



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

С Новым годом!

1982

·ЭНЕРГОИЗДАТ·

1

УДК 621.319:537.222.4

Механические силы, действующие на электроды конденсатора в присутствии диэлектрика

ПОЛИВАНОВ К. М., доктор техн. наук

Москва

Механическая сила, действующая на заряженное тело в присутствии диэлектрика, не может быть определена путем применения закона Кулона не только вследствие трудностей интегрирования элементарных сил по отдельным элементам заряженных тел или вследствие неопределенности записи этого закона при наличии диэлектриков с их связанными зарядами (зарядами поляризации), но прежде всего потому, что на заряженное тело могут действовать силы, обусловленные механическим давлением соприкасающегося с электродом диэлектрика; существование таких сил не отражено в известном выражении закона Кулона или любом аналоге этого закона, определяющем силу через произведение напряженности поля и заряда.

Все приводимые здесь рассуждения и расчеты относятся только к пондеромоторным силам и предполагают отсутствие каких бы то ни было стрикционных сил. Последние в твердых телах иногда существенно больше рассматриваемых здесь пондеромоторных; но независимо ни от чего четкое представление о них необходимо.

В общем случае полная механическая сила F , действующая на поверхность электрода, представляется собой сумму сил взаимодействия поля и заряда F_1 и сил механического воздействия диэлектрика F_2 на соприкасающееся с ним тело:

$$F = F_1 + F_2. \quad (1)$$

Значение общей силы F всегда можно найти экспериментально; оно однозначно определяется и путем расчета методом возможных перемещений, сочетаемому с законом сохранения энергии. Что же касается распределения этой силы между двумя

слагаемыми F_1 и F_2 , то его можно произвести по-разному, исходя из разных представлений о природе сил, действующих на поляризованные тела в электрическом поле. Установился взгляд, что нельзя на основании эксперимента разделить первое и второе слагаемые и таким образом установить, какое из представлений соответствует действительности; автор, однако, полагает иначе (см. приложение 4).

Вопрос о характере силы F_2 неоднократно рассматривался в литературе [Л. 1]. Здесь мы будем последовательно исходить из представления, что силы механического взаимодействия между электрическим полем и электрически поляризованной средой сводятся к взаимодействию между полем и разноименными зарядами отдельного диполя при том, что эти заряды остаются связанными между собой, образуя единый диполь. Последнее требование очень существенно потому, что до тех пор пока диэлектрик остается диэлектриком, заряды его диполей неразрывно связаны между собой; при этом единственная механическая сила, действующая на целые (не разрезанные) диполи, определяется тем, что напряженность внешнего электрического поля различна в точках расположения разноименных зарядов одного диполя. При этом сила, испытываемая диполем, как одним целым, передается телу, в состав которого входит диполь¹.

¹ Определение силы из представления о поле, действующем на связанный заряд поляризации, представление о котором принципиально требует разрезания диполей, приводит к иному результату, выражаемому формулой $-E(\nabla P)$.

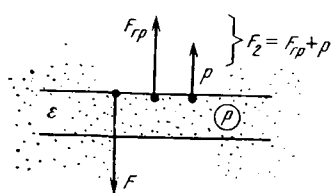


Рис. 1.

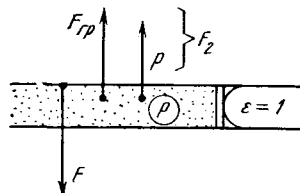


Рис. 2.

На существование такой силы было впервые указано Кельвином в 1845 г. [Л. 1]. Вектор объемно распределенной силы Кельвина в дифференциальной форме выражается равенством

$$\mathbf{f} = (\mathbf{P} \nabla) \mathbf{E}, \quad (2)$$

где $\mathbf{P} \nabla = P_x \partial / \partial x + P_y \partial / \partial y + P_z \partial / \partial z$.

В исследовании о тензоре напряжений электромагнитного поля в поляризованной среде [Л. 2] А. Эйнштейн и И. Лауб со всей отчетливостью формулируют высказанные выше положения: в статических и квазистатических условиях все реально действующие механические силы приложены или к свободным зарядам, или целым диполям; первые из них входят в слагаемое F_1 , а вторые — в слагаемое F_2 и могут быть вычислены по (2). Наиболее последовательно показал роль кельвиновских сил Дж. Ливенс [Л. 7]; противоположная точка зрения была изложена в книге Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица, где утверждается, что (2) выражает собой нечто отличное от объемной силы [Л. 3].

Не желая усложнять изложение, ограничимся в этой статье рассмотрением конденсаторов с плоскопараллельными электродами, полагая задачу двухмерной. При этом рассматриваются следующие случаи заполнения межэлектродного пространства жидким или газообразным диэлектриком:

1. Однородный диэлектрик заполняет все пространство (рис. 1).

2. Половина пространства заполнена диэлектриком ($\epsilon > 1$), граница которого перпендикулярна электродам (рис. 2). Движение диэлектрика в сторону, заполненную неполяризуемым газом, задерживается перегородкой из твердого неполяризуемого диэлектрика, выполняющего только указанную механическую функцию². В случае вертикального расположения электродов уравнивание могло бы производиться гравитационными силами; такое

² Предположение о неполяризуемости перегородки можно заменить учетом ее взаимодействия с двумя границами.

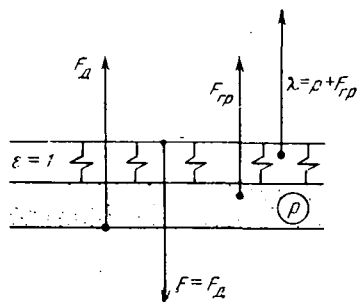


Рис. 3.

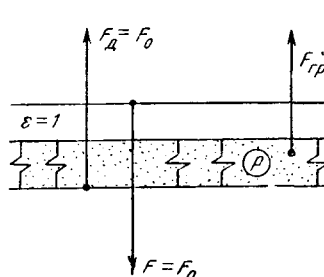


Рис. 4.

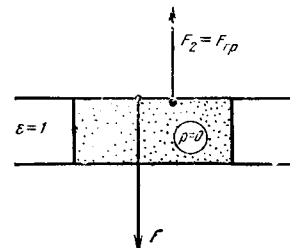


Рис. 5.

устройство представляет собой прибор, применявшийся Квинке для измерения восприимчивости.

3. Межэлектродное пространство заполнено двумя слоями диэлектрика, граница между которыми параллельна электродам. Верхняя часть заполнена практически неполяризуемым диэлектриком. Стремление нижнего слоя диэлектрика подняться удерживается перегородкой, опирающейся на верхний электрод; вместо представления об опорах можно полагать верхний неполяризуемый диэлектрик твердым (рис. 3).

4. Та же картина, что в предыдущем случае, но перегородка механически связана с нижним электродом; вместо дополнительных связей, можно представить себе нижний диэлектрик твердым и приклеенным к нижнему электроду (рис. 4).

5. Диэлектрик заполняет лишь небольшую часть межэлектродного пространства (рис. 5), так что его границы нормальны к поверхности электродов; остальная часть пространства — неполяризуемый диэлектрик. Систему рис. 5 можно осуществить, применяя диэлектрик по консистенции подобный солидолу или пластилину.

Значения полной силы F , приходящейся на единицу поверхности верхнего электрода, плоского конденсатора, вычислены по методу возможных перемещений и приведены в табл. 1 для случаев, представленных на рис. 1—5. Для случаев рис. 3—5 ход рассуждений изложен в приложении 1. Во втором столбце табл. 1 приводятся значения силы F_2

Таблица 1

Рисунок	$F \downarrow$	$F_2 \uparrow$	$F_1 = F + F_2$
1	ϵ	$\epsilon (\epsilon - 1)$	$D^2 / 2\epsilon_0$
2	ϵ	$\epsilon (\epsilon - 1)$	
3	$1/\epsilon$	$1 - 1/\epsilon$	
4	1	0	
5	$2\epsilon - 1$	$(\epsilon - 1)^2$	

Примечание. Выражения для сил F и F_2 во всех случаях следует умножить на $\epsilon_0 E^2 / 2$.

(вычислены согласно теории Максвелла — Эйнштейна), действующей на верхний электрод и обусловленной взаимодействием поляризованного диэлектрика и электрического поля. При вычислениях предполагалось, что взаимодействие поля и поляризованного диэлектрика характеризуется силой Кельвина (2); соответствующие выводы приводятся в приложении 2.

В последнем столбце той же таблицы приводится сумма встречно направленных сил F и F_2 , рав-

ная силе взаимодействия заряда на верхнем электроде (свободного заряда) и поля. Эта сила условно может быть названа кулоновской. Очень интересно, что во всех пяти случаях она выражается одинаково и равна силе взаимодействия пластин плоского конденсатора, имеющего поверхностный (свободный) заряд $\xi = D$, при отсутствии поляризованной среды между электродами. В случае системы рис. 1 результат соответствует тому, что влияние зарядов поляризации (связанных зарядов) на нижней и верхней границах диэлектрика взаимно компенсировано.

Интересно обратить внимание на то, что силы F в двух случаях (рис. 1 и 5) различны при одинаковых значениях плотности поверхностного заряда ($\xi = D$) и одинаковых значениях напряженности поля E , что физически может быть объяснено только различием давления, оказываемого диэлектриком на электроды: разность полных сил F равна разности сил, обусловленных давлением диэлектрика F_2 .

В табл. 2 приведены данные расчетов, поверхностных сил (испытываемых верхним электродом плоского конденсатора), выполненных согласно теории Больцмана, предложенной им в развитие более ранних представлений Максвелла (Приложение 3). И в этом случае разность сил для случаев рис. 1 и 5 также определяется только разностью давлений F_2^* диэлектрика.

Таблица 2

Рисунок	$F \downarrow$	$F_2^* \uparrow$	$F_1^* = F + F_2^*$
1	ϵ	0	ϵ
2	ϵ	0	ϵ
3	$1/\epsilon$	$1 - 1/\epsilon$	$\epsilon = 1$
4	1	0	$\epsilon = 1$
5	$2\epsilon - 1$	$-(\epsilon - 1)$	ϵ

Примечание. Выражения для сил F , F_2^* и F_1^* во всех случаях следует умножить на $\epsilon_0 E^2/2$.

При расчете по Больцману в случае рис. 1 давление в диэлектрике отсутствует ($p^* = 0$), а у его верхней границы действует сила, подобная изображенной на рис. 7; она совпадает с общей силой F . В случае рис. 2 вместо ранее найденного давления, возбуждаемого силами Кельвина в области неоднородного поля, теперь действует такая же поверхностная сила на боковые границы диэлектрика; эта сила уравнивается механической перегородкой. В итоге внешнее проявление сил аналогично найденному ранее (табл. 1). То же самое имеет место и в случаях рис. 3 и 4 при соответствующем учете поверхностных сил на границах диэлектрика (силы, подобные представленной на рис. 7). В случае рис. 5 на боковые грани действуют силы, подобные приведенным на рис. 8 и растягивающие диэлектрик; в диэлектрике давление оказывается отрицательным:

$$p^* = -(\epsilon_0/2) E^2 (\epsilon - 1), \quad (3)$$

что равносильно наличию дополнительной силы, стремящейся сблизить электроды.

В случае рис. 1, а также в формулировке закона Кулона для точечных зарядов полная сила выра-

жается произведением только свободного заряда и напряженности внешнего поля, обусловленного суммой свободного и связанного зарядов; однако такая формулировка нуждается в оговорках, не говоря уже об обосновании.

Приведенные примеры и вычисления показывают, что в присутствии поляризуемых диэлектриков всегда могут существовать два слагаемых пондеромоторных сил (стрикционные силы, как уже говорилось, не учитываются): первое из них определяется взаимодействием свободных зарядов и поля, напряженность которого, естественно, может зависеть от расположения диэлектрика и его свойств, а второе определяется давлением, которое оказывает диэлектрик на соприкасающиеся с ним тела.

Ниже следующие приложения играют в основном вспомогательную роль. Однако некоторые из них могут представлять и самостоятельный интерес.

Приложение 1. Вывод значения поверхностных сил по методу возможных перемещений.

Двухслойный конденсатор (рис. 3 и 4). Полную емкость можно представить в виде емкостей двух последовательно включенных конденсаторов, когда

$$1/C = 1/C_0 + 1/C_d = \frac{h_0 \epsilon + h_d}{\epsilon_0 \epsilon S}, \quad (\text{П-1})$$

где h_0 и h_d — расстояния от границы до электродов (рис. 3 и 4); S — площадь электродов.

Энергия заряженного конденсатора на единицу поверхности

$$W/S = Q^2/2CS = (\xi^2/2\epsilon_0\epsilon) (h_0\epsilon + h_d), \quad (\text{П-2})$$

где Q — заряд; ξ — его поверхностная плотность.

Пусть перемещается только нижний электрод и расстояние h_d увеличивается на dh_d . Если конденсатор отключен от источника энергии, то его заряд остается постоянным, а увеличение энергии должно равняться работе внешних сил, совершаемой при перемещении нижнего электрода; следовательно,

$$F_d = \frac{\partial W}{\partial h_d} = (\epsilon_0/2) E^2_0/\epsilon = (\epsilon_0/2) E^2_d \epsilon, \quad (\text{П-3})$$

где $E_0 = \epsilon E_d = \xi/\epsilon_0$.

Силы, удерживающие границу, не совершают работы, поскольку граница, связанная с верхним электродом, неподвижна. Применяя подобные рассуждения для случая перемещения верхнего электрода, следует предполагать неизменным расстояние между нижним электродом и границей, что равносильно предположению о том, что граница связана с нижним электродом (рис. 4). В этом случае³

$$F_0 = \frac{\partial W}{\partial h_0} = \xi^2/2\epsilon_0 = (\epsilon_0/2) E^2_0. \quad (\text{П-4})$$

Силы, действующие на противоположные электроды, в соответствии с принципом равенства действия и противодействия в одном и том же случае (либо рис. 3, либо 4), конечно, одинаковы. Разность сил $F_0 - F_d$ должна представлять собой сумму λ давления в диэлектрике p и сил, действующей на границе диэлектрике $F_{гр}$; сумма этих сил передается одному из электродов посредством связей, установленных между ними и перегородкой, удерживающей границу. Выше сказанное отражается в равенстве

$$F_0 - F_d = \lambda = p + F_{гр} = (\epsilon_0/2) E^2_0 (1 - 1/\epsilon), \quad (\text{П-5})$$

где λ — сила, стремящаяся приблизить граничную поверхность к верхнему электроду.

Значения давления p и силы, действующей на граничную поверхность диэлектрика $F_{гр}$, могут быть найдены из рассмотрения действующих в поле на диэлектрик сил Кельвина (приложение 2); их сумма λ может быть определена и по

³ В этой формуле и далее во всем тексте F_0 относится к случаю, рассмотренному на рис. 4, тогда как F_d — к рис. 3.

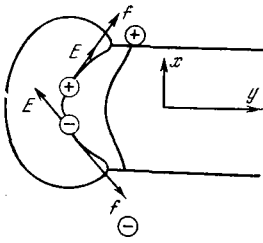


Рис. 6.

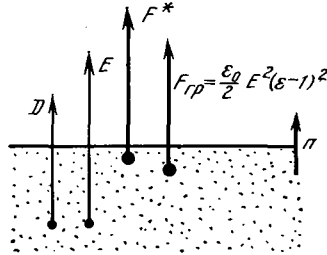


Рис. 7.

методу возможных перемещений. Полагая $h = h_d + h_0 = \text{const}$, находим, что при перемещении незакрепленной границы в сторону, занятую неполяризуемым диэлектриком, работа, совершенная силами поля, должна быть равна убыли энергии конденсатора; поэтому

$$\lambda = p + F_{гр} = - \frac{\partial W}{\partial h_d} \Big|_{h=h_d+h_0=\text{const}} = (\epsilon_0/2) E^2 (1 - 1/\epsilon); \quad (\text{П-6})$$

сила λ , отнесенная к единице поверхности границы, стремится увеличить область, занятую диэлектриком; ее значение полностью совпадает с величиной, найденной другим путем (см. приложение 2).

Определение сил для случая конденсатора, представленного на рис. 5. Теперь полную емкость удобно представить образованной двумя параллельно включенными конденсаторами:

$$C_d = l_d \epsilon_0 \epsilon / h; \quad C_0 = (l - l_d) \epsilon_0 / h. \quad (\text{П-7})$$

При пользовании прежним методом теперь необходимо считаться с тем, что при сближении электродов пластический диэлектрик распространяется на большую длину; если полагать его объем неизменным ($V = \text{const}$), то при изменении h

$$l_d = V/h; \quad l - l_d = l - V/h. \quad (\text{П-8})$$

При неизменности полного заряда (источник отключен) плотности зарядов ξ_0 и ξ_d изменяются, поскольку

$$Q = \xi_d l_d + \xi_0 (l - l_d) = \text{const}. \quad (\text{П-9})$$

Полная емкость конденсатора

$$C = C_0 + C_d = \frac{\epsilon_0}{h} [l_d (\epsilon - 1) + l], \quad (\text{П-10})$$

а его энергия

$$W = Q^2/2C = (Q^2/2\epsilon_0) h^2 / [V(\epsilon - 1) + hl]. \quad (\text{П-11})$$

Пользуясь прежним методом, найдем, что при увеличении расстояния на dh совершается работа, затрачиваемая на увеличение энергии конденсатора:

$$dA = \frac{\partial W}{\partial h} dh = [F_d l_d + F_0 (l - l_d)] dh, \quad (\text{П-12})$$

где F_d и F_0 — поверхностные силы, действующие на электрод в областях $\epsilon = \epsilon_d$ и, соответственно, $\epsilon = 1$.

Искомая сила

$$F_d = \frac{\partial W}{l_d \partial h} - F_0 \left(\frac{l}{l_d} - 1 \right). \quad (\text{П-13})$$

Значение первого слагаемого найдем, дифференцируя (П-11):

$$\frac{\partial W}{l_d \partial h} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 V} \frac{2V(\epsilon - 1) + lh}{[V(\epsilon - 1) + lh]^2} h^2. \quad (\text{П-14})$$

Чтобы определить второе слагаемое в (П-13), надо сначала найти напряженность поля, одинаковую на всех участках конденсатора:

$$E = E_d = E_0 = (Q/C)/h = \frac{Qh}{2\epsilon_0 [V(\epsilon - 1) + lh]^2}; \quad (\text{П-15})$$

после чего по известному выражению для силы взаимодействия пластин при $\epsilon = 1$ находим:

$$F_0 = (\epsilon_0/2) E^2 = \frac{Q^2 h^2}{2\epsilon_0 [V(\epsilon - 1) + lh]^2}. \quad (\text{П-16})$$

Подставляя в (П-13) уравнения (П-16) и (П-14), найдем искомую силу в области, заполненной диэлектриком:

$$F_d = (\epsilon_0/2) E^2 (2\epsilon - 1). \quad (\text{П-17})$$

Приложение 2. Определение сил, испытываемых поляризованным диэлектриком в электрическом поле.

Давление внутри диэлектрика. Во всех рассматриваемых случаях неоднородное поле, в котором могут возникнуть силы Кельвина, существует только вблизи концов электродов. На рис. 6 схематически показано, как возникает y -я составляющая силы

$$f_y = f_x \times f_z \quad (\text{П-18})$$

в неоднородном поле, когда сам диполь имеет только составляющую x . На средней плоскости конденсатора рис. 1 и 2 можно полагать $E_y = 0$. В таком случае согласно (2)

$$f_z = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E_x \frac{\partial}{\partial x} (e_x E_x + e_y E_y). \quad (\text{П-19})$$

Но на средней плоскости (в силу симметрии) производная от E_x по x равна нулю, поэтому

$$f = f_y = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E_x \frac{\partial E_y}{\partial x} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \frac{1}{2} \frac{\partial E_x^2}{\partial y}; \quad (\text{П-20})$$

здесь принято во внимание, что в потенциальном поле $\partial E_x / \partial y = \partial E_y / \partial x$, а также что $2E_x \partial E_x / \partial y = \partial E_x^2 / \partial y$. Интегрируя вдоль оси y объемно распределенную силу от удаленной области, где $E_x = 0$, до области однородного поля, где $E_x = E$, находим искомую величину давления:

$$p = \int_{E_x=0}^{E_x=E} f_y dy = (\epsilon_0/2) F^2 (\epsilon - 1). \quad (\text{П-21})$$

Естественно, что полученный результат применим также к случаям, представленным на рис. 3 и 4, если, конечно, диэлектрик достаточно выступает за край электродов. Напротив, в системе, изображенной на рис. 5, диэлектрик полностью лежит в однородном поле, в котором силы Кельвина равны нулю, и давление внутри диэлектрика отсутствует (разумеется, здесь, как и во всем остальном тексте, речь идет о давлении, превосходящем давление окружающей среды).

Однородность поля в случае, рассматриваемом на рис. 5, удовлетворяет и уравнению Лапласа, и граничным условиям, поскольку на боковых гранях диэлектрика напряженность поля имеет только тангенциальную составляющую; а согласно теореме единственности это значит, что таковое поле и в действительности.

Определение силы $F_{гр}$ на плоской границе поляризованного диэлектрика, нормальной к направлению поля. На рис. 7 схематически показана граница между поляризованным и неполяризованным диэлектриками, нормальная к вектору напряженности поля. Следуя рекомендации Эйнштейна (не резать диполь), по выражению (2) легко найти искомую поверхностную силу $F_{гр}$. Предположим, что переход от поляризуемого диэлектрика (ϵ) к неполяризуемому ($\epsilon = 1$) происходит постепенно внутри слоя конечной толщины, в котором напряженность поля изменяется по закону $E = E_x = D/\epsilon \epsilon_0$ при $D = \text{const}$. В этом случае

$$f = f_x = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E \frac{\partial E}{\partial x} = (D^2/\epsilon_0) (1 - 1/\epsilon) \frac{\partial (1/\epsilon)}{\partial x}. \quad (\text{П-22})$$

Производя интегрирование этого выражения, находим:

$$F_x = \frac{D^2}{\epsilon_0} \int_{\epsilon=\epsilon_d}^{\epsilon=1} (1 - 1/\epsilon) d(1/\epsilon) = (\epsilon_0/2) E^2_d (\epsilon - 1)^2. \quad (\text{П-23})$$

Полученная сила и есть та самая сила, которая в тексте обозначалась $F_{гр}$. В системе, представленной на рис. 5, именно эта сила и равна F_2 , т. е. силе, действующей на электрод со стороны соприкасающегося с ним диэлектрика. В случаях, указанных на рис. 1 и подобных им, на поверхность электрода дополнительно действует давление p . В этих случаях полная сила, действующая на поверхность электрода,

$$F_2 = F_{гр} + p = (\epsilon_0/2) E^2_d (\epsilon - 1). \quad (\text{П-24})$$

Очень часто полученное выражение суммы двух сил представляют как выражение одной только граничной $F^*_{гр}$. Это

объясняется тем, что по теории Больцмана давление внутри диэлектрика в случаях, подобных указанным на рис. 1, равно нулю (см. приложение 3); в случае, рассмотренном на рис. 5, если следовать второй теории, давление оказывается отрицательным (табл. 2).

Приложение 3. Различие в определении тензоров натяжения в электрическом поле по Больцману и Максвеллу — Эйнштейну.

В механике сплошных сред показывается, что вектор объемной силы \mathbf{f} при отсутствии сторонних сил, например сил гравитационного поля (сторонних по отношению к силам, обусловленным натяжением или сжатием среды), может быть представлен как

$$\mathbf{f} = \text{Div } \mathbf{T}_{\text{мн}}, \quad (\text{П-25})$$

где $\mathbf{T}_{\text{мн}}$ — тензор натяжений; Div — операция, выражающая вектор, компоненты которого в декартовой системе

$$f_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}; \quad f_y = \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z}. \quad (\text{П-26})$$

Стремясь математически выразить идеи Фарадея о силах в электромагнитном поле, Максвелл, по аналогии с построениями механики сплошных сред, ввел понятие тензора электромагнитного поля $\mathbf{P}_{\text{мн}}$, дивергенция которого Div $\mathbf{P}_{\text{мн}}$ должна равняться объемным механическим силам, действующим в электромагнитном поле на поляризованные тела, электрические токи и заряды. В переменном поле к этим силам добавляется еще давление электромагнитного излучения. Максвелл показал, как должна учитываться поляризованность среды только в случае магнитного поля; для электрического поля Максвелл вывел выражение тензора при $\epsilon=1$, или обобщая, для $P=0$. Эйнштейн и Лауб [Л. 2] вывели выражение тензора для общего случая поляризуемых тел; для магнитного поля это выражение совпадает с данным Максвеллом [Л. 4, § 641 и 5]:

$$\mathbf{P}_{\text{мн}} = \mathbf{E}_m \mathbf{D}_n - (\epsilon_0/2) E^2 \delta_{\text{мн}} + \mathbf{H}_m \mathbf{B}_n (\mu_0/2) H^2 \delta_{\text{мн}}, \quad (\text{П-27})$$

где $\delta_{\text{мн}}$ — символ Кронекера (обозначения изменены).

В условиях статики для электрического поля дивергенция тензора Максвелла оказывается равной сумме кулоновской и кельвиновской сил:

$$\mathbf{f} = \mathbf{E} \text{ div } \mathbf{D} + (\mathbf{P} \nabla) \mathbf{E} = \text{Div } \mathbf{P}_{\text{мн}}. \quad (\text{П-28})$$

Другую запись, получившую в дальнейшем наибольшее распространение, ввел Больцман:

$$\mathbf{P}_{\text{мн}}^* = \mathbf{E}_m \mathbf{D}_n - \frac{1}{2} E_m D_n \delta_{\text{мн}} + \mathbf{H}_m \mathbf{B}_n - \frac{1}{2} H_m B_n \delta_{\text{мн}}. \quad (\text{П-29})$$

Он основывался, вероятно, на более ранних публикациях Максвелла, в которых слагаемые, записанные здесь со знаком минус, Максвелл оставил без определения. В публикации 1861—1862 гг. «О физических силовых линиях» [Л. 5, с. 117] Максвелл записал компоненты тензора магнитного поля в виде формул (обозначения изменены):

$$P_{xx} = \mu H_x^2 - p_1; \quad P_{yy} = \mu H_y^2 - p_1; \quad P_{xy} = \mu H_x H_y, \quad (\text{П-30})$$

причем смысл слагаемого p_1 Максвелл оставил неразъясненным [Л. 5]. В комментариях к этой публикации Больцман принял [Л. 5, с. 205 и 647]:

$$p_1 = \frac{1}{2} \mu H^2 + \text{const}. \quad (\text{П-31})$$

В книге И. Е. Тамма [Л. 6] в первых двух изданиях (1934 г.) приводится максвелловское выражение тензора, тогда как в последующих — больцмановское. Больцмановское выражение тензора соответствует представлению о натяжении физических линий поля, а также о их взаимном отталкивании (в поперечном направлении), в результате чего образуются поверхностные силы

$$\mathbf{F}_m = \mathbf{E} D / 2, \quad (\text{П-32})$$

о которых также говорил Максвелл [Л. 4, § 111].

При этом на границе, нормальной к полю (рис. 7), действуют две встречно направленные силы, соответствующие натяжению силовых линий в верхней области (индекс «о») и в нижней (индекс «д»):

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{F}_n^* = \frac{1}{2} (ED)_o - \frac{1}{2} (ED)_d = (\epsilon_0/2) E^2 (1 - 1/\epsilon); \quad (\text{П-33})$$

нормаль направлена из области «д» в область «о».

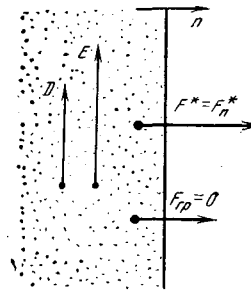


Рис. 8.

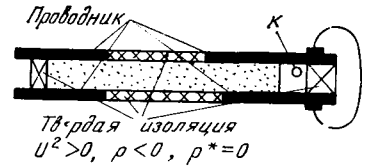


Рис. 9.

На границе, параллельной векторам поля (рис. 8), действует разность сил поперечного давления, производимого друг на друга, соседними силовыми линиями, лежащими в областях «д» и «о»; полагая положительным направление нормали из области «д» в область «о» находим:

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{F}_n^* = -\frac{1}{2} (ED)_o + \frac{1}{2} (ED)_d = (\epsilon_0/2) E^2 (\epsilon - 1). \quad (\text{П-34})$$

Указанные силы не приложены ни к каким частицам и представляют собой прямое взаимодействие между «физическими» линиями поля, стремящимися сократить по длине (П-33) и отталкивающимися одна от другой (П-34). Значения этих сил можно определить, применяя (П-25) к поверхностям, на которых компоненты тензоров претерпевают разрыв. При отсутствии сторонних механических и электрических сил

$$\text{Div} (\mathbf{T}_{\text{мн}} + \mathbf{P}_{\text{мн}}) = 0. \quad (\text{П-35})$$

Это уравнение удовлетворяется для всех его компонент, если

$$T_{xx} + P_{xx} = 0; \quad T_{yy} + P_{yy} = 0 \quad (\text{П-36})$$

(в общем случае это верно лишь при $P_{xy} = 0$ и $P_{yx} = 0$, как в рассматриваемом случае).

Учитывая также, что в вакууме $T_{xx,0} = T_{yy,0} = 0$, находим, что на поверхности, нормальной оси x при $E = E_x$ (рис. 7)

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_n = T_{xx,d} = P_{xx,0} - P_{xx,d}, \quad (\text{П-37})$$

тогда как на поверхности, нормальной оси y , при $E = E_x$ (рис. 8)

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_n = T_{yy,d} = P_{yy,d} - P_{yy,0}. \quad (\text{П-38})$$

Представляя $\mathbf{P}_{\text{мн}}$ по Максвеллу — Эйнштейну, из (П-37) и (П-38) находим для первого случая выражение для силы, совпадающее с (П-23), а во втором случае равно нулю, так как на поверхности (рис. 8) yy -я компонента тензора Максвелла — Эйнштейна не претерпевает разрыва. Если же представлять тензоры по Больцману, то в первом случае приходим к (П-33), а во втором — к (П-34).

Возвращаясь к рис. 3, находим, что сила, приложенная к верхнему электроду, меньше, чем в случае рис. 4, именно на силу, определяемую выражением (П-33). Последняя передается электроду от границы диэлектрика, например, через твердый неполяризуемый диэлектрик, заполняющий верхнюю область. В случае, рассмотренном на рис. 4, на верхний электрод действует сила, обозначенная как F_0 ; сила, определяемая по (П-33), теперь действует дополнительно на нижний электрод, с которым связана перегородка границы.

Приложение 4. Возможность экспериментальных наблюдений, позволяющих произвести выбор между разными представлениями тензора натяжений в электромагнитном поле.

Вопрос о выборе «правильного» представления тензора не раз служил предметом дискуссий [Л. 1], во время которых многие, в особенности Ливенс [Л. 7], отстаивали представление Максвелла — Эйнштейна — Лауба (первая теория) и отвергали представление Больцмана (вторая теория); оно действительно лишено смысла с точки зрения общепринятой теперь Лоренц-Дебаевской теории диэлектриков, как было только что показано. Однако в результате дискуссий и постановки некоторых экспериментов сложилась уверенность в невозможности экспериментально показать несостоятельность ни одной из теорий.

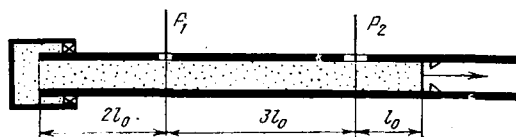


Рис. 10.

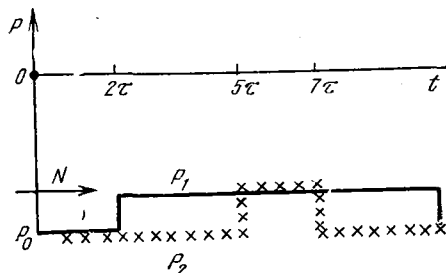


Рис. 11.

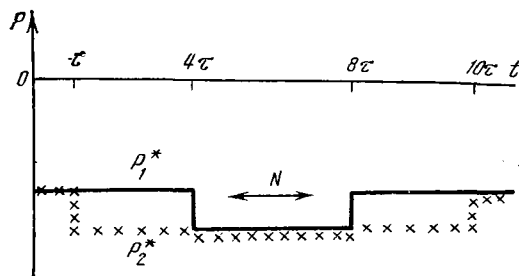


Рис. 12.

рий, поскольку в любом опыте можно измерить лишь общую силу F , а не ее составляющие F_1 и F_2 , или F^*_1 и F^*_2 .

Несмотря на сказанное, автору кажется возможной постановка экспериментов, которые показали бы несостоятельность одной из теорий и справедливость другой. Вероятно, эксперимент может быть произведен в обычных статических или квазистатических условиях. Но более отчетливый результат при действии значительно больших сил следует ожидать от наблюдений в условиях динамики.

Статические наблюдения. На рис. 9 схематически представлен газонаполненный конденсатор. С боковых сторон (параллельных плоскости чертежа) конденсатор ограничен твердыми изолирующими стенками; буквой k обозначена камера, отделенная легко деформируемой перегородкой, соединяемая с чувствительным манометром, скажем, типа U-образной капиллярной трубки (камера и манометрическая трубка лежат вне поля!). Межэлектродное пространство заполнено газом с возможно большой проницаемостью.

После включения напряжения, независимо от его знака, а это значит, что можно включать переменное напряжение, манометр должен показать отрицательное давление, если в диэлектрике действуют силы в согласии с первой теорией — силы Кельвина стремятся переместить газ в область электрического поля между электродами конденсатора.

Если же справедлива вторая теория, то в камере давление не изменится и манометр покажет отсутствие избыточного давления, поскольку отсутствует граница диэлектрика, лежащая в поле и способная перемещаться (левая граница упирается в твердую перегородку, а правая лежит вне электрического поля). В конденсаторе на рис. 9 все стенки можно полагать недеформируемыми.

Подобные эксперименты можно произвести и в других устройствах, подобных описанному. Нетрудно составить схему контрольных опытов. Заметим еще, что в приведенных расчетах не учитывались многие факторы, например, возможные

изменение температуры, изменение проницаемости с давлением и т. п. Однако измерения давлений такого же порядка и в сходных условиях производилось неоднократно в приборе Квинке без учета влияния указанных обстоятельств, а предполагавшееся отсутствие поляризуемости перегородок не трудно учесть в соответствующих расчетах.

Наблюдения динамики процесса. Пусть на конденсаторе рис. 10 установлены два чувствительных датчика давления, испытываемого поверхностью электрода. Межэлектродное пространство частично заполнено жидким или консистентным (типа солидола) диэлектриком и его границы позволяют ему перемещаться в горизонтальном направлении. После включения электрического напряжения практически мгновенно устанавливается вдоль всей поверхности электродов, также как и напряженность поля в разделяющем их диэлектрике. После этого сравнительно медленно происходит распространение давления вдоль канала. Этот процесс существенно различно описывается одной и другой теориями.

По первой теории дополнительное давление возникает у левого края электродов, где поле неоднородно; это давление

$$p = F''_2 = (\epsilon_0/2) E^2 (\epsilon - 1) \quad (\text{П-39})$$

достигает сначала места расположения первого измерителя (через время $2\tau = 2l_0/v$, где v — скорость распространения упругой волны в диэлектрике), а затем и второго (через дополнительный интервал $3\tau = 3l_0/v$, как это видно из рис. 10). При этом, если полагать, что поляризация диэлектрика заканчивается намного скорее, чем приходит волна давления, сила притяжения между электродами до прихода волны давления окажется на $(\epsilon_0/2) E^2 (\epsilon - 1)$ больше своего установившегося значения. Однако после того как волна давления достигнет правого свободного конца, навстречу ей побегит отраженная волна давления (с измененным знаком), как это схематически показано на рис. 11. Однако такая волна придет к первому измерителю только через интервал времени 8τ . На второй измеритель позже придет волна давления, но продлится недолго, так как теперь расстояние до источника отраженной волны меньше.

Если справедлива вторая теория, по которой давление внутри диэлектрика в установившемся режиме отсутствует, а сила, описываемая уравнением (П-39), возникает у левого открытого конца, то характер графика регистрируемых изменений давления на измерителях должен иметь вид, представленный на рис. 12.

Сопоставление реального графика со схематически представленными здесь позволит определить, какая из теорий вернее отражает действительность. Заметим еще, что в описанном опыте для выбора одной из теорий достаточно определить, в каком из датчиков раньше появляется второй сигнал — это укажет на то, приходит ли он от левого края, где действуют силы Кельвина, или от правого конца, где существует граница между двумя разными диэлектриками, лежащая в электрическом поле.

В заключение автор выражает благодарность своим коллегам А. В. Нетушилу и Б. М. Таресву за обсуждение ряда вопросов, связанных с содержанием статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов В. И. К дискуссии по проблеме пондеромоторных сил — УФН, 1978, т. 124, вып. 2.
2. Einstein A., Laub J. Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten pondermotorischen Kräfte. — Ann. Phys., 1908, Bd 26, № 8.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: ГИТ ТЛ, 1957.
4. Maxwell J. C. A treatise on electricity and magnetism. — Oxford, 1873.
5. Максвелл Джеймс Клерк. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. — М.: ГТИ, 1934.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: ГИТТЛ, 1954, 5-е изд.
7. Livens G. H. The theory of electricity. — Cambridge Univ. Press, 1926.

Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала

ДЕМИРЧЯН К. С., ЧЕЧУРИН В. Л.

Настоящая статья посвящена изложению одного из общих и интенсивно развиваемых в последние годы метода расчета вихревых магнитных полей (МП). Устранение вихревых зон, введение скалярного потенциала в областях, занятых токами, дает возможность получить неизвестные ранее аналитические решения некоторых задач, упрощает учет границ неоднородных сред. Сейчас известны многочисленные примеры применения этого метода для численных расчетов электромагнитных полей в различных электроэнергетических устройствах. Метод оказался весьма эффективным при моделировании МП. До настоящего времени метод применялся в основном для расчета и моделирования стационарных МП. Однако уже имеется опыт распространения его и на квазистационарные поля, где он обещает стать эффективным средством для расчета и моделирования.

Сведение вихревого поля к потенциальному означает замену векторных источников поля скалярными зарядами. При «сведении» МП к потенциальному электрические токи заменяются магнитными зарядами. Такая замена обуславливает возможность расчета скалярного поля вместо векторного. В статье рассмотрен метод, дан обзор достигнутых результатов, полученных в работах различных авторов, проанализированы вопросы развития метода.

Развитие идеи «магнитных листков» Ампера. Контур, образованный тонкой замкнутой токовой нитью, эквивалентен (в отношении МП) вне МП двойному слою магнитных зарядов, опирающемуся на этот контур. Если ток контура i , то двойной слой, натянутый на него, характеризуется моментом $\bar{p}_M = \mu i \bar{n}$, где μ — магнитная проницаемость среды.

Нормаль \bar{n} имеет направление от отрицательных зарядов слоя к положительным (внутри его). Положение двойного слоя в пространстве произвольно, так как скалярный магнитный потенциал u определяется телесным углом ω , под которым контур виден из точки.

Использование принципа наложения позволило расширить область применения идеи эквивалентности полей тока и магнитных зарядов. Однослойную (по высоте) катушку можно рассматривать как совокупность токовых контуров или как токовую полосу, образующую замкнутое кольцо. Каждый из токовых контуров можно заменить двойным слоем магнитных зарядов таким образом, чтобы отдельные слои оказались наложенными друг на друга (рис. 1). Тогда на интервалах $0-a$ и $c-b$ магнитный момент уже не будет постоянным, а будет нарастать от краев внутрь контура. На интервале $a-b$ момент $p_M = \text{const}$, так как здесь $i=0$. Если J — линейная плотность тока в направлении x , т. е. $J = di/dx$, то магнитный момент

$$\bar{p}_M = \bar{n} \mu \int_0^x J dx.$$

Направление \bar{p}_M связано с направлением тока i правилом правого винта. Эта же идея «магнитных листков» использована для эквивалентной замены источников при расчете поля соленоида. Модель соленоида, содержащую вместо двойного слоя зарядов два простых слоя магнитных зарядов, можно получить, рассматривая соленоид как совокупность токовых колец, лежащих вплотную один над другим, и заменяя каждое из колец двойным магнитным слоем. Тогда в любой точке внутри соленоида магнитные заряды будут скомпенсированы, останутся лишь два некомпенсированных простых слоя: на верхней и нижней торцевых поверхностях соленоида.

Величина p_M может быть определена так же, как $p_M = \mu i = \lim_{d \rightarrow 0} \sigma_M d$, где σ_M — поверхностная

плотность простых слоев, образующих двойной, а d — расстояние между простыми слоями. Поэтому поверхностная плотность магнитных зарядов, лежащих на торцах соленоида

$$\sigma_M = \pm \mu \frac{i}{h}.$$

Здесь h — высота соленоида, знаки $+$ и $-$ соответствуют верхнему и нижнему простым слоям.

В рассмотренной модели соленоида можно выделить область 1, занимающую внутренний объем соленоида, и область 2, внешнюю по отношению к соленоиду. В области 2 поле магнитных зарядов эквивалентно полю тока соленоида и может быть легко рассчитано. Это поле с напряженностью H_p в области 2 совпадает с истинным, поэтому можно записать $H = H_p$, в области же 1 $H \neq H_p$. Таким образом, простое наложение двойных магнитных слоев не дает возможности правильно определить поле в некоторой части пространства и, в частности, в той, где протекает электрический ток.

Следующим шагом в развитии идеи «магнитных листков» было показано, что возможно рассчитать поле и в области 1, если внутри нее ввести некоторое дополнительное поле H_0 , определяемое через заданный ток. Благодаря этому удалось «свести» вихревое поле к потенциальному полю магнитных зарядов и рассчитать поле \bar{H} в однородной, неоднородной и нелинейной средах, а также применить этот подход к решению важных практических задач. Представим искомое поле \bar{H} в виде суммы двух полей: расчетного H_p , определяемого магнитными зарядами, и некоторого дополнительного, пока не определенного поля H_0 : $\bar{H} = \bar{H}_p + \bar{H}_0$. Так как поле H_p является потенциальным (оно вызвано магнитными зарядами, эквивалентными исходным токам),



Рис. 1.

то оно связано со скалярным магнитным потенциалом соотношением

$$\vec{H} = -\text{grad } u. \quad (1)$$

Из (1) видно, что $\text{rot } \vec{H}_p = 0$ и тогда

$$\text{rot } \vec{H}_0 = \text{rot } \vec{H} = \vec{\delta}. \quad (2)$$

Поле \vec{H}_0 удовлетворяет только условию (2), поэтому его можно выбрать не единственным способом. В то же время, если \vec{H}_0 выбрано удовлетворяющим (2), то значение $\text{div } \vec{H}_0$ уже определится однозначно, и тогда магнитные заряды, являющиеся источниками потенциального поля \vec{H}_p , можно также однозначно найти из условия $\text{div } \vec{B} = \text{div } \mu (\vec{H}_p + \vec{H}_0) = 0$:

$$\text{div } \mu \vec{H}_p = -\text{div } \mu \vec{H}_0 = \rho_M, \quad (3)$$

где ρ_M — объемная плотность магнитных зарядов.

Из (1) и (3) следует:

$$\text{div } \mu \text{ grad } u = -\rho_M.$$

В некоторых точках, где имеют место разрывы непрерывности μ или H_0 , значение ρ_M стремится к бесконечности. В таких точках следует ввести в рассмотрение поверхностную дивергенцию, равную разности нормальных составляющих вектора индукции по обе стороны поверхности, и определяющую поверхностную плотность магнитных зарядов:

$$\text{Div } \mu \vec{H}_0 = -\sigma_M.$$

Таким образом, введение вспомогательных расчетных величин H_0 , ρ_M и σ_M , определяемых из уравнений

$$\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}, \quad \rho_M = -\text{div } \mu \vec{H}_0, \quad \sigma_M = -\text{Div } \mu \vec{H}_0,$$

позволяет перейти от системы уравнений

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{\delta}, \quad \text{div } \vec{B} = \text{div } \mu \vec{H} = 0,$$

описывающей вихревое МП, к системе

$$\text{rot } \vec{H}_p = 0, \quad \text{div } \mu \vec{H}_p = \rho_M \quad \text{или} \quad \text{div } \mu \text{ grad } u = -\rho_M.$$

Последняя система уравнений описывает безвихревое поле расчетной величины \vec{H}_p , знания которой достаточно для определения \vec{H} .

Последовательность решения задачи нахождения поля \vec{H} следующая:

- 1) выбор поля \vec{H}_0 , подчиняющегося условию $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}$;
- 2) расчет значения $\rho_M = -\text{div } \mu \vec{H}_0$;
- 3) решение уравнения $\text{div } \mu \text{ grad } u = -\rho_M$;
- 4) получение $\vec{H}_p = -\text{grad } u$ и определение искомого поля $\vec{H} = \vec{H}_p + \vec{H}_0$.

Как видно, электрические токи плотности $\vec{\delta}$ заменяются магнитными зарядами плотности ρ_M , σ_M , уравнения для векторов поля заменяются уравнением для скаляра u , а вычисление искомого поля \vec{H} связано со сложением полей \vec{H}_0 и \vec{H}_p в области 1, где $\vec{H}_0 \neq 0$. В области же 2 имеем $\vec{H} = \vec{H}_p$, так как в ней $\vec{H}_0 = 0$.

Заменив выражение $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}$ интегралом

$$\vec{H}_0 = \int \vec{\delta} \times \vec{dl}, \quad (4)$$

где \vec{dl} выбран так, чтобы в любой точке имела место взаимная ортогональность векторов \vec{dl} и $\vec{\delta}$, можно получить множество значений \vec{H}_0 , выбирая различные l_0 и направление интегрирования. Центральное место в этом подходе занимает проблема определения поля \vec{H}_0 , так как от выбора \vec{H}_0 существенно зависит и целесообразное с точки зрения расчета поля \vec{H}_p распределение магнитных зарядов.

Расчет поля в однородной среде. Рассмотрим решение некоторых задач при $\mu = \text{const}$. Пусть вектор плотности тока содержит одну составляющую $\delta = \delta_z$. В прямоугольной системе координат \vec{H}_0 можно выбрать тогда с помощью одной из формул:

$$\vec{H}_0 = \int_0^x \vec{k} \delta_z \times \vec{i} dx = \vec{j} \int_0^x \delta_z dx; \quad (5)$$

$$\vec{H}_0 = \int_0^y \vec{k} \delta_z \times \vec{j} dy = -\vec{i} \int_0^y \delta_z dy, \quad (6)$$

где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} — единичные орты осей x , y , z .

При таком определении \vec{H}_0 условие $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}$ выполняется, так как $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{k} \delta_z$. Источники потенциального поля находятся как

$$\rho_M = -\mu \int_0^x \frac{\partial \delta_z}{\partial y} dx \quad \text{при} \quad \vec{dl} = \vec{i} dx;$$

$$\rho_M = \mu \int_0^y \frac{\partial \delta_z}{\partial x} dy, \quad \text{если} \quad \vec{dl} = \vec{j} dy, \quad (7)$$

что следует из (3). В общем случае плоскопараллельного поля, определяемого в прямоугольной системе координат, в качестве пути интегрирования можно выбрать вектор $\vec{dl} = \vec{i} dx + \vec{j} dy$ и определить \vec{H}_0 как

$$\vec{H}_0 = \int_{l_0} \vec{k} \delta_z \times \vec{dl}.$$

Приведем к потенциальному МП двух длинных проводников прямоугольного поперечного сечения (рис. 2) с равными и противоположно направленными токами i . Здесь целесообразно выбрать $\vec{dl} = \vec{i} dx$, тогда \vec{H}_0 рассчитывается по (5). Пусть плотность тока $\delta = i \frac{1}{bh}$, тогда для \vec{H}_0 имеем:

$$0 \leq x \leq b \quad \vec{H}_0 = \vec{j} \frac{i}{bh} x;$$

$$b \leq x \leq a \quad \vec{H}_0 = \vec{j} \frac{i}{bh} b = \vec{j} \frac{i}{h} = \text{const};$$

$$a \leq x \leq a+b \quad \vec{H}_0 = \vec{j} \frac{i}{h} - \vec{j} \frac{i}{bh} (x-a);$$

График $H_0 = f(x)$ приведен также на рис. 2. Как видно, $\vec{H}_0 \neq 0$ в объеме, ограниченном поверхностями S_1 , S_2 и боковыми наружными поверхностями проводников. Вне этого объема $H_0 = 0$. Кроме того,

$$a+b \leq x \quad \vec{H}_0 = 0.$$

поскольку внутри области 1 значение H_0 не зависит от y , в соответствии с (7) внутри нее нигде нет магнитных зарядов. На поверхностях S_1 , S_2 величина H_0 имеет разрыв, поэтому на S_1 $\frac{\partial H_0}{\partial y} = -\infty$ и

объемная плотность зарядов на S_1 $\rho_M = +\infty$, а на S_2 $\frac{\partial H_0}{\partial y} = \infty$ и $\rho_M = -\infty$. На поверхностях S_1 и S_2

можно определить поверхностную дивергенцию $\text{Div } \vec{H}_0$ и соответственно поверхностную плотность зарядов σ :

$$\sigma_M = -\mu \text{Div } \vec{H}_0 = \mu H_{0y} > 0; \sigma_M = -\mu \text{Div } \vec{H}_0 = -\mu H_{0y} < 0.$$

На рис. 2 приведен график изменения модуля $|\sigma_M|$ в функции координаты x , повторяющий график изменения поля $|H_0|$ на поверхностях S_1 и S_2 . Электрические токи проводников оказались «заменимыми» магнитными зарядами, распределенными по линиям, а не по сечениям.

В общем случае плоскопараллельного поля расчетные модели содержат не только поверхностные заряды, но и объемные, располагающиеся внутри области 1, где $\vec{H}_0 \neq 0$. Пусть, например, МП создано двумя равными и противоположно направленными токами, равномерно распределенными по проводникам трапециевидальной формы поперечного сечения (рис. 3). При выборе направления интегрирования в (4) в виде $\vec{dl} = \vec{i}dx$ и в качестве начальной поверхности интегрирования l_0 плоскости $x=0$ получаем, что в области $0cdg$ величина \vec{H}_0 , как и ранее, является функцией лишь x и не зависит от y : $H_0 = H_0(x)$, однако, в области $gdef$ имеем уже $H_0 = H_0(x, y)$ и внутри нее ρ_M уже не равна нулю.

Примем уравнение линии gf в виде $x_0 = \frac{1}{k}(y_0 - h_1)$, где k — угловой коэффициент отрезка gf . Учитывая, что $H_0 = \int_0^x \delta_z dx$, найдем источники потенциального поля:

$$\rho_M = -\mu \frac{\partial}{\partial y} \int_{x_0}^x \delta_z dx = \mu \frac{\partial x_0}{\partial y} \delta_z(x_0) - \mu \int_{x_0}^x \frac{\partial \delta_z}{\partial y} dx. \quad (8)$$

Значение $\partial x_0 / \partial y$ на линии $0g$ равно нулю, и так как $\partial \delta_z / \partial y = 0$ внутри области $0cdg$, то всюду внутри нее $\rho_M = 0$. На линии $0c$ получаем скачок H_0 , так как при $y < 0$ $H_{0y} = 0$. Поверхностная плотность магнитных зарядов на плоскости, след которой $0c$, составляет $\sigma_M = -\mu H_{0y}$. На линии gf имеем $\partial x_0 / \partial y = 1/k$, и так как внутри области $defg$ значения $\partial \delta_z / \partial y = 0$, то внутри нее располагаются источники с объемной плотностью $\rho_M = \mu \frac{1}{k} \delta_z(x_0)$.

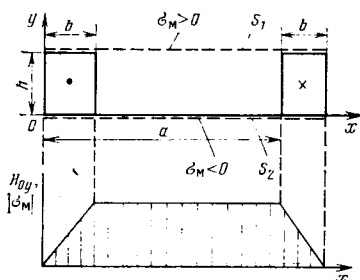


Рис. 2.

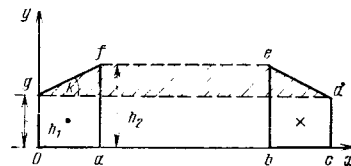


Рис. 3.

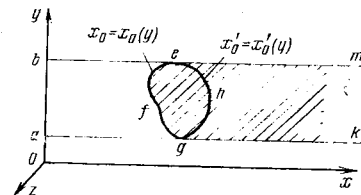


Рис. 4.

В любой точке на линии de и справа от нее $H_{0y} = 0$, поэтому справа от de получаем $\rho_M = 0$. Таким образом, расчетная модель потенциального поля содержит простой слой магнитных зарядов, след которого — линия $0c$, и объемные заряды, занимающие объем, заштрихованный на рис. 3.

В рассмотренном примере начальная поверхность интегрирования, являясь координатной плоскостью $x=0$, не совпадает с поверхностью, ограничивающей проводник. Поэтому H_0 становится функцией не только x , но и y и, как следствие этого, объемные магнитные заряды оказываются не равными нулю в некотором объеме. В общем случае расчета плоскопараллельного МП проводника произвольной формы поперечного сечения в прямоугольной системе координат (рис. 4) можно принять $\vec{dl} = \vec{i}dx$. Пусть начальная поверхность интегрирования совпадает с плоскостью $x=0$. Плоскостями $y=a$ и $y=b$ разобьем боковую поверхность проводника на две: «левую», следом которой в плоскости yOx является линия efg с уравнением $x=x_0(y)$ и «правую», след которой — линия ghe .

Определив H_0 в виде (5), получаем, что $H_0 \neq 0$ не только внутри проводника, но и вне его, а именно во всем заштрихованном объеме, ограниченном поверхностями со следами me , efg , gk . Здесь, как и ранее, начальная поверхность интегрирования не совпадает с поверхностью проводника, так что $H_0 = f(x, y)$. По этой причине в соответствии с (8) магнитные заряды должны располагаться во всем объеме, где $H_0 \neq 0$. Если внутри проводника $\rho_M \neq 0$ из-за того, что первое слагаемое в (8) отлично от нуля (при $\delta = \text{const}$), то вне его $\rho_M \neq 0$, потому что в любой точке «теневого» области проводника не равны нулю оба слагаемых ρ_M . На поверхностях, следы которых есть линии gk и em , располагаются магнитные заряды с поверхностной плотностью $\sigma_M = -\mu \text{Div } \vec{H}_0$.

Если граница области с током может быть описана в отличной от прямоугольной системе координат, то целесообразно определить \vec{H}_0 в соответствующей системе переменных. Так, поле токов, протекающих по проводникам с поперечным сечением круговой формы целесообразно «привести» к потенциальному в цилиндрической системе координат.

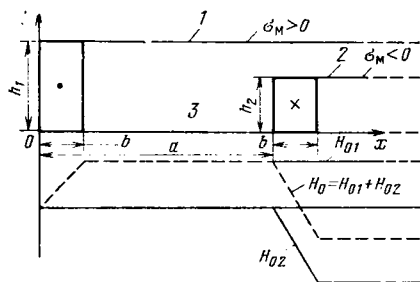


Рис. 5.

Определим поле H_0 так, чтобы выполнялось условие $\text{rot } H_0 = k\delta_z$. Будем считать, как и ранее, что H_0 задается в виде некоторого интеграла от векторного произведения плотности тока $k\delta_z$ и вектора пути интегрирования \bar{dl} , так что вектор H_0 ортогонален обоим этим векторам. Можно принять $\bar{dl} = i\bar{dr}$, $\bar{dl} = j\bar{r}d\varphi$ или $\bar{dl} = k\bar{dz}$. Если, например, принять $\bar{dl} = \bar{v}dr$, то из условия $\text{rot } H_0 = \delta_z$ получаем

$$\bar{H}_0 = \frac{1}{r} \int_0^r r \bar{k} \delta_z \times \bar{i} dr.$$

«Сведение» трехмерных МП к потенциальным полям магнитных зарядов имеет большое практическое значение, так как расчет именно таких полей связан с большими вычислительными трудностями. В общем случае трехмерного МП, когда вектор $\bar{\delta}$ представляется в виде $\bar{\delta} = i\delta_x + j\delta_y + k\delta_z$, в прямоугольной системе координат направление интегрирования при определении H_0 может быть произвольным, например $\bar{dl} = i\bar{dx} + j\bar{dy} + k\bar{dz}$, но без всякой потери общности можно принять $\bar{dl} = i\bar{dx}$. Поле H_0 определяется в виде (4), где l_0 — начальная поверхность отсчета, являющаяся в общем случае функцией координат x, y, z .

Проверка показывает, что выбор H_0 в виде (4) с произвольным произвольным путем интегрирования обеспечивает выполнение уравнения — $\text{rot } H_0 = \bar{\delta}$. Система магнитных зарядов, эквивалентных токам проводников произвольной формы, включает в себя объемные и поверхностные заряды, расположенные как в объемах проводников, так и частично в пространстве, не занятом токами. Выбор координатной системы как и ранее, при расчете плоскопараллельных полей, определяется геометрией области с током и, в конечном итоге, простотой расчета поля H_0 .

Трехмерное МП можно «свести» к потенциальному не только в прямоугольной, но и в других системах координат (цилиндрической, сферической, эллиптической и т. д.). Найдем возможное представление поля H_0 в криволинейной ортогональной системе координат с единичными векторами $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$ и соответствующими коэффициентами h_1, h_2, h_3 . Определим H_0 вновь как векторное произведение $\bar{\delta}$ и элемента \bar{dl} , так что при выборе $\bar{dl} = \bar{u}_1 h_1 du_1$ получаем $H_{01} = 0$ и $H_{02} \neq 0, H_{03} \neq 0$ (аналогично при $\bar{dl} = \bar{u}_2 h_2 du_2$ имеем $H_{02} = 0$ и при $\bar{dl} = \bar{u}_3 h_3 du_3$ — $H_{03} = 0$). Уравнение $\text{rot } H_0 = \bar{\delta}$ для проекций на оси u_2

и u_3 принимает вид:

$$\delta_2 = -\frac{1}{h_2 h_3} \frac{\partial}{\partial u_1} (h_3 H_{03}); \quad \delta_3 = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 H_{02}),$$

откуда находим:

$$H_{02} = \frac{1}{h_2} \int_{u_{10}}^{u_1} h_2 \delta_3 h_1 du_1; \quad H_{03} = -\frac{1}{h_3} \int_{u_{10}}^{u_1} h_3 \delta_2 h_1 du_1.$$

При таком определении H_0 и некотором u_{10} условие $\text{rot } H_0 = \delta_1$ также выполняется. Если принять $\bar{dl} = \bar{u}_2 h_2 du_2$ или $\bar{dl} = \bar{u}_3 h_3 du_3$, то получим формулы, аналогичные (11). Таким образом, при произвольном \bar{dl} , совпадающем с одной из координатных осей криволинейной ортогональной системы координат, можно определить H_0 как

$$H_{0i} = \frac{1}{h_i} \int_{u_{k0}}^{u_k} h_i (\bar{\delta} \times \bar{dl}_k)_i, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad \bar{dl}_k = \bar{u}_k h_k du_k.$$

Фиктивные токи и заряды. Введение в расчет фиктивных (другими словами воображаемых) токов и зарядов позволяет упростить расчетные модели во многих практических случаях, уменьшить объемы областей, занятых полем H_0 , и уменьшить объемы, занятые магнитными зарядами.

Рассмотрим МП двух длинных проводников различного поперечного сечения (оба прямоугольного) с одинаковыми и противоположно направленными токами $\pm i$ (рис. 5). Плотности тока проводников различны: $\delta_1 = i_1 \frac{1}{bh_1}$, $\delta_2 = i_2 \frac{1}{bh_2}$. Выберем

H_0 в форме (5). Как видно, для определения $H_0 = f(x, y)$ следует интегрировать δ_z обоих проводников по координате x . Для простоты построим отдельно $H_{01} = f_1(x, y)$ и $H_{02} = f_2(x, y)$ для каждого из проводников и затем на графики наложим значения H_{01} и H_{02} . График функции $H_0 = H_{01} + H_{02}$ показан на рис. 5 пунктирной линией. Так как $\rho_m = 0$ всюду, за исключением лишь трех плоскостей, следы которых есть линии 1, 2, 3, то расчетная модель, следовательно, не содержит объемных зарядов. На указанных плоскостях располагаются простые слои магнитных зарядов с поверхностной плотностью $\sigma_m = \pm \mu H_0$. Как видно, такая расчетная модель неэкономична, так как содержит простые слои, уходящие в бесконечность.

Попытка ограничить область с $H_0 \neq 0$ равносильна обеспечению скачка H_0 на величину $\Delta H_0 = H_0$. Такой скачок может быть следствием появления слоя тока с линейной плотностью $J' = \Delta H_0 = H_0$. Таким образом, ограничение H_0 связано с введением в рассмотрение некоторого несуществующего тока плотности J' . Для устранения этого тока следует на эту же поверхность «наложить» такой же ток J обратного направления. В результате получаем систему зарядов и токов, представленную на рис. 6. Она содержит два простых слоя магнитных зарядов и один простой слой тока обратного направления (на каждый из проводников). Такую смешанную систему зарядов и токов целесообразно «привести» к магнитным зарядам. Для этого «сведем» токовые слои с токами обратного направле-

ния к двойным магнитным. Двойной магнитный слой, эквивалентный токовым слоям обоих проводников, занимает бесконечно малый объем, соединяя эти слои с токами обратного направления. Так как направления токов в простых слоях противоположны, то двойной магнитный слой, начинаясь в точке d , имеет линейно растущий момент до точки d' , далее в воздухе — постоянный момент, равный $p_M = \mu_0 i$, и далее падает на линии $c's$ по линейному закону до нуля. Введение фиктивных токов позволило, таким образом, ограничив объем с $H_0 \neq 0$, уменьшить область, занятую магнитными зарядами.

Фиктивные токи можно размещать не только в листах или полосах, но и по сечениям проводников. Выбор вида проводника с фиктивным током и закона распределения тока в нем зависит от расчетчика, здесь имеется возможность широкого выбора конфигурации дополнительно вводимых токов.

В задаче расчета поля проводника произвольной формы поперечного сечения (рис. 7) при определении H_0 в виде (5) расчетная модель содержит объемные магнитные заряды во всей заштрихованной области. Ограничение объема с $p_M \neq 0$ приводит к необходимости скачкообразного изменения H_0 до нуля на правой боковой поверхности проводника $x'_0 = x'_0(y)$. Наличие на этой поверхности составляющих H_{0x} и H_{0y} означает, что на ней должны размещаться поверхностные электрические токи и простые слои магнитных зарядов. Действительно, изменение H_{0x} до нуля на некоторой поверхности возможно в случае наличия на ней линейного тока с плотностью $J'_s = -H_{0y}$, а изменение H_{0y} до нуля в случае наличия простого слоя магнитных зарядов с плотностью $\sigma'_M = -\mu H_{0x}$. Для того, чтобы суммарный ток и суммарный магнитный заряд в области не изменились, следует ввести для компенсации J'_s и σ'_M равные им и противоположно направленные токи $J = H_{0y}$, а также равные им заряды противоположного знака с плотностью $\sigma_M = \mu H_{0x}$. Токи $J_s = H_{0y}$ и магнитные заряды $\sigma_M = \mu H_{0x}$ входят в расчетную модель и их поле следует учитывать при расчете поля H_p , в то время как токи $J'_s = -H_{0y}$ и заряды $\sigma'_M = -\mu H_{0x}$ служат для ограничения объема с $H_0 \neq 0$ и в расчетную модель не входят.

Аналогичные рассуждения и выводы можно сделать и при построении расчетных моделей проводников, по которым протекают токи, все три проекции которых отличны от нуля. Расчетная модель состоит из магнитных зарядов, заполняющих объем проводника, а также из простых и двойных слоев магнитных зарядов, расположенных на боковой поверхности проводника. Отметим, что простые при-

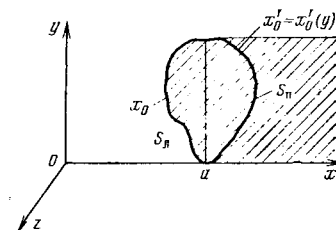


Рис. 7.

мы позволяют иногда создать расчетные модели, в которых магнитные заряды размещаются лишь на поверхности проводника, а не в их объемах: правильный выбор начальной поверхности отсчета

интеграла $\int_{l_0} \delta \times d\vec{l}$ разбиение тока на два с выбо-

ром различных направлений $d\vec{l}$ для каждого из них и т. д. Так, если при расчете поля тока ($\delta = \text{const}$) проводника (рис. 7) в качестве l_0 принять плоскость yOz и определить H_0 в виде (4), магнитные заряды располагаются во всем объеме проводника. Если же в качестве поверхности l_0 принять плоскость $x=a$, то, выполняя интегрирование при расчете H_0 в противоположные от плоскости $x=a$ стороны, получим везде внутри проводника $p_M = 0$. В этом последнем случае расчетная модель содержит простые и двойные слои магнитных зарядов на поверхностях проводника S_p и S_n , а также двойной слой магнитных зарядов, уходящий к обратному проводу, если полный ток проводника не равен нулю.

В общем случае расчета трехмерного магнитного поля всегда путем введения фиктивных токов и зарядов можно ограничить область, где $H_0 \neq 0$, объемами проводников и бесконечно малыми объемами, соединяющими проводники и образующими двойные слои магнитных зарядов.

Расчет поля в кусочно-однородных и нелинейных средах. «Приведение» МП к потенциальному может быть выполнено и в случае расчета поля в кусочно-однородных и нелинейных средах. Пусть МП создается токами, протекающими по неферромагнитным проводникам. Вспомогательное поле H_0 не зависит от μ в любой точке пространства и находится так же, как и в рассмотренных выше случаях приведения поля в однородной среде. Если ферромагнитные тела располагаются вне областей, где $H_0 \neq 0$, то никаких особенностей в расчете поля методом приведения его к потенциальному не возникает. Расчет в этом случае выполняется любым из известных методов, аналитическим или численным. Магнитные заряды, эквивалентные токам, определяются как и ранее в виде $p_M = -\mu \text{div } H_0$, а для определения поля скалярного потенциала решается уравнение $\text{div } \mu \text{grad } u = -p_M$. Путем выбора соответствующей системы фиктивных токов и зарядов часто удается ограничить область с $H_0 \neq 0$ таким образом, что она не захватывает ферромагнитных тел. Действительно, если расположить фиктивные токи и заряды на поверхности проводника с током, то область, где $H_0 \neq 0$, занимает вне проводника бесконечно малый объем, образуемый внутренностью двойного слоя магнитных зарядов.

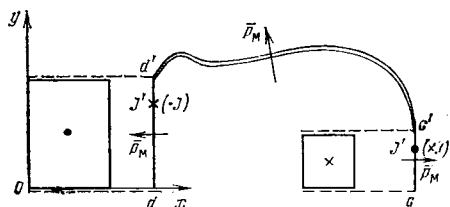


Рис. 6.

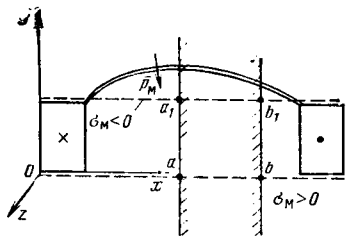


Рис. 8.

Этот слой может уходить в бесконечность либо быть ограниченным, если сумма токов рассматриваемых проводников равна нулю. Так МП, созданное токами проводников, лежащими в открытых пазах электрической машины, «приводится» к потенциальному путем такого выбора фиктивных токов, что двойной магнитный слой, объединяющий все проводники, проходит полностью в воздушном зазоре, где $\mu = \mu_0$. Ферромагнитное тело ограниченного объема всегда можно оставить вне зоны $H_0 \neq 0$ путем соответствующего выбора расположения двойного слоя магнитных зарядов. Так как положение двойного слоя, соединяющего линейные проводники, произвольно, то и задача может быть решена неединственным способом.

Если выбором фиктивных токов и магнитных зарядов не удастся ограничить область с $H_0 \neq 0$ так, чтобы она не захватывала ферромагнитных тел, то магнитные заряды в области с $\mu \neq \mu_0$ должны быть изменены. В некоторых случаях с целью упрощения расчетных моделей может оказаться даже целесообразным оставить ферромагнитные тела в зоне, где $H_0 \neq 0$. Пусть, например, двойной слой магнитных зарядов, имеющий в воздухе момент $p_M = \mu_0 i$ (рис. 8) пересекает ферромагнитное тело, проницаемость которого $\mu(H)$. В этом случае плотность двойного слоя внутри ферромагнитного тела изменяется и становится равной $p_M = \mu(H) i$. В частном случае, когда принимается допущение $\mu = \infty$, при расчете следует задать разность скалярных магнитных потенциалов двух частей ферромагнитного тела, разрезаемого двойным слоем, равной току i , которому эквивалентен двойной магнитный слой.

В задаче расчета МП кольцевой катушки, охватывающей ферромагнитный стержень (рис. 8), расчетная модель может содержать лишь два простых слоя магнитных зарядов, лежащих на двух поверхностях, ограничивающих катушку сверху и снизу. При выборе $d\vec{l} = i dx$ поле H_0 имеет единственную составляющую $H_0 = j H_{0y}$. Объемная плотность магнитных зарядов

$$\rho_M = -\operatorname{div} \mu \vec{H}_0 = -\mu \operatorname{div} \vec{H}_0 - \operatorname{grad} \mu \vec{H}_0. \quad (9)$$

При решении линейной задачи имеем всюду $\operatorname{grad} \mu \vec{H}_0 = 0$ и $\rho_M = -\mu \operatorname{div} \vec{H}_0$. Модель содержит лишь поверхностные заряды с плотностью $\sigma_M = \pm \mu H_{0y}$ внутри ферромагнитного тела и с плотностью $\sigma_M = \pm \mu_0 H_{0y}$ вне его. Если среда нелинейна, то внутри магнитопровода, как и на части его поверхности появляются отличные от нуля магнитные заряды. Внутри магнитопровода получаем $\rho_M = -\operatorname{grad} \mu \vec{H}_0$, так как $\operatorname{div} \vec{H}_0 = 0$. На двух поверхно-

стях, ограничивающих катушку сверху и снизу, располагаются поверхностные магнитные заряды, плотность которых $\sigma_M = \pm \mu_0 H_{0y}$ в воздухе и $\sigma_M = \pm \mu H_{0y}$ внутри магнитопровода. Если в этой задаче принимается допущение $\mu = \infty$, то расчетная модель не содержит источников потенциального поля внутри магнитопровода. На всей его поверхности касательная составляющая поля H_τ должна быть равной нулю. На линиях aa_1 , bb_1 , однако, $H_{\tau 0} = H_{0y} \neq 0$. Для получения $H_\tau = 0$ следует ввести фиктивные токи на линиях aa_1 и bb_1 , обеспечивая условие $H_\tau = 0$. В результате расчетная модель содержит простые слои магнитных зарядов, расположенные в воздухе, и простой слой тока, лежащий на поверхности магнитопровода и охватывающий его. Задание такого поверхностного тока эквивалентно изменению потенциала между точками $a-a_1$, b_1-b в виде $u = \int_a^{a_1} H_{0\tau} d\tau + C_1$. На всей по-

верхности магнитопровода ниже точек ab $u = \operatorname{const} = C_1$ так же как и на всей поверхности, лежащей выше точек a_1b_1 , $u = \operatorname{const} = C_2$.

Рассмотрим задачу более общего вида (рис. 9). Магнитное поле создается катушкой с током i . Ферромагнитное тело частично заходит в зону с $H_0 \neq 0$ таким образом, что часть поверхности тела S_2 находится вне зоны с $H_0 \neq 0$, а другая часть поверхности S_1 располагается внутри зоны с $H_0 \neq 0$. Поверхность S_3 является продолжением поверхности S_5 внутри ферромагнитного тела, ограничивающей катушку сверху. Поверхность S_2 свободна от магнитных зарядов, как и весь объем тела, не входящий в зону с $H_0 \neq 0$. На S_4 плотность магнитных зарядов $\sigma_M = -\mu_0 H_{0n}$, а на поверхности S_5 $\sigma_M = \mu_0 H_{0n}$. На поверхности S_3 получаем $\sigma_M = \mu(H) H_{0n}$. На поверхности S_1 и в объеме, ограниченном поверхностями S_1 , S_3 источники рассчитываются по (9). Сумма всех магнитных зарядов должна быть равна нулю вследствие непрерывности линий магнитной индукции.

Выполнение токонесущего проводника из ферромагнитного материала приводит к появлению магнитных зарядов на поверхности и внутри его (если магнитная проницаемость зависит от координат точек проводника) и при учете нелинейных свойств материала изменяются в процессе счета с изменением магнитной проницаемости, являющейся нелинейной функцией H : $\mu = f(H_0 + H_p)$. Таким образом, метод легко распространяется на случай расчета поля в нелинейных средах.

Приведение к потенциальному квазистационарного поля. «Приведем» к потенциальному электро-

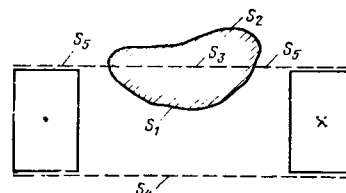


Рис. 9.

магнитное поле, изменяющееся во времени по гармоническому закону. Это поле создано сторонними токами с плотностью $\vec{\delta}_{\text{ст}} = \vec{\delta}_{\text{ст max}} \sin \omega t$, а также вихревыми токами, индуцируемыми в проводящем неферромагнитном теле с проводимостью γ . Перейдем к комплексным значениям $\vec{\delta}_{\text{ст}}$, $\vec{\delta}_{\text{вихр}}$, \vec{H} , \vec{E} и представим, как и ранее, искомое поле в виде суммы $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_p$, где \vec{H}_0 определено в виде $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}_{\text{вихр}}$ в проводящем теле и в виде $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}_{\text{ст}}$ в проводниках, по которым протекают заданные сторонние токи. Так как закон распределения $\vec{\delta}_{\text{ст}}$ в пространстве задан, то «приведение» стороннего поля к потенциальному не встречает трудностей и выполняется аналогично «приведению» стационарного МП к потенциальному полю источников. В проводящем теле, однако, распределение $\vec{\delta}_{\text{вихр}}$ заранее неизвестно. Поэтому неизвестно и распределение поля \vec{H}_0 . Число неизвестных в отличие от случая расчета стационарного МП становится большим одного. Для получения уравнения относительно \vec{H}_0 вычислим rot обеих частей уравнения $\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{\delta}$:

$$\text{rot rot } \vec{H}_0 = \text{rot } \vec{\delta}_{\text{вихр}} = \text{rot } \gamma \vec{E} = \gamma \text{rot } \vec{E} + \text{grad } \gamma \times \vec{E}$$

или

$$\text{grad div } \vec{H}_0 - \nabla^2 \vec{H}_0 = -j\omega\mu\gamma \vec{H}_0 + j\omega\mu\gamma \text{grad } \dot{u} + \text{grad } \gamma \times \frac{\text{rot } \vec{H}_0}{\gamma}. \quad (10)$$

Уравнение (10) совместно с уравнением для скалярного магнитного потенциала

$$\text{div grad } \dot{u} = \text{div } \vec{H}_0$$

и дополненное граничными условиями для \dot{u} и \vec{H}_0 описывает задачу расчета поля с помощью функций \dot{u} и \vec{H}_0 .

В простейшем случае задача формулируется в виде двух уравнений относительно скаляров \dot{u} и H_0 , если \vec{H}_0 имеет единственную составляющую, что возможно, например, при расчете вихревых токов, имеющих лишь две составляющие. Пусть $\vec{\delta}_{\text{вихр}} = \vec{i} \delta_x + k \delta_z$. Тогда, если определить H_0 с помощью интеграла $\vec{H}_0 = \vec{j} \int_0^x \delta_{\text{вихр}} z \, dx$, то уравнение

(10) можно записать для единственной составляющей H_{0y} . Напишем проекцию уравнения (10) на ось y в пространстве, занятом проводящим телом:

$$\frac{\partial^2 H_{0y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{0y}}{\partial z^2} - j\omega\mu\gamma \dot{H}_{0y} = -j\omega\mu\gamma \frac{\partial \dot{u}}{\partial y}.$$

$$\text{Уравнение для } \dot{u} \text{ принимает вид } \nabla^2 \dot{u} = \frac{\partial H_{0y}}{\partial y}.$$

Эти уравнения (дополненные граничными условиями для \dot{u} и H_{0y}) позволяют рассчитать вихревые токи в проводящем теле и электромагнитное поле во всем пространстве. Они пригодны для расчета вихревых токов в пластинах и плитах, т. е. когда допустимо пренебрежение одной составляющей вихревого тока (в рассмотренном случае полагалось $\delta_y = 0$).

В общем случае, когда все три составляющие вихревого тока отличны от нуля, «сведение» поля к потенциальному приводит также к системе из двух уравнений.

Изложенный метод использовался в последние годы для моделирования и расчета МП в различных электроэнергетических устройствах, главным образом, в трехмерной постановке, когда традиционное применение скалярного магнитного потенциала приводит к большим погрешностям, а использование векторного магнитного потенциала весьма трудоемко [Л. 2—18].

Были построены математические модели МП различных устройств, в частности, трансформаторов и электрических машин, изучены погрешности, возникающие при моделировании [Л. 2—5]. Систематическое изложение данного метода моделирования было дано в [Л. 4]. Рассматривались общие вопросы расчета МП изложенным методом, была поставлена задача минимизации источников потенциального поля, важная как при моделировании, так и при расчете [Л. 6]. Метод применялся для моделирования поля в крупных трансформаторах [Л. 5] для расчета усилий, действующих на лобовые части электрических машин, для расчета потерь в торцевой зоне электрических машин [Л. 11]. Изучались особенности численной реализации метода на ЭВМ и возникающие при этом погрешности. При расчете полей использовались различные методы: метод сеток [Л. 10, 11], метод интегральных уравнений [Л. 7], метод конечных элементов [Л. 12].

Новые аналитические решения [Л. 9] были применены для построения алгоритма расчета МП торцевой зоны электрических машин путем «приведения» его к потенциальному. Можно в то же время отметить, что возможности метода при расчете стационарных магнитных полей еще не исчерпаны. Имеются успешные попытки распространить метод на случай расчета квазистационарных электромагнитных полей [Л. 14, 15, 18]. Интерес представляет не только «преобразование» вихревого поля в потенциальное, но и обратное «преобразование» — статического, потенциального поля электрических зарядов, в вихревое поле, при котором упрощается расчет электрического поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грешняков В. М. Приведение квазистационарного магнитного поля к потенциальному полю источников. — Электричество, 1960, № 8.
2. Демирчян К. С. Еще один способ моделирования вихревого магнитного поля. — В кн.: Доклады 4-й межвузовской конференции по применению физического и математи-

ческого моделирования в различных отраслях техники. Математическое моделирование полей. — М.: МЭИ, 1962, № 1.

3. Демирчян К. С. Моделирование магнитного поля лобовых частей электрических машин с применением скалярного магнитного потенциала. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1966, № 6.

4. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. — М.: Энергия, 1974.

5. Боронин В. Н., Демирчян К. С., Огорелков Б. И. Методика моделирования и некоторые результаты исследования трехмерного магнитного поля трансформатора. — Электричество, 1971, № 2.

6. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Метод расчета вихревых магнитных полей с помощью скалярного магнитного потенциала. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 4.

7. Апанасов В. В., Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Учет ферромагнитных тел, окружающих проводники с токами, методом статистических испытаний. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 2.

8. Апанасов В. В., Демирчян К. С., Чечурин В. Л. О расчете магнитного поля в области лобовых частей обмоток электрических машин с учетом кривизны. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 2.

9. Белоусова В. В. Расчет электромагнитного поля торцевой зоны электрических машин в цилиндрической системе координат. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 5.

10. Домбровский В. В., Чашин Б. Б. Расчет магнитного поля в криотурбогенераторах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6.

11. Белоусова В. В., Чашин Б. Б., Чечурин В. Л. Расчет магнитного поля в торцевой зоне криоэлектромашин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6.

12. Демирчян К. С., Солнышкин Н. И. Расчет трехмерных магнитных полей методом конечных элементов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 5.

13. Иванов-Смоленский А. В., Кузнецов В. А. Применение метода магнитных зарядов к расчету индуктивных параметров зубцовых контуров. — Электричество, 1977, № 1.

14. Чечурин В. Л. Расчет электромагнитных полей с помощью скалярного магнитного потенциала. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 2.

15. Demirchian K. S., Chechurin V., Sarma M. S. Scalar potential concept for calculation of steady magnetic fields and eddy currents. — IEEE Trans. on Mag., 1976, vol. 12, № 6, Nov.

16. Chechurin V. L., Sarma M. Computing models for the magnetic fields calculation of superconducting electric machines with the help of scalar potential. — IEEE Trans. on Mag., 1976, vol. 12, № 6, Nov.

17. Carpenter C. J. Numerical solution of magnetic fields in the vicinity of current-carrying conductors. — Proc. IEE, 1967, vol. 114, № 7, July.

18. Carpenter C. J. A network approach to the numerical solution of eddy current problems. — IEEE Trans. on Mag., 1975, vol. 11, № 5, Sept.

[09.04.81]

УДК 621.3.042.001.24

К расчету разомкнутых магнитных систем методами теории цепей

ШОФФА В. Н., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

Классическим примером разомкнутых магнитных систем являются магнитные системы герконных реле без дополнительных магнитопроводов. Строгому аналитическому решению они не поддаются. Поэтому для точного их анализа проводятся исследования на физических моделях [Л. 1].

С целью обобщения результатов таких исследований и оптимизации конструкций используются положения теории подобия [Л. 2] и планирования эксперимента [Л. 3].

Для приближенного расчета разомкнутых магнитных систем герконных реле могут быть применены численные методы решения магнитного поля или методы теории цепей. Последние, как будет показано, могут дать результаты высокой точности, но для этого необходимо иметь четкое представление о характере распределения поля, границах между отдельными его областями (сепаратрисах), особых точках (или кривых) поля и возможных смещениях (или видоизменениях) этих границ и особых точек (кривых) поля при варьировании конструктивными параметрами магнитной системы. Анализ особенностей полей той или иной магнитной системы дает также возможность обосновать допущения, необходимые в большинстве случаев при разработке математических моделей. Однако рядом указанных обстоятельств пренебрегают даже в простейшем случае — в магнитной си-

стеме реле с одним симметричным замыкающим герконом [Л. 4—7].

На рис. 1 представлена картина магнитного поля в основной проекции такого реле, снятая при помощи моделирования на электропроводной бумаге при допущении, что магнитная проводимость контактных сердечников (КС) 1 и 2 равна бесконечности. Сплошными кривыми изображены линии магнитной индукции, причем утолщенными кривыми отмечены сепаратрисы, отделяющие одни характерные участки поля от других. Буквами O' и O'' обозначены точки схода линий уровня поля (изображены пунктиром). На рис. 1 приведены только линии уровня, соответствующие магнитным потенциалам Φ_{m1} и Φ_{m2} КС 1 и 2. В особых точках m , m' , n и n' , в которых линии уровня «входят» в КС, происходит ветвление сепаратрис. Вдоль линий, проходящих в этих точках перпендикулярно плоскости рисунка, напряженность поля равна нулю.

Для рассматриваемой магнитной системы характерны следующие магнитные потоки: Φ_δ — поток в рабочем зазоре δ с учетом выпучивания линий магнитной индукции, проходящий между двумя КС (на рис. 1 этот поток входит в КС 2 с левой стороны в пределах зон $A-C$ и $A-n'$, проходит через рабочий зазор и выходит из КС 1 с его правой стороны в зонах $m-A'$ и $C'-A'$); $\Phi_{\delta B1}$ и $\Phi_{\delta B2}$ — потоки рассеяния, проходящие только по

воздуху; Φ_{dc1} и Φ_{dc2} — потоки рассеяния, проходящие по каждому из КС в отдельности.

Для симметричной магнитной системы (одинаковые КС и симметричное расположение обмотки 3 относительно центра рабочего зазора)

$$\Phi_{dc1} = \Phi_{dc2} = \Phi_{dc} \text{ и } \Phi_{db1} = \Phi_{db2} = \Phi_{db}.$$

Из рассмотрения рис. 1 следует, что максимальный магнитный поток в КС (координата Z_{\max})

$$\Phi_{\max} = \Phi_{\delta} + K_{dc}\Phi_{dc} - K_{\delta}\Phi_{\delta}, \quad (1)$$

где $K_{dc} \leq 1$ и $K_{\delta} < 1$ — коэффициенты, учитывающие доли входа и выхода на участках $C-Z_{\max}$ и $n'-Z_{\max}$ соответственно потоков Φ_{dc} и Φ_{δ} .

На рис. 1 ясно, что $\Phi_{\max} > \Phi_{\delta}$, следовательно: $K_{dc}\Phi_{dc} > K_{\delta}\Phi_{\delta}$.

Суммарный магнитный поток всей системы

$$\Phi'_{\max} = \Phi_{\delta} + 2(\Phi_{dc} + \Phi_{db}). \quad (2)$$

На рис. 2 приведена модель поля, предлагаемая автором для расчета данной магнитной системы. При этом, аналогично [Л. 7], принимается, что м. д. с. обмотки сосредоточена в бесконечно тонком слое, расположенном по окружности, образованной средним диаметром обмотки d_k .

Схема замещения магнитной цепи приведена на рис. 3, где $R_{mвт}$ — магнитное сопротивление внутреннего участка цепи (на пути прохождения потока Φ_{δ} между внутренними участками КС); $R_{mвн}$ — магнитное сопротивление на пути прохождения потока Φ_{δ} между внешними участками КС, R_{mdc} и R_{mdb} — приведенные к полным виткам обмотки управления магнитные сопротивления на путях прохождения соответственно потоков Φ_{dc} и Φ_{db} . Согласно схеме рис. 3 магнитные проводимости, соответствующие магнитным сопротивлениям $R_{mвт}$ и $R_{mвн}$,

$$\Lambda_{вт} = \frac{1}{R_{м вт}} = \frac{\Phi_{\delta}}{U_{м вт}}; \quad (3)$$

$$\Lambda_{вн} = \frac{1}{R_{м вн}} = \frac{\Phi_{\delta}}{F - U_{м вт}}, \quad (4)$$

где F — м. д. с. обмотки управления.

Полная магнитная проводимость системы, приведенная к м. д. с. обмотки управления

$$\Lambda_{п} = \frac{\Lambda_{вн}\Lambda_{вт}}{\Lambda_{вн} + \Lambda_{вт}} + 2(\Lambda_{dc} + \Lambda_{db}). \quad (5)$$

Соответственно

$$\Phi'_{\max} = F\Lambda_{п}. \quad (6)$$

Пренебрегая потоками рассеяния (в этом случае $\Phi'_{\max} = \Phi_{\max} = \Phi_{\delta}$) или используя приведенные ниже дифференциальные выражения для магнитных потоков, найдем Φ_{\max} . По определенному значению Φ_{\max} можно найти электромагнитную силу, действующую на КС, воспользовавшись, например, эмпирической формулой [Л. 4]

$$P_3 = \frac{\Phi_{\max}^2}{2\mu_0 ab \left[1 + \left(K_1 + K_2 \frac{h}{b} \right) \frac{\delta}{a} \right]}, \quad (7)$$

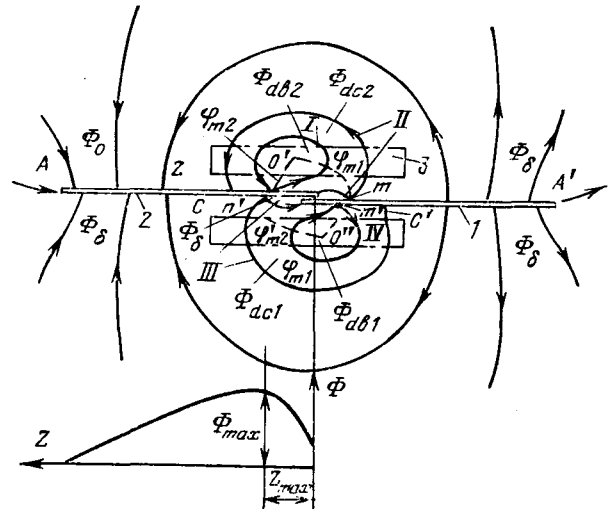


Рис. 1. Картина магнитного поля реле с одним замыкающим герконом.

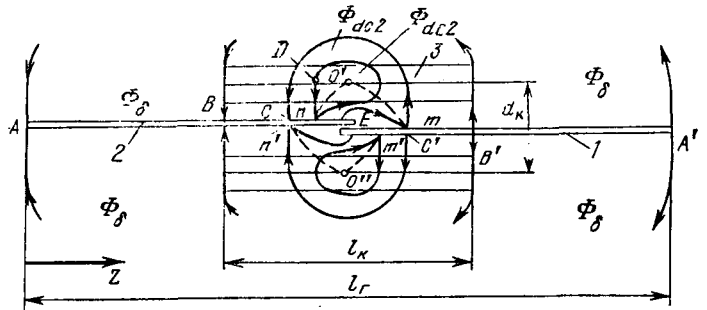


Рис. 2. Модель магнитного поля реле с одним замыкающим герконом.

где a , b и h — соответственно перекрытие, ширина и толщина КС; K_1 и K_2 — эмпирические коэффициенты.

Для определения электромагнитной силы можно воспользоваться также энергетической формулой, которая для линейной системы (в настоящей статье магнитная проницаемость КС принимается равной бесконечности) имеет вид

$$P_3 = - \frac{1}{2} F^2 \frac{d\Lambda'_{п}}{d\delta}, \quad (8)$$

где $\Lambda'_{п}$ — полная магнитная проводимость, определяемая через электромагнитную энергию W , потокосцепление Ψ или индуктивность L системы:

$$\Lambda'_{п} = \frac{L}{w^2} = \frac{\Psi}{I w^2} = \frac{2W}{F^2}. \quad (9)$$

В выражении (9) w — число витков обмотки; I — ток в обмотке.

Как показали проведенные на физических моделях исследования магнитной системы герконного реле, в случае работы на «линейной» части кривой намагничивания пермаллоев типа 50Н, 52Н и 47НД (в основном используемых для изготовления КС герконов и обладающих высокой максимальной магнитной проницаемостью) распределение магнитного потока вдоль КС вне обмотки

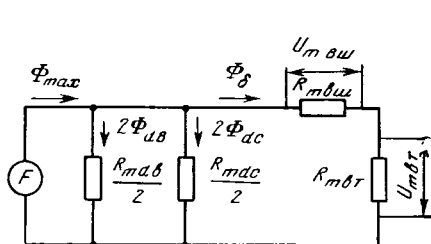
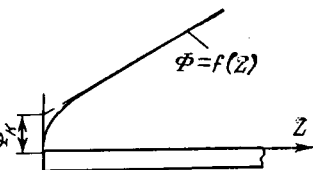


Рис. 3. Схема замещения магнитной цепи.

Рис. 4. Распределение магнитного потока вдоль КС вне обмотки управления.



управления равномерно, за исключением небольших участков на их внешних концах (рис. 4). Это свидетельствует о том, что удельная магнитная проводимость $\lambda_{вн}$ вдоль значительного участка длины КС вне обмотки управления постоянна, так как для участков прохождения потока вне обмотки

$$\lambda_{вн} = \frac{\Delta\Phi}{U_{мвн}\Delta Z}, \quad (10)$$

а величина $U_{мвн}$ практически не меняется вдоль КС из-за высокой магнитной проницаемости их материала (было подтверждено экспериментально).

Анализ картин поля, снятых на электропроводной бумаге, и расчет по ним магнитных проводимостей показали, что удельная магнитная проводимость $\lambda_{вн}$ на пути прохождения потока Φ_δ внутри обмотки также практически постоянна и равна удельной магнитной проводимости вне обмотки. Исключением являются только зоны потока Φ_δ , непосредственно прилегающие к сепаратрисам II и III в области особых точек m и n' . В этих зонах $\lambda_{вн}$ меньше.

Некоторыми авторами [Л. 4, 5] удельная проводимость $\lambda_{вн}$ принимается равной магнитной проводимости равномерно намагниченного эллипсоида вращения и не зависит от размеров обмотки управления. В ряде случаев такая интерпретация поля дает хорошее совпадение с экспериментом, однако при определенных соотношениях размеров магнитной системы погрешность существенна [Л. 8], так как линии магнитной индукции меняют конфигурацию с изменением размеров источника поля.

Для более полного учета характера распределения поля на внешнем участке прохождения потока Φ_δ был проведен активный полный факторный эксперимент на увеличенной модели рассматриваемой магнитной системы по определению $\lambda_{вн}$ и учету концентрации линий магнитной индукции у внешних концов КС. В качестве факторов были приняты следующие параметры: длина геркона l_r , периметр поперечного сечения КС p_c , длина обмотки l_k и средний диаметр обмотки d_k . Диапазоны варьирования факторов: $l_r = (0,5 \div 0,7)$ м; $p_c = (0,02 \div 0,04)$ м; $l_k = (0,15 \div 0,3)$ м; $d_k = (0,05 \div 0,1)$ м.

Эксперимент проводился при $\delta = 0$. Ранее проведенный пассивный эксперимент показал, что для реальных соотношений размеров герконных реле величина $\lambda_{вн}$ практически не зависит от δ и (при постоянных значениях d_k и p_c) от соотношений внутреннего и наружного диаметра обмотки, ширины и толщины КС.

При реализации активного эксперимента измерялась разница магнитных потенциалов $U_{мвн}$ и определялось распределение магнитного потока в КС по их длине.

В качестве функций отклика были приняты величины $\lambda_{вн}$ и Λ_k , где Λ_k представляет собой магнитную проводимость, соответствующую магнитному потоку конца КС и определяемую согласно рис. 4 по формуле

$$\Lambda_k = \frac{\Phi_k}{F - U_{мвт}} = \frac{\Phi_k}{U_{мвн}}. \quad (11)$$

После соответствующей обработки результатов эксперимента [Л. 9 и 10] были получены следующие уравнения регрессии:

$$\lambda_{вн} = (0,753 + 13,53p_c + 1,27l_k - 0,68l_r - 1,2d_k) \times 10^{-6} \pm 0,044 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}; \quad (12)$$

$$\Lambda_k = (0,0082 + 0,23p_c) \cdot 10^{-6} \pm 0,0039 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}, \quad (13)$$

где p_c , l_k , l_r , d_k в метрах.

Коэффициенты перед другими факторами при определении Λ_k и сочетаниями факторов при определении $\lambda_{вн}$ и Λ_k оказались незначимыми и были приняты равными нулю. Статистическая проверка адекватности уравнений (12) и (13) дала положительные результаты.

Определим выражение для потока Φ_δ , который согласно принятой модели поля (рис. 2) представляет собой сумму потоков, подходящих к сердечнику на участках AB и BC и потока Φ_k .

Запишем выражение для потока Φ_{AB} в дифференциальном виде:

$$d\Phi_{AB} = (F - U_{мвт})\lambda_{вн}dZ. \quad (14)$$

После интегрирования выражения (14) в пределах изменения Z от 0 до $\frac{l_r - l_k}{2}$ при $\lambda_{вн} = \text{const}$ получим

$$\Phi_{AB} = (F - U_{мвт})\lambda_{вн}\frac{l_r - l_k}{2}. \quad (15)$$

Дифференциальная запись выражения для потока Φ_{BC} :

$$d\Phi_{BC} = \left(F \frac{l_r - 2Z}{l_k} - U_{мвт}\right)\lambda_{вн}dZ. \quad (16)$$

После интегрирования выражения (16) в пределах изменения Z от $\frac{l_r - l_k}{2}$ до Z_c имеем

$$\Phi_{BC} = \lambda_{вн} \left\{ \frac{F}{l_k} \left[l_r Z_c - Z_c^2 - l_r \frac{l_r - l_k}{2} + \frac{(l_r - l_k)^2}{4} \right] - U_{мвт} \left(Z_c - \frac{l_r - l_k}{2} \right) \right\}. \quad (17)$$

Поток Φ_k определяется из формулы (11).

Учитывая (3), (11), (13), (15) и (17), после преобразования получаем:

$$\Phi_\delta = \Phi_k + \Phi_{AB} + \Phi_{BC} =$$

$$= F \frac{\Lambda_K + \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{1 + \frac{\lambda_{вш}}{\Lambda_{вт}} Z_C + \frac{\Lambda_K}{\Lambda_{вт}}}, \quad (18)$$

где $\Lambda_{вт} = f(Z_C)$.

Из (3) и (18) имеем:

$$U_{мвт}^* = \frac{U_{мвт}}{F} = \frac{1 + \frac{\lambda_{вш}}{\Lambda_K l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{1 + \frac{\lambda_{вш} Z_C + \Lambda_{вт}}{\Lambda_K}}. \quad (19)$$

Исследования, проведенные на физических моделях и на электропроводной бумаге, показывают, что для наиболее часто встречающихся соотношений размеров герконных реле (обмотка имеет малую толщину по сравнению с длиной, а ее внутренний диаметр несущественно превышает диаметр баллона геркона) сумма потоков ($2\Phi_{dc} + 2\Phi_{dv}$) составляет 15–20% потока Φ'_{max} .

Принимая $\Lambda_{dc} = 0$ и $\Lambda_{dv} = 0$, имеем

$$\Phi'_{max} = \Phi_{max} = \Phi_\delta = F \Lambda_\pi. \quad (20)$$

Из (18) и (20) в этом случае получаем выражение для полной магнитной проводимости, приведенной к м. д. с. обмотки:

$$\Lambda_\pi = \frac{\Lambda_K + \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{1 + \frac{\lambda_{вш}}{\Lambda_{вт}} Z_C + \frac{\Lambda_K}{\Lambda_{вт}}}. \quad (21)$$

Из (4), (18) и (19) находим формулу для внешней магнитной проводимости:

$$\Lambda_{вш} = \frac{\Lambda_K + \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{1 + \frac{\lambda_{вш}}{\Lambda_{вт}} \left[Z_C - \frac{l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4}}{l_K} \right]}. \quad (22)$$

При $\delta = 0$ (соответственно $\Lambda_{вт} = \infty$ и $Z_C = l_r/2 - a/2 \approx l_r/2$) имеем

$$\Lambda_{вш} = \Lambda_K + \lambda_{вш} (l_r/2 - l_K/4). \quad (23)$$

Как следует из (9), для нахождения магнитной проводимости Λ'_π надо найти значения L , Ψ или W .

Определим составляющие электромагнитной энергии, соответствующие потокам Φ_{AB} , Φ_{BC} и Φ_K :

$$W_{AB} = \frac{F \Phi_{AB}}{2} = \frac{1}{4} F (F - U_{мвт}) \lambda_{вш} (l_r - l_K); \quad (24)$$

$$dW_{BC} = \frac{F}{2l_K} (l_r - 2Z) \left(F \frac{l_r - 2Z}{l_K} - U_{мвт} \right) \lambda_{вш} dZ; \quad (25)$$

$$W_{BC} = \frac{F}{2} \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[\frac{4}{3} \frac{F}{l_K} Z^3 C - \left(2F \frac{l_r}{l_K} - U_{мвт} \right) Z^2 C + l_r \left(F \frac{l_r}{l_K} - U_{мвт} \right) Z_C - \frac{F}{6} \frac{(l_r - l_K)^2}{l_K} + \frac{1}{2} (l_r - l_K)^2 \left(F \frac{l_r}{l_K} - \frac{U_{мвт}}{2} \right) - \right.$$

$$\left. - l_r \frac{l_r - l_K}{2} \left(F \frac{l_r}{l_K} - U_{мвт} \right) \right]; \quad (26)$$

$$W_K = \frac{F \Phi_K}{2} = \frac{F (F - U_{мвт}) \Lambda_K}{2}. \quad (27)$$

Суммарная энергия

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_K = W_{AC} + W_K. \quad (28)$$

Полную проводимость Λ'_π можно выразить как сумму двух составляющих:

$$\Lambda'_\pi = \Lambda'_{AC} + \Lambda'_K. \quad (29)$$

Учитывая (9), (19), (24), (26) и (27), найдем эти составляющие:

$$\Lambda'_{AC} = \lambda_{вш} \left\{ \frac{l_r}{2} - \frac{l_K}{3} - \frac{1}{l_K^2} \left(\frac{l_r^3}{6} - \frac{4}{3} Z^3 C + 2l_r Z^2 C - l_r^2 Z_C \right) - \frac{\Lambda_K + \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{\Lambda_K + \Lambda_{вт} + \lambda_{вш} Z_C} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{l_r}{2} - \frac{l_K}{4} - \frac{l_r^2}{4l_K} - \frac{Z^2 C}{l_K} + \frac{l_r}{l_K} Z_C \right) \right\}; \quad (30)$$

$$\Lambda'_K = \Lambda_K \left\{ 1 - \frac{\Lambda_K + \frac{\lambda_{вш}}{l_K} \left[l_r Z_C - Z^2 C - \frac{(l_r - l_K)^2}{4} \right]}{\Lambda_K + \Lambda_{вт} + \lambda_{вш} Z_C} \right\}. \quad (31)$$

При $Z_C \leq \frac{l_r - l_K}{2}$ магнитная проводимость Λ'_π равна

проводимости Λ_π , и ее расчет надо проводить по формуле (21).

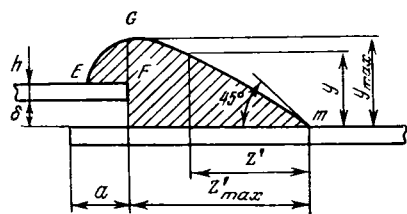
В уравнениях (30) и (31) при заданных размерах магнитной системы и рассчитанных значениях $\lambda_{вш}$ и Λ_K неизвестными являются Z_C и, следовательно, $\Lambda_{вт}$, представляющая собой функцию от Z_C .

Используем для нахождения Z_C и $\Lambda_{вт}$ (а соответственно $\Lambda_{вш}$, Λ_π , Λ'_{AC} , Λ'_K и Λ'_π) известное положение, что линии индукции поля магнитной системы принимают в пространстве конфигурацию, соответствующую максимуму электромагнитной энергии поля (максимуму потокоосцепления или максимуму проводимости Λ'_π) этой системы. Так как эксперименты показывают, что величины $\lambda_{вш}$ и Λ_K практически не зависят от δ при реальных для герконов соотношениях размеров, то можно считать, что конфигурация поля на внешнем участке прохождения потока Φ_δ при определенных размерах магнитной системы не является функцией от изменения конфигурации поля на внутреннем участке прохождения этого потока.

Таким образом, для принятой нами модели поля (рис. 2) и допущении $\Lambda_{dc} = 0$ и $\Lambda_{dv} = 0$ факторами при определении максимума Λ'_π будут являться конфигурация участка сепаратрисы II, ограничивающего область потока в зазоре δ , и координата Z_C .

Учет изменения конфигурации сепаратрисы может быть решен вариационными методами, однако такое решение задачи выходит за рамки настоящей статьи.

Можно также свести двухфакторную задачу к однофакторной, определив функциональную связь конфигурации сепаратрисы (а затем и $\Lambda_{вт}$)

Рис. 5. Определение внутренней магнитной проводимости $\Lambda_{вт}$.

с координатой Z_c . С этой целью можно использовать, например, конформные преобразования, планированный эксперимент или их сочетание.

В настоящей статье сделано допущение, что конфигурация указанного выше участка сепаратрисы II не зависит от координаты Z_c и представляет собой известную кривую. Учитывая подход этого участка сепаратрисы II к точкам m и n' под углом $0 < \alpha < 90^\circ$ (рис. 1 и 2), представим его в виде совокупности части лемнискаты Бернулли и четверти окружности (рис. 5).

Уравнение лемнискаты при принятых на рис. 5 обозначениях имеет вид

$$y = \sqrt{-\frac{1}{2}(2Z'^2 + r^2) + \frac{1}{2}\sqrt{(2Z'^2 + r^2)^2 - 4(Z'^4 - r^2Z'^2)}}, \quad (32)$$

где

$$r = \sqrt{8} y_{\max}; \quad (33)$$

$$y_{\max} = \frac{Z'_{\max}}{\sqrt{3}}. \quad (34)$$

Для определения удельной проводимости λ заштрихованного на рис. 5 участка поля был проведен полный факторный эксперимент, в котором факторами являлись δ , h и Z'_{\max} . Базовые точки эксперимента и ступени варьирования факторов были выбраны таким образом, чтобы перекрывались возможные диапазоны изменения этих факторов для известных герконов: $\delta = 0,17 \pm 0,14$ мм; $h = 0,5 \pm 0,3$ мм; $Z'_{\max} = 5 \pm 4$ мм.

Эксперимент выполнялся на масштабно-координатной бумаге следующим образом. Сначала, используя уравнение (32), были построены рассматриваемые части сепаратрисы при всех сочетаниях факторов, необходимых для проведения планированного эксперимента. Далее графически строились линии магнитной индукции и линии равных магнитных потенциалов с таким расчетом, чтобы они, пересекаясь, образовывали криволинейные квадраты. По картинам поля вычислялась проводимость λ .

После обработки результатов было получено уравнение регрессии

$$\lambda = 2,314 + 63Z'_{\max} - 49 \cdot 10^2 \delta + 2,84 \cdot 10^2 h + 1,14 \cdot 10^5 Z'_{\max} \delta + 6,7 \cdot 10^4 Z'_{\max} h - 9,5 \cdot 10^5 \delta h \pm 0,072, \quad (35)$$

где Z'_{\max} , δ и h в метрах.

Связь между Z'_{\max} и Z_c выглядит следующим образом:

$$Z'_{\max} = \frac{l_r - a}{2} - Z_c. \quad (36)$$

Магнитная проводимость заштрихованного на рис. 5 участка поля определяется как

$$\Lambda = \mu_0 \lambda b. \quad (37)$$

Магнитные проводимости других областей внутренней части поля (другие составные части проводимости $\Lambda_{вт}$) принимались независимыми от координаты Z_c и определялись согласно [Л. 7].

По полученным формулам проведены расчеты, результаты которых сопоставлены с данными эксперимента. Рассчитывалась магнитная система со следующими параметрами: $l_r = 0,585$ м; $l_k = 0,18$ м; $d_k = 0,09$ м; $F = 450$ А. Расчеты проводились для двух величин рабочего зазора δ : 1 и 3 мм. Определялись значения Z_c , Φ_δ и $U_{вт}$, соответствующие максимуму $\Lambda'_п$. Эти величины сравнивались с измеренными значениями Z_{\max} , Φ_{\max} и $U_{вт}$.

Для проверки точности предлагаемого метода расчета, основанного на поиске максимума $\Lambda'_п$, в формулы (18), (19), (30) и (31) подставлялись экспериментальные значения $\lambda_{впш}$ и Λ_k (соответственно $12,27 \cdot 10^{-7}$ Гн/м и $0,22 \cdot 10^{-7}$ Гн), которые мало отличались от расчетных величин: $\lambda_{впш} = (12,83 \pm 0,44) \cdot 10^{-7}$ Гн/м и $\Lambda_k = (0,22 \pm 0,039) \times 10^{-7}$ Гн. При расчете $\Lambda_{вт}$ для модели, превышающей в несколько раз реальные герконы [а именно, для последних действительна формула (36)], производился перевод размеров модели в диапазон действия этой формулы с помощью коэффициента геометрического подобия [Л. 2]. Результаты расчета магнитной системы и экспериментальные данные приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, максимальное расхождение расчетных и экспериментальных данных наблюдается при большем зазоре δ . Для рассматриваемой магнитной системы при $\delta = 0$ рассчитанное по формуле (23) значение $\Lambda_{впш}$ составило $3,24 \times 10^{-7}$ Гн (при расчете использовалась экспериментальная величина для $\delta = 0$, равная $12,23 \times 10^{-7}$ Гн/м), что несущественно отличается от значения $\Lambda_{впш} = 3,41 \cdot 10^{-7}$ Гн, полученного из графиков [Л. 11], обобщающих экспериментальные данные. При увеличении зазора до 1 мм внешняя магнитная проводимость $\Lambda_{впш}$ уменьшилась до $3,0468 \cdot 10^{-7}$ Гн. Расчет в этом случае проводился по формуле (22).

Была сделана попытка приближенного учета потока рассеяния $\Phi_{дс}$. С этой целью предварительно была найдена связь координат точек E и n с координатой точки C (рис. 2):

Таблица 1

Сравнение экспериментальных данных с результатами расчета без учета магнитных потоков рассеяния

Параметры магнитной системы	$\delta = 1$ мм			$\delta = 3$ мм		
	Расчет	Эксперимент	Погрешность, %	Расчет	Эксперимент	Погрешность, %
$\Lambda_{вт}$, мкГн	0,6673	—	—	0,3054	—	—
$\Lambda'_п$, мкГн	0,2046	—	—	0,1467	—	—
$Z_{\max} = Z_c$, м	0,245	0,25	-2	0,215	0,24	-10,4
$\Phi_{\max} = \Phi_\delta$, мкВб	94,16	93,4	+0,815	66,15	70,6	-6,3
$U_{вт}^*$	0,314	0,298	+5,38	0,482	0,432	+11,6

а) для расположения точки E на торце внутреннего конца КС (рис. 5):

$$\left. \begin{aligned} Z_E &= \frac{l_r + a}{2}; \\ Z_n &= \frac{l_r + a}{4} + \frac{Z_C}{2}; \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

б) для расположения точки E на наружной поверхности КС:

$$\left. \begin{aligned} Z_E &= \frac{1}{2\sqrt{3}} [l_r(\sqrt{3}-1) + a(\sqrt{3}+1)] + \\ &\quad + h + \delta + \frac{Z_C}{\sqrt{3}}; \\ Z_n &= \frac{1}{4\sqrt{3}} [l_r(\sqrt{3}-1) + a(\sqrt{3}+1)] + \\ &\quad + \frac{h + \delta}{2} + \frac{Z_C(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{3}}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Примем на участке $C-n$ удельную магнитную проводимость постоянной и равной $\lambda_{\text{вн}}/2$ (на половину периметра КС в отличие от потоков на участке $A-C$). Тогда дифференциальное выражение для потока рассеяния имеет вид

$$d\Phi_{dc} = \frac{F}{l_k} (l_r - 2Z) \frac{\lambda_{\text{вн}}}{2} dZ. \quad (40)$$

После интегрирования получим выражение для текущего значения потока рассеяния на участке от Z_C до Z_n :

$$\Phi_{dc} = \frac{F}{2l_k} \lambda_{\text{вн}} (l_r Z - Z^2) \Big|_{Z=Z_C}^Z. \quad (41)$$

Расчетные координаты точек n составили для $\delta=1$ мм и $\delta=3$ мм 0,264 и 0,241 м. Далее по формуле (41) были рассчитаны распределения потока Φ_{dc} на участке $C-n$. Затем по известным расчетным значениям $U_{\text{мвт}}$ (табл. 1) и построенным графически картинам поля в области выпучивания потока Φ_{δ} (в статье не приведены) найдены распределения потока выпучивания $\Phi_{\text{вып}}$ на участках $C-n$ (рис. 2). Значения потоков Φ_{dc} и $\Phi_{\text{вып}}$ в координатах точки n приведены в табл. 2. На всем участке $C-n$ положительное приращение потока Φ_{dc} было больше отрицательного приращения потока $\Phi_{\text{вып}}$. Поэтому координата максимального потока с учетом потока Φ_{dc} находится в точке n , а его величина определяется потоком Φ_{δ} (табл. 1) и разностью потоков Φ_{dc} и $\Phi_{\text{вып}}$, определенных в координате точки n . Расчетные значения Z_{max} и Φ_{max} с учетом потока рассеяния приведены в табл. 2.

Как видно из сравнения табл. 1 и 2, максимальное расхождение расчетных (с учетом потока

Таблица 2

Результаты расчета магнитной системы с учетом потока рассеяния Φ_{dc}

Параметры магнитной системы	$\delta=1$ мм	$\delta=3$ мм
$Z_{\text{max}}=Z_n$, м	0,264	0,241
Φ_{dc} , мкВб	2,28	5,29
$\Phi_{\text{вып}}$, мкВб	0,66	0,57
Φ_{max} , мкВб	95,78	70,87

Φ_{dc}) и экспериментальных данных наблюдается при меньшем зазоре δ и составляет для Z_{max} — (+5,6%), а для Φ_{max} — (+2,5%).

Принцип варьирования числа и границ характерных областей поля с целью нахождения максимума электромагнитной энергии может быть использован и при расчете методами теории цепей других магнитных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буль Б. К., Шоффа В. Н. Исследование характеристик герконов на модели. — Тр. Моск. энерг. ин-та, 1969, вып. VXXI, ч. 2, с. 59—68.
2. Шоффа В. Н. Применение теории подобия и физического моделирования при проектировании герконов. — Электротехника, 1972, № 11, с. 42—47.
3. Шоффа В. Н., Смирнов В. А. Планирование эксперимента при оптимизации конструкций магнитоуправляемых контактов и исследовании их статических характеристик. — В кн.: Доклады Третьего национального симпозиума с международным участием. Перспективы и проблемы автоматического электроаппаратостроения низкого напряжения. (СИЕЛА-77) Болгария, г. Пловдив, 1977, с. 240—244.
4. Peek R. L. Magnetization and pull characteristics of mating magnetic reed. — The Bell System Technical Journal, 1961, vol. 40, № 2.
5. Katsuhiko K., Hideo S., Toshihiko H. Design of magnetic reed switch. — Rev. Electr. Commun. Lab., NTT Jap., 1969, vol. 17, № 9.
6. Зуб В. Н. Исследование и расчет параметров магнитоуправляемых контактов и реле на их основе: Автореферат канд. дисс. Рязань: Рязанский радиотехнический институт, 1975.—27 с.
7. Расчет намагничивающей силы срабатывания реле на герконе с применением ЭЦВМ/ В. Н. Шоффа, Ю. М. Макарычев, А. С. Умеренков, В. К. Шибанов. — Тр. Моск. энерг. ин-та, 1975, вып. 244, с. 32—42.
8. Шоффа В. Н., Умеренков А. С. Определение проводимостей разомкнутых магнитных систем герконов. — ЭП. Аппараты низкого напряжения, 1977, вып. 2(60), с. 3—5.
9. Мойсюк Б. Е. Элементы теории оптимального эксперимента, ч. 2. — М.: Изд. МЭИ, 1976.—84 с.
10. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — М.: Наука, 1976.—280 с.
11. Буль Б. К., Шоффа В. Н., Умеренков А. С. Учебное пособие по курсу «Электрические аппараты автоматики». Электрические аппараты автоматики на герконах. — М.: Изд. МЭИ, 1978.—42 с.

[29.05.80]

Учитывая невысокую скорость переходного процесса, будем полагать, что система регулирования турбин имеет достаточное быстродействие, обеспечивающее полное отслеживание агрегатом изменений частоты. Это допущение в полной мере справедливо для агрегатов тепловых электростанций, обладающих быстродействующими системами регулирования турбин. Быстродействие системы регулирования гидротурбин существенно ниже, — они лишь частично будут успевать отрабатывать сигнал по частоте. Пусть характер изменения частоты при внезапном дефиците мощности имеет вид, показанный на рис. 2, в. В этом случае изменение мощности агрегатов с рассмотренными выше исходными положениями рабочих точек будет происходить следующим образом.

В первом качении, к моменту наступления максимума отклонения частоты $\Delta f_{\max} = \Delta f_1$ достигнутая агрегатами мощность будет полностью соответствовать рассмотренным выше случаям (точки 1'—5'). Далее агрегаты, обладающие относительно большой зоной нечувствительности, сохраняют набранную мощность (точки 1'', 2'', 3'' рис. 2, а) несмотря на повышение частоты в обратном качении. Агрегаты же с малой зоной нечувствительности, двигаясь из точек 4', 5' по траектории а—b—с (рис. 2, б), разгрузятся до величины, определяемой точкой с. При этом изменение мощности агрегата 4 окажется несколько больше величины, определяемой статизмом регуляторов скорости, а агрегата 5 — несколько меньше. Учитывая существенные различия величин зон нечувствительности агрегатов ТЭС (~0,15 Гц) и ГЭС (~0,03 Гц), при $0,03 < \Delta f_{\max} < 0,15$ Гц ситуацию, изображенную на рис. 2, а, можно отнести к агрегатам ТЭС, а на рис. 2, б — к ГЭС.

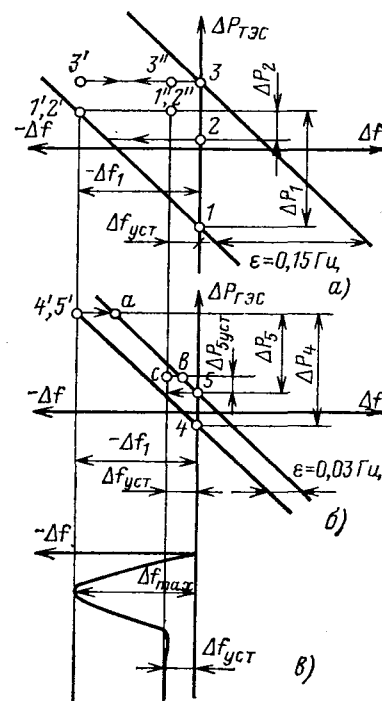
Для проверки изложенных выше положений при проводившихся в 1979 г. системных испытаниях параллельной работы ОЭС Сибири с ЕЭС СССР по связям 500 кВ был выполнен ряд специальных опытов. Эти опыты позволили впервые в натурных условиях проанализировать реакцию протяженного энергообъединения (ЕЭС СССР) на плавные и резкие изменения мощности в одной из ОЭС (ОЭС Сибири). При этом для возможности сопоставления результатов при проведении испытаний стремились обеспечить одинаковые условия опытов: одинаковую величину небалансов, одно и то же место возмущения.

Как известно, коэффициент крутизны статической характеристики энергосистемы по частоте зависит от целого ряда параметров — регулирующего эффекта нагрузки, величины резерва мощности в энергосистеме, состава оборудования, которые изменяются во времени. Для исключения влияния изменения этих параметров на результаты экспериментов опыты были проведены за короткий промежуток времени, в течение которого режим ЕЭС практически не изменялся.

Во время испытаний было проведено четыре опыта медленной загрузки и разгрузки (в течение 15—90 с) гидрогенераторов ОЭС Сибири на 500—800 МВт и один опыт отключения генераторов этой же ОЭС суммарной мощностью 800 МВт. При этом производилось осциллографирование и регистрация

Рис. 2. Изменение мощности агрегатов при отклонении частоты.

а — ТЭС; б — ГЭС; в — кривая изменения частоты.



параметров режима в одиннадцати точках транзита Сибирь — Казахстан — Урал. Кроме того, для регистрации ряда параметров использовались регистрирующие приборы и системы оперативно-информационных комплексов на базе ЦВМ на Центральных диспетчерских пунктах объединенных диспетчерских управлений Казахстана, Сибири, Урала и ЦДУ ЕЭС СССР.

В таблице приведены значения установившихся отклонений частоты ЕЭС при различных величине и характере возмущения, а также коэффициенты крутизны k_c статических характеристик по частоте ЕЭС СССР в целом и ОЭС Сибири.

На рис. 3 показано распределение небалансов мощности в установившемся режиме вдоль транзита Сибирь — Казахстан — Урал — Средняя Волга — Центр — Юг при медленном и быстром изменении генерирующей мощности на величину ΔP_r в ОЭС Сибири. По оси абсцисс, начиная справа, отложены отрезки, пропорциональные мощности отдельных энергообъединений. Такой масштаб выбран исходя из того, что в цепочечной схеме при одинаковых коэффициентах крутизны статической характеристики по частоте всех объединений расчетное изменение мощностей межсистемных связей при изменении мощности в концевой энергосистеме представляется прямой линией. По оси ординат отложены изменения перетоков мощности по межсистемным связям в установившемся режиме при

№	Возмущение ΔP_r		Установившаяся отклонение частоты $\Delta f_{уст}$, Гц	k_c ЕЭС		k_c ОЭС Сиб	
	вид	величина, МВт		опыт	расчет	опыт	расчет
1	набор	450	0,02	6,8	4,0	5,5	5,5
2	разгрузка	700	—0,033	6,4	5,9	4,8	7,9
3	набор	815	0,037	6,6	5,6	6,35	8,3
4	отключение	800	—0,03	8	—	15,2	14
5	набор	600	0,025	6,6	4,4	7,5	6,35

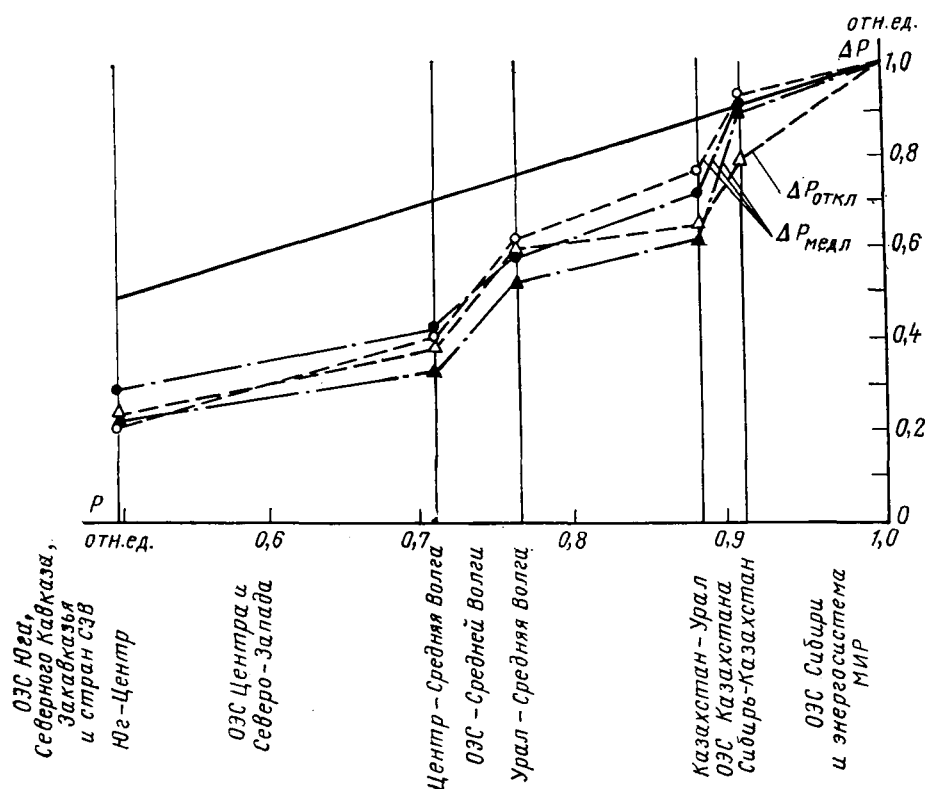


Рис. 3. Распределение небалансов мощности по межсистемным связям при изменении мощности ОЭС Сибири.

— разгрузка (отключение) агрегатов (○ — разгрузка 700 МВт, Δ — отключение 800 МВт); ··· набор мощности (● — набор 815 МВт, ▲ — набор 600 МВт)

мально вблизи места возмущения и снижается по мере удаления от него. Так, в ОЭС Сибири оно составляет 0,15—0,17 Гц, в то время, как например, в ОЭС Центра — 0,044 Гц. Установившееся отклонение частоты при этом составило 0,03 Гц.

2. Так как максимальные отклонения частоты тем больше, чем точки ближе (электрически) к месту возникновения небаланса, то и покрытие этого небаланса ближайшими энергосистемами происходит при прочих равных условиях более интенсивно, и соответ-

ственно их коэффициенты крутизны оказываются большими, чем у отдаленных энергосистем или объединения в целом. Это иллюстрируется данными таблицы, где в опыте отключения генераторов для ОЭС Сибири $k_c=15,2$, а для ЕЭС в целом $k_c=8$.

3. Величина установившегося отклонения частоты при внезапном небалансе мощности меньше, чем при медленном изменении мощности на ту же величину, так как реакция агрегатов определяется не только конечным значением частоты, но и ее максимальным отклонением в переходном процессе. Из сопоставления результатов опытов 2, 3 и 4 (см. таблицу) видно, что при резком сбросе мощности 800 МВт установившееся отклонение частоты $\Delta f_{уст}=0,03$ Гц меньше, чем при медленном изменении мощности на ту же величину ($\Delta f_{уст}=0,037$ Гц). Оно даже оказывается меньше $\Delta f_{уст}=0,033$ Гц, имеющего место при медленном изменении мощности на 700 МВт.

4. Оцениваемый по установившемуся состоянию коэффициент крутизны статической характеристики энергообъединения в целом и отдельных энергосистем при внезапном небалансе мощности выше, чем при медленном изменении мощности на ту же величину. Этот вывод иллюстрируется таблицей: коэффициент крутизны статической характеристики по частоте ЕЭС СССР при сбросе мощности $k_c=8$ превосходит аналогичные коэффициенты при плавных изменениях мощности ($k_c=6,4 \div 6,8$). Особенно заметно это различие для ОЭС Сибири, где соответственно $k_c=15,2$ и $k_c=4,8 \div 7,5$.

5. При внезапном небалансе мощности вследствие более интенсивной реакции агрегатов близлежащих энергосистем установившиеся изменения перетоков по связям протяженного объединения

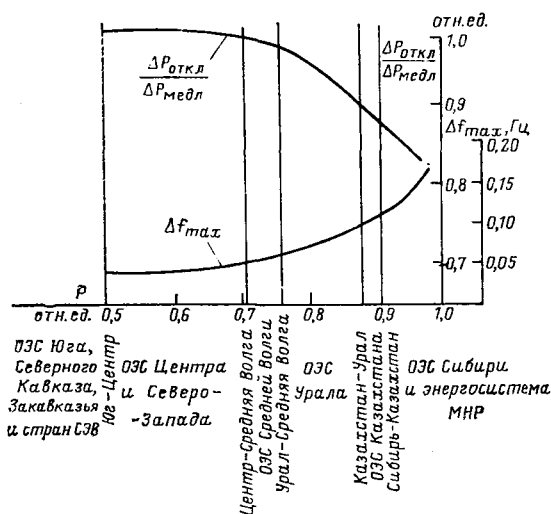


Рис. 4. Распределение по транзиту максимального отклонения частоты Δf_{max} при отключении генераторов ОЭС Сибири и величины $\Delta P_{откл}/\Delta P_{медл}$.

медленному изменению мощности $\Delta P_{медл}$ и при отключении генераторов $\Delta P_{откл}$ в относительных единицах (по отношению к ΔP_r). На рис. 4 показано изменение соотношения $\Delta P_{откл}/\Delta P_{медл}$ по тем же межсистемным связям. Здесь же показаны максимальные отклонения частоты Δf_{max} в различных точках при отключении генераторов мощностью 800 МВт в ОЭС Сибири.

Рассматривая полученные результаты с учетом предложенного механизма влияния зон нечувствительности, можно сделать следующие выводы.

1. Подтверждается положение о том, что отклонение частоты в динамическом переходе макси-

меньше, чем при медленном изменении мощности на ту же величину. Как видно из рис. 3, 4, изменение перетока в сечении Сибирь—Казахстан при отключении генераторов ОЭС Сибири на 13% меньше, чем при плавном изменении мощности в той же ОЭС. Чем западнее расположено сечение, тем меньше различие $\Delta P_{\text{откл}}$ и $\Delta P_{\text{медл.}}$. В сечении Урал—Средняя Волга и далее на запад эти величины равны.

Различие между теоретическим и экспериментальным распределением небалансов по сечениям западнее ОЭС Казахстана (рис. 3) объясняется тем, что данные по этим сечениям не охватывают ряд шунтирующих связей 110—220 кВ, изменения перетоков, по которым могут составлять 10—30% перетоков по полным сечениям.

Представляет интерес возможность расчетной оценки коэффициентов крутизны энергосистем с учетом характера возмущения. В таблице приведены расчетные значения k_c при медленных изменениях мощности, определенные по выражению:

$$k_c = \frac{k_{г.с.тэс} \Sigma P_{тэс} + k_{г.с.гэс} \Sigma P_{гэс}}{\Sigma (P_{тэс} + P_{гэс})} + k_n,$$

где $P_{тэс}$ и $P_{гэс}$ — номинальные мощности ТЭС и ГЭС; $k_{г.с.тэс}$ и $k_{г.с.гэс}$ — коэффициенты крутизны статической характеристики тепловой и гидравлической частей генерации [рассчитанные по формулам (1) и (2)]; k_n — регулирующий эффект нагрузки, приведенный к $\Sigma (P_{тэс} + P_{гэс})$.

В расчетах принято $k_{г.с.н}=20$, наличие резерва мощности у всех агрегатов, $\epsilon_{тэс}=0,15$ Гц, $\epsilon_{гэс}=0,03$ Гц, $k_n=2$.

Как видно из сопоставления расчетных и экспериментальных значений k_c , при больших отклонениях частоты имеется приемлемое совпадение. Различие при меньших отклонениях частоты объясняется, по-видимому, невысокой точностью измерения Δf .

Вопрос расчетного определения k_c при резких возмущениях является более сложным, так как требуется учитывать не только установившееся отклонение частоты, но и характер ее изменения в переходном процессе. Он может быть решен только при учете реальных характеристик совокупности агрегатов. Однако в некоторых случаях, когда максимальное отклонение частоты не превосходит величину зон нечувствительности или несущественно превышает ее (что характерно для современного уровня развития ЕЭС), для оценки коэффициента крутизны можно использовать формулу (1), полагая, что мощность агрегатов, набранная ими при первоначальном отклонении частоты, сохраняется на дальнейших стадиях переходного процесса. Именно так было оценено расчетное значение коэффициента крутизны статической характеристики ТЭС ОЭС Сибири при быстром сбросе генераторной мощности $k_{г.с.тэс}=10,7$.

Если же амплитуда затухающих колебаний частоты в несколько раз превышает зону нечувствительности агрегатов, то, как показано в [Л. 2], колебательные составляющие переходного процесса изменения частоты линейризуют начало статической характеристики генерации и увеличивают крутизну ее наклона по сравнению с наклоном, получающимся при чисто апериодическом переходном процессе. Именно такое соотношение Δf_{max} и ϵ имело место в опытах для ГЭС ОЭС Сибири. При таком соотношении по данным [Л. 2] можно принять для ГЭС ОЭС Сибири $k_{г.с}=0,7$, $k_{г.с.н}=14$. При имевших место в опытах значениях $P_{тэс}=60\%$, $P_{гэс}=40\%$ результирующий коэффициент крутизны ОЭС Сибири $k_c=14$.

Как видно, даже при грубых допущениях результат расчета хорошо согласуется с экспериментальным значением $k_c=15,2$.

Таким образом, впервые проведенные целенаправленные эксперименты подтвердили влияние зон нечувствительности систем регулирования турбин на характер распределения внезапных небалансов мощности в протяженном энергообъединении. Это влияние может благотворно сказываться на естественном послеаварийном распределении небалансов мощности, снижая по сравнению с рассчитываемой обычными методами величину изменения перетоков по межсистемным связям.

Такой эффект, в частности, наблюдался в испытаниях при отключении в приемном конечном энергообъединении Сибири части генераторов. Аналогичный эффект будет иметь место при отключении в конечном передающем энергообъединении части нагрузки. В то же время аварийное отключение нагрузки в конечном приемном энергообъединении или аварийное отключение генераторов в конечном передающем энергообъединении приведут к обратному эффекту — увеличению перетоков по межсистемным связям по сравнению с рассчитываемыми обычными методами. Таким образом, характер влияния зон нечувствительности на послеаварийное распределение небалансов мощности по межсистемным связям зависит от вида, величины, темпа и места аварийного возмущения. Как следствие этого, при действии противоаварийной автоматики (отключение генераторов, нагрузки, импульсная разгрузка турбин) в энергообъединении, соединяемым с другими энергообъединениями слабыми связями, влияние зон нечувствительности может быть неблагоприятным, так как агрегаты в этом энергообъединении за счет более интенсивной реакции будут компенсировать часть управляющих воздействий. В результате может потребоваться увеличение управляющих воздействий противоаварийной автоматики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левит Л. М. Определение зависимости коэффициента крутизны статической характеристики энергосистемы по частоте от величины возмущения. — Труды НИИПТ, 1971, № 17.
2. Андреюк В. А., Левит Л. М., Марченко Е. А. Эквивалентные статические характеристики генерации энергосистем по частоте. — Труды НИИПТ, 1977, № 24—25.

[07.05.81]

Метод исследования электрических машин на основе теории отражения электромагнитных волн

ТАЛЫШИНСКИЙ И. Т., доктор техн. наук

Ленинградский ордена Ленина электротехнический институт

Трудно переоценить значительные успехи, достигнутые в области исследования электромагнитных процессов в прикладных науках, в частности, в теории электрических машин. Однако научно-технический прогресс немыслим без новых идей в развитии конкретных наук на основе общей теории познания явлений природы, применение которой к классической теории электромагнетизма, как известно, существенно обогатило ее важный раздел о волновых процессах. Ниже рассматриваются вопросы применения теории отражения электромагнитных волн при сравнительно низких частотах.

Одним из направлений развития ЭВМ следует считать совершенствование их математического обеспечения с использованием специальных функций, применение которых в решении ряда физических задач придает операционной системе компактность. Поэтому наряду с эффективными численными методами целесообразно разрабатывать и такие методы решения краевых задач электромагнитного поля электрических машин или других устройств, которые наиболее полно отвечали бы требованиям компактности математического обеспечения ЭВМ с широким применением пакетов прикладных программ.

Достаточно гибким в вышеуказанном смысле слова является численно-аналитический метод решения краевых задач, разрабатываемый на основе теории электромагнитных волновых процессов с использованием специальных математических функций.

Принятые допущения: однородность и изотропность отдельных участков, на которые разбивается магнитная цепь электрической машины; кусочно-линейная аппроксимация кривых намагничивания всех ферромагнитных тел при составлении уравнений Максвелла и решении дифференциальных уравнений в частных производных; уточнения магнитной проницаемости μ после получения формулы магнитной индукции отдельных участков магнитной цепи с применением итерационных процессов; учет только токов проводимости.

В качестве заданных величин принимаются составляющие вектора линейной плотности тока обмоток, основные геометрические размеры частей машины, а в качестве искомого — компоненты векторов напряженностей электрического и магнитного полей в установившемся режиме работы.

Сущность применяемого метода заключается в том, что электрическая машина сначала представляется абсолютно прозрачной по отношению к невозмущенной электромагнитной волне любой обмотки, воображаемой для простоты в виде токового слоя на цилиндрической поверхности с аксиальной $J_{z\gamma n}$ и тангенциальной $J_{\varphi\gamma n}$ составляющими линейной плотности тока. Эти составляющие линейной плотности тока и другие электромагнитные величины, удовлетворяющие условиям Дирих-

ле, разложены в гармонические ряды Фурье по тангенциальной координате φ на полюсном делении τ как периодические функции с числом пар полюсов ν , а по аксиальной координате z на отрезке l_z (в общем случае на скользящем полупериоде) как непериодические функции с порядком гармоник $2n-1$, $n=1, 2, 3, \dots$

Магнитное поле рассматриваемого токового слоя имеет трехмерное распределение в непроводящей двухсвязной области (рис. 1). Значения составляющих вектора этого поля, как известно, могут быть получены на основе решения уравнения Лапласа. Например, для общего члена гармонического ряда аксиальной составляющей векторного магнитного потенциала имеем [Л. 1—6]:

$$\nabla^2 A_{z\gamma n} = 0; \quad (1a)$$

$$A_{z\gamma n} = (C'_{\gamma n} I_{\nu}(\xi_{\gamma n}) + C''_{\gamma n} K_{\nu}(\xi_{\gamma n})) e^{i(\omega t - \nu \varphi)} \cos \lambda_n z, \quad (1b)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа

в цилиндрической системе координат (r, φ, z) ; $C'_{\gamma n}$, $C''_{\gamma n}$ — постоянные интегрирования, определяемые из классических граничных условий; $I_{\nu}(\xi_{\gamma n})$, $K_{\nu}(\xi_{\gamma n})$ —

модифицированные бесселевы функции первого и второго рода с большим индексом ν , равным числу пар полюсов гармоник поля; ω — угловая частота прямо вращающегося магнитного поля для части машины, с которой связаны координатные оси и наблюдатель явлений (такое определение и запись (1b) в данном случае приняты для сокращения числа общих уравнений, а связь координат φ в разных осях приведена ниже); $\lambda_n = \frac{2\pi}{T_{z1}} = \frac{\pi(2n-1)}{l_z}$ — про-

странственная угловая частота по координате z или постоянная разделения переменных.

Аргумент модифицированных бесселевых функций в настоящей статье и в [Л. 3] представлены в общем виде, полученном на основе исследований Дебая, результаты которых приведены в [Л. 1]:

$$\xi_{\gamma n} = \sqrt{\nu^2 + (\lambda_n r)^2}. \quad (2)$$

Переход от уравнений в неподвижных координатных осях (x_1, y_1, z) к уравнениям во вращающихся осях (x_2, y_2, z) производится согласно известным соотношениям в режиме работы машины (рис. 2). В цилиндрической системе координат имеем:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 + \varphi'_2 = \varphi_2 + \int_0^t \frac{\omega(1-s)dt'}{p} + \\ &+ \varphi'_{z0} = \varphi_2 + \frac{\omega(1-s)t}{p}, \end{aligned} \quad (3)$$

где p — число пар полюсов машины; s — скольжение прямоовращающейся волны первой гармоники магнитной индукции относительно ротора.

Из (2) видно, что первое приближение асимптотических рядов применяемых функций будет содержать три геометрических размера (ρ , τ_p , l_z) пространства, в котором исследуется поле. Именно такое представление аргумента этих функций дает возможность соответствующими простыми действиями перейти к уравнениям двумерного поля или трехмерного поля линейных электромагнитных устройств. При пользовании таблицами бесселевых функций согласно их теории необходимо ζ_{pvn} заменить на $\lambda_{n\rho}$ при соответствующих значениях ρ и индекса v .

Первое слагаемое (16) характеризует электромагнитное поле во внутренней области цилиндрического токового слоя, где $\rho \rightarrow 0$, а второе слагаемое — то же во внешней области, где $\rho \rightarrow \infty$. Это дает основание представить (16) в виде двух невозмущенных падающих волн потенциала, проникающих от источника поля во внутреннюю и внешнюю среды, что на рис. 1 соответствует разделению двусвязной области исследования явлений на две односвязные.

Следующим этапом в рассмотрении сущности метода является введение во внутреннюю или внешнюю односвязные области возмущающего препятствия с определенными μ , γ (удельная электрическая проводимость материала препятствия). Вследствие взаимодействия поля и вещества образуется отраженная волна потенциала, адекватно характеризующая намагниченность возмущающего тела. Отношение отражений волны потенциала или напряженности магнитного поля к падающей волне в любой точке пространства с координатами (ρ , φ , z) называется коэффициентом отраженной волны, а его значение на поверхности препятствия — его коэффициентом отражения. Таким образом, (16) в дальнейшем представляется в виде двух формул, каждая из которых складывается из падающей волны и отраженной волны потенциала статора A_{z10vn} или ротора A_{z20vn} в соответствии с рис. 2.

Ниже токового слоя, $R_{32} < \rho < R_{1(2)}$, имеем:

$$\begin{aligned} A'_{zvn} &= C'_{vn} I_v(\zeta_{pvn}) e^{j(\omega t - v\varphi)} \cos \lambda_n z + A_{z20vn} = \\ &= C'_{vn} I_v(\zeta_{pvn}) e^{j(\omega t - v\varphi)} \cos \lambda_n z (1 + k_{o2vn}(\rho)). \end{aligned} \quad (4)$$

Выше токового слоя $R_{31} > \rho > R_{1(2)}$ и

$$\begin{aligned} A''_{zvn} &= C''_{vn} K_v(\zeta_{pvn}) e^{j(\omega t - v\varphi)} \cos \lambda_n z + \\ + A_{z10vn} &= C''_{vn} K_v(\zeta_{pvn}) e^{j(\omega t - v\varphi)} \cos \lambda_n z (1 + k_{o1vn}(\rho)). \end{aligned} \quad (5)$$

Индекс «1» относится к статору, «2» — к ротору, сердечники которых могут быть в виде многослойных экранов [Л. 7]. Поэтому под $k_{o1vn}(\rho)$, $k_{o2vn}(\rho)$ понимаются результирующие коэффициенты волн, отраженных от сердечников статора и ротора, принимаемых в качестве «черных ящиков» № 1 и 2. При рассмотрении основной идеи

Рис. 1. Схема распределения магнитного поля.

1 — область исследования поля; 2 и 3 — две односвязные области; 4 — цилиндрический токовый слой.

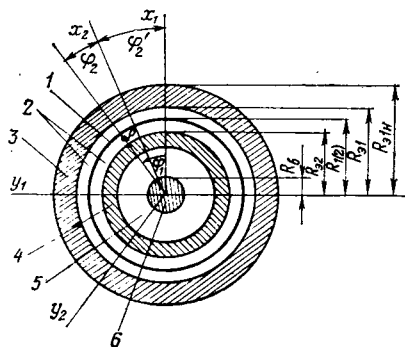


Рис. 2. Расчетная схема машины.

1 — токовый слой; 2 — воздушный зазор; 3, 4 — сердечники статора и ротора или «черные ящики»; 5 — полость ротора; 6 — вал.

метода возмущенных волн целесообразно пока не учитывать такие детали, как двусторонняя зубчатость или шихтовка сердечников статора и ротора. На данной стадии можно считать, что «черные ящики» представляют собой магнитно и электрически проводящие тела с цилиндрическими поверхностями, следовательно, оперировать с равномерным немагнитным зазором.

Последнее представление дает возможность учесть в уравнениях искривления линий магнитной индукции, в конкретном выражении которой можно оперировать с неравномерным воздушным зазором, пренебречь вихревыми токами, перейти от трехмерного представления к двумерному и т. д.

При рассмотрении уравнений электромагнитных величин статора токовый слой стягивается к внутренней поверхности его сердечника, $R_1 = R_{31} = 0$. То же для токового слоя ротора сводится к $R_2 = R_{32} + 0$, т. е. как бы токовый слой ни был близок к поверхности сердечника, понятие области выше или ниже этого слоя сохраняется. Поля пазового рассеяния для обычных типов электрических машин рассчитываются известными методами.

Согласно определениям коэффициентов отраженных волн в любой точке пространства и коэффициентов отражения возмущающих тел можно записать формулы их связи:

$$k_{o1vn}(\rho) = k_{o1vn} \frac{I_v(\zeta_{pvn})}{K_v(\zeta_{pvn})} \frac{K_v(\zeta_{31vn})}{I_v(\zeta_{31vn})}; \quad (6a)$$

$$k_{o2vn}(\rho) = k_{o2vn} \frac{K_v(\zeta_{pvn})}{I_v(\zeta_{pvn})} \frac{I_v(\zeta_{32vn})}{K_v(\zeta_{32vn})}, \quad (6b)$$

где k_{o1vn} , k_{o2vn} — коэффициенты отражения статора и ротора при любом числе возмущающих цилиндрических тел и одинаковых граничных условиях по аксиальной координате z ; ζ_{31vn} , ζ_{32vn} определяются из (2) при $\rho = R_{31}$ и $\rho = R_{32}$ соответственно (рис. 2).

Сердечники статора, ротора («черные ящики») имеют конечные значения μ , γ , поэтому, кроме отраженной волны потенциала или напряженности

магнитного поля, существует также волна вышеуказанных величин, прошедшая через препятствие, которая определяется как произведение падающей волны на результирующий коэффициент экранирования $k_{z1 \nu n}$ или $k_{z2 \nu n}$ цилиндрической части сердечников (экранов).

Одним из основных условий применения теории отражения электромагнитных волн, способствующей компактности и в то же время достаточной общности уравнений, является предположение, что коэффициенты отражения и экранирования отдельных возмущающих препятствий в виде цилиндрических или дисковых тел заранее определены и принимаются как заданные. В связи с этим нетрудно заметить, что вычисления составляющих вектора магнитной индукции в немагнитном зазоре (рис. 2) существенно упрощаются, так как требуется составить лишь два граничных условия у токового слоя для определения двух неизвестных постоянных интегрирования. Применение для той же цели классической теории электромагнетизма потребовало бы составления десяти граничных условий «сшивания» смежных сред, что лишило бы указанной компактности решения задачи с использованием ЭВМ.

Составляющие вектора магнитной индукции или напряженности электрического поля в немагнитном зазоре (рис. 2) определяются на основе правил векторного исчисления

$$\vec{B}_{\nu n} = \text{rot } \vec{A}_{\nu n}; \quad (7a)$$

$$\vec{E}_{\nu n} = - \frac{\partial \vec{A}_{\nu n}}{\partial t}. \quad (7b)$$

Тангенциальная составляющая векторного магнитного потенциала определяется из условия равенства нулю его дивергенции (принятые допущения) при отсутствии на цилиндрической поверхности радиальной компоненты линейной плотности тока:

$$\text{div } \vec{A}_{\nu n} = 0; A_{\rho \nu n} = 0; A'_{\varphi \nu n} = - \int \frac{\partial A'_{z \nu n}}{\partial z} \rho d\varphi =$$

$$= \frac{j \lambda_{n \rho}}{\nu} C'_{\nu n} I_{\nu}(\xi_{\rho \nu n}) e^{j(\omega t - \nu \varphi)} \sin \lambda_n z (1 + k_{o2 \nu n}(\rho)); \quad (8)$$

$$A''_{\varphi \nu n} = \frac{j \lambda_{n \rho}}{\nu} C''_{\nu n} K_{\nu}(\xi_{\rho \nu n}) e^{j(\omega t - \nu \varphi)} \sin \lambda_n z (1 + k_{o1 \nu n}(\rho)). \quad (9)$$

Постоянные интегрирования определяются из классических граничных условий:

$$B''_{\rho \nu n} - B'_{\rho \nu n}|_{\rho=R_{1(2)}} = 0 \text{ или } A''_{z \nu n} - A'_{z \nu n}|_{\rho=R_{1(2)}} = 0. \quad (10)$$

Тангенциальные составляющие вектора напряженности магнитного поля имеют разрыв непрерывности первого рода со скачком, равным аксиальной компоненте линейной плотности тока

$$H''_{\varphi \nu n} - H'_{\varphi \nu n}|_{\rho=R_{1(2)}} = J_{z1(2) \nu n}. \quad (11)$$

Для сокращения числа формул ряд символов, относящихся к статору («1») или ротору («2») обозначен с двойным индексом.

Реализация граничных условий (10) и (11) приводит к формулам постоянных интегрирования:

$$C'_{1(2) \nu n} = - \frac{J_{z1(2) \nu n} \mu_0 R_{1(2)} K_{\nu}(\xi_{1(2) \nu n}) (1 + k_{o1 \nu n}(R_{1(2)}))}{1 - k_{o1 \nu n}(R_{1(2)}) k_{o2 \nu n}(R_{1(2)})}; \quad (12)$$

$$C''_{1(2) \nu n} = - \frac{J_{z1(2) \nu n} \mu_0 R_{1(2)} I_{\nu}(\xi_{1(2) \nu n}) (1 + K_{o2 \nu n}(R_{1(2)}))}{1 - k_{o1 \nu n}(R_{1(2)}) k_{o2 \nu n}(R_{1(2)})}. \quad (13)$$

Значение $\xi_{1(2) \nu n}$ определяется из (2) и $k_{o1 \nu n}(R_{1(2)})$, $k_{o2 \nu n}(R_{1(2)})$ — из (6а и б) при $\rho = R_{1(2)}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г} \cdot \text{м}^{-1}$.

Комплексная амплитуда аксиальной составляющей линейной плотности тока обмоток

$$J_{z1(2) \nu n} = -j \frac{\pi}{\tau_{1(2) \nu}} F_{1(2) \nu} \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)}, \quad (14)$$

где $F_{1(2) \nu}$ — комплексная амплитуда м. д. с. на один полюс; $\tau_{1(2) \nu} = \frac{\pi R_{1(2)}}{\nu}$.

Таким образом, в результате вывода выражений постоянных интегрирования имеется возможность определить все три составляющие вектора магнитной индукции в воздушном зазоре ниже и выше токового слоя.

Формулы коэффициентов отражения и экранирования, например, цилиндрического тела определяются в данной статье при условии задания падающей волны потенциала и учета аксиальной и тангенциальной составляющих вектора плотности вихревых токов, т. е. без учета растекания этих токов в торцевых частях по радиусу. Учет радиальной составляющей плотности вихревых токов производится при исследовании электромагнитного поля в торцевых частях цилиндрических тел, что не входит в задачу настоящей статьи.

Предположим, даны падающие волны составляющих векторного магнитного потенциала на внутренней поверхности цилиндрического экрана и требуется определить коэффициенты отражения $k_{o \nu n}$ и экранирования $k_{z \nu n}$ по гармоникам. С внутренней и внешней областей цилиндрического экрана имеются непроводящие среды, следовательно, для них используется решение уравнения Лапласа, а для проводящего экрана на основании уравнений Максвелла получается уравнение Гельмгольца

$$\nabla^2 A_{z \nu n} = \gamma_{z \nu n} \frac{\partial A_{z \nu n}}{\partial t}, \quad (15)$$

где $\gamma_{z \nu n}$, μ_0 — удельная электрическая проводимость и магнитная проницаемость материала экрана.

Решение (15) ищется методом разделения переменных при условии, что три собственные функции краевой задачи из четырех изменяются по гармоническим законам, тогда $R(\rho)$ определяется через бесселевы функции:

$$A_{z \nu n} = A_{z \nu n}(\rho, \varphi, z, t) = R(\rho) \Phi(\varphi) Z(z) T(t) =$$

$$= R(\rho) e^{j(\omega t - \nu \varphi)} \cos \lambda_n z. \quad (16)$$

На основании (15) и (16) искомое решение имеет вид:

$$A_{z\varphi n} = (C'_{\varphi n} J_{\nu}(\xi_{\varphi n}) + C''_{\varphi n} Y_{\nu}(\xi_{\varphi n})) e^{i(\omega t - \nu \varphi)} \cos \lambda_n z, \quad (17)$$

где $J_{\nu}(\xi_{\varphi n})$, $Y_{\nu}(\xi_{\varphi n})$ — бесселевы функции первого и второго рода порядка ν с комплексным аргументом, представляющим собой коэффициент проникновения электромагнитной волны в проводящую среду:

$$\xi_{\varphi n} = j\xi_{\varphi n} = j\sqrt{j\omega\gamma_3\mu_3\rho^2 + \xi_{\varphi n}^2}; \quad (18)$$

$C'_{\varphi n}$, $C''_{\varphi n}$ — постоянные интегрирования уравнений экрана для любой гармоники.

Тангенциальная составляющая $A_{\varphi\varphi n}$ определяется аналогично (8), (9), затем формируются четыре граничных условия для определения коэффициентов отражения и экранирования.

На внутренней поверхности экрана, например сердечника статора,

$$A_{z\varphi n} - A''_{z\varphi n}|_{\rho=R_{\varphi 1}} = 0; \quad (19a)$$

$$H_{\varphi\varphi n} - H''_{\varphi\varphi n}|_{\rho=R_{\varphi 1}} = 0. \quad (19b)$$

На наружной поверхности экрана

$$A_{z\varphi n} - A_{z\varphi n}|_{\rho=R_{\varphi 2}} = 0; \quad (20a)$$

$$H_{\varphi\varphi n} - H_{\varphi\varphi n}|_{\rho=R_{\varphi 2}} = 0, \quad (20b)$$

где $A_{z\varphi n}$, $H_{\varphi\varphi n}$ — аксиальная и тангенциальная составляющие векторного магнитного потенциала и напряженности магнитного поля для волны, прошедшей за экран (определяются как произведение соответствующей падающей волны на коэффициент экранирования); $R_{\varphi 2}$ — радиус наружной поверхности экрана (сердечника).

В результате реализации граничных условий (19) и (20) можно получить относительно точные формулы для $k_{\varphi n}$, $k_{\varphi n}$.

Для практически приемлемых расчетов целесообразно принять во внимание первое приближение асимптотических рядов бесселевых функций с большим индексом [Л. 1, 3]:

$$J_{\nu}(\xi_{\varphi n}) \approx \left(\frac{2}{\pi\xi_{\varphi n}}\right)^{1/2} \cos\left(\xi_{\varphi n} - \frac{\pi\nu}{2} - \frac{\pi}{4}\right); \quad (21a)$$

$$Y_{\nu}(\xi_{\varphi n}) \approx \left(\frac{2}{\pi\xi_{\varphi n}}\right)^{1/2} \sin\left(\xi_{\varphi n} - \frac{\pi\nu}{2} - \frac{\pi}{4}\right); \quad (21b)$$

$$I_{\nu}(\xi_{\varphi n}) \approx \left(\frac{1}{2\pi\xi_{\varphi n}}\right)^{1/2} e^{\xi_{\varphi n}}; \quad (22a)$$

$$K_{\nu}(\xi_{\varphi n}) \approx \left(\frac{\pi}{2\xi_{\varphi n}}\right)^{1/2} e^{-\xi_{\varphi n}}. \quad (22b)$$

Воспользуемся (21) и (22), тогда практически приемлемые формулы для расчета коэффициентов отражения и экранирования примут вид:

$$k_{\varphi n} = \frac{(1 - \eta^2) \operatorname{sh} \beta}{(1 + \eta^2) \operatorname{sh} \beta + 2\eta \operatorname{ch} \beta}, \quad (23a)$$

$$k_{\varphi n} = \frac{2\eta e^{\alpha}}{(1 + \eta^2) \operatorname{sh} \beta + 2\eta \operatorname{ch} \beta}, \quad (23b)$$

где

$$\eta = \frac{\xi_{1\varphi n}}{\mu_{\varphi r} \xi_{1\varphi n}} \approx \frac{\xi_{1\varphi n}}{\mu_{\varphi r} \xi_{1\varphi n}} = \frac{1}{\mu_{\varphi r}} \sqrt{1 + j \operatorname{Re} m};$$

$$\operatorname{Re} m = \left(\frac{\tau_1(2)}{\pi \Delta_3 \xi_{1(2)\varphi n}} \right)^2 - \text{магнитное число Рейнольдса}$$

или электромагнитная добротность экрана; $\Delta_3 = \frac{1}{V \omega \gamma_3 \mu_3}$ — глубина проникновения электромагнитной волны, $m; \xi_{1(2)\varphi n} = \frac{1}{\nu} \xi_{1(2)\varphi n}; \alpha = \xi_{1(2)\varphi n} - \xi_{1(2)\varphi n}$ — коэффициенты проникновения, входящие в β и α , определяются из (18) и (2) при радиусах внутренней и наружной поверхностей сердечников статора или ротора, принимаемых в качестве многослойных экранов; $\mu_{\varphi r} = \frac{\mu_3}{\mu_0}$ — относительная магнитная проницаемость материала экрана.

Пример 1. Общий член двойного ряда (ν, n) мгновенного значения радиальной составляющей вектора магнитной индукции беспазового статора синхронной машины в любой точке между токовым слоем и экраном ротора без ферромагнитного сердечника при пользовании первым приближением бесселевых функций (21) и (22) имеет вид:

$$B'_{\rho 1\nu n} = \frac{J_{m1\nu n} \mu_0 R_1}{2\nu \rho} e^{-(\xi_{1\nu n} - \xi_{\rho\nu n})} \xi_{1\nu n} \left(\frac{\xi_{\rho\nu n}}{\xi_{1\nu n}} \right)^{3/2} \times \\ \times (1 + e^{-2(\xi_{\varphi 1\nu n} - \xi_{1\nu n})}) \left| \frac{1 + k_{\varphi 2\nu n} e^{-2(\xi_{\rho\nu n} - \xi_{2\nu n})}}{1 - k_{\varphi 2\nu n} e^{-2(\xi_{\varphi 1\nu n} - \xi_{2\nu n})}} \right| \times \\ \times \cos(\omega t - \nu_1 \varphi_1 + \psi_1 + \psi_{\rho\nu n}), \quad (24)$$

где $J_{m1\nu n} = \frac{\pi F_{m1\nu}}{\tau_1 \nu} \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)}$ — амплитуда гармоники линейной

плотности тока статора; $k_{\varphi 2\nu n}$ — результирующий коэффициент отражения ротора в общем случае при любом количестве экранов [Л. 7]; для отдельно взятого возмущающего препятствия справедливо (23a); ψ_1 — угол фазного сдвига между э. д. с. и током обмотки статора (асинхронные машины) или э. д. с. основного поля возбуждения и током статора (синхронные машины); $\psi_{\rho\nu n}$ — угол фазного сдвига между амплитудами м. д. с. статора и эквивалентной м. д. с. вихревых токов экрана ротора при одинаковом порядке гармоник, определяемый по комплексной дроби в (24).

Для беспазового шихтованного ферромагнитного сердечника принято $k_{\varphi 1\nu n} \approx 1$. Если в этом уравнении принять $\rho \approx R_1$, то можно получить формулы для расчета собственного потосцепления статора и его синхронного индуктивного сопротивления. При $\rho = R_{\varphi 2}$ имеется возможность рассчитать главное потосцепление статора, соответствующее ему индуктивное сопротивление, потери на поверхности экрана (сердечника) ротора от высших гармоник поля или от первой гармоники при несинхронной частоте его вращения. Для определения поля статора, прошедшего через экран в зону обмотки возбуждения, необходимо в (24) сначала принять $k_{\varphi 2\nu n} = 0$,

а затем полученное помножить на результирующий коэффициент экранирования ротора при любом числе экранов [Л. 7]. Для отдельного экрана можно применять (23b).

Пример 2. Та же составляющая магнитной индукции, что в примере 1, но для машины с ферромагнитным шихтованным сердечником ротора может быть определена при дополнительном условии $\mu_{\varphi 2} = \mu_r = \infty$, $k_{\varphi 2\nu n} = 1$, $\psi_{\rho\nu n} = 0$. Однако для асинхронного двигателя с массивным ротором последние равенства не приемлемы, особенно при расчете потерь в массиве, поэтому сохраняется (24) при $\rho = R_1$, $R_{\varphi 2}$.

Пример 3. Радиальная составляющая магнитной индукции статора при двумерном представлении ее распределения в воздушном зазоре обычных электрических машин с ферромагнитными шихтованными сердечниками может быть определена по (24), приняв $k_{o2v} = 1$, $\psi_{pvn} = 0$. Кроме того, разности аргументов модифицированных бесселевых функций преобразуются: $\zeta_{1vn} - \zeta_{pvn} = \frac{\pi(R_1 - p)}{\tau_{pv}}$; $\zeta_{pvn} - \zeta_{2vn} = \frac{\pi(p - R_2)}{\tau_{pv}}$; $\tau_{pv} = \pi r/v_1$ — в общем случае при больших зазорах переменное полюсное деление; в выражениях отдельных ζ_{pvn} принимается $\lambda_n = 0$, так как $l_z = \infty$. На внутренней поверхности пакета статора принимаем $p = R_2$, $J_{m1v} = \sum_{n=1}^{\infty} J_{m1vn} = \frac{\pi F_{m1v}}{\tau_{1v}}$, тогда

искомая индукция составляет:

$$B'_{p1v} = \frac{F_{m1v} \mu_0}{\delta_{\Sigma 1}} \cos(\omega t - v_1 \varphi_1), \quad (25)$$

где эквивалентный зазор при $p = R_1$ с учетом искривления в нем линий магнитной индукции и насыщения интегральным коэффициентом k_n определяется как

$$\delta_{\Sigma 1} = \delta k_{\delta} k_n \frac{\text{th } \alpha_{1v}}{\alpha_{1v}}; \quad \alpha_{1v} = \frac{\pi \delta}{\tau_{1v}}. \quad (26)$$

Из (26) видно, что при малых зазорах, $\pi \delta / \tau_{1v} \ll 0,1$, получаем общеизвестные формулы приведенного зазора и магнитной индукции. При значительных зазорах или вынута роторе, $\pi \delta / \tau_{1v} > 3$, $\text{th } \alpha_{1v} \approx 1$, выражение (25) свидетельствует о равенстве амплитуд радиальной и тангенциальной составляющих магнитной индукции:

$$B'_{p1v} = B'_{mp1v} \cos(\omega t - v_1 \varphi_1); \quad B'_{mp1v} = B'_{m\varphi 1v} = J_{m1v} \mu_0. \quad (27)$$

При возбужденной обмотке статора при определении поля на наружной поверхности пакета стали ротора $p = R_2 = R_2$, $k_{o2v} = 1$, и тогда (24) примет вид:

$$B'_{p2v} = \frac{F_{m1v} \mu_0}{\delta_{\Sigma 2}} \cos(\omega t - v_1 \varphi_1); \quad \delta_{\Sigma 2} = \delta k_{\delta} k_n \frac{\text{sh } \alpha_{1v}}{\alpha_{1v}}. \quad (28)$$

Из (28) видно, что при увеличении зазора $\delta_{\Sigma 2}$ растет быстрее, чем δ , что свидетельствует об искривлении линий магнитной индукции. При малых же зазорах (25) и (28) будут одинаковыми.

Пример 4. Уравнения электромагнитного поля электрических машин систем автоматики могут быть получены из общих уравнений данной статьи с учетом их особенностей. Интерес представляет формула радиальной составляющей вектора магнитной индукции на поверхности наружного или внутреннего пакета активной стали асинхронного тахогенератора при однофазном возбуждении обмоток. При малом зазоре из (24)

можно получить:

$$B'_{p1v} \approx B'_{p2v} = \frac{\pi F_{m1v} \mu_0}{\tau_{1v}} \left| \frac{1 + k_{o2v} e^{-\frac{2\pi \delta_{12}}{\tau_{1v}}}}{1 - k_{o2v} e^{-\frac{2\pi \delta_{12}}{\tau_{1v}}}} \right| \times \cos(\omega t - \varphi_{pv}) \cos v_1 \varphi_1; \quad (29)$$

$$k_{o2v} = k_{o2ev} + \frac{k_{\Sigma 2v}^2 e^{-\frac{2\pi \delta_{12}}{\tau_{1v}}}}{1 - k_{o2iv} e^{-\frac{2\pi \delta_{12}}{\tau_{1v}}}}, \quad (30)$$

где δ_{12} — зазор между пакетом активной стали статора и поверхностью полого ротора.

Из-за малой толщины полого немагнитного ротора коэффициенты отражения его внутренней и наружной поверхностей можно считать одинаковыми ($k_{o2iv} \approx k_{o2ev}$) и вычислять по (23а), при этом

$$\eta = (1 + \text{Re}^2 m)^{1/4} e^{j \frac{\gamma}{2}}; \quad \text{tg } \gamma = \text{Re} m = \left(\frac{\tau_{1v}}{\pi \Delta_2} \right)^2; \quad \alpha = \frac{\pi \delta_2}{\tau_{1v}}; \quad \beta = \alpha \eta.$$

При вынута роторе или пренебрежении вихревыми токами $k_{o2ev} = k_{o2iv} = 0$, $k_{\Sigma 2v} = 1$, тогда δ_{12} в (30) заменяется на δ — δ_{12} , где δ — полный немагнитный зазор.

Формулы (29), (30) могут быть применены для приближенных расчетов поля отдельных фаз линейных асинхронных двигателей без учета краевых эффектов при замене $v_1 \varphi_1$ на $\pi y_1 / \tau_{1v}$.

В заключение можно отметить, что разработанный метод исследования электрических машин адекватно отражает качественную и количественную стороны происходящих в них физических процессов, является наглядным для анализа полученных результатов, удобным в составлении алгоритмов, достаточно общим, учитывающим многие факторы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. — М.: ИЛ, 1949.
2. Справочник по специальным функциям / Под редакцией Абрамовица М. и Стигана И. — М.: Наука, 1979.
3. Талышинский И. Т. Трехмерные магнитные поля и их гармоники в электрических машинах переменного тока. Автореф. докт. дисс. — Л.: ЛЭТИ, 1971.
4. Талышинский И. Т., Уразов Ф. Ф. Трехмерное внешнее магнитное поле асинхронных машин. — Изв. вузов. Электромеханика, 1973, № 4, с. 383—390.
5. Талышинский И. Т., Любичский М. В. Расчет трехмерного внешнего магнитного поля синхронной машины в зоне лобовых частей обмоток. — Электротехника, 1974, № 5, с. 4—8.
6. Стреттон Дж. А. Теория электромагнетизма. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1948.
7. Каден Г. Электромагнитные экраны. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1957.

[15.08.80]



Форсировка возбуждения и самовозбуждение синхронных импульсных генераторов

СИПАЙЛОВ Г. А., ЛООС А. В., ЧУЧАЛИН А. И.

Томский политехнический институт

Эффективность использования синхронных генераторов в качестве инерционных накопителей и источников импульсной энергии в значительной мере определяется способом форсировки возбуждения генераторов под нагрузкой. Обычно для форсировки возбуждения генераторов, работающих в режиме динамического торможения, применяются мощные дополнительные источники энергии [Л. 1]. Однако более выгодным с технико-экономической точки зрения является применение форсировки возбуждения и самовозбуждения генераторов за счет потребления кинетической энергии, запасенной во вращающихся маховых массах ротора.

Одним из эффективных способов форсировки возбуждения синхронных генераторов, работающих в импульсном режиме, является применение последовательной коммутации обмоток на статоре и демпферной обмотки на роторе, расположенной по поперечной оси [Л. 2 и 3]. Форсировка возбуждения в этом случае обеспечивается в результате импульсного намагничивания генератора и возрастания основного магнитного потока в направлении поперечной оси ротора при его электрической несимметрии [Л. 4]. Использование данного способа форсировки возбуждения не требует дополнительных источников энергии и позволяет существенно увеличить импульсную мощность синхронных генераторов [Л. 5 и 6]. Однако при этом не устраняется размагничивание генераторов под действием реакции якоря в направлении продольной оси ротора, что ограничивает эффективность применения данного способа форсировки возбуждения при работе генераторов в режиме многократных включений на нагрузку.

Для генераторов с шихтованным ротором более перспективным представляется использование, наряду с последовательными коммутациями обмоток на статоре, последовательных коммутаций электрически связанных обмоток на роторе, расположенных по продольной и поперечной осям, с включением в цепь ротора вспомогательного конденсатора [Л. 7]. Это дает возможность осуществлять форсировку возбуждения и самовозбуждение синхронных генераторов под нагрузкой за счет возрастания основного магнитного потока в воздушном зазоре в направлении обеих осей ротора.

Покажем возможность применения многократных последовательных коммутаций обмоток на статоре и роторе для самовозбуждения трехфазного импульсного генератора под нагрузкой на примере ступенчатой зарядки индуктивного накопителя в течение нескольких импульсов тока.

Принципиальная схема коммутаций в импульсной системе приведена на рис. 1. В цепь электрически связанных обмоток ротора f и D_q , расположенных по продольной и поперечной осям, включен вспомогательный конденсатор c . Электромеханические переходные процессы в схеме описываются нелинейной системой дифференциальных уравне-

ний:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{AC}}{dt} &= -(r_1 + r_{K1}) i_A - r_{K6} i_{K6} + (r_1 + r_{K2}) i_C; \\ \frac{d\Psi_{BC}}{dt} &= -(r_1 + r_{K3}) i_B - r_{K6} i_{K6} + (r_1 + r_{K2}) i_C; \\ \frac{d\Psi_H}{dt} &= r_{K6} i_{K6} - r_H i_H; \\ \frac{d\Psi_f}{dt} &= U_c - i_f r_f; \\ \frac{d\Psi_{Dq}}{dt} &= U_c - i_{Dq} (r_{Dq} + r_{K4}); \\ \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{1}{c} i_c; \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{1}{H_j} (M_m - \Psi_{\delta d} i_q + \Psi_{\delta q} i_d); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $i_c = i_f + i_{Dq} - i_{K5}$ — ток вспомогательного конденсатора; $i_{K5} = U_c / r_{K5}$ — ток коммутирующего аппарата $K5$.

Сопротивления коммутирующих аппаратов r_{Kj} в зависимости от направления тока i_{Kj} соответствуют

$$r_{Kj} = \begin{cases} 0 & \text{при } i_{Kj} > 0; \\ r_K & \text{при } i_{Kj} \leq 0, \end{cases}$$

где $j=1, 2, \dots, 6$.

Потокоцепления контуров статора и ротора, представленные в виде суммы составляющих от основного магнитного потока в воздушном зазоре и потоков рассеяния, определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{AC} &= L_{\sigma 1} (i_A - i_C) + \Psi_{\delta d} \left[\cos \gamma - \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \right] - \\ &\quad - \Psi_{\delta q} \left[\sin \gamma - \sin \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \\ \Psi_{BC} &= L_{\sigma 1} (i_B - i_C) + \Psi_{\delta d} \left[\cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right] - \Psi_{\delta q} \left[\sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sin \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \\ \Psi_H &= L_H i_H; \Psi_f = L_{\sigma f} i_f + \Psi_{\delta d}; \\ \Psi_{Dq} &= L_{\sigma Dq} i_{Dq} + \Psi_{\delta q}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

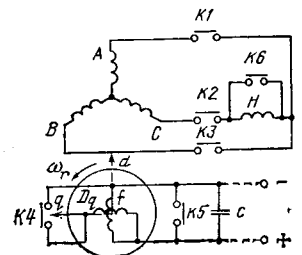


Рис. 1. Принципиальная схема коммутаций в импульсной системе.

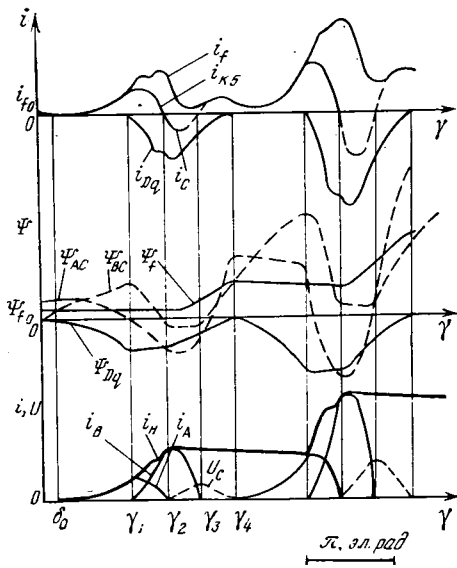


Рис. 2. Картина переходных процессов.

где $\gamma = \int_0^t \omega_r dt + \gamma_0$ — угол между положительным на-

правлением продольной оси d вращающегося ротора и магнитной осью фазы A статорной обмотки.

Выражения для потокоцеплений контуров, представленные в виде (2), удобны для учета переменного насыщения магнитной цепи генератора основным магнитным потоком и потоками рассеяния. Составляющие результирующего потокоцепления в воздушном зазоре по продольной и поперечной осям неявнополюсного ротора определяются в виде

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{\delta d} &= L_a (i_f + i_d); \\ \Psi_{\delta q} &= L_a (i_{Dq} + i_q), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $L_a = f(\Psi_\delta) = \sqrt{\Psi_{\delta d}^2 + \Psi_{\delta q}^2}$ — индуктивность реакции якоря, зависящая от насыщения.

Проекции токов статорной обмотки на продольную и поперечную оси ротора представляются известными выражениями:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} \left[i_A \cos \gamma + i_B \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \\ i_q &= -\frac{2}{3} \left[i_A \sin \gamma + i_B \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В исходном состоянии ротор синхронного генератора вращается с угловой частотой ω_{r0} . Коммутирующие аппараты $K1, K3-K6$ разомкнуты, $K2$ замкнут. Начальный магнитный поток в воздушном зазоре генератора $\Phi_{\delta 0}$ может обеспечиваться в результате остаточного намагничивания ротора по продольной оси, либо создаваться намагничивающей силой обмотки f , которая на холостом ходу

питается постоянным током i_{f0} от маломощного источника (рис. 2).

Генератор подключается к нагрузке коммутирующим аппаратом $K1$ в момент максимального потокоцепления Ψ_{AC0} статорной обмотки при угле поворота ротора $\gamma_0 = \pi/6$ эл. рад. Одновременно с подключением генератора к нагрузке коммутирующий аппарат $K5$ шунтирует обмотку f ротора, и в дальнейшем источник возбуждения в работе схемы не участвует. Характер переходных процессов в схеме иллюстрируется кривыми изменения токов и потокоцеплений обмоток, изображенными на рис. 2.

В результате несимметрии обмоток на статоре и роторе после включения коммутирующих аппаратов $K1$ и $K5$ основной магнитный поток в воздушном зазоре генератора увеличивается в направлении поперечной оси ротора при повороте ротора на угол $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_0$. При этом потокоцепления разомкнутой обмотки Dq ротора и отключенной фазы B статорной обмотки возрастают. В момент максимума потокоцеплений Ψ_{Dq} и Ψ_{BC} при $\gamma = \gamma_1$ коммутирующий аппарат $K4$ замыкает цепь обмотки ротора, а коммутирующий аппарат $K3$ подключает фазу B статорной обмотки к нагрузке. На интервале $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ ток нагрузки определяется суммой фазных токов генератора $i_H = -i_C = i_A + i_B$, а токи роторных обмоток протекают по коммутирующему аппарату $K5$ в противоположных направлениях: $i_{K5} = i_f + i_{Dq}$ ($i_f > 0$, $i_{Dq} < 0$). В момент равенства токов в обмотках f и Dq по абсолютному значению при $\gamma = \gamma_2$ коммутирующий аппарат $K5$ размыкается и на роторе образуется система электрически связанных обмоток с параллельным включением конденсатора c . Одновременно на статоре коммутирующий аппарат $K1$ отключает фазу A при прохождении тока в ней через нулевое значение, а коммутирующий аппарат $K6$ шунтирует нагрузку. На интервале $\Delta\gamma = \gamma_3 - \gamma_2$ ток нагрузки замыкается по коммутирующему аппарату $K6$, а ток в обмотке статора $i_B = -i_C$ уменьшается до нулевого значения в режиме двухфазного короткого замыкания. При этом переходный процесс в роторных контурах сопровождается перераспределением энергии между обмотками f , Dq и вспомогательным конденсатором c . В результате потокоцепление Ψ_f увеличивается, потокоцепление Ψ_{Dq} уменьшается, а конденсатор заряжается до максимального напряжения. На интервале $\Delta\gamma = \gamma_4 - \gamma_3$ конденсатор разряжается на обмотку ротора по продольной оси в режиме холостого хода генератора. При этом потокоцепление Ψ_f продолжает увеличиваться, а потокоцепление обмотки ротора по поперечной оси Ψ_{Dq} уменьшается до нулевого значения.

В результате передачи энергии из поперечной обмотки ротора в продольную ток обмотки f при $\gamma = \gamma_4$ превышает начальный ток возбуждения $i_f > i_{f0}$. Намагничивающая сила в воздушном зазоре генератора возрастает, и основной магнитный поток Φ_δ увеличивается.

При совпадении продольной оси ротора d с результирующей магнитной осью фаз A и C статорной обмотки коммутирующий аппарат $K1$ замыкается и вновь подключает генератор к нагрузке в мо-

мент максимума потокосцепления $\Psi_{ac} > \Psi_{ac0}$ ($\gamma = \gamma_4$, рис. 2). Коммутирующий аппарат $K5$ при этом шунтирует конденсатор, а коммутирующий аппарат $K4$ размыкает цепь обмотки Dq ротора, обеспечивая его несимметрию. Ток в статорной обмотке возрастает в режиме внезапного короткого замыкания, так как нагрузка зашунтирована коммутирующим аппаратом $K6$. При равенстве токов $i_A = -i_C = i_n$ коммутирующий аппарат $K6$ размыкается.

Далее последовательность коммутаций в схеме многократно повторяется, и переходные процессы протекают аналогично. При этом происходит преобразование запаса кинетической энергии вращающихся масс ротора в электромагнитную, большая часть которой передается в нагрузку, а часть используется для самовозбуждения генератора. В результате последовательных коммутаций обмоток на статоре и роторе по описанному выше принципу основной магнитный поток в воздушном зазоре возрастает в направлении обеих осей ротора.

Следует отметить, что в качестве коммутирующих аппаратов $K1$ и $K3$, изображенных на принципиальной схеме (рис. 1), на практике необходимо использовать блоки управляемых вентилялей, а в качестве коммутирующих аппаратов $K2$, $K4$ — $K6$ могут применяться блоки неуправляемых вентилялей.

При самовозбуждении синхронного импульсного генератора под нагрузкой конденсатор в цепи ротора позволяет синхронизировать процессы перераспределения энергии между обмотками ротора с моментами коммутаций на статора таким образом, чтобы последовательные подключения фаз к нагрузке производились при максимальном возбуждении со стороны ротора. При этом соотношения параметров генератора и нагрузки с емкостью конденсатора следует выбирать в пределах

$$2\sqrt{\frac{2L_d + L_n}{L_f(2L_dL_f + L_fL_n + L_a^2)}} < c < \frac{2}{L_r}, \quad (5)$$

где L_d —синхронная индуктивность генератора; L_f —индуктивность обмотки f ротора при $L_f = L_{Dq}$; L_n —индуктивность нагрузки; c —емкость конденсатора.

Результаты исследования энергетических характеристик импульсной системы при работе синхронного генератора в режиме самовозбуждения под нагрузкой с различным значением начального магнитного потока в воздушном зазоре Φ_{00} представлены на рис. 3, где I_n —максимальное значение тока нагрузки в процессе зарядки индуктивного накопителя; W_n —энергия индуктивного накопителя; τ_n —длительность зарядного процесса; $Q_n = W_n/\tau_n$ —средняя мощность передачи энергии. Параметры импульсной системы в относительных единицах с базисным насыщенным индуктивным сопротивлением реакции якоря соответствуют [Л. 8]: $x_a = 1$; $x'_d = 0,6$; $x_f = x_{Dq} = 1,03$, $x_n = 1,2$, $r_1 = r_f = r_{Dq} = 0,005$, $x_c = 0,55$. Инерционная постоянная ротора $H_j = 3$ с, постоянная времени индуктивного накопителя $T_n = 0,2$ с.

Анализ представленных характеристик показывает, что значение максимального тока нагрузки и энергии, передаваемой в индуктивный накопитель, мало зависит от начального возбуждения генератора.

Однако при уменьшении Φ_{00} возрастает длительность зарядного процесса за счет увеличения времени самовозбуждения генератора, и средняя мощность передачи энергии снижается.

Сравнение энергетических характеристик импульсной системы при ступенчатой зарядке индуктивного накопителя в режиме самовозбуждения генератора под нагрузкой и при работе с номинальным начальным возбуждением и форсировкой магнитного потока по ранее предложенному способу [Л. 3] показало, что в рассматриваемом случае применение вспомогательного конденсатора, рассчитанного на энергию, составляющую не более 1% энергии, передаваемой генератором в нагрузку, позволяет, не снижая средней мощности зарядки индуктивного накопителя, уменьшить начальное возбуждение генератора до 50% номинального. При этом требуемая мощность источника возбуждения и, соответственно, потери энергии на холостом ходу с учетом нелинейности характеристики намагничивания генератора сокращаются в 3–4 раза, а коэффициент полезного преобразования запаса кинетической энергии вращающихся масс ротора в электромагнитную возрастает.

Использование последовательных коммутаций обмоток ротора по продольной и поперечной осям с применением вспомогательного конденсатора при работе генераторов с номинальным начальным возбуждением позволяет за счет более эффективной форсировки магнитного потока под нагрузкой повысить среднюю мощность зарядки индуктивного накопителя в 1,3–1,4 раза по сравнению с использованием коммутаций лишь в цепи обмотки ротора, расположенной по поперечной оси [Л. 3]. В этом случае энергия, передаваемая в нагрузку, увеличивается и достигает 50–60% запаса кинетической энергии вращающихся масс ротора, а длительность зарядного процесса сокращается, что обеспечивает к. п. д. до 80%.

В случае необходимости за счет самовозбуждения генераторов под нагрузкой при последовательных коммутациях обмоток может быть обеспечена автономность импульсной системы. Как следует из рис. 3, при уменьшении начального магнитного потока в воздушном зазоре генератора до 10% номинального, эффективность преобразования энергии снижается незначительно. Однако при этом средняя мощность передачи ее в нагрузку в переходном режиме становится соизмеримой с базовой мощностью генератора.

На рис. 4 представлены экспериментальные осциллограммы переходных процессов в импульсной системе при ступенчатой зарядке индуктивного накопителя от трехфазного импульсного генератора

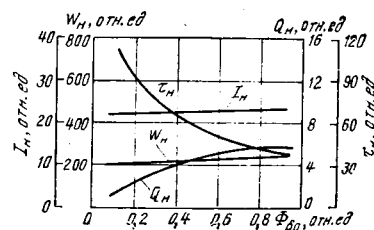


Рис. 3. Энергетические характеристики в зависимости от значения начального возбуждения генератора.

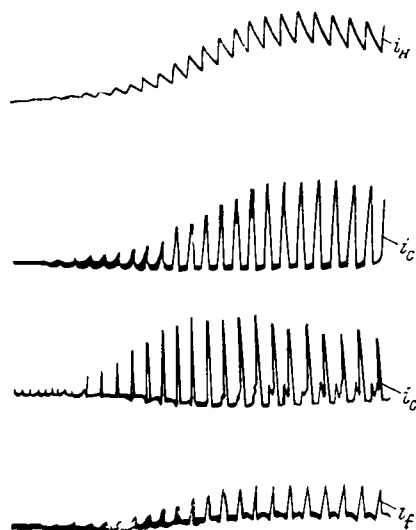


Рис. 4. Экспериментальные осциллограммы переходных процессов при ступенчатой зарядке индуктивного накопителя в режиме самовозбуждения генератора под нагрузкой. (i_n — ток индуктивного накопителя, i_c — ток фазы С статорной обмотки генератора, i_c — ток вспомогательного конденсатора, i_f — ток обмотки ротора по продольной оси)

в режиме самовозбуждения под нагрузкой за счет последовательных коммутаций обмоток.

Экспериментальные исследования подтвердили возможность и целесообразность применения многократных последовательных коммутаций обмоток для самовозбуждения и повышения эффективности использования синхронных генераторов в качестве инерционных накопителей и источников импульсной энергии. Расчеты показывают, что при применении для зарядки мощных индуктивных накопителей двухполюсных импульсных генераторов с шихтованным ротором ($D_p=0,7$ м, $l_p=3$ м), работающих в режиме многократных последовательных коммутаций обмоток, энергия, передаваемая в нагрузку за время 0,1—0,3 с может составить 20 мДж при удельном использовании вращающихся масс ротора генератора порядка $2 \cdot 10^3$ Дж/кг.

Выводы. 1. Многократные последовательные коммутации обмоток на статоре и роторе синхронных импульсных генераторов могут использоваться как для форсировки возбуждения, так и для самовозбуждения генераторов под нагрузкой в переходных режимах.

2. Применение многократных последовательных коммутаций электрически связанных обмоток на роторе, расположенных по продольной и поперечной осям, с включением в цепь ротора вспомогательного конденсатора, рассчитанного на энергию, составляющую не более 1% энергии, передаваемой генератором в нагрузку при ступенчатой зарядке индуктивного накопителя, позволяет, не снижая мощности зарядного процесса, сократить мощность возбудителя в 3—4 раза, а также обеспечить при необходимости автономность импульсной системы за счет самовозбуждения генератора под нагрузкой.

3. Применение многократных последовательных коммутаций обмоток для форсировки возбуждения синхронных импульсных генераторов под нагрузкой позволяет обеспечить коэффициент полезного преобразования энергии инерционного накопителя до 50—60%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Каширский Э. Г., Рутберг Ф. Г. Синхронные генераторы в электрофизических установках. — Л.: Наука, 1977.
2. А. С. 450319 (СССР). Способ управления электромашиным генератором импульсов/ Г. А. Сипайлов, А. В. Лоос, Э. И. Собко. Оpubл. в Б. И., 1974, № 42.
3. А. С. 604139 (СССР). Способ зарядки индуктивного накопителя от трехфазного ударного генератора/ Г. А. Сипайлов, А. В. Лоос, А. И. Чучалин и др. Оpubл. в Б. И., 1978, № 15.
4. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. Использование намагнивающего действия реакции якоря в импульсных генераторах. — Электричество, 1975, № 12.
5. Орлов Ю. А., Чучалин А. И., Лоос А. В. Исследование электромеханической импульсной системы, содержащей трехфазный ударный генератор, работающий в режиме последовательной коммутации фаз на активную нагрузку. — Изв. вузов. Электромеханика, 1973, № 11.
6. Чучалин А. И., Лоос А. В., Сипайлов Г. А. Использование последовательной коммутации фаз трехфазного импульсного генератора при работе на индуктивную нагрузку. — Электротехника, 1979, № 5.
7. А. С. 663033 (СССР). Электромашинный импульсный генератор/ А. В. Лоос, А. И. Чучалин, Ю. А. Орлов, А. В. Лукутин. Оpubл. в Б. И. 1979, № 18.
8. Чучалин А. И. К выбору системы относительных единиц при исследованиях ударных генераторов. — В кн.: Конструирование и надежность электрических машин. — Томск, 1978.

[23.12.80]

УДК 621.313.126:621.314.632.621.316.91

Восстанавливающееся напряжение на тиристорах преобразователей с проволочными резисторами защитных цепей

КОСТЕЛЯНЕЦ В. С., КОСТИН В. Н., кандидаты техн. наук

Одним из основных вопросов при создании тиристорных преобразователей (ТП), в частности для возбудителей генераторов, является выбор параметров резисторно-емкостных цепей для защиты от перенапряжений на вентильях при их выключении после завершения коммутации тока. Выключение тиристора сопровождается протеканием по нему обратного тока, обусловленного восстановлением заряда Q_v неосновных носителей [Л. 1, 2]. При восстановлении запирающей способности тиристо-

ра его обратный ток резко спадает от амплитудного до статического значения.

В [Л. 1, 2] анализ перенапряжений на тиристорах выполнен применительно к расчетной схеме, приведенной на рис. 1, а. Протекающий по индуктивности L контура коммутации и тиристор T обратный ток с амплитудным значением I в процессе выключения тиристора переходит в защитную RC-цепь, обуславливая на нем начальный скачок восстанавливающегося напряжения U_0 . В дальней-

шем процесс характеризуется, как правило, затухающими колебаниями (кривая 1, рис. 1,б) относительно значения линейной э. д. с. E источника питания ТП, принимаемой неизменной на интервале времени восстановления напряжения на тиристоре.

Для эффективного уменьшения амплитуды U_{tm1} этих колебаний активное сопротивление защитной цепи целесообразно выбирать максимально возможным [Л. 1], т. е. таким, при котором произведение значений этого сопротивления и амплитуды обратного тока, т. е. значение U_0 , равнялось бы значению E . При таком выборе сопротивления допустимый уровень перенапряжений обеспечивается наименьшим значением емкости, определяющей потери мощности в защитной цепи [Л. 1].

В защитных цепях ТП возбудителей генераторов используются, как правило, проволочные резисторы с заметным значением собственной индуктивности. Наличие этой индуктивности, препятствующей переходу обратных токов в защитные цепи, может привести к увеличению начальных скачков U_0 напряжения и совместно с собственными емкостями элементов ТП к возникновению в кривой восстанавливающегося напряжения, кроме основной, дополнительной периодической составляющей (кривая 2, рис. 1,б). Как начальный скачок, так и амплитуда U_{tm} этой дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения могут превысить значение U_{tm1} .

Изложенное указывает на необходимость исследования влияния индуктивностей резисторов на процесс восстановления напряжения при выборе параметров защитных цепей, особенно при максимально возможных значениях их активных сопротивлений.

Расчетная схема. Схема возбудителя для расчета восстанавливающегося напряжения на плече T трехфазного мостового ТП приведена на рис. 2. Плечо состояло из m параллельно соединенных тиристоров, каждый из которых шунтировался защитной RC -цепью с собственной индуктивностью резистора L_R . В каждой параллельной ветви плеча включен делитель тока с индуктивностью L_d . Защитные RC -цепи и индуктивные делители плеч ТП, вентили которых находились в непроводящем состоянии, представлены эквивалентной ветвью с элементами R', C', L'_R и L'_d , значения которых определялись выражениями:

$$R' = \frac{3}{2} \frac{R}{m}; C' = \frac{2}{3} Cm; L'_R = \frac{3}{2} \frac{L_R}{m}; L'_d = \frac{3}{2} \frac{L_d}{m} \quad (1)$$

Параметры защитных цепей и делителей тока плеча, на тиристорах которого восстанавливается напряжение, вычислялись по формулам:

$$R'' = R/m; C'' = Cm; L''_R = L_R/m; L''_d = L_d/m. \quad (2)$$

Пунктиром показана ветвь эквивалентных параметров внешних $R_B C_B$ -цепей, которые могут быть включены на стороне переменного тока ТП. Индуктивность токопровода между местом установки $R_B C_B$ -цепей и ТП обозначена L_T . Эквивалентные параметры этих цепей при соединении их по схеме

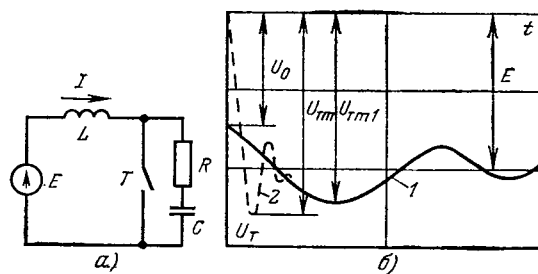


Рис. 1. Упрощенная расчетная схема (а) и зависимости восстанавливающегося напряжения на тиристоре (б).



Рис. 2. Расчетная схема для оценки влияния индуктивностей резисторов и делителей тока на процесс восстановления напряжения на тиристорах.

треугольника определялись следующим образом:

$$R_{B.3} = \frac{2}{3} R_B; C_{B.3} = \frac{3}{2} C_B; L_{B.3} = \frac{2}{3} L_B. \quad (3)$$

Влияние индуктивностей L_R , L_d и L_T на восстанавливающееся напряжение на тиристоре. В соответствии с [Л. 4] представим тиристоры T в расчетной схеме источником тока вида $Ie^{-t/\tau}$, учитывающим экспоненциальный характер спада обратного тока тиристоров с постоянной времени τ . В интервале спада обратного тока выполним анализ влияния индуктивностей L_R , L_d и L_T на начальный скачок напряжения. Длительность этого интервала значительно меньше периода колебаний напряжения, обусловленных индуктивностью L и емкостями защитных цепей. Значение τ для тиристоров, используемых в системах возбуждения, составляет 1—5 мкс, а период колебаний основной составляющей восстанавливающегося напряжения и тока, протекающего по индуктивности L , как правило, больше 100 мкс. Поэтому на рассматриваемом интервале времени можно пренебречь изменением тока в индуктивности L и напряжения на емкостях защитных цепей, и ветвь, включающую эту индуктивность и э. д. с. E , представить источником тока с значением I .

При наличии в ТП только защитных цепей, включенных параллельно тиристорам, переходный процесс описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} i_2 + i_3 &= I; \\ i_3 - i_4 &= Ie^{-t/\tau}; \\ (L'_R + L'_d) \frac{di_2}{dt} + R'i_2 - L''_d \frac{di_3}{dt} &= U_T; \\ L''_R \frac{di_4}{dt} + R''i_4 &= U_T. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решение этих уравнений относительно U_T с учетом (1) и (2) и начального условия $i_3(0) = I$

имеет вид

$$U_T(t) = \frac{3}{5} I \frac{R}{m} \left[1 - \frac{(z-T) \left(z - T - \frac{5}{3} T_d \right)}{\tau (z - T - T_d)} e^{-t/\tau} - \frac{\frac{2}{3} T_d^2}{(z - T - T_d) (l' + T_d)} e^{-\frac{t}{T + l'_d}} \right], \quad (5)$$

$$\text{где } T = \frac{L_R}{R}; \quad T_d = \frac{L_d}{R}.$$

При наличии в ТП только внешних защитных цепей значение напряжения на тиристорах T с учетом (3) определится выражением

$$U_T(t) = \frac{2}{3} I R_B \left\{ 1 - \left[1 - \frac{T_B + \frac{3}{2} \left(\frac{l_{d,B}}{m} + T_T \right)}{\tau} \right] e^{-t/\tau} \right\}, \quad (6)$$

где

$$T_B = \frac{L_B}{R_B}; \quad T_{d,B} = \frac{L_{d,B}}{R_B}; \quad T_T = \frac{L_T}{R_B}.$$

Анализ выражений (5) и (6) показывает, что при выполнении условий

$$T + \frac{5}{3} T_d < \tau; \quad (7)$$

$$T_B + \frac{3}{2} \left(\frac{T_{d,B}}{m} + T_T \right) < \tau \quad (8)$$

значение U_T в интервале спада обратного тока заведомо не превышает начальных скачков напряжения, рассчитанных при мгновенном характере спада обратного тока, т. е. при $\tau=0$ и пренебрежении индуктивностями L_R и L_d в схеме с защитными цепями, включенными параллельно тиристорам, и пренебрежении индуктивностями L_B , L_d и L_T в схеме с защитными цепями на стороне переменного тока ТП. Эти начальные скачки при названных допущениях для рассмотренных случаев равны постоянным составляющим выражений (5) и (6).

Отметим различие начальных скачков восстанавливающегося напряжения при использовании внешних защитных цепей и цепей, включенных параллельно тиристорам. При невыполнении условий (7) и (8) внешние защитные цепи обеспечивают большие значения начальных скачков восстанавливающегося напряжения, чем защитные цепи, включенные параллельно тиристорам. В предельном случае, например, при $\tau \rightarrow 0$ и использовании безындуктивных резисторов, начальный скачок напряжения при применении внешних защитных цепей оказывается бесконечно большим, в то время как этот скачок при использовании защитных цепей, включенных параллельно тиристорам, составляет IR'' . Выполнение условий (7) и (8), как было доказано выше, указывает на то, что в обоих вариантах включения защитных цепей максимальные значения скачков не превышают постоянных составляющих выражений (5) и (6). В этом случае место расположения защитных цепей можно выбирать, руководствуясь соображениями только конструктивного характера.

Анализ влияния индуктивностей L_R , L_d и L_T на начальный скачок напряжения выполнен при равенстве зарядов тиристорov в плече. Оценим влияние этих индуктивностей с учетом разброса зарядов Q_B при допущении, что заряд одного из параллельно включенных тиристорov плеча значительно больше, чем у других. Тиристор с максимальным зарядом представим источником тока с значением $Ie^{-t/\tau}$. К моменту восстановления запирающей способности этого тиристора по его индуктивному делителю протекает ток I , обуславливая при $L_d \gg L_R$ возможность появления на тиристоре начального скачка, большего, чем при равных зарядах всех тиристорov.

В рассматриваемом случае для схемы рис. 2 справедливы равенства $R''=R$, $L''_R=L_R$, $L''_d=L_d$, а параметры защитных цепей и делителей тока ($m-1$) уже восстановивших запирающую способность тиристорov плеча и плеч ТП, тиристоры которых находятся в непроводящем состоянии, определяются по выражениям:

$$R' = \frac{3R}{5m-3}; \quad L'_R = \frac{L_R}{5m-3}; \quad L'_d = \frac{3L_d}{5m-3}. \quad (9)$$

Анализ, аналогичный выполненному выше для случая равных зарядов тиристорov Q_B , показал, что начальный скачок напряжения на тиристоре с максимальным зарядом не превышает рассчитанного при пренебрежении индуктивностями L_R , L_d , L_T $\tau=0$ и равных зарядах Q_B при выполнении условий:

для защитных цепей, подключенных параллельно каждому тиристору,

$$T + \frac{5}{3} m T_d < \tau; \quad (10)$$

для защитных цепей на стороне переменного тока

$$T_B + \frac{3}{2} (T_{d,B} + T_T) < \tau. \quad (11)$$

Таким образом, выполнение этих условий и при учете разброса зарядов Q_B обеспечивает равенство начальных скачков напряжения на параллельно включенных тиристорам.

При невыполнении условий (10) и (11), в частности при относительно малых значениях τ или больших значениях L_R , L_d и L_T , можно ожидать на тиристорах с наибольшим зарядом Q_B начальные скачки напряжения, существенно большие рассчитанных при $\tau=0$ и пренебрежении этими индуктивностями.

Оценка перенапряжений на тиристоре, обусловленных дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения. Выполненный выше анализ влияния индуктивностей на восстанавливающееся напряжение на тиристоре проводился при его представлении источником тока, учитывающим экспоненциальный характер спада обратного тока. Анализ осциллограмм обратного тока тиристорov, в частности, приведенных в [Л. 2, 3] и на рис. 3,а, показал, что спадающая ветвь кривой этого тока представляет собой нало-

жение аperiodической, близкой к экспоненциальной, и затухающей периодической составляющих. В [Л. 3] указывается на возможность представления тиристора динамической емкостью C_d . На основе этого в расчетной схеме тиристоры можно представить как параллельное включение источника тока с значением $Ie^{-t/\tau}$ и емкости $C_{д.э} = mC_d$, создающей совместно с индуктивностями резисторов защитных цепей условия для возникновения периодической составляющей обратного тока и соответствующей ей дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения (кривая 2, рис. 1,б).

Для получения предельных соотношений при оценке амплитуды U_{tm} этой составляющей примем $\tau=0$. Переходный процесс в расчетной схеме, например, при наличии внешних защитных цепей описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_3 &= I; \\ R_{в.э} i_1 + L_{в.э} \frac{di_1}{dt} - (L_T + L''_д) \frac{di_3}{dt} &= U_T; \\ \frac{1}{C_{д.э}} \int_0^t i_3 dt &= U_T. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Решение их относительно U_T с учетом начального условия $i_3(0)=I$ для периодического процесса имеет вид:

$$U_T(t) = IR_{в.э} + \frac{I}{C_{д.э}} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_э C_{д.э}} - \frac{R_{в.э}^2}{4L_э^2}}; \quad \alpha = \frac{R_{в.э}}{2L_э};$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega}{\alpha} - \arctg \frac{\omega}{-\alpha}; \quad L_э = L''_д + L_{в.э} + L_T.$$

Время достижения величиной U_T амплитудного значения U_{tm} вычисляется по формуле

$$t_{tm} = \frac{1}{\omega} \left(\pi - \arctg \frac{\omega}{\alpha} \right). \quad (14)$$

Подставляя t_m в выражение (13) и принимая за единицу напряжения величину $IR_{в.э}$, получим амплитуду периодической составляющей (отн. ед.):

$$U_m = 1 + 0,5 \sqrt{a} \exp \left[-\frac{\pi - \arctg \sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1}} \right], \quad (15)$$

$$\text{где } a = \frac{4L_э}{C_{д.э} R_{в.э}^2}.$$

Наличие дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения определяется условием $a > 1$. Ее частота и декремент затухания определяются элементами $L_э$, $C_{д.э}$, $R_{в.э}$.

Перенапряжения от дополнительной периодической составляющей можно уменьшить, подключая параллельно каждому тиристоры некоторую дополнительную относительно малую емкость C_1 . В этом случае при вычислении параметра a вместо $C_{д.э}$ следует подставлять сумму $C_{д.э} + \frac{5}{3} mC_1$. Значе-

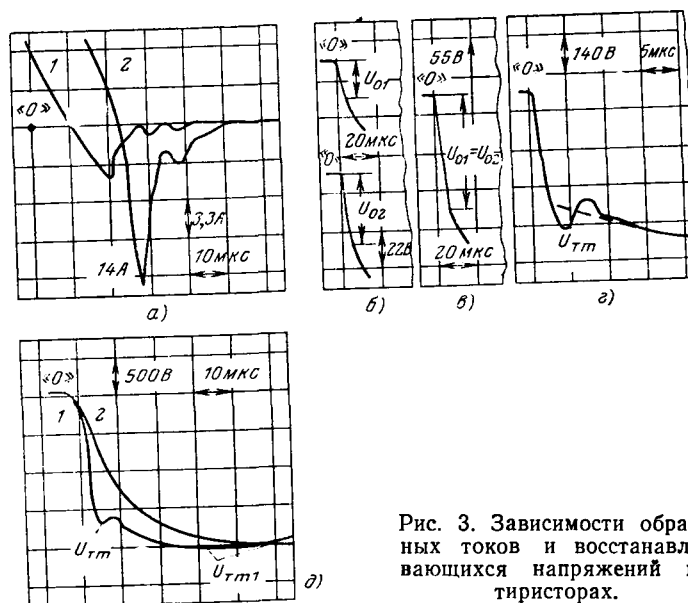


Рис. 3. Зависимости обратных токов и восстанавливающихся напряжений на тиристорах.

ние емкости C_1 , обеспечивающее изменение характера процесса до аperiodического, определяется из условия $a=1$:

$$C_1 = \frac{3}{5} \frac{1}{m} \left(\frac{4L_э}{R_{в.э}^2} - C_{д.э} \right). \quad (16)$$

При использовании таких емкостей следует последовательно с ними включать безындуктивные резисторы, сопротивление которых определяется из условия допустимого тока разряда емкости C_1 при включении тиристора.

Для оценки дополнительной составляющей напряжения и выбора емкости C_1 в ТП с защитными цепями, включенными параллельно тиристорам, в выражения (14), (15) и (16) вместо $L_э$ и $R_{в.э}$ подставляются значения $L_{Rэ} = \frac{3}{5} \frac{1}{m} L_R$ и $R_{э} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{m} R$.

Дополнительные $R_1 C_1$ -цепи¹, практически не влияющие на амплитуду основной составляющей напряжения вследствие значительно меньших постоянных времени, чем у основных защитных цепей, уменьшают амплитуду дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения и скорость его нарастания. Эта скорость определится постоянной времени заряда емкостей C_1 и C_d , равной, например, в случае применения RC-цепей $R(C_1 + C_d)$. Использование дополнительных цепей может оказаться особенно эффективным при выборе активного сопротивления защитных цепей максимально возможным.

Результаты экспериментов. Для проверки полученных выше результатов были проведены экспериментальные исследования обратных токов и восстанавливающихся напряжений на тиристорах. Эксперименты проводились при заводских испытаниях в ЛПЭО «Электросила» преобразователя типа ТВ8-2500/1650, созданного для возбудителей гидрогенераторов Саяно-Шушенской и других ГЭС и мощных турбогенераторов, и при промышленных испытаниях системы само-

¹ Предложены канд. техн. наук Г. Б. Элиасбергом (ЛПЭО «Электросила»).

Тип ТП и тиристоров	Значение параметра											
	$E, \text{ в}$	$L, \text{ мГ}$	m	n^*	$L_d, \text{ мкГ}$	$L_T, \text{ мкГ}$	$R_1, \text{ Ом}$	$C_1, \text{ мкФ}$	$R, \text{ Ом}$	$C, \text{ мкФ}$	$R, \text{ Ом}$	$C_B, \text{ мкФ}$
ГВ8—2500/1650 ТЗ—320—24—412 Тс8—1000/460 Т—320—14—312	1950	0,2	6	2	12	—	10	0,05	100	0,25	—	—
	560	0,12	6	1	10	5	—	—	13; 52	0,15	17	1

возбуждения ТВГ-1000 с преобразователем типа ТЕ8-1000/460 изготовления ПО «Уралэлектротяжмаш» на гидрогенераторе Маткоженской ГЭС Карелэнерго². Параметры ТП и их источников питания приведены в таблице.

На рис. 3,а приведены снятые на ТЕ8-1000/460 осциллограммы обратных токов двух тиристоров T_1 и T_2 одного плеча³, один из которых восстанавливает запирающую способность первым (кривая 1), а второй — последним (кривая 2). В момент восстановления запирающей способности тиристора T_2 , его обратный ток достигает 14 А, а обратный ток тиристора T_1 составляет около 0,5 А. Спад обратного тока вентиля T_2 происходит с постоянной времени $\tau \approx 5$ мкс.

При использовании в защитных RC-цепях безындуктивных резисторов типа ТВО влияние делителей тока на начальные скачки напряжения этих тиристорov иллюстрируется осциллограммами рис. 3,б и в, на которых для преобразователя типа ТЕ8 с числом параллельных тиристорov в плече $m=6$ приведены зависимости начальных скачков напряжения U_{01} и U_{02} на тиристорах T_1 и T_2 для значений R , равных 13 и 52 Ом соответственно. Значение активного сопротивления RC-цепей, для которого условие (10) обращается в равенство, составляет 20 Ом. Влияние делителей в первом случае проявляется в двукратном отличии начальных скачков. Во втором случае вследствие выполнения условия (10) обратный ток тиристора T_2 в интервале своего спада распределился по всем параллельным ветвям, в результате чего значения начальных скачков напряжения на тиристорах T_1 и T_2 оказались равными. Это подтверждает отсутствие влияния делителей тока на восстанавливающееся напряжение при выполнении условия (10).

Влияние индуктивностей активных сопротивлений и делителей тока на процесс восстановления напряжения иллюстрируется кривой рис. 3,г напряжения на тиристоре T_2 преобразователя ТЕ8-1000/460 при использовании проволочных резисторов типа ПЭВ во внешних $R_B C_B$ -цепях и зависимостью 1 рис. 3,д напряжения на одной параллельной ветви преобразователя ТВ8-2500/1650 при использовании таких резисторов в защитных цепях, включенных параллельно тиристорам. Приведенные зависимости сняты на тиристорах в ветвях с максимальной амплитудой обратного тока при значениях активных сопротивлений защитных цепей, удовлетворяющих условиям (10) и (11). В обоих случаях в кривых напряжений присутствует дополнительная периодическая составляющая с частотой и декрементом затухания на порядок большими, чем у основной составляющей. Восстанавливающиеся напряжения на всех параллельных ветвях к моменту времени 4 мкс от начального момента появления напряжения на тиристорах практически совпадали.

Таким образом, при выполнении условий (10) и (11) расчет параметров защитных цепей можно выполнять, пренебрегая разбросом зарядов Q_B тиристорov различных параллельных ветвей, влиянием индуктивностей резисторов, делителей тока и токопровода. При пренебрежении этими индуктивностями, как видно из рис. 2, местоположение защитных цепей не влияет на процесс восстановления напряжения на тиристорах. Это позволяет в преобразователях с $n=1$, в которых не требуется деления напряжения на последовательно соединенных тиристорах, использовать защитные цепи только на стороне переменного тока, что, как правило, приводит

к упрощению конструкции и улучшению теплового режима преобразователей. Такое решение было принято после испытаний для преобразователя ТЕ8-1000/460.

Относительное значение перенапряжения U_m от дополнительной периодической составляющей определялось как отношение ее амплитуды U_{tm} к экстраполированному (пунктир, рис. 3,г) значению основной составляющей напряжения в момент времени t_m (рис. 3,г). Экспериментальные значения U_m и t_m составляют 1,1 и 5 мкс для преобразователя ТВ8-2500/1650 и 1,2 и 4 мкс для преобразователя ТЕ8-1000/460. Расчеты этих значений по (15) и (14) при $C_d=0,02$ мкФ [Л. 3] и измеренных постоянных времени проволочных резисторов $T=T_B=1$ мкс дали результаты, близкие к опытным.

При относительно малых амплитудах дополнительной периодической составляющей напряжения и выполнении условий (10) и (11) допустимо значение активного сопротивления защитных цепей выбирать максимально возможным, отбечающим равенству постоянной составляющей выражений (5) и (6) значению E .

Влияние дополнительных $R_1 C_1$ -цепей на форму восстанавливающегося напряжения иллюстрируется рис. 3,д. При подключении этих цепей с параметрами $C_1=0,05$ мкФ и $R_1=10$ Ом (кривая 2) значение основного максимума U_{tm1} практически не изменилось, а скорость нарастания напряжения существенно уменьшилась. Поскольку значение емкости превышает ее минимальное значение 0,02 мкФ, вычисленное по (16), дополнительная составляющая напряжения имеет аperiodический характер. Это подтверждает целесообразность использования в ряде случаев дополнительных цепей при выборе значений активных сопротивлений защитных цепей максимально возможными.

Для преобразователя типа ТВ8-2500/1650, спроектированного без учета результатов этих исследований, удалось увеличить значение активного сопротивления с 50 до 100 Ом и уменьшить емкость защитных цепей с 0,75 до 0,25 мкФ при практически неизменном уровне перенапряжений на тиристорах. Потери мощности в защитных RC-цепях были уменьшены в 3 раза по сравнению с потерями в опытно-промышленном образце первоначального исполнения.

Выводы. 1. Использование в защитных цепях проволочных резисторов может привести к появлению в кривой восстанавливающегося напряжения, кроме основной, дополнительной периодической составляющей, обусловленной индуктивностями резисторов и динамическими емкостями тиристорov. Получены аналитические выражения для расчета параметров этой составляющей.

2. При выборе активных сопротивлений защитных цепей можно пренебречь влиянием их индуктивностей и индуктивностей делителей тока и токопровода, если выполняются полученные с учетом разброса зарядов восстановления тиристорov соотношения этих индуктивностей и постоянной времени спада обратного тока.

3. При выполнении этих соотношений и при относительно малой амплитуде дополнительной периодической составляющей восстанавливающегося напряжения активное сопротивление защитных цепей допустимо выбирать максимально возможным, т. е. таким, при котором произведение значения эк-

² При организации и обсуждении результатов испытаний принимали участие Г. Б. Элиасберг (ЛПЭО «Электросила») и Р. Г. Гольдин (ПО «Уралэлектротяжмаш»).

³ Обратные токи тиристорov измерялись безындуктивными шунтами, разработанными НИИЭП.

вивалентного сопротивления и амплитуды обратного тока равнялось амплитудному значению э. д. с. источника питания. Тогда допустимый уровень перенапряжений обеспечивается наименьшим значением емкости, определяющей потери в защитной цепи.

4. Для преобразователей с одним тиристором или параллельным включением тиристорov в плече при выполнении полученных соотношений допустимо использовать защитные цепи только на стороне переменного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Thiele G. Richtlinien für die Bemessung der Trägerspeichereffekt — Beschaltung von Thyristoren. — ETZ-A, 1969, Bd 90, № 14.
2. Барский В. А. Раздельное управление реверсивными тиристорными преобразователями. — М.: Энергия, 1973.
3. Расчет послекоммутационного периода в трехфазном мостовом полупроводниковом преобразователе при применении вентилей с лавинными характеристиками/ Б. И. Гринштейн, В. П. Жмуров, В. Е. Скороваров и др. — Электричество, 1970, № 2.
4. Болдырев Е. А., Воротникова А. И., Епифанов Г. С. Физическое и математическое моделирование процесса восстановления обратного напряжения на последовательно соединенных вентилях. — Электричество, 1970, № 9.

[19.03.80]

УДК 621.315.213.017.001.24

Определение электрических потерь в экране симметричных кабелей с многократно скрученными жилами

МИРЗАБЕКЯН Ж. М., канд. техн. наук, РУБАНОВИЧ С. Г., канд. физ.-мат. наук

Ереванский политехнический институт

Одной из сложнейших задач в электродинамике, не нашедших своего точного решения для настоящего времени, является определение параметров электромагнитного поля многоцилиндрических спиральных (многократно скрученных) изолированных и экранированных проводников с током, часто встречающихся в симметричных кабелях связи. В немногочисленных публикациях рассмотрены частные случаи этой задачи [Л. 1—3].

В настоящей статье изложена теория определения параметров электромагнитного поля в пространстве между токопроводами и экраном и приводятся выражения для определения потерь энергии в экране.

Изолированные жилы кабельной цепи обычно сначала скручивают в группы, называемые элементами симметричного кабеля, а затем эти элементы скручивают в повив. При этом каждая изолированная жила подвергается двойной скрутке с шагами скрутки h_1 и h_2 . В некоторых конструкциях кабелей, скрученных по системе пучковой скрутки, жилы иногда подвергаются трехкратному скручиванию вокруг цилиндров различных диаметров. Пусть длина последнего периода (шага скрутки) кабеля по оси z (рис. 1) равна h_2 .

Итак, имеется кабель бесконечной длины с n парами скрученных проводов $(V_1, V_2), (V_3, V_4), \dots, (V_{2n-1}, V_{2n})$. Пара состоит из прямого и обратного проводов. Все провода немагнитны. Кабель заключен в цилиндрический экран с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 . Требуется определить потери в экране, приходящиеся на единицу длины кабеля. Будем считать электромагнитное поле квазистационарным, а структуру кабеля периодической по направлению его оси (совпадающей с осью z) с периодом h_2 . В квазистационарном случае значение тока постоянно по длине кабеля, поэтому напряженность поля H будет периодична по оси z (периодом h_2). Ниже будем пользоваться двумя системами координат — декартовой (x, y, z) и цилиндрической (r, φ, z) с обычным расположением осей. Точки M и Q будут отождествляться с их радиус-векторами, с которыми будут производиться обычные операции векторной алгебры.

Следуя положениям [Л. 4], будем искать напряженности магнитного поля H_1 — внутри кабеля, H_2 — в экране и H_3 — вне кабеля.

Должны быть выполнены следующие условия:

$$\Delta H_2 + k^2 H_2 = 0 \quad (k^2 = i\omega\mu\gamma); \quad (1)$$

$$\operatorname{div} H_2 = 0; \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} H_3 = 0; \quad \operatorname{div} H_3 = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} H_1 = \begin{cases} \delta \text{ в } V_k \quad (k=1, 2, \dots, 2n) \\ 0 \text{ вне } \Sigma V_k; \end{cases} \quad (4)$$

$$\operatorname{div} H_1 = 0, \quad (5)$$

где μ — магнитная проницаемость экрана; γ — проводимость; δ — плотность тока в проводе V_k .

Провода — немагнитные (магнитная проницаемость μ_0). Поэтому напряженность поля H_1 непрерывна внутри кабеля и при $r=R_1$:

$$[\bar{n}, H_1 - H_2] = 0 \quad (n, \mu_0 H_1 - \mu H_2) = 0. \quad (6)$$

При $r=R_2$

$$[\bar{n}, H_3 - H_2] = 0. \quad (7)$$

Так как полный ток в кабеле равен нулю, то

$$H_3(r, \varphi, z) \sim \frac{1}{r^2} \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Напряженность поля H_1 будем искать в виде

$$H_1(Q) = H_0(Q) - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{2n} \int_{V_k} \frac{[\delta(M), M-Q]}{|M-Q|^3} dV_M, \quad (9)$$

где

$$\operatorname{rot} H_0 = 0; \quad \operatorname{div} H_0 = 0. \quad (10)$$

Очевидно, интегралы в (9) сходятся несмотря на бесконечную протяженность проводов. Исследуем

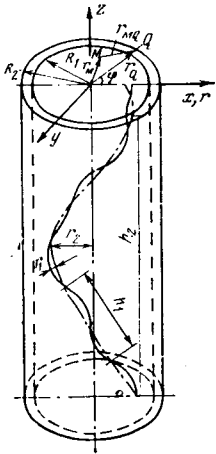


Рис. 1. К расчету электрических потерь в экране симметричных кабелей с многократно скрученными жилами.

их с целью разложения в ряд Фурье по z_Q :

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{V_k} \frac{\delta(M), M-Q}{|M-Q|^3} dV_M = \text{rot}_a \int_{[V_k]} \delta(M), K(Q-M) dV_M, \quad (9a)$$

где $[V_k]$ — провод V_k , заключенный в одном периоде, а

$$K(Q) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{r^2 + (z - mh_2)^2} - \frac{1}{(|m|h_2)^2} \right). \quad (11)$$

Разложим функцию $K(Q)$ (которая периодична по z) в ряд Фурье по z :

$$\left. \begin{aligned} K(Q) &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} L_p(r) e^{\frac{2\pi i}{h_2} pz}; \\ L_p(r) &= \frac{1}{h_2} \int_{-h_2/2}^{h_2/2} K(r, z) e^{-\frac{2\pi i}{h_2} pz} dz. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Отметим, что при $r=0$ интегралы (12) расходятся. Найдем порядок бесконечности $L_p(r)$ при $r \rightarrow 0$. Интегрируя в (12) по частям и учитывая (11), находим

$$L_p(r) = \frac{1}{4\pi h_2} \int_{-h_2/2}^{h_2/2} \frac{dz}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \alpha_p(r), \quad (13)$$

где функция $\alpha_p(r)$ ограничена при $r \rightarrow 0$.

Вычисляя интеграл в (13), находим, что функция

$$L_p(r) + \frac{1}{2\pi h_2} \ln r \quad (14)$$

ограничена при $r \rightarrow 0$.

Кроме того, из (11) и (12) видно, что

$$\frac{d}{dr} L_p(r) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Отметим, что $\Delta K(Q) = 0$ при $r \neq 0$, значит, при $r \neq 0$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} L_p(r) - \left(\frac{2\pi}{h_2} p \right)^2 L_p(r) = 0.$$

Таким образом, при $p \neq 0$

$$L_p(r) = \alpha_p K_0 \left(\frac{2\pi}{h_2} |p| r \right) + b_p I_0 \left(\frac{2\pi}{h_2} |p| r \right),$$

где K_0 и I_0 — модифицированные функции Бесселя.

При $p=0$

$$L_0(r) = -a_0 \ln r + b_0.$$

Используя асимптотические свойства функций Бесселя вблизи нуля и бесконечности, из (14) и (15) получаем $\alpha_p = \frac{1}{2\pi h_2}$, $b_p = 0$ при $p \neq 0$. Итак,

$$K(Q) = \frac{1}{2\pi h_2} \sum_p K_0 \left(\frac{2\pi}{h_2} |p| r \right) e^{i \frac{2\pi}{h_2} pz} + b_0, \quad (16)$$

где при $p=0$ функция $K_0 \left(\frac{2\pi}{h_2} |p| r \right)$ заменяется на $-\ln r$.

Это периодическое фундаментальное решение оператора Лапласа. Поскольку используем только $\text{grad } K(Q)$, то в определении константы b_0 нет необходимости.

Пусть заданы точки Q и M с координатами (r, φ, z) и (r_M, φ_M, z_M) соответственно (рис. 1). Согласно теореме сложения для бесселевых функций [Л. 5] при $r > r_M$ имеем

$$\begin{aligned} K(Q-M) &= \frac{1}{2\pi h_2} \sum_{p,m} K_m(\delta_p r) I_m(\delta_p r_M) \times \\ &\times \exp \left[im(\varphi - \varphi_M) + \frac{2\pi}{h_2} p(z - z_M) \right] + \\ &+ \frac{1}{2\pi h_2} \ln r + b_0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\delta_p = \frac{2\pi}{h_2} |p|$.

Суммирование по m, p ведется от $-\infty$ до ∞ , а при $p=0$ функция $K_m(\delta_p r)$ заменяется на $r^{-|m|}$, а $I_m(\delta_p r_M)$ — на $r_M^{|m|}$. Теперь можно найти разложение в ряд Фурье по z и φ свободного члена в выражении (9). Согласно (9a) он имеет вид $\text{rot } H^{(0)}$, где компоненты $H^{(0)}$ вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} H_x^{(0)}(Q) &= \sum_{k=1}^{2n} \int_{[V_k]} \delta_x(M) K(Q-M) dV_M; \\ H_y^{(0)}(Q) &= \sum_{k=1}^{2n} \int_{[V_k]} \delta_y(M) K(Q-M) dV_M; \\ H_z^{(0)}(Q) &= \sum_{k=1}^{2n} \int_{[V_k]} \delta_z(M) K(Q-M) dV_M. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Найдем компоненты $H^{(0)}_r, H^{(0)}_\varphi$:

$$H^{(0)}_r = H^{(0)}_x \cos \varphi + H^{(0)}_y \sin \varphi;$$

$$H^{(0)}_\varphi = -H^{(0)}_x \sin \varphi + H^{(0)}_y \cos \varphi,$$

или подставляя

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \text{ и } \sin \varphi = \frac{1}{2i} (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}),$$

получаем

$$\left. \begin{aligned} H_z^{(0)} &= \frac{1}{2i} e^{i\varphi} (iH_x^{(0)} + H_y^{(0)}) + \\ &+ \frac{1}{2i} e^{-i\varphi} (iH_x^{(0)} - H_y^{(0)}); \\ H_\varphi^{(0)} &= \frac{1}{2} e^{i\varphi} (iH_x^{(0)} + H_y^{(0)}) - \\ &- \frac{1}{2} e^{-i\varphi} (iH_x^{(0)} - H_y^{(0)}). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Подставляя в (18) выражение (17), а полученный результат подставляя в (18), имеем:

$$\begin{aligned} H_r^{(0)}(Q) &= \frac{1}{2\pi h_2} \sum_{p,m} \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2i} (i\delta_x + \delta_y) K_m(\delta_p r) \times \\ &\times I_m(\delta_p r_M) \exp \left\{ i \left[m(\varphi - \varphi_M) + \frac{2\pi}{h_2} p(z - z_M) \right] \right\} e^{i\varphi} + \\ &+ \frac{1}{2\pi h_2} \sum_{p,m} \sum_{k=1}^{2n} \int_{[V_k]} \frac{1}{2} (i\delta_x - \delta_y) K_m(\delta_p r) I_m(\delta_p r_M) \times \\ &\times \exp \left\{ i \left[m(\varphi - \varphi_M) + \frac{2\pi}{h_2} p(z - z_M) \right] \right\} e^{-i\varphi}. \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что в этой формуле коэффициентом при $\exp \left\{ i \left[m\varphi + \frac{2\pi}{h_2} pz \right] \right\}$ является

$$\begin{aligned} b_r^{p,m}(r) &= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2\pi h_2} \left(\int_{[V_k]} \frac{1}{2i} (i\delta_x + \delta_y) K_{m-1}(\delta_p r) \times \right. \\ &\times I_{m-1}(\delta_p r_M) e^{-i \left[(m-1)\varphi_M + \frac{2\pi}{h_2} pz_M \right]} dV_M + \\ &+ \int_{[V_k]} \frac{1}{2i} (i\delta_x + \delta_y) K_{m+1}(\delta_p r) I_{m+1}(\delta_p r_M) \times \\ &\times e^{-i \left[(m+1)\varphi_M + \frac{2\pi}{h_2} pz_M \right]} dV_M \Big). \end{aligned}$$

Аналогично, коэффициентом при $\exp \left\{ i \left[m\varphi + \frac{2\pi}{h_2} pz \right] \right\}$ в разложении $H_\varphi^{(0)}$ будет

$$\begin{aligned} b_\alpha^{p,m}(r) &= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2\pi h_2} \left(\int_{[V_k]} \frac{1}{2} (i\delta_x + \delta_y) K_{m-1}(\delta_p r) \times \right. \\ &\times I_{m-1}(\delta_p r_M) e^{-i \left[(m-1)\varphi_M + \frac{2\pi}{h_2} pz_M \right]} dV_M - \\ &- \int_{[V_k]} \frac{1}{2} (i\delta_x + \delta_y) K_{m+1}(\delta_p r) I_{m+1}(\delta_p r_M) \times \\ &\times e^{-i \left[(m+1)\varphi_M + \frac{2\pi}{h_2} pz_M \right]} dV_M \Big). \end{aligned}$$

Соответствующим коэффициентом в разложении $H_z^{(0)}(Q)$ будет

$$b_z^{p,m}(r) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2\pi h_2} \int_{[V_k]} \delta_z K_m(\delta_p r) I_m(\delta_p r_M) \times$$

$$\times e^{-i \left(m\varphi_M + \frac{2\pi}{h_2} pz_M \right)} dV_M.$$

При $p=0$ в этих формулах $K_m(\delta_p r_M)$ заменяется на $r_M^{-|m|}$, а $I_m(\delta_p r_M)$ — на $r_M^{|m|}$.

Вычисляя $\operatorname{rot} H^{(0)}$, находим, что свободный член в (9) имеет вид:

$$\sum_{p,m} a^{p,m}(r) \exp \left[i \left(m\varphi + \frac{2\pi}{h_2} pz \right) \right], \quad (20)$$

где компоненты вектора $a^{p,m}$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} a_z^{p,m} &= -\frac{i}{r} m b_r^{p,m} - \frac{d}{dr} b_\varphi^{p,m}; \quad a_\varphi^{p,m} = -\frac{d}{dr} b_z^{p,m} + \frac{2\pi}{h_2} p i b_r^{p,m}; \\ a_r^{p,m} &= i \frac{2\pi}{h_2} p b_\varphi^{p,m} + \frac{i}{r} m b_z^{p,m}. \end{aligned}$$

Приступим к решению задачи (1)–(7). Из (10) следует, что

$$H_0 = \operatorname{grad} u; \quad \Delta u = 0.$$

Нет уверенности, что u периодична по z , однако из периодичности du/dx и du/dy следует, что

$$u(x, \varphi, z) - u(x, y, z + h_2) = \text{const}. \quad (21)$$

Поэтому

$$H_0 = \operatorname{grad} u_0 + C; \quad \Delta u_0 = 0, \quad (22)$$

где u_0 — уже периодична, а C — постоянный вектор, параллельный оси z .

Аналогично из (3) и (8) имеем

$$H_3 = \operatorname{grad} v; \quad \Delta v = 0; \quad v \sim \frac{1}{r} \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (23)$$

Здесь константа, аналогичная (21), обращается в нуль ввиду условия (8). Разложим u_0 и v в ряд

Фурье по z и φ . Коэффициентами при $\exp \left\{ i \left[m\varphi + p \frac{2\pi}{h_2} z \right] \right\}$ в этих разложениях будут: при $p \neq 0$

$$T_{p,m}(r) = \alpha_{p,m} I_m(\delta_{p,m} r) \text{ и } L_{p,m}(r) = \beta_{p,m} K_m(\delta_{p,m} r); \quad (24)$$

при $p=0$

$$T_{0,m}(r) = \alpha_{0,m} r^{|m|} \text{ и } L_{0,m}(r) = \beta_{0,m} r^{-|m|}, \quad (25)$$

где $\alpha_{p,m}$ и $\beta_{p,m}$ — некоторые числа, которые следует определить. Напряженность поля H_2 будем искать в виде

$$H_2 = \sum_{p,m} A^{p,m}(r) \exp \left[i \left(m\varphi + \frac{2\pi}{h_2} pz \right) \right], \quad (26)$$

где вектор-функция $A^{p,m}(r)$ имеет вид

$$\begin{aligned} A_r^{p,m}(r) &= x_{p,m}^- I_{m-1}(\lambda_p r) + x_{p,m}^+ I_{m+1}(\lambda_p r) + \\ &+ y_{p,m}^- K_{m-1}(\lambda_p r) + y_{p,m}^+ K_{m+1}(\lambda_p r), \\ \lambda_p &= \sqrt{\delta_p^2 - k^2}; \end{aligned} \quad (27)$$

$$A_\varphi^{p,m}(r) = i x_{p,m}^- I_{m-1}(\lambda_p r) - i x_{p,m}^+ I_{m+1}(\lambda_p r) \times \quad (28)$$

$$\times i y_{p,m}^- K_{m-1}(\lambda_p r) - i y_{p,m}^+ K_{m+1}(\lambda_p r);$$

$$A_z^{p,m}(r) = z_{p,m}^+ I_m(\lambda_p r) + z_{p,m}^- K_m(\lambda_p r). \quad (29)$$

Используя равенства

$$\begin{aligned} A_x^{p,m} &= \frac{e^{i\varphi}}{2} (A_r - iA_\varphi) + \frac{e^{-i\varphi}}{2} (A_r + iA_\varphi); \\ A_y^{p,m} &= \frac{e^{i\varphi}}{2} (A_r + iA_\varphi) + \frac{e^{-i\varphi}}{2} (A_r - iA_\varphi), \end{aligned}$$

нетрудно убедиться, что H_2 удовлетворяет (1) при любых коэффициентах $x_{p,m}^\pm, y_{p,m}^\pm, z_{p,m}^\pm$.

Используя известные формулы [Л. 5]

$$\begin{aligned} zI'_m(z) \pm mI_m(z) &= zI_{m\pm 1}(z); \\ zK'_m(z) \pm mK_m(z) &= -zK_{m\pm 1}(z), \end{aligned}$$

нетрудно убедиться, что

$$\begin{aligned} \operatorname{div} H_2 &= \frac{1}{r} \frac{\partial r H_{2,r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_{2,\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_{2,z}}{\partial z} = \\ &= \sum_{p,m} \left\{ \left[\lambda_p (x_{p,m}^- + x_{p,m}^+) + \frac{2\pi i}{h_2} p z_{p,m}^+ \right] I_m(\lambda_p r) + \right. \\ &\quad \left. + \left[-\lambda_p (y_{p,m}^- + y_{p,m}^+) + \frac{2\pi i}{h_2} p z_{p,m}^- \right] K_m(\lambda_p r) \right\} \times \\ &\quad \times e^{i \left(m\varphi + \frac{2\pi i}{h_2} p z \right)} \end{aligned}$$

В силу линейной независимости I_m и K_m условие (2) эквивалентно равенствам

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p (x_{p,m}^+ + x_{p,m}^-) + i \frac{2\pi}{h_2} p z_{p,m}^+ &= 0; \\ \lambda_p (y_{p,m}^+ + y_{p,m}^-) - i \frac{2\pi}{h_2} p z_{p,m}^- &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Граничные условия (6) эквивалентны равенствам

$$\left. \begin{aligned} \mu A_r^{p,m}(R_1) &= \mu_0 \left[\frac{d}{dr} T_{p,m}(R_1) + a_r^{p,m} \right]; \\ A_\varphi^{p,m}(R_1) &= im T_{p,m}(R_1) + a_\varphi^{p,m}; \\ A_z^{p,m}(R_1) &= \frac{2\pi i}{h_2} p T_{p,m}(R_1) + a_z^{p,m}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

где коэффициент $T_{p,m}$ определен в (24), (25), а $a_r^{p,m}, a_\varphi^{p,m}, a_z^{p,m}$ — значения в точке $r=R_1$ соответствующих компонент разложения (20).

Условия (7) эквивалентны равенствам:

$$\left. \begin{aligned} \mu A_r^{p,m}(R_2) &= \mu_0 \frac{d}{dr} L_{p,m}(R_2); \\ A_\varphi^{p,m}(R_2) &= im L_{p,m}(R_2); \\ A_z^{p,m}(R_2) &= \frac{2\pi i}{h_2} p L_{p,m}(R_2). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Значит необходимо (и достаточно) найти такие коэффициенты $x_{p,m}^\pm, y_{p,m}^\pm, z_{p,m}^\pm$ в (27)–(29) и $a_{p,m}, \beta_{p,m}$ в (24)–(25), чтобы уравнения (30)–(32) удовлетворялись. Прежде всего умножим (27) на i и прибавим (вычтем) (28). Получим

$$\begin{aligned} x_{p,m}^- I_{m-1}(\lambda_p r) + y_{p,m}^- K_{m-1}(\lambda_p r) &= l^+(r); \\ x_{p,m}^+ I_{m+1}(\lambda_p r) + y_{p,m}^+ K_{m+1}(\lambda_p r) &= l^-(r). \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} l^+(r) &= \frac{1}{2i} [iA_r^{p,m}(r) + A_\varphi^{p,m}(r)]; \\ l^-(r) &= \frac{1}{2i} [iA_r^{p,m}(r) - A_\varphi^{p,m}(r)]. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Полагая в первом уравнении и $r=R_1$, а затем и $r=R_2$ получаем систему относительно $x_{p,m}^-, y_{p,m}^-$, откуда находим

$$x_{p,m}^- = [l^+(R_1) K_{m-1}(\lambda_p R_r) - l^+(R_2) K_{m-1}(\lambda_p R_1)] d_{m-1}^{-1}; \quad (34)$$

$$y_{p,m}^- = [l^+(R_2) I_{m-1}(\lambda_p R_2) - l^+(R_1) I_{m-1}(\lambda_p R_1)] d_{m-1}^{-1}, \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} d_m &= I_m(R_1 \lambda_p) K_m(\varphi_p R_2) - \\ &\quad - I_m(\lambda_p R_r) K_m(\lambda_p R_1). \end{aligned} \quad (36)$$

Аналогично

$$x_{p,m}^+ = d_{m+1}^{-1} [l^-(R_1) K_{m+1}(\lambda_p R_2) - l^-(R_2) K_{m+1}(\lambda_p R_1)]; \quad (37)$$

$$y_{p,m}^+ = d_{m+1}^{-1} [l^-(R_2) I_{m+1}(\lambda_p R_1) - l^-(R_1) I_{m+1}(\lambda_p R_2)]. \quad (38)$$

Оперируя аналогично с (29), получаем

$$z_{p,m}^+ = d_m^{-1} [A_z^{p,m}(R_1) K_m(\lambda_p R_2) - A_z^{p,m}(R_2) K_m(\lambda_p R_1)]; \quad (39)$$

$$z_{p,m}^- = d_m^{-1} [A_z^{p,m}(R_2) I_m(\lambda_p R_1) - A_z^{p,m}(R_1) I_m(\lambda_p R_2)]. \quad (40)$$

Согласно (31) при $p \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\mu}{\mu_0} A_r^{p,m}(R_1) - a_r^{p,m}}{\delta_p I'_m(\delta_p R_1)} &= \frac{A_\varphi^{p,m} R_1 - a_\varphi^{p,m}}{im I_m(\delta_p R_1)} = \\ &= \frac{A_z^{p,m}(R_1) - a_z^{p,m}}{\frac{2\pi}{h_2} p i I_m(\delta_p R_1)}. \end{aligned} \quad (41)$$

Подставляя (41) в выражение (33), получаем

$$l^\pm(R_1) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_1 \right) A_r^{p,m}(R_1) \mp v, \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} u_1 &= I_m(\delta_p R_1) [I'_m(\delta_p R_1)]^{-1}; \\ v &= \frac{1}{2} \left(i a_\varphi^{p,m} + u_1 \frac{m}{\delta_p} a_r^{p,m} \right). \end{aligned}$$

Аналогично из (32) получаем

$$l^\pm(R_2) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_2 \right) A_r^{p,m}(R_2), \quad (43)$$

где

$$u_2 = K_m(\delta_p R_2) [K'_m(\delta_p R_2)]^{-1}.$$

Кроме того, из (41) получаем

$$\begin{aligned} A_z^{p,m}(R_1) &= \frac{i\mu}{\mu_0} \frac{2\pi p}{h_2 \delta_p} u_1 A_r^{p,m}(R_1) + a_z^{p,m} - \\ &\quad - i \frac{2\pi p}{h_2 \delta_p} u_1 a_r^{p,m}, \end{aligned} \quad (44)$$

и аналогично

$$A_z^{p,m}(R_2) = i \frac{\mu}{\mu_0} \frac{2\pi p}{h_2 \delta_p} u_2 A_r^{p,m}(R_2). \quad (45)$$

Подставим (34), (35), (37) — (40) в (30) и учтем (42) — (45), получим систему относительно $A_r^{p,m}(R_1)$

и $A_r^{p,m}(R_2)$:

$$F_1 A_r^{p,m}(R_1) - F_2 A_r^{p,m}(R_2) = E;$$

$$G_1 A_r^{p,m}(R_2) - G_2 A_r^{p,m}(R_1) = L,$$

где с учетом равенства $\delta_p = \frac{2\pi}{h_2} p$ имеем

$$F_1 = A_r^{p,m} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_1 \right) \frac{K_{m-1}(\lambda_p R_2)}{d_{m-1}} + \\ + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_1 \right) \frac{K_{m+1}(\lambda_p R_2)}{d_{m+1}} - \\ - \frac{\delta_p \mu}{\lambda_p \mu_0} u_1 \frac{K_m(\lambda_p R_2)}{d_m}; \quad (46)$$

Величина F_2 получается из F_1 заменой u_1 на u_2 и R_2 на R_1 ;

$$G_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_1 \right) \frac{I_{m-1}(\lambda_p R_2)}{d_{m-1}} + \\ + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{m}{\delta_p} u_1 \right) \frac{I_{m+1}(\lambda_p R_2)}{d_{m+1}} + \\ + \frac{\delta_p \mu}{\lambda_p \mu_0} u_1 \frac{I_m(\lambda_p R_2)}{d_m}. \quad (47)$$

Величина G_2 получается из G_1 заменой u_1 на u_2 и R_2 на R_1 ;

$$E = \frac{1}{2} \left(i a_\varphi^{p,m} + u_1 \frac{m}{\delta_p} a_r^{p,m} \right) \left[\frac{K_{m-1}(\lambda_p R_2)}{d_{m-1}} - \frac{K_{m+1}(\lambda_p R_2)}{d_{m+1}} \right] - i \frac{2\pi p}{h_2 \lambda_p} \frac{K_m(\lambda_p R_2)}{d_m} a_z^{p,m} - \\ - \frac{\delta_p \mu}{\lambda_p \mu_0} u_1 \frac{K_m(\lambda_p R_2)}{d_m} a_r^{p,m}; \\ L = \frac{1}{2} \left(i a_\varphi^{p,m} + u_1 \frac{m}{\delta_p} a_r^{p,m} \right) \left[\frac{I_{m-1}(\lambda_p R_2)}{d_{m-1}} - \frac{I_{m+1}(\lambda_p R_2)}{d_{m+1}} \right] + i \frac{2\pi p}{h_2 \lambda_p} \frac{I_m(\lambda_p R_2)}{d_m} a_z^{p,m} + \\ + \frac{\delta_p \mu}{\lambda_p \mu_0} u_1 \frac{I_m(\lambda_p R_2)}{d_m} a_r^{p,m}.$$

Очевидно,

$$A_r^{p,m}(R_1) = \frac{LF_2 - EG_2}{G_1 F_2 - F_1 G_2}; \quad A_r^{p,m}(R_2) = \frac{LF_1 - EG_1}{G_1 F_2 - F_1 G_2}, \quad (48)$$

что вместе с (42) — (45) и (34) — (35), (37) — (40) дает возможность вычислить вектор-функции $A^{p,m}(r)$. При $p=0$ эти формулы остаются в силе, если только считать

$$\frac{1}{\delta_p} u_1 = \frac{1}{m} R_1; \quad \frac{1}{\delta_p} u_2 = \frac{1}{m} R_2, \quad (49)$$

а при $m=0$ полагать $A^{0,0}(r)=0$ (так как $a^{0,0}=0$).

Существует еще решение, определяемое вектором C из (22). Напряженность здесь равна нулю вне кабеля, постоянна внутри, а в экране

$$H(r, \varphi, z) = \alpha \left[\frac{K_0'(kr)}{K_0(k, R_2)} - \frac{I_0(kr)}{I_0(k, R_2)} \right], \quad (50)$$

где α — постоянный вектор параллельной оси z .

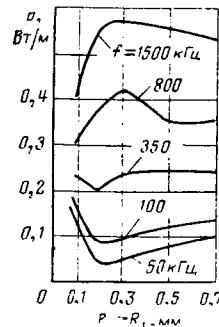


Рис. 3. Зависимость электрических потерь в экране от шага скрутки симметричной пары.

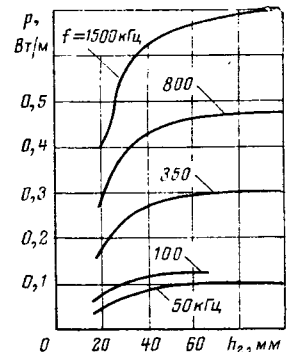


Рис. 2. Зависимость электрических потерь в экране от его толщины.

Этому решению соответствует ток, циркулирующий по экрану вокруг его оси. Такой ток существует благодаря двухсвязности сечения экрана, однако в силу симметрии прямого и обратного проводов его не должно быть. Поэтому $C=0$ и $H=0$.

Запишем выражение для вектора электрического поля:

$$E = \frac{1}{\gamma} \text{rot } H_2 = \sum_{p,m} B^{p,m}(r) \exp \left[i \left(m\varphi + \frac{2\pi}{h_2} pz \right) \right], \quad (51)$$

где компоненты вектора $B^{p,m}$ имеют вид:

$$B_\varphi^{p,m}(r) = -\lambda_p \gamma^{-1} [z_{p,m}^+ I'_m(\lambda_p r) + z_{p,m}^- K'_m(\lambda_p r)] + \\ + i \frac{2\pi}{h_2} p A_r^{p,m}(r); \quad (52)$$

$$B_z^{p,m}(r) = -\frac{im}{\gamma r} A_r^{p,m}(r) + i \lambda_p' [x_{p,m}^- I'_{m-1}(\lambda_p r) - \\ - x_{p,m}^+ I'_{m+1}(\lambda_p r) + y_{p,m}^- K'_{m-1}(\lambda_p r) - y_{p,m}^+ K'_{m+1}(\lambda_p r)] + \\ + \frac{1}{r} A_\varphi^{p,m}(r). \quad (53)$$

Потери в экране

$$P = \sum_{p,m} \left[A_\varphi^{p,m}(R_1) B_z^{p,m}(R_1) - A_z^{p,m}(R_1) B_\varphi^{p,m}(R_1) \right]. \quad (54)$$

В соответствии с [Л. 6] параметрические уравнения оси проводников с двойной скруткой имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi(t) = (r_1 + r_2 - r_1 \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t - \\ &\quad - r_1 \sin \omega_1 t \sin \omega_0 t) \cos \omega_2 C_2 t + \\ &\quad + (r_1 \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t - r_1 \cos \omega_1 t \sin \omega_0 t) C_2 \sin \omega_2 C_2 t; \\ y &= \psi(t) = (r_1 + r_2 - r_1 \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t - \\ &\quad - r_1 \sin \omega_1 t \sin \omega_0 t) \sin \omega_2 C_2 t - \\ &\quad - (r_1 \sin \omega_1 t \cos \omega_0 t - r_1 \cos \omega_1 t \sin \omega_0 t) C_2 \cos \omega_2 C_2 t; \\ z &= \gamma(t) = C_2 t + (r_1 \sin \omega_1 t \cos \omega_0 t - \\ &\quad - r_1 \cos \omega_1 t \sin \omega_0 t) C_2 \omega_2 (r_1 + r_2), \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

где

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{h_1}; \quad \omega_2 = \frac{2\pi}{h_2}; \quad \omega_0 = \frac{2\pi \sin \alpha C_2}{h_2};$$

$$C_2 = [1 + \omega_2^2 (r_1 + r_2)^2]^{-\frac{1}{2}};$$

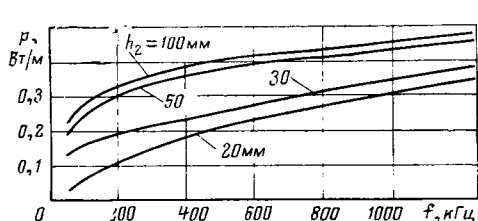


Рис. 4. Зависимость электрических потерь в экране от частоты тока.

h_1 и h_2 — шаги скрутки в группы и в повив; α — угол первоначальной скрутки; r_1 — радиус скрутки жилы; r_2 — радиус скрутки в повив.

Подставляя (55) в (24), (31), (44), (45), (48), (52), (53), а затем в (54) находим потери в экране симметричных кабелей.

Следует отметить, что формула (20) для магнитного поля проводника одновитковой скрутки переходит в формулу Бухгольца [Л. 1].

Для вычисления электрических потерь по формуле (54) была составлена программа, которая решалась на ЭВМ (формула (54)). На рис. 2, 3 и 4 приводятся зависимости электрических потерь

в экране одночетверочного экранированного кабеля с диаметром жилы 1,2 мм от толщины экрана, шага скрутки и частоты тока. Указанные зависимости позволяют определять конструктивные и электрические параметры кабеля, при которых электрические потери в металлическом экране будут минимальными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. — 712 с.
2. Гроднев И. И., Шульга И. Я., Чупик В. П. Электромагнитное поле скрученной кабельной цепи общего положения. — Электросвязь, 1973, № 5, с. 45—49.
3. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. — М.: Госэнергоиздат—327 с.
4. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Трехмерные электромагнитные поля, Киев: Техника 1974—352 с.
5. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Изд-во иностр. лит-ры. — М.: 1949.—798 с.
6. Мирзабекян Ж. М. Электрическое поле многоцилиндрических спиральных проводников. — Межвузовский сборник научных трудов Ереванского политехнич. ин-та. Электротехника, 1979, вып. V, с. 131—135.

[20.10.81]

УДК 621.315.671:620.193.001.24

Определение параметров электрозащиты трубопроводов, расположенных в кусочно-однородной среде

ЛУКОВИЧ В. В.

Институт проблем материаловедения АН УССР

В данной статье рассматривается применение метода граничных интегральных уравнений к решению задачи электрозащиты трубопроводов, расположенных в бесконечной кусочно-однородной среде от коррозии. При этом среду разбиваем на однородные части, в каждой из которых искомую функцию представляем с помощью основной интегральной формулы Грина. Связь между однородными частями устанавливаем с помощью условий равенства функций и потоков на границе раздела сред. Этот метод практически не накладывает ограничений на геометрию однородных частей среды. Однако решение полученных систем интегральных уравнений не всегда возможно из-за их громоздкости. В некоторых случаях систему удастся существенно упростить.

Рассмотрим один из таких случаев, когда граница раздела сред — плоскость, параллельная оси трубопровода и перпендикулярная поверхности грунта (будем считать ее плоскостью). Пусть на глубине h_1 от поверхности грунта с проводимостью k_1 расположен бесконечный трубопровод радиуса a . Граница раздела сред удалена от оси трубопровода на величину b_1 и проходит перпендикулярно поверхности грунта. В грунте с проводимостью k_2 , на расстоянии b_2 от границы раздела сред (или $b_1 + b_2$ от оси трубопровода), на глубине h_2 от поверхности грунта расположен источник (анодное заземление).

Выберем систему координат $Oxyz$ так, чтобы плоскость xOy совпала с поверхностью грунта, пло-

скость xOz проходила через ось трубопровода, а плоскость yOz проходила через источник. Обозначим через $P = P(x, y, z)$ произвольную точку области. Другой источник (катод) расположим на трубопроводе, в точке $P_k = P(0, 0, h_1 - a)$.

Потенциал U , порожденный действием источников интенсивности, q — в точке $P_a = P(0, b_1 + b_2, h_2)$ и $-q$ — в точке $P_k = P(0, 0, h_1 - a)$ удовлетворяет уравнению [Л. 1]:

$\text{div}(k \text{ grad } U) = q[\delta(P - P_k) - \delta(P - P_a)]$ (1)
внутри области, а на границе, включающей поверхность грунта и внутреннюю поверхность трубопровода, выполняется условие

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \quad (2)$$

где n — внешняя нормаль к границе; δ — дельта-функция Дирака.

Воспользовавшись условием (2), отобразим полупространство $z > 0$ на $z < 0$, вследствие чего уравнение (1) во всем пространстве примет вид:

$$\text{div}(k \text{ grad } U) = \sum_{i=1}^2 q[\delta(P - P_{ki}) - \delta(P - P_{ai})], \quad (3)$$

где $P_{k12} = P(0, 0, \pm(h_1 - a))$; $P_{a12} = P(0, b_1 + b_2, \pm h_2)$.

В полупространствах Z_1 и Z_2 , образованных плоскостью раздела сред, уравнение (3) преобразуется к виду:

$$\Delta U = 0 \quad (4)$$

в Z_1 (для внешности трубопровода и его зеркального отображения) и

$$\Delta U = -\frac{q}{k_2} \sum_{i=1}^2 \delta(P - P_{ai}) \quad (5)$$

в Z_2 (среде с проводимостью k_2).

В полупространствах Z_1 и Z_2 функция U представима с помощью основной интегральной формулы Грина [Л. 2]:

$$U = \frac{1}{4\pi} \left\{ \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] ds - \int_V \frac{1}{r} \Delta U dv \right\}. \quad (6)$$

Формула (6) в декартовой системе координат приводит к громоздким выражениям. Чтобы избежать их, введем обозначение

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-b)^2 + (z-\xi)^2}} - \frac{(y-b)U}{[(x-\xi)^2 + (y-b)^2 + (z-\xi)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} d\xi d\zeta = G(x, y, z, b, U).$$

Тогда в полупространстве Z_1

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{\partial U}{\partial r_0} \Big|_{r_0=a} - \left[U \frac{\partial}{\partial r} \Big|_{r=a} \left(\frac{1}{r(r, \Psi)} \right) + U \frac{\partial}{\partial r_0} \Big|_{r_0=a} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{1}{r(r_0, \Psi_0)} \right] \right\} ad\Psi_a d\xi + G(x, y, z, b_1, U), \quad (7)$$

где

$$\bar{r}(r, \Psi) = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \cos(\Psi - \Psi_a) + (x - \xi)^2}; \\ r = \sqrt{(z - h_1)^2 + y^2}; \quad \Psi = \pi - \operatorname{arctg} \frac{y}{z - h_1}; \\ r_0 = \sqrt{(z + h_1)^2 + y^2}; \quad \Psi_0 = \operatorname{arctg} \frac{y}{z + h_1}.$$

При $b_1 \gg h_1 > a$ функция U и производная $\partial U / \partial r$ в окрестности трубопровода практически не зависят от Ψ . Учитывая это, можем записать:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial U}{\partial r} \frac{ad\Psi_a}{\bar{r}(r, \Psi)} = a \frac{\partial U}{\partial r} \int_{-\pi}^{\pi} \times \\ \times \frac{d\Psi_a}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \cos(\Psi - \Psi_a) + (x - \xi)^2}}.$$

Устремив a под знаком интеграла к нулю, получим:

$$a \frac{\partial U}{\partial r} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\Psi_a}{\sqrt{r^2 + (x - \xi)^2}} = 2\pi a \frac{\partial U}{\partial r} \frac{1}{\sqrt{r^2 + (x - \xi)^2}}.$$

Заметим, что связанная с поверхностью цилиндра радиуса r_a функция $\partial U / \partial r$ стремится к бесконечности при $r_a \rightarrow 0$, причем

$$\lim_{r_a \rightarrow 0} r_a \frac{\partial U}{\partial r_a} = a \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=a}$$

Аналогично можно показать, что при $a \rightarrow 0$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{[a - r \cos(\Psi - \Psi_a)] ad\Psi_a}{[r^2 + a^2 - 2ar \cos(\Psi - \Psi_a) + (x - \xi)^2]^{3/2}} \rightarrow 0.$$

В результате преобразований выражение (7) в окрестности трубопровода примет вид

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2 + (x - \xi)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + (x - \xi)^2}} \right\} 2\pi a \frac{\partial U}{\partial r} d\xi + G(x, y, z, b_1, U). \quad (8)$$

Обозначив через θ потенциал на внешней поверхности изоляции трубопровода и положив $2\pi a k_1 \frac{\partial U}{\partial r} = -\tau(a, \xi)$, где $\tau(a, \xi)$ — плотность то-

ка на единицу поверхности изоляционного покрытия, получим:

$$\theta = -\frac{1}{4\pi k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2 + (x - \xi)^2}} + \frac{1}{\sqrt{4h^2 + (x - \xi)^2}} \right\} \tau(a, \xi) d\xi + G(x, 0, z - h_1, b_1, U). \quad (9)$$

На границе раздела сред [Л. 2]:

$$U = -\frac{1}{2\pi k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^1 \frac{\tau(a, \xi) d\xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + b_1^2 + [z - (-1)^i h_1]^2}} + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\partial U}{\partial y} d\xi d\zeta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (z - \xi)^2}}. \quad (10)$$

В полупространстве Z_2

$$U^+ = -G(x, y, z, b_1, U^+) + \\ + \frac{q}{4\pi k_2} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - b_1 - b_2)^2 + [z - (-1)^i h_2]^2}}. \quad (11)$$

При $y = b_1$ из (11) получим:

$$U^+ = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\partial U^+}{\partial y} d\xi d\zeta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (z - \xi)^2}} + \\ + \frac{q}{2\pi k_2} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + b_2^2 + [z - (-1)^i h_2]^2}}. \quad (12)$$

Подставив в (12) вместо U^+ и $\partial U^+/\partial y$ их значения из равенств

$$\left. \begin{aligned} U^+ &= U; \\ k_2 \frac{\partial U^+}{\partial y} &= k_1 \frac{\partial U^+}{\partial y}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

выполняющихся на границе раздела сред, получим уравнение, составляющее вместе с (10) систему двух линейных уравнений относительно U и

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2]^{-1/2} \frac{\partial U}{\partial y} d\xi d\zeta.$$

Решение этой системы:

$$\begin{aligned} U &= -\frac{1}{2\pi(k_1+k_2)} \sum_{i=0}^1 \times \\ &\times \left\{ -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau(a, \xi) d\xi}{V(x-\xi)^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_1)^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{q}{Vx^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_2)^2} \right\}; \quad (14) \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U}{\partial y} d\xi d\zeta &= \frac{1}{2\pi(k_1+k_2)} \times \\ &\times \sum_{i=0}^1 \left\{ \frac{k_2}{k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau(a, \xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q}{Vx^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_2)^2} \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

Функция U в (14) представлена в явном виде. Функцию $\partial U/\partial y$ из (15) можно найти в результате решения интегрального уравнения первого рода. В рассматриваемом случае (бесконечный трубопровод) решение можно получить с помощью преобразования Фурье. В случае трубопровода конечной длины преобразование Фурье будет неэффективным (из-за громоздкости полученных выражений). Введем, пока формально, во все члены левой и правой частей равенства (15) переменную $\eta = y - b_1$ и продифференцируем это равенство по η при $\eta=0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{1}{2\pi(k_1+k_2)} \sum_{i=0}^1 \times \\ &\times \left\{ \frac{k_2}{k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_1 \tau(a, \xi) d\xi}{[(x-\xi)^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_1)^2]^{3/2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{qb_2}{[x^2 + b^2 + (z-(-1)^i h_2)^2]^{3/2}} \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Покажем, что этот же результат можно найти с помощью преобразования Фурье. Представим

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial y} + \frac{\partial U_3}{\partial y} + \frac{\partial U_4}{\partial y}$$

так, чтобы каждое слагаемое левой части равенства (15) равнялось соответствующему слагаемому

правой части. Рассмотрим выражение

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\partial U_1}{\partial y} d\xi d\zeta}{V(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2} &= \frac{k_2}{2\pi k_1(k_1+k_2)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau(a, \xi) d\xi}{V(x-\xi)^2 + b^2 + (z-h_1)^2}. \quad (17) \end{aligned}$$

Введем замену переменных $z_1 = z - h_1$, $\zeta_1 = \zeta - h_1$ и применим к полученному выражению двойное преобразование Фурье.

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial y} \frac{1}{Vt^2 + v^2} &= \frac{k_2}{k_1(k_1+k_2)} \tilde{\tau}(a, |v|) \times \\ &\times \frac{1}{Vt^2 + v^2} e^{-b_1 \sqrt{t^2 + v^2}}. \quad (18) \end{aligned}$$

Умножив (18) на $\sqrt{t^2 + v^2}$ и применив после этого обратное преобразование Фурье по переменным t и v , получим:

$$\frac{\partial U_1}{\partial y} = \frac{k_2}{2\pi k_1(k_1+k_2)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_1 \tau(a, \xi) d\xi}{[(x-\xi)^2 + b^2 + (z-h_1)^2]^{3/2}}. \quad (19)$$

Правая часть выражения (19) и первое слагаемое правой части равенства (16) совпадают. Аналогично можно получить выражения, совпадающие с остальными слагаемыми формулы (16) и, следовательно, доказать выполнение равенства (16).

Уравнения (9), (14), (16) приведены к виду, удобному для построения решения методом последовательных приближений. Неизвестные функции θ , U , $\partial U/\partial y$ выражены в явном виде. Однако выражения (9), (14), (16) можно существенно упростить.

Докажем предварительно выполнение равенств:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a}{V\xi^2 + \eta^2 + a^2} \frac{b}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + b^2]^{3/2}} d\xi d\eta &= \\ &= \frac{1}{Vx^2 + y^2 + (a+b)^2}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{[\xi^2 + \eta^2 + x^2]^{3/2}} \frac{1}{V(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + b^2} d\xi d\eta &= \\ &= \frac{1}{Vx^2 + y^2 + (a+b)^2}. \quad (21) \end{aligned}$$

Действительно, применив к (20) и (21) двойное преобразование Фурье, получим тождество

$$\begin{aligned} 2\pi \frac{1}{Vt^2 + v^2} e^{-a \sqrt{t^2 + v^2}} e^{-b \sqrt{t^2 + v^2}} &= \\ &= 2\pi \frac{1}{Vt^2 + v^2} e^{-(a+b) \sqrt{t^2 + v^2}}. \end{aligned}$$

Пользуясь формулами (20) и (21) после подстановки в (9) вместо U и $\partial U/\partial y$ выражений (14) и

(16), получим:

$$\theta = -\frac{1}{4\pi k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2 + (x-\xi)^2}} + \frac{1}{\sqrt{4h_1^2 + (x-\xi)^2}} + \right. \\ \left. + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \left[\frac{1}{\sqrt{4b_1^2 + (x-\xi)^2}} + \frac{1}{\sqrt{4(b_1^2 + h_1^2) + (x-\xi)^2}} \right] \right\} \tau(a, \xi) d\xi + \\ + \frac{q}{2\pi(k_1 + k_2)} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + (b_1 + b_2)^2 + (h_1 - (-1)^i h_2)^2}}. \quad (22)$$

Соотношение (22) можно построить с помощью метода зеркальных отображений.

Интегрального уравнения (22) недостаточно для определения входящих в него неизвестных τ и θ . Дополним его следующими соотношениями на поверхности трубопровода [Л. 1]:

$$\frac{\theta - \varphi}{R} = \tau; \quad (23)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -\tau + q_1 \delta(x) \quad (24)$$

и условиями на бесконечности $\varphi(\pm\infty)=0$, $\tau(\pm\infty)=0$, где φ — потенциал на трубопроводе; ρ , R — сопротивление трубопровода и его изоляции, отнесенные к единице длины; q_1 — интенсивность стока. Соотношение (23) устанавливает равенство между плотностью токов, натекающих на внешнюю поверхность изоляционного покрытия и проходящих через него. Из (24) следует, что изменение тока вдоль трубопровода равно плотности токов, проходящих через изоляцию.

В уравнениях (23) и (24) величины τ , R , ρ , q_1 отнесены к единице длины сооружения. Перейдем к таким же величинам в (22), положив $\tau(x) = \tau(a, x)/2\pi a$, $q_1 = q/2\pi a$.

Применив к (22), (23) и (24) преобразование Фурье и вычитая из первого полученного равенства третье, с учетом второго [полученного из (23)], найдем

$$\tilde{\tau} R = -\frac{\tilde{\tau}}{4\pi k_1} \left\{ K_0(a|t|) + K_0(2h_1|t|) + \right. \\ \left. + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} [K_0(2b_1|t|) + K_0(2\sqrt{b_1^2 + h_1^2}|t|)] \right\} + \\ + \frac{q_1}{2\pi(k_1 + k_2)} \sum_{i=0}^1 K_0(\sqrt{[(b_1 + b_2)^2 + h_1 - (-1)^i h_2]^2}|t|) - \\ - \frac{\tau \rho}{t^2} + \frac{q_1 \rho}{t^2}. \quad (25)$$

Определив из (25) величину $\tilde{\tau}$ и применив обратное косинус-преобразование Фурье, окончательно получим:

$$\tau(x) = \frac{q_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\left[\frac{t^2 k_1}{\pi(k_1 + k_2)} B + \rho k_1 \right] \cos t x dt}{R k_1 t^2 + \frac{t^2}{2\pi} [K_0(at) + K_0(2h_1 t) + A] + \rho k_1}, \quad (26)$$

где $K_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента:

$$B = \sum_{i=0}^1 K_0(\sqrt{(b_1 + b_2)^2 + (h_1 - (-1)^i h_2)^2} t); \\ A = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} K_0(2b_1 t) + K_0(2\sqrt{b_1^2 + h_1^2} t).$$

Формула (26) позволяет сделать некоторые практические выводы. Она существенно меняется при $k_1 = k_2$ (случай однородной среды) и совпадает с ранее полученной по методике Зунде (см. например, [Л. 3]). При $k_2 \gg k_1$ возрастает роль слагаемого ρk_1 , находящегося в числителе, что приводит к выравниванию кривой $\tau(x)$ и, следовательно, увеличению зоны защиты. Последняя увеличится еще больше с ростом входящего только в числитель параметра b_2 .

Приведенная выше методика легко обобщается на случай, когда трубопровод расположен в слое грунта с проводимостью k_1 , лежащем на грунте с проводимостью k_2 . Будем пользоваться введенными выше обозначениями. Предположим, что граница раздела сред находится на глубине H от поверхности грунта и что $h_1 = h_2 = h$, $b_1 + b_2 = b$. Тогда потенциал в любой точке грунта с проводимостью k_1 с помощью основной интегральной формулы Грина можно представить в виде:

$$U = -\frac{1}{4\pi k_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + (x-\xi)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + (x-\xi)^2}} \right) \tau(\xi) d\xi + \\ + \frac{q_1}{4\pi k_1} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-b)^2 + (z - (-1)^i h)^2}} + \\ + \sum_{i=0}^1 G(x, y, z, (-1)^i H, U). \quad (27)$$

В грунте с проводимостью k_2

$$U^+ = -G(x, y, z, H, U^+). \quad (28)$$

Воспользовавшись равенствами функций и потоков на границе раздела сред и методикой вывода формулы (16), из (27) и (28) при $z=H$ получим:

$$U = -\frac{1}{2\pi(k_1 + k_2)} \left\{ \sum_{i=0}^1 \times \right. \\ \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2 + (H - (-1)^i h)^2}} - \right. \\ \left. - \frac{q}{x^2 + (y-b)^2 + (H - (-1)^i h)^2} \right] + \\ \left. + k_1 G(x, y, H, -H, U) \right\}; \quad (29)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{k_2}{2\pi k_1(k_1 + k_2)} \sum_{i=0}^1 \times$$

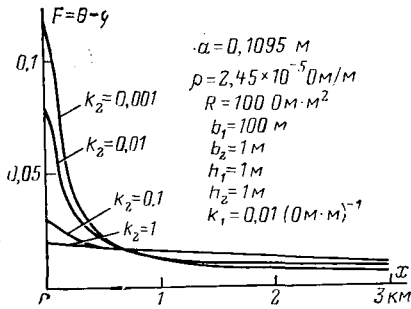


Рис. 1.

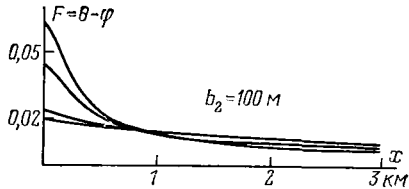


Рис. 2.

$$\times \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(H - (-1)^i h) \tau(\xi) d\xi}{[(x - \xi)^2 + y^2 + (H - (-1)^i h)^2]^{3/2}} - \frac{q_1 (H - (-1)^i h)}{[x^2 + (y - b)^2 + (H - (-1)^i h)^2]^{3/2}} \right] + k_1 \frac{\partial}{\partial z} \Big|_{z=H} G(x, y, z, -H, U). \quad (30)$$

Формулы (29) и (30) отличаются от (14) и (16) тем, что неизвестные U и $\partial U / \partial z$ выражены не явно, а находятся из решения интегрального уравнения. Вычислим U и $\partial U / \partial z$ методом последовательных приближений:

$$U = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k_1 - k_2)^n}{2\pi (k_1 + k_2)^{n+1}} \times \sum_{i=0}^1 \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau(\xi) d\xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + y^2 + [(2n+1)H - (-1)^i h]^2}} - \frac{q_1}{\sqrt{x^2 + (y - b)^2 + [(2n+1)H - (-1)^i h]^2}} \right]; \quad (31)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_2 (k_1 - k_2)^n}{2\pi k_1 (k_1 + k_2)^{n+1}} \times \sum_{i=0}^1 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[(2n+1)H - (-1)^i h] \tau(\xi) d\xi}{\{(x - \xi)^2 + y^2 + [(2n+1)H - (-1)^i h]^2\}^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{q_1 [(2n+1)H - (-1)^i h]}{\{x^2 + (y - b)^2 + [(2n+1)H - (-1)^i h]^2\}^{3/2}} \right\}. \quad (32)$$

В результате преобразований, аналогичных выводу формулы (26), окончательно получим:

$$\tau(x) = \frac{q_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\left\{ \frac{t^2}{2\pi} [K_0(bt) + K_0(\sqrt{b^2 + 4h^2}t) + B] + \frac{t^2}{Rk_1 t^2 + \frac{t^2}{2\pi} [K_0(at) + K_0(2ht) + A] + \rho k_1} \right\} \cos t x dt}{}, \quad (33)$$

где

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^n \{ K_0[2(nH - h)t] + 2K_0(2nHt) + K_0[2(nH + h)t] \};$$

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^n [K_0(\sqrt{b^2 + 4(nH - h)^2}t) + 2K_0(\sqrt{b^2 + (2nH)^2}t) + K_0(\sqrt{b^2 + 4(nH + h)^2}t)].$$

Формула (33) представляет практический интерес как при $k_1 > k_2$ (подстилающий слой состоит из слабо проводящих пород), так и при $k_1 < k_2$ (трубопровод в многолетнемерзлых грунтах). Ряды A и B мажорируются геометрической прогрессией со знаменателем $(k_1 - k_2)/(k_1 + k_2)$. Очевидно, что при $(k_1 - k_2)/(k_1 + k_2)$, близким к 1, влияние слагаемых A и B при вычислении $\tau(x)$ становится существенным. При $k_1 = k_2$ формулы (33) и (26) совпадают.

Для вычисления $\tau(x)$ по формулам (26) и (33) разработаны алгоритмы и составлены программы на языке ФОРТРАН для ЦВМ М4030. Некоторые результаты счета приведены на рис. 1 и 2. Из рисунков видно, что при $k_2 = 1$ 1/(Ом·м) удаление источника (при неизменных значениях других параметров) существенно не влияет на распределение F вдоль трубопровода.

Представленная методика легко обобщается на случай поперечной неоднородности и другие задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы расчета катодной защиты металлических сооружений от коррозии / Остапенко В. Н. и др. Киев: Наукова думка, 1966.
2. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1970.
3. Разумов Л. Д. Расчет опасности электрокоррозии подземных металлических сооружений. — Электричество, 1956, № 9.

[09.04.81]

Применение магнитодиэлектриков в качестве сердечников

измерительных преобразователей тока

БЕЛОХВASTОВ В. А., ЖУКОВСКИЙ Ю. Г., МИХАЙЛОВ В. В.

Новочеркасск

Магнитодиэлектрики достаточно широко применяются в радиотехнике. Однако в низкочастотных электротехнических устройствах они практически не используются, несмотря на то, что их применение может принципиально изменить отдельные технологические процессы производства электрических машин и аппаратов, повысит их технико-экономические показатели [Л. 1]. Проведенные авторами исследования показали перспективность применения магнитодиэлектриков в качестве сердечников измерительных преобразователей тока для автономных электроэнергетических систем (АЭЭС).

Автономные электроэнергетические системы предъявляют к ИПТ ряд специфических требований, выполнение которых необходимо для обеспечения нормального функционирования устройств релейной защиты: минимальные габариты; работа с предельной погрешностью (обычно не более 10%) в широком диапазоне кратностей первичных токов (не менее 10—20); высокая помехоустойчивость; сигнал помехи $U_{ном}$ на выходе ИПТ неповрежденной фазы под влиянием максимального аварийного тока соседнего присоединения не должен превышать $0,25U_{ном}$; разъемность конструкции, позволяющая установить ИПТ на действующем оборудовании без его демонтажа; высокая температурная стабильность (в диапазоне температур $+5—+80^{\circ}\text{C}$ погрешность не должна превышать $0,02U_{ном}$).

В настоящее время основным типом ИПТ являются трансформаторы тока (ТТ) с замкнутыми ферромагнитными сердечниками. Применение их в АЭЭС встречает ряд серьезных затруднений. Это прежде всего вызывается их большими габаритами и погрешностями. Так, насыщение сердечника ТТ током короткого замыкания, а также влияние аperiodической составляющей этого тока с учетом неблагоприятного значения остаточной индукции сердечника может привести к погрешностям до 90% [Л. 2].

Для улучшения характеристик ТТ предлагались различные методы, среди которых наиболее эффективным является введение немагнитного зазора в сердечник [Л. 3]. Однако использование такого метода для ИПТ АЭЭС встречает определенные трудности, так как при этом существенно снижается помехозащищенность ИПТ из-за неравномерности магнитных свойств по длине силовых линий в сердечнике. Для улучшения помехозащищенности ИПТ необходимо выполнять значительное количество зазоров, распределяя их равномерно по длине средней силовой магнитной линии, что снижает технологичность конструкции и увеличивает разброс характеристик при массовом производстве ИПТ.

Более перспективны для применения в АЭЭС ИПТ с немагнитными сердечниками, которые имеют линейную передаточную характеристику в любом диапазоне токов короткого замыкания [Л. 4]. Для повышения помехоустойчивости указанные ИПТ целесообразно экранировать, что усложняет конструкцию. Кроме того, для обеспечения на выходе ИПТ сигнала достаточного уровня необходимо применять электронный усилитель, обеспечение заданных параметров которого при нагреве шин до $+130^{\circ}\text{C}$ (в условиях короткого замыкания) встречает серьезные трудности. Поэтому наиболее простым способом обеспечения необходимого уровня выходного сигнала ИПТ является использование сердечника из материала с магнитной проницаемостью $\mu=10—20$. Такими материалами являются магнитодиэлектрики [Л. 5].

Сердечник из магнитодиэлектрика обеспечивает высокую однородность магнитных свойств, что позволяет получить высокую помехозащищенность ИПТ и хорошую воспроизводимость характеристик при массовом производстве. Благодаря малым значениям магнитной проницаемости сердечника ИПТ обладают линейными передаточными характеристиками в широком диапазоне контролируемых токов.

Проведенные авторами исследования показали, что ИПТ с сердечниками из магнитодиэлектриков обеспечивают преобразование токов с указанными допустимыми для АЭЭС погрешностями как в установившихся, так и в переходных режимах. Такие преобразователи могут использоваться как в измерительных цепях, так и в устройствах релейных защит. воздействий.

Целесообразно применять в качестве материала сердечников ИПТ карбонильное железо (например, марок Р-10, Р-20 и РС) с действительной составляющей относительной комплексной магнитной проницаемости $\mu=10—15$, так как оно имеет наибольший диапазон линейности кривой намагничивания (рис. 1). Магнитодиэлектрики на основе карбонильного железа являются наиболее стабильными по своим параметрам из всех магнитных материалов. Температурный коэффициент их магнитной проницаемости не превышает $2 \cdot 10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Конструктивно измерительный преобразователь тока с сердечником из магнитодиэлектрика (ИПТМ) имеет прямоугольную форму и состоит из двух половин (рис. 2) с размещенными на них секциями обмоток. Корпус ИПТМ выполнен из пластмассы и предохраняет сердечник и обмотку от внешних воздействий.

В таблице для сравнения приведены конструктивные и технические данные исследованных авторами ИПТ с сердечником из магнитодиэлектрика и трансформаторов тока, разработанных применительно к специфике АЭЭС. Наряду с габаритными показателями к преимуществам ИПТМ по сравнению с трансформаторами тока относится меньшая погрешность при измерении токов короткого замыкания с большими аperiodическими составляющими и более высокая помехозащищенность в магнитных полях, созданных такими токами других фаз и линий. Это обусловлено значительно более высокой напряженностью, соответствующей началу загиба кривой намагничивания у магнитодиэлектрика (около 30 кА/м), чем у ферромагнетика (около 80 А/м) и более плавным изменением этой кривой. Высокая помехозащищенность ИПТМ объясняется большой степенью однородности магнитных свойств сердечника из магнитодиэлектрика по длине силовых линий, что недостижимо для трансформаторов с сосредоточенными зазорами. Поэтому для всех типоминимумов ИПТМ достижимо значение $U_{ном} \leq 0,25U_{ном}$ при токе помехи до 300 кА, протекающем по соседней шине, расположенной на расстоянии 150 мм от шины с измеряемым током.

Методика расчета параметров ИПТМ базируется на методе вторичных источников, как наиболее точном численном методе расчета электромагнитных полей в нелинейных неоднородных средах [Л. 6]. Согласно этому методу вводятся вторичные источники поверхностной σ и объемной ρ плотностей, распределенные соответственно по поверхности S и объему V сердечника ИПТМ. Задача определения вторичных источников формулируется в виде системы двух интегральных уравнений [Л. 7]:

$$\begin{aligned} \sigma(P) + \frac{\lambda(Q)}{2\pi} \oint_S \sigma(M) \frac{\cos(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^2} dS_M + \\ + \frac{\lambda(Q)}{2\pi} \int_V \rho(G) \frac{\cos(\vec{r}_{QG}, \vec{n}_Q)}{r_{QG}^2} dV_G = \mu_0 \lambda(Q) [\vec{n}_Q, \vec{H}_s(Q)]; \quad (1) \\ \rho(P) - \frac{1}{4\pi\mu(P)} \int_V \rho(G) \frac{(\text{grad}_{PG}, \vec{r}_{PG})}{r_{PG}^3} dV_G - \end{aligned}$$

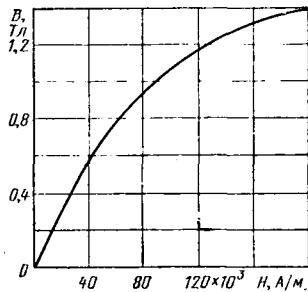


Рис. 1. Кривая намагничивания $B=f(H)$ магнитоэлектрика на основе карбонильного железа Р-10.

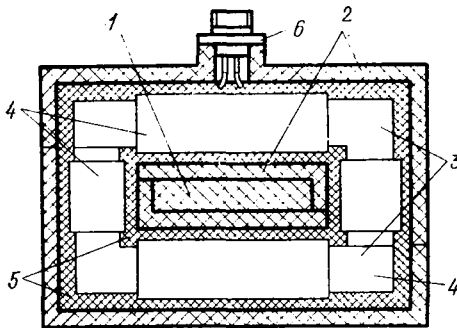


Рис. 2. Эскиз конструкции ИПТМ. 1 — шина с измеряемым током; 2 — корпус; 3 — сердечник из магнитоэлектрика; 4 — секции обмотки; 5 — герметик; 6 — выходной разъем.

$$-\frac{1}{4\pi\mu(P)} \oint_S \sigma(M) \frac{(\text{grad}_P \mu, \vec{r}_{PM})}{r_{PM}^3} dS_M = -\frac{\mu_0}{\mu(P)} (\text{grad}_P \mu, \vec{H}_\delta(P)), \quad (2)$$

где Q , M и P , G — точки, принадлежащие соответственно поверхности и объему сердечника; $\vec{r}_{QM} = i(x_M - x_Q) + j(y_M - y_Q) + k(z_M - z_Q)$; \vec{n}_Q — нормаль к поверхности магнитопровода в точке Q ; x , y , z — координаты соответствующих точек; $\lambda(Q) = \frac{\mu(Q) - 1}{\mu(Q) + 1}$; $\mu(Q)$ — относительная магнитная проницаемость сердечника в точке Q ; μ_0 — абсолютная проницаемость воздуха; $\vec{H}_\delta(P)$ — напряженность магнитного поля, созданного токами проводимости \vec{J} .

Выражения (1) и (2) составляют полную систему интегральных уравнений для расчета электромагнитного поля в объемно-неоднородной среде $\mu = \mu(x, y, z)$. Как видно из рис. 2, ИПТМ имеет две плоскости симметрии. Симметрия позволяет решать систему уравнений (1), (2) лишь в одной четвертой исходной области. Кроме этого, не требуется вводить регуляризующие добавки к ядрам этих уравнений, так как они сокращаются [Л. 8]. При расчете электромагнитного поля в нелинейной неоднородной среде система уравнений (1), (2) может быть решена методом блочных итераций [Л. 6]. При этом система интегральных уравнений (1), (2) заменяется системой алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} A\vec{\sigma} + B\vec{\rho} &= \vec{f}_1; \\ C\vec{\sigma} + D\vec{\rho} &= \vec{f}_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где \vec{f}_1 , \vec{f}_2 — векторы правых частей уравнений (1), (2); B , C , D — матрицы, элементы которых выражаются через интегралы, входящие в (1), (2).

На первом шаге блочных итераций задаемся некоторым ориентировочным распределением магнитной проницаемости $\mu(x, y, z)$ и принимаем $\rho(G) = 0$. Решая систему $A\vec{\sigma} = \vec{f}_1$, определяем $\sigma(M)$. По найденным значениям $\sigma(M)$ и заданным $\rho(G)$ находим напряженность магнитного поля:

$$\vec{H}(P) = \vec{H}_n(P) + \vec{H}_\delta(P), \quad (4)$$

где

$$\vec{H}_n(P) = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \int_V \rho(G) \frac{\vec{r}_{PG}}{r_{PG}^3} dV_G - \frac{1}{4\pi\mu_0} \oint_S \sigma(M) \frac{\vec{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_M. \quad (5)$$

Далее рассчитываем индукцию магнитного поля $\vec{B}(P)$, относительную магнитную проницаемость $\mu(P)$ и $\text{grad}_P \mu$. Затем, согласно (1), (2), уточняем значения \vec{f}_1 , \vec{f}_2 , A , B , C , D и решаем систему (3). Процесс блочных итераций продолжаем до тех пор, пока $|\sigma_n(M) - \sigma_{n-1}(M)|$ и $|\rho_n(G) - \rho_{n-1}(G)|$ станут меньше соответственно $\epsilon_1 \sigma_{\max}$ и $\epsilon_2 \rho_{\max}$, где ϵ_1 , ϵ_2 — малые величины, характеризующие точность определения $\sigma(M)$ и $\rho(G)$; n — число итераций; σ_{\max} и ρ_{\max} — максимальные значения $\sigma_n(M)$ и $\rho_n(G)$.

При реализации этого метода на ЦВМ М-222 возникают существенные трудности, обусловленные малым объемом оперативной памяти машины. Максимальный порядок системы алгебраических уравнений, решаемой с помощью стандартных программ, имеющих в математическом обеспечении машины, равен 54. Повышение точности расчетов по методу блочных итераций может быть достигнуто при решении системы алгебраических уравнений (3) клеточным методом. При этом исходную матрицу разбиваем на четыре клеточные матрицы $A = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}$. Обратную матрицу A^{-1} вычисляем в следующем виде:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} (A_1 - B_1 B_2^{-1} A_2)^{-1} & (A_2 - B_2 B_1^{-1} A_1)^{-1} \\ B_1 - A_1 A_2^{-1} B_2 & (B_2 - A_2 A_1^{-1} B_1)^{-1} \end{bmatrix}.$$

По этому способу удается повысить размерность системы (3) до 88-го порядка включительно.

Однако наилучшим, в смысле повышения размерности аппроксимирующей системы алгебраических уравнений (3), и соответственно точности решения системы (1), (2), оказывается метод последовательных приближений. Применительно к данной задаче суть его заключается в следующем. Вначале $\sigma(Q)$ и $\rho(P)$ считаем равными нулю. По формуле (4) определяем $\vec{H}(P)$, а нормальную составляющую напряженности в поверхностных точках находим из выражения:

$$H_n(Q) = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \left(\oint_S \sigma(M) \frac{(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^3} dS_M + \int_V \rho(G) \frac{(\vec{r}_{QG}, \vec{n}_Q)}{r_{QG}^3} dV_G \right) - \frac{1}{4\pi} \int_{V_k} \vec{n}_Q [\vec{\delta}(N), \vec{r}_{QN}] \frac{dV_N}{r_{QN}^3}. \quad (6)$$

Поверхностную $\sigma(Q)$ и объемную $\rho(P)$ плотности магнитных зарядов определяем по формулам [Л. 6]:

$$\sigma(Q) = 2\mu_0 \frac{\mu(Q) - 1}{\mu(Q) + 1} H_n(Q); \quad (7)$$

$$\rho(P) = -\mu_0 \frac{(\vec{H}(P), \text{grad}_P \mu)}{\mu(P)}. \quad (8)$$

Далее по формулам (4), (6) определяем $\vec{H}(P)$ и $H(Q)$, а по (7) и (8) находим $\sigma(Q)$ и $\rho(P)$. Критерий окончания процесса аналогичен описанному выше. Рассмотренный метод определения $\sigma(Q)$ и $\rho(P)$ показал хорошую сходимость и позволил увеличить размерность аппроксимирующей системы в 54 раза по сравнению с методом блочных итераций. Таким образом, точность решения системы (1), (2) методом последовательных приближений будет гораздо выше, чем точность решения методом блочных итераций и может быть доведена на ЦВМ М-222 до 99%.

Применение метода вторичных источников позволяет решать задачу проектирования ИПТ комплексно и на качественно новом уровне. В этом случае оказывается возможным проектирование оптимальных конструкций ИПТ по различным

Типовый- нал	Измеряемый ток, А	Число витков вторичной обмотки		Длина средней силовой линии, мм		Масса, кг		Габариты (длина, ширина, высота), мм	
		ИПТМ	ТТ	ИПТМ	ТТ	ИПТМ	ТТ	ИПТМ	ТТ
1	500—800	2670	100—178	188	280	1	2	90×60×70	120×166×50
2	1200—1500	1656	200—300	260	374	1,5	3,4	120×60×70	160×170×110
3	2000—3000	1540	400—600	386	515	2	4,4	150×90×70	210×220×110
4	4000—6000	1742	800—1200	264	628	1	7,3	110×70×45	250×260×120

критериям (помехозащищенность, стоимость, погрешность и т. д.). Методика расчета в этом случае может быть принята следующая. Первоначально составляется функция качества, оптимум которой определяется (габариты, погрешность, стоимость, помехозащищенность и т. д.). Формируется совокупность ограничений на параметры ИПТМ и функции от этих параметров. Так как задача оптимального проектирования ИПТМ является многоэкстремальной, то необходим аппарат поиска глобального экстремума, в качестве которого может быть использован метод случайного поиска по алгоритму непрерывного обучения с направляющим конусом с последующим уточнением локального экстремума по наилучшей пробе со спуском. Далее случайным образом выбираются параметры ИПТМ, определяется функция качества и проверяется совокупность ограничений, для чего рассчитываются выходные параметры ИПТМ с использованием метода вторичных источников. Осуществляется глобальный поиск экстремума и его уточнение в локальной области.

Реализация этой методики на ЦВМ М-222 позволила в короткий срок спроектировать серию ИПТ с сердечником из магнитоэлектрика. Результаты расчета ИПТМ для измерения номинальных токов от 500 до 4000 А приведены в таблице. По результатам расчета были изготовлены опытные образцы ИПТМ и проведены испытания на натурных стендах с использованием контрольно-измерительной аппаратуры с классом точности не хуже 2. Результаты испытаний полностью подтвердили теоретические исследования и показали высокую точность расчетов. Отклонение от эксперимента во всех случаях не превысило 5%.

Следует ожидать, что в ближайшем будущем будет наблюдаться рост объема производства и номенклатуры ИПТМ. Это потребует внедрения более точных методов расчета их параметров, что делает целесообразным уже в настоящее время разработку систем автоматизированного проектирования оптимальных конструкций ИПТМ данного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Троицкий В. А. Некоторые применения магнитоди-электриков в низкочастотной технике. — Электричество, 1973, № 7.
2. Дроздов А. Д. Электрические цепи с ферромагнитными сердечниками в релейной защите. — М.: Энергия, 1965.
3. Сирота И. М. Переходные режимы работы трансформаторов тока. — Киев: Изд. АН УССР, 1961.
4. Расчет воздушных проходных трансформаторов тока/ Н. А. Золотарев, Г. П. Фоменко, В. В. Михайлов, В. И. Беличенко. — Изв. вузов Электромеханика, 1971, № 8.
5. Толмасский И. С. Карбонильные ферромагнетики. — М.: Металлургия, 1976.
6. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электро-технике. — М.: Энергия, 1975.
7. Тозони О. В., Майергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974.
8. Тозони О. В., Дианов М. И. Метод расчета трехмерного поля в магнитных системах со стальными магнитопроводами. — В кн.: Кибернетика и вычислительная техника, 1974, № 26. — Киев: Наукова думка.

[25.04.81]

УДК 62.505.72

Использование метода статистических испытаний для оценки надежности суммирующих преобразователей

СУЛЕЙМАНОВ Н. Т., УРАКСЕЕВ М. А., кандидаты техн. наук

Уфа

Метод статистических испытаний является численным методом решения задачи определения надежности, т. е. позволяет решать статистические задачи с помощью математического моделирования случайных событий или процессов на ЦВМ. Он заменяет физический эксперимент математическим исследованием, сохраняя сущность и характер эксперимента и использует статистические методы обработок и его результатов.

При оценке параметрической надежности методом статистических испытаний моделируют заданные законы распределения случайных аргументов — параметров x_i ($i=1, 2, \dots, m$), моделируют работу устройства, в результате чего определяются его рабочие характеристики $U_y=f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ для различных реализаций аргументов x_i , производят статистическую обработку результатов вычислений с учетом выполнения системы условий работоспособности данного устройства:

$$U_{y,n}-\Delta U_{y,i} \leq U_{y,i} \leq U_{y,n}+\Delta U_{y,i}. \quad (1)$$

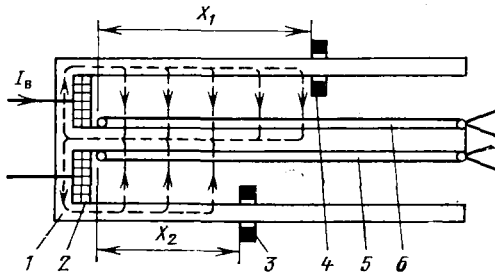
При исследовании надежности информационных устройств методом Монте-Карло приходится моделировать процесс их функционирования многократно, для этого необходимы случайные числа с равномерной плотностью распределения на

промежутке $[0, 1]$. Различают три способа получения равномерно распределенных случайных величин: таблицы случайных чисел, генераторы случайных чисел и метод псевдослучайных чисел [Л. 1]. Равномерно распределенные случайные величины, полученные любым из методов, необходимо проверить на случайность. Наиболее употребительной мерой проверки расхождения эмпирического распределения с теоретическим является величина χ^2 , которая рассчитывается по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (2)$$

где m_i — количество элементов выборки в i -м разряде; np_i — математическое ожидание величины m_i .

Однако предварительный анализ статистических показателей реальных законов распределения погрешностей параметров элементов суммирующих преобразователей показывает, что они подчиняются нормальному закону. Поэтому при решении задачи определения надежности методом Монте-Карло возникает необходимость моделирования псевдослучайных чисел, распределенных по нормальному закону.



Конструкция суммирующего преобразователя.

Псевдослучайные числа, подчиненные нормальному закону распределения, можно получить, используя центральную предельную теорему, согласно формуле

$$x_i = m_x + \sigma_x \left(\sum_{i=1}^{12} \xi_i - 6 \right). \quad (3)$$

Процедура генерирования на ЦВМ случайных чисел, подчиненных нормальному закону распределения, методом суммирования случайных чисел, распределенных равномерно в некотором интервале, может быть описана следующим образом: выборка чисел ξ_i из совокупности случайных чисел, равномерно распределенных в некотором интервале;

образование суммы $\sum_{i=1}^n \xi_i$;

сравнение количества слагаемых суммы с заданным количеством;

образование случайных чисел x_i с законом распределения.

Рассмотрим методику определения параметрической надежности суммирующего преобразователя (СП). Состояния определяющих параметров СП являются случайными функциями времени и определяются зависимостью:

$$U_y(t) = L[x_i(t), q_j(t)] \quad (i=1, n), \quad (4)$$

где $U_y(t)$ — определяющий параметр; $x_i(t)$ — параметр i элемента; $q_j(t)$ — входное возмущение.

Для вычисления параметрической надежности элементов и технических средств методом Монте-Карло необходимо найти полное статистическое описание выходного процесса, т. е. определить n -мерную функцию распределения определяющего параметра $U_y(t)$ при заданных $x_i(t)$ и $q_j(t)$. Однако из-за отсутствия данных о n -мерных законах распределения параметров элементов параметрическую надежность будем рассчитывать для двумерного нормального распределения. Получив в результате преобразований случайные значения параметров x_{it_0} , x_{it_1} , последовательно вводим их для вычисления определяющего параметра.

Повторяя эти операции, получим m значений выходного параметра U_y . Так как требуется найти вероятность попадания выходного параметра в заданное поле допуска, то, получив очередное значение U_{yi} , машина сравнивает его с границами интервала:

$$U_{y.n} - \Delta U_{y.i} \leq U_{yi} \leq U_{y.n} + \Delta U_{y.i}.$$

Зная число попаданий U_y внутрь этого интервала при числе вычислений, получаем

$$P(t) = P(t \text{ при } a \leq U_{y.n} \leq \beta) = m/n. \quad (5)$$

При решении задач определения параметрической надежности методом Монте-Карло возникает необходимость оценки точности и достоверности результатов расчета. Для этого необходимо определить минимальный объем испытаний, так как ошибка метода статистических испытаний связана с числом испытаний.

Определение числа испытаний целесообразно производить непосредственно в ходе процесса вычислений. После каждой серии испытаний вычисляется вероятность

$$P_{j,N} \left\{ \left| P_{\Delta j} - \frac{n_j}{N} \right| \leq \varepsilon \right\}, \quad (6)$$

где $P_{\Delta j}$ — истинная вероятность попадания случайной величины в интервал Δj изменения выходного параметра; ε — заданная точность.

Испытание заканчивается в том случае, если для всех интервалов разбиения гистограммы выполняется условие

$$P_{j,N} \left\{ \left| P_{\Delta j} - \frac{n_j}{N} \right| \leq \varepsilon \right\} \geq P_0, \quad (7)$$

где P_0 — заданная вероятность.

В противном случае проводится новая серия испытаний, состоящая из N_i опытов, и снова для каждого j вычисляются $P_{j,N}$, N_i и так далее до тех пор, пока не будет выполнено $P_{j,N}$ (7) для всех интервалов.

Вероятность можно вычислить, пользуясь интегральной теоремой Муавра — Лапласа:

$$P_{j,N} \left\{ \left| P_{\Delta j} - \frac{n_j}{N} \right| \leq \varepsilon \right\} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sqrt{\frac{N}{P(1-P)}}} e^{-x^2/2} dx, \quad (8)$$

где $P = n_j/N$.

Для практических расчетов число испытаний лежит в пределах 10^3 — 10^5 , при этом наибольшее значение ошибки ε (при $P=0,5$) при $P_0=0,997$ будет лежать в пределах $(0,05 \div 5)\%$.

На примере СП проиллюстрируем методику расчета параметрической надежности методом статистических испытаний. В системах управления для обработки информации широко используются СП с распределенными магнитными параметрами.

На рисунке показана наиболее характерная конструкция СП, содержащая Ш-образный магнитопровод 1 с сосредоточенной в основании обмоткой возбуждения 2. Крайние стержни магнитопровода охвачены подвижными короткозамкнутыми экранами 3 и 4. К обеим сторонам среднего стержня плотно прилегают плоские профилированные измерительные обмотки 5 и 6, соединенные последовательно друг с другом. Вид профиля контура плоских измерительных обмоток определяет закон изменения выходного сигнала СП от суммы координат экранов.

В общем случае при учете распределенных удельных магнитных параметров стали магнитопровода и проводимости воздушного зазора статистическая характеристика СП имеет вид [Л. 2]:

$$E_n = -j\omega \frac{I_B w_B w_n h q}{\gamma b} (\text{th } \beta X_{1*} + \text{th } \beta X_{2*}) \quad (9)$$

или в относительных единицах

$$E_n^* = \frac{E_n}{-j\omega I_B w_B w_n h g / b} = \frac{\text{th } \beta X_{1*} + \text{th } \beta X_{2*}}{\beta}, \quad (10)$$

где I_B и ω — ток и частота обмотки возбуждения; w_B , w_n — число витков обмоток возбуждения и измерительной; h , g , γ , b — параметры, характеризующие распределенную магнитную цепь СП; β — коэффициент, характеризующий потери цепи СП; X_{1*} , X_{2*} — относительные значения координат экранов. Чувствительность СП определяется из (10) как

$$S^* = \frac{\partial E_n^*}{\partial (X_{1*} + X_{2*})}. \quad (11)$$

Вводя переменную $t_* = X_{1*} + X_{2*}$, имеем

$$X_{2*} = t_* - X_{1*}; \quad X_{1*} = t_* - X_{2*}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10) почленно и беря от полученных выражений частные производные $\partial E_n^* / \partial t_*$, получим

$$S^* = (\partial E_{n1}^* / \partial t_* + \partial E_{n2}^* / \partial t_*) / 2 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\text{ch}^2 \beta X_{1*}} + \frac{1}{\text{ch}^2 \beta X_{2*}} \right]. \quad (13)$$

Чувствительность СП с учетом (9) и (13) в общем случае при учете обмоточных данных и параметров магнитной цепи имеет вид (при $X_{1*} = X_{2*} = 1$)

$$S = K_s \omega w_B w_n \frac{1}{\text{ch}^2 \beta}, \quad (14)$$

где $K_s = I_B h \frac{g}{b}$.

Таким образом, чувствительность СП

$$S=f(\omega, w_B, w_H, \beta). \quad (15)$$

Для конкретных численных данных, представленных в табл. 1, с вероятностью 0,9973 вычислены возможные из-

Таблица 1

Вход- ной пара- метр	Номинальное значение или математиче- ское ожида- ние	Максимально допустимое отклонение парамет- ра, %, в варианте				
		№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
ω	314, С- ⁻¹	1	0,5	0,5159	0,551	1,022
w_B	300 витков	1	0,5	0,5167	0,5567	1,043
w_H	50 витков	1	0,5	0,6	0,776	1,16
β	0,2	2	1	1,25	1,5	4

менения чувствительности СП за время его работы в течение 500 ч при колебаниях температуры окружающей среды от -65° до 125°С. Для выбора наиболее оптимальных допусков с учетом требований обеспечения наибольшей параметрической надежности проведем по пять вариантов испытания. Законы распределения параметров элементов будем считать соответствующими двумерному нормальному распределению, которое определяется математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением для двух сечений случайного процесса. Так как нас интересует значение параметрической надежности за время работы (0; 500 ч), то указанные числовые характеристики законов распределения должны быть заданы для этих сечений (табл. 2).

Таблица 2

Вариант	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
Параметрическая надежность $P(t)$	0,928	0,9998	0,9993	0,9937	0,8924
σ	0,392	0,35	0,332	0,47	0,51

Примечание. Во всех вариантах параметр $n = 10000$ и закон распределения нормальный.

Далее необходимо в соответствии с методом статистических испытаний получить плотность распределения параметра элемента. В результате всех преобразований согласно выше изложенной методике получим случайные числа x_{i0} , x_{i1} , имеющие заданную двумерную плотность распределения, которые последовательно вводятся для вычисления параметра СП по формуле (14). Повторяя эти операции, получим m значений чувствительности S . Так как требуется найти вероятность попадания выходного параметра в заданное поле

допуска m_0 машина, получив очередное значение S , сравнивает его с границами интервала (1). Зная число попаданий внутри этого интервала m при числе вычислений n , получаем величину параметрической надежности:

$$P(t) = P(t, S_n - \Delta S_i \leq S_i \leq S_n + \Delta S_i) = m/n.$$

Подсчитаем вероятность безотказной работы преобразователя за время 500 ч при колебаниях температуры окружающей среды от -65° до +125°С. Максимальное значение температурного коэффициента ТК линейного расширения феррита $\alpha_t = 16 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹, а температурный коэффициент индукции равен 0,3% на 1°С. Коэффициент старения составляет $5,7 \cdot 10^{-4}$ на 1 ч. Значение параметров СП в начальный момент времени и через 500 ч приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметр	Среднее номиналь- ное значение	Среднее квадратическое отклонение, %	
		0	500 ч
ω	314 с ⁻¹	0,5	0,5
w_B	300 витков	0,5	0,5
w_H	50 витков	0,5	1
β	0,2	1	4

Вероятность безотказной работы СП через 500 ч можно определить как

$$P(S_1, 500) = P(S_1, 0) P\left(\frac{S, 500}{S, 0}\right),$$

где $P(S, 500)$ — безусловная вероятность того, что преобразователь работает в момент $t=0$; $P\left(\frac{S, 500}{S, 0}\right)$ — условная вероятность безотказной работы СП через 500 ч при условии, что преобразователь был работоспособным в начальный момент.

Значение $P(S, 0) = 0,9998$ было вычислено ранее, тогда

$$P\left(\frac{S, 500}{S, 0}\right) = 1 - [P(S, 0) - P(S, 500)],$$

откуда

$$P\left(\frac{S, 500}{S, 0}\right) = 0,984.$$

Таким образом, надежность работы СП через 500 ч $P(S, 500) = 0,9838$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на ЭВМ. — М.: Наука, 1965.
2. Зарипов М. Ф., Ураксеев М. А. Расчет электромагнитических счетно-решающих преобразователей. — М.: Наука, 1976.

[26.05.80]

УДК 678:537.241.001.57

Моделирование рассеивания электрических зарядов с поверхности полимерных материалов

РАДЧЕНКО А. П., канд. техн. наук

Одесса

Электростатические свойства полимерных материалов определяют экспериментально по величинам удельных поверхностного и объемного сопротивлений, начальной плотности заряда и времени спада заряда наполовину [Л. 1]. Анализ результатов измерений [Л. 2—5] показывает, что в экспериментальном определении времени спада заряда имеются большие расхождения; это указывает на несовершенство оценки электростатических свойств полимерных материалов временем спада заряда по его объему и поверхности. Время спада заряда зависит не только от величин диэлек-

трических проницаемостей и проводимостей сред, но и от геометрических размеров установок, испытываемых образцов, типов измерительных устройств.

С целью увеличения точности, воспроизводимости результатов измерений и возможности расчета рассеивания заряда в конкретных электростатических системах определение времени спада заряда лучше производить отдельно по объему и поверхности полимерного материала. Необходимость раздельного измерения времени спада заряда по объему и поверхности подтверждается также опытом оценки электро-

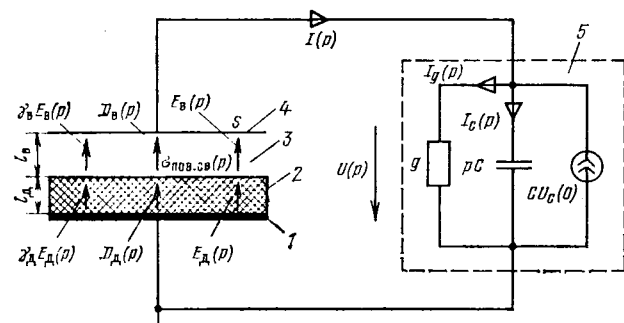


Рис. 1. Схема замещения установки для определения постоянной времени рассеивания электрического заряда.

1 — электропроводная подложка; 2 — полимерный материал; 3 — воздушный промежуток; 4 — первичный преобразователь; 5 — схема замещения электростатического вольтметра и монтаж соединений; l_d и l_v — толщина полимерного материала и воздушного промежутка; S — площадь первичного преобразователя.

статических свойств величинами удельного поверхностного и объемного сопротивлений, а не по величине сопротивления материала между двумя электродами.

Установок и методик для экспериментального измерения времени спада заряда только по поверхности полимерного материала пока не разработано. Существующие экспериментальные установки [Л. 1 и 6] можно использовать для измерения времени спада заряда по объему полимерного материала. Для этого необходимо, чтобы вектор напряженности электрического поля был перпендикулярен к поверхностям раздела сред. Электрическое поле в полимерном материале и воздушном промежутке должно быть однородным, т. е. значение его напряженности не должно зависеть от координат точки. Значением вектора напряженности электрического поля, касательного к поверхности полимерного материала, можно в данном случае пренебречь.

При экспериментальном исследовании электростатических свойств материалов рассеивание электрических зарядов приближенно описывается экспоненциальной зависимостью [Л. 3—5]. Аналитических зависимостей для определения постоянной времени рассеивания заряда до сих пор не получено. Математические модели [Л. 7], используемые в практике электростатической записи и передачи информации, не описывают, процессов рассеивания заряда в рассматриваемых установках.

В данной статье поставлена задача получения аналитической зависимости для постоянной времени рассеивания свободных электрических зарядов по объему полимерного материала, воздушному промежутку в равновесном электрическом поле и ее экспериментальная проверка.

Схема замещения установки для определения постоянной времени рассеивания электрических зарядов, показанная на рис. 1, может быть использована при измерениях постоянной времени рассеивания заряда промышленными измерителями электростатических зарядов.

Примем основные допущения: 1. Электрическое поле в полимерном материале и воздушном промежутке является однородным. 2. Пренебрегаем величиной заряда, рассеиваемого по поверхности полимерного материала. 3. Считаем постоянными величины диэлектрических проницаемостей и проводимостей сред в процессе рассеивания заряда при определенных внешних условиях. 4. Для полимерного материала и воздушного промежутка выполняется закон Ома.

Однородное электрическое поле в полимерном материале и воздушном промежутке создается за счет снабжения первичного преобразователя охранном кольцом, использования полимерных материалов толщиной не более 10^{-2} м, расположения первичного преобразователя над материалом на расстоянии не более 10^{-2} м. Например, первичный преобразователь промышленного измерителя электростатических зарядов ИЭЗ-П располагают на расстоянии $5 \cdot 10^{-3}$ м от поверхности полимерного материала. Величины диэлектрических проницаемостей и проводимостей электризующихся полимерных материалов практически не изменяются из-за небольшой скорости рассеивания заряда [Л. 8].

Считаем, что в момент времени $t=0$ мгновенно прекращается генерация свободных зарядов на поверхности полимерного материала. Схема замещения, приведенная на рис. 1,

описывается следующей системой уравнений в операторной форме [Л. 9] для времени $t \geq 0$:

$$D_v(p) = D_d(p) + \sigma_{\text{пов.св}}(p); \quad (1)$$

$$D_v(p) = \epsilon_0 \epsilon_v E_v(p); \quad (2)$$

$$D_d(p) = \epsilon_0 \epsilon_d E_d(p); \quad (3)$$

$$E_d(p) l_d + E_v(p) l_v = -U(p); \quad (4)$$

$$-\gamma_v E_v(p) + \gamma_d E_d(p) = \rho_{\text{пов.св}}(p) - \sigma_0; \quad (5)$$

$$I(p) - \gamma_v S E_v(p) = S p D_v(p) - S D_v(0); \quad (6)$$

$$I(p) = I_g(p) + I_c(p) - C U_c(0); \quad (7)$$

$$I_g(p) = g U(p); \quad (8)$$

$$I_c(p) = p C U(p), \quad (9)$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная; σ_0 , $D_v(0)$, $U_c(0)$ — начальные значения поверхностной плотности свободных зарядов, электрического смещения и напряжения между электропроводной подложкой и первичным преобразователем; C — емкость электростатического вольтметра и монтажных соединений; $\gamma_d E_d(p)$, $\gamma_v E_v(p)$ — операторные плотности тока в полимерном материале и воздушном промежутке; $D_d(p)$, $D_v(p)$ — операторные электрические смещения в полимерном материале и воздушном промежутке; $E_d(p)$, $E_v(p)$ — операторные напряженности электрического поля в полимерном материале и воздушном промежутке; $\sigma_{\text{пов.св}}(p)$ — операторная поверхностная плотность свободных зарядов; γ_d , γ_v — удельные объемные проводимости полимерного материала и воздушного промежутка; ϵ_d , ϵ_v — диэлектрические проницаемости полимерного материала и воздушного промежутка; g , pC — операторные активная и емкостная проводимости; $I_i(p)$, $U(p)$ — операторные токи и напряжение; $C U_c(0)$ — источник тока, учитывающий начальные условия.

Уравнения (1) — (4) позволяют определить напряженности электрического поля в полимерном материале и воздушном промежутке:

$$E_d(p) = -\frac{\frac{l_v}{\epsilon_0 \epsilon_v l_d} \sigma_{\text{пов.св}}(p) + \frac{U(p)}{l_d}}{1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d}}; \quad (10)$$

$$E_v(p) = \frac{\frac{\sigma_{\text{пов.св}}(p)}{\epsilon_0 \epsilon_v} - \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} U(p)}{1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d}}. \quad (11)$$

Решая совместно уравнения (6) — (11), получаем

$$\sigma_{\text{пов.св}}(p) = \frac{a_0 p + a_1}{p^2 + a_2 p + a_3}, \quad a_0 = \sigma_0; \quad (12)$$

$$a_1 = \frac{\sigma_0 \left[g \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_d \gamma_v S}{\epsilon_v l_d} \right] + \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \left(-\frac{\gamma_d}{l_d} + \gamma_v \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} \right) [C U_c(0) - S \epsilon_0 \epsilon_v E_v(0)] + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right]}{\left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) \left[g \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_d \gamma_v S}{\epsilon_v l_d} \right] + \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) \times \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] + \left(\frac{\gamma_v}{\epsilon_0 \epsilon_v} + \gamma_d \frac{l_v}{\epsilon_0 \epsilon_v l_d} \right) \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] + \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] \times \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_v}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] + S \left(\frac{\gamma_d}{l_d} - \gamma_v \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d}};$$

$$a_3 = \frac{\left(\frac{\gamma_n}{\epsilon_0 \epsilon_v} + \gamma_d \frac{l_n}{\epsilon_0 \epsilon_v l_d} \right) \left[g \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) + \right.}{\left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) + \right.} \\ \left. + \frac{\gamma_n S}{\epsilon_v l_d} \right] + \frac{\gamma_v S}{\epsilon_0 \epsilon_v} \left(\frac{\gamma_d}{l_d} - \gamma_v \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} \right)}{\left. + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] + S \left(\frac{\gamma_d}{l_d} - \gamma_v \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} \right)}.$$

Числовые расчеты коэффициентов a_1 , a_2 , a_3 показали, что коэффициентом a_1 можно пренебречь.

Оригиналом выражения (12) является уравнение

$$\sigma_{\text{нов.св}}(t) = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (13)$$

где τ — постоянная времени рассеивания электрических зарядов.

Величина постоянной времени рассеивания электрических зарядов определяется по выражению

$$\tau = \frac{\left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) \times}{\left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) \left[g \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) + \frac{\epsilon_d \gamma_n S}{\epsilon_v l_d} \right] +} \\ \times \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\gamma_v}{\epsilon_0 \epsilon_v} + \gamma_d \frac{l_n}{\epsilon_0 \epsilon_v l_d} \right) \left[C \left(1 + \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v} \frac{l_n}{l_d} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d S}{l_d} \right] + S \left(\frac{\gamma_d}{l_d} - \gamma_v \frac{\epsilon_d}{\epsilon_v l_d} \right) \right]. \quad (14)$$

Экспоненциальная зависимость (13) подтверждается данными экспериментальных исследований [Л. 3—5].

Значения толщин l_v , l_d и площадь первичного преобразователя S должны удовлетворять условиям

$$\left. \begin{aligned} l_{v,z} < l_v < l_{v,p}; \\ l_{d,z} < l_d < l_{d,p}; \\ S_p < S, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $l_{v,z}$, $l_{d,z}$ — толщину воздушного промежутка и полимерного материала, при которых не выполняется закон Ома; $l_{v,p}$, $l_{d,p}$ — толщину воздушного промежутка и полимерного материала, при которых нарушается равномерность электрического поля; S_p — площадь первичного преобразователя, при которой нарушается однородность электрического поля.

Выражение для постоянной времени τ_s рассеивания заряда при $S \rightarrow \infty$ получаем из формулы (14):

$$\tau_s = \lim_{S \rightarrow \infty} \tau = \frac{\epsilon_0}{\frac{\gamma_v}{\epsilon_v} + \frac{\gamma_d}{\epsilon_v \frac{l_d}{l_v} + \epsilon_d}}. \quad (16)$$

Анализ выражения (16) показывает, что если $\epsilon_d \gg \epsilon_v \frac{l_d}{l_v}$;

то

$$\tau_{s1} = \frac{\epsilon_0}{\frac{\gamma_v}{\epsilon_v} + \frac{\gamma_d}{\epsilon_d}}. \quad (17)$$

Зависимость (17) эквивалентна выражению

$$\frac{1}{\tau_{s1}} = \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_d}, \quad (18)$$

где $\tau_v = \epsilon_0 \frac{\epsilon_v}{\gamma_v}$; $\tau_d = \epsilon_0 \frac{\epsilon_d}{\gamma_d}$.

Рис. 2. Зависимость постоянной времени τ рассеивания заряда от диэлектрической проницаемости полимерного материала, относительных величин $l_{отн}$ и $S_{отн}$.

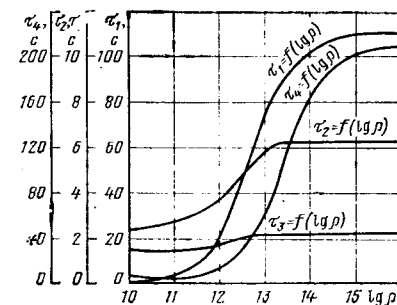
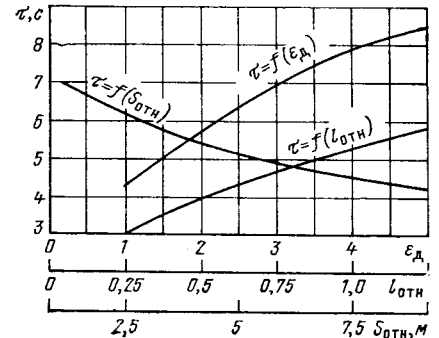


Рис. 3. Зависимость постоянной времени рассеивания заряда от логарифма удельных сопротивлений сред.

Значения параметров сред и схемы замещения вольтметра, монтажа должны определяться разрядным методом [Л. 8 и 10]. Разрядный метод определения величин диэлектрических проницаемостей и проводимостей сред наиболее близко моделирует условия рассеивания электрического заряда. Измерение величин проводимости воздуха при помощи воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами l_n и напряженностью электрического поля E_v позволяет интегрально оценить процессы в воздушном промежутке и на границах раздела сред. Аналогичные рассуждения положены в основу определения диэлектрических проницаемостей и проводимостей сред.

Результаты численного расчета по формуле (14) представлены на рис. 2 и 3, где $l_{отн} = \frac{l_n}{l_d}$, $S_{отн} = \frac{S}{l_d}$, ρ — удельное

объемное сопротивление сред. Графическая зависимость $\tau = f(l_{отн})$ построена при $\gamma_d = 0,9 \cdot 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\gamma_v = 4 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\epsilon_v = 1$, $\epsilon_d = 2,1$, $g = 6,8 \cdot 10^{-13} \text{ См}$, $C = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$, $S_{отн} = 2,5$ м. Зависимость $\tau = f(S_{отн})$ построена при тех же значениях параметров схемы замещения и $l_{отн} = 1,25$. Кривая $\tau = f(\epsilon_d)$ представлена для тех же величин параметров схемы замещения и значений $l_{отн} = 1,25$, $S_{отн} = 2,5$ м. На рис. 3 кривая $\tau_1 = f(\lg \rho)$ построена при $\gamma_d = 0,9 \cdot 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $g = 6,8 \cdot 10^{-13} \text{ См}$, $\epsilon_v = 1$, $\epsilon_d = 2,1$, $C = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$, $S_{отн} = 2,5$, $l_{отн} = 1,25$. Графическая зависимость $\tau_2 = f(\lg \rho)$ представлена для $\gamma_v = 0,4 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ и тех же значений параметров схемы замещения, а также $l_{отн}$, $S_{отн}$.

На рис. 3 показаны зависимости $\tau_3 = f(\lg \rho)$ и $\tau_4 = f(\lg \rho)$, построенные по формуле (17). Графическая зависимость $\tau_3 = f(\lg \rho)$ построена при $\epsilon_v = 1$, $\epsilon_d = 2,1$, $\gamma_v = 0,4 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} \times \text{м}^{-1}$, а зависимость $\tau_4 = f(\lg \rho)$ при $\gamma_d = 0,9 \cdot 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ и тех же значениях диэлектрических проницаемостей сред.

Влияние величин g и C схемы замещения на постоянную времени рассеивания исследовалось по формуле (14). Например, при изменении g от 10^{-10} См до 10^{-16} См значение τ изменяется от 1,02 с до 6,16 с при $\gamma_v = 4 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\gamma_d = 0,9 \cdot 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\epsilon_d = 2,1$, $\epsilon_v = 1$, $C = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$, $l_{отн} = 1,25$, $S_{отн} = 2,5$. Если величина емкости C меняется от 10^{-4} Ф до 10^{-10} Ф , то постоянная времени рассеивания заряда изменяется от 7,81 до 5,96 с при $g = 6,8 \cdot 10^{-13} \text{ См}$ и тех же величинах параметров схемы замещения.

Результаты расчета показали существенное влияние параметров схемы замещения на величину постоянной времени рассеивания заряда.

Выражение (14) для постоянной времени рассеивания электрических зарядов проверялось на экспериментальной

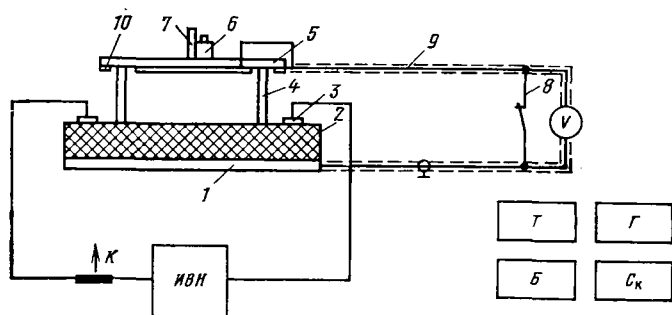


Рис. 4. Схема экспериментальной установки.

1 — электропроводная подложка; 2 — полимерный материал; 3 — металлические пластины; 4 — диэлектрические стойки; 5 — первичный преобразователь; 6 — микровыключатель; 7 — диэлектрическая ручка; 8 — контакт микровыключателя; 9 — экранированный и заземленный провод; 10 — охранный кольцо; V — электростатический вольтметр; ИВН — источник высокого напряжения; К — выключатель; Т — термометр; Б — барометр; Г — гигрометр; С_к — секундомер.

установке. Схема экспериментальной установки показана на рис. 4.

Площадь электропроводной подложки и оргстекла составляла 0,2 м², толщина оргстекла — $4 \cdot 10^{-3}$ м. Свободные электрические заряды наносились на полимерный материал при помощи металлических пластин 3 длиной 0,3 м и шириной $2,5 \cdot 10^{-2}$ м, подключенных к источнику высокого напряжения УПУ-1. Расстояние между пластинами равнялось 0,125 м, плотное прилегание пластин обеспечивалось путем наложения на них металлических грузов массой 2 кг.

Расстояние от первичного преобразователя до полимерного материала принималось равным $5 \cdot 10^{-3}$ м, площадь первичного преобразователя составляла 10^{-2} м².

Использовался электростатический вольтметр типа С96. Постоянная времени рассеивания определялась по электростатическому вольтметру секундомером типа СМ-60. Влажность воздуха измерялась гигрометром типа М68, температура воздуха — ртутным термометром с ценой деления 0,1°C, атмосферное давление — барометром типа АД-49-А.

Напряжение 5 кВ подавалось на пластины 3 при замкнутых накоротко выводах электростатического вольтметра. Микровыключателем размыкали контакт 8 и после окончания переходного процесса отключали источник высокого напряжения от пластин 3. Время, за которое начальное напряжение на электростатическом вольтметре уменьшалось в e раз, записывалось в соответствии с показаниями секундомера.

Параметры оргстекла, воздуха, электростатического вольтметра и монтажа определялись разрядным методом [Л. 8, 10].

Конденсатор имел площадь одной пластины 0,2 м². Одна из пластин имела охранный кольцо. Расстояние между пластинами принималось равным l_b и l_d . На пластинах конденсатора устанавливалось начальное напряжение 1 кВ. Измеритель электростатических зарядов ИЭЗ-П (и с помощью металлической пластины, подключенной к электростатическому вольтметру) не обнаружил рассеивания заряда на поверхности полимерных материалов с удельной поверхностной проводимостью меньше 10^{-12} См.

Большинство полимерных материалов [Л. 3, 4, 5, 8], применяемых в промышленности, имеет удельную поверхностную проводимость не более 10^{-12} См.

Результаты экспериментальных определений проводимости воздуха в условиях моделирующих рассеивания заряда, показали, что проводимость изменялась от $0,8 \cdot 10^{-12}$ Ом⁻¹ × м⁻¹ до $1,1 \cdot 10^{-14}$ Ом⁻¹ × м⁻¹. Относительная влажность воздуха изменялась в пределах 30÷75%, температура — 15÷30°C, атмосферное давление — 750,0÷770,0 мм рт. ст.

Среднее значение двадцатипятикратного экспериментального измерения постоянной времени равнялось 4,1 с при $\epsilon_d=2,1$, $\epsilon_b=1,0$, $l_b=5 \cdot 10^{-3}$ м, $l_d=4 \cdot 10^{-3}$ м, $g=6,8 \cdot 10^{-13}$ См, $S_{отн}=2,5$ м, $\gamma_b=4 \cdot 10^{-12}$ Ом⁻¹ × м⁻¹, $\gamma_d=0,9 \cdot 10^{-13}$ Ом⁻¹ × м⁻¹, $\epsilon_0=8,86 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $C=1,1 \cdot 10^{-10}$ Ф, температуре окружающего воздуха 19,5±21,5°C, относительной влажности воздуха 51,5÷52,0%, атмосферном давлении 753,0÷753,5 мм рт. ст. Относительная погрешность экспериментального и расчетного значений постоянной времени не превышает 25%.

Выводы. 1. Получено аналитическое выражение для постоянной времени рассеивания свободных электрических зарядов с поверхности полимерных материалов по их объему и воздушному промежутку в установках для определения электростатических свойств при равномерном электрическом поле.

2. Выражение (17) может быть применено для определения постоянной времени рассеивания, если $\epsilon_d \gg \epsilon_b \frac{l_d}{l_b}$ и $S \rightarrow \infty$.

3. Относительная погрешность экспериментального и расчетного значений постоянной времени рассеивания заряда с поверхности полимерного материала в установках для измерения электростатических свойств не превышала 25%.

4. Полученная зависимость для постоянной времени рассеивания заряда может быть использована при проектировании установок для определения электростатических свойств полимерных материалов и для разработок методик экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- ГОСТ 16185-70. Пластмассы. Метод определения электростатических свойств.
- Джоветт Ч. Е. Статическое электричество в электронике. — М.: Энергия, 1980. — 135 с.
- Статическое электричество в химической промышленности. Под ред. Б. И. Сожина. — Л.: Химия, 1977. — 238 с.
- Василенок Ю. И. Защита полимеров от статического электричества. — Л.: Химия, 1975. — 188 с.
- Каверзнев В. А., Зайцев А. А., Овечкин Ю. А. Статическое электричество в полупроводниковой промышленности. — М.: Энергия, 1975. — 112 с.
- Определение электризуемости полимерных материалов / В. А. Васильев, В. Н. Карпов, Ю. А. Лямин, В. М. Дроздов. — Строительные материалы, № 5 (21), 1973, с. 28—29.
- Цырин Л. Э. Избранные задачи расчета электрических и магнитных полей. — М.: Советское радио, 1977. — 319 с.
- Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М. Электротехнические материалы. — Л.: Энергия, 1977. — 352 с.
- Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. т. III. Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1975. — 208 с.
- Грибанов Ю. И. Измерение слабых токов, зарядов и больших сопротивлений. — М. Л.: Госэнергоиздат, 1962. — 80 с.

[03.02.81]

УДК 621.313.333.4.001.57

Исследование исполнительного двухроторного асинхронного двигателя

ИСМАТХОДЖАЕВ С. К., ДЖАБАРОВ Н. Г., кандидаты техн. наук, МУМИНДЖАНОВ А. Ф., инж.

Ташкент

Широкое распространение в промышленных системах автоматического регулирования и управления (САР и У) получил исполнительный асинхронный двигатель с двумя роторами (полым и короткозамкнутым), обладающий рядом преимуществ по сравнению с трехфазными двигателями [Л. 1—3].

Точность и быстродействие исполнительного электродвигателя как элемента САР и У определяется его статическими и динамическими характеристиками. Статические режимы работы двухроторного асинхронного двигателя освещены, например, в [Л. 2 и 4], динамические же режимы мало изучены.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Как известно, работа исполнительных двигателей САР и У заключается в частых пусках, остановах и реверсах, что существенно влияет на динамические показатели системы в целом. Несомненный интерес представляет изучение электромагнитных и электрохимических переходных процессов исполнительного двухроторного асинхронного двигателя с учетом взаимного влияния роторов.

Электромагнитные переходные процессы в двухроторном асинхронном двигателе описываются при общеизвестных допущениях следующими дифференциальными уравнениями в неподвижных координатных осях α и β , жестко связанных со статорными обмотками [Л. 5 и 6]:

$$\left. \begin{aligned} u_s^\alpha &= i_s^\alpha R_s + \frac{d\psi_s^\alpha}{dt}; \\ u_s^\beta &= i_s^\beta R_s + \frac{d\psi_s^\beta}{dt}; \\ u_{r1}^\alpha &= i_{r1}^\alpha R_{r1} + \frac{d\psi_{r1}^\alpha}{dt} + \omega_{r1} \psi_{r1}^\beta; \\ u_{r1}^\beta &= i_{r1}^\beta R_{r1} + \frac{d\psi_{r1}^\beta}{dt} - \omega_{r1} \psi_{r1}^\alpha; \\ u_{r2}^\alpha &= i_{r2}^\alpha R_{r2} + \frac{d\psi_{r2}^\alpha}{dt} + \omega_{r2} \psi_{r2}^\beta; \\ u_{r2}^\beta &= i_{r2}^\beta R_{r2} + \frac{d\psi_{r2}^\beta}{dt} - \omega_{r2} \psi_{r2}^\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Индексы $s, r1, r2$ относятся соответственно к параметрам статора полого и короткозамкнутого роторов; u_s^α, u_s^β — напряжения на обмотках статора; $u_{r1}^\alpha, u_{r1}^\beta, u_{r2}^\alpha, u_{r2}^\beta$ — напряжения соответственно полого и короткозамкнутого роторов; $i_s^\alpha, i_s^\beta, i_{r1}^\alpha, i_{r1}^\beta, i_{r2}^\alpha, i_{r2}^\beta$ — токи статора и роторов; R_s, R_{r1}, R_{r2} — активные сопротивления; ω_{r1}, ω_{r2} — частоты вращения полого и короткозамкнутого роторов относительно статора.

При выводе системы (1) не учтена взаимная индуктивность между полым и короткозамкнутыми роторами, во избежание сложных и громоздких выражений. Такое допущение объясняется индуктивным расположением роторов внутри статора.

Уравнения потокоцеплений статора и роторов по осям α и β , выраженные через токи:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s^\alpha &= L_s^\alpha i_s^\alpha + M_1 i_{r1}^\alpha + M_2 i_{r2}^\alpha; \\ \psi_s^\beta &= L_s^\beta i_s^\beta + M_1 i_{r1}^\beta + M_2 i_{r2}^\beta; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{r1}^\alpha &= L_{r1}^\alpha i_{r1}^\alpha + M_1 i_s^\alpha; \\ \psi_{r1}^\beta &= L_{r1}^\beta i_{r1}^\beta + M_1 i_s^\beta; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{r2}^\alpha &= L_{r2}^\alpha i_{r2}^\alpha + M_2 i_s^\alpha; \\ \psi_{r2}^\beta &= L_{r2}^\beta i_{r2}^\beta + M_2 i_s^\beta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь $L_s^\alpha, L_s^\beta, L_{r1}^\alpha, L_{r1}^\beta, L_{r2}^\alpha, L_{r2}^\beta$ — индуктивности статора, полого и короткозамкнутого роторов по осям α и β ; M_1, M_2 — взаимные индуктивности между статором и полым, а также короткозамкнутыми роторами;

$$\left. \begin{aligned} L_s^\alpha &= L_s^\beta = M_1 + M_2 + l_{ss}; \\ L_{r1}^\alpha &= L_{r1}^\beta = M_1 + l_{r1\sigma}; \\ L_{r2}^\alpha &= L_{r2}^\beta = M_2 + l_{r2\sigma}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $l_{ss}, l_{r1\sigma}, l_{r2\sigma}$ — индуктивности рассеяния обмоток статора и роторов

Из (2) определим токи статора:

$$\left. \begin{aligned} i_s^\alpha &= \frac{\psi_s^\alpha}{L_s^\alpha} - \frac{M_1}{L_s^\alpha} i_{r1}^\alpha - \frac{M_2}{L_s^\alpha} i_{r2}^\alpha; \\ i_s^\beta &= \frac{\psi_s^\beta}{L_s^\beta} - \frac{M_1}{L_s^\beta} i_{r1}^\beta - \frac{M_2}{L_s^\beta} i_{r2}^\beta. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из (3) и (4) найдем токи роторов:

$$\left. \begin{aligned} i_{r1}^\alpha &= \frac{\psi_{r1}^\alpha}{L_{r1}^\alpha} - \frac{M_1}{L_{r1}^\alpha} i_s^\alpha; \\ i_{r1}^\beta &= \frac{\psi_{r1}^\beta}{L_{r1}^\beta} - \frac{M_1}{L_{r1}^\beta} i_s^\beta; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{r2}^\alpha &= \frac{\psi_{r2}^\alpha}{L_{r2}^\alpha} - \frac{M_2}{L_{r2}^\alpha} i_s^\alpha; \\ i_{r2}^\beta &= \frac{\psi_{r2}^\beta}{L_{r2}^\beta} - \frac{M_2}{L_{r2}^\beta} i_s^\beta. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

С учетом (7) и (8) для токов статора имеем:

$$\left. \begin{aligned} i_s^\alpha &= \frac{1}{\sigma L_s^\alpha} \psi_s^\alpha - \frac{M_1}{\sigma L_s^\alpha L_{r1}^\alpha} \psi_{r1}^\alpha - \frac{M_2}{\sigma L_s^\alpha L_{r2}^\alpha} \psi_{r2}^\alpha; \\ i_s^\beta &= \frac{1}{\sigma L_s^\beta} \psi_s^\beta - \frac{M_1}{\sigma L_s^\beta L_{r1}^\beta} \psi_{r1}^\beta - \frac{M_2}{\sigma L_s^\beta L_{r2}^\beta} \psi_{r2}^\beta, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $1 - \frac{M_1^2}{L_s^\alpha L_{r1}^\alpha} - \frac{M_2^2}{L_s^\beta L_{r2}^\beta} = \sigma$ — коэффициенты рассеяния двухроторного асинхронного двигателя.

Уравнения электромагнитных моментов двигателя: для полого ротора:

$$M_{\alpha 1} = \frac{k_{r1}}{\sigma L_s^\alpha} (\psi_s^\beta \psi_{r1}^\alpha - \psi_s^\alpha \psi_{r1}^\beta); \quad (10)$$

для короткозамкнутого ротора

$$M_{\alpha 2} = \frac{k_{r2}}{\sigma L_s^\alpha} (\psi_s^\beta \psi_{r2}^\alpha - \psi_s^\alpha \psi_{r2}^\beta), \quad (11)$$

где $k_{r1} = \frac{M_1}{L_{r1}^\alpha}; k_{r2} = \frac{M_2}{L_{r2}^\alpha}$.

Учитывая, что $u_{r1}^\alpha = u_{r1}^\beta = 0$ и $u_{r2}^\alpha = u_{r2}^\beta = 0$, и заменяя индуктивности соответствующими индуктивными сопротивлениями, запишем полную систему дифференциальных уравнений двухроторного асинхронного двигателя:

$$\frac{d\psi_s^\alpha}{dt} = u_s^\alpha - i_s^\alpha R_s;$$

$$\frac{d\psi_s^\beta}{dt} = u_s^\beta - i_s^\beta R_s - X_K \int_0^t i_s^\beta;$$

$$\frac{d\psi_{r1}^\alpha}{dt} = -i_{r1}^\alpha R_{r1} - \omega_{r1} \psi_{r1}^\beta;$$

$$\frac{d\psi_{r1}^\beta}{dt} = -i_{r1}^\beta R_{r1} + \omega_{r1} \psi_{r1}^\alpha;$$

$$\frac{d\psi_{r2}^\alpha}{dt} = -i_{r2}^\alpha R_{r2} - \omega_{r2} \psi_{r2}^\beta;$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_{r2}^3}{dt} &= -i_{r2}^3 R_{r2}^3 + \omega_{r2} \psi_{r2}^3; \\
i_s^\alpha &= \frac{1}{\sigma X_s^\alpha} \psi_s^\alpha - \frac{X_{m1}}{\sigma X_s^\alpha X_{r1}^\alpha} \psi_{r1}^\alpha - \frac{X_{m2}}{\sigma X_s^\alpha X_{r2}^\alpha} \psi_{r2}^\alpha; \\
i_s^\beta &= \frac{1}{\sigma X_s^\beta} \psi_s^\beta - \frac{X_{m1}}{\sigma X_s^\beta X_{r1}^\beta} \psi_{r1}^\beta - \frac{X_{m2}}{\sigma X_s^\beta X_{r2}^\beta} \psi_{r2}^\beta; \\
i_{r1}^\alpha &= \frac{1}{X_{r1}^\alpha} \psi_{r1}^\alpha - \frac{X_{m1}}{X_{r1}^\alpha} i_s^\alpha; \\
i_{r1}^\beta &= \frac{1}{X_{r1}^\beta} \psi_{r1}^\beta - \frac{X_{m1}}{X_{r1}^\beta} i_s^\beta; \\
i_{r2}^\alpha &= \frac{1}{X_{r2}^\alpha} \psi_{r2}^\alpha - \frac{X_{m2}}{X_{r2}^\alpha} i_s^\alpha; \\
i_{r2}^\beta &= \frac{1}{X_{r2}^\beta} \psi_{r2}^\beta - \frac{X_{m2}}{X_{r2}^\beta} i_s^\beta; \\
M_{\Sigma 1} &= \frac{k_{r1}}{\sigma X_s^\alpha} (\psi_s^\beta \psi_{r1}^\alpha - \psi_s^\alpha \psi_{r1}^\beta); \\
\frac{d\omega_{r1}}{dt} &= \frac{1}{J_1} (M_{\Sigma 1} - M_{c1}); \\
M_{\Sigma 2} &= \frac{k_{r2}}{\sigma X_s^\alpha} (\psi_s^\beta \psi_{r2}^\alpha - \psi_s^\alpha \psi_{r2}^\beta); \\
\frac{d\omega_{r2}}{dt} &= \frac{1}{J_2} (M_{\Sigma 2} - M_{c2}),
\end{aligned} \quad (12)$$

где J , J_2 — моменты инерции полого и короткозамкнутого роторов; $X_k \int i_s^\beta$ — член, учитывающий включенную в обмотку статора двигателя фазосдвигающую емкость; $M_{c2} = M_0 + (M_{cн} - M_0) \left(\frac{\omega_{r2}}{\omega_{r20}} \right)^2$ — вентиляционная нагрузка.

По уравнениям (12) на АВМ исследован исполнительный двухроторный двигатель типа ДАУ-63 [Л. 1] (мощность 63 Вт; номинальная частота вращения полого ротора $\omega_{r1н} = 2500$ об/мин; номинальный момент $M_{\Sigma 1н} = 0,035$ кгс·см; наибольшая мощность короткозамкнутого ротора 24 Вт; наибольшая частота вращения короткозамкнутого ротора $\omega_{r2\max} = 2500$ об/мин; питающее напряжение $u_s^\alpha = u_s^\beta = 220$ В) со следующими параметрами в относительных единицах: статора — $R_s^\alpha = R_s^\beta = 0,216$; $X_s^\alpha = X_s^\beta = 2,07$; полого ротора — $R_{r1}^\alpha = R_{r1}^\beta = 0,54$; $X_{r1}^\alpha = X_{r1}^\beta = 1,5$; $X_{m1} = 1,5$; $1/J_1 = 0,162$; короткозамкнутого ротора — $R_{r2}^\alpha = R_{r2}^\beta = 0,18$; $X_{r2}^\alpha = X_{r2}^\beta = 0,408$; $X_{m2} = 0,354$; $1/J_2 = 0,03$, а также $X_k = 1,72$; $\sigma = 0,13$.

На модели исследовались пусковые характеристики двухроторного двигателя с целью выявления соответствия динамических характеристик исполнительного механизма ГОСТ 7192-74. В таблице представлены электромагнитные моменты $M_{\Sigma 1}$ и $M_{\Sigma 2}$, а также частоты вращения роторов ω_{r1} и ω_{r2} при пуске с различными нагрузками M_{c1} на валу двигателя.

Значения моментов и скоростей приведены в относительных единицах; t_0 — время, в течение которого полый ротор неподвижен; t_1 — время разгона короткозамкнутого ротора; t_2 — время пуска полого ротора, включая и t_0 .

На рис. 1, а и б представлены осциллограммы изменения моментов и частот вращения, соответствующие режимам 3 и 5 таблицы.

Как видно из таблицы и осциллограмм рис. 1, а и б, характер переходных процессов при пуске существенно зависит от нагрузки на валу. При вращающемся короткозамкнутом роторе время пуска полого ротора равно 0,21 с; $M_{c1} = 0$ и 1 с;

№ п/п	M_{c1}	t , с	$M_{\Sigma 1}$	ω_{r1}	ω_{r2}	$M_{уд1}$	$M_{уд2}$
1	0	$t_0=0$ $t_1=1,91$ $t_2=0,21$	— 0 —	0 0,96 0,91	— 0,82 —	3,13	1,04
2	1	$t_0=0$ $t_1=1,63$ $t_2=0,30$	— 1 —	0 0,84 0,82	— 0,9 —	3,13	1,04
3	2,3	$t_0=0,30$ $t_1=0,62$ $t_2=0,82$	— 2,56 2,3	0 0,54 0,7	— 1,04 —	3,13	1,04
4	2,8	$t_0=0,42$ $t_1=0,68$ $t_2=1,00$	— 3,1 2,8	0 0,39 0,55	— 1,04 —	3,13	1,04
5	3,37	— $t_1=0,81$ —	— 3,37 —	0 0 0	— 1,18 —	3,13	1,04
6	—	—	1,83	0	0	3,13	1,04
7	0	$t_2=0,20$	0	0,91	0	3,13	1,04

$M_{c1} = 2,8$. Продолжительность времени пуска полого ротора не зависит от режима короткозамкнутого ротора. Время пуска полого ротора в случае $M_{c1} = 0$, с вращающимся и неподвижным короткозамкнутым ротором соответственно равно 0,21 и 0,2 с. Это объясняется существенным отличием моментов инерций полого J_1 и короткозамкнутого J_2 роторов, которые соответственно равны 6,21 и 32,74 отн. ед. Из-за этого существенно различны значения времени пуска полого и короткозамкнутого роторов. Поэтому при $M_{c1} \leq M_n$ пуск полого ротора происходит при неподвижном короткозамкнутом роторе, т. е. при меньшем (начальном) значении пускового электромагнитного момента $M_{п.з1}$. Значение ударного электромагнитного момента полого ротора при всех значениях M_{c1} не изменяется ($M_{уд1} = 3,13$) и не зависит от режима работы короткозамкнутого ротора.

В результате исследований установлено, что короткозамкнутый ротор оказывает существенное влияние на пусковой электромагнитный момент полого ротора $M_{п.з1}$. Так, при вращающемся короткозамкнутом роторе $M_{п.з1} = 3,37$ (см. табл., режим 5), а при неподвижном $M_{п.з1} = 1,83$ (режим 6). Физически это объясняется тем, что при пуске двухроторного асинхронного двигателя происходит перераспределение энергии электромагнитного поля статора между полым и короткозамкнутым роторами. Независимо от приложенного M_{c1} и режима работы короткозамкнутого ротора электромагнитный момент $M_{\Sigma 1}$ в начале пуска устанавливается на уровне 1,83 (рис. 1, а). С разгоном короткозамкнутого ро-

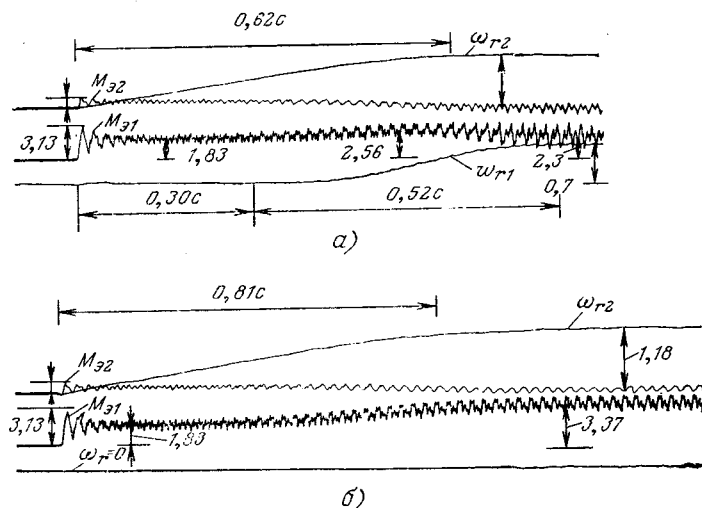


Рис. 1.

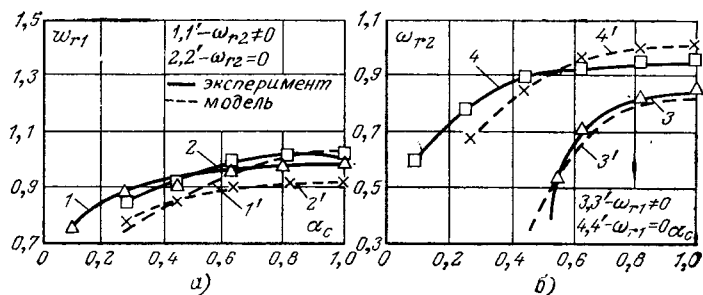


Рис. 2.

тора электромагнитная энергия перераспределяется к полюсу ротора, и его электромагнитный момент возрастает до значения 2,56 (рис. 1,а); одновременно начинается пуск полого ротора. С ростом скорости полого ротора электромагнитный момент $M_{\alpha 1}$ уменьшается и при установившемся значении ω_{r1} становится равным 2,3.

На экспериментальной установке получены данные, характеризующие пуск двухроторного асинхронного двигателя в двух крайних режимах: холостого хода и короткого замыкания.

Расчетное значение времени пуска полого ротора при $M_{c1}=0$ равно 10 периодам (на модели процессы замедлены в 3,14 раза), а экспериментальное — 3—4 периодам частоты питающей сети. Время пуска короткозамкнутого ротора при $M_{c1}=0$ и $M_{c1}=3,37$ составляет соответственно 1,91 и 0,81 с; эти же величины, определенные экспериментально, равны 2 и 0,8 с.

Ударные токи $i_{s\text{уд}}^{\alpha} = 4i_{s\text{уст}}^{\alpha}$ и $i_{s\text{уд}}^{\beta} = 0,55i_{s\text{уст}}^{\beta}$, а экспериментальные значения $i_{s\text{уд}}^{\alpha} = 3i_{s\text{уст}}^{\alpha}$, $i_{s\text{уд}}^{\beta} = (0,5 \div 0,6)i_{s\text{уст}}^{\beta}$.

Следует заметить, что при исследованиях на модели напряжение двигателя имело начальную фазу, равную нулю, а в экспериментах начальная фаза выбиралась произвольно.

Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями $M_{\alpha 1}$, $M_{\beta 2}$, ω_{r1} , ω_{r2} лежит в пределах допустимых погрешностей, чего нельзя сказать о пусковом электромагнитном моменте $M_{п. \alpha 1}$. Так, экспериментальное его значение при неподвижном и вращающемся короткозамкнутом роторе соответственно равно 2,18 и 2,8, а расчетное 1,83 и 3,37 (режимы 5, 6); расхождение составляет 10÷20%.

Расхождение экспериментальных и расчетных значений объясняется тем, что в уравнениях (12) параметры двигателя приняты постоянными, однако параметры реальных машин зависят от тока и скольжения. Так, насыщенное значение индуктивного сопротивления взаимной индукции $x_{m(n)}$ на холостом ходу равно ненасыщенному x_m , деленному на коэффициент насыщения, т. е. $x_{m(n)} = x_m/k_n$. Коэффициент насыщения обычно изменяется в пределах 1,1÷1,5 [Л. 7]. В исследованиях авторами учтены изменения значений x_{m1} , x_{m2} . Для двухроторного асинхронного двигателя возможны следующие режимы (при принятом $k_n=1,5$):

холостой ход полого и короткозамкнутого роторов, $x_{m1}=1$; $x_{m2}=0,236$;

холостой ход полого ротора и короткое замыкание короткозамкнутого ротора, $x_{m1}=1$; $x_{m2}=0,354$;

короткое замыкание полого и короткозамкнутого роторов, $x_{m1}=1,5$; $x_{m2}=0,354$;

короткое замыкание полого ротора и холостой ход короткозамкнутого ротора, $x_{m1}=1,5$; $x_{m2}=0,236$.

В соответствии с указанными режимами на модели исследованы регулировочные и статические механические характеристики двигателя. На рис. 2,а и б приведены расчетные и экспериментальные регулировочные характеристики $\omega_{r1}=f(\alpha_c)$ и $\omega_{r2}=f(\alpha_c)$. Установлено, что частота вращения ω_{r1} слабо зависит от частоты вращения короткозамкнутого ротора. Физически это объясняется тем, что короткозамкнутый ротор при заданных параметрах двигателя (мощность короткозамкнутого ротора — до 30% полной мощности двигателя) не оказывает существенного влияния на форму электромагнитного поля машины. Как следует из рис. 2,а, отличие в значениях частоты вращения полого ротора при малых

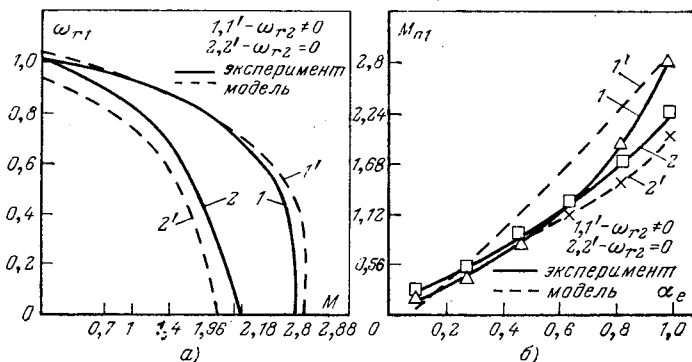


Рис. 3.

значениях сигнала управления α_c составляет примерно 10% при вращающемся и неподвижном короткозамкнутом роторе.

Частота вращения короткозамкнутого ротора зависит от режима работы полого ротора (рис. 2,б). Как и следовало ожидать, в режиме короткого замыкания полого ротора (при работе на упор) короткозамкнутый ротор развивает большую скорость, тем самым интенсивно охлаждая двигатель и способствуя его нормальной работе, что очень важно для исполнительных двигателей. В режиме холостого хода полого ротора при значениях $\alpha_c \leq 0,5$ мощность короткозамкнутого ротора недостаточна для преодоления моментов трения вращающихся частей и вентиляционной нагрузки.

Как следует из кривых рис. 2,а, расхождение между расчетными и экспериментальными регулировочными характеристиками мало, что объясняется незначительным отличием соответствующих статических механических характеристик.

На рис. 3,а представлены расчетные и экспериментальные статические механические характеристики двухроторного асинхронного двигателя. Расхождение при $\omega_{r2}=0$ объясняется изменением индуктивного сопротивления рассеяния $x_{r2\sigma}$ короткозамкнутого ротора ($x_{r1\sigma}$ — индуктивным сопротивлением рассеяния полого ротора можно пренебречь), которое здесь не учитывается.

Практический интерес представляет исследование зависимости пускового электромагнитного момента от коэффициента сигнала $M_{п. \alpha 1}=f(\alpha_c)$ (рис. 3,б). При напряжении питания, близком к номинальному, значение $M_{п. \alpha 1}$ существенно зависит от режима работы короткозамкнутого ротора. Так, при $\alpha_c=1$ значения $M_{п. \alpha 1}=2,8$ и $M_{п. \alpha 1}=2,18$ соответственно при $\omega_{r2} \neq 0$ и $\omega_{r2}=0$. При $\alpha_c \leq 0,5$ электромагнитный момент почти не зависит от режима работы короткозамкнутого ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механизмы электрические исполнительные однооборотные типа МЭО-53/100-68; МЭО-25/40-68, МЭО-63/250-68. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Чебоксары, 1970.
2. Редин А. А. Некоторые особенности проектирования асинхронных малоинерционных конденсаторных электродвигателей серии ДАУ. В кн.: Теория, расчет и принципы конструирования электронной агрегатной унифицированной системы. — М.: Машиностроение, 1969.
3. Исмаходжаев С. К., Джабаров Н. Г., Муминджанов А. Ф. Устройство для управления исполнительными механизмами. — Электрические станции, 1975, № 8.
4. Цой В. П. О вращающихся моментах двухфазного управляемого двухроторного асинхронного двигателя. — Труды Фрунзенского политехнического института, 1971, вып. 50.
5. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. — М.: Энергия, 1973.
6. Копылов И. П., Мамедов Ф. А., Беспалов В. Я. Математическое моделирование асинхронных машин. — М.: Энергия, 1969.
7. Постников И. М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. — М.: Высшая школа, 1975.

[25.05.79]

Метод групповой адаптивной передачи информации в энергосистемах

МАЙБОРОДА Г. А., инж., МИТЮШКИН К. Г., СКРЫЛЬ В. Ф.,
кандидаты техн. наук

В настоящее время автоматизированные системы диспетчерского управления (АСДУ) энергосистемами и энергообъединениями оснащаются в основном кодоимпульсными устройствами телемеханики циклического действия. Информационная избыточность таких устройств приводит к неэффективному использованию каналов связи и соответственно к запаздыванию информации. Последнее очень важно, если учесть, что оперативно-информационный комплекс АСДУ должен работать в темпе контролируемых процессов, т. е. в реальном масштабе времени, когда запаздывание информации должно быть минимальным.

Не всегда можно уменьшить задержку доставки информации путем увеличения скорости передачи символов по каналу связи из-за резкого возрастания экономических затрат на передачу единицы количества информации и затруднений в достижении требуемой достоверности передаваемой информации.

Существует много методов сжатия данных, позволяющих уменьшить временные задержки без увеличения скорости передачи символов по каналу связи и требующих достаточно простой аппаратной реализации [Л. 1]. Сущность метода [Л. 1] сводится к тому, что при последовательном циклическом опросе датчиков телеизмерения (ТИ) мгновенное значение параметра ТИ x_i сравнивается с последним переданным значением этого параметра x_n , относительно которого устанавливается горизонтальная полоса допуска (апертура). Ширина этой полосы γ определяется допустимым значением максимальной ошибки предсказания. Передача нового значения параметра имеет место при $|x_i - x_n| \geq \gamma/2$.

Такой метод учитывает резко отличный характер изменения параметров телеизмерения, передаваемых одним устройством, и позволяет значительно сократить время задержки передачи. Однако в отличие от циклических систем очередность посылки кодовых слов в данном месте непостоянна, и каждое кодовое слово должно содержать адресную часть.

В данной статье рассматривается метод сокращения адресной информации, если весь массив значений передаваемых параметров разделить на группы по m параметров в каждой, а группу вводить на передачу только в том случае, если значение хотя бы одного из параметров в группе вышло за пределы его апертуры.

При данном методе значения параметров в каждой группе передаются в определенной известной последовательности, и нет необходимости каждое информационное слово сопровождать кодом адреса параметра, а достаточно передавать только код адреса группы. Передача данных большими группами позволяет увеличить удельный вес информационных кодовых слов на одно адресное слово, но при этом увеличивается избыточность вследствие передачи не изменившихся в данной группе параметров. С другой стороны, передача данных малыми группами позволяет уменьшать избыточность, но уменьшается и удельный вес информационных слов. Критериями оценки эффективности применения описанного метода сжатия данных с групповой адаптивной передачей параметров для устройств телеизмерения и выбора оптимального размера групп могут служить коэффициенты сжатия частотной полосы канала связи $K_{f\text{ гр}}$ и уменьшения времени задержки передачи $K_{t\text{ гр}}$.

Коэффициент $K_{t\text{ гр}}$ равен отношению времени задержки передачи при циклической и адаптивной групповой передаче при постоянной скорости передачи b :

$$K_{t\text{ гр}} = \frac{M(t_{3.ц})}{M(t_{3.гр})} \text{ при } b_{ц} = b_{гр}, \quad (1)$$

где $M(t_{3.ц})$ и $M(t_{3.гр})$ — математические ожидания времени задержки в циклической и групповой адаптивной системах соответственно.

Коэффициент $K_{f\text{ гр}}$ равен отношению необходимой ширины частотной полосы в канале связи при циклической передаче $\Delta F_{ц}$ и при групповой адаптивной передаче $\Delta F_{гр}$ при неизменном времени запаздывания:

$$K_{f\text{ гр}} = \frac{\Delta F_{ц}}{\Delta F_{гр}} \text{ при } M(t_{3.ц}) = M(t_{3.гр}). \quad (2)$$

Систему опроса групп датчиков информации можно рассматривать как многоканальную систему массового обслуживания с одним обслуживающим аппаратом, с постоянным временем обслуживания одного требования (заявки на передачу от группы параметров с интенсивностью $\lambda_{гр}$), равным времени передачи всех кодовых слов одной группы $t_{гр}$.

Вся группа параметров в рассматриваемой системе телеизмерения подлежит передаче всякий раз, если хотя бы один из m параметров этой группы вышел за пределы его апертуры, т. е. возникает заявка на передачу всей группы.

Потоки заявок на передачу описываются законом Пуассона [Л. 1].

Можно показать, что суммарный поток заявок от всех l групп, как и составляющие потока, являются пуассоновскими с суммарной интенсивностью $\lambda_{\Sigma гр} = \sum_{i=1}^l \lambda_{гр i}$:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda_{\Sigma гр} t)^k}{k!} e^{-\lambda_{\Sigma гр} t}.$$

В [Л. 1] показано, что коэффициент сжатия частотной полосы для адаптивной системы определяется выражением:

$$K_f = \frac{Nn}{2n_a} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\Sigma}}} - 1 \right), \quad (3)$$

где N — число параметров телеизмерения; n и n_a — число символов в сообщении для циклического и адаптивного способа передачи соответственно (n_a включает в себя и адресную часть каждого сообщения); λ_{\max} — интенсивность самого быстроменяющегося параметра; λ_{Σ} — суммарная средняя интенсивность заявок от всех датчиков.

При групповой адаптивной передаче сообщения передаются группами при возникновении заявок от групп параметров. Следовательно, суммарная интенсивность заявок будет определяться суммой интенсивности групповых заявок $\lambda_{гр}$, т. е.

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma гр} = \sum_{i=1}^N \lambda_{гр i}. \quad (4)$$

Все значения параметров передаются кодовыми словами по n символов в каждом. В группу входит m кодовых слов и одно кодовое слово адреса группы. Следовательно, общее число элементарных символов в группе

$$n_{гр} = n(m+1), \quad (5)$$

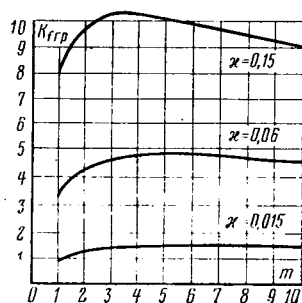


Рис. 1. Зависимость коэффициента сжатия частотной полосы канала связи от размеров групп при различных значениях неравномерности частотных характеристик параметров телеизмерения (\$N=120\$).

Выражение (3) для групповой адаптивной передачи с учетом (4) и (5) можно переписать в виде:

$$K_{fгр} = \frac{N}{2(m+1)} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\Sigma гр}}} - 1 \right). \quad (6)$$

Из полученного выражения видно, что коэффициент \$K_{fгр}\$ увеличивается с уменьшением \$\lambda_{\Sigma гр}\$.

Определим суммарную интенсивность групповых заявок \$\lambda_{\Sigma гр}\$.

Частота возникновения заявок от разных источников в группе различна. Если передавать группу с частотой самого быстромменяющегося параметра в группе, то будут удовлетворяться также и все остальные заявки от менее интенсивных источников информации данной группы. Следовательно, интенсивность поступления групповой заявки \$l\$-й группы \$\lambda_{гр l}\$ определяется интенсивностью самого быстромменяющегося параметра этой группы \$\lambda_{\max l}\$:

$$\lambda_{гр l} = \lambda_{\max l}.$$

Суммарный поток групповых заявок определяется суммой составляющих потока:

$$\lambda_{\Sigma гр} = \sum_{l=1}^{N/m} \lambda_{гр l} = \sum_{l=1}^{N/m} \lambda_{\max l}, \quad (7)$$

где \$N/m\$ — общее число информационных групп.

Известно, что среднее арифметическое ряда величин меньше либо равно максимальной величине этого же ряда. Поэтому можем записать:

$$\lambda_{\max l} \geq \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m} \lambda_{li}. \quad (8)$$

Определим значение суммарного потока групповых заявок с учетом (8):

$$\lambda_{\Sigma гр} \geq \sum_{l=1}^{N/m} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m} \lambda_{li} = \frac{1}{m} \lambda_{\Sigma}, \quad (9)$$

где \$\lambda_{\Sigma}\$ — суммарный поток заявок от всех датчиков.

Знак равенства соответствует случаю, когда в группе находятся параметры с одинаковой интенсивностью заявок. В этом случае суммарная интенсивность групповых заявок будет минимальной. Следовательно, чтобы значение коэффициента сжатия частотной полосы \$K_{fгр}\$ было наибольшим, необходимо в группы включать параметры с одинаковыми интенсивностями заявок.

Коэффициент сжатия полосы с учетом (9) определится следующим образом:

$$K_{fгр} = \frac{N}{2(m+1)} (\sqrt{1 + 4m\alpha} - 1), \quad (10)$$

где \$\alpha = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\Sigma}}\$.

Таким образом, коэффициент \$K_{fгр}\$ определяется при прочих равных условиях коэффициентом \$\alpha\$, характеризующим

неравномерность частотных свойств контролируемых параметров. Значения коэффициента лежат в следующих пределах:

$$\frac{1}{N} \leq \alpha < 1.$$

Левый предел означает, что все датчики обладают одинаковыми частотными свойствами, правый соответствует максимальной неравномерности, когда один датчик имеет частоту заявок, намного превосходящую частоты остальных датчиков.

Из (10) следует, что с увеличением \$\alpha\$ эффективность групповой адаптивной передачи возрастает. При некотором значении \$\alpha \leq \alpha_0\$ величина \$K_{fгр} \leq 1\$, т. е. при этом не достигается уменьшение частотной полосы при адаптивной передаче по сравнению с циклической. Значение \$\alpha_0\$ найдем из (10) при \$K_{fгр}=1\$:

$$\alpha_0 = \frac{m+1}{mN} \left(1 + \frac{m+1}{N} \right). \quad (11)$$

Зависимость \$K_{fгр}=f(m)\$ для различных значений коэффициента \$\alpha\$ представлена на рис. 1 и имеет достаточно ярко выраженную нелинейность. Максимальные значения коэффициента \$K_{fгр}\$ для различных значений коэффициента неравномерности \$\alpha\$ соответствуют оптимальному количеству параметров \$m_0\$ в группах.

Для определения значений \$m_0\$ первую производную выражения (10) приравняем нулю и решим полученное уравнение относительно \$m\$:

$$m_0 = 1 + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}. \quad (12)$$

Следовательно, оптимальное количество параметров в группах зависит только от коэффициента неравномерности частотных свойств передаваемых параметров и лежит в пределах:

$$2 < m_0 \leq (1 + \sqrt{N}).$$

График зависимости \$m_0=f(\alpha)\$ представлен на рис. 2.

Согласно приведенным данным частотная полоса пропускания канала связи при сохранении неизменного времени задержки может быть уменьшена в несколько раз, причем тем существеннее, чем больше параметров ТИ обслуживает групповая адаптивная система телемеханики при прочих равных условиях.

Определим коэффициент уменьшения временной задержки (1), полагая, что при равенстве скоростей передачи равны и требуемые частотные полосы в канале связи:

$$K_{tгр} = \frac{M(t_{3,л})}{M(t_{3,гр})} \text{ при } \Delta F_{ц} = \Delta F_{гр}.$$

Для адаптивной системы сбора и передачи информации коэффициент \$K_t\$ определяется выражением [Л. 1]:

$$K_t = \frac{Nn}{n_a} \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\Sigma}} N \frac{n}{n_a} - 1 \right). \quad (13)$$

Рис. 2. Зависимость оптимальных размеров групп от неравномерности частотных характеристик параметров телеизмерения.

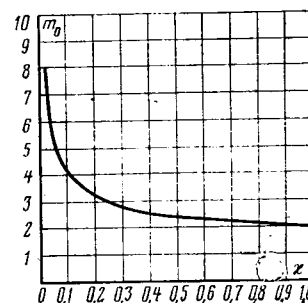
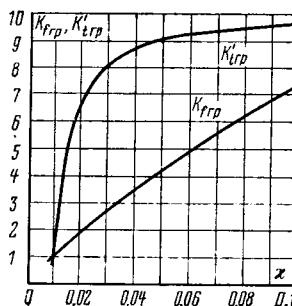


Рис. 3. Зависимости коэффициентов сжатия частотной полосы и временной задержки от неравномерности частотных характеристик параметров телеизмерения для устройств телемеханики «Цитрус».

Для групповой адаптивной передачи выражение (13) с учетом (4), (5) и (9) примет вид:

$$K_{trp} = \frac{N}{m+1} \left(\frac{m \times N}{m+1} - 1 \right). \quad (14)$$

Представляет интерес суммарное время запаздывания передаваемой информации $t'_{з.г}$, равное сумме времени задержки начала передачи $t_{з.г}$ и времени самой передачи $t_{г.г}$. Соответственно для адаптивного группового и циклического методов

$$\left. \begin{aligned} t'_{з.г.г} &= t_{з.г.г} + t_{г.г.г} \\ t'_{з.ц} &= t_{з.ц} + t_{ц} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Для циклической системы [Л. 1]

$$M(t'_{з.ц}) = \frac{T_{ц}}{2} + t_{ц} = n_{ц} \left(\frac{N}{2} + 1 \right), \quad (16)$$

где $t_{ц}$ — длительность одного символа; $T_{ц}$ — длительность цикла в циклической системе.

Для групповой адаптивной системы, учитывая (14),

$$M(t'_{з.г.г}) = \frac{M(t_{з.г.г})}{K_{trp}} + t_{г.г.г} = n_{ц} (m+1) \frac{2m \times \frac{N}{m+1} - 1}{\frac{N}{m+1} - 2}. \quad (17)$$

Коэффициент сжатия по времени запаздывания найдем, сравнивая (16) и (17):

$$K'_{trp} = \frac{M(t'_{з.г.г})}{M(t'_{з.ц})} = \left(\frac{N}{2} + 1 \right) \frac{1}{m+1} \frac{2m \times \frac{N}{m+1} - 2}{\frac{N}{m+1} - 1}. \quad (18)$$

Рассматриваемый метод адаптивной групповой передачи значений телеизмеряемых параметров реализован в устройстве телемеханики «Цитрус» [Л. 2], разработанном Центральным

Проектно-конструкторским бюро производственного объединения «Союзэнергоавтоматика».

Устройство предназначено для работы в системе АСДУ и рассчитано на передачу до 120 параметров телеизмерения. Все значения параметров при передаче объединяются в группы по пять в каждой.

График зависимостей коэффициента сжатия частотной полосы канала связи K_{frp} и коэффициента временной задержки K'_{trp} , рассчитанных по формулам (10) и (18) соответственно, от неравномерности частотных характеристик параметров телеизмерения для устройства «Цитрус» показаны на рис. 3.

Критическое значение коэффициента неравномерности κ_0 для устройства «Цитрус», рассчитанное по формуле (11), $\kappa_0 = 0,0105$. Реальные значения κ лежат в пределах от 0,04 до 0,08.

Таким образом, адаптивная телеинформационная система с групповой передачей значений контролируемых параметров обеспечивает повышенную эффективность использования каналов связи и сокращает временные задержки. Эффективность применения таких систем выше, если сильнее различаются частотные характеристики контролируемых параметров; количество параметров в группе близко к оптимальному; каждая группа объединяет параметры с одинаковыми интенсивностями заявок; в группах находятся взаимокоррелированные параметры. Выигрыш от применения таких систем оказывается еще более значительным в многоуровневых системах сбора оперативной информации, когда передаваемая на верхние ступени управления оперативная информация подвергается предварительной обработке на промежуточных диспетчерских пунктах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Митюшкин К. Г. Адаптивная система сбора и передачи оперативной диспетчерской информации в энергосистемах. — Электричество, 1976, № 9.
2. Каневский В. Н., Майборода Г. А., Маликова Е. В. Многоканальное кодоимпульсное устройство телемеханики «Цитрус». — В кн.: Средства и системы управления в энергетике, Экспрессинформация, 1978, № 6. — М.: Изд. ВИНТИ. [23.09.80]

УДК 621.316.1:001.24

Исследование стохастического характера симметричных составляющих тока и напряжения в системах электроснабжения

ДЕНИСЕНКО Н. А., канд. техн. наук, ГОФФМАНН И., доктор техн. наук

В настоящее время в инженерной практике широко используется детерминированная теория несимметричных режимов и их оценки [Л. 1]. Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные авторами, показали, что действительные (активные) и мнимые (реактивные) составляющие нагрузок потребителей, представляемых двумерными случайными функциями времени, подчиняются на временных интервалах стационарности нормальному двумерному распределению. Под интервалами стационарности условно понимаются такие промежутки времени Δt_i ($i=1, 2, \dots, n$), в которых функции и параметры распределения составляющих нагрузки можно считать практически постоянными. Длительности этих интервалов зависят от рода и режима работы потребителей и являются постоянными для отдельных потребителей или их характерных групп. Для составляющих электрических нагрузок ветвей и узловых напряжений сетей электроснабжения распределение также является двумерным нормальным, однако, длительность интервалов Δt_i может быть различной.

Вследствие линейной зависимости между электрическими нагрузками и падениями или потерями напряжения закон

изменения последних аналогичен закону изменения этих нагрузок. Указанная закономерность справедлива и для несимметричных электрических нагрузок и напряжений любой фазы трехфазных сетей. При случайном характере изменения этих переменных их симметричные составляющие также являются случайными функциями времени.

С учетом изложенного в настоящей статье предлагается стохастическая модель симметричных составляющих токов и напряжений, которая позволяет достоверно описать и оценить их реальный случайный характер. С целью упрощения изложения случайные переменные (ток и напряжение) обозначаются единым символом H без указания их зависимости от времени.

Распределение компонент симметричных составляющих и их параметры. Обозначив матрицы действительных H'_c и мнимых H''_c , компонент симметричных составляющих

$$H'_c = \begin{pmatrix} H'_0 \\ H'_1 \\ H'_2 \end{pmatrix}; \quad H''_c = \begin{pmatrix} H''_0 \\ H''_1 \\ H''_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

а также матрицы активных \mathbf{H}^a и реактивных \mathbf{H}^p составляющих несимметричных комплексных фазовых переменных

$$\mathbf{H}^a = \begin{bmatrix} H^a_A \\ H^a_B \\ H^a_C \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}^p = \begin{bmatrix} H^p_A \\ H^p_B \\ H^p_C \end{bmatrix}, \quad (2)$$

можно получить следующие соотношения между ними:

$$\mathbf{H}'_c = \frac{1}{3} \mathbf{Ш} \mathbf{H}^a + \frac{\sqrt{3}}{6} \mathbf{Щ} \mathbf{H}^p; \quad (3)$$

$$\mathbf{H}''_c = -\frac{\sqrt{3}}{6} \mathbf{Щ} \mathbf{H}^a + \frac{1}{3} \mathbf{Ш} \mathbf{H}^p, \quad (4)$$

где $\mathbf{Ш}$, $\mathbf{Щ}$ — вспомогательные матрицы,

$$\mathbf{Ш} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Щ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Так как активные и реактивные составляющие несимметричных переменных \mathbf{H} подчиняются двумерному нормальному закону распределения и линейным зависимостям (3) и (4), распределение компонент симметричных составляющих (1) также является двумерным нормальным на каждом интервале стационарности.

Используя линейный оператор $M(\mathbf{H}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H} f(\mathbf{H}) d\mathbf{H}$ мате-

матического ожидания, получим следующие выражения для параметров распределения компонент симметричных составляющих в матричной форме:

средние значения

$$\bar{\mathbf{H}}'_c = \frac{1}{3} \mathbf{Ш} \bar{\mathbf{H}}^a + \frac{\sqrt{3}}{6} \mathbf{Щ} \bar{\mathbf{H}}^p; \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{H}}''_c = -\frac{\sqrt{3}}{6} \mathbf{Щ} \bar{\mathbf{H}}^a + \frac{1}{3} \mathbf{Ш} \bar{\mathbf{H}}^p; \quad (7)$$

дисперсии

$$\mathbf{D}'_c = \frac{1}{9} \mathbf{\Gamma} \mathbf{D}^a + \frac{1}{12} \mathbf{D} \mathbf{D}^p - \frac{\sqrt{3}}{18} \mathbf{Щ} \mathbf{R} + \frac{1}{9} \mathbf{H} \mathbf{R}^a - \frac{1}{6} \mathbf{Ж} \mathbf{R}^p + \frac{\sqrt{3}}{9} \mathbf{Л} \mathbf{R}^*; \quad (8)$$

$$\mathbf{D}''_c = \frac{1}{12} \mathbf{D} \mathbf{D}^a + \frac{1}{9} \mathbf{\Gamma} \mathbf{D}^p + \frac{\sqrt{3}}{18} \mathbf{Щ} \mathbf{R} - \frac{1}{6} \mathbf{Ж} \mathbf{R}^a + \frac{1}{9} \mathbf{H} \mathbf{R}^p + \frac{\sqrt{3}}{9} \mathbf{П} \mathbf{R}^*; \quad (9)$$

коварианцы

$$\mathbf{K}_c = \frac{\sqrt{3}}{36} \mathbf{Щ} \{ \mathbf{D}^a - \mathbf{D}^p \} + \frac{1}{9} \mathbf{Ш} \mathbf{R} + \frac{\sqrt{3}}{18} \mathbf{Б} \{ -\mathbf{R}^a + \mathbf{R}^p \} + \frac{1}{9} \mathbf{Ц} \mathbf{R}^*. \quad (10)$$

Здесь

$$\bar{\mathbf{H}}'_c = \begin{bmatrix} \bar{H}'_{c0} \\ \bar{H}'_{c1} \\ \bar{H}'_{c2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}''_c = \begin{bmatrix} H''_{c0} \\ H''_{c1} \\ H''_{c2} \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$\mathbf{D}'_c = \begin{bmatrix} D[H'_{c0}] \\ D[H'_{c1}] \\ D[H'_{c2}] \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}''_c = \begin{bmatrix} D[H''_{c0}] \\ D[H''_{c1}] \\ D[H''_{c2}] \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} K[H'_{c0}, H''_{c0}] \\ K[H'_{c1}, H''_{c1}] \\ K[H'_{c2}, H''_{c2}] \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{H}}^a = \begin{bmatrix} \bar{H}^a_A \\ \bar{H}^a_B \\ \bar{H}^a_C \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{H}}^p = \begin{bmatrix} \bar{H}^p_A \\ \bar{H}^p_B \\ \bar{H}^p_C \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\mathbf{D}^a = \begin{bmatrix} D[H^a_A] \\ D[H^a_B] \\ D[H^a_C] \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}^p = \begin{bmatrix} D[H^p_A] \\ D[H^p_B] \\ D[H^p_C] \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} K[H^a_A, H^p_A] \\ K[H^a_B, H^p_B] \\ K[H^a_C, H^p_C] \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}^a = \begin{bmatrix} K[H^a_A, H^a_B] \\ K[H^a_A, H^a_C] \\ K[H^a_B, H^a_C] \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{R}^p = \begin{bmatrix} K[H^p_A, H^p_B] \\ K[H^p_A, H^p_C] \\ K[H^p_B, H^p_C] \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\mathbf{R}^* = \begin{bmatrix} K[H^a_A, H^p_B] \\ K[H^a_A, H^p_C] \\ K[H^p_A, H^a_B] \\ K[H^p_A, H^a_C] \\ K[H^a_B, H^p_C] \\ K[H^p_B, H^a_C] \end{bmatrix}; \quad (17)$$

вспомогательные матрицы:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$\mathbf{Ж} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\mathbf{Л} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{П} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$$\mathbf{Ц} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Функция распределения модулей симметричных составляющих. С учетом двумерного нормального распределения активных и реактивных составляющих несимметричных фазо-

вых переменных H , аналитическое выражение для частных функций $f(H)$ плотности модулей H_A, H_B, H_C можно представить в виде функции плотности обобщенного распределения Релея:

$$f(H) = \frac{G}{\sqrt{M_0 N_0 \mu \nu}} \exp \left\{ T_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^2}{\mu} + \frac{\eta^2}{\nu} \right) \right\} H \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{H^2}{4} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\nu} \right) \right\} \left\{ I_0 \left[H \sqrt{\left(\frac{\xi}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{\eta}{\nu} \right)^2} \right] \times \right. \\ \times I_0 \left[\frac{H^2}{4} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\nu} \right) \right] + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} \left\{ (-1)^m I_m \left\{ \frac{H^2}{4} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\nu} \right) \right\} \times \right. \\ \left. \times I_{2m} \left\{ H \sqrt{\left(\frac{\xi}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{\eta}{\nu} \right)^2} \right\} \cos \left(2m \arctg \frac{\eta \mu}{\xi \nu} \right) \right\} \right\}, \quad (22)$$

где I_m — модифицированные функции Бесселя m -го порядка; $G, M_0, N_0, \xi, \eta, \mu, \nu, \alpha_0, T_0$ — вспомогательные функции:

$$G = \sqrt{D[H^A] D[H^B] - K}; \quad (23)$$

$$M_0 = D[H^B] \cos^2 \alpha_0 + D[H^A] \sin^2 \alpha_0 - 2K \sin \alpha_0 \cos \alpha_0; \quad (24)$$

$$N_0 = D[H^B] \sin^2 \alpha_0 + D[H^A] \cos^2 \alpha_0 + 2K \sin \alpha_0 \cos \alpha_0; \quad (25)$$

$$\xi = \frac{1}{M_0} \{ D[H^B] \bar{H}^A \cos \alpha_0 + D[H^A] \bar{H}^B \sin \alpha_0 - \\ - K \bar{H}^B \cos \alpha_0 - K \bar{H}^A \sin \alpha_0 \}; \quad (26)$$

$$\eta = -\frac{1}{N_0} \{ D[H^B] \bar{H}^A \sin \alpha_0 - D[H^A] \bar{H}^B \cos \alpha_0 - \\ - K \bar{H}^B \sin \alpha_0 + K \bar{H}^A \cos \alpha_0 \}; \quad (27)$$

$$\mu = \frac{G^2}{M_0}; \quad \nu = \frac{G^2}{N_0}; \quad \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \frac{2K}{D[H^A] - D[H^B]}; \quad (28)$$

$$T_0 = -\frac{1}{2G^2} \{ D[H^B] [\bar{H}^A]^2 + D[H^A] [\bar{H}^B]^2 - 2K \bar{H}^A \bar{H}^B + \\ + \frac{1}{2M_0} [D[H^B] \bar{H}^A \cos \alpha_0 + D[H^A] \bar{H}^B \sin \alpha_0 - K \bar{H}^B \cos \alpha_0 - \\ - K \bar{H}^A \sin \alpha_0]^2 - \frac{1}{2N_0} [D[H^B] \bar{H}^A \sin \alpha_0 - D[H^A] \bar{H}^B \cos \alpha_0 - \\ - K \bar{H}^B \sin \alpha_0 + K \bar{H}^A \cos \alpha_0]^2 \}. \quad (29)$$

В выражениях (23)–(29) K — коварианс, $K[H^A, H^B]$.

Расчеты функции распределения $f(H)$ показали, что при реальных параметрах H распределение является нормальным; это подтвердили также результаты экспериментальных исследований.

Аналогичным образом нормальный закон распределения можно распространить на модули симметричных составляющих. При этом параметры распределения для H_1 можно найти из выражений [Л. 2]:

$$\bar{H}_1 = \sqrt{[\bar{H}'_1]^2 + [\bar{H}''_1]^2} + \\ + \frac{[\bar{H}'_1]^2 D[H''_1] + [\bar{H}''_1]^2 D[H'_1] - 2K[H'_1, H''_1] \bar{H}'_1 \bar{H}''_1}{2 \{ [\bar{H}'_1]^2 + [\bar{H}''_1]^2 \}^{3/2}}; \quad (30)$$

$$D[H_1] = D[H'_1] + D[H''_1] + [\bar{H}'_1]^2 + [\bar{H}''_1]^2 - \bar{H}_1^2. \quad (31)$$

Выражения для параметров распределения H_2 и H_0 аналогичны.

Исследования показали, что выражение (22) для $f(H_2)$ и $f(H_0)$ можно существенно упростить:

$$f(H_2) = \frac{H_2}{D[H'_2]} \exp \left\{ -\frac{1}{2D[H_2]} [H_2^2 + \right. \\ \left. + [\bar{H}'_2]^2 \right\} I_0 \left\{ \frac{\bar{H}'_2 H_2}{D[H'_2]} \right\}. \quad (32)$$

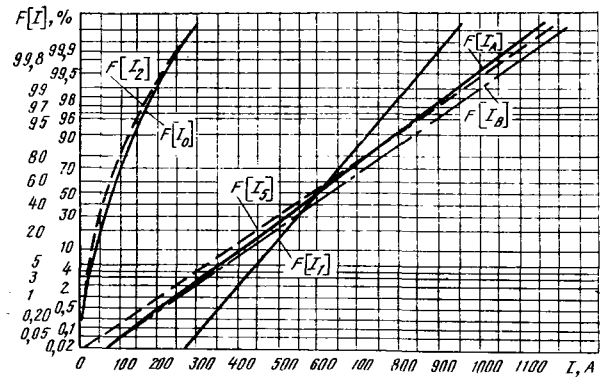


Рис. 1. Функции распределения модулей симметричных составляющих тока.

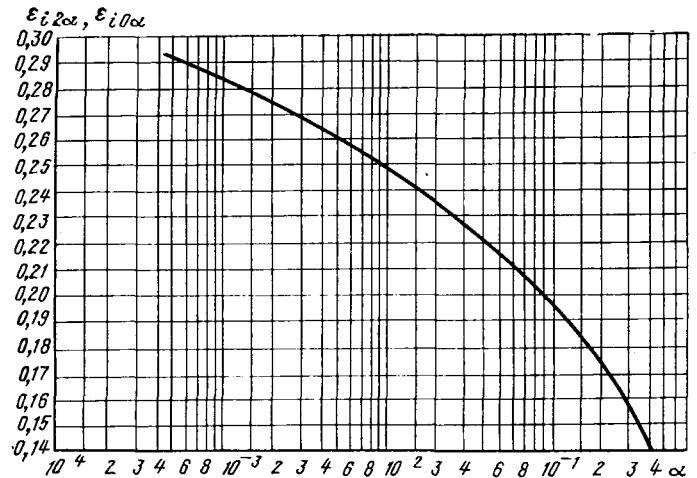


Рис. 2. Зависимость коэффициентов несимметрии $\epsilon_{i2\alpha}$ и $\epsilon_{i0\alpha}$ от вероятности α .

Выражение для $f(H_0)$ аналогично. Функции $F(H_2)$ и $F(H_0)$ являются функциями распределения Релея — Райса, которые могут быть рассчитаны с помощью табулированных вспомогательных функций.

Стохастическая симметрия. С учетом случайного характера несимметричных переменных H_A, H_B, H_C и их симметричных составляющих можно предложить вместо существующего понятия симметрии более общее понятие стохастической симметрии.

Под стохастической симметрией переменных H следует понимать идентичность двумерных функций распределения F_A, F_B, F_C их активных и реактивных составляющих каждой фазы в любой момент времени:

$$F_A[H_A^a, H_B^b] = F_B[H_A^a, H_B^b] = F_C[H_A^a, H_B^b]. \quad (33)$$

При этом могут быть частные случаи стохастической симметрии: составляющие переменных H в любой момент времени подчиняются однофазным распределениям — этот случай соответствует понятию обычной детерминированной симметрии; одновременно с условием (33) в любой момент времени выполняется также дополнительное условие:

$$\dot{H}_A = \dot{H}_B = \dot{H}_C, \quad (34)$$

что соответствует, например, случайно изменяющейся нагрузке асинхронных двигателей.

В общем случае стохастической симметрии для всех трех фаз оказываются равными средние значения и дисперсии активных и реактивных составляющих, а также их ковариансы. При этом для симметричных составляющих нулевой и обратной последовательностей равны нулю средние значения и ковариансы, а дисперсии — равны. Функция плотности

$f(H_2)$ существенно упрощается:

$$f(H_2) = \frac{H_2}{D[H'_2]} \exp \left\{ -\frac{H_2^2}{2D[H'_2]} \right\}. \quad (35)$$

Функция $f(H_0)$ аналогична.

В настоящее время в ряде стран (США, ФРГ, ГДР), а также по Европейским нормам EN50-006, детерминированную оценку несимметрии переменных в системах электроснабжения производят с помощью коэффициентов обратной ϵ_{H_2} и нулевой ϵ_{H_0} несимметрии:

$$\epsilon_{H_2} = H_2/H_1; \quad \epsilon_{H_0} = H_0/H_1. \quad (36)$$

В СССР согласно ГОСТ 13109—67 для упрощения расчетов и измерений вместо H_1 принято номинальное напряжение H_n . При случайном характере симметричных составляющих эта детерминированная оценка должна быть заменена стохастической $\epsilon_{H_{2\alpha}}, \epsilon_{H_{0\alpha}}$:

$$\epsilon_{H_{2\alpha}} = H_{2\alpha}/H_{1\alpha}; \quad \epsilon_{H_{0\alpha}} = H_{0\alpha}/H_{1\alpha}, \quad (37)$$

где α — вероятность превышения симметричных составляющих, которую, например, для $\epsilon_{H_{0\alpha}}$ можно представить выражением:

$$\alpha = P[\epsilon_{H_0} \geq \epsilon_{H_{0\alpha}}] = 1 - F[\epsilon_{H_{0\alpha}}]. \quad (38)$$

Вследствие случайного характера модуля составляющей обратной последовательности при наличии стохастической симметрии (33) коэффициенты $\epsilon_{H_{2\alpha}}$ и $\epsilon_{H_{0\alpha}}$ отличаются от нуля.

При стохастической оценке несимметрии замена переменной $H_{1\alpha}$ в формуле (37) номинальным значением H_n нецелесообразна, так как при этом не будет учитываться случайный характер переменной H_1 .



УДК 621.311.016.001.24

Повышение скорости и улучшение сходимости и надежности решения уравнений установившегося режима электрических систем

ВЛЫЧКОВ П. М., ГАМОВ Н. К.

София

Управление режимом и развитие энергосистем с использованием ЦВМ предъявляют жесткие требования к программам расчета установившегося режима электрических систем. Одними из самых важных требований являются: быстрая сходимость, надежность сходимости и небольшой объем вычислительных операций одного шага применяемого алгоритма. Метод Ньютона — Рафсона, который нашел широкое применение при расчете установившегося режима, в достаточной степени удовлетворяет этим требованиям. Однако есть случаи, когда итерационный процесс может не сойтись к решению. Одна из основных причин расходимости метода Ньютона — Рафсона — его большая чувствительность к начальным приближениям. Если начальные приближения узловых напряжений находятся вне «области притяжения решения», то сходимость не обеспечена. Для некоторых режимов номинальные значения модулей и нулевые значения фаз узловых напряжений могут стать причиной замедления быстрого действия алгоритма и расходимости итерационного процесса Ньютона — Рафсона.

В статье излагаются результаты исследований, направленных на повышение надежности и быстрого действия метода Ньютона — Рафсона путем создания методов начальной оценки значений узловых напряжений.

Методы начальной оценки модулей и фаз узловых напряжений. Основные требования к таким методам: простота алгоритма, которая выражается в небольшом количестве вычислительных операций по сравнению с числом операций одного шага метода Ньютона — Рафсона; получение значений напряжений, обеспечивающих надежную сходимость и небольшое число шагов основного алгоритма, использующего метод Ньютона — Рафсона.

На рис. 1 представлены функции распределения модулей несимметричных токов отдельных фаз, а также модулей симметричных составляющих на одном интервале стационарности для реальной сети напряжением до 1000 В. Из рисунков видно, что распределение модуля симметричных составляющих прямой последовательности I_1 , как и распределение модулей несимметричных токов I_A, I_B, I_C , является нормальным. Функции распределения модулей симметричных составляющих нулевой I_0 и обратной I_2 последовательностей практически совпадают и являются функциями распределения Релея — Райса.

На рис. 2 представлены совпадающие зависимости коэффициентов несимметрии $\epsilon_{I_{2\alpha}}$ и $\epsilon_{I_{0\alpha}}$ от величины α по выражению (37) для данной сети. Из рисунка видно, что при $\alpha = 0,05$, принятой в ГОСТ 13109—67, предложенные коэффициенты несимметрии для данной сети оказались равными между собой и составляют 0,22.

Выводы. Для учета реального случайного характера несимметричных переменных в системе электроснабжения целесообразно ввести понятие стохастической симметрии, под которой следует понимать идентичность двумерных функций распределения их активных и реактивных составляющих каждой фазы в любой момент времени. Симметрию, согласно известного детерминированного ее определения, следует считать частным случаем стохастической симметрии. При наличии стохастической симметрии предложенный коэффициент стохастической несимметрии отличен от нуля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милых А. И., Шидловский А. К., Кузнецов В. Г. Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях. — Киев: Наукова думка, 1973.
2. Фокин Ю. А. Определение вероятностных характеристик нагрузок в распределительных электрических сетях города. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1968, № 5. [20.04.81]

В некоторых алгоритмах расчет по Ньютону — Рафсону начинается после одного или двух шагов расчета методом Гаусса — Зейделя [Л. 1]. Эти алгоритмы удовлетворяют условию простоты начальной оценки. В случаях, когда метод Гаусса — Зейделя обладает сходимостью, применение одного шага дает вполне удовлетворительные результаты. Но в некоторых случаях метод Гаусса — Зейделя обладает ненадежной сходимостью, которая ограничивает его применение в алгоритмах начальной оценки.

При многократных вычислениях установившегося режима результаты предшествующего решения в некоторых случаях могут использоваться для начальных приближений следующего решения.

Вычисление сравнительно хорошей начальной оценки узловых напряжений обеспечивается неитерационным алгоритмом, действующим в два этапа [Л. 2]. На первом этапе получается начальная оценка для фаз решением матричной зависимости:

$$\delta_{нач} = K^{-1} P_{зад}, \quad (1)$$

где K — квадратная, неособенная матрица, с той же структурой, что у матрицы узловых проводимостей Y ; в элементах матрицы K не учитывается влияние реактивных потоков мощности; $\delta_{нач}$ — вектор-столбец начальной оценки для фаз узлов; $P_{зад}$ — вектор-столбец заданных активных мощностей в узлах.

На втором этапе $\delta_{нач}$ используется для оценки модулей узловых напряжений. Основная зависимость для оценки модулей введена с использованием аппроксимации:

$$\frac{1}{1 + \Delta U_i} \approx 1 - \Delta U_i. \quad (2)$$

Поскольку все зависимости в [Л. 2] описаны в относительных единицах с приведением к одной ступени напряжения, аппроксимацию (2) нельзя использовать без приведения к одной ступени напряжения.

Соответствующий аналог алгоритма из [Л. 2], использующий аппроксимацию,

$$\frac{1}{U_{\text{ном}} + \Delta U_i} \approx \frac{U_{\text{ном}} - \Delta U_i}{U_{\text{ном}}^2}, \quad (3)$$

где $U_{\text{ном}}$ — номинальное значение модуля узла i , не показал удовлетворительных результатов при исследованиях.

Недостаток рассматриваемого алгоритма для оценки модулей узловых напряжений состоит в предположении близости решения к номинальному значению модуля. Это предположение в большинстве случаев не соответствует реальным режимам в системе.

В другом, более обобщенном, алгоритме [Л. 3] для начальных оценок фаз используются зависимости:

$$\delta_{\text{нач}} = \delta^0 + \Delta \delta^0; \quad (4)$$

$$\Delta \delta^0 = I_1^{-1} \Delta P, \quad (5)$$

где ΔP — вектор небалансов активных мощностей в узлах; I_1 — верхняя левая блочная подматрица в матрице Якоби;

$$I_{1ik} = -\frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_k}. \quad (6)$$

Для начальных оценок модулей используется матричное выражение

$$\Delta U^0 = T^{-1} W. \quad (7)$$

Элементы матрицы T и вектор-столбец W определяются с использованием полной мощности соответствующих узлов, их собственной проводимости и проводимости ветвей, примыкающих к ним [Л. 3]. Оценка модулей узловых напряжений, как в [Л. 2], определяется выражением:

$$U_{\text{нач}} = U^0 + \Delta U^0. \quad (8)$$

Этот алгоритм может оказаться полезным в тех случаях, когда для начальных приближений используются результаты предшествующего решения установившегося режима, но для базисного (первоначального) решения он не лучше алгоритма [Л. 2]. Кроме того, использование матрицы I_1 в (5) усложняет алгоритм, увеличивает вычислительные операции, но не улучшает заметно оценки фаз узловых напряжений по этому методу.

Имея ввиду недостатки существующих методов начальной оценки, в статье предлагаются два новых алгоритма начальной оценки модулей и фаз узловых напряжений. Они основаны на методе «разделения» (раздельного решения) уравнений, связывающих активные мощности — фазы напряжений и реактивные мощности — модули напряжений [Л. 4 и 5]. Начальная оценка получается при этом в два этапа.

Алгоритм 1. 1. Начальная оценка для фаз узловых напряжений определяется матричными выражениями:

$$\delta_{\text{нач}} = K^{-1} D; \quad (9)$$

$$D_i = \frac{P_i^{\text{зад}}}{U_{\text{ном}}}. \quad (10)$$

Выражение (10) отличается от (1) тем, что записано в системе натуральных единиц.

2. Преобразуется основная зависимость

$$\dot{S}_i = \dot{G}_i \sum_{k=1}^n \dot{Y}_{ik} \dot{U}_k \quad (11)$$

и выводится начальная оценка для модулей напряжений, в которых заданы P и Q : $\dot{S}_i = P_i - jQ_i$ — комплекс полной мощности узла i ; $\dot{Y}_{ik} = G_{ik} - jB_{ik}$ — проводимость ветви $i-k$; $\dot{Y}_{ii} = G_{ii} - jB_{ii}$ — собственная проводимость узла i .

Из (11) получается уравнение реактивного небаланса узла i :

$$\Delta Q_i = Q_{i\text{зад}} - U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{k \in A_i} U_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} + B_{ik} \cos \delta_{ik}), \quad (12)$$

где \in означает, что узел k непосредственно связан с узлом i ; A_i — множество узлов, связанных ветвями непосредственно с узлом i .

Используется нижняя правая блочная подматрица в матрице Якоби — I_4 :

$$I_{4ik} = -\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_k} = -U_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} + B_{ik} \cos \delta_{ik}); \quad (13)$$

$$I_{4ii} = \frac{Q_i}{U_i} + U_i B_{ii}. \quad (14)$$

Элементы матрицы I_4 преобразуются с использованием приближений:

$$\cos \delta_{ik} \approx 1; \quad (15)$$

$$\frac{Q_i}{U_i} \ll U_i B_{ii}; \quad (16)$$

$$G_{ik} \sin \delta_{ik} \ll B_{ik}. \quad (17)$$

Эти приближения в значительно большей степени отражают реальное состояние режимов в электрической системе по сравнению с аппроксимациями, принятыми в [Л. 2 и 3].

Зависимость для уточнения модулей узловых напряжений получается следующая:

$$\Delta U^2 = M^{-1} E, \quad (18)$$

где E — вектор-столбец, элементы которого определяются следующим образом:

$$E_i = \frac{Q_i^{\text{зад}}}{U_i^0} - U_i^0 B_{ii} + k \in A_i \left[B_{ik} \left(1 - \frac{\delta_{ik}^2}{2} + \frac{\delta_{ik}^4}{24} \right) + G_{ik} \left(\delta_{ik} - \frac{\delta_{ik}^3}{6} \right) \right] U_i^0; \quad (19)$$

$$\delta_{ik} = \delta_{i\text{нач}} - \delta_{k\text{нач}}; \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \delta - \frac{\delta^3}{6}; \\ \cos \delta &= 1 - \frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta^4}{24}; \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

M — квадратная, неособенная матрица с структурой, аналогичной матрице узловых проводимостей \dot{Y} ;

$$\left. \begin{aligned} M_{ik} &= -B_{ik} \quad (i \neq k); \\ M_{ii} &= k \in A_i B_{ik}; \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$U_{\text{нач}}$ определяется по (8)

Алгоритм 11. 1. Начальная оценка для фаз узловых напряжений определяется следующим образом.

Уравнение активного небаланса узла i получается после преобразования (11):

$$\Delta P_i = P_{i\text{зад}} - U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{k \in A_i} U_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} - B_{ik} \sin \delta_{ik}). \quad (23)$$

Используется верхняя левая блочная подматрица в матрице Якоби I_1 :

$$I_{1ik} = -U_i U_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} + B_{ik} \cos \delta_{ik}); \quad (24)$$

$$I_{1ii} = B_{ii} U_i^2 - Q_i, \quad (25)$$

и матричная зависимость

$$\Delta P = I_1 \Delta \delta. \quad (26)$$

Элементы матрицы I_1 преобразуются с помощью приближенных выпрямителей (15)–(17). Тогда начальная оценка фаз узловых напряжений

$$\delta_{\text{нач}} = K^{-1} F, \quad (27)$$

где F — вектор-столбец,

$$F_i = \frac{P_{i\text{зад}}}{U_i^0} - U_i^0 G_{ii} + N_i. \quad (28)$$

Если начальная оценка осуществляется для начальных приближений базисного установившегося режима,

$$N_i = k \in A_i G_{ik} U_k^0. \quad (29)$$

Если начальная оценка осуществляется для начальных приближений δ^0 , которые являются решениями прежнего установившегося режима, то

$$\Delta \delta^0 = K^{-1} F; \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} N_i &= k \in A_i \left[G_{ik} \left(1 - \frac{\delta_{ik}^{02}}{2} + \frac{\delta_{ik}^{04}}{24} \right) - B_{ik} \left(\delta_{ik}^0 - \frac{\delta_{ik}^0}{6} \right) \right] U_k^0; \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

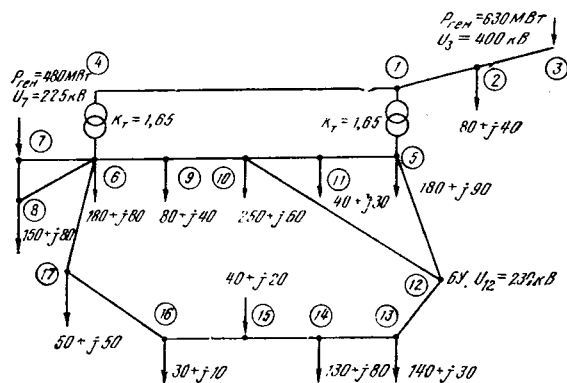


Рис. 1. Схема энергосистемы для контрольного примера.

$$\delta^0_{ik} = \delta^0_i - \delta^0_k; \quad (32)$$

$$\delta_{нач} = \delta^0 + \Delta \delta^0. \quad (33)$$

2. Начальная оценка для модулей напряжений узлов, в которых заданы P и Q , определяется так же, как при алгоритме I (уравнения (11)–(22)).

Результаты экспериментальных исследований. Рассмотренные в статье алгоритмы были опробованы вместе с алгоритмом для расчета установившегося режима методом Ньютона—Рафсона в полярной координатной системе. Исследования проводились с помощью экспериментальных программ на языке ФОРТРАН. Исходные данные для ветвей контрольного примера указаны в табл. 1. В табл. 2 и 3 приведены данные экспериментальных расчетов для контрольного примера на рис. 1.

В табл. 2 приведены данные об абсолютной погрешности фаз, вычисленные относительно фаз решения установившегося режима последствия рассмотренных алгоритмов начальной оценки. Здесь под абсолютной погрешностью понимается абсолютное значение разницы между «точным» значением фазы в данном узле, которое получается после решения методом

Таблица 1

Ветвь	R , Ом	x , Ом	U_c , 10^{-3} см	Ветвь	R , Ом	x , Ом	U_c , 10^{-3} см
1—2	7,7	14	968	6—17	2,96	29,6	336
1—4	9,36	93,6	1040	7—8	3,24	20	136
1—5	0	25,4	0	9—10	5,94	36,9	254
2—3	3,47	48,6	500	10—11	7,66	46,7	330
4—6	0	25,4	0	10—12	3,45	21	586
5—11	3,6	22	151	12—13	1,36	8,4	230
5—12	12,4	76	520	13—14	6,15	23,3	488
6—7	1,06	10,6	477	14—15	3,67	46,3	104
5—8	4,87	30,7	497	15—16	2,96	18,2	530
6—9	2,45	15,1	105	16—17	0,87	5	136

Таблица 2

Номер узла	Значения абсолютной погрешности фаз узловых напряжений, эл. град.		Номер узла	Значения абсолютной погрешности фаз узловых напряжений, эл. град.	
	Метод начальной оценки по [Л. 2] и метод начальной оценки алгоритма I	Метод начальной оценки алгоритма II		Метод начальной оценки по [Л. 2] и метод начальной оценки алгоритма I	Метод начальной оценки алгоритма II
1	1,737	1,574	9	0,863	0,685
2	1,791	2,546	10	0,681	0,294
3	1,983	2,840	11	0,957	0,786
4	1,399	1,297	13	0,24	0,184
5	0,862	0,643	14	0,691	0,326
6	0,817	0,724	15	0,692	0,553
7	0,634	0,794	16	0,786	0,656
8	0,888	0,823	17	0,825	0,713

Таблица 3

Номер узла	Относительная погрешность модулей узловых напряжений, %			Номер узла	Относительная погрешность модулей узловых напряжений, %		
	Метод начальной оценки по [Л. 2]	Метод начальной оценки алгоритма I	Метод начальной оценки алгоритма II		Метод начальной оценки по [Л. 2]	Метод начальной оценки алгоритма I	Метод начальной оценки алгоритма II
1	6,89	0,37	1,20	10	0,04	0,07	0,40
2	2,53	0,23	0,27	11	4,46	0,32	0,89
4	7,23	0,18	0,54	13	4,18	0,02	0,02
5	4,5	0,42	1,13	14	2,06	2,07	0,17
6	0,01	0,08	0,30	15	2,13	0,06	0,30
8	0,11	0,02	0,12	16	2,16	0,10	0,33
9	0,05	0,08	0,34	17	2,16	0,10	0,33

Ньютона, и фазой, полученной после действия алгоритма начальной оценки [Л. 6]. Из табл. 2 видно, что алгоритм II для большинства результатов дает более точные оценки фаз узловых напряжений. Среднеарифметическая погрешность, вычисленная по данным табл. 2, для предложенного алгоритма II, меньше, чем для алгоритма I.

В табл. 3 приведены данные об относительной погрешности модулей узловых напряжений после действия алгоритмов начальной оценки. Среднеарифметическая относительная погрешность алгоритма по [Л. 2] — 2,73%; среднеарифметическая относительная погрешность алгоритма I — 0,15%, среднеарифметическая относительная погрешность алгоритма II — 0,45%. Сравнение показывает преимущества двух предложенных алгоритмов при определении начальной оценки модулей узловых напряжений.

На рис. 2 и рис. 3 изображены в логарифмическом масштабе зависимости максимальных небалансов активной и реактивной мощности от номера шага. Кривые показывают резкое повышение скорости решения установившегося режима методом Ньютона—Рафсона после применения метода начальной оценки. Видны преимущества предложенных алгоритмов.

С помощью экспериментальных программ рассчитан ряд вариантов для энергосистемы НРБ. Расчеты велись при точности балансировки сети от 1 до 0,05 МВт. Имея в виду, что число вычислительных операций всех алгоритмов начальной оценки меньше числа вычислительных операций одного шага алгоритма Ньютона—Рафсона, критерием эффективности всех алгоритмов начальной оценки является число шагов основно-

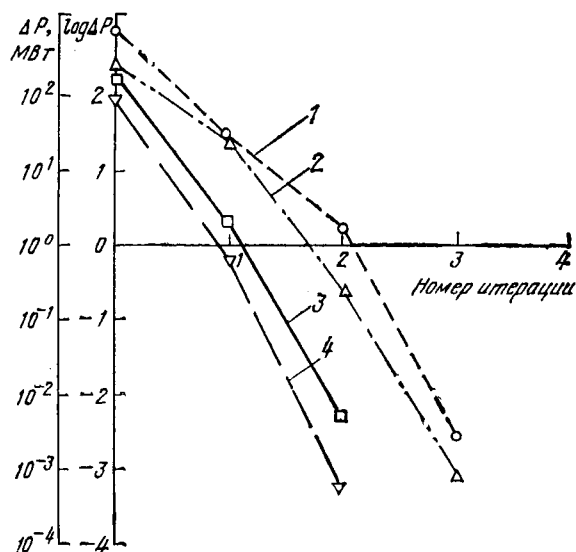


Рис. 2. Зависимости максимальных небалансов активной мощности.

1 — по методу Ньютона—Рафсона без начальной оценки; 2 — по методу [Л. 2]; 3 — по алгоритму II; 4 — по алгоритму I.

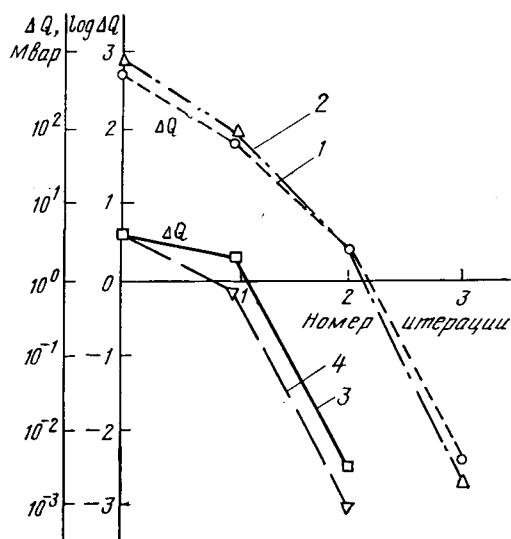


Рис. 3. Зависимости максимальных небалансов реактивной мощности.

1 — по методу Ньютона — Рафсона без начальной оценки; 2 — по методу [Л. 2]; 3 — по алгоритму II; 4 — по алгоритму I.

го алгоритма Ньютона — Рафсона для получения решения с заданной точностью. Этот критерий оценивает и время, затрачиваемое на расчет поправок $\Delta\delta$ и ΔU . Если после применения какого-либо метода число шагов Ньютона меньше числа шагов получающегося после применения другого метода начальной оценки или метода Ньютона без начальной оценки, то общее машинное время для вычисления установившегося режима будет меньше.

В большинстве вариантов рассмотренные в статье алгоритмы привели к уменьшению числа шагов метода Ньютона — Рафсона по сравнению с базисными расчетами по методу Ньютона — Рафсона без применения начальной оценки. Однако при расчетах по алгоритмам, предложенным в [Л. 2 и 3], были случаи, когда число шагов не уменьшалось. При использовании алгоритмов I и II для начальной оценки число шагов метода Ньютона — Рафсона всегда уменьшалось, и в большинстве примеров оно было меньше, чем по алгоритмам [Л. 2 и 3]. Возможны случаи, когда применение алгоритмов I и II приводит к ситуациям, в которых метод Ньютона — Рафсона не может обеспечивать решения. Из-за большого объема информации в статье нельзя рассмотреть эти случаи, но для утверждения того, что предложенные методы начальной оценки повышают надежность решения методов Ньютона, можно рассмотреть следующий пример. Если в узле 15 контрольного примера модуль задан (например, в результате ошибки) равным 420 кВ, а в соседних узлах заданы номинальные напряжения — 220 кВ — метод Ньютона — Рафсона не дает решения. После применения алгоритма I для начальной оценки и при тех же входных данных, метод Ньютона дает решение за два шага. На рис. 4 изображены в логарифмическом масштабе зависимости максимальных небалансов активной и реактивной мощности от номера шага для контрольного примера.

Выводы. 1. Применение методов начальной оценки фаз и модулей узловых напряжений повышает надежность метода

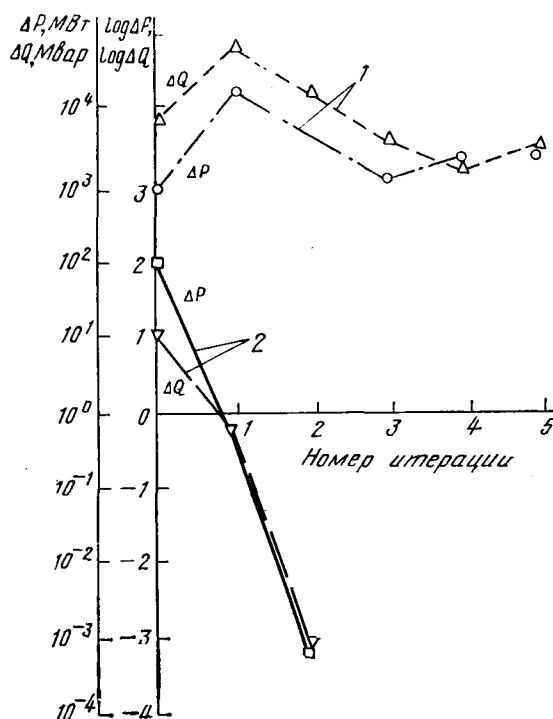


Рис. 4. Зависимости максимальных небалансов активной и реактивной мощности.

1 — метод Ньютона — Рафсона без начальной оценки; 2 — по алгоритму I.

Ньютона — Рафсона и уменьшает общее машинное время решения. Поэтому целесообразно при решении установившегося режима методом Ньютона — Рафсона всегда уточнять входные напряжения алгоритмом начальной оценки.

2. Разработанные алгоритмы начальной оценки более эффективны с точки зрения экономии машинного времени и быстрого действия программ расчета установившегося режима.

3. Из предложенных алгоритмов лучшим является первый, поскольку при приблизительно одинаковых достоинствах по отношению к полученным значениям начальных оценок вычислительных операций он требует меньше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tinney W. F., Hart C. E. Power flow solution by Newton's method. — IEEE Trans. on PAS, 1967, vol. 86, November.
2. Stott B. Effective starting process for Newton — Raphson load flows. — Proc. IEE, 1971, vol. 118, № 8, August.
3. Gross G., Luini J. F., Effective control of convergence of the Newton load flow. — PICA conf. Rec. 1975, paper TP 11A.
4. Stott B. Review of load flow calculation methods. — Proc. IEE, 1974, vol. 62, № 7, July.
5. Идельчик В. И. Расчеты установившихся режимов электрических систем. — М.: Энергия, 1977.
6. Дорн У., Д. Маккракен. Численные методы и программирование на Фортран IV: София: Наука и искусство, 1977.

[03.02.81]

Анализ процесса частотного пуска обратимого агрегата ГАЭС от статического преобразователя частоты

АБРАМОВИЧ Р. Д., ВИННИКИЙ Ю. Д., КАРЖЕВ А. В., СЫТИН А. П.

Московское отделение НИИПТ

Для пуска гидрогенераторов-двигателей (ГД) ГАЭС мощностью 200 МВт и более в насосном режиме целесообразно использовать регулируемый статический преобразователь частоты (СПЧР) [Л. 1 и 2]. Пуск производится при малом по сравнению с номинальным моменте сопротивления M_c на валу ГД, поэтому установленная мощность СПЧР составляет 2—10% номинальной мощности ГД. Преобразователь содержит управляемый выпрямитель (УВ), звено постоянного тока и зависимый инвертор (тиристорный коммутатор), включенный в цепь статора ГД. На начальном этапе при малых скоростях вращения ротора ГД ($0 < \omega_r < \omega_n$), когда э. д. с. статора мала, СПЧР работает в режиме искусственной коммутации (импульсный режим) и отпирание очередной пары тириستоров инвертора происходит после снижения выпрямленного тока i_0 СПЧР до нуля. Угловая частота ω_r следования импульсов управления тиристорами инвертора в этом режиме задается независимым генератором частоты (НГЧ) по определенному закону.

В [Л. 1] проведен расчет на ЦВМ переходного электро-механического процесса при пуске ГД для случая, когда закон изменения задается в виде

$$\omega_r = \omega_{r0} + K \cdot 1[t - t_0]t,$$

где $\omega_{r0} = \omega_r|_{t=0} = \text{const}$; $K = \text{const}$; $1[t - t_0]$ — единичная функция.

Целью расчетов являлось определение при заданных параметрах ГД и СПЧР значений постоянных ω_{r0} , t_0 , K , позволяющих произвести успешный разгон ГД до скорости $0,1\omega_n$. Однако полученные результаты не позволяют в явном виде определить зависимости между параметрами системы ГД—СПЧР и значениями постоянных, определяющих закон изменения $\omega_r(t)$.

В предлагаемой статье полная система дифференциальных уравнений, описывающих рассматриваемый в [Л. 1 и 2] электро-механический процесс, с помощью ряда допущений сводится к более простой системе уравнений, разрешимой аналитически; искомый результат получен в общем виде.

Для оценки погрешности, вносимой принятыми допущениями, полученные результаты сравниваются с данными [Л. 2] и результатами, полученными на аналоговой математической модели [Л. 3], функционально идентичной цифровой модели [Л. 2]. При анализе будем полагать коммутацию тока статора ГД мгновенной, выпрямленный ток СПЧР на междокоммутационном интервале и ток возбуждения ГД постоянными и равными I_0 и I_f соответственно, токи короткозамкнутых контуров ротора ГД пренебрежимо малыми, а момент сопротивления M_c постоянным по модулю и совпадающим по знаку с угловой скоростью вращения ω_r ротора ГД; СПЧР при анализе представляется в виде эквивалентного трехфазного генератора тока переменной частоты. Анализ проводится во взаимной системе относительных единиц [Л. 2]. С учетом принятых допущений уравнение движения ротора ГД имеет вид:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\bar{M}}{J} \sin \nu = -\frac{M_c}{J} \text{sign}(\omega + \omega_r) + K \cdot 1[t - t_0]; \quad \frac{d\nu}{dt} = \omega, \quad (1)$$

где $\omega = \omega_p - \omega_r$; ω_p — угловая скорость вращения ротора; ν — угол между продольной осью ротора ГД и изображающим вектором тока статора ГД; $\bar{M} = \frac{3}{\pi} M$; $M = \frac{2I_0 I_f L_{ad}}{\sqrt{3}}$ — ампли-

туда электромагнитного момента; J — момент инерции ГД; L_{ad} — взаимоиндуктивность обмоток статора и ротора.

Система (1) описывает движение математического маятника под действием дополнительной силы. Успешному пуску ГД соответствует колебательное движение маятника относительно точки равновесия, неуспешному пуску — вращение маятника относительно точки подвеса. Характер движения маятника определяется начальными условиями по переменным ν и ω или, что то же самое, начальной энергией системы.

Задача анализа — определение условий, при которых движение эквивалентного маятника будет колебательным как на первом этапе ($t \leq t_0$), так и на втором ($t > t_0$).

Успешный разгон ГД из неподвижного состояния с постоянным темпом при любом начальном значении $\nu = \nu_0$ в диапазоне $\pm \pi$ невозможен. Для обеспечения успешного разгона ГД необходимо уменьшить диапазон возможных значений ν_0 . В рассматриваемом случае для этого служит первый этап пуска ($t \leq t_0$). На этом этапе за счет наличия в системе момента сухого трения происходит диссипация начальной энергии системы.

В процессе анализа первого этапа пуска определим диапазон значений ω_{r0} , соответствующих колебательному характеру движения эквивалентного маятника, найдем наибольшее возможное значение величины $\omega = \omega_p - \omega_r$ и оценим скорость диссипации начальной энергии системы на этом этапе.

Уравнение движения синхронной машины на этом этапе имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\bar{M}}{J} \sin \nu &= -\frac{M_c}{J} \text{sign}(\omega + \omega_{r0}); \\ \frac{d\nu}{dt} &= \omega, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\nu|_{t=0} = \nu'_0$; $\omega|_{t=0} = -\omega_{r0}$; $\omega + \omega_{r0} = \omega_p - \omega_r = \omega_p$.

Уравнение фазовой траектории (интеграл энергии) системы (2) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{\omega^2}{2} + \frac{\bar{M}}{J} [\cos \beta - \cos \nu + \gamma \nu \text{sign}(\omega + \omega_{r0}) - \\ &\quad - \gamma \beta] = W_{10} - \frac{2M_c}{J} \sum_j |\nu_{2j}|; \\ W_{10} &= \frac{\omega_{r0}^2}{2} + \frac{\bar{M}}{J} (\cos \beta - \cos \nu'_0 - \gamma \beta - \gamma |\nu'_0|), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где W_1 — энергия системы (2); W_{10} — начальное значение W_1 ; ν_{2j} — значения ν при изменении знака величины $\omega_p = \omega + \omega_{r0}$; $\gamma = M_c/\bar{M}$; $\beta = \arcsin \gamma$.

Диссипация энергии в системе происходит до тех пор, пока $\omega_p = \omega + \omega_{r0}$ знакопеременно. Фазовая траектория системы (2) обладает предельным циклом, описываемым уравнением

$$\frac{\omega^2}{2} + \frac{\bar{M}}{J} [\cos \beta - \cos \nu + \gamma (\nu - \beta)] = \frac{\omega_{r0}^2}{2}. \quad (4)$$

Условие существования колебательного движения системы (2) при любом значении ν'_0 , т. е. условие, при выполнении которого в системе происходит диссипация энергии, имеет вид [Л. 1]:

$$\frac{\omega_{r0}^2}{2} \leq \int_{\nu_0}^{\nu_1} \left[\frac{\bar{M}}{J} \sin \nu + M_c(\omega_p) \right] d\nu, \quad (5)$$

где ν_1 — координата точки фазовой траектории, в которой разность вращающего электромагнитного момента и момента сопротивления изменяет знак на минус.

В [Л. 2] отмечено, что при произвольной зависимости $M_c(\omega_p)$ проинтегрировать (5) можно лишь численными методами. Однако в рассматриваемом случае при $M_c(\omega_p) = -M_c \text{sign} \omega_p$, когда $\nu_1 = \beta - \pi$, а наихудшее значение $\nu'_0 = -\pi - \beta$, выражение (5) легко интегрируется.

Интегрируя (5), получаем:

$$\frac{\omega_{r0}^2}{2} \leq -\frac{M_c}{J} (2\nu_2 - \nu'_0 - \nu_1) = -\frac{2M_c}{J} \nu_2, \quad (6)$$

где ν_2 — точка фазовой траектории, в которой ω_p в первый раз меняет свой знак, определяется из (3) при $\omega = -\omega_{r0}$:

$$\cos(\pi - \beta) - \cos \nu_2 + \gamma(\pi - \beta - \nu_2) = 0. \quad (7)$$

Наибольшее возможное значение ω достигается на начальном участке фазовой траектории до момента первого изменения знака ω_p и определяется из (3) при $\nu = \beta$ и $\omega_p < 0$.

Оценим скорость диссипации энергии системы (2) при выполнении условия (6) с помощью метода Ван-дер-Поля [Л. 4], представляя приближенное решение (2) в виде:

$$v = x(t) \cos y(t); \quad \omega = -\sqrt{\frac{M}{J}} x(t) \sin y(t), \quad (8)$$

где $x > 0$ — медленно изменяющаяся переменная; y — быстро изменяющаяся переменная. Уравнение относительно переменной x имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{2M_c/J}{\pi \sqrt{M/J}} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{r0}}{x}\right)^2 \frac{J}{M}} \quad (9)$$

или для интервала времени $\Delta t = t_0$ изменения величины x от x_0 до x_1 :

$$\Delta t = \frac{\pi \sqrt{M/J}}{2M_c/J} \left[\sqrt{x_0^2 - \frac{\omega_{r0}^2 J}{M}} - \sqrt{x_1^2 - \frac{\omega_{r0}^2 J}{M}} \right]. \quad (10)$$

Энергия W_2 эквивалентной системы, описываемой выражениями (8), равна:

$$W_2 = \frac{x^2}{2} \frac{M}{J}.$$

Полагая энергию системы (2) и энергию W_2 эквивалентной системы равными ($W_1 = W_2$), представим (10) в виде

$$W_{1k} = \frac{\omega_{r0}^2}{2} + \left(\sqrt{W_{10} - \frac{\omega_{r0}^2}{2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{M_c}{J} t_0 \right)^2, \quad (11)$$

где W_{1k} — энергия системы (2) при $t = t_0$.

Выражение (11) справедливо для значения $t_0 \leq t_{0м}$, где $t_{0м}$ — время перехода системы к предельному циклу колебаний, которое определяется из (11) при подстановке значения $W_{1k} = \omega_{r0}^2/2$. Соотношения (3) и (11) позволяют при заданных начальных условиях в системе уравнений (2) определить энергию системы (2) при переходе ко второму этапу пуска при любом значении t_0 .

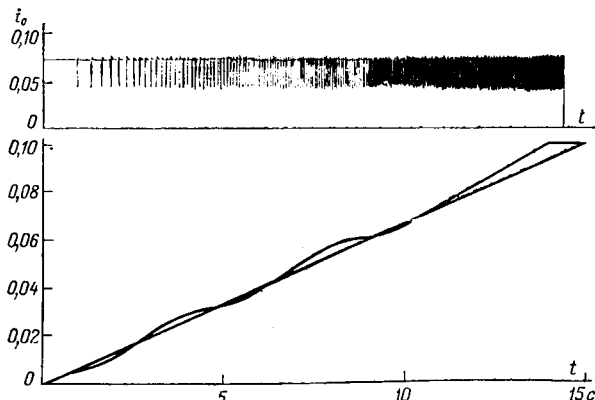
Максимально возможное значение начальной энергии в системе $W_{10м}$ достигается при $v'_0 = \pi - \beta$, ($\omega_0 = -\omega_{r0}$).

При анализе второго этапа пуска будем полагать величину ω_r знакопостоянной. Уравнение движения ротора ГД на этом этапе имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} + \frac{M}{J} \sin v &= -\frac{M}{J} \eta; \\ \frac{dv}{dt} &= \omega, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $\eta = \frac{M_c}{M} + \frac{K}{M/J}$; $v|_{t=t_0} = v_0$.

Коэффициент η при фиксированном значении остальных параметров системы пропорционален темпу разгона ГД (K). Анализ второго этапа пуска сводится к определению максимально допустимого значения η_d , при котором разгон ГД проходит успешно, в функции начальных условий в системе. Успешному разгону ГД соответствует колебательное движение



эквивалентного маятника относительно точки равновесия с координатами $\omega = 0$; $v = -\arcsin \eta = -\alpha$.

Уравнение фазовой траектории системы (12) имеет вид:

$$\frac{\omega^2}{2} + \frac{M}{J} [\cos \alpha - \cos v + \eta(v + \alpha)] = \frac{\omega_0^2}{2} + \frac{M}{J} [\cos \alpha - \cos v_0 + \eta(v_0 + \alpha)], \quad (13)$$

где правая часть (13) — начальная энергия W_0 системы (12).

Движение системы имеет колебательный характер при выполнении условия:

$$W_0 \leq W_{0д} = \frac{2M}{J} \left[1 - \eta^2 - \eta \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \eta \right) \right], \quad (14)$$

где $W_{0д}$ — определяется из (13) при $\omega = 0$ и $v = \alpha - \pi$.

Максимально допустимое значение η и соответствующий ему максимально допустимый темп разгона K определяются при заданных начальных условиях в системе (12) из (13) и (14). Из (14) следует, что допустимое значение η_d тем больше, чем меньше значение W_0 . Максимально возможное значение $\eta_d = 1$ может быть достигнуто при $W_0 = 0$. Амплитудное значение величины ω в процессе разгона определяется из (13) при $v = -\alpha$.

В качестве иллюстрации в табл. 1 приведены значения η_d , соответствующие им значения $K = d\omega_r/dt$ в абсолютной системе единиц и время Δt_p разгона ГД до скорости $n = 0,1 n_n$ в зависимости от диапазона значений v_0 при условии $\omega_0 = 0$. Использовались параметры ГД и СПЧР, приведенные в [Л. 2]: $I_0 = 0,07$; $I_L L_{ад} = 1$; $J = 2,63 \cdot 10^{-3}$; $M_c = 2 \cdot 10^{-3}$; $M = 7,7 \cdot 10^{-2}$.

Таблица 1

η_d	0	0,126	0,26	0,5	0,707	0,866
v_0 , рад	-3,14+3,14	-3+1,9	-2,9+1,4	-2,6+0,7	0+ -2,35	-0,52+ -2
K , рад/с	0	0,35	0,73	1,4	2	2,4
Δt_p , с	∞	89	43	22,4	15,8	13

При использовании анализируемого алгоритма частотного пуска ГД значение энергии системы (12) W_0 в момент начала ускорения ($t = t_0$) определяется величиной W_{1k} и может быть получено из (3) и (13):

$$W_0 = W_{1k} + \cos \alpha - \cos \beta + v_k(\eta + \gamma) + \eta \alpha + \eta \beta. \quad (15)$$

Момент начала ускорения ГД ($t = t_0$) не связан со значением $v_0 = v_k$, поэтому для определения по известному значению W_{1k} значения η_d требуется положить v_k равным максимально возможному значению $v_{kм}$. Величина $v_{kм}$ определяется из (3) при $W_1 = W_{1k}$, $\omega = 0$.

В результате получена полная система уравнений для расчета характеристик частотного пуска ГД. Алгоритм расчета следующий:

по заданным значениям M , M_c , J вычисляем значение коэффициентов γ и β и подставляем их в (7); из (6) определяем величину $\omega_{r0м}$ и выбираем значение ω_{r0} в диапазоне $0 \leq \omega_{r0} \leq \omega_{r0м}$;

определяем из (3) максимально возможное начальное значение энергии системы $W_{10} = W_{10м}$ (при $v'_0 = \pi - \beta$);

определяем из (11) при $W_{1k} = \omega_{r0}^2/2$ значение $t = t_{0м}$, выбираем ряд значений t_0 в диапазоне $0 < t_0 \leq t_{0м}$ из (11) определяем значение W_{1k} при $W_{10} = W_{10м}$;

из (3) определяем значение $v_{kм} = v_{kм}$;

подставив значения W_{1k} и $v_{kм}$ в (15) и разрешив уравнения (14) и (15) относительно η , определяем максимально возможный темп разгона ГД и время разгона ГД от значения $\omega_r = \omega_{r0}$ до $\omega_r = \omega_{r,к}$:

$$K = \frac{M}{J} (\eta - \gamma); \quad t_p = \frac{\omega_{p,к} - \omega_{r0}}{K},$$

где $\omega_{p,к}$ — угловая скорость вращения ротора, начиная с которой система управления СПЧР синхронизируется от э. д. с. статора ГД.

Полное время пуска ГД из неподвижного состояния $t_n = t_0 + t_p$. Наибольшее значение отклонения угловой скорости вращения ротора (ω_r) от заданной (ω_r) на обоих этапах определяется в соответствии с изложенным выше.

Результаты расчета процесса пуска, проведенного таким образом для параметров агрегата [Л. 2], приведены в табл. 2. Для рассматриваемой в [Л. 2] системы ГД — СПЧР $\omega_{г0} =$

Таблица 2

$W_{1к}$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$0,45 \cdot 10^{-3}$
γ_k , рад	—	1,94	1,25	0,85	0,56
t_0 , с ($M_c = 2 \cdot 10^{-3}$)	0	16	35	49	71
t_0 , с ($M_c = 1 \cdot 10^{-3}$)	0	31,5	69	101	142
η_d	0	0,126	0,3	0,45	0,55
t_n , с ($M_c = 2 \cdot 10^{-3}$)	∞	105	72	74	91
t_n , с ($M_c = 1 \cdot 10^{-3}$)	∞	136	141	175	233

$= 3 \cdot 10^{-3}$; $\omega_{р.к} = 0,1$. Расчет проведен для двух значений $M_c = 2 \cdot 10^{-3}$ и $1 \cdot 10^{-3}$, что соответствует $\beta = \gamma = 0,026$ и $0,013$ соответственно.

Данные табл. 2 хорошо совпадают с точным расчетом [Л. 2].

Результаты анализа второго этапа пуска ГД — собственно разгона — проверялись на аналоговой математической модели [Л. 3]. В качестве иллюстрации на рисунке представлена осциллограмма пуска ГД при $\nu_{p0} = -\pi/6$ ($\nu_0 = 0$). Время разгона до $n = 0,1 n_n$ составляет 14,3 с. В соответствии с табл. 1 для диапазона $-\pi/3 \leq \nu_0 \leq 0$ время разгона составляет 13 с.

Отметим, что принудительная начальная установка угла позволяет резко сократить длительность пуска ГД. Для этой цели, например, может быть использован способ, описанный в [Л. 5] и позволяющий установить ν_{p0} в диапазоне $-\pi/2 \div -\pi/6$.

Проведенный анализ позволил выявить факторы, определяющие характер процесса частотного пуска ГД, и разработать методику расчета процесса пуска как при наличии возможности принудительной начальной установки угла положения ротора, так и при отсутствии этой возможности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Peterson T., Frank K. Starting of large synchronous motor using static frequency converter. — IEEE Trans. on PAS, 1972, vol. 91, № 1.
2. Расчет процесса пуска обратимого агрегата ГАЭС от статического преобразователя частоты/ Г. А. Бесчастнов, А. М. Карпов, Т. М. Нэмени, Г. С. Семенова. — Электричество, 1980, № 3.
3. Математическое моделирование синхронного электропривода с тиристорным преобразователем частоты/ Р. Д. Абрамович, Ю. Д. Веницкий, А. В. Каржев, А. П. Сытин. — Электротехника, 1980, № 3.
4. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1969.
5. Абрамович Р. Д., Веницкий Ю. Д., Каржев А. В., Сытин А. П. — Анализ частотного пуска синхронной машины без датчика положения ротора. — ЭП. Электропривод, 1981, № 3.

[14.05.81]

УДК 621.313.3.045.001.24

Расчет обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока

ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., доктор техн. наук, МАРТЫНОВ В. А., инж.

Московский энергетический институт

У обычных многофазных машин переменного тока пазы и зубцы равномерно распределены по окружности сердечника, и числа витков в катушках равны, т. е. машины имеют равно-витковые обмотки. Рассматривая м. д. с. фазы такой обмотки и раскладывая м. д. с. в гармонический ряд, можно убедиться в том, что на оси симметрии м. д. с. фазы все гармонические принимают максимальное значение. Условимся за направление оси фазы принимать луч, проходящий через точку окружности, в которой первая гармоническая м. д. с. фазы, имеющая период, равный периоду м. д. с. поля якоря, принимает максимальное положительное значение при положительном токе в рассматриваемой фазе (см. рис. 1). В соответствии с этим принятым направлением знак обмоточного коэффициента гармонической м. д. с. считается положительным, если на оси фазы эта гармоническая м. д. с. положительна, и отрицательным, если эта гармоническая отрицательна. По знакам обмоточных коэффициентов можно получить представление о взаимной ориентации любых гармонических м. д. с. Это необходимо знать для оценки различных добавочных явлений в электрических машинах: добавочных моментов, токов в индукционных машинах, вызванных гармоническими полями, в особенности когда нужно рассмотреть совместно явления, связанные и с зубчатостью сердечника, и с несинусоидальностью м. д. с.

Отметим, что для симметричных равно-витковых обмоток в ряде работ имеются аналитические формулы для расчета обмоточных коэффициентов. В [Л. 1, 3—7] приводятся формулы, пригодные для расчета обмоточных коэффициентов как целых, так и дробных обмоток. Но в рассмотренных работах ничего не говорится о физическом смысле знаков обмоточных коэффициентов. Кроме того, в случае дробных обмоток знаки обмоточных коэффициентов, вычисленных по [Л. 1, 3—7], не совпадают, поэтому обмоточные коэффициенты, определенные по формулам [Л. 1, 3—7], не дают полного представления о распределении различных гармонических м. д. с. фазы по окружности якоря, и использование этих формул для определения не только значения амплитуд различных гармониче-

ских м. д. с. фазы, но и их пространственного распределения может привести к неверным результатам. Поэтому численный метод, который при выбранном направлении оси фазы позволит определить не только значение, но и знак обмоточного коэффициента, может оказаться полезным в тех случаях, когда необходимо знать и амплитуду гармонической м. д. с. фазы, и пространственное распределение этой гармонической по окружности якоря.

Такой численный метод даст возможность анализировать м. д. с. некоторых специальных электрических машин, имеющих нерегулярные зубцовые деления по окружности якоря. Он может охватить случаи, когда различные катушки фазы имеют неодинаковое число витков. Для таких обмоток не существует общих аналитических выражений, которые позволили бы определить значения обмоточных коэффициентов, и вопрос о знаке обмоточных коэффициентов таких обмоток нигде не ставился. Условимся и для таких машин за направление оси фазы принимать луч, проходящий через положительный максимум первой гармонической м. д. с. фазы. Но в общем случае на оси фазы различные гармонические м. д. с. не будут иметь максимального значения, поэтому в данном случае очевидно нужно говорить не о знаке обмоточного коэффициента, а об угле сдвига положительного максимума какой-либо гармонической м. д. с. относительно оси фазы.

В данной статье приводится алгоритм численного расчета обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока.

В настоящее время обмоточные коэффициенты рассчитываются как произведение коэффициента укорочения обмотки на коэффициент распределения. Такое разделение обмоточных коэффициентов при численном счете представляется нецелесообразным и удобнее сразу рассчитывать полные значения обмоточных коэффициентов.

Порядок ν -й гармонической м. д. с. определим по отношению к первой гармонической м. д. с. фазы. Обозначим через z , N и p соответственно число пазов сердечника, число кату-

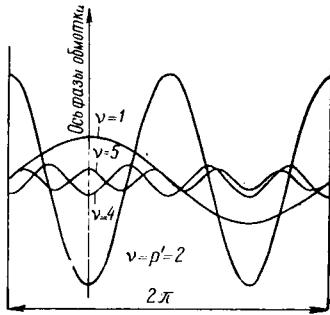


Рис. 1. Распределение гармонических м. д. с. по окружности якоря.

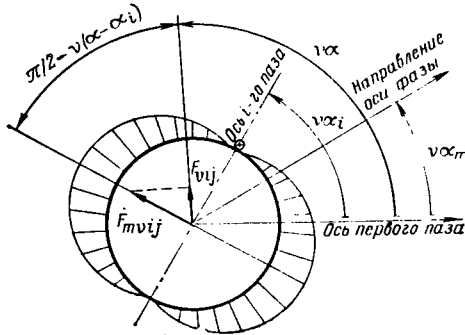


Рис. 2. Распределение ν-й гармонической м. д. с. одной стороны катушки, лежащей в j-м слое i-го паза.

шек и число пар полюсов обмотки якоря. Если катушки имеют одинаковое число витков, а числа N и p имеют наибольший общий делитель t , то вся обмотка состоит из t одинаковых в электромагнитном отношении частей. Поэтому достаточно рассмотреть одну ее повторяющуюся часть или, по терминологии [Л. 4], «первоначальную обмотку», расположенную на $2p/t$ полюсных делениях. Величины, относящиеся к этой обмотке, обозначим как

$$z' = \frac{z}{t}; \quad N' = \frac{N}{t}; \quad p' = \frac{p}{t}.$$

Другими словами, z' , N' и p' — число пазов, число катушек и число пар полюсов обмотки, приходящихся на период м. д. с. Порядок низшей гармонической м. д. с. будет равен $\nu_1=1$, а порядок основной гармонической — $\nu_{осн}=p'$.

Формула для м. д. с. ν-й гармонической одной стороны катушки, расположенной в j-м слое i-го паза, запишется по аналогии с напряженностью поля в зазоре машины по [Л. 2]:

$$F_{vij} = F_{mvi} \sin \nu (\alpha - \alpha_i), \quad (1)$$

где F_{mvi} — амплитуда ν-й гармонической м. д. с. стороны ка-

тушки, расположенной в j-м слое i-го паза; α_i — электрический угол по первой гармонической, на который сдвинут i-й паз относительно начала отсчета; α — электрический угол по первой гармонической между началом отсчета и точкой, в которой наблюдается данная м. д. с.

Зададим положительное направление тока в пазах якоря: ток будем считать положительным, если он направлен «от нас». Примем также, что по катушечной стороне, которая соединена с началом фазы, при положительном токе в фазе течет положительный ток. Направление тока в остальных сторонах катушек рассматриваемой фазы определится схемой обмотки. Отсчет углов ведется от оси первого паза. Распределение м. д. с. ν-й гармонической j-го слоя i-го паза показано на рис. 2.

Амплитуда ν-й гармонической м. д. с. одной катушечной стороны будет равна

$$F_{mvi} = \frac{i_\Phi w_{ij}}{\nu \pi},$$

где i_Φ — мгновенное значение тока рассматриваемой фазы; w_{ij} — число витков катушки, сторона которой лежит в j-м слое i-го паза.

Если в j-м слое i-го паза ток рассматриваемой фазы положителен, то w_{ij} берется со знаком плюс, при противоположном направлении тока w_{ij} берется со знаком минус; если в j-м слое i-го паза нет проводников рассматриваемой фазы, то w_{ij} считается равным нулю.

Магнитодвижущая сила ν-й гармонической фазы обмотки в точке, сдвинутой на угол α относительно начала отсчета, определится как сумма м. д. с. сторон катушек, принадлежащих рассматриваемой фазе:

$$F_\nu = \frac{i_\Phi}{\nu \pi} \sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin \nu (\alpha - \alpha_i), \quad (2)$$

где k_{cl} — число слоев обмотки.

Очевидно, что при определенном угле $\alpha = \alpha_m$ мы будем иметь максимальное положительное значение м. д. с. первой гармонической $F_1 = F_{m1} > 0$. Угол α_m представляет собой угол между осью фазы и началом отсчета. Для обычных машин, имеющих равномерную обмотку и регулярные зубцовые деления, при угле $\alpha = \alpha_m$ для первой гармонической м. д. с. будут наблюдаться максимальные значения м. д. с. для всех остальных гармонических, т. е.

$$F_\nu = \frac{i_\Phi}{\nu \pi} \sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin \nu (\alpha_m - \alpha_i) = F_{m\nu}. \quad (3)$$

В соответствии с принятым направлением оси фазы при $F_{m\nu} > 0$ будем иметь на оси фазы положительный максимум м. д. с. ν-й гармонической, а при $F_{m\nu} < 0$ — отрицательный максимум ν-й гармонической. Значение обмоточного коэффициента для ν-й гармонической определится следующим выражением

$$k_\nu = \frac{\sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin \nu (\alpha_m - \alpha_i)}{\sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} |w_{ij}|}. \quad (4)$$

Для определения направления оси фазы, т. е. угла α_m , представим синусоидально изменяющиеся м. д. с. первой гармонической каждой стороны катушки рассматриваемой фазы в виде комплексного числа

$$\begin{aligned} \dot{F}_{1ij} &= \frac{i_\Phi}{\pi} w_{ij} \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_i \right) + j \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_i \right) \right] = \\ &= \frac{i_\Phi}{\pi} w_{ij} [\sin (-\alpha_i) + j \cos \alpha_i] = \frac{i_\Phi}{\pi} w_{ij} e^{j \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_i \right)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Суммарная м. д. с. фазы первой гармонической определится выражением

$$\dot{F}_1 = \sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} \dot{F}_{1ij} = F_{m1} e^{j\alpha_m}, \quad (F_{m1} > 0). \quad (6)$$

Угол между осью фазы и осью первого паза

$$\alpha_m = \arctg \frac{\sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \cos \alpha_i}{\sum_{j=1}^{k_{cl}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin (-\alpha_i)} + \pi k. \quad (7)$$

Здесь коэффициент k может принимать следующие значения:

$$k = 0 \quad \text{при} \quad \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin(-\alpha_i) \geq 0;$$

$$k = 1 \quad \text{при} \quad \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin(-\alpha_i) < 0 \quad \text{и} \quad \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \times \times \cos \alpha_i \geq 0;$$

$$k = -1 \quad \text{при} \quad \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin(-\alpha_i) < 0 \quad \text{и} \quad \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \times \times \cos \alpha_i < 0.$$

Таким образом, угол α_m может находиться в пределах $-\pi < \alpha_m \leq \pi$.

Приведенные выше рассуждения можно повторить и для машины, имеющей неравновитковую обмотку и нерегулярные зубцовые деления. Но для таких машин в общем случае на выбранном направлении оси фазы различные гармонические м. д. с. не будут иметь максимальное значение. Поэтому для ν -й гармонической м. д. с. определяется абсолютное значение обмоточного коэффициента по следующей формуле:

$$|k_{0\nu}| = \frac{\sqrt{\left[\sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin \nu(\alpha_m - \alpha_i) \right]^2 + \left[\sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \cos \nu(\alpha_m - \alpha_i) \right]^2}}{\sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} |w_{ij}|} \quad (8)$$

Ближайший положительный максимум ν -й гармонической м. д. с. будет сдвинут относительно положительного максимума первой гармонической на электрический угол по рассматриваемой гармонической ψ_ν .

$$\psi_\nu = \arctg \frac{\sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \cos \nu(\alpha_m - \alpha_i)}{\sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} w_{ij} \sin \nu(\alpha_m - \alpha_i)} + \pi k. \quad (9)$$

Выражение (9) подобно выражению (7) для нахождения угла α_m , только здесь вычисление углов ψ_ν ведется не от оси первого паза, а от положительного направления оси фазы, повернутой на угол α_m относительно начала отсчета. Коэффициент k здесь принимает также значение 0,1 или -1 по аналогии с выражением для α_m .

Вычисление обмоточных коэффициентов удобно производить, пользуясь структурной матрицей обмотки $[G]$, физический смысл которой и алгоритм заполнения показан в [Л. 8]. Так как мы рассматриваем одну фазу «первоначальной обмотки», то выделим из матрицы $[G]$ любой столбец, соответствующий одной фазе и возьмем число строк этого столбца, равное числу пазов «первоначальной обмотки». Обозначим эту матрицу-столбец через $[G_k]$; i -й элемент матрицы $[G_k]$ равен числу проводников, лежащих в i -м пазу и принадлежащих рассматриваемой фазе, причем, если по проводникам протекает положительный ток, то i -й элемент матрицы $[G_k]$ положителен, при противоположном токе i -й элемент отрицателен; если же в i -м пазу нет проводников рассматриваемой фазы, то i -й элемент матрицы-столбца $[G_k]$ равен нулю.

Предполагая известной матрицу-столбец $[G_k]$, приведенные выше формулы можно записать с помощью матриц.

Для определения угла α_m введем двумерную матрицу $[M] = [M1; M2]$, где $[M1]$ и $[M2]$ — матрицы-столбцы. i -й элемент матрицы-столбца $[M1]$ равен $\sin(-\alpha_i)$, а i -й элемент матрицы-столбца $[M2]$ равен $\cos \alpha_i$, т. е. матрицы $[M1]$ и $[M2]$ будут иметь следующий вид:

$$[M1] = \begin{bmatrix} \sin(0) \\ \sin(-\alpha_2) \\ \vdots \\ \sin(-\alpha_i) \\ \vdots \\ \sin(-\alpha_{z'}) \end{bmatrix}; \quad [M2] = \begin{bmatrix} \cos 0 \\ \cos \alpha_2 \\ \vdots \\ \cos \alpha_i \\ \vdots \\ \cos \alpha_{z'} \end{bmatrix}.$$

Если расстояние между осями первого и второго пазов обозначить через t_{22} , между осями второго и третьего — через t_{23} и так далее, то углы α_i будут равны $\alpha_1 = 0$;

$$\alpha_2 = \frac{\pi t_{22}}{\tau_1}; \quad \alpha_3 = \alpha_2 + \frac{\pi t_{23}}{\tau_1}; \quad \alpha_i = \alpha_{i-1} + \frac{\pi t_{2i}}{\tau_1},$$

где τ_1 — полюсное деление для первой гармонической м. д. с. Выражение (7) запишется следующим образом

$$\alpha_m = \arctg \frac{[G_k]^t \times [M2]}{[G_k]^t \times [M1]} + \pi k. \quad (10)$$

Зная угол α_m , можно получить новую матрицу для первой гармонической м. д. с. $[L]_1 = [L1 \ L2]_1$, где

$$[L1]_1 = \begin{bmatrix} \sin \alpha_m \\ \sin(\alpha_m - \alpha_2) \\ \vdots \\ \sin(\alpha_m - \alpha_i) \\ \vdots \\ \sin(\alpha_m - \alpha_{z'}) \end{bmatrix}; \quad [L2]_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_m \\ \cos(\alpha_m - \alpha_2) \\ \vdots \\ \cos(\alpha_m - \alpha_i) \\ \vdots \\ \cos(\alpha_m - \alpha_{z'}) \end{bmatrix}.$$

Матрица $[L]_1$ получится из матрицы $[M]$ как произведение

$$[L]_1 = [M] \times [T], \quad (11)$$

где

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \alpha_m & -\sin \alpha_m \\ \sin \alpha_m & \cos \alpha_m \end{bmatrix}.$$

По известной матрице-столбцу $[L1]_1$ формулу (4) для обмоточного коэффициента первой гармонической м. д. с. можно записать как

$$k_{01} = \frac{[G_k]^t \times [L1]_1}{n}, \quad (12)$$

где $u = \sum_{j=1}^{k_{\text{сл}}} \sum_{i=1}^{z'} |w_{ij}|$ — суммарное число проводников рассматриваемой фазы «первоначальной обмотки».

Чтобы получить выражение для обмоточного коэффициента ν -й гармонической м. д. с. надо знать матрицу $[L]_\nu =$

$= [L1 \ L2]_\nu$, для этой гармонической. Матрицы-столбцы $[L1]_\nu$

и $[L2]_v$ матрицы $[L]_v$

$$[L1]_v = \begin{bmatrix} \sin v\alpha_m \\ \sin v(\alpha_m - \alpha_2) \\ \vdots \\ \sin v(\alpha_m - \alpha_i) \\ \vdots \\ \sin v(\alpha_m - \alpha_{z'}) \end{bmatrix}; \quad [L2]_v = \begin{bmatrix} \cos v\alpha_n \\ \cos v(\alpha_m - \alpha_2) \\ \vdots \\ \cos v(\alpha_m - \alpha_i) \\ \vdots \\ \cos v(\alpha_m - \alpha_{z'}) \end{bmatrix}.$$

В случае обычной машины с равновитковой обмоткой и регулярными зубцовыми делениями по окружности якоря обмоточный коэффициент v -й гармонической будет равен

$$k_{ov} = \frac{[G_k]^t \times [L1]_v}{n}. \quad (13)$$

В общем случае формула (8) для определения абсолютного значения обмоточного коэффициента запишется как

$$|k_{ov}| = \frac{\sqrt{([G_k]^t \times [L1]_v)^2 + ([G_k]^t \times [L2]_v)^2}}{n}, \quad (14)$$

а угол ψ_v из (9) будет

$$\psi_v = \arctg \frac{[G_k]^t \times [L2]_v}{[G_k]^t \times [L1]_v} + \pi k. \quad (15)$$

Здесь можно отметить, что, если формулы (14) и (15) применить для машины с равновитковой обмоткой и регулярными зубцовыми делениями, то угол ψ_v всегда будет равен или нулю, что соответствует знаку «+» перед k_{ov} или π , что соответствует знаку «-» перед k_{ov} .

Для больших v элементы матрицы $[L]_v$ удобно получать из матрицы $[L]_1$, пользуясь формулой Муавра для комплексных чисел

$$\begin{aligned} \cos v\alpha + j \sin v\alpha &= (\cos \alpha + j \sin \alpha)^v = \cos^v \alpha + j v \cos^{v-1} \alpha \sin \alpha - \\ &- C_v^2 \cos^{v-2} \alpha \sin^2 \alpha - j C_v^3 \cos^{v-3} \alpha \sin^3 \alpha + \\ &+ C_v^4 \cos^{v-4} \alpha \sin^4 \alpha + \dots, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \sin v\alpha &= v \cos^{v-1} \alpha \sin \alpha - C_v^3 \cos^{v-3} \alpha \sin^3 \alpha + \\ &+ C_v^5 \cos^{v-5} \alpha \sin^5 \alpha - \dots; \\ \cos v\alpha &= \cos^v \alpha - C_v^2 \cos^{v-2} \alpha \sin^2 \alpha + C_v^4 \cos^{v-4} \alpha \sin^4 \alpha - \\ &- C_v^6 \cos^{v-6} \alpha \sin^6 \alpha + \dots. \end{aligned}$$

Здесь C_v^i — сочетания из v элементов по i :

$$C_v^i = \frac{v!}{i!(v-i)!}.$$

По изложенному выше алгоритму составлена программа расчета обмоточных коэффициентов численным методом на языке ФОРТРАН-IV. Обмоточные коэффициенты рассчитываются для гармонических м. д. с. любого порядка любых симметричных многофазных обмоток переменного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лившиц-Гарик М. Обмотки машин переменного тока. Москва, 1959.
2. Геллер Б., Гамата В. Дополнительные поля, моменты и потери мощности в асинхронных машинах. — М.: Энергия, 1964.
3. Сорокер Т. Г., Мордвинов Ю. В. Составление схем и расчет обмоточных коэффициентов симметричных петлевых обмоток многофазного переменного тока. — Вестник электропромышленности, 1955, № 2.
4. Вольдек А. И. Намагничивающие силы трехфазных дробных обмоток. — Труды ЛПИ, 1960, № 209.
5. Дулькин А. И. Некоторые вопросы теории дробных обмоток. — Труды МЭИ. Электромеханика, 1966.
6. Дулькин А. И. Периодичность повторения обмоточных коэффициентов трехфазных обмоток. — Электричество, 1974, № 4.
7. Попов Д. А. Фильтрующие свойства якорных обмоток машин переменного тока. — Электричество, 1976, № 8.
8. Иванов-Смоленский А. В., Мартынов В. А. Автоматизация составления схем симметричных многофазных обмоток переменного тока. — Электротехника, 1980, № 8.

[29.05.80]



VI Всесоюзный семинар по физике гашения дуги в выключателях высокого напряжения

(23—25 июня 1981 г., Москва)

VI Всесоюзный семинар по физике гашения дуги в выключателях высокого напряжения был организован Научно-исследовательским центром по испытанию высоковольтной аппаратуры. На нем было заслушано 23 доклада, представленных от 12 научно-исследовательских организаций вузов страны. Следует отметить дальнейшее расширение тематики семинара: только 9 докладов были непосредственно связаны с традиционными исследованиями в области создания выключателей переменного тока высокого напряжения. Остальные доклады носили либо более общий характер, либо были стимулированы разработкой выключателей постоянного тока, а также аппаратов специального назначения. Здесь сказываются и расширяющиеся потребности практики, и единство методических подходов с другими областями плазменной техники, и увеличение числа исследователей, работающих в этом научном направлении.

С некоторой долей условности представленные доклады можно разбить на две группы — теоретические и экспериментальные. Теоретическим исследованиям либо теоретическому обоснованию результатов экспериментальных исследований было посвящено 14 докладов. Ко второй группе следует отнести большее число докладов, чем оставшиеся 9, в силу большой связи ряда теоретических сообщений с задачами разработки конкретных коммутационных аппаратов либо конкретных типов аппаратов.

В первую очередь методическим вопросам была посвящена работа К. В. Мальцева, П. В. Минаева, С. Я. Орлеанской и Н. В. Шилина «Спектральная диагностика параметров плазмы электрической дуги в трансформаторном масле». Ее особенностью был не совсем обычный для таких исследований и далеко не легкий объект. Применение различных методик измерения температуры дуги, концентрации электронов, а также концентрации атомов меди и водорода полностью соответствует современным требованиям к такого типа измерениям, так как только сравнение результатов, полученных с помощью разных методов, может дать уверенность в их правильности.

Об исследовании и разработке конкретных типов аппаратов говорилось в докладах Ю. А. Быковца (ВЭИ, Москва) «Исследование электрической прочности и дугогасящей способности смесей «элегаз — азот» и «элегаз — гелий» применительно к условиям работы в автокомпрессорном выключателе» и В. Л. Королькова и А. А. Сивкова (НИИ высоких напряжений, Томск) «Исследование нарастания напряжения на взрывном дугогасительном устройстве». В первом из них показано, что применение смесей может повысить отключающую способность, что особенно перспективно для областей с арктическим климатом, где приходится применять выключатели с пониженным давлением элегаза.

Предварительные результаты исследования дуги винтовой формы были доложены В. Р. Герчиковым и К. Г. Мнацаканяном (ВЭИ). Исследования проводились с целью создания выключателей постоянного тока, в первую очередь для коммутации тока в цепях с индуктивными накопителями энергии. Сходные задачи имела работа, выполненная другой группой сотрудников ВЭИ (А. В. Авдонин, В. Г. Егоров, Б. П. Морозов, К. И. Серяков, Н. М. Чернышев, И. В. Шматович). В ней исследовалась возможность создания коммутатора постоянного тока на основе дугогасительного устройства с воздушным дутьем. Использовалась адаптивная модель дуги для теоретического рассмотрения процесса отключения, когда на дугу воздействуют шунтированием ее предварительной заряженной и незаряженной емкостью, а также взрывающейся проволокой. Проведены первые экспериментальные исследования коммутатора при конденсаторном гашении дуги. От-

ключаемый ток при шунтировании незаряженной емкостью был 6 кА.

В докладе Н. В. Шилина, Ю. А. Никуева, Д. П. Лепера (НИЦ ВВА) «Расчет времени горения дуги в масляных выключателях» приведены результаты обширных исследований свободной восстанавливающей прочности и дано их обобщение. На основе теории соревнования Слепяна усовершенствована методика расчета времени горения дуги. Большую пользу для анализа процесса восстановления электрической прочности дадут результаты исследования пробивных напряжений воздуха при температурах до 2000 К, представленные в докладе Н. И. Фальковского и И. В. Божко (Институт электродинамики АН УССР).

Основной направленностью теоретических работ были создание либо совершенствование методов расчета различных типов дугогасительных устройств, анализ физических процессов, протекающих при горении и гашении дуги, а также анализ и обобщение результатов испытаний аппаратов. Большой интерес у присутствующих вызвал доклад С. М. Крижанского (ПО «Электроаппарат», Ленинград) «Критерии подобия физического моделирования процессов дугогашения в камерах продольного дутья газовых выключателей». Критерии подобия выведены на основании рассмотрения уравнений газовой динамики для обдуваемой дуги совместно с граничными условиями и уравнений электрической цепи. Важнейшим отличием от предлагавшихся ранее критериев является необходимость изменения давления газа при изменении геометрических размеров дугогасительного устройства. Однако достаточно точное подобие осуществляется только при относительно небольшом, двух-трехкратном, изменении размеров, поскольку при анализе пришлось ввести допущение о независимости теплофизических свойств плазмы дуги от давления.

Продолжают развиваться и находят все большее практическое применение методы адаптивного математического моделирования динамических процессов при гашении дуги. В докладе О. Я. Новикова, В. И. Приходченко, П. А. Кулакова и А. А. Воронина (Куйбышевский политехнический институт) дан анализ различных подходов к определению постоянной времени дуги. Показано, что постоянная времени является не только характеристикой дуги, но и характеристикой принимаемой модели дуги и, в частности, зависит от того, локальная или интегральная модели при этом рассматриваются. Для локальных моделей были рассмотрены методы нахождения постоянной времени: метод затухающего колебательного режима, частотный метод, метод критической емкости; для интегральных моделей — различные методы дифференциальной аппроксимации, методы, основанные на рассмотрении процессов вблизи перехода тока через нуль или периодических процессов при горении дуги переменного тока.

Методы адаптивного моделирования использовались для исследования выключателей с газовым дутьем, в частности, влияния шунтирующих сопротивлений на отключающую способность (доклады И. Л. Шлейфмана и В. М. Солдатова из НИЦ ВВА и И. Е. Наумкина из СибНИИЭ, Новосибирск).

Подход, основанный на точных уравнениях газовой динамики, для исследования дуговых процессов был продемонстрирован в двух докладах сотрудников МЭИ О. А. Синкевича, В. И. Артемова и А. Л. Шевченко. Были рассмотрены стационарная цилиндрическая дуга, возникающая при электрическом разряде в жидкости, и стационарная дуга, горящая в осесимметричном обдуваемом потоке. Программы расчетов на БЭСМ-6 составлены ими без упрощения исходных уравнений и учитывают, в частности, реальные теплофизические свойства среды, собственное магнитное поле и произвольную

электрическую цепь. Результаты работы могут быть использованы для численного исследования коммутации с помощью взрывающейся проволоки, для исследования течения в дугогасительных соплах вблизи предела закурки, для исследования эффектов турбулентного теплообмена дуги с обдувающим потоком и т. п.

Лишь единичные работы имеются по исследованию электрического пробоя остаточного столба дуги в выключателе, когда в этом столбе сохраняется небольшая ионизация. Вот почему заслуживает самого пристального внимания доклад Ю. А. Никуева (НИЦ ВВА) «Расчет времени возникновения электрического пробоя на промежутке с ионизованным газом с учетом процессов установления тока». Из результатов этой работы, которая проверялась испытаниями выключателя

ВВН-110, следует, в частности, несколько необычный вывод, что при больших скоростях восстановления напряжения электрический пробой может происходить при плавном изменении тока и напряжения на межконтактном промежутке.

Особенностью семинара были минимальная формализация процесса заседания и обсуждения докладов, непринужденная творческая дискуссия, возможность ознакомиться с самыми свежими исследованиями и в то же время достаточно узкая специализация семинара, при которой практически все доклады представляют интерес для всех присутствующих. Следует приветствовать организацию семинара такого рода и поблагодарить его организаторов.

СЕРЯКОВ К. И.

Развитие теории электроэнергетики в трудах профессора А. А. Глазунова

(К 90-летию со дня рождения ученого)



Александр Александрович Глазунов родился в 1891 г. После окончания электротехнического факультета Московского высшего технического училища он приступил к инженерной деятельности вместе с той большой группой инженеров и ученых, которым современная советская энергетика во многом обязана своим становлением. В истории страны это был период, когда широким фронтом развернулись работы по реализации ленинского плана ГОЭЛРО, сооружались первые электростанции и линии электропередачи. Вполне естественно поэтому, что труд ведущих деятелей энергетики того времени характеризуется технико-экономическим подходом к возникавшим проблемам, решения которых немедленно внедрялись в практику.

А. А. Глазунов посвятил свою основную деятельность созданию методов технических и экономических расчетов электрических сетей и линий электропередачи, совершенствованию конструктивной части воздушных линий, формированию электрических систем. Впоследствии деятельность проф. А. А. Глазунова получила отражение в 21 монографии, 18 книгах, написанных в соавторстве с коллегами и учениками, в десятках статей и нормативных документов, многочисленных отчетах о научно-исследовательских работах.

Первая крупная публикация А. А. Глазунова содержится в трудах ГОЭЛРО.

При подготовке к изданию материалов по плану электрификации южных районов страны ему принадлежало авторст-

во или соавторство в пяти работах, посвященных анализу и прогнозу электропотребления в промышленности Донбасса и южных сельскохозяйственных районах России. Им были представлены материалы по определению электрических нагрузок подстанций и электрических станций, по проектированию электрических сетей 6—35—110 кВ.

Теоретические исследования А. А. Глазунова, касающиеся в основном расчетов и методики проектирования электрических сетей, построения электрических систем и изложенные в 12 книгах и многочисленных статьях, явились результатом создания общей теории расчетов электрических сетей.

В книгах А. А. Глазунова еще в начале 30-х годов излагались новые тогда итерационные методы расчетов токораспределения в сложных электрических сетях. В этих книгах работа электроприемников при отклонениях напряжения от номинального значения и задачи регулирования напряжения впервые явно связывалась с экономическими характеристиками. В последующих работах А. А. Глазунова (1935—1960 гг.) общая теория расчетов электрических сетей и основ построения электроэнергетических систем получила дальнейшее развитие. Так, им были введены приемы расчета режимов электрических сетей двух-трех номинальных напряжений, показаны возможности расчета с применением статических моделей переменного и постоянного токов, уделено внимание техническим и экономическим свойствам дальних электропередач сверхвысоких напряжений переменного и постоянного токов, а также вопросам оптимизации режимов сетей электрических систем и выбору средств регулирования напряжения. В зарубежной научно-технической литературе 40-х годов нельзя найти столь обоснованного изложения проблем проектирования сетей электрических систем.

А. А. Глазуновым внесен также большой вклад в методы расчета и проектирования «местных электрических сетей» в исследованиях и разработки механической части воздушных линий.

А. А. Глазунов очень много сделал для создания оригинальных конструкций опор линий электропередач. Предложенные им конструкции, с некоторыми усовершенствованиями применяемые до сего времени, помогли сберечь в свое время значительные количества дефицитных материалов.

Значителен вклад А. А. Глазунова и в проектирование электрической части станций и подстанций. Он предложил и внедрил ряд новых схем коммутации на генераторном напряжении мощных электростанций (замкнутые конфигурации схем шин, секционирование шин с реактированием), предложил для питания собственных нужд станций присоединить их к цепям основных генераторов или к сборным шинам. Характерным для трудов А. А. Глазунова по электрическим станциям и подстанциям был подход к их проектированию как к единственному комплексам, выбор оборудования и компоновка которых должны быть взаимно увязаны. По такому же плану шло построение монографий, статей, учебников и лекций, в которые при освещении работы станции и подстанции включались также сведения по релейной защите и автомати-

зации, управлению работой генераторов и трансформаторов, рассматривались графики электрических нагрузок и т. д.

Даже в кратком обзоре деятельности А. А. Глазунова нельзя не подчеркнуть его принципиальную позицию широкого и комплексного изучения и изложения всех вопросов генерации, передачи, распределения, преобразования и использования электроэнергии. Все его работы преследовали практические цели, и значительное внимание в них уделялось экономической обоснованности даваемых рекомендаций.

Одним из важных результатов научно-технической деятельности А. А. Глазунова было его участие в разработке общесоюзных норм и методических указаний по проектированию электрических систем и сетей, правил устройства электроустановок (1927—1955 гг.).

А. А. Глазунов был выдающимся педагогом. Свыше 40 лет он преподавал сначала в МВТУ, одновременно работая в промышленности, затем в МЭИ, где заведовал кафедрами электрических станций и электрических систем и сетей; в течение 13 лет был деканом электроэнергетического факультета.

В педагогической и научно-методической деятельности также нашли свое отражение и развитие его прогрессивные взгляды на построение и изучение электрических систем, что привело к формированию определенного профиля подготовки инженеров-электроэнергетиков, учебных планов и программ дисциплин, профилей кафедр факультета. А. А. Глазуновым всегда проводилась в жизнь идея подготовки инженеров-электроэнергетиков весьма широкого профиля, хотя при этом и не исключалась специализация студента на заключительной стадии образования в обоснованно-ограниченных по объему профилирующих курсах.

При составлении учебных программ и в процессе преподавания он уделял большое внимание доходчивости изложения основополагающих закономерностей, пониманию студентами физической сущности явлений. Для учебников и учебных по-

собий, написанных А. А. Глазуновым, как и для всех его трудов, характерны простота и ясность изложения материала. В период 1925—1960 гг. его книги и учебники были одними из основных пособий инженеров и студентов. Ряд этих книг, ставших библиографической редкостью, не потерял актуальности и в настоящее время.

Методические исследования А. А. Глазунова опубликованы в изданиях МЭИ и в журналах (1937—1950 г.). В этих публикациях он еще в 1940 г. предлагал сокращение часов аудиторных занятий студентов старших курсов и увеличение самостоятельной работы студентов; им подчеркивалась высокая значимость самостоятельной работы в форме курсового проектирования и обосновывалась целесообразность увеличения срока обучения до пяти с половиной лет (что и было принято).

Представляют интерес его формулировки задач и методы организации курсового и дипломного проектирования, производственных практик, специальных лекционных курсов, кабинетов проектирования по профилям электрических станций, сетей и систем. В его работе в должности декана ЭЭФ МЭИ проявлялась постоянная забота о единстве научно-методических установок кафедр факультета и их тесном сотрудничестве в научно-технических областях. Учебные планы ЭЭФ МЭИ, созданные в 1930—1940 гг. при его непосредственном участии, послужили основой аналогичных учебных документов во многих вузах страны, а впоследствии — общесоюзных учебных планов по специальностям электрических станций и электрических систем и сетей.

Большой вклад доктора технических наук, профессора Александра Александровича Глазунова в становление и развитие теории и практики энергетики и высшего электроэнергетического образования был отмечен правительством. Он был награжден орденами и медалями, ему была присуждена Государственная премия СССР, присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Коллектив электроэнергетического факультета МЭИ

ДАВИД ЭММАНУИЛОВИЧ БРУСКИН

(К 70-летию со дня рождения)

В ноябре 1981 г. исполнилось 70 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Давида Эммануиловича Брускина.

Имя Д. Э. Брускина, крупного ученого-электромеханика, хорошо известно научно-технической общественности. В 1924 г. он начал свою трудовую деятельность подручным слесаря на автозаводе, в 1927 г. вступил в комсомол, в 1931 г. стал членом партии. После окончания рабфака Давид Эммануилович поступил учиться в МЭИ; закончив институт в 1936 г., учился в Высшей школе партийных организаторов ЦК ВКП(б), затем работал в ЦК ВЛКСМ.

В 1939 г. Д. Э. Брускин — начальник отдела аспирантуры МЭИ, в 1940 г. он защитил кандидатскую диссертацию по теме, имевшей большое значение для использования асинхронных конденсаторных двигателей в шахтах. Одновременно он принимал участие в работе комиссии, возглавляемой Г. М. Кржижановским, по выбору рациональной частоты для электроснабжения в СССР.

В начале Великой Отечественной войны Д. Э. Брускин добровольно ушел в армию. В 1944 г. Давид Эммануилович возвратился в МЭИ на должность начальника учебного управления института. В эти годы Д. А. Брускин принимал участие в работе по восстановлению учебного процесса, лабораторной базы института.



Список опубликованных работ Д. Э. Брускина насчитывает более 100 наименований, его перу принадлежат учебники по автоматическому и электрическому оборудованию летательных аппаратов, электрическим машинам, он — автор 12 изобретений.

В 1956 г. Д. А. Брускин защитил докторскую диссертацию, в 1959 г. ему присвоено ученое звание профессора. Участник Великой Отечественной войны Давид Эммануилович Брускин удостоен высокого воинского звания полковника-инженера.

За 45 лет работы в МЭИ под руководством Д. Э. Брускина проведена большая научно-исследовательская работа, направленная на создание новых типов машин, развитие электрооборудования летательных аппаратов. Им развита теория работы генераторов переменного тока, вырабатывающих постоянную частоту при переменной частоте вращения привода. Создание этих машин явилось новым направлением в развитии автономных источников питания.

Более 15 лет профессор Д. Э. Брускин является председателем Научно-методического Совета по электромеханике МВ и ССО СССР, принимает активное участие в общественной жизни.

За плодотворную учебную, научную и оборонную работу Д. Э. Брускин награжден 14 правительственными наградами.

Коллектив кафедры электрических машин МЭИ,

группа товарищей

ЭДУАРД АЛЕКСАНДРОВИЧ МЕЕРОВИЧ

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Эдуарда Александровича Меерovichа, крупного специалиста в области теоретических основ электротехники, внесшего большой вклад в развитие отечественной науки и техники.

Инженерная деятельность Э. А. Меерovichа началась в 1929 г., когда он, окончив электропромышленный факультет Института народного хозяйства, начал работать на Московском трансформаторном заводе. Молодой инженер быстро нашел свое место в трансформаторостроении и выполнил ряд работ по полям рассеяния и потерям, в том числе по исследованию поля в слоеном магнитопроводе, положенному в основу нормирования межлистовой изоляции. Эти первые работы сформировали интерес Э. А. Меерovichа к методам расчета электромагнитных полей, который он сохраняет до настоящего времени.

В 1934 г. Э. А. Меерovich перешел в Энергетический институт АН СССР (ныне ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского). В этот период он опубликовал серию статей по расчету магнитного поля вблизи ферромагнетиков и завершил исследования в 1938 г. фундаментальной работой об использовании метода изображений при конечной проницаемости на границе области.

В 1941 г. Э. А. Меерovichу была присуждена ученая степень доктора технических наук за цикл работ по расчету переходных электромагнитных процессов.

Э. А. Меерovich и его ученики развили новый операторный метод, основанный на применении ряда Фурье, с успехом использовав его для решения таких задач электроэнергетики, как расчет процессов в линии с продольной емкостной компенсацией.

В 50-е годы Э. А. Меерovich занимался исследованиями электротепловых



полей, образующихся при сбойке подземных скважин с помощью электрического тока. За эти оригинальные работы ему была присуждена премия Президиума Академии наук СССР.

Под руководством Э. А. Меерovichа проведены исследования магнитных полей и электродинамических сил в зоне расплава мощных электролизеров алюминия. В содружестве с другими НИИ и производственными организациями найдены эффективные технические решения, положенные в основу проектирования предприятий энергоемкой алюминиевой промышленности. Широко известны монографии Э. А. Меерovichа по различным вопросам электротехники, в том числе вышедшая в 1966 г. книга

«Методы релятивистской электродинамики в электротехнике».

Э. А. Меерovichем была успешно решена задача по созданию измерительных устройств нового типа, основанных на использовании эффекта Холла. Под его руководством были разработаны, созданы и внедрены измерители постоянного тока до сотен килоампер, создана система безынерционного измерения токов в линиях сверхвысокого напряжения, решена крупная проблема по созданию универсальной математической модели для расчета электромагнитных параметров токопроводов сверхмощных генераторов практически любой конструкции.

Обладая богатейшим опытом и блестяще владея средствами современной теоретической электротехники, Э. А. Меерovich со своими учениками в последнее время разрабатывает новые методы исследования такого сложнейшего вопроса, как изучение магнитных полей в нелинейных средах.

Э. А. Меерovich ведет большую педагогическую работу. Среди его учеников высококвалифицированные специалисты, кандидаты и доктора технических наук.

Широко известна научно-организационная деятельность Э. А. Меерovichа. Эдуард Александрович — член специализированного совета ВАК по присуждению докторских и кандидатских степеней, член бюро Научного Совета по комплексным проблемам энергетики Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР, активный член редакционной коллегии журнала «Электричество».

Горячо поздравляем Эдуарда Александровича с юбилейной датой, желаем ему здоровья и больших творческих успехов в его разносторонней деятельности.

Редакция и редколлегия журнала «Электричество»



Письмо в редакцию

В трудах III Международной конференции по диэлектрическим материалам, проходившей в Бирмингеме в 1979 г., опубликован доклад Колдервуда (университет в Солфорде) и Скейфа (Тринити Колледж, университет в Дублине) о расчете относительной диэлектрической проницаемости смесей [Л. 1]. В докладе приведены выведенные авторами формулы для расчета среднего значения диэлектрической проницаемости ϵ_m двухкомпонентной смеси, состоящей из диэлектриков с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 при относительном объемном содержании первого диэлектрика r_1 . Расчеты по этим формулам сравниваются с расчетами по четырем известным выражениям для средней диэлектрической проницаемости статистических смесей, приведенным в цитируемой авторами доклада книге Б. М. Тареева [Л. 2].

Приведем решение авторов:

$$\epsilon_m = (1 + 2\xi) / (1 - \xi),$$

где

$$\begin{aligned} \xi &= \{(\epsilon_2 - 1) / (\epsilon_2 + 2) \} (A / B); \\ A &= \{ 1 - r_1 \{ (\epsilon_2 - \epsilon_1) (2 \epsilon_2 + 1) / (\epsilon_2 - 1) (2 \epsilon_2 + \epsilon_1) \} \}; \\ B &= \{ 1 - 2 r_1 \{ (\epsilon_2 - 1) (\epsilon_2 - \epsilon_1) / (\epsilon_2 + 2) (2 \epsilon_2 + \epsilon_1) \} \}. \end{aligned}$$

Если провести элементарные алгебраические преобразования, подставив A и B в выражение для ξ , а ξ — в форму-

лу для ϵ_m , то получим

$$\epsilon_m = \epsilon_2 \left\{ \frac{\epsilon_1 + 2\epsilon_2 - 2r_1(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2 + r_1(\epsilon_2 - \epsilon_1)} \right\},$$

т. е. известную более 100 лет формулу Максвелла [Л. 3] для матричных смесей, также приведенную в упомянутой книге Б. М. Тареева и, очевидно, не узнанную авторами доклада в системе выведенных ими громоздких формул.

Остается удивиться, что на родине великого Максвелла случаются такие курьезы.

Список литературы

1. Calderwood J. H., Skaife B. K. P. On the estimation of the relative permittivity of a mixture. — 3rd Int. Conf. Dielectr. Mater. Meas. and Appl. Birmingham, 1979, London — New York, (1979), p. 136—139.
2. Tareev B. Physics of dielectric materials. — Moscow: Mir Publishers, 1975.
3. Maxwell J. C. Treatise on electricity and magnetism, 1, 2 (1873), § 313.

НЕТУШИЛ А. В., проф.

ЛЕВ ПОЛИКАРПОВИЧ ПЕТРОВ

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения крупного специалиста в области электропривода и автоматизации промышленных установок, доктора технических наук, профессора Льва Поликарповича Петрова.

Лев Поликарпович Петров родился 31 декабря 1911 г. в Одессе. В 1931 г. окончил Энергетический техникум, а в 1937 г. электротехнический факультет Вечернего рабочего индустриального института и был направлен на работу в Одесское отделение треста «Электропром». В 1938 г. Л. П. Петров перешел в Одесский индустриальный институт, где организовал лабораторию электрических машин и электропривода, вел педагогическую и научно-исследовательскую работу.

В 1944 г. после освобождения Одессы от немецко-фашистских захватчиков работал в Одесском энергокомбинате и одновременно преподавал в Одесском политехническом институте. С 1948 г. полностью перешел на работу в институт, на кафедру электропривода и автоматизации промышленных установок. В 1960 г. защитил кандидатскую диссертацию, в 1963 г. был утвержден в ученом звании доцента. В 1973 г. защитил докторскую диссертацию, в 1974 г. ему было присвоено ученое звание профессора.

Л. П. Петров является автором более 100 научных работ, в том числе 9 монографий и 20 изобретений. Разра-



ботанные им эффективные способы управления пуско-термозными режимами асинхронных электроприводов нашли широкое применение в самых различных отраслях народного хозяйства.

Написанные при его непосредственном участии фундаментальные монографии по исследованию асинхронных элек-

троприводов получили широкую известность, некоторые из них изданы в социалистических странах.

Л. П. Петров ведет большую учебную, научную и общественную работу. Он является членом Научно-методического Совета Минвуза СССР, председателем Одесской областной секции электропривода и автоматики НТО Машпром, ответственным редактором республиканского межведомственного научно-технического сборника «Электромашиностроение и электрооборудование», руководителем научного семинара «Проблемы динамики автоматизированных электромеханических систем переменного тока» Научного Совета АН УССР, членом специализированного совета по защите кандидатских диссертаций в Одесском политехническом институте.

Л. П. Петров — научный руководитель отраслевой научно-исследовательской лаборатории комплексных тиристорных устройств при кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок со дня ее основания в 1975 г. Под его руководством выполнен и внедрен с большим экономическим эффектом ряд крупных научных разработок.

За годы научной и педагогической деятельности проф. Л. П. Петров воспитал большой отряд инженеров и научных работников. Свой юбилей Лев Поликарпович встречает полный творческих сил и энергии.

Группа товарищей
и учеников

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор А. С. Давыдова

Сдано в набор 16.11.81
Тираж 5969 экз.

Подписано в печать 29.12.81
Заказ 1327

Т-32101

Формат 80 × 90¹/₈

Печать высокая

Усл. печ. л. 10,0

Уч.-изд. л. 12,49

Энергоиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

ЛЕОНИД АЛЕКСЕЕВИЧ ЖУКОВ

18 сентября 1981 г. скончался Л. А. Жуков, видный ученый, талантливый педагог, человек высоких душевных качеств. Л. А. Жуков родился 18 октября 1922 г. в Москве. Вся научная и педагогическая деятельность Л. А. Жукова связана с Московским энергетическим институтом, в котором он работал с 1946 г.

В 1949 г. Л. А. Жуков, окончив аспирантуру, защитил кандидатскую диссертацию. Его научным руководителем был крупный ученый, один из создателей современной теории электрических систем, проф. П. С. Жданов, учеником которого Л. А. Жуков по праву считал себя всю жизнь.

В 1953 г. Л. А. Жуков окончил Университет марксизма—ленинизма, получив высшее политическое образование. В 1972 г. он защитил докторскую диссертацию, в 1973 г. ему была присуждена ученая степень доктора технических наук и присвоено ученое звание профессора.

До 1975 г. Л. А. Жуков работал на кафедре электрических систем МЭИ ассистентом, доцентом, профессором. В течение ряда лет был заместителем декана электроэнергетического факультета. В 1975 г. Л. А. Жуков был утвержден заведующим вновь созданной в МЭИ кафедры общей электроэнергетики, призванной готовить инженеров-преподавателей для преподавания электроэнергетических дисциплин в ЦТУ и техникумах. Л. А. Жуковым и коллективом кафедры под его руководством проведена колоссальная теоретическая, методическая и организационная работа, завер-



шившаяся в феврале 1981 г. первым выпуском инженеров-преподавателей.

Основным научным направлением деятельности Л. А. Жукова были проблемы, связанные с исследованиями установившихся и переходных процессов электроэнергетических систем, в решение которых он внес существенный вклад.

Л. А. Жуков является автором и соавтором 175 научных трудов, изобре-

тений, монографий, среди которых такие фундаментальные, как «Переходные процессы в электрических системах (элементы теории и расчеты)» — первая крупная работа по теории переходных процессов в электроэнергетических системах, написанная совместно с проф. В. А. Вениковым, а также «Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем», написанная совместно с И. П. Стратаном.

Трудно переоценить деятельность Л. А. Жукова, связанную с подготовкой к изданию и редактированию трудов П. С. Жданова, выпущенных в свет одной книгой «Вопросы устойчивости электрических систем» в 1979 г. Следует отметить также весомый вклад Л. А. Жукова в создание ряда коллективных учебных пособий, подготовленных под ред. проф. В. А. Веникова.

Л. А. Жуков со свойственной ему глубиной и внимательностью занимался подготовкой научно-педагогических кадров высшей квалификации; 18 его аспирантов успешно защитили кандидатские диссертации.

Л. А. Жуков вел большую общественно-научную работу: был бессменным членом ученых советов МЭИ и ВЭИ имени В. И. Ленина, экспертом ВАК, председателем Научно-методического Совета Минвуза СССР по инженерно-педагогическим специальностям, членом Совета по профориентации молодежи при Калининском РК КПСС, руководителем теоретического семинара кафедры.

Деятельность Л. А. Жукова неоднократно отмечалась знаками отличия Минэнерго и Минвуза СССР.

Группа товарищей

НИКОЛАЙ ГРИГОРЬЕВИЧ МАКСИМОВИЧ

10 июня 1981 г. скончался заслуженный деятель науки и техники УССР, доктор технических наук, профессор, ректор Львовского университета имени И. Я. Франко Николай Григорьевич Максимович.

Николай Григорьевич родился 29 апреля 1914 г. В 30-е годы комсомолец Западной Украины Н. Г. Максимович принимал активное участие в борьбе трудящихся за воссоединение западноукраинских земель в едином Советском государстве. За революционную деятельность неоднократно арестовывался и подвергался репрессиям. В годы Великой Отечественной войны сражался с немецко-фашистскими захватчиками в составе партизанского отряда им. Б. Хмельницкого.

После окончания войны вся жизнь и деятельность Николая Григорьевича были связаны с научной и преподавательской работой в высшей школе. Он прошел путь от лаборанта до руководителя вуза. В 1954 г. он возглавил Львовский политехнический институт, а с 1963 г. бессменно работал ректором Львовского университета.



Научные интересы Николая Григорьевича Максимовича охватывали область теории электрических цепей. Он — автор около 100 научных публикаций, под его руководством 10 специа-

листов защитили кандидатские диссертации. Монографии «Линейные электрические цепи и их преобразования» (1961 г.), «Методы топологического анализа электрических цепей» (1970 г.) пользуются широким признанием специалистов.

Николай Григорьевич проводил большую общественную работу. Депутат Верховного Совета УССР, он избирался делегатом XXIII съезда КПСС, делегатом съездов компартии Украины, членом Львовского областного и городского комитетов компартии Украины. Длительное время он возглавлял совет ректоров Львовского вузовского центра.

Во всей своей многогранной деятельности Николай Григорьевич Максимович являл образец огромного трудолюбия, кристальной честности, высокой принципиальности и требовательности к себе и окружающим.

Партия и правительство высоко оценили самоотверженный труд Николая Григорьевича Максимовича, наградив его орденом Ленина, орденами Октябрьской Революции и Красной Звезды, многими медалями.

Группа товарищей

СОДЕРЖАНИЕ

Поливанов К. М. — Механические силы, действующие на электроды конденсатора в присутствии диэлектрика	1	Сулейманов Н. Т., Ураксеев М. А. — Использование метода статистических испытаний для оценки надежности суммирующих преобразователей	49
Демирчян К. С., Чечурин В. Л. — Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала	7	Радченко А. П. — Моделирование рассеивания электрических зарядов с поверхности полимерных материалов	51
Шоффа В. Н. — К расчету разомкнутых магнитных систем методами теории цепей	14	Исмаходжаев С. К., Джабаров Н. Г., Муминджанов А. Ф. — Исследование исполнительного двухроторного асинхронного двигателя	54
Левит Л. М., Горбунова Л. М., Рабинович Р. С., Сова-лов С. А., Портной М. Г. — О реакции протяженной энергосистемы на небалансы активной мощности	20		
Талышинский И. Т. — Метод исследования электрических машин на основе теории отражения электромагнитных волн	24	СООБЩЕНИЯ	
Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Чучалин А. И. — Форсировка возбуждения и самовозбуждение синхронных импульсных генераторов	29	Майборода Г. А., Митюшкин К. Г., Скрыль В. Ф. — Метод групповой адаптивной передачи информации в энергосистемах	58
Костелянец В. С., Костин В. Н. — Восстанавливающееся напряжение на тиристорах преобразователей с проводочными резисторами защитных цепей	32	Денисенко Н. А., Гоффманн И. — Исследование стохастического характера симметричных составляющих тока и напряжения в системах электроснабжения	60
Мирзабекян Ж. М., Рубанович С. Г. — Определение электрических потерь в экране симметричных кабелей с многократно скрученными жилами	37	Влычков П. М., Гамов Н. К. — Повышение скорости и улучшение сходимости и надежности решения уравнений установившегося режима электрических систем	63
Лукович Б. В. — Определение параметров электрозащиты трубопроводов, расположенных в кусочно-однородной среде	42	Абрамович Р. Д., Виницкий Ю. Д., Каржев А. В., Сытин А. П. — Анализ процесса частотного пуска обратимого агрегата ГАЗС от статического преобразователя частоты	67
		Иванов-Смоленский А. В., Мартынов В. А. — Расчет обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока	69
ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ		ХРОНИКА	73
Белохвастов В. А., Жуковский Ю. Г., Михайлов В. В. — Применение магнитодиэлектриков в качестве сердечников измерительных преобразователей тока	47		

CONTENTS

Mechanical Forces Acting on Capacitor Electrodes in the Presence of a Dielectric — K. M. Polyvanov	1	Application of the Monte Carlo Method for Appraising the Reliability of Summing Elements — N. T. Suleimanov, M. A. Urakseyev	49
Computation of Magnetic Eddy Fields Based on the Application of the Scalar Magnetic Potential — K. S. Demirchian, V. L. Chechurin	7	Simulating the Dispersal of Electric Charges From the Surface of Polymeric Materials — A. P. Radchenko	51
On Computation of Open Loop Magnetic Systems Using Circuit Theory — V. N. Shoffa	14	A Study of a Two-Rotor Executive Induction Motor — S. K. Ismatkhodjayev, N. G. Djabarov, A. F. Mumindjanov	54
On the Reaction of a Long Power System to Real Power Unbalances — L. M. Levit, L. M. Gorbunova, R. S. Rabinovitch, S. A. Sovalov, M. G. Portnoi	20	REPORTS	
A Method of Studying Electric Machines on the Basis of Electromagnetic Wave Reflections — L. T. Talishinski	24	A Method for Adaptive Group Transmission of Information in Power Systems — G. A. Maiboroda, K. G. Mitiushkin, V. F. Skril	58
Field Forcing and Self Excitation of Synchronous Surge Generators — G. A. Sipailov, A. V. Loos, A. I. Chuchalin	29	A Study of the Stochastic Nature of the Symmetrical Components of Current and Voltage in Power Supply Systems — N. A. Denisenko, I. Hoffmann	60
Recovery Voltage on Thyristor Converters With Wire-Wound Resistors in Protective Circuits — V. S. Kostelyanets, V. N. Kostin	32	A Solution to the Power System Steady-State Equations Requiring Less Time With Improved Convergence and Reliability — P. M. Vlichkov, N. K. Gamov	63
Determining the Losses in the Sheath of Symmetrical Cables With Multifold Twisted Strands — J. M. Mirzabekian, S. G. Rubanovitch	37	Analysis of Frequency Starting of a Reversible Unit at a Pumped Storage Hydro Plant Using a Static Frequency Converter — R. D. Abramovitch, U. D. Vinitski, A. V. Cardjev, A. P. Sitin	67
Determining the Parameters of the Electric Protection for Pipe-Lines Located in a Piecewise Uniform Medium — V. V. Lukovitch	42	Calculating Winding Factors for Polyphase Symmetrical A. C. Windings — A. V. Ivanov-Smolenski, V. A. Martinov	69
FROM OPERATING EXPERIENCE		CHRONICLE	73
Application of Magneto-Dielectrics as Cores for Current Transducers — V. A. Byelokhvastov, U. G. Djukovski, V. V. Mikhailov	47		

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.319:537.222.4

Механические силы, действующие на электроды конденсатора в присутствии диэлектрика. Поливанов К. М. — «Электричество», 1982, № 1.
Полная сила, испытываемая заряженным телом, представляет собой сумму сил взаимодействия заряда и поля (напряженность которого зависит от присутствующего диэлектрика) и силы механического воздействия диэлектрика. Разделение полной силы на две составляющие зависит от принятой теории возникновения механических сил при воздействии поля на поляризуемые тела. В качестве примеров рассматриваются конденсаторы с плоскопараллельными электродами при различном заполнении диэлектриком. Обсуждается возможность выбора одного из двух представлений тензора Максвелла на основании сопоставления соответствующих следствий с фактической картины протекающего механического переходного процесса. Библ. 7.

УДК 621.3.013.001.24

Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. — «Электричество», 1982, № 1.
Излагается метод расчета магнитных полей, основанный на «сведении» вихревых полей к потенциальным полям магнитных зарядов. Приводятся расчетные модели прямолинейных проводников различной формы сечения, катушек, создающих трехмерное магнитное поле. Рассматриваются приемы введения фиктивных токов и зарядов для минимизации объемов, занятых источниками потенциального поля. Метод применяется для расчета поля в кусочно-однородных и нелинейных средах. Показывается, как можно рассчитать квазистационарное электромагнитное поле с помощью скалярного магнитного потенциала. Библ. 18.

УДК 621.311.1.078:621.3.016/018

О реакции протяженной энергосистемы на небалансы активной мощности. Левит Л. М., Горбунова Л. М., Рабинович Р. С., Савалов С. А., Портной М. Г. — «Электричество», 1982, № 1.
Анализируется реакция протяженного энергообъединения цепочечной структуры на небалансы активной мощности при различном характере и величине аварийного возмущения. Приводятся результаты натурных экспериментов в ЕЭС СССР, проведенных при подключении к ней ОЭС Сибири. Оцениваются распределение небалансов мощности по межсистемным связям ЕЭС и коэффициенты крутизны статических характеристик энергообъединений по частоте при различных возмущениях. Библ. 2.

УДК [621.313:537.874.2].001.57.(04)

Метод исследования электрических машин на основе теории отражения электромагнитных волн. Талышинский И. Т. — «Электричество», 1982, № 1.
Предлагается развитие метода разделения переменных на сложные области, состоящие из нескольких ферромагнитных, проводящих, взаимно-перемещающихся областей с границами, совпадающими с осями координат. Для общности уравнений и компактности решение ищется на основе теории отражения электромагнитных волн. При этом коэффициенты отражения и экранирования областей ротора и статора определяются и принимаются заданными. При решении принят ряд обоснованных допущений. При анализе цилиндрических тел не учитываются радиальные составляющие плотности вихревых токов, имеющих место в торцевых частях. Библ. 7.

УДК 621.373.013.8

Форсировка возбуждения и самовозбуждение синхронных импульсных генераторов. Сипайлов Г. А., Лоос А. В., Чучалин А. И. — «Электричество», 1982, № 1.
Теоретически и экспериментально показана возможность применения многократных последовательных коммутаций фаз статорной обмотки и электрически связанных обмоток на роторе, расположенных по продольной и поперечной осям, для форсировки возбуждения и самовозбуждения трехфазных синхронных импульсных генераторов под нагрузкой при питании индуктивных потребителей. Приведены энергетические характеристики импульсной системы при ступенчатой зарядке индуктивного накопителя от трехфазного импульсного генератора в режиме самовозбуждения за счет последовательных коммутаций обмоток с включением в цепь ротора вспомогательного конденсатора. Библ. 8.

УДК 621.315.671:620.193.001.24

Определение параметров электрозащиты трубопроводов, расположенных в кусочно-однородной среде. Лукович В. В. — «Электричество», 1982, № 1.
В статье определяются потенциал и плотности тока на поверхности трубопровода, расположенного в кусочно-однородной среде. Рассмотрены случаи, когда плоскость раздела сред параллельна оси трубопровода и перпендикулярна (или параллельна) поверхности среды. С помощью метода граничных интегральных уравнений и приведенных в статье квадратурных формул построено решение в замкнутом виде. Библ. 3.

УДК 621.318.1:621.314.22.001.24

Применение магнитодиэлектриков в качестве сердечников измерительных преобразователей тока. Белохвостов В. А., Жуковский Ю. Г., Михайлов В. В. — «Электричество», 1982, № 1.
Приведена методика расчета параметров измерительных преобразователей тока с магнитодиэлектриком и алгоритм проектирования оптимальных конструкций этих преобразователей по различным критериям (помехозащищенность, стоимость, вес и т. д.). Библ. 8.

УДК 621.311.052.63

Метод групповой адаптивной передачи информации в энергосистемах. Майборода Г. А., Митюшкин К. Г., Скрыль В. Ф. — «Электричество», 1982, № 1.
Предлагается метод групповой адаптивной передачи значений телеизмеряемых параметров. Рассмотрены вопросы повышения эффективности использования каналов связи и сокращения временных задержек при использовании устройств передачи данных, реализующих описанный метод. Библ. 2.

УДК 621.316.1.001.24

Исследование стохастического характера симметричных составляющих тока и напряжения в системах электроснабжения. Денисенко Н. А., Гоффман И. — «Электричество», 1982, № 1.
На основании законов случайных изменений несимметричных токов и напряжений в системах электроснабжения предложена стохастическая модель симметричных составляющих этих переменных, являющихся случайными функциями времени. Получены аналитические выражения для вычисления функций распределения действительных и мнимых компонент, а также модулей симметричных составляющих в любой момент времени. Предложен способ стохастической оценки несимметрии в системах электроснабжения. Библ. 2.

УДК 621.311.016.001.24

Повышение быстродействия и надежности решения уравнений установившегося режима электрических систем. Влычков П. М., Гамов Н. К. — «Электричество», 1982, № 1.
Исследованы и определены преимущества и недостатки существующих алгоритмов предварительного уточнения значений узловых напряжений. Предложены новые алгоритмы, которые повышают надежность и быстродействие метода Ньютона—Рафсона при вычислении установившихся режимов. Библ. 6.

УДК 621.221.3:62-57.001.24

Анализ процесса частотного пуска обратимого агрегата ГАЭС от статического преобразователя частоты. Абрамович Р. Д., Виницкий Ю. Д., Каржев А. В., Сытин А. П. — «Электричество», 1982, № 1.
Анализируется начальный этап процесса частотного пуска агрегата ГАЭС от тиристорного преобразователя с синхронизацией системы управления от независимого генератора частоты (НГЧ). Определяются характеристики НГЧ в функции параметров машинно-вентильной системы, позволяющие провести начальный этап пуска за минимальное время. Преобразователь частоты заменяется эквивалентным генератором синусоидального тока переменной частоты, что позволяет получить аналитическое решение методом фазовой плоскости. Математическим моделированием на АВМ показано, что используемые допущения позволяют оценить электромеханический переходный процесс не только качественно, но и количественно. Библ. 5.

УДК 621.3.045.001.24

Расчет обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока. Иванов-Смоленский А. В., Мартынов В. А. — «Электричество», 1982, № 1.
Предлагается численный метод определения обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока, который дает возможность определить амплитуду и пространственное положение любой гармонической м. д. с. фазы. Метод распространяется как на обычные обмотки, так и на обмотки специального исполнения. Приведен алгоритм расчета численным методом обмоточных коэффициентов любых симметричных многофазных обмоток. Библ. 8.