределение плотности тока по плоскости [3].

Слабое влияние характера начального распределения ρ_0 объясняется регулирующим действием объемного заряда, внедряемого в промежуток. При узком распределении ρ_0 радиальная составляющая поля вблизи иглы больше, чем при равномерном распределении и обеспечивает более интенсивное смещение заряда в радиальном направлении. В результате в первом и во втором случаях получается примерно одинаковое распределение плотности тока по плоскости.

В расчетах было учтено изменение подвижности ионов в зависимости от времени их жизни. Исходные данные для расчета были взяты из [9]. Расчеты показали, что для рассматриваемых условий основную роль играет не изменение подвижности ионов из-за их старения, а электронная составляющая в токе, хотя ее присутствие ограничено очень узкой областью вблизи коронирующего электрода. В варианте с учетом электронной составляющей подвижность вблизи коронирующего электрода возрастает по экспоненте до значения, соответствующего подвижности электронов. Показатель экспоненты выбран таким образом, чтобы возрастание подвижности начиналось при $\Delta z \leq 3$ мм, что соответствует $E \geq 15$ кВ/см.

С учетом электронной составляющей распределение плотности тока по плоскости практически совпадает с экспериментальным (рис. 4). Такое же близкое соответствие наблюдается и в распределении напряженности поля (рис. 5). Экспериментальные значения напряженности получены методом изолированного сферического зонда. Таким образом, расчет распределения поля без учета электронной составляющей из потока ионов приводит к по-

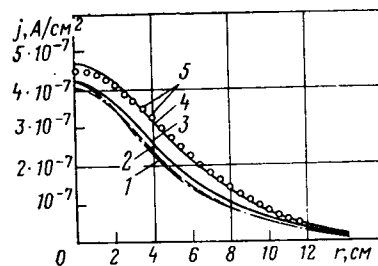
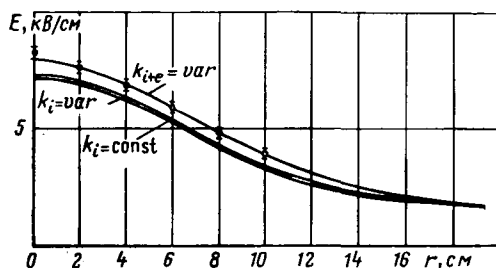
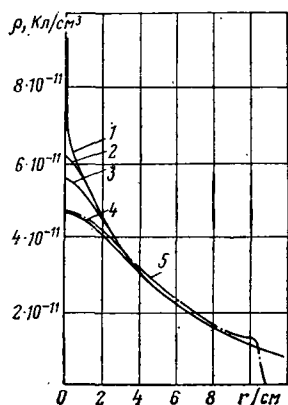


Рис. 4. Распределение плотности тока по плоскости:

1 — $k_i = \text{const}$, $n=1$; 2 — $k_i = \text{const}$, $n=3$; 3 — $k_i = \text{var}$, $n=3$; 4 — $k_{i+e} = \text{var}$, $n=3$; 5 — экспериментальные данные

Рис. 5. Распределение напряженности поля в плоскости $z=8$ смРис. 6. Распределение плотности объемного заряда по плоскости: 1—4 — расчет по формуле (14): 1 — $\alpha=10^{-6}$, 2 — $\alpha=10^{-4}$, 3 — $\alpha=10^{-3}$, 4 — $\alpha=10^{-2}$; 5 — расчет по формуле (2)

грешности в напряженности поля до 5% и в плотности тока около 20%. Изменение подвижности ионов за счет превращения их в комплексные оказывает более сильное влияние с ростом межэлектродного расстояния ($h \geq 150$ мм) и при относительно низком напряжении.

На рис. 6 сопоставлены зависимости, характеризующие распределение плотности объемного заряда вблизи плоского электрода. Кривые 1—4 получены в результате численного решения уравнения (14) при различных значениях коэффициента диффузии D_t . Выбросы в значениях плотности объемного заряда вблизи оси симметрии обусловлены особенностями численного метода и в основном связаны с погрешностями конечно-разностной аппроксимации условия симметрии относительно оси. Выбросы проявляются при малых значениях параметра α , который характеризует соотношение между диффузионным переносом и направленным движением ионов:

$$\alpha = \frac{D_0}{hkE} \approx$$

При $\alpha \approx 10^{-2}$ решение диффузионного уравнения (14) приближается к результату решения уравнения (2) методом трубок тока. В этих условиях уже не сказываются отмеченные выше погрешности численного решения и вместе с тем еще отсутствует влияние диффузии на движение ионов. Следует отметить, что величине $\alpha=10^{-2}$ соответствует коэффициент диффу-

зии, на несколько порядков превосходящий величину, характерную для молекулярной и турбулентной диффузии.

Вывод об отсутствии влияния диффузии на распределение плотности объемного заряда следует из того, что при изменении α в указанном диапазоне распределение в основной части произвольного сечения $z=\text{const}$ выражается одной и той же зависимостью. Меняется лишь часть, непосредственно прилегающая к оси симметрии, что связано с погрешностями аппроксимации. В публикациях ранее неоднократно делались предположения о возможности пренебрежения влиянием диффузии, однако непосредственные расчеты до настоящего времени не были проведены. Влияние диффузии начинает проявляться при значениях α , соизмеримых с единицей.

Одним из важных моментов в расчете параметров коронного разряда для системы электродов «игла — плоскость» является расчет распределения начальной напряженности по поверхности иглы. Для проверки методики расчета начальной напряженности для электродов с переменным радиусом кривизны [6] и оценки влияния изменения характера распределения поля при коронном разряде были выполнены численные расчеты начальной напряженности из условия самостоятельности разряда с учетом реального распределения поля вблизи электрода. Отличие от значений начальной напряженности, рассчитанных по эквивалентным радиусам кривизны и приведенных на рис. 3, не превысило 10%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попков В. И. К теории коронного разряда в газе при постоянном напряжении. — Изв. АН СССР. ОТН, 1953, № 5.
2. Васяев В. И., Верещагин И. П. Метод расчета напряженности поля при коронном разряде. — Электричество, 1971, № 5.
3. Верещагин И. П. Методы расчета электрического поля и поведения частиц при униполярном коронном разряде. Автореферат диссертации на соискание уч. ст. доктора техн. наук, Москва, 1975.
4. Головин Г. Т. Расчет электрического поля в промежутке острей — плоскости. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. — М.: Изд-во МГУ, 1974, вып. XXIII.
5. Литвинов В. Е., Мирзабекян Г. З. Численный метод решения уравнения униполярного стационарного коронного разряда в плоских полях. — Электричество, 1972, № 5.
6. Верещагин И. П. Расчет начальных напряженностей для электродов сложной формы. — Электричество, 1973, № 6.
7. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971.
8. Головин Г. Т. Один итерационный метод интегрирования систем уравнений электродинамики, связанных с учетом объемного заряда. — В кн. Вычислительные методы и программирование. — М.: Изд-во МГУ, 1979, вып. XXXI.
9. Верещагин И. П., Литвинов В. Е. Влияние переменного характера подвижности ионов на параметры униполярного коронного разряда. — Электричество, 1978, № 3.

[07.01.82]

Защита синхронных генераторов от асинхронных режимов

ГАММ Б. З., канд. техн. наук

СибНИИЭ

Асинхронные режимы турбогенераторов с косвенным охлаждением достаточно широко используются в энергосистемах страны [1] для повышения надежности энергоснабжения потребителей. Переход в асинхронный режим мощных высокоиспользуемых турбогенераторов с непосредственным охлаждением в силу их конструктивных особенностей может сопровождаться большими колебаниями активной мощности, недопустимой перегрузкой по току и быстрым нарастанием температуры крайних пакетов сердечника статора и конструктивных элементов крепления лобовых соединений, а также значительными понижениями напряжения на шинах собственных нужд блока. Большие колебания мощности генератора при переходе его в асинхронный режим в условиях понижения напряжения во внешней сети вызывают качания соседних машин и создают опасность нарушения устойчивости по предельно загруженным связям.

Именно эти обстоятельства требуют использования специальных автоматических устройств, способных выявлять асинхронные режимы генераторов, оценивать их опасность и формировать управляющие воздействия, вводящие такие аварийные режимы в допустимую область.

Сама задача опознания асинхронного режима может быть решена специальным выявляющим органом соответствующей защиты. Известны различные принципы построения устройств для выявления асинхронных режимов на основе анализа как определяющего режимного параметра — внутреннего угла генератора δ , так и по косвенным режимным величинам, таким, например, как ток в цепи обмотки возбуждения, реактивная мощность или сопротивление, измеренное на выводах генераторов и т. д. Использование для выявления асинхронных режимов косвенных режимных параметров обусловлено их некоторыми практическими преимуществами. Весьма важным при этом представляется объективная оценка работоспособности различных типов выявительных органов защиты от асинхронных режимов (ЗАР), которую можно дать на основании построения их областей срабатывания. Границы таких областей могут быть определены из соответствующих условий срабатывания выявительных органов ЗАР различных типов, приведенных к единому виду. Для этого могут быть использованы аналитические выражения для исследуемых режимных параметров, полученные при некоторых допущениях и заданном законе движения ротора в установившемся асинхронном режиме [2].

Итак, асинхронным режимом генератора, который должен выявляться соответствующей защитой, будем называть аномальный режим, сопровождающийся проворотами ротора относительно поля статора. Иначе говоря, выявительный орган ЗАР должен фиксировать факт попадания электрического центра качаний (ЭЦК) внутрь защищаемой зоны. Условия возникновения такого режима определяются соотношением режимных параметров E_{q0}/U_0 электропередачи и параметрами генераторов и внешней сети при заданных (известных) значениях среднего скольжения s . Необ-

ходимость такого определения понятия асинхронного режима генератора и соответственно условий срабатывания выявительного органа (ВО) ЗАР следует из того, что ЗАР и автоматика прекращения асинхронного хода (АПАХ) защищают смежные участки электропередачи (ЗАР — генератор или блок генератор — трансформатор, АПАХ — линию электропередачи) и должны, с одной стороны, действовать селективно, а с другой, — исключать наличие незащищенных зон. Требование селективности ЗАР по отношению к АПАХ усугубляется тем, что ЗАР является элементом противоаварийной автоматики блока, поскольку и причины возникновения асинхронного режима (полная или частичная потеря возбуждения), и мероприятия по его ликвидации (разгрузка турбины, гашение поля ротора, отключение выключателя блока) локальны по своей сути. В то же время асинхронный ход является, как правило, следствием нарушения статической или динамической устойчивости, и управляющие воздействия АПАХ носят общесистемный характер (отключение линейных выключателей, деление системы, отключение в разделившихся подсистемах части генераторов и потребителей и т. п.). Условие селективности ЗАР по отношению к АПАХ, их чувствительность к асинхронным режимам при полной и частичной потере возбуждения являются основными критериями работоспособности различных типов выявителей, на основе анализа которых можно синтезировать новые, более совершенные ВО ЗАР.

На рис. 1 в плоскости режимных параметров E_{q0}/U_0 при фиксированных значениях скольжения s качественно показана возможная конфигурация областей срабатывания выявительных органов ЗАР, которые определяются граничными кривыми между зонами асинхронного режима (ЭЦК внутри защищаемого объекта — генератора или блока генератор — трансформатор) и асинхронного хода (ЭЦК вне защищаемого объекта). Ниже приведены аналитические выражения граничных условий срабатывания различных типов ВО ЗАР генераторов. Условия (1)–(4), (6) получены в предположении $s = \text{const}$. Условие (5), аналогичное условию (4), получено для уточненного характера движения ротора в асинхронном режиме, когда предполагается, что $s = s_0 + ks_0 \cos 2s_0 t$. В качестве основной исходной информации о параметрах генератора в них используются частотные характеристики, которые могут быть заданы либо в виде сопротив-

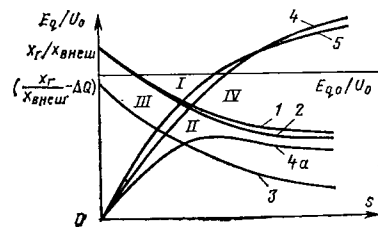


Рис. 1. Сопоставление областей срабатывания различных типов выявительных органов.

лений $\dot{X}(js)$, либо в виде соответствующих проводимостей $\dot{Y}(js) = \frac{1}{\dot{X}(js)}$.

Для вывального органа ЗАР по внутреннему углу δ_r генератора (кривая 1)

$$\frac{E_{q0}}{U_0} = \frac{(X_r + X_{\text{внеш}}) |\dot{X}_r(j\omega)|}{X_{\text{внеш}} [X_{\text{внеш}} + |\dot{X}_r(j\omega)|]} = A_\delta(s). \quad (1)$$

Для вывального органа ЗАР по реактивной мощности:

без отстройки от режимов с недовозбуждением (кривая 2)

$$\frac{E_{q0}}{U_0} \leq \frac{(X_r + X_{\text{внеш}}) [|\dot{X}_r(j\omega)| - X_{\text{внеш}} + \sqrt{[|\dot{X}_r(j\omega)| - X_{\text{внеш}}]^2 + 4X_{\text{внеш}} |\dot{X}_r(j\omega)| \cos \theta_r}]}{2X_{\text{внеш}} [|\dot{X}_r(j\omega)| + X_{\text{внеш}}]} = A'_Q(s); \quad (2)$$

с отстройкой от режимов с недовозбуждением (кривая 3)

$$\frac{E_{q0}}{U_0} \leq \frac{(X_r + X_{\text{внеш}}) |\dot{X}_r(j\omega)|}{X_{\text{внеш}} [X_{\text{внеш}} + |\dot{X}_r(j\omega)|]} - \frac{X_r + X_{\text{внеш}}}{X_{\text{внеш}} + |\dot{X}_r(j\omega)|} = A_Q(s). \quad (3)$$

Для вывального органа ЗАР по току в обмотке возбуждения (кривые 4 и 6)

$$\frac{E_{q0}}{U_0} \leq \frac{X_{ad} |\dot{X}_r(j\omega) - X_\sigma|}{|\dot{X}_{sf}(j\omega)| |\dot{X}_r(j\omega) + X_{\text{внеш}}|} = A'_I(s). \quad (4)$$

Для вывального органа ЗАР по току в обмотке возбуждения и $s=s_0+ks_0 \cos 2s_0t$ (кривая 5)

$$\frac{E_{q0}}{U_0} \leq X_{ad} \left[\frac{U^*_{1q} |\dot{X}_r(j\omega) - X_\sigma| \cos \theta^*_{\Delta}}{|\dot{X}_r(j\omega) + X_{\text{внеш}}| |\dot{X}_{sf}(j\omega)|} + \frac{U^*_{2q} |\dot{X}_r(j\omega) - X_\sigma|}{|\dot{X}_r(j\omega) + X_{\text{внеш}}| |\dot{X}_{sf}(j\omega)|} \right] = A_I(s), \quad (5)$$

где

$$\theta^*_{\Delta} = |\theta_{Y_1} - \theta_{Y_2}| - \theta_{\text{орп}}; \quad \theta_{\text{орп}} = \frac{\pi}{9}; \quad U^*_{1q} = J_0(z) - J_1(z);$$

$$U^*_{2q} = J_1(z) + J_2(z);$$

J_i — функции Бесселя; $i=0; 1; 2$.

Для вывального органа ЗАР по сопротивлению $\dot{Z}_r$, измеренному на выводах генератора,

$$K_p = \frac{E_{q0}}{U_0} \leq \left| \frac{(X_r + X_{\text{внеш}}) \dot{X}_r^*(j\omega)}{X_{\text{внеш}} [X_{\text{внеш}} + \dot{X}_r^*(j\omega)]} \right|. \quad (6)$$

Уравнение граничной кривой (6) получено из выражения для сопротивления на выходах генератора:

$$\dot{Z}_{r,ac} = \frac{\dot{U}_{r,ac}}{\dot{I}_{r,ac}} = \left[\frac{1}{\frac{1}{X_{\text{внеш}} + \dot{X}_r^*(j\omega)} - \frac{K_p}{X_{\text{внеш}} + X_r} e^{j\delta}} - X_{\text{внеш}} \right] e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (7)$$

при $\dot{Z}_{r,ac} = \dot{U}_{r,ac} = 0$, что соответствует условию попадания ЭЦК на зажимы генератора.

Для определения граничных условий срабатывания вывального по внутреннему углу генератора (1) использовалось выражение для напряжения генератора $\dot{U}_r(j\omega)$, модуль которого приравнялся нулю $|\dot{U}_r(j\omega)| = 0$, что соответствует условию попадания ЭЦК на зажимы генератора. Далее полученное уравнение разрешалось относительно $K_p = E_{q0}/U_0$.

Граничные условия (2) — (5) срабатывания вывальных по косвенным режимным параметрам Q_r, I_f определены приравнением выражений, полученных в [2], значениям используемых уставок $Q_r(s) = Q_{уст}; I_f(s) = I_{f,уст}$ и последующим их разрешением относительно K_p .

В случае, когда защищаемая зона, помимо генератора, включает блочный трансформатор X_T , выражения для граничных кривых аналогичны выражениям (1) — (6), где вместо X_r следует учитывать $X_{\text{зоны}} = X_r + X_T$, а вместо частотной характеристики $\dot{X}_r(j\omega)$ соответственно $\dot{X}_{\text{зоны}}(j\omega) = X_T + \dot{X}_r(j\omega)$. Для упрощения соотношений (1) — (6) при их получении из аналитических выражений для режимных параметров [2] принято, что частотные характеристики генератора по осям d и q идентичны, т. е. $\dot{X}_d(j\omega) = \dot{X}_q(j\omega) = \dot{X}_r(j\omega)$. Соответствующее допущение принято для синхронных и сверхпереходных индуктивных сопротивлений генератора $X_d = X_q = X_r; X''_d = X''_q = X''_r$.

Из сопоставления условий срабатывания (1) — (6) различных типов вывальных органов ЗАР можно сделать следующие выводы.

Условия срабатывания (6) вывального органа ЗАР по сопротивлению, измеренному на выводах генератора, совпадают с условиями срабатывания (1) вывального по внутреннему углу генератора (абсолютные условия) во всем диапазоне скольжений $0 \leq s \leq \infty$ (кривая 1).

Наиболее близки к абсолютным (кривая 1) условия срабатывания вывального органа по реактивной мощности без отстройки его от режимов работы с недовозбуждением (кривая 2). При $s=0$ и $s=\infty$ эти условия совпадают. Однако при $0 < s < \infty$ они несколько отличаются, причем максимум различий имеет место при $s=s_{кр}$, когда $\theta_r(s) = \theta_{r, \max}(s_{кр})$ и соответственно значение $\cos \theta_{r, \max}$ — наименьшее. Величина различий определяется фазовой частотной характеристикой $\theta_r(s)$ генератора и внешним сопротивлением $X_{\text{внеш}}$; при $X_{\text{внеш}}=0$ условие (2) абсолютно совпадает с (1) во всем диапазоне скольжений. В общем случае условие (2) не совпадает с (1), а их разница определяет зону нечувствительности ЗАР по реактивной мощности при отсутствии отстройки от режимов недовозбуждения.

При построении ЗАР по реактивной мощности с отстройкой от режимов работы с недовозбуждением также, как и в предыдущем случае, имеет место зона II—III (рис. 1) нечувствительности, определяемая разностью граничных кривых 1 и 3, которая, как следует из сопоставления условий (1) и (3), является функцией скольжения и определяется величиной

$$\Delta_Q(s) = \frac{X_r + X_{\text{внеш}}}{X_{\text{внеш}} + |\dot{X}_r(j\omega)|}. \quad (8)$$

Условия срабатывания (4) вывального органа по току возбуждения I_f качественно отличаются от условия срабатывания (1) вывального по внутреннему

углу генератора. Здесь (кривая 4,а, рис. 1) помимо зоны III нечувствительности принципиально может иметь место ложное срабатывание такого вывигателя при отсутствии собственно асинхронного режима при определенных соотношениях параметров генератора и внешней сети. Критическое условие возникновения зоны IV ложного срабатывания определяется соотношением

$$X_{\text{внеш}} \leq \frac{X_r X''_r X_{\sigma f}}{X_{ad}(X''_r - X_{\sigma}) - X''_r X_{\sigma f}}. \quad (9)$$

При определенных сочетаниях параметров генератора и внешней сети, когда условие (9) не выполняется, граничная кривая 4,б, (рис. 1) области срабатывания ВО по току I_f возбуждения уже не пересекает граничную кривую 1 вывигателя по внутреннему углу δ_r генератора, и в этом случае область IV ложного срабатывания вывигателя отсутствует.

Отметим, что реальная опасность ложного срабатывания вывигателя по току ротора имеет место лишь для генераторов с относительно небольшими значениями сопротивлений рассеяния статора X_{σ} и обмотки возбуждения $X_{\sigma f}$ порядка 0,12—0,17 отн. ед.

Условие срабатывания (5) вывигателя по току ротора при $s=\text{var}$ несколько отличается от условия (4). Его анализ показал, что граница области идет несколько ниже границы, соответствующей условию (4), и картина качественно имеет тот же характер.

В отличие от граничных условий (1)—(5) срабатывания различных типов вывигателей, полученных из известных уставок срабатывания:

$$\text{для } \delta\text{-вывигателя} \quad \delta_r \geq \pi; \quad (10a)$$

$$\text{для } I_f\text{-вывигателя} \quad I_f \leq 0; \quad (10б)$$

$$\text{для } Q\text{-вывигателя} \quad Q_r \leq Q_{\text{уст}}, \quad (10в)$$

граничные условия (6) срабатывания Z-вывигателей сами формируют необходимые установки в виде характеристик срабатывания реле сопротивления. Эти характеристики представляют собой полуокружность с диаметром $X_r - X''_r$, смещенную в комплексной плоскости сопротивлений по мнимой оси на $-(X_r + X''_r)/2$ и дополненную отрезком прямой $j(0 - X''_r)$. Именно такая характеристика срабатывания обеспечивает, во-первых, абсолютную селективность Z-вывигателя ЗАР по отношению к асинхронному ходу с ЭЦК вне генератора, а во-вторых, его нечувствительность в синхронных режимах работы генератора при глубоком недовозбуждении ($0 < K_p < 1$).

Приведенное сопоставление условий срабатывания различных типов вывигательных органов ЗАР затрагивает лишь вопросы отстройки их от асинхронного хода при ЭЦК, находящемся вне защищаемой зоны, за жажимами генератора или блока, а также от нормальных режимов работы. Возможности отстройки рассмотренных способов вывигателя асинхронных режимов генераторов от режимов глубоких синхронных качаний требуют специального рассмотрения. Приведем здесь лишь для вывигательных органов ЗАР по внутреннему углу генератора и по сопротивлению, измененному на его выводах, как абсолютно селективных по отношению к асинхронному ходу с ЭЦК вне генератора, и вывигательного органа по току возбуждения, наиболее простого по исполнению, характеристики чувствительности к глубоким синхронным качаниям.

Эти характеристики на рис. 2 приведены в координатах

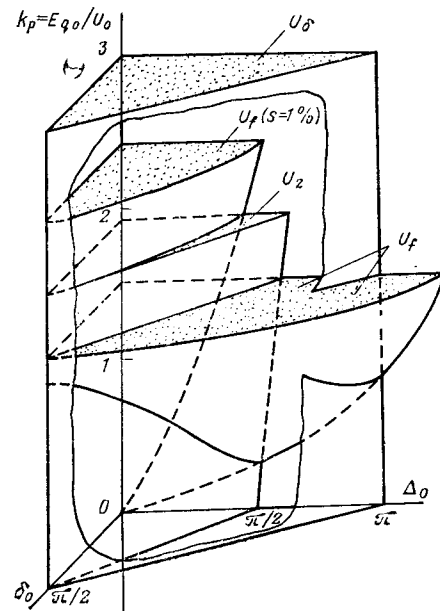


Рис. 2. Области нечувствительности ВО ЗАР к синхронным качаниям.

натах основных режимных параметров $K_p = E_{q0}/U_0$; δ_0 — угол электропередачи в установившемся режиме; Δ_0 — амплитуда синхронных качаний угла электропередачи около его установившегося значения δ_0 .

Для синхронных качаний с малой частотой предельная глубина качаний $\Delta_{\text{опр}}$ может быть определена для δ -вывигателя как

$$\Delta_{\text{опр}} = \pi - 2\delta_0 \quad (11)$$

и не зависит от значения K_p ;

для Z-вывигателя

$$\Delta_{\text{опр}} = \pi - \delta_0 - \arccos \frac{K_p(X_{\text{внеш}} + X''_r)}{X_r - X''_r}; \quad (12)$$

для вывигателя по току ротора I_f зависимость более сложна и может быть представлена в неявном виде:

$$K_p \leq \frac{X_{a1}}{X_r + X_{\text{внеш}}} \sqrt{T^2 + R^2}, \quad (13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T &= 2J_2(\Delta_0) \cos \delta_0; \\ R &= 2J_1(\Delta_0) \sin \delta_0; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$J_1(\Delta_0)$; $J_2(\Delta_0)$ — коэффициенты бесселевых функций.

Соответствующие области приведены на рис. 2. Здесь области нечувствительности к синхронным качаниям образуются плоскостями, проходящими через оси координат, и поверхностью, определяется выражениями (11)—(13). Наибольшая область нечувствительности V_{δ} характерна для δ -вывигателя. Область нечувствительности V_Z , характерная для Z-вывигателя полностью лежит внутри области V_{δ} и существенно меньше последней при реальных значениях $K_p < 2:2,5$.

Для I_f -вывигателя область нечувствительности V_f к синхронным качаниям меньше, чем для Z-вывигателя в режимах глубокого недовозбуждения ($K_p \leq 0,5$) и существенно больше при реальных значениях $K_p > 0,5$.

Таким образом, Z-вывигатель может ложно срабатывать при синхронных качаниях защищаемого генератора [3] и с этой точки зрения обладает существенными недостатками. Отметим также, что области нечувствительности V_f , V_Z существенно сужаются при повышении частоты глубоких синхронных качаний. На

рис. 2 приведена для примера область V_f при $s=1\%$.

Выводы, полученные на основе аналитических выражений при упрощенном математическом моделировании электропередачи, подтверждены результатами расчетного эксперимента на ЦВМ по программе РЭМ, использующей наиболее полную модель синхронной машины. При этом моделировался гидрогенератор Красноярской ГЭС типа СВФ 1690/175-64, исследовалось его поведение в асинхронных режимах при частичной (20%) потере возбуждения применительно к схеме генератор-линия (предвключенное сопротивление $X_{внеш}$) — шины неизменного напряжения при отсутствии регулирования возбуждения. Сопоставлялось поведение таких режимных параметров, как внутренний угол генератора δ_r и ток в обмотке возбуждения I_f , поскольку условия (10а) и (10б) являются условиями срабатывания соответствующих вывешивательных органов ЗАР. На рис. 3 приведены расчетные осциллограммы асинхронного режима исследуемого генератора, соответствующие его работе (рис. 1):

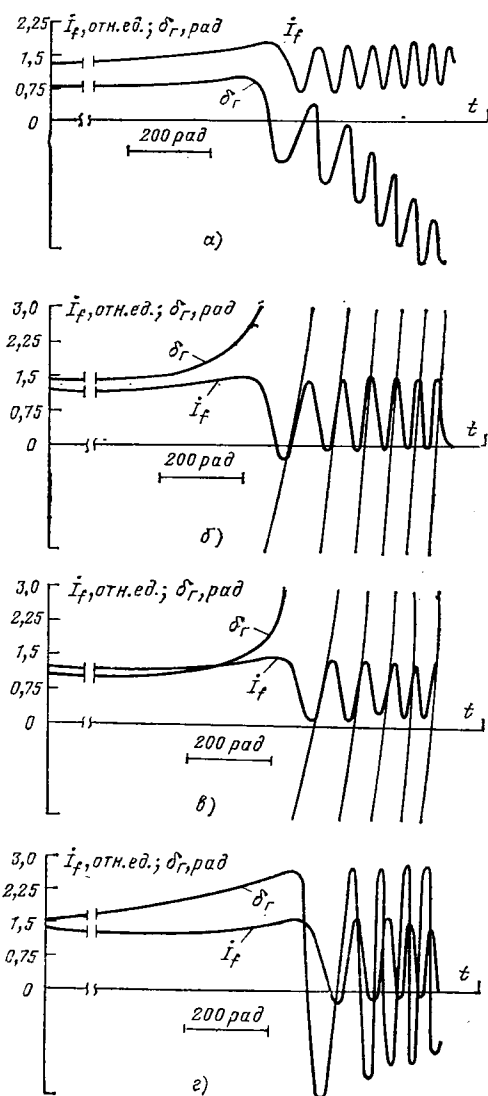


Рис. 3. Асинхронные режимы генератора типа СВФ 1690-175-64 при частичной потере возбуждения:
а — $P=0,85$; $Q=0,3$; $X_{внеш}=0,8$; б — $P=0,85$; $Q=-0,35$; $X_{внеш}=0,35$; в — $P=0,85$; $Q=0,05$; $X_{внеш}=0,5$; г — $P=0,85$; $Q=0,2$; $X_{внеш}=0,6$; $X_\sigma = 0,15$; $X_{\sigma f} = 0,2$

в зоне I (рис. 3,а), когда ЭЦК находится вне генератора и условия (8) не выполняются;

в зоне II (рис. 3,б), когда ЭЦК находится внутри генератора и условия (10а) и (10б) срабатывания обоих типов вывешивательных органов выполняются одновременно;

в зоне III (рис. 3,в), когда ЭЦК находится внутри генератора, т. е. условие (10а) выполняется, а вывешиватель по току I_f в цепи обмотки возбуждения еще «не чувствует» возникновения асинхронного режима, условие (10б) не выполняется;

в зоне IV (рис. 3,г), когда ЭЦК находится вне защищаемой зоны и собственно асинхронный режим генератора отсутствует — условие (10а) не выполняется, а вывешиватель по току I_f в цепи обмотки возбуждения срабатывает ложно, так как выполняется условие (10б).

Если у вывешивательных органов, основанных на использовании косвенных режимных показателей I_f , Q_r , каким-либо образом ликвидировать зоны нечувствительности и области ложного срабатывания, то их применение в ЗАР генераторов может в ряде случаев оказаться более целесообразным, чем вывешиватель собственно по внутреннему углу генератора. С этой целью предлагается следующий подход.

Имеем границу области срабатывания вывешивателя по абсолютному показателю — внутреннему углу δ_r генератора $A_\delta(s)$; имеем границу области срабатывания вывешивателя по любому косвенному параметру $A_\Pi(s)$. Обозначив разницу этих границ через

$$\Delta\Pi = A_\delta(s) - A_\Pi(s), \quad (15)$$

можно использовать этот показатель для коррекции уставок вывешивателей. Так, для вывешивателя по току возбуждения корректирующая добавка

$$\Delta_f(s) = \frac{X_\Sigma |\dot{X}_r'(js)| |\dot{X}_{\sigma f}(js)| - X_{внеш} X_{ad} |\dot{X}_r(js) - \dot{X}_\sigma|}{X_{внеш} ||\dot{X}_\Sigma(js)| |\dot{X}_{\sigma f}(js)|}. \quad (16)$$

Уставка срабатывания этого вывешивателя

$$I_{fсраб} \leq \Delta_f(s) \frac{U_0}{X_{ad}}, \quad (17)$$

т. е. уставка срабатывания зависит от скольжения [4].

Соответственно изменяется структурная схема вывешивательного органа, которая помимо контроля тока в цепи обмотки возбуждения предусматривает также и фиксацию скольжения, используемого для коррекции уставки (рис. 4).

Аналогичным образом, могут быть определены уставки срабатывания и построены структурные схемы вывешивательных органов, использующих для опознавания асинхронного режима и другие косвенные параметры, в частности, реактивную мощность. Особенностью вывешивательных органов ЗАР по реактивной мощности является необходимость их отстройки от режимов недовозбуждения ($K_p < 1$), что может быть достигнуто за счет введения блокировки срабатывания при малых скольжениях. Величина «порога» скольжения определяется асинхронной характеристикой защищаемого генератора $P_{ac} = f(s)$ и той величиной активной мощности P_a , которую может выдавать генератор вследствие эффекта явного полюсности, когда возбуждение отсутствует, а генератор работает синхронно. Или, иначе, величина «порога» скольжения

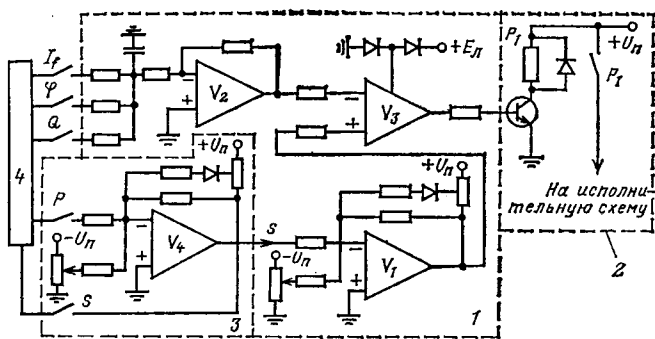


Рис. 4. Структурная схема вывального органа ЗАР с использованием косвенных режимных параметров и коррекцией по скольжению

характеризует то минимальное скольжение, при котором для данного генератора может существовать установившийся асинхронный режим. Именно учет «порога» при использовании коррекции по скольжению Q -выявителей обеспечивает не только их селективность по отношению к асинхронному ходу с ЭЦК вне генератора, но и нечувствительность к синхронным режимам с глубоким недовозбуждением.

Современная элементная база позволяет создать простые и надежные вывальные органы ЗАР, реализующие предложенные принципы. Разработанный и испытанный на электродинамической модели СибНИИЭ экспериментальный вывальный орган содержит (рис. 4) основной блок 1, состоящий из трех микросхем типа К284УД1: V_1 — формирователь линейаризованной уставки, приближенно реализующий выражение вида (17) с учетом «порогового» ограничения при малых скольжениях; V_2 — входной усилитель-фильтр; V_3 — компаратор, осуществляющий сравнение уставки с текущим значением контролируемого параметра и управляющий силовым блоком 2, который выдает сигнал на исполнительную схему. На входной усилитель могут быть поданы различные режимные величины, по которым производится выявление, в частности, I_r , Q_r , φ_r . Для осуществления коррекции уставок выявителя по скольжению s необходим его контроль. При затруднении в контроле s его можно сформировать приближенно по линейаризованной зависимости $P_{ср.ас} = f(s)$, определяемой мнимой частью частотной характеристики генератора $\text{Im } Y_r(j\omega)$. Для этого служит блок 3, содержащий дополнительную микросхему V_4 того же типа и формирующий линейаризованную зависимость $P_{ср.ас} = f(s)$. Блок 4 содержит измерительные органы фиксирующие текущие значения контролируемых параметров.

Условия допустимости длительных асинхронных режимов можно оценить по двум показателям:

величина тока статора генератора I_r не должна превышать допустимого $I_r \leq I_{r, \text{доп}}$. Это условие продиктовано необходимостью предотвращения повреждений самого генератора;

минимальное напряжение на выводах генератора U_r не должно снижаться до значений, меньших некоторого допустимого, $U_r \geq U_{r, \text{мин}}$.

Величина $U_{r, \text{мин}}$ определяется условиями живучести блока и влиянием снижения напряжения на зажимах генератора на устойчивость параллельно работающим генераторам станции. Значения предельных величин $I_{r, \text{доп}}$, $U_{r, \text{мин}}$ принимаются заданными, поскольку их

определение является самостоятельной задачей, решение которой здесь не рассматривается.

Ниже определены условия допустимости режима установившегося асинхронного хода генератора, включенного через реактивное сопротивление на шины неизменного напряжения U_0 при $s = \text{const}$, которые в силу принятых допущений являются приближенными:

$$I_{r, \text{доп}} \geq |I_r| = \left| \frac{E_{q0}}{X_{\Sigma}} e^{-j\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} + U_0 \left[|\dot{Y}_{ср}(js)| e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{ср}\right)} \right] + U_0 \frac{|\Delta \dot{Y}(js)|}{2} e^{j\left(2\delta + \theta_{\Delta} - \frac{\pi}{2}\right)} \right|; \quad (18)$$

$$U_{r, \text{мин}} \leq |\dot{U}_r| = \left| \frac{E_{q0}}{X_{\Sigma}} X_{в.вн} e^{j\delta} + U_0 [1 - X_{в.вн} |\dot{Y}_{ср}(js)| e^{-j\theta_{ср}}] + U_0 X_{в.вн} \frac{|\Delta \dot{Y}(js)|}{2} e^{j(2\delta + \theta_{\Delta})} \right|. \quad (19)$$

Здесь $\dot{Y}_{ср}(js) = \frac{\dot{Y}_q(js) + \dot{Y}_d(js)}{2}$ — средняя частотная характеристика генератора; $\dot{Y}_{ср}(js) = \frac{1}{\frac{1}{\dot{Y}_{ср}(js)} + X_{в.вн}}$ — средняя частотная характеристика генератора с учетом предвключенного сопротивления;

$$\Delta \dot{Y}(js) = \dot{Y}_q(js) - \dot{Y}_d(js);$$

$$\theta_i = \arctg \frac{\text{Im } \dot{Y}_i(js)}{\text{Re } \dot{Y}_i(js)};$$

i соответствует индексам различных частотных характеристик, входящих в выражения (18) и (19).

Соответствующая векторная диаграмма установившегося асинхронного режима генератора типа СВФ 1690/175-64 при $X_{вн} = 0,2$ отн. ед., $s_{ср} = 0,8\%$ приведена на рис. 5. В случае полной потери возбуждения ($E_q = 0$) и симметричности машины, когда $\Delta \dot{Y}(js) = 0$, модули векторов тока I_r и напряжения $\dot{U}_r$ не зависят от текущего угла электропередачи, а опре-

Рис. 5. Векторная диаграмма гидрогенератора типа СВФ 1690/175-64 в асинхронном режиме:



I_s , $\dot{U}_s$ — при полной потере возбуждения и симметричном роторе; I_{r0} , $\dot{U}_{r0}$ — при полной потере возбуждения и несимметричном роторе; I_r , $\dot{U}_r$ — при наличии несимметрии и остаточного возбуждения. Масштаб токов $m_I = 1$; масштаб напряжений $m_U = 0,4$

деляются исключительно величиной скольжения s , частотными характеристиками генератора $\text{Re } \dot{Y}(js)$, $\text{Im } \dot{Y}(js)$ и параметрами внешней сети $X_{\text{внеш}}$.

Геометрическим местом концов вектора полного тока I_r является сопряженная средняя частотная характеристика синхронного генератора с учетом $X_{\text{внеш}}$, смещенная по фазе на угол $\pi/2$ и построенная в мас-

штабе $K_1 \dot{Y}_{\text{ср}}(js) e^{j\frac{\pi}{2}}$, $K_1 = U_0$, в координатах Re , Im с центром в точке 0. Геометрическим местом концов векторов напряжения $\dot{U}_r$ является средняя частотная характеристика синхронного генератора, смещенная по фазе на угол π и построенная в масштабе $K_2 \dot{Y}_{\text{ср}}(js) e^{j\pi}$, где $K_2 = X_{\text{внеш}} U_0$, в координатах Re , Im центр O_1 которых смещен относительно центра 0 основной системы координат на величину U_0 .

Задавшись $I_{r\text{доп}}$ и проведя окружность с таким радиусом и центром в начале координат, получаем в точке ее пересечения с частотной зависимостью

$K_1 \dot{Y}_{\text{ср}}(js) e^{j\frac{\pi}{2}}$ предельно допустимую величину скольжения s , а также допустимую величину нагрузки $P \leq U_0 \text{Im } \dot{Y}_{\text{ср}}(js)$, которая еще обеспечивает выполнение условия $|I_r| \leq I_{r\text{доп}}$.

Для определения предельной мощности и скольжения по условию $|U_r| \geq U_{r\text{min}}$ достаточно провести окружность с соответствующим радиусом $U_{r\text{min}}$ и центром в точке 0 до ее пересечения с частотной зависимостью $K_2 \dot{Y}_{\text{ср}}(js) e^{j\pi}$. Эта точка пересечения и определит предельное скольжение s и допустимую нагрузку P .

В случае учета несимметрии машины и наличия остаточного возбуждения векторная диаграмма синхронной машины в асинхронном режиме строится в соответствии с выражениями (18) и (19), и определение условий допустимости можно производить аналогично вышеописанному алгоритму.

Описанные построения могут быть положены в основу блока ЗАР, определяющего дозировку управляющих воздействий при выявлении асинхронного режима. Структурно этот блок представляет собой нелинейный элемент со свойствами, определяемыми частотными характеристиками электропередачи (синхронного генератора). В качестве входной величины используется фиксируемое в асинхронном режиме скольжение, а выходом является дозированное воздействие на исполнительные устройства (разгрузка тур-

бины, коммутационная аппаратура в статорных цепях и цепи обмотки возбуждения).

Структура воздействия исполнительного блока следует из анализа выражений для режимных параметров, по которым определяется допустимость асинхронных режимов генератора, например, для тока статора I_r (18). Из неравенства (18) следует, что при его невыполнении введение режима в допустимую область может быть осуществлено тремя путями в соответствии с тремя составляющими тока статора: отключением (шунтированием) источника возбуждения ($E_q = 0$) с помощью автомата гашения поля; снижением частотной проводимости $\dot{Y}_{\text{ср}}(js)$, что достигается разгрузкой турбины и соответствующим уменьшением скольжения s ; уменьшением составляющей $\Delta \dot{Y}(js)$, определяемой электрической и магнитной несимметрией синхронной машины по осям d и q .

Поскольку меры облегчения асинхронного режима разгрузкой турбины и отключением автомата гашения поля достаточно известны, остановимся на возможностях использования третьего пути и особенностях его реализации.

Известно, что асинхронные режимы генераторов даже при полной потере возбуждения сопровождаются значительными колебаниями режимных параметров, которые вызываются несимметрией машин. Эти колебания накладывают дополнительные ограничения на допустимость асинхронных режимов и могут быть снижены, если каким-либо образом симметризовать генератор. За счет замыкания обмотки возбуждения генератора на гасительное сопротивление это достигается лишь частично.

На основе анализа частотных характеристик генераторов синтезированы параметры таких симметрирующих устройств. Для генераторов Красноярской ГЭС оно представляет собой активно-индуктивное сопротивление ($X_\Delta = 0,8 - 1,2$; $r_\Delta = 2 - 5r_f$), на которое необходимо замыкать обмотку возбуждения машины при возникновении асинхронного режима после отключения автомата гашения поля [5]. Эффективность применения симметрирующих устройств была проверена путем расчетного эксперимента на ЦВМ по программе РЭМ. Моделировался асинхронный режим гидрогенератора типа СВФ 1690/175-64, включенного через $X_{\text{внеш}} = 0,2$ на шины неизменного напряжения. При этом имитировалось отключение автомата гашения поля с замыканием обмотки возбуждения генератора либо на гасительное сопротивление $R_{\text{гас}} = 10r_f$, либо на активно-индуктивное симметрирующее сопротивление с указанными параметрами (рис. 6). Использо-

вание симметрирующего сопротивления резко снижает колебания всех режимных параметров (рис. 6), снижает потребление реактивной мощности, амплитуду колебаний тока в обмотке возбуждения, максимальные значения тока статора и соответствен-

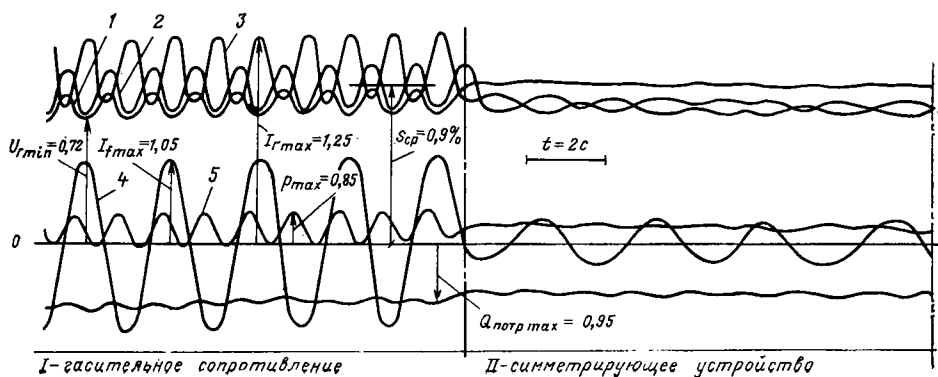


Рис. 6. Асинхронный режим гидрогенератора типа СВФ 1690/175-64 при замыкании обмотки возбуждения на гасительное сопротивление (I) и симметрирующее устройство (II): 1 — напряжение на зажимах генератора U_r ; 2 — скольжение ротора s ; 3 — ток статора I_r ; 4 — ток в обмотке возбуждения I_f ; 5 — активная P ; 6 — реактивная Q мощности на выводах генератора

но снижение напряжения на выводах генератора и на шинах собственных нужд электростанций.

Результаты сопоставления показали высокую эффективность симметрирования гидрогенератора типа СВФ 1690/175-64 и свидетельствуют о принципиальной возможности облегчения асинхронных режимов за счет включения в цепь обмотки возбуждения активно-индуктивного сопротивления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мамиконянц Л. Г., Портной М. Г., Хачатуров А. А. Обобщение опыта применения в энергосистемах асинхронных режимов. — *Электричество*, 1965, № 6, с. 1—5.
2. Гамм Б. З. Определение режимных параметров электропе-

редачи при наличии асинхронного хода с использованием частотных характеристик синхронных машин. — В кн.: *Применение частотных методов в электроэнергетике*. — М.: Энергия, 1978, вып. 65, с. 46—55.

3. Сравнительные испытания датчиков асинхронного режима турбогенераторов при потере возбуждения/ Э. Л. Бронштейн, Ю. Я. Травина, А. Г. Шейнкман и др. — *Электрические станции*, 1979, № 6, с. 26—28.

4. А. с. № 796987 (СССР). Способ выявления асинхронного режима синхронного генератора электростанции/ Б. З. Гамм, Н. Н. Ефименко, С. В. Иванов, Л. С. Пустовитова. Оpubл. в Б. И., 1981, № 2.

5. А. с. № 736337 (СССР). Способ симметрирования синхронного генератора в асинхронном режиме/ Б. З. Гамм, Н. Н. Ефименко. Оpubл. в Б. И., 1980, № 19.

[26.02.82]

УДК 621.314.252.001.3

Развитие принципов управления многофазными тиристорными широтно-импульсными преобразователями

КАЛИНИЧЕНКО А. Я., канд. техн. наук

Москва

Применение цифровых систем управления в электроприводе с тиристорными импульсными преобразователями постоянного тока позволяет наметить путь совершенствования принципов управления преобразователями благодаря широким логическим и функциональным возможностям таких систем управления [1]. Непрерывное развитие технических средств, широкое распространение интегральных микросхем различной степени интеграции создает предпосылки для эффективного использования цифровых принципов в системах управления тиристорными импульсными преобразователями.

Применение многофазных тиристорных импульсных преобразователей позволяет снизить мешающее влияние на линии связи, улучшить режимы работы источников питания и потребителей [2 и 3]. Для реализации преимуществ многофазного исполнения преобразователей необходима четкая временная взаимосвязь в работе фаз при одновременном смещении начала работы фаз относительно друг друга на T/m (m — число фаз; T — период переключения тиристорных фаз). Наиболее полное удовлетворение таким требованиям возможно в случае применения цифровых систем, оперирующих временными интервалами.

Для управления такими преобразователями цифровая система должна в наиболее общем виде обеспечить формирование m последовательностей несдвигаемых во времени импульсов и смещенных во времени относительно друг друга на T/m , m последовательностей импульсов, сдвигаемых во времени по определенному закону относительно соответствующих импульсов несдвигаемых последовательностей и также смещенных во времени на T/m . Для целого ряда преобразователей требуется также формирование других дополнительных последовательностей управляющих импульсов. Указанные требования к системе управления предполагают использование одних и тех же операций по формированию управляющих им-

пульсов со смещением во времени. Применение элементов памяти, которыми снабжены цифровые системы управления, позволяет наиболее полно использовать указанную особенность в управлении многофазными тиристорными преобразователями.

В статье рассматривается принцип управления многофазными тиристорными импульсными преобразователями (ТИП), позволяющий упростить системы управления такими преобразователями (циклический принцип). Этот принцип наглядно раскрывается в сопоставлении с принципом управления преобразователем с переключением каналов управления [4]. Для облегчения понимания циклического принципа управления наряду с методом состояний применен метод логических преобразований.

Освещенный в [4] способ управления m -фазным тиристорным широтно-импульсным преобразователем заключается в том, что для изменения коэффициента заполнения каждой фазы преобразователя $\gamma_{\phi} = t_n/T$ (t_n — продолжительность импульса выходного напряжения преобразователя) в диапазоне $0 \leq \gamma \leq 1$ весь диапазон регулирования, как и в [5], разбивается на зоны регулирования по числу фаз преобразователя (рис. 1). (В принципе число зон может быть и не равным числу фаз преобразователя.) В каждой зоне регулирования обеспечивается изменение коэффициента заполнения лишь в диапазоне $0 \leq \gamma \leq 1/m$, но со смещением во времени на T/m относительно соседних фаз (зон) [6]. При реализации такого способа управления цифровой системой управления матрицы m дешифраторов сдвигаемых последовательностей каждой зоны реализуют $2^{n_1}/m$ конститuent единицы переключательных функций (n_1 — разрядность тактового счетчика), которые соответствуют определенным значениям коэффициента заполнения, изменяемому в пределах зон. При достижении предельного значения зоны регулирования осуществляют последовательное переключение каналов управления в соответствии с рис. 1.

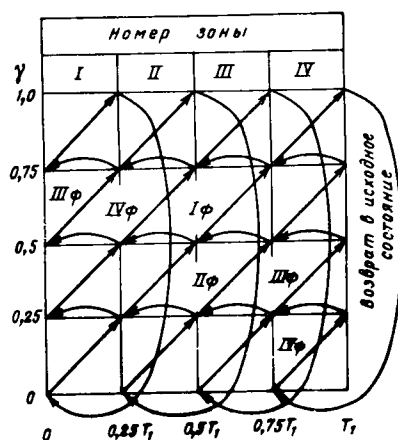


Рис. 1. Диаграммы переключения каналов управления системы управления четырехфазным преобразователем: γ , T_1 — коэффициент заполнения фазы и период переключения тиристоров первой фазы

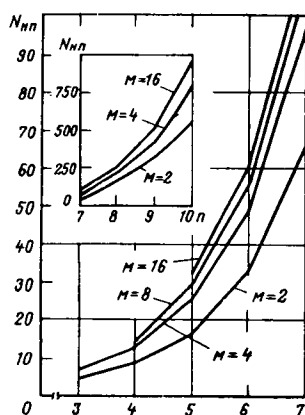


Рис. 2. Зависимости числа недоопределенных состояний $N_{н.п}$ переключательных функций от разрядности счетчиков n_1 и числа фаз m (зон регулирования)

Реализация такого способа управления требует формирования для всей системы управления 2^{n_1} конституент единицы переключательных функций независимо от числа фаз преобразователя в отличие от традиционного способа управления, для которого необ-

ходимо сформировать $m \cdot 2^{n_1}$ конституент единицы переключательной функции $f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1})$, т. е. m полных дешифраторов ($x_1, x_2, x_3, \dots$ — состояния элементарных автоматов). Для всей системы управления указанная переключательная функция может быть представлена в виде совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ), однако для каждого канала (зоны) функции $f'_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}) \div f^m_j(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}) \in f_1(x_1, x_2, \dots, x_{n_1})$ являются неполностью определенными на всех наборах и могут быть представлены в виде дизъюнктивной нормальной формы. Такое представление переключательных функций для выполнения структурного синтеза требует применения дополнительных операций доопределения с целью представления функций в СДНФ, что существенно усложняет процедуру структурного синтеза в особенности при большой разрядности счетчиков и при большом числе фаз, так как в этом случае увеличивается число недоопределенных состояний $N_{н.п}$ переключательных функций

$$f'_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}) \div f^m_1(x_1, x_2, \dots, x_{n_1}),$$

число которых для m -фазной системы можно представить как

$$N_{н.п} = 2^{n_1} - \frac{2^{n_1}}{m} = 2^{n_1} \left(1 - \frac{1}{m}\right). \quad (1)$$

Как видно из диаграмм, представленных на рис. 2, построенных для случая $n_1=3 \div 10$, $m=2 \div 16$, число недоопределенных состояний переключательных функций каждой зоны существенно увеличивается с увеличением разрядности тактового счетчика и числа фаз.

При $n_1=8$, $m=4$ нормальная дизъюнктивная форма (НДФ) переключательной функции каждой зоны включает в себя $\frac{2^{n_1}}{m}$ конституент единицы, число которых для рассматриваемого случая равно 64, и может быть представлена как

$$\begin{aligned} F_{31} &= 1 \vee f^I_1(i_1); & i_1 &= 1, 2, 3, \dots, 64; \\ F_{32} &= 1 \vee f^{II}_1(i_2); & i_2 &= 65, 66, \dots, 128; \\ F_{33} &= 1 \vee f^{III}_1(i_3); & i_3 &= 129, 130, \dots, 192; \\ F_{34} &= 1 \vee f^{IV}_1(i_4); & i_4 &= 193, 194, \dots, 256. \end{aligned} \quad (2)$$

где символ $1 \vee f^{IV}_1(i_4)$ обозначает дизъюнкцию всех конституент единицы.

Выражение (2) характеризует собой изменение коэффициента заполнения тиристорного импульсного преобразователя во всем диапазоне при последовательном формировании длительности импульса лишь в пределах зон регулирования.

Принимая во внимание выражение (2), ДНФ для каждой зоны регулирования можно записать как

$$F_z = \bigcup_{i=1}^{\psi} \bigcap_{j=1}^{\xi} f_{ij} k_z, \quad (3)$$

где $\psi = \frac{2^{n_1}}{m} - 1$ число дизъюнкций в зоне; $\xi = n_1$ — число элементов конъюнкции (ранг конъюнкции); $k_z = 1, 2, 3, \dots, m$ — информационный признак зоны регулирования;

$$f_{ij} \in \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}; \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_{n_1}\}. \quad (4)$$

Вся система управления может быть охарактеризована выражением

$$F_c = \sum_{k_z=1}^m \bigcap_{i=1}^{\psi} \bigcap_{j=1}^{\xi} f_{ij} k_z. \quad (5)$$

Анализ порядково-временной зависимости в формировании сдвигаемой последовательности импульсов для каждой фазы с переключением каналов управления показывает, что несмотря на то, что каждая зона обеспечивает изменение коэффициента заполнения преобразователя в интервале $0 \leq \gamma \leq 1/m$ со смещением во времени, в процессе регулирования коэффициента заполнения во всем диапазоне происходит циклическое повторение состояний в каждом канале m раз.

Формализовать изложенное можно следующим образом:

$$0 \leq \gamma \leq 1/m;$$

$$\gamma_{\Phi(i)}(i) = f(N_{p.c}) k_z; \quad \gamma_{\Phi}(i) = \gamma_{\Phi}^{(i)}; \quad k_z = 1;$$

$$\left(\begin{array}{c} \gamma_{\Phi}^{(1)} \\ \gamma_{\Phi}^{(2)} \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi}^{(m)} \end{array} \right) = 0 \div \frac{1}{m} \left\{ \begin{array}{c} \gamma_{\Phi 1} = \gamma_{\Phi}^{(1)}; \\ \gamma_{\Phi 2} = \gamma_{\Phi}^{(2)}; \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi m} = \gamma_{\Phi}^{(m)}; \end{array} \right\} \quad (6)$$

$1/m \leq \gamma \leq 2/m;$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{\Phi}^{(1)} \\ \gamma_{\Phi}^{(2)} \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi}^{(m)} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \div \frac{2}{m} \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{\Phi 1} = \gamma_{\kappa}^{(1)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(2)} = \frac{1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(2)}; \\ \gamma_{\Phi 2} = \gamma_{\kappa}^{(2)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(3)} = \frac{1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(3)}; \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi m} = \gamma_{\kappa}^{(m)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(1)} = \frac{1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(1)}; \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\gamma_{\Phi(i)} = f(N_{pc}) k_3; \gamma_{\Phi(i)} \neq \gamma_{\Phi}^{(i)}; k_3 = 2;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{m-1}{m} \leq \gamma \leq 1,0;$$

$$\gamma_{\Phi(i)} = f(N_{p.c}) k_3; \gamma_{\Phi(i)} \neq \gamma_{\Phi}^{(i)}; k_3 = m;$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{\Phi}^{(1)} \\ \gamma_{\Phi}^{(2)} \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi}^{(m)} \end{pmatrix} = \frac{m-1}{m} \div 1,0 \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\Phi 1} = \gamma_{\kappa}^{(1)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(m)} = \frac{m-1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(m)}; \\ \gamma_{\Phi 2} = \gamma_{\kappa}^{(2)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(1)} = \frac{m-1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(1)}; \\ \vdots \\ \gamma_{\Phi m} = \gamma_{\kappa}^{(m)} k_3 + \gamma_{\Phi}^{(m-1)} = \frac{m-1}{m} + \gamma_{\Phi}^{(m-1)}; \end{array} \right. \quad (8)$$

где $\gamma_{\Phi}^{(1)} \div \gamma_{\Phi}^{(m)}$ — регулируемая часть коэффициента заполнения в пределах зоны; $\gamma_{\Phi 1} \div \gamma_{\Phi m}$ — коэффициент заполнения фазы (текущее значение); $\gamma_{\kappa}^{(1)} \div \gamma_{\kappa}^{(m)}$ — максимальный коэффициент заполнения одной зоны регулирования; $N_{p.c}$ — состояние реверсивного счетчика.

При этом $\gamma_{\Phi}^{(1)} \div \gamma_{\Phi}^{(m)} \in \gamma_{\kappa}^{(1)} \div \gamma_{\kappa}^{(m)} \in \gamma_{\Phi 1} \div \gamma_{\Phi m}$.

Как видно из (6) — (8), текущее значение коэффициента заполнения фазы на разных стадиях регулирования состоит из неизменяемой части, зависящей от числа пройденных коэффициентов заполнения, кратных диапазону регулирования зоны γ_{κ} , т. е. постоянному числу, и регулируемой части $\gamma_{\Phi}^{(1)} \div \gamma_{\Phi}^{(m)}$, диапазон изменения которой является неизменным для различных стадий регулирования. Если учесть, что

$$\gamma_{\Phi}^{(1)} = \gamma_{\Phi}^{(2)} = \dots = \gamma_{\Phi}^{(m)} = \gamma_{\text{тек}}$$

и

$$\gamma_{\kappa}^{(1)} k_3 = \gamma_{\kappa}^{(2)} k_3 = \dots = \gamma_{\kappa}^{(m)} k_3 = \text{const},$$

где $\gamma_{\text{тек}}$ — текущее значение регулируемой части коэффициента заполнения, не равное $1/m$; $0 < \gamma_{\text{тек}} < 1/m$, выражение для коэффициента заполнения при управлении с переключением каналов можно представить в виде

$$\gamma_{\Phi} = \frac{1}{m} (k_3 - 1) + \gamma_{\text{тек}}, \quad (9)$$

и для цифровых систем как

$$\gamma_{\Phi} = \frac{1}{m} (k_3 - 1) + \frac{1}{T} \left(\sum_{i=1}^{N/m} \delta + t_k \right), \quad (10)$$

где t_k — время перезаряда коммутирующего конденсатора; $\frac{1}{m} (k_3 - 1) = \text{const}$ в пределах зоны регули-

рования: $\delta = \frac{T}{2^{n_1}}$ — шаг дискретизации периода регулирования.

Из (10) следует, что обеспечить изменение коэффициента заполнения во всем диапазоне возможно с помощью лишь одной зоны регулирования, циклически используя все состояния одной зоны по мере изменения коэффициента заполнения и запоминая число полных заполнений в пределах зон в одном направлении (ранее названный как циклический принцип управления).

Для изменения коэффициента заполнения во всем диапазоне путем использования лишь одной зоны регулирования необходимо ввести понятие логического признака зоны q , который можно представить в виде простых импликант, характеризующих собой стадии регулирования и фактически представляющих собой число k_3 по выражениям (3) — (10).

Из таблицы, составленной для случая $n_1=4$, $m=4$,

Логический признак зоны, q				Номер зоны		Разряды переключателей функции				Номер функции
$m-2$	ранг	$m-4$	ранг	$m-2$	$m-4$	IV	III	II	I	
0	1	00	2	I	I	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	1
		01	2		II	0	1	0	0	4
						0	1	1	1	5
1	1	10	2	II	III	0	0	0	0	8
						0	0	0	1	9
						0	1	0	1	10
						0	1	1	1	11
		11	2		IV	1	1	0	0	12
						1	1	0	1	13
						1	1	1	0	14
						1	1	1	1	15

видно, что значения младших разрядов (I и II) переключательной функции в пределах одной зоны регулирования для всех четырех зон являются одинаковыми. Различными же в зонах регулирования являются значения старших разрядов (в данном случае III и IV). Логический признак зоны получают путем выделения одинаковых и неизменных значений старших разрядов переключательной функции в пределах зоны регулирования. Этот признак различен при разном числе фаз (зон). Ранг признака r зоны также является величиной переменной. Таким образом, оперируя лишь переменной частью одной зоны, соответствующей младшим разрядам переключательной функции и используя признаки различных зон, возможно последовательное изменение коэффициента заполнения в прежнем диапазоне регулирования. Здесь необходимо отметить характерные особенности циклического принципа управления, которые состоят в том, что логический признак зоны и его ранг зависят только от числа фаз преобразователя (числа зон) и не зависят от разрядности переключательной функции и с увеличением числа фаз преобразователя при неизменной разрядности функции требуемое число изменяемых

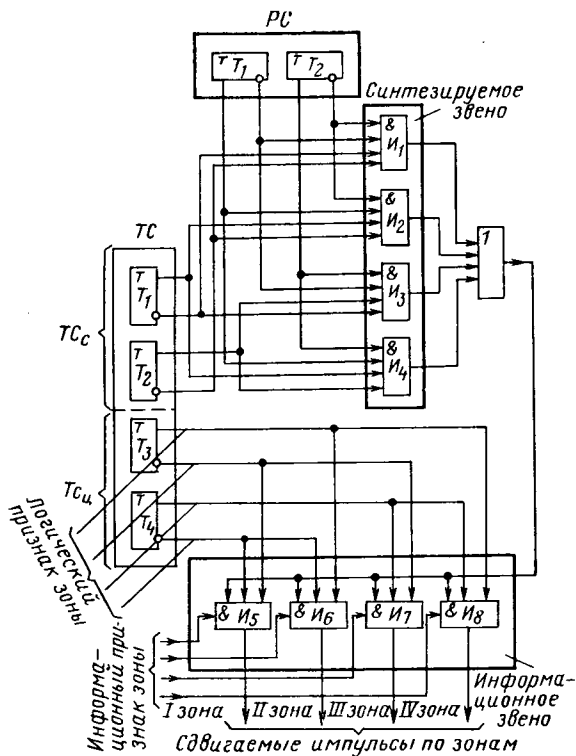


Рис. 5. Структурная схема ДШс, обеспечивающего управление по циклическому принципу

Структура информационного звена, характеризующаяся количеством конъюнкций по числу зон и определяемая рангом признака зоны, не зависит от разрядности счетчика. Эта особенность разбиения дешифратора на два звена (СЗ и ИЗ) в отличие от классических принципов построения ДШ существенно упрощает сам дешифратор и синтез переключаемых функций, реализуемых в СЗ при большой разрядности ТС. Так, при $n_1=20$ и $m=4$ в ИЗ будет всего четыре конъюнкции, но переключаемая функция, реализуемая в СЗ, будет состоять не из $2^{20}/4$ двадцатibuквенных конститuent единицы, а из $2^{18}/4$ восемнадцатibuквенных конститuent.

При рассматриваемом принципе построения системы управления m -фазным преобразователем требуется формирование переключаемой функции в сокращенной дизъюнктивной нормальной форме лишь одной зоны. Осуществив выделение признака зоны с рангом r , зависящего лишь от числа фаз, формируют указанную переключаемую функцию в виде $f_{1ц}(x_1, x_2, \dots, x_{n_1-r})$, которая для всех зон регулирования одинакова, т. е.

$$f_{1ц}^{(1)} = f_{1ц}^{(2)} = f_{1ц}^{(3)} = \dots = f_{1ц}^{(m)} \in (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}). \quad (12)$$

Синтезируемое звено (рис. 5) в этом случае представляет собой узел, обеспечивающий совместную работу РС и части ТС, разрядность которой равна разрядности РС (ТСс). Эту взаимосвязь можно охарактеризовать как

$$M_{p.c} \subset M_{т.с.с} \text{ и } M_{т.с.с} \subset M_{p.c},$$

причем

$$M_{p.c} = M_{т.с.с};$$

$$M_{p.c} \in f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n_2}); \\ M_{т.с.с} \in f_{1ц}^{(1)}(x_1, x_2, \dots, x_{n_1-r}). \quad (13)$$

Матрица ДШс реализует все конститuentы единицы переключаемых функций f_2 и $f_{1ц}^{(1)}$, поэтому дешифратор этого звена является полным. Учитывая, что эквивалентные переключаемые функции $f_{1ц}^{(1)}$ и f_2 определены на всех наборах, громоздкая процедура структурного синтеза переключаемых функций упрощается благодаря устранению необходимости выполнения операций доопределения функций для представления их в СДНФ.

При выделении признака зоны из переключаемой функции f_1 две оставшиеся функции $f_{1ц}^{(1)}$ и f_2 являются сравнимыми, т. е. $f_{1ц}^{(1)} \subset f_2$ и $f_2 \subset f_{1ц}^{(1)}$, причем функция $f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n_2})$ является импликантой функции

$$f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1}) = f_{1ц}^{(1)}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1-r}) \wedge \wedge f_{1ц}^{(r)}(x_{n_1-r}, x_{n_1-(r-1)}, \dots, x_{n_1}).$$

Переключаемая функция второй части ТС — $f_{1ц}^{(r)}$ должна удовлетворять условию

$$1 \wedge f_{1ц}^{(r)} \geq k_3 \geq m.$$

Запись всех конститuent единицы в синтезируемой части при объединении их в элементе ИЛИ₁ может быть произведена как

$$F_{з.с} = f_{1ц}^{(1)}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1-r}) \wedge f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n_2}) = = \bigvee_{i=1} f_{1ц}^{(1)} \wedge \bigvee f_2, \quad (14)$$

где $F_{з.с}$ — переключаемая функция синтезируемого звена.

Преобразование одной последовательности сдвигаемых импульсов, следующих по выходу элемента ИЛИ₁, в сдвигаемые последовательности импульсов по зонам осуществляется при условии существования соответствующего информационного и логического признаков зоны

$$F_{з.н} = F_{з.с} \wedge \bigvee_{i=1}^q \Pi_{з.л(i)} \wedge \bigvee_{i=1}^m k_{з(i)}, \quad (15)$$

где $\Pi_{з.л}$ — логический признак зоны.

Получение сдвигаемой последовательности импульсов по фазам производится в блоке согласования, на который поступает информация (15) и признак цикла, получаемый с помощью СЧЦ (рис. 3). Условие получения сдвигаемых последовательностей импульсов по фазам на выходе БС можно охарактеризовать как

$$\mathcal{F}_{\phi(i)} = F_{з.н} \wedge \bigvee_{i=1}^m \Pi_{ц(mi)} \quad (16)$$

или

$$\mathcal{F}_{\phi(i)} = f_{1ц}^{(1)}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_1-r}) \wedge f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n_2}) \wedge \bigvee_{i=1}^q \Pi_{з.л(i)} \wedge \bigvee_{i=1}^m k_{з(i)} \wedge \bigvee_{i=1}^m \Pi_{ц(mi)}. \quad (17)$$

Реализация рассматриваемого принципа управления m -фазным тиристорным импульсным преобразователем с помощью цифровой системы управления приводит к упрощению структуры дешифратора несдвигаемых во времени импульсов (ДШн). Это упрощение достигается благодаря тому, что в отличие от систем управления, имеющих ДШн [4, 6], реализующий кон-

ституенты единицы по числу фаз переключательными функциями $f_{ni}(x_1, x_2, \dots, x_{n_i})$, только соответствующим $\frac{2n_i}{m} i$ состояниям с рангом конъюнкции, равным

полной разрядности TC , при рассматриваемом способе управления в $ДШн$ формируется лишь m конъюнкций, число символов в которых равно $r+1$. Число конъюнкций в информационном звене устанавливается исходя из соотношения $2^r \geq m$, а количество регулируемых ступеней на выходе $ДШс$ определяется как

$$N_{с.з} = 2^{n_1-r} \text{ или } N_{с.з} = 2^{n_1 - \log_2 m} \quad (18)$$

и на выходе $ИЗ$

$$N_{и.з} = 2^{n_1-r} m, \quad (19)$$

что соответствует числу ступеней регулирования всей системы управления.

Так, если условия работы электропривода требуют выбора шага дискретизации периода, соответствующего использованию семиразрядного $ТС$, т. е. $N_1 = 128$, для четырехфазной системы ($m=4$) ранг признака зоны $r=2$ ($2^r = m=4$). Разрядность $РС$ и $ТС$ будет равна $n_2 = n_1 - r = 5$. В этом случае подвергается синтезу единственная полностью определенная переключательная функция $f_{1п}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, которая равна $f_2(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$. Число ступеней регулирования зоны при этом равно $N_3 = 32$ ($N_3 = 2^{n_1/m}$).

Рассмотренный циклический принцип управления m -фазным тиристорным импульсным преобразователем постоянного тока позволяет упростить систему управления без сужения диапазона регулирования путем использования одних и тех же основных элементов, участвующих в формировании сдвигаемых импульсов для всех фаз и на всех стадиях регулирования. Эффективность рассмотренного принципа управления повышается с увеличением числа фаз и разрядности счетчиков.

Упрощение системы управления m -фазными преобразователями достигается прежде всего исключением

в процессе регулирования коэффициента заполнения повторений эквивалентных конститuent единицы переключательных функций с рангом, равным разрядности тактового счетчика, формирующего независимую переменную в каждой из m зон, на которые разбит весь диапазон регулирования, что упрощает единственный дешифратор сдвигаемых последовательностей импульсов. Выделение из переключательной функции $f_1(x_1, x_2, \dots, x_{n_1})$ логического признака каждой из зон регулирования с рангом r в соответствии с условием $2^r \geq m$ позволяет привести переключательную функцию единственной регулируемой зоны к полностью определенной на всех наборах, тем самым упростив громоздкие операции синтеза путем устранения необходимости доопределения переключательных функций всех m зон регулирования и последующего синтеза функций n_1 переменных, снизив, кроме того, ранг этой единственной переключательной функции до $n_1 - r$. Дешифратор несдвигаемых во времени импульсов при реализации циклического принципа управления существенно упрощается и формируется из m ($m+1$)-буквенных конъюнкций, обеспечивая одновременно смещение импульсов во времени на T/m .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баринов Л. А., Бакеев Е. Е. Аналого-цифровые преобразователи устройств автоматики и телемеханики электрифицированных железных дорог.— М.: Транспорт, 1979.
2. Ефремов И. С., Косарев Г. В. Теория и расчет электрооборудования подвижного состава городского электрического транспорта.— М.: Высшая школа, 1976.
3. Глазенок Т. А. Полупроводниковые преобразователи в электроприводах постоянного тока.— Л.: Энергия, 1973.
4. Калинин А. Я. Об одном способе управления m -фазным тиристорным широтно-импульсным преобразователем постоянного тока.— Электричество, 1979, № 9.
5. А. с. 191681 (СССР). Способ дискретного управления сетками клапанов многофазного преобразователя/ Э. Г. Баранов, В. Г. Вчерашний, Г. М. Гуткин, Оpubл. в Б. И. 1967, № 4.
6. Pat. 137996 (DDR). Verfahren und Vorrichtung zur Digitalsteuerung m -phasiger Thyristor-Gleichstromimpulsrichter/ A. Y. Kalinichenko, V. I. Kirillov, A. A. Rabinovich, V. S. Sakaev. [25.12.81]

УДК 621.314.26:621.314.632.001.57

Расчет нагрева тиристоров непосредственного преобразователя частоты методом моделирования случайного процесса

ЖЕМЕРОВ Г. Г., канд. техн. наук

Харьков

Выходную частоту преобразователя частоты с непосредственной связью можно регулировать дискретно, так, что ее значения устанавливаются кратными входной частоте, или плавно, когда отношение входной частоты и выходной (параметр p) принимает произвольные значения. При дискретном способе установки частоты может возникать стационарная неравномерность загрузки по току тиристоров преобразователя [1], вследствие чего приходится значительно снижать их токовые нагрузки. Коэффициенты неравномерности загрузки тиристоров по току для разных значений параметра p , т. е. при длительной работе преобразователя с некоторым неизменным отноше-

ем частоты сети, к выходной частоте исследованы в [1 и 2]. В [3] описан метод расчета максимальной температуры p - n - p -структуры, получены кривые и соотношения, позволяющие определить максимальное значение превышения температуры p - n - p -структуры над температурой окружающей среды. Из кривых, приведенных в [3], видно, что при значениях параметра $p < 5$ допустимые токовые нагрузки резко снижаются, причем при $p=2$ допустимый ток мостовой вентиляционной группы примерно в 2 раза ниже, чем при $p=5$.

При плавном регулировании частоты, когда задающий генератор, определяющий выходную частоту

преобразователя, не синхронизирован жестко с напряжением питающей сети, параметр p не может оставаться неизменным во времени вследствие случайных изменений частоты питающей сети и частоты задающего генератора. Эти изменения, являющиеся случайным процессом, приводят, очевидно, к некоторому выравниванию температур тиристорov.

Цели настоящей статьи — разработка метода определения температуры p - n - p -структуры тиристора с учетом случайного характера изменения частоты питающей сети и частоты на выходе преобразователя, исследование реального характера изменения температуры тиристора в случае, когда выходное напряжение преобразователя не синхронизировано с напряжением питающей сети.

Переходя к допущениям, принятым в статье, прежде всего необходимо остановиться на характере изменения отношения частот. Как показано в [2], нагрузка тиристорov по току при некотором фиксированном p резко изменяется при изменении угла сдвига кривой выходного тока преобразователя относительно напряжения питающей сети, т. е. при смещении интервалов проводимости тиристора относительно синусоиды тока нагрузки. Поэтому, если

$$p = \frac{Mf_0}{Mf_2}, \quad (1)$$

где Mf_0 , Mf_2 — соответственно математические ожидания частоты питающей сети и частоты на выходе преобразователя, то небольшие отклонения частоты f_0 или f_2 будут приводить к фазовому сдвигу кривых тока нагрузки и напряжения сети и, следовательно, к значительному изменению нагрузки тиристорov.

Загрузка тиристорov будет зависеть от характера изменения частот f_0 и f_2 . Задающий генератор, определяющий частоту f_2 , может быть выполнен высоко стабильным. Отклонения частоты сети в соответствии с ГОСТ 13109-67 и изменением № 2 к нему, введенным с 01.08.79, допускаются в пределах $\pm 0,1$ Гц (усредненные за 10 мин), а колебания частоты сети не должны превышать 0,2 Гц, т. е. $4 \cdot 10^{-3}$ от номинальной частоты. Учитывая это, целесообразно рассматривать основной случай, когда $f_2 = \text{const}$, а $f_0(t)$ — некоторая случайная функция времени.

Возможно, конечно, и рассмотрение допущения об абсолютной стабильности частоты питающей сети при колебаниях частоты на выходе преобразователя или допущения об одновременном независимом изменении входной и выходной частоты. Все три варианта допущения эквивалентны, поскольку степень неравномерности загрузки тиристорov по току зависит от характера и скорости изменения взаимного расположения кривых тока нагрузки и напряжения питающей сети, приводящего к выравниванию нагрузок тиристорov.

В [4] показано, что частота промышленной питающей сети имеет «секундные» и «минутные» изменения, определяемые случайными электромагнитными процессами в энергосистеме. В целях общности изложения будем полагать, что изменения $f_0(t)$ описываются нормальным стационарным случайным законом с

$$Mf_0 = pf_2, \quad (2)$$

некоторыми средним квадратическим отклонением σf_0 и автокорреляционной функцией Rf_0 . Случайную величину $f_0(t)$ будем считать дискретной, остающейся неизменной в течение одного периода напряжения пи-

тающей сети и изменяющейся скачком в точках, соответствующих положительным максимумам. Такое допущение не вносит несущественную погрешность, поскольку за время одного периода (0,02 с) при принятых ниже корреляционных функциях частота сети изменяется на сотые доли процента. Другие допущения являются обычными при анализе токовых нагрузок: ток нагрузки синусоидален, характеристика фазосмещающего устройства аркосинусоидальна, коммутация тока в вентилях мгновенна, преобразователь выполнен по шестипульсной мостовой схеме.

Отметим, что синусоидальный ток нагрузки преобразователя является детерминированной функцией времени, а ток через рассматриваемый тиристор — случайной функцией времени. В этом нет противоречия, поскольку форма и значение тока через тиристор, представляющего собой «вырезки» из синусоиды тока нагрузки, непрерывно изменяется во времени вследствие фазового сдвига интервалов проводимости тиристора относительно кривой тока нагрузки, скорость которого определяется отклонением частоты сети от математического ожидания.

На рис. 1 представлена принципиальная схема вентильной группы непосредственного преобразователя частоты, причем при определении токовых нагрузок достаточно рассмотреть один из тиристорov, например T_1 . Тиристор T_1 включается в момент подачи на него отпирающего импульса, а запирается при включении тиристора T_3 . На рис. 2 приведены опорные напряжения тиристорov T_1 , T_3 , напряжение управления e_y , подаваемое на вход фазосмещающего устройства, ток вентильной группы i_2 . Точки пересечения кривой e_y с опорным напряжением $u_{опт1}$ соответствуют моментам включения тиристора T_1 , а точки пересечения e_y с $u_{опт3}$ — моментам выключения тиристора T_1 , причем интервалы проводимости тиристора T_1 соответствуют положительным полуволам тока нагрузки i_2 .

Эквивалентная электрическая схема замещения тепловой модели тиристора представлена на рис. 3. Параметры схемы замещения вместе с величинами порогового напряжения U_0 и динамического сопротивления R_d тиристорov рассматриваемых типов приведены в табл. 1.

Рис. 1. Вентильная группа непосредственного преобразователя частоты:

$T_1 - T_6$ — тиристоры; i_2 — синусоидальный ток нагрузки; u_A, u_B, u_C — фазные напряжения питающей сети; ФСУ — фазосмещающее устройство; e_y — синусоидальное напряжение управления

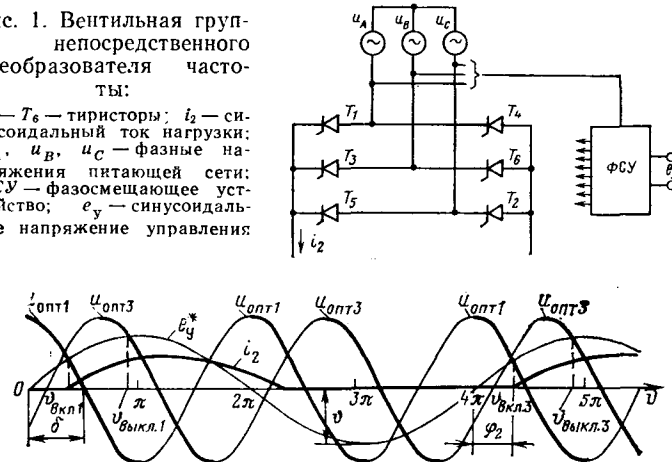


Рис. 2. К определению моментов включения и выключения тиристора T_1 :

$u_{опт1}$, $u_{опт3}$ — опорные напряжения в фазосмещающем устройстве тиристорov T_1 и T_3 соответственно; v — параметр глубины регулирования выходного напряжения преобразователя; $\varphi_{вкл\ n}$, $\varphi_{выкл\ n}$ — соответственно абсциссы включения и выключения тиристора T_1

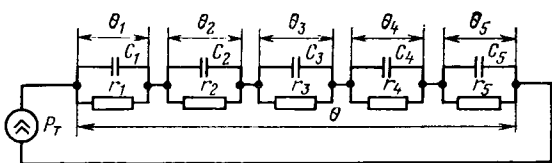


Рис. 3. Электрическая схема замещения тепловой модели тиристора; P_T — источник тока, значение тока которого отражает потери в тиристоре; $\theta_1 \div \theta_5$ — падения напряжения, равные перегревам пяти звеньев тепловой модели

Значения емкостей конденсаторов в схеме рис. 3 определяются как

$$C_j = \frac{1}{\alpha_j r_j}, \quad (3)$$

где $j=1, 2, 3, 4, 5$.

В табл. 2 приведены варианты характеристик дискретной нормальной стационарной случайной функции $f_0[n]$, где n — номер периода напряжения питающей сети, и других параметров, учитываемых при расчетах.

Рассматриваются три вида корреляционных функций:

$$Rf_0[n] = \sigma^2 e^{-\gamma_* n}; \quad (4)$$

$$Rf_0[n] = \sigma^2 e^{-(\gamma_* n)^2}; \quad (5)$$

$$Rf_0[n] = \sigma^2 \frac{\sin \gamma_* n}{\gamma_* n}. \quad (6)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$; $\sigma = \sigma f_0$;

Таблица 1

Тип тиристора	$U_0, В$	$R_{д}, Ом$	Значения сопротивлений резисторов, °C/Вт				
			r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
T-160	0,96	$1,31 \cdot 10^{-3}$	0,025	0,04	0,055	0,070	0,27
T2-320	1,20	$0,56 \cdot 10^{-3}$	0,025	0,02	0,035	0,050	0,09
T-630	1,60	$0,35 \cdot 10^{-3}$	0,007	0,01	0,028	0,064	—

Продолжение табл. 1

Тип тиристора	$U_0, В$	$R_{д}, Ом$	Значения $\alpha_j, 1/c$				
			α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
T-160	0,96	$1,31 \cdot 10^{-3}$	1100	40	1,4	0,1	0,003
T2-320	1,20	$0,56 \cdot 10^{-3}$	15	0,6	0,06	0,01	0,002
T-630	1,60	$0,35 \cdot 10^{-3}$	820	12	0,07	0,004	—

Таблица 2

$Mf_0, 1/c$	$\sigma f_0, 1/c$	p	$f_2, Гц$
50	0,3	2	25
		3	16 2/3
		4	12 1/2
	0,2	2	25
		3	16 2/3
		4	12 1/2
	0,1	2	25
		3	16 2/3
		4	12 1/2

$\gamma_* = \begin{Bmatrix} 0,15 \\ 0,06 \\ 0,006 \end{Bmatrix}$ — параметр, определяемый характером процессов в энергосистеме.

Принятые в (4) — (6) значения γ_* соответствуют «секундным» изменениям частоты сети [4]. Графики приведенных корреляционных функций и соответствующих им энергетических спектров приведены в [5].

При расчете температуры структуры тиристора последовательно проходим следующие этапы:

1. Выбираем по табл. 2 вариант, корреляционную функцию и параметр γ_* .

2. По выбранным в п. 1 характеристикам случайного процесса, используя генератор случайных чисел [6] и методику [5], генерируем с помощью ЦВМ реализацию $f_0[n]$, существенно превосходящую по длительности постоянные времени звеньев тепловой модели тиристоров, дающие заметный вклад в изменения температуры структуры.

3. Задав режим работы непосредственного преобразователя (углом сдвига тока нагрузки относительно выходного напряжения φ_2 , параметром глубины регулирования выходного напряжения γ и некоторыми другими), рассчитываем моменты включения и выключения тиристоров в интервале, равном длительности реализации случайного процесса, а затем по параметрам схемы замещения тиристора (см. табл. 1) определяем максимальное значение перегрева $p-n-p-n$ -структуры в каждом из периодов выходного тока преобразователя; метод расчета описан в [3].

4. Обработав статистически полученные максимальные значения перегрева θ_{maxn} структуры в каждом из N периодов тока нагрузки, содержащихся в реализации случайного процесса, определяем математическое ожидание $M\theta_{maxn}$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma\theta_{maxn}$ перегрева структуры.

5. По методике [3] находим аналитические зависимости $M\theta_{maxn}$ и $\sigma\theta_{maxn}$ от амплитуды тока нагрузки преобразователя I_{m2} .

6. Исследовав гистограмму значений θ_{maxn} , формулируем и проверяем по критерию Пирсона гипотезу о функции распределения случайного процесса.

7. Находим корреляционную функцию $R\theta_{maxn}$.

Рассмотрим более подробно указанные этапы расчета температуры перегрева структуры.

Первый этап не требует особых пояснений — значения σf_0 , γ_* и корреляционные функции в конкретном случае могут быть определены экспериментальным методом, здесь же рассматривается общий случай.

Моделирование случайного процесса с помощью ЦВМ описано в [5], там же приведены параметры алгоритма моделирования для выбранных корреляционных функций.

Для корреляционной функции (4):

$$f_0[n] = a_0 x[n] + b_1 f_0[n-1], \quad (7)$$

где $x[n]$ — последовательность нормальных случайных чисел с параметрами (0, 1);

$$a_0 = \sigma \sqrt{1 - \rho^2}; \quad b_1 = \rho; \quad \rho = e^{-\gamma_*}.$$

Для корреляционной функции (5)

$$f_0[n] = \sum_{k=-q}^q c_k x[n-k], \quad (8)$$

где

$$c_k = \frac{\sigma \sqrt{2\gamma_*}}{\sqrt{\pi}} e^{-2\gamma_* k^2}.$$

Погрешность приближенного алгоритма (8) зависит от выбранной глубины суммирования (числа q), при принятом $q \geq 150$ она не превышает одного процента.

Для корреляционной функции (5) справедлива формула (8), но

$$c_k = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi\gamma_*}} \frac{\sin \gamma_* k}{k}.$$

Особенностью указанных алгоритмов цифрового моделирования является отсутствие переходного процесса в начале реализации [5].

Третий этап расчетов является наиболее сложным и трудоемким. Моменты включения тиристоров $t_{вкл n}$ и выключения $t_{выкл n}$ определяем из следующих трансцендентных уравнений:

$$\nu \sin \left(2\pi \frac{Mf_0}{p} t_{вкл n} \right) = - \sin \{ 2\pi f_0 [n] t_{вкл n} - \delta - 2\pi (n-1) \}; \quad (9)$$

$$\nu \sin \left(2\pi \frac{Mf_0}{p} t_{выкл n} \right) = - \sin \{ 2\pi f_0 [n] t_{выкл n} - \delta - \frac{2\pi}{3} - 2\pi (n-1) \}, \quad (10)$$

где $0 \leq \delta \leq 2\pi$; $n=1, 2, 3, \dots, pN$; ν — параметр глубины регулирования выходного напряжения, равный отношению амплитуды опорного напряжения к амплитуде напряжения управления, т. е.

$$\nu = \frac{U_{\max 0n}}{E_{\max y}}. \quad (11)$$

Максимум температуры перегрева структуры тиристора $\theta_{\max n}$ в каждом из периодов выходного тока преобразователя по параметрам тепловой модели и соотношениям (9)–(11) рассчитывается аналогично [3]. Принципиальным вопросом является исключение переходного режима изменения $\theta_{\max n}$, или иначе — выбор начального значения θ_0 , лежащего внутри некоторого интервала, например $(M\theta_{\max n} - 2\sigma_{\max n}, M\theta_{\max n} + 2\sigma_{\max n})$. Значение θ_0 вычисляется по формулам (47), (45) из [3] для относительно небольшой реализации $f_0[n]$, например, при $N=300$, которая выбирается таким образом, чтобы значения угла δ в начале и конце реализации были равны.

Правильность выбора начального значения перегрева контролируется затем по относительной стабильности температуры перегрева звеньев тепловой модели тиристора с большими постоянными времени. Другим принципиальным вопросом является выбор длительности реализации. Наиболее простое решение — выбор длительности реализации, превышающей наибольшую постоянную времени тепловой модели тиристора. Несложный расчет показывает, что для параметров, приведенных в табл. 1, при $p=2$ надо было бы выбрать $N=50000$, т. е. реализацию, равную по длительности 100 000 периодам напряжения питающей сети или $33 \frac{1}{3}$ мин, что связано с большими затратами машинного времени. Как показал анализ расчетов, при исключении переходного процесса на-

грева достоверные результаты могут быть получены при значениях N , равных нескольким тысячам. С целью получения дополнительных данных для анализа стационарности процесса изменения $\theta_{\max n}$ было выбрано $N=10000$ при $p=2$.

Для возможности сравнения полученных результатов с данными [3] значения параметров глубины регулирования ν и угла сдвига тока нагрузки φ_2 были приняты такими же, как в [3].

Математическое ожидание максимального перегрева и среднее квадратическое отклонение определяем из соотношений:

$$M\theta_{\max n} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} \theta_{\max n}; \quad (12)$$

$$\sigma_{\theta_{\max n}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\theta_{\max n} - M\theta_{\max n})^2}{N}}. \quad (13)$$

Аналитические зависимости математического ожидания и среднего квадратического отклонения от амплитуды тока нагрузки находим на пятом этапе в виде

$$M\theta_{\max n} = a_1 I_{m2} + b_1 I_{m2}^2; \quad (14)$$

$$\sigma_{\theta_{\max n}} = a_2 I_{m2} + b_2 I_{m2}^2, \quad (15)$$

где a_1, b_1, a_2, b_2 — коэффициенты, определяемые из системы уравнений для двух значений I_{m2} .

Справедливость соотношений (14) и (15) проверяется по фактическим значениям $M\theta_{\max n}$ и $\sigma_{\theta_{\max n}}$ для третьего значения тока.

Два последних этапа расчета ясны без комментариев.

Рассмотрим результаты расчетов. В табл. 3 приведены математические ожидания, средние квадратические отклонения и максимальные значения тем-

Таблица 3

p	Тип тиристора	Амплитуда тока нагрузки I_{m2}, A	Детерминированный процесс при $\nu=0.9$ $\theta_{\max}, ^\circ C$	Случайный процесс при $\sigma f_0=0.2$ Гц; $T_s=0.006$; $\nu=0.9$; $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-(T_s n)^2}$		
				$M\theta_{\max n}, ^\circ C$	$\sigma_{\theta_{\max n}}, ^\circ C$	$\theta_{\max n \max}, ^\circ C$
2	T630	600	35,36	17,10	3,94	23,56
	T2-320	1500	102,45	48,93	11,60	67,95
		500	41,47	18,16	2,91	25,17
		1000	97,06	42,00	6,82	58,44
	T160	200	33,12	15,78	4,33	23,57
		500	107,28	50,19	14,31	75,95
3	T630	600	24,36	17,59	2,04	20,93
	T2-320	1500	71,56	50,32	6,28	60,62
		500	25,71	17,35	1,38	20,32
		1000	60,83	40,10	3,39	47,39
	T160	200	23,37	16,43	2,38	21,43
		500	76,59	52,27	8,30	69,70
4	T630	600	21,07	20,47	0,78	22,01
	T2-320	1500	60,83	58,71	2,41	63,46
		500	20,08	20,12	0,92	22,75
		1000	46,50	46,41	2,16	52,59
	T160	200	20,00	19,27	1,09	21,56
		500	64,63	61,46	3,70	69,23

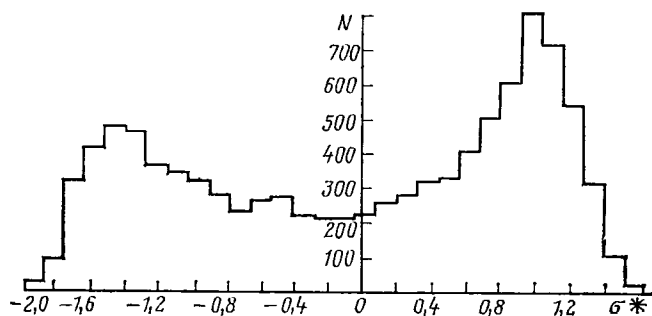


Рис. 4. Гистограмма распределения значений максимальной температуры структуры в периодах низкой частоты для тиристора Т630 при $p=2$, $v=0,9$, $\sigma_{f_0}=0,2$ Гц, $f_*=0,06$, $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-[\gamma_* n]^2}$; σ_* — относительное значение среднего квадратического отклонения; N — число значений максимальной температуры

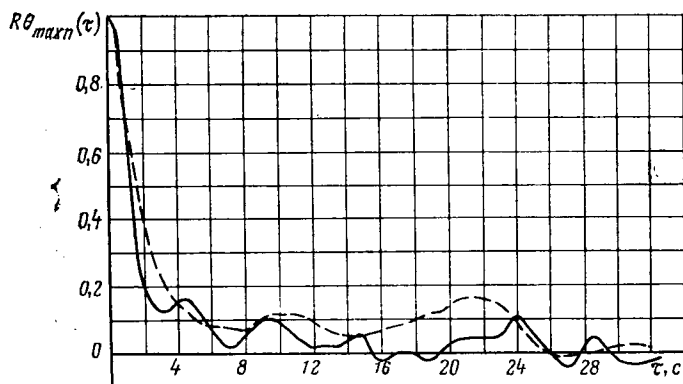


Рис. 5. Корреляционная функция максимальной температуры тиристора Т630 в периоде низкой частоты при $v=0,9$, $\sigma_{f_0}=0,2$ Гц, $\gamma_*=0,06$, $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-[\gamma_* n]^2}$: — — — $p=4$; — — — $p=3$

температуры перегрева тиристора для одного из вариантов случайного процесса и для соответствующего детерминированного процесса.

В четвертой графе табл. 3 даны значения температуры перегрева при детерминированном процессе, рассчитанные для значений тока из третьей графы по формулам [3].

На рис. 4 в качестве примера приведена гистограмма, иллюстрирующая функцию распределения

максимальных значений температуры перегрева для тиристора типа Т630 при $p=2$ и значениях других параметров, указанных в табл. 3, а на рис. 5 — корреляционная функция при тех же значениях параметров, рассчитанная по 10 000 значений $\theta_{\max n}$. С учетом математического ожидания перегрева (пятая графа табл. 3), среднего квадратического отклонения (шестая графа табл. 3) и гистограмм по формуле

$$\theta_{\max n \max} = M\theta_{\max n} + \sigma_{\max} \sigma_{\max n}, \quad (16)$$

где $\sigma_{\max}$ — коэффициент, определяемый по гистограмме, были получены значения перегрева, приведенные в седьмой графе табл. 3.

Из табл. 3 видно, что случайный процесс изменения f_0 приводит к снижению температуры перегрева примерно в 1,5 раза при $p=2$, и в 1,15 раза при $p=3$. Требуется пояснения возможность некоторого увеличения температуры перегрева при $p=4$. Это увеличение невелико — 5–12%. Отклонения частоты питающей сети от математического ожидания приводят к двум явлениям; с одной стороны, происходит выравнивание средних значений токов через тиристоры и, как следствие этого, уменьшение математических ожиданий перегрева по сравнению со значениями перегрева при детерминированном процессе, с другой стороны, уменьшение частоты сети и изменения угла δ могут приводить к кратковременному увеличению токовых нагрузок. Поскольку при $p=4$ и синусоидальном напряжении управления неравномерность нагрузок невелика [1], в большей степени может сказываться второе явление.

Приведенная на рис. 4 гистограмма значений максимальной температуры тиристора в периоде низкой частоты дает представление о функции распределения случайного процесса; аналогичные гистограммы получены и при других сочетаниях параметров. На основе гистограмм и решения системы уравнений (14), (15) [аналогично (16)] получены коэффициенты в уравнении

$$\theta_{\max n \max} = M\theta_{\max n} + \sigma_{\max} \sigma_{\max n} = aI_{m2} + bI_{m2}^2. \quad (17)$$

Значения коэффициентов a и b для различных параметров случайного процесса приведены в табл. 4, позволяющей вычислить по (17) максимальное зна-

Таблица 4

Тип тиристора	Детерминированный процесс		Случайные процессы												p
			Вариант 1 $\sigma_{f_0}=0,2$ Гц; $\gamma_*=0,006$: $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-[\gamma_* n]^2}$; $v=0,9$			Вариант 2 $\sigma_{f_0}=0,2$ Гц; $\gamma_*=0,06$: $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-[\gamma_* n]^2}$; $v=0,9$			Вариант 3 $\sigma_{f_0}=0,1$ Гц; $\gamma_*=0,06$: $Rf_0[n]=\sigma^2 e^{-[\gamma_* n]^2}$; $v=0,9$			Вариант 4 $\sigma_{f_0}=0,2$ Гц; $\gamma_*=0,15$: $Rf_0[n]=\frac{\sin \gamma_* n}{\gamma_* n}$; $v=0,9$			
			σ_{*max}	a	b·10 ⁵	σ_{*max}	a	b·10 ⁵	σ_{*max}	a	b·10 ⁵	σ_{*max}	a	b·10 ⁵	
T630	0,0527	1,0398	1,64	0,0352	0,6705	1,72	0,0370	0,7021	1,56	0,0380	0,7404	2,03	0,0346	0,6618	2
T2-320	0,0688	2,826	2,41	0,0423	1,6196	2,21	0,0443	1,7010	1,82	0,0438	1,8260	2,69	0,0401	1,5293	
T160	0,1330	16,310	1,80	0,0952	11,3272	1,66	0,0971	11,5099	1,50	0,0966	11,1644	1,94	0,0910	10,7731	
T630	0,0362	0,7675	1,64	0,0313	0,6136	1,63	0,0333	0,6718	1,62	0,0317	0,6251	1,63	0,0317	0,6232	3
T2-320	0,0420	1,883	2,15	0,0338	1,3482	2,15	0,0372	1,5447	1,77	0,0355	1,3308	2,10	0,0345	1,3780	
T160	0,0926	12,114	2,10	0,0857	10,7399	1,64	0,869	10,9295	1,58	0,0814	9,9501	1,62	0,0827	10,1980	
T630	0,0315	0,6036	1,97	0,0330	0,6251	1,99	0,0343	0,7009	1,69	0,0303	0,5704	1,83	0,0302	0,5769	4
T2-320	0,0338	1,270	2,70	0,0381	1,4075	2,54	0,0397	1,4573	1,90	0,0321	1,1504	2,36	0,0317	1,1470	
T160	0,0805	9,753	2,1	0,0872	10,241	1,9	0,0885	10,2536	1,56	0,0780	9,3073	1,76	0,0779	9,3047	

чение перегрева при любом значении тока нагрузки. Было исследовано большое число вариантов расчетов при различных параметрах случайного процесса с целью определения зависимости математических ожиданий и средних квадратических отклонений максимального значения температуры p - n - p -перехода в периоде низкой частоты от параметров. Установлено, что с ростом параметра p значение $M\theta_{\max}$ растет, стремясь к значению $\theta_{\max}$ детерминированного режима, а $\sigma\theta_{\max}$ быстро уменьшается. Эти явления иллюстрируются табл. 3. Значения $M\theta_{\max}$ для четырех вариантов, указанных в табл. 4, различаются при одном и том же токе нагрузки в зависимости от типа тиристора не более чем на 26% при $p=2$, 16% при $p=3$ и 15% при $p=4$.

Величины $\sigma\theta_{\max}$ значительно чувствительней к параметрам случайного процесса и различие этих величин при указанных в табл. 4 вариантах может превышать 100%. Несмотря на это, допустимые значения тока нагрузки при заданной максимальной температуре структуры слабо зависят от параметров случайного процесса.

В табл. 5 приведены значения допустимых токов нагрузки при $\theta_{\max} = 75^\circ\text{C}$, рассчитанные по соотношению (13) и данным табл. 4.

В четвертой и третьей графах табл. 5 указаны номер варианта случайного процесса, при котором допустимый ток нагрузки максимален, и значение этого тока, в шестой и пятой графах — номер варианта и минимальный допустимый ток нагрузки. Как видно из табл. 5, допустимые значения тока нагрузки при рассмотренных вариантах случайного процесса отличаются на 6—12% для тиристора Т630, на 9—19% для Т2—320 и на 5—9% для Т160.

Проверка правильности расчетов проводилась двумя путями. Правильность моделирования случайного процесса проверялась путем исследования массива значений частоты сети. Заданные значения Mf_0 , σf_0 и график Rf_0 сравнивались с экспериментально полученными величинами. Нормальность закона распределения проверялась по критерию Пирсона, асимметрии и эксцессу. Получены совпадения с высокой достоверностью.

Правильность расчета температуры структуры проверялась путем сопоставления значения $\theta_{\max}$ при $p=2, 3, 4$ и $\sigma f_0=0$ с данными расчетов, выполненных в [3]. Здесь также получено совпадение результатов.

Выводы. 1. Разработан метод расчета максимальной температуры перегрева p - n - p -структуры тири-

Таблица 5

p	Тип тиристора	Максимальный ток нагрузки		Минимальный ток нагрузки		$\frac{I_{m2\max}}{I_{m2\min}}$	I_{m2} в детерминированном режиме, А	$\frac{I_{m2\min}}{I_{m2\det}}$	$\frac{I_{m2\max}}{I_{m2\det}}$
		$I_{m2\max}$, А	Вариант	$I_{m2\min}$, А	Вариант				
2	Т630	1647	4	1520	3	1,084	1158	1,313	1,422
	Т2-320	1262	4	1156	3	1,092	816	1,417	1,547
	Т160	513	4	489	2	1,049	384	1,273	1,336
3	Т630	1777	1	1682	2	1,056	1558	1,080	1,141
	Т2-320	1428	3	1307	2	1,093	1171	1,116	1,219
	Т160	551	3	521	2	1,058	493	1,057	1,118
4	Т630	1838	4	1638	2	1,122	1776	0,922	1,035
	Т2-320	1525	4	1284	2	1,188	1440	0,982	1,059
	Т160	571	4	526	2	1,086	556	0,946	1,027

стора, позволяющий учесть случайный характер колебаний частоты питающей сети.

2. Учет колебаний частоты питающей сети позволяет на 15—50% увеличить токовые нагрузки при выходных частотах преобразователя, превышающих треть частоты сети, и приводит к необходимости некоторого снижения токовых нагрузок при низких выходных частотах.

3. Степень увеличения или снижения нагрузок существенно зависит от параметров тепловой модели тиристорных и в меньшей степени от параметров случайного процесса изменения частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жемеров Г. Г. Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью. — М.: Энергия, 1977. — 280 с.
2. Жемеров Г. Г. Коэффициенты загрузки по току вентиля в преобразователях частоты с непосредственной связью. — Электричество, 1978, № 4, с. 84—86.
3. Жемеров Г. Г., Коваленко И. Т. Расчет тиристорных преобразователей частоты. — Электричество, 1980, № 5.
4. Тимченко В. Ф. Колебания нагрузки и обменной мощности энергосистем. — М.: Энергия, 1975. — 208 с.
5. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Советское радио, 1971. — 326 с.
6. Агеев М. И., Алик В. В., Марков Ю. И. Библиотека алгоритмов 101 6—1506. — М.: Советское радио, 1978, с. 53.—54.

[08.12.81]

УДК 621.315.61.001.5:536.483

Современное состояние исследований электрической изоляции криогенных устройств

КАНИСКИН В. А., СЕРЕДА Г. Г.

Ленинградский политехнический институт

В настоящее время имеется много работ, посвященных исследованию электрических и механических свойств полимерной изоляции при криогенных температурах. Поэтому возникла необходимость, с одной стороны, в систематизации и анализе эксперименталь-

ных данных, а с другой стороны, необходимо сформулировать основные проблемы, которые следует решить, чтобы создать высококачественную изоляцию криогенных устройств.

Диэлектрические потери. Исследование диэлектри-

ческих свойств полярных и неполярных полимеров с различной степенью кристалличности, с добавками (антиоксидант, пластификатор и др.) или без них, с плоской или спиральной формой их основной молекулярной структуры в диапазоне температур от 300 до 4 К показали, что классификация полимеров на полярные и неполярные сохраняется также при криогенных температурах, т. е. диэлектрические потери

Таблица 1

Диэлектрические потери некоторых полимеров при 60 Гц, приложенном напряжении 200 В и температуре 4,2 К [6]

Материал	Толщина, мкм	$\lg \delta \times 10^{-4}$
Полиамид (Рильсан найлон 11, неориентированный)	40	24
Поликарбонат (Макрофоль АС, одноосно ориентированный)	75	61
Полиэтилен (Валерон 4000, двухосно ориентированный)	100	6,5
Полиэтилен (Крайовак Д-330-SW, двухосно ориентированный)	40	7
Полипропилен (Геркулес N-400, неориентированный)	125	3
Полипропилен (Геркулес ЕК-500, двухосно ориентированный)	30	24
Полисульфен (Роулэнд чистый)	100	96
Полиэфирсульфон (Кимберли кларк, двухосно ориентированный)	10	62
Полиэфирсульфон (Кимберли кларк, неориентированный)	30	70

Таблица 2

Диэлектрические потери полимеров при 6,5 ГГц

Материал	T=300 К		T=4,2 К	
	ϵ	$\lg \delta \times 10^4$	ϵ	$\lg \delta \times 10^6$
Поливинилхлорид (Хосталит 4062)	2,7	200	2,7	240
Полиэтилентерефталат (Хостадур KVP 6022)	2,9	130	2,7	220
Поликарбонат (Макролон 2401)	2,8	100	2,8	135
Поливинилфторид (Тэфзел 1200)	2,3	100	2,4	125
Полиамид 6 (Дуретан ВК 40 F)	3,1	160	3,1	105
Полистирол (N168)	2,5	10	2,5	37
Полипропилен (Хостален PPH 015010)	2,3	7,0	2,4	6,5
Политетрафторэтилен (PTFE/W)	2,1	—	2,2	1,7
Полиэтилен низкого давления (Байлон 25 Д 760,0)	2,3	5,5	2,4	3,8
Полиэтилен высокого давления (Луполен 5011 К)	2,3	5,1	2,4	0,84
Полиэтилен среднего давления (Луполен 4261 А)	2,3	3,1	2,4	0,66

Таблица 3

Полимер	Антиоксидант		$\lg \delta_{\max} \times 10^3$
	Количество, одна часть на миллион	Химическое название или формула	
Алкатын 11	—	—	<1
Алкатын 11/01	220	CH_3X	6
Алкатын 4177	600	—	13
Алкатын 74/01	800	1,1,3-трис (5-трет-бутил-4-гидрокси-2-метилбензол) бутан	<1
Алкатын 50/04	3300	бис [2-гидрокси-5-метил-3 (1-метилциклогексил) бензол] метан	<1

Примечание. Через X обозначен радикал 3,5-дитретичный бутил-4-гидроксибензол.

полярных материалов имеют величину приблизительно на два порядка выше, чем для неполярных (табл. 1 и 2) [1, 2 и др.]. Предположения, высказанные в [3], что потери, связанные с проводящими частицами и диполями, должны полностью «вымерзнуть», не подтвердились. При температуре жидкого гелия значение диэлектрических потерь определяют следующие факторы [4 и 5]:

а) «остаточные» потери в несколько микрорадиан, которые нечувствительны к частоте электрического поля и температуре;

б) потери, вызываемые проводимостью инжектируемых зарядов;

в) потери на электрострикцию, которые возрастают пропорционально квадрату приложенного напряжения;

г) потери на релаксацию вследствие переориентации диполей;

д) увеличение «фона» или «остаточных потерь» типа указанных в п. а из-за наличия полярных заместителей в макромолекуле или примеси, а также молекул добавок, которые могут или не могут давать потери типа указанных в п. г.

Аморфные неполярные вещества имеют большие диэлектрические потери, чем кристаллические вещества. Однако различные условия полимеризации и наличие примесей оказывают более сильное влияние на величину диэлектрических потерь (очень малых), чем кристалличность полимера. Условия формовки полимера, такие, как экструзия или прессование, могут очень сильно влиять на значение диэлектрических потерь. Зато пространственная конфигурация цепей молекул полимера оказывает слабое влияние на диэлектрические свойства. Отсутствие примесей уменьшает диэлектрические потери, но может и увеличивать их вследствие окисления полимера из-за недостатка антиоксидантов [2].

Введение некоторых антиоксидантов в полимер вызывает увеличение диэлектрических потерь при температуре жидкого гелия в области частот от 1 до 10 кГц [7]. Эти увеличенные потери являются специфической особенностью антиоксидантов, содержащих группы 3, 5 дитретичный бутил-4-гидроксибензол. Тангенс угла диэлектрических потерь в ПЭ низкой плотности при температуре 4,2 К при введении антиоксиданта с такими группами увеличивался от величины 10^{-5} для исходного материала до $(6-13) \times 10^{-5}$ (табл. 3) [7].

Расчеты [1] показали, что охлаждение до криогенных температур полностью исключает дипольные механизмы, определяющие диэлектрические потери в районе 300 К. Более того, при температурах ниже 40 К даже самые подвижные полярные группы из обнаруженных во фторполимерах с энергией активации порядка 2—3 ккал/моль [8] не должны проявляться при частотах более одного герца. Наблюдающееся на самом деле гораздо более плавное уменьшение диэлектрических потерь при криогенном охлаждении связано с тем, что ниже 200 К проявляются механизмы, несуществующие при 300 К и вызванные дипольными группами с очень малыми энергиями активации. Основные механизмы потерь, которые имеются в диэлектрике при 300 К и 4,2 К, рассмотрены на рис. 1 и в табл. 4.

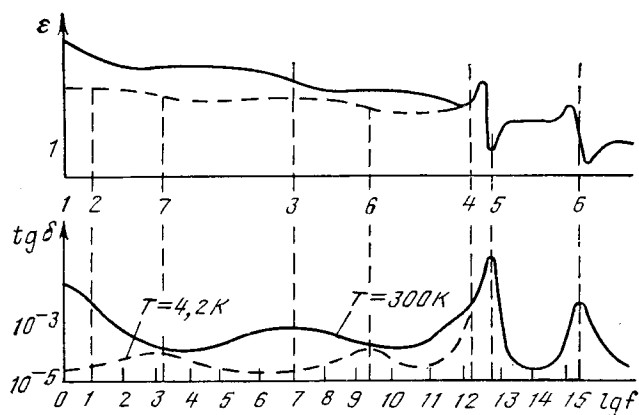


Рис. 1. Механизмы потерь в диэлектрике [2].

Для анализа механизма потерь в широкой области температур и частот электрического поля очень удобно пользоваться температурно-частотными диаграммами — рельефом $\lg \delta$.

Для намотанных макетов электрической изоляции наблюдается зависимость диэлектрических потерь от величины приложенного напряжения [9 и 10]. Особенностью этого явления является то, что для очень низкой напряженности электрического поля величина $\lg \delta$ будет очень мала (менее 1×10^{-5}), а начиная с определенной напряженности электрического поля, значение диэлектрических потерь возрастает до 10^{-2} и остается неизменным вплоть до пробоя.

Основной причиной этого явления следует считать частичные разряды (ЧР), которые возникают в прослойках криогенной жидкости [9]. Вычисления коэффициентов корреляции между величинами $\lg \delta$ и параметрами ЧР (такими, как максимальный кажущийся заряд, частота следования импульсов и суммарный заряд) показали [10], что имеется хорошая корреляция для всех этих параметров. Более сильная корреляция наблюдается между $\lg \delta$ и максимальным кажущимся зарядом. Здесь коэффициент корреляции был равен 0,86 с доверительным интервалом от 0,82 до 0,9 для $\alpha=0,05$.

Кратковременная электрическая прочность. Анализ экспериментальных данных по кратковременной электрической прочности в среде газообразных и жидких хладагентов показывает, что наибольшей электрической прочностью полимерные пленки обладают в среде жидкого азота, обладающего наиболее высокой электрической прочностью среди криогенных сред, а наименьшей — в среде газообразного гелия при атмосферном давлении [11].

Увеличение частоты электрического поля приводит к снижению электрической прочности полимерных пленок в среде жидкого азота [12] приблизительно так же, как и в воздухе [8] при комнатной температуре. Повышение давления или понижение температуры пропитывающей криогенной жидкости приводит к возрастанию электрической прочности полимерных пленок.

Зависимость пробивного напряжения полимерных пленок в среде криогенных жидкостей от толщины имеет вид [13]:

$$U_{пр} = Ad^n,$$

где A и n — постоянные коэффициенты.

Таблица 4

№	Механизм потерь	Наименование	Тип
1, 2	Миграция носителей зарядов (электрон, ион)	Междуслойная поляризация	Релаксация
2, 3	Вращение постоянных диполей или боковых групп	Ориентационная поляризация	Релаксация
4	Движение сегментов цепи	Деформационная поляризация	Релаксация
5	Колебания иона (ИК-поглощение)	Атомная поляризация	Колебания
6	Переходы электронов в атомах	Электронная поляризация	Колебания
7	Туннелирование постоянных диполей или боковых групп	Туннельная поляризация	Релаксация
8	Движение основной цепи за счет туннелирования	Туннельная поляризация	Релаксация

Таблица 5

Материал	Толщина ленты, мм	Полная толщина, мм	A	n
Полиэтилен низкой плотности Тайвик (1073 В)	0,1	$0,4 < d < 1$	65	0,7
Полипропилен (1073 В)	0,185	$0,5 < d < 3$	9	1,0
Полипропилен двуслоноориентированный	0,025	$0,5 < d < 1,1$	48	0,8
Полипропилен, волокнистая структура	0,165	$1 < d < 3$	8	1,0

Значения коэффициентов A и n для макетов слоистой намотанной изоляции при 4,2K [13] приведены в табл. 5, а на рис. 2 показаны зависимости $\lg U_{пр} = F(\lg d)$.

Пробой бумаги, пропитанной криогенной жидкостью, будет инициироваться пробоем жидкости в полости между волокнами. Поэтому электрическая прочность образцов бумаги в криогенной жидкости будет ниже, чем электрическая прочность полимерной пленки. Для многослойного намотанного образца из пленки или бумаги пробой образца будет инициироваться пробоем криогенной жидкости в зазорах между лентами. Значения электрической прочности макетов изоляции в этих случаях сближаются [14].

Для бумаги напряженность электрического поля в прослойках между волокнами, заполненных криогенной жидкостью, может быть определена из следующего уравнения:

$$\frac{E}{E_{ж}} = \frac{\epsilon_{ж} \rho_6}{\epsilon_v \rho_v} + \left(1 - \frac{\rho_6}{\rho_v}\right),$$

где E — средняя напряженность электрического поля; $E_{ж}$ — напряженность электрического поля в прослойке жидкости; $\epsilon_{ж}$ — диэлектрическая проницаемость жидкости; ϵ_v — диэлектрическая проницаемость волокна; ρ_6 — средняя плотность бумаги; ρ_v — плотность волокна.

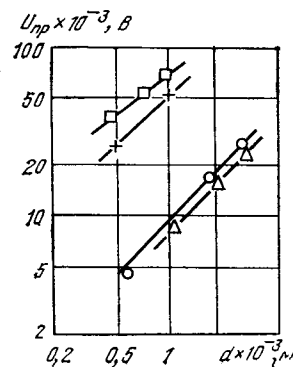


Рис. 2. Напряжение пробоя макетов слоистой намотанной изоляции в жидком гелии при атмосферном давлении [13].

Таблица 6

Материал (торговое наименование)	Число слоев	Толщина, мкм	Давление, кПа	m
Каландрированная полиэтиленовая бумага	9	126	600	22
Кабельная бумага	6	90	100	72
Поли-2,6-дифенилпарафенилен окись (Тенакс)	6	157	100	80
Ароматический полиамид (Номекс)	6	80	100	100
Полиимид (Каптон Н)	6	50	400	11
Полиэтилентерефталат (Мелинекс)	12	23	400	14
То же	6	75	400	16
То же	6	125	400	18
Полиэтилен	6	75	400	17
То же	6	125	400	17

Проверка этого уравнения, проведенная в [14], показала хорошее совпадение измеренных и вычисленных величин. На значение электрической прочности полимеров также влияет скорость подъема напряжения. Так, увеличение скорости для пленки полиэтилентерефталата в среде жидкого гелия от 0,3 до 2,5 кВ/с приводило к возрастанию электрической прочности на 40% [15]. Главной причиной разрушения полимерных диэлектриков в криогенных жидкостях следует считать, ЧР [9, 10, 15].

Электрическое старение полимеров. Использование криогенных жидкостей в качестве жидкого диэлектрика для пропитки полимерной изоляции накладывает особенности на старение полимеров. Во-первых, это сильное понижение рабочей температуры по сравнению с обычно принятыми для эксплуатации изоляции. Во-вторых, это почти полное отсутствие или присутствие лишь в ограниченных количествах кислорода, который играет большую роль в процессах старения полимеров [16 и 17].

Как показали результаты исследований, электрическое старение полимерных пленок в среде криогенных жидкостей обусловлено частичными разрядами. Действительно, время жизни τ значительно снижается с увеличением частоты приложенного напряжения [18], причем на графике $\lg(\tau f) = \varphi(\lg E)$ результаты, отвечающие разным частотам, удовлетворительно укладываются на одну общую кривую $\lg(\tau f) = \varphi(\lg E)$, как это имеет место и при комнатной температуре в атмосфере воздуха [16].

Зависимость времени жизни пленочных полимеров от напряженности поля, как и при комнатной температуре, характеризуется эмпирическим соотношением

$$\tau = BE^{-m} \text{ или } \lg \tau = \lg B - m \lg E.$$

Исследование времени жизни в атмосфере газообразного азота (рис. 3), полученного испарением технического жидкого азота в интервале температур от 293 до 77 К показало [19], что зависимость $\lg \tau = F(\lg E)$ качественно имеет такой же вид, как и при комнатной температуре в воздухе, но имеются и некоторые отличия. Во-первых, зависимость $\lg \tau \leq F(\lg E)$ при $E < E^+$ в атмосфере газообразного азота расположена при более высоких τ , чем зависимость $\lg \tau = F(\lg E)$ в воздухе при той же температуре, а при $E > E^+$ эти зависимости сближаются. Аналогичные результаты были получены и в атмосфере очищенного азота [17]. Следовательно, при электрическом старении в атмосфере газообразного азота, полученного из сжиженного технического, роль кислорода в процессе старения сравнительно невелика (либо совсем исключается).

Понижение температуры приводит к увеличению времени жизни при постоянной напряженности электрического поля, а зависимость $\lg \tau = F(\lg E)$ при $E < E^+$ практически смещается в

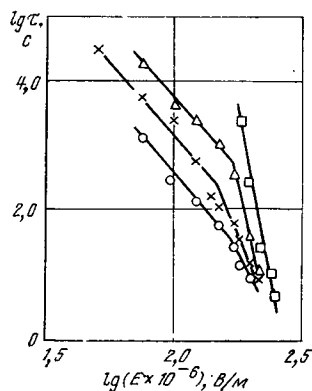


Рис. 3. Зависимость $\lg \tau = F(\lg E)$ для пленок Ф-4 толщиной 2×10 мкм в воздухе (1), в среде газообразного (2, 3) и жидкого (4) азота: 1, 2 — при 293 К, 3 — при 150 К, 4 — при 77,4 К [19].

область больших времен. Коэффициент m , характеризующий угол наклона зависимости $\lg \tau = F(\lg E)$ к оси абсцисс при $E < E^+$ практически не зависит от температуры, а при $E > E^+$ увеличивается с уменьшением температуры [19]. Точка излома при E^+ смещается с уменьшением температуры в сторону больших напряженностей.

Большие значения коэффициента m , полученные при исследовании времени жизни макетов слоистой намотанной полимерной изоляции в среде жидкого азота [20] (табл. 6), по-видимому, объясняются тем, что практически все полученные в настоящее время данные относятся к участку $E > E^+$.

В зависимости от применяемой конструкции характер старения полимера может меняться [19 и 20]. Так, для макетов намотанной электрической изоляции значения коэффициента m для пленок полиэтилентерефталата изменяются от 14 для лент толщиной 23 мкм до 18 для толщины 125 мкм (табл. 6). Однако для лент полиэтилена толщиной 75 и 125 мкм значение коэффициента m не менялось и оставалось равным 17. На величину коэффициента m также оказывает влияние давление, под которым находится криогенная жидкость. Увеличение давления приводит к уменьшению коэффициента m . Предполагается, что это явление связано с воздействием давления на значение интенсивности ЧР [20].

Частичные разряды. Исследования ЧР в интервале температур от 10 до 297 К, выполненные на образцах, содержащих искусственные полости, показали, что с понижением температуры частота следования ЧР и их величина уменьшаются, а напряжение возникновения ЧР возрастает. Наблюдается сильная тенденция к затуханию ЧР со временем и более слабая зависимость частоты следования ЧР от напряжения, приложенного к образцу, чем при комнатной температуре. Основными причинами этих явлений считаются [21]:

- увеличение объемного и поверхностного сопротивлений диэлектрика;
- низкая подвижность свободных зарядов;
- увеличение плотности газов в искусственной полости.

Частичные разряды в среде жидкого азота в резко неоднородном электрическом поле имеют три области [22]. Разряды в первой области имеют лавинный характер, кажущийся заряд не превышает 10^{-11} Кл, а энергия единичного разряда — 10^{-7} Дж. Электрограммы разрядов представляют собой тонкие линии,

образующие конусы радиусом 0,5—2 мм с вершиной у кромки электрода. Размеры заряженных участков поверхности диэлектрика определяются не только длиной лавины, но и растеканием заряда. Во второй области от отдельных точек кромки электрода развиваются скользящие разряды типа стримеров. Появление стримеров сопровождается образованием потока пузырьков, имеющих диаметр порядка 0,2 мм. Образующиеся пузырьки оказывают влияние на развитие стримеров, что проявляется в увеличении длин разрядов (до 6—10 мм). В третьей области образуются лидеры, происходит резкое удлинение скользящих разрядов с ростом напряжения, наблюдается яркое голубое свечение каналов разряда.

Пространственная структура разрядов при воздействии импульсов положительной и отрицательной полярности различна. При положительной полярности кромки разряда имеют древовидную структуру, а при отрицательной образуют систему веерообразных фигур.

Начальные ЧР в полимерной изоляции, пропитанной криогенной жидкостью, имеют место в маленьких пузырьках или во включениях, которые являются концентраторами напряженности электрического поля. Эти разряды генерируют газообразные пузырьки, которые являются источниками дальнейших разрядов. Поэтому однажды вызванные разряды сохраняются при более низких напряжениях и этим может быть объяснено большое различие, наблюдаемое между напряжением возникновения U_v и погасания U_p ЧР [23]. Отношение U_v/U_p для образцов полимерных пленок колеблется от 1,2 до 4. Увеличение газового пузырька в полости изоляции вызывает увеличение числа и амплитуды разрядов [23].

Вычисления напряженностей возникновения и погасания ЧР, проведенные в [23], показали (табл. 7), что их средние величины были ниже, чем пробивная напряженность для жидкого азота между металлическими электродами по данным [24] и выше, чем напряженность в полости, содержащей газообразный азот. Скорее всего, это связано с тепловыделением в диэлектрике под действием электрического поля. Увеличение теплопритока к жидкому азоту приводит к снижению его электрической прочности [25], и поэтому расчетные величины для напряженности электрического поля, при которых возникали ЧР, получились ниже, чем электрическая прочность жидкого азота.

Таблица 7

Глубина полости	Тип образца	Возникновение ЧР				Погасание ЧР				$E_{пр}$, кВ/мм	
		E в диэлектрике, кВ/мм	E в полости, кВ/мм		E в диэлектрике, кВ/мм	E в полости, кВ/мм		газ	жидкость	газ	жидкость
			газ	жидкость		газ	жидкость				
0,05	A	37	79	49	17	37	23	95	24		
	A	26	56	34	10	22	13	95	24		
0,125	B	33,2	68	44	26,6	58	35	58	18		
	B	34,7	75	46	33,3	72	44	58	18		
0,125	C	41,2	89	55	7,9	17	11	58	18		
	C	51,7	112	69	9,2	27	12	58	18		

Примечание. Образец A — два слоя 0,25 мм, средний слой 0,05 мм образцы B, C — два слоя 0,25 мм, средний слой 0,125 мм.

Таблица 8

max U , кВ	q , Кл	W , Дж	$V_r=175 V_{ж}$, мм ³	D , мкм
4	$<5 \times 10^{12}$	$<10^{-8}$	$<10^{-3}$	<30
14	10^{-11}	7×10^{-8}	7×10^{-3}	50
20	10^{-10}	10^{-6}	10^{-1}	130

Для перехода жидкого азота в газообразное состояние требуется относительно небольшое количество энергии. Объем испаряющегося азота можно определить из уравнения [22]

$$\rho_{ж} V_{ж1} c \Delta T + \rho_{ж} V_{ж2} r = W,$$

где $V_{ж1}$, $V_{ж2}$ — объемы нагреваемой и испаряющейся жидкости; $\rho_{ж}$ — плотность жидкости (для азота $\rho_{ж} = 810$ кг/м³); c — удельная теплоемкость жидкости [для азота $c = 2,2 \times 10^3$ Дж/(кг·К)]; r — теплота парообразования (для азота $r = 1,99 \times 10^5$ Дж/кг); W — энергия ЧР.

Так как время, в течение которого вводится энергия ЧР, очень мало, то можно принять, что $V_{ж1} = V_{ж2} = V_{ж}$, и тогда

$$V_{ж} = \frac{W}{\rho_{ж} (c \Delta T + r)}.$$

В табл. 8 приведены вычисленные диаметры пузырьков в среде жидкого азота [22] по выше приведенной формуле. Полученные результаты показывают, что в зависимости от энергии ЧР могут возникать газовые пузырьки различных размеров. При энергии ЧР порядка 10^{-6} Дж размеры пузырьков сопоставимы с размером зазоров между лентами изоляции. Пузырьки такого размера соответствуют ЧР, которые по аналогии с бумажно-масляной изоляцией можно назвать критическими.

Различие между эмпирическими характеристиками частичных и скользящих разрядов в масле [26] и в среде жидкого азота [27] невелико, хотя условия возникновения и развития электрических разрядов в масле и в среде жидкого азота очевидны. Для бумажно-масляной изоляции важной характеристикой является газопоглощение масла, а в изоляции, пропитанной криогенной жидкостью, на первое место выступают такие теплофизические параметры, как температура и давление, при котором находится криогенная жидкость, тепловое сопротивление изоляции, проницаемость изоляции для хладагента. В [27] полагаются, что лучшие характеристики по ЧР в среде жидкого азота получаются для изоляции из бумаги, чем для образцов с комбинированной изоляцией типа бумага — пленка.

Термокриоциклические воздействия. Исследования показали, что термокриоциклические воздействия приводят к снижению электрической прочности полимерной изоляции, что наблюдается как у эмальпроводов, покрытых полимерными лаками [28], так и на отдельных полимерных пленках [29 и 30]. Увеличение количества термокриоциклических воздействий приводит к появлению слабых мест, увеличению количества минимальных (пониженной величины) значений $E_{пр}$ (рис. 4) и, как следствие этого, к снижению $E_{пр.ср}$ и увеличению среднеквадратического от-

клонения. Более существенное снижение электрической прочности наблюдается при малых вероятностях пробоя. Значение кратковременной электрической прочности полимеров в среде жидкого азота зависит не только от числа циклов, но и от выбранного режима воздействия. Увеличение температурного интервала воздействия от 336 до 396 К для пленок Ф-4 приводит к более сильному снижению кратковременной электрической прочности.

Термокриоциклические воздействия также приводят к снижению длительной электрической прочности полимеров. Изменение электрической прочности от количества термокриоциклических воздействий в общем случае может быть описано следующей эмпирической формулой [29]:

$$E_{\text{пр}} = (E_{\text{пр}0} - E_{\text{пр}\infty}) \exp(-k_1 t) + E_{\text{пр}\infty}$$

для кратковременной электрической прочности и

$$\lg \tau = (\lg \tau_0 - \lg \tau_{\infty}) \exp(-k_2 t) + \lg \tau_{\infty}$$

для длительной электрической прочности, где k_1 и k_2 — коэффициенты, определяющие скорость снижения электрической прочности или времени жизни $\lg \tau$; $E_{\text{пр}0}$ и $E_{\text{пр}\infty}$ — начальное и конечное значения электрической прочности; $\lg \tau_0$ и $\lg \tau_{\infty}$ — начальное и конечное значения времени жизни $\lg \tau$; t — количество циклов.

Разные полимерные материалы имеют различную стойкость к термокриоциклическим воздействиям. По данным [28] изоляцию эмалированных проводов по стойкости их к термокриоциклическим воздействиям можно расположить в следующем порядке по мере увеличения ее стойкости: полиимидная изоляция (на основе лака ПАК-1), полиамидимидная изоляция (на основе лака АД-9113), полиамидная изоляция (на основе лака КЛ-1), полиарилатная изоляция (на основе лака Д-4ЛА).

Из пленочных материалов, таких как полиимид, фторопласт и полиэтилентерефталат, большей стойкостью к термокриоциклическим воздействиям обладает полиэтилентерефталат [30].

Образование микродефектов в структуре полимера в результате термокриоциклических воздействий, которые приводят к снижению электрической прочности, могут вызывать несколько причин. Во-первых, охлаждение полимера до температуры жидкого азота или гелия связано с переходом полимера из высокоэластичного состояния в стеклообразное при температуре стеклования. Стеклование полимера сопровождается перестройкой структуры и возникновением резких внутренних напряжений; ИК-спектроскопия показала, что для фторлона Ф-4 после термокриоциклических

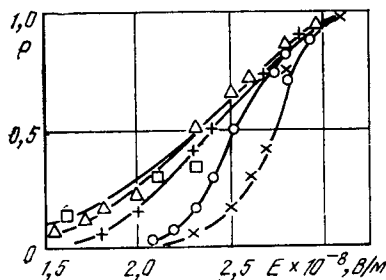


Рис. 4. Зависимость $P = F(E_{\text{пр}})$ для Ф-4: 1 — для исходного материала и после 25 (2), 75 (3), 125 (4) и 175 (5) циклов воздействия [29].

воздействий наблюдается увеличение интенсивности полос поглощения в аморфной фазе полимера и, следовательно, разрушение структуры полимера [29]. Во-вторых, полимерная изоляция при охлаждении до криогенных температур будет испытывать сильные механические напряжения из-за большей усадки полимера по сравнению с металлами. Кроме этого, при низких температурах в стеклообразном состоянии удлинение полимера при разрыве мало [31]. Поэтому возникающие механические усилия в полимере при охлаждении могут приводить к разрыву полимерных цепей. Кроме этого, под действием механических напряжений, возникающих при термокриоциклических воздействиях, в полимере может происходить механическая деградация [32], сопровождающаяся снижением молекулярного веса полимера. Это также будет вызывать снижение электрической прочности исходного полимера [33].

Выводы. 1. Значение диэлектрических потерь является одним из самых важных показателей электрической изоляции криогенных устройств. Исследование диэлектрических потерь ведется по установлению механизма потерь, а также исследуется влияние различных добавок в полимеры (в том числе и антиоксидантов, которые могут быть источником повышенных потерь материала), на их диэлектрические свойства. Производится поиск новых полимерных материалов с малыми диэлектрическими потерями в широкой области температур и частот электрического поля. Тангенс диэлектрических потерь неполярных полимеров при температуре жидкого гелия составляет около 10^{-6} .

2. При исследовании электрической прочности и старения полимеров основной задачей является выбор материала изоляции, разработка методики оценки времени жизни изоляции по результатам ускоренных испытаний, исследование механизма разрушения полимерной изоляции под действием электрического поля.

3. Основной причиной разрушения полимерной изоляции, пропитанной криогенными жидкостями, являются ЧР. Для ЧР важными характеристиками являются напряжения их возникновения и погасания, допустимый уровень длительного существования ЧР в конструкции, а также влияние перенапряжения на их характеристики. Эти характеристики необходимо детально исследовать как на макетах электрической изоляции, так и на конструкциях.

4. Термокриоциклические воздействия приводят к снижению электрической прочности полимеров. При дальнейшем изучении влияния этих воздействий на электрические свойства полимерной изоляции необходимо обратить внимание на исследования таких факторов, как влияние температурного интервала воздействия, скорости охлаждения и нагрева полимера, внутренних механических напряжений в полимере.

5. Для разработки систем электрической изоляции криогенных устройств необходимо проведение комплексного исследования электрических, физико-механических и теплофизических свойств различных систем электрической изоляции с полимерными диэлектриками с целью получения достоверных статистических данных, с помощью которых можно выбирать рабочие параметры, устанавливать уровень надежности и прогнозировать срок службы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хренков Н. Н., Гальперович Д. Я. Механизмы диэлектрических потерь фторопластовой изоляции при криогенных температурах и сверхвысоких частотах.— *Электричество*, 1974, № 3, с. 67—70.
2. Meyer W. Dielectric properties of polymeric materials at low temperatures and high frequencies.— *Proc. 6th Int. Cryog. Eng. Conf. Grenoble*, 1976.— Guildford, 1976.
3. Аллен Р. И., Наман Н. С. Теория и экспериментальные характеристики сверхпроводящих коаксиальных линий передачи.— *ТИИЭР*, т. 52, № 10, 1964, с. 1237—1245.
4. Vincett P. S. Calorimetric measurement of very low dielectric loss at low temperature.— *J. of Physics D.*, 1969, vol. 2, № 5.
5. Thomas R. A., King C. N. Low temperature dielectric loss in polyethylene.— *Applied Physics Letters*, 1975, vol. 26, № 7.
6. Anderson W. E., Davis R. S. Measurement of A. C. insulation losses at cryogenic temperatures.— *IEEE Trans. on Electr. Insul.*, 1977, vol. 12, № 1.
7. Gilchrist J. le I. Low temperature dielectric loss due to antioxidants in polyethylene.— *Cryogenics*, 1979, № 5.
8. Электрические свойства полимеров/ Под ред. Б. И. Сажина.— Л.: Химия, 1970.
9. Some aspects of the electrical behaviour of a cryogenic coaxial wrapped insulation/ Breteau J. P., Fallow B., Thoris J., Bobo J. C.— *IEEE Conf. Rec.*, 1976, 1976 *IEEE Int. Symp. Elec. Insul.*, Montreal—Quebec, 1976, N. Y., p. 157—161.
10. Juchniewicz J., Pospieszna J. Correlation between the dissipation factor and partial discharges in liquid nitrogen impregnated layer insulation.— *Proc 6th Int. Cryog. Eng. Conf. Grenoble*, 1976, Guildford, 1976.
11. Breteau J. P., Fallow B. Propriétés des isolants solides aux températures cryogéniques.— *Rev. Gen. Elect.*, 1968, vol. 77, № 6.
12. Канискин В. А., Середа Г. Г., Румянцев Д. Д. Электрическая прочность полимерных диэлектриков на промышленной и повышенных частотах в жидком азоте.— *ЭП. Электротехнические материалы*, 1977, вып. 5 (82), с. 16—17.
13. Fallow B., Breteau J. P. Comportement diélectrique sous de fluids cryogéniques.— *Rev. Gen. Elect.*, 1975, t. 84, № 10.
14. Iwata Z., Ichinagaki N. The insulation properties of cryogenic liquid impregnated tapes.— *IEEE Conf. Rec. Int. Symp. Elect. Insul. Philadelphia*, Pa, 1978, N. Y., 1978, p. 69—72.
15. Анищенко Н. Г., Минеин В. Ф. Проблемы электрической изоляции криогенных и сверхпроводящих устройств.— *ЭП. Электротехнические материалы*, 1974, вып. 1(42), с. 21—23.
16. Койков С. Н., Цикин А. Н. Электрическое старение твердых диэлектриков и надежность диэлектрических деталей.— Л.: Энергия, 1968.
17. Акимов А. К., Койков С. Н., Фомин В. А. Электрическое старение полимерных пленок в азоте и в воздухе.— *Электронная техника*, 1967, сер. 8, вып. 2, с. 96—100.
18. Влияние длительности выдержки и частоты поля на старение полимеров в жидком азоте/ В. А. Канискин, Г. Г. Середа, Д. Д. Румянцев, Н. Н. Хренков.— *Электричество*, 1977, № 10, с. 55—59.
19. Канискин В. А., Середа Г. Г. Исследование электрических свойств намотанной пленочной изоляции при криогенных температурах.— *ЭП. Электротехнические материалы*, 1980, вып. 6(119), с. 16—19.
20. Weedy B. M., Swingle S. G. Life expectancy of liquid nitrogen impregnated taped cable insulation.— *IEEE Conf. Rec. Int. Symp. Elect. Insul. Philadelphia*, Pa, 1978, N. Y., 1978.
21. Hossam—Eldin A. A., Hiley J., Salvage B. The deterioration and breakdown of solid dielectrics by internal discharges at cryogenic temperatures.— *IEEE Trans. Electr. Insul.*, 1977, vol. 12, № 6.
22. О характеристиках бумажно-азотной изоляции в резко неоднородном поле/ А. А. Панов, Ю. С. Пинталь, В. А. Туркот, М. А. Аушев.— В кн.: Диэлектрические и конструкционные материалы для криогенных ЛЭП. М.: 1979, с. 53—58.
23. Bulinski A. T., Densley J., Sudarshan T. D. Partial discharges in polymeric insulation systems at cryogenic temperatures.— *IEEE Conf. Rec. Int. Symp. Elect. Insul. Philadelphia*, Pa, 1978, N. Y., 1978.
24. Mathes K. N. Dielectric properties of cryogenic liquids.— *IEEE Trans. on Elect. Insul.*, 1967, vol. 2, № 4.
25. Голубков Г. Е., Михайлов В. В., Савельева Л. Н. Электрическая прочность жидкого азота.— *Электротехника*, 1977, № 10, с. 4—7.
26. Кучинский Г. С. Частичные разряды в высоковольтных конструкциях.— Л.: Энергия, 1979.
27. Минеин В. Ф. Начальные напряжения слоистой изоляции в жидком азоте.— *Тр. МЭИ*, 1978, № 358, с. 25—27.
28. Свалов Г. Г., Хан Э. А., Шварцбург Е. Я. Методика испытаний эмалированных проводов на стойкость к воздействию факторам.— *ЭП. Кабельная техника*, 1979, вып. 5 (171), с. 1—4.
29. Канискин В. А., Середа Г. Г. Влияние термодинамических воздействий на электрическую прочность полимеров.— В кн.: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции «Физика диэлектриков и новые области их применения», Караганда, 1978, с. 15—16.
30. Диэлектрические материалы в криогенной технике/ Г. П. Сафонов, И. Я. Каплунов, Л. П. Эртуганова, Е. Л. Гринь, С. М. Жуков.— *Тр. ВНИИЭМ*, 1978, т. 54, с. 34—40.
31. Вигли Д. А. Механические свойства материалов при низких температурах.— М.: Мир, 1974.
32. Барамбойм Н. К. Механохимия высокомолекулярных соединений.— М.: Химия, 1978.
33. Балабан Н. Н., Колесов С. Н. Электрические свойства полимерных диэлектриков.— *ЭП. Электротехнические материалы*, 1977, вып. 2(79), с. 2—4.

{29.06.81}



Математическая модель надежности двигателей большегрузных электромобилей

ЕФРЕМОВ И. С., доктор техн. наук, КАЛОШКИН А. М., инж.

Московский энергетический институт

Актуальность повышения надежности тягового электрооборудования большегрузных электромобилей [1], имеющих электрический привод ведущих колес и автономную дизель-генераторную энергетическую установку, обусловлена их широким внедрением и опытом эксплуатации на отечественных горнодобывающих предприятиях. Карьерные электромобили работают в условиях, характеризующихся, как правило, крайне неблагоприятными факторами: низким качеством дорожного покрытия, затяжными уклонами и крутыми поворотами трасс движения, значительными колебаниями температуры окружающей среды, высокой влажностью, сильной запыленностью и др. В этих условиях важнейшей качественной характеристикой системы тягового электропривода электромобиля является надежность. В целях дальнейшего совершенствования оценки надежности и ее прогнозирования авторами с использованием широко применяемых методов разработана математическая модель надежности тяговых электродвигателей большегрузных электромобилей.

Из всего комплекса силового тягового электрооборудования карьерного электромобиля в наиболее тяжелых условиях работают тяговые электродвигатели (ТЭД) мотор-колес. Это подтверждается результатами сравнительного анализа числа и характера отказов тяговых электродвигателей постоянного тока ДК-717А и остальных агрегатов электропривода карьерного электромобиля-самосвала БелАЗ-549. Поэтому при исследовании надежности тягового электрооборудования большегрузных электромобилей первоочередное внимание уделяется тяговым электродвигателям.

Основные задачи исследования: определение влияния режимов работы, условий эксплуатации карьерных электромобилей и параметров системы тягового электропривода на надежность тяговых электродвигателей; разработка на базе полученных функциональных зависимостей конкретных путей повышения надежности ТЭД, способствующих в конечном итоге обеспечению высокой производительности карьерных электромобилей.

Исследование влияющих на надежность ТЭД факторов обычно проводится в ходе эксплуатационных испытаний или физического моделирования на имитационных стендах. Использование указанных методов требует значительных затрат времени и средств.

Для определения влияния режимов работы и условий эксплуатации карьерных электромобилей на надежность ТЭД была разработана и применена комплексная методика, предусматривающая:

оценку показателей надежности тяговых электродвигателей при эксплуатации в карьерах различных климатических зон и горно-технических условий на основании статистических данных за 1977—1981 гг.;

моделирование на ЦВМ процесса работы большегрузного электромобиля в условиях тех же карьеров с целью определения значений факторов, влияющих на надежность ТЭД;

определение методами корреляционно-регрессион-

ного анализа функциональной взаимосвязи уровня надежности электродвигателей с определяющими ее факторами.

В качестве показателя надежности тяговых электродвигателей как восстанавливаемых изделий принято использовать наработку на отказ, физический смысл которой — среднее время (пробег) электромобиля между отказами ТЭД (первыми, вторыми и последующими).

Однако с целью характеристики надежности ТЭД как категории качества изготовления, параметров системы тягового электропривода, в которой они работают, и условий применения лучше использовать плотность вероятности первых отказов в единицу пробега (интенсивность отказов)

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{N(t)\Delta t}, \quad (1)$$

где $m(t + \Delta t)$ — число отказов к моменту наработки $t + \Delta t$; $m(t)$ — число отказов к моменту наработки t ; $N(t)$ — число ТЭД, работоспособных в момент t .

Важнейшим аргументом в пользу этого показателя является то, что он позволяет дать оценку надежности ТЭД с наиболее полным учетом всех характерных видов отказов и их удельного веса в общем потоке.

Известно, что у тяговых электродвигателей начальный период эксплуатации характеризуется повышенным значением интенсивности отказов. В этой связи в практических расчетах целесообразно оперировать средними значениями интенсивности отказов за период нормальной эксплуатации.

$$\Lambda_{\text{дв}} = \frac{1}{T_n} \int_0^{T_n} \lambda(t) dt. \quad (2)$$

Для указанного периода T_n величина $\lambda(t)$ практически не зависит от пробега с начала эксплуатации, а определяется в основном только уровнем воздействующих факторов, т. е. условиями и режимами работы тяговых электродвигателей. Последние зависят от конструктивных параметров электромобиля, самого электродвигателя, характеристик системы тягового электропривода, а также загрузки, режимов и условий движения электромобиля.

Статистические исследования режимов работы и уровня надежности было проведено для тяговых электродвигателей постоянного тока типа ДК-717А карьерных электромобилей — самосвалов БелАЗ-549. Анализ данных, полученных в течение 1977—1982 гг. на различных горнодобывающих предприятиях черной и цветной металлургии, угольной и химической промышленности, показал, что от 20 до 55% отказов ТЭД приходится на щеточно-коллекторный узел, 25—35% — на изоляцию обмотки якоря. Удельный вес других отказов (без учета «вторичных» отказов ТЭД, вызванных в основном аварийными выходами из строя сочлененных с ними редукторами мотор-колес) не превышает 10—15%. Усредненные зависимости интен-

сивности отказов ТЭД и его элементов от пробега электромотоцикла, полученные по общей совокупности электродвигателей, используемых на указанных предприятиях, приведены на рис. 1. Зависимости интенсивности отказов ТЭД и его элементов для каждой из отраслей в отдельности имеют аналогичный вид, но различаются уровнем значений интенсивности отказов.

Из сказанного следует, что интенсивность отказов тягового электродвигателя может быть представлена в виде трех составляющих, характеризующих надежность щеточно-коллекторного узла, диэлектрическую прочность изоляции якоря и прочие отказы, включая механические повреждения:

$$\Lambda_{\text{дв}} = \Lambda_{\text{щ.к.}} + \Lambda_{\text{о.я.}} + \Lambda_{\text{проч}}, \quad (3)$$

где $\Lambda_{\text{щ.к.}}$, $\Lambda_{\text{о.я.}}$, $\Lambda_{\text{проч}}$ — интенсивности отказов щеточно-коллекторного узла, изоляции обмотки якоря и прочих элементов ТЭД.

Каждая из составляющих правой части выражения (3) рассматривается в предположении существования функциональной взаимосвязи

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (4)$$

где $x_1, x_2, \dots, x_k$ — факторы, определяющие режим работы данного элемента ТЭД и оказывающие влияние на его надежность.

При этом определение факторов, влияющих на надежность конкретного элемента ТЭД, основывается на физических явлениях, происходящих в рассматриваемом узле в процессе эксплуатации. Критерием измерения тесноты связи между функцией y и любым из анализируемых факторов x является коэффициент парной корреляции r_{yx} , вычисляемой по формуле [2]:

$$r_{yx} = \frac{N \sum_{i=1}^N y_i x_i - \sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N x_i}{\sqrt{\left[N \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right] \left[N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right]}}, \quad (5)$$

где y_i и x_i — текущие значения переменных; N — объем массива исходных данных (в данном случае число обследованных горнодобывающих мероприятий, эксплуатирующих электромотоциклы с исследуемыми ТЭД).

На основе эксплуатационных данных можно сформировать матрицу для расчета связей между воздействующими факторами и интенсивностью отказов конкретного узла ТЭД вида

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1k} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2k} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{ik} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nj} & \dots & x_{Nk} & y_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

Нахождение функции (4), аппроксимирующей изменение интенсивности отказов y от изменения различных факторов $x_1, x_2, \dots, x_k$ и количественная оценка точности аппроксимации производится следующим образом.

Наиболее простое решение задачи такого рода имеет в предположении линейной зависимости y от совокупности $x_1, x_2, \dots, x_k$, т. е.

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k \quad (7)$$

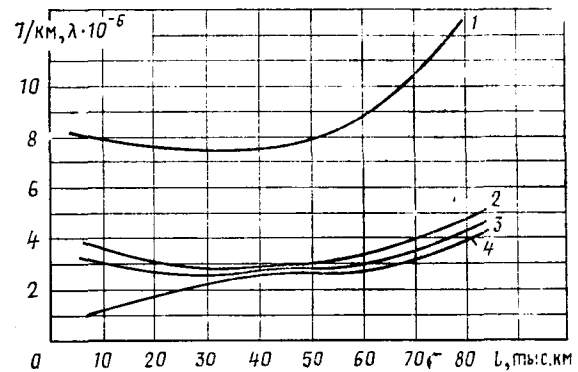


Рис. 1. Зависимости интенсивности отказов тягового электродвигателя ДК717А и его элементов от пробега электромотоцикла:

1 — электродвигателя в целом; 2 — изоляции обмоток; 3 — механических узлов с учетом «вторичных» отказов вследствие аварий редуктора мотор-колеса; 4 — щеточно-коллекторного узла

или же некоторых функций от этих параметров вида

$$y = b_0 + b_1 \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + \dots + b_k \ln x_k; \quad (8)$$

$$y = c_0 x_1^{c_1} x_2^{c_2} \dots x_k^{c_k}; \quad (9)$$

$$y = e^{d_0 + d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_k x_k}. \quad (10)$$

Выражения (8)–(10) путем преобразований могут быть приведены к линейной зависимости вида (7). Поэтому методику расчета коэффициентов регрессии рассмотрим именно для этой зависимости.

Предварительно все переменные и зависимости между ними выражаются в стандартизованном масштабе с помощью формулы перевода

$$t_{xj} = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{xj}}, \quad (11)$$

где x_j — значение фактора в натуральном масштабе; t_{xj} — соответствующее значение в стандартизованном масштабе; $\bar{x}_j$ — среднее значение фактора; σ_{xj} — среднеквадратическое отклонение;

$$\bar{x}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}; \quad (12)$$

$$\sigma_{xj} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 - (\bar{x}_j)^2}. \quad (13)$$

Аналогично определяется t_y .

Уравнение (7) в стандартизованном масштабе:

$$\bar{t}_y = \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \dots + \beta_k t_k, \quad (14)$$

где $t_1, t_2, \dots, t_k$ — стандартизованные значения переменных $x_1, x_2, \dots, x_k$; $\bar{t}_y$ — среднее значение стандартизованной переменной t_y , соответствующее заданным значениям переменных $t_1, t_2, \dots, t_k$; $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — стандартизованные коэффициенты регрессии, которые находятся из условия

$$S = \sum [t_y - \bar{t}_y]^2 = \min. \quad (15)$$

Подставив выражение (14) в (15), продифференцируем его по каждому из коэффициентов $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ и приравняем нулю частные производные.

С учетом того, что

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{N} \sum t_{xj}^2 &= 1; \\ \frac{1}{N} \sum t_{xj} t_{xk} &= r_{xj xk}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

получим систему нормальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} r_{yx_1} &= \beta_1 + \beta_2 r_{x_2 x_1} + \beta_3 r_{x_3 x_1} + \dots + \beta_k r_{x_k x_1}; \\ r_{yx_2} &= \beta_1 r_{x_1 x_2} + \beta_2 + \beta_3 r_{x_3 x_2} + \dots + \beta_k r_{x_k x_2}; \\ r_{yx_3} &= \beta_1 r_{x_1 x_3} + \beta_2 r_{x_2 x_3} + \beta_3 + \dots + \beta_k r_{x_k x_3}; \\ &\dots \dots \dots \\ r_{yx_k} &= \beta_1 r_{x_1 x_k} + \beta_2 r_{x_2 x_k} + \beta_3 r_{x_3 x_k} + \dots + \beta_k. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Коэффициенты корреляции между x_j и x_k определяются аналогично (5).

Решение системы (17) записывается формулой Крамера:

$$\beta_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, k,$$

где Δ — определитель системы (17),

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & r_{x_2 x_1} & r_{x_3 x_1} & \dots & r_{x_k x_1} \\ r_{x_1 x_2} & 1 & r_{x_3 x_2} & \dots & r_{x_k x_2} \\ r_{x_1 x_3} & r_{x_2 x_3} & 1 & \dots & r_{x_k x_3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{x_1 x_k} & r_{x_2 x_k} & r_{x_3 x_k} & \dots & 1 \end{vmatrix}, \quad (18)$$

Определитель Δ_j получается из определителя Δ заменой в нем соответствующего столбца столбцом свободных членов системы (17).

Искомые коэффициенты регрессии выражения (7) определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \beta_j \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_j}}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, k; \\ a_0 &= \bar{y} - a_1 \bar{x}_1 - a_2 \bar{x}_2 - a_3 \bar{x}_3 - \dots - a_k \bar{x}_k. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Выбор из выражений (7)–(10) типа кривой наиболее точно отражающей функцию (4), производится оценкой среднеквадратической ошибки

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N-1}}, \quad (20)$$

где y_i — заданные значения; $\hat{y}_i$ — значения функции, рассчитанные по полученному уравнению регрессии для заданных x_{ij} при $i=1, 2, \dots, N$. Тот вид уравнения регрессии, для которого σ_0 принимает минимальное значение, считается наилучшим.

Таким образом, базирываясь на принятых исходных выражениях (3) и (4); при построении математической модели надежности тягового электродвигателя необходимо для вышеуказанных элементов ТЭД определить влияющие на их надежность основные факторы и, используя приведенную методику, найти аппроксимирующие зависимости, т. е. численные значения входящих в эти зависимости коэффициентов.

Надежность щеточно-коллекторного узла ТЭД определяют факторы электрического характера, а также факторы механических воздействий и внешних условий.

В качестве основных электрических факторов, характеризующих нагрузку щеточно-коллекторного узла и определяемых режимом работы электромотов в условиях конкретного карьера, приняты межламельное напряжение ε и плотность тока под щетками $i_{щ}$. Указанные факторы могут быть использованы как

обобщающее промежуточное звено между внешними условиями и надежностью анализируемого узла ТЭД.

Среднее значение межламельного напряжения

$$\varepsilon = \frac{2pU_{к.ср}}{K\alpha}, \quad (21)$$

где $2p$ — число полюсов ТЭД; $U_{к.ср}$ — среднее значение напряжения на коллекторе в течение рабочего цикла; K — число коллекторных пластин; α — коэффициент полюсного перекрытия.

Плотность тока под щетками

$$i_{щ} = \frac{I_{ср}}{an_{щ}S_{щ}}, \quad (22)$$

где $I_{ср}$ — среднее значение тока через якорь за время пуска, тяги и торможения в течение рабочего цикла; a — число пар параллельных ветвей обмотки якоря; $n_{щ}$ — число щеток в щеткодержателе; $S_{щ}$ — площадь контактной поверхности щетки.

Режим работы мотор-колес электромотов вследствие различных возмущающих воздействий является случайным. Следовательно, процессы изменения тока нагрузки и напряжения на зажимах ТЭД также являются случайными функциями, определяемые их вероятностными характеристиками (математическим ожиданием, дисперсией и др.) [3]. Для вычисления указанных характеристик необходима информация в виде достаточного количества реализаций L получаемых опытным путем или с помощью моделирования на ЦВМ. В этом случае математическое ожидание $M[U]$ напряжения на коллекторе и $M[I]$ тока нагрузки тягового электродвигателя определяется по формулам:

$$M[U] = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \left[\frac{1}{t_{тягj}} \int_0^{t_{тягj}} U_j(t) dt + \frac{1}{t_{торj}} \int_0^{t_{торj}} E_j(t) dt \right]; \quad (23)$$

$$M[I] = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \frac{1}{t_{п.нj}} \int_0^{t_{п.нj}} I_j(t) dt, \quad (24)$$

где $U_j(t)$, $E_j(t)$, $I_j(t)$ — соответственно мгновенные значения напряжения в режиме тяги, э. д. с. электродвигателя в режиме торможения и тока нагрузки в j -м рабочем цикле электромотов; $t_{тягj}$, $t_{торj}$, $t_{п.нj}$ — соответственно время работы в режиме тяги, торможения и полное время нахождения ТЭД под напряжением; L — число реализаций рабочего цикла.

В этом случае в выражения (21) и (22) вместо $U_{к.ср}$ и $I_{ср}$ подставляются соответственно (23) и (24).

Электрические факторы отказов щеточно-коллекторного узла ТЭД, обусловлены током через якорь. Поэтому исходные значения интенсивностей отказов $\Lambda_{щ.к}$, принимаемые для расчета математической модели, необходимо скорректировать по времени работы коллектора, т. е.

$$\Lambda'_{щ.к} = \Lambda_{щ.к} \frac{t_{п.н}}{t_{п.н}}, \quad (25)$$

где $\Lambda'_{щ.к}$ — интенсивность отказов щеточно-коллекторного узла с учетом времени протекания тока через ТЭД; $t_{п.н}$ — общее время технологического цикла работы электромотов с учетом стоянок.

Отказы щеточно-коллекторного узла, вызванные механическими факторами (биение, износ щеток и коллектора, люфт щетки в обойме щеткодержателя и др.) трудно поддаются учету. Однако для рассматриваемых ТЭД такого рода отказы сравнительно редки. Поэтому принято допущение учета доли этих отказов в значении $\Lambda_{\text{проч}}$ как постоянной составляющей.

Наибольшее влияние на надежность изоляции обмоток ТЭД оказывает их перегрев. Поэтому в качестве основного фактора при построении математической модели надежности обмотки якоря принято относительное значение среднего установившегося перегрева обмотки за рабочий цикл:

$$K_{\tau} = \frac{\tau_{\text{ср}}}{\tau_{\text{д}}}, \quad (26)$$

где $\tau_{\text{ср}}$ — средний установившийся перегрев обмотки за рабочий цикл; $\tau_{\text{д}}$ — допустимый по классу изоляции перегрев обмотки;

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{1}{t_{\text{н}}} \int_0^{t_{\text{н}}} \tau(t) dt, \quad (27)$$

где $\tau(t)$ — текущее значение перегрева обмотки якоря, определяемое величиной и длительностью тока нагрузки на отдельных участках трассы движения электромобиля.

Как было отмечено, отказы прочих узлов тяговых электродвигателей в эксплуатации составляют примерно 10—15% общего числа отказов ТЭД. Поэтому будем считать интенсивность отказов прочих узлов в выражении (3) постоянной составляющей $\Lambda_{\text{проч}}$, а в качестве ее оценки — использовать математическое ожидание, т. е. среднее значение, вычисленное по всем обследованным предприятиям,

$$M[\Lambda_{\text{проч}}] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Lambda_{\text{проч}i}. \quad (28)$$

Учет воздействия на надежность тяговых электродвигателей климатических условий и вида перевозимой горной массы, влияющей на состав пылеобразующих компонентов в охлаждающем ТЭД воздухе, произведем с помощью коэффициента условий работы $k_{\text{у}}$, а для его численной оценки по группам карьеров различных отраслей горнодобывающих предприятий используем статистические данные эксплуатации.

Необходимые для формирования исходной матрицы (6) численные значения факторов, зависящих от режимов работы ТЭД и определяемых формулами (21)–(26), могут быть получены по результатам испытаний электромобиля на наиболее характерных для различных карьеров трассах. Однако, как уже отмечалось, проведение испытаний в большом количестве карьеров требует значительных затрат времени и средств. Поэтому для определения рабочих параметров ТЭД в различных условиях был разработан и использован расчетный алгоритм многокомпонентного комплекса «Карьерный электромобиль — система тягового электропривода — режим и условия движения».

Данный алгоритм позволяет получить: необходимые для расчета показателя надежности электрические и тепловые параметры ТЭД; рабочие параметры системы тягового электропривода в целом и поагре-

гатно в их динамике для анализа функциональных связей с показателем надежности ТЭД; тягово-динамические и скоростные характеристики, технико-эксплуатационные показатели электромобиля, необходимые для комплексной оценки его использования.

Алгоритм представляет собой систему математических зависимостей и отдельных параметров, описывающих характеристики элементов моделируемого комплекса и функции их физической и логической взаимосвязи.

Часть алгоритма, описывающая электромобиль, содержит паспортные конструктивные параметры ходовой части, аэродинамической формы кузова, массы порожней снаряженной машины, номинальной загрузки, тягово-динамические и скоростные характеристики.

Значительную часть алгоритма занимает описание системы тягового электропривода, состоящей из взаимосвязанных элементов: энергетической установки, привода ведущих колес (тяговых электродвигателей и передачи), системы автоматического управления.

Энергетическая установка (дизель-генераторный агрегат) представлена: внешней характеристикой (зависимостью напряжения тягового генератора $U_{\text{Г}}$ от тока нагрузки $I_{\text{Г}}$) с соответствующими ограничениями по максимальным мощности $P_{\text{Гmax}}$, напряжению $U_{\text{Гmax}}$ и току $I_{\text{Гmax}}$; зависимостью удельного расхода топлива от мощности на валу дизельного двигателя при принятой настройке регулятора;

параметрами обмоток тягового генератора, необходимыми для расчета некоторых режимов электрического торможения.

Тяговые электродвигатели описаны: комплексом электромеханических характеристик полного поля и ступеней ослабленного поля, на которые настроена система автоматического регулирования, а также торсионными характеристиками; конструктивными параметрами и обмоточными данными якоря, параметрами системы охлаждения, необходимыми для расчета теплового состояния.

Характеристики тяговой передачи учитываются передаточным числом $i_{\text{ред}}$ и к. п. д. редуктора $\eta_{\text{ред}}$.

Момент инерции вращающихся масс, учитываемый в алгоритме, соответствует нагрузке электромобиля в прямом или обратном направлениях движения.

Система автоматического регулирования описана логическими связями и расчетными ограничениями, имитирующими ее уставки.

Условия движения включают данные по профилю и кривизне трассы, качеству дорожного покрытия, температуре окружающей среды.

Перед моделированием работы электромобиля трасса исследуемого карьера разбивается на участки по принципу постоянства на каждом из них следующих параметров: уклона, радиуса поворота, качества дорожного покрытия, характеризуемого коэффициентом сопротивления качению. Такой принцип позволяет существенно упростить расчетный алгоритм, не снижая точности.

Очередность участков при расчетах — непрерывная в грузовом и затем негрузовом направлениях движения, включая требуемые технологическим циклом остановки.

Основным параметром, задающим режим движения, является установившаяся скорость $v_{\text{у}}$ на участке. Она принимается максимально возможной в пре-

делах скоростных характеристик электромотоцикла или соответствующей режиму, который предусмотрен программой исследования. При этом учитываются требования безопасности движения в данных дорожных условиях. Задается также ориентировочное значение скорости начала торможения (конца выбега) $v_{н.т.}$

В ходе моделирования величины v_y и $v_{н.т.}$ могут корректироваться по условиям движения с учетом возможностей системы тягового электропривода.

На основании результатов сопоставления установленных скоростей на следующих друг за другом участках автоматически выбирается режим движения электромотоцикла и работы системы тягового электропривода: пуск, установившееся движение, выбег, торможение и их очередность.

В процессе моделирования происходит расчет рабочих параметров системы тягового электропривода и, в частности, ТЭД. Расчет перегрева $\tau(t)$ обмоток якорей тяговых электродвигателей выполняется по методу А. Б. Иоффе в той последовательности, в которой следуют режимы работы системы тягового электропривода с соответствующими им длительностями и токами нагрузки.

Расчетный алгоритм реализован в виде машинных программ для ЦВМ Минск-32 и представлен на рис. 2 блоками 1—614. Результирующие параметры и характеристики, получаемые при моделировании, выводятся на печать в виде таблиц и графиков, что позволяет сформировать данные для анализа функциональной взаимосвязи надежности тяговых электродвигателей с определяющими ее факторами.

С целью проверки точности указанного алгоритма были проведены эксплуатационные испытания большегрузного электромотоцикла — самосвала БелАЗ-549 с тяговыми электродвигателями ДК-717А в условиях двух карьеров, расположенных в зонах умеренного и холодного климата. При этом выполнено осциллографирование рабочих параметров системы тягового

электропривода и определены средние значения тока нагрузки $I_{ср.}$, напряжения $U_{ср.}$ и перегрева $\tau_{ср.}$ обмотки якоря ТЭД, время работы электромотоцикла за транспортный цикл и время работы ТЭД под нагрузкой в режимах тяги $t_{тяг.}$ и торможения $t_{тор.}$, а также средняя эксплуатационная скорость v_a .

Расчетное моделирование работы электромотоцикла БелАЗ-549 было осуществлено на ЦВМ для тех же условий, в которых проводился натурный эксперимент. Сопоставление параметров работы ТЭД, полученных экспериментально и с помощью алгоритма, дало следующие результаты: расхождения в значениях средней скорости электромотоцикла, тока нагрузки, напряжения, перегрева обмотки якоря не превышают 8%. Это свидетельствует о достаточной инженерной точности получаемых с помощью расчетного алгоритма данных.

Алгоритм был использован для расчета параметров работы ТЭД с целью определения численных значений факторов в условиях 13 предприятий различных отраслей горнодобывающей промышленности, на которых эксплуатируется более половины всех выпущенных электромотоциклов БелАЗ-549. Оценка средних значений интенсивностей отказов тяговых электродвигателей и их узлов в условиях этих же предприятий произведена по формулам (1) и (2). При этом была использована статистическая информация об отказах ТЭД за достаточно длительный период эксплуатации. Таким образом, были получены исходные данные, необходимые для определения математической зависимости между показателем надежности ТЭД и воздействующими факторами.

В результате расчетов по формуле (5) получены следующие значения коэффициентов парной корреляции: $r_{A_{от.т.} \dots} = 0,587$; $r_{A_{ш.к.и.ш.}} = 0,887$; $r_{A_{ш.к.} (v_{ш.ш.})} = 0,976$ для щеточно-коллекторного узла и $r_{A_{от.я} K_{\tau}} = 0,982$ для обмотки якоря. Так как значения этих коэффициен-

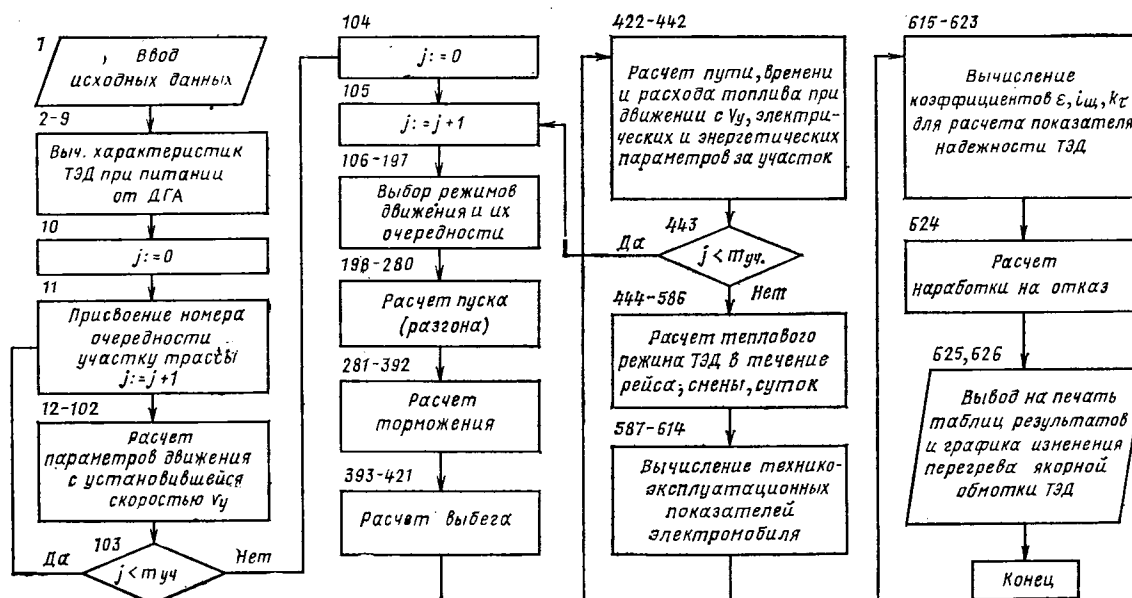


Рис. 2. Укрупненная блок-схема алгоритма математической модели для исследования надежности тяговых электродвигателей:

ТЭД — тяговый электродвигатель; ДГА — дизель-генераторный агрегат; $m_{уч}$ — количество участков на трассе движения в прямом и обратном направлении; j — номер участка; e — среднее межламельное напряжение; $i_{ш}$ — средняя плотность тока под щетками; K_{τ} — коэффициент перегрева якорной обмотки ТЭД

Влияние стальных труб на погрешность измерения сопротивления петли фаза-нуль

ТЕР-ОГАНЕСЯН И. М., канд. техн. наук
Ростов-на-Дону

Синтез схемы замещения массивного стального цилиндрического проводника (при условии постоянства магнитной проницаемости) и вопросы влияния такого проводника, находящегося в петле фаза — нуль, на характер погрешности измерения ее сопротивления рассмотрены в [1]. Воздействие же такой трубы на переходный процесс при однофазном коротком замыкании анализируется в [2].

В настоящей статье рассмотрена схема замещения системы стальных труб, внутри которых расположены провода электрической сети низкого напряжения, и рассматривается влияние этих труб в цепях зануления на погрешность измерения сопротивления петли «фаза — нуль» приборами, снабженными тиристорными замыкателями. При этом магнитная проницаемость считается неизменной.

Стальные трубы, несущие электропроводку, при однофазном коротком замыкании могут выполнять следующие функции: служить оболочкой коаксиального кабеля, когда ток однофазного короткого замыкания, текущий по линейному проводу, заложенному в данную трубу, возвращается по ней обратно к источнику (режим «труба — обратный провод»);

являться экраном, когда из-за нарушения непрерывности электрической цепи в стальных трубах (обрыв в стыковых соединениях), ток короткого замыкания возвращается не по данной трубе, а другими путями; например, по земле, металлическим конструкциям, трубам, несущим электропроводку к другим приемникам и др., (режим «труба — экран»).

Для определения схем замещения стальной трубы в указанных режимах воспользуемся соответствующими операторными проводимостями.

Распространение электромагнитной волны в стальной трубе с радиусами R_1 и R_2 и длиной l в обоих рассматриваемых случаях можно приближенно уподобить распространение волны в плоском листе шириной $2\pi R$, где $R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) \approx \sqrt{R_1 R_2}$

длиной l и толщиной $d = R_2 - R_1$, который представляет собой развернутую трубу (рис. 1). Приближение, когда цилиндрические волны заменяются плоскими, при $d \ll R$ должно привести к незначительному уменьшению сопротивления, связанному с более медленным затуханием плоских волн по сравнению с цилиндрическими на вступной поверхности [3].

Расположим координатные оси так, как это показано на рис. 1. Тогда вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$, связанный с током в жиле правилом правого винта, имеет только одну составляющую H_y ; вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ — только составляющую E_x , а вектор Умова — Пойнтинга $\vec{S}$ направлен вдоль оси z . Уравнения электромагнитного поля в этом случае:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \gamma E_x; \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (2)$$

где μ — магнитная проницаемость материала трубы; μ_0 — магнитная постоянная, Гн/м; γ — удельная проводимость, См/м.

тов по абсолютной величине значительно отличаются от нуля, то в искомые уравнения регрессии включены все рассмотренные факторы. Влияние неучтенных при анализе факторов количественно отражает свободный член уравнения регрессии.

Определение численных значений коэффициентов в уравнениях регрессии вида (7) — (10) было выполнено в соответствии с вышеизложенной методикой. В результате сопоставления полученных зависимостей интенсивности отказов щеточно-коллекторного узла и обмотки якоря ТЭД по критерию наименьшей среднеквадратической ошибки выбраны уравнения, которые с учетом перевода размерности интенсивности отказов из 1/км в 1/ч принимают следующий вид:

$$\Lambda_{щ.к} = 0,0011 \cdot 10^{-6} v_3 \frac{t_{п.н}}{t_{ц}} e^{0,113s - 0,019t_{щ} + 0,08s_{щ}}; \quad (29)$$

$$\Lambda_{о.я} = 0,062 \cdot 10^{-6} v_3 10^{3,772K_T}; \quad (30)$$

где v_3 — среднеэксплуатационная скорость движения электромотов за технологический цикл, км/ч.

Значения среднеквадратической ошибки зависимостей (29) и (30), рассчитанные по формуле (20):

$$\sigma_{\Lambda_{щ.к}} = 0,346; \quad \sigma_{\Lambda_{о.я}} = 0,261.$$

Оценка математического ожидания интенсивности отказов прочих узлов, произведенная по формуле (28), дала следующий результат:

$$M[\Lambda_{проч}] = 0,951 \cdot 10^{-6} v_3. \quad (31)$$

Общая многофакторная математическая зависимость интенсивности отказов ТЭД карьерного электромотовла получается подстановкой формул (29), (30) и (31) в исходное соотношение (3) и с учетом введения коэффициента k_y имеет следующий окончательный вид:

$$\Lambda_{дв} = v_3 k_y 10^{-6} \left[0,0011 \frac{t_{п.н}}{t_{ц}} e^{0,113s - 0,019t_{щ} + 0,08s_{щ}} + 0,062 \cdot 10^{3,772K_T} + 0,951 \right]. \quad (32)$$

Значения k_y были определены по статистическим данным эксплуатации для групп горнодобывающих предприятий черной и цветной металлургии, угольной и химической промышленности и соответственно составили: $k_{у.чер} = 0,837$; $k_{у.цв} = 0,919$; $k_{у.уг} = 1,166$; $k_{у.хим} = 1,137$.

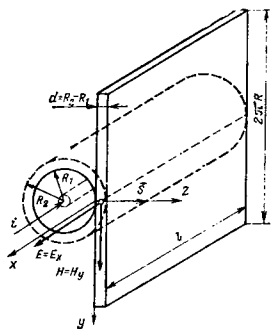
Введение формул (21) — (27) и зависимости (32) в рассмотренный выше алгоритм (см. рис. 2, блоки 615 — 624) позволило получить математическую модель для расчетного исследования надежности тяговых электродвигателей большегрузных электромотов БелАЗ-549 в условиях различных карьеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ефремов И. С., Прохоров А. П., Гуцко — Малков Б. П. Состояние и перспективы развития пассажирского и грузового электромотовного транспорта. — Электричество, 1975, № 1.
- Лукомский Я. И. Теория корреляции и ее применение к анализу производств. — М.: Госстатиздат, 1961.
- Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. — М.: Мир, 1971.

[05.05.82]

Рис. 1. Распространение электромагнитной волны.



Для решения уравнений (1) и (2) воспользуемся операторным методом. После перехода от составляющих H_y и E_x к их операторным изображениям $H(p)$ и $E(p)$ при нулевых начальных условиях

$$-\frac{dH(p)}{dz} = \gamma E(p); \quad (1a)$$

$$\frac{dE(p)}{dz} = -p\mu_0 H(p). \quad (2a)$$

Из выражений (1a) и (2a), исключая $E(p)$, получим уравнение

$$\frac{d^2 H(p)}{dz^2} = p\mu_0 \gamma H(p), \quad (3)$$

общее решение которого

$$H(p) = A_1 e^{m_1 z} + A_2 e^{m_2 z}, \quad (4)$$

где

$$m_1 = -m_2 = \sqrt{p\mu_0 \gamma} = m.$$

Постоянные A_1 и A_2 найдем из граничных условий. Для режима «труба — обратный провод» величина $H(p)$ на внутренней поверхности трубы (при $z=0$) равна отношению изображения тока $I(p)$ к внутреннему периметру трубы, а на внешней (при $z=d$) — нулю. В таком случае

$$A_1 = -\frac{I(p)}{2\pi R} \frac{e^{md}}{\operatorname{sh} md}; \quad A_2 = \frac{I(p)}{2\pi R} \frac{e^{md}}{\operatorname{sh} md},$$

$$H(p) = \frac{I(p)}{2\pi R} \frac{e^{md} e^{-mz} - e^{-md} e^{mz}}{\operatorname{sh} md}. \quad (4a)$$

Подстановка $H(p)$ из (4) в (1a) позволяет получить

$$E(p) = \frac{I(p)}{2\pi R} \frac{m}{\gamma} \frac{e^{md} e^{-mz} + e^{-md} e^{mz}}{\operatorname{sh} md}. \quad (5)$$

Операторную проводимость трубы найдем по закону Ома в операторной форме при нулевых начальных условиях:

$$Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{I(p)}{[E(p)]_{z=0} l}, \quad (6)$$

где $[E(p)]_{z=0}$ — значение $E(p)$ на внутренней поверхности трубы, которое получим из выражения (5), полагая в последнем $z=0$.

После подстановки в (6) величины $[E(p)]_{z=0}$ из (5) и преобразования для $Y(p)$ получим:

$$Y(p) = \frac{2\pi R \gamma}{ml} \frac{\operatorname{sh} md}{\operatorname{ch} md}. \quad (6a)$$

Для перехода в выражении (6a) от гиперболических функций к тригонометрическим положим $m = jm'$, где $m' = \sqrt{-p\mu_0 \gamma}$. Тогда

$$Y(p) = \frac{2\pi R \gamma d}{l} \frac{\sin d \sqrt{-p\mu_0 \gamma}}{d \sqrt{-p\mu_0 \gamma} \cos d \sqrt{-p\mu_0 \gamma}}. \quad (7)$$

Для синтеза цепи по выражению (7) используем разложение

$$\frac{\sin d \sqrt{-p\mu_0 \gamma}}{d \sqrt{-p\mu_0 \gamma} \cos d \sqrt{-p\mu_0 \gamma}} =$$

$$= \frac{2}{d^2 \mu_0 \gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p - p_n}, \quad (8)$$

где

$$p_n = -\frac{q_n^2}{\mu_0 \gamma d^2}, \quad (9)$$

а $q_n = \frac{\pi}{2} (2n-1)$ — положительные нули функции $\cos q$.

Подставляя разложение (8) в выражение (7), с учетом формулы (9) получим:

$$Y(p) = \frac{4\pi R}{d \mu_0 \gamma l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p + \frac{q_n^2}{d^2 \mu_0 \gamma}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{pL + r_n}, \quad (10)$$

где

$$L = \frac{\mu_0 d l}{4\pi R}; \quad r_n = \frac{q_n^2 l}{4\pi R d \gamma}. \quad (11)$$

Таким образом, схема замещения стальной трубы в режиме «труба — обратный провод» внешне полностью совпадает со схемой замещения стального цилиндрического проводника [1]. Однако у ветвей схемы замещения трубы индуктивность в R/d раз меньше, а активные сопротивления при одинаковых q_n и радиусах (внутренний радиус трубы и внешний — цилиндрического проводника) в R/d раз больше, чем соответствующие параметры ветвей схемы замещения цилиндрического стального проводника. Это обстоятельство позволяет ограничить расчетную схему замещения стальной трубы меньшим числом начальных ветвей.

В режиме «труба — экран» граничное условие для $H(p)$ на внутренней поверхности трубы остается прежним, а на внешней равно отношению $I(p)$ к внешнему периметру трубы. Тогда

$$H(p) = \frac{I(p)}{2\pi R_1 R_2 \operatorname{sh} md} [R_1 \operatorname{sh} m z + R_2 \operatorname{sh} m (d - z)]. \quad (4b)$$

Сопротивление, вносимое в электрическую цепь трубой — экраном, в операторной форме найдем по выражению [4]:

$$Z(p) = \frac{\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Phi}{dt} \right\}}{I(p)}, \quad (12)$$

где $\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Phi}{dt} \right\}$ — операторное изображение напряжения, компенсирующего э. д. с., наводимую в трубе переменным магнитным потоком от тока, проходящего в проводе.

При нулевых начальных условиях $\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Phi}{dt} \right\} = p\Phi(p)$;

проводимость в операторной форме

$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)} = \frac{I(p)}{p\Phi(p)}. \quad (12a)$$

Операторное изображение магнитного потока в трубе (сквозь поверхность $S = (R_2 - R_1)l = dl$) найдем интегрированием:

$$\Phi(p) = \mu_0 \int_S H(p) dS = \mu_0 \int_0^d H(p) l dz. \quad (13)$$

Подставляя в выражение (13) значение $H(p)$ из (4b), представим $\Phi(p)$ после интегрирования и преобразования (здесь учтем, что $R_1 + R_2 = 2R$, а $R_1 R_2 = R^2$) в следующем виде:

$$\Phi(p) = \frac{\mu_0 l I(p)}{\pi m R \operatorname{sh} md} [\operatorname{ch} md - 1].$$

После преобразований получим:

$$Y(p) = \frac{\pi \gamma R}{ml} \frac{\operatorname{sh} md}{\operatorname{ch} md - 1}. \quad (14)$$

Переходя к тригонометрическим функциям, но с аргументом

$\frac{1}{2} m'd$, представим $Y(p)$ в следующем виде:

$$Y(p) = -\frac{\pi d \gamma R}{l} \frac{\cos \frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma}}{\frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma} \sin \frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma}}. \quad (15)$$

Для синтеза цепи по выражению (15) используем разложение

$$\frac{\cos \frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma}}{\frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma} \sin \frac{1}{2} d \sqrt{p \mu_0 \gamma}} = -\frac{4}{\mu_0 \gamma d^2} \frac{1}{p} - \frac{8}{\mu_0 \gamma d^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p - p_n}, \quad (16)$$

где

$$p_n = -\frac{4q_n^2}{\mu_0 \gamma d^2}, \quad (17)$$

а $q_n = n\pi$ — положительные нули функции $\sin q$.

Подставляя (16) в (15), получим окончательное выражение для проводимости цепи, замещающей стальную трубу в режиме «труба — экран»:

$$Y(p) = \frac{1}{L_0 p} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{L p + r_n}, \quad (18)$$

где

$$L_0 = \frac{\mu_0 d l}{2\pi R}; \quad L = \frac{\mu_0 d l}{4\pi R}; \quad r_n = \frac{l q_n^2}{\pi R \gamma d}. \quad (19)$$

Из сопоставления (18) и (19) с выражениями (10) и (11) следует, что схема замещения стальной трубы в режиме «труба — экран» качественно отличается от схемы замещения трубы в режиме «труба — обратный провод», так как содержит нулевую ветвь, индуктивность в которой L_0 в два раза больше, чем индуктивность остальных ветвей сопоставляемых схем, а активное сопротивление в этой ветви отсутствует. Поэтому эквивалентное сопротивление, вносимое трубой — экраном на постоянном токе ($\omega=0$) обращается в нуль, что находится в полном соответствии с физическими представлениями, лежащими в основе рассматриваемого режима.

Отметим также, что активные сопротивления ветвей схемы замещения трубы в режиме «труба — экран» при прочих равных условиях превышают активные сопротивления соответствующих ветвей сопоставляемой схемы (11) в 4 раза. Однако q_n для последней схемы (9) ниже, чем q_n для схемы замещения «труба — экран» (17); поэтому превышение сопротивления будет еще большим.

Для выявления особенностей влияния стальных труб, имеющих в петле «фаза — нуль», на результат измерения ее сопротивления были проведены расчеты переходных процессов, возникающих при замыкании фазы на корпус приемника через токоограничивающее сопротивление $Z_n = ej25^\circ = (0,907 + j0,424)$ Ом при фазном напряжении $u_0 = U_{m0} \sin(\omega t + \psi_u) = 311 \sin(314t + 25^\circ)$ для наиболее тяжелых случаев, когда петля «фаза — нуль» содержит только стальную трубу, подверженную воздействию поверхностного эффекта. Параметры трубы: $l=100$ м; $R_1=0,01$ м; $d=R_2-R_1=3,25$ мм; $\mu=500$; $\gamma=10^7$ См/м.

Схемы для расчета переходных процессов представлены на рис. 2, а — для случая, когда труба находится в режиме «труба — обратный провод» и рис. 3, а в режиме «труба — экран».

Расчеты проводились при ограниченном числе начальных ветвей: 5 — для режима «труба — обратный провод» (рис. 2, а) и 4 (нулевая и три последующие) — для режима «труба — экран» (рис. 3, а). В остальных ветвях индуктивности исключались, а активное сопротивление заменялось эквивалентной ветвью подобно [1]. Сопротивления эквивалентных ветвей для схем на рис. 2, а и 3, а определялись соответственно по следующим выражениям:

$$r_{\text{эс}} = \frac{l q_{(s+1)}}{4 R d \gamma}; \quad r_{\text{эз}} = \frac{l q_{(s+1)}}{R d \gamma}.$$

При этом постоянные времени первых ветвей, индуктивности в которых уже исключались, т. е. $\tau_6 = L/r_6 = 0,222$ мс для схемы замещения в режиме «труба — обратный провод» и $\tau_4 = L/r_4 = 0,105$ мс — в режиме «труба — экран», оказались в несколько раз меньше постоянной времени десятой ветви ($\tau_{10} = L/r_{10} = 0,67$ мс) схемы замещения стального цилиндрического проводника [1], где возможность ограничения его схемы девятью начальными ветвями была доказана непосредственным расчетом.

Расчет переходного режима проводился по аналогии с [2]. По данным расчета определялись токи в ветвях с эквивалентными сопротивлениями $r_{\text{эс}}$ и $r_{\text{эз}}$ соответственно.

Дальнейший расчет по определению напряжения u_n на нагрузочном сопротивлении и составляющих этих напряжений u'_n и u''_n (в том числе расчет цепей, представленных на рис. 2, б и 3, б для синусоидального установившегося режима), а также погрешностей измерений сопротивления петли «фаза — нуль» приборами, снабженными одно- и двухполупериодными тиристорными замыкателями, проводился так же, как и в [1].

Указанные расчеты были затем повторены для труб других диаметров.

Кривые затухания свободных составляющих напряжения u''_n на нагрузочном сопротивлении представлены на рис. 4. На этом рисунке указаны свободные составляющие в тот момент t_m , когда установившаяся составляющая u'_n достигает максимума в первом нагрузочном полупериоде, т. е. $(u''_n)_{t_m}$ и когда u'_n достигает максимума во втором нагрузочном полупериоде $t_m + 10$, т. е. $(u''_n)_{t_m+10}$.

Кроме того, на рис. 4 приведены кривые затухания свободных составляющих на нагрузочном сопротивлении $(u''_n)^*$, подсчитанные для цепей рис. 2, б и 3, б, т. е. для схем замещения с последовательным соединением элементов R и L , в которых не отражено своеобразие влияния на переходный процесс стальных проводников, подверженных воздействию поверхностного эффекта.

Результаты расчета погрешностей даны в табл. 1. Здесь же приведены погрешности для случая стального цилиндрического проводника [1].

Таким образом, дополнительные погрешности, обусловленные переходным процессом при наличии в петле стальных труб, на-

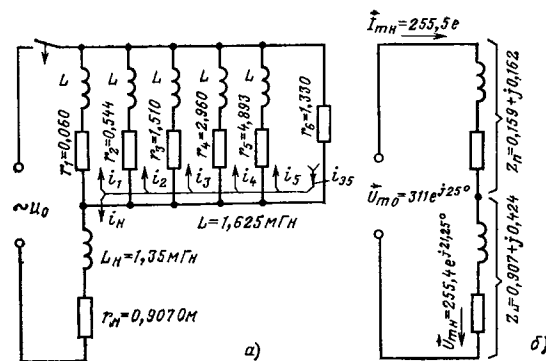


Рис. 2. Расчетные схемы для переходного (а) и установившегося синусоидального (б) процессов (режим «труба — обратный провод»).

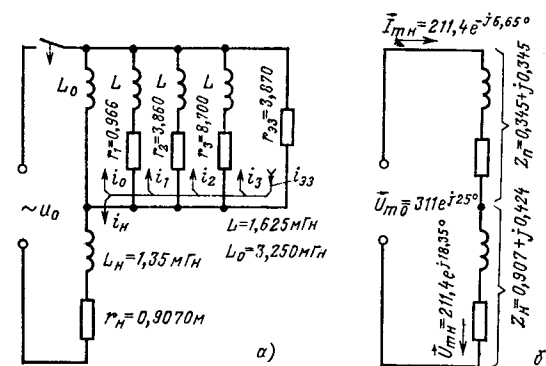


Рис. 3. Расчетные схемы для переходного (а) и установившегося синусоидального (б) процессов (режим «труба — экран»).

Таблица 1

Вид тиристорного замыкателя	Дополнительные погрешности, %						
	Стальной цилиндр проводник, $d=10$ мм	Режим «труба—обратный провод»			Режим «труба—экран»		
		тип трубы			тип трубы		
		3/4	1 1/4''	1 1/2''	3/4''	1 1/4''	1 1/2''
однополупериодный	−13,6	−15,1	−14,8	−14/2	−23,9	−17,8	−17,8
двухполупериодный	+3,65	+2,6	+2,5	+2,3	+9,1	+7,2	+6,7

Таблица 2

Вид тиристорного замыкателя	Дополнительная погрешность, %			
	Режим «труба—обратный провод»		Режим «труба—экран»	
	$R=10$ мм	$R=30$ мм	$R=10$ мм	$R=30$ мм
Однополупериодный	-5,77	-5,14	-22,2	-14,2
Двухполупериодный	~0	~0	+1,6	~0

стве подтверждения, на рис 5 приведена осциллограмма процесса при измерении z_n прибором, снабженным двухполупериодным замыкателем, у объекта, в петле которого содержались стальные проводники. Обработка этой осциллограммы позволила установить, что значение сопротивления петли, посчитанное по выражению

$$z_n = \frac{U_{m0} - U_{mn}}{I_m},$$

для первого нагрузочного полупериода ниже, чем для второго примерно на 15%, что согласуется с результатами анализа, проведенного с указанными выше допущениями. Если же при определении расхождения между замерами z_n замещать стальные проводники общепринятой схемой (последовательное соединение элементов R и L) с параметрами, определяемыми на основании эквивалентных схем для синусоидального установившегося режима, то расхождение должно быть по крайней мере на порядок меньше, чем полученное по осциллограмме.

2. Принципиальные различия в схеме замещения стальной трубы в двух рассмотренных выше режимах приводят к существенному отличию полных сопротивлений для установившихся синусоидальных токов. Так, эквивалентное сопротивление в режиме «труба—экран» (рис. 3,б) почти в два раза превышает сопротивление той же трубы в режиме «труба—обратный провод» (рис. 2,б). В качестве подтверждения на рис. 6 представлены графики зависимости полного сопротивления трубы от величины синусоидального установившегося тока для режимов «труба—экран» и «труба—обратный провод». Измерения проводились на компенсаторе переменного тока типа АИТ. Объектом измерения служила труба с параметрами $l=2,6$ м; $R_1=9$ мм; $R_2=12,5$ мм; $d=3,5$ мм, а результаты измерения были приведены к длине 100 м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Оганесян И. М. О характере погрешностей измерения сопротивления петли фаза—нуль, содержащей стальные проводники.— Промышленная энергетика, 1977, № 10.
2. Тер-Оганесян И. М. Влияние массивных стальных проводников, находящихся в петле фаза—нуль, на переходный процесс при однофазном коротком замыкании.— Промышленная энергетика, 1979, № 9.
3. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. Ч. III.— М.: Энергия, 1969, ч. III.
4. Михайлов В. М. Переходный процесс в электрической цепи с одновитковой катушкой из массивного провода, содержащей сердечник. «Электричество», 1974, № 10.

[31.07.81]

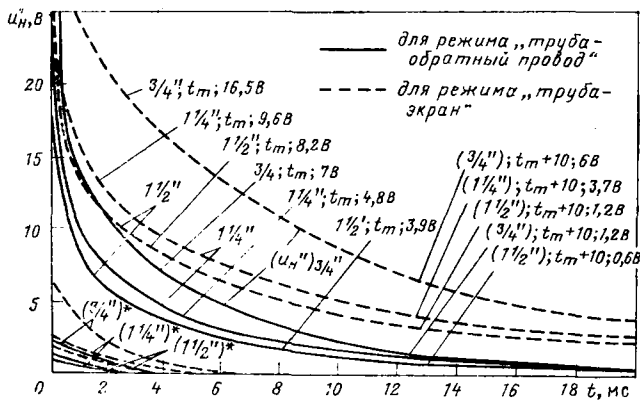


Рис. 4. Затухание свободных составляющих напряжения на нагрузочном сопротивлении.

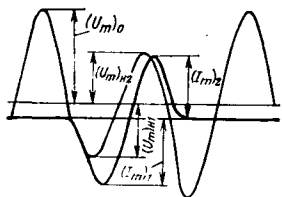
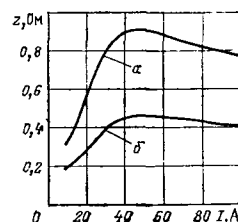
Рис. 5. Осциллограмма процесса при измерении z_n прибором, снабженным двухполупериодным замыкателем. Результаты обработки: $U_{m0}=300$ В; $U_{m1}=171$ В; $I_{m1}=179$ А; $U_{m2}=158$ В; $I_{m2}=167$ А.

Рис. 6. Зависимость полного сопротивления трубы от тока в режиме «труба—экран» (а) и в режиме «труба—обратный провод» (б).



ходящихся в режиме «труба—обратный провод», практически совпадают с погрешностями для случая стального цилиндрического проводника, а в случае режима «труба—экран» погрешности, хотя и имеют тот же характер, но количественно превышают погрешности для случая стального цилиндрического проводника.

Представляет интерес наряду с рассмотренными водогазопроводными трубами выяснить влияние тонкостенных стальных труб, которые используются для электропроводки на вновь строящихся и реконструируемых предприятиях. С этой целью проведены расчеты для стальных труб с параметрами: $R=10$ мм, $d=1,5$ мм и $R=30$ мм, $d=1,5$ мм.

Как следует из выражений (11) и (19) с уменьшением толщины трубы d индуктивности ветвей схем замещения уменьшаются, а их активные сопротивления увеличиваются. Поэтому переходный процесс при прочих равных условиях должен затухать быстрее.

Результаты расчета погрешностей для случая использования тонкостенных стальных труб приведены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что в случае однополупериодного замыкателя наличие тонкостенных труб обуславливает погрешности в режиме «труба—обратный провод» существенно меньше, чем при водогазопроводных трубах, а в режиме «труба—экран» погрешности практически совпадают. В случае же двухполупериодного замыкателя тонкостенные трубы практически дополнительные погрешности не создают.

Данные табл. 1 и 2 позволяют подтвердить вывод, сделанный в [1] о том, что предсказание должно быть отдано прибору, снабженному двухполупериодным замыкателем.

Выводы. 1. Цепь петли «фаза—нуль», включающую стальные трубы (проводники) в переходном режиме нельзя замещать цепью последовательного соединения элементов R и L с параметрами, определяемыми по эквивалентным схемам для синусоидального установившегося режима. Именно это положение определяет влияние стальных проводников (труб) на характер погрешностей измерения сопротивления петли «фаза—нуль». В каче-

Результаты измерения амплитуд токов молнии

РАКОВ В. А., инж., ДУЛЬЗОН А. А., канд. техн. наук

НИИ высоких напряжений при Томском политехническом институте

С точки зрения молниезащиты значительный интерес представляет исследование зависимости распределения амплитуд токов молнии от географической широты и высоты местности над уровнем моря. Для решения указанной задачи наиболее целесообразно использовать дистанционные методы [1], которые становятся практически незаменимыми при измерениях во вновь осваиваемых районах, где нет объектов, на которых можно было бы проводить прямые или косвенные измерения.

В течение грозового сезона 1980 г. на полевой станции в п. Киреевск Томской области нами проводились дистанционные измерения амплитуд токов молнии. Получены амплитуды токов первых компонентов 83 отрицательных разрядов в 6 грозах.

Диапазон изменения измеренных значений — от 0,9 до 113 кА.

Амплитуда I_m тока молнии (в килоамперах) определялась по выражению:

$$I_m = (27,0 - 26,5e^{-0,07D}) DE_m \times 10^{-2}, \quad (1)$$

где D — дальность до разряда, км; E_m — максимальное значение напряженности вертикальной составляющей электрического поля молнии в точке его приема, В/м.

Выражение (1) получено в [2] введением поправочного коэффициента, зависящего от D , в известную формулу Юмана [3] для определения тока молнии по результатам регистрации радиационной составляющей электрического поля молнии и дальности до разряда. Поправочный коэффициент учитывает погрешности определения E_m и D , отсутствие информации о параметрах молнии, влияющих кроме I_m на величину E_m , а также вклад в нее электростатической и индукционной составляющих поля.

Для определения поправочного коэффициента были проведены расчеты погрешности вычисления I_m по формуле Юмана относительно величины I_m , определенной на основе модели, которая на сегодняшний день наиболее полно отражает реальные процессы разряда. В этой «эталонной» модели [1, 2] форма импульса тока принята в виде разности двух экспонент, амплитуда импульса, линейно убывающая с высотой, учитывается время запаздывания тока по высоте канала, связанное со скоростью распространения главного разряда, которая также линейно убывает с высотой (экспоненциально во времени) либо постоянна. Разряд молнии для указанной модели рассматривается в виде прямой вертикальной линии, перпендикулярной плоскости с идеальной проводимостью, а электрическое поле представляется в виде суммы трех составляющих (электростатической, индукционной и радиационной). Методика расчета погрешности подробно изложена в [1] и [2].

Качественная оценка согласия моделей типа «эталонной» с экспериментальными данными проводилась в ряде работ Юманом и имеет в целом положительные результаты. Им же количественно оценивалось влияние допущений, закладываемых в модель, на результаты расчетов на ее основе [4]. Полученные оценки, а также анализ этих допущений дают основания полагать, что погрешность, связанная с расхождением между «эталонной» моделью и реальным разрядом, будет много меньше погрешностей, принятых во внимание при определении поправочного коэффициента, и условно считать «эталонную» модель адекватной действительности.

Проведенные расчеты дали возможность оценить границы результирующей погрешности определения I_m по формуле Юмана в зависимости от D и поправочного коэффициента к ней, позволяющий сделать эти границы симметричными. При использовании формулы Юмана с поправочным коэффициентом, т. е. выражения (1) точность оказывается не ниже точности других методов, пригодных для массовых измерений рассматриваемого параметра, в частности, широко используемого метода магнитозаписи [1, 2].

Смысл выражения (1) можно пояснить следующим образом. Измеренным значениям E_m и D соответствует величина I_m , о которой известно только то, что она находится в определенных пределах I_{m1} и I_{m2} . В соответствии с (1) в качестве I_m принимается среднее арифметическое этих двух величин.

Дальность до разряда определялась по измерениям интервала времени между вспышкой молнии и громом. Большинство разрядов происходило на удалении от 2 до 14 км.

Значение E_m измерялось с помощью запоминающего осциллографа С8—13. Измеренные значения находились в диапазоне

5,5—75 В/м. Для фиксации электрического поля молнии использовалась зонтичная антенна, действующая высота которой составляла 1,9 м и емкость — 60,5 пФ.

Полученное распределение амплитуд токов молнии приведено на рис. 1. Проверка этого распределения (ломаная линия) по критерию согласия Пирсона [5] позволяет считать, что оно удовлетворительно описывается логарифмически нормальным законом со средним значением логарифма амплитуды $m_1 = 1,205$ и средним квадратическим отклонением $\sigma_1 = 0,447$ (прямая 1).

На рис. 1 показано также распределение амплитуд токов первых компонентов отрицательных нисходящих молний по данным Бергера и др. [6], которое получено посредством прямых измерений и на сегодняшний день является наиболее достоверным. Это распределение удовлетворительно описывается логарифмически нормальным законом со средним значением логарифма амплитуды 1,475 и средним квадратическим отклонением 0,265 (прямая 2).

Сравнение 95%-ных доверительных интервалов для средних значений и средних квадратических отклонений [5] распределений 1 и 2 показывает, что они не перекрываются. Следовательно, между соответствующими параметрами этих распределений имеется значимая разница, т. е. рассматриваемые распределения относятся к разным генеральным совокупностям. Одной из причин этого может быть более высокий нижний предел измерения для распределения 2 (2 кА [6]) по сравнению с распределением 1. Однако, если исключить из рассмотрения токи менее 2 кА (четыре значения), распределение 1 практически не изменится.

Существенное расхождение распределений 1 и 2 может быть обусловлено различием методов измерения амплитуды тока молнии, использованных при определении этих распределений. Представляется целесообразным попытаться проверить это предположение.

Истинная амплитуда I_m^* тока молнии (измеряемая величина) может быть определена следующим очевидным соотношением:

$$I_m^* = I_m(1 - \delta), \quad (2)$$

где I_m — амплитуда тока молнии, измеренная дистанционным методом с использованием выражения (1) (результат измерения); δ — относительная погрешность измерения.

Логарифмируя (2), имеем:

$$\lg I_m^* = \lg I_m + \lg(1 - \delta). \quad (3)$$

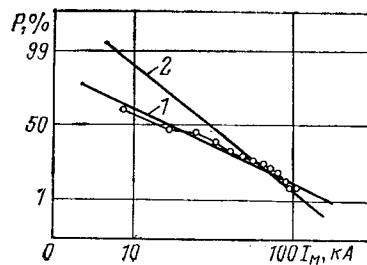
На основании литературных данных [6] и результатов проведенных экспериментов можно считать, что распределения $\lg I_m^*$ и $\lg I_m$ удовлетворительно описываются нормальным законом. Следовательно, и распределение $\lg(1 - \delta)$ близко к нормальному [5].

В [2] получены границы — δ_{np} и $-\delta_{np}$, внутри которых укладывается практически все распределение погрешности δ . Полагая, что выход δ за эти границы равновероятен, можно получить ориентировочную оценку среднего значения распределения $\lg(1 - \delta)$:

$$m_2 = \frac{\lg(1 + \delta_{np}) + \lg(1 - \delta_{np})}{2}. \quad (4)$$

Тогда в соответствии с правилом трех сигм [5] среднее квадратическое отклонение этого распределения можно оценить следующим образом:

$$\sigma_2 = \frac{\lg(1 + \delta_{np}) - \lg(1 - \delta_{np})}{6}. \quad (5)$$



Распределения амплитуд токов молнии:

1 — первые компоненты отрицательных молний по результатам дистанционных измерений в Томской области (83 измерения); 2 — первые компоненты отрицательных нисходящих молний по данным Бергера и др. [6] (101 измерение)

В частности, при $D \geq 25$ км $\delta_{\text{пр}} = 85\%$ [2]. При этом $m_2 = -0,278$ и $\sigma_2 = 0,182$.

Таким образом, в соответствии с (3) распределение логарифмов истинных амплитуд I^*_m токов молнии может быть описано нормальным законом со следующими параметрами [5]:

$$m = m_1 + m_2; \quad (6)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (7)$$

При $D \geq 25$ км $m = 0,927$ и $\sigma = 0,483$.

При $D < 25$ км $\delta_{\text{пр}} < 85\%$ [2]. Это приводит к уменьшению как абсолютного значения m_2 , так и σ_2 . Следовательно, при дальностях до разряда менее 25 км, измеренное распределение будет еще меньше отличаться от истинного. Таким образом, объединение данных, полученных при различных D , по-видимому, не приведет к различию измеренного и истинного распределений, превышающему это различие при $D \geq 25$ км, независимо от закона распределения D . Например, если основная масса данных получена при разрядах на удалении от 1 до 6 км, параметры измеренного и истинного законов будут отличаться менее, чем на 10%. При таких D получено около половины измеренных значений I_m . Кстати говоря, оценки параметров закона распределения $\lg(1-\delta)$ могут быть использованы для уменьшения погрешности измерения распределения амплитуд токов молнии.

Определив 95%-ные доверительные интервалы для m и σ при $D \geq 25$ км, приходим к выводу, что они также не перекрываются с соответствующими доверительными интервалами для второго распределения. Следовательно, существенное расхождение между первым и вторым распределениями не может быть объяснено различием использованных методов измерения. Наиболее вероятной причиной расхождения является географическое и

климатическое различие районов, в которых проводились измерения. Для окончательного выяснения этого вопроса необходимо дальнейшее накопление экспериментальных данных на территории Западной Сибири.

Выводы. 1. Приведено распределение амплитуд токов молнии, полученное на территории Западной Сибири. Это распределение, как и распределение, полученное Бергером в Швейцарии, удовлетворительно описывается логарифмическим нормальным законом, однако, существенно отличается от него по параметрам.

2. Отличие не может быть объяснено различием методов измерения и, по-видимому, является следствием географических и климатических различий районов, в которых эти распределения получены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дульзон А. А., Раков В. А. Оценка погрешностей измерения амплитуды тока молнии методом рамочной антенны. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1980, № 11, с. 101—104.
2. Дульзон А. А., Раков В. А. Дистанционное измерение амплитуды тока молнии. Рукопись деп. в Информэнерго, № Д/736, Томск, 1980. 26 с.
3. Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. — Л.: Гидрометеиздат, 1978.
4. Currents in Florida Lightning return strokes/ M. A. Uman, D. K. McLain, R. J. Fisher, E. P. Krider. — J. Geophys. Res., 1973, vol. 78, № 18.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969.
6. Berger K., Anderson R. B., Kröninger H. Parameters of lightning flashes. — Electra, 1975, № 41.

[27.10.81]

УДК 681.317.714.088

Статические и динамические методические погрешности измерительных преобразователей тока с сердечником из магнитодиэлектрика

БЕЛОХВАСТОВ В. А., МИХАЙЛОВ В. В.

Новочеркасск

В [1] показано, что в качестве материала сердечников измерительных преобразователей тока автономных электроэнергетических систем (АЭЭС) — в первую очередь судовых АЭЭС — целесообразно применять магнитодиэлектрики на основе карбонильного железа, например, марок $P=10$, $P=20$.

Основными параметрами измерительных преобразователей тока с сердечником из магнитодиэлектрика (ИПТМ) являются номинальные значения первичного тока $I_{\text{ном}}$, вторичного напряжения $U_{2\text{ном}}$, коэффициента преобразования $n_{\text{р.ном}} = I_{\text{ном}}/U_{2\text{ном}}$, частоты первичного тока и сопротивления нагрузки. Эти основные параметры характеризуют погрешности ИПТМ, которые согласно классификации, приведенной, например, в [2 и 3], можно определить следующим образом:

статическая погрешность;
динамическая погрешность;
систематическая погрешность — методическая, технологическая и эксплуатационная погрешности ИПТМ;
случайная погрешность;
основная погрешность;
дополнительная погрешность.

Методическая погрешность ИПТМ обусловлена нелинейностью, и гистерезисом кривой намагничивания магнитодиэлектрика, вихревыми токами в сердечнике и временным старением. Однако влиянием трех последних составляющих методической погрешности можно пренебречь в силу их практической незначимости [4 и 5]. Поэтому далее под методической погрешностью ИПТМ понимается погрешность от нелинейности кривой намагничивания магнитодиэлектрика, проявляющаяся в изменении коэффициента преобразования ИПТМ при изменении значения I_1 . Технологическая погрешность ИПТМ обусловлена погрешностями изготовления сердечника и обмотки ИПТМ. К дополнитель-

ной погрешности ИПТМ относятся погрешности от температуры, внешнего магнитного поля, частоты, влажности.

В статье приведены результаты расчета наиболее важных и трудоемких характеристик при определении статической и динамической методических погрешностей ИПТМ. Согласно [6] при оценке погрешностей ИПТМ принято, что идеальный ИПТМ является дифференциатором тока. В этом случае токовая погрешность ИПТМ в установившемся режиме, представляющая собой статическую методическую погрешность, определяется по формуле, %

$$f_{\text{р.уст}} = \left(\frac{I_{1c}}{I_1} - 1 \right) \cdot 100, \quad (1)$$

где $I_{1c} = n_{\text{р.ном}} U_2$.

К динамической методической погрешности ИПТМ относятся токовые погрешности в переходном режиме при изменении полного тока, %

$$f_{\text{р.п}} = \left(\sqrt{\frac{\int_{t-T}^t i_{1c}^2 dt}{\int_{t-T}^t i_1^2 dt}} - 1 \right) \cdot 100, \quad (2)$$

(где $i_{1c} = n_{\text{р.ном}} \omega_{\text{ном}} \int_0^t U_2 dt$; T — период установившегося тока) и

при измерении установившегося значения первичного тока, %

$$f_{p,y} = \left(\frac{1}{I_{уст}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t i_{ic}^2 dt} - 1 \right) \cdot 100, \quad (3)$$

мгновенный ток полной погрешности при измерении полного тока

$$i_{\Sigma} = n_{p,ном} \omega_{ном} \int_0^t U_2 dt - i_1, \quad (4)$$

средняя квадратичная полная погрешность при измерении полного тока, %

$$\epsilon_{p,II} = \sqrt{\frac{\int_{t-T}^t i_{\Sigma}^2 dt}{\int_{t-T}^t i_1^2 dt}} \cdot 100 \quad (5)$$

и при измерении установившегося значения тока

$$\epsilon_{p,y} = \frac{100}{I_{уст}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t i_{ey}^2 dt}, \quad (6)$$

$$\text{где } i_{ey} = n_{p,ном} \omega_{ном} \int_0^t U_2 dt - i_{уст},$$

Поскольку ИПТМ используется как для целей измерения, так и для релейной защиты, то представляет интерес работа ИПТМ в широком диапазоне кратностей первичного тока в установившемся и переходном режимах. Поэтому указанные выше составляющие погрешности ИПТМ на номинальные токи 500, 1250, 2000 и 4000 А были рассчитаны в диапазоне токов от 500 до 60000 А. В расчетах принято, что переходный ток к. з. в сети АЭС при отсутствии предшествующего тока нагрузки описывается следующим уравнением [7]:

$$i_1 = I_{1max} \sin(\omega t + \varphi) - I_{1max} \sin \varphi e^{-t/\tau}, \quad (7)$$

где I_{1max} — амплитуда установившегося тока к. з. ($i_{уст} = I_{1max} \sin(\omega t + \varphi)$); φ — начальная фаза к. з.; τ — постоянная времени аperiodического тока к. з.; $\omega = 100 \pi$.

Так как расчетным является режим к. з. с наибольшей аperiodической составляющей, то значение начальной фазы φ выбрано равным $\pi/2$. Для АЭС наиболее характерны переходные токи к. з. с постоянной времени $\tau = 0,01 \div 0,05$ с, поэтому в качестве расчетных задавались значения τ , равные 0,01, 0,02, 0,03, 0,04 с.

Для расчета погрешностей по формулам (1)–(6) необходимо определить значение напряжения на выходе ИПТМ — $U_2 = f[i_1(t)]$. Задача расчета U_2 является сложной и трудоемкой, так как для определения погрешностей (1)–(6) с высокой точностью необходимо, чтобы значение U_2 было рассчитано также с высокой точностью.

Анализ методов расчета U_2 , проведенный авторами [8 и 9] показал, что наиболее точно эта задача может быть решена при использовании метода вторичных источников [10]. Согласно методике расчета, основанной на этом методе [8], вначале для каждого из четырех типобаритов ИПТМ [1] рассчитывалось потокоцепление со вторичной обмоткой

$$\psi = \sum_{j=1}^{\omega_2} \left(\iint_{S_j} \vec{B}_j d\vec{S}_j \right), \quad (8)$$

(где ω_2 — количество вторичных витков; $\vec{B}_j$ — индукция в сечении S_j витка j) в зависимости от величины первичного тока.

Затем по формуле численного дифференцирования (трехточечная схема) определялось значение U_2 и по формулам (1)–(6) — составляющие погрешностей ИПТМ. При этом интегрирование проводилось с количеством точек 480 и шагов $h = 4,16666 \cdot 10^{-5}$ с, а дифференцирование — с шагом $h_1 = h/2$ и количеством точек 960. Для проверки точности вычисления интегралов с шагом h и дифференцирования с шагом h_1 были рассчитаны значения интегралов по формуле Симпсона с шагом $h/2$ и производные, вычисленные по трехточечной схеме с шагом $h_1/2$. В результате у вычисленных с шагами h и $h/2$ интегралов и с шагами h_1 и $h_1/2$ производных наблюдалось совпадение первых пяти значащих цифр, что свидетельствует о высокой точности интегрирования и дифференцирования.

На рис. 1 представлены зависимости действующих значений напряжения U_2 на выходе ИПТМ и токовые погрешности $i_{p,уст}$ в установившемся режиме в зависимости от амплитуды измеряемого тока I_{1max} . На рис. 2 приведены зависимости полной токовой погрешности по полному току и токовой погрешности при измерении установившегося тока в переходном режиме от амплитуды I_{1max} установившегося тока к. з. На рис. 3 показано изменение средней квадратичной погрешности по полному току $\epsilon_{p,II}$ и при изменении установившегося тока к. з. в зависимости от I_{1max} . Зависимости действующего значения напряжения ИПТМ и наибольшего мгновенного тока полной погрешности в переходном режиме от I_{1max} представлены на рис. 4. Приведенные на рис. 2–4 значения $f_{p,II}$, $f_{p,y}$, $\epsilon_{p,II}$, $\epsilon_{p,y}$, $i_{ep,max} U_2$, даны за первый период установившегося тока к. з. В табл. 1–4 приведены данные об изменении этих погрешностей и напряжения U_2 на выходе ИПТМ во времени (в течение шести периодов), здесь через $I_{уд}$ обозначено ударное значение тока к. з. В табл. 1 представлены данные для ИПТМ на номинальный ток 500 А, в табл. 2 — на 1250 А, в табл. 3 — на 2000 А, в табл. 4 — на 4000 А.

Для проверки правильности расчетов погрешностей ИПТМ на натурных стендах были проведены испытания опытных образцов ИПТМ в переходном и установившемся режимах. В установившемся режиме измерялось действующее значение напряжения на выходе ИПТМ в зависимости от значения измеряемого тока в диапазоне 0,5–20 кА. Значения измеряемого тока фиксировались по показаниям амперметра типа Э514 (класс 0,5), включенному через трансформатор тока типа ТПШФА (класс 0,5), а напряжение на выходе ИПТМ — по показаниям вольтметра типа В7-16 (класс 0,4). Расхождение данных эксперимента с результатами расчета, представленными на рис. 1, не превысило 5%. Изменение напряжения на выходе ИПТМ в переходном режиме фиксировалось на шлейфовом осциллографе. Сравнение данных эксперимента с расчетными значениями показало, что

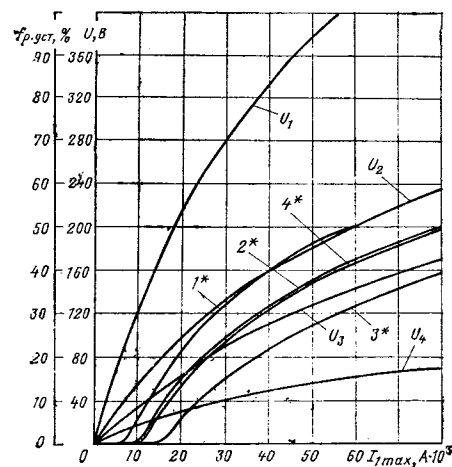


Рис. 1. Действующее значение напряжения на выходе ИПТМ и токовая погрешность ИПТМ в установившемся режиме в зависимости от амплитуды измеряемого тока:

U_1, U_2, U_3, U_4 и $1^* - 4^*$ соответственно напряжения и токовые погрешности для первого — четвертого типобаритов ИПТМ

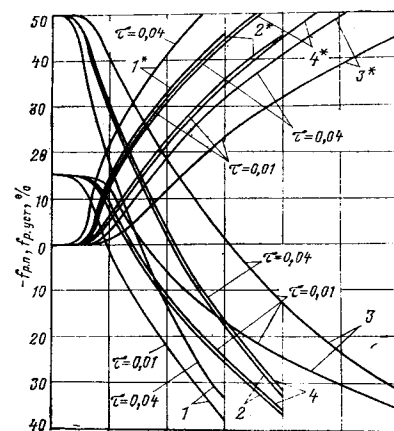


Рис. 2. Зависимость токовой погрешности в переходном режиме от амплитуды установившегося тока к. з. в первый период

$1^* - 4^*$ — полные токовые погрешности $f_{p,II}$ по полному току; $1 - 4$ — токовые погрешности $f_{p,y}$ при измерении установившегося тока для первого — четвертого типобаритов ИПТМ

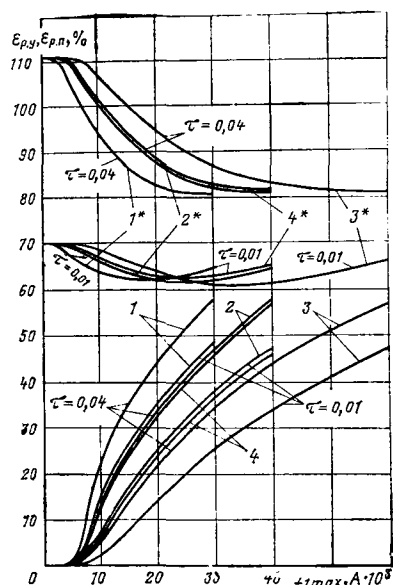


Рис. 3. Зависимость средней квадратичной погрешности в переходном режиме от амплитуды установившегося тока к. з. в первый период:

1*—4* — погрешности $\varepsilon_{p,y}$ при измерении установившегося тока; 1—4 — полная погрешность $\varepsilon_{p,p}$ по полному току соответственно первого — четвертого типагабаритов ИПТМ

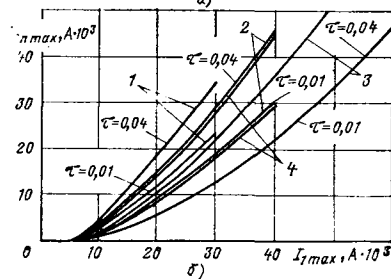
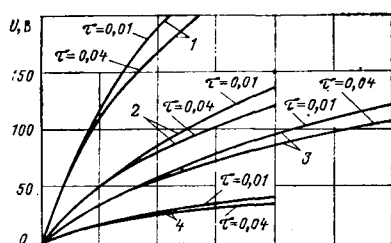


Рис. 4. Зависимости действующего значения напряжения ИПТМ (кривые на рис. 4,а) и наибольшего мгновенного тока полной погрешности (кривые на рис. 4,б) в переходном режиме от амплитуды установившегося тока к. з. в первый период:

1—4 — кривые соответственно для первого — четвертого типагабаритов ИПТМ

Таблица 1

Период	$\tau=0,04$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	53 422	44 192	38 603	35 216	33 162	31 918
U_2, B	210,65	259,6	274,9	280,2	282,8	283,5
$i_{en\max}, A$	34 358	25 855	20 782	17 802	16 024	15 007
$f_{p,p}, \%$	-55,7	-48	-42,48	-39,74	-38,63	-38,2
$f_{p,y}, \%$	-33,63	-37,36	-37,95	-38	-38	-38
$\varepsilon_{p,p}, \%$	58	59,9	45	41,72	40,23	39,65
$\varepsilon_{p,y}, \%$	81,25	58,22	47,15	42,37	40,47	39,75

Продолжение табл. 1

Период	$\tau=0,01$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	41 250	31 497	30 202	30 027	30 004	30 000
U_2, B	238,8	281,9	283,4	283,7	283,6	283,6
$i_{en\max}, A$	23 182	14 673	13 636	13 492	13 472	13 468
$f_{p,p}, \%$	-46,17	-37,9	-37,92	-37,95	-37,96	-37,96
$f_{p,y}, \%$	-37,87	-38,2	-38	-37,97	-37,96	-37,96
$\varepsilon_{p,p}, \%$	48,33	39,35	39,26	39,3	39,31	39,31
$\varepsilon_{p,y}, \%$	65,28	40	39,35	39,31	39,31	39,31

Таблица 2

Период	$\tau=0,04$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	71 229	58 923	51 470	46 955	44 217	42 557
U_2, B	119,26	146,33	155,16	158,25	159,47	159,73
$i_{en\max}, A$	45 058	33 764	27 025	23 106	20 814	19 493
$f_{p,p}, \%$	-54,58	-46,85	-41,28	-38,55	-37,44	-37,02
$f_{p,y}, \%$	-31,95	-35,93	-36,65	-36,77	-36,8	-36,8
$\varepsilon_{p,p}, \%$	56,86	49,67	43,8	40,48	39,03	38,45
$\varepsilon_{p,y}, \%$	81,23	57,7	46,28	41,3	39,33	38,58

Продолжение табл. 2

Период	$\tau=0,01$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	55 000	41 996	40 269	40 036	40 005	40 000
U_2, B	135,12	158,74	159,93	160	160	160
$i_{en\max}, A$	30 200	19 042	17 573	17 385	17 361	17 356
$f_{p,p}, \%$	-44,94	-36,69	-36,69	-36,73	-36,73	-36,73
$f_{p,y}, \%$	-36,46	-37,09	-36,78	-36,74	-36,73	-36,73
$\varepsilon_{p,p}, \%$	47,08	38,13	38	38,04	38,05	38,05
$\varepsilon_{p,y}, \%$	64,84	38,83	38,1	38,06	38,05	38,05

Таблица 3

Период	$\tau=0,04$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	115 747	95 749	83 639	76 302	71 853	69 156
U_2, B	110,98	137,17	145,7	148,8	149,67	149,88
$i_{en\max}, A$	76 162	57 661	46 639	40 023	36 159	33 824
$f_{p,p}, \%$	-57,31	-49,76	-44,25	-41,51	-40,39	-39,97
$f_{p,y}, \%$	-36,05	-39,44	-39,86	-39,82	-39,79	-39,76
$\varepsilon_{p,p}, \%$	59,6	52,65	46,85	43,52	42,04	41,45
$\varepsilon_{p,y}, \%$	81,3	59,03	48,49	43,97	42,19	41,52

Продолжение табл. 3

Период	$\tau=0,01$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	89 375	68 244	65 438	65 059	65 008	65 001
U_2, B	126,38	149,5	150	150,5	150,45	150,45
$i_{en\max}, A$	51 851	33 034	30 735	30 435	30 394	30 389
$f_{p,p}, \%$	-47,95	-39,66	-39,72	-39,76	-39,77	-39,77
$f_{p,y}, \%$	-39,93	-40,04	-39,81	-39,77	-39,77	-39,77
$\varepsilon_{p,p}, \%$	50,16	41,15	41,11	41,15	41,15	41,15
$\varepsilon_{p,y}, \%$	65,96	41,77	41,19	41,16	41,15	41,15

Таблица 4

Период	$\tau=0,04$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	71 229	58 922	51 470	46 954	44 217	42 557
U_2, B	36,07	44,12	46,78	47,66	48,07	48,3
$i_{en\max}, A$	44 736	33 460	26 746	22 836	20 594	19 266
$f_{p,p}, \%$	-54,1	-46,35	-40,78	-38,04	-36,95	-36,5
$f_{p,y}, \%$	-31,24	-35,33	-36,11	-36,26	-36,3	-36,3
$\varepsilon_{p,p}, \%$	56,38	49,16	43,29	39,97	38,53	37,95
$\varepsilon_{p,y}, \%$	81,23	57,49	45,92	40,85	38,85	38,08

Продолжение табл. 4

Период	$\tau=0,01$ с					
	1	2	3	4	5	6
$I_{уд}, A$	55 000	41 996	40 269	40 036	40 005	40 000
U_2, B	40,75	47,85	48,34	48,21	48,22	48,23
$i_{сп\ max}, A$	29 898	18 800	17 344	17 157	17 132	17 128
$f_{р.п}, \%$	-44,42	-36,19	-36,2	-36,23	-36,24	-36,24
$f_{р.у}, \%$	-35,87	-36,59	-36,28	-36,24	-36,24	-36,24
$\epsilon_{р.п}, \%$	46,56	37,61	37,5	37,55	37,55	37,55
$\epsilon_{р.у}, \%$	64,66	38,33	37,6	37,56	37,55	37,55

расхождение результатов, обусловленное погрешностью расчета и осциллографирования, не превышает 10%.

Как отмечено выше, к дополнительной погрешности ИПТМ отнесена погрешность от внешнего магнитного поля. В условиях высокой плотности монтажа (расстояние между токоведущими шинами одного присоединения в АЭС не превышает 20—30 мм, а между шинами соседних присоединений 100—150 мм) эта погрешность является одним из наиболее существенных параметров ИПТМ. Погрешность от влияния внешнего магнитного поля характеризуется коэффициентом помехозащищенности

$$k_n = U_{2ном} / U_{вх.п}, \quad (9)$$

где $U_{вх.п}$ — напряжение на выходе ИПТМ, наводимое магнитным полем помехи, создаваемым током i_n , протекающим по соседней шине.

Для расчета k_n была использована методика, изложенная в [11]. В результате расчета для тока помехи 10 кА, протекающего по шине, расположенной на расстоянии 150 мм от ИПТМ, были получены следующие значения k_n : первый типогабарит (номинальный измеряемый ток 500 А)—66±70, второй (1250)—64±61, третий (2000 А)—63±65, четвертый (4000 А)—60±61. Экспериментальные исследования подтвердили полученные теоретическим путем результаты. Расхождение с опытными данными не превышало 5%.

Вывод. Приведенные в статье рассчитанные данные позволяют с высокой точностью оценить основную погрешность ИПТМ как в установившемся, так и в переходном режимах. Показано изменение составляющих погрешностей ИПТМ в довольно широком диапазоне токов к. з. (от 0,5 до 60 кА), что крайне необходимо как для электроизмерительной техники, так и для устройств релейной защиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белохвостов В. А., Жуковский Ю. Г., Михайлов В. В. Применение магнитодиэлектриков в качестве сердечников измерительных преобразователей тока.— Электричество, 1982, № 1.
2. Электрические измерения/ Под ред. А. В. Фремке.— Л.: Энергия, 1973.
3. Магаршак Б. Г. Судовые электроизмерительные приборы.— Л.: Судостроение, 1976.
4. Толмасский И. С. Карбонильные ферромагнетики.— М.: Металлургия, 1976.
5. Волков В. Л., Сыркин В. Г., Толмасский И. С. Карбонильное железо.— М.: Металлургия, 1969.
6. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики.— М.: Энергия, 1978.
7. Моделирование и расчеты переходных режимов в цепях релейной защиты/ Под ред. А. Д. Дроздова.— М.: Энергия, 1974.
8. Белохвостов В. А., Кириевский Е. В., Михайлов В. В. К разработке системы автоматизированного проектирования измерительных преобразователей тока для релейной защиты.— Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы Технич. науки, 1978, № 3.
9. К расчету оптимальных по весу датчиков тока для релейных защит/ В. А. Белохвостов, Е. В. Кириевский, Ю. Г. Жуковский, В. В. Михайлов — В кн.: Элементы и технические средства управления и регулирования.— Изд. Новочеркасского политехнич. ин-та, 1977.
10. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электро-технике.— М.: Энергия, 1975.
11. Белохвостов В. А. Расчет помехозащищенности датчика тока с сердечником из магнитного диэлектрика, Изв. СКНЦВШ Технич. науки, 1981, № 2.

[15.08.80]

УДК 621.319.4:537.212.001.24

Исследование методом конформных отображений электрического поля конденсатора с неоднородным диэлектриком

ТИТОВ М. Н.

Проектно-конструкторское бюро электрогидравлики АН УССР

Исследование реального электрического поля секции высоковольтного импульсного конденсатора представляет собой весьма сложную задачу. С одной стороны, электрическое поле в конденсаторе является неравномерным и неоднородным в трех измерениях, а с другой — изменяющимся во времени. Получение точных аналитических решений для трехмерных полей в общем случае наталкивается на серьезные математические трудности, а приближенные численные решения связаны, как правило, с большим объемом вычислений, затрудняющим анализ поля. Однако с вполне достаточной точностью приближенные решения могут быть найдены путем сведения задачи к двумерной, т. е. без учета изменения поля в одном направлении [1].

Методы расчета плоских электрических полей достаточно полно изложены в [1—2]. Несмотря на то, что эти методы разработаны применительно к статическим полям, они могут быть с успехом использованы для исследования электрических полей, изменяющихся во времени. Критерий такой возможности сводится к требованию, чтобы частота не была очень высока [1]. Это требование нарушается лишь тогда, когда длина электромагнитной волны становится сравнимой с размерами областей, в которых существует исследуемое электрическое поле.

В секциях высоковольтных импульсных конденсаторов элек-

трическое поле заключено между обкладками (расстояние между обкладками порядка 10^{-4} м). Критическая частота электромагнитного поля может быть определена по формуле [3] и составляет $1,5 \cdot 10^{12}$ Гц. Максимальная частота колебаний напряжения на обкладках силовоточного импульсного конденсатора при его разряде обычно не превышает 10^6 Гц. Поэтому с высокой степенью точности расчет квазистационарного электрического поля секции высоковольтного импульсного конденсатора может быть выполнен методами [1—2] расчета электростатических полей.

Исследованию электрического поля конденсатора (рис. 1) с неоднородным диэлектриком посвящен ряд работ [4—6]. Расчетные модели, которые исследовались при этом (см. рис. 2, а—в) имеют больше теоретическое, чем практическое значение. Этот вывод следует из экспериментально установленного факта [7] о первоначальном возникновении частичных разрядов в масляной прослойке, расположенной у катода. Расчетные модели работ [5—6] вообще не учитывают этого обстоятельства, а расчетная модель работы [4] исследована приближенным методом, требующим своего уточнения.

Задача данной статьи — исследование методом конформных отображений электрического поля (рис. 1) в жидкой прослойке у края плоского конденсатора с неоднородным бумажно-плечоч-

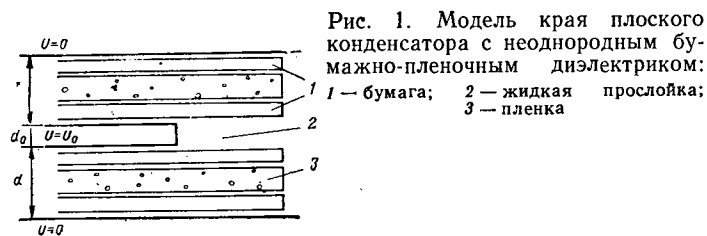


Рис. 1. Модель края плоского конденсатора с неоднородным бумажно-пленочным диэлектриком: 1 — бумага; 2 — жидкая прослойка; 3 — пленка

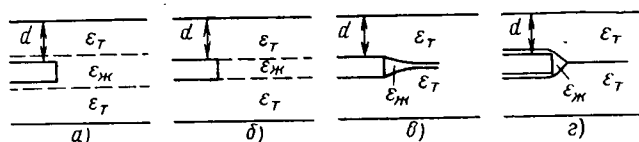


Рис. 2. Расчетные модели края плоского конденсатора с неоднородным диэлектриком

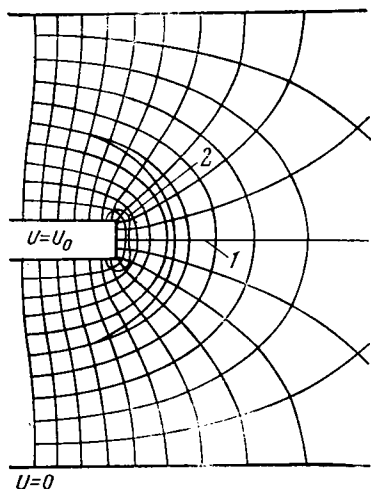


Рис. 3. Электрическое поле на краю плоского конденсатора с учетом конечной толщины обкладок для значения параметра $n=0,2$ (диэлектрик однородный). 1 и 2 — эквиградиентные линии, для которых коэффициент неравномерности поля $k_{нр}$ равен соответственно 1 и 2

ным диэлектриком. Для случая однородного диэлектрика напряженность электрического поля на расстоянии r от острого края обкладки может быть вычислена по уточненной формуле [8]

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_w}{E_0} &= \sqrt[3]{\frac{d}{\pi r a k_r}}; \\ a &= \sqrt{1 - \left[1 / \left(1 + \frac{n}{2}\right)^2\right]}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $k_r=1,5$ — поправочный коэффициент, определенный в результате расчетов по точным (в пределах принятых в [4] допущений) уравнениям поля.

Картина поля, построенная в [8] для случая однородного диэлектрика по точным уравнениям поля для значения параметра $n=0,2$ приведена на рис. 3.

Для учета неоднородности диэлектрика при вычислении напряженности поля в жидкой прослойке у острого края обкладки представляет практический и теоретический интерес расчетная модель, представленная на рис. 1 и учитывающая явление запрессовки секций. Вследствие механических сил сжатия, действующих на секцию при ее запрессовке, граница твердого диэлектрика (слои бумаги и пленки) займет у края обкладки положение, показанное на рис. 2, г. Расчетная схема конформных отображений для данного случая приведена на рис. 4. При отображении на плоскость t граница 1 раздела двух сред в плоскости w будет определяться положением линии 1', практически совпадающей с эквипотенциальной линией 2' (ее отображение в плоскости w — линия 2). Развивая идею [6] об использовании обращенной расчетной модели для получения точных и приближенных аналитических решений, заменим границу раздела двух

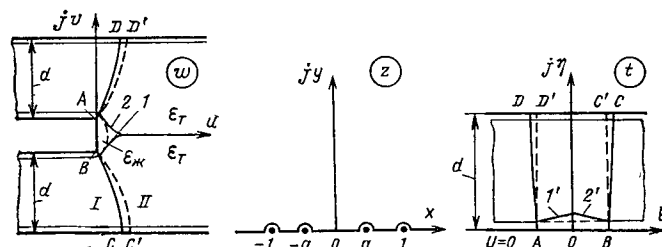


Рис. 4. Расчетная схема конформных отображений для исследования электрического поля плоского конденсатора с неоднородным диэлектриком

сред (твердого и жидкого диэлектрика), описываемую линией 1, на границу, описываемую линией 2. В результате такого допущения удастся свести сложную задачу в плоскости w к более простой — в плоскости t , для которой уже известно решение для расчета напряженности поля в каждом слое диэлектрика [9]. Для прослойки жидкого диэлектрика, согласно [9], можно записать

$$\frac{E_t}{E_0} = \left(\frac{d_{ж}}{d} + \frac{\epsilon_{ж}}{\epsilon_6} \frac{d_6}{d} + \frac{\epsilon_{ж}}{\epsilon_{п}} \frac{d_{п}}{d} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где d_6 , $d_{п}$, $d_{ж}$ — суммарные толщины слоев конденсаторной бумаги, полимерной пленки и прослоек жидкого диэлектрика; ϵ_6 , $\epsilon_{п}$, $\epsilon_{ж}$ — относительные диэлектрические проницаемости слоев пропитанной бумаги, пленки и жидкого диэлектрика.

Зная решение (2) для расчета напряженности электрического поля в плоскости t , с помощью конформных преобразований можно определить напряженность электрического поля у острого края обкладки в плоскости w . В соответствии с принципом конформных преобразований, изложенном в [1, 2], для расчетной модели на рис. 4 можно записать

$$\frac{E_w}{E_0} = \frac{E_w}{E_z} \frac{E_z}{E_t} \frac{E_t}{E_0} = \frac{E_w}{E_t} \frac{E_t}{E_0} \quad (3)$$

или

$$k_{нр0} = k_{нр} k_{н0}, \quad (4)$$

где $k_{нр0} = E_w/E_0$ — коэффициент неравномерности неоднородного поля; $k_{нр} = E_w/E_t$ — коэффициент неравномерности поля (диэлектрик однородный $E_t = E_0$); $k_{н0} = E_t/E_0$ — коэффициент неоднородности поля (краевой эффект отсутствует).

С учетом (1)–(4) зависимость для определения напряженности электрического поля в масляной прослойке с острого края обкладки имеет вид

$$\frac{E_w}{E_0} = \sqrt[3]{\frac{d}{\pi r a k_r}} k_{н0}, \quad (5)$$

где $k_{н0}$ — определяется в данном частном случае выражением (2).

Анализ (5) показывает, что в случае однородного диэлектрика оно вырождается в уравнение (1), а в случае отсутствия «краевого эффекта» — в уравнение (2). Несмотря на различие расчетных моделей, представляет интерес сравнить результаты вычисления напряженности электрического поля в жидкой прослойке у края обкладки конденсатора по формулам [4, 5] и по формуле (5), полученной в данной статье. Сравнительный анализ результатов [6] с результатами [4, 5] затруднен из-за отсутствия в [6] расчетных данных о распределении напряженности электрического поля в достаточно малой окрестности острых краев обкладок.

В таблице приведены соответствующие расчетным моделям формулы для расчета напряженности электрического поля у края обкладки плоского конденсатора с неоднородным диэлектриком и результаты сравнительного анализа (данные расчетов по формулам [4] и [5] взяты из работы [5]).

При расчете по формуле (5) коэффициент запрессовки секции был принят равным 0,95 ($d_{ж}=0,05d$). Из таблицы следует вывод о том, что приближенный метод учета неоднородности диэлектрика, предложенный в [4], приводит к значительным погрешностям при $\epsilon_{ж}/\epsilon_t$ менее 0,6 и более 1,0. Кроме того, вызывает сомнение 5%-ная погрешность расчетов по формуле [5], так как при $(\epsilon_{ж}/\epsilon_t)=1$ оно вырождается в приближенное уравнение [4], вычисление по которому дает 15%-ное завышение значения напряженности поля по сравнению с результатами расчетов по точным [8] (в пределах принятых в [4] допущений) уравнениям поля.

Расчетная модель	Расчетная зависимость	Источник	E_w/E_{r0} при $\epsilon_{ж}/\epsilon_{т}$							
			0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,86	4,0	9,0
Рис. 2,а	$\frac{E_w}{E_0} \approx \sqrt[3]{\frac{d'}{\pi ga}}; \quad d' = d \frac{\epsilon_{ж}}{\epsilon_{т}}$	[4]	2,52	1,665	1,325	1,13	1,0	0,72	0,484	0,318
Рис. 2,б	$\frac{E_w}{E_0} \approx \sqrt[3]{\frac{d}{\pi ga}} (1 + 2,12 \lambda ^{1,26} \sqrt{n} t);$ $\lambda = \frac{\epsilon_{ж} - \epsilon_{т}}{\epsilon_{ж} + \epsilon_{т}}$	[5]	2,11	1,66	1,307	1,13	1,0	0,64	0,369	0,208
Рис. 2,г	$\frac{E_w}{E_0} \approx \sqrt{\frac{d}{\pi r a k_{т}}} \left(\frac{d_{ж}}{d} + \frac{\epsilon_{ж}}{\epsilon_{б}} \frac{d_{б}}{d} + \frac{\epsilon_{ж}}{\epsilon_{п}} \frac{d_{п}}{d} \right)^{-1}$	(5)	3,8	2,18	1,49	1,13	1,0	0,41	0,237	0,106

Примечание: E_{r0}^* — напряженность электрического поля в точке $r = 0,00255d$ для $\epsilon_{ж} = \epsilon_{т}$ и $n = 0,4$ [5].

Как следует из расчетной схемы на рис. 4, погрешность расчета напряженности электрического поля в жидкой прослойке у острого края обкладки предложенным методом по уравнению (5) определяется в основном точностью определения напряженности электрического поля в жидкой прослойке в плоскости t . Так как напряжение U_0 , приложенное к обкладкам конденсатора в плоскости w и t , одинаковое, погрешность расчетов E_t определяется точностью вычисления $E_0 = U_0/d$, т. е. заменой реальной силовой линии BC на линию BC' . В связи с тем, что точка B , в которой определяется напряженность электрического поля, удалена от области наибольшего искажения поля и в ней граница раздела сред практически совпадает с эквипотенциальной линией, погрешность расчетов по предложенной формуле не должна превышать 10%.

Для определения более точных значений напряженности поля в плоскости w необходимо проведение точных расчетов напряженности поля в плоскости t численными методами для реальной границы раздела сред. Однако и в этом случае предложенный метод расчета дает существенные преимущества, так как сходимость численных расчетов в плоскости t будет более высокой по сравнению с аналогичными расчетами в плоскости w .

Выводы. 1. В основу предложенного метода расчета напряженности электрического поля у края обкладки конденсатора с неоднородным диэлектриком положены конформные преобразования областей со сложными конфигурациями границ на области с простыми конфигурациями границ, для которых уже известно аналитическое решение задачи расчета напряженности электрического поля в заданной области или оно может быть получено без особых трудностей.

2. Предложенным методом найдена зависимость для расчета напряженности электрического поля в жидкой прослойке у острого края обкладки конденсатора с неоднородным бумажно-плёночным диэлектриком. Погрешность расчетов на найденной зависимости не превышает 10%.

3. Результаты, полученные в данной статье, могут быть использованы для выбора конструкции изоляции секций высоковольтных импульсных конденсаторов с повышенными энергоемкостью, сроком службы и надежностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей.— М.: Энергия, 1970.—336 с.
2. Методы расчета электростатических полей/ Н. Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев.— М.: Высшая школа, 1963.—416 с.
3. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля.— М.: Высшая школа, 1964.—384 с.
4. Fox H., Plessner K. W., Hall M. M. J. Theory of discharges the foil edge in capacitors.— Proc. IEE, 1968, vol. 115, № 7.
5. Конотоп В. В., Пенцов В. М., Рудаков В. В. Краевой эффект в конструкции конденсаторного типа с неоднородным диэлектриком.— ЭП. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1978, вып. 6, с. 11—12.
6. Набока Б. Г. Электрическое поле на краю обкладки конденсатора при нелинейной конфигурации границы раздела сред. Электричество, 1978, № 2, с. 72—74.
7. Кучинский Г. С. Теория развития частичных разрядов в масляных прослойках бумажно-масляной изоляции. Изв. вузов СССР. Энергетика, 1965, № 7, с. 26—32.
8. Титов М. Н., Прудкой Н. А. Электрическое поле на краю секции импульсного конденсатора с учетом конечной толщины обкладок.— В кн.: Физические основы электрогидравлической обработки материалов.— Киев. Наук. думка, 1978, с. 141—147.
9. Кучинский Г. С. Высоковольтные импульсные конденсаторы Л.: Энергия, 1973.—176 с.

[26.06.81]



Оценка крутизны частотных характеристик энергосистем

БАТЮК И. И., БОГДАНОВ В. А., ДОРОХИН А. П.,
ОРНОВ В. Г., РАБИНОВИЧ М. А.

Москва

Для оперативного управления и планирования установившихся режимов, настройки систем противоаварийной автоматики и систем автоматического регулирования частоты и перетоков активной мощности необходимо оперативно оценивать значения коэффициентов крутизны частотных статических характеристик энергосистем (ЭС) и объединенных энергосистем (ОЭС).

Определение этих параметров в настоящее время осуществляется на основе обработки результатов специальных испытаний. В силу эпизодического характера испытаний, сложности их организации и проведения, а также трудоемкости обработки получаемых данных возможна лишь приближенная оценка коэффициентов крутизны частотных характеристик на момент испытаний. Динамика их изменения во времени остается неизвестной.

Во всех диспетчерских управлениях ОЭС и крупных ЭС телеизмерения (ТИ) частоты и перетоков активной мощности по межсистемным линиям вводятся и обрабатываются в ЦВМ комплекса технических средств автоматизированной системы диспетчерского управления (АСДУ). Благодаря этому появляется возможность оперативного определения на ЦВМ АСДУ коэффициентов крутизны частотных характеристик по данным имеющихся ТИ частоты и суммарных перетоков активной мощности между ЭС и ОЭС.

В данной статье рассматриваются методы решения этой задачи, испытания которых проводятся в ЦДУ ЕЭС СССР.

Исходные положения. Для получения оценок коэффициентов крутизны статических характеристик ЭС и ОЭС по частоте можно применить простейшую модель, состоящую из двух ЭС, соединенных межсистемной связью. При этом одна из энергосистем модели — ЭС1 соответствует исследуемой ЭС или ОЭС, а другая — ЭС2, представляет всю остальную часть ЕЭС СССР. В качестве межсистемной связи модели рассматривается совокупность всех межсистемных линий, соединяющих рассматриваемую ЭС (ОЭС) с остальной частью ЕЭС СССР.

Если в рассматриваемом объединении отсутствует или выведена из работы система автоматического регулирования частоты и ограничения перетоков активной мощности (САРЧМ), то в установившемся режиме отклонения небалансов мощности рассматриваемой модели связаны с отклонениями частоты и перетоков мощности соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1 &= K_1 \Delta f + \Delta P_{12}; \\ \Delta P_2 &= K_2 \Delta f - \Delta P_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ΔP_1 — отклонение небаланса мощности ЭС1, вызывающее отклонение частоты Δf ; ΔP_2 — то же для ЭС2; K_1 и K_2 — коэффициенты крутизны статической частотной характеристики ЭС1 и ЭС2; ΔP_{12} — отклонение суммарного межсистемного перетока. Складывая уравнения, входящие в (1), получим

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_1 + \Delta P_2 = (K_1 + K_2) \Delta f = K_{\Sigma} \Delta f. \quad (2)$$

Вычтем уравнения, входящие в (1), предварительно умножив первое из них на K_2 , а второе на K_1 :

$$(K_1 + K_2) \Delta P_{12} = K_2 \Delta P_{12} = K_2 \Delta P_1 - K_1 \Delta P_2. \quad (3)$$

Метод I. По результатам испытаний и из опыта эксплуатации известно, что коэффициенты крутизны всегда положительны. Поэтому из (2) следует, что знак отклонения частоты всегда совпадает со знаком суммарного небаланса мощности.

Из (3) видно, что при $\Delta P_{12} > 0$ должно выполняться условие

$$\Delta P_1 > K_1 K^{-1}_2 \Delta P_2. \quad (4)$$

Если $\Delta P_{12} < 0$, то

$$\Delta P_1 < K_1 K^{-1}_2 \Delta P_2. \quad (5)$$

Как это видно из (2) и (3), отношение отклонения суммарного межсистемного перетока рассматриваемой модели к отклонению частоты

$$\Delta P_{12} \Delta f^{-1} = (K_2 \Delta P_1 - K_1 \Delta P_2) (\Delta P_1 + \Delta P_2)^{-1}. \quad (6)$$

Рассмотрим случай, когда $\Delta P_{12} > 0$ и $\Delta f > 0$. Тогда из (4) и (6) следует, что возможные значения ΔP_1 должны лежать в диапазоне

$$\Delta P_{1\max} > \Delta P_1 > 0,$$

а диапазон возможных значений ΔP_2 составляет

$$\Delta P_{2\max} > \Delta P_2 > \Delta P_{2\min},$$

где $\Delta P_{2\max} > 0$, а $\Delta P_{2\min} < 0$.

При этом должны выполняться условия:

$$\Delta P_1 > K_1 K^{-1}_2 \Delta P_{2\max};$$

$$\Delta P_1 > |\Delta P_{2\min}|.$$

Индексы max и min соответствуют максимально и минимально возможным значениям ΔP_1 и ΔP_2 .

Для каждого фиксированного значения $\Delta f = \Delta f_0 = \text{const}$ в соответствии с (1) справедливо

$$\Delta f M_{\Delta f_0} [K_2] = M [\Delta P_2] + M [\Delta P_{12}], \quad (7)$$

где M — математическое ожидание.

Если предположить, что при всяком фиксированном значении $|\Delta f| = |\Delta f_0|$ одинаковые по модулю отклонения небаланса мощности ЭС2 положительного и отрицательного знака вероятны, то

$$M_{\Delta f_0} [K_2] = M_{\Delta f_0} [\Delta P_{12}] \Delta f_0^{-1}. \quad (8)$$

Нетрудно показать, что (8) справедливо также для случая, когда $\Delta P_{12} < 0$ и $\Delta f < 0$. При этом должны выполняться условия:

$$0 > \Delta P_1 > \Delta P_{1\min}; |\Delta P_1| > |K_1 K^{-1}_2 \Delta P_{2\min}|;$$

$$\Delta P_{2\max} > \Delta P_2 > \Delta P_{2\min}; |\Delta P_1| > \Delta P_{2\max},$$

где $\Delta P_{2\max} > 0$, а $\Delta P_{2\min} < 0$.

Аналогичное рассмотрение случаев, когда $\Delta P_{12} < 0$, а $\Delta f > 0$ и $\Delta P_{12} > 0$, а $\Delta f < 0$, показывает, что при этом

$$M_{\Delta f_0} [K_1] = -M_{\Delta f_0} [\Delta P_{12}] \Delta f_0^{-1}. \quad (9)$$

Таким образом, по (8) и (9) для каждого фиксированного значения отклонения частоты могут быть определены текущие значения коэффициентов крутизны частотных характеристик ЭС и ОЭС.

Метод II. В [1] описан метод определения коэффициентов крутизны статических характеристик, основанный на предположении о пропорциональности дисперсий небалансов мощности ЭС1 и ЭС2 их суммарному потреблению:

$$D_1 D_2^{-1} = P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1},$$

где D_1 и D_2 — дисперсии небалансов мощности ЭС1 и ЭС2; $P_{\Sigma 1}$ и $P_{\Sigma 2}$ — суммарное потребление активной мощности ЭС1 и ЭС2.

В этом случае выражения для получения оценок коэффициентов крутизны имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= D_f^{-1} [(D_f D_p - R_{fp}^2) P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1}]^{0.5} + R_{fp} D_f^{-1}; \\ K_2 &= D_f^{-1} [(D_f D_p - R_{fp}^2) P_{\Sigma 2} P_{\Sigma 1}^{-1}]^{0.5} - R_{fp} D_f^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где D_f и D_p — дисперсии отклонений частоты и суммарного межсистемного перетока; R_{fp} — взаимный корреляционный момент отклонений частоты и суммарного межсистемного перетока.

Вычисления по (10) достаточно трудоемки, что делает практически невозможным их реализацию на управляющих ЦВМ.

Выражения (10) существенно упрощаются, если предположить, что входящие в рассматриваемую модель ЭС1 и ЭС2 подобны, т. е. для них справедливы соотношения:

$$D_1 D_2^{-1} = P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1} = K_1 K_2^{-1}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) получим

$$\left. \begin{aligned} K_1 K_2 D_f + (K_2 - K_1) R_{fp} - D_p &= 0; \\ (K_1 - K_2) D_p - K_1 K_2 (K_1 - K_2) D_f - 4 K_1 K_2 R_{fp} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Первое уравнение в системе (12) получено путем перемножения и усреднения уравнений (1) в предположении некоррелированности небалансов мощности ЭС1 и ЭС2.

Возведя в квадрат и усредняя каждое из уравнений (1) при условии (11), имеем:

$$K_1 K_2^{-1} = D_1 D_2^{-1} = (K_2^2 D_f - 2 K_1 R_{fp} + D_p) (K_2^2 D_f - 2 K_2 R_{fp} + D_p)^{-1}.$$

Второе уравнение системы (12) получено из последнего выражения при $D_1 \neq 0$ и $D_2 \neq 0$.

Умножая первое из уравнений (12) на разность $K_1 - K_2$ и суммируя со вторым, получим, что для подобных ЭС

$$(K_1 + K_2)^2 R_{fp} = 0. \quad (13)$$

Поскольку $(K_1 + K_2)^2 \neq 0$, то из (13) следует, что $R_{fp} = 0$. В этом случае (10) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= (D_p D_f^{-1} P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1})^{0,5}; \\ K_2 &= (D_p D_f^{-1} P_{\Sigma 2} P_{\Sigma 1}^{-1})^{0,5}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Если предположить, что случайные колебания небалансов мощности ΔP_1 и ΔP_2 имеют нормальное распределение, то

$$(D_p D_f^{-1})^{0,5} = |\Delta P_{12}| |\Delta f|^{-1},$$

где $|\Delta P_{12}|$ и $|\Delta f|$ — средние значения модуля случайных колебаний перетока мощности и частоты соответственно. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= (P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1})^{0,5} |\Delta P_{12}| |\Delta f|^{-1}; \\ K_2 &= (P_{\Sigma 2} P_{\Sigma 1}^{-1})^{0,5} |\Delta P_{12}| |\Delta f|^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

При этом в темпе процесса необходимо вычислить только $|\Delta P_{12}|$ и $|\Delta f|$. Значения $(P_{\Sigma 1} P_{\Sigma 2}^{-1})^{0,5}$ и $(P_{\Sigma 2} P_{\Sigma 1}^{-1})^{0,5}$ могут быть определены заранее.

Реализация метода I. Если энергообъединение оснащено САРЧМ и при этом во всех нормальных режимах обеспечивается необходимый регулировочный диапазон мощности электростанций, определение коэффициентов крутизны рассмотренными методами невозможно.

Необходимо также отметить, что оценки коэффициентов крутизны справедливы лишь для определенной области отклонений частоты и межсистемных перетоков, когда ЭС может рассматриваться как линейный объект управления.

Наличие зоны нечувствительности регуляторов скорости турбины обуславливает существенную нелинейность ЭС в области малых колебаний частоты [2]. Кроме того, в области малых отклонений частоты и межсистемных перетоков существенное влияние на точность получаемых оценок коэффициентов крутизны оказывают погрешности измерения и вычисления Δf и ΔP_{12} .

Погрешность определения коэффициентов крутизны, обусловленная погрешностью измерения и вычисления ΔP_{12} и Δf ,

$$\Delta_K = \left[\delta_p^2 \left(\frac{\partial K}{\partial P} \right)^2 + \delta_f^2 \left(\frac{\partial K}{\partial f} \right)^2 \right]^{0,5} = [\delta_p^2 \bar{\Delta f}^{-2} + \delta_f^2 \Delta P_{12}^2 \bar{\Delta f}^{-4}]^{0,5}, \quad (16)$$

где δ_p и δ_f — суммарные среднеквадратичные погрешности измерения и вычисления ΔP_{12} и Δf ; $\frac{\partial K}{\partial P} = |\Delta f|^{-1}$ и $\frac{\partial K}{\partial f} = |\Delta P_{12}| \times |\Delta f|^{-2}$ — значения производных, соответствующие средним значениям модулей отклонения частоты $|\Delta f|$ и суммарного межсистемного перетока $|\Delta P_{12}|$.

Из (16) видно, что погрешность определения коэффициентов будет наибольшей при наименьших значениях $|\Delta f|$.

Алгоритм определения коэффициентов крутизны по методу I включает следующие процедуры:

1. Прием и масштабирование ТИ перетоков мощности и измерений частоты.

2. Экспоненциальное сглаживание ТИ частоты и межсистемных перетоков

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_i &= \alpha f_i + (1 - \alpha) \bar{f}_{i-1}; \\ \bar{P}_i &= \alpha P_i + (1 - \alpha) \bar{P}_{i-1}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где $\bar{f}_i$ и $\bar{f}_{i-1}$ — значения частоты, получаемые на i -м и предше-

ствующем циклах экспоненциального сглаживания; $\bar{P}_i$ и $\bar{P}_{i-1}$ — то же для перетоков мощности; f_i и P_i — значения ТИ частоты и перетока мощности, поступившие на i -м цикле сглаживания; α — параметр, связанный с постоянной времени интегрирования T_0 соотношением

$$T_0 = -[\ln(1 - \alpha)]^{-1}.$$

3. Вычисление суммарного перетока активной мощности между ЭС1 и ЭС2 через экспоненциально сглаженные значения ТИ перетоков отдельных межсистемных линий:

$$\bar{P}_{12i} = \sum_{l=1}^m \bar{P}_{il},$$

где m — число межсистемных линий между ЭС1 и ЭС2; $\bar{P}_{il}$ — сглаженное по (17) i -е значение l -го межсистемного перетока, положительное значение которого соответствует выдаче мощности рассматриваемой ЭС.

4. Вычисление средних за заданный интервал времени τ значений частоты и суммарного межсистемного перетока:

$$\begin{aligned} \bar{f}_{\tau j} &= n^{-1} \sum_{i=1}^n \bar{f}_{ji}; \\ \bar{P}_{12\tau j} &= n^{-1} \sum_{i=1}^n \bar{P}_{12ji}, \end{aligned}$$

где $n = \tau T_0^{-1}$ — отношение длительности заданного интервала времени τ к периоду T_0 , с которым вычисляются экспоненциально сглаженные значения суммарного перетока активной мощности между ЭС1 и ЭС2; индекс j указывает номер рассматриваемого интервала времени.

5. Вычисление средних за заданный интервал времени τ отклонений частоты и суммарного межсистемного перетока

$$\begin{aligned} \Delta \bar{f}_j &= \bar{f}_{\tau j+1} - \bar{f}_{\tau j}; \\ \Delta \bar{P}_{12j} &= \bar{P}_{12\tau j+1} - \bar{P}_{12\tau j}. \end{aligned}$$

6. Выборка из массива, полученного в п. 5, всех значений $\Delta \bar{P}_{12j}$, соответствующих заданному значению отклонения частоты $\Delta f_j = \Delta f_0$.

7. Вычисление средних значений коэффициентов крутизны статических частотных характеристик, соответствующих заданным значениям отклонения частоты Δf_0 и интервала усреднения τ . Коэффициент крутизны для ЭС1

$$K_1 = -\Delta f_0^{-1} r^{-1} \sum_{j=1}^r \Delta \bar{P}_{12j},$$

если

$$\text{sign } \Delta f_0 \neq \text{sign } \Delta \bar{P}_{12j},$$

где r — число элементов массива $\Delta \bar{P}_{12j}$, полученного по п. 6, знак каждого из которых не совпадает со знаком заданного отклонения Δf_0 .

Коэффициент крутизны для ЭС2

$$K_2 = \Delta f_0^{-1} s^{-1} \sum_{j=1}^s \Delta \bar{P}_{12j},$$

если

$$\text{sign } \Delta f_0 = \text{sign } \Delta \bar{P}_{12j},$$

где s — число элементов массива $\Delta \bar{P}_{12j}$, полученного по п. 6, знак каждого из которых совпадает со знаком заданного отклонения Δf_0 .

8. Повторение пп. 6–7 для других значений Δf_0 .

9. Повторение пп. 4–8 для других значений τ .

Очевидно, что вычисление пп. 8–9 необходимо только на этапе настройки программы оценивания коэффициентов крутизны. Прежде всего необходимо выявить диапазон отклонений частоты, в котором энергосистема может рассматриваться как линейный объект управления.

В линейной зоне оценки K_1 и K_2 не должны зависеть от выбора Δf_0 и τ . Однако при этом необходимо учитывать, что объем статистики отклонений $\Delta \bar{P}_{12j}$, соответствующих большему значению Δf_0 , существенно зависит от длительности диапазона τ .

Реализация метода II. В первом приближении уравнения установившегося режима (1) справедливы и для достаточно медленных колебаний режимных параметров. Это следует из формы экспериментально полученных в [3] амплитудных и фазовых частотных характеристик энергосистем.

Исходя из изложенного, принят следующий алгоритм определения коэффициентов крутизны по методу II.

1. Прием и масштабирование ТИ перетоков мощности и частоты.

2. Экспоненциальное сглаживание мгновенных значений ТИ перетоков мощности и измерений частоты и вычисление суммарного межсистемного перетока, реализуемые аналогично п. 2 и п. 3 в алгоритме метода I.

3. Фильтрация низкочастотных составляющих спектра суммарного межсистемного перетока и частоты, осуществляемая по формуле

$$y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + b_1 x_n + b_2 x_{n-1} + b_3 x_{n-2},$$

где y_n — значение параметра на выходе фильтра на n -м цикле фильтрации; x_n — значение параметра на входе фильтра, соответствующее n -му циклу экспоненциального сглаживания мгновенных значений ТИ; индексы n , $n-1$, $n-2$ — номера циклов фильтрации; a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , b_3 — коэффициенты цифрового фильтра Баттерворта, численные значения которых заданы из условия фильтрации всех низкочастотных составляющих с периодом $T > 10$ мин.

4. Вычисление случайных составляющих отклонений режимных параметров

$$\Delta y_n = x_n - y_n.$$

5. Оценка «текущих» средних значений модулей отклонений суммарного межсистемного перетока и частоты, как показывает анализ экспериментальных результатов, наиболее устойчива в методе II при постоянной времени порядка 10–20 минут. Для секундных циклов обновления ТИ оценку «текущих» средних значений указанных модулей целесообразно выполнять по формулам

$$|\Delta \bar{P}_{12}|_n = 0,999 |\Delta \bar{P}_{12}|_{n-1} + 0,001 |\Delta P_{12}|_n;$$

$$|\Delta \bar{f}|_n = 0,999 |\Delta \bar{f}|_{n-1} + 0,001 |\Delta f|_n,$$

где $|\Delta \bar{P}_{12}|_n$ и $|\Delta \bar{f}|_n$ — «текущие» средние значения модуля отклонения суммарного перетока и модуля отклонения частоты на n -м цикле; $|\Delta P_{12}|_n$ и $|\Delta f|_n$ — значения модуля отклонения перетока и модуля отклонения частоты, полученные по п. 4.



6. Вычисление «текущих» оценок коэффициентов крутизны по выражению (15).

В таблице приведены значения математического ожидания

№ ОЭС	Значения коэффициентов крутизны, %/Гц			
	Метод I		Метод II	
	$\bar{K}$	σ_K	$\bar{K}$	σ_K
1	8,87	0,49	7,79	1,14
2	8,52	0,62	7,53	1,21
3	8,82	0,79	7,15	1,08

$\bar{K}$ и стандартного отклонения σ_K коэффициентов крутизны за рабочие сутки, полученные по предложенным методам для трех ОЭС при $\Delta f = 0,05$ Гц.

Коэффициенты указаны в %/Гц, где проценты вычислены относительно суточного максимума суммарного потребления активной мощности каждой ОЭС.

Предложенные методы позволяют оперативно оценивать текущие значения коэффициентов крутизны статистических характеристик ЭС и ОЭС по частоте на основе обработки ТИ перетоков мощности межсистемных линий и частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Витек В. Статистический метод измерения крутизны частотных характеристик энергосистем и дисперсий их нагрузок. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 1.
2. Вонсович М. Я., Левит Л. М., Савалов С. А. Определение действующего коэффициента крутизны частотной характеристик энергосистемы. — Электрические станции, 1969, № 7.
3. Koszelnik M., Malkiewicz I., Trybula St. A method to determine the transfer functions of power systems. 4th Congress of the International Federation of Automatic Control. — Warszawa, 1969, 16–21 June.

[23.09.81]

УДК 621.311.016.3.003.13.001.24

Оценка экономического эффекта при распределении нагрузки с учетом экологических факторов

БАРАМЫСОВА Г. А., инж., БУРЛАКУ М. И. канд. техн. наук, ЖУРАВЛЕВ В. Г. доктор техн. наук

В настоящее время для экономии топлива наивыгоднейшее распределение нагрузки между n электростанциями энергосистемы проводится по условию минимума суммарного расхода топлива B :

$$\sum B \rightarrow \min \quad (1)$$

Однако при неблагоприятных метеорологических условиях окружающей среде может быть нанесен большой ущерб. Если мощная тепловая электростанция расположена в густонаселенном районе, то санитарные службы могут потребовать ограничения ее рабочей мощности с целью снижения уровня загрязнения. В то же время в литературе отсутствуют данные о дополнительных затратах топлива, необходимых для снижения вредных экологических явлений в контролируемой части энергосистемы.

Данная статья посвящена оценке затрат путем математического моделирования режима энергосистемы.

Рассмотрим концентрированную тепловую энергосистему, состоящую из двух частей А и Б. Подсистема Б находится в густонаселенном районе, где требуется уменьшить вредные выбросы в атмосферу. Этого можно достигнуть перераспределением нагрузки между агрегатами энергосистемы с учетом ущерба от загрязнения атмосферы. Оценим возникающий при этом перерасход топлива.

Наивыгоднейшее распределение нагрузки проводится по правилам векторной (многоцелевой) оптимизации режима [1]. Для скаляризации целевого функционала используется метод весовых

коэффициентов. Оптимизация проводится по условию

$$\sum_{i=1}^n B_i u_i + \sum_{i=1}^n Y_i \rightarrow \min. \quad (2)$$

Здесь u_i — цена топлива в рублях за тонну условного топлива; Y_i — ущерб от выброса в атмосферу вредных веществ в рублях за тонну вредного вещества. В расчете принимается условие одинаковости цены топлива:

$$u_i = \text{idem}. \quad (3)$$

Условию (2) однозначно соответствует

$$\sum_{i=1}^n B_i \tilde{u}_i = \min, \quad (4)$$

где $\tilde{u}_i = (u_i + \Delta u_i)$ — скорректированная с учетом ущерба Δu_i , цена топлива на i -й электростанции.

Оценка дополнительных затрат топлива на снижение загрязнения воздушного бассейна. Для выпуклых энергетических характеристик оборудования и для неизменного состава работающего оборудования энергосистемы условие (4) может быть представлено в виде одинаковости стоимостных дифференциальных характеристик (относительных приростов стоимости сожженного на электростанции топлива):

$$b_i \tilde{u}_i = \text{idem}; \quad \forall i \in n, \quad (5)$$

где b_i — относительный прирост расхода топлива в тоннах условного топлива на 1 МВт.

Условие (5) соответствует минимуму расхода топлива лишь

в случае одинаковости всех скорректированных цен:

$$\tilde{u}_i = \text{idem}. \quad (6)$$

Поскольку при учете ущерба это условие нарушается, возникает дополнительный расход топлива. Оценим теоретически его величину. Для этого все члены в (5) разделим на самую большую величину $\tilde{u}_{i \max}$:

$$b_i u_i^* = \text{idem}; \quad \forall i \in n. \quad (7)$$

$$\text{где } u_i^* = \frac{u_i}{u_{i \max}}.$$

Условие (7) полностью эквивалентно (5), но записано в относительных единицах. Запишем (7) для двух подсистем А и Б, полагая, что $u_a > u_b$, $b_a = b_b u^*$.

Представим это условие на рис. 1. Горизонтальная линия $O-O$ соответствует этому условию и определяет оптимальные нагрузки подсистем P_{0a} и P_{0b} . Однако поскольку электростанции подсистем А и Б работают по реальным, а не по расчетным дифференциальным характеристикам, появляется неравенство относительных приростов и $b_b > b_a$. Это приводит к перерасходу топлива, величина которого зависит от u^* и от крутизны дифференциальных характеристик. Для снижения расхода топлива следует уравнивать относительные приросты, разгрузив подсистему Б на величину ΔP и нагрузив на ту же величину подсистему А (предполагается, что ограничения по располагаемой мощности этому не препятствуют). Такой режим назовем эталонным. Он представлен прямой O_1-O_1 . При разгрузке подсистемы Б экономия топлива представляет собой площадь заштрихованной фигуры, состоящей из прямоугольника и треугольника Δb . Аналогично догрузка подсистемы А вызовет перерасход топлива, представленный заштрихованной фигурой, состоящей из такого же прямоугольника за вычетом площади треугольника Δa . Все это означает, что для снижения вредных последствий выбросов в атмосферу продуктов горения потребуется дополнительный расход топлива ΔB . Его величина определяется суммой двух криволинейных треугольников: $\Delta B = \Delta a + \Delta b$ или площадью фигуры $Cdef$.

Нетрудно показать, что

$$\Delta B = 0,5 \Delta b \Delta P. \quad (8)$$

Величина

$$\Delta b = b - b u^* = b(1 - u^*). \quad (9)$$

Здесь b — относительный прирост при неоптимальной по топливу нагрузке подсистемы Б.

Из рис. 1 следует:

$$\Delta P = \Delta b_a \operatorname{ctg} a \quad (10)$$

или

$$\Delta P = (\Delta b_b - \Delta b_a) \operatorname{ctg} b. \quad (11)$$

Здесь $\operatorname{ctg} a$ и $\operatorname{ctg} b$ крутизны дифференциальных характеристик станций А и Б.

После подстановки (10) в (11) получим

$$\Delta P = \Delta b_b \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b}. \quad (12)$$

Подставив в (8) величины Δb из (9) и ΔP из (12), получим:

$$\Delta B = 0,5 b^2 (1 - u^*)^2 \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b}.$$

Можно показать, что

$$\frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b} = \operatorname{ctg} \vartheta$$

— характеризует крутизну эквивалентной характеристики.

Окончательно

$$\Delta B = 0,5 b^2 (1 - u^*)^2 \operatorname{ctg} \vartheta.$$

Из полученного выражения можно сделать следующие выводы: при любом u^* , отличном от 1, возникает перерасход топлива; однако это справедливо лишь в случае, если ограничения не препятствуют перераспределению мощности между электростанциями; перерасход топлива пропорционален квадрату относительного прироста подсистемы Б и возрастает с ростом средней загрузки системы, так как с ростом нагрузки растет относительный прирост расхода топлива и средняя крутизна эквивалентной характеристики.

Расчеты по этому выражению показали относительно невысокое увеличение расхода топлива. Однако рассмотренный метод позволяет определить лишь общий перерасход топлива. В то же время важно знать, за счет каких вредных свойств топлива это происходит, а также оценить влияние зольности и сернистости топлива на величину перерасхода. Поэтому было проведено дополнительное исследование.

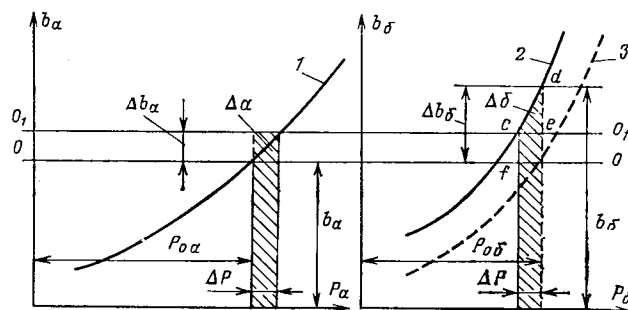


Рис. 1. К определению перерасхода топлива при учете экологических последствий его сжигания. Цифрами указаны дифференциальные характеристики:

1 — подсистемы А; 2 — подсистемы Б (реальная); 3 — подсистемы Б, скорректированная с учетом цены и ущерба.

Методика оптимизации режима. Для оптимизации режима используется метод динамического программирования [2]. Одновременно выбирается оптимальный состав работающего оборудования, определяется наиболее выгодное распределение нагрузки между выбранными агрегатами энергосистемы и подсчитываются пусковые расходы топлива. Потери в электрических сетях не учитываются, однако, при необходимости такой учет может быть проведен коррекцией режима расходных характеристик агрегатов [2].

Вначале проводится учет эталонного режима — режима распределения нагрузки по минимуму расхода топлива — по условию (1). Затем в выделенной подсистеме Б проводится варьация свойств топлива, оптимизируется распределение нагрузки между агрегатами энергосистемы, и для каждого режима подсчитывается суточный перерасход топлива

$$\Delta B_i = \frac{B_{ai} + B_{bi} - B_{\Sigma}}{B_{\Sigma}} 100\%.$$

Здесь B_{Σ} — суточный расход топлива по энергосистеме в целом при эталонном режиме; B_{ai} , B_{bi} — суточные расходы топлива в подсистемах А и Б при i -х параметрах топлива.

Кроме того, определяется снижение ущерба от сокращения выбросов в контролируемой части энергосистемы Y_b . При эталонном режиме подсчитывается количество выбросов при принятых на i -м шаге параметрах топлива $Y_{b,i}$; затем определяется расход топлива и выброс, полученный при векторной оптимизации и тех же параметрах топлива $Y_{b,i}$. Относительное снижение выбросов:

$$Y_b = \frac{Y_{b,\Sigma} - Y_{b,i}}{Y_{b,\Sigma}} = \frac{u B_{b,\Sigma} - u B_{b,i}}{u B_{b,\Sigma}} = \frac{B_{b,\Sigma} - B_{b,i}}{B_{b,\Sigma}} = \Delta B_{bi}.$$

Итак, снижение выбросов при неизменной величине удельного ущерба определяется изменением расхода топлива ΔB_{bi} .

Определение количества вредных выбросов в атмосферу. Учитываются три вида выбросов: золы, сернистого ангидрида и окислов азота. При оценке количества выбросов использована методика расчетов ВТИ им. Ф. Э. Дзержинского [3 и 4]. Варьируются три параметра: зольность топлива, сернистость и коэффициент полезного действия золоулавливающих устройств. Содержание азота в топливе принимается для всех режимов одинаковым.

Выброс золы на одну тонну сожженного топлива

$$A_z = (A_{pz} + q_4) (1 - \eta_{\phi}) \alpha_{\gamma n} 10^{-2},$$

где A_{pz} — зольность рабочего топлива; q_4 — механический недожог топлива, η_{ϕ} — к. п. д. фильтра; $\alpha_{\gamma n}$ — доля золы, уносимой из топки.

Зольность топлива варьируется в пределах от 2,5 до 50%, к. п. д. золоулавливающего оборудования — от 0,8 до 0,995; $q_4 = 2\%$; $\alpha_{\gamma n} = 0,85$.

Выброс серы

$$A_c = 0,02 A_{pc} (1 - \eta'_{SO_2}) (1 - \eta''_{SO_2}).$$

Здесь A_{pc} определяет сернистость рабочего топлива; η'_{SO_2} и η''_{SO_2} — коэффициенты улавливания серы золой в котле и в золоуловителе.

Выброс окислов азота

$$A_a = 0,143 \cdot 10^{-6} K Q_{\text{пр}} \left(1 - \frac{q_4}{100}\right) \beta_1 (1 - \beta_2 r) \beta_3,$$

где K — коэффициент, характеризующий выход окислов азота в зависимости от производительности парогенератора и температурного и рабочего режимов; OP_n — calorийность топлива; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — поправочные коэффициенты, учитывающие соответственно качество сжигаемого топлива (содержание азота N^r) и способ шлакоудаления, эффективность воздействия рециркулирующих газов, конструкцию горелок; r — степень рециркуляции дымовых газов.

Определение удельного ущерба. Удельный ущерб, отнесенный к тонне сожженного топлива, определяется из условия

$$\Delta u = \alpha_{m,z} A_z V_z + \alpha_{m,c} A_c V_c + \alpha_{m,a} A_a V_a,$$

где $\alpha_{m,z}, \alpha_{m,c}, \alpha_{m,a}$ — коэффициенты, учитывающие местные факторы при определении ущерба по золе, сере и азоту; A_z, A_c, A_a — удельные выбросы золы, серы, азота;

смысл коэффициента α_m заключается в том, что в отдельные неблагоприятные моменты времени (безветрие, низкая облачность, повышение фоновых загрязнений, смог и т. п.) величина ущерба в контролируемой системе увеличивается в α_m раз, на величину этого коэффициента влияет плотность населения, наличие промышленности, сельского хозяйства и климатические условия в зоне электростанции; V_z, V_c, V_a — удельные ущербы от вредных выбросов в атмосферу золы, окислов серы и азота.

Поскольку величина ущерба зависит от множества конкретных факторов, а методика ее подсчета только начинает складываться [5], использование каких-либо обоснованных значений затруднительно. С другой стороны, авторы не ставят своей целью получение однозначных оценок; гораздо важнее установить тенденцию изменения параметров и границы изменения дополнительных затрат топлива. Поэтому было сделано предположение, что удельные ущербы по каждому из трех учитываемых факторов примерно одинаковы и соответствуют 3,33 цены топлива, т. е.

$$V_z = V_c = V_a = 3,33 c_t.$$

Предполагалось также, что совместное влияние выбросов не приводит к заметному изменению величины удельного ущерба. Кроме того, коэффициенты учета местных условий считались одинаковыми:

$$\alpha_{m,z} = \alpha_{m,c} = \alpha_{m,a} = \alpha_m.$$

Тогда удельный ущерб

$$\Delta u = 3,33 c_t \alpha_m [A_z + A_c + A_a]$$

и условие оптимизации

$$\Sigma B_i (c_i + \Delta c_i) \rightarrow \min.$$

Было принято решение провести широкую вариацию α_m — от нуля (ущерб отсутствует) до 20 (удельный ущерб 2000 руб. на тонну выброса). Этот диапазон значительно шире реального. Приведенные цифры удельного ущерба могут вызвать серьезные возражения; однако авторы уверены, что реально обоснованные цифры ущерба, когда они будут получены, окажутся внутри намеченного диапазона.

Организация расчетов.

Расчеты выполнялись на ЦВМ ЕС-1030 по специальной программе оптимизации, написанной на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV. Рассчитывался один реальный суточный режим при вариации свойств топлива. Всего было проведено 306 расчетов суточного режима энергосистемы.

Для приближения условий эксперимента к реальным принимался достаточно напряженный баланс по располагаемой мощности: считалось, что в момент прохождения максимума нагрузки система имеет нулевой резерв мощности, т. е. выполняется равенство располагаемой мощности и нагрузки в момент прохождения максимума.

Для численной проверки оптимальных режимов энергосистемы использовалась так называемая тестовая модель концентрированной энергосистемы [6]. Отметим, что полученный результат по тестовой системе несложно повторить и проверить. Концентрированная тестовая энергосистема состоит из двух подсистем А и Б. Агрегаты подсистемы А работают на твердом топливе, физико-химические свойства которого принимаются неизменными, агрегаты подсистемы Б — на топливе, свойства которого произвольно изменяются в широких пределах. Зольность топлива менялась от 2,5 до 50%, сернистость — от 0,5 до 10%. Это позволило выделить и оценить влияние каждого из учитываемых факторов. Подсистема А состояла из 18 блочных агрегатов, подсистема Б — из 9. Предполагалось, что изменение свойств топлива не изменяет энергетическую характеристику агрегата.

С целью сопоставимости результатов были выбраны некоторые базовые условия работы энергосистемы. Эти базовые условия являлись одновременно постоянными параметрами для подсистемы А: сернистость $Ar_c = 2\%$; зольность $Ar_z = 5\%$; к. п. д. фильтров $\eta_f = 95\%$; коэффициент учета местного фактора $\alpha_m = 1$, что соответствует величине ущерба $\Delta u = 3,769$ руб./т. Во всех случаях, когда один параметр изменялся для всех остальных параметров принимались базовые значения.

Результаты расчета представлены в виде графиков, построенных в относительных единицах. При анализе этих графиков следует помнить, что дискретный характер оптимизации и осуществляемый программой выбор на каждом шаге оптимального состава работающего оборудования привели к появлению скачков (или изломов).

Зависимость перерасхода топлива от коэффициента местных условий α_m представлена на рис. 2 серий U-образных кривых. Минимумы этих кривых, равные нулевому перерасходу топлива, реализуются в разных точках и разделяют между собой падающую и восходящую линии кривой перерасхода. Падающая ветвь

кривой соответствует зоне, где $\tilde{u}_a > \tilde{u}_b$. Назовем ее зоной благоприятного экологического режима подсистемы Б. Зону, где $\tilde{u}_a < \tilde{u}_b$ — зоной неблагоприятного режима. Условие $\tilde{u}_a = \tilde{u}_b$ или $\tilde{u}^* = 1$ совпадает с эталонным режимом ($\Delta B = 0$) и является границей двух зон.

В благоприятной зоне нет смысла проводить векторную оптимизацию, так как она приводит к одновременному увеличению вредных выбросов в подсистеме Б и перерасходу топлива

во всей системе. В благоприятной зоне по мере роста $\tilde{u}_b$ происходит постоянное снижение перерасхода до нуля в точке $\tilde{u}_a = \tilde{u}_b$.

Затем с ростом α_m , что равносильно росту удельной стоимости ущерба, происходит заметное разгружение подсистемы Б против оптимального. Это приводит к перегрузке и дополнительным расходам топлива в подсистеме А, превышающим экономию топлива в подсистеме Б, т. е. начинается рост перерасхода ΔB с одно-

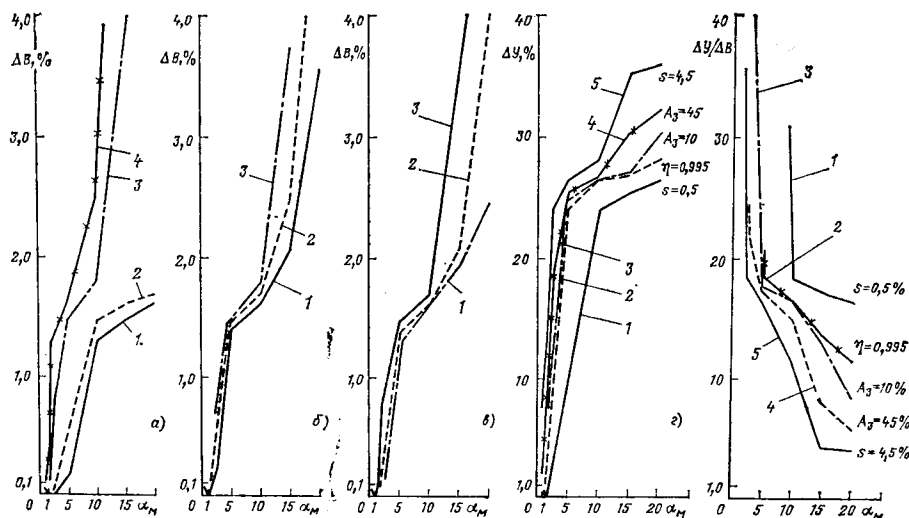


Рис. 2. Зависимость дополнительных затрат топлива в энергосистеме на компенсацию вредных экологических последствий в подсистеме Б от коэффициента местных условий при варьировании:

а — сернистости топлива, где 1 — при $Ar_c = 0,5\%$; 2 — при $Ar_c = 1\%$; 3 — при $Ar_c = 3\%$; 4 — при $Ar_c = 4,5\%$; б — зольности топлива, где 1 — при $Ar_z = 10\%$; 2 — при $Ar_z = 35\%$; 3 — $Ar_z = 45\%$; в к. п. д. золоулавливания, где 1 — при $\eta_f = 0,995$; 2 — при $\eta_f = 0,94$; 3 — при $\eta_f = 0,8$; г — снижение (в подсистеме Б) ущерба от вредных выбросов при разных значениях коэффициента местных условий, где 1 — при $Ar_c = 0,5\%$; 2 — $\eta_f = 0,995$; 3 — $Ar_z = 10\%$; 4 — $Ar_z = 45\%$; 5 — $Ar_c = 4,5\%$; д — сопоставление сокращения ущерба и дополнительных затрат топлива в контролируемой части энергосистемы для: 1 — $Ar_c = 4,5\%$; 2 — $Ar_z = 45\%$; 3 — $Ar_z = 10\%$; 4 — $\eta_f = 0,995$; 5 — $Ar_c = 0,5\%$.

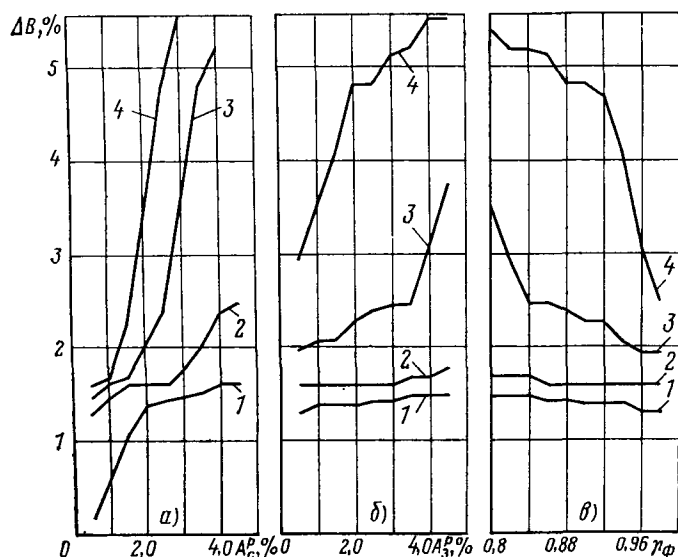


Рис. 3. Зависимость дополнительных затрат топлива на компенсацию вредных экологических последствий от:

а — сернистости; б — зольности; в — к. п. д. золоуловителей, — при следующих значениях коэффициента местных условий: 1 — $\alpha_m = 5$; 2 — $\alpha_m = 10$; 3 — $\alpha_m = 15$; 4 — $\alpha_m = 20$.

временным снижением ущерба в контролируемой подсистеме Б. Сказанное объясняет U-образный характер кривых зависимостей перерасхода топлива в системе от местных условий. Данные о перерасходе топлива в зоне экологически благоприятных режимов в статье не приводятся. Влияние различных варьируемых факторов — зольности, сернистости к. п. д. золоуловителей — различны, но общая закономерность и U-образный характер кривых сохраняются.

Условию $\tilde{c}_a = \tilde{c}_b$ соответствует выражение

$$\alpha_{м.б.кр} = \alpha_{ма} \frac{[A_3 + A_c + A_a]_A}{[A_3 + A_c + A_a]_B}.$$

Эта величина была названа критическим условием перехода к векторной оптимизации режима. Например, при варьировании сернистости топлива критическую величину $\alpha_{м.б.кр}$ можно определить по формуле:

$$\alpha_{м.б.кр} = \frac{0,046}{0,01 + 0,02A_p^c (1 - \eta'_{SO_2}) (1 - \eta''_{SO_2})}.$$

Для $A_p^c = 0,5\%$ (остальные параметры принимают базовые значения) $\alpha_{м.б.кр} = 2,42$, т. е. после превышения критической величины $\alpha_{м.кр}$ необходимо переходить к векторной оптимизации и учитывать вредные выбросы в атмосферу с целью их снижения.

На рис. 2,б сопоставлены изменения ущерба от выбросов с дополнительными расходами топлива: процент снижения выбросов на один процент увеличения расхода топлива, т. е. представлена зависимость $\Delta U/\Delta B$ от местного фактора (варьируемого параметра).

Представляет интерес зависимость относительной величины перерасхода топлива от величины варьируемого параметра. На рис. 3 показана зависимость перерасхода топлива от сернистости, зольности и к. п. д. золоулавливания для пяти значений коэффициента местного фактора. Зависимость носит характер кривой с насыщением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов В. И. Проблемы векторной оптимизации. — В кн.: Исследование операций. — М.: Наука, 1972.
2. Алгоритмы и программы выбора состава работающего оборудования энергосистемы/ Под ред. В. Г. Журавлева. — Кишинев: Штиинца, 1973.
3. Энергетика и охрана окружающей среды/ Под ред. Н. Г. Залогина, Л. И. Кроппа, Ю. М. Кострикина. — М.: Энергия, 1979.
4. Журавлева А. И., Журавлев В. Г. Планирование мероприятий по охране окружающей среды (методическая разработка). — М.: ВПИКЭнерго, 1978.
5. Цыганков А. П., Балацкий О. Ф., Сенин В. Н. Технический прогресс — химия — окружающая среда. — М.: Химия, 1979.
6. Бурлаку М. И. Тестовая задача оптимизации режима централизованной энергосистемы. — Кишинев: Штиинца, 1978.

[24.06.81]

УДК 621.372.001.24:513.83

Об одном методе моделирования электрических цепей с заданной точностью

РЯБИХИН Е. А., канд. техн. наук

Куйбышев

Расчет функций электрических цепей на ЭВМ численными методами, например методом узловых напряжений, имеет ряд недостатков, связанных с инверсией матрицы решения. Главными из них являются низкая точность вследствие накопления ошибок и большие затраты машинного времени. Снижение погрешности путем выполнения операций с удвоенной или утроенной точностью приводит к резкому возрастанию времени счета и требуемого объема памяти, что часто становится неприемлемым. Для преодоления этих ограничений можно воспользоваться топологическим методом получения функций цепей, основанном на прямом решении сигнального графа [1]. Однако этот метод наряду с достоинствами имеет один существенный недостаток, заключающийся в том, что слагаемых в решении графа может быть очень много.

В настоящей статье предлагается метод анализа электрических цепей на ЭВМ, основанный на использовании аналитического представления характеристик цепей и базирующийся на топологии и теории направленных графов [2]. Хотя метод разработан для линейных цепей, в дальнейшем он может быть распространен на нелинейные цепи.

5—191

С целью устранения недостатка топологического метода получения функций цепей прямым решением сигнального графа в предлагаемом методе аппроксимация математической модели электрической цепи производится с наперед заданной точностью.

Математическое моделирование. Для вывода математической модели воспользуемся основным графом электрической цепи [1]. Тогда функция цепи F в аналитической форме может быть представлена в виде прямого решения графа:

$$F = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}, \quad (1)$$

где $\sum P_k \Delta_k$ — сумма произведений k -го пути на k -е алгебраическое дополнение Δ_k ; Δ — определитель графа.

При этом появляется проблема получения решения графа с помощью ЭВМ, решение которой оказалось связанным с машинным анализом основного графа цепи. Структура последнего графа однозначно определяется матрицей независимых контуров и матрицей разрезов. Ключевой проблемой вычисления членов формулы (1) является составление аналитического выражения определителя графа, для чего необходимо выделить все одиноч-

ные контуры графа и образовать всевозможные сочетания несоприкасающихся контуров.

В [2] получены и доказаны фундаментальные свойства матриц независимых контуров и разрезов, с помощью которых можно формализовать процесс выделения всех одиночных контуров графа. Методика составления определителя графа сводится к следующему. В результате исследования матрицы разрезов в соответствии с ее фундаментальными свойствами выявляются все имеющиеся в графе пути в виде символов, которые подвергаются анализу с целью образования замкнутых последовательностей, соответствующих одиночным контурам графа.

Если граф дополнить другой с передачей $1/F$ (где F — функция цепи), тогда все пути графа от вершины-истока к вершине-стоку окажутся замкнуты этой другой, и в графе появятся до-

полнительные контуры с передачей $P_k \frac{1}{F}$, для выборки которых

можно применить методику составления определителя графа. После выборки всех одиночных контуров графа и образования всевозможных сочетаний из некасающихся контуров разделяют полученные символьные выражения на содержащие символ $1/F$ и не содержащие его, из первых формируется выражение суммы $\Sigma P_k \Delta_k$, а из последних — аналитическое выражение определителя графа Δ .

Метод аппроксимации. Полученное символьное выражение функции цепи затем аппроксимируется и оптимизируется на основе специального критерия. Слагаемые, не удовлетворяющие критерию, отбрасываются. Числитель и знаменатель формулы (1) аппроксимируются отдельно. При этом члены определителя графа сравниваются между собой, те из них, доля которых по отношению к наибольшему меньше наперед заданного значения, отбрасываются. Оставшиеся члены формируют аппроксимированное выражение определителя графа Δ' . Аналогично производится аппроксимация числителя.

Слагаемые суммы $\Sigma P_k \Delta_k$ сравниваются между собой, и те из них, чья величина меньше наперед заданной части наибольшего, исключаются. Передачи, не вошедшие в аппроксимированное выражение решения графа, исключаются из графа.

Алгоритм аппроксимации сводится к следующему:

1. Выделить все одиночные контуры графа и вычислить их значения.

2. Инвертировать контуры, абсолютное значение которых больше единицы.

3. Оптимизировать список одиночных контуров так, чтобы получить максимальное число контуров, имеющих меньшее значение.

4. Получить все сочетания из некасающихся контуров. Выделить контур $L_{\max}$, имеющий максимальное значение.

5. Исключить из полученного списка контуры или сочетания, значение которых меньше, чем $L_{\max} \epsilon$ (где ϵ — заданная точность). В результате находится аппроксимированное выражение определителя графа Δ' .

6. Получить все члены суммы $\Sigma P_k \Delta_k$ и вычислить их значения.

7. Исключить все $P_k \Delta_k$, значение которых меньше, чем $(P_k \Delta_k)_{\max} \epsilon$. В результате находится аппроксимированное выражение суммы $(\Sigma P_k \Delta_k)'$.

8. Если символьное выражение контура или пути графа является функцией комплексной переменной $p=j\omega$, то все коэффициенты при p группируются отдельно. Аппроксимация производится внутри каждой группы.

9. Исключить из графа те передачи, которые не вошли в оставшиеся контуры и пути графа.

Аппроксимированный граф может быть снова подвергнут машинному анализу.

Пример. Применение алгоритма рассмотрим на примере расчета коэффициента передачи по напряжению однокаскадного усилителя рис. 1, эквивалентная цепь которого для переменных составляющих приведена на рис. 2,а. (Здесь цифрами в кружочках обозначены номера узлов, а цифрами без кружочков — номера ветвей.) Линейный граф цепи с обозначением положительных направлений токов изображен на рис. 2,б. Здесь ветви 1—6 — ветви дерева, ветви 7—10 — хорды (показаны пунктиром). При этом ветвь 110 — зависимый источник тока,

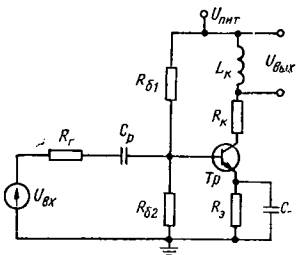


Рис. 1. Схема однокаскадного усилителя.

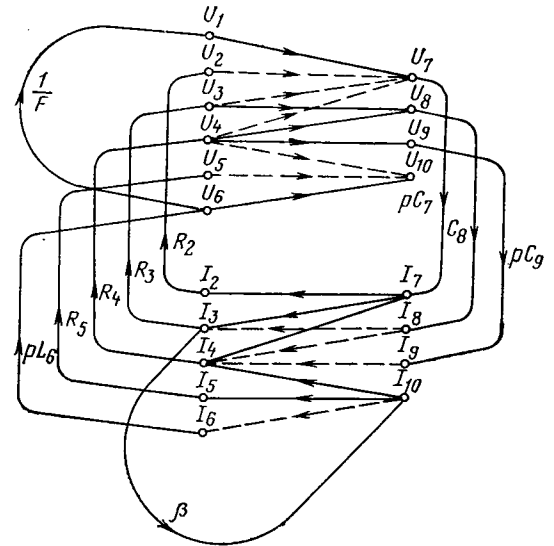
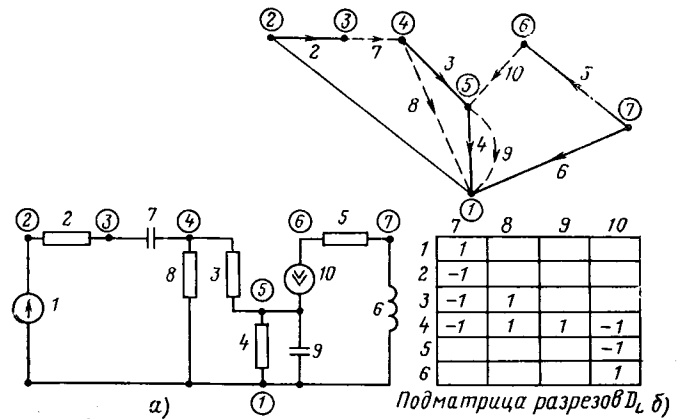


Рис. 2. Эквивалентная схема усилителя для переменных составляющих (а), линейный (б) и сигнальный (в) графы цепи.

Ветви: 1 — источник входного напряжения $U_{вх}$; 2 — внутреннее сопротивление источника $R_i=2$ кОм; 3 — сопротивление базы транзистора $R_b=180$ Ом; 4 — сопротивление в цепи эмиттера $R_e=120$ Ом; 5 — сопротивление в цепи коллектора $R_k=510$ Ом; 6 — индуктивность нагрузки $L_{вх}=0,05$ Гн; 7 — разделительная емкость $C_p=1$ мкФ; 8 — проводимость цепи смещения транзистора $G_s = \frac{R_{б1} + R_{б2}}{R_{б1} R_{б2}} = 1,96 \cdot 10^4$ Сим; 9 — блокировочная емкость $C_9=1$ мкФ; 10 — зависимый источник тока I_{10} .

ток которого определяется током ветви 3 как $I_{10}=\beta I_3$. Поскольку коэффициент передачи по напряжению равен отношению

$$K_U = U_{вх} / U_{вх} = U_6 / U_1 = F,$$

то в основном графе цепи (рис. 2,в) между вершинами U_6 и U_1 включена передача $1/F$, которая замыкает все пути от вершины U_1 к вершине U_6 .

Для формализации процесса прямого решения графа составляется подматрица разрезов D_L . В результате ее исследования получается список всех путей основного графа (табл. 1).

Таблица 1

Параметры	Пути основного графа			
Начальная вершина графа	U_1	U_2	U_3	U_3
Конечная вершина графа	I_7	I_7	I_7	I_8
Символьное выражение пути	pC_7	$-pC_7$	$-pC_7$	G_s
Начальная вершина графа	I_7	I_8	I_8	I_9
Конечная вершина графа	U_4	U_3	U_4	U_4
Символьное выражение пути	R_4	$-R_3$	$-R_4$	$-R_4$

Продолжение табл. 1

Таблица 2

Параметры	Пути основного графа				
Начальная вершина графа	U_4	U_4	U_4	U_7	U_7
Конечная вершина графа	U_7	U_8	U_9	U_2	U_3
Символьное выражение пути	$-pC_7$	G_8	pC_9	R_2	R_3
Начальная вершина графа	U_4	U_5	U_6	U_3	U_6
Конечная вершина графа	U_4	U_5	U_6	U_3	U_6
Символьное выражение пути	$-R_4$	$-R_5$	pL_6	β	$1/F$

К ним добавляется путь $1/F$ между вершинами U_6 и U_1 . Затем находятся все контуры как замкнутые пути между перечисленными вершинами и сочетания непересекающихся контуров. Из контуров, которые содержат символ $1/F$ формируется сумма $\Sigma P_k \Delta_k$, а из контуров, которые не содержат этот символ — определитель графа Δ .

Сгруппированные по степеням p символьные выражения определителя графа Δ и суммы $\Sigma P_k \Delta_k$ приведены соответственно в табл. 2 и 3. При этом абсолютное значение контура $LK_4 = G_8 \beta R_4$ оказалось больше единицы. Инверсия контура $G_8 \beta R_4$, хотя и приводит к уменьшению его передачи до 0,42, однако значение передачи вновь полученного контура $1/G_8 \beta R_4$ становится равным 42, что явно неприемлемо. Поэтому следует возвратиться к первоначальному значению $LK_4 = 2,352$.

Пусть требуется вычислить функцию K_U с точностью $\epsilon = 5\%$. Чтобы сохранить нули и полюсы функции, аппроксимацию решения графа произведем раздельно внутри групп коэффициентов, сгруппированных по степеням p .

Аппроксимацию определителя графа начнем с коэффициентов при p^0 . Здесь LK_4 — контур с максимальным значением передачи. Поэтому все коэффициенты этой группы, значением меньше $\epsilon = 2,352 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 0,1176$, отбрасываются (оставшиеся члены помечены звездочками).

Аналогично производится аппроксимация коэффициентов при степенях p и p^2 . Результаты аппроксимации путей графа суммы $\Sigma P_k \Delta_k$ приведены в табл. 3.

Аппроксимированное выражение функции K_U имеет вид:

$$K_{U_{\text{ан}}} = \frac{(\Sigma P_k \Delta_k)'}{\Delta'} = - \frac{C_7 \beta L_6 C_9 R_4 p^3 +}{(C_7 R_2 C_9 R_4 + C_7 R_3 C_9 R_4) p^2 + (C_7 R_2 + C_7 \beta R_4 + C_7 \beta L_6 p^2) + C_7 R_2 G_8 \beta R_4 + G_8 \beta R_4 + 1} \quad (2)$$

Следует отметить, что метод аппроксимации позволил свести первоначальное решение графа, состоящее из 4 членов числителя и 20 членов знаменателя, к более удобному для дальнейшего исследования выражению с двумя путями и шестью контурами. Чтобы оценить погрешность сделанной аппроксимации был вычислен коэффициент $K_{U_{\text{ан}}}$ по выражению (2) для частоты 10 кГц

$$K_{U_{\text{ан}}} = \dot{U}_6 / \dot{U}_1 = 96,089 e^{j48^\circ 41'}$$

Точный коэффициент передачи, вычисленный с учетом всех членов решения графа для той же частоты,

$$K_{U_{\text{точн}}} = \dot{U}_6 / \dot{U}_1 = 93,099 e^{j48^\circ 57'}$$

Контур	Символьное выражение определителя графа	Численное значение определителя графа	LK_{max}	$\delta = LK_{\text{max}}^*$
LK_1 LK_2 LK_3 LK_4	Коэффициенты при p^0 $G_8 R_4$ $G_8 R_4$ $G_8 \beta R_4$	1^* $3,528 \cdot 10^{-2}$ $2,352 \cdot 10^{-2}$ $2,352^*$	$-2,352$	$2,352 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0,1176$
LK_5 LK_6 LK_7 LK_8 LK_9 LK_{10} LK_{11} $LK_8 LK_2$ $LK_7 LK_2$ $LK_6 LK_2$ $LK_5 LK_2$ $LK_5 LK_2$ $LK_5 LK_4$	Коэффициенты при p $C_7 R_4$ $C_7 R_3$ $C_7 R_4$ $C_9 R_4$ $C_7 R_4 G_8 R_3$ $C_7 R_3 G_8 R_4$ $C_7 \beta R_4$ $C_9 R_4 G_8 R_3$ $C_7 R_4 G_8 R_3$ $C_7 R_3 G_8 R_4$ $C_7 R_2 G_8 R_3$ $C_7 R_2 G_8 R_4$ $C_7 R_2 G_8 \beta R_4$	$(2 \cdot 10^{-3})^*$ $1,8 \cdot 10^{-4}$ $1,2 \cdot 10^{-4}$ $1,2 \cdot 10^{-4}$ $4,2336 \cdot 10^{-6}$ $4,2336 \cdot 10^{-6}$ $(1,2 \cdot 10^{-2})^*$ $4,2336 \cdot 10^{-6}$ $4,2336 \cdot 10^{-6}$ $4,2336 \cdot 10^{-6}$ $7,056 \cdot 10^{-5}$ $4,704 \cdot 10^{-5}$ $(4,704 \cdot 10^{-3})^*$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-4}$
$LK_5 LK_8$ $LK_6 LK_8$ $LK_5 LK_2 LK_8$	Коэффициенты при p^2 $C_7 R_2 C_9 R_4$ $C_7 R_3 C_9 R_4$ $C_7 R_2 C_9 R_3 R_4$	$(2,4 \cdot 10^{-7})^*$ $(2,16 \cdot 10^{-6})^*$ $0,84672 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-8}$

Таблица 3

Путь	Символьное выражение	Численное значение	$(P_k \Delta_k)_{\text{max}}$	$\delta = (P_k \Delta_k)_{\text{max}}^*$
$P_1 \Delta_1$ $P_2 \Delta_2$ $P_3 \Delta_3$	Коэффициенты при p^2 $-C_7 \beta L_6$ $-C_7 \beta L_6 G_8 R_4$ $C_7 R_4 G_8 \beta L_6$	$(-5 \cdot 10^{-6})^*$ $-1,176 \cdot 10^{-7}$ $1,08 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^{-7}$
$P_4 \Delta_4$	Коэффициенты при p^3 $-C_7 \beta L_6 C_9 R_4$	$(-6 \cdot 10^{-10})^*$	—	—

При этом погрешность аппроксимации по амплитуде составила 3,2%, по фазе — 0,5%.

Таким образом, данный подход обеспечивает упрощение моделей электрических цепей с заданным уровнем точности и сохранением основных взаимосвязей между переменными. Алгоритм реализован в виде программы на языке ФОРТРАН на ЭВМ ЕС-1022.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К. С., Рябихин Е. А. Анализ чувствительности функций цепей при помощи ЭЦВМ с использованием только матрицы инцидентий. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 6, с. 169—173.
2. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963.—619 с.

[15.01.81]

УДК 621.373.001.24

О согласовании параметров генератора с формирующей линией и канала искрового разряда

СЕМКИН Б. В., канд. техн. наук, ЮШИН А. В., инж.

Томский политехнический институт

Исследованию переходных процессов в RLC-контуре при сильной нелинейности активного сопротивления посвящен ряд статей [1—3]. Интерес к подобным работам обусловлен непрерывно расширяющимся целенаправленным использованием электрических разрядов и явления электрического взрыва проводников в практике физического эксперимента, технике и технологии, использующих высокие напряжения.

С развитием лазерной и ускорительной импульсной аппаратуры микро- и наносекундного диапазонов длительности импульсов, а также специальных видов технологии (бурение скважин с помощью импульсных электрических разрядов) все большее внимание привлекают генераторы импульсов с использованием в качестве накопителей энергии формирующих линий. При этом актуальной является проблема оптимизации энерговклада из ли-

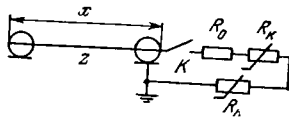


Рис. 1

нии в нагрузку (например, искру) в условиях сильной зависимости ее активного сопротивления от параметра цепи.

Целью настоящей статьи является вывод соотношений между параметрами цепи, включающей линию, коммутатор и нагрузку (искровой канал), обеспечивающих максимум выделенной энергии на нагрузку к заданному моменту времени. Постановку задачи поясняет схема, приведенная на рис. 1.

Однородная линия длиной x с волновым сопротивлением z предварительно заряжена до напряжения U_0 . При срабатывании коммутатора происходит разряд линии на нелинейную нагрузку R_H , через активное сопротивление R_K коммутатора и сумма паразитных элементов (например, токопроводов) с активным сопротивлением R_0 . При этом в разрядной цепи возникает ток

$$i = \frac{U_0}{z + R(t)}. \quad (1)$$

Положим на первом этапе коммутатор идеальным, т. е. $R_K = \infty$ при $t < 0$ и $R_K = 0$ при $t \geq 0$; тогда

$$R = R_0 + R_H(t), \quad (2)$$

где $R_0 = \text{const.}$

Примем в качестве зависимости

$$R_H = \frac{a}{\epsilon + \sqrt{\int_0^t i^2(t) dt}}. \quad (3)$$

Зависимость подобного рода является хотя и приближительной, но универсальной для искрового разряда в средах с различным фазовым состоянием. Для газов на подобную зависимость указано в [4], для подводной искры в [5], для искры в твердых диэлектриках различного происхождения в [6]. Коэффициент a в (3) обычно представляется как $a = Al$, где A — постоянная, характеризующая среду, в которой происходит разряд, $Bc^{1/2} \cdot \text{см}^{-1}$; l — длина канала пробоя. Для газов $A \approx 0,7$ [7]; $A \approx 2$ для воды [5]; $A \approx 2-8$ для твердых диэлектриков различного происхождения [6].

Коэффициент ϵ введен для определенности начальных условий; при этом для $t=0$, $R_H = a/\epsilon$ и величину ϵ можно трактовать как $\epsilon = \pi A r_0^2 \sigma_0$, где r_0 — начальный радиус искрового канала, а σ_0 — начальная электропроводность вещества в канале, соответствующие моменту образования канала сквозной проводимости.

Влияние ϵ на результаты решения для $t > t_1$ при $\sqrt{\int_0^t i^2 dt} \gg$

$\gg \epsilon$ несущественно; однако для повышения достоверности результатов значение ϵ желательно выбирать с погрешностью до порядка величины. Информация для оценки ϵ может быть извлечена из научно-технической литературы (например, для газов из [8]).

Потребуем максимума выделенной в нагрузке энергии

$$E(T) = \int_0^T i^2 R_H dt \quad (4)$$

к моменту времени T для $0 \leq T \leq 2T_0$, где $T_0 = x/v$, а v — скорость распространения электромагнитной волны по линии. Учтем, что

$$U_0 = \left(\frac{2E_0 z}{T_0} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где E_0 — электрическая энергия, запасенная в линии до коммутации K , и определим z , обеспечивающее максимум интеграла (4) при заданном E_0 .

Введем

$$f = \frac{1}{\epsilon} \sqrt{\int_0^t i^2 dt}, \quad (6)$$

т. е.

$$2\epsilon^2 f df = i^2 dt. \quad (7)$$

С учетом (6) вместо (2) имеем

$$R = R_0 + \frac{a}{\epsilon(f+1)},$$

а вместо (1)

$$i = \frac{\epsilon U_0 (f+1)}{\epsilon(f+1)(z+R_0) + a}. \quad (8)$$

Совместное решение (7) и (8) дает

$$\epsilon^2 f^2 (z + R_0)^2 + 4a\epsilon (z + R_0) [f - \ln(f+1)] + 2a^2 \left[\ln(f+1) + \frac{1}{f+1} \right] - U_0^2 t + C_0 = 0. \quad (9)$$

Постоянная интегрирования $C_0 = -2a^2$ при условии $t=0$, $f=0$.

Тогда формула (9), являющаяся решением (1)–(3), примет вид:

$$\epsilon^2 f^2 (z + R_0)^2 + 4a\epsilon (z + R_0) [f - \ln(f+1)] + 2a^2 \left[\ln(f+1) - \frac{f}{1+f} \right] - U_0^2 t = 0. \quad (10)$$

Введем $\tau = T/T_0$ и отметим с учетом (5), что

$$U_0^2 T = 2E_0 z \tau. \quad (11)$$

Фиксируем $t=T$ и рассматриваем интеграл (4)

$$E(T) = \int_0^T i^2 R_H dt = 2a\epsilon [f - \ln(f+1)] \quad (12)$$

как неявную функцию z .

Тогда максимум $E(T)$ достигается при

$$\frac{dE}{dz} = \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{df}{dz} \frac{\partial E}{\partial f} = 0. \quad (13)$$

Из (12) очевидно, что $E'_z = 0$, тогда

$$\frac{df}{dz} \frac{\partial E}{\partial f} = 0.$$

Если $E'_f = 0$, то в соответствии с (12) $f=0$; поэтому остается

$$\frac{df}{dz} = 0.$$

Запишем (10) в виде $F(f, z) = 0$, тогда справедливо

$$\frac{dF}{dz} = -F'_z / F'_f, \text{ и тогда для удовлетворения (13) имеем } F'_z = 0.$$

Дифференцируя (10) с учетом (11), найдем

$$(z + R_0) \epsilon^2 f^2 = E_0 \tau - 2a\epsilon [f - \ln(f+1)] \quad (14)$$

и, подставляя (14) в (10), получим

$$2\epsilon^2 f^2 \left\{ a^2 \left[\ln(f+1) - \frac{f}{f+1} \right] + E_0 \tau R_0 \right\} - \{ E_0 \tau - 2a\epsilon [f - \ln(f+1)] \}^2 = 0. \quad (15)$$

Значения z и f в (14)–(15) удовлетворяют условию экстремума (13) и, следовательно, максимуму интеграла (4).

Рассмотрим процедуру вычисления оптимальной величины z для заданных (выбранных) значений A , l , R_0 , E_0 и τ (в большинстве случаев целесообразно выбирать $\tau=2$, что соответствует двойному пробегу волны по линии). Последовательно

производим оценку ϵ в зависимости от фазового состояния диэлектрика, подвергаемого пробую; в первом приближении, разумной величиной A/ϵ представляется 10^3 Ом/см для твердых диэлектриков и диэлектрических жидкостей, 10^2 Ом/см для слабопроводящих жидкостей типа воды и газов;

решаем трансцендентное уравнение (15), например, методом итераций с целью определения значения f , обеспечивающего максимум выделенной энергии в нагрузке;

подставляем найденное значение f в (14) и определяем оптимальную величину волнового сопротивления z линии;

находим долю энергии, выделенной к моменту времени $t=T$ на активном сопротивлении нагрузки

$$\eta_1 = \frac{2a\epsilon [f - \ln(f+1)]}{E_0}, \quad (16)$$

при этом доля потерь энергии на R_0 составит

$$\eta_2 = \frac{\epsilon^2 f^2 R_0}{E_0}, \quad (17)$$

а в линии останется $(1-\eta_1-\eta_2)$ часть энергии от первоначально запасенной;

используя (5), находим оптимальную величину зарядного напряжения U_0 , соответствующую заданным E_0 , T_0 и вычисленной z .

В том случае, если значение U_0 недостаточно, например, для иницирования канала пробоя в рабочем промежутке, возможен подход: отыскание оптимальной величины T_0 и, следовательно, x для заданных E_0 , U_0 и вычисленной z .

На рис. 2 приведены для примера результаты расчета значений z , обеспечивающих оптимальный энерговклад в нелинейную нагрузку (3) при $R_0=0$ для разных a и $E_0\tau$. Здесь же приведены предельные к. п. д. η_1 , достигаемые за время двойного пробега волны по линии. Рис. 3 иллюстрирует влияние сопротивления R_0 на оптимальную величину z и η_1 (для случая $a=5$ Вс^{1/2} и $E_0\tau=100$ Дж). Все расчеты для рис. 2 и 3 проведены при $\epsilon=0,01$ А·с^{1/2}. Если найденная в расчетах величина z — неудовлетворительна для практики, например, из технических соображений, то для согласования линии с нагрузкой может быть применен импульсный трансформатор [1]. Значение z может быть понижено или повышено в K^2 раз по сравнению с рассчитанным при включении соответственно повышающего, либо понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации K . Для идеального трансформатора значения η_1 при этом не изменяются. Положим теперь $R_k \neq 0$ при $t > 0$. Поскольку коммутатор на большие токи ($i \geq 1$ кА), а именно такие случаи представляют наибольший интерес в практике, выполняется обычно искровым, то $R_k(t)$ целесообразно представить также как нагрузку в виде (3). Пусть

$$R_k = \frac{b}{\delta + \sqrt{\int_0^t i^2 dt}}. \quad (18)$$

Введем $\lambda = \delta/\epsilon$, и после аналогичных выкладок получим выражения, подобные (14) и (15):

$$\epsilon^2 f^2 (z + R_0) = E_0 \tau - 2\epsilon b \lambda \ln \lambda - 2\epsilon (a + b) f + 2a\epsilon \ln(f+1) + 2b\epsilon \lambda \ln(f+\lambda); \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & 2\epsilon^2 f^2 \left\{ a^2 \left[\ln(f+1) - \frac{f}{f+1} \right] + \frac{2ab}{1-\lambda} [\ln(f+1) - \right. \\ & \left. - \lambda \ln(f+\lambda) + \lambda \ln \lambda] + b^2 \ln \frac{f+\lambda}{\lambda} - \right. \\ & \left. - b^2 \frac{f}{f+\lambda} + E_0 R_0 \tau \right\} - [E_0 \tau - \epsilon (a + b) f + a\epsilon \ln(f+1) + \\ & + b\epsilon \lambda \ln(f+\lambda) - \epsilon b \lambda \ln \lambda]^2 = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Трансцендентное уравнение (20) дает значение f (для данного набора констант E_0 , a , b , ϵ , δ , R_0 и τ), после подстановки которого в (19) будет получено z , обеспечивающее максимум выделенной энергии на активном сопротивлении нагрузки. Доли η_1 , η_2 энергии, выделенной в нагрузке и на R_0 как и ранее, могут быть рассчитаны по (16), (17) соответственно. Доля энергии, выделенная в коммутаторе,

$$\eta_3 = \frac{1}{E_0} \int_0^T i^2 R_k dt,$$

где

$$i = \frac{2\epsilon U_0 (f+1) (f+\lambda)}{\epsilon (z + R_0) (f+1) (f+\lambda) + a (f+\lambda) + b (f+1)},$$

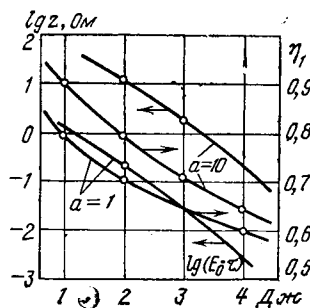


Рис. 2

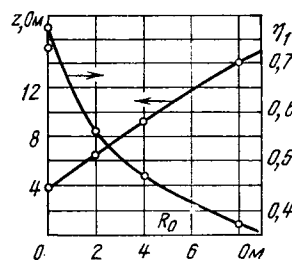


Рис. 3

После преобразований

$$\eta_3 = \frac{2\epsilon b}{E_0} [f - \lambda \ln(f + \lambda)]. \quad (21)$$

В линии к моменту T останется $(1-\eta_1-\eta_2-\eta_3)$ часть энергии, первоначально запасенной.

Расчеты по (19), (20) в сочетании с (21) позволяют априори оценить влияние коммутатора на эффективность энерговклада в нагрузку вплоть до выбора типа коммутатора на основании подобных оценок. При этом коэффициент $b=Bl$, где B — постоянная, характеризующая среду коммутатора (подобно коэффициенту A , характеризующему среду в рабочем промежутке); l — длина искрового канала в коммутаторе.

Определение B и δ для ввода в расчеты аналогично выбору A и ϵ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полищук Д. Н., Романенко И. Н. О согласовании параметров разрядного RLC -контура и импульсной дуги в газе. — Электричество, 1979, № 12.
2. Герасимов Л. С., Икрянников В. И., Пинчук А. И. Разряд в RLC -контуре при сильной нелинейности активного сопротивления. — Электричество, 1978, № 2.
3. Каляцкий И. И., Семкин Б. В., Халилов Д. Д. К анализу энергетических характеристик искры в контуре RLC — В кн.: Электрофизическая аппаратура и электрическая изоляция. — М.: Энергия, 1970.
4. Weizel W., Rompe R. Theorie elektrischer Lichtbogen und Funken. Leipzig, 1949.
5. Кривицкий Е. В., Шамко В. В. О подобии искровых разрядов. — ЖТФ, 1972, т. XVII, № 1.
6. Зиновьев Н. Т., Семкин Б. В. Исследование сопротивления канала пробоя твердых диэлектриков. — В кн.: Техника высоких напряжений и электрическая прочность изоляции. — Томск.: Изд. ТПИ, 1978.
7. Андреев С. И., Ванюков М. П. Применение искрового разряда для получения интенсивных световых вспышек длительностью 10^{-7} — 10^{-8} сек. — ЖТФ, 1961, т. XXXI, № 8.
8. Андреев С. И., Орлов Б. И. К теории развития искрового разряда — ЖТФ, 1965, т. XXXV, № 8.

[03.04.81]

Разрядные характеристики изоляционных промежутков при пониженной плотности воздуха

БУРХАНОВ Р. С., канд. техн. наук, ВЯЛОВ С. И., инж.

Душанбе

Отсутствие достоверных сведений о работоспособности внешней изоляции открытого распределительного устройства сверхвысокого напряжения в высокогорных условиях потребовало выполнения комплекса исследований электрической прочности подстанционных воздушных промежутков в условиях, резко отличающихся от нормальных.

Промежутки «экран аппарата — земля» и «экран аппарата — стойка опоры» были испытаны на высоте 3400 м над уровнем моря при среднегодовом давлении воздуха 68 кПа. Особое внимание уделялось выявлению характера зависимости электрической прочности промежутков от длины фронта воздействующих импульсов напряжения с целью сопоставления с аналогичными зависимостями, полученными в нормальных условиях.

За основу при сравнении с экспериментальными данными взяты сведения [1]. Для надежной оценки влияния пониженной плотности воздуха на разрядные характеристики промежутков соблюдалось подобие при макетировании объектов испытаний.

Источником аperiodических импульсов напряжения положи-

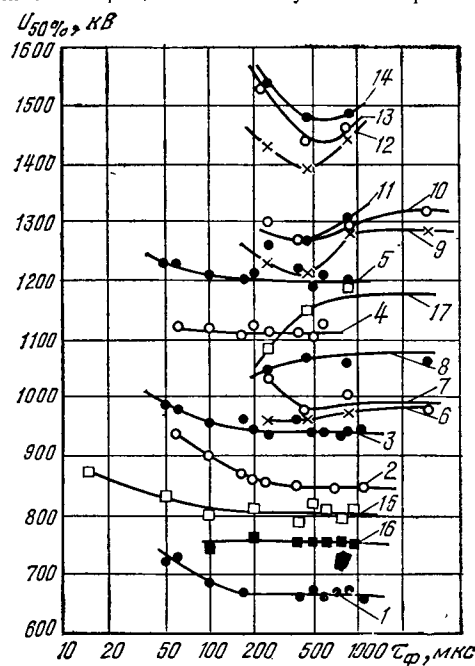


Рис. 1. Зависимость $U_{50\%}$ от длины фронта коммутационных импульсов:

1—5 — результаты высокогорных испытаний для промежутка «экран — стойка опоры»; 6—14 — результаты испытаний при номинальных условиях по [1]; ● — ширина стойки 1 м; ○ — ширина стойки 2 м; × — ширина стойки 3 м; 1, 6—8 — $S=2$ м; 2, 3, 9—11 — $S=3$ м; 4, 5, 12—14 — $S=4$ м; для промежутка «экран — земля» при $H=3$ м; 15, 16 — результаты высокогорных испытаний; 17 — результаты испытаний при нормальных условиях по [1]; 16 — выдерживаемое напряжение $U_{50\%} - 3\sigma$

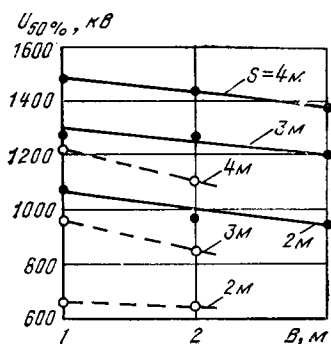


Рис. 2. Зависимость $U_{50\%}$ промежутка «экран — стойка опоры» от ширины стойки, обращенной к экрану, и длины промежутка ($\tau_f=400-500$ мкс): ● — результаты высокогорных испытаний; ○ — результаты испытаний при нормальных условиях по [1]

тельной полярности служил импульсный генератор 3 МВ с диапазоном изменения длины фронта испытательных импульсов от 10 до 1500 мкс. Система измерений (два емкостных делителя напряжения, электронный измеритель амплитуды напряжения, катодный осциллограф с фотозаписью) градуирована стандартным измерительным разрядником с диаметром шаров 1,5 м.

В процессе испытаний строилась зависимость вероятности перекрытия промежутка от амплитуды импульса воздействующего напряжения (по 6—7 точкам при 50 воздействиях на каждой ступени напряжения) и определялись ее параметры — 50%-ное разрядное напряжение $U_{50\%}$ и стандарт кривой эффекта σ . Результаты испытания проводились к среднегодовому давлению воздуха 68 кПа.

Как уже отмечалось, объекты испытаний были идентичны макетам [1]. Экран изоляционных систем был смонтирован из двух колец диаметром 1,65 м (диаметр трубы тороида 80 мм), установленных соосно на расстоянии 200 мм. Экран подвешивался на удлиненной траверсе portalной опоры в положении крайней фазы на высоте 8 м над землей, что соответствует габариту разъединителя 750 кВ. От несущего троса экран изолировался гирляндой изоляторов длиной 8 м. Капроновыми оттяжками фиксировалось положение экрана в ветренную погоду и изменялось расстояние от экрана до макета стойки опоры S.

Стойка опоры имитировалась объемными металлоконструкциями с размерами $1 \times 1 \times 10$ м, комбинацией которых изменялась ширина стойки, обращенная к экрану ($B=1$ и 2 м). Заземленный макет стойки устанавливался у наружной грани стойки портала.

Подвод напряжения к объектам осуществляется шлейфами, представляющими собой расщепленный на четыре составляющие провод диаметром 4 мм (радиус расщепления 200 мм).

Анализ результатов испытаний воздушных промежутков «экран — земля» и «экран — стойка опоры» до 4 м, также как промежутков с любой реально встречающейся конфигурацией электрического поля [2], показывает, что нет зависимости между электрической прочностью и длиной фронта импульса в диапазоне, характерном для коммутационных перенапряжений (см. рис. 1). Также нет уменьшения разрядных напряжений при длине фронта импульсов 100—500 мкс, имеющего место и ярко выраженного при нормальной плотности воздуха.

Следует отметить, что и стандарт кривой эффекта с понижением плотности воздуха становится независимым от временных параметров коммутационных импульсов, а величина его, что характерно для всех испытанных промежутков, значительно меньше аналогичных показателей при нормальных условиях (средние значения σ не превышают 0,03).

Изменение конфигурации стойки опоры вблизи экрана оказывает заметное влияние на электрическую прочность промежутка «экран — стойка опоры» (рис. 2). Уменьшение разрядного напряжения промежутка между экраном и стойкой опоры с увеличением ширины ее внешней грани и еще большее уменьшение прочности промежутка между экраном и землей определяется, как известно, соответствующим увеличением емкости промежутков.

В результате того, что разрядные характеристики воздушных промежутков $U_{50\%}$ и σ не зависят от длины фронта коммутационных импульсов, разность $U_{50\%} - 3\sigma$, соответствующая малой вероятности перекрытия, также не зависит от τ_f (рис. 1). При номинальных условиях минимум 50%-ных разрядных напряжений соответствует и минимуму стандарта σ [1]. В связи с этим выдерживаемое напряжение $U_{50\%} - 3\sigma$, определяющее электрическую прочность системы изоляционных конструкций открытого распределительного устройства, либо вовсе не зависит от τ_f , либо зависит крайне слабо.

Разрядные напряжения промежутка «экран — земля» пропорциональны давлению воздуха при $\tau_f \geq 1000$ мкс. При критических же фронтах воздействующих импульсов напряжения, соответствующих минимуму разрядных напряжений, хорошее совпадение дает приведение по формуле

$$U_{50\%} = U_{50\%, 0} (P/P_0)^n,$$

где показатель степени n зависит от длины промежутка и принят в соответствии с ГОСТ 1516.2—76. Сопоставление разрядных напряжений промежутка «экран—стойка опоры» затруднительно в связи с некоторым различием в конструкции части экрана, обращенной к стойке.

Ограничения проведения экспериментов, накладываемые горной местностью на сроки, не представляют возможности испытать все разнообразие промежутков, характерных для открытых распределительных устройств. Однако определение количественных соотношений между разрядными характеристиками отдельных воздушных промежутков распределительного устройства, высотные отметки которых могут существенно отличаться, при обяза-

тельном учете различия характера зависимости $U_{50\%} = f(\tau_{\phi})$ позволит с высокой надежностью использовать богатый материал равнинных исследований для проектирования горных электропередач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киндяков В. С., Щербакова Г. А. Электрическая прочность воздушной изоляции ОРУ 750 кВ при коммутационных перенапряжениях. — Электричество, 1978, № 3.
2. Бурханов Р. С., Вялов С. И. Электрическая прочность изоляции горных линий электропередачи. — Энергетическое строительство, 1980, № 11.

[10.09.81]

УДК 621.314.632

Оптимизация схемы высоковольтного тиристорного вентиля

ЧЕРНИКОВ Г. Б.

ВЭИ им. В. И. Ленина

Развитие высоковольтной преобразовательной техники, в частности для передач постоянного тока, обусловило использование большого числа последовательно соединенных тиристорных ячеек в составе высоковольтного тиристорного вентиля (ВТВ). В этих условиях большое значение приобретают вопросы оптимизации схем и конструкций отдельных тиристорных ячеек, прямо влияющие на стоимость и надежность ВТВ. Ниже рассматривается одна из таких возможностей.

Обобщенная схема тиристорных ячеек ВТВ представлена на рис. 1, где C и R — элементы RC -цепочек, обеспечивающих равномерное распределение напряжения между тиристорами T , а L — дроссели, одна из функций которых ограничивать скорость нарастания тока i_1 разряда емкостей C при включении тиристоров T . Количество дросселей, выполняемых на полный ток ВТВ, равно числу тиристорных ячеек.

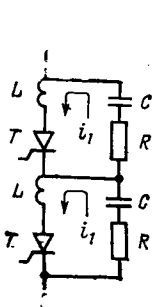


Рис. 1

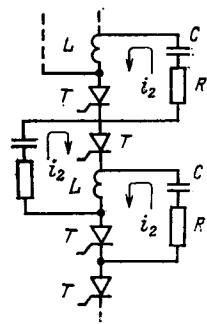


Рис. 2

На рис. 2 представлена схема с одним дросселем на две тиристорные ячейки. Сравним работу обеих схем с одними и теми же значениями L при включении тиристоров.

Ток RC -цепочки через тиристор (рис. 1) при обычно имеющемся месте апериодического разряда емкости

$$i_1 = \frac{u_0 C}{\tau_1 - \tau_2} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}), \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tau_1} &= \frac{R}{2L} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4L}{R^2 C}} \right); \\ \frac{1}{\tau_2} &= \frac{R}{2L} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4L}{R^2 C}} \right); \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

u_0 — напряжение на емкости C .
В момент $t=0$

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt(t=0)} &= -u_0 C \left(\frac{1}{\tau_1(\tau_1 - \tau_2)} - \frac{1}{\tau_2(\tau_1 - \tau_2)} \right) = \\ &= -u_0 C \left[\frac{(\tau_2 - \tau_1)}{\tau_1 \tau_2 (\tau_1 - \tau_2)} \right] = \frac{u_0}{L}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для схемы рис. 2 выражения для i_1 и $\frac{di_1}{dt}$ имеют аналогичный вид, но значения постоянных времени должны быть найдены из выражений

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tau'_1} &= \frac{R}{4L} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8L}{R^2 C}} \right); \\ \frac{1}{\tau'_2} &= \frac{R}{4L} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8L}{R^2 C}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Выражения (4) учитывают двойное значение тока RC -цепочек в дросселе L :

$$\frac{di_2}{dt(t=0)} = -u_0 C \frac{1}{\tau'_1 \tau'_2} = \frac{u_0}{2L}, \quad (5)$$

что следует и непосредственно из рассмотрения рис. 2, где ток через тиристор i_2 составляет половину тока разряда RC -цепочек в дросселе L .

Таким образом, в схеме рис. 2 обеспечивается уменьшение вдвое числа дросселей и обуславливается к тому же существенное снижение di/dt через тиристоры. Для получения в схеме рис. 2 таких же значений di/dt , как и в схеме 1, индуктивность дросселей может быть существенно уменьшена (примерно в 2 раза).

Все вышесказанное относится к случаю одновременного включения тиристоров T , но в достаточной степени справедливо и при разбросе моментов их включения. Это объясняется тем, что постоянная времени разряда RC -цепочек в современных ВТВ составляет десятки микросекунд, а значение разброса моментов зажигания тиристоров T обычно на порядок меньше. Учитывая, что дроссели выполняются на полный ток ВТВ, можно заключить, что применение схемы рис. 2 во многих случаях может оказаться весьма целесообразным.

Построение приближенных формул для решения электротехнических задач по способу „предельных точек”

КОСТЕНКО М. В., чл.-корр. АН СССР

Ленинградский политехнический институт

Для решения разнообразных электротехнических и других инженерных задач требуются вычисления значений физических величин по громоздким формулам, содержащим сложные специальные функции, интегралы, алгебраические, трансцендентные, дифференциальные или операторные уравнения. В ряде случаев необходимо оценивать влияние вариаций параметров, входящих в эти формулы, на конечные результаты. В то же время точность исходных данных и, соответственно допустимая погрешность конечных результатов имеют обычно порядок нескольких процентов. В отдельных случаях, когда требуется повышенная точность конечных результатов, прибегают к методу последовательных приближений и расчетам на ЭВМ. В этих случаях первое приближение также желательно определять по простейшим формулам с погрешностью того же порядка.

Решение подобных задач значительно упрощается, если применить способ «предельных точек» [1]. Этот способ решения был предложен автором ранее для приближенной аппроксимации монотонных функций и по существу является обобщением метода двух точек для расчета переходных токов короткого замыкания [2]. Рассмотрим сущность предложенного способа.

Однопараметрический случай. Начнем с простейшего случая, когда исходный функционал удается представить в форме, зависящей от одного параметра:

$$f(z, a) = 0. \quad (1)$$

Требуется составить простые формулы, приближенно аппроксимирующие монотонные зависимости неизвестной z от параметра a :

$$z^*_k = F^*_k(a) \approx z_k = F_k(a), \quad k=1, 2, \dots \quad (2)$$

Границы изменения параметра a (конечные или бесконечные) выбираем так, чтобы удовлетворить условию монотонного изменения z_k в пределах каждого интервала.

В большинстве технических задач не представляет затруднений найти значения z_k ($k=1, 2, \dots$) в «предельных точках» для параметра a , например при $a_1 \rightarrow 0$ и $a_2 \rightarrow \infty$. В этих точках обычно не трудно выяснить также «поведение» искомых функций $F_k(a)$, т. е. найти первые один-два члена сходящихся или асимптотических рядов:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{a_1 \rightarrow 0} z_k &= f_{0k}(a) [A_1 a^{n_1} + A_2 a^{n_2} + \dots]; \\ \lim_{a_2 \rightarrow \infty} z_k &= f_{\infty k}(a) [B_1 a^{-m_1} + B_2 a^{-m_2} + \dots], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $0 \leq n_1 < n_2 < \dots$, $0 \leq m_1 < m_2 < \dots$.

Если в (3) сохранить только первые два члена или хотя бы первые и знаки вторых членов, то обычно без больших затруднений удастся составить другие, сравнительно простые функции $F^*_k(a)$, имеющие приблизительно такие же разложения в предельных точках. Очевидно, что функции $F_k(a)$ и $F^*_k(a)$ будут иметь практически такие же значения в предельных точках и подобные характеры изменения вблизи этих точек. При промежуточных значениях параметров a функции F_k и F^*_k могут, вообще говоря, значительно различаться. Однако, если имеется некоторый навык в конструировании аппроксимирующих зависимостей $F^*_k(a)$, то относительную погрешность

$$\delta = \frac{F^*_k(a) - F_k(a)}{F_k(a)} \quad (4)$$

удается ограничить допустимыми пределами или ее можно уменьшить путем введения простейшей поправки. Поясним предлагаемый способ на конкретных примерах.

Пример 1. Напряжение, возникающее на однопроводной ли-

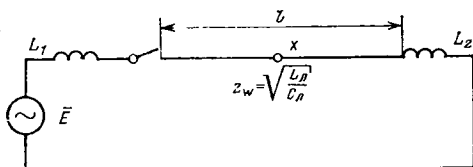


Рис. 1. Включение э. д. с. на линию без потерь

нии при включении гармонической э. д. с. (рис. 1) без учета потерь можно представить в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} \bar{U}(p, x) &= \frac{\bar{E}(p) \bar{\varphi}(p, x)}{\bar{\Delta}(p)} = \frac{H(p)}{F(p)} \doteq u(t, x) = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} 2 \left| \frac{H(j\beta_k)}{F'(j\beta_k)} \right| \cos(\beta_k t + \varphi_k), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{E}(p, x) = \frac{E_m(p \cos \psi_e - \omega \sin \psi_e)}{p^2 + \omega^2}$ — операторное изображение э. д. с.;

$$\bar{\varphi}(p, x) = z_w \operatorname{sh} \frac{p(l-x)}{c} + p L_2 \operatorname{ch} \frac{p(l-x)}{c};$$

$$\bar{\Delta}(p) = \left(z_w + \frac{p^2 L_1 L_2}{z_w} \right) \operatorname{sh} \frac{pl}{c} + p(L_1 + L_2) \operatorname{ch} \frac{pl}{c}.$$

Корень $p = j\beta_0$ знаменателя $F(p) = 0$ определяется частотой приложенной э. д. с. $\beta_0 = \omega$. Остальные корни $p = \pm j\beta_k$ ($k=1, 2, \dots$) определяются из трансцендентного уравнения $\bar{\Delta}(p) = 0$.

Рассмотрим сначала простейший случай¹, когда линия в конце разомкнута, т. е. $L_2 \rightarrow \infty$. После преобразований получаем следующее трансцендентное уравнение для определения частот собственных колебаний:

$$\operatorname{ctg} \lambda_k = a \lambda_k, \quad (6)$$

где $\lambda_k = \beta_k l / c$; $a = L_1 / L_2$; c — скорость света; L_1 и L_2 — индуктивности генераторного конца и линии.

Как видно из рис. 2, уравнение (6) имеет бесконечное число корней λ_k ($k=1, 2, \dots$), определяемых как точки пересечения котангенсоид $\operatorname{ctg} \lambda$ с лучом $a\lambda$.

Первый корень лежит в диапазоне $0 \leq \lambda_1 \leq \pi/2$ при изменении a соответственно в пределах $\infty > a \geq 0$. Если $a \rightarrow \infty$, то $\lambda_1 \rightarrow 0$ и $\operatorname{ctg} \lambda_1$ можно представить

$$\operatorname{ctg} \lambda_1 = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{\lambda_1}{3} - \frac{\lambda_1^3}{45} + \dots = a \lambda_1.$$

В этом равенстве достаточно сохранить только первые два члена разложения:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \lambda_1 = \left(a + \frac{1}{3} \right)^{-1/2} = a^{-1/2} - \frac{1}{6} a^{-3/2} + \dots \quad (7)$$

Аналогично при $a \rightarrow 0$ и $\lambda_1 = \pi/2 - \delta \rightarrow \pi/2$ имеем:

$$\operatorname{ctg} \lambda_1 = \operatorname{tg} \delta_1 = \delta_1 + \frac{1}{3} \delta_1^3 + \dots = a \left(\frac{\pi}{2} - \delta_1 \right).$$

В данном разложении достаточно сохранить только первый член:

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow 0} \lambda_1 &= \frac{\pi}{2} - \lim_{a \rightarrow 0} \delta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{a\pi}{2(1+a)} = \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{a\pi}{2} + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая, что вторые члены разложений (7) и (8) имеют отрицательные знаки, аппроксимирующую функцию необходимо конструировать так, чтобы она имела в тех же предельных точках также отрицательные знаки для вторых членов разложения. Таким свойством обладает функция вида

$$\lambda^*_1 = (A_1^{-2} + B_1^{-2})^{-1/2}, \quad (9)$$

где $A_1 = a^{-1/2}$ и $B_1 = \frac{\pi}{2}$ — первые члены разложений (7) и (8).

Применительно к рассматриваемой задаче получаем:

$$\lambda^*_1 = \left(a + \frac{4}{\pi^2} \right)^{-1/2}. \quad (10)$$

Действительно, λ^*_1 можно представить в виде рядов:

¹ Общий случай будет рассмотрен в примере [4].

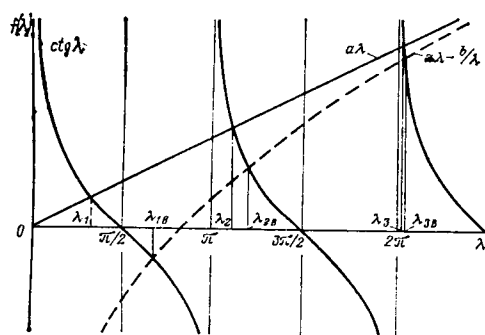


Рис. 2. Графическое определение корней λ_k ($k=1, 2, 3$) уравнения (7) и корней λ_{kv} ($k=1, 2, 3$) уравнения (36)

при $a \rightarrow \infty$

$$\lambda^*_1 = a^{-1/2} - \frac{2}{\pi^2} a^{-3/2} + \dots \approx \lambda_1;$$

при $a \rightarrow 0$

$$\lambda^*_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi^3}{16} a + \dots \approx \lambda_1.$$

(11)

Контрольный расчет производим, задаваясь λ_1 и определяя соответствующее $a = \text{ctg } \lambda_1 / \lambda_1$. Затем по формуле (10) вычисляем λ^*_1 и по формуле (4) — погрешность. Расчеты показали, что во всем диапазоне изменения a от 0 до ∞ , относительная погрешность формулы (10) не превосходит 3%, что удовлетворяет потребностям большинства практических расчетов.

Аппроксимирующую формулу для последующих корней λ_k ($k=2, 3, \dots$) уравнения (6) желательно сконструировать так, чтобы формула (10) являлась ее частным случаем при $k=1$. Из рис. 2 следует, что λ_k лежат в сравнительно узких диапазонах:

$$(k-1)\pi \leq \lambda_k \leq (k-1)\pi + \frac{\pi}{2},$$

при изменении a в пределах $\infty > a \geq 0$. Это значительно облегчает конструирование приближенной формулы для λ_k при $k \geq 2$. Если $a \rightarrow \infty$, $\lambda_k = (k-1)\pi + \delta_k$, $\delta_k \rightarrow 0$, то

$$\text{ctg } \lambda_k = \text{ctg } \delta_k = \frac{1}{\delta_k} - \frac{\delta_k}{3} + \dots = a [(k-1)\pi + \delta_k].$$

Аналогично ряду (7) имеем:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \lambda_k = (k-1)\pi + \lim_{a \rightarrow \infty} \delta_k = (k-1)\pi + \frac{1}{a(k-1)\pi} + \dots \quad (12)$$

Если $a \rightarrow 0$, $\lambda_k = (k-1)\pi + \frac{\pi}{2} - \delta_k$, $\delta_k \rightarrow 0$, то

$$\begin{aligned} \text{ctg } \lambda_k &= \text{tg } \delta_k = \delta_k + \frac{1}{3} \delta_k^3 + \dots = \\ &= a \left[(k-1)\pi + \frac{\pi}{2} - \delta_k \right]. \end{aligned}$$

Аналогично ряду (8) получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow 0} \lambda_k &= (k-1)\pi + \frac{\pi}{2} - \lim_{a \rightarrow 0} \delta_k = (k-1)\pi + \\ &+ \frac{\pi}{2} - a \left[(k-1)\pi + \frac{\pi}{2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Если $k \geq 2$ и $a \rightarrow \infty$, то имеет место неравенство:

$$a^2 (k-1)^2 \pi^2 \gg a \gg \frac{4}{\pi^2}.$$

Учитывая значения первых и знаки вторых членов разложения λ_k в предельных точках для $a \rightarrow \infty$ и $a \rightarrow 0$, аппроксимирующую формулу для λ^*_k при любом номере корня $k=1, 2, \dots$ попытаемся представить в виде

$$\lambda^*_k = (k-1)\pi + \left[a + \frac{4}{\pi^2} + a^2 (k-1)^2 \pi^2 \right]^{-1/2}. \quad (14)$$

Очевидно, что при $k=1$ формула (14) превращается в (10). При $k \geq 2$ разложения λ^*_k имеют вид:

при $a \rightarrow \infty$

$$\lambda^*_k = (k-1)\pi + \frac{1}{a(k-1)\pi} + \dots \approx \lambda_k;$$

при $a \rightarrow 0$

$$\lambda^*_k = (k-1)\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{a\pi^3}{16} + \dots \approx \lambda_k.$$

(15)

Контрольные расчеты показали, что благодаря сравнительно большому значению постоянной составляющей $(k-1)\pi$, относительная погрешность формулы (14) не превосходит 3%.

Пример 2. Внутреннее сопротивление кругового ($r_n=a$) цилиндрического немагнитного ($\mu=\text{const}$) провода переменному току с учетом скин-эффекта в случае, когда провод удален от других проводников на расстояние $s \gg r_n$ (т. е. без учета эффекта близости), можно представить в виде [5]:

$$Z = R + jX = R_0 \frac{z I_0(z)}{2 I_1(z)} = R_0 \frac{j z J_0(jz)}{2 J_1(jz)} = K_s R_0, \quad (16)$$

где I_0, I_1, J_0, J_1 — функции Бесселя; $R_0 = \rho_n / \pi a^2$ — сопротивление

этого провода постоянному току; $K_s = F(z) = \frac{z I_0(z)}{2 I_1(z)}$ — коэффициент скин-эффекта; $z = a \sqrt{\frac{j \omega \mu}{\rho_n}} = x \sqrt{j} — аргумент функции$

$F(z) = \frac{z I_0(z)}{2 I_1(z)}$.

Выбор простейшей приближенной формулы для $F^*(z)$ в данном случае осложняется тем, что как аргумент z , так и соответственно исходная функция $F(z)$ являются комплексными, причем $0 \leq |z| < \infty$. В практических расчетах важно, чтобы не только модуль $|F(z)|$, но также мнимая $\text{Im } F(z)$ и особенно вещественная $\text{Re } F(z)$ составляющие воспроизводились приближенной формулой с достаточно малой относительной погрешностью.

Как известно [6], функции Бесселя разлагаются в следующие абсолютно сходящиеся при $z \rightarrow 0$ и асимптотические при $z \rightarrow \infty$ ряды:

$$I_0(z) = 1 + \frac{z^2}{4} + \dots \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 + \frac{1}{8z} + \dots \right);$$

$$I_1(z) = \frac{z}{2} + \frac{z^3}{16} + \dots \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 - \frac{3}{8z} + \dots \right).$$

Выполнив почленное деление, имеем следующие разложения для $F(z)$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} F(z) &= 1 + \frac{z^2}{8} + \dots; \\ \lim_{z \rightarrow \infty} F(z) &= \frac{z}{2} + \frac{1}{4} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Принимая во внимание значения первых и знаки вторых членов разложения, выбираем предварительно простейшую аппроксимирующую функцию в виде:

$$F^*(z) = \sqrt{1 + \frac{z^2}{4}}. \quad (18)$$

Эта функция имеет следующие разложения в предельных точках:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } |z| \rightarrow 0 \\ \lim_{z \rightarrow 0} F^*(z) &= 1 + \frac{z^2}{8} + \dots \approx \lim_{z \rightarrow 0} F(z); \\ \text{при } |z| \rightarrow \infty \\ \lim_{z \rightarrow \infty} F^*(z) &= \frac{z}{2} + \frac{1}{z} + \dots \approx \lim_{z \rightarrow \infty} F(z). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Отделив в формуле (18) вещественные от мнимых при $z = x \sqrt{j}$, имеем:

$$F^*(z) = \sqrt{\frac{m+1}{2}} + j \sqrt{\frac{m-1}{2}}, \quad (20)$$

где $m = \sqrt{1 + (x/2)^4} = \sqrt{1 + 0,4f^2/R_0^2}$ — параметр; f — частота,

кГц; R_0 — сопротивление провода постоянному току, Ом/км.

Контрольные расчеты показали, что относительные погрешности формулы (20) лежат в следующих пределах:

для модуля $\delta|F^*(z)|$ от -7 до $+1\%$;

для вещественной части $\delta \operatorname{Re} F^*(z)$ от -7 до $+2\%$;

для мнимой части $\delta \operatorname{Im} F^*(z)$ от -10% до 0 .

Вводя простейшие поправки, получаем приближенную формулу для коэффициента скин-эффекта:

$$K_s = 0,725 \sqrt{m+1} + j0,745 \sqrt{m-1}.$$

Погрешности этой формулы не превосходят $\pm 5\%$ для каждой из составляющих отдельно.

Общий случай кубического уравнения. Кубическое уравнение в общем случае можно представить в следующем каноническом виде:

$$x^3 - Ax^2 + Bx - D = 0. \quad (22)$$

Для уменьшения числа независимых параметров полагаем $x = y + \Delta$ и выбираем соответствующее значение для Δ :

$$\Delta = A/3.$$

При этом уравнение (22) преобразуется к виду:

$$y^3 + ay - b = 0, \quad (23)$$

где $a = B - A^2/3$; $b = \frac{2}{27} A^3 - AB/3 + D$.

Разделив (23) на b и полагая $z = yb^{-1/3}$, имеем

$$z^3 + dz - 1 = 0; \quad d = ab^{-2/3}. \quad (24)$$

Таким образом, кубическое уравнение (22) можно привести к однопараметрическому виду. Однако в зависимости от конкретных значений коэффициентов A, B, D параметр d может принимать любое (d вещественное, если A, B и D вещественные) значение в интервале $-\infty < d < +\infty$.

Первый вещественный корень уравнения (24) z_1 имеет следующие первые два члена разложения в предельных точках:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } d \rightarrow \infty \\ \lim z_1 |_{d \rightarrow \infty} = \frac{1}{d} - \frac{z^3}{d} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d^4} + \dots; \\ \text{при } d \rightarrow 0 \\ \lim z_1 |_{d \rightarrow 0} = (1 - dz)^{1/3} = 1 - \frac{1}{3} d + \dots; \\ \text{при } d = -c \rightarrow -\infty \\ \lim z_1 |_{c \rightarrow \infty} = \sqrt[3]{c + 1/z} = \sqrt[3]{c} + \frac{1}{2c} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

При всех промежуточных значениях параметра d величина z_1 монотонно убывает от $+\infty$ (при $d \rightarrow \infty$) до 0 (при $d \rightarrow +\infty$).

Если значение z_1 найдено, то, разделив трехчлен (24) на разность $z - z_1$ и учитывая, что $d = z_1^{-1} - z_1^2$, получим квадратное уравнение

$$z^2 + z_1 z + \frac{1}{z_1} = 0. \quad (26)$$

Остальные корни на основании этой формулы можно выразить через z_1 :

$$z_{2,3} = -\frac{z_1}{2} \pm \sqrt{\frac{z_1^2}{4} - \frac{1}{z_1}}. \quad (27)$$

Эти корни будут вещественными при $z_1 \geq \sqrt[3]{4} = 1,587$ и соответственно при $-d = c \geq 3\sqrt[3]{4} = 1,89$. В противном случае корни комплексные. Было бы желательно иметь единую простую формулу $z^* = f(d)$ для всего возможного диапазона значений параметра d . Точность этой формулы важно иметь достаточно высокой. Следует подчеркнуть, что относительная погрешность

искового корня

$$x^* = z^* \sqrt[3]{b} + A/3 \quad (28)$$

может значительно возрасти по сравнению с погрешностью для z^* , если b и A имеют разные знаки и слагаемые близки по абсолютной величине. Сконструировать такую единую формулу для z^* автору пока что не удалось. Поэтому пришлось интервал аппроксимации разбить на две части и дать две различные формулы, приближенно справедливые соответственно для положительных и отрицательных значений параметра $d = -c$:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } 0 \leq d < +\infty \\ z^* = (1 + d^2)^{-1/2}; \\ \text{при } -\infty < d = -c < 0 \\ z^* = (1 + c)^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

В предельных точках эти аппроксимации имеют следующие разложения:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } d \rightarrow \infty \\ \lim z^* |_{d \rightarrow \infty} = \frac{1}{d} - \frac{1}{2d^3} + \dots \approx z_1; \\ \text{при } d \rightarrow 0 \\ \lim z^* |_{d \rightarrow 0} = 1 - \frac{1}{2} d^2 + \dots \approx z_1; \\ \text{при } c \rightarrow 0 \\ \lim z^* |_{c \rightarrow 0} = 1 + \frac{1}{2} c + \dots \approx z_1; \\ \text{при } c \rightarrow \infty \\ \lim z^* |_{c \rightarrow \infty} = \sqrt[3]{c} + \frac{1}{2\sqrt[3]{c}} + \dots \approx z_1. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Контрольные расчеты показали, что при промежуточных значениях d или c относительная погрешность z^* может достигать $7,2\%$. В тех случаях, когда это нежелательно, можно внести сравнительно простые корректирующие поправки, обеспечивающие снижение погрешностей до 4% . При этом формулы (29) приобретают вид:

$$z^* = (1,08 + d^2)^{-1/2} \quad \text{и} \quad z^* = 0,96 \sqrt[3]{1 + c}. \quad (31)$$

В случае необходимости дальнейшего снижения погрешностей целесообразно воспользоваться следующими более сложными формулами:

$$\left. \begin{aligned} \text{для уравнения } z^3 + dz - 1 = 0, \quad d > 0 \\ z^* = 1,026 (1,11 + d^2 + 0,15d)^{-1/2}; \\ \text{для уравнения } z^3 - cz - 1 = 0, \quad c > 0 \\ z^* = (1 + c - 0,2\sqrt[3]{c})^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Погрешности этих формул не превосходят соответственно $2,6$ и $1,9\%$.

В сомнительных случаях для оценки погрешности x^* применяем разложение четырехчлена $f(x) = x^3 - Ax^2 + Bx - D$ в ряд Тейлора:

$$f(x_1) = f(x^*) + (x_1 - x^*)f'(x^*) + \dots$$

Отбрасываем члены с высшими степенями разности $x_1 - x^*$ и принимаем для уточненного значения корня x_1 согласно (22) $f(x_1) = 0$. Получаем оценку погрешности:

$$\delta \approx \frac{x^* - x_1}{x^*} = \frac{f(x^*)}{x^* f'(x^*)} = \frac{x_1^3 - Ax_1^2 + Bx_1 - D}{3x_1^2 - 2Ax_1 + Bx_1}.$$

Если значение δ оказалось выше допустимого, то уточненное значение x_1 определяем по формуле

$$x_1 = x^* (1 - \delta).$$

Пример 3 (режимы работы импульсного генератора (ГИН) на емкость испытуемого объекта). Эквивалентная схема импульсного генератора в первом приближении представлена на рис. 3. Операторное изображение по Лапласу и соответствующий оригинал имеют вид:

$$\bar{U}_n(p) = \frac{U_0 R_p}{LC_n (R_p + R_\Phi) z(p)} \doteq u_n(t) =$$

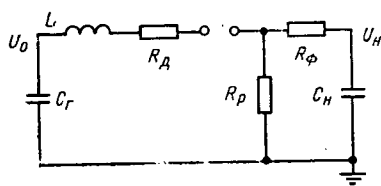


Рис. 3. Простейшая эквивалентная схема ГИН:

U_0, U_n — зарядное напряжение и напряжение на испытуемом объекте; C_n — емкость ГИН и испытуемого объекта; L — эквивалентная индуктивность разрядного контура; R_n, R_p, R_Φ — демпферное, разрядное и фронтовое сопротивления

$$= \frac{U_0 R_p}{LC_H (R_p + R_\Phi)} \sum_{k=1}^3 \frac{e^{p_k t}}{z'(p_k)}, \quad (33)$$

где p_k ($k=1, 2, 3$) — корни характеристического уравнения

$$z(p) = p^3 + (\alpha_1 + \alpha_2)p^2 + (\beta_1^2 + \beta_2^2)p + \beta_1^2 \alpha_1 = 0; \quad (34)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1^2, \beta_2^2$ — вещественные положительные параметры;

$$\alpha_1 = \frac{1}{C_H (R_p + R_\Phi)}; \quad \alpha_2 = \frac{R_{p,\Phi} + R_d}{L};$$

$$\beta_1^2 = \frac{1}{LC_r}; \quad \beta_2^2 = \frac{R_d + R_\Phi}{R_p + R_\Phi} \frac{1}{LC_H}; \quad R_{p,\Phi} = \frac{R_p R_\Phi}{R_p + R_\Phi}.$$

Очевидно, уравнение (34) должно иметь один отрицательный вещественный корень. Два остальных корня могут быть как вещественными, так и комплексными. Таким образом, необходимо найти вещественный положительный корень уравнения (22), в котором примем:

$$x_1 = -p_1 \geq 0; \quad A = \alpha_1 + \alpha_2; \quad B = \beta_1^2 + \beta_2^2; \quad D = \beta_1^2 \alpha_1.$$

Согласно формуле (28)

$$x^*_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{3} + z^*_1 \sqrt[3]{b}.$$

Для реальных параметров ГИН $b > 0$ и $a < 0$. Воспользуемся формулой (31), получим:

$$c = -d = -ab^{-2/3} > 0; \quad x^*_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{3} + 0,96 \sqrt{\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}{3} - (\beta_1^2 + \beta_2^2) + b^{2/3}}, \quad (35)$$

где

$$b = \frac{2}{27} (\alpha_1 + \alpha_2)^3 - \frac{1}{3} (\alpha_1 + \alpha_2) (\beta_1^2 + \beta_2^2) + \beta_1^2 \alpha_1.$$

Желательно, чтобы при испытаниях объекта колебательная составляющая отсутствовала, т. е. чтобы остальные корни, определенные по формуле (27), были вещественными. Для этого необходимо, чтобы $c \geq 3 \cdot 2^{-2/3}$, или после преобразований:

$$(\alpha_1 + \alpha_2)^2 > 4 (\beta_1^2 + \beta_2^2) + \frac{\beta_1^2 \alpha_1}{(\beta_1^2 + \beta_2^2)^2} [4 (\alpha_1 + \alpha_2)^3 - 18 (\alpha_1 + \alpha_2) (\beta_1^2 + \beta_2^2) + 27 \beta_1^2 \alpha_1].$$

Двухпараметрический случай. Значительно труднее сконструировать простую и достаточно точную аппроксимирующую формулу для двухпараметрических зависимостей в случаях, если эти параметры изменяются независимо друг от друга в широком диапазоне, а преобразовать их к однопараметрическому виду не удается. Рассмотрим решение на конкретном примере.

Пример 4. Общий случай схемы рис. 1 с учетом индуктивности в конце линии. Соответствующее характеристическое уравнение будет вместо (6) иметь следующий вид [3]:

$$\operatorname{ctg} \lambda = a\lambda - \frac{b}{\lambda}, \quad (36)$$

где

$$a = \frac{L_1 L_2}{L_\Sigma (L_1 + L_2)}; \quad b = \frac{L_\Sigma}{L_1 + L_2}.$$

Как следует из рис. 2, на котором зависимость $f(\lambda) = a\lambda - b/\lambda$ показана пунктиром, определяющее значение для всех корней λ_k (при $k \geq 2$) имеет параметр a . Поэтому за основу аппроксимации желательно взять формулу (14) и видоизменить ее так, чтобы при $b \rightarrow 0$ обобщенная формула превращалась бы в (14), а для $k=1$ — в (10).

В результате преобразований, аналогичных примеру 1, из (36) находим разложения для корня λ_1 в предельных точках

для a и b :

при $a \rightarrow \infty$,

$$b = \text{const} \quad \lim_{a \rightarrow \infty} \lambda_1 = \sqrt{\frac{1+b}{a+1/3}} = \left(\frac{1+b}{a}\right)^{1/2} - \frac{(1+b)^{1/2}}{6a^{3/2}} + \dots;$$

при $a = \text{const}$,

$$b \rightarrow \infty \quad \lim_{b \rightarrow \infty} \lambda_1 = \pi - \frac{\pi}{b} + \dots;$$

при $a \rightarrow 0$,

$$b \rightarrow 0 \quad \lim_{b \rightarrow 0} \lambda_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{a\pi}{2} + \frac{2b}{\pi} + \dots$$

Из сопоставления (37), (7), (8), (11) видим, что формулу (10) необходимо видоизменить следующим образом:

$$\lambda^*_1 = \left[\frac{a}{1+b} + \frac{(b+2)^2}{(b+1)^2 \pi^2} \right]^{-1/2}. \quad (38)$$

Такая функция в предельных точках имеет разложения:

при $a \rightarrow \infty$,

$$b = \text{const} \quad \lim_{a \rightarrow \infty} \lambda^*_1 = \left(\frac{1+b}{a}\right)^{1/2} - \frac{(b+2)^2}{2\pi^2 (b+1)^{1/2} a^{3/2}} + \dots \approx \lambda_1;$$

при $a = \text{const}$,

$$b \rightarrow \infty \quad \lim_{b \rightarrow \infty} \lambda^*_1 = \pi - \frac{\pi}{b} \left(1 + \frac{1}{2} a \pi^2\right) + \dots \approx \lambda_1;$$

при $a \rightarrow 0$,

$$b \rightarrow 0 \quad \lim_{b \rightarrow 0} \lambda^*_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi^3 a}{16} + \frac{\pi b}{4} + \dots \approx \lambda_1.$$

Контрольные расчеты показали, что (38) дает относительную погрешность не более 5% при любых значениях a и b в диапазоне $0 \leq b \leq a < \infty$.

Наконец, для последующих корней λ_k ($k \geq 2$), сопоставляя формулы (38) и (14) и учитывая малое влияние параметра b на эти корни (см. рис. 2), выбираем предполагаемую аппроксимацию корней уравнения (36) в виде:

$$\lambda^*_k = (k-1)\pi + \left[\frac{a}{1+b} + \frac{(b+2)^2}{(b+1)^2 \pi^2} + a^2 (k-1)^2 \pi^2 \right]^{-1/2}. \quad (40)$$

Контрольные расчеты показали, что погрешность этой формулы также не превосходит 5% при $0 \leq b \leq a < \infty$.

Приближенные формулы для вычисления амплитуд переходных токов и напряжений в простейших электрических цепях. Во многих практических задачах требуется приближенно определить только амплитудные значения токов и напряжений в простейших цепях и нет необходимости вычислять всю кривую переходного процесса.

Рассмотрим амплитудные значения переходных процессов, которые описываются дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянным свободным членом и с заданными начальными условиями:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} + \beta_0^2 z = A; \quad z(0) = A_0. \quad (41)$$

Уравнению (41) соответствуют операторные уравнения

$$\bar{\varphi}_1(p) = \frac{1}{p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2}; \quad \bar{\varphi}_2(p) = \frac{\beta_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2)}. \quad (42)$$

В зависимости от соотношения между параметрами $\kappa = \alpha/\beta_0$ корни характеристического трехчлена $F(p) = p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2$ будут комплексными сопряженными при $\kappa < 1$, вещественными при $\kappa > 1$ и в критическом случае (при $\kappa = 1$) вещественными и равными. Поэтому при конструировании приближенных формул для амплитуд оригиналов $\Phi_{1\max}(\alpha, \beta_0)$ и $\Phi_{2\max}(\alpha, \beta_0)$ необходимо рассматривать два интервала изменения κ между тремя предельными точками:

колебательный процесс при $0 \leq \kappa < 1$

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t, \quad \varphi_2(t) = 1 -$$

$$- \frac{\beta_0}{\beta} e^{-\alpha t} \cos \left(\beta t - \arctg \frac{\alpha}{\beta} \right), \quad (43)$$

где $\beta = \sqrt{\beta_0^2 - \alpha^2}$;аперриодический процесс при $1 < \kappa < \infty$

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{\delta_1 - \delta_2} (e^{-\delta_2 t} - e^{-\delta_1 t}),$$

$$\varphi_2(t) = 1 - \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2} e^{-\delta_2 t} + \frac{\delta_2}{\delta_1 - \delta_2} e^{-\delta_1 t}, \quad (44)$$

где $\delta_{1,2} = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \beta_0^2}$.В случае $\kappa=1$ имеет место критический аперриодический процесс:

$$\varphi_1(t) = t e^{-\alpha t}, \quad \varphi_2(t) = 1 - (1 + \alpha t) e^{-\alpha t}. \quad (45)$$

Исходное уравнение или функция	Аппроксимирующая функция	Погрешность
$F = I_1(x)$	$F^* = 1,03 (e^x - 1) (2\pi x + 4)^{-1/2} \quad 0 \leq x < \infty$	$\leq 5\%$
$F = I_0(x)$	$F^* = 1,05 (e^x + 1) (2\pi x + 4)^{-1/2} \quad 0 \leq x < \infty$	$\leq 5\%$
$F = I_0(x)/I_1(x)$	$F^* = (1 + 4/x^2)^{1/2} \quad 0 \leq x < \infty$	$\leq 4\%$
$F = \frac{x \sqrt{j} I_0(x \sqrt{j})}{2 I_1(x \sqrt{j})}$	$F^* = 0,725 \sqrt{m+1} + j 0,745 \sqrt{m-1}, \quad m = \left(1 + \frac{x^4}{16}\right)^{1/2} \quad 0 \leq x < \infty$	относительная для Re F и Im F $\leq 5\%$
$F = K_0(x)/K_1(x)$	$F^* = x \ln(1 + 1/x) \quad 0 \leq x < \infty$	$\leq 3\%$
$F = K_0(x \sqrt{j})/K_1(x \sqrt{j})$	$F^* = x \sqrt{A^2 + B^2} (\cos \alpha + j \sin \alpha), \quad \text{где } \alpha = \arctg \frac{A-B}{A+B},$ $A = \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{1}{x^2}\right), \quad B = \arctg(1 + x \sqrt{2})^{-1} \quad 0 \leq x < \infty$	относительная для Re F и Im F $\leq 6\%$
$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\lambda^2} d\lambda$	$\Phi^* = 1 - e^{-x^2} (1,25x + 1)^{-1} \quad 0 \leq x < \infty$ $\Phi^* = 1,16x (1 + x^2)^{-1/2} \leq 1$	абсолютная $\leq 10^{-2}$ $\leq 3\%$
$\Phi(x)$	$\Phi^* = 1 - e^{-x^2} \frac{x + 3,57}{\sqrt{\pi} (x + 1,42)^2} \quad 0 \leq x < \infty$	$\leq 5\%$
$1 - \Phi(x)$	$1 - \Phi^* = e^{-x^2} \frac{x + 3,57}{\sqrt{\pi} (x + 1,42)^2}$	
$x^3 - bx^2 - a = 0$	$x^* = 1,02 (b^2 + a^{2/3})^{1/2} \quad 0 \leq a < \infty$ $0 \leq b < \infty$	$\leq 5\%$
$x^3 + ax - 1 = 0$	$x^* = (1,08 + a^2)^{-1/2} \quad 0 \leq a < \infty$ $x^* = 1,026 (1,11 + a^2 + 0,15a)^{-1/2} \quad 0 \leq a < \infty$	$\leq 4\%$ $\leq 2,6\%$
$x^3 - ax - 1 = 0$	$x^* = 0,96 (1 + a)^{1/2} \quad 0 \leq a < \infty$ $x^* = (1 + a - 0,2 \sqrt{a})^{1/2} \quad 0 \leq a < \infty$	$\leq 4\%$ $\leq 1,9\%$
$\operatorname{ctg} x = ax - \frac{b}{x}$	$x^*_{\pm} = (k-1)\pi + \left[\frac{a}{1+b} + \frac{(b+2)^2}{(b+1)^2 \pi^2} + a^2 (k-1)^2 \pi^2 \right]^{-1/2} \quad 0 \leq b \leq a < \infty$	$\leq 5\%$
$\bar{\varphi}(p) = \frac{1}{p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2}$	Максимальное значение оригинала $\Phi^*_{\max} = \frac{1,05}{2\alpha + \beta_0} \quad 0 \leq \alpha < \infty$ $0 \leq \beta_0 < \infty$ $\Phi^*_{\max} = \frac{1}{2\alpha + \beta_0} \left[1 + \frac{0,42\alpha\beta_0}{(\alpha + \beta_0)^2} \right] \quad 0 \leq \alpha < \infty$ $0 \leq \beta_0 < \infty$	$\leq 5\%$ $\leq 0,5\%$
$\bar{\varphi}(p) = \frac{\beta_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2)}$	$\Phi^*_{\max} = 1 + \frac{(\beta_0 - \alpha)^2}{\beta_0(\beta_0 + \alpha)} \quad 0 \leq \alpha \leq \beta_0 < \infty$	$\leq 1\%$
$F = \int_0^\infty \frac{4e^{-\lambda h} \cos a\lambda d\lambda}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2jb^{-2}}}$	$F^* = \ln \frac{(h+b)^2}{(h^2 + a^2) \cos \alpha \cos b} - j(\alpha + \beta) \quad \infty > a, b, h \geq 0$ $\alpha = \arctg \frac{b+a}{b+h}, \quad \beta = \arctg \frac{b-a}{b+h}$	относительная для Re F и Im F $\leq 6\%$

Примечания. x — вещественное; все погрешности, кроме отмеченных, относительные.

Амплитуды оригиналов в предельных точках определяются как

при $\kappa \rightarrow 0$,

$$\alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow \beta_0 \lim \Phi_{1\max} = \frac{1}{\beta_0} \left(1 - \frac{\kappa\pi}{2}\right),$$

$$\lim \Phi_{2\max} = 2 - \kappa\pi;$$

при $\kappa = 1$,

$$\alpha = \beta_0 \lim \Phi_{1\max} = \frac{1}{\alpha e} = \frac{1,104}{2\alpha + \beta_0}, \Phi_{2\max} = 1;$$

при $\kappa \rightarrow \infty$,

$$\beta_0 \rightarrow 0 \lim \Phi_{1\max} = \frac{1}{2\alpha} \left(1 + \frac{1}{4\kappa^2}\right), \Phi_{2\max} = 1.$$

В соответствии с (46) для амплитуд оригиналов $\Phi_{1\max}$ и $\Phi_{2\max}$ в предельных точках выбираем следующие структуры приближенных формул для $\Phi_{1\max}^*(\kappa)$ и $\Phi_{2\max}^*(\kappa)$:

$$\Phi_{1\max}^*(\kappa) = \frac{1 + f_1(\kappa)}{2\alpha + \beta_0}, \Phi_{2\max}^* = 1 + f_2(\kappa). \quad (47)$$

В результате соответствующих преобразований [7] имеем формулы для поправочных членов в выражениях (47):

при $\kappa < 1$

$$f_1(\kappa) = (1 + 2\kappa) \exp \left[\frac{-\kappa}{\sqrt{1-\kappa^2}} \arctg \frac{\sqrt{1-\kappa^2}}{\kappa} \right] - 1;$$

$$f_2(\kappa) = \exp \left[\frac{-\kappa\pi}{\sqrt{1-\kappa^2}} \right]; \quad (48)$$

при $\kappa > 1$

$$f_1(\kappa) = (1 + 2\kappa) [\kappa + \sqrt{\kappa^2 - 1}]^{-\frac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2 - 1}}} - 1; f_2(\kappa) = 0. \quad (49)$$

Способ предельных точек способствует выбору простейшей структуры приближенных формул. Действительно, в данном случае численный анализ показал, что несмотря на сложный внешний вид формул для $f_1(\kappa)$ эта зависимость монотонно нарастает в узких пределах от 0 до 0,104 при увеличении κ от 0 до 1, затем она монотонно убывает от 0,104 до 0 при увеличении κ от 1 до ∞ . Поэтому простейший вид приближенной формулы для $\Phi_{1\max}^*$ получается, если принять среднее значение $f_1(\kappa) = 0,05$:

$$\Phi_{1\max}^* = \frac{1,05}{2\alpha + \beta_0}. \quad (50)$$

Формула (50) справедлива при любых значениях α и β_0 в диапазонах от 0 до ∞ , и ее относительная погрешность не превышает 5%. При необходимости уточнения можно ввести

корректирующую поправку $f_1(\kappa) = \frac{0,42\kappa}{(1+\kappa)^2}$. Тогда получается следующая более сложная формула:

$$\Phi_{1\max}^* = \frac{1}{2\alpha + \beta_0} \left[1 + \frac{0,42\alpha\beta_0}{(\alpha + \beta_0)^2} \right]. \quad (51)$$

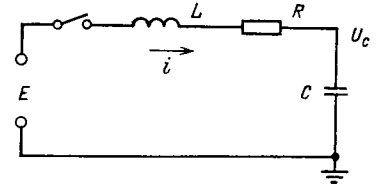
Погрешность уточненной формулы (51) не превосходит 0,5% при любых значениях α и β_0 .

Что касается приближенной формулы для $\Phi_{2\max}^*$, то она практически необходима только для диапазона комплексных корней, когда $\kappa < 1$, так как при $\kappa \geq 1$ $\Phi_{2\max}$ наступает при $t \rightarrow \infty$ и равно единице.

Простейшее выражение для $f_2(\kappa)$ при $\kappa < 1$ и соответствующая аппроксимирующая формула для $\Phi_{2\max}^*$ имеют вид:

$$f_2(\kappa) = \frac{1 - \kappa^2}{1 + \kappa}; \quad \Phi_{2\max}^* = 1 + \frac{(\beta_0 - \alpha)^2}{\beta_0(\beta_0 + \alpha)}. \quad (52)$$

Рис. 4. Включение постоянной э. д. с. в простейший колебательный контур



Погрешность формулы для $\Phi_{2\max}^*$ не превосходит 1% при любых значениях α и β_0 в диапазоне $0 \leq \alpha < \beta_0 < \infty$, что вполне достаточно для большинства практических расчетов.

Пример 5. Определить амплитуды тока $I_{\max}$ и напряжения на емкости $U_{C\max}$ простейшего колебательного контура (рис. 4) при включении постоянной э. д. с.

Операторные изображения по Лапласу тока и напряжения имеют вид:

$$\bar{I}(p) = \frac{E}{L(p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2)}; \quad (53)$$

$$\bar{U}_C(p) = \frac{E\beta_0^2}{p(p^2 + 2\alpha p + \beta_0^2)},$$

где $2\alpha = R/L$; $\beta_0^2 = 1/(LC)$.

Воспользовавшись формулами (50) и (52), получим:

$$\left. \begin{aligned} I_{\max}^* &= \frac{1,05E}{R + z_w}; \\ U_{C\max} |_{R < 2z_w} &= E \left[1 + \frac{(2z_w - R)^2}{2z_w(2z_w + R)} \right]; \\ U_{C\max} |_{R \geq 2z_w} &= E, \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

где $z_w = \sqrt{LC}$ — характеристическое сопротивление контура.

Выводы. 1. Показаны широкие возможности применения способа «предельных точек» для приближенного решения разнообразных электротехнических и других инженерных задач, связанных с решением различных уравнений и вычислением специальных функций. В таблице приведены полученные способом предельных точек простые аппроксимирующие формулы и указаны их максимальные погрешности для некоторых инженерных задач.

2. Способ может найти широкое применение при конструировании разнообразных приближенных формул.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костенко М. В. Приближенная аппроксимация монотонных функций способом «предельных точек». — Изв. вузов. Энергетика, 1958, № 9.
2. Розенберг Б. И., Костенко М. В. Вычисление токов короткого замыкания методом двух и трех точек. — Электричество, 1937, № 2.
3. Техника высоких напряжений/ Под ред. М. В. Костенко — М.: Высшая школа, 1973.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: ГИТТЛ, 1956.
5. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.
7. Костенко М. В. Атмосферные перенапряжения и грозоопасность высоковольтных установок. — М.: Госэнергоиздат, 1949.

[15.03.82]

Читательская конференция

по книгам «Основы теории цепей» Зевеке Г. В., Ионкин П. А.,
Нетушил А. В., Страхов С. В. — 2-е изд., М.: Энергия, 1975
и «Электротехнический справочник» (в трех томах) —
6-е изд./Под ред. профессоров МЭИ, М.: Энергоиздат, 1980—1982 гг.

28 июня 1982 г. Энергоиздат и Научно-методические советы Минвуза СССР по электротехнике и теоретическим основам электротехники организовали и провели читательскую конференцию по книгам Зевеке Г. В., Ионкина П. А., Нетушила А. В., Страхова С. В. «Основы теории цепей» и «Электротехнический справочник». В конференции приняли участие 46 чел. (в том числе представители МЭИ, МВТУ, МИСИС, МАИ, МИРЭА) и выступили 11 чел.

Во вступительном слове директор Энергоиздата С. П. Розанов отметил, что обсуждаемые книги являются одними из наиболее ценных среди выпущенных издательством, о чем свидетельствуют многократные переиздания и большие тиражи.

Авторы книги «Основы теории цепей» пояснили особенности методики изложения материала и логические связи между разделами. Редактор книги Б. Я. Жуховицкий от имени кафедр ТОЭ и инженерной электрофизики МЭИ дал высокую оценку изданию и рассказал об истории создания этой книги.

Доцент Б. С. Сухоруких отметил, что книга «Основы теории цепей» используется в качестве основного учебника для электротехнических специальностей МИИТ. «Несмотря на то, что эта книга по существу является учебником по ТОЭ,— сказал профессор В. Г. Герасимов,— она широко используется в курсах электротехники для студентов неэлектрических специальностей, в том числе и для курса теории электрических цепей для радиотехнических специальностей, а также на курсах повышения квалификации преподавателей». В книге сочетаются строгость выводов с четкостью и ясностью изложения, что делает ее весьма привлекательной для широкого круга читателей. Рассмотрение современных методов анализа и синтеза электрических цепей ведется от простого к сложному, что позволяет читателю легко освоить практически весь арсенал современной электротехники.

Проф. В. А. Лабунцов отметил, что книга является хорошим справочным пособием для практической деятельности инженера-

электрика. Ее используют также многие аспиранты. Проф. Е. Л. Львов указал, что книга основана на многолетнем опыте электротехнической школы МЭИ. Авторы, в частности, включили изложение вопросов метода переменных состояния, которые сейчас широко применяются в теории управления. Как положительный факт отмечается большое количество примеров. О предыстории создания книги рассказал проф. П. Г. Грудинский. В основу ее были положены лекции проф. К. А. Круга. Он подчеркнул, что в настоящем виде книга представляет большую ценность для студентов, преподавателей и инженеров.

Высокий педагогический уровень книги по сравнению с аналогичными учебниками отметил проф. В. М. Лавров. Он рекомендовал эту книгу также и для изучения студентами, специализирующимися по электросвязи, хотя создавалась она, в основном, для электроэнергетиков.

Давая высокую оценку книге «Основы теории цепей», выступающие отмечали ее как основной учебник по курсу ТОЭ и высказывали некоторые критические замечания, направленные на дальнейшее совершенствование ее в последующих изданиях, в частности, отмечали необходимость перераспределения объема отдельных разделов и соблюдения большей строгости в терминологии.

Проф. Б. М. Тареев сказал, что составление справочников — работа чрезвычайно полезная для широкого круга читателей, но весьма ответственная и трудоемкая. «Электротехнический справочник», вышедший уже 6-м изданием, обязан своим высоким качеством прежде всего группе профессоров МЭИ и редактору Энергоиздата И. В. Антику. Энергоиздату целесообразно выпустить справочник новым изданием и в то же время продолжить выпуск справочников по более узкой тематике (в том числе по кабелям, конденсаторам, электротехническим материалам и т. п.). Б. М. Тареев также дал весьма высокую оценку учебнику «Основы теории цепей».

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Всесоюзный институт научной и технической информации (ВИНИТИ) Государственного комитета СССР по науке и технике и Академии наук СССР с 1983 г. будет издавать отдельный выпуск Реферативного журнала (РЖ) ВИНИТИ — «Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии».

Выпуск содержит разделы: общие вопросы (энергетический потенциал нетрадиционных и возобновляемых источников энергии; общие проблемы использования альтернативных источников энергии; государственные программы использования нетрадиционных и возобновляемых источников энергии); ветроэнергетика (общие проблемы ветроэнергетики; ветроэнергетические установки и станции); геотермические электростанции и установки (виды геотермальных ресурсов; параметры геотермальных сред; геотермальные энергоисточники; энергетическое использование геотермальных ресурсов); электрические станции и установки, использующие разность температур слоев морской воды; гидроэнергетические установки, использующие энергию течений и волн (установки для использования энергии течений и волн; создание

и использование новых источников энергии воды); водородная энергетика (состояние и перспективы развития водородной энергетики; получение водорода; транспортировка и хранение водорода; процессы и установки, использующие водород в качестве топлива); биомасса как возобновляемый источник энергии (общие вопросы использования биомассы; перспективы использования биомассы и продуктов ее переработки в энергетике; переработка и использование различных видов биомассы; установки по переработке биомассы); использование низкотемпературного тепла Земли, воды, воздуха; нетрадиционные способы и установки аккумуляции энергоносителей для целей электроэнергетики.

Выпуск предназначен для научных и инженерно-технических работников, связанных в своей деятельности с разработкой и использованием нетрадиционных и возобновляемых источников энергии. Каждый выпуск будет содержать в среднем 120 рефератов, аннотаций и библиографических описаний. Периодичность — 12 номеров в год.

СОДЕРЖАНИЕ

Маркушевич Н. С. — Управление реактивной мощностью в энергосистеме	1	Белохвастов В. А., Михайлов В. В. — Статические и динамические методические погрешности измерительных преобразователей тока с сердечником из магнитодиэлектрика	54
Аввакумов В. Г. — Решение задач с нескаллярным целевым функционалом при расчете электроэнергетических систем	5	Титов М. Н. — Исследование методом конформных отображений электрического поля конденсатора с неоднородным диэлектриком	57
Гурский С. К., Домников С. В. — Распределение активной мощности методом гарантированного относительного уровня	10	Сообщения	
Артамонов А. Ф., Верещагин И. П., Головин Г. Т., Литвинов В. Е. — Расчет поля коронного разряда для аксиально-симметричных систем электродов	16	Батюк И. И., Богданов В. А., Дорохин А. П., Орнов В. Г., Рабинович М. А. — Оценка крутизны частотных характеристик энергосистем	60
Гамм Б. З. — Защита синхронных генераторов от асинхронных режимов	21	Барамысова Г. А., Бурлаку М. И., Журавлев В. Г. — Оценка экономического эффекта при распределении нагрузки с учетом экологических факторов	62
Калининченко А. Я. — Развитие принципов управления многофазными тиристорными широтно-импульсными преобразователями	27	Рябихин Е. А. — Об одном методе моделирования электрических цепей с заданной точностью	65
Жемеров Г. Г. — Расчет нагрева тиристоров непосредственного преобразователя частоты методом моделирования случайного процесса	32	Семкин Б. В., Юшин А. В. — О согласовании параметров генератора с формирующей линией и канала искрового разряда	67
Канискин В. А., Середа Г. Г. — Современное состояние исследований электрической изоляции криогенных устройств	37	Бурханов Р. С., Вялов С. И. — Разрядные характеристики изоляционных промежутков при пониженной плотности воздуха	70
Ефремов И. С., Калошкин А. М. — Математическая модель надежности двигателей большегрузных электромобилей	44	Черников Г. Б. — Оптимизация схемы высоковольтного тиристорного вентиля	71
Из опыта работы		Костенко М. В. — Построение приближенных формул для решения электротехнических задач по способу «предельных точек»	72
Тер-Оганесян И. М. — Влияние стальных труб на погрешность измерения сопротивления петли фаза — нуль	49	Хроника	78
Раков В. А., Дульзон А. А. — Результаты измерения амплитуд токов молнии	53		

CONTENTS

Reactive Power Control in a Power System — N. S. Markushevich	1	A Study Using Conformal Transformations of the Electric Field in a Capacitor With a Non-Uniform Dielectric — M. N. Titov	57
Solving Power System Problems Having a Non-Scalar Effectiveness Functional — V. G. Avvakumov	5	REPORTS	
Real Power Distribution by a Guaranteed Relative Level Method — S. K. Gurski, S. V. Domnikov	10	Evaluating the Slope of Power System Frequency Characteristics — I. I. Baliuk, V. A. Bogdanov, A. P. Dorokhin, V. G. Ornov, M. A. Rabinovitch	60
Computing the Corona Discharge Field for an Axially Symmetrical Electrode System — A. F. Artamonov, I. P. Vereschagin, G. T. Golovin, V. E. Litvinov	16	Evaluating the Savings for Load Distribution Sensitive to Ecological Factors — G. A. Baramisova, M. I. Burlako, V. G. Djuravlev	62
Out-of-Step Protection of Synchronous Generators — B. Z. Gamm	21	On a Method for Electric Circuit Simulation With Preset Accuracy — E. A. Riabikhin	65
Development of Principles for Controlling Polyphase Thyristor Pulse-Width Converters — A. J. Kalinichenko	27	On Matching the Parameters of a Generator With Forming Line and a Spark Discharge Channel — B. V. Semkin, A. V. Yuchin	67
Calculation of the Heating of Frequency Converting Thyristors by a Stochastic Simulation Method — G. G. Djemerov	32	Discharge Characteristics of Insulation Clearances for a Low Air Density — R. S. Burkhanov, S. I. Vyalov	70
The Present State of Research on the Electric Insulation of Cryogenic Apparatus — V. A. Kaniskin, G. G. Sereda	37	Optimization of the Circuit of a HV Thyristor Valve — G. B. Chernikov	71
A Mathematical Model for the Reliability of Motors of Large Carrying Capacity Electromobiles — I. S. Yefremov, A. M. Kaloshkin	44	Construction of Approximate Formulas for Solving Electrical Engineering Problems by an «Ultimate Point» Technique — M. V. Kostenko	72
FROM OPERATING EXPERIENCE		CHRONICLE	78
How Steel Pipes Influence the Measurement Error of the Phase-to-Ground Loop Impedance — I. M. Ter-Oganessian	49		
Results of Measuring Lightning Current Peaks — V. A. Rakov, A. A. Dulzon	53		
Static and Dynamic Intrinsic Errors of Ferrite Core Current Transducers — V. A. Byelokhvastov, V. V. Mikhailov	54		

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.016.25.072

Управление реактивной мощностью в энергосистеме. Маркушев Н. С. «Электричество», 1982, № 9.
Приведено описание разработанной в Латвэнерго системы управления реактивной мощностью источников с помощью мини-ЭВМ. Адаптация этой системы изменениям в энергосистеме осуществляется при обработке телеизмерений параметров режимов электростанций и сетей. Библ. 7.

УДК 621.311.001.24

Решение задач с нескаларным целевым функционалом при расчете электроэнергетических систем. — Аввакумов В. Г. — «Электричество», 1982, № 9.
Рассмотрен метод многократных пересечений выявленных векторов оптимального управления, используемый для решения ряда задач при проектировании электроэнергетических систем. Библ. 6.

УДК 621.311.016.2.001.24

Распределение активной мощности методом гарантированного относительного уровня. Гурский С. К., Домников С. В. — «Электричество», 1982, № 9.
Предлагается новый подход к формализации многоцелевых оптимизационных задач. На его основе строится математическая модель оперативной коррекции активных мощностей в энергосистеме в цикле внутрисуточного оперативного управления при возникновении дефицита топлива на части станций, требующая в общем случае последовательного решения двух многоцелевых задач оптимизации соответственно при жестких и нежестких ограничениях. Показана применимость метода динамического программирования для решения обеих указанных задач в условиях оперативного управления энергосистемой. Библ. 6.

УДК 621.3.015.532.001.24

Расчет поля униполярного коронного разряда для аксиально-симметричных систем электродов. Артамонов А. Ф., Верещагин И. П., Головин Г. Т., Литвинов В. Е. — «Электричество», 1982, № 9.
Предложен численный метод расчета, позволяющий определить характеристики поля во внешней области коронного разряда для осесимметричных систем электродов. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными. Показана необходимость учета изменения подвижности носителей заряда. Расчетами подтверждена возможность пренебрежения влиянием диффузии. Библ. 9.

УДК 621.316.925:621.313.322

Защита синхронных генераторов от асинхронных режимов. Гамм Б. З. — «Электричество», 1982, № 9.
Рассмотрены и сопоставлены выявительные органы различных типов защит генераторов от асинхронного режима, оценена их работоспособность, чувствительность, надежность. Предложены структурные схемы защит на основе использования косвенных режимных параметров при асинхронном ходе, характеризующиеся отсутствием зон нечувствительности. Библ. 5.

УДК 621.314.252.001.5

Развитие принципов управления многофазными тиристорными широтно-импульсными преобразователями. Калинин А. Я. — «Электричество», 1982, № 9.
Изложен принцип управления м-фазным тиристорным импульсным преобразователем с помощью цифровых систем, позволяющий упростить процесс управления преобразователями путем использования лишь одной зоны регулирования с исключением повторения эквивалентных состояний в каждой из м зон, на которые разбит диапазон регулирования. Методами логического преобразования показывается целесообразность и возможность реализации циклического принципа управления. Рассмотрены основные принципы построения таких систем управления. Библ. 6.

УДК 621.314.26:621.314.632.001.57.001.24

Расчет нагрева тиристорных непосредственного преобразователя частоты методом моделирования случайного процесса. Жемеров Г. Г. — «Электричество», 1982, № 9.
Описан метод расчета температуры р-п-р-п-структуры тиристорных непосредственного преобразователя частоты, позволяющий учесть случайный процесс изменения частоты питающей сети. На конкретных примерах показана возможность существенного, в 1,5 раза, увеличения токовых нагрузок тиристорных по сравнению с детерминированным режимом работы при неизменном отношении входной и выходной частот. Библ. 6.

УДК 621.315.61.001.5:536.483

Современное состояние исследований электрической изоляции криогенных устройств. Канискин В. А., Середа Г. Г. — «Электричество», 1982, № 9.
Излагаются основные направления исследований: диэлектрические потери, электрическая прочность и старение полимеров, частичные разряды в электрической изоляции, пропитанной криогенными жидкостями, влияние термокриоциклических воздействий на электрические характеристики полимеров.
Показано, что тангенс угла диэлектрических потерь неполярных полимеров при температуре жидкого гелия составляет около 10^{-6} . Имеющиеся в полимере различные добавки, в том числе и некоторые антиоксиданты, увеличивают величину диэлектрических потерь.
Анализируется влияние присутствия криогенной жидкости на электрическое старение полимеров. Показано, что основной причиной разрушения полимеров при криогенных температурах под действием электрического поля являются частичные разряды. Библ. 33.

УДК 621.333.019.34.001.57

Математическая модель надежности двигателей большегрузных электромобилей. — Ефремов И. С., Калошкин А. А. — «Электричество», 1982, № 9.
Приведена методика исследования надежности тяговых электродвигателей, основанная на математическом моделировании комплекса систем карьерного электромобиля с использованием данных об эксплуатации электромобилей в различных карьерах горнодобывающей промышленности. Библ. 3.
УДК 621.318.3.062

УДК 621.316.1:621.317.33.088.001.24

Влияние стальных труб на погрешность измерения петли «фаза — нуль». Тер-Оганесян И. М. — «Электричество», 1982, № 9.
Дана количественная оценка влияния стальных труб электропроводов на измеряемую величину сопротивления петли «фаза — нуль». Оценка погрешности рассмотрена применительно к приборам, содержащим тиристорные замыкатели. Библ. 4.

УДК 621.3.014.332:551.594.221

Результаты измерения амплитуд токов молнии. Раков В. А., Дульзон А. А. — «Электричество», 1982, № 9.
В течение грозового сезона 1980 г. в Томской области измерено дистанционным методом 83 значения амплитуд токов молнии. Распределение амплитуд, как и полученное Бергером в Швейцарии, удовлетворительно описывается логарифмически нормальным законом, однако, существенно отличается от него по параметрам. Показано, что отличие не может быть объяснено различием методов измерения и, по-видимому, является следствием географических и климатических различий районов, в которых эти распределения получены. Библ. 6.

УДК 681.317.714.088

Статистические и динамические методические погрешности измерительных преобразователей тока с сердечником из магнитодиэлектрика. Белохвостов В. А., Михайлов В. В. — «Электричество», 1982, № 9.
Приведена классификация погрешностей измерительных преобразователей тока с сердечником из магнитодиэлектрика (ИПТМ), описана методика расчета основной погрешности ИПТМ — методической (как динамической, так и статической). Результаты расчетов в широком диапазоне измеряемых токов (от 0,5 до 60 кА) могут представлять значительный интерес как для устройств электроизмерительной техники, так и для релейной защиты. Высокая точность расчета погрешностей ИПТМ подтверждается экспериментальными данными. Библ. 6.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Бүдзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор О. Д. Кузнецова

Сдано в набор 15.07.82

Подписано в печать 07.09.82

T-16753

Формат 60×90¹/₈

Печать высокая

Усл. печ. л. 10,0

Усл. кр.-отт. 10,5

Уч.-изд. л. 13,34

Тираж 5901 экз.

Заказ 191

Энергоиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10