



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1981

•ЭНЕРГОИЗДАТ•

5

УДК 621.3.06.001.24

Квадратичные оценки состояния линейных цепей и систем

ШАТАЛОВ А. С., доктор техн. наук
Москва

Изображение по Лапласу квадратичной оценки элементарных функций. Этот вопрос рассмотрим на нетривиальном примере, который поможет более полно осветить постановку задачи. Пусть на основе предварительно проведенного анализа некоторой электрической цепи переходный процесс для тока, протекающего через резистор определен в виде функции:

$$i[t] = i[t] = (t+1)e^{-t} = L^{-1} \left\{ \frac{p+2}{(p+1)^2} \right\}. \quad (1)$$

Изображение этой функции по Лапласу имеет числитель, полностью зависящий от знаменателя изображения (1) и от начальных значений оригинала. Эта зависимость устанавливается наиболее просто двухшаговым делением числителя дроби (1) $\mathcal{P}_1(p)$ на ее знаменатель $Q_1(p)$ (см. приложение 1):

$$(p+2) \langle \cdot \rangle_2 (p^2+2p+1) = \frac{1}{p} + \frac{0}{p^2} = \frac{f(0)}{p} + \frac{\dot{f}(0)}{p^2}. \quad (2)$$

Коэффициентами в частном действительно являются начальные значения процесса:

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= [(t+1)e^{-t}]_{t=0} = 1; \\ \dot{f}(0) &= [(1-t-1)e^{-t}]_{t=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Теперь для квадратичной оценки того же процесса

$$\mu(t) = f^2[t] = (t+1)^2 e^{-2t} \quad (4)$$

найдем изображение

$$M(p) = L \{i^2[t]\} = \frac{\mathcal{P}_2(p)}{Q_2(p)} =$$

$$= \frac{\tilde{Q}_2(p) \langle \cdot \rangle_3 [\mu(0)/p + \dot{\mu}(0)/p^2 + \ddot{\mu}(0)/p^3]}{Q_2(p)}, \quad (5)$$

воспользовавшись для определения числителя и знаменателя (5) приложениями 1 и 2.

Из приведенных в приложениях 1 и 2 общих формул следует:

$$\begin{aligned} Q_2(p) &= (p+2)^2 = p^2 + 4p + 4; \\ \mathcal{P}_2(p) &= (p^2 + 4p + 4) \langle \cdot \rangle_3 [\mu(0)/p + \\ &+ \dot{\mu}(0)/p^2 + \ddot{\mu}(0)/p^3] = (p^2 + 4p + 4) \mu(0)/p + \\ &+ (p^2 + 4p) \dot{\mu}(0)/p^2 + (p^2) \ddot{\mu}(0)/p^3, \end{aligned}$$

где из $Q_2(p)$ взята только выборка членов $\tilde{Q}_2(p)$, различная для каждого сомножителя $\mu^{(i)}(0)/p^{i+1}$.

Дифференцируя непосредственно (4), найдем начальные значения квадратичной оценки:

$$\begin{aligned} \mu(0) &= [(t+1)^2 e^{-2t}]_{t=0} = 1; \\ \dot{\mu}(0) &= [2(t+1) - 2(t+1)^2] e^{-2t} |_{t=0} = 0; \\ \ddot{\mu}(0) &= [2 - 8(t+1) + 4(t+1)^2] e^{-2t} |_{t=0} = -2. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_2(p) &= (p^2 + 4p + 4) \langle \cdot \rangle_3 \left(\frac{1}{p} - \frac{2}{p^3} \right) = \\ &= p^2 + 4p + 10. \end{aligned}$$

Окончательно имеем:

$$M(p) = L \{i^2[t]\} = \frac{p^2 + 4p + 10}{(p+2)^3}. \quad (6)$$

При замене $p = j\omega$ получаем комплексный спектр квадратичной оценки $M(j\omega)$. Методика пе-

перехода от (1) к (6) имеет практическую ценность. Так, если исследуемый переходный процесс характеризует ток, протекающий через нагревательный элемент системы терморегулирования, то для изучения динамики изменения температуры нужны изображение или спектр именно квадратичной оценки. Практическое применение находит также интегральная квадратичная оценка вида

$$I = \int_0^{\infty} \mu(t) dt = \int_0^{\infty} i^2(t) dt = M(p)_{p=0} = M(0), \quad (7)$$

где справа записано ее известное операторное изображение.

Для рассмотренного примера (6) интегральная квадратичная оценка

$$I = \left[\frac{p^2 + 6p + 10}{(p+2)^3} \right]_{p=0} = 1,225, \quad (8)$$

после умножения которой на сопротивление резистора R получаем значение энергии, рассеянной на нем за все время переходного процесса.

Переход к изображениям квадратичных оценок более сложной формы, чем (4), рассмотрен в приложениях 1—5.

Пространство фазовых координат. Всякое одномерное изображение, записанное в форме нормированной по знаменателю дроби

$$F(p) = \frac{\mathcal{F}(p)}{p^n - \sum_{i=1}^n b_{ni} p^{i-1}} = \frac{\mathcal{F}(p)}{Q^*(p)}, \quad (9)$$

может рассматриваться как первый компонент изображения n -мерного вектора

$$\mathbf{F}(p) = \|F_1(p), F_2(p), \dots, F_n(p)\|^T, \quad (10)$$

оригиналом для которого является вектор в пространстве фазовых координат

$$\mathbf{f}(t) = \|f(t), \dot{f}(t), \dots, f^{(n-1)}(t)\|^T = \|f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)\|^T. \quad (11)$$

Точно также исходное для (9) однородное дифференциальное уравнение

$$\dot{f}^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^n b_{ni} f^{(i-1)}(t) \quad (12)$$

может быть включено в состав системы уравнений относительно матрицы $g_{ij}(t)$ -функций (весовых компонентов переменных состояния, обусловленных начальными значениями в виде единичной матрицы \mathbf{E} размерностью $n \times n$):

$$\dot{\mathbf{g}}(t) = \mathbf{B}\mathbf{g}(t) \text{ при } \mathbf{g}(0) = \mathbf{E}, \quad (13)$$

из решения которых при известном начальном значении $\mathbf{f}(0)$ вектора (11) находится текущий вектор состояния в пространстве фазовых координат:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{g}(t)\mathbf{f}(0), \quad (14)$$

в том числе и его компонент $\dot{f}(t) = f_2(t)$, соответствующий решению уравнения (12) при тех же начальных значениях.

Представим операторную форму решения матричного уравнения (13) в обозначениях [Л. 1]:

$$L\{\mathbf{g}(t)\} = \mathbf{G}(p) = [\mathbf{E}p - \mathbf{B}]^{-1} = \mathbf{B}^{-1}(p), \quad (15)$$

с переходом к (9) в виде

$$F(p) = \left\{ \sum_{j=1}^n [\text{ad}_{ji} \mathbf{B}(p)] f_j(0) \right\} / \det \mathbf{B}(p). \quad (16)$$

Матрицы коэффициентов \mathbf{B} и $\mathbf{B}(p)$ при нормированной по знаменателю форме записи изображения (9) имеют стандартный вид:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & : & 1 \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & b_{nn} & : & b_{nn} \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$$\mathbf{B}(p) = \begin{bmatrix} p & -1 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & p & -1 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & p & -1 & : & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & : & -1 \\ -b_{n1} & -b_{n2} & -b_{n3} & -b_{nn} & : & (p - b_{nn}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

с единичной наддиагональю и заполненной коэффициентами b_{nj} нижней строкой при остальных нулевых ячейках.

Характеристическая матрица (18) получается из (17) по правилу:

$$\mathbf{B}(p) = \mathbf{E}p - \mathbf{B}, \quad (19)$$

примененному в (15).

Все использовавшиеся выше матрицы имеют размерность $n \times n$.

Для изображения функции (1), т. е. $F_1(p) = \frac{p+2}{p^2 - (-1-2p)}$, $n=2$ и

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}(p) = \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & p+2 \end{bmatrix}.$$

Пространство квадратичных форм. Размерность пространства квадратичных форм k , порожденного линейным фазовым пространством (11), согласно [Л. 2] определяется как

$$k = n(n+1)/2. \quad (20)$$

Вектор $\mu(t)$ в пространстве квадратичных форм имеет n первых компонентов в виде

$$\mu_i(t) = \dot{f}_i^2(t), \quad i = \overline{1, n} \quad (21a)$$

и $n(n-1)/2$ компонентов в форме всех возможных парных произведений:

$$\mu_l(t) = f_i(t)f_j(t), \quad n \geq j > i; \quad l = n+1, n+2, \dots, n(n+1)/2. \quad (21b)$$

Дифференцируя квадраты (21a) и произведения (21b), соответственно получаем:

$$\dot{\mu}_i(t) = 2\dot{f}_i(t)f_i(t) = 2\dot{f}_i(t)f_{i+1}(t); \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_l(t) &= \dot{f}_i f_j(t) + f_i(t) \dot{f}_j(t) = \\ &= \dot{f}_i + \dot{f}_j + f_i f_{j+1}. \end{aligned} \quad (22b)$$

Чтобы производные от квадратичных оценок выразить через линейные формы от самих квадратичных оценок, введем определенную систему индексов, представленную в табл. 1.

При нумерации переменных начальными номерами обозначены диагональные члены, а затем нумерация продолжена по строкам слева направо. При помощи табл. 1 все элементы правых частей (22a) и (22b) в пределах размерности таблицы переводятся в координаты пространства квадратич-

Таблица 1

f_i	f_j					
	f_1	f_2	f_3	\dots	f_{n-1}	f_n
f_1	μ_1	μ_{n+1}	μ_{n+2}	\dots	μ_{2n-2}	μ_{2n-1}
f_2		μ_2	μ_{2n}	\dots	μ_{3n-4}	μ_{3n-3}
f_3			μ_3	\dots	μ_{4n-7}	μ_{4n-6}
\vdots				\ddots	\vdots	\vdots
f_{n-1}					μ_{n-1}	$\mu_{n(n+1)/2}$
f_n						μ_n

ных форм. За границы размерности таблицы выходят производные от (21а) и (21б), когда в первоначальной форме индекс j ($j > i$) имеет максимальное значение $j=n$, тогда после дифференцирования

$$\frac{d}{dt} [f_n(t)] = \frac{d}{dt} [f^{(n-1)}(t)] = f_{n+1}(t) = f^{(n)}(t).$$

В этом случае надо обратиться к (12), заменить в (22а) и (22б) $f_{n+1}(t)$ линейной формой от младших производных и снова вернуться к табл. 1. Так будет образована полная система уравнений в форме Коши относительно квадратичных оценок:

$$\dot{\mu}(t) = B_{\mu} \mu(t) \quad (23)$$

при

$$\mu(0) = \|f_1^2(0) \dots f_n^2(0), f_1(0)f_2(0) \dots f_{n-1}(0)f_n(0)\|^T. \quad (24)$$

Для рассмотренного выше переходного процесса (1), где $n=2$, имеем

$$\mu(t) = \|f_1^2, f_2^2, f_1, f_2\|^T.$$

Поскольку $n=2$, вместо (12) получаем соотношение

$$\ddot{f}(t) = b_{21}f_1(t) + b_{22}f_2(t) = -f_1(t) - 2f_2(t),$$

которое позволяет выразить производные компонентов вектора $\mu(t)$ через квадратичные оценки:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}_1(t) &= 2f_1\dot{f}_2 = 2\mu_3(t); \\ \dot{\mu}_2(t) &= 2f_2\ddot{f} = 2f_2(-f_1 - 2f_2) = \\ &= -4\mu_2(t) - 2\mu_3(t); \\ \dot{\mu}_3(t) &= f_1^2 + f_2\ddot{f} = \mu_2 + f_1(-f_1 - 2f_2) = \\ &= -\mu_1(t) + \mu_2(t) - 2\mu_3(t). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

В матричной форме (23) эти уравнения имеют следующие коэффициенты:

$$B_{\mu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -4 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Начальные условия (24) находим из (3) в виде

$$\mu(0) = \|f_1^2(0), f_2^2(0), f_1(0)f_2(0)\|^T = \|1 \ 0 \ 0\|^T. \quad (27)$$

Линейные методы нахождения квадратичных оценок. Алгоритмы численных методов решения уравнений (23) могут по своей структуре опираться на графы, показанные на рис. 1,а и б. Матрично-гибридный граф (рис. 1,а) устанавливает в общей форме связь (23) между вектором переменных состояния и его производной через матрицу коэффициентов B_{μ} , что показано двойными линиями, как и условия ввода начальных значений. Для частного случая, характеризуемого уравнениями (26) и (27), гибридный граф показан на рис. 1,б, где левые половины гибридных вершин содержат производные от функций, записанных в правых половинах, и получаются как суммы согласно (25). Начальное состояние графа $\mu_1(0)=1, \mu_2(0)=0, \mu_3(0)=0$ через связи определяет начальные значения производных $\dot{\mu}_1(0)=0, \dot{\mu}_2(0)=0, \dot{\mu}_3(0)=1$.

Аналитические методы решения (23), в основном, сводятся во временной области к матричному экспоненциалу [Л. 1], а в области изображений по Лапласу сохраняют процедуру (13)–(19). Согласно этой процедуре найдем из (25)

$$B_{\mu}(p) = Ep - B_{\mu} = \begin{bmatrix} p & 0 & -2 \\ 0 & p+4 & 2 \\ 1 & -1 & p+2 \end{bmatrix},$$

откуда

$$G_{\mu}(p) = B_{\mu}^{-1}(p) = \begin{bmatrix} p^2+6p+10 & 2 & 2p+8 \\ 2 & p^2+2p+2 & -2p \\ -p-4 & p & p^2+4p \end{bmatrix} (p+2)^3.$$

С учетом начальных значений (27)

$$\mu(p) = G_{\mu}(p) \mu(0) = L \left\{ \begin{bmatrix} f_1^2(t) \\ f_2^2(t) \\ f_1(t)f_2(t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} p^2+6p+10 \\ 2 \\ -p-4 \end{bmatrix} (p+2)^3. \quad (28)$$

В принятой системе нумерации первые компоненты вектора представляют квадратичные оценки исходной функции и ее производных, что создает определенное удобство при формировании из этих компонентов критериев, принятых в ТАУ. Смешанные произведения (21б) обычно в ТАУ не используются, и им отведены последние индексы. Расстановка индексов может быть изменена [Л. 2], лишь бы система (23) оставалась полной. Первый ком-

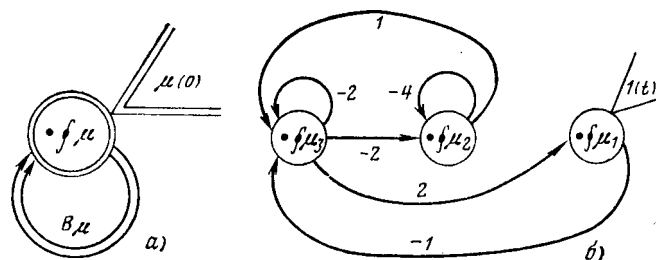


Рис. 1.

понент вектора (28) совпадает с (6); легко проверить правильность и остальных компонентов. По любому из них может быть определен соответствующий интегральный квадратичный критерий (7).

При повышении порядка уравнений основная сложность перехода к квадратичным оценкам состоит в раскрытии определителей высокого порядка, необходимом при обращении матриц. В приложении 4 приведен порядок организации подобных вычисления для $n=3$, $k=6$.

Квадратичные оценки переменных состояния электрической цепи. В электрической цепи, содержащей накопителя энергии (C , L , M), переменные состояния назначаются в виде напряжений на конденсаторах и токов в индуктивностях (взаимоиндуктивных обмотках) и могут быть названы структурными координатами вектора состояния. При сложной схеме связей накопителей энергии через резисторы матрица коэффициентов в системе уравнений Коши может строиться по другим принципам в отличие от (17), поэтому обозначим ее новым символом

$$\beta = \|\beta_{ij}\| \quad (29)$$

и введем ее в однородную систему уравнений

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \beta \mathbf{f}(t). \quad (30)$$

При переходе к квадратичным оценкам можно сохранить последовательность индексации, приведенную в табл. 1, для (21а) и (21б), но дифференцирование теперь не будет эквивалентным сдвигу индексов, как это записано в правых частях (22а) и (22б). Остается в силе только средняя часть этих же формул, в которой производную структурной координаты состояния следует заменять каждый раз ее выражением через правую часть (30). Таким образом, например, для $n=3$ будем иметь при $k=3 \cdot 4/2=6$:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2f_1 \{ \|\beta_{1j}\| \mathbf{f}^T \} = 2f_1 \{ \|\beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\| \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T \}; \\ \dot{x}_2 &= 2f_2 \{ \|\beta_{2j}\| \mathbf{f}^T \} = 2f_2 \{ \|\beta_{21}\beta_{22}\beta_{23}\| \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T \}; \\ \dot{x}_3 &= 2f_3 \{ \|\beta_{3j}\| \mathbf{f}^T \} = 2f_3 \{ \|\beta_{31}\beta_{32}\beta_{33}\| \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T \}; \\ \dot{x}_4 &= \{ f_1 \|\beta_{21}\beta_{22}\beta_{23}\| + f_2 \|\beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\| \} \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T; \\ \dot{x}_5 &= \{ f_1 \|\beta_{31}\beta_{32}\beta_{33}\| + f_3 \|\beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\| \} \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T; \\ \dot{x}_6 &= \{ f_2 \|\beta_{31}\beta_{32}\beta_{33}\| + f_3 \|\beta_{21}\beta_{22}\beta_{23}\| \} \|\mathbf{f}_1\mathbf{f}_2\mathbf{f}_3\|^T. \end{aligned} \right\}$$

Перемножая координаты и обращаясь к табл. 1 для простановки индексов по произведениям, получаем полную систему уравнений типа (30), но с матрицей коэффициентов:

$$\beta_\mu = \begin{vmatrix} 2\beta_{11} & 0 & 0 & 2\beta_{12} & 2\beta_{13} & 0 \\ 0 & 2\beta_{22} & 0 & 2\beta_{21} & 0 & 2\beta_{23} \\ 0 & 0 & 2\beta_{33} & 0 & 2\beta_{31} & 2\beta_{32} \\ \beta_{21} & \beta_{12} & 0 & \beta_{11} + \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{13} \\ \beta_{31} & 0 & \beta_{13} & \beta_{32} & \beta_{11} + \beta_{33} & \beta_{12} \\ 0 & \beta_{32} & \beta_{23} & \beta_{31} & \beta_{21} & \beta_{22} + \beta_{33} \end{vmatrix}. \quad (32)$$

Далее решение (30) проводится по рассмотренной выше процедуре (13)—(19). Если обратиться к конкретной электрической схеме, например рассмотренной в [Л. 1], то в ней переменные состоя-

ния X_1 , X_2 , X_3 есть напряжения на емкостях C_1 , C_2 и ток в индуктивности L , а вспомогательные — алгебраические переменные x_4 , x_5 , x_6 , x_7 , x_8 , x_9 представлены напряжениями или токами в резисторной части схемы. Уравнения полной схемы запишем в отличие от [Л. 1] в условно-разрешенной форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{q}^* \|\dot{\mathbf{x}}\| + \mathbf{Q}^* \mathbf{x}, \quad (33)$$

где $q_{ii}^* = 0$; $q_{ij}^* = -q_{ij}/q_{ii}$; $Q_{ij}^* = q_{ij}/q_{ii}$.

После переноса первого члена правой части (33) в левую получим:

$$\|\mathbf{E} - \mathbf{q}^*\| \|\dot{\mathbf{x}}\| = \mathbf{Q}^* \mathbf{x}. \quad (34)$$

Матрицы $\mathbf{E} - \mathbf{q}^*$ и \mathbf{Q}^* соответствуют матрицам \mathbf{q} и \mathbf{Q} в [Л. 1] после нормирования, выразившегося в делении коэффициентов каждой строки на диагональный коэффициент — q_{ii} , что требуется для перехода к условно-разрешенной форме (33), по которой на рис. 2 для конкретных значений коэффициентов матриц \mathbf{q} и \mathbf{Q} из [Л. 1] построен гибридно-алгебраический граф. Гибридные вершины базисных переменных (переменных состояния) расположены в центральном ряду на рис. 2, а вершины алгебраических переменных — в верхнем и нижнем рядах.

Сплошными линиями на графе показаны ребра, веса которых входят в матрицу \mathbf{Q}^* :

$$\begin{aligned} Q_{73}^* &= -R_7; \quad Q_{62}^* = 1; \\ Q_{51}^* &= 1; \quad Q_{33}^* = -R_3/L. \end{aligned}$$

Штриховыми линиями изображены ребра графа с весами, соответствующими элементам матрицы \mathbf{q}^* .

Для перевода заданной в виде (34) системы уравнений в форму (30) обе части (34) умножаются на обратную матрицу

$$\|\dot{\mathbf{x}}\| = \|\mathbf{E} - \mathbf{q}^*\|^{-1} \mathbf{Q}^* \mathbf{x} \quad (35)$$

и в произведении строки матриц, относящиеся к базовым координатам (верхние) отделяются от строк, относящихся к алгебраическим переменным (нижние), т. е.:

$$\|\mathbf{E} - \mathbf{q}^*\|^{-1} \mathbf{Q}^* = \|\beta_N\|. \quad (36)$$

После этого (35) разделяется на ведущую систему уравнений (30), образующуюся при замене \mathbf{f} на \mathbf{x}_μ и ведомую:

$$\|\mathbf{x}\| = \mathbf{N} \mathbf{x}. \quad (37)$$

Приведенная размерность матриц и графов соответствует подготовительной части расчетов по определению квадратичных оценок в электрической цепи с тремя накопителями энергии при рассмотрении переходного процесса, возбужденного начальными условиями, заданными на накопителях.

Если переходный процесс возник при подключении источника со своим уравнением, описывающим входной сигнал, то согласно [Л. 1] размерность матриц расширяется на порядок дифференциального уравнения сигнала.

Спектральные методы получения интегральных квадратичных оценок. Привлечение спектральных

методов позволяет получить эквивалент (7) в частотной области на основе теоремы Парсеваля:

$$M(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega. \quad (38)$$

Для дробно-рациональных изображений вида (1) интеграл (38) табулирован и, например, из [Л. 3] можно получить интегральную квадратичную оценку, выраженную через коэффициенты числителя и знаменателя изображения исходной функции $I(b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nn}, a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$. К этим же результатам можно прийти на основе статистических расчетов дисперсии процесса, возбужденного белым шумом. Представим, что (1) изображает передаточную функцию некоторого фильтра, возбужденного белым шумом единичной интенсивности. Тогда спектральная плотность шумового процесса на выходе фильтра

$$|F(j\omega)|^2 = \left| \frac{\mathcal{P}_1(j\omega)}{Q_1(j\omega)} \right|^2 = \left| \frac{2 + j\omega}{1 + 2j\omega - \omega^2} \right|^2, \quad (39)$$

Этой спектральной плотности соответствует корреляционная функция

$$K(\tau) = \bar{L}^{-1} \{ |F(j\omega)|^2 \} = L^{-1} \left\{ \frac{q(p)}{Q_1(p)} \right\}. \quad (40)$$

Здесь обратное двустороннее преобразование Фурье \bar{L}^{-1} осуществляется непосредственно над (39), а одностороннее обратное преобразование Лапласа (L^{-1}) применяется к дроби, числитель которой $q(p)$ подлежит предварительному определению по методике [Л. 4], поясняемой таблицей соответствий [Л. 3]. Для изображения (1) по [Л. 3], например, имеем:

$$L \{ K(\tau) \} = \frac{1,225p + 0,5}{(p+1)^2},$$

откуда

$$I = K(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} \{ pL \{ K(\tau) \} \},$$

что совпадает с (8).

Приложение 1. Зависимость коэффициентов числителя изображения от коэффициентов его знаменателя и от начальных значений оригинала. Для изображения функции $f(t)$ в форме

$$F(p) = \frac{\mathcal{P}(p)}{Q(p)} = \frac{a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0}{b_np^n + \dots + b_1p + b_0},$$

разложение в ряд по отрицательным степеням p может быть достигнуто непрерывным делением полинома числителя на полином знаменателя:

$$\mathcal{P}(p) \langle : \rangle_n Q(p) = \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0)/p^{k+1}, \quad (П-1)$$

где символом $\langle : \rangle_n$ обозначена операция непрерывного деления с удержанием в частном только n первых членов, которые являются членами ряда Маклорена для $f(t)$ в области изображений.

Восстанавливая делимое $\mathcal{P}(p)$ по делителю и частному получаем:

$$\mathcal{P}(p) = \tilde{Q}(p) \langle : \rangle_n \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0)/p^{k+1}, \quad (П-2)$$

где символом $\langle : \rangle_n$ обозначена выборка из произведения только n членов с положительными, включая нулевую, степенями p и $\tilde{Q}(p)$ — члены, обеспечивающие такую выборку.

Таким образом,

$$F(p) = \frac{\tilde{Q}(p) \langle : \rangle_n \left[\sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0)/p^{k+1} \right]}{Q(p)} = \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \left\{ \left[\sum_{k=1}^{n-l} f^{(k-1)}(0) b_{l+k} \right] p^l \right\}}{\sum_{i=0}^n b_i p^i}. \quad (П-3)$$

В матричной форме связь между коэффициентами левой и правой частей в (П-2) следующая:

$$\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & \dots & \dots & \dots & b_n \\ b_2 & b_3 & b_4 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ b_3 & b_4 & b_5 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n-1} & b_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ b_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f(0) \\ \dot{f}(0) \\ \ddot{f}(0) \\ \dots \\ f^{(n-2)}(0) \\ f^{(n-1)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{bmatrix}; \quad (П-4)$$

$$\begin{bmatrix} f(0) \\ \dot{f}(0) \\ \vdots \\ f^{(n-1)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n-1} & b_n & \dots & 0 \\ b_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{bmatrix}. \quad (П-5)$$

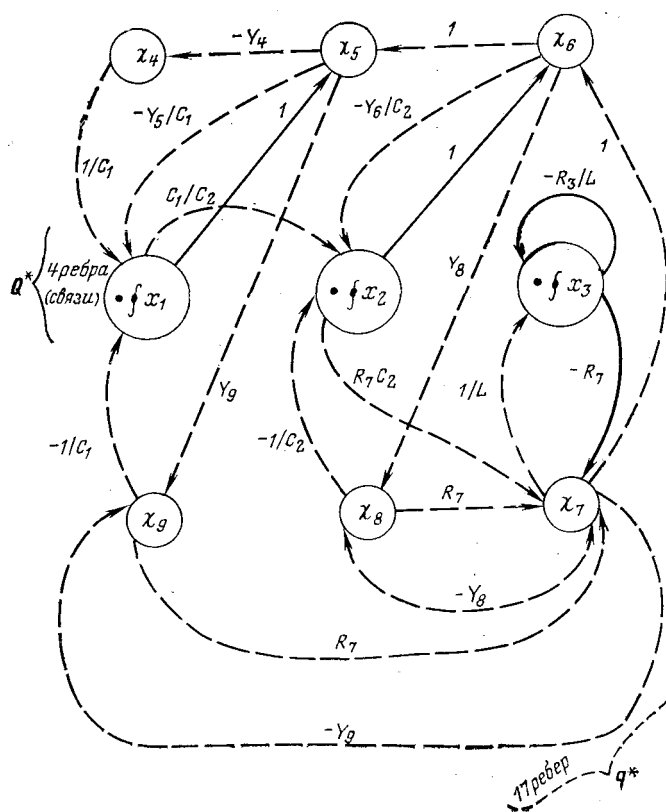


Рис. 2.

Поскольку для треугольной матрицы $\det \|b/0\| = \pm b^n$, то обращение ее несложно и трудоемкости вычислений по (П-3) или по (П-5) равноценны.

Приложение 2. Компоненты знаменателя изображения квадратичной оценки. Если в изображении исходной функции выделить каких-либо два полюса, например λ и η кратностью $p_\lambda + 1$ и $p_\eta + 1$ соответственно, т. е.

$$L\{f(t)\} = F_1(p) = \frac{\mathcal{P}_1(p)}{\dots (p-\lambda)^{p_\lambda+1} (p-\eta)^{p_\eta+1} \dots}, \quad (\text{П-6})$$

то в изображении квадратичной оценки

$$L\{f^2(t)\} = \frac{P_2(p)}{\dots (p-2\lambda)^{2p_\lambda+1} (p-2\eta)^{2p_\eta+2} [p-(\lambda+\eta)]^{p_\lambda+p_\eta+1} \dots} \quad (\text{П-7})$$

выделенным полюсам будут соответствовать удвоенные полюсы 2λ и 2η кратностью $2p_\lambda + 1$ и $2p_\eta + 1$, а также суммарный полюс $\lambda + \eta$ кратностью $p_\lambda + p_\eta + 1$. При числе двучленов в исходном изображении (П-6), равном l , из-за перебора всех возможных комбинаций суммируемых пар полюсов число двучленов в знаменателе изображения квадратичной оценки составит $l(l+1)/2$.

Приложение 3. Изображение функций со смещенным аргументом. В отличие от смещенных функций $f[t \pm T]$, заданных на полубесконечном интервале $t \pm T \geq 0$, рассматриваются функции вида $f\{[t] \pm T\} = f\{t_1[t] \pm T\}$, заданные на интервале $t \geq 0$. Квадратные скобки означают изменение от нуля аргумента в целом $[t \pm T]$ или его части t . При аргументе или его части соответственно меньше нуля функция полагается равной нулю.

Если для несмещенной функции изображение задано в форме (П-3), то для функции со смещенным аргументом получим:

$$L\{f\{[t] \pm T\}\} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} f^{(k-1)}(T) b_{i+k} \right\} p^i}{\sum_{i=0}^n b_i p^i}. \quad (\text{П-8})$$

Так, изображение, например, функции $f_3 = (t+1)^4 e^{-2t}$ может быть получено в три этапа. Пусть $f_1 = t^4$, $f_2 = (t+1)^4$ и $F_1(p) = L\{t^4\} = 4!/p^5$. Для смещенного на величину $T=1$ аргумента производные функции

$$f_1(1) = 1; \quad \dot{f}_1(1) = 4; \quad \ddot{f}_1(1) = 12; \quad \ddot{\ddot{f}}_1(1) = 24; \\ f_1^{(IV)}(1) = 24.$$

Теперь по (П-8)

$$F_2(p) = L\{(t+1)^4\} = \frac{p^4 + 4p^3 + 12p^2 + 24p + 24}{p^5}.$$

Окончательно имеем:

$$F_3(p) = L\{f_2(t) e^{-2t}\} = F_2(p+2) = \\ = \frac{(p+2)^4 + 4(p+2)^3 + 12(p+2)^2 + 24(p+2) + 24}{(p+2)^5/4!} = \\ = \frac{p^4 + 12p^3 + 60p^2 + 152p + 168}{(p+2)^5/4!}. \quad (\text{П-9})$$

Приложение 4. Пример определения квадратичных форм и их интегральных оценок. Пусть процесс задан следующим изображением:

$$L\{(t+1)^2 e^{-t}\} = \frac{2(p^2 + 4p + 5)}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}. \quad (\text{П-10})$$

Матрица коэффициентов системы однородных дифференциальных уравнений, соответствующих (П-10), согласно

общему случаю (17) будет иметь следующие значения коэффициенты: нижней строки $b_{31} = -1$, $b_{32} = -3$, $b_{33} = -3$; и наддиагонали $b_{12} = b_{23} = 1$; в остальных ячейках — нулевые. Подставляя фактические значения коэффициентов в (32) получаем:

$$B_\mu = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -3 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}; \quad (\text{П-11})$$

$$B_\mu(p) = Ep - B_\mu = \begin{vmatrix} p & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & p+6 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & p & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & p+3 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 0 & p+3 \end{vmatrix}. \quad (\text{П-12})$$

Матричное уравнение $\dot{g}_\mu(t) = B_\mu g_\mu(t)$ для $g_\mu(0) = E$ решаем операторным методом по процедуре (15). (16). Для этого находим

$$C_\mu(p) = B_\mu^{-1}(p) = \frac{\|ad_{ij} B_\mu^T(p)\|}{\det B_\mu(p)}, \quad (\text{П-13})$$

где в числителе введена матрица, составленная из адьюнктов ad_{ij} , транспонированной матрицы $B_\mu^T(p)$ или из адьюнктов $ad_{ji} B_\mu(p)$, помещаемых в ячейки (ij) .

Раскрытие определителей проведем прямым комбинационным методом Лагранжа, организация которого в форме таблицы (табл. 2) получила наименование метода структурных чисел.

Перемножая элементы матрицы (П-12) в комбинациях, указанных в столбцах табл. 2, и учитывая знак произведений, определяемый по признаку четности числа инверсий в перестановках индексов, получаем члены определителя:

$$\begin{aligned} & + \langle 123456 \rangle = p^3(p+3)^2(p+6); \\ & - \langle 123546 \rangle = 3p^2(p+3)(p+6); \\ & + \langle 123564 \rangle = p^2(p+6); \\ & + \langle 125463 \rangle = 2p^3; \\ & - \langle 126453 \rangle = 6p^3(p+3); \\ & + \langle 126543 \rangle = 18p^2; \\ & + \langle 163254 \rangle = 2p(p+3)(p+6); \\ & + \langle 163542 \rangle = 18p(p+6); \\ & - \langle 163452 \rangle = 6p^2(p+6)(p+3); \\ & + \langle 165243 \rangle = -12p; \\ & + \langle 423516 \rangle = 2p(p+3)(p+6); \\ & - \langle 426513 \rangle = 12p; \\ & - \langle 463512 \rangle = 12(p+6); \\ & - \langle 465213 \rangle = -8. \end{aligned}$$

Суммируя все члены определителя, получаем:

$$\det B_\mu(p) = p^6 + 12p^5 + 60p^4 + 160p^3 + 240p^2 + 192p + 64 = (p+2)^6.$$

Вычисление адьюнктов в числителе (П-13) начнем с первого столбца. Используем первые десять членов главного определителя; после их суммирования и сокращения на p , получаем:

$$ad_{11} B_\mu(p) = p^5 + 12p^4 + 60p^3 + 158p^2 + 222p + 132.$$

Сумма остальных четырех членов дает:

$$ad_{51} B_\mu(p) = 2p^3 + 18p^2 + 60p + 64,$$

поскольку $\det B_\mu(p) = p ad_{11} B_\mu(p) + 1 ad_{51} B_\mu(p)$.

Для нахождения каждого из остальных адьюнктов первого столбца выпишем комбинационные таблицы из (П-12), без снижения размерности матрицы, сохранив идентичность правого определения знаков для адьюнктов, дополненных еди-

Таблица 2

Выборка возможных комбинаций элементов заполненных ячеек матрицы (П-12).

№ строки (i)	Номера столбцов j в адресе ячейки (i, j)											
1	1						4					
2	2						6					
3	3			5	6			3			5	
4	4	5		4	4	5	2	5	4	2	3	6
5	5	4	6	6	5	4	5	4	5	4	1	1
6	6(+)	6(-)	4(+)	3(+)	3(-)	3(+)	4(+)	2(+)	2(-)	3(+)	6(+)	3(-)
											2(-)	3(-)

Примечание. В последней строке таблицы в скобках указаны знаки всего произведения.

ническим коэффициентом в ячейке, относительно которой определяется адьюнкт. Значения единичных коэффициентов приведены в табл. 3 в скобках.

Обращаясь по адресам табл. 3 к ячейкам матрицы (П-12) и подставляя по адресу (i, 1), всегда единицу получаем:

$$ad_{21} B_{\mu}(p) = 2p^3 + 24p^2 + 96p + 112;$$

$$ad_{31} B_{\mu}(p) = 6p + 12;$$

$$ad_{41} B_{\mu}(p) = 2p^4 + 24p^3 + 114p^2 + 256p + 216;$$

$$ad_{61} B_{\mu}(p) = 6p^2 + 48p + 72.$$

Полученные данные можно использовать в формуле (6), вид которой для пространства квадратичных форм будет следующий:

$$M_1(p) = \sum_i [ad_{i1} B_{\mu}(p) \mu_i(0)] \det B_{\mu}(p). \quad (\text{П-14})$$

Для подстановки в (П-14) начальных значений квадратичных форм используем заданный вектор начальных значений линейной функции $f(0) = \|1 \ 1 \ -1\|^T$ и условия формирования начальных значений квадратичной формы, совпадающие с условиями, приведенными в табл. 1. Тогда получим:

$$\mu(0) = \|f_1^2(0), f_2^2(0), f_3^2(0), f_1(0)f_2(0), f_1(0)f_3(0),$$

$$f_2(0)f_3(0)\|^T = \|1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1\|^T \quad (\text{П-15})$$

и найдем числитель (П-14)

$$\|ad_{i1} B_{\mu}(p) \mu(0)\|^T = p^5 + 14p^4 + 84p^3 + 272p^2 + 472p + 336 = (p+2)(p^4 + 12p^3 + 60p^2 + 152p + 168).$$

В целом (П-14) после сокращения подобных членов совпадает с (П-9).

Для получения интегральной квадратичной оценки первой фазовой координаты достаточно осуществить подстановку $p=0$:

$$I = M_1(p)|_{p=0} = \frac{168}{32 \cdot 4!}. \quad (\text{П-16})$$

Эту подстановку можно проделать в исходных матрицах, если не требуется информация о текущих значениях квадратичных форм, что сильно упрощает расчеты определителей. Остальные компоненты вектора $M(p)$ или $M(0)$ рассчитываются аналогично.

Приложение 5. Организация вычислений квадратичных форм, исключая появление избыточных сомножителей на промежуточных этапах. Излишних сомножителей в главном определителе и адьюнктах, повышающих (временно) порядок полиномов, можно избежать, если знаменатель (П-14) сразу формализовать, переходя от линейной формы (П-6) к (П-7). В этом случае для примера, рассмотренного в приложении 4, имеем $Q(p) = (p-2)^5$. Числитель восстанавливается согласно приложению 1, после определения начальных значений, число кото-

Таблица 3

Адреса ячеек матрицы (П-12), участвующих в формировании адьюнктов первого столбца, дополненных единичным коэффициентом.

ad_{21}			ad_{31}		ad_{41}				ad_{61}	
4			4		4				4	
(1)			2	6	2				2	6
3	5	6	(1)		3	5	6	3	3	
2	5	2	5	2	(1)				5	2
5	6	6	5	5	5	6	5	5	6	5
6	2	3	3		6	3	3	2	(1)	
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

рых для того же примера равно пяти:

$$g(0), \dot{g}(0), \dots, g^{(IV)}(0).$$

В матричной форме достаточно просто устанавливаются начальные значения весовых компонентов квадратичных форм. Действительно, из (13) следует $g(0) = B$; тогда после дифференцирования обеих частей равенства (13), подстановки $t=0$ и выражения производной $\dot{g}(0)$ через матрицу коэффициентов получим: $\dot{g}(0) = Bg(0) = B^2$. Отсюда следует общая формула для начальных значений весовых компонентов:

$$g^{(k)}(0) = B^k \text{ при } g(0) = E, k=0. \quad (\text{П-17})$$

Повторим правило (П-2) в матричной форме:

$$P(p) = Q(p) \langle \cdot \rangle_n \sum_{k=0}^{n-1} g^{(k)}(0)/p^{k+1}. \quad (\text{П-18})$$

Заменяя члены числителя согласно (П-17), получаем матрицу числителей изображений удельных компонентов:

$$P(p) = Q(p) \langle \cdot \rangle_n \sum_{k=0}^{n-1} (B^k/p^{k+1}). \quad (\text{П-19})$$

Для примера П-2, где $n=5$, имеем

$$P(p) = (p+2)^5 \langle \cdot \rangle_5 \sum_{k=0}^4 (B^k/p^{k+1}).$$

Проведем операцию ограниченного умножения с сохранением членов до пятого порядка p .

$$P(p) = E p^4 + (B + 10B^2) p^3 + (B^2 + 10B + 40E) p^2 + (B^3 + 10B^2 + 40E + 80E) p + B^4 + 10B^3 + 40B^2 + 80B + 80E,$$

где $B = B_{\mu}$ согласно (П-11);

$$B^2 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & -2 & 0 & -6 \\ 2 & 18 & 30 & 12 & 18 & 42 \\ -1 & 0 & 0 & -3 & -3 & 3 \\ 3 & -6 & 1 & 6 & 6 & -6 \\ 0 & 8 & -9 & 3 & -3 & -3 \end{vmatrix};$$

$$B^3 = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -6 & -6 & 6 \\ 0 & 16 & -18 & 6 & -6 & 6 \\ -18 & -144 & -128 & -102 & -102 & -258 \\ 3 & -12 & 3 & 4 & 6 & -12 \\ -6 & 24 & -12 & -6 & -14 & 12 \\ 3 & 12 & 51 & 12 & 30 & 30 \end{vmatrix};$$

$$B^4 = \begin{vmatrix} 6 & -24 & 6 & 8 & 12 & -24 \\ 6 & 24 & 102 & 24 & 60 & 60 \\ 102 & 644 & 486 & 696 & 460 & 1344 \\ -6 & 40 & -30 & 0 & -20 & 18 \\ 14 & 24 & 78 & 24 & 96 & 24 \\ 12 & -240 & 24 & -160 & -180 & -354 \end{vmatrix}$$

Используя эти матрицы, получаем общее изображение матрицы весовых компонентов, из которой выпишем только первую строку:

$$\|G_{1j}(p)\| = \begin{vmatrix} p^4 + 10p^3 + 40p^2 + 78p + 66 \\ 2p^2 + 20p + 56 \\ 6 \\ 2p^3 + 20p^2 + 74p + 108 \\ 2p^2 + 14p + 32 \\ 6p + 36 \end{vmatrix}^T : (p+2)^5 =$$

$$= \frac{\|P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, P_{16}\|}{(p+2)^5}.$$

Введенные обозначения P_{1j} для элементов первой строки используем как и в (П-15) для получения числителя только первой квадратичной оценки $M_1(p)$: $\|P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14},$

$$P_{15}, P_{16}\| \cdot \|1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1\|^T = p^4 + 12p^3 + 60p^2 + 152p + 168.$$

Этот результат совпадает с данными приложения 4, где для определения $M_1(p)$ требовалось сокращать излишний сомножитель $(p+2)$.

Выводы. 1. Квадратичные оценки входных воздействий и переходных процессов в системах (цепях) могут быть представлены линейными моделями, что расширяет возможности анализа энергетических показателей. В системах автоматического управления линейной моделью можно отобразить, как нелинейное звено типа квадратора, так и звено с любой более высокой степенью преобразования, если звенья расположены вне контура обратной связи.

2. Распространение принципа построения линейных моделей квадратичных оценок на кубичные оценки и оценки старших степеней производится на основе изложенной теоретической базы, но сложность получающихся моделей требует при алгоритмической реализации сопоставления с другими методами счета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаталов А. С. Блочно-матричная форма расширенных уравнений состояния линейных электрических цепей. — Электричество, 1978, № 12.
2. Шаталов А. С. Преобразование сигналов и изображающих их функций обобщенными системами автоматического управления. — М.—Л.: Энергия, 1965.
3. Шаталов А. С. Задачник по теории автоматического управления. — М.: Энергия, 1979.
4. Теория автоматического управления / Под ред. А. С. Шаталова. — М.: Высшая школа, 1977.

[25.12.80]

УДК 621.372.061

Преобразование звезды и контура электрической цепи в непрерывно эквивалентные подсхемы

ШАКИРОВ М. А., канд. техн. наук
Ленинградский политехнический институт

Непрерывно эквивалентными называют схемы, параметры ветвей которых представлены в виде некоторой зависимости от одного или совокупности коэффициентов, причем непрерывное изменение этих коэффициентов не влияет на входные и передаточные функции цепи относительно определенной группы ее полюсов. Традиционный подход к получению таких схем основывается на методах линейных преобразований матриц [Л. 1—9] или определителей [Л. 10—12] узловых и контурных уравнений схем. Общее соотношение, связывающее множество узловых матриц проводимостей Y'_0 схем, непрерывно эквивалентных исходной схеме, описываемой узловой матрицей Y_0 , имеет вид [Л. 1]:

$$Y'_0 = S Y_0 S^T, \quad (1)$$

где S — определенным образом выбираемая квадратная матрица преобразования [Л. 2, 3 и 8].

Трудности традиционного подхода проявляются на этапе схемной интерпретации преобразований (1). Естественно поставить вопрос — нельзя ли получать непрерывно эквивалентные схемы исходя из элементарных преобразований исходной схемы цепи. В настоящей статье эта задача решается относительно многолучевых звезд и некоторых типов контуров электрической цепи; при этом для вывода правил их преобразования используются простейшие преобразования переноса 1 рода и преобразования масштабирования¹ разомкнутых («висячих» [Л. 13]) y -ветвей и короткозамкнутых z -ветвей (z -петель).

¹ Смысл данного термина поясняется ниже.

Правила переноса 1 рода исключительно просты и включают лишь операции алгебраического сложения параметров ветвей [Л. 14]. В настоящей статье используется перенос y -ветвей вдоль контуров, включающих лишь по три ветви. Пример, иллюстрирующий это преобразование для случая, когда одна из ветвей y -контура имеет нулевые параметры, изображен на рис. 1, а и б. Названная ветвь показана в исходной схеме пунктиром. Перенесена ветвь AM вдоль контура AQM . На рис. 1, в показана эквивалентная по напряжениям схема (граф схемы) после переноса ветвей AM , BM и CM вдоль контуров AQM , BQM и CQM соответственно.

Преобразование масштабирования напряжения разомкнутой² y -ветви позволяет представлять ее параметры зависящими от некоторого коэффициента, при этом схема остается эквивалентной исходной по токам и напряжениям всех ветвей, исключая рассматриваемую разомкнутую y ветвь [Л. 13]. Возможность осуществления такого преобразования является следствием того, что ни напряжение, ни ток разомкнутой y -ветви не входят в топологические уравнения схемы и учитываются только в компонентных уравнениях тех ветвей, которые имеют управляющие связи с названной ветвью.

² Имеется в виду y -ветвь с конечной проводимостью и произвольным числом зависимых и независимых источников тока, у которой хотя бы один полюс не имеет соединения со схемой (например ветвь MQ на рис. 1, а).

Соответствующее правило преобразования можно сформулировать в виде (см. приложение):

если параметры всех управляющих связей разомкнутой y -ветви умножить на коэффициент $H \neq 0$, то для сохранения неизменным режима в остальных ветвях схемы необходимо проводимость разомкнутой y -ветви умножить на H^2 , а значение ее источника тока — на H ; при этом напряжение разомкнутой y -ветви уменьшится в H раз (что и отражает термин масштабирование).

Выделим из схемы какой-либо узел M (рис. 1, а). Положим, что ветви узла не имеют управляющих связей. Одну из них, например ветвь между узлами M и Q , назовем опорной. Припишем остальным ветвям номера от 1 до $n-1$ (где n — число ветвей узла). Произведем следующие преобразования:

I этап. Перенесем одну за другой 1-ю, 2-ю. ... $(n-1)$ -ю ветви вдоль простейших контуров, каждый из которых включает переносимую, опорную и дополнительную ветвь с нулевой проводимостью (рис. 1, а, б, в). В результате образуется схема с разомкнутой опорной y -ветвью, эквивалентная исходной по напряжениям ветвей (рис. 1, в).

II этап. Произведем масштабирование опорной ветви MQ (рис. 1, г). Напряжение опорной ветви уменьшится в H раз, а напряжения остальных ветвей останутся прежними. Поэтому все напряжения относительно узла M изменятся.

III этап. Для устранения управляющих проводимостей $(HY_1), \dots, (HY_{n-1})$ в схеме рис. 1, г вновь

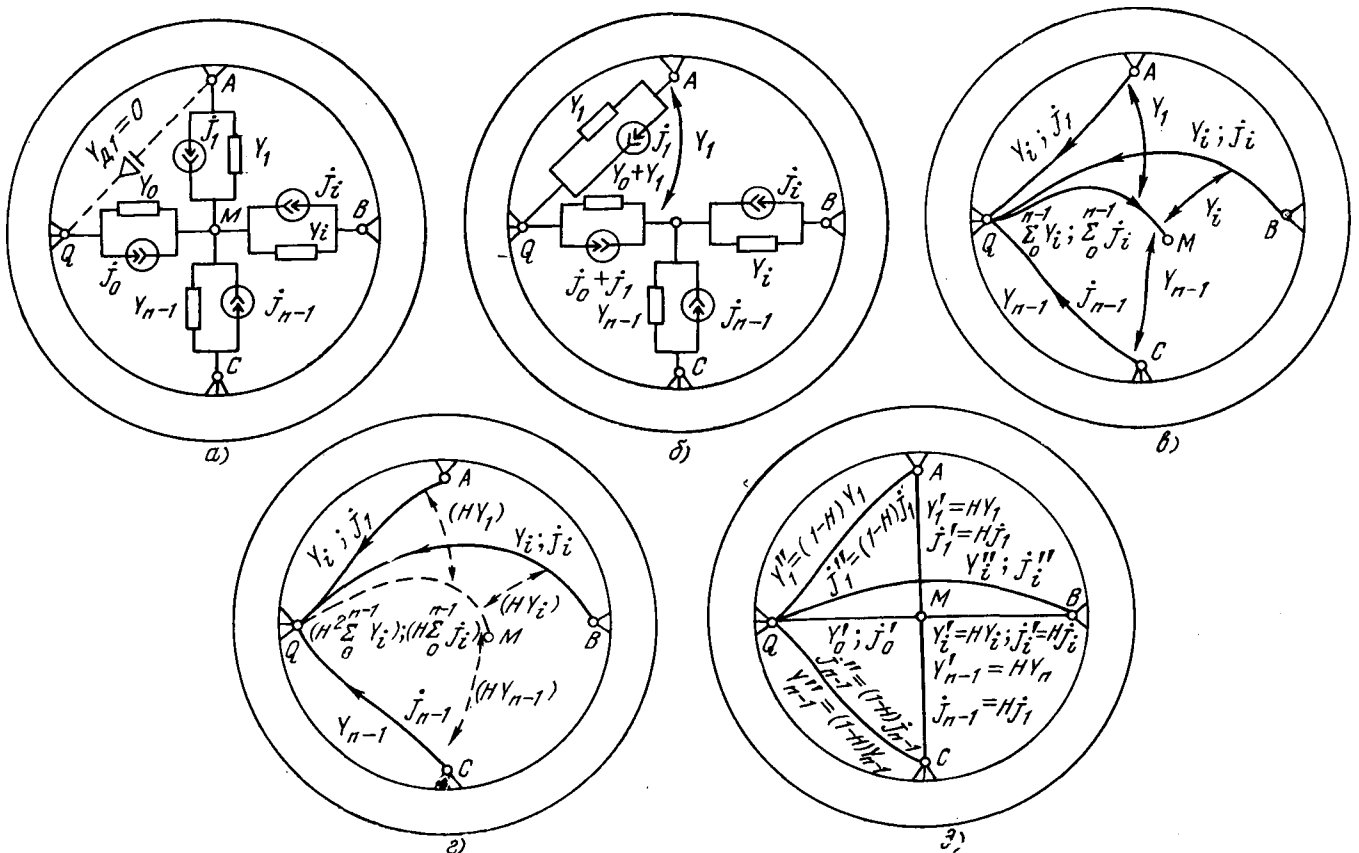


Рис. 1. К образованию непрерывно эквивалентной подсхемы на звездах без зависимых источников.

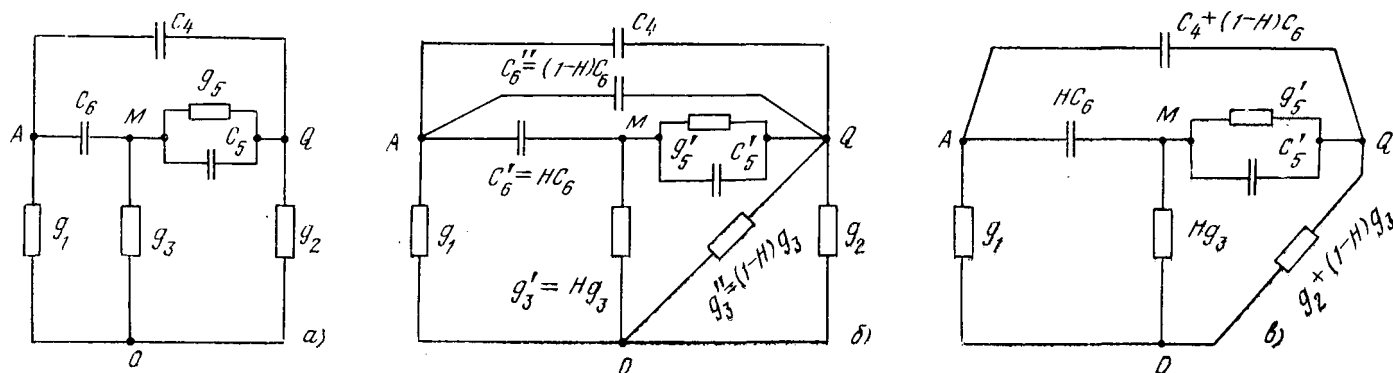


Рис. 2. Пример образования непрерывно эквивалентной схемы.

выполним переносы проводимостей $(HY_1), \dots, (HY_{n-1})$ вдоль тех же контуров, которые были выделены на первом этапе, т. е. $(AQM), \dots, (CQM)$. Если при этом одновременно перенести также источники тока $(HJ_1), \dots, (HJ_{n-1})$ вдоль указанных контуров, то получится схема, изображенная на рис. 1,д и эквивалентная по напряжениям схеме рис. 1,з. В этой схеме

$$Y'_0 = H^2 \sum_{i=0}^{n-1} Y_i - H \sum_{i=1}^{n-1} Y_i; \quad (2)$$

$$J'_0 = HJ_0. \quad (3)$$

Схема рис. 1,д эквивалентна также исходной схеме при любых $H \neq 0$ по напряжениям между всеми узлами за исключением напряжений относительно узла M . Из сопоставления рис. 1,а и 1,д вытекает следующее правило:

для преобразования многолучевой звезды без зависимых источников в непрерывно эквивалентную подсистему за счет уменьшения напряжения опорной ветви в H раз необходимо:

1) умножить значения проводимости и источника тока каждой ветви звезды, кроме опорной, на H ;

2) принять значения проводимости и источника тока опорной ветви равными Y'_0 и J'_0 — рассчитываются по формулам (2) и (3);

3) ввести $n-1$ дополнительных (присоединенных) ветвей между внешним полюсом опорной ветви (Q) и внешними полюсами остальных ветвей звезды со значениями проводимостей и источников тока равными $Y''_i = (1-H)Y_i$ и $J''_i = (1-H)J_i$, где Y_i и J_i — исходные параметры i -й ветви звезды; ориентации источников i -й ветви и i -й присоединенной ветви относительно внешнего полюса i -й ветви совпадают.

В качестве иллюстрации образуем непрерывно эквивалентную схему для цепи рис. 2,а [Л. 6]*. Узел преобразуемой звезды обозначен через M . В качестве опорной выбрана 5-я ветвь с проводимостью $Y_5 = g_5 + pC_5$. Так как звезда трехлучевая, то присоединенных ветвей будет две с проводимостями $Y''_3 = (1-H)g_3$ и $Y''_6 = (1-H)pC_6$ (рис. 2,б). Проводимость опорной ветви непрерывно эквивалентной схемы

$$Y'_5 = H^2(g_5 + pC_5 + pC_6 + g_3) - H(pC_6 + g_3) = g'_5 + pC'_5, \quad (4)$$

где

$$g'_5 = H^2(g_5 + g_3) - Hg_3; \quad C'_5 = H^2(C_5 + C_6) - HC_6. \quad (5)$$

* В [Л. 6] для этих целей используются дифференциальные уравнения.

Объединив присоединенные ветви с параллельными им ветвями, получим схему, представленную на рис. 2,в. Эта схема эквивалентна исходной по всем свойствам относительно полюсов A , Q и O при любом $H \neq 0$. Из (5) следует, что можно образовать эквивалентную в указанном смысле схему с $C'_5 = 0$ или $g'_5 = 0$. Первый случай реализуется, когда $H = H_1 = C_6/(C_5 + C_6)$ и при условии $g'_5 = H^2_1(g_5 + g_3) - H_1g_3 > 0$, т. е. $C_6/(C_5 + C_6) > g_3/(g_5 + g_3)$, а второй — когда $H = H_2 = g_3/(g_5 + g_3)$ и при условии $C'_5 = H^2_2(C_5 + C_6) - H_2C_6 > 0$, т. е. $g_3/(g_5 + g_3) > C_6/(C_5 + C_6)$. Если $H_1 = H_2$, то в схеме исчезает 5-я ветвь. Перечисленные условия полностью совпадают с записанными в логарифмической форме условиями [Л. 6], если принять $H = e^{-x}$.

Если преобразование рис. 1,а и д повторить n раз, выбирая на каждой итерации новую опорную ветвь звезды (например в порядке возрастания их номеров), то получится непрерывно эквивалентная схема, присоединенные ветви которой образуют полный многоугольник на внешних полюсах звезды. Эта схема после объединения пар параллельных присоединенных ветвей будет иметь $n(n+1)/2$ ветвей, параметры которых будут зависеть от значений коэффициентов масштабирования H_1, H_2, \dots, H_n , выбираемых на соответствующих итерациях. Если эти коэффициенты выбирать так, чтобы после каждой итерации проводимость опорной ветви обращалась в нуль [из уравнения (2)], например, следует, что на первой итерации для это-

го необходимо принять $H_1 = \sum_{i=1}^n Y_i / \sum_{i=0}^n Y_i$, то

исходная звезда преобразуется в известную схему полного многоугольника.

Опорная ветвь исходной звезды может иметь нулевую проводимость. В этом случае обе суммы в выражении (2) совпадут, причем в непрерывно эквивалентной схеме число ветвей звезды будет на единицу больше, чем в исходной.

Рис. 3 иллюстрирует способ увеличения числа узлов схемы. К совокупности исходных ветвей звезды M добавлена ветвь MQ с произвольной проводимостью Y_0 (рис. 3,а) [Л. 9].

Если принять эту ветвь за опорную, то непрерывно эквивалентная схема будет иметь вид, приведенный на рис. 3,б. Поскольку в исходной схеме $U'_0 = U_0/H = 0$. Поэтому напряжение в схеме относительно узла M не изменяется. Присоединенные ветви образуют новую звезду в узле Q . Ветвь Y'_0 не играет существенной роли и может быть удалена, после чего образуется двухузловая непрерывно

эквивалентная подсистема с разведенными узлами M и Q (в случае, когда исходная звезда состоит из двух ветвей, преобразованная схема превратится в мостовую схему). Нарастивая далее описанным методом узлы к полюсам M и Q , можно получить трех-, четырехполюсные и т. д. непрерывно эквивалентные подсистемы.

Коэффициент масштабирования H в общем случае можно выбирать в виде функции, зависящей от частоты или оператора p , что дает возможность, пользуясь приведенной выше процедурой наращивания узлов схемы, построить довольно простую процедуру реализации некоторых передаточных функций минимально фазовых четырехполюсников. Пусть требуется реализовать четырехполюсник с входным сопротивлением R_0 , нагрузкой R_H и коэффициентом передачи напряжения

$$T^U(p) = \frac{p+a_1}{p+b_1} \frac{p+a_2}{p+b_2} \cdots \frac{p+a_N}{p+b_N}. \quad (6)$$

Для простоты примем $a_i < b_i$, где $i=1, 2, \dots, N$.

Решение задачи начнем с простейшей схемы, имеющей $T^U_0(p)=1$ (рис. 4, а), которую нарастим согласно рис. 4, б. Значение Y_ξ выберем позже. Приняв ветвь с $Y_\beta=0$ в качестве опорной, преобразуем эту схему так, чтобы напряжение опорной ветви стало равным

$$U'_2(p) = T^U_1(p) U_1(p) \equiv \frac{p+a_1}{p+b_1} U_1(p),$$

что диктует выбор $H = H_1 = 1/T^U_1(p)$ (рис. 4, в). При этом, очевидно, необходимо, чтобы Y'_ξ , Y'_β и сумма $1/R_0 + Y_\xi(1-H_1)$ оказались положительными вещественными функциями. Это условие удовлетво-

ряется, если принять $Y_\xi = g_1/(H_1 - 1)$ при $1/R_0 \geq g_1 > 0$. Тогда

$$Y''_\xi = (1-H_1) \frac{g_1}{(H_1-1)} = -g_1; \quad (7)$$

$$Y'_\xi = \frac{g_1}{(H_1-1)} H_1 \equiv \frac{g_1}{1-T^U_1(p)} = pC_\xi + G_\xi; \quad (8)$$

$$Y'_\beta = H_1(H_1-1) \frac{g_1}{H_1-1} \equiv \frac{g_1}{T^U_1(p)} = G_{\beta 1} + \frac{1}{p(L_\beta + R_{\beta 2})}, \quad (9)$$

где

$$C_\xi = \frac{g_1}{b_1 - a_1}; \quad G_\xi = \frac{g_1 b_1}{b_1 - a_1}; \quad G_{\beta 1} = g_1; \\ L_\beta = \frac{1}{g_1(b_1 - a_1)}; \quad R_{\beta 2} = \frac{a_1}{g_1(b_1 - a_1)}. \quad (10)$$

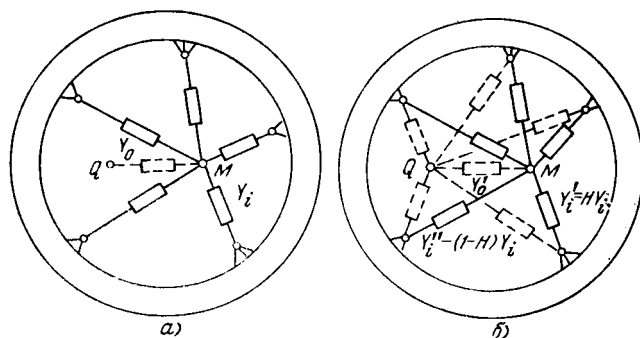


Рис. 3. Увеличение числа узлов схемы.

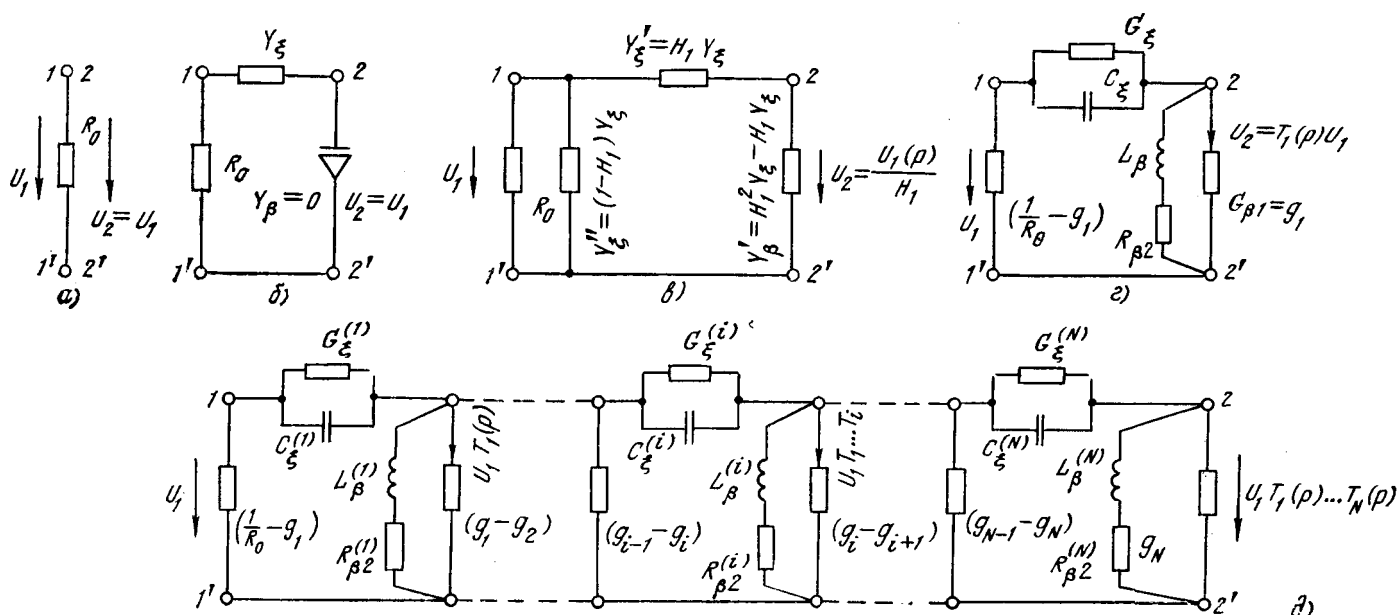


Рис. 4. Реализация передаточной функции $T^U(p) = \prod_{i=1}^N \frac{p+a_i}{p+b_i}$ (при $a_i < b_i$).

Схема, реализующая $TU_1(p)$, изображена на рис. 4,з. Таким же образом можно реализовать следующий множитель $TU_2(p)$, т. е. «пристроить» соответствующий четырехполюсник к ветви $G_{\text{пл}} = g_1$, приняв $Y_{\xi}^{(2)} = g_2/(H_2 - 1)$, где $0 < g_2 \leq g_1$ и $H_2 = 1/TU_2(p)$, и т. д. В результате образуется цепная схема рис. 4,д, параметры которой определяются соотношениями вида (10), если в них величины g_i , a_i и b_i заменить на g_i , a_i и b_i . Эта схема непрерывно эквивалентна при различных g_i относительно входа и выхода, причем

$$0 < g_N \leq g_{N-1} \leq \dots \leq g_1 \leq 1/R_0.$$

Из ветви с проводимостью $G_{\text{пл}}^{(N)} = g_N$ можно выделить часть, имеющую заданное сопротивление нагрузки R_N . Таким образом, функция вида (6) всегда может быть реализована схемой вида рис. 4,д при заданных R_0 и R_N (с точностью до постоянного множителя). Аналогичным образом могут быть найдены непрерывно эквивалентные структуры, реализующие множители типа $TU_i(p) = = k_i/(p + b_i) \longleftrightarrow$ при $b_i \geq k_i > 0$.

Выясним связь рассмотренного преобразования звезды с общим соотношением (1). Для этого необходимо приведенные ранее промежуточные этапы преобразования подсистемы «обобщить» на всю схему:

I этап. Выберем в качестве базисного узел Q опорной ветви MQ (рис. 1,а). Остальные узлы всей схемы соединим с базисным ветвями с нулевыми проводимостями, которые примем за дерево рассматриваемой y -схемы. Перенесем все ветви заданной схемы вдоль главных контуров. В результате образуется звездная y -схема-дерево, эквивалентная исходной по узловым напряжениям. Матрица проводимостей и вектор источников ветвей этой схемы совпадают с узловой матрицей проводимостей Y_Q и вектором узловых токов J_Q [Л. 14].

II этап. Все ветви звездной y -схемы-дерева разомкнуты. Преобразованию масштабирования одной из них (MQ) соответствует переход к новой y -схеме-дереву с матрицей проводимостей Y'_Q и вектором J'_Q . Матрица Y'_Q получается из Y_Q путем умножения ее M -й строки и M -го столбца на коэффициент H . Вектор J'_Q получается из вектора J_Q умножением его M -й строки на H . Матричными отображениями этих процедур являются выражения

$$Y'_Q = S_Q Y_Q S_Q^t; J'_Q = S_Q J_Q, \quad (11)$$

где S_Q — диагональная матрица, в которой диагональные элементы равны 1, за исключением M -го элемента, равного H . В новой схеме-дерева напряжение опорной ветви уменьшено в H раз.

III. этап. По матрицам Y'_Q и J'_Q восстанавливается прежняя структура схемы с присоединенными ветвями. Чтобы определить преобразующие соотношения для узловых матриц в общем случае, когда за базисный выбран произвольный узел 0, воспользуемся формулами преобразования координат y -схем [Л. 14]. Обозначим матрицу перехода от узловой системы координат с базисным узлом Q к узловой системе координат с базисным узлом 0 через κ_{0Q} , а матрицу обратного перехода через

$\kappa_{Q0} = \kappa_{0Q}^{-1} = \kappa_{0Q}$. Тогда можно написать:

$$Y_Q = \kappa_{Q0} Y_0 \kappa_{Q0}^t; J_Q = \kappa_{Q0} J_0; \quad (12)$$

$$Y'_0 = \kappa_{0Q} Y'_Q \kappa_{0Q}^t; J'_0 = \kappa_{0Q} J'_Q \quad (13)$$

Заменив в (11) Y_Q и J_Q их выражениями из (12) и подставив далее выражения для Y'_Q и J'_Q в уравнения (13), получим

$$Y'_0 = S Y_0 S^t; J'_0 = S J_0, \quad (14)$$

где

$$S = \kappa_{0Q} S_Q \kappa_{Q0} = \kappa_{0Q} S_Q \kappa_{0Q}^t = = \kappa_{0Q} S_Q \kappa_{0Q}. \quad (15)$$

В матрице κ_{0Q} по диагонали стоят единицы, за исключением Q -й строки, все элементы которой равны -1 , остальные же элементы равны нулю [Л. 14]. Согласно (15) имеем:

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots M \dots 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots M \dots 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots M \dots 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \dots M \dots 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ Q \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & H & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & H & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & H & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (16)$$

Таким образом, из множества матриц преобразования S [определяющих непрерывно эквивалентные схемы по уравнению (1)] рассмотренному методу образования непрерывно эквивалентной схемы из звезды соответствует матрица S вида (16), где M и Q — узлы опорной ветви, напряжение которой изменяется в H раз.

Примечательно, что примеры [Л. 3—9, 11] по существу соответствуют лишь рассмотренному классу преобразований по уравнению (1) с матрицей S вида (16). В частности, если за базисный принять узел 0, для примера из [Л. 6] (см. рис. 2) имеем

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & Q & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ Q \\ M \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & (1-H) \\ & & H \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

При $H = H_1 = C_6/(C_5 + C_3)$ получится схема, представленная на рис. 2,а, в которой $C'_5 = 0$, а при $H = H_2 = g_3/(g_3 + g_5)$ — схема, в которой $g'_5 = 0$.

N -кратному преобразованию звезды M с выбором на каждой итерации новой опорной ветви с центром в полюсе M будет соответствовать матричное соотношение

$$Y'_0 = S_N S_{N-1} \dots S_1 Y_0 S_1^t \dots S_{N-1}^t S_N^t = S Y_0 S^t, \quad (17)$$

где $S = \prod_{i=1}^N S_i$; S_i — матрица преобразования на i -й

итерации в виде (16) с коэффициентом масштабирования H_i . Обозначив также через i номер внешнего полюса опорной ветви на i -й итерации, можно

получить для рассматриваемого случая

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N \\ M \end{matrix} & \begin{matrix} (1-H_1) \\ H_1(1-H_2) \\ \vdots \\ H_1 \dots H_{N-1}(1-H_N) \\ H_1 H_2 \dots H_N \end{matrix} \end{matrix} \quad (18)$$

Отметим, что для получения правил образования непрерывно эквивалентной схемы из звезды с управляющими связями между ветвями можно воспользоваться как соотношениями (11)–(17), так и преобразованиями рис. 1, полагая, что действующие в цепи сигналы включают также зависимые источники.

Преобразование звезды рис. 1 позволяет исключительно просто вывести дифференциальные уравнения для компонентов соответствующей непрерывно эквивалентной схемы, минуя стадию формирования узловых уравнений с последующим их «развертыванием» в уравнения для элементов схемы. Действительно, при $H=1$ схемы рис. 1,а и 1,б совпадают. Зададимся $H=1+\Delta x$. Из уравнения (2) следует:

$$Y'_0 = (1+\Delta x)^2 [Y_0 + Y_1 + \dots + Y_{n-1}] - (1+\Delta x) \sum_{i=1}^{n-1} Y_i = Y_0 + 2\Delta x Y_0 + \Delta x^2 Y_0 + [(1+\Delta x)^2 - (1+\Delta x)] \sum_{i=1}^{n-1} Y_i.$$

Согласно рис. 1,б имеем ($i=1, 2, \dots, (n-1)$):

$$Y'_i = H Y_i = Y_i + \Delta x Y_i; \\ Y''_i = (1-H) Y_i = -\Delta x Y_i.$$

При $\Delta x \rightarrow 0$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dY_0}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Y'_0 - Y_0}{\Delta x} = 2Y_0 + \sum_{i=1}^{n-1} Y_i; \\ \frac{dY_i}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Y'_i - Y_i}{\Delta x} = Y_i, \quad i=1, 2, \dots, n-1; \\ \frac{dY''_i}{dx} &= -Y_i, \quad i=1, 2, \dots, n-1. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

В общем случае $Y_i = G_i + pC_i + \frac{1}{pL_i}$, поэтому система (19) распадается на три системы уравнений соответственно для элементов типа G_i , C_i и $1/L_i$. Совокупность этих уравнений и будет полной системой дифференциальных уравнений параметров непрерывно эквивалентной схемы, образованной из звезды.

Правила образования непрерывно эквивалентных подсхем из z -контуров можно получить, пользуясь

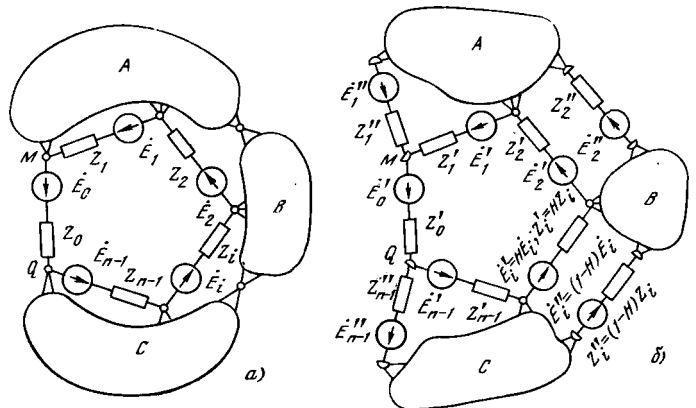


Рис. 5. К объяснению правила образования непрерывно эквивалентной подсхемы из контура без зависимых источников.

принципом дуальности. К сожалению, это преобразование применимо для ограниченного типа контуров, общий вид которых представлен на рис. 5,а. Для вывода правила преобразования необходимо вначале перенести все ветви z -контура через сечения так, чтобы опорная ветвь MQ оказалась короткозамкнутой. Далее она масштабируется по току, после чего восстанавливается прежняя структура цепи с присоединенными ветвями (рис. 5,б). При этом ток опорной ветви уменьшается в H раз. Кроме того, изменяются токи ветвей контура. Токи, протекающие между узлами присоединенных ветвей, не изменяются. Эти результаты полностью согласуются с преобразованиями, рассмотренными в [Л. 10].

Приложение. Преобразование масштабирования разомкнутой y -ветви. Возможность получения эквивалентных схем путем изменения параметров разомкнутых y -ветвей впервые отмечена в [Л. 13] в связи с исследованием методов изменения весов сигнальных дуг так называемых структурно-режимных схем. Ниже показано, как можно получить правила масштабирования разомкнутых y -ветвей без применения таких схем.

Обозначим величины разомкнутой ветви схемы индексом 0. Тогда компонентное уравнение для разомкнутой y -ветви примет вид:

$$0 = \dots + Y_{0i} \dot{U}_i + \dots + J_0 + Y_{00} \dot{U}_0, \quad (\Pi-1)$$

где Y_{0i} — управляющая проводимость от i -й y -ветви к разомкнутой.

Очевидно, что состояние рассматриваемой y -схемы будет совпадать с режимом другой y -схемы, в которой разомкнутая ветвь характеризуется уравнением

$$0 = \dots + vY_{0i} \dot{U}_i + \dots + vJ_0 + vY_{00} \dot{U}_0, \quad (\Pi-2)$$

полученным после умножения обеих частей (Π-1) на коэффициент $v \neq 0$. Таким образом, чтобы схема осталась эквивалентной исходной после изменения управляющих связей к разомкнутой y -ветви в v раз, необходимо во столько же раз изменить собственные параметры разомкнутой ветви Y_0 и J_0 .

Выясним теперь к чему ведет изменение параметров управляющих связей от разомкнутой y -ветви. Пусть исходное компонентное уравнение разомкнутой y -ветви y -схемы имеет вид (Π-1). Компонентное уравнение для j -й y -ветви, имеющей управляющую связь от разомкнутой ветви, можно представить в виде:

$$I_j = Y_{j0} \dot{U}_0 + \dots + Y_{ji} \dot{U}_i + \dots + J_j + Y_{j0} \dot{U}_0. \quad (\Pi-3)$$

Перепишем (Π-1) и (Π-3) следующим образом:

$$0 = \dots + Y_{0i} \dot{U}_i + \dots + J_0 + \mu Y_0 \frac{\dot{U}_0}{\mu}; \quad (\Pi-4)$$

$$I_j = Y_{j0} \dot{U}_0 + \dots + Y_{ji} \dot{U}_i + \dots + J_j + \mu Y_{j0} \frac{\dot{U}_0}{\mu}. \quad (\Pi-5)$$

Очевидно, что состояние исходной схемы, в которой и разомкнутая и j -я ветви описываются уравнениями (П-1) и (П-3), совпадает с режимом схемы, в которой эти ветви описываются уравнениями (П-4) и (П-5). Как видно, изменение параметров управляющих связей от разомкнутой y -ветви в μ раз требует также изменения собственной проводимости разомкнутой ветви в μ раз. При этом ее напряжение уменьшается в μ раз, тогда как состояние остальной части схемы остается без изменения.

Осуществляя в любой последовательности оба полученных преобразования и принимая $\mu = v = H$, можно получить правило масштабирования, приведенное в основном тексте. Это правило остается в силе и для смешанных схем. Правило масштабирования тока короткозамкнутой z -ветви дуально приведенному.

Выводы. 1. Образование непрерывно эквивалентной подсхемы из звезды возможно ценой изменения напряжения в схеме относительно внутреннего узла звезды, а из контура — ценой изменения токов его ветвей.

2. Приведенные правила образования непрерывно эквивалентных подсхем из звезды и контура без управляющих связей достаточно просты и наглядны. Указаны также пути получения соответствующих правил для случаев наличия зависимых источников в преобразуемых подсхемах.

3. Показаны связи полученных преобразований с известными приемами преобразования схем и обобщенными матричными методами образования непрерывно эквивалентных схем. Однако нерешенным остается вопрос, можно ли путем многократных преобразований различных звезд схемы описанным методом образовать все возможные непрерывно эквивалентные схемы, охватываемые соотношением Кауэра (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cauer W. Vierpole. — Elektrische nachrichten Technik. — Berlin, 1929, Juli, Bd 6, s. 272—282.
2. Howitt N. Group theory and the electric circuit. — Physical Review, 1931, vol. 37, p. 1583—1595.
3. Schoeffler J. D. The synthesis of minimum sensitivity networks. — IEEE Trans. on Circuit Theory, 1964, vol. 11, p. 271—276.
4. Schoeffler J. D. Continuously equivalent networks and their applications. — IEEE Trans. on Commutation and Electronics, 1964, vol. 83, № 75.
5. Newcomb R. W. Linear multiport synthesis. — New York: McGraw—Hill, 1966.
6. Калахан Л. Современный синтез цепей. — М.: Энергия, 1966. — 192 с.
7. Галимичев Ю. П., Ланнэ А. А. Применение метода непрерывных эквивалентных преобразований в задачах синтеза электрических цепей. — Вопросы радиоэлектроники. Сер. Техника проводной связи, 1967, вып. 1, с. 32—42.
8. Гордиенко В. Н. Эквивалентные преобразования электрических схем. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1967, т. 10, № 7, с. 736—740.
9. Кривошейкин А. В. Увеличение порядка матрицы электрической цепи при использовании метода непрерывных эквивалентных преобразований. — В кн.: Теоретическая электротехника. — Изд. Львовского государств. ун-та, 1969, вып. 7, с. 3—10.
10. Зелях Э. В., Ройтман Л. М. Метод эквивалентного преобразования двухполюсных, четырехполюсных и многополюсных цепей. — Тр. учебных институтов связи, 1969, вып. 47, с. 112—118.
11. Основы инженерной электрофизики/ П. А. Ионкин, А. А. Соколов, Ф. Е. Пашуканис и др. Ч. II. — М.: Высшая школа, 1972 — 636 с.
12. Гиллемин Е. А. Синтез пассивных цепей. — М.: Связь, 1970. — 720 с.
13. Преобразования схем электрических и электронных цепей/ П. Ф. Хасанов, С. Х. Ирматов, Ю. Р. Рашидов, А. А. Кадыров. — Ташкент: Фан, 1978. — 82 с.
14. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей. — Л.: Изд. Ленингр. государств. ун-та, 1980. — 196 с.

[25.06.80]

УДК 621.311.018.782.3.001.24

О критериях управления переходными электромеханическими процессами на линиях межсистемной «слабой» связи

КОЛОНСКИЙ Т. В., канд. техн. наук

Киев

Учитывая сложность инженерной задачи многокритериальности в оценке управления переходными процессами электрической системы, являющейся системой кибернетического типа [Л. 1—3], целесообразно определить обобщенные критерии, с помощью которых можно рассмотреть задачу оптимального управления переходными процессами энергосистем [Л. 1] с линиями межсистемной «слабой» связи [Л. 4].

Первая часть этой задачи сводится к получению наибольшей области устойчивости или области управляемости, а вторая ее часть — к оптимизации перехода в послеаварийное положение равновесия [Л. 1].

Для решения первой части задачи целесообразно рассмотреть «межсистемный» показатель, в качестве которого для заданной схемы сети можно принять значение отношения, полученного на ос-

новании расчетов областей устойчивости:

$$K_{м.л} = P_{посл} / P_{доав}, \quad (1)$$

$$K_{м.нб} = T_{посл} / P_{доав}, \quad (2)$$

где $P_{посл}$ — предел статической устойчивости в «слабом» сечении в послеаварийной нормальной или ремонтных схемах сети при аварийном отключении (ослаблении) линий связи; $P_{доав}$ — предел статической устойчивости в том же сечении в доаварийной нормальной или ремонтной схемах сети; $T_{посл}$ — переток аварийной активной мощности, который должен иметь место в послеаварийном установившемся режиме в «слабом» сечении при заранее заданном максимальном значении аварийного небаланса (дефицита или избытка) в нормальной или ремонтной схемах сети.

Показатель $K_{м.л}$ всегда меньше единицы, а показатель $K_{м.нб}$ в зависимости от соотношения между $T_{посл}$ и $P_{доав}$ может быть больше или меньше

единицы. Чем выше показатель $K_{м.л}$ и ближе к единице и чем ниже показатель $K_{м.нб}$, тем меньше область режимов, при которых требуется использование специальных средств противоаварийной автоматики (ПА) для сохранения устойчивости.

При сравнении энергосистем более высокое значение $K_{м.л}$ и более низкое значение $K_{м.нб}$ свидетельствуют о более высоком уровне устойчивости и управляемости системы без привлечения ПА.

При сравнении электропередач одинаковых уровней напряжения и одинаковой протяженности более высокое значение $K_{м.л}$ и более низкое значение $K_{м.нб}$ свидетельствует о более высоких приведенных капитальных затратах $Z_{л}$ на сооружение линий межсистемной связи и подстанций [Л. 5 и 6].

Стремление снизить затраты на сооружение линий приводит к уменьшению $K_{м.л}$ и повышению $K_{м.нб}$. Чем ниже $K_{м.л}$ и выше $K_{м.нб}$, тем больше необходимое ограничение перетока мощности (или повышение пропускной способности линий связи) и тем выше значение управляющих воздействий ΔP (например, на ограничение мощности генераторов или нагрузки) в области режимов, при которых в случае аварийных ситуаций должны использоваться средства ПА для сохранения устойчивости [Л. 7 и 8].

Для улучшения показателей $K_{м.л}$ и $K_{м.нб}$, т. е. для повышения $K_{м.л}$ и уменьшения $K_{м.нб}$, требуется увеличение затрат $Z_{л}$ на сооружение линий межсистемной «слабой» связи и подстанций.

Однако в настоящее время линии межсистемной «слабой» связи 330, 500 и 750 кВ между объединениями, являясь системообразующими, должны удовлетворять целям распределения электроэнергии и обеспечивать пропускную способность по устойчивости в соответствии с заданными межсистемными обменов в размерах, удовлетворяющих условиям экономичности и надежности объединений [Л. 9—11]. При проектировании затрат $Z_{л}$ можно считать заведомо заданными:

$$Z_{л} = Z_{л.з} = \text{const.} \quad (3)$$

Поэтому с учетом (3) в качестве предварительного целесообразно принять условие:

$$K_{м.л} = \max, K_{м.нб} = \min \\ \text{при } Z_{л} = Z_{л.з} = \text{const.} \quad (4)$$

Эти значения следует понимать как наибольшее и наименьшее (а не экстремальные) значения показателей $K_{м.л}$ и $K_{м.нб}$, которые желательно обеспечить при заданных $Z_{л}$. Однако при наличии двух показателей $K_{м.л}$ и $K_{м.нб}$ условие (4) может выполняться только для одного из них при определенном значении другого показателя. С точки зрения сетевого строительства $K_{м.л}$ является более представительным показателем, чем $K_{м.нб}$.

С учетом изложенного условия (4) целесообразно сформулировать в виде критерия следующим образом. При заданных приведенных затратах $Z_{л}$ на сооружение заданного количества n линий, обеспечивающих заданную пропускную способность по устойчивости $P_{доав}$ в нормальной и ремонтной схемах сети и вводимых в n этапов в течение заданного периода времени t_{Σ} , когда каждая i -я линия

вводится на i -м этапе длительностью t_i , сооружение этих линий желательно выполнять в оптимальной последовательности, обеспечивающей наибольшее значение показателя $K_{м} = K_{м.л}$ в «слабой» сечении на каждом i -м этапе сооружения новой i -й линии в течение всего заданного периода t_{Σ} :

$$K_{м} = K_{м.л.i} = \max \text{ при } Z_{л} = \text{const для } t_{\Sigma}, \quad (5)$$

где

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} t_i.$$

По критерию (5) можно оценить возможность решения первой части задачи оптимального управления — об увеличении области устойчивости и управления с учетом технико-экономических показателей. В частности, по (5) при заданных затратах $Z_{л}$ на сооружение линий область устойчивости тем больше и затраты на оборудование средствами ПА с учетом ущерба тем меньше, чем выше $K_{м}$.

Вторая часть задачи оптимального управления — переход в послеаварийный установившийся режим с учетом динамики переходного процесса — может быть определена исходя из следующего. Сохранение устойчивости в динамике и в установившемся послеаварийном режиме может обеспечиваться с помощью средств ПА при различном качестве переходного электромеханического процесса [Л. 12].

Однако в электроэнергетических системах с линиями «слабой» связи непосредственное использование известных критериев качества (интеграл отклонения регулируемой величины от положения равновесия, максимальное рассеяние кинетической энергии и др.) затруднительно [Л. 2 и 3].

Следует отметить, что при использовании средств ПА необходимо считаться с возможностью их отказа. При отказе средств ПА максимальным углом $\delta_{м}$, при котором еще сохраняется динамическая устойчивость в данном исходном режиме при данной аварийной ситуации, является критический угол $\delta_{к}$ [Л. 4 и 13]. Причем в рассматриваемых условиях (при отказе средств ПА) угол $\delta_{к}$ не может принудительно регулироваться средствами ПА. Поэтому, считаясь с возможностью достижения углом δ критического значения $\delta_{к}$ в случае отказа средств ПА, ограничение угла δ с помощью управляющих воздействий от средств ПА может быть целесообразным по условию сохранения динамической устойчивости только до значения, не меньшего, чем указанный критический угол $\delta_{к}$ при

$$\delta_{м.з} \geq \delta_{к}, \quad (6)$$

где $\delta_{м.з}$ — заданный максимальный угол, до значения которого ограничивается угол δ средствами ПА в аварийных ситуациях с сохранением динамической устойчивости энергосистемы.

По условию сохранения динамической устойчивости

$$\delta_{м.к} \geq \delta_{м.з} \geq \delta_{к}, \quad (7)$$

где $\delta_{м.к}$ — максимальный критический угол при предельно необходимом управляющем воздействии от средств ПА для сохранения динамической устойчи-

ности в данном исходном режиме при данной аварии (см. приложение).

Различие между $\delta_{м.к}$ и δ_k тем больше, чем больше значение $\Delta\delta$ (в единицах измерения взаимного угла δ) от момента начала аварийного возмущения до момента выполнения управляющих воздействий от средств ПА, например, в виде ограничений мощности генераторов и нагрузки. При $\Delta\delta \approx 0$ можно принять

$$\delta_{м.к} \approx \delta_k. \quad (8)$$

Соответственно, чем больше значение $\Delta\delta$, тем для обеспечения

$$\delta_{м.з} = \delta_{м.к} \quad (9)$$

величина управляющего воздействия, например, в виде указанных ограничений, меньше, чем для обеспечения

$$\delta_{м.з} = \delta_k. \quad (10)$$

При $\Delta\delta \approx 0$ и учете (8) практически отсутству-ет различие в управляющих воздействиях для $\delta_{м.з}$ по (9) и (10).

При $\delta_{м.з}$ по выражению (9) управляющее воз-действие меньше, чем при $\delta_{м.з}$ по (10), а следова-тельно, экономический ущерб тоже меньше.

При $\delta_{м.з}$ по выражению (10) управляющее воз-действие и экономический ущерб выше, чем при $\delta_{м.з}$ по (9) (см. приложение). Однако при $\delta_{м.з}$ по (10) максимальный угол δ равен углу δ_k , что по сравнению с максимальным углом $\delta_{м.к}$ повышает запас по динамической устойчивости, а следова-тельно, повышает надежность энергосистем в ава-рийных ситуациях. При $\delta_{м.з}$ по (10) ввиду того, что δ_k меньше, чем $\delta_{м.з}$, резервное деление энергоси-стем с выделением электростанций на дефицитную часть энергосистемы [Л. 13] осуществить легче, чем при $\delta_{м.з}$ по (9). Кроме того, при сохранении дина-мической устойчивости выполнение условия (10) позволяет наметить некоторую общность в опре-делении максимального угла $\delta_{м.к} = \delta_k$, величина ко-торого не будет зависеть от того, действуют или не действуют (отказывают) средства ПА.

Значение угла $\delta_{м.з}$, промежуточные между $\delta_{м.к}$ и δ_k , характеризуются условиями (9) и (10).

С учетом изложенного необходимое качество управления переходным электромеханическим про-цессом в энергосистеме можно обеспечить выполне-нием критерия качества по одним параметрам, в частности по взаимному углу δ , при оптимизации других параметров. Так, это возможно при мини-мизации, как принято в настоящее время [Л. 8], суммарного ущерба от энергетических показателей функции управления (от величин управляющих воздействий ΔP), обеспечивающей выполнение кри-терия качества по углу. Критерий имеет вид:

$$\delta_{д.з}[U(t, \Delta P)] = [\delta_{м.з}, \delta_k] \quad (11)$$

— для условий максимального отклонения в дина-мике регулируемой величины $\delta_{д.н}$ с сохранением динамической устойчивости, и

$$\delta_c[U(t, \Delta P)] \leq \delta_{с.з} \quad (12)$$

— для условий максимального значения в устано-вившемся послеаварийном режиме регулируемой величины δ_c , не превышающей заданного допусти-мого значения $\delta_{с.з}$ по условию сохранения статиче-

ской устойчивости при медленном изменении δ [Л. 8]:

$$\sum_{i=1}^{i=n} Y_i [U(t, \Delta P)] = \min, \quad (13)$$

где $[\delta_{м.з}, \delta_k]$ — интервал углов, в пределах которо-го находится максимальное значение $\delta_{д.н}$ в дина-мике с сохранением динамической устойчивости без действия или при отказе (δ_k) и с действием средств ПА ($\delta_{м.з}$) в данном исходном режиме при данной аварийной ситуации; $\delta_{с.з}$ — заданный взаимный угол, при котором сохраняется статическая устой-чивость в послеаварийном установившемся режиме с нормированным коэффициентом запаса K_z ; Y_i — ущерб от выполнения каждого i -го из n различных управляющих воздействий ΔP_i ; $\sum Y_i$ — ущерб от выполнения общего количества n управляющих воздействий, обеспечивающих выполнение условий (11) и (12); $U(t, \Delta P)$ — функция управления регу-лируемой величиной (углом δ) в переходном ре-жиме с помощью управляющих воздействий ΔP для выполнения условий (11), (12) и (13).

В энергосистемах с линиями «слабой» связи при оговоренных скачкообразных единичных воз-мущениях (отключение линий, аварийный дефицит или избыток) наиболее эффективным видом функ-ции управления $U(t, \Delta P)$ по условию сохранения динамической устойчивости, в том числе и по (11), является скачкообразное управляющее воз-действие с обратным знаком по отношению к воз-мущению. В суммарной величине воздействия, обеспечивающего выполнения (11), участвуют раз-личные виды воздействий ПА в соответствии с (13).

Во всех случаях, когда управляющее воздейст-вие не приводит к ощутимому изменению эквива-лентной механической постоянной инерции T_{Σ} (отключение генераторов, отключение нагрузки, ре-гулирование турбин, форсировка емкостной компен-сации, отключение реакторов), управляющее воз-действие тем эффективнее, чем быстрее оно выпол-няется, т. е. во всех указанных случаях на линиях «слабой» связи целесообразно скачкообразное управляющее воздействие с максимальным бы-стродействием. При управляющем воздействии в виде деления систем в качестве основного меро-приятия (для сохранения устойчивости выделенной на приемную систему части генераторов) сущест-венно изменяется T_{Σ} , и определенная оптимальная по времени задержка в выполнении деления при угле $\delta < 90^\circ$ обуславливает наибольшую эффек-тивность такого деления по условию наибольшей мощ-ности выделяемых после деления генераторов [Л. 8].

В случаях, когда для выполнения условия (12) по статической устойчивости используется функция управления в виде единичного скачкообразного воздействия большей величины, чем для выполне-ния условия (6) по динамической устойчивости, за-данное значение угла $\delta_{м.з}$ в (11) может оказаться меньше δ_k за счет увеличения ущерба по (13).

Однако в отличие от (6) и (11) условие (12) может быть обеспечено с помощью функции управ-ления в виде скачкообразного управляющего воз-

действия, необходимого для выполнения (6) и корректируемого при необходимости для выполнения (12) по параметрам переходного процесса, в частности по углу δ . Указанному способствует сравнительно медленное изменение регулируемой величины (угла δ) при нарушении статической устойчивости, в том числе и в послеаварийном режиме под действием регуляторов скорости турбин.

Приложение. Рассмотрим эффективность наиболее распространенных управляющих воздействий в виде отключения части генераторов (ОГ) и отключения части нагрузки (ОН) в функции значения $\Delta\delta$, характеризующего запаздывание в выполнении управляющих воздействий.

Рассмотрение выполним для эквивалентной схемы «генератор — шины» со «слабой» связью.

При малых значениях $\Delta\delta$ для определения ограничения перетока ΔT с помощью ОГ и ОН можно принять $\Delta\delta \approx 0$ и использовать выражения [Л. 8]. В частности, предельная активная мощность по линии связи $T_{п.в}^{III}$ и соответствующее предельное ограничение перетока $\Delta T_{п.в}$ по условию сохранения устойчивости в динамическом переходе и в послеаварийном квазиустановившемся режиме при динамической перегрузке T^{II} в исходном режиме T^I определяются выражениями [Л. 8]:

$$T_{п.в.д}^{III} = 0,75 + 0,25T^I; \quad \Delta T_{п.в.д} = T^{II} - T_{п.в.д}^{III} \quad (\text{П-1})$$

— в динамическом переходе, и

$$T_{п.в.с}^{III} = \frac{N^I}{K_3} = \frac{1}{1,08} = 0,925; \quad \Delta T_{п.в.с} = T^{II} - T_{п.в.с}^{III} \quad (\text{П-2})$$

— в послеаварийном квазиустановившемся режиме с коэффициентом запаса по статической устойчивости $K_3 = 8\%$.

Из отношения

$$\frac{T_{п.в.д}^{III}}{T_{п.в.с}^{III}} = 0,81 + 0,27T^I \quad (\text{П-3})$$

следует, что при

$$0,7 \leq T^I \leq 0,835 \quad (\text{П-4})$$

имеет место

$$T_{п.в.д}^{III} > T_{п.в.с}^{III} \quad (\text{П-5})$$

и при значениях T^I в интервале (П-4), в котором 0,835 — максимально допустимый переток с $K_3 = 20\%$, ограничения перетока и управляющие воздействия по условию сохранения устойчивости в квазиустановившемся режиме будут независимы от значения T^{II} больше, чем по условию динамического перехода (при $T^I = 0,7$ отношение (П-3) равно 1, при $T^I > 0,7$ — превышает 1, при $T^I < 0,7$ — меньше 1).

Аналогично, при ослаблении (отключении) линий связи от значения N^I до значения N^{II} [Л. 8]:

$$T_{п.в.д}^{III} = N^{II} (0,75 + 0,25T^I); \quad \Delta T_{п.в.д}^{III} = T^I - T_{п.в.д}^{III} \quad (\text{П-6})$$

— в динамическом переходе, и

$$T_{п.в.с}^{III} = \frac{N^{II}}{K_3} = \frac{N^{II}}{1,08}; \quad \Delta T_{п.в.с}^{III} = T^I - T_{п.в.с}^{III} \quad (\text{П-7})$$

— в послеаварийном квазиустановившемся режиме с $K_3 = 1,08$. Из отношения

$$\frac{T_{п.в.д}^{III}}{T_{п.в.с}^{III}} = 0,81 + 0,27T^I, \quad (\text{П-8})$$

аналогичного отношению (П-3), следует и аналогичный вывод в части ограничений перетока и управляющих воздействий при T^I в интервале (П-4), независимо от N^{II} .

При допущении, что $\Delta\delta \approx 0$, значение максимального взаимного угла δ_m , являющегося в рассматриваемых условиях критическим углом δ_k при угле исходного режима δ_n , определяется при динамической перегрузке или ослаблении линий связи из (П-1) и (П-6) по выражению

$$\delta_k = 180^\circ - \arcsin(0,75 + 0,25 \sin \delta_n) \quad (\text{П-9})$$

При выполнении ОГ и ОН угол $\Delta\delta$ может превышать значения, при которых допустимо принимать $\Delta\delta \approx 0$.

При $\Delta\delta > 0$ выражения для определения максимального критического угла $\delta_{м.к.}$, значения $T_{п.в.д}^{III}$ и $\Delta T_{п.в.д}$ по (П-6), например при динамической перегрузке, могут быть получены из условия равенства площадок ускорения $abcd$ и торможения def по рис. 1, а:

$$\int_{\delta_n}^{\delta_a} (T^{II} - N^{II} \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_a}^{\delta_{м.к.}} (T_{п.в.д}^{III} - N^{III} \sin \delta) d\delta = 0, \quad (\text{П-10})$$

где $\delta_a = \delta_n + \Delta\delta$ — угол, при котором выполняется ОН и ОГ от устройств противоаварийной автоматики; N^{II} , N^{III} — характеристика мощности в аварийном режиме и после выполнения управляющего воздействия, соответственно (при динамической перегрузке «слабой» связи $N^I = N^{II} = N^{III}$).

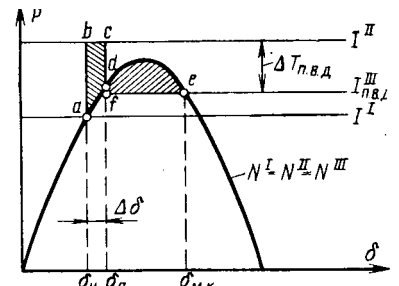


Рис. 1. Предельное сохранение устойчивости при $\Delta\delta > 0$ в условиях динамической перегрузки (а) и ослабления линий связи (б).

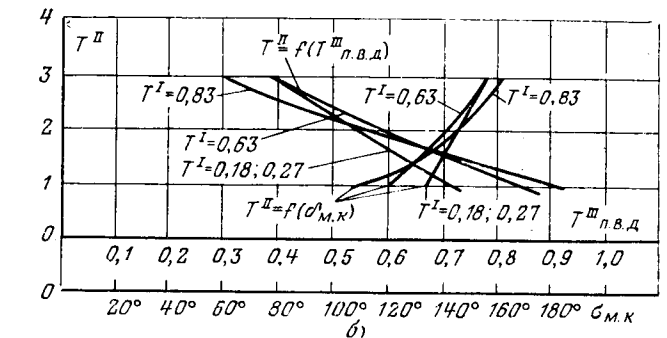
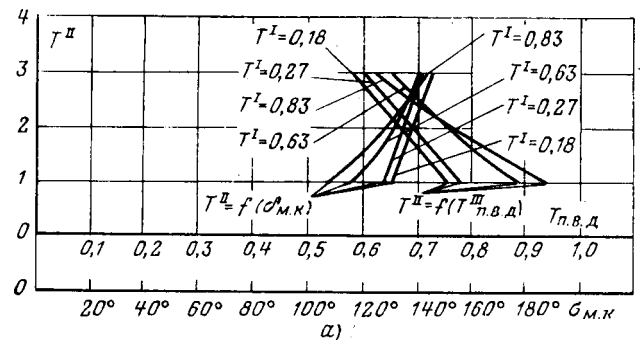


Рис. 2. Зависимости динамической перегрузки от предельного ограничения перетока и максимального критического угла в условиях $\Delta\delta = 10^\circ$ (а) и $\Delta\delta = 20^\circ$ (б).

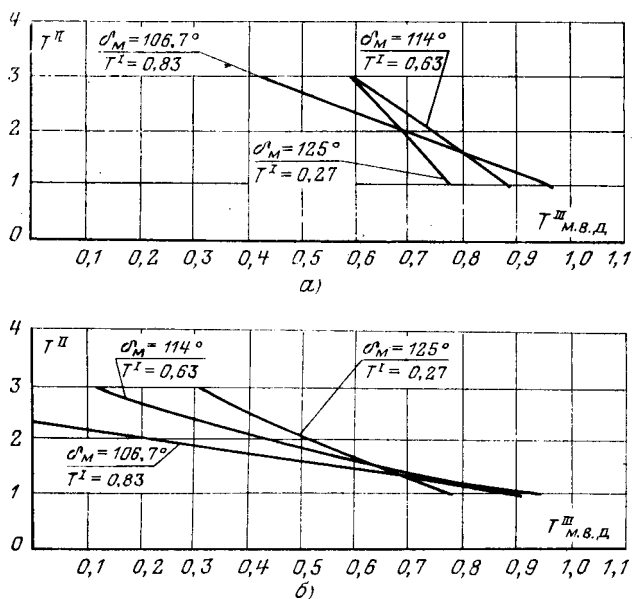


Рис. 3. Зависимости динамической перегрузки от ограничения перетока при заданном максимальном угле $\delta_m = \delta_k$ в условиях $\Delta\delta = 10^\circ$ (а) и $\Delta\delta = 20^\circ$ (б).

В результате интегрирования (П-10) можно получить уравнение:

$$N^{III} \cos \delta_{м.к} + T_{п.в.д}^{III} \frac{\pi}{180^\circ} - N^{III} \cos \delta_a - T_{п.в.д}^{III} \frac{\pi}{180^\circ} + T^{II} (\delta_a - \delta_n) \frac{\pi}{180^\circ} + N^{II} (\cos \delta_a - \cos \delta_n) = 0, \quad (\text{П-11})$$

совместное решение которого с уравнением

$$T_{п.в.д}^{III} = N^{III} \sin \delta_{м.к} \quad (\text{П-12})$$

позволяет получить $T_{п.в.д}^{III}$ и $\delta_{м.к}$ при заданных значениях T^{II} , δ_a , δ_n (T^I).

На рис. 2а, б приведены результаты расчета по (П-11), (П-12) в виде зависимостей $T^{II} = f(T_{п.в.д}^{III})$ и $T^{II} = f(\delta_{м.к})$ для значений $\Delta\delta = 10^\circ$ и 20° в различных исходных режимах T^I (δ_n).

Из зависимостей рис. 2а и б следует, что при одних и тех же значениях T^I ограничение перетока $\Delta T_{п.в.д}$ и управляющие воздействия в квазиустановившемся послеаварийном режиме по (П-2) больше, чем в динамическом переходе, только в определенном интервале значений T^{II} . Чем выше $\Delta\delta$, тем этот интервал меньше, и определяющим для выбора управляющих воздействий может явиться устойчивость в динамическом переходе при соответствующем значении $\Delta\delta$.

Из этих зависимостей также следует, что при одних и тех же T^I значение $\delta_{м.к}$ выше, чем по (П-9) при $\Delta\delta \approx 0$, причем абсолютные значения $\delta_{м.к}$ тем выше, чем выше T^{II} и $\Delta\delta$. За счет некоторого превышения ограничения перетока (управляющих воздействий ОГ и ОН) до значения $T_{м.в.д}^{III}$ можно существенно уменьшить максимальный угол δ_m , при котором сохраняется устойчивость. Поэтому целесообразно рассмотреть значения $\Delta T_{м.в.д}$ и $T_{м.в.д}^{III}$ в зависимости от $\Delta\delta$ с учетом обеспечения условия (10), в котором δ_m не превышает заданного значения максимального угла $\delta_{м.з}$: $\delta_m = \delta_{м.з} = \delta_k$.

На рис. 3а и б приведены зависимости $T^{II} = f(T_{м.в.д}^{III})$, полученные при подстановке в (П-10) в качестве $\delta_{м.к}$ угла δ_m , равного критическому углу δ_k по (П-9) для соответствующего режима T^I (δ_n) линий связи.

Из рис. 2 и 3 можно определить относительные превышения $\Delta T_{м.в.д}$ при $\delta_m = \delta_k$ над $\Delta T_{п.в.д}$ в (П-1) при $\delta_m = \delta_{м.к}$, необходимые для того, чтобы при одних и тех же значениях T^I и T^{II} выполнялось условие (10). Например, при $\Delta\delta = 10^\circ$

и $\Delta\delta = 20^\circ$ указанное превышение составляет соответственно 4% и 16% для $T^I = 0,83$ и $T^{II} = 1,5$.

Зависимости на рис. 2 и 3 действительны и при ослаблении (отключении) линий связи до значения N^{II} в соответствии с рис. 1, б при

$$N^{II} = N^{III} = \frac{T^I}{T^{II}}; \quad T_{п(м) в.д.л}^{III} = T_{п(м) в.д}^{III} N^{II}.$$

Выводы. 1. Критерий, определенный условием (5), для получения наибольшей области устойчивости с учетом технико-экономических показателей линий межсистемной «слабой» связи характеризует влияние сетевого строительства на надежность противоаварийного управления энергосистем.

2. Критерий качества переходного процесса по взаимному углу, определенный условиями (11) — (13), позволяет выявить оптимальный интервал углов, в пределах которого допустимо нахождение максимального значения угла δ при сохранении динамической устойчивости. Указанный критерий характеризует влияние исходного режима и эффективности управляющих воздействий противоаварийной автоматики на надежность противоаварийного управления энергосистем с линиями межсистемной «слабой» связи.

3. Критерии по условиям (5), (11), (12) и (13) характеризуют противоаварийное управление энергосистем с линиями межсистемной «слабой» связи как комплексную задачу, выполнение которой может быть обеспечено сетевым строительством, исходным режимом и средствами противоаварийной автоматики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Портной М. Г. Теория оптимального управления электрическими системами и задачи повышения их устойчивости. — Электричество, 1974, № 3.
2. Зеленохат Н. И. Критерии оптимального управления переходными электромеханическими процессами в сложной электроэнергетической системе. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 5.
3. Илев С. О показателях и критериях оптимального управления динамическим поведением энергетических систем. — Электричество, 1976, № 7.
4. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в энергосистемах. — М.: Энергия, 1964.
5. Электрические системы. Передача энергии переменным и постоянным током высокого напряжения/ Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1972.
6. Электрические системы. Кибернетика электрических систем/ Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1974.
7. Основные положения и временные руководящие указания по определению устойчивости систем. — М.: Энергия, 1964.
8. Иофьев Б. И. Автоматическое аварийное управление мощностью энергосистем. — М.: Энергия, 1974.
9. Методы перспективного проектирования объединенных энергетических систем на современном этапе/ Волкова Е. А., Волькену И. М., Голицев М. В. и др. — Труды ин-та «Энергосетьпроект». — М.: Энергия, 1970, вып. 1.
10. Волькену И. М., Дубровская Р. А., Рокотян С. С. — Структура сложной энергетической системы. — Труды ин-та «Энергосетьпроект». — М.: Энергия, 1970, вып. 1.
11. Маркович И. М., Рокотян С. С., Хаинсон Я. И. Экономико-математические модели для оптимизации развития энергосистем. — Труды ин-та «Энергосетьпроект». — М.: Энергия, 1970, вып. 1.
12. Фельдбаум А. А., Бутковский А. Г. Методы теории автоматического управления. — М.: Наука, 1971.
13. Колонский Т. В. Повышение устойчивости энергосистем с промежуточными электростанциями на линиях межсистемной связи. — Электричество, 1978, № 12.

Расчет вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту

ЛАРИОНОВ В. П., КОЛЕЧИЦКИЙ Е. С., ШУЛЬГИН В. Н.

Москва

Исследования молнии в натурных условиях, проводимые в различных странах мира [Л. 1—4] являются весьма сложными, дорогими и, что самое главное, дают определенные результаты лишь по прошествии достаточно длительного времени. Более того, такие процессы, как, например, процесс ориентации разряда молнии, до настоящего времени в натурных условиях практически не исследовались.

В связи с этим представляется целесообразным дальнейшее совершенствование расчетных методов грозозащиты, основанных на анализе процесса развития разряда молнии. В соответствии с [Л. 1] такие методы могут быть дополнены лабораторными исследованиями.

Целью статьи является создание расчетного метода, отражающего процесс развития молнии в наземный объект и дающего возможность определить число прорывов молнии сквозь тросовую защиту. Естественно, что при разработке расчетной модели основой служили известные экспериментальные данные по измерениям параметров молнии. Наиболее полными данными (обоснованными наибольшим числом измерений) являются кривые распределения амплитуд токов молнии и характеристика интенсивности грозовой деятельности.

Предлагаемый расчетный способ определения вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту основывается на следующем допущении. Принято, что прорыв молнии может иметь место в том случае, если с провода ЛЭП развивается встречный лидер. При этом считается, что с защитного троса встречный лидер не развивается. Процесс развития встречных лидеров анализируется на основе расчета электрического поля между лидером и наземными объектами. Такой подход позволяет учесть влияние таких факторов, как число и расположение проводов, наличие соседних линий, провисание проводов в полете и другие геометрические факторы. В этом плане возможности предлагаемого метода представляются более широкими, чем расчетного метода, изложенного в [Л. 1].

В данной работе в качестве объекта поражения молнией рассматривается ЛЭП. Поскольку для ЛЭП имеются эмпирические формулы [Л. 5 и 6] для вычисления вероятности прорыва, основанные на опыте эксплуатации, то можно сопоставить результаты расчетов по предлагаемому способу с результатами [Л. 5 и 6].

Связь прорыва молнии сквозь тросовую защиту с развитием встречного лидера с провода основывается на расчетах, которые показывают малую вероятность ориентации разряда молнии в наземный объект, если с него не развивается встречный лидер, так как в этом случае электрическое поле, созданное наземными объектами на высотах примерно $5h$, т. е. на принимаемых в настоящее время высотах ориентировки [Л. 1], весьма мало. Так, например, для ЛЭП с высотой подвеса провода $h=30$ м при условии отсутствия встречного лидера напряженность поля на высоте 150 м не превышает

$5 \cdot 10^3$ В/м, что много меньше напряженности в стримерной зоне лидера.

Поэтому представляется наиболее правдоподобным, что процесс ориентации разряда молнии может быть вызван только объектом, искажающим электрическое поле в стримерной зоне развивающегося лидера. При этом, как показывают расчеты [Л. 1] и авторов, условия развития встречных лидеров с объектов могут создаваться при высоте головки лидера, существенно превышающей высоту объекта.

Связь ориентации разряда молнии с развитием встречного лидера позволяет положить в основу расчета вероятности прорыва следующую модель. Лидер молнии развивается от облака к земле. Согласно гипотезе нейтрализации [Л. 1 и 2] заряд лидера связан с амплитудой тока молнии, когда головка лидера достигает некоторой высоты, у заземленного объекта формируется электрическое поле, в котором может развиваться встречный лидер. Критерием появления встречного лидера является наличие такой разности потенциалов между заземленным объектом и некоторой точкой вблизи него [Л. 1], которая обеспечивает пробой этого воздушного промежутка. В качестве наземного объекта рассматривается линия электропередачи, снабженная грозозащитными тросами. Обеспечение условия развития встречного лидера отождествляется в статье с условием ориентации лидера на ЛЭП. Очевидно, такое условие должно приводить к завышению числа разрядов в ЛЭП.

Выделим вблизи провода и троса участки одинаковой длины — $\Delta x_{\text{пр}}$ и $\Delta x_{\text{тр}}$ (рис. 1). При развитии лидера молнии вблизи ЛЭП на этих участках возникнут напряжения U_1 и U_2 соответственно, которые зависят от расположения проводов, положения лидера и его заряда, потенциала провода. В общем случае они не равны друг другу, но во времени изменяются одинаково. Поэтому можно записать $U_1 = \Psi U_2$, где Ψ — коэффициент пропорциональности.

Пробой промежутков $\Delta x_{\text{пр}}$ и $\Delta x_{\text{тр}}$ означает возникновение встречного лидера с провода или троса. Будем считать, что пробивные напряжения этих промежутков равны пробивному напряжению промежутка «провод — земля» и имеют такие же разбросы. Наличие разбросов пробивных напряжений промежутков $\Delta x_{\text{пр}}$ и $\Delta x_{\text{тр}}$ делает возможным пробой любого из них с некоторой вероятностью, если U_1 и U_2 отличаются друг от друга не более, чем на $\pm 3\sigma$.

Зная функции распределения пробивных напряжений, можно вычислить вероятность пробоя любого из них. Так вероятность пробоя промежутка $\Delta x_{\text{пр}}$ при условии, что промежуток $\Delta x_{\text{тр}}$ не пробьется, определяется выражением:

$$P_{\text{пр}} = \int_0^{\infty} f_{\text{пр}}(U) [1 - F_{\text{тр}}(\Psi U)] dU, \quad (1)$$

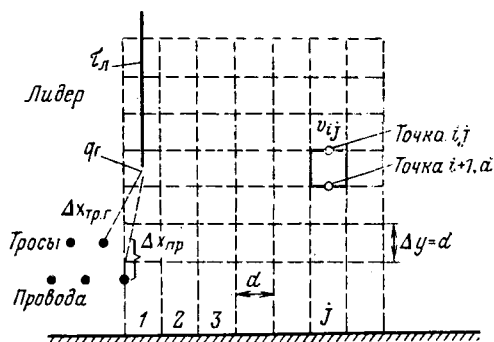


Рис. 1. К расчету вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту.

где $f_{лр}(U)$ — плотность вероятности пробивных напряжений промежутка $\Delta x_{пр}$; $F_{тр}(\Psi U)$ — функция распределения пробивных напряжений промежутка $\Delta x_{тр}$.

Согласно изложенному величина $P_{лр}$ является вероятностью возникновения встречного лидера с провода при условии, что он не развивается с троса. Имеется также и вероятность одновременного пробоя промежутков $\Delta x_{пр}$, $\Delta x_{тр}$. Однако развивающийся встречный лидер одного из этих промежутков будет экранировать другой промежуток. Возможен также пробой промежутка $\Delta x_{пр}$ при пробое $\Delta x_{тр}$, если рассматривать точки, сдвинутые по оси провода на несколько Δx . Одновременное развитие двух встречных лидеров, сдвинутых в пространстве на большое расстояние, в работе не рассматривалось, так как при этом существенно усложняется программа расчетов.

В работе не учитывался провис проводов и тросов, а также наличие опор. По этой причине положение лидера в направлении оси проводов не играет роли. Разобьем пространство вокруг ЛЭП на прямоугольную сетку с шагом d (рис. 1). Рассмотрим квадрат V_{ij} сетки. Верхней его стороне соответствует точка i, j , нижней — точка $i+1, j$. Если головка лидера находится в точке i, j , то для формирования встречного лидера лидер молнии должен иметь заряд, соответствующий амплитуде тока молнии $I_{mi,j}$. Вероятность появления тока молнии, большего $I_{mi,j}$, равна $P(I > I_{mi,j})$. Соответственно в точке $i+1, j$ имеем вероятность $P(I > I_{mi+1,j})$, причем $I_{mi,j} \geq I_{mi+1,j}$ и $P(I_{mi,j}) \leq P(I_{mi+1,j})$. Число разрядов молний, головки лидеров которых пройдут через квадрат $V_{i,j}$, пропорционально вероятности попадания тока молнии в диапазон $\Delta I_m = I_{mi,j} - I_{mi+1,j}$, а эта вероятность определяется разностью $P_{уд\,ij} = [-P(I > I_{mi,j}) + P(I > I_{mi+1,j})]$. Очевидно число прорывов молнии, связанных с прохождением головкой лидера квадрата $V_{i,j}$, будет пропорционально произведению

$$n_{пр\,ij} = [-P(I > I_{mi,j}) + P(I > I_{mi+1,j})] P_{пр\,ij}, \quad (2)$$

где $P_{пр\,ij}$ — вероятность прорыва молнии, головка которой находится в квадрате $V_{i,j}$.

Аналогично можно подсчитать число прорывов из любого другого квадрата. Тогда общее число прорывов молнии, связанное с разрядами в j -ю

полосу,

$$N_{пр\,j} = n_0 d L \sum_{i=1}^n \{[-P(I > I_{mi,j}) + P(I > I_{mi+1,j})] P_{пр\,ij}\}, \quad (3)$$

где n_0 — показатель интенсивности грозовой деятельности; d — ширина полосы; L — длина ЛЭП.

Общее число разрядов молнии в j -ю полосу

$$N_{разр\,j} = n_0 d L P(I > I_{nj}), \quad (4)$$

так как на больших высотах $P(I > I_{1j}) \rightarrow 0$. Согласно (4) число разрядов пропорционально попаданию тока молнии в диапазон $\Delta I_j = \infty \div I_{mnj}$, где I_{mnj} — амплитуда тока молнии в нижней точке сетки.

Производя суммирование по отдельным полосам, т. е. по j , из формул (3) и (4) можно получить общую вероятность прорыва молнии сквозь тросовую защиту:

$$P_{лр\,\Sigma} = \frac{N_{лр}}{N_{разр}} = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \{[P(I > I_{mi+1,j}) - P(I > I_{mi,j})] P_{пр\,ij}\}}{\sum_{j=1}^m P(I > I_{nj})}. \quad (5)$$

Рассмотрим далее модель канала лидера. Известно, что время существования лидера молнии составляет десятки миллисекунд, а ток в канале достигает десятков ампер. На этом основании верхний предел градиента напряжения в лидере оценивается в [Л. 1] как 100 В/см. Нижним пределом, очевидно, будут градиенты в канале дугового разряда, которые при токах в десятки ампер составляют около 15 В/см. Исходя из значения потенциала лидера в десятки мегавольт, следует сделать вывод, что падение напряжения в канале лидера существенно меньше его потенциала, и это в первом приближении позволяет принять канал лидера эквипотенциальным.

Поскольку заряд лидера равен $10^{-4} - 10^{-3}$ Кл/м и градиент на его поверхности 5 кВ/см, «радиус лидера» можно определить как $r_L = 4 - 40$ м. Отсюда отношение длины канала к радиусу будет определяться неравенством $l_L/r_L \geq 100$.

Расчет распределения поверхностной плотности заряда по проводнику с указанными соотношениями длины к радиусу показывает (рис. 2), что вблизи его конца, ближайшего к земле, плотность заряда существенно возрастает по сравнению со средней. Приближенный расчет поля такого проводника может быть выполнен на основе простейшей системы эквивалентных зарядов [Л. 7].

Выше было сказано, что заряд лидера считается связанным с амплитудой тока молнии в соответствии с гипотезой нейтрализации [Л. 1 и 2]. Поскольку в рассматриваемой модели канала лидера линейная плотность заряда вблизи головки существенно больше средней, то представляется целесообразным связать амплитуду тока молнии не со средним зарядом канала, а учесть заряд головки. Исходя из средних длительностей фронта молнии

при отрицательной полярности и учитывая связь скорости обратного разряда с амплитудой тока молнии, а также распределение заряда вблизи головки, можно принять соотношение, связывающее амплитуду тока молнии с зарядом лидера,

$$I_M \approx \tau_{л2r} K_H v = 2\tau_{л.ср} K_H v, \quad (6)$$

где $\tau_{л2r}$ — линейная плотность заряда лидера на удалении от головки на расстояние $2r_{л}$; $\tau_{л.ср}$ — средняя линейная плотность заряда; K_H — коэффициент нейтрализации; v — скорость обратного разряда.

Соотношение (6) показывает, что для формирования фронта тока молнии «отводится» длина канала лидера, равная $2r_{л}$.

Аппроксимируя связь скорости обратного разряда с амплитудой тока молнии по данным [Л. 2] квадратичной зависимостью, можно получить приближенное выражение для связи амплитуды тока молнии со средней линейной плотностью заряда в канале лидера:

$$I_M \approx 1,56 K^2_{п} (2\tau_{л.ср})^2.$$

Приняв $K_H = 0,5$, окончательно получим

$$I_M = 1,56 \tau_{л.ср}^2, \quad (7)$$

где I_M — в кА, $\tau_{л.ср} = 10^{-4}$ Кл/м.

Таким образом, по (7) каждому значению $\tau_{л.ср}$ соответствует определенная вероятность тока молнии. В данной работе было принято:

$$P(I > I_M) = e^{-I_M/26}.$$

Приближенное представление поля промежутка «стержень — плоскость», как поля линейного заряда постоянной плотности $\tau_{л.ср}$ и точечного заряда q_r [Л. 7] позволяет существенно упростить все расчетные формулы. Более того, проведенные расчеты показали, что при $r_{л} = (3,6-36)$ м, $H_r = (30-300)$ м и $l_{л}/r_{л} = 100-1000$ отношение

$$\frac{\tau_r}{\tau_{л.ср}} = \frac{q_r/r_{л}}{\tau_{л.ср}}$$

меняется слабо и лежит в диапазоне $\tau_r/\tau_{л.ср} = (12-7)$.

На этом основании во всех последующих расчетах лидер представляется зарядом с постоянной линейной плотностью и зарядом головки q_r , причем значение $\frac{q_r}{r_{л}} / \tau_{л.ср}$ принималось постоянным и равным девяти.

Расчеты вероятности прорыва лидера молнии сквозь тросовую защиту проводились на ЦВМ «Минск-32». Для расчета электрического поля вблизи ЛЭП был использован метод, изложенный в [Л. 8]. Расчеты проводились для одноцепной ЛЭП с горизонтальным расположением проводов и двумя тросами.

Алгоритм решения поставленной задачи включает в себя следующие операции:

1. Описание геометрии ЛЭП (число проводов, тросов, их высота, радиусы и взаимное расположение).

2. Выбор интервала d (рис. 1).

3. Фиксация начального положения лидера (расстояние головки лидера до среднего провода $Z_{л.п} = Z_{ср.п} + d/2$, расстояние головки лидера до по-

верхности земли $H_{л}$, угол наклона лидера к поверхности земли.

4. Подготовка начала расчетного цикла при перемещении головки лидера по горизонтали

$$Z_{л} = Z_{л} - d.$$

5. Фиксация горизонтальной координаты лидера

$$Z_{л} = Z_{л} + d.$$

6. Подготовка начала расчетного цикла при перемещении лидера по вертикали

$$H_{л} = H_{л} - d.$$

7. Фиксация вертикальной координаты лидера

$$H_{л} = H_{л} + d.$$

8. Расчет распределения зарядов, наведенных полем лидера на проводах ЛЭП и тросах и расчет потенциала $\Delta U_{тр}$ на расстоянии $\Delta x_{тр}$ и потенциала $\Delta U_{пр}$ на расстоянии $\Delta x_{пр}$ (рис. 3). В большинстве расчетов было принято $\Delta x_{тр} = \Delta x_{пр} = 10$ м, среднее значение пробивного напряжения $\bar{U}_{пр} = 2300$ кВ, стандарт распределения $\sigma = 5\%$.

9. Определение $\tau_{л.ср}$, при котором $\Delta U_{тр \max} = 2300$ кВ.

10. Определение по найденному значению $\tau_{л.ср}$ соответствующего значения I_M и $P(I > I_M)$.

11. Определение $\Delta U_{пр \max}$ при $\Delta U_{тр} = 2300$ кВ и при вычисленных по п. 9, 10 параметрах лидера.

12. Расчет $P_{пр}$ по отношению

$$\psi = \Delta U_{тр \max} / \Delta U_{пр \max}$$

и по формуле (1).

13. Вертикальная граница зоны, в которой может перемещаться лидер, определяется произведением $P_{пр} P(I > I_M)$. Если выполняется условие $P_{пр} P(I > I_M) \geq 10^{-3}$, необходимо перейти к п. 7.

14. Ширина зоны, в которой может перемещаться лидер, определяется произведением $P(I > I_M)$. Если $P(I > I_M) \geq 10^{-3}$, перейти к п. 5, в противном случае осуществляется выход из цикла.

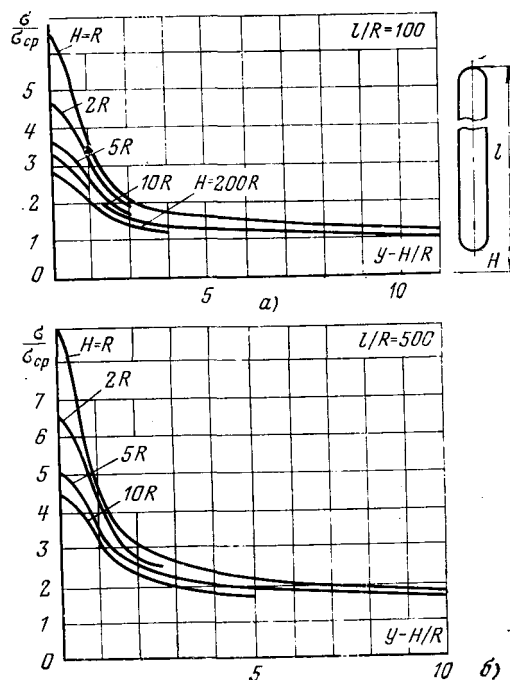


Рис. 2. Распределение поверхностной плотности заряда $\sigma/\sigma_{ср}$ по длине вертикального стержня.

Таблица 1

$r_{пр}, м$	0,169	0,169	0,169	0,169	0,169	0,169	0,035	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
$\Delta h, м$	5	10	10	5	10	5	5	10	10	5	10	5
$\Delta l, м$	3,9	7,8	3,9	1,95	9,8	4,9	3,9	7,8	3,9	1,95	9,8	4,9
α°	38	38	21,3	21,3	44,4	44,4	38	38	21,3	21,3	44,4	44,4
$\alpha \sqrt{h_{тр}}$	215	215	120,5	120,5	251	251	215	215	120,5	120,5	251	251
P_α	0,016	0,007	0,0014	0,0025	0,011	0,031	0,021	0,008	0,0012	0,0038	0,014	0,04
$P_\alpha [Л. 5]$	0,08	0,08	0,004	0,004	0,25	0,25	0,08	0,08	0,004	0,004	0,25	0,25
$P_\alpha [Л. 6]$	0,024	0,024	0,0022	0,0022	0,062	0,062	0,024	0,024	0,0022	0,0022	0,062	0,062

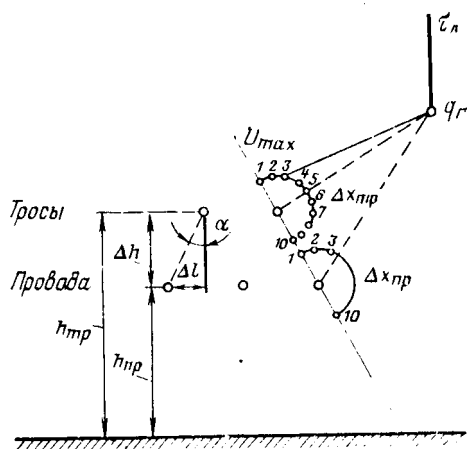


Рис. 3. К расчету распределения потенциала вблизи проводов.

15. Расчет вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту $P_{пр}$.

Результаты расчетов приведены в таблицах. Табл. 1 содержит результаты расчета вероятности прорыва для ЛЭП, имеющей высоту троса $h_{тр} = 32$ м и разные высоты подвеса проводов ($h_{пр1} = 27$ м, $h_{пр2} = 22$ м). Защитный угол α изменялся от $21,3^\circ$ до $44,4^\circ$. Кроме того, в расчетах изменялся радиус провода от 17 до 0,5 см. Первая из этих цифр должна рассматриваться как эквивалентный радиус расщепленного провода. Полученные значения $P_{пр}$ сравнивались с вычисленными по формулам, предложенным в [Л. 5 и 6].

Из анализа полученных результатов следует: вероятность прорыва молнии зависит не только от защитного угла и высоты подвеса провода, но и от абсолютного расстояния между проводом и тросом и увеличивается при его уменьшении. В рассматриваемом примере уменьшение расстояния между тросом и проводом от $\Delta h_1 = h_{тр} - h_{пр} = 10$ м до $\Delta h_2 = 5$ м (рис. 3) приводит примерно к трехкратному увеличению вероятности прорыва. Этот результат подтверждает гипотезу об усеченной форме зоны защиты [Л. 1].

Абсолютные значения вероятности прорыва имеют тот же порядок величин, что и по данным [Л. 5]. Расхождение результатов тем меньше, чем меньше защитный угол. Так как точность расчетных формул для определения вероятности прорыва в [Л. 5 и 6] не определена, а разбросы данных, по которым в [Л. 6] проводилось усреднение, достаточно велики, следует признать совпадение расче-

тов с данными [Л. 5 и 6] удовлетворительным. Сравнение результатов расчета вероятности прорыва с соответствующими значениями, взятыми из [Л. 1], также показывает достаточно хорошее их совпадение.

Расчеты показывают, что изменение эквивалентного радиуса провода практически не сказывается на вероятности прорыва молнии. При изменении защитного угла характер изменения вероятности прорыва получится практически таким же, как и по [Л. 5 и 6].

Как показывают проведенные расчеты, вероятность прорыва зависит от угла, под которым лидер молнии развивается по направлению к земле. В табл. 2 приведены результаты расчетов зависимости P_α от высоты подвеса провода при двух

Таблица 2

$h_{тр}, м$	$\alpha \sqrt{h_{тр}}$	Вероятность прорыва лидера молнии	
		лидер вертикальный	лидер под углом 45°
32	120,5	0,0014	—
50	150,6	0,0019	—
75	184,5	0,0029	0,014
100	213	0,0055	0,0173
125	238,14	0,0101	0,0232
150	251	0,0163	—

Примечание. Зависимости получены при $\alpha = 21,3^\circ$, $r_{пр} = r_{тр} = 0,005$ м, $\Delta h = 10$ м, $\Delta l = 3,9$ м.

значениях угла наклона лидера. Как следует из табл. 2, при изменении угла наклона лидера от 90° до 45° вероятность прорыва возрастает более чем в 2 раза, при этом оказывается, что $h_{тр}$ влияет на вероятность прорыва в меньшей степени, чем по данным [Л. 5 и 6]. Так при изменении $h_{тр}$ в пять раз вероятность P_α по приведенным данным возрастает всего лишь в 12 раз, тогда как расчеты по [Л. 5 и 6] дают соответственное увеличение P_α в 35 и 75 раз.

При подсчете вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту, в принципе, нужно учитывать возможность того, что лидер может быть наклонным. Однако для этого необходимо располагать статистикой появления лидеров с разными углами наклона. В настоящее время она неизвестна. По мере ее накопления в процессе развития предлагаемого расчетного метода этот вопрос может быть уточнен.

Исследовалось также влияние отдельных параметров расчетной модели на вероятность прорыва (см. табл. 3 и 4). Наибольшее влияние оказывает стандарт распределения пробивных напряжений промежутков $\Delta x_{тр}$ и $\Delta x_{пр}$. Его увеличение в два раза приводит к увеличению вероятности прорыва

Таблица 3

τ_r/τ_l	σ , %	Δx , м	ΔU , кВ	P_a
9	5	10	2300	0,0014
9	8	10	2300	0,00198
9	10	10	2300	0,0034
9	5	3	1500	0,00042
9	5	10	2300	0,00207
9	5	10	2300	0,00119
7	5	10	2300	0,0014
12	5	10	2300	0,0016

Примечание. Зависимости получены при $\alpha=21,3^\circ$, $r_{пр}=0,169$ м, $r_{тр}=0,005$ м, $h_{тр}=32$ м, $\Delta h=10$ м, $\Delta l=3,9$ м.

Таблица 4

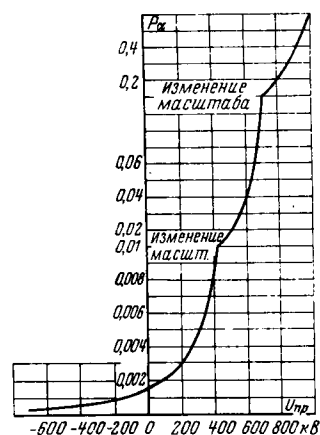
τ_r/τ_l	σ , %	Δx , м	$P_{пр}$	ΔU , кВ	P_a
9	5	10	$e^{-1/26}$	2300	0,031
9	8	10	$e^{-1/26}$	2300	0,081
9	10	10	$e^{-1/26}$	2300	0,1237
9	5	3	$e^{-1/26}$	1500	0,0045
9	5	10	$e^{-1/20}$	2300	0,039
9	5	10	$e^{-1/30}$	2300	0,028
7	5	10	$e^{-1/26}$	2300	0,0318
12	5	10	$e^{-1/26}$	2300	0,0345

Примечание. Зависимости получены при $\alpha=44,4^\circ$, $r_{пр}=0,169$ м, $r_{тр}=0,005$ м, $h_{тр}=32$ м, $\Delta h=5$ м, $\Delta l=4,9$ м.

с 0,14 до 0,34% при $\alpha \sqrt{h_{тр}}=120,5$ и с 0,31 до 1,24% при $\alpha \sqrt{h_{тр}}=251$. Этот результат имеет большое значение. В статье в качестве критерия прорыва молнии рассматривается условие возникновения лидера с провода. Статистика развития лидеров в параллельных промежутках изучена недостаточно. Поэтому при расчетах были взяты цифры, характеризующие разброс пробивных напряжений длинных воздушных промежутков. Не исключено, что разброс параметров, характеризующих развитие встречных лидеров, может быть больше, чем разброс пробивных напряжений. Уточнение этих цифр, которые можно проверить экспериментально, позволит внести соответствующие коррективы в расчетную модель.

Изменение кривой распределения амплитуд токов молнии, а также заряда головки лидера, длина разрядных промежутков $\Delta x_{тр}$ и $\Delta x_{пр}$, разрядных напряжений $\Delta U_{пр}$, $\Delta U_{тр}$, как показывают расчеты, влияет значительно слабее.

На рис. 4 представлена зависимость вероятности прорыва от потенциала провода для одноцепной ЛЭП с горизонтальным распределением проводов и двумя защитными тросами при $\alpha_{защ}=21,3^\circ$,

Рис. 4. Зависимость P_a от потенциала крайнего провода $U_{пр}$ 

$h_{тр}=32$ м и $h_{пр}=22$ м.

При этом потенциал двух других проводов имел другой знак и был равен половине потенциала «поражаемого» провода. Расчеты проводились для вертикального лидера. Полученные результаты показывают сильную зависимость вероятности прорыва от потенциала провода. По данным рис. 4 можно рассчитать вероятность прорыва для ЛЭП различных классов напряжений. С этой целью необходимо определить среднее значение вероятности прорыва за один период напряжения промышленной частоты. Так для ЛЭП 500 кВ получаем вероятность прорыва 0,287%, для ЛЭП 750 кВ — 0,92%.

Выводы. 1. Вероятность прорыва молнии сквозь тросовую защиту зависит не только от защитного угла и высоты подвеса троса, но и от абсолютного расстояния между проводом и тросом и увеличивается при его уменьшении.

2. Уменьшение угла наклона, под которым развивается лидер, приводит к существенному увеличению вероятности прорыва.

3. Изменение эквивалентного радиуса провода практически не сказывается на вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту.

4. Для ЛЭП высших классов напряжения наличие рабочего напряжения может значительно увеличить вероятность прорыва молнии сквозь тросовую защиту.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. — Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
- Итоги науки и техники. Электрические станции, сети и системы. 1966—1967. Характеристики разрядов молнии и грозозащита линий электропередачи высокого напряжения переменного тока. — М.: ВИНТИ, 1969.
- Weiterentwicklung der Blitzforschung in Frankreich. — Internationale Blitzschutzkonferenz, Gdansk, 1978, R—1.03.14.
- Garbagnati E., Guidice E., Lo Piparo G. B. Messung von Blitzstroemen in Italien. Ergebnisse der Jahre 1970—1977. — Internationale Blitzschutz — konferenz, Gdansk, 1978, R—1.01.14.
- Костенко М. В., Половой И. Ф., Розенфельд А. Н. Роль прорывов молнии мимо тросов для грозозащитных линий высших классов напряжения. — Электричество, 1961, № 4.
- Бургсдорф В. В. Грозозащита линий электропередачи. — Электричество, 1969, № 8.
- Колечицкий Е. С. Приближенный метод расчета коэффициента неоднородности электрического поля. — Электричество, 1976, № 12.
- Колечицкий Е. С., Елисеев Ю. В., Филиппов А. А. Расчет зарядов, наведенных на проводах воздушных линий внешним электрическим полем. — Электричество, 1977, № 9.
- Руководящие указания по защите от перенапряжений электротехнических установок переменного тока 3—220 кВ. — М.: Госэнергоиздат, 1954.

[25.06.80]

Влияние рабочего напряжения на вероятность прорыва молнии к проводам воздушных линий

БАЗЕЛЯН Э. М.

Москва

При увеличении рабочего напряжения воздушных линий электропередачи значения потенциалов лидера молнии и проводов становятся близки друг к другу. Для линий ультравысокого напряжения оба они находятся в мегавольтном диапазоне. При достаточно высоком потенциале провода не вызывает сомнения его влияние на вероятность прорыва молнии — вопрос заключается в степени этого влияния.

Если два не связанных между собой идентичных воздушных промежутка одновременно подключены к двум различным источникам напряжения, формирующим неограниченно нарастающие импульсы $U_1=U(t)$, $U_2=U(t)+\Delta U$, то вероятность первоочередного пробоя второго промежутка за счет разности потенциалов ΔU превысит 0,5 и будет равна

$$\Psi = \int_0^{\infty} \varphi(U + \Delta U) [1 - \Phi(U)] dU, \quad (1)$$

где $\varphi(U)$ — плотность вероятности пробивных напряжений, а $\Phi(U) = \int_0^U \varphi(U) dU$.

В случае нормального распределения со стандартом σ выражение (1) можно записать в виде

$$\Psi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\Delta U/\sqrt{2}\sigma} e^{-t^2/2} dt \right), \quad (2)$$

откуда следует, что значительное изменение вероятности должно иметь место при $\Delta U > (2-3)\sigma$.

Выражение (2) и расчет на его основе имеет смысл только для несвязанной системы промежутков, в которой отсутствует взаимное влияние между развивающимися элементами разряда. В связанной системе, где вследствие близкого расположения электродов одной полярности взаимное влияние между разрядами определенно существует, эффект регулирующего воздействия может быть усилен многократно.

Механизм взаимного влияния определяется экранирующим действием канала и объемного заряда лидера. Экспериментальные исследования разряда в многоэлектродной системе [Л. 1] показали, что первоначальное возникновение и преимущественное развитие лидера от одного из электродов системы снижает напряженность электрического поля у всех соседних электродов той же полярности, задерживая тем самым продвижение лидеров от их поверхности и выявляя промежуток системы, пробой которого будет происходить с наибольшей обусловленностью. В результате организуется механизм положительной обратной связи, усиливающий эффект любого внешнего воздействия на разряд в системе. Степень усиления тем более значительна, чем ближе друг к другу электроды одной полярности, и соответственно сильнее взаимосвязь в системе. Сближая электроды, в лабораторных

промежутках удавалось в несколько раз снизить величину управляющего напряжения, обеспечивающего заданное изменение вероятности пробоя исследуемого промежутка [Л. 2].

Прямыми измерениями напряженности поля в многоэлектродных системах было установлено, что экранирующий эффект лидера проявляется заметно, когда расстояние между электродами соизмеримо с длиной сформированного лидерного канала. Применительно к задачам молниезащиты должна быть принята во внимание длина каналов встречных лидеров, которые возникают от заземленных сооружений.

Согласно выполненным оценкам [Л. 3] длина встречного лидера зависит от высоты заземленного сооружения, однако она заведомо больше расстояния между тросом и проводом современных воздушных линий. Высказанные соображения указывают на необходимость учета разработанного выше механизма усиления эффективности управляющих воздействий при оценках вероятности поражения проводов воздушных линий, находящихся под высоким потенциалом относительно земли.

В известном электрогеометрическом методе разрядные процессы у заземленных электродов не учитываются [Л. 4 и 5], в связи с чем расчетная модель, которая в нем использована, мало пригодна для учета влияния потенциала проводов.

Кроме электрогеометрического метода существует так называемая статистическая методика расчета числа поражений молнией [Л. 6 и 7], основанная на общих закономерностях разряда в многоэлектродных системах и отображающая основное свойство лидерного процесса — способность формироваться по различным траекториям, перекрывая при заданном уровне напряжения промежутки различной длины. В наиболее общем виде методика описана в [Л. 8].

Формирование траектории молнии ниже высоты ориентировки H_0 представлено двумя, в первом приближении, независимыми процессами — ориентировкой и выбором. В ходе процесса ориентировки решается вопрос о развитии молнии в направлении группы заземленных электродов, например молниеотвода и защищаемого объекта, процессом выбора устанавливается возможная точка поражения внутри группы.

Если $\Phi(r)$ и $M(r)$ — вероятности ориентировки и выбора для молнии, смещенной по горизонтали в плоскости ориентировки на расстояние r относительно вертикальной оси молниеотвода, то вероятность прорыва молнии к проводу, защищенному тросом

$$P = \frac{\int_0^{\infty} \Phi(r) M(r) dr}{\int_0^{\infty} \Phi(r) dr}. \quad (3)$$

Определение вероятности ориентировки и выбора сведено к решению задачи о вероятности пробоя одного из промежутков многоэлектродной системы. При ориентировке промежутки организованы общим высоковольтным электродом, роль которого выполняет лидер молнии, достигший уровня H_0 , а электродами противоположной полярности являются поверхность земли и наиболее высокий заземленный объект группы. В ходе процесса выбора каждый из заземленных объектов рассматривается как самостоятельный электрод в системе с весьма сильной взаимосвязью.

Для системы с осевой симметрией вероятности ориентировки и выбора удастся выразить единой структурной формулой, различающейся только значением верхнего предела в интеграле вероятности

$$\Phi(r); M(r) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_0^{A_\Phi; A_M} e^{-t^2/2} dt; \quad (4)$$

$$A_\Phi = \frac{[r^2 + (H_0 - h)^2]^{1/2} - H_0}{\frac{\sigma_\Phi}{100} [r^2 + H_0^2 + (H_0 - h)^2]^{1/2}}; \quad (5)$$

$$A_M = \frac{[(H_0 - h)^2 + (r - a)^2]^{1/2} - [(H_0 - h)^2 + r^2]^{1/2}}{\frac{\sigma_M}{100} [(H_0 - h)^2 + (H_0 - h_0)^2 + r^2 + (r - a)^2]^{1/2}}, \quad (6)$$

где σ_Φ , σ_M — стандарты ориентировки и выбора $^0/0$; h , h_0 — высота молниеотвода и объекта, a — расстояние между ними.

Все последующие оценки выполнены для молнии с усредненными параметрами. Высота ориентировки такой молнии, вычисленная по фактической статистике поражения объектов различной высоты, может быть принята равной $H_0 = 5h$, стандарт ориентировки допустимо считать постоянным для любых сооружений ($\sigma_\Phi = 7-10\%$), а стандарт выбора в зависимости от расстояния между вершинами заземленных объектов принять изменяющимся в первом приближении по линейному закону $\sigma_M = (0,7 + 8 \cdot 10^{-3}) \Delta l, \%$ (7)

где Δl — в метрах. Вводом переменного стандарта выбора учитывается изменение степени взаимосвязи в системе при различных расположениях молниеотвода и объекта.

При высоком напряжении между проводом и землей структура расчета принципиально не изменяется. Потребуется только ввести поправку в параметр A , задающий верхний предел интеграла вероятности в выражении (5). Влияние этой поправки наиболее заметно сказывается на вероятности выбора, поскольку она определяется процессами в системе с более сильной степенью взаимосвязи.

Рассчитывая функцию выбора для провода с потенциалом ΔU , с достаточной точностью можно записать

$$A_M = A_{M0} + \frac{\Delta U}{\sqrt{2} \sigma_M}, \quad (8)$$

где A_{M0} — параметр, вычисленный при $\Delta U = 0$ по выражению (6).

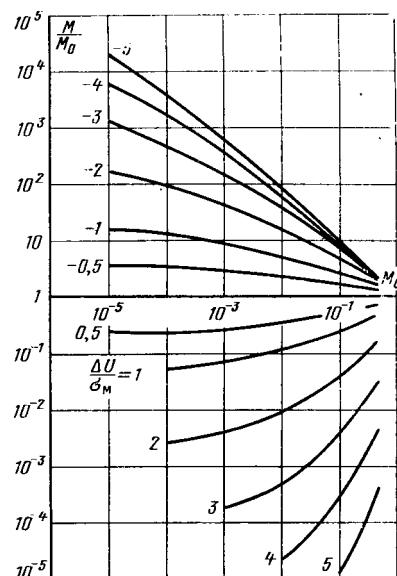


Рис. 1. Расчетное изменение вероятности выбора за счет напряжения на проводе ΔU .

Когда потенциал провода и лидера молнии совпадают по полярности, отношение $A_M/A_{M0} > 1$, и вероятность выбора снизится; при различной полярности потенциалов должен иметь место обратный эффект. Вследствие нелинейности функции $M(A_M)$ потенциал провода по-разному изменяет вероятность выбора при различных значениях исходной вероятности $M_0 (A_{M0})$. Об эффективности воздействия позволяет судить семейство кривых на рис. 1, вычисленных по выражениям (4), (6) и (8) и задающих кратность изменения отношения $M(A_M)/M_0(A_{M0})$ в зависимости от M_0 и $\Delta U/\sigma_M$. При прочих равных условиях наибольшая интенсивность воздействия характерна для малых значений σ_M (система с сильной связью) и низких значений исходной вероятности выбора M_0 .

Для практических целей важно оценить потенциал провода, способный поднять вероятность выбора от весьма низкого уровня ($10^{-4}-10^{-3}$), отвечающего требованиям надежной защиты, до уровня порядка 10^{-1} , при которой поражение провода весьма вероятно. Из рис. 1 следует, что для этого требуется выполнение условия $\Delta U \approx -(2 \div 3) \sigma_M$.

При переменном напряжении на проводе верхний предел интеграла вероятности в выражении (4) становится функцией времени

$$A_M(t) = A_{M0} + \frac{\Delta U_{\max}}{\sqrt{2} \sigma_M} \sin \omega t, \quad (9)$$

а вероятность выбора приходится характеризовать значением, средним за период T

$$M_{cp} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_0^T \int_0^{A_M(t)} e^{-x^2/2} dx dt. \quad (10)$$

Расчеты показывают, что независимо от полярности молнии за счет переменного напряжения происходит увеличение средней вероятности выбора для провода, если исходное значение M_0 было меньше 0,5. В диапазоне исходных вероятностей

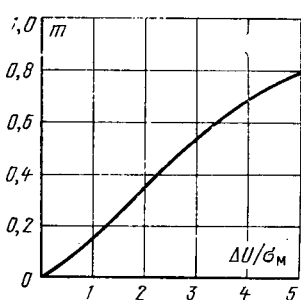


Рис. 2. Изменение параметра m при различных значениях $\Delta U/\sigma_m$.

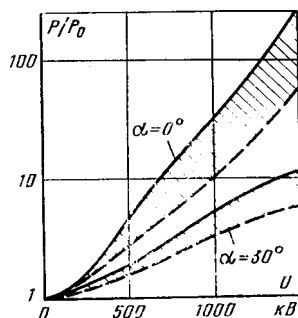


Рис. 3. Кратность изменения вероятности прорыва в зависимости от рабочего напряжения ЛЭП переменного тока.
— расчет при $\varphi_M = 35$ МВ;
--- 50 МВ.

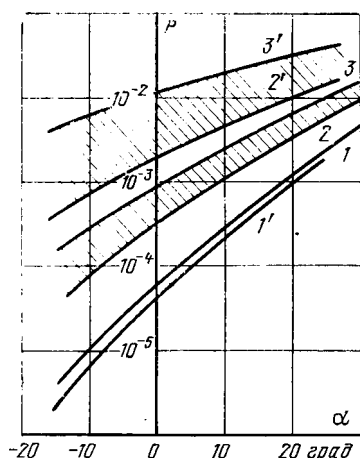


Рис. 4. Расчетные зависимости вероятности прорыва молнии к крайнему проводу линии переменного тока 750 кВ (1—3) и гипотетической линии УВН (1'—3') при различных углах защиты α .
1, 1' — без учета рабочего напряжения; 2, 3, 2', 3' — с учетом рабочего напряжения при среднем потенциале молнии 50 МВ (2, 2') и 35 МВ (3, 3').

выбора $10^{-4} \leq M \leq 10^{-1}$, наиболее важном для практических целей, отмечается почти линейная зависимость между $\lg(M_{\text{ср}}/M_0)$ и M_0 при фиксированном $\Delta U_{\text{max}}/\sigma_m$. Это позволяет рекомендовать эмпирическую формулу

$$M_{\text{ср}}/M_0 = (1,74 M_0)^{-m}, \quad (11)$$

в которой показатель степени m является функцией $\Delta U_{\text{max}}/\sigma_m$ (рис. 2).

Расчет вероятности прорыва для конкретных значений потенциала провода может быть выполнен при известном потенциале лидера молнии φ_m , значением которого нормирован стандарт выбора σ_m в выражениях (8) и (9). По теоретическим оценкам Вагнера [Л. 9], которые широко используются в расчетах по молниезащите, значение φ_m для усредненной молнии с током 30—35 кА принято равным 35 МВ, в расчетах Б. Н. Горина [Л. 8] на основе гипотезы нейтрализации получено более высокое значение $\varphi_m = 50$ МВ. Для того чтобы судить о степени неопределенности результатов, ниже использованы оба значения.

Представление о возможном увеличении вероятности прорыва молнии за счет переменного рабочего напряжения дает рис. 3. В расчетах, результаты которых приведены на этом рисунке, использованы габариты гипотетических ультравысоковольтных линий, которые были приняты ранее при апробации электрогеометрического метода [Л. 4].

Можно видеть, что при углах защиты (α) около 30° , обычно реализуемых на практике, для уже освоенных уровней рабочих напряжений, в том числе и 750 кВ, кратность увеличения вероятности прорыва P/P_0 несущественно отличается от единицы. Однако переход к ультравысоким напряжениям может повлечь за собой рост вероятности прорыва примерно в 10 раз. Еще большего увеличения степени воздействия рабочего напряжения следует ожидать при переходе к малым углам защиты.

Зависимость эффективности воздействия рабочего напряжения от угла защиты имеет принципиальное значение. Анализ кривых $P(\alpha)$, которые построены на рис. 4, показывает, что на линиях ультравысокого напряжения снижение угла α перестает быть эффективным средством повышения надежности молниезащиты.

Переменное напряжение в равной степени увеличивает вероятность прорыва отрицательных и положительных молний. Будет изменяться только их распределение между полупериодами рабочего напряжения: отрицательные молнии должны преимущественно поражать провод в положительные полупериоды, основная часть положительных молний придется на отрицательные полупериоды.

Для линий постоянного тока эффект влияния рабочего напряжения не отличается принципиально от рассмотренного. Сопоставляя результаты расчетов, представленные на рис. 4 и 5, можно заключить, что при идентичных габаритах линии и расположении тросов степень увеличения вероятности прорыва за счет постоянного и переменного напряжения приблизительно одинакова при равенстве полюсного и амплитуды фазного напряжения. Этот вывод относится только к тем молниям, полярность которых противоположна полярности полюса линии. Для молний иной полярности вероятность прорыва будет резко снижена, вследствие чего должна иметь место сепарация молний по полярности. Положительный провод линии постоянного тока должен в основном поражаться отрицательными молниями, отрицательный — положительными. Поскольку почти 90% молний развиваются от отрицательного облака, сепарация проявится в большей частоте поражения положительного полюса линии.

Не вызывает сомнения, что различие в числе поражений полюсов конкретной линии постоянного тока обнаружить значительно проще, чем различие в вероятности прорыва молнии к проводам линий переменного тока с различным рабочим напряжением, но одинаковыми средствами молниезащиты. К тому же результаты, которые здесь могут быть получены, допускают более однозначную трактовку. Поэтому линии постоянного тока представляются наиболее подходящим объектом для полевых наблюдений, ставящих своей задачей проверку методики учета влияния рабочего напряжения на вероятность прорыва молнии. Данные рис. 5 показывают, что для этой цели можно попытаться использовать даже линии с напряжением ± 400 кВ, которые уже эксплуатируются в настоящее время.

Наблюдения за особенностями поражения линий проводов линий постоянного тока не только позволяют установить непосредственно тенденции

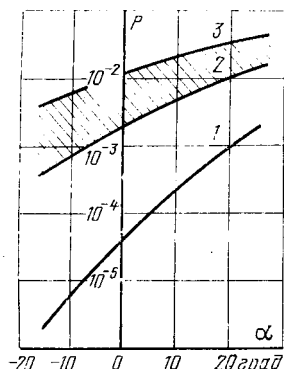


Рис. 5. Влияние рабочего напряжения ЛЭП постоянного тока на вероятность прорыва молнии.

изменения защитного действия молниеотводов при ультравысоком напряжении, но и приведут к уточнению важнейших параметров, используемых в молниезащите, в первую очередь, потенциала го-

ловки лидера молнии, достоверные сведения о котором в равной степени необходимы для расчета вероятности прорыва и для оценки уровня атмосферных перенапряжений.

Фактические данные о потенциале лидера, которые использовались в данной работе, не настолько достоверны, чтобы считать безусловными результаты выполненных оценок, однако они достаточно точны, чтобы поставить под сомнение давно сложившийся тезис о малой значимости молние-

защиты для воздушных линий ультравысокого напряжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базелян Э. М., Левитов В. И., Пулавская И. Г. — Электрический разряд в многоэлектродной системе. — Электричество, 1974, № 5, с. 44—50.
2. Базелян Э. М., Даргяхзаде Р. И., Левитов В. И. Влияние потенциала электрода на вероятность его поражения искровым разрядом в многоэлектродной системе. Тр. ЭНИИ. М., 1975, вып. 43, с. 45—51.
3. Базелян Э. М. Выбор точки удара разрядом молнии. — Электричество, 1974, № 10, с. 15—19.
4. Darveniza M., Popolansky F., Whitehead E. Lightning protection of WHV transmission lines. — Electra, 1975, № 41.
5. Cilman D., Whitehead E. Mechanism of lightning on high-voltage and EHV transmission lines. — Electra, 1973, № 27.
6. Базелян Э. М. Зоны защиты одиночных стержневых молниеотводов. — Электричество, 1967, № 7, с. 64—69.
7. Горин Б. Н., Берлина Н. С. Метод оценки защитного действия тросовых молниеотводов с учетом характеристик разброса. — Электричество, 1972, № 6, с. 36—42.
8. Базелян Э. М., Горин Б. Н., Левитов В. И. Физические и инженерные основы молниезащиты. Л.: Гидрометеоиздат, 1978, 222 с.
9. Wagner C., Hileman A. Surge impedance and its application to the lightning stroke. — Trans. AIEE on PAS, 1961, vol. 80, p. 1022—1032.

[03.09.79]

УДК 621.316.995.001.24

Метод расчета сложных заземлителей в многослойной земле

ЯКОБС А. И., доктор техн. наук (ВИЭСХ), ОСЛОН А. Б., канд. техн. наук,
СТАНКЕЕВА И. Н., инж. (Тульский политехнический институт)

Развитие теории и методов расчета заземляющих устройств в зависимости от принятой модели электрической структуры земли можно условно разбить на три четких этапа. Во время первого этапа (до 1954 г.) землю представляли в виде однородного проводящего полупространства («однородная земля»). Методы расчета электрических характеристик заземлителей в электротехническом смысле достигли достаточного совершенства. Однако несмотря на это наблюдались, как правило, значительные расхождения (до сотен процентов) расчетных и найденных экспериментально значений сопротивления заземляющих устройств и напряжения прикосновения на территориях открытых распределительных устройств и трансформаторных подстанций.

В 1954 г. В. В. Бургсдорф опубликовал статью [Л. 1], в которой показал, что основной причиной, приводящей к указанным расхождениям, была неоднородность удельного сопротивления земли. В этой же статье была обоснована целесообразность введения принципиально новой модели земли в виде двухслойного проводящего полупространства («двухслойная земля») и изложен метод расчета простых (одиночных) заземлителей: вертикального и горизонтального прямолинейных и в виде кольца. Опубликование [Л. 1] явилось началом второго этапа в теории заземляющих устройств.

Дальнейшее развитие теории привело к созданию строгого метода расчета сложных (многоэлементных) заземлителей в двухслойной земле [Л. 2]. Расхождения между расчетными и экспериментальными значениями сопротивления сложных заземлителей и напряжения прикосновения на территории трансформаторных подстанций и открытых распределительных устройств хотя и значительно уменьшились, но продолжали оставаться заметными (до 30, а в отдельных случаях и до 50%). Анализ показал [Л. 3], что причина заключается в весьма грубом приближении двухслойной модели земли к действительной электрической структуре ее верхнего слоя.

Имелось три различных пути дальнейшего повышения точности расчета сложных заземлителей: поиски метода эквивалентной замены многослойной электрической структуры земли двухслойной моделью, непосредственное использование для расчета кривых вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) без их предварительной интерпретации и разработка метода расчета заземлителей в многослойной земле.

Первоначально казалось, что несмотря на очевидные трудности строгого эквивалентного преобразования многослойной земли в двухслойную, приближенный, но в то же время достаточно точный метод такого преобразования удастся разра-

ботать сравнительно быстро [Л. 3]. Однако вскоре стало ясно, что этот путь приводит к удовлетворительным результатам лишь в случаях так называемых предельных моделей сложных заземлителей [Л. 3] и одиночных вертикальных электродов [Л. 4].

Непосредственное использование кривых ВЭЗ для расчета заземлителей было предложено в [Л. 5] применительно к одиночным горизонтальным электродам. В дальнейшем эта идея была реализована и для расчета сложных горизонтальных заземлителей [Л. 6]. К сожалению, использовать обычные кривые ВЭЗ (без интерпретации) для расчета сложных заземлителей, содержащих вертикальные элементы, принципиально невозможно. Кроме того, до сих пор неясно, как следует «приводить» кривые ВЭЗ к расчетным условиям (например, кривые ВЭЗ сняты в теплое время года, а расчетный сезон — зима). Все это пока существенно ограничивает практическое использование интересной идеи [Л. 5].

Интерпретацию кривых ВЭЗ до последнего времени связывали с интуицией и опытом интерпретатора (это, кстати, и послужило одним из важных стимулов разработки метода непосредственного использования кривых ВЭЗ). Однако накопленный опыт в геофизике, а также развитие методов интерпретации кривых ВЭЗ с помощью ЦВМ, позволяют получать многослойные модели, достаточно адекватные реальной электрической структуре земли. Следовательно, исходную информацию для расчета заземлителей, содержащуюся в многослойных моделях, можно считать достаточно достоверной. Принципиальные математические трудности в использовании метода наведенного потенциала [Л. 7] при разработке алгоритма для расчета сложных заземлителей в многослойной земле практически отсутствуют. Вместе с тем, применение метода наведенного потенциала в «чистом виде», как это было в [Л. 2], должно было неизбежно привести к весьма громоздким выражениям, требовавшим очень большого объема вычислений. Это обстоятельство, на которое имелось указание еще в [Л. 3], заведомо резко сужало возможную область применения подобного метода и создавало своеобразный «психологический барьер» на пути к его разработке. Преодолеть этот барьер удалось сравнительно недавно.

Были сформулированы следующие общие требования, которым должен удовлетворять метод расчета сложных искусственных заземлителей в многослойной земле: модель электрической структуры земли может содержать произвольное число слоев, не превышающее десяти; мощность (толщина) слоев может быть любой; горизонтальные элементы заземлителя могут размещаться в любом слое; вертикальные элементы заземлителя могут быть расположены в любом слое и пересекать границы любого числа слоев (однако верхние концы вертикальных элементов расположены на той же глубине от поверхности земли, что и основная горизонтальная часть заземлителя); сложный заземлитель может содержать число горизонтальных и вертикальных элементов, не превышающее 300; погрешность метода расчета в рамках принятой

модели электрической структуры земли и при допущении эквипотенциальности заземлителя не должна превышать 10% как для сопротивления, так и для напряжения прикосновения; объем необходимой вычислительной работы должен быть максимально уменьшен. При разработке нового алгоритма были приняты обычные допущения метода наведенного потенциала [Л. 7].

Последовательность расчета электрических характеристик сложных искусственных заземлителей подробно изложена в [Л. 2] и сводится к определению собственных и взаимных сопротивлений элементов заземлителя, токораспределения между элементами (заданным принимают либо ток, стекающий с заземлителя в землю, либо напряжение на заземлителе), сопротивления искусственного заземлителя и заземляющего устройства (для этого должны быть заданы входные сопротивления естественных заземлителей), потенциалов и напряжения прикосновения в любых заданных точках на поверхности земли.

Однако, так как новый алгоритм прежде всего должен использоваться при конкретном проектировании заземляющих устройств, особое внимание было уделено снижению объема вычислительной работы. Для этого было применено разбиение заземлителя на зоны с одинаковой линейной плотностью тока элементов; использовано в соответствии с [Л. 2] выделение приближенно конгруэнтных элементов (при расчете собственных сопротивлений) и пар элементов (при расчете взаимных сопротивлений); исследована и обоснована допустимость расчета собственных и взаимных сопротивлений вертикальных элементов и их взаимных сопротивлений с горизонтальными элементами по эквивалентному удельному сопротивлению, найденному для одиночного вертикального элемента; широко использованы методы численного интегрирования при задании взаимного сопротивления между двумя точечными электродами рядом дискретных значений.

Система уравнений для расчета токораспределения между элементами заземлителя и разбиение заземлителя на зоны с одинаковой линейной плотностью тока. Известно, что основу алгоритма для расчета электрических параметров сложных искусственных заземлителей (сопротивления и напряжения прикосновения в заданных точках) составляет система уравнений с собственными и взаимными сопротивлениями [Л. 2 и 7]. В общем случае при числе элементов, равном n , система уравнений имеет вид:

$$\varphi_3 = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} I_j \quad \text{при } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (1)$$

где φ_3 — потенциал заземлителя; α_{ij} — собственное сопротивление i -го или j -го элемента (при $i=j$) и взаимное сопротивление i -го и j -го элементов (при $i \neq j$); I_j — ток, стекающий в землю с j -го элемента.

С учетом принципа взаимности ($\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$) для заземлителя с n элементами число подлежащих расчету собственных и взаимных сопротивлений

$$N = 0,5(n^2 + n). \quad (2)$$

Искусственные заземлители подстанций и открытых устройств напряжением 110 кВ и выше содержат обычно от 40 до 300 вертикальных и основных горизонтальных элементов (на подстанциях напряжением 500 кВ и более число элементов часто превышает 500). Следовательно, для составления системы уравнений (1) необходимо рассчитать от 820 до 45 150 собственных и взаимных сопротивлений, что сопряжено с очень большим объемом вычислений. Вместе с тем, в пределах любого сложного заземлителя можно выделить определенные группы элементов (зоны), в пределах которых линейная плотность тока, стекающего с элементов в землю, почти одинакова. Это обстоятельство позволяет сильно сократить объем вычислений с весьма незначительным увеличением погрешности.

Примем, что в пределах каждой из m зон ($m < n$) все элементы имеют одинаковую линейную плотность тока σ_k , где $k=1, 2, 3, \dots, m$, и преобразуем систему уравнений (1) к виду с линейными плотностями тока:

$$\varphi_s = \sum_{k=1}^m A_{ik} \sigma_k \quad \text{при} \quad i=1, 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

Коэффициенты A_{ik} определяются по равенству

$$A_{ik} = \alpha_{ip_k} l_{p_k} + \dots + \alpha_{iq_k} l_{q_k}, \quad (4)$$

где p_k, \dots, q_k — последовательность номеров элементов, принадлежащих к зоне с номером k .

Характерная особенность системы уравнений (3) заключается в том, что число неизвестных σ_k меньше числа уравнений. При этом система уравнений, как правило, оказывается несовместной (совместной система может быть лишь в весьма редких случаях расчета модельных симметричных заземлителей, когда входящие в зону элементы действительно имеют строго одинаковую линейную плотность тока).

Для определения значений σ_k систему уравнений (3) преобразуем к виду, обеспечивающему ее совместность. Это достигается уменьшением числа уравнений с n до m , причем из всех строк, относящихся к каждой из зон (номера строк системы уравнений соответствуют номерам элементов, входящих в данную зону), оставляем лишь по одному уравнению, расположенному в строке с таким же номером, что и у элемента, принятого «опорным» для этой зоны. Например, если в первую зону входят элементы с номерами 1, 2, 6, 9 и в качестве опорного выбран 6-й элемент, то уравнения в 1-, 2- и 9-й строках отбрасываем, и от первой зоны оставляем лишь уравнение, расположенное в 6-й строке и т. д.

Преобразованная система уравнений имеет такой же вид, как и (3), однако $i=s_1, \dots, s_k, \dots, s_m$, где s_k — номер элемента, опорного в k -й зоне.

Выбор рационального числа зон зависит от конфигурации сложного заземлителя, числа составляющих его элементов, желаемой точности расчета и стоимости машинного времени. Очевидно, что наибольшая точность при прочих равных условиях может быть достигнута при числе зон, равном числу элементов ($m=n$), т. е. при использовании системы уравнений (1). Наименьшая — при $m=1$,

т. е. при допущении об одинаковой линейной плотности тока всех элементов сложного заземлителя (метод среднего потенциала). При расчете обычных заземлителей можно рекомендовать принимать три зоны, объединяя все вертикальные элементы в 1-ю зону, все горизонтальные элементы, расположенные по периметру контура, во 2-ю и все остальные горизонтальные элементы — в 3-ю.

Метод расчета взаимных и собственных сопротивлений элементов сложного заземлителя. В соответствии с методом наведенного потенциала [Л. 7], формула расчета взаимного сопротивления двух горизонтальных элементов l_i и l_j , расположенных в многослойной земле, в общем случае имеет вид:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{l_i l_j} \int_{l_i} dl_i \int_{l_j} \Psi_{ij} dl_j, \quad (5)$$

где l_i, l_j — длина соответственно i -го и j -го элементов; Ψ_{ij} — функция пропорциональности между током, стекающим в землю с dl_j и наводимым им потенциалом в точке, совпадающей с серединой отрезка dl_i . Численно Ψ_{ij} равна взаимному сопротивлению между двумя точечными электродами, расположенными в середине отрезков dl_i и dl_j .

Если горизонтальные элементы l_i и l_j прямолинейны и не параллельны ни одной из осей декартовой системы координат, формула (5) приобретает вид:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{l_i l_j \cos \alpha_i \cos \alpha_j} \int_{x_{in}}^{x_{ik}} dx_i \int_{x_{jn}}^{x_{jk}} \psi(r_{ij}) dx_j, \quad (5a)$$

где α_i, α_j — угол между положительным направлением оси Ox и осью соответственно i -го и j -го элементов; $x_{in}, x_{ik}, x_{jn}, x_{jk}$ — координаты начала и конца соответственно i -го и j -го элементов; r_{ij} — расстояние между текущими точками i -го и j -го элементов,

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_{jn} - y_{in} + x_{in} \operatorname{tg} \alpha_i - x_{jn} \operatorname{tg} \alpha_j + x_j \operatorname{tg} \alpha_j - x_i \operatorname{tg} \alpha_i)^2}. \quad (6)$$

В [Л. 2] применительно к двухслойной земле функция Ψ_{ij} была задана в аналитической форме (в виде ряда), что вследствие дальнейшего двойного интегрирования приводило к чрезвычайно громоздким выражениям, обуславливающим очень большой объем вычислений. Понятно, что в случае многослойной земли, даже трехслойной, громоздкость выражений и соответственно объем вычислений многократно увеличиваются. Поэтому путь, аналогичный принятому в [Л. 2], был признан неперспективным. В качестве альтернативы было выбрано табличное задание функции в зависимости от расстояния между точечными электродами, рассчитываемое по [Л. 8]. Последующее двойное интегрирование в (5) и (5a) проводили численным методом. Расчеты с помощью ЦВМ значений α_{ij} для простейшего случая (двухслойная земля) подтвердили, что объем вычислительной работы при табличном задании Ψ_{ij} удается сократить более чем на два порядка (при погрешности около 1%).

Собственные сопротивления горизонтальных цилиндрических элементов рассчитывали как взаимные между их осями и образующими. Расчеты собственных и взаимных сопротивлений вертикальных электродов, расположенных в многослойной земле, и их взаимных сопротивлений с горизонтальными элементами, даже при применении табличного задания функции ψ_{ij} , сопряжены с весьма большим объемом вычислений.

С целью уменьшения объема вычислений была проанализирована возможность использования при расчетах по алгоритмам [Л. 2] эквивалентной удельной проводимости многослойной земли γ_0 , найденной для вертикального электрода либо путем прямого эксперимента на площадке, предназначенной для сооружения заземляющего устройства, либо в соответствии с (Л. 4) по приближенным формулам (7) и (7а). При этом была принята рабочая гипотеза о близости погрешностей, обусловленных применением эквивалентной удельной проводимости, для многослойной и двухслойной земли (в последнем случае погрешность определяется точно при применении алгоритма по [Л. 2]).

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_1(h_1 - t) + \gamma_{23}(t + 1,2l_b - h_1)}{1,2l_b} \quad \text{при } \gamma_1 \leq \gamma_{23}; \quad (7)$$

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_1(h_1 - t) + \gamma_{23}(t + l_3 - h_1)}{t + l_b} \quad \text{при } \gamma_1 > \gamma_{23}, \quad (7a)$$

где $\gamma_{23} = \frac{\sum_{i=2}^n \gamma_i h_i}{t + 1,2l_b - h_1}$ — расчетный параметр, характеризующий проводимость подстилающих слоев земли; γ_i и h_i — удельная проводимость и мощность (толщина) i -го слоя; t и l_b — глубина погружения от поверхности земли верхнего конца вертикального электрода и его длина; n — номер слоя, в пределах которого лежит горизонталь на глубине $t + 1,2l_b$ от поверхности земли. Расчеты показали, что погрешность при определении γ_0 по формулам (7) и (7а) в случае двухслойной земли не превышает 2% при $\gamma_1 : \gamma_2 = 5 : 0,01$.

Определена погрешность δ при расчете взаимных сопротивлений вертикальных элементов $\alpha_{в.п}$ (рис. 1), а также вертикальных и горизонтальных элементов $\alpha_{в.г}$ при использовании эквивалентного удельного сопротивления ρ_0 двухслойной земли, найденного для одиночного вертикального электрода по формулам (7) и (7а),

$$\delta = \frac{\alpha - \alpha_{в.п}}{\alpha_{в.п}} 100. \quad (8)$$

Здесь α — взаимное сопротивление, найденное по ρ_0 ; $\alpha_{в.п}$ — то же, найденное по алгоритму для двухслойной земли [Л. 2]. Используются также следующие обозначения: r_b и a — собственное сопротивление вертикальных электродов и расстояние между ними; l_r — длина горизонтального элемента; b — расстояние между концом горизонтального элемента и вертикальным электродом, расположенным на прямой, совпадающей с горизонтальным элементом (при $b=0$ вертикальный электрод совпадает с концом горизонтального элемента). Все расчеты были выполнены при $h : l_b = 0,3$ и $t : l_b = 0,05$.

Полученные данные показывают, что относительная погрешность быстро растет при увеличении как относительного расстояния между вертикальными электродами, так и между концом горизонтального элемента и вертикальным электродом, а также при увеличении длины горизонтального элемента. Однако также быстро уменьшается и относительное значение взаимного сопротивления $\alpha : r_b$. Это практически полностью компенсирует рост относительной погрешности (заметим, что абсолютная погрешность вначале остается почти постоянной, а затем начинает быстро падать).

Сопоставление контрольных расчетов сопротивлений сложных заземлителей в двухслойной земле, выполненных по новому алгоритму при числе зон m , равному числу элементов n , и по [Л. 2] показало, что относительная погрешность, обусловленная приближенным методом определения собственных и взаимных сопротивлений, не превышает 5% в широком диапазоне изменения отношения ρ_1/ρ_2 .

Метод расчета взаимных сопротивлений элементов сложного заземлителя и произвольной точки М на поверхности земли. При расчете потенциала на поверхности земли, наводимого током, стекающим со сложного заземлителя, используют значения α_{Mi} — взаимных сопротивлений элементов заземлителя и точки М [Л. 7]. В общем случае

$$\alpha_{Mi} = \int_{l_i} \tau_i \psi_{Mi} dl_i, \quad (9)$$

где τ_i — относительное значение линейной плотности тока в точке, совпадающей с серединой отрезка dl_i ; ψ_{Mi} — функция пропорциональности между током, стекающим в землю с dl_i , и наводимым им потенциалом в точке М.

Применительно к горизонтальным элементам было принято обычное для метода наведенных потенциалов допущение об одинаковости τ_i в пределах всего i -го элемента ($\tau_i = 1$). При этом функцию ψ_{Mi} так же, как и в случае определения собственных и взаимных сопротивлений горизонтальных элементов, рассчитывали по [Л. 8] и задавали в табличной форме. Последующее интегрирование (9) проводили численным методом.

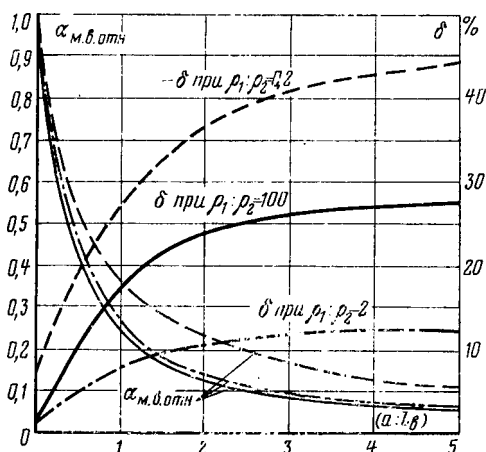


Рис. 1. Зависимости δ и $\alpha_{в.п} : l_b$ от $a : l_b$ при $\rho_1 : \rho_2 = 100; 2; 0,2$.

В случае вертикальных электродов сложность практического использования алгоритма (9) заключается в том, что значения функции ψ_{Mi} сильно зависят от положения dl_i относительно поверхности земли (это положение изменяется от t до $t+l_v$). Следовательно, при расчете α_{Mv} — взаимного сопротивления точки M и вертикального электрода — нельзя ограничиться одной зависимостью ψ_{Mi} от расстояния по горизонтали до точки M , как в случае горизонтальных элементов. Необходимо множество подобных зависимостей, определенных при различных положениях dl_i относительно поверхности земли. Это во много раз увеличивает объем вычислительной работы. С целью уменьшения этого объема была проанализирована допустимость использования при расчетах α_{Mi} эквивалентной удельной проводимости, определяемой по равенствам (7) и (7а). На рис. 2 приведены результаты расчета относительной погрешности δ и относительного значения α_{Mv} (за базовое принято α_{Mv} при $a=0$) в зависимости от $a:l_v$ при $h:l_v=0,3$ и $t:l_v=0,05$. При увеличении $a:l_v$ относительная погрешность быстро возрастает, однако при этом $\alpha_{Mv,отн}$ столь же быстро уменьшается. В результате погрешность при расчете потенциала на поверхности земли, наведенного током, стекающим со сложного заземлителя, содержащего вертикальные электроды, оказывается в допустимых пределах (не выше 5%).

Программа для ЦВМ и результаты расчетов. Программа для ЦВМ ЕС составлена на одной из версий языка ФОРТРАН в виде двух самостоятельных блоков.

Первый блок обеспечивает расчет зависимости ψ_{ij} от r_{ij} , т. е. от расстояния по горизонтали между точками i и j , и ψ_{Mi} от r_{Mi} . Исходными данными для расчета служат удельные сопротивления слоев и их мощность, глубина расположения точек i и j , а также заданные значения r_{ij} и r_{Mi} . Время счета на ЦВМ ЕС-1022 ста значений одной зависимости ψ_{ij} или ψ_{Mi} составляет в среднем 3 мин.

Второй блок — собственно программа расчета электрических параметров и характеристик сложного заземлителя: сопротивления растеканию, потенциала, напряжения прикосновения и напряжения шага в любых заданных точках на поверхности земли. При этом должны быть заданы следующие исходные данные: номера и координаты (в декартовой системе) начала и конца каждого горизонтального элемента, номера и координаты вертикальных электродов и их длина (принято, что все вертикальные электроды сложного заземлителя имеют одинаковую длину), глубина заложения горизонтальных элементов (верхние концы вертикальных электродов совпадают с горизонтальными элементами), входные сопротивления протяженных естественных заземлителей, например системы «трос — опоры» или металлических трубопроводов и др. (влияние на значения входных сопротивлений электрического поля заземлителя можно определять, например, по [Л. 9], координаты точек M на поверхности земли (может быть задана и последовательность точек с определенным шагом по осям ox и oy), таблицы зависимостей ψ_{ij} от r_{ij} и ψ_{Mi} от r_{Mi} . Если расчет намечено провести с числом зон мень-

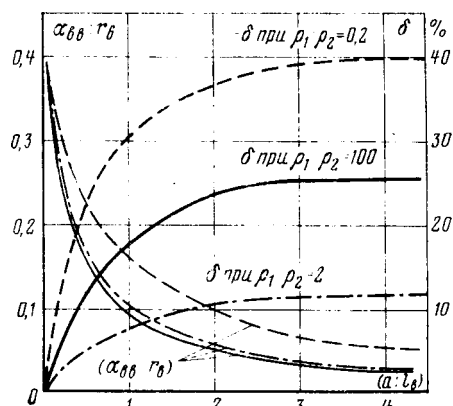


Рис. 2. Зависимости δ и $\alpha_{Mv,отн}$ от $a:l_v$ при $\rho_1:\rho_2=100; 2; 0,2$.

шим, чем число элементов, то задаются номера зон с номерами входящих в них элементов и номера базовых элементов.

На печать в зависимости от пожелания расчетчика может выдаваться либо полностью, либо частично следующая информация: все исходные данные, значения собственных и взаимных сопротивлений элементов сложного заземлителя, сопротивление как искусственного заземлителя, так и заземляющего устройства (с учетом проводимости естественных заземлителей), потенциал в заданных точках M , а также напряжения «до прикосновения», прикосновения, «до шага» и шага. Объем вычислительной работы зависит от числа элементов сложного заземлителя, принятого числа зон и от заданного числа точек M , в которых определяется потенциал, напряжения шага и прикосновения. При использовании ЦВМ ЕС-1022 время расчета сопротивления сложного заземлителя, содержащего 50 элементов, и напряжения прикосновения и шага в 30 точках не превышает 10 мин.

С целью оценки возможных погрешностей при использовании изложенных алгоритма и программы для конкретного проектирования были выполнены проверочные расчеты ряда заземляющих устройств (рис. 3—6), спроектированных в Белорусском и Ленинградском отделениях ВГПИ и НИИ «Энергосетьпроект». Полученные расчетные значения сопротивления заземляющих устройств были сопоставлены со значениями, найденными путем непосредственных измерений (измерения проводились представителями Белорусского отделения института Энергосетьпроект и СибНИИЭ). Расхождения между расчетными и экспериментальными значениями составили в среднем 2,9% и не превысили 4,8%, что можно квалифицировать как практически полное совпадение.

Изложенный выше новый алгоритм был использован для уточнения расчетного сезона при расчете заземляющих устройств по нормам напряжения прикосновения. В соответствии с требованиями Правил устройства электроустановок сопротивление заземляющих устройств или напряжение прикосновения (применительно к электроустановкам напряжением 110 кВ и выше) в любое время года не должны превышать установленную норму. Известно, что параметры электрической структуры поверхностных слоев земли претерпевают сильные се-

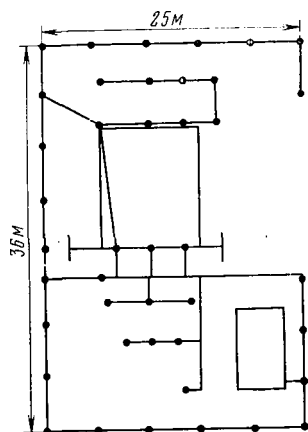


Рис. 3. Схема заземлителя трансформаторной подстанции. Ленинградская — Северная.

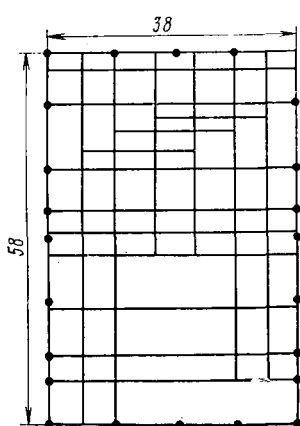


Рис. 4. Схема заземлителя трансформаторной подстанции Старобиневская.

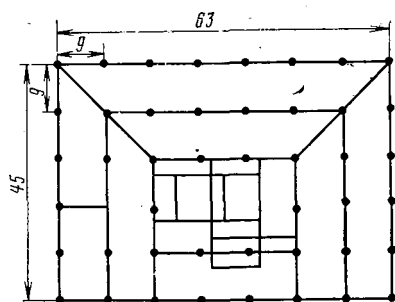


Рис. 5. Схема заземлителя трансформаторной подстанции Заостровици.

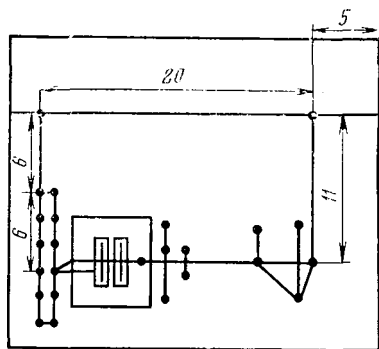


Рис. 6. Схема заземлителя трансформаторной подстанции Протасово.

зонные изменения, (так называемый «годовой ход») электрических характеристик заземляющих устройств. С целью учета этих сезонных изменений применяются сезонные коэффициенты сопротивления K_R и напряжения прикосновения K_U . Численно K_R и K_U равны отношению значений соответствующих характеристик R и $U_{пр}$ в период наиболее неблагоприятного (расчетного) сезона и в данный сезон. Применительно к сопротивлению заземляющих устройств расчетным сезоном для средней и северной частей нашей страны оказывается зима, а для южных засушливых районов — лето. Для напряжения прикосновения расчетный сезон менее определен. Это, кстати, и явилось одной из основных причин, вызвавших дискуссию по вопросу о сезонных коэффициентах. Однако, прошедшая дискуссия не дала четкого ответа на вопрос о том, какой же се-

зон оказывается наиболее неблагоприятным по отношению к напряжению прикосновения. Это объясняется тем, что ответ мог бы быть получен по данным либо натурального, либо математического моделирования электрического поля сложных заземлителей, работающих как минимум в трехслойных электрических структурах.

В связи с трудностями осуществить достаточно «чистое» натурное моделирование в указанных выше условиях оставался путь математического моделирования, который стал практически реальным после разработки алгоритма и программы расчета электрического поля сложных заземлителей, работающих в «многослойной» земле.

Как известно, напряжение прикосновения $U_{пр}$ есть функция сопротивления заземлителя R , тока I_3 , стекающего с заземлителя в землю, коэффициента «до прикосновения» $\alpha_{допр}$ и соотношения между сопротивлением тела человека R_T , попавшего под данное $U_{пр}$, сопротивления обуви $R_{об}$ и сопротивления растеканию тока с ног человека $R_{ног}$:

$$U_{пр} = RI_3 \alpha_{допр} \frac{R_T}{R_T + R_{об} + R_{ног}} = U_{допр} \beta, \quad (10)$$

где $U_{допр} = RI_3 \alpha_{допр}$ — напряжение «до прикосновения».

Если с целью введения некоторого упрощения (а также и некоторого запаса) принять $R_{об}$ равным нулю, то оказывается, что при заданных конструктивных параметрах заземлителя и токе I_3 значение $U_{пр}$ определяется лишь параметрами электрической структуры земли.

Проанализируем вначале качественно характер сезонных изменений $U_{пр}$. Применительно к средней и северным зонам СССР сопротивление R и коэффициент $\alpha_{допр}$ в интервале годового цикла имеют наибольшее значение во время максимального значения удельного сопротивления верхнего слоя земли, т. е. зимой. Однако при этом $R_{ног}$ также имеет наибольшее значение, а коэффициент β соответственно наименьшее. Поэтому, несмотря на максимальное значение $U_{допр}$ значение $U_{пр}$ может оказаться далеко не наибольшим (этим, в частности, объясняется «зимний парадокс» в северных районах, когда человек, случайно прикасающийся к находящемуся под напряжением проводу ВЛ даже напряжением 35 кВ, не ощущает электрического удара). Весной же по мере постепенного протаивания верхнего слоя земли его удельное сопротивление быстро уменьшается, что в свою очередь приводит к уменьшению как $R_{ног}$ так и $\alpha_{допр}$. При этом характер изменения $U_{пр}$ зависит от того, влияние уменьшения какой из величин, т. е. $\alpha_{допр}$ или $R_{ног}$ преобладает. Вот это-то и позволило установить новый алгоритм.

Для сохранения преемственности и сопоставимости результатов в качестве основных исходных данных были приняты те же, что и в [Л. 10]. Расчет $U_{пр}$ и K_U выполнен также для двух схем сложных комбинированных заземлителей, имеющих в плане квадратную форму со стороной 40 м. Горизонтальные электроды заземляющей сетки расположены регулярно с шагом 20 и 10 м. Вертикальные электроды длиной 5 м расположены по пери-

метру с шагом 20 и 10 м. Глубина заложения в землю горизонтальных электродов и верхних концов вертикальных электродов равна 0,8 м. Первоначально земля принимается однородной с удельным сопротивлением 100 Ом·м. Сезонным же изменениям подвергается удельное сопротивление лишь верхнего слоя мощностью в 1 м. Сезонный коэффициент удельного сопротивления в целом для этого слоя принят равным 8,2.

Отличие от исходных данных [Л. 10] заключается в том, что динамику изменения $U_{пр}$ и K_U рассчитывали при постепенном протаивании верхнего промерзшего слоя. При этом электрическая структура земли принималась трехслойной с удельным сопротивлением тонкого верхнего оттаявшего слоя 50 Ом·м.

Значение $\alpha_{до пр}$ определяли в центре крайней угловой ячейки, образованной горизонтальными электродами, пересекающимися под прямым углом. Значение $R_{ног}$ рассчитывали приближенно (с погрешностью не более 2%) для наиболее неблагоприятного случая (когда человек расставляет ноги на расстоянии 1 м) по формуле для двухслойной земли [Л. 2]:

$$R_{ног} = \frac{\rho_1}{4\pi} \left[15 - \frac{1}{h} \ln(1 - K_{21}) + 2 \sum_{n=1}^{25} \frac{K_{21}^n}{V_{1 + (2nh)^2}} \right]; \quad (11)$$

$$K_{21} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}.$$

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что наибольшие значения $U_{пр}$, следовательно, и наибольшие значения K_U при прочих равных условиях, будут весной при постепенном протаивании верхнего промерзшего слоя. При этом значение K_U выше почти на 50%, чем в «расчетных» зимних условиях.

На основании расчетов следует сказать, что либо расчеты заземлителей по допустимому напряжению прикосновения для электроустановок напряжением 110 кВ и выше нужно выполнять с учетом сезонного коэффициента K_U , определенного для ранней весны, либо ввести в «Правила технической эксплуатации трансформаторных подстанций и открытых распределительных устройств» требование, обязывающее эксплуатационный и ремонтный персонал применять весной специальную обувь с весьма высоким значением $R_{об}$.

Выводы. 1. Интерпретация данных вертикального электрического зондирования земли для целей проектирования заземляющих устройств электроустановок обычно приводит к многослойным моделям земли. Приближенная замена многослойных моделей двухслойными оказывается допустимой лишь в сравнительно редких случаях.

2. Дальнейшее повышение точности расчетов сложных заземлителей в настоящее время возможно лишь на основе непосредственного использования параметров многослойной электрической структуры земли.

3. Точность расчетов электрических характеристик сложных заземлителей, содержащих как горизонтальные, так и вертикальные элементы, достаточная для практических целей (конкретное и типовое проектирование), достигается сочетанием метода наведенных потенциалов с применением эквивалентного удельного сопротивления земли для вертикальных электродов.

4. Для существенного уменьшения объема вычислительной работы целесообразно разбивать сложный заземлитель на ряд зон с одинаковой в пределах зоны линейной плотностью тока. При этом точность расчетов ухудшается сравнительно мало.

5. Применение нового алгоритма для оценки влияния на сезонные коэффициенты напряжения прикосновения постепенного протаивания верхнего промерзшего слоя показало, что даже при незначительном весеннем протаивании на глубину всего 2—5 см напряжение прикосновения и соответственно сезонный коэффициент K_U сильно увеличиваются (до 50%). Это обстоятельство должно учитываться при расчетах и эксплуатации сложных заземляющих устройств электроустановок напряжением от 110 кВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бургсдорф В. В. Расчет заземлений в неоднородных грунтах. — Электричество, 1954, № 1, с. 15—25.
2. Якобс А. И., Коструба С. И., Живаго В. Т. Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЭЦВМ. — Электричество, 1967, № 8, с. 21—28.
3. Якобс А. И. Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной при расчете сложных заземлителей. — Электричество, 1970, № 8, с. 19—23.
4. Якобс А. И., Мишкин В. М. Расчет сопротивления вертикальных стержневых заземлителей, работающих в «многослойной земле». — Электричество, 1972, № 9, с. 89—90.
5. Костиков В. У. Метод расчета заземлителей в районах со сложным геоэлектрическим разрезом. — Научные труды Омского ин-та инженеров железнодорожного транспорта, 1967, т. 77, с. 71—80.
6. Ослон А. Б., Десянов А. Г. Расчет заземляющих сеток в многослойном грунте. — Электричество, 1971, с. 23—26.
7. Якобс А. И. Теоретическое обоснование метода наведенного потенциала и его частных случаев. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1967, № 4, с. 46—51.
8. Ослон А. Б., Станкеева И. Н. Применение оптической аналогии к расчету электрических полей в многослойных средах. — Электричество, 1977, № 11, с. 77—79.
9. Соколов Б. В. Оценка напряжений, возникающих между жилой и оболочкой кабелей связи, заходящих на территорию электроустановки. — Труды ВНИИЭ, вып. XXXII, 1968. — М.: Энергия.
10. Якобс А. И. Дискуссия по статье М. Р. Найфельда. — Промышленная энергетика, 1977, № 5, с. 53—56.

[18.08.80]

Влияние электромагнитной связи между обмотками трансформатора на гармонический состав токов двенадцатифазного преобразователя

ЗБОРОВСКИЙ И. А., канд. техн. наук

ПО «Уралэлектротяжмаш»

Введение. Электромагнитная связь между вентильными обмотками по цепи переменного тока 12-фазного преобразователя с трехобмоточным трансформатором и параллельным соединением мостов (рис. 1) может быть охарактеризована коэффициентом взаимного влияния X_s , равным отношению индуктивных сопротивлений:

$$X_s = X_s / X_R, \quad (1)$$

где $X_R = X_s + X_{T1}/3 = X_s + X_{T2}$; $X_s = X_{se} + X_t$ — индуктивное сопротивление первичной цепи (включает также внешнее сопротивление X_{se}). X_t , X_{T1} и X_{T2} — индуктивные сопротивления трехобмоточного трансформатора, определяемые по известной трехлучевой схеме замещения.

С увеличением коэффициента взаимного влияния растет электромагнитная связь между вентильными обмотками. В трехобмоточном трансформаторе «сильная» электромагнитная связь достигается «переплетением» вентильных обмоток, «слабая» — поэтажным их расположением на одном концентре либо на двух по разные стороны от сетевой обмотки. В данной статье принято, что первой соответствует $X_s = 0,9$, а второй — $X_s = 0,1$. Электромагнитная связь между вентильными обмотками по цепи постоянного тока может быть охарактеризована величиной X_q , равной отношению индуктивных сопротивлений уравнительного реактора X_q и X_R . Более «сильной» электромагнитной связи соответствует меньшее значение указанного отношения.

Из-за сдвига э. д. с. вентильных обмоток на 30° возникает уравнительный ток

$$i_{1d} - I_d/2 = I_d/2 - i_{2d}. \quad (2)$$

Значение уравнительного тока зависит от электромагнитной связи между вентильными обмотками и оказывает влияние на гармонический состав и коэффициент мощности преобразователя. В рассматриваемом преобразователе исследован гармонический состав знакопеременных токов в идеализированном случае — отсутствие уравнительного

тока при $X_q = \infty$ [Л. 1]. Несомненный практический интерес представляет гармонический состав токов обмоток трансформатора при ограниченной величине индуктивного сопротивления уравнительного реактора и при его отсутствии с учетом электромагнитной связи между вентильными обмотками по цепи переменного тока. Исследование, проведенное в статье, распространяется на режимы работы преобразователя с углом коммутации не более 30° .

Уравнительный ток в рассматриваемой схеме был определен без учета параметров трансформатора [Л. 2]. Исследуя выражения для выпрямленных токов мостов i_{d1} и i_{d2} [Л. 3], можно получить формулы для расчета амплитуды уравнительного тока в режиме 5-4. Выбор расчетной формулы зависит от значений углов отпирания и коммутации тиристоров:

при $\alpha + \gamma \leq \pi/12$, $\gamma \geq \gamma_{\min}$

$$I_m = \frac{1}{4(2 - \sqrt{3}X_s + X_q)} \left[4 \sin \frac{\pi}{12} - \frac{\cos(\alpha + \gamma/2) \cos(\alpha_0 + \gamma/2)}{\cos \alpha_0} \right]; \quad (3)$$

при $\pi/12 \leq \alpha + \gamma \leq \pi/2$

$$I_m = \frac{1}{4(2 - \sqrt{3}X_s + X_q)} \left[4 \sin \frac{\pi}{12} \cos(\alpha + \gamma - \frac{\pi}{12}) - \frac{\cos(\alpha + \frac{\gamma}{2}) \cos(\alpha_0 + \frac{\gamma}{2})}{\cos \alpha_0} \right]; \quad (4)$$

при $\alpha + \gamma \geq \pi/2$, $\alpha \leq \pi/2$

$$I_m = \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{\cos(\alpha + \alpha_0 + \gamma) - \cos(\alpha - \alpha_0)}{8(2 - \sqrt{3}X_s + X_q) \cos \alpha_0}; \quad (5)$$

при $\alpha_{rp} + \gamma \geq \alpha + \gamma \geq \pi/2$, $\alpha_{rp} \geq \alpha \geq \pi/2$

$$I_m = \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{\cos(\alpha + \alpha_0 + \gamma) - \cos(\alpha - \alpha_0)}{8(2 - \sqrt{3}X_s + X_q) \cos \alpha_0}, \quad (6)$$

где α — угол отпирания; α_0 — естественный угол отпирания; α_{rp} — граничный угол отпирания; γ — угол коммутации; γ_{\min} — минимальный угол коммутации.

На рис. 2 представлены в относительных единицах значения амплитуды уравнительного тока, рассчитанные по формулам (3)–(6); за базовый принят ток

$$I_{0a3} = \sqrt{3} E_m' X_R. \quad (7)$$

С уменьшением угла коммутации наибольшая амплитуда уравнительного тока растет, достигая максимального значения при $\gamma = 0$ и $\alpha = \pi/2$. В диодном преобразователе ($\alpha = \alpha_0$) амплитуда уравнительного тока с увеличением угла коммутации растет до экстремального значения, а затем незначительно снижается (рис. 3).

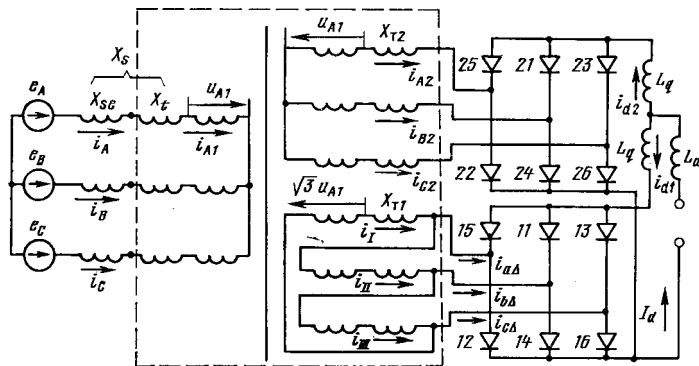


Рис. 1. Схема 12-фазного преобразователя с трехобмоточным трансформатором и параллельным соединением мостов.

Минимальный угол коммутации. Совместив начало отсчета времени с моментом прохождения э. д. с. e_A через максимальное значение, рассмотрим интервал повторяемости с момента отпирания тиристора 13 схемы рис. 1. Коммутация тиристоров 11 и 13 завершается в момент времени $\alpha + \gamma - \pi/6$. Если указанный момент наступает раньше момента совпадения разности э. д. с. $e_A - e_B$ и э. д. с. $\sqrt{3}e_A$, т. е. $\alpha + \gamma < \pi/12$, то может произойти запираание тиристоров 12 и 13 и их повторное отпирание при $\theta = -\pi/12$. Отсюда следует, что на интервале повторяемости последовательно проводят ток сначала пять тиристоров (11, 12, 13, 21, 22), затем четыре (12, 13, 21, 22), два (21, 22) и снова четыре (12, 13, 21, 22). Повторное отпирание тиристоров 12 и 13 в диодных схемах обеспечивается за счет того, что при $\theta > -\pi/12$ э. д. с. $\sqrt{3}e_A > e_A - e_B$, а в тиристорных — при соответствующей ширине управляющего импульса.

С уменьшением тока нагрузки I_d режим 5-4 переходит в режим 5-4-2-4 при токе $I_{dmin} = 2I_m$, которому соответствует минимальный угол коммутации γ_{min} . Значения I_{dmin} и γ_{min} определяются путем совместного решения (3) и следующего уравнения:

$$I_{dmin} = k_I [\cos(\alpha - \alpha_0) - \cos(\alpha + \alpha_0 + \gamma_{min})], \quad (8)$$

где k_I определяется согласно [Л. 3].

Таким образом, при $\alpha \geq \pi/12$ минимальный ток нагрузки в режиме 5-4 определяется по выражению (8), и в этом случае $\gamma_{min} = 0$. Если же $\alpha \leq \pi/12$, то минимальный ток нагрузки в режиме 5-4 также определяется по (8), но α и γ_{min} удовлетворяют следующему соотношению:

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 \frac{\pi}{12} \sin\left(\alpha + \frac{\gamma_{min}}{2}\right) \sin\left(\alpha_0 + \frac{\gamma_{min}}{2}\right) + \\ + \operatorname{tg} \alpha_0 \cos\left(\alpha + \frac{\gamma_{min}}{2}\right) \cos\left(\alpha_0 + \frac{\gamma_{min}}{2}\right) = \\ = 4 \sin \frac{\pi}{12} \sin \alpha_0. \end{aligned} \quad (9)$$

Граничный угол отпирания тиристоров. При работе тиристорного преобразователя в инверторном режиме должен быть обеспечен минимальный угол погасания δ_{min} . Последний отсчитывается от момента прохождения тока запираемого тиристора через нуль до момента, когда восстанавливающееся на нем напряжение проходит через нулевое значение, а затем становится положительным.

В режиме 5-4 напряжение на тиристоре 11 после его запираения, т. е. в интервале $\alpha + \gamma - \pi/6 < \theta < \alpha$, определяется как

$$\begin{aligned} u_{11} = \sqrt{3} E_m \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3} E_m}{2(2 - \sqrt{3} X_s + X_q)} \times \\ \times \left[\cos \theta + \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Если угол опережения $\beta \leq \pi/6 + \alpha_0$, то кривая напряжения u_{11} проходит через нуль при $\theta_0 = 5\pi/6 - \alpha_0$, т. е. граничный угол отпирания

$$\alpha_{гр} = \pi - \alpha_0 - \gamma_{max} - \delta_{min}. \quad (11)$$

Представляет интерес рассмотрение влияния коммутации тиристоров второго моста, например

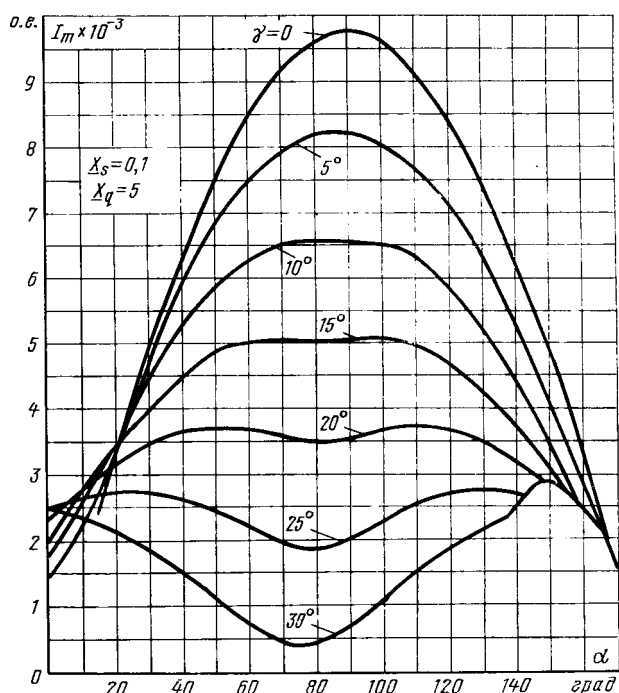


Рис. 2. Зависимость амплитуды уравнивающего тока от α в режиме 5-4.

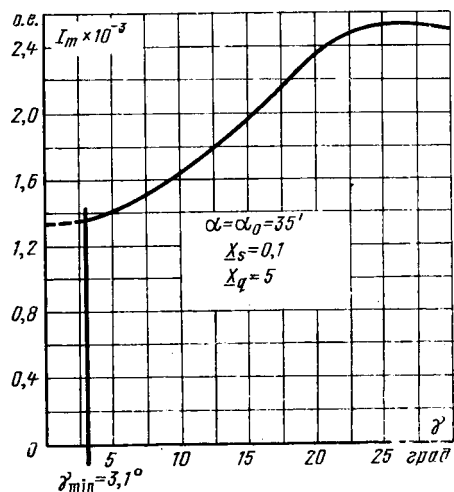


Рис. 3. Зависимость амплитуды уравнивающего тока от угла коммутации при естественном угле отпирания.

21 и 23, на значение угла погасания тиристора 11 первого моста. При $\alpha < \theta < \alpha + \gamma$

$$\begin{aligned} u_{11} = \sqrt{3} e_c + \frac{3}{2} X_s E_m \sin \theta + \frac{\sqrt{3} (2 - \sqrt{3}) E_m}{7 - 4\sqrt{3} X_s + 4 X_q} \times \\ \times \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} X_s \right) \cos \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Напряжение на тиристоре 11 при коммутации тиристоров 21 и 23 опережает э. д. с. e_c на угол ψ , причем

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{3} \frac{(2 - \sqrt{3} X_s) \operatorname{tg} \alpha_0 - X_s}{3 X_s + (2 - \sqrt{3} X_s) \operatorname{tg} \alpha_0 - 4}. \quad (13)$$

При весьма большой индуктивности уравнивающего реактора выражение (13) совпадает

Таблица 1

№ интервала поворота	Начало интервала	Конец интервала	Ток проводят вентили	i_{ad}
1	$\alpha - \pi/6$	$\alpha + \gamma - \pi/6$	11, 12, 13, 21, 22	$f'_{1d}(\theta)$
	$\alpha + \gamma - \pi/6$	α	12, 13, 21, 22	$f''_{1d}(\theta)$
2	α	$\alpha + \gamma$	12, 13, 21, 22, 23	$f'_{2d}(\theta - \pi/6)$
	$\alpha + \gamma$	$\alpha + \pi/6$	12, 13, 22, 23	$f''_{2d}(\theta - \pi/6)$
3	$\alpha + \pi/6$	$\alpha + \gamma + \pi/6$	12, 13, 14, 22, 23	$\varphi'(\theta - \pi/3)$
	$\alpha + \gamma + \pi/6$	$\alpha + \pi/3$	13, 14, 22, 23	0
4	$\alpha + \pi/3$	$\alpha + \gamma + \pi/3$	13, 14, 22, 23, 24	0
	$\alpha + \gamma + \pi/3$	$\alpha + \pi/2$	13, 14, 23, 24	0
5	$\alpha + \pi/2$	$\alpha + \gamma + \pi/2$	13, 14, 15, 23, 24	$-\varphi''(\theta - 2\pi/3)$
	$\alpha + \gamma + \pi/2$	$\alpha + 2\pi/3$	14, 15, 23, 24	$-f'_{1d}(\theta - 2\pi/3)$
6	$\alpha + 2\pi/3$	$\alpha + \gamma + 2\pi/3$	14, 15, 23, 24, 25	$-f'_{2d}(\theta - 5\pi/6)$
	$\alpha + \gamma + 2\pi/3$	$\alpha + 5\pi/6$	14, 15, 24, 25	$-f''_{2d}(\theta - 5\pi/6)$

с приведенным в [Л. 4]. Если угол отпирания тиристоров находится в диапазоне

$$5\pi/6 - \psi \leq \alpha \leq 5\pi/6 - \alpha_0,$$

то максимальный угол коммутации

$$\gamma_{\max} = \pi/6 - \delta_{\min}. \quad (14)$$

Граничный угол отпирания тиристоров

$$\alpha_{\text{гп}} = \pi - \gamma_{\max} - \delta_{\min} - \psi, \quad (15)$$

если

$$5\pi/6 - \psi - \gamma \leq \alpha \leq 5\pi/6 - \psi.$$

Максимальный угол отпирания второго диапазона изменения находится между граничными углами отпирания согласно (11) и (15).

Уравнительный ток в прерывистых режимах выпрямленного тока. Амплитуда уравнительного тока в прерывистом режиме выходного тока моста равна половине тока нагрузки. При снижении нагрузки режим 5-4-2-4 при угле коммутации, равном нулю, переходит в режим 4-2. Если угол отпирания $\alpha > \pi/12$ и угол естественного отпирания $\alpha_0 < \pi/12$, то при снижении нагрузки режим 5-4 переходит в режим 4-2. Режим 4, как граничный между 5-4 и 4-2, существует только при определенном значении тока нагрузки.

В диодном преобразователе, угол естественного отпирания которого $\alpha_0 > \pi/12$, при снижении нагрузки режим 5-4 сначала переходит в режим 4, а затем — в 4-2. Действительно, для диодного преобразователя с «сильной» электромагнитной связью между вентильными обмотками ($X_s = 0,9$ и $X_q = 0$)

в режиме 5-4 угол $\alpha_0 = 19,3^\circ$. В режиме 4-2 угол естественного отпирания $\alpha_0 = 15^\circ$. В режиме 4 угол естественного отпирания зависит от тока нагрузки:

$$\sin \alpha_0 = \frac{2 - \sqrt{3} X_s + X_q}{2 \sin^2 \pi/12} I_d. \quad (16)$$

Законы изменения линейного тока вентильной обмотки. В симметричном 12-фазном преобразователе линейный ток вентильной обмотки содержит гармоники с порядковым номером $6k \pm 1$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Порядок гармоник тока питающей сети равен $12k \pm 1$. Амплитуда гармоник тока сетевой обмотки приведенного трансформатора (рис. 1) равна удвоенной амплитуде соответствующей гармоники линейного тока вентильной обмотки. В рассматриваемом преобразователе достаточно знать аналитические выражения токов в установившемся режиме работы на протяжении интервала повторяемости $\pi/6$, чтобы на основании симметрии описать законы изменения токов на протяжении периода э. д. с. источника питания. В табл. 1 для основного режима 5-4 приведен закон изменения линейного тока вентильной обмотки i_{ad} на протяжении полупериода э. д. с. источника питания.

Функции, описывающие закон изменения линейного тока в табл. 1, имеют следующий вид:

$$f'_{1d}(\theta) = -\frac{1}{X_1} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{X_1} \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \times \\ \times \cos \frac{\gamma}{2} + \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (17)$$

$$f'_{1d}(\theta) = \frac{2}{X_2} \sin \frac{\pi}{12} \left[\sin\left(\theta - \frac{5}{12} \pi\right) + \right. \\ \left. + \cos\left(\alpha + \gamma - \frac{\pi}{12}\right) \right] - \frac{1}{X_1} \cos\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2} + \\ + \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (18)$$

$$f'_{2d}(\theta) = \frac{1}{X_1} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{X_1} \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \times \\ \times \cos \frac{\gamma}{2} - \frac{4}{X_2} \sin \frac{\pi}{12} \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin\left(\frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + \\ + \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (19)$$

$$f''_{2d}(\theta) = -\frac{2}{X_2} \sin \frac{\pi}{12} \left[\sin\left(\theta - \frac{5}{12} \pi\right) + \right. \\ \left. + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right) \right] + \frac{1}{X_1} \cos\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2} + \\ + \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (20)$$

$$\varphi'(\theta) = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{X_1} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{X_1} \sin(\alpha + \gamma) + \cos(\alpha + \gamma) \right]; \quad (21)$$

$$\varphi''(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{X_1} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{X_1} \sin \alpha + \cos \alpha \right], \quad (22)$$

где

$$X_1 = \frac{7 - 4\sqrt{3}X_s + 4X_q}{2 - \sqrt{3}}; \quad X_2 = 4 - 2\sqrt{3}X_s + 2X_q.$$

Из (17) — (22) можно получить функции, известные из классической теории ($X_q = \infty$).

В табл. 2 приведен закон изменения линейного тока вентильной обмотки для режима 4-2 и порядков отпираания тиристоров в этом режиме.

Таблица 2

№ интервала поворота	Начало интервала	Конец интервала	Ток проводящих вентилей	$i_{a\Delta}$
1	$\alpha - \pi/6$ ξ	ξ α	12, 13, 21, 22 12, 13	$\Phi_1(\theta)$ I_d
2	α $\xi + \pi/6$	$\xi + \pi/6$ $\alpha + \pi/6$	12, 13, 22, 23 22, 23	$\Phi_2(\theta - \pi/6)$ 0
3	$\alpha + \pi/6$ $\xi + \pi/3$	$\xi + \pi/3$ $\alpha + \pi/3$	13, 14, 22, 23 13, 14	0 0
4	$\alpha + \pi/3$ $\xi + \pi/2$	$\xi + \pi/2$ $\alpha + \pi/2$	13, 14, 23, 24 23, 24	0 0
5	$\alpha + \pi/2$ $\xi + 2\pi/3$	$\xi + 2\pi/3$ $\alpha + 2\pi/3$	14, 15, 23, 24 14, 15	$-\Phi_1(\theta - 2\pi/3)$ $-I_d$
6	$\alpha + 2\pi/3$ $\xi + 5\pi/6$	$\xi + 5\pi/6$ $\alpha + 5\pi/6$	14, 15, 24, 25 24, 25	$-\Phi_2(\theta - 5\pi/6)$ 0

В табл. 2 приняты обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\theta) &= \frac{2}{X_2} \sin \frac{\pi}{12} \left[\sin \left(\theta - \frac{5}{12} \pi \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{12} \right) \right]; \\ \Phi_2(\theta) &= I_d - \Phi_1(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Гармонический состав линейных токов вентильных обмоток диодных преобразователей. Практический интерес представляет исследование гармонического состава знакопеременных токов при «слабой» ($X_s=0,1$) и «сильной» ($X_s=0,9$) электромагнитной связи по цепи переменного тока и «сильной» связи по цепи постоянного тока ($X_q=0$).

Можно показать, что номинальный ток нагрузки в относительных единицах численно равен напряжению к. з. (также в относительных единицах) при к. з. одной вентильной обмотки и номинальном токе в ней. Для определенности примем указанное напряжение равным 9%, т. е. $I_{dH}=0,09$. Условно выделим три вида нагрузки: «малая» ($I_d=12,78 \times 10^{-3}$), «номинальная» и «перегрузка» ($I_d=0,134$). Первой соответствует угол коммутации $\gamma=5^\circ$ при $X_s=0,1$, что находится вблизи границы между режимами 5-4 и 5-4-2-4, так как $\gamma_{min}=4,35^\circ$ при естественном угле отпираания $\alpha_0=2,43^\circ$ [см. уравнение (9)]. Перегрузка соответствует $\gamma=30^\circ$ при весьма большой индуктивности уравнивающего реактора.

В указанном диапазоне токов нагрузки от «малой» до «перегрузки» преобразователь при $X_s=0,1$ независимо от значения X_q работает в режиме 5-4. На основании данных табл. 3, а также зависимостей амплитуд гармоник и коэффициента мощности по основной гармонике от тока нагрузки можно сделать следующие выводы:

1. Увеличение электромагнитной связи между вентильными обмотками по цепи переменного тока вызывает увеличение амплитуды уравнивающего тока при «номинальной» нагрузке в 4,3 раза. При «малой» нагрузке амплитуда уравнивающего тока возрастает незначительно (на 4%).

2. Исклучение уравнивающего реактора из схемы приводит к увеличению угла сдвига ϕ_{ie} между э. д. с. источника питания и основной гармоникой тока. При «номинальной» нагрузке и $X_s=0,9$ значение $\cos \phi_{ie}$ снижается на 0,032, а при $X_s=0,1$ — на 0,012. Интересно отметить аномальный характер изменения $\cos \phi_{ie}$ при $X_s=0,1$ вблизи «малой» нагрузки: с ростом последней значение $\cos \phi_{ie}$ несколько возрастает.

3. С ростом амплитуды уравнивающего тока увеличивается величина пятой гармоники линейного тока вентильной обмотки. При «сильной» электромагнитной связи по цепи переменного тока исклучение из схемы уравнивающего реактора вызывает также и увеличение амплитуды 7, 17 и 19-й гармоник. В случае $X_s=0,1$ отсутствие уравнивающего реактора вызывает снижение амплитуды седьмой гармоники в «номинальном» режиме и при «перегрузке». Однако при «малой» нагрузке амплитуда седьмой гармоники возрастает.

4. Исклучение уравнивающего реактора при «сильной» электромагнитной связи по цепи переменного тока приводит к снижению значений высших гармоник тока (11, 13, 23, 25-й). Амплитуды 23 и 25-й гармоник при $X_s=0,1$ и $X_q=0$ лишь в небольшом диапазоне изменения тока нагрузки несколько превышают их величины при наличии уравнивающего реактора с весьма большой индуктивностью.

5. Амплитуду эквивалентной синусоиды тока вентильной обмотки в основном определяют 1, 5 и 7-я гармоники. При «сильной» электромагнитной связи ($X_s=0,9$) из-за уравнивающего тока амплитуда эквивалентной синусоиды возрастает в «номинальном» режиме на 24%. В том же режиме по току нагрузки в случае $X_s=0,1$ амплитуда указанной синусоиды возрастает на 2%.

6. Исклучение уравнивающего реактора изменяет режим работы преобразователя. Так при «сильной» электромагнитной связи между вентильными обмотками и «номинальной» нагрузке преобразователь работает в режиме 4, а при «малой» — в режиме 4-2.

7. Средняя за период мощность, рассеиваемая в вентиле, зависит от квадрата коэффициента формы тока вентиля k_F^2 . Из-за значительного уравнивающего тока в «номинальном» режиме при $X_s=0,9$ коэффициент формы возрастает на 23%, тогда как при $X_s=0,1$ значение k_F практически не изменяется.

Сравнение преобразователей с «сильной» ($X_s=0,9$) и «слабой» ($X_s=0,1$) электромагнитной

Таблица 3

X_q	X_s	I_d	Режим работы	I_{m1}	I_{m5}	I_{m7}	I_{m11}	I_{m13}	I_{m17}	I_{m19}	I_{m23}	I_{m25}	I_{m3}	I_m	$\cos \varphi_{1e}$	k_F
0	0,9	12,78	4-2	7,28	5	3,7	0,55	0,44	1,3	0,9	0,15	0,117	9,73	6,39	0,99	2,31
0	0,1		5-4	7,2	4,25	2,7	0,42	0,31	0,34	0,22	0,13	0,12	8,81	6,15	0,97	2,08
∞	0,1 и 0,9		5-4	7	1,4	0,95	0,58	0,5	0,35	0,275	0,2	0,17	7,26	0	0,994	1,71
0	0,9	90	4-4	51,2	30,7	17,8	1,52	0,92	2,39	2,11	0,335	0,26	62,4	45	0,928	2,07
0	0,1		5-4	49,6	12,65	3,75	2,16	1,48	0,76	0,7	0,37	0,34	51,4	10,4	0,948	1,71
∞	0,1 и 0,9		5-4	49,3	8,7	5,45	2,35	1,52	0,71	0,57	0,45	0,39	50,45	0	0,96	1,685
0	0,9	134	5-4	75,8	42,2	22,2	1,48	1,03	3,32	2,56	0,34	0,308	89,7	65,4	0,886	2,01
0	0,1		5-4	73,6	16,1	5,47	2,4	1,52	1	0,755	0,52	0,423	75,6	10,82	0,926	1,695
∞	0,1 и 0,9		5-4	73,3	12,2	7,15	2,5	1,51	0,923	0,817	0,544	0,423	74,8	0	0,94	1,673

Примечание. Значения токов приведены в относительных единицах и увеличены в 10^3 раз.

Таблица 4

X_q	$I_{m1} \cdot 10^3$	I_{m5}	I_{m7}	I_{m11}	I_{m13}	I_{m17}	I_{m19}	I_{m23}	I_{m25}	$\cos \varphi_{1e}$	I_m/I_{dH}	I_{m3}/I_{m1}	Режим работы
0	29	66,2	42,1	4,83	3,17	5,52	4,38	0,914	0,79	0,96	0,5	1,274	4-2
2	28,76	27,6	8,53	5,3	4,1	2,44	2,04	1,084	0,855	0,9686	0,123	1,044	5-4

связью между вентильными обмотками на одной модели трансформатора. Для заданного магнитопровода трансформатора существует оптимальное значение сквозного индуктивного сопротивления, соответствующего к. з. обеих вентильных обмоток. Исходя из трехлучевой схемы замещения трехобмоточного трансформатора, можно получить

$$0,55X_{\text{Рспл}} = 0,95X_{\text{Рсил}}. \quad (24)$$

Из (24) следует, что, приняв при $X_s=0,1$ значение напряжения к. з. 9%, при $X_s=0,9$ получим 5,2%. «Номинальный» ток для случая $X_s=0,9$ равен 0,052 («номинальный» ток, выраженный в амперах, как для случая «слабой», так и «сильной» электромагнитной связи между вентильными обмотками по цепи переменного тока остается без изменения).

При $X_s=0,9$, $X_q=0$ и «номинальном» токе нагрузки преобразователь работает в режиме 4-2. Амплитуда уравнивающего тока составляет 0,026, амплитуда эквивалентной синусоиды тока вентильной обмотки при $X_s=0,9$, $X_q=0$ на 26% больше, чем при $X_s=0,1$, $X_q=0$. Косинус угла сдвига $\cos \varphi_{1e}$ между э. д. с. и основной гармоникой тока при $X_s=0,9$ и $X_q=0$, на 0,012 выше, чем при $X_s=0,1$, $X_q=0$. Значения коэффициентов мощности $\cos \varphi_{1e}$ при $X_s=0,9$, $X_q=0$, $X_s=0,1$, $X_q=\infty$ совпадают (см. табл. 3). Коэффициент формы тока вентильной обмотки при $X_s=0,9$, $X_q=0$ на 27% больше, чем при $X_s=0,1$, $X_q=0$.

С целью уменьшения амплитуды эквивалентной синусоиды тока вентильной обмотки и коэффициента формы тока вентильной обмотки целесообразно ввести уравнивающий реактор с $X_q=2X_{\text{Рспл}}$. В этом случае амплитуда уравнивающего тока при «номинальной» нагрузке равна $0,123I_{dH}$ [см. уравнение (4)]. В безреакторном преобразователе при $X_s=0,1$ (табл. 3) указанная амплитуда равна 11,6%.

Сравнение гармонического состава, значений $\cos \varphi_{1e}$ для преобразователя с «сильной» электромагнитной связью по цепи переменного тока при $X_q=2X_{\text{Рспл}}$, $X_q=0$ и «номинальном» токе нагрузки приведено в табл. 4, где амплитуды высших гармоник даны в процентах от основной.

Сравнение преобразователей с «сильной» электромагнитной связью по цепи переменного тока при $X_q=2$ (табл. 4) и «слабой» связью при $X_q=0$ (табл. 3) показывает, что в «номинальном» режиме значение $\cos \varphi_{1e}$ в первом случае на 0,02 больше. Отношение амплитуд эквивалентной синусоиды к основной гармонике в обоих вариантах преобразователей практически совпадает.

Уравнивающий реактор для диодных преобразователей. В качестве уравнивающего реактора в шестифазных нулевых схемах находит широкое применение катушка с ферромагнитным сердечником, между ветвями которой обеспечивается «сильная» электромагнитная связь. Очевидно, что традиционное выполнение уравнивающего реактора на амплитуду тока $2 \times 12,3\%$ (см. табл. 4) экономически не целесообразно, так как указанный ток практически составляет около 1% $I_{dH}/2$. Покажем, что по расходу активных материалов и потерям электроэнергии более предпочтительным является выполнение реактора с воздушными зазорами и с «сильной» электромагнитной связью между его ветвями. В преобразователях на низкое выходное напряжение и большой ток функцию такого реактора могут выполнять соединительные шины между мостами и нагрузкой.

Для случая традиционного выполнения уравнивающего реактора амплитуда намагничивающего тока с учетом неравномерного распределения выпрямленных токов мостов

$$I_{om} = \frac{1}{2} (\delta_0 + \delta) I_{dH}, \quad (25)$$

где δ_0 — отношение амплитуды тока х. х. реактора к $I_{dH}/2$; δ — степень неравномерности распределения выпрямленных токов мостов.

Исходя из закона полного тока с учетом (25) и выражения для индуктивности уравнивающего реактора

$$L_1 = 0,1084 \frac{E_2}{\delta_0 \omega I_{dH}},$$

получаем его сечение в виде

$$S_1 = 5,42 \cdot 10^{-2} \left(1 + \frac{\delta}{\delta_0} \right) \frac{E_2}{\omega B_m}, \quad (26)$$

где ω — угловая частота источника э. д. с.; ω — полное число витков обмотки уравнивающего реактора; E_2 — действующее значение э. д. с., индуцируемой в фазе вентильной обмотки, соединенной звездой, при х. х. преобразователя; B_m — амплитуда магнитной индукции в уравнительном реакторе. Так как с ростом нагрузки напряжение на реакторе увеличивается, то расчет по формуле (26) приводит к заниженному значению S_1 .

Согласно закону полного тока для уравнивного реактора с воздушными зазорами

$$\omega \left(I_m + \frac{\delta I_{dH}}{2} \right) = B_m \left(\frac{l_0}{\mu_0} + \frac{l}{\mu} \right), \quad (27)$$

где l — длина магнитного пути в стали; l_0 — длина магнитного пути в воздушных зазорах; μ — магнитная проницаемость стали; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха.

Сечение сердечника магнитопровода

$$S_2 = \frac{L_2}{\omega B_m} \left(I_m + \frac{\delta I_{dH}}{2} \right). \quad (28)$$

Найдем отношение сечений магнитопроводов сравниваемых вариантов при равном числе витков и одинаковом значении магнитной индукции:

$$\frac{S_1}{S_2} = 1,1 \cdot 10^{-2} \frac{1 + \delta/\delta_0}{X_{q\text{к.ч}} (\delta/2 + I_m/I_{dH})}, \quad (29)$$

где $e_{\text{к.ч}}$ — напряжение при к. з. одной вентильной обмотки и номинальном токе в ней, отн. ед.

На рис. 4 изображена зависимость отношения сечений сердечников рассматриваемых вариантов уравнивного реактора от X_q при $e_{\text{к.ч}}=0,052$, $\delta_0=0,01$, $\delta=0,02$, из которой следует, что при $X_q=2$ отношение сечений составляет 2,38. Меньшее сечение магнитопровода во втором варианте приведет к снижению расхода меди и потерь электроэнергии. Любопытно отметить, что в идеализированном случае — при весьма большой индуктивности уравнивного реактора $\cos \varphi_{ie}=0,976$, т. е. выигрыш в коэффициенте мощности составляет всего лишь 0,0074 (см. табл. 4). Вариант выполнения уравнивного реактора в виде двух отдельных катушек с ферромагнитным сердечником и воздушными зазорами, не связанных взаимоиндукцией, является еще менее экономичным и поэтому здесь не рассматривается.

Гармонический состав линейных токов вентильных обмоток тиристорных преобразователей. Наибольшее значение уравнивающего тока в тиристор-

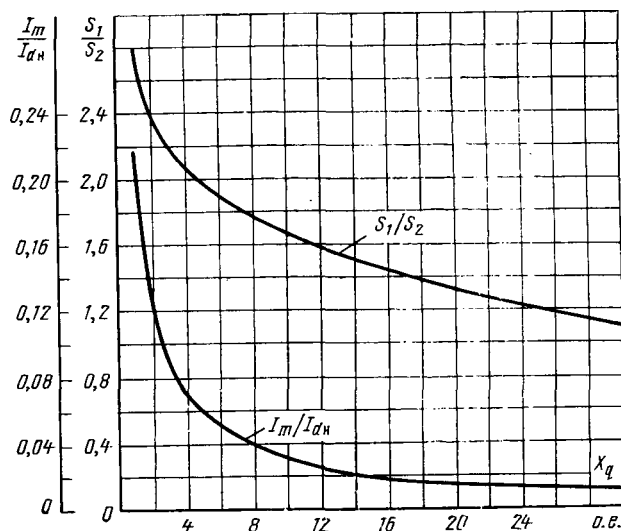


Рис. 4. Зависимости отношения сечений сердечника и амплитуды уравнивного тока от индуктивного сопротивления уравнивного реактора.

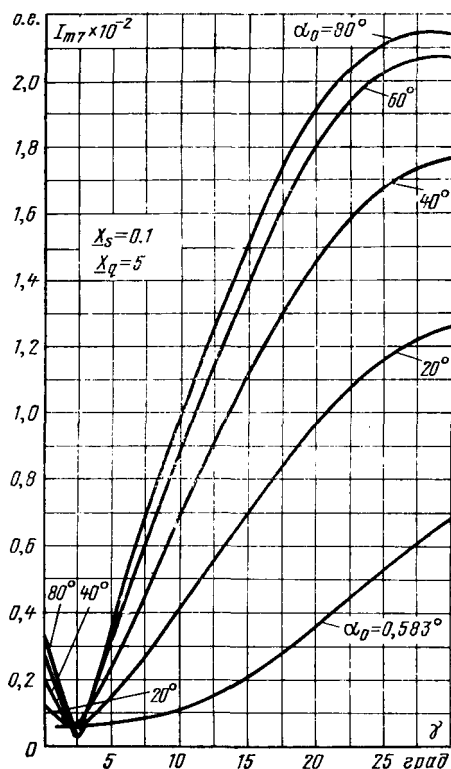


Рис. 5. Зависимости амплитуды седьмой гармоники от угла коммутации при естественном угле отпирания.

ном преобразователе [см. рис. 2 и формулу (4)]

$$I_m = \frac{2\sqrt{3} E_m \sin^2 \pi/12}{4X_R - 2\sqrt{3} X_s + 2X_q}. \quad (30)$$

В дальнейшем будем рассматривать тиристорный преобразователь со «слабой» электромагнитной связью по цепи переменного тока, т. е. случай $X_s=0,1$, так как граничный угол отпирания тиристорных (15) при «сильной» связи получается существенно меньше [Д. 5], чем при «слабой». При

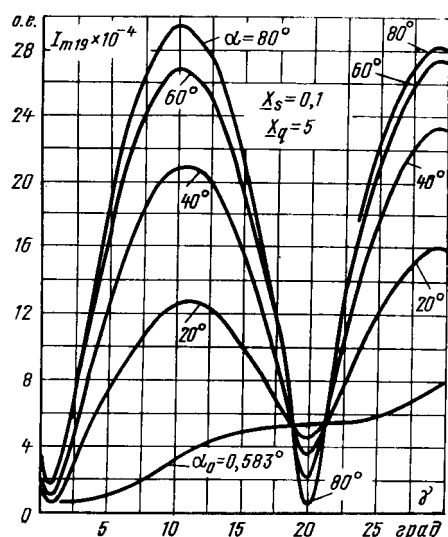


Рис. 6. Зависимости амплитуды 19-й гармоники от угла коммутации.

выборе индуктивного сопротивления уравнительного реактора целесообразно в тиристорном преобразователе сохранить (ее наибольшее значение) примерно равной наибольшей амплитуде уравнительного тока безреакторного диодного преобразователя при $X_s=0,1$ (табл. 3). Из формулы (30) следует, что в этом случае $X_q=4,6X_R$. С целью снижения амплитуды эквивалентной синусоиды вентильной обмотки и приближения ее значения к величине амплитуды безреакторной диодной схемы желательно несколько увеличить значение X_q , т. е. принять $X_q=5X_R$.

Из сравнения зависимости амплитуд высших гармоник линейного тока вентильной обмотки от угла коммутации γ при ограниченной и весьма большой индуктивности уравнительного реактора можно сделать следующие выводы:

1. Амплитуда пятой гармоники при $X_q/X_R=5$ больше, чем при весьма большом X_q . При $\alpha=80^\circ$ и $I_d=I_{дн}$ амплитуда этой гармоники возрастает на 39,5%.

2. Амплитуда седьмой гармоники при $X_q/X_R=5$ меньше, чем при весьма большом X_q , за исключением начальной части графика. При $\alpha=80^\circ$ и $I_d=I_{дн}$ амплитуда этой гармоники уменьшается на 64,6%.

3. Наибольшие величины амплитуд высших гармоник при $X_q/X_R=5$ не превосходят соответствующие значения при весьма большом X_q ; как правило, они меньше.

4. При ограниченном значении индуктивного сопротивления уравнительного реактора наблюдается аномальная зависимость 7-й и 19-й гармоник от угла коммутации, т. е. с возрастанием γ от нуля вначале амплитуда указанных гармоник уменьшается, а затем возрастает (рис. 5 и 6).

Косинус угла сдвига $\cos \varphi_{1e}$ при $X_q/X_R=5$ и заданных α и I_d может быть либо меньше, либо больше, чем при весьма большой индуктивности уравнительного реактора. Значение $\cos \varphi_{1e}$ с ростом угла отпирания тиристорov при $X_q/X_R=5$ сначала меньше величины коэффициента мощности, соот-

ветствующей $X_q/X_R=\infty$, а затем, начиная с некоторого угла отпирания, больше. Так, при $I=I_{дн}$ и минимальных углах отпирания тиристорov разность значений $\cos \varphi_{1e}$ составляет $-0,003$, а при $\alpha=80^\circ$ достигает $+0,0016$. Однако, если сравнивать значения $\cos \varphi_{1e}$ при одинаковой мощности нагрузки, то при ограниченной величине индуктивности уравнительного реактора величина $\cos \varphi_{1e}$ несколько меньше, чем в случае, когда эта индуктивность весьма велика.

Выводы. 1. Наличие уравнительного тока в диодном 12-фазном безреакторном преобразователе с «слабой» электромагнитной связью между вентильными обмотками по цепи переменного тока приводит к снижению коэффициента мощности по основной гармонике. Для повышения коэффициента мощности рекомендуется использовать преобразователь с «сильной» электромагнитной связью по цепи переменного тока и уравнительный реактор с индуктивным сопротивлением $X_q \approx 2X_R$.

2. В тиристорных преобразователях с «слабой» электромагнитной связью по цепи переменного тока для ограничения уравнительного тока рекомендуется применять уравнительный реактор с $X_q \approx 5X_R$. Если сравнивать коэффициенты мощности при ограниченной и весьма большой индуктивностях уравнительного реактора при равном значении мощности нагрузки, то уравнительный ток несколько снижает значение $\cos \varphi_{1e}$ при $X_q=5X_R$.

3. Из табл. 3 видно, что при «сильной» электромагнитной связи между вентильными обмотками по цепи переменного тока ($X_s=0,9$) и отсутствии уравнительного реактора высшие гармоники 12-фазного режима (11, 13, 23, 25-я) меньше, чем при весьма большой индуктивности уравнительного реактора. Этот вывод находится в противоречии с данными [Л. 6], где утверждается, что «при отсутствии ограничивающих средств» указанные гармоники достигают больших значений.

4. С целью экономии активных материалов и снижения потерь электроэнергии целесообразно уравнительный реактор выполнять с «сильной» электромагнитной связью между его ветвями и с воздушными зазорами.

5. В данной статье индуктивное сопротивление уравнительного реактора для диодного преобразователя ($X_q=2X_R$) определено при частичном индуктивном сопротивлении, равном 0,052 и $X_s/X_R=0,9$, а для тиристорного преобразователя ($X_q=5X_R$) — при частичном индуктивном сопротивлении, равном 0,09, и $X_s/X_R=0,1$. При определении X_q для других параметров трансформатора следует сохранить примерно неизменной величину $X_R(8-4\sqrt{3X_s+4X_q})$ соответственно для диодных и тиристорных преобразователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глинтерник С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. — Л.: Наука, 1968.
2. Зборовский И. А. Уравнительные токи в двухмостовом непереворачиваемом и четырехмостовом реверсивном 12-фазных тиристорных преобразователях. — ЭП. Преобразовательная техника, вып. 10(57), 1974.
3. Светличный Ю. Н. Влияние уравнительных реакторов на режим работы преобразователя с параллельно соединен-

ными мостами. Преобразовательные устройства и системы возбуждения синхронных машин. — Л.: Наука, 1973.

4. Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока. — Л.: Энергия, 1973.

5. Зборовский И. А., Винник В. З. К обоснованию оптимальных трансформаторов для мощных тиристорных электро-

приводов постоянного тока. — Инструктивные указания по проектированию электротехнических промышленных установок/ Тяжпромэлектропроект, 1976, № 12.

6. Размадзе Ш. М. Преобразовательные схемы и системы. — М.: Высшая школа, 1967.

[21.04.80]

УДК [621.317.33.088:621.315.61]:[539.125.5+539.166.2]

Измерение объемного сопротивления диэлектриков при импульсном гамма-нейтронном облучении

ЗИЛЬБЕРМАН М. И., канд. техн. наук, КОСТЮКОВ Н. С., доктор техн. наук

Москва

В электрической цепи схемы измерения объемного сопротивления диэлектриков, облучаемых импульсным ионизирующим излучением, возникают систематические погрешности измерения, обусловленные воздействием облучения как на испытываемый образец, так и на часть измерительной кабельной линии. Такие погрешности измерения могут быть изучены на основе анализа эквивалентных схем замещения электрической цепи с использованием обычных электротехнических методов расчета.

Однократное импульсное γ -нейтронное облучение приводит к возникновению в измерительной цепи импульса электрического тока еще без приложения испытательного напряжения. Для учета либо компенсации этого одиночного паразитного сигнала, носящего систематический характер, необходимо выяснить его параметры и определить степень влияния на полезный сигнал, содержащий информацию о значении объемного сопротивления диэлектрика. Амплитуда, форма и полярность импульса радиационного электрического тока существенно зависят не только от природы облучаемого диэлектрика, но и от значения и длительности приложения испытательного напряжения и предшествовавшего радиационного режима измерительной линии и образца. Поэтому синтез и расчет эквивалентных схем замещения целесообразно провести при некоторых упрощающих предположениях.

Примем исходные (до начала однократного импульсного облучения) значений пространственного заряда и напряженности электрического поля в испытываемом образце и изоляции измерительной кабельной линии равными нулю (испытательное напряжение не приложено). Будем также полагать, что диэлектрики (образец и изоляция коаксиального кабеля) характеризуются однородной объемной проводимостью, а толщина их меньше или равна средней проекции пробега заряженной частицы отдачи на направление гамма- или нейтронного излучения ($E_{\gamma} \geq 0,5$ фДж). При таких условиях, как показал Г. Ф. Иоилев, в диэлектрике возникает положительный объемный заряд. Примем также радиационно-наведенный потенциал жилы кабельной линии за положительный относи-

тельно заземленного экрана кабеля. Расчет схем замещения проведем для режима падающей (прямой) волны тока при условии согласования волнового сопротивления измерительной линии и входного сопротивления регистрирующего устройства (осциллографа).

Для проведения расчета и эквивалентных преобразований схем замещения определим «техническую» ширину спектра импульсного электрического сигнала. Как показал анализ осциллограмм, независимо от того, приложено к образцу испытательное напряжение или нет, поступающие на вход осциллографа импульсы можно аппроксимировать импульсами синусквадратичной, косинусквадратичной либо колоколообразной формы. Поскольку колоколообразный импульс и его спектральная функция, содержащая информацию об амплитудах и фазах отдельных составляющих гармоник, имеют одинаковый вид и обладают свойством симметрии, воспользуемся для дальнейшего рассмотрения именно этой аппроксимацией.

Спектральная плотность $F(\omega)$ спектральной функции неперiodического одиночного электрического сигнала

$$S(t) = U_{n \max} \exp(-2t^2/\tau_n^2), \quad -\infty < t < \infty, \quad (1)$$

определяется выражением [Л. 1]

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \exp(-j\omega t) dt = |F(\omega)| \exp[-j\psi(\omega)], \quad (2)$$

где τ_n — длительность импульса на уровне 0,606 его амплитуды $U_{n \max}$; t — время прохождения импульса; ω — угловая частота.

Так как модуль спектральной плотности не зависит от положения сигнала на оси времени (например, при задержке сигнала), совместим геометрическую середину колоколообразного импульса с осью ординат. Подставляя выражение (1) в (2) и производя вычисления, получаем

$$F(\omega) = U_{n \max} \sqrt{\pi/2} \tau_n \exp[-2(\omega \tau_n/4)^2]. \quad (3)$$

Частота нижней границы спектра равна нулю. Ширина же спектра сигнала определится как:

$$\omega_{\text{гп}} = 4/\tau_n (f_{\text{гп}} \approx 0,637/\tau_n) \quad (4)$$

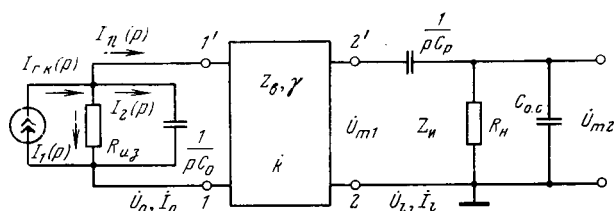


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения измерительной линии ($U_0=0$).

$R_{из}$ и C — текущие удельные сопротивление изоляции и емкость кабеля, подвергнутого гамма-нейтронному облучению.

Для импульса синусквадратичной формы

$$S(t) = U_{н\max} \sin^2 \frac{2\pi}{3\tau_{и}} t$$

граничная частота $f_{гр} \approx 0,666/\tau_{и}$, где $\tau_{и}$ — длительность импульса, определенная на уровне 0,606.

Для импульса косинусквадратичной формы граничная частота определяется таким же соотношением.

«Техническую» ширину спектра сигнала, т. е. полосу частот, в которой переносится 90% энергии импульса, можно вычислить, воспользовавшись известным равенством Парсевалю:

$$f_{гр.тех} = 0,4/\tau_{и}. \quad (5)$$

Прохождение импульсов электрического тока через цепь входа осциллографа, например через цепь, представленную на рис. 1 (зажимы 2'—2), сопровождается, как известно, уменьшением удельного веса низкочастотных гармоник их спектра. Определим низкочастотную границу f_n полосы пропускания цепи входа на уровне 0,707. До 10 МГц во всем частотном диапазоне [Л. 1]:

$$\text{Mod } k = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = \frac{\omega_n C_p R_n}{\sqrt{1 + \omega_n^2 C_p^2 R_n^2}} = 0,707, \quad (6)$$

где значения параметров C_p и R_n вычисляются из условия согласования волнового сопротивления измерительной линии с комплексным сопротивлением входа осциллографа ($Z_{в}=Z_n$): $R_n=750$ Ом, $C_p=2$ мкФ (при $f_{гр.тех} \leq 3,6$ кГц).

При этом $f_n \approx 10$ Гц, а емкость монтажа ($C_{о.с} \approx 50$ пФ) на прохождение сигнала практически не влияет. Таким образом, регистрирующее устройство (осциллограф) фиксирует энергию сигнала в диапазоне частот от f_n до $f_{гр.тех}$. Каждой граничной частоте соответствует определенная низкочастотная граница. Соотношение между величинами постоянной времени цепи входа осциллографа (рис. 1) и длительности электрических импульсов (100—200 мкс) принято таким, что при прохождении цепи входа искажения формы импульса не должно происходить.

В области частот от f_n до $f_{гр.тех}$ необлучаемая часть используемой кабельной линии может быть представлена как однородная длинная линия ($Z_{в}=Z_n$) без потерь и практически без искажений сигнала. Это позволяет рассматривать необлучаемую часть линии в виде четырехполюсника (рис. 1), коэффициент передачи которого

$$k = 1 \exp[j\varphi(\omega)], \quad (7)$$

где ФЧХ $\varphi(\omega)$ является линейной функцией частоты, а модуль коэффициента передачи может быть принят равным единице.

В соответствии с выражением (7) $U_0=U_i$; $I_0=I_i$ и четырехполюсник схемы рис. 1 может не учитываться, а зажимы 1'—1, 2'—2 совмещены. Если соблюдается условие $Z_{н}=Z_{в}$, то, как известно, входное сопротивление линии равно ее волновому сопротивлению независимо от длины линии.

Будем для простоты полагать, что наиболее интенсивно облучается часть однородной кабельной линии длиной 1 м, которую представим, как принято в теории связи в виде элементарного звена цепной схемы с сосредоточенными параметрами — элементами. При рассмотрении прохождения импульсного сигнала длительностью порядка 100 мкс ($f_{гр.тех} \approx 4 \cdot 10^3$ Гц) по такой цепи можно пренебречь влиянием удельных индуктивности L_0 и сопротивления токопроводящей жилы R_0 кабеля, учитывая, что их значения существенно меньше удельного сопротивления необлученной изоляции $R_{оиз}$ ($R_{оиз} \gg R_0$; $R_{оиз} \gg \omega_{гр.тех} L_0$). Свободный конец одиночного кабеля может быть подготовлен к облучению таким образом, чтобы возможно было пренебречь шунтированием $R_{из}$ кабеля по ионизированному воздуху и торцевой поверхности.

С учетом сделанных допущений эквивалентная электрическая схема замещения измерительной линии, присоединенной на вход осциллографа (без образца в измерительной ячейке), в цепи которой генерируется импульс радиационного электрического тока (испытательное напряжение не приложено, $U_0=0$), может быть представлена в виде, приведенном на рис. 1. Поскольку источником электрического сигнала является облучаемая часть кабеля, генератор радиационной э. д. с. можно представить в виде генератора тока с сопротивлением, которое согласовано с волновым сопротивлением линии, так как образуется комплексным сопротивлением облучаемого участка линии. Если $R_{из}=R_{из}(t)$, то емкость кабеля, как экспериментально установлено, изменится не более чем на 3%, что позволяет пренебречь изменением удельной емкости ($C=C_0$) при расчете. Кроме того, можно показать, что $R_{из} \gg R_0$ и $R_{из} \gg \omega_{гр.тех} L_0$. Направление тока выберем с учетом сделанного предположения о полярности радиационно-наведенного потенциала жилы кабеля. На основании первого закона Кирхгофа для схемы рис. 1 можно записать:

$$I_{г.к}(p) = I_{и}(p) + I_1(p) + I_2(p), \quad (8)$$

где $I_{г.к}$ — ток генератора тока.

Оценим значения модулей токов правой части уравнения (8) при наиболее интенсивном облучении, соответствующим амплитудному значению мощности дозы γ -составляющей импульса излучения. Как известно [Л. 4], значение $R_{из\min}$ составляет не менее 10^5 Ом. При $f_n=10$ Гц $X_{C_0}=24$ МОм, а $|Z_{в}|=800$ Ом; при $f=10^4$ Гц $X_{C_0}=24$ кОм ($C_0 \approx 70$ пФ). Тогда

$$\frac{I_{1l}}{I_i} = \frac{R_{из\min}}{|Z_{в}|} = 1,3 \cdot 10^2;$$

$$\frac{I_{11}}{I_2} = -\frac{X_{C_0 \min}}{|Z_3|} = 3 \cdot 10^2.$$

Следовательно, с достаточной степенью точности можно полагать, что $I_{г.к}(p) = I_{11}(p)$.

Осциллографируемая временная зависимость напряжения, которая формируется на R_n после прямого преобразования по Лапласу, примет вид:

$$U_{11}(t) \doteq U_{11}(p) = R_n I_{11}(p) = R_n I_{г.к}(p).$$

Здесь $U_{11}(t) = S(t)$ находится из (1), причем $U_{n \max}$, t , τ_n определяются из анализа конкретной осциллограммы. Амплитудное значение сигнала $U_{n \max}$ соответствует воздействию на диэлектрик излучения максимальной интенсивности

$$U_{11}(t) \doteq U_{11 \max} \tau_n \sqrt{\pi} 8 \exp\left(-\frac{\tau_{11}^2 p^2}{8}\right) = R_n I_{г.к}(p).$$

Воспользуемся обратным преобразованием по Лапласу для выражения временной зависимости импульса генерируемого радиационного электрического тока:

$$I_{г.к}(p) \doteq I_{г.к \max} \exp(-2t^2/\tau_{11}^2) = I_{г.к}(t), \quad (9)$$

где

$$I_{г.к \max} = U_{11 \max} / R_n. \quad (10)$$

Теперь найдем выражение для импульса тока при условии, что к коаксиальному кабелю перед облучением приложено напряжение постоянного тока ($U_0 \neq 0$) — емкость C_p заряжена: положительный потенциал на жиле; экран заземлен; влиянием свободного облучаемого конца пренебрегаем. В исходном состоянии схемы рис. 1 (до воздействия импульса излучения) постоянная времени разряда конденсатора C_p $\tau_0 = R_{0из} C_p$ превышает 1 ч. Во время воздействия импульса излучения напряжение, приложенное к кабелю, снижается за счет разряда емкости C_p через сопротивление $R_{из} \ll R_{0из}$ по экспоненциальному закону:

$$U_0 t = U_0 \exp(-t/R_{из} C_p). \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет найти такое необходимое минимальное значение C_p , чтобы при $R_{из} = R_{из \min}$ значение приложенного испытательного напряжения за время облучения, не снижалось бы более, чем, например, на 1%. Так при $U_0/U_0 t = 1,01$; $t = 3 \cdot 10^{-4}$ с; $R_{из \min} = 10^5$ Ом значение $C_{p \min} = 0,3$ мкФ, что намного меньше значения $C_p = 2$ мкФ, вычисленного при условии $Z_n = Z_B$.

Рассмотрение переходного процесса, протекающего в измерительной цепи при воздействии импульса излучения проведем операторным методом. При облучении изменяется значение сопротивления изоляции кабеля (изменением C_0 пренебрегаем), т. е. сопротивление одной из ветвей цепи рис. 1. Тогда, согласно теореме об изменении токов в цепи при изменении сопротивления одной ветви [Л. 3], изменение тока в цепи (до облучения в цепи протекал ток $I_0 = U_0/R_{0из}$) обусловлено действием эквивалентного источника э. д. с., расположенного в ветви с измененным сопротивлением

$$E_{из}(t) = I_0 \Delta R_{из} = \frac{\Delta R_{из}}{R_{0из}} U_0, \quad (12)$$

где

$$\Delta R_{из}(t) = R_{0из} - R_{из}(t). \quad (13)$$

Заменяем генератор напряжения $E_{из}(t)$ с внутренним сопротивлением $R_{из}(t)$ генератором тока, тогда

$$I_{из}(t) = E_{из}(t) / R_{из}(t) = \frac{U_0}{R_{0из}} \left(\frac{R_{0из}}{R_{из}(t)} - 1 \right). \quad (14)$$

Учитывая, что до момента воздействия излучения емкости C_0 и C_p были заряжены, эквивалентные генераторы напряжения $U_{C_p}(0_-) = U_{C_0}(0_-) = U_0$ операторной схемы замещения целесообразно заменить генераторами тока (рис. 2), значения токов которых определяются как

$$I_{C_0}(p) = C_0 U_0; \quad I_{C_p}(p) = C_p U_0. \quad (15)$$

Оценим значения токов генераторов при $U_0 = 1000$ В: $I_{C_0} = 7 \cdot 10^{-8}$ А; $I_{C_p} = 2 \cdot 10^{-3}$ А ($I_{г.к} \gg 10^{-6}$ А, как следует из измерений, табл. 1). Значение $I_{из \max}$ определим из условия $R_{из}(t) = R_{из \min}$; согласно выражению (14) ($R_{0из}/R_{из \min} \gg 1$ и $I_{из \max} = U_0/R_{0из \min} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$ А.

Таблица 1

№№ импульса излучения	Амплитудное значение тока, $A \times 10^{-6}$				
	1-й образец	2-й образец	3-й образец	1-й кабель	2-й кабель
10	5,5	4,0	5,8	5,5	6,0
11	8,3	10	10	10	9,5
20	5,0	5,0	4,3	6,5	6,5
21	3,3	2,0	2,2	4,0	3,4

Следовательно, действием генератора с током I_{C_0} можно пренебречь из-за порядка малости его величины.

Рассмотрим действие тока генератора I_{C_p} на схему рис. 2, для чего вычислим значения X_{C_p} и X_{C_0}

для различных гармоник частотного спектра импульса колоколообразной формы в «технической» области частот (табл. 2).

Таблица 2

f , Гц	X_{C_p} , Ом	X_{C_0} , Ом
10	$8,2 \cdot 10^3$	$2,4 \cdot 10^8$
10^2	$8,2 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^7$
10^3	82	$2,4 \cdot 10^6$
10^4	8,2	$2,4 \cdot 10^5$

В соответствии с данными табл. 2 $X_{C_p} \ll (R_{из \min} + R_n)$ и $X_{C_p} \ll (X_{C_0} + R_n)$ во всем спектре частот

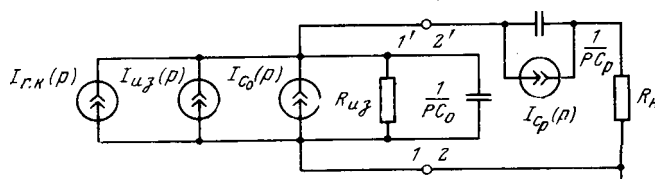


Рис. 2. Эквивалентная схема замещения схемы рис. 1 при $U_0 \neq 0$.

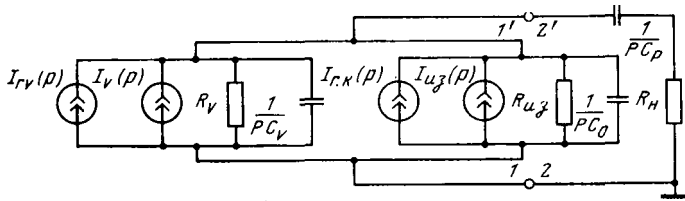


Рис. 3. Эквивалентная электрическая схема замещения электрической цепи при измерении R_v диэлектриков (двухэлектродная схема включения) при $U_0 \neq 0$.

$I_{г.в}$ — генератор тока, действие которого обусловлено лишь облучением образца; $R_n = R_v(t)$.

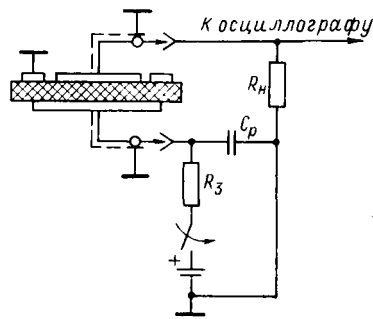


Рис. 4. Принципиальная электрическая схема измерения R_v диэлектриков (разделительная камера, испытываемый образец с системой из трех элементов), облучаемых импульсным излучением.

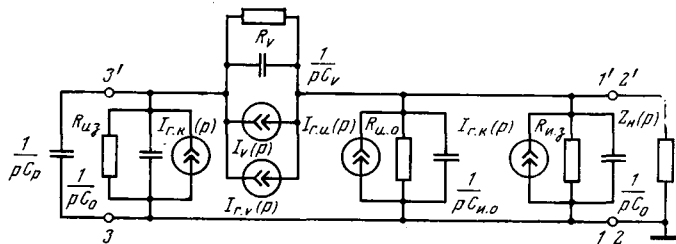


Рис. 5. Эквивалентная электрическая схема замещения принципиальной схемы рис. 4 в операторной форме при $U_0 \neq 0$. $C_{н.о}$, $R_{н.о}$ — емкость и сопротивление охранного промежутка необлучаемого образца ($C_{н.о} \approx C_v \approx C_0$; $R_{н.о} \geq 10R_{0.н.о}$).

от f_n до $f_{гр.тех}$ и источник I_{C_p} можно считать шунтированным сопротивлением X_{C_p} (емкостью C_p). В данном случае, в соответствии со схемой рис. 2, осциллографируется

$$U_{2н}(t) \doteq U_{2н}(p) = R_n I_{г.к}(p) = U_{г.к}(p) + U_{из}(p), \quad (16)$$

где $I_{г.к}(p) = I_{г.к}(p) + I_{из}(p)$; $U_{г.к}(p) = U_{1н}(p)$.

Так как длительность импульса τ_n зависит от режима облучения и свойств облучаемого диэлектрика, можно предполагать, что для кабеля $\tau_{1н} \approx \tau_{2н} \approx \tau_n$. Тогда в соответствии с (16) и выражением для $U_{1н}(p)$ можно записать:

$$U_{2н}(t) \doteq U_{2н \max} \tau_n \sqrt{\pi/8} \exp\left(-\frac{\tau_n^2 p^2}{8}\right), \quad (17)$$

где

$$U_{2н \max} = U_{г.к \max} + U_{из \max}.$$

После обратного преобразования по Лапласу и деления левой и правой частей равенства (17) на R_n получаем:

$$I_{г.к}(t) = \frac{U_{г.к \max} + U_{из \max}}{R_n} \exp\left(-\frac{2t^2}{\tau_n^2}\right). \quad (18)$$

В соответствии с формулами (10) и (17):

$$I_{из \max} = \frac{U_{2н \max}}{R_n} - \frac{U_{1н \max}}{R_n}. \quad (19)$$

Воспользовавшись выражениями (19) и (14), определим значение сопротивления изоляции кабеля в момент наиболее интенсивного воздействия импульсного излучения:

$$R_{из \min} = \frac{U_0 R_n}{U_{2н \max} - U_{1н \max}}. \quad (20)$$

Информация о значении $R_{из}$, согласно формул (16) и (20), содержится в сигнале $I_{из}$, а сигнал $I_{г.к}$ в данном случае является паразитным. Поскольку сигналы $I_{из}$ и $I_{г.к}$ имеют одинаковую полярность (рис. 2), то систематическая погрешность $I_{г.к}$ может быть вычтена из их суммы путем включения кабельных линий на дифференциальный вход осциллографа.

Рассмотрим случай измерения объемного сопротивления образца твердого диэлектрика, включенного в цепь по двухэлектродной схеме: один из электродов образца присоединен к жиле кабеля, другой — к его оплетке. Предполагая, что поверхностные и шунтирующие R_v сопротивления по ионизированному воздуху отсутствуют, такой образец можно заместить эквивалентной электрической схемой, представляющей собой параллельно соединенные объемное сопротивление R_{v0} образца и его емкость C_v .

Проведя рассуждения, аналогичные предыдущим, получим операторную схему замещения в виде, приведенном на рис. 3. Изменением емкости образца (1,5÷5%) при облучении будем пренебрегать. В соответствии со схемой рис. 3 при $U_0 = 0$ осциллографируется:

$$U_{2н}(t) \doteq U_{2н}(p) = R_n [I_{г.в}(p) + I_{г.к}(p)]. \quad (21)$$

При облучении образца снижение значения испытательного напряжения постоянного тока ($U_0 = 1000$ В) составит не более 1% ($C_p = 2$ мкФ, $R_{v \min} \geq 10^5$ Ом). Ток эквивалентного генератора, расположенного в ветви $R_v(t)$ схемы, может быть представлен выражением:

$$I_v(t) = \frac{U_0}{R_{v0}} \left(\frac{R_{v0}}{R_v(t)} - 1 \right), \quad (22)$$

где

$$I_{v0} = U_0/R_{v0}; \quad I_{v \max} = U_0/R_{v \min}.$$

При построении схемы замещения рис. 3 действием тока генератора $I_{C_v}(p) = C_v U_0 = 10^{-8} \div 10^{-7}$ А можно пренебречь из-за порядка малости его величины. Осциллографируется следующее падение напряжения:

$$U_{4н}(t) \doteq U_{4н}(p) = R_n I_{г.к}(p),$$

где

$$I_{г.к} = I_{г.в}(p) + I_v(p) + I_{г.к}(p) + I_{из}(p). \quad (23)$$

В (23) информация о значении объемного сопротивления испытуемого диэлектрика содержится в сигнале I_v , это же выражение позволяет обосновать и провести комплекс мероприятий по выделению полезного сигнала I_v .

Значение сопротивления образца диэлектрика в момент наиболее интенсивного воздействия импульсного излучения вычисляют по формуле, аналогичной (20), где в знаменателе будет находиться выраженное в явном виде амплитудное значение падения напряжения полезного сигнала.

Рассмотрим случай измерения R_v образца, включаемого в цепь по трехэлектродной схеме. Поместим образец (в форме диска) в измерительную ячейку типа «разделительная камера» (разработана во ВНИИЭК [Л. 5]). При включении образца в электрическую цепь измерительный и высоковольтный электроды присоединяют к жилам двух отдельных кабелей, а их экраны, охранный электрод и корпус ячейки заземляют. Разделительная камера позволяет практически полностью исключить межэлектродное шунтирование.

Эквивалентная схема замещения образца в разделительной камере, включенного по схеме рис. 4, представлена на рис. 5. При облучении емкость $C_{н.о}$ изменяется предположительно не более, чем на 5%. Действием эквивалентных генераторов, образуемых емкостями C_0 , C_v и $C_{н.о}$ также пренебрегаем. Генераторы $I_{г.к}$ и $R_{из}$ со стороны зажимов 3—3' (испытательное напряжение подается путем зарядки C_p) можно полагать шунтированными сопротивлением X_{C_p} (табл. 2) во всем рассматриваемом диапазоне частот. Кроме того, емкость C_p много больше емкости необлучаемой части кабеля (со стороны зажимов 3—3'). Охранный промежуток образца и кабель со стороны зажимов 1—1' (2—2'), подключенные параллельно нагрузке Z_n (рис. 5), зашунтированы индикатором, модуль входного сопротивления которого не превышает 10^3 Ом. Поэтому напряжением, приложенным к ним, практически можно пренебречь. До облучения $U_{R_n}/U_{00} = (R_n/R_{v0}) < 10^{-10}$ в процессе облучения $|Z_n|/R_v < 10^{-3}$. За время облучения образца импульсами длительностью 100—200 мкс испытательное напряжение снизится не более, чем на 1%. Сравнение значений сигналов $I_{г.и}$ и $I_{г.к}$ проведено на образцах ультрафарфора ($C_v = 50 \div 100$ пФ) при $U_0 = 0$. Охранный промежуток (шириной 2 мм об-

разца в форме диска диаметром 50 мм, толщиной 0,5 мм), в воздушной разделительной камере включался в электрическую цепь следующим образом: измерительный электрод подсоединялся к жиле кабеля, охранный электрод — к оплетке этого же кабеля (электроды серебряные). Испытываемый образец с дополнительными устройствами и взятая для сравнения идентичная кабельная линия помещались рядом (параллельно) в рабочей зоне радиационной установки импульсного действия. Результаты испытаний представлены в табл. 1, из которых можно сделать вывод о том, что составляющая сигнала $I_{г.и}$ в суперпозиции $I_{г.и}$ и $I_{г.к}$ пренебрежимо мала. Тогда в соответствии со схемой рис. 5 и учетом направления тока генератора $I_{г.в}$, а также $X_{C_p} \ll R_{v \min}$, $R_{v \min} \ll X_{C_v}$ (табл. 2), $C_v \approx C_0$ и полярности сигналов на осциллограммах (обратной к полярности сигнала $I_{г.к}$, принимаемой за положительную), осциллографируется следующее падение напряжения ($U_0 = 0$):

$$-U_{\text{сн}}(t) \doteq -U_{\text{сн}}(p) = R_n [I_{г.к}(p) - I_{г.в}(p)]. \quad (24)$$

Согласно схеме рис. 5 осциллографируется ($U_0 \neq 0$):

$$-U_{\text{сн}}(t) \doteq -U_{\text{сн}}(p) = R_n [I_{г.к}(p) - I_{г.в}(p) - I_v(p)]. \quad (25)$$

В соответствии с выражением (25) также можно разработать обоснованный комплекс мероприятий по выделению полезного сигнала I_v с целью определения R_v при импульсном облучении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гоноровский И. С. Основы радиотехники. — М.: Связь-издат, 1957.
2. Агекян Т. А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков. — М.: Наука, 1972.
3. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. — М.: Госэнергониздат, 1962.
4. Горячева Г. А., Шапкин А. А., Ширшев Л. Г. Действие проникающей радиации на радиодетали. — М.: Атомиздат, 1971.
5. Костоков Н. С., Зильберман М. И., Асеев Н. А. Особенности методики измерений электропроводности в потоках ионизирующих излучений. — Тр. ВНИИЭК 1972, вып. 12. [20.08.79]

УДК 621.313.17.001.3

Электрические машины с осевым возбуждением

БУТ Д. А., доктор техн. наук

Москва

В последние годы интенсивно разрабатываются и внедряются бесконтактные электрические машины, обладающие повышенной надежностью. Благодаря отсутствию трущихся контактов они могут эффективно работать при высоких частотах вращения ротора в условиях повышенной температуры, низкого давления и т. п. и иметь хорошие массо-габаритные показатели [Л. 1].

В автономных энергоустановках широкое распространение получили бесщеточные генераторы

[Л. 2], в которых на роторе, помимо индуктора основного генератора, размещается якорь возбuditеля и комплект полупроводниковых вентилях, обеспечивающих выпрямление якорного тока возбuditеля и питание обмотки возбуждения основного генератора постоянным током. Хотя такие генераторы хорошо зарекомендовали себя на практике, они имеют ряд недостатков — сложную электрическую часть ротора, невысокие допустимые температуры, инерционность регулирования. Эти недостатки ча-

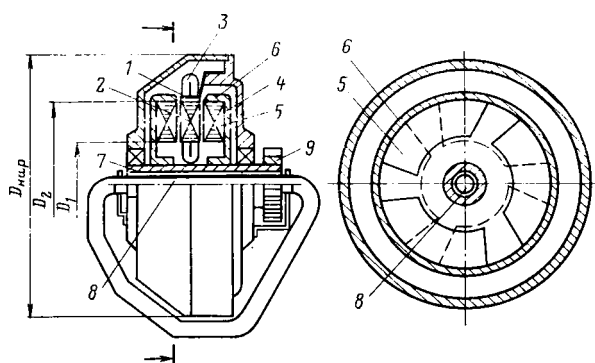


Рис. 1.

стично устранены в генераторах с клювообразными полюсами [Л. 3], однако из-за значительных потоков рассеяния и наличия нерабочих зазоров в цепи возбуждения массы таких генераторов получаются относительно большими.

Существуют бесконтактные электрические машины с осевым возбуждением, позволяющие сочетать простоту конструкции ротора, хорошие массогабаритные показатели и высокое быстродействие регулирования. Принципиальная схема такой машины в торцевом исполнении приведена на рис. 1 [Л. 4].

Расположенный на статоре торцевой якорь 1 машины выполнен из отдельных ферромагнитных шихтованных модулей 2, между которыми уложена торцевая якорная обмотка 3 [Л. 5]. С двух сторон к якорю через рабочие зазоры примыкает ротор, выполненный в виде двух немагнитных дисков 4 с ферромагнитными секторами 5 и прочностными обоями 6. Секторы левого диска сдвинуты по окружности на π/N градусов по отношению к секторам правого диска (N — число секторов одного диска), причем тангенциальная длина секторов такова, что у левых и правых секторов имеются противолежащие вдоль оси участки (участки перекрытия). Диски 4 укреплены на полом валу 7, внутри которого размещается неподвижный токопровод возбуждения 8, обтекаемый постоянным током. В качестве токопровода 8 можно использовать одну из сторон замкнутой многовитковой катушки, закрепленной на статоре, как показано на рис. 1. Вал приводится во вращение с помощью шестерни 9. Приводной вал с сопряженной шестерней может крепиться в подшипнике, заделанном в боковом щите машины.

Ток в обмотке возбуждения создает магнитный поток, который замыкается тангенциально по секторам 5 и аксиально через якорь на участках перекрытия левых и правых секторов. Форма силовой линии основного потока Φ_0 показана на рис. 2, где изображена плоская развертка активной зоны машины. Видно, что концевые участки секторов 5 приобретают чередующуюся по окружности магнитную полярность и становятся эквивалентными обычным магнитным полюсам. При вращении ротора в обмотках якоря будет наводиться э. д. с., как в обычном синхронном генераторе.

Машина может работать двигателем, если к якорной обмотке подвести переменный ток, создающий вращающееся магнитное поле, которое бу-

дет взаимодействовать с полем возбуждения в секторах.

Якорь машины может изготавливаться следующим образом. Вначале из стальной ленты навивается дискообразный сердечник; он вставляется в крепежное кольцо и «прошивается» радиальными шпильками, затем в участках между шпильками фрезеруются пазы, в которые укладывается плоская якорная обмотка.

Обмотка возбуждения может наматываться через полый вал с последующим прикреплением ее к статору. Возможно выполнение обмотки возбуждения в виде жгута со штепсельным разъемом на одном конце, через который осуществляется последовательное замыкание витков и подвод питания. Машина может быть выполнена на подшипниках скольжения с разъемными статором и ротором, что позволит упростить намотку обмотки возбуждения. Секторы 5 изготавливаются из витого стального сердечника и стягиваются радиальными шпильками, которые могут выполнять роль демпферной обмотки.

Расчет машины проводится с использованием известных методик для синхронных машин.

Оценка основных размеров осуществляется на основе расчетного уравнения торцевой электрической машины [Л. 6], которое в несколько измененном виде записывается следующим образом:

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{S_p}{k(2A_{\max})B_\delta n \varphi^*(\bar{d})}};$$

$$\bar{d} = D_1/D_2; \quad \varphi^*(\bar{d}) = 0,5\bar{d}(1 - \bar{d}^2).$$

Здесь S_p — расчетная электромагнитная мощность; A_{\max} — максимальная линейная нагрузка (на диаметре D_1), приходящаяся на один рабочий зазор; B_δ — индукция в зазоре; n — частота вращения; $k = \frac{\pi^2}{120} k_\phi k_{\phi\phi} \alpha'$, где k_ϕ — коэффициент фор-

мы кривой э. д. с.; $k_{\phi\phi}$ — обмоточный коэффициент; α' — расчетный коэффициент полюсной дуги. Коэффициент 2 перед A_{\max} объясняется наличием двух рабочих зазоров с правой и левой сторон якоря. Все величины измеряются в системе СИ, n — в об/мин. Согласно рекомендациям [Л. 6] оптимальные значения \bar{d}^* лежат в пределах 0,5—0,6.

Воздушный зазор предварительно оценивается по известной формуле [Л. 7]:

$$\delta = \frac{V_2 \mu_0 \tau_p k_{\phi\phi} k_{ad} A_{cp}}{\pi k_\delta k_\mu^* x_{ad} B_\delta},$$

в которой использованы общепринятые обозначения.

Для расчета токопровода возбуждения вначале определяется м. д. с. возбуждения при холостом ходе:

$$F_0 = \frac{4}{\mu_0} p B_\delta k_\delta k_\mu \delta.$$

Затем одним из известных методов (см., например, [Л. 8]) находится кратность увеличения м. д. с.

Рис. 2.



Аналогично можно оценить соотношение объемов магнитопроводов возбуждения машин обоих типов, используя рис. 4, на котором приведена

развертка обычный двухсторонней торцевой машины.

Из рис. 4 следует, что объем магнитопровода возбуждения на единицу длины вдоль оси

$$Q_{ст} \approx 2p\tau^2\alpha \left(\frac{B_\delta}{B_{ст}} \right) (1 + 2\beta),$$

где β — высота полюса, отнесенная к τ ; $B_{ст}$ — характерная индукция в стали.

Аналогичный объем на рис. 2

$$Q'_{ст} \approx 2p\tau^2\alpha \left(\frac{B_\delta}{B_{ст}} \right).$$

Имеем

$$Q'_{ст}, Q_{ст} \approx \frac{1}{1 + 2\beta}.$$

Если $\beta \approx 0,6$, то $Q'_{ст}/Q_{ст} \approx 0,454$.

Более детальные проработки показывают, что в действительности отношение $Q'_{ст}/Q_{ст}$ будет еще меньше, так как машина на рис. 3 должна иметь большие диаметры D_1 и D_2 , чем машина на рис. 1 с теми же значениями p и α' , чтобы межполюсные зазоры были достаточными для размещения сосредоточенных катушек возбуждения. Кроме того, у машины на рис. 3 больше масса конструктивных элементов ротора, которые по технологическим соображениям также выполняются ферромагнитными (внутренние втулки и т. п.).

Повышенный объем обмотки возбуждения и пониженный объем магнитопровода в рассматриваемой машине приводят к существенному снижению постоянной времени обмотки возбуждения. Как показали расчеты, это снижение может достигать одного порядка и более, что обеспечивает хорошие регулировочные качества машин с осевым возбуждением. В то же время из-за больших потерь в обмотке возбуждения к. п. д. машин с осевым возбуждением ниже, чем у обычных синхронных машин.

В качестве примера был рассчитан трехфазный синхронный генератор с осевым возбуждением при следующих исходных данных: полная мощность $S=320$ кВ·А; линейное напряжение $U=500$ В; частота $f=400$ Гц; $\cos \varphi=0,8$; охлаждение масляное; рабочая температура обмоток 190°C .

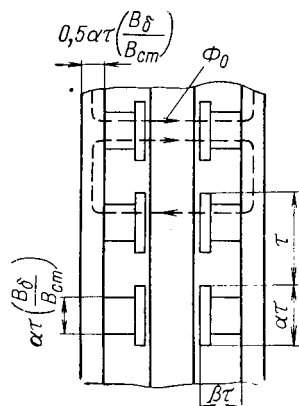


Рис. 4.

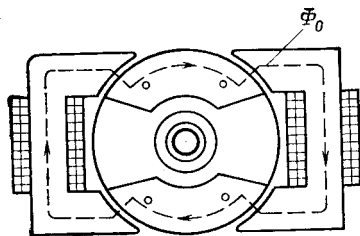


Рис. 5.

Расчетные параметры генератора приведены ниже:

число полюсов	$2p$	4
частота вращения	n , об/мин	12000
наружный диаметр якоря	D_2 , м	0,28
внутренний диаметр якоря	D_1 , м	0,168
диаметр токопровода возбуждения	$d_в$, м	0,069
воздушный зазор (постоянный)	δ , мм	2,6
осевая длина якоря	h_z , мм	25
ширина паза	$b_{пз}$, мм	12,8
линейная нагрузка на среднем диаметре [Л. 9]	$A_{ср}$, А/мм ²	63750
плотность тока [Л. 9]	I_a, j_z , А/м	25
индукция в зазоре	B_z , Т	0,75
число зубцов (модулей)	z	24
коэффициенты:		
заполнения обмоток	$k_{зп}$	0,5
насыщения	k_μ	1,1
зазора	k_δ	1,3
рассеяния цепи возбуждения	k_τ	1,2
обмоточный	$k_{об}$	0,93
полюсной дуги (расчетный)	α'	0,7
относительное индуктивное сопротивление		
продольной реакции якоря с учетом насыщения	$x_{ад}$	1,63
то же, поперечной реакции якоря	$x_{аq}$	0,87
то же, рассеяния якоря	x_τ	0,26
кратность увеличения м. д. с. возбуждения при нагрузке	F	2,62
статическая перегружаемость	s	1,72
потери на возбуждение	$\Delta p_{в}$, кВт	39
к. п. д.	η , %	80,8
постоянная времени обмотки возбуждения при разомкнутой обмотке якоря	$\tau_{в}$, с	0,01
масса	G , кг	95

Расчеты показали, что относительное значение потерь на возбуждение $\Delta p_{в}/S$ сильно зависит от мощности. При масляном охлаждении ($j_{в} \approx 25$ А/мм²) это отношение составляет примерно 0,2 при $S < 100$ кВ·А; примерно 0,1 при $S \approx 300$ —600 кВ·А; примерно 0,05 при $S > 1000$ кВ·А.

При воздушном охлаждении ($j_{в} \approx 5$ —6 А/мм²) потери на возбуждение значительно уменьшаются (примерно во столько же раз, во сколько уменьшается значение $j_{в}$), но сильно возрастает диаметр центрального токопровода, что может потребовать перехода к подшипникам скольжения.

При $S \lesssim 70$ кВ·А приходится несколько увеличивать D_1 (и соответственно D_2) по сравнению с расчетными значениями, чтобы разместить внутренние лобовые части якоря. Это приводит к снижению линейной нагрузки и заметному увеличению относительной массы машины.

Хорошими показателями обладают термоинерционные генераторы с осевым возбуждением, работающие в повторно-кратковременном режиме. Диаметр центрального токопровода у них может быть заметно уменьшен за счет увеличения коэффициента заполнения.

Существуют различные модификации машин с осевым возбуждением. Как и всякая электрическая машина, она может быть выполнена не только в торцевой (дисковой) геометрии, но и в цилиндрической геометрии с консольным креплением якоря и секторов ротора с наружной и внутренней сторон неподвижного якоря. Недостатком такой

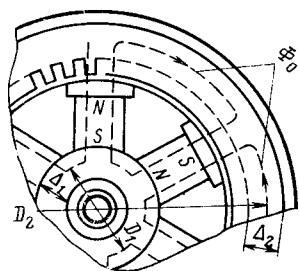


Рис. 6.

конструкции является большая окружная скорость внешней обмотки ротора и сложность консольного крепления узлов.

В машине на рис. 1 можно выполнить якорь в виде набора аксиальных шихтованных стержней и поместить на них сосредоточенные катушки. При числе стержней, равному числу секторов на обо-

их дисках ротора, получим однофазный генератор коммутаторного типа, который хорошо приспособлен для получения высоких напряжений, поскольку стержни с обмотками легко могут быть изолированы друг от друга. В отличие от обычного коммутаторного генератора [Л. 1 и 3] он имеет повышенную степень заполнения объема якорной цепи благодаря отсутствию обмотки возбуждения или постоянных магнитов на основных магнитопроводах. Как показал анализ этого генератора, первая гармоника прямого поля возбуждения заметно снижается по сравнению с полным максимальным потоком возбуждения из-за колебаний потока в секторах при их вращении.

Существует индукторный генератор с осевым возбуждением [Л. 11], схема которого приведена на рис. 5. Он содержит в статоре S —образные сердечники с якорными катушками, а на роторе — магнитомягкие секторы, подобные секторам машины на рис. 1. В изображенном положении ротора поток возбуждения, создаваемый центральным токопроводом, замыкается по пути с наименьшим магнитным сопротивлением и достигает максимального значения Φ_{\max} . При повороте ротора на угол π/N поток в якорных сердечниках падает практически до нуля ($\Phi_{\min} \rightarrow 0$) и может даже становиться отрицательным, если секторы имеют заметную остаточную намагниченность. Этим рассматриваемый генератор отличается от обычного индукторного генератора, у которого $\Phi_{\min}/\Phi_{\max} \approx 0,3$. Коэффициент использования

$$k_H = 0,5(1 - \Phi_{\min}/\Phi_{\max}),$$

равный отношению э. д. с. индукторного генератора и э. д. с. обычного синхронного генератора с тем же Φ_{\max} при осевом возбуждении составит примерно 0,5, т. е. заметно превысит k_H для известных конструкций.

Индукторный генератор с осевым возбуждением легко может быть выполнен трехфазным, если на роторе последовательно вдоль оси разместить три комплекта секторов со сдвигом на 120° .

Осевой токопровод может использоваться для подмагничивания сердечников в магнитоэлектрических и асинхронных машинах с целью регулирования их параметров. В отличие от известной схемы с тороидальной обмоткой подмагничивания на статоре [Л. 2] конструкция с осевым токопроводом обеспечивает одновременное подмагничивание как статора, так и ротора, что позволяет уменьшить требуемую м. д. с. подмагничивания. Кроме того,

замена распределенной тороидальной обмотки сосредоточенной катушкой с осевым рабочим участком позволит, во-первых, улучшить использование пазов статора, заполняемых только якорной обмоткой, и, во-вторых, существенно повысить быстродействие регулирования.

Рассмотрим в качестве примера схему осевого подмагничивания магнитоэлектрической машины на рис. 6. Если в такой машине использовать обычную тороидальную подмагничивающую обмотку на статоре, то магнитное сопротивление на пути одного полюсного деления, создаваемое м. д. с. подмагничивания (в отсутствие других м. д. с.) на единицу осевой длины равно

$$R_{\mu} = \frac{\pi D_1}{2p\mu_1\Delta_1} = \frac{\pi D_1 H_1}{2pB_1\Delta_1} = \frac{(I\omega)_{\text{подм}}}{2pB_1\Delta_1}.$$

Магнитное сопротивление, создаваемое центральной м. д. с. на пути замыкания потока одной пары полюсов (при отсутствии других м. д. с.), складывается из магнитных сопротивлений статора $R_{\mu 1}$ и ротора $R_{\mu 2}$, т. е.

$$R'_{\mu} = R_{\mu 1} + R_{\mu 2} = \frac{\pi D_1}{2p\Delta_1\mu_1} + \frac{\pi D_2}{2p\Delta_2\mu_2} = \frac{\pi D_1 H_1}{2pB_1\Delta_1} + \frac{\pi D_2 H_2}{2pB_2\Delta_2} = \frac{(I\omega)'_{\text{подм}}}{2p} \left(\frac{1}{B_1\Delta_1} + \frac{1}{B_2\Delta_2} \right).$$

Так как обычно $B_1\Delta_1 \approx B_2\Delta_2$, то при $R_{\mu} = R'_{\mu}$ имеем $(I\omega)'_{\text{подм}} = 0,5(I\omega)_{\text{подм}}$.

Когда кроме м. д. с. подмагничивания имеются другие м. д. с. (полюсов, реакции якоря), это соотношение может не выполняться из-за нелинейных магнитных свойств сердечников, однако оно подтверждает вывод о снижении требуемой м. д. с. подмагничивания при использовании центрального токопровода.

Совершенствование характеристик машин с осевым возбуждением может осуществляться различными путями. Один из них связан с размещением на общей замкнутой обмотке возбуждения нескольких машин, что позволит снизить роль внешних токозамыкающих элементов и повысить к. п. д. Другой путь — использование для возбуждения имеющихся в энергоустановках сильноточных магистралей постоянного тока с интенсивным охлаждением (в том числе криогенных).

Следует отметить, что в машинах с осевым возбуждением обеспечиваются хорошие условия для жидкостного (в частности, криогенного) охлаждения обмотки возбуждения. С этой целью могут применяться и тепловые трубы [Л. 10], которые удачно komponуются с единой обмоткой возбуждения, выполненной, например, в виде многопроводного жгута. Вообще, тот факт, что в машинах с осевым возбуждением существенно понижен объем стали и увеличен объем токопровода, благоприятен с точки зрения наблюдаемой тенденции к внедрению систем интенсивного охлаждения, позволяющих резко уменьшить омические потери.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электроснабжение летательных аппаратов / В. А. Балагуров, И. М. Беседин, Ф. Ф. Галтеев и др. — М.: Машиностроение, 1975.

О качестве электрической энергии в распределительных сетях городов

ТУДОРОВСКИЙ Я. Л.

Москва

В настоящее время во всех развитых странах коммунально-бытовая нагрузка является одним из крупных потребителей электроэнергии. Например, в 1975 г. в США коммунально-бытовая нагрузка составила 33,9% общего потребления электрической энергии [Л. 1], в ФРГ коммунально-бытовой сектор и торговля потребляли 46,9% [Л. 2], во Франции те же потребители в 1978 г. получили 32,3% общего потребления электрической энергии [Л. 3]. Причем по прогнозам доля коммунально-бытовой нагрузки в общих энергетических балансах развитых стран или сохраняется, или имеет тенденцию к росту. Таким образом, проблема качества электрической энергии для городских непромышленных потребителей — это проблема, стоящая перед всеми развитыми странами и касающаяся значительной доли потребляемой электроэнергии.

С целью выявления показателей качества электрической энергии в городских распределительных сетях 0,4 кВ были произведены измерения на ряде трансформаторных подстанций (ТП) 6—10/0,4 кВ. При этом на одной ТП 6/0,4 кВ измерения проводились в течение месяца в период летнего минимума и зимнего годового максимума нагрузки. На четырех ТП 6/0,4 кВ в течение суток в летний период фиксировались самопишущими приборами нагрузки фаз, три линейных и два фазных напряжения. Приборами, сочлененными с самописцами, в одной или во всех трех фазах на ТП фиксировался коэффициент несинусоидальности, а также регистрировался коэффициент несимметрии.

Средние значения показателей качества электроэнергии, измеренные на шинах 0,4 кВ, показали, что нижние границы отклонений напряжения соответствуют ГОСТ 13109-67, а верхние — более чем в два раза превосходят установленные. Максимальные значения отклонений напряжения относятся прежде всего к ночному и дневному провалам нагрузки, и длительность этих отклонений напряжения составляет 8—12 ч в сутки. При этом математическое ожидание отклонения напряжения в нерабочие сутки на 2—3% выше, чем в рабочие сутки. Следует отметить, что трансформаторы центров питания, от которых получают питание ТП, не оборудованы РПН, и это сказывается на значениях отклонений напряжения. В то же время можно считать, что такие подстанции находятся в типичных для городских ТП условиях, так как в подавляющем числе городских центров питания РПН или отсутствует, или работает крайне неудовлетворительно [Л. 4].

Значения коэффициента обратной последовательности на исследуемых подстанциях отличались незначительно, а углы, составленные напряжением обратной последовательности с напряжением прямой последовательности на стороне 0,4 кВ, — практически одинаковы. Дисперсия значений коэффициента обратной последовательности на всех ТП, получающих электроснабжение от одного центра питания, составила 0,15—0,24.

Связь, характеризующая коэффициентом корреляции, между отклонениями напряжения и коэффициентом обратной последовательности составила 0,45—0,6.

Коэффициент несинусоидальности является нестационарной величиной на суточной реализации с максимальными зна-

чениями несинусоидальности, относящимися к ночному провалу графика нагрузки (ночному повышению напряжения), и максимальными, относящимися к вечернему и дневному максимумам нагрузки. Значение коэффициента несинусоидальности при примерно одинаково повышенном напряжении во всех фазах на стороне 6—10 кВ ТП и на стороне 0,4 кВ оказалось в 1,1—1,4 раза выше в фазах А и С, чем в фазе В. При этом значение коэффициентов корреляции между реализациями коэффициентов несинусоидальности в одной точке измерения, но в разных фазах, составляет 0,74—0,82 при измерениях в фазах А и С, и 0,55—0,67 при измерениях в фазах А и В. Изменение коэффициента несинусоидальности напряжения при изменении напряжения можно объяснить резкой зависимостью отдельных гармоник тока холостого хода распределительных трансформаторов от питающего напряжения и неодинаковыми значениями тока холостого хода и его гармонического состава в средней и крайних фазах трансформаторов, особенно при повышенных напряжениях.

Широкое исследование уровней высших гармонических напряжений в городских низковольтных электросетях привели к следующим выводам. Расположение низковольтных участков сети в магистрали (в начале, середине или конце) не оказывает влияния на величины уровней гармоник. Максимальные значения отдельные гармоники напряжения имеют в ночное время. Четные гармоники в среднем на порядок и более меньше соседних нечетных гармоник. Гармоники как тока, так и напряжения, с увеличением порядкового номера имеют тенденцию к резкому уменьшению, что в первую очередь относится к нечетным гармоникам, причем нечетные гармоники порядка выше 13-го составляют 0,05—0,1% значения первой гармоники, что практически дает возможность при исследованиях показателей качества электроэнергии в городских электрических сетях не учитывать гармоники выше 13-го порядка. Коэффициент несинусоидальности фазного напряжения за счет отсутствия гармоник, кратных трем, в линейном напряжении, значительно выше коэффициента несинусоидальности линейного напряжения. Упорядочение регулирования в центре питания уменьшает значение отдельных гармоник напряжения и коэффициента несинусоидальности в ночное время.

Гармонический анализ кривой напряжения показал, что наиболее ярко выражены в городских сетях общего пользования 3-, 5- и 7-я гармоники, но, хотя коэффициент несинусоидальности в общем случае удовлетворяет требованиям ГОСТ 13109-67, значения отдельных гармоник (не нормируемые ГОСТ 13109-67), как правило, превышают рекомендуемые [Л. 7]. Из этого следует, что рекомендации [Л. 7] в части уровня отдельных гармоник, основанные на рекомендациях единого европейского стандарта EN 50006 и выбранные из соображений четкой работы телемеханических устройств и связи [Л. 6], должны быть приведены в соответствие с отечественной практикой.

Помимо измерений на шинах 0,4 кВ ТП, были экспериментально определены показатели качества в электрически удаленных точках системы электроснабжения. Для этого произво-

2. Бертигов А. И. Авиационные электрические генераторы. — М.: Оборонгиз, 1959.

3. Паластин Л. М. Электрические машины автономных источников питания. — М.: Энергия, 1972.

4. А. с. 610254 (СССР). Бесконтактная электрическая машина/ Бут Д. А. Оpubл. в Б. И., 1978, № 21.

5. А. с. 581548 (СССР). Якорь торцевой электрической машины/ Бут Д. А. Оpubл. в Б. И., 1977, № 43.

6. Мурыгин А. И. Предварительный выбор основных размеров якоря торцевых бесконтактных синхронных машин. — В кн.: Бесконтактные электрические машины, 11. — Рига: Знание, 1972.

7. Вольдек А. И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1966.

8. Сергеев А. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. Проектирование электрических машин. — М.: Энергия, 1969.

9. Науменко В. И., Ключков О. Г. Авиационные электрические машины с интенсивным охлаждением. — М.: Машиностроение, 1977.

10. Бертинов А. И., Базаров В. Н., Миронов О. М. Охлаждение авиационных электрических машин. — М.: изд. Московского авиационного института, 1977.

11. А. с. 641599 (СССР). Индукторный генератор/ Бертинов А. И., Бут Д. А. Оpubл. в Б. И., 1979, № 1.

дилься измерения в двух многоквартирных домах, имеющих разные уровни электрификации быта: с газовыми и электрическими плитами.

Нагрузка по фазам на вводах в дом характеризовалась значительной несимметрией в режимах вечернего и дневного максимумов нагрузки и выравнивалась в ночной провал нагрузки. Несимметрию нагрузки характеризует коэффициент — отношение тока обратной к току прямой последовательности, равный в режиме вечернего максимума 10—15% на вводе в дом, 12—18% в стояках при электроплитах, а при наличии газовых плит 8—12 и 14—16% соответственно. Парный коэффициент корреляции оказался в среднем равным 0,7—0,8. Напряжения на вводах в дома из-за небольших расстояний от ТП и значительно завышенных сечений питающих кабелей были практически равны напряжению на шинах ТП.

Исследование несинусоидальности показало, что искажение формы тока на вводе в дом проявляется гораздо резче, чем на вводе 0,4 кВ подстанции и еще резче в стояках, причем наличие электроплит не сказывается на гармоническом составе токов, что можно объяснить влиянием на гармонический состав тока радиотелевизионной нагрузки. Гармоники тока в среднем на вводе в дом составили: 3-я — 3÷13%; 5-я — 2÷8%; 7-я — 1,5÷6%; 9-я — 0,5—3% (меньшие значения относятся к ночному провалу нагрузки, большие — к вечернему максимуму). Остальные гармоники тока оказались меньше 1% первой гармоники.

Выводы. 1. Показатели электрической энергии в городских электрических сетях 0,4 кВ, исключая отклонения напряжения, соответствуют ГОСТ 13109—67.

2. Определенное влияние на несимметрию напряжения при существующих нагрузках трансформаторов на стороне 0,4 кВ оказывает несимметрия питающего напряжения.

3. Контроль коэффициента несинусоидальности целесообразно производить по крайней мере в одной крайней и средней фазах.

4. Нормирование коэффициента несинусоидальности в го-

родских электрических распределительных сетях 0,4 кВ следует вести по отношению к фазному напряжению.

5. Контроль отдельных гармоник напряжения в городских распределительных сетях 0,4 кВ достаточно вести до 13-й включительно.

6. Значения отдельных гармоник напряжения в отечественных городских электрических сетях превосходят ныне рекомендуемые.

7. Домовая нагрузка, являющаяся самой массовой нагрузкой городских электрических сетей, является в значительной степени несимметричной и несинусоидальной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Файбисович Д. Л. Развитие энергетики США в 1975—1977 гг. — Энергохозяйство за рубежом, 1979, № 1.
2. Андреев В. Д. Прогноз развития топливно-энергетического хозяйства ФРГ в период до 2000 г. — Энергохозяйство за рубежом, 1979, № 3.
3. Вольфберг Д. Б. Энергетическая политика Франции на современном этапе. — Энергохозяйство за рубежом, 1980, № 2.
4. Аберсон М. Л. Оценка эффективности средств централизованного регулирования в городских электрических сетях. — Научные труды Академии коммунального хозяйства, 1976, № 133.
5. ГОСТ 13109—67. Нормы качества электрической энергии у ее приемников, присоединенных к электрическим сетям общего назначения.
6. Афанасьева Е. И., Тудоровский Я. Л. Некоторые вопросы качества электрической энергии в сетях 0,4 кВ городов. — В кн.: «Материалы 4 Всесоюзного совещания по качеству электрической энергии. — М.: Изд. ЭНИН. 1979.
7. Карпов Ф. Ф., Козырь В. Н. Временные методические положения по контролю качества электроэнергии в электрических сетях. Инструктивные указания по проектированию электроснабжения промышленных установок Тяжпромэлектропроект. — М.: Энергия, 1975, № 8.

[03.07.80]

УДК [621.315.34:537.312.62].004.6.001.5

Исследование сверхпроводящих композиционных проводов с технологическими дефектами

СВАЛОВ Г. Г., канд. техн. наук, СЫТНИКОВ В. Е., РАДЧЕНКО И. П., БОЛЬШАКОВА Р. М., инженеры
ВНИИП

Известны разнообразные конструкции композиционных сверхпроводящих проводов, но наиболее универсальны из них скрученные провода [Л. 1]. Основным их преимуществом перед другими конструкциями является то, что они состоят из унифицированных элементов (композиционных проволок или жил), количество которых, а следовательно, и характеристики всего провода можно легко варьировать в широких пределах. Однако в связи с тем, что сверхпроводящие композиционные проволоки весьма жесткие, а условия эксплуатации требуют их скрутки с минимально возможным шагом, при производстве таких проводов вероятно возникновение различных технологических дефектов. Такие дефекты могут приводить как к полной потере сверхпроводимости в случае обрыва сверхпроводящей жилы, появления несверхпроводящего соединения, так и к частичной потере сверхпроводимости, что возможно при сильной деформации и местном уменьшении поперечного сечения жил (прокатка транспонированного провода) или при некоторых видах сварных соединений.

В настоящей статье приведены результаты исследования влияния таких технологических дефектов на критический ток всего провода.

Распределение токов и температур в окрестностях дефекта. Если на пути постоянного транспортного тока в жиле встречается дефектное место, приводящее к перетеканию тока из сверхпроводника в подложку и далее опять в сверхпроводник, то для описания такого процесса может быть использована электрическая схема замещения, представленная на рис. 1, а [Л. 1—4]. В [Л. 2] описан процесс перехода тока из нормальнопроводящей подложки в сверхпроводник:

$$\frac{d^2 I_n}{dX^2} = \frac{1}{X_s^2} I_n, \quad (1)$$

где $X_s = (s/r)^{1/2}$; r — сопротивление единицы длины нормальнопроводящего материала, Ом·м⁻¹; s — переходное сопротивление единицы длины провода, Ом·м; I_n — ток в нормальнопроводящем металле.

Переход тока из сверхпроводника в подложку и из подложки в сверхпроводник происходит симметрично:

при бесконечной длине соединения сверхпроводника с подложкой [Л. 1 и 4]

$$I_n = I_0 \exp\left(-\frac{X}{X_s}\right); \quad (2)$$

при соединении длиной l_1 [Л. 2]

$$I_n = I_0 \frac{\frac{l_1 - X}{X_s} \operatorname{sh} \frac{l_1 - X}{X_s}}{\operatorname{sh} \frac{l_1}{X_s}}. \quad (3)$$

Отметим, что в данном рассмотрении симметрии перехода не принимались во внимание эффекты, связанные с переносом «горячих» электронов из нормального материала в сверхпроводник и «конденсированных» электронов в обратном направлении. Хотя в настоящее время и имеются сведения [Л. 5 и 6] о том, что в некоторых случаях может иметь место несимметрия, связанная с указанными эффектами, однако они не проявляются в технических сверхпроводниках при 4,2 К.

Сопротивление дефектного участка состоит из двух равных сопротивлений: перехода и нормальнопроводящего участка [Л. 4]:

$$R = 2(rX_s + r_1 l), \quad (4)$$

где l — половина длины несверхпроводящего зазора; r — сопротивление единицы длины несверхпроводящего участка.

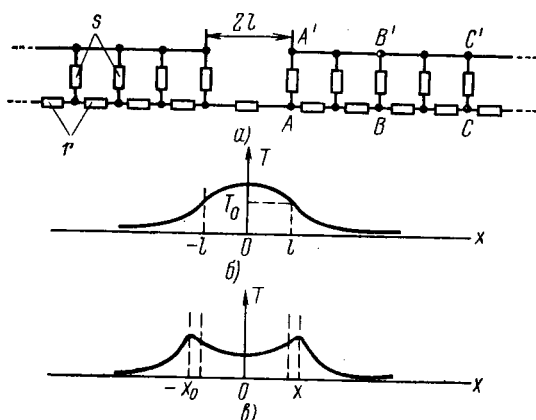


Рис. 1. Эквивалентная схема (а) и кривые распределения температуры по длине провода, имеющего нормально проводящий участок.

б — для провода с соотношением $m/X_s \geq r/r_1 - 1/2$; в — для провода с отношением $m/X_s < r/r_1 - 1/2$.

На сопротивлении дефектного участка происходит рассеяние энергии, приводящее к нагреву прилегающих участков проводника. Уравнения теплопроводности для нормального и сверхпроводящего участков решены ранее [Л. 4], и температурное поле описывается следующими соотношениями:

$$T = T_b + (T_0 - T_b) \exp\left(-\frac{X-l}{m}\right) + \frac{2rI_0^2}{hP} \frac{1}{4m^2 - 1} \times \left[\exp\left(-\frac{X-l}{m}\right) - \exp\left(-\frac{2X-2l}{X_s}\right) \right]; \quad (5)$$

при $0 \leq X \leq l$

$$T_1 = T_b + \frac{r_1 I_0^2}{hP} + \left(T_0 - T_b - \frac{r_1 I_0^2}{hP} \right) \frac{\text{ch } \frac{X}{m_1}}{\text{ch } \frac{a}{m_1}}, \quad (6)$$

где h — коэффициент теплоотдачи, принятый постоянным в диапазоне температур от 4,2 К до $T_{кр}$; k — усредненный по сечению коэффициент теплопроводности; F — площадь сечения провода; P — эффективный периметр провода; T_0 — температура провода в сечении $X=l$;

$$T_0 = T_b + \frac{\frac{2rI_0^2}{hP} \frac{1}{2m/X_s + 1} + m_1 \frac{r_1 I_0^2}{hP} \text{th } a}{m_1 \text{th } a + m}; \quad (7)$$

$$a = \frac{l}{m_1}; \quad m = \left(\frac{kF}{hP} \right)^{1/2}; \quad (8)$$

обозначения с индексом «1» относятся к участку $0 \leq X \leq l$.

Кривые распределения температур могут иметь вид, представленный на рис. 1, б или 1, в. Причем соотношение

$$m/X_s \geq r/r_1 - 1/2 \quad (9)$$

определяет форму кривой в каждом случае [Л. 4]. В случае двугорбой кривой максимальная температура сверхпроводника достигается в точке, определяемой как

$$X_0 - l = \left(\frac{1}{m} - \frac{2}{X_s} \right)^{-1} \ln \left[\left(T_0 - T_b \right) \left(\frac{4m^2 - X_s^2}{mX_s} \right) \frac{hP}{4rI_0^2} + \frac{X_s}{2m} \right]^*. \quad (10)$$

На основании полученных формул, описывающих распределение температур вдоль провода, можно определить значение предельного транспортного тока, который приводит к переходу сверхпроводника в резистивное состояние. За достаточное условие перехода можно принять либо условие достижения критического температурного напора, соответствующего переходу пузырькового режима кипения к пленочному (обычно при свободном охлаждении $\Delta T_{кр} = (0,8-1 \text{ К})$, либо линейную

зависимость критического тока от температуры, когда температура перехода не намного выше температуры гелиевой ванны. Расчет следует вести для наиболее нагретых точек, причем необходимо определять ток сверхпроводника как разность общего тока и тока в матрице, определенного из (2) или (3) для данной координаты.

Экспериментальная программа. В экспериментах были исследованы следующие типы дефектов:

1. Удаление сверхпроводника на некоторой длине $2l$. Такие образцы имитировали дефекты, вызванные обрывом жил при скрутке с образованием несверхпроводящего зазора длиной $2l$. Из соображений механической прочности концы обрванных жил могут соединяться отрезками медной проволоки.

2. Обрыв сверхпроводника без нарушения целостности матрицы. Такой дефект имитировался соединительным контактом, выполненным холодной сваркой. Кроме того, исследование свойств сварных соединений представляет самостоятельный интерес. Сварные контакты испытывались на однопроволочных коротких образцах, в составе семижильного провода и в сверхпроводящих соленоидах.

3. Частичное нарушение сверхпроводимости, т. е. нарушение сверхпроводимости при токах $0 < I < I_{кр}$. Образцы с такими дефектами были получены после прокатки плоского транспонированного провода.

Исследование образцов с несверхпроводящей вставкой. Образцы изготавливались из композиционного провода НТ-50 диаметром 1 мм. Провод имел 37 сверхпроводящих волокон в медной матрице при коэффициенте заполнения, приблизительно равном 0,5. Два отрезка такого провода соединялись холодной сваркой с медной проволокой того же диаметра. Сопротивление единицы длины меди $r_1 = 5,85 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ в магнитном поле 4 Т. Измерение тока начала распространения нормальной зоны $I_{н.р.}$ производилось по четырехконтактной методике. Экспериментальные результаты представлены на рис. 2, где показана и расчетная кривая зависимости тока начала распространения от длины несверхпроводящего участка. Расчет производился из условия $(T - T_b) \leq \Delta T_{кр}$ для случая распределения температуры с $T_{max} = T_{X=0}$, которому соответствовали экспериментальные образцы. Как видно из рис. 2, при увеличении длины несверхпроводящего участка происходит снижение тока начала распространения до некоторого стабильного значения, что связано с насыщением температурной зависимости $T_{max}(l)$. При уменьшении длины несверхпроводящего участка возрастает роль теплоотвода вдоль провода, что приводит к значительному увеличению тока начала распространения вследствие уменьшения равновесной температуры. Следует отметить, что теоретическое описание довольно правильно отражает ход экспериментальной зависимости тока начала распространения от длины несверхпроводящего участка.

Исследование сварных соединений. Сварные соединения изготавливались холодной стыковой сваркой. Они имитировали сосредоточенные дефекты, а также представляли самостоятельный интерес для исследований. Была разработана технология холодной сварки композиционных проводов диаметром 0,7 мм и более, обеспечивающая равнопрочность соединений [Л. 4 и 7]. Для расчета температур в зоне сварного контакта формулы (5) и (6) преобразуются к виду

$$T = T_b + \frac{2rI_0^2}{hP} \left(\frac{1}{4m^2/X_s^2 - 1} \right) \left[\frac{2m}{X_s} \exp\left(-\frac{X}{m}\right) - \exp\left(-\frac{2X}{X_s}\right) \right]. \quad (11)$$

Расчет показывает, что в магнитных полях с индукцией, равной (4-6) Т, нагрев зоны соединения при токах, близких к критическим, не превышает (0,1-0,3) К, и тогда, исходя из линейной зависимости критической плотности тока от темпера-

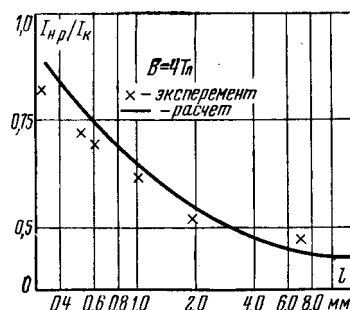


Рис. 2. Ток начала распространения нормальной зоны для образцов, имеющих несверхпроводящую вставку конечной длины во внешнем поперечном поле.

* В [Л. 4] в аналогичной формуле допущена опечатка.

туры, следует ожидать весьма незначительного снижения максимального транспортного тока, что и подтвердилось экспериментально (рис. 3).

Для определения величины X_s , входящей в расчетное выражение (11), а также для оценки работоспособности сварных соединений производились измерения значений сопротивления последних. Сопротивление соединения определялось по затуханию наведенного магнитного потока в малой измерительной катушке, имеющей сварной контакт в различном интервале полей и токов. Результаты таких измерений для провода диаметром 1 мм представлены на рис. 4. Анализ этих результатов с использованием формулы (4) при $l \rightarrow 0$ приводит к аномально низкому значению поперечного сопротивления ($S = 10^{-11}$ Ом·см). Это, вероятно, связано с резким уменьшением контактного сопротивления вследствие сильной пластической деформации проволоки при холодной сварке. Кроме того, искривление сверхпроводящих волокон в зоне соединения и расположение их поперек оси провода приводит к уменьшению длины захода тока вследствие увеличения контактной поверхности между сверхпроводником и матрицей на единицу длины провода. В целом же результаты измерений, представленные на рис. 4, хорошо согласуются с данными [Л. 8].

Непосредственные измерения сопротивления, значения максимального транспортного тока, а также расчет максимальной температуры по формуле (11) показывают, что локальные нарушения сверхпроводимости при хорошем охлаждении не должны приводить к снижению критического тока обмотки.

Сварные соединения широко используются ВНИИКП при изготовлении обмоток лабораторных соленоидов, намотанных из композиционного провода (на основе сплава НТ-50) диаметром 0,7 мм. Сварное соединение располагается на витке, который проходит по торцевой поверхности щечки соленоида. Многолетний опыт эксплуатации подтверждает надежность таких обмоток.

Следует ожидать, что сосредоточенные дефекты и сварные соединения на отдельных жилах многопроволочных проводов окажут меньшее влияние на критический ток. При увеличении постоянного тока в проводе по дефектной жиле протекает ток, обусловленный взаимным электромагнитным влиянием жил. Однако в установившемся режиме или при достаточно малом значении di/dt ток в дефектной жиле отсутствует до тех пор, пока в сверхпроводящих жилах не появится резистивная зона. При увеличении тока в интервале $nI_{к.ж} > I_{\Sigma} > I_{к.ж}(n-n_d)$ на дефектном участке поддерживается напряжение

$$U = 2 \int_0^{\infty} I_{к.ж}(X) r_{рез}(X) dX = 2 \int_0^{\infty} I_{д} r' \exp\left(-\frac{X}{X'_s}\right) dX, \quad (12)$$

где $I_{д}$ — ток нормальнопроводящего металла в дефектной точке; r' , X'_s — величины, соответствующие r и X_s , но относящиеся ко всему проводу; $r_{рез}$ — резистивное сопротивление единицы длины жилы; n — количество жил в проводе; n_d — количество дефектных жил в проводе; $I_{к.ж}$ — критический ток одной жилы.

Используя интеграл в правой части уравнения (12), можно провести сравнение максимальных температур нагрева многожильного и одножильного провода при дефекте на одной проволоке. В первом приближении примем, что сопротивление и теплоемкость провода пропорциональны количеству жил. Из (12) следует, что напряжение при переходе от одной проволоки с дефектом к многопроволочному проводу с одной дефектной проволокой уменьшается в n раз, а так как общий ток увеличивается примерно в n раз, выделявшаяся мощность не изменяется. Однако теплоемкость всего провода пропорциональна n , и, следовательно, рост температуры уменьшается в n раз.

Полученный качественный вывод и результаты экспериментов на отдельных проволоках позволяют надеяться на успешную работу дефектных жил в многопроволочной конструкции. Экспериментальная проверка производилась на семипроволочном проводе, сплетенном из композиционных проволок (на основе сплава НТ-50) диаметром 0,7 мм. Образцы длиной 1,4 м наматывались бифилярно на текстолитовую винтовую оправку и помещались в жидкий гелий в поле сверхпроводящего соленоида. Дефекты имитировались контактами, выполненными холодной сваркой, которые размещались на центральной и периферийных жилах с различным шагом. Испытывались свободно охлаждаемые и теплоизолированные

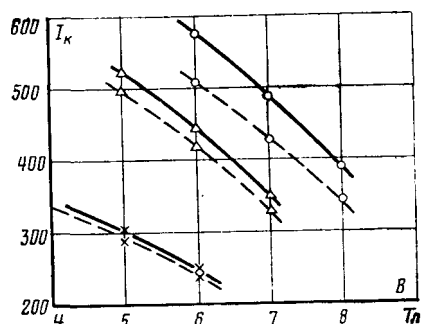


Рис. 3. Зависимость тока начала распространения от магнитной индукции холодосварных и исходных образцов для композиционных проводов (на основе сплава НТ-50) различных диаметров.

О — $d=1,2 \times 10^{-3}$ м; Δ — $d=1,0 \times 10^{-3}$ м; \times — $d=0,7 \times 10^{-3}$ м; — — — — сварные образцы; — — — — исходные образцы.

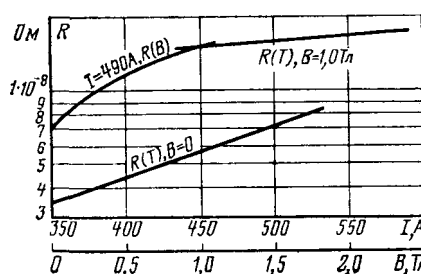


Рис. 4. Сопротивление сварных соединений композиционного сверхпроводящего провода (на основе сплава НТ-50), выполненных холодной стыковой сваркой.

парафином образцы. Характеристики образцов и результаты испытаний представлены в табл. 1. Деградация характеристик провода весьма незначительна и даже для теплоизолированного образца не превышает 5%.

Исследование плоских транспонированных прокатанных проводов. Для повышения механической устойчивости транспонированных проводов, выполненных однопольной структурой с последующей формовкой, а также для увеличения коэффициента упаковки провода целесообразно для его уплотнения использовать прокатку. Однако повышенная деформация приводит к локальному уменьшению поперечного сечения сверхпроводящих жил, что можно рассматривать как частичное нарушение сверхпроводимости.

Таблица

Конструкция провода	Расположение сварных контактов	Критический ток (А) при В=6 Т
1+6 (все проволочки сверхпроводящие)	Нет сварных контактов	1410
То же	То же	1420
" "	один контакт на центральной проволоке	1410
" "	два контакта на наружных проволоках, расположенные с шагом 39 мм	1400
" "	два контакта на наружных проволоках, расположенные с шагом 82 мм	1410
1+6 (центральная проволока медная)	нет сварных контактов	1330
" "	шесть сварных контактов с различным шагом (минимальный шаг 6 мм)	1310 1264

Примечание. В первых семи рассмотренных случаях охлаждение свободное, в последнем случае — в парафине.

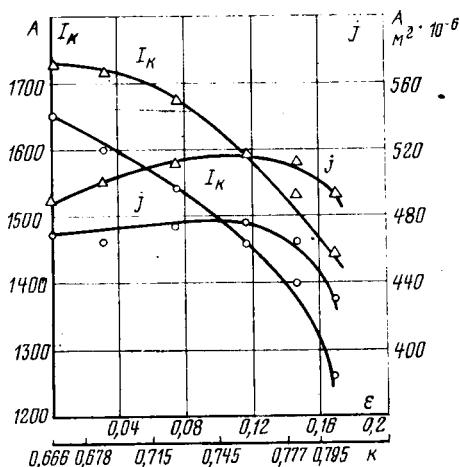


Рис. 5. Зависимость критического тока I_k и конструктивной плотности тока j от степени деформации ϵ или коэффициента заполнения транспонированного провода k (индукция внешнего поля 6 Т).

Δ — без теплоизоляции; \circ — с теплоизоляцией.

При достижении локальной критической плотности тока в местах уменьшения поперечного сечения часть тока вытесняется в матрицу, что приводит к нагреву дефектного места. Если известен закон изменения поперечного сечения сверхпроводника по длине провода, то возможно вести расчет поля температур на основании ранее полученных выражений с использованием конкретных геометрических характеристик и принципа суперпозиции. Однако ввиду сложности описания геометрических неоднородностей деформированного провода, был принят путь экспериментального исследования.

Плоский транспонированный провод изготавливался из 12 композиционных проволок диаметром $0,5 \times 10^{-3}$ м, имеющих 210 сверхпроводящих волокон из сплава НТ-50, заключенных в медную матрицу (коэффициент заполнения составлял около 0,5). Шаг транспозиции $25,5 \cdot 10^{-3}$ м. Каждая проволока термически оксидирована. Геометрические размеры провода и результаты измерения критического тока представлены в табл. 2. За критический принимался ток начала отклонения вольт-амперной характеристики провода, записанной с чувствительностью 1 мкВ/мм, от оси x . На рис. 5 приведены зависимости критического тока и конструктивной плотности тока от степени деформации $\epsilon = \Delta F/F$ и коэффициента упаковки провода $k = 12 \frac{\pi l^2}{4F}$. Из данных рис. 5 следует, что с ростом степени

деформации критический ток монотонно убывает вплоть до деформации порядка 12–13% (что соответствует уменьшению толщины провода приблизительно на 25%). Коэффициент упаковки при этом увеличился от 0,669 до 0,77.

При больших деформациях наблюдается резкое уменьшение значения критического тока, что связано с многочисленными обрывами сверхпроводящих жил. Ухудшение теплоотвода приводит к снижению значения критического тока вследствие повышения температуры провода из-за тепловыделений

Таблица 2

Геометрические параметры транспонированных образцов				Критический ток транспонированных образцов, (А) при $B=6$ Т	
ширина b , м·10 ⁻³	толщина h , м·10 ⁻³	площадь поперечного сечения F , м ² ·10 ⁻⁶	относительная степень деформации	без теплоизоляции	с теплоизоляцией
3,2	1,1	3,52	0	1730	1650
3,25	1,05	3,43	0,031	1715	1600
3,5	0,93	3,26	0,074	1674	1540
3,75	0,83	3,11	0,116	1580	1460
4,3	0,7	3,01	0,145	1540	1400
4,5	0,65	2,93	0,168	1445	1260
5,0	0,56	2,8	0,204	0	0

Примечание. При деформировании последнего образца произошло его разрушение.

в нем. Конструктивная плотность критического тока в проводе не снижается до деформации порядка 14% ($k=0,772$) даже для образцов с ухудшенным теплоотводом. Это позволяет проводить прокатку плоского транспонированного провода при небольших степенях обжатия для повышения его механической устойчивости, и стабилизации по длине геометрических размеров. Повышение конструктивной плотности тока при непосредственном погружении образца в гелий весьма незначительно. Для проводов, пропитанных металлическим заполнителем и состоящих из проволок с большим содержанием меди, следует ожидать более значительного повышения плотности тока при увеличении коэффициента упаковки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свалов Г. Г., Белый Д. И. Сверхпроводящие и криорезистивные обмоточные провода. — М.: Энергия, 1976.
2. Проводимость контактов со сверхпроводниками/ Лукас Э., Стекли З. Дж. Дж., Лаверик Ч., Рьюит Г. — В кн.: Сверхпроводящие соленоиды/ Под ред. Н. Е. Алексеевского. — М.: Мир, 1965.
3. On the theory of stabilized superconducting wires/ W. F. Gauster, K. R. Efferson, J. B. Hendricks e. a. — Cryogenics, 1968, February.
4. Исследование свойств сварных соединений комбинированных сверхпроводников и чистых металлов/ Д. И. Белый, Г. И. Мешанов, Г. Г. Свалов, В. С. Сытников. — В кн.: Сверхпроводимость. — М.: Атомиздат, 1977, т. IV.
5. Overton W. C. Investigation of the sources of asymmetry effects in the velocity of the destruction of superconductivity by current in type II Ta wires. — Proc of LT XIV, 1975.
6. Overon W. C., Weinstock H., Schuch A. F. Observations of asymmetry effects in the velocity of destruction of superconductivity by current in type II Ta wires. — Proc. of LT XIV, 1975.
7. Проблемы сварки сверхпроводящих и гиперпроводящих материалов/ Д. И. Белый, Г. Г. Свалов, А. А. Сыцько и др. — В кн.: Криоэлектротехника и энергетика. — Киев: Наукова думка, 1973.
8. Shakhtarin V. N., Pulina S. N. Investigation of joints for superconducting winding materials. — Proc. 6th Int. conf. of magnet technology. — Bratislava, 1977.

[07.07.80]

УДК 621.313.13-181.4:537.228.1

Линейные пьезоэлектрические микродвигатели

ТРОФИМОВ А. И., ЕВМЕНЕНКО В. В.

Томский политехнический институт

Работа линейного пьезоэлектрического микродвигателя основана на преобразовании высокочастотных механических колебаний пьезоэлемента в поступательное перемещение ползуна. Линейные пьезоэлектрические микродвигатели имеют простую конструкцию, малые габариты и высокий коэффициент

полезного действия. Они применяются в устройствах прецизионных перемещений и в приборах.

На рис. 1 приведена схема конструкции линейного пьезоэлектрического микродвигателя. Статором линейного микродвигателя служит пьезоэлектрическая пластина 1, прижатая

одним концом пружиной 2 к подвижной части 3, расположенной на роликах 4. Пьезоэлектрическая пластина возбуждается от генератора электрических колебаний. Второй конец пьезоэлектрической пластины соединяется со стенкой 5 корпуса микродвигателя цилиндрическим шарниром.

Пружина 2 прижимает конец пьезоэлектрической пластины к ротору с силой $F_{пр}$, действующей под углом прижима β . Масса пьезоэлектрической пластины учитывается силой P , приложенной в центре пластины.

За счет продольных механических колебаний возбужденная пьезоэлектрическая пластина вызывает переменные по величине и направлению силы опорных реакций цилиндрического шарнира и подвижной части. Сила опорной реакции цилиндрического шарнира раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие: силу F_a , перпендикулярную оси пластины, и силу F_g , действующую по оси пластины под углом контакта α к нормали поверхности подвижной части. Сила F_g является движущей, $F_g = F_0 \sin \omega t$; F_0 — амплитуда движущей силы; ω — угловая частота колебаний движущей силы. Сила опорной реакции подвижной части раскладывается на силу нормальной реакции N и силу инерционного сопротивления F_u .

Важными параметрами при конструировании линейных пьезоэлектрических микродвигателей являются: угол контакта, при котором отсутствует скольжение движущего конца пластины по поверхности подвижной части; оптимальное соотношение силы прижима и движущей силы; время контакта движущего конца пластины и подвижной части. Для определения этих параметров составим уравнения равновесия пьезоэлектрической пластины в момент увеличения ее длины в один из полупериодов колебаний.

При заторможенной подвижной части и отсутствии проскальзывания конца пьезоэлектрической пластины по ее поверхности уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{1}{2} IP \sin \alpha - F_a l = 0; \quad (1)$$

$$F_{тр} + F_{пр} \sin \beta - F_g \sin \alpha - F_a \cos \alpha = 0; \quad (2)$$

$$N - P - F_{пр} \cos \beta - F_g \cos \alpha + F_a \sin \alpha = 0. \quad (3)$$

Из уравнений (1)–(3) получим выражения для определения силы нормальной реакции и силы трения:

$$N = F_g \cos \alpha + F_{пр} \cos \beta + \frac{P}{2}(1 + \cos^2 \alpha); \quad (4)$$

$$F_{тр} = F_g \sin \alpha - F_{пр} \sin \beta + \frac{P}{2} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (5)$$

Согласно закону Кулона — Амонтона предельная сила трения связана с силой нормальной реакции равенством¹:

$$F_{тр} = kN. \quad (6)$$

Подставив в уравнение (6) выражения (4) и (5), получим условие отсутствия скольжения конца пьезоэлектрической пластины по поверхности подвижной части:

$$F_g(k \cos \alpha - \sin \alpha) + F_{пр}(k \cos \beta + \sin \beta) + \frac{P}{2} [k(1 + \cos^2 \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha] \geq 0. \quad (7)$$

Пренебрегая силой P , пьезоэлектрической пластины в выражении (7) и обозначив $\lambda = F_{пр}/F_0$ и $\alpha_0 = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$, получим выражения для определения угла контакта, при котором отсутствует скольжение движущего конца пьезоэлектрической пластины по поверхности подвижной части, т. е. угол, при котором тяговое усилие максимально:

$$\alpha_k \leq \arcsin [\lambda \sin (\beta + \alpha_0)] + \alpha_0. \quad (8)$$

На рис. 2 приведены результаты экспериментальных исследований зависимости тяги микродвигателя от угла контакта α . Кривая зависимости имеет максимум при $\alpha = 49^\circ$. Угол контакта, вычисленный по формуле (8), равен 46° .

¹ Ясь Д. С., Подмоков В. Б., Дяденко Н. С., Испытание на трение и износ. — Киев: Техника, 1971.

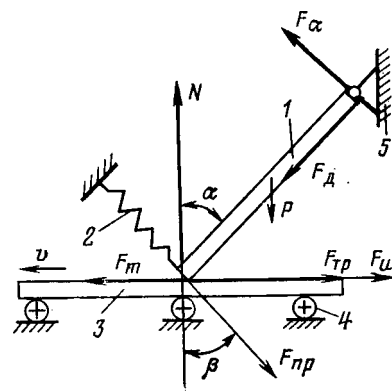


Рис. 1. Схема линейного пьезоэлектрического микродвигателя.

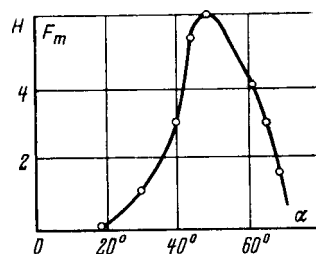


Рис. 2. Зависимость силы тяги микродвигателя от угла контакта статора и подвижной части.

Из формулы (8) можно также получить выражение для определения оптимального соотношения силы прижима $F_{пр}$ и амплитуды движущей силы F_0 :

$$\lambda = \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin(\beta + \alpha_0)}. \quad (9)$$

В следующий полупериод колебаний длина пьезоэлектрической пластины уменьшится, а направление движущей силы F_g и силы трения $F_{тр}$ изменится на противоположное. Направление силы прижима $F_{пр}$ в этот полупериод не изменится, поэтому проекции сил F_g и $F_{пр}$ на ось Oy имеют разные знаки, и сила нормальной реакции N уменьшается с увеличением движущей силы. Отрыв движущего конца пьезоэлектрической пластины от поверхности подвижной части происходит в момент времени t_1 , когда сила нормальной реакции N в процессе своего изменения становится равной нулю. Из уравнения (4), учитывая смену знака проекции силы F_g получим:

$$\sin \omega t = \left[\frac{F_{пр} \cos \beta}{F_0 \cos \alpha} + \frac{P}{2F_0} \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) \right]. \quad (10)$$

Обозначив величину, стоящую в квадратных скобках через γ , найдем выражения для моментов отрыва t_1 и касания t_2 :

$$t_1 = \frac{T}{2} \left(1 + \frac{1}{\pi} \arcsin \gamma \right); \quad (11)$$

$$t_2 = \frac{T}{2} \left(2 - \frac{1}{\pi} \arcsin \gamma \right). \quad (12)$$

Время отрыва пьезоэлектрической пластины от поверхности подвижной части определяется разностью моментов касания t_2 и отрыва t_1 :

$$\tau_0 = t_2 - t_1 = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \gamma \right). \quad (13)$$

Время контакта τ_k равно разности между временем отрыва τ_0 и периодом T :

$$\tau_k = T - \tau_0 = \frac{T}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \gamma \right). \quad (14)$$

При экспериментальной проверке формулы (15) методом электрического контакта напряжение от источника постоянного тока подавалось на металлический контактирующий элемент в форме полушара, приклеенный к движущему концу пьезоэлектрической пластины, и подвижную часть, выполненную из стали 45. В эксперименте изменялась сила прижима

пьезоэлектрической пластины к поверхности подвижной части. Угол контакта и амплитудное значение движущей силы оставались постоянными.

Экспериментально установлено, что время контакта τ_k , найденное опытным путем, несколько меньше (на 15% при малых γ), чем время, рассчитанное по формуле (14). Это расхождение объясняется погрешностью метода электрического контакта. При малых силах прижима пленка окислов и адсорбированных на поверхности контактирующих металлов веществ некоторое время препятствует замыканию цепи. При больших значениях силы прижима увеличивается сила трения, разрывающая поверхность пленки; поэтому опытные значения ближе к расчетным.

Таким образом, время контакта существенным образом зависит от силы и угла прижима пьезоэлектрической пластины к поверхности подвижной части, от движущей силы и угла контакта.

Выражения (8), (9) и (4) позволяют рассчитать основные конструктивные параметры линейных пьезоэлектрических двигателей с оптимальными выходными характеристиками. Линейный пьезоэлектрический двигатель, выполненный, например, на основе пьезоэлектрической пластины размерами $85 \times 12 \times 9,5$ мм из пьезокерамики ЦТС-19 имеет максимальную скорость 0,18 м/с, силу тяги 2 кгс и к. п. д. — 60%.

[20.03.80]

УДК 621.316.066.6.001.4

Измерение параметров процессов при замыкании и размыкании контактов коммутационных аппаратов

СЕМЕНОВ А. Н., канд. техн. наук, РОМАНОВ В. Е., ЕРЕМИН В. Н.,
МЯГОТИН Б. Г., инженеры

Новосибирск

На надежность и срок службы коммутационных аппаратов значительно влияние оказывают процессы, происходящие при размыкании и замыкании контактов. Сложность этих процессов не позволила до настоящего времени создать достаточно точной их математической модели; единственным сравнительно точным методом определения параметров этих процессов является их экспериментальное измерение.

Замыкание контактов сопровождается дребезгом (вибрацией) контактов. Дребезг характеризуется обычно двумя параметрами: общим временем дребезга $t_{др}$ — отрезком времени от момента первого замыкания контактов до момента их устойчивого замыкания; количеством отскоков $n_{от}$ за время дребезга. Параметры дребезга определяются на ненагруженных контактах.

При размыкании контактов возникают электрические дуги отключения, оказывающие решающее влияние на износ контактов. Измерению подлежат три основных параметра: время горения дуги t_d ; количество электричества Q_d , перенесенное дугой; энергия W_d , выделяемая на дуге [Л. 1]:

$$t_d = t_{к.д} - t_{н.д}; \quad (1)$$

$$Q_d = \int_{t_{н.д}} i_d dt; \quad (2)$$

$$W_d = \int_{t_{н.д}} i_d u_d dt, \quad (3)$$

где $t_{н.д}$, $t_{к.д}$ — моменты времени возникновения и погасания дуги; i_d и u_d — ток и напряжение дуги.

Наибольшее распространение для определения параметров как дребезга, так и дуги нашел способ, заключающийся в осциллографировании и последующем расчете параметров

электрических процессов, происходящих на контактах. Этот способ весьма трудоемок и сложен, поэтому ведутся исследования по разработке других методов, не требующих осциллографирования [Л. 2—6, 8, 9, 10, 12 и 13]. Один из них описывается в настоящей статье, авторами которой разработан прибор ИПД-3, предназначенный для измерения параметров дребезга контактов и параметров электрической дуги при размыкании цепей постоянного тока.

Измеритель параметров дребезга определяет время дребезга контактов $t_{др}$ и подсчитывает число отскоков контактов $n_{от}$. Принцип его действия заключается в следующем.

На испытуемые контакты через сопротивление 110 кОм подается постоянное напряжение $U_c = 5$ В. Идеализированная временная диаграмма напряжения на дребезжащих контактах u_k показана на рис. 1, из которой видно, что момент начала дребезга контактов $t_{н.др}$ легко определить по перепаду напряжения контактов от U_c до $U_{к.з}$ (напряжение на замкнутых контактах). Единственным характерным признаком окончания дребезга $t_{к.др}$, который используется в ИПД-3, является тот факт, что после последнего замыкания контакты остаются замкнутыми в течение времени, большего времени любого из замыканий в процессе дребезга, в том числе и максимального $t_{з.макс}$. Дребезг считается законченным, если контакты остаются замкнутыми в течение определенного отрезка времени, который в ИПД-3 принят равным 10 мс. Измеритель построен по схеме, аналогичной описанной в [Л. 6]. Он обеспечивает подсчет числа отскоков контактов в пределах от 1 до 80 и измерение времени дребезга в пределах от 100 до 9999 мкс с погрешностью не более ± 2 мкс.

Принцип действия измерителя параметров дуги основан на определении моментов окончания $t_{к.д}$ и начала $t_{н.д}$ горения дуги, получении сигналов, пропорциональных току и напряжению дуги, и выполнении расчетов по (1)—(3).

Измерение моментов времени $t_{н.д}$ и $t_{к.д}$ осуществляется с помощью устройства определения наличия дуги. В настоящее время известен ряд способов определения наличия дуги, имеющих свои достоинства и недостатки [Л. 4, 5, 10 и 12]. В приборе ИПД-3 в качестве признака наличия дуги на контактах используется факт одновременного превышения и напряжением u_k и током i_k заданных пороговых значений.

Блок-схема измерителя параметров дуги вместе с испытуемым контактом K , коммутирующим нагрузку Z_n в сети с напряжением U_c , показана на рис. 2. Измеритель состоит из шунта, блока фильтрации и ограничения, трех каналов измерения — времени, количества электричества и энергии.

Шунт служит для преобразования тока через контакты в пропорциональное напряжение и выполнен в виде коаксиальной конструкции [Л. 3], обеспечивающей малую индуктивность и высокую защиту от помех.

Блок фильтрации и ограничения, в который поступают напряжения с шунта $u_{ш}$ и контактов u_k , обеспечивает подавление высокочастотных составляющих в этих сигналах с помощью фильтров нижних частот с частотой среза 0,5 мГц,

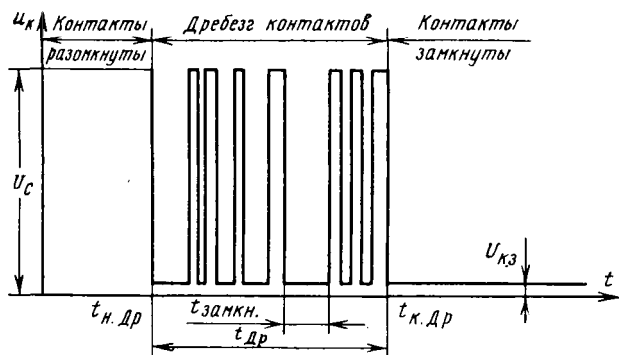


Рис. 1. Временная диаграмма напряжения на дребезжащих контактах.

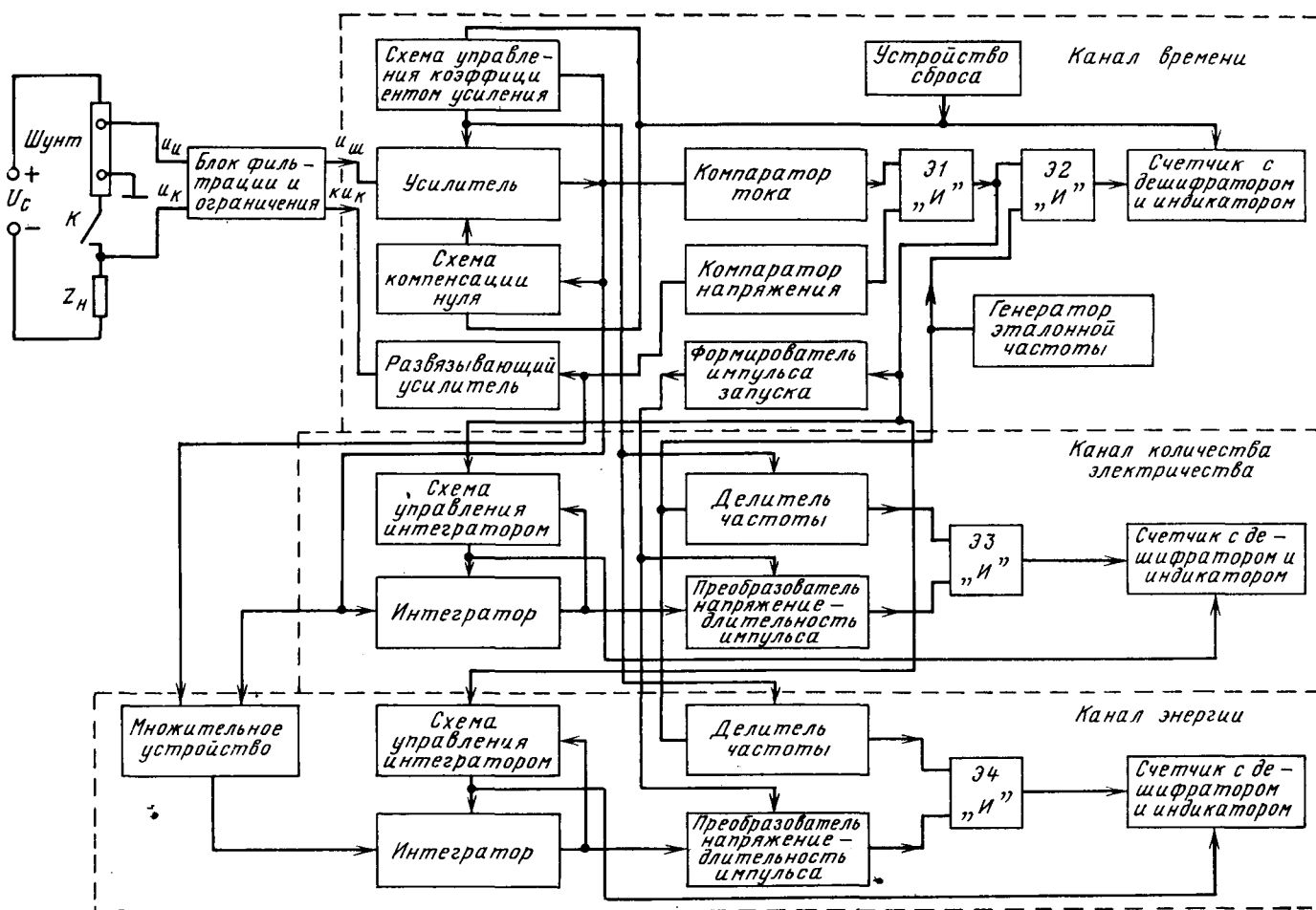


Рис. 2. Блок-схема измерителя ИПД-3.

делит напряжение u_k , снижая его до 5 В, и ограничивает напряжения $u_{ш}$ и u_k с целью защиты остальной части прибора при возникших перенапряжениях на контактах или неправильном включении.

В канале времени горения осуществляется усиление сигналов ku_k и $u_{ш}$, определяется наличие дуги и измеряется время ее горения. Сигнал ku_k усиливается по мощности развязывающим усилителем, сигнал $u_{ш}$ — по напряжению усилителем, коэффициент усиления которого выбирается автоматически схемой управления коэффициентом усиления по сигналу, поступающему с устройства сброса. При поступлении последнего сигнала происходит автоматическая компенсация дрейфа нуля усилителя по модифицированному методу [Л. 11]. Автоматическое переключение коэффициента усиления позволяет уменьшить инструментальные погрешности, вносимые последующими за усилителем устройствами. Усиленные сигналы поступают на компараторы тока и напряжения. Компаратор тока выдает логическую «1» при токах i_k больше 2÷20 или 20÷200 мА в зависимости от того, используется ли шунт на 10 или на 100 А. Компаратор напряжения выдает логическую «1» при напряжении u_k на контактах больше 4÷5 В.

Напряжения с выхода компараторов поступают на логическую ячейку И (\mathcal{E}_1), на выходе которой будет логическая «1», соответствующая наличию дуги на контактах в случае, когда напряжение u_k больше 4÷5 В, а ток через контакты больше 2÷20 или 20÷200 мА. Напряжение с выхода этой ячейки поступает на вторую двухходовую ячейку И (\mathcal{E}_2), на второй вход которой поступает сигнал с выхода генератора эталонной частоты. При наличии дуги на выходе этой ячейки будет напряжение эталонной частоты 100 кГц, которое поступает на счетчик. Следовательно, на счетчике при погасании дуги будет записано число, пропорциональное времени ее горения; это число дешифруется и индицируется трехразрядным цифровым индикатором.

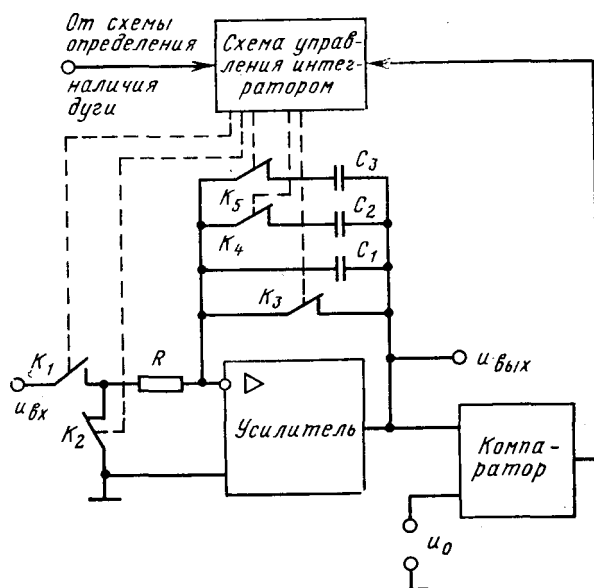


Рис. 3. Схема интегратора с автоматическим переключением постоянной интегрирования.

Основными источниками погрешности при измерении времени горения дуги являются окибки в определении моментов возникновения и окончания дуги, а также инерционность элементов в канале определения наличия дуги. Погрешность, свя-

занная с инерционностью элементов ИПД-3 не превышает 10 мкс. Погрешность из-за неточного определения наличия дуги вызвана неполным соответствием порогов срабатывания компараторов напряжению появления дуги $U_{н.д}$ и току ее погасания $I_{к.д}$. Точная установка этих порогов невозможна из-за зависимости величин $U_{н.д}$ и $I_{к.д}$ от материала и конструкции контактов, состояния их поверхности, характера нагрузки и т. д. В приборе эти пороги выбраны меньше действительных значений $U_{н.д}$ и $I_{к.д}$, что позволяет получить меньшие погрешности в определении моментов $t_{н.д}$ и $t_{к.д}$.

В ИПД-3 обеспечивается измерение времени горения дуги от 0,5 до 99,9 мс с погрешностью не более 1% отсчета.

Напряжение с выхода усилителя напряжения шунта (рис. 2) поступает на вход интегратора канала количества электричества. Упрощенная схема интегратора со схемой управления представлена на рис. 3. В исходном состоянии ключ K_1 разомкнут, а ключи $K_2 \rightarrow K_5$ замкнуты, напряжение на выходе интегратора $U_{вых}$ равно нулю. При возникновении дуги на контактах с логической схемы И (\mathcal{E}_1) поступает сигнал на схему управления, которая замкнет K_1 и разомкнет $K_2 \rightarrow K_5$; интегратор будет интегрировать напряжение $U_{вх}$ с постоянной интегрирования RC_1 . Если в процессе горения дуги напряжение на выходе интегратора достигает значения, равного опорному напряжению U_0 , сработает компаратор и выдаст сигнал на схему управления, что приведет к замыканию ключа K_4 . После этого напряжение на выходе интегратора упадет до

$$U_{вых} = \frac{U_0 C_1}{C_1 + C_2},$$

что равносильно тому, если бы интегратор за предыдущий промежуток времени интегрировал с постоянной $R(C_1 + C_2)$. Далее будет продолжаться процесс интегрирования с постоянной $R(C_1 + C_2)$. Если и после этого переключения напряжение вновь достигает значения U_0 , замкнется ключ K_5 , а напряжение на выходе интегратора станет таким:

$$U_{вых} = U_0 \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Дальнейшее интегрирование пойдет с постоянной $R(C_1 + C_2 + C_3)$.

Таким образом, интегратор работает с автоматическим переключением постоянной интегрирования. Это позволяет осуществить автоматическое переключение пределов измерения количества электричества и уменьшить погрешности, вносимые последующими за интегратором устройствами.

По окончании горения дуги схема управления вызовет размыкание K_1 и замыкание K_2 , а ключи $K_3 \rightarrow K_5$ останутся в том состоянии, в котором они находились в момент погасания дуги; следовательно, на выходе интегратора будет постоянное напряжение, равное выходному напряжению интегратора в момент погасания дуги, которое пропорционально количеству электричества.

Напряжение с выхода интегратора поступает на преобразователь напряжения в длительность импульса, который по сигналу, вырабатываемому формирователем импульса по окончании дуги, выдает импульс, длительность которого пропорциональна входному напряжению и, следовательно, количеству электричества. Этот импульс поступает на логическую ячейку И (\mathcal{E}_2), на другой вход которой поступают импульсы стабильной частоты с делителя частоты. Следовательно, на выходе ячейки будут импульсы стабильной частоты в течение времени, равного длительности импульса, вырабатываемого преобразователем. Импульсы с выхода ячейки \mathcal{E}_2 подсчитываются счетчиком. Число, записанное в счетчик, будет пропорционально количеству электричества, при этом происходит учет коэффи-

циента усиления усилителя сигнала шунта, поскольку коэффициент деления делителя частоты устанавливается схемой управления коэффициентом усиления. Записанное в счетчик число дешифруется и индицируется на трехразрядном индикаторе, при этом учитывается постоянная интегрирования путем управления дешифратором от схемы управления интегратором. С индикатора измеренное количество электричества отсчитывается непосредственно в кулонах. Прибор обеспечивает измерение количества электричества в пределах от $1 \cdot 10^{-3}$ до 10 Кл с погрешностью не более 5% отсчета.

Измерение энергии производится каналом измерения энергии. Сигналы, пропорциональные току и напряжению дуги, с усилителя сигнала шунта и развязывающего усилителя поступают на множительное устройство время-импульсного типа [Л. 7]. Несущая частота множительного устройства в ИПД-3 равна 100 кГц, основная погрешность при умножении постоянных напряжений не превышает 0,3%. Выходное напряжение множительного устройства, пропорциональное энергии на дуге, интегрируется и преобразуется в число аналогично преобразованию в канале количества электричества. Энергия измеряется в пределах от $1 \cdot 10^{-3}$ до 10^3 Дж при напряжении на дуге до 100 В с погрешностью не более 10% отсчета.

Следует отметить, что погрешности, равные 5% отсчета при измерении количества электричества и 10% при измерении энергии, соответствуют наиболее неблагоприятным случаям, когда измеряемая величина составляет 10% диапазона автоматически выбранного предела измерений. Если измеряемая величина равна диапазону измерений, указанные погрешности уменьшаются примерно в пять раз.

Прибор питается от сети переменного тока напряжением $220 \pm 10\%$, частотой $50 \pm 0,5$ Гц, мощность, потребляемая от сети, равна не более 35 Вт. Рабочий диапазон температур от $+10$ до $+35^\circ\text{C}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брон О. Б. Электрическая дуга в аппаратах управления. — Л.: Госэнергоиздат, 1954.
2. Прусов М. А., Вершинкин А. В. Прибор для измерения количества электричества, энергии и времени горения дуги. — В кн.: Самолетное электрооборудование. — М.: Оборониздат, 1960.
3. Болотин И. Б., Эйдель Л. З. Измерения в режимах короткого замыкания. — М.: Энергия, 1973.
4. А. с. 173318 [СССР]. Способ измерения продолжительности горения электрической дуги/ Гольцман Э. Р. Оpubл. в Б. И., 1965, № 15.
5. А. с. 332961 [СССР]. Измеритель времени горения дуги/ Семенов А. Н. Оpubл. в Б. И., 1972, № 11.
6. А. с. 436321 [СССР]. Устройство для измерения времени вибрации контактов/ Шаприн В. Н. Оpubл. в Б. И., 1974, № 26.
7. А. с. № 524192 [СССР]. Время-импульсное множительное устройство/ Семенов А. Н. Оpubл. в Б. И., 1976, № 29.
8. Mowatt A. Q. Pfi generation is a factor when selecting ac-switching relays. — Electronics, 1976, № 14.
9. Пат. №55117[ССР]. Aparat pentru măsurarea puterii energiei arcului electric în aparate de comutatie/ Trusca V.
10. Pramanik M. A., Takagi T., Mano K. A new method for the measurement and integration of arcdurations in electrical contacts. — IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 1975, vol. 24, № 2.
11. Cerat M. Zeroing loop reduces instrumentation amplifiers offsets. — EDN, 1976, vol. 21.
12. Takayoshi Kubono. A method of measuring the duration of Arc discharge supplied win ac and dc power sours. — IEEE on IM, 1977, vol. 26, № 4.
13. Lesinskis, Glaba M. Electric arc energy measuring device. Proc. 8th International Conference on Electrical Contact Phenomen. — Tokyo, 1976.

(18.04.80)

Прямое управление электромагнитным моментом в системах электропривода переменного тока

ЛОКТЕВА И. Л., канд. техн. наук, ОНИЩЕНКО Г. Б., доктор техн. наук, ШАКАРЯН Ю. Г., доктор техн. наук
Москва

В большинстве случаев целью создания высококачественных систем регулирования электроприводов является обеспечение регулирования частоты вращения по заданному закону, при этом воздействие на частоту вращения достигается посредством соответствующего регулирования электромагнитного момента двигателя. Применением известных методов теории регулирования [Л. 1—3] достигается формирование зависимости:

$$M_3 = \frac{A(p)}{B(p)} (\omega_{r3} - \omega_r), \quad (1)$$

где $A(p)$, $B(p)$ — некоторые полиномы, зависящие от $p = \frac{d}{dt}$, ω_{r3} , ω_r — заданное и текущее значения частоты вращения двигателя.

Из совместного решения (1) и уравнения движения:

$$Jp\omega_r + M_c = M_3 \quad (2)$$

подбором значений $A(p)$ и $B(p)$ удается обеспечить требуемый закон изменения $\omega_r(t)$ при заданных изменениях задающего ω_{r3} и возмущающего M_c воздействий.

Как известно, в двигателях переменного тока электромагнитный момент определяется векторным произведением двух обобщенных векторов электромагнитных параметров, например,

$$M_3 = k_1 [\bar{\Psi}_s \times \bar{i}_s] = k_2 [\bar{\Phi}_\delta \times \bar{i}_s] = k_3 [\bar{\Phi}_\delta \times \bar{i}_r] = k_4 [\bar{\Psi}_r \times \bar{i}_r], \quad (3)$$

где $k_1 \div k_4$ — коэффициенты, зависящие от параметров машины.

Применяя методы подчиненного регулирования, можно достичь заданного и практически независимого регулирования двух каких-либо обобщенных параметров машины (например, $\bar{\Psi}_r$ и \bar{i}_s ; $\bar{\Phi}_\delta$ и \bar{i}_s и т. д.) и тем самым получить заданный закон регулирования электромагнитного момента [Л. 4]. Например, если поддерживать неизменным значение магнитного потока в зазоре и заданным образом изменять составляющую тока статора или ротора, перпендикулярную этому потоку, то можно обеспечить и заданное изменение электромагнитного момента. С этой целью можно, например, выбрать ортогональную систему координат g_i , связав ее с вектором $\bar{\Phi}_\delta$, так чтобы ось g была направлена по оси потока, тогда

$$M_3 = k_2 [\bar{\Phi}_\delta \times \bar{i}_s] = k_2 \Phi_\delta i_{is}$$

и при $\Phi_\delta = \text{const}$ момент $M_3 \approx i_{is}$, где i_{is} — составляющая вектора тока статора, направленная по оси i .

Подобные методы, основанные на регулировании тех или иных электромагнитных параметров, приводят к косвенному регулированию электромагнитного момента. Между тем в электроприводах переменного тока имеется принципиальная возможность прямого, т. е. непосредственного управления электромагнитным моментом.

Прямое управление электромагнитным моментом в принципе должно повысить точность регулирования и, как будет показано ниже, в ряде случаев привести к упрощению структуры систем регулирования электропривода. Идея прямого управления электромагнитным моментом была изложена в [Л. 5], однако предложенная в этой работе структура не носит общего характера и не всегда может обеспечить высокое качество переходных процессов.

В статье будут рассмотрены основные свойства и характеристики электроприводов переменного тока при прямом управлении электромагнитным моментом.

Можно показать [Л. 1], что из контурных уравнений статора и ротора машины переменного тока может быть получе-

но уравнение вида:

$$k_{m1} p M_3 + k_{m2} M_3 + \Sigma_m = U_{s(r)}, \quad (4)$$

где k_{m1} , k_{m2} — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров машины; Σ_m — некоторая сумма членов, характеризующая взаимосвязь параметров регулирования, которую необходимо скомпенсировать для обеспечения заданного регулирования электромагнитного момента.

Коэффициенты

$$k_{m1} = \frac{x_s x_r \sigma}{\Psi_H x_m \omega_0}; \quad k_{m2} = \frac{r_r x_s + r_s x_r}{\Psi_H x_m} \quad (5)$$

не зависят от того, с какой стороны регулируется машина — со стороны статора или ротора. Этого нельзя сказать о выражении для суммы Σ_m . Например, как показано в [Л. 1], для машины, управляемой со стороны ротора,

$$\Sigma_m = +U_{is} \Psi_{grs} - U_{gs} \Psi_{irs} - U_{ir} \Psi_{gsr} - \omega_r (\Psi_{gsr} \Psi_{gr} + \Psi_{irs} \Psi_{is}), \quad (6)$$

где U_{is} , U_{gs} , Ψ_{gsr} , Ψ_{irs} , Ψ_{ir} — проекции векторов напряжения статора, потокосцепления статора и ротора на ортогональные координаты g_i , вращающиеся в пространстве со скоростью выбранного вектора; $\Psi_* = \Psi/\Psi_H$ — относительное значение потокосцепления.

Характерной особенностью уравнения (4) является его независимость от принятой для измерения системы вращающихся координат, т. е. регулирование момента принципиально возможно при измерении переменных величин в любых координатах. Выбор системы координат влияет лишь на вид функции Σ_m .

Так, в координатах, связанных с обобщенными векторами потокосцеплений статора $\bar{\Psi}_s$ или ротора $\bar{\Psi}_r$, функция $\Sigma_{m(s,r)}$ проще, поскольку одна из проекций этих переменных оказывается равной нулю. Так, в осях $\bar{\Psi}_r$ для частотно-управляемого асинхронного двигателя $\Sigma_{m(s)} = \omega_r \Psi_{is} \Psi_{ir}$; для машины двойного питания $\Sigma_{m(r)} = -U_{gs} \Psi_{irs} - U_{ir} \Psi_{gsr} - \omega_r \Psi_{is} \Psi_{ir}$.

В координатах, связанных с вектором питающего напряжения \bar{U}_s , функция $\Sigma_{m(s,r)}$ определяется сложнее. Однако это усложнение может компенсироваться более простой и удобной схемой регулирования в целом, поэтому при выборе системы координат исходить из удобства и простоты формирования члена Σ_m в общем случае недостаточно.

Уравнение (4) позволяет синтезировать структурные схемы регулирования, обеспечивающие прямое управление моментом. Наиболее простым способом регулирования является формирование напряжения

$$U_{s(r)} = k_0 V_m - k_0 M_3, \quad (7)$$

где k_0 — коэффициент жесткой отрицательной обратной связи (пропорциональное регулирование) по моменту M_3 ; V_m — задание. При достаточно больших значениях k_0 из (4) и (7) получаем

$$M_3 \approx V_m. \quad (8)$$

Именно такой способ регулирования был предложен в [Л. 5]. Анализ показывает, что для достижения полной управляемости требуются достаточно большие значения коэффициента k_0 , которые в ряде случаев, особенно для машин большой и средней мощности, могут приводить к возникновению зон неустойчивой работы. Поэтому в общем случае необходима также компенсация члена Σ_m , что может быть достигнуто применением методов теории подчиненного регулирования или теории инвариантности, как это сделано, например, в [Л. 1].

В качестве примера рассмотрим прямое управление моментом машины двойного питания (МДП). На рис. 1 представлена общая функциональная схема системы регулирова-

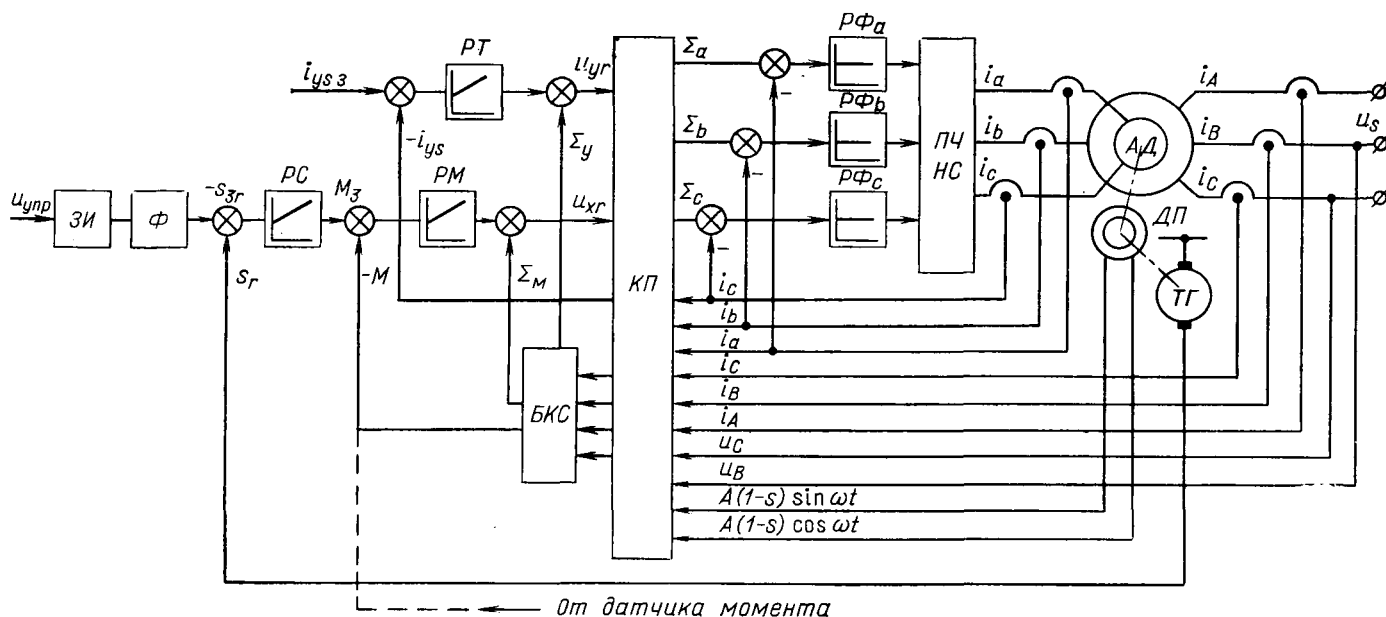


Рис. 1. Система регулирования МДП с непосредственным управлением моментом.

3И — задатчик интенсивности; PC — регулятор частоты вращения; PT — регулятор тока; PM — регулятор момента; БКС — блок компенсирующих связей; КП — координатный преобразователь; PΦa, PΦb, PΦc — регулятор фазных токов; ПЧНС — преобразователь частоты с непосредственной связью; ДП — датчик положения.

ния. Система построена в осях xu , жестко связанных с вектором \bar{U}_s . Она содержит два канала регулирования — частоты вращения (момента) и реактивного тока i_{ys} . Вместо тока i_{ys} может быть взята любая другая переменная, не зависящая от момента. В данном случае выбор в качестве переменной i_{ys} не является принципиальным. На вход канала регулирования частоты вращения (скольжения s) поступает задающий сигнал s_z от задатчика интенсивности. Выходной сигнал регулятора частоты вращения (скольжения), равный по значению моменту задания M_z , поступает непосредственно на контур регулирования момента. Выходной сигнал регулятора момента после суммирования с сигналом компенсации по моменту Σ_M поступает в координатный преобразователь.

Канал регулирования реактивного тока статора ничем не отличается от известных решений [Л. 1 и 6].

Выходные напряжения каналов регулирования поступают в координатный преобразователь, где из сигналов нулевой частоты пересчитываются в сигналы частоты скольжения.

Система регулирования может содержать также контуры регулирования фазных токов, которые служат лишь для симметрирования и линеаризации характеристик преобразователя, и поэтому величина обратных связей по этим коэффициентам невелика. Преобразователь частоты работает в режиме источника напряжения, а коэффициент обратной связи по фазным токам $k_{т.ф}$ может быть учтен при синтезе системы регулирования заменой параметра r_r на $(r_r + k_{т.ф})$.

Передаточные функции рассмотренных регуляторов определим с помощью методов подчиненного регулирования параметров [Л. 3]. На рис. 2 представлена упрощенная структура электропривода по каналу регулирования частоты вращения — момента.

Уравнения цепи ротора по оси x относительно момента в соответствии с (4) представим в виде:

$$U_{xr} = \frac{1}{k_{экр.м}} (T_{экр.м} p + 1) M + \Sigma_M, \quad (9)$$

где

$$k_{экр.м} = \frac{x_m \Psi_{II}}{r_s x_r + r_r x_s}; \quad T_{экр.м} = \frac{x_r x_s \sigma}{(r_r x_s + r_s x_r) \omega_0} \quad (10)$$

— эквивалентные коэффициент усиления и постоянная времени.

Тогда передаточная функция объекта регулирования для контура момента

$$W_{об}(p) = \frac{k_{ТП} k_{экр.м} k_{о.с.м}}{(T_{\mu} p + 1)(T_{экр.м} p + 1)} = \frac{k_{о.с.м} M(p)}{U_{вх ТП}(p)},$$

где $k_{ТП}$, T_{μ} — коэффициент усиления и постоянная времени тиристорного преобразователя; $k_{о.с.м}$ — коэффициент обратной связи по моменту.

Передаточная функция регулятора при настройке на модульный оптимум

$$W_{PM}(p) = \frac{T_{экр.м} p + 1}{k_{ТП} k_{экр.м} k_{о.с.м} 2T_{\mu} p} = \frac{U_{вых PM}(p)}{U_{вх PM}(p)}. \quad (11)$$

Передаточная функция внутреннего разомкнутого контура

$$W_{раз1}(p) = \frac{1}{2T_{\mu} p (T_{\mu} p + 1)} = \frac{k_{о.с.м} M(p)}{U_{вх PM}(p)}.$$

Передаточная функция внутреннего замкнутого контура

$$W_{з1}(p) = \frac{1}{2T_{\mu} p (T_{\mu} p + 1) + 1} \approx \frac{1}{2T_{\mu} p + 1} = \frac{k_{о.с.м} M(p)}{U_{вых PC}(p)}.$$

Передаточная функция регулируемого объекта внешнего контура регулирования частоты вращения

$$W_{об2}(p) = \frac{k_{\omega}}{(2T_{\mu} p + 1) k_{о.с.м} J p} = \frac{k_{\omega} \omega(p)}{U_{вых PC}(p)},$$

где k_{ω} — коэффициент обратной связи по частоте вращения.

Передаточная функция регулятора частоты вращения PC в двукратно-интегрирующей системе

$$W_{PC}(p) = \frac{(8T_{\mu} p + 1) J k_{о.с.м}}{32T_{\mu}^2 p k_{\omega}} = \frac{U_{вых PC}(p)}{U_{вх PC}(p)}. \quad (12)$$

Передаточная функция регулятора реактивного тока PT определяется, как указывалось выше, известным методом [Л. 6]. Так, уравнение цепи ротора по оси y можно предста-

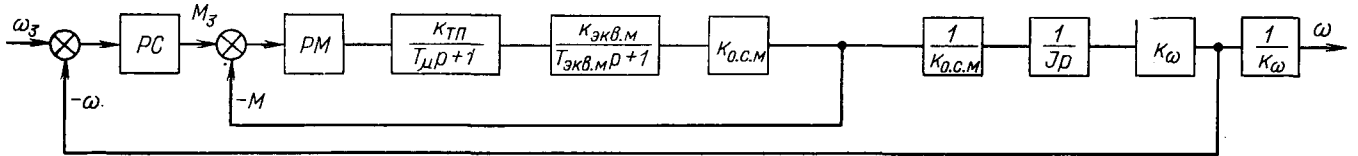


Рис. 2. Упрощенная структурная схема канала регулирования частоты вращения — момента.

вить в виде:

$$U_{yr} = \frac{1}{k_{эКВ.у}} (T_{эКВ.у} p + 1) i_{ys} + \Sigma_y, \quad (13)$$

где

$$k_{эКВ.у} = \frac{x_m}{r_s x_r + r_r x_s} = k_{эКВ.м};$$

$$T_{эКВ.у} = \frac{\sigma x_r x_s}{\omega_0 (r_s x_r + r_r x_s)} = T_{эКВ.м}$$

— эквивалентные коэффициент усиления и постоянная времени в цепи реактивного тока; Σ_y — сумма членов, подлежащая компенсации для обеспечения независимости канала регулирования реактивного тока статора:

$$\Sigma_y = \frac{r_r \omega_0}{x_m} \Psi_{ys} - \frac{x_r}{x_m} \omega_r \Psi_{xs} - \frac{\sigma x_s x_r}{x_m} s i_{xs}. \quad (14)$$

Соответствующая (10) передаточная функция регулятора реактивного тока имеет вид:

$$W_{PT}(p) = \frac{T_{эКВ.у} p + 1}{k_{ТП} k_{эКВ.у} k_{0.с.т} 2 T_{\mu} p}, \quad (15)$$

где $k_{0.с.т}$ — коэффициент обратной связи по реактивному току статора.

Машина двойного питания ВАКЗ-16-64-6 ($P=3500$ кВт) с непосредственным управлением моментом была исследована на аналоговой модели (рис. 3 и 4). Моделирование подтверждает возможность прямого управления моментом двигателя переменного тока и его высокое качество. Проведенные на модели исследования показали возможность некоторого упрощения функции Σ_m и Σ_y . Так, вместо (6) и (14) могут быть приняты функции:

$$\Sigma_m \approx \Psi_{yr*} (-U_{xs} - \omega_r \Psi_{ys}); \quad (16)$$

$$\Sigma_y \approx \frac{r_r \omega_0}{x_m} \Psi_{ys} - \frac{\sigma x_s x_r}{x_m} s i_{xs}.$$

Осциллограммы рис. 4 подтверждают допустимость такого упрощения.

В системах прямого управления моментом возможно применение структурных схем, основанных на непосредственном измерении момента или на его вычислении. В первом случае используются датчики момента либо потока машины, во втором случае такие датчики не требуются. Безусловно, структуры первого типа более точные, вторые более просты в реализации.

Сигнал обратной связи по моменту вычисляется в блоке вычисления момента БВМ по формулам:

$$M = \frac{3}{2} p_n (\Psi_{\alpha s} i_{\beta s} - \Psi_{\beta s} i_{\alpha s}); \quad (17)$$

$$\Psi_{\alpha s} = \int (-r_s i_{\alpha s} + U_{\alpha s}) dt;$$

$$\Psi_{\beta s} = \int (-r_s i_{\beta s} + U_{\beta s}) dt.$$

Сигналы $U_{\alpha s}$, $U_{\beta s}$, $i_{\alpha s}$, $i_{\beta s}$ снимаются с датчиков напряжения и тока статора.

Сигналы компенсации Σ_m и Σ_y формируются в блоке компенсирующих связей БКС по упрощенным формулам в соответствии с (16). Вычисление U_{xs} , Ψ_{ys} , Ψ_{yr} , входящих в (16), производится в БКС по формулам:

$$\Psi_{ys} = \Psi_{\beta s} \cos \gamma - \Psi_{\alpha s} \sin \gamma;$$

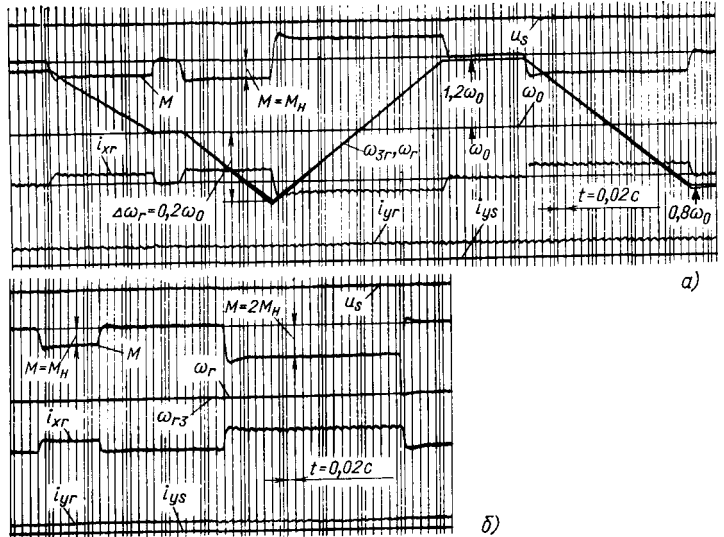


Рис. 3. Переходные процессы в системе МДП с прямым управлением моментом:

а — при изменении $\omega_{рз}$ в пределах $(1,2-0,8)\omega_0$; б — при изменении $M_{с.}$.

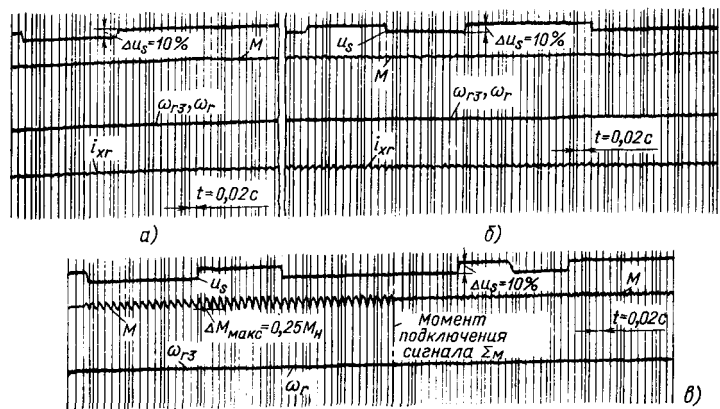


Рис. 4. Переходные процессы при изменении напряжения $U_{с.}$:

а — при точном вычислении сигналов компенсации Σ_m , Σ_y ; б — при приближенном вычислении Σ_m , Σ_y ; в — при включении сигнала Σ_m .

$$\Psi_{yr} = \frac{x_r}{x_m} \Psi_{ys} - \frac{\sigma x_s x_r}{\omega_0 x_m} i_{ys}; \quad (18)$$

$$U_{xs} = \sqrt{U_{\alpha s}^2 + U_{\beta s}^2}, \quad (19)$$

где γ — угол между вектором напряжения статора и осью обмотки фазы А статора: $\sin \gamma \approx U_{\beta s}^* = \frac{1}{\sqrt{3}} (U_B^* - U_C^*)$; $\cos \gamma \approx U_{\alpha s}^* = U_A^*$; U_A^* , U_B^* , U_C^* — напряжения фаз статора в относительных единицах.

Следует отметить, что вычисления потокоцеплений и момента по (17) имеют высокую степень точности из-за хорошей формы напряжения и тока статора.

Условные обозначения: Ψ — потокосцепление; ω_r — частота вращения ротора; M — электромагнитный момент; x — индуктивное сопротивление; J — момент инерции;

p_n — число пар полюсов; $\sigma = 1 - \frac{x_s^2 m}{x_s x_r}$ — коэффициент рас-

сеяния; индексы: s — статор; r — ротор; m — взаимоиנדукция статора и ротора; g — ось, связанная с каким-либо обобщенным вектором машины; i — ось, опережающая ось g на $\pi/2$; p — символ дифференцирования.

Вывод. Системы автоматического регулирования с прямым управлением моментом и точной компенсацией сигналов Σ_m рациональны для применения в приводах, к которым предъявляются требования предельного быстродействия и высокого качества протекания переходных процессов при различных возмущениях, в том числе при изменении питающего напряжения. Для электроприводов с менее строгими требованиями к качеству регулирования система может быть упрощена за счет более приближенного вычисления сигналов компенсации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Принципы построения систем регулирования электроприводов с двигателями переменного тока/ И. Л. Локтева, Г. Б. Онищенко, Т. В. Плотникова, Ю. Г. Шакарян. — Электричество, 1976, № 5.
2. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. — М.: Наука, 1969.
3. Управление вентильными электроприводами постоянного тока/ Е. Д. Лебедев, В. Б. Неймарк, М. Я. Пистрак, О. В. Слежановский. — М.: Энергия, 1970.
4. Blaschke F. Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen. — Siemens Zeitschrift, 1971, Jg 45, № 10.
5. Plunkett A. B. Direct flux and torque regulation in a PWM inverter-induction motor drive. — IEEE — IAS Meeting, 1975, pp. 591—597.
6. Автоматически регулируемый по скорости электропривод с асинхронизированным синхронным двигателем/ И. В. Бородин, А. М. Вейнгер, И. М. Серый, А. А. Янко-Триницкий. — Электричество, 1975, № 7.

[12.11.79]

УДК 621.313.332.001.24

Самовозбуждение асинхронного генератора с приводным двигателем ограниченной мощности

ОСАДЧИЙ Ю. М.

Асинхронные генераторы (АГ) с самовозбуждением находят применение в авиационной технике, лесном и сельском хозяйстве, дорожном строительстве [Л. 1 и 2]. Часто АГ используют в качестве переносного малогабаритного источника электрической энергии повышенной частоты для питания двигателей ручного электронинструмента. При этом приводной бензодвигатель имеет мощность, соизмеримую с потребляемой. Скорость такого двигателя существенно меняется при осуществлении технологического процесса, что влияет на частоту и напряжение, создаваемое генератором, и может при определенных нагрузках привести к потере возбуждения АГ. Для стабилизации напряжения на нагрузке используют различные регуляторы, что усложняет систему как в техническом, так и в аналитическом отношении. Возникает необходимость разработки методики анализа динамики системы «АГ — регулятор — нагрузка с приводным двигателем ограниченной мощности».

Возбужденный АГ является системой, работающей в автоколебательном режиме [Л. 3]. Устойчивость автоколебаний существенно зависит как от параметров системы, так и от частоты Ω вращения ротора АГ. В [Л. 2] рассмотрена методика анализа системы «АГ — приводной двигатель», основанная на рассмотрении системы линейных дифференциальных уравнений и структурных схем. Однако, эта методика не позволяет выполнить задачу анализа АГ с маломощным приводным двигателем как системы, содержащей существенные нелинейности и работающей в автоколебательном режиме. Указанная задача может быть решена с применением методов теории чувствительности и частотных методов анализа динамики нелинейных систем с обратными связями.

На рис. 1 показана структурная схема АГ с приводным двигателем, синтезированная на основании двух структурных схем, соответствующих АГ как линейной системе [Л. 2] и как автоколебательной системе с нелинейностью [Л. 3]. Здесь приняты следующие обозначения: M_c — вращающий момент приводного двигателя; M_b — момент возмущения; M_r — тормозной момент, вызванный токами через АГ; M'_r — составляющая тормозного момента, связанная с током и м. д. с. статора; M''_r — составляющая тормозного момента, связанная со скольжением, током и м. д. с. ротора; M — суммарный момент, приложенный к ротору АГ; Ω — частота вращения ротора; I_p — ток ротора; F_p — м. д. с. ротора; F_c — м. д. с. статора; F — результирующая м. д. с.; H — напряженность магнитного поля; Φ — магнитный поток машины, сцепленный с обмотками ротора и статора. Коэффициент $K_1 = \frac{t_1}{b_2 a_1 i \tau \gamma}$, где t_1 — зубцовое деление; γ — коэффициент

заполнения якоря сталью; b_2 — ширина зубца в части, прилегающей к зазору; a_1 — коэффициент магнитного перекрытия; l_i — продольная активная длина якоря; $\tau = b_i / a_i$, где b_i — длина теоретической полюсной дуги, $b_i \approx b_p + 2\delta$, b_p — конструктивная длина полюсной дуги; δ — воздушный зазор. K_2 равен числу витков фазы ротора. Коэффициент $K_6 = 1/l_{ж}$; $l_{ж} = l_p + l_c$, где l_p , l_c — длины средних силовых линий в роторе и статоре; $K_7 = 0,8 \cdot 10^{-6} l_{ж} / l_{ж}$; $l_{ж}$ — длина силовой линии в зазоре. Коэффициенты K_8 , K_9 определяют экспериментально, расчет коэффициентов K_3 , K_4 , K_5 приведен ниже при рассмотрении соответствующих передаточных функций.

На рис. 1 обозначены также: W_1 — передаточная функция момента приводного двигателя по воздействию U_d управляющего устройства, соответствующая, например, аperiodическому звену с постоянной времени T_y ,

$$W_1(p) = \frac{K_y}{T_y p + 1}; \quad (1)$$

W_2 — передаточная функция вращающихся элементов (аperiodическое звено); W_c — передаточная функция статора, зависящая от вида электрической схемы всей статорной цепи (один из примеров дан ниже); W_n — эквивалентная передаточная функция нелинейности типа «петля гистерезиса», описывающая магнитные элементы машины

$$W_n(A) = q(A) + iq'(A);$$

$$q(A) = \frac{K}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(1 - 2 \frac{H_0}{A} \right) + 2 \left(1 - \frac{2H_0}{A} \right) \sqrt{\frac{H_0}{A} \left(1 - \frac{H_0}{A} \right)} \right];$$

$$q' = -\frac{4KH_0}{\pi A} \left(1 - \frac{H_0}{A} \right),$$

где A — амплитуда гармоники H ; H_0 — коэрцитивная сила; $K = \tan \beta$, β — угол наклона петли гистерезиса к оси напряженностей. Для вычисления реальных q и q' нужно иметь гистерезисные петли, снятые экспериментально при известных масштабах H и индукции B .

Передаточная функция

$$W_p(p, \Omega) = \frac{-K_s(p - j\Omega)}{L_p(p - j\Omega) + R_p} \quad (2)$$

содержит в качестве параметра координату Ω , что является существенной особенностью. Коэффициент K_3 равен числу витков фазы ротора; L_p, R_p — индуктивность и активное сопротивление ротора. Для разделения влияний Φ и Ω на I_p по двум каналам воспользуемся функцией чувствительности и составим структурную схему модели чувствительности. Применяя зависимости [Л. 4] для решения этой задачи, получим, что изменения I_p связаны с приращением Ω следующим образом:

$$\Delta I_p = W_\Omega \Omega, \quad (3)$$

а передаточная функция по воздействию Ω

$$W_\Omega(p) = \frac{\Delta I_p(p)}{\Omega(p)} = \frac{jK_3 R_p \Phi_0}{[L_p(p - j\Omega_0) + R_p]^2}, \quad (4)$$

где Ω_0, Φ_0 — исходные значения Ω и Φ , определенные при расчете автоколебательного контура [Л. 3].

На рис. 2 показан фрагмент структурной схемы от входных координат Ω и Φ к выходной I_p , представленный в виде двух каналов. Передаточная функция $W_{p0}(p)$ получается подстановкой $\Omega = \Omega_0$ в (2). Анализ и синтез системы можно выполнить по схеме рис. 1 с изменением в ней в соответствии с рис. 2.

Дальнейший анализ осложняется тем, что система содержит автоколебательный контур. Технологические воздействия (переключения в схеме нагрузки, изменение момента на валу двигателя) являются низкочастотными. Кроме того, постоянные времени переходных процессов в АГ существенно больше периода колебаний напряжения генератора. В силу этого представляет интерес исследование процессов «по огибающей». Система нелинейных дифференциальных уравнений имеет при наличии регулятора достаточно высокий порядок. Интегрирование ее с применением современных вычислительных методов и средств не представляет принципиальных затруднений. Однако при создании инженерной методики анализа достаточно аппроксимация системы уравнением 2—3 порядка.

Амплитудные частотные характеристики, соответствующие передаточным функциям $W_\Omega(p)$, $W_{p0}(p)$ и $W_c(p)$, симметричны относительно вертикали, проведенной через отметку на оси частот значения частоты автоколебаний ω_0 . В силу симметрии поведение «по огибающей» можно аппроксимировать передаточной функцией, соответствующей амплитудно-частотной характеристике при смещении начала оси ω в точку ω_0 [Л. 4] (значение ω_0 определено при анализе автоколебательного контура [Л. 3]). Практически может быть использован следующий способ получения передаточных функций по огибающим. Получив передаточные функции W_Ω , W_{p0} и W_c , построим соответствующие им логарифмические амплитудно-частотные характеристики. Сместим вертикальную ось на значение ω_0 , аппроксимируем амплитудно-частотную характеристику асимптотами [Л. 5], отбросим малые постоянные времени, оставив, например, две наибольшие, соответствующие двум наименьшим частотам сопряжений характеристики, и получим аппроксимирующие передаточные функции W_Ω , W_{p0} и W_c более низкого порядка. После аппроксимации автоколебательного контура по огибающим координат I_p и F_c от приращений входных координат Ω и Φ получим передаточные функции всей замкнутой системы (см. рис. 1 и 2). Дальнейший анализ динамики системы можно проводить любым из известных способов — с помощью корневых и частотных методов оценки качества, построения переходных функций или функций веса с помощью трапецидальных или треугольных характеристик, моделированием на вычислительных машинах и т. п. [Л. 4].

Пусть к внешним выводам статора АГ подключены параллельно конденсаторы возбуждения и активная нагрузка. Можно показать [Л. 3], что в этом случае передаточная функция статорной цепи имеет вид:

$$W_c(p) = -\frac{K_4 K_5 (ap + 1)}{b^2 p^2 + b_1 p + b_0};$$

$$a = RC_1; \quad b_2 = L_c C_1 R; \quad b_1 = L_c + R_c R C_1; \quad b_0 = R + R_c.$$

Коэффициент K_4 равен числу витков фазы статора, умноженному на обмоточный коэффициент; K_5 — числу витков фазы статора; R — сопротивление нагрузки; L_c, R_c — индук-

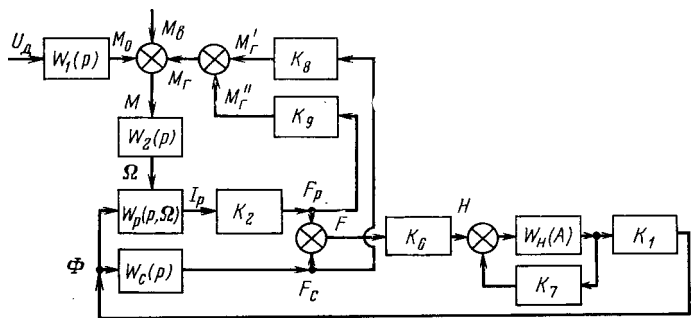


Рис. 1. Структурная схема системы.

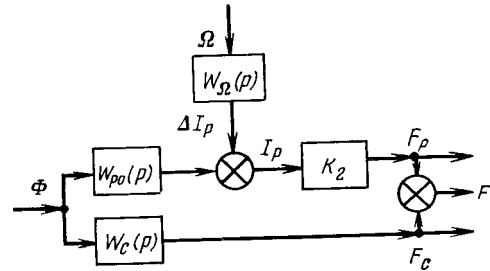


Рис. 2. Структурная схема двух каналов.

тивность, активное сопротивление статора; C_1 — емкость конденсаторов возбуждения, подключенных параллельно выводам одной фазы АГ.

Пусть значения параметров системы следующие:

$R_p = 1,82 \cdot 10^{-4}$ Ом; $R = 17,5$ Ом; $R_c = 0,7$ Ом; $L_p = 0,172 \times 10^{-6}$ Гн; $L_c = 24,4 \cdot 10^{-3}$ Гн; $C_1 = 27 \cdot 10^{-6}$ Ф; $\Omega = 1256$ рад·с⁻¹; $K_1 = 4,65 \cdot 10^{-4}$ м²; $K_2 = 0,5$; $K_3 = 0,5$; $K_4 = 91,8$; $K_5 = 102$; $K_6 = 4,63$ м⁻¹; $K_7 = 0,72 \cdot 10^{-9}$; $K_8 = 9,26$ Н·м·А⁻¹; $K_9 = 0,0469$ Н × м·А⁻¹.

Расчет автоколебательного контура дает значения $q = 3,82 \cdot 10^{-4}$, $q' = -3,4 \cdot 10^{-6}$, $\omega_0 = 1196$ рад·с⁻¹; $\Phi_0 = 5,12 \times 10^{-4}$ Тл·м².

Пусть $W_2 = 425/0,12p + 1$. Передаточные функции:

$$W_\Omega(p) = \frac{j256 \cdot 10^{-4}}{[0,945 \cdot 10^{-3}(p - j1256) + 1]^2};$$

$$W_{p0}(p) = \frac{-0,275 \cdot 10^4(p - j1256)}{0,945 \cdot 10^{-3}(p - j1256) + 1};$$

$$W_c(p) = \frac{136,2p(0,472 \cdot 10^{-3}p + 1)}{0,634 \cdot 10^{-6}p^2 + 0,136 \cdot 10^{-4}p + 1}.$$

На рис. 3,а показана в качестве примера амплитудная частотная характеристика $L_c = 20 \lg |W_c(j\omega)|$, построенная с использованием логарифмического масштаба по оси L_c и линейного по оси ω . Видна ее симметрия относительно значения ω_0 . На рис. 3,б показана амплитудно-частотная характеристика L_c , построенная с использованием логарифмического масштаба по осям L_c и ω . Аппроксимация L_c асимптотами (штриховая линия на рис. 3,б) дает передаточную функцию по огибающей (отмечено штрихом вверху справа от W_c):

$$W'_c(p) = \frac{28(6,67 \cdot 10^{-3}p + 1)(3,12 \cdot 10^{-3}p + 1)}{(2,56 \cdot 10^{-2}p + 1)^2}.$$

Аппроксимация «по огибающей» дает также передаточные функции:

$$W'_\Omega(p) = \frac{2,57 \cdot 10^{-4}}{(0,943 \cdot 10^{-2}p + 1)^2};$$

$$W'_{p0}(p) = \frac{4,83 \cdot 10^{-5}p}{(0,943 \cdot 10^{-2}p + 1)}.$$

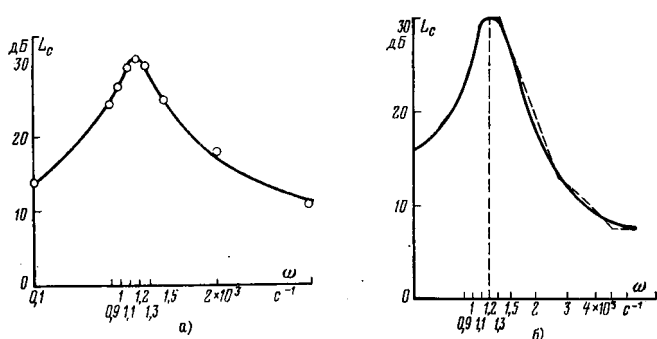


Рис. 3. Частотные характеристики.

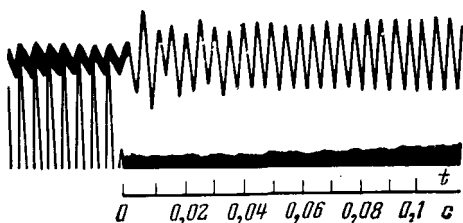


Рис. 4. Переходный процесс в системе.

Для анализа переходных процессов системы в целом получим передаточные функции замкнутой системы, например, по возмущению $\Omega(p)/M_b(p)$ или по управлению $\Omega(p)/U_d(p)$, а также корни характеристических уравнений, соответствующих указанным передаточным функциям замкнутой системы (они будут отличаться на полюса $W_1(p)$). Корни характеристического уравнения по возмущению (внутренние контуры, в которые включена нагрузка АГ), полученные при данных значениях параметров системы

$$p_{1,2} = -0,537 \cdot 10^3 \pm j1,24 \cdot 10^2;$$

$$p_3 = -0,692 \cdot 10^4; \quad p_4 = -0,19 \cdot 10^4.$$

Корни $p_{1,2}$, ближайшие к мнимой оси, определяют характеристики переходного процесса [Л. 4]. Так, время переходного процесса $T_n = 0,06$ с. Наличие мнимой части корней $p_{1,2}$ указывает на склонность системы к колебаниям. На рис. 4 показаны осциллограммы переходных процессов в си-

стеме. Видно хорошее совпадение количественных оценок переходных процессов, полученных по изложенной методике, с экспериментальными.

В заключение отметим следующее. Аппроксимацию «по огибающей» можно проанализировать методом разделения после получения передаточных функций системы $F_p(p)/\Omega(p)$ и $F_r(p)/\Phi(p)$. Однако аппроксимация W_Ω и W_{Φ} несколько упрощает расчеты на начальном этапе. Поведение «по огибающей» можно проанализировать методом разделения движений [Л. 6], однако это значительно сложнее, чем в соответствии с рассмотренной методикой. Введение регуляторов изменяет переходные процессы в системе. Например, использование продольно-емкостного компаундирующего устройства [Л. 2] уменьшает время переходных процессов. В процессе анализа необходимо получить передаточную функцию $W_c(p)$, соответствующую принятой схеме включения регулятора в цепь статора.

Наличие в структурной схеме звена W_n дает возможность проанализировать АГ с реальной магнитной цепью ротора и статора, а не подбирать значения параметров, соответствующие установившимся режимам [Л. 2]. Расчеты показывают, что переходные процессы в системе с учетом ограниченной мощности приводного двигателя существенно отличаются от процессов автоколебательного контура (т. е. при неизменной Ω). Так, расчеты для системы с указанными параметрами по методике [Л. 3] показывают, что переходный процесс по огибающей неколебательный, а время его, не зависящее от W_2 и замкнутых контуров системы (рис. 1), близко к экспериментальному только при использовании приводного двигателя большей мощности и существенно отличается от времени переходного процесса в системе с мало-мощным двигателем. Реальный же процесс (рис. 4) явно колебательный и большей продолжительности «по огибающей», что подтверждает важность поставленной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Торощев Н. А. Авиационные асинхронные генераторы. — М.: Транспорт, 1970.
2. Осадчий Ю. М., Фришман В. С., Змитрович В. С. Структурная модель асинхронного генератора с системой регулирования напряжения. — Электротехника, 1978, № 1.
3. Осадчий Ю. М., Капленко В. К. Самовозбуждение асинхронного генератора со стабилизирующим устройством. — Электричество, 1979, № 2.
4. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975.
5. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. — М.: Советское радио, 1963, ч. 1.
6. Методы синтеза нелинейных систем автоматического управления. — М.: Машиностроение, 1970.

[19.03.80]

УДК 621.313.333.043.2.045.5.019.32

Оценка надежности штампованно-сварных обмоток торцевых асинхронных двигателей

ГОЛЬДБЕРГ О. Д., доктор техн. наук, БОБКОВ А. В., ДОЦЕНКО В. Е., инженеры
Москва

Асинхронные микродвигатели (АД) торцевой конструкции, изготавливаемые методами интегральной технологии [Л. 1], потенциально должны обладать повышенной надежностью, так как статорная обмотка — наименее надежный узел выполнена на основе новых технологических решений, позволяющих получать более качественную изоляцию обмотки. Интегральная технология допускает различные варианты выполнения, наиболее перспективными являются штампованные обмотки волнового типа, набираемые из отдельных слоев, каждый из которых состоит из двух предварительно изолированных, пропитанных и сваренных в соответствии со схемой соединений полуобмоток (см. рисунок). Полуобмотки штампуются из медной (алюминиевой) ленты толщиной 0,2—0,5 мм. При этом, естественно, полувитки обмоток

имеют некоторые отклонения по ширине, определяемые технологическими допусками.

Для изолирования полуобмоток применяется метод электрофоретического осаждения изоляционной композиции, состоящей из эмульсии кремнийорганического лака и слюдяной дисперсии. Наличие обливного слоя на изолированных полуобмотках и случайный характер распределения слюды внутри изоляции приводят к ее неоднородности по толщине и отражаются на распределении пробивных напряжений. Кроме того, в изоляции имеются дефекты, связанные с трещинами и сколами, возникающими в процессе ее нанесения и полимеризации. Существенной особенностью рассматриваемого типа АД является то, что на каждый из слоев пакета обмоток наряду с витковым воздействием и фазное напряже-

ние. Это вызывает повышенные требования к качеству изоляционных покрытий как отдельных слоев, так и изоляции в целом.

Учитывая указанные особенности применяемых конструктивных и технологических решений, представляет интерес расчетно-экспериментальная оценка надежности обмоток АД торцевого типа. Методика расчета, как правило, основывается на математической модели, наиболее полно отражающей основные явления, приводящие к отказу АД.

Анализ исследований по оценке надежности межвитковой (межфазной) изоляции всыпных обмоток АД показал, что предложенные в [Л. 2—5] математические модели для оценки надежности изоляции могут быть использованы для плоских обмоток торцевых микроэлектродвигателей только частично из-за специфики конструкции и технологии изготовления последних. Поэтому возникла необходимость в разработке математической модели для оценки надежности межвитковой (межфазной) изоляции плоских обмоток. За элемент модели были приняты два соприкасающихся полувитка. Площадь соприкосновения не превышает нескольких квадратных миллиметров, что позволяет считать постоянными приложенное напряжение и толщину изоляции в пределах этой площади.

Отказ изоляции обмотки вызывается межвитковым или межфазным замыканием, поэтому естественно считать наиболее показательной характеристикой значение пробивного напряжения. Отказ происходит при превышении напряжением, приложенным к соседним виткам, значения пробивного напряжения изоляционной трехслойной композиции, состоящей из изоляции полувитков и пропитывающего лака между ними. В соответствии с [Л. 3] считаем, что пробой наиболее вероятен на участках, имеющих дефекты, распределение которых подчиняется закону Пуассона. Под дефектом будем понимать не только сквозные дефекты, но и дефекты, обусловленные заусенцами, воздушными включениями и другими факторами, приводящими к снижению пробивного напряжения.

Элемент обмотки представляем в виде трех последовательно соединенных конденсаторов (по числу изоляционных слоев), напряжение на которых [Л. 4]:

$$U_i = U \frac{di}{\epsilon_i \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3} \right)}, \quad (1)$$

где d_1 и d_3 — толщины слоев изоляции соприкасающихся проводников (случайные величины, плотности распределения которой определяются экспериментально); $d_2 = d - (d_1 + d_3)$ — толщина межпроводникового пропитывающего лака; d — суммарная толщина изоляции, определяемая экспериментально и являющаяся случайной величиной; U_i — напряжение, приложенное к i -му слою; $U = \sqrt{2} U_{\phi} K$ — напряжение, приложенное к двум пересекающимся виткам; ϵ_i — диэлектрическая проницаемость i -го слоя; K — кратность коммутационных перенапряжений, определяемая согласно [Л. 5]; U_{ϕ} — фазное напряжение.

Вероятность пробоя всей цепи (для трехслойной композиции) при воздействии единичного импульса перенапряжения

$$P(ABC) = P(AB) \cdot P_{ab}(C) + P(AC) \cdot P_{ac}(B) + P(BC) \cdot P_{bc}(A) - P(A) \cdot P_a(B) \cdot P_a(C) - P(B) \cdot P_b(A) \times \\ \times P_b(C) - P(C) \cdot P_c(A) \cdot P_c(B) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(C). \quad (2)$$

Так как условия нанесения изоляции на проводники двух попарно соединяемых полуобмоток будут одинаковы, можно предположить, что плотности распределения толщин изоляции и пробивных напряжений будут для слоев A и B одинаковы:

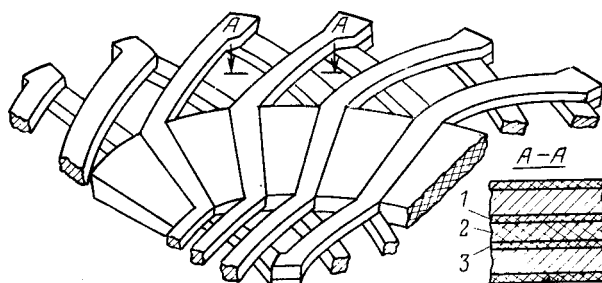
$$P(A) = P(B). \quad (3)$$

Аналогично имеем:

$$\left. \begin{aligned} P(BC) &= P(AC); \\ P_{bc}(A) &= P_{ac}(B); \\ P_a(B) &= P_b(A); \\ P_c(A) &= P_c(B). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

На основании приведенных рассуждений вероятность пробоя слоя A

$$P(A) = [1 - e^{-\mu(S_0 + \Delta S)}] P_1, \quad (5)$$



Фрагмент слоя плоской штампованно-сварной обмотки.
1, 2, 3 — слой изоляции A , C , B соответственно.

где

$$P_1 = P\{0 < U'_1 - U_1 \leq U'\}; \quad (6)$$

U' — некоторая фиксированная величина, ограничивающая рассматриваемую область пробивных напряжений.

Первый множитель выражения (5) определяет вероятность того, что в пределах элемента площади соприкосновения двух полувитков S_0 будет хотя бы один дефект с окрестностью площадью ΔS . Второй множитель характеризует вероятность превышения приложенным напряжением U'_1 значения пробивного напряжения слоя U_1 в пределах площади S_0 .

Принимаем, что пробой наиболее вероятен в месте дефекта, либо в пределах его окрестности, значение которой зависит от приложенного напряжения и характера дефекта. Наибольшую площадь окрестности (с учетом напряжения перекрытия) будет иметь сквозной дефект при постоянном значении приложенного напряжения. Пробой возможен в том случае, если окрестности дефектов на соприкасающихся полувитках пересекаются.

Внешние факторы, приводящие к старению изоляции (температура, вибрация, коммутационные воздействия, влажность и др.), непрерывно воздействуют на изоляцию и постепенно приводят к ее выходу из строя (пробою). Считаем, что наиболее интенсивно эти воздействия будут проявляться локально, т. е. в местах наибольших ослаблений изоляции (сквозные повреждения, заусенцы, неоднородности и т. д.), что приведет к изменению качества дефектов, а в конечном счете — к увеличению числа сквозных дефектов. Исходя из этого, считаем, что плотность сквозных дефектов является функцией времени, т. е.

$$\mu(t) = \mu_1 + \mu_2(t) + \mu_3(t), \quad (7)$$

где μ_1 — первоначальная плотность распределения сквозных точечных дефектов; $\mu_2(t)$ — плотность распределения дефектов, вызванных заусенцами; $\mu_3(t)$ — плотность распределения дефектов, обусловленная воздушными включениями, неоднородностями и другими факторами.

Допущения, определяемые выражением (7), требуют дальнейшего экспериментального подтверждения.

Вероятность одновременного пробоя слоев A и B

$$P(AB) = P(A) \cdot P_a(B) + P(B) \cdot P_b(A) - P(A) \cdot P(B); \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_a(B) &= [1 - e^{-\mu(S_0 + \Delta S)}] P_2; \\ P_2 &= P\{0 < U^*_1 - U_1 \leq U'\}; \\ U^*_1 &= U \frac{\frac{d_1}{\epsilon_1}}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

С учетом (4), (5) и (9) выражение (8) примет вид:

$$P(AB) = [1 - e^{-\mu(S_0 + \Delta S)}]^2 (2P_1 P_2 - P_1^2). \quad (10)$$

Считаем, что в слое пропитывающего лака в пределах элементарного участка дефекты отсутствуют, а сквозные дефекты в слоях A и B заполняются лаком. Пробой этого участка будет обусловлен толщиной лака, определяемой расстоянием между дефектами. С учетом заполнения дефектных мест толщина лака

$$d' \geq d, \quad (11)$$

где

$$d=d_1+d_2+d_3.$$

Тогда

$$P_{ab}(C)=P\{U>U'_2\}=P_3, \quad (12)$$

где U'_2 — напряжение пробоя слоя лака, толщина которого определяется выражением (11).

Вероятность одновременного пробоя слоев A и C

$$P(AC)=P(A)P_a(C)+P(C) \cdot P_c(A)-P(A)P(C), \quad (13)$$

где

$$P_a(C)=P\left\{U\frac{\frac{d_2}{\varepsilon_2}}{\frac{d_2}{\varepsilon_2}+\frac{d_3}{\varepsilon_3}}>U_2\right\}=P_4; \quad (14)$$

U_2 — напряжение пробоя пропитывающего лака;

$$P_c(A)=[1-e^{-\mu(S_0+\Delta S)}]P_5; \quad (15)$$

$$P_5=P\left\{0<\frac{U}{2}-U_1\leq U'\right\};$$

$$P(C)=P\{U'_2>U_2\}=P_6. \quad (16)$$

С учетом (14)–(16) выражение (13) принимает вид:

$$P(AC)=[1-e^{-\mu(S_0+\Delta S)}](P_1P_4+P_5P_6-P_1P_6). \quad (17)$$

Вероятность пробоя слоя B при пробитых слоях A и C

$$P_{ac}(B)=[1-e^{-\mu(S_0+\Delta S)}]P_7, \quad (18)$$

где

$$P_7=P\{0<U-U_1\leq U'\}.$$

Окончательно для элемента обмотки получаем:

$$P(ABC)=[1-e^{-\mu(S_0+\Delta S)}]^2 \cdot (2P_1P_2P_3+2P_1P_4P_7+ \\ + 2P_5P_6P_7-2P_1P_2P_4-P_1P_3-P_2P_6+P_1P_6), \quad (19)$$

где P_1, P_2, \dots, P_7 определяем отдельно для участков, на которых действует фазное и витковое напряжение.

Расчеты, проведенные по выражению (19) показали, что вероятность выхода из строя элемента обмотки не превышает 0,00001. Поэтому вероятность отказа слоя обмотки в результате пробоя изоляции во внутренних лобовых частях при воздействии единичного импульса перенапряжения будем определять выражением

$$P_{\text{внутр}} \leq MP_{\Phi}(ABC) + NP_{\text{в}}(ABC), \quad (20)$$



где M и N — числа пересечений в слое, в пределах которых действуют фазное и витковое напряжения соответственно; P_{Φ} и $P_{\text{в}}$ — вероятности пробоя слоев A, B, C при воздействии виткового и фазного напряжений соответственно.

Аналогично определяется вероятность отказа слоя плоской обмотки из-за пробоя изоляции во внешней и активных ее частях с той лишь разницей, что площадь соприкосновения проводников в активной части разбивается на ряд элементарных участков, в пределах которых толщину изоляции можно принять постоянной.

Окончательно для слоя обмотки при воздействии единичного импульса перенапряжения имеем

$$P_{\text{сл}} \leq P_{\text{внешн}} + P_{\text{акт}} + P_{\text{внутр}} - P_{\text{внешн}} \cdot P_{\text{акт}} - P_{\text{внешн}} \times \\ \times P_{\text{внутр}} - P_{\text{внутр}} \cdot P_{\text{акт}} + P_{\text{внешн}} \cdot P_{\text{акт}} \cdot P_{\text{внутр}}. \quad (21)$$

Надежность всей обмотки, имеющей z слоев при воздействии γ импульсов за счет пробоя во внешней, активной и внутренней лобовой частях будет равна

$$P=1-[1-ZP_{\text{сл}}+\frac{Z(Z-1)}{2!}P_{\text{сл}}^2- \\ -\frac{Z(Z-1)(Z-2)}{3!}P_{\text{сл}}^3+\dots+(-1)^zP_{\text{сл}}^z]^{\gamma}. \quad (22)$$

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет создать расчетно-экспериментальную методику оценки надежности обмоток торцевых АД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игиатов В. А., Корицкий А. В., Мордвинов В. А. — Электрические микромашины переменного тока интегрального изготовления. — М.: Энергия, 1975.
2. Гольдберг О. Д. Надежность электрических машин общепромышленного и бытового назначения. — М.: Знание, 1976.
3. Гандель Ю. В., Гольдберг О. Д., Хазановский П. М. — Математические модели для оценки вероятности совпадения дефектов в изоляции обмоток электрических машин. — Электротехника, 1976, № 12.
4. Матялис А. П., Стрельбицкий Э. К. Модель надежности корпусной изоляции. — Изв. Томского политехнического института, т. 229, 1972.
5. Комаров Н. Г., Хелемская С. П. Определение законов распределения кратностей коммутационных перенапряжений в обмотках низковольтных асинхронных двигателей. — ЭП. Электрические машины, 1978, № 4.

[15.04.80]

УДК 621.316.35.001.24

Расчет электродинамических усилий в системе произвольно расположенных в пространстве винтообразных проводников

СТРЕЛЮК М. И., канд. техн. наук, ПАВЛОВЕЦ В. В., инж.

Минск

Одним из актуальных вопросов трансформаторостроения является расчет электродинамической стойкости трансформаторов при коротких замыканиях. В посвященной этой теме литературе приводятся результаты исследования электродинамических усилий (ЭДУ) в обмотках трансформаторов, полученные при допущениях, что обмотки представляют собой шины бесконечной длины, а поле трансформатора является плоскопараллельным.

В современных мощных трансформаторах обмотки низкого напряжения состоят из нескольких параллельных ветвей. Из-за наличия стали, подводов и большого схода винта обмотки магнитное поле трансформатора отличается от плоскопараллельного. Эпюры распределения индукции магнитного поля, полученные в результате исследования модели трансформатора в электролитической ванне [Л. 1], показывают, что магнитное поле трансформатора является существенно трехмерным, и не удается выделить области, в пределах которых поле можно считать плоскопараллельным.

Результаты исследований трансформаторов на электродинамическую стойкость показывают, что часто причиной повреждения обмотки трансформатора, имеющей большой сход винта, являются скручивающие усилия, которые стремятся развернуть обмотку. Известные методы расчета ЭДУ в трансформаторах не позволяют определить значение касательных усилий, так как эти усилия обусловлены спиральностью обмотки. В связи с этим и возникает необходимость разработки метода расчета ЭДУ, учитывающего реальную конфигурацию обмотки трансформатора.

В статье предлагается численный метод расчета ЭДУ в обмотках, имеющих форму винтовых линий, без учета влияния ферромагнитного сердечника. Учет такого влияния представляет собой самостоятельную задачу и требует отдельного исследования. В основу предлагаемого метода положено векторно-параметрическое представление винтовой линии, произвольно расположенной в пространстве (см. приложение).

Рассмотрим магнитное поле, создаваемое ниточным про-

извольно расположенным в пространстве проводником, имеющим форму винтовой линии. Согласно [Л. 2] индукция в точке N , радиус-вектор которой \mathbf{r}_3 (рис. 1), определяется как

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_3|^3}, \quad (1)$$

где $d\mathbf{l}_1$ — вектор элемента длины винтовой линии; \mathbf{r}_3 — вектор, проведенный от $d\mathbf{l}_1$ в точку N ; i_1 — ток, протекающий по проводнику.

Необходимо отметить, что интегрирование в формуле (1) в [Л. 2] производится по замкнутому контуру, т. е. токи приняты замкнутыми, так как вычисление индукции имеет физический смысл только в этом случае. Однако при практических расчетах замкнутые контуры разбивают на участки и вычисляют для них значения индукции («метод участков»).

Из геометрических построений (см. рис. 1) следует:

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad (2)$$

где \mathbf{r}_1 — вектор, годографом которого является винтовая линия l_1 ;

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{c}_1 + (\mathbf{a}_1 - \mathbf{c}_1) \cos \varphi_1 + (\mathbf{d}_1 - \mathbf{c}_1) \sin \varphi_1 + \mathbf{p}_1 R_1 \varphi_1 \operatorname{tg} \psi_1. \quad (3)$$

Вектор элемента длины $d\mathbf{l}_1$ получим, взяв производную от \mathbf{r}_1 по $d\varphi_1$:

$$d\mathbf{l}_1 = \frac{d\mathbf{r}_1}{d\varphi_1} d\varphi_1 = [(\mathbf{d}_1 - \mathbf{c}_1) \cos \varphi_1 - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{c}_1) \sin \varphi_1 + \mathbf{p}_1 R_1 \operatorname{tg} \psi_1] d\varphi_1 = \mathbf{n}_1 d\varphi_1. \quad (4)$$

Раскрывая векторное произведение, входящее в (1), получаем выражение для определения составляющих индукции на оси координат:

$$B_{1j} = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \int_0^{\alpha_1} \frac{\Delta_{1j}}{|\mathbf{r}_3|^3} d\varphi_1, \quad j = x; y; z, \quad (5)$$

где Δ_{1j} — алгебраическое дополнение определителя Δ_1 при его раскрытии по соответствующей координате:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} x & y & z \\ n_{1x} & n_{1y} & n_{1z} \\ r_{3x} & r_{3y} & r_{3z} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Элементарное ЭДУ, действующее на проводник l_2 в поле проводника l_1 , определяется по следующей формуле [Л. 2]:

$$dF_{21} = i_2 [d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}_1], \quad (7)$$

где $d\mathbf{l}_2$ — вектор элемента длины второй винтовой линии.

Индукция \mathbf{B}_1 в формуле (7) определяется по выражению (5) с заменой \mathbf{r}_2 на радиус-вектор, годографом которого является линия l_2 :

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{c}_2 + (\mathbf{d}_2 - \mathbf{c}_2) \cos \varphi_2 + (\mathbf{a}_2 - \mathbf{c}_2) \sin \varphi_2 + \mathbf{p}_2 R_2 \varphi_2 \operatorname{tg} \psi_2. \quad (8)$$

Вектор элемента длины $d\mathbf{l}_2$ определяется так же, как и $d\mathbf{l}_1$:

$$d\mathbf{l}_2 = [(\mathbf{d}_2 - \mathbf{c}_2) \cos \varphi_2 - (\mathbf{a}_2 - \mathbf{c}_2) \sin \varphi_2 + \mathbf{p}_2 R_2 \operatorname{tg} \psi_2] d\varphi_2 = \mathbf{n}_2 d\varphi_2. \quad (9)$$

Раскрывая векторное произведение, входящее в (7), с учетом (8) и (9), получаем выражение для расчета элементарных ЭДУ, действующих на проводник l_2 :

$$dF_{21j} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{4\pi} d\varphi_2 \int_0^{\alpha_1} \frac{\Delta_{2j}}{|\mathbf{r}_3|^3} d\varphi_1, \quad j = x; y; z, \quad (10)$$

где Δ_{2j} — алгебраическое дополнение определителя Δ_2 для соответствующей координаты:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} x & y & z \\ n_{2x} & n_{2y} & n_{2z} \\ \Delta_{1x} & \Delta_{1y} & \Delta_{1z} \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Чтобы получить суммарные ЭДУ, действующие на весь проводник l_2 , необходимо правую часть выражения (10) проинтегрировать по $d\varphi_2$ в пределах от 0 до α_2 .

Рассмотрим ЭДУ, возникающие в винтовой линии при протекании по ней тока; назовем их «собственными» в отличие от усилий при взаимодействии различных винтовых линий.

Воспользоваться формулой (5) для расчета индукции в данном случае нельзя, так как при $\mathbf{r}_3 \rightarrow 0$ значение индукции $\mathbf{B}_1 \rightarrow \infty$, т. е. теряется смысл. Эта особенность связана

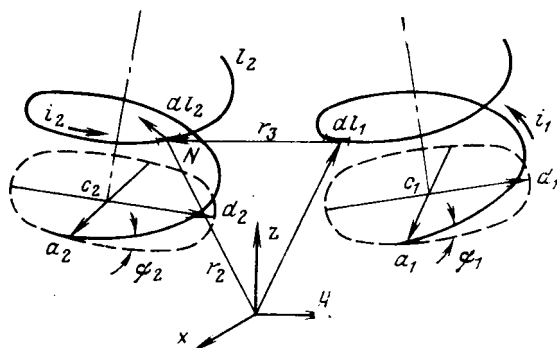


Рис. 1.

с тем, что при выводе выражения для индукции рассматривались элементы линейных токов. Чтобы сделать применимой для расчетов формулу (5) при произвольных значениях \mathbf{r}_3 , необходимо рассматривать ток конечного сечения, который может быть разложен на совокупность бесконечно тонких нитей тока. Предположим, что равномерно распределенный по сечению ток протекает по шине прямоугольного сечения с размерами $b \times h$. Выделим два произвольных сечения s_1 и s_2 , перпендикулярных касательным винтовой линии оси проводника. Не трудно получить выражения для радиус-векторов угловых точек сечения $\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5$ в зависимости от положения радиус-вектора оси проводника \mathbf{r}_s (рис. 2). Тогда радиус-вектор, проведенный из начала координат в любую точку сечения, будет определяться как [Л. 3]:

$$\mathbf{r} = \mathbf{a}_4 + (\mathbf{a}_5 - \mathbf{a}_4) \lambda_1 + (\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_4) \lambda_2, \quad (12)$$

где λ_1, λ_2 — параметры, изменяющиеся от 0 до 1.

После несложных преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} r_x &= (A_x - 0,5bk_1) \cos \varphi + (D_x - \delta_1 k_2) \sin \varphi; \\ r_y &= (A_y + \delta_1 k_2) \cos \varphi + (D_y - 0,5bk_1) \sin \varphi; \\ r_z &= A_z \cos \varphi + D_z \sin \varphi + R \varphi \operatorname{tg} \psi + (\delta_2 - 0,5h) k_2, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где $k_1 = 1 - 2\lambda_1$; $k_2 = 1 - 2\lambda_2$; $\delta_1 = 0,5h \sin \psi$; $\delta_2 = 0,5 \cos \psi$; $A_j = a_j - c_j$; $D_j = d_j - c_j$; $j = x; y; z$.

Выделим в сечениях s_1 и s_2 элементы тока $d\mathbf{l}_1$ и $d\mathbf{l}_2$ (рис. 2). Определение значений токов для этих элементов не представляет трудностей. Так, для элемента тока $d\mathbf{l}_1$

$$i_1 = \frac{I ds_1}{hb} = i d\lambda_{11} d\lambda_{21}, \quad (14)$$

где $\lambda_{11}, \lambda_{21}$ — параметры, соответствующие λ_1 и λ_2 в (12); второй индекс означает принадлежность к сечению s_1 .

Радиус-вектор \mathbf{r}_3 и вектор элемента длины $d\mathbf{l}_1$ определяются по выражениям (2) и (4), при этом \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 находятся по формулам (13) при подстановке индексов для сечений s_1 и s_2 . Выполнив необходимые подстановки и проинтегрировав по сечению проводника, получим выражение для определения индукции, создаваемой проводником конечного сечения:

$$B_{1j} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_0^{\alpha_1} d\varphi_1 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\Delta_{3j}}{|\mathbf{r}_3|^3} d\lambda_{11} d\lambda_{21}, \quad j = x; y; z, \quad (15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} r_{3x} &= P_x - 0,5b(k_{12} \cos \varphi_2 - k_{11} \cos \varphi_1) - \delta_1(k_{22} \sin \varphi_2 - k_{21} \sin \varphi_1); \\ r_{3y} &= P_y + \delta_1(k_{22} \cos \varphi_2 - k_{21} \cos \varphi_1) - 0,5b(k_{12} \sin \varphi_2 - k_{11} \sin \varphi_1); \\ r_{3z} &= P_z + R_2(\varphi_2 - \varphi_1) \operatorname{tg} \psi_2 - (k_{22} - k_{21})(0,5h - \delta_2); \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$P_j = A_j(\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) + D_j(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1), \quad j = x; y; z;$$

Δ_{3j} — алгебраическое дополнение определителя Δ_3 для соответствующей координаты;

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} x & y & z \\ m_{1x} & m_{1y} & m_{1z} \\ r_{3x} & r_{3y} & r_{3z} \end{vmatrix}.$$

Расчет погрешности трансформатора тока с учетом неравномерности насыщения магнитопровода

ПУЙЛО Г. В., канд. техн. наук, РАСТОРГУЕВА Т. Е., канд. техн. наук, ШЕВЧЕНКО В. П., БАЙДАК Ю. В., инженеры

Одесский политехнический институт

Применяемые в настоящее время для анализа режимов работы трансформаторов тока (ТТ) схемы замещения основаны на схемах замещения силовых трансформаторов при условии равномерности насыщения магнитопровода по его длине, что справедливо для симметричных конструкций первичной и вторичной обмоток. При анализе электромагнитных процессов в реальных конструкциях ТТ, когда нарушается симметрия обмоток, существующие схемы замещения не позволяют получить достоверный результат.

В результате асимметрии магнитной цепи возникают потоки рассеяния, которые можно разделить на потоки, замыкающиеся только по воздуху, и потоки, замыкающиеся частично по воздуху, частично по стали. Действие последних потоков рассеяния приводит к неравномерности насыщения магнитопровода ТТ по его длине, которая наиболее значительна в режиме короткого замыкания, при работе ТТ с малыми вторичными нагрузками и является основным фактором, определяющим погрешность ТТ. Действие потоков рассеяния, замыкающихся только по воздуху, незначительно, ими можно пренебречь [Л. 1].

В [Л. 2] на основе анализа результатов экспериментального исследования электромагнитного процесса в ТТ получена схема магнитной цепи и эквивалентная электрическая схема замещения ТТ, позволяющая учесть неравномерность насыщения магнитопровода. В настоящей статье приводится аналитический вывод уравнений токовой и угловой погрешностей, справедливых для секторного расположения вторичной обмотки встроенного ТТ на магнитопроводе. При выводе уравнений не учитываются потоки рассеяния, замыкающиеся только по воздуху, поэтому эквивалентная схема замещения встроенного ТТ имеет вид, приведенный на рис. 1.

Приведение параметров вторичного контура ТТ к числу витков первичной обмотки. Приведенное значение вторичного тока I'_2 определяется из условия равенства м. д. с. реального и приведенного ТТ:

$$I'_2 = I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = I_{2H} k_I \frac{\omega_2}{\omega_1} = I_{2H} k_I k, \quad (1)$$

где k_I — кратность первичного тока; $k = \frac{\omega_2}{\omega_1}$.

Приведенное значение э. д. с. вторичной обмотки E'_2 определяется из условия равенства э. д. с. реального и приведенного ТТ:

$$E'_2 = E_2 \frac{w_1}{w_0} = \frac{1}{k} E_2, \quad (2)$$

где E_2 — действующее значение вторичной э. д. с.

Коэффициент приведения сопротивлений вторичного контура — из условия сохранения неизменными потерь реального и приведенного ТТ:

$$r'_2 = \left(\frac{I_2}{I'_2} \right)^2 r_2 = \frac{1}{k^2} r_2. \quad (3)$$

Коэффициенты приведения активного, индуктивного и полного сопротивлений вторичного контура равны.

Связь между параметрами схемы замещения и магнитопровода. Сопротивление вторичной цепи, приведенное к первичной обмотке

$$Z'_2 = \frac{1}{k^2} Z_2 = R'_2 + jx'_R = (R'_H + r'_2) + jx'_H, \quad (4)$$

где R'_n , x'_n — приведенное значение сопротивления нагрузки;
 r_2 — приведенное значение активного сопротивления вторичной обмотки.

Индуктивное сопротивление, обусловленное суммарным потоком рассеяния, замыкающимся частично по воздуху, частично по стали,

$$Z_g = jx_g = j(x_{g1} + x'_{g2}) = j \frac{\omega \omega^2_{1\mu_0} S_g}{l}, \quad (5)$$

где l_g , S_g — средняя длина пути в воздухе и площадь потока рассеяния; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Эквивалентное электрическое сопротивление участка магнитопровода под вторичной обмоткой

$$Z_{02} = jz_{02}e^{-j\psi_2} = j \frac{\omega \omega^2 \mu_2 S_2}{l_2} e^{-j\psi_2}, \quad (6)$$

где l_2 , S_2 — средняя длина и сечение магнитопровода под вторичной обмоткой; μ_2 , ψ_2 — магнитная проницаемость и угол потерь в стали магнитопровода под обмоткой.

Эквивалентное электрическое сопротивление участка магнитопровода, свободного от вторичной обмотки,

$$Z_{03} = jz_{03}e^{-j\psi_3} = j \frac{\omega \omega^2 \mu_3 S_3}{l_3} e^{-j\psi_3}, \quad (7)$$

где μ_3 , ψ_3 — магнитная проницаемость и угол потерь в стали магнитопровода на участке длиной l_3 и сечением S_3 .

Приведенное значение э. д. с., эквивалентной результирующему потоку под вторичной обмоткой,

$$\dot{E}'_2 = I'_2 Z'_2; \quad (8)$$

$$\dot{E}'_2 = -I'_{02} Z_{02}, \quad (8a)$$

где I_{02} — составляющая тока намагничивания, обусловленная магнитным состоянием части магнитопровода под вторичной обмоткой.

Э. д. с., эквивалентная суммарному потоку рассеяния,

$$\dot{E}_- = -(I_0 - I'_0)Z_0. \quad (9)$$

Э. д. с., эквивалентная полному потоку на участке магнитопровода, свободном от вторичной обмотки,

$$\dot{E}_M = \dot{E}'_2 + \dot{E}_2 = -I_{03}Z_{03}, \quad (10)$$

где I_{03} — составляющая тока намагничивания, обусловленная магнитным состоянием части магнитопровода, свободной от вторичной обмотки.

Уравнения (4)–(10) выведены с учетом того, что вектор результирующего магнитного потока под вторичной обмоткой в режиме короткого замыкания ($Z_n = x_n = 0$) совмещен в комплексной плоскости с осью действительных чисел, а вектор тока I'_2 — с осью мнимых чисел, т. е.

$$I' = I' e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)} \quad (11)$$

По закону Кирхгофа для схемы замещения можно записать:

$$I_1 = I_{02} + I_{03} - I'_2 = I^0 - I'_2. \quad (12)$$

Подставляя в (12) значения I_{02} и I_{03} из уравнений (8а)—(10) и значение \dot{E}'_2 из (8), получаем:

$$I_0 = I_1 + I'_2 = -I'_2 \left[\frac{Z'_2}{Z_{02}} + \frac{Z'_2}{Z_{03}} + \frac{Z'_2 Z_\sigma}{Z_{02} Z_{03}} + \frac{Z_\sigma}{Z_{02}} \right]. \quad (13)$$

Заменяя комплексы сопротивлений схемы замещения и тока I'_{Σ} в (13) на модули, с учетом пространственного положе-

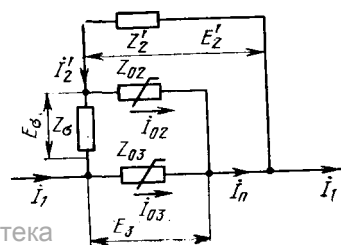


Рис. 1. Упрощенная схема замещения встроенно-

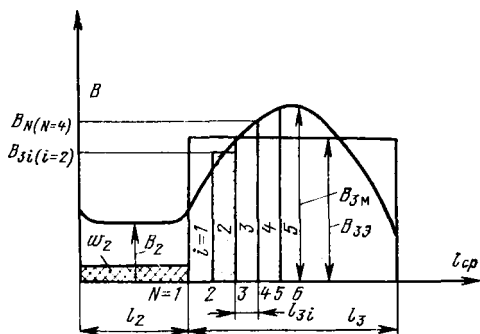


Рис. 2. Распределение индукции по средней длине магнитопровода встроенного ТТ при секторном расположении вторичной обмотки.

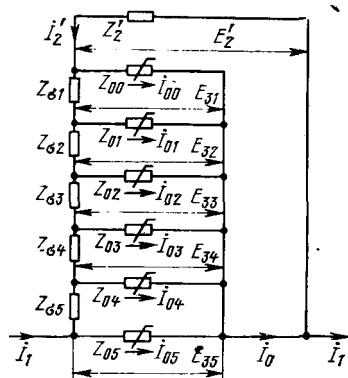


Рис. 3. Развернутая схема замещения встроенного ТТ.

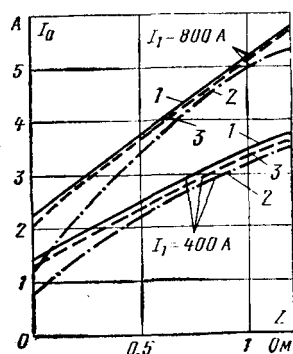


Рис. 4. Зависимость тока намагничивания ТТ от нагрузки.

1 — эксперимент; 2 — расчет по существующей методике; 3 — расчет по выражениям, полученным в статье.

ния векторов получаем выражение комплекса тока намагничивания:

$$I_0 = I'_2 \left\{ \left[R'_2 \left(\frac{1}{z_{02}} \cos \psi_2 + \frac{1}{z_{03}} \cos \psi_3 + \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \cos(\psi_2 + \psi_3) \right) - x'_H \left(\frac{1}{z_{02}} \sin \psi_2 + \frac{1}{z_{03}} \sin \psi_3 + \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \sin(\psi_2 + \psi_3) \right) - \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \sin \psi_3 \right] + j \left[R'_2 \left(\frac{1}{z_{02}} \sin \psi_2 + \frac{1}{z_{03}} \sin \psi_3 + \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \sin(\psi_2 + \psi_3) \right) + x'_H \left(\frac{1}{z_{02}} \cos \psi_2 + \frac{1}{z_{03}} \cos \psi_3 + \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \cos(\psi_2 + \psi_3) \right) + \frac{z_\sigma}{z_{02} z_{03}} \cos \psi_3 \right] \right\}. \quad (14)$$

Выражая значения сопротивлений схемы замещения через параметры ТТ и принимая \$S_2 = S_3 = S\$, получаем окончательное выражение для тока намагничивания:

$$I_0 = \frac{I'_2}{\omega w^2_1 S} \left\{ \left[R'_2 \frac{l_2}{\mu_2} \cos \psi_2 + \frac{l_3}{\mu_3} \cos \psi_3 + \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \cos(\psi_2 + \psi_3) - x'_H \left(\frac{l_2}{\mu_2} \sin \psi_2 + \frac{l_3}{\mu_3} \sin \psi_3 + \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \sin(\psi_2 + \psi_3) \right) - \frac{\omega w^2_1 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_3 l_\sigma} \sin \psi_3 \right] + j \left[R'_2 \left(\frac{l_2}{\mu_2} \sin \psi_2 + \frac{l_3}{\mu_3} \sin \psi_3 + \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \sin(\psi_2 + \psi_3) \right) + x'_H \left(\frac{l_2}{\mu_2} \cos \psi_2 + \frac{l_3}{\mu_3} \cos \psi_3 + \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \cos(\psi_2 + \psi_3) \right) + \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \cos \psi_3 \right] \right\}.$$

$$+ \frac{l_2 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_2 \mu_3 l_\sigma S} \cos(\psi_2 + \psi_3) + \frac{\omega w^2_1 l_3 S_\sigma \mu_0}{\mu_3 l_\sigma} \cos \psi_3 \left. \right\}. \quad (15)$$

Токовая и угловая погрешности определяются из упрощенной векторной диаграммы трансформатора тока [Л. 3] по формулам:

$$f = \frac{\text{Im}(I_0)}{I_1}; \quad \delta = \frac{\text{Re } I_0}{I_1}.$$

Мнимую часть комплекса \$I_0\$ можно представить в виде

$$\text{Im}(I_0) = I'_2 c_2,$$

где \$c_2\$ — сумма коэффициентов при мнимой части \$I_0\$ в уравнении (15).

Принимая во внимание, что [Л. 3]

$$I'_2 = I_1 (1 + f),$$

получаем для токовой погрешности

$$f = \frac{I_1 (1 + f) c_2}{I_1} = c_2 + c_2 f,$$

откуда

$$f = \frac{c_2}{1 - c_2}. \quad (16)$$

Уравнение (16) является полным для вычисления токовой погрешности. Так как в (16) значение \$c_2\$ на порядок меньше единицы, то можно записать упрощенное уравнение, достаточно точное для практических расчетов:

$$f = c_2. \quad (17)$$

Аналогичные рассуждения относительно угловой погрешности приводят к уравнению:

$$\delta = c_1 + c_1 f = c_1 + c_1 \frac{c_2}{1 - c_2}, \quad (18)$$

где \$c_1\$ — сумма коэффициентов при действительной части комплекса \$I_0\$ в (15). Так как угловая погрешность обычно мала, а токовая (для номинального режима) не превышает 0,1, то вторым членом в (18) можно пренебречь и для практических расчетов принять

$$\delta = c_1. \quad (19)$$

Рассмотрим выражение (15) для тока намагничивания применительно к случаю равномерной вторичной обмотки. В этом случае

$$I_3 = 0, \quad I_2 = I_{cp}, \quad \psi_2 = \psi, \quad \mu_2 = \mu;$$

$$I_0 = I'_2 \frac{I_{cp}}{\omega w^2_1 S \mu} [(R'_2 \cos \psi - x'_H \sin \psi) + j(R'_2 \sin \psi + x'_H \cos \psi)]. \quad (20)$$

Используя (17) и (19), определяем токовую и угловую погрешности для ТТ с равномерной обмоткой:

$$f = \frac{I_{cp} z_2}{k^2 \omega w^2_1 S \mu} \sin(\alpha + \psi) 100. \quad (21)$$

$$\delta = \frac{I_{cp} z_2}{k^2 \omega w^2_1 S \mu} \cos(\alpha + \psi) 3440', \quad (22)$$

где \$\alpha = \text{arctg} \frac{x_H}{R_H + r_2}\$.

Уравнения (21) и (22) полностью совпадают с выражениями для погрешностей [Л. 3], полученными из векторной диаграммы ТТ, соответствующей равномерно насыщенному магнитопроводу.

Зависимости (16)–(19) для токовой и угловой погрешностей соответствуют случаю равномерного распределения индукции вдоль каждого участка магнитопровода — под вторичной обмоткой \$B_2\$ и свободного от вторичной обмотки \$B_3\$. Экспериментально установлено [Л. 1], что на участке магнитопровода под вторичной обмоткой индукцию \$B_2\$ можно принять распределенной равномерно; в пределах же свободной части магнитопровода индукция распределена по закону, близкому к параболическому (рис. 2). Для определения значений \$\mu_3\$ и \$\psi_3\$, эквивалентных равномерному распределению индукции вдоль свободного участка магнитопровода, воспользуемся методом приведения, рассчитывая площадь эквивалентного прямоуголь-

ника по формулам Симпсона. Эквивалентное значение индукции B_z , равномерно распределенной вдоль участка магнитопровода длиной l_3 , определится из выражения

$$B_z = \frac{1}{15} \{ B_{N(1)} + 2[B_{N(3)} + B_{N(5)} + B_{N(6)}] + \\ + 4[B_{N(2)} + B_{N(4)}] \},$$

где $B_N = -c^2(B_{3M} - B_2) + B_{3M}$; $N=1, 2, 3, 4, 5, 6$ (см. рис. 2). Этим значениям N соответствуют значения c , равные 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0; B_{3M} — индукция, рассчитываемая по э. д. с. E_{3M} и соответствующая значению полного потока в середине свободного участка магнитопровода ($N=6$, рис. 2).

Значения μ_3 и ψ_3 , определенные по индукции B_z , являются исходными для расчета по схеме замещения на рис. 1.

При необходимости более тщательного учета неравномерности распределения индукции вдоль участка, свободного от вторичной обмотки (особенно при $\frac{E_{3M} - E_2}{E_2} \gg 1$), анализ

работы ТТ нужно проводить по схеме замещения, приведенной на рис. 3, где E_{3i} — э. д. с., эквивалентная индукции B_{3i} , равномерно распределенной вдоль i -го элемента свободной части магнитопровода;

$$B_{3i} = \frac{B_{N(N=i)} + B_{N(N=i+1)}}{2},$$

где $i=1, 2, 3, 4, 5$ (рис. 2); $Z_{\sigma i}$ — индуктивные сопротивления от приращения потока рассеяния i -го элемента; $Z_{\sigma i}$ — эквивалентное электрическое сопротивление i -го участка свободной части магнитопровода длиной l_{3i} ; Z_{00} — эквивалентное сопротивление участка магнитопровода под вторичной обмоткой.

На основании полученных уравнений разработана методика расчета на ЦВМ погрешностей, по которой проведены расчеты и оптимизация серии ТТ 35 кВ. На рис. 4 представлены зависимости $I_0(Z_N)$ для ТТ с размерами магнитопровода 320/215/80 мм при $I=400$ А ($\alpha_2=120^\circ$, $\omega_2=80$) и $I=800$ А ($\alpha_2=180^\circ$, $\omega_2=160$) для $Z_N=0; 0,15; 0,25; 0,4; 0,6; 0,8; 1,2$ Ом.

Сопоставление результатов расчетов и эксперимента показывает, что предложенные в статье соотношения существенно повышают точность определения погрешностей ТТ. Они позволяют создать адекватную математическую модель для расчетов исследований, проектного синтеза и оптимизации ТТ.

Список литературы

1. Расторгуева Т. Е., Неня И. И., Байдак Ю. В. Экспериментальное исследование электромагнитных процессов и параметров трансформаторов тока. — Проблемы технической электродинамики, 1976, вып. 60.
2. Пуйло Г. В., Расторгуева Т. Е., Шевченко В. П. Об электромагнитном процессе и схеме замещения трансформаторов тока. — Электричество, 1979, № 8.
3. Бачурин Н. И. Трансформаторы тока. — М.: Энергия, 1964.

[10.09.79]

УДК 621.372.011.3.001.24

Расчет установившегося режима в цепях с нелинейными индуктивностями

БЕРЕЗОВСКИЙ А. Ф., канд. техн. наук

Ярославль

Для расчета установившегося режима в нелинейных цепях при преобладающей амплитуде первой гармоники часто применяется метод гармонического баланса [Л. 1], который имеет элементы, общие с методом усреднения [Л. 2]. К этим же методам, основывающимся на гармоническом анализе, относится и менее распространенный метод коллокаций [Л. 1]. Из методов, не основывающихся на гармоническом анализе, отметим метод [Л. 3], в котором ход интегрирования при расчете переходного процесса (сходимость которого к установившемуся режиму может затягиваться до нескольких десятков периодов) значительно ускоряется благодаря применению итераций Ньютона для значений искомой переменной, взятой, например, в начале периодов. В [Л. 3] рассматривались цепи с весьма сложной линейной частью, но только одним нелинейным элементом (полупроводниковый вентиль или транзистор).

Ниже предлагается основывающийся на гармоническом анализе комбинированный прием, при котором число алгебраических уравнений по сравнению с известными методами увеличивается вдвое, но появляется возможность привести их к линейным (первой степени), что значительно облегчает решение. Прием состоит в том, что каждая из величин нелинейной характеристики (например, ток i в цепи, потокосцепление ψ нелинейной индуктивности) выражается в виде тригонометрического ряда с искомыми коэффициентами (составляющими), причем все коэффициенты независимы. Для их определения половина уравнений составляется по методу гармонического баланса, а остальные — по методу коллокаций с использованием кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики. Для решения уравнений применяется метод итераций, вытекающий из метода усреднения [Л. 2], а при необходимости — также метод изменения параметров математической модели (от упрощающих приближенных значений до максимально точных) [Л. 4].

Рассмотрим комбинированный прием на примере расчета электрической цепи с двумя нелинейными индуктивностями (рис. 1), где под индуктивностью с потокосцеплением ψ может подразумеваться, например, индуктивность промежуточного насыщающегося трансформатора (ПНТ) в блоке питания током (БПТ) для устройств релейной защиты и автоматики,

а под индуктивностью с потокосцеплением ψ_a — индуктивность трансформатора тока, питающего БПТ.

Схема рис. 1 характеризуется следующими уравнениями:

$$i_2 = i_\sigma - i_a; \quad i_4 = i_2 - i = i_\sigma - i_a - i; \quad (1)$$

$$u = \frac{d\psi}{dt} = U_{43m} \cos(\omega t + \varphi_{43}) - D_4 i - D_4 i_a; \\ U_{43m} \cos(\omega t + \varphi_{43}) = D_4 i_\sigma; \quad D_4 = r_4 + L_4 \frac{d \dots}{dt} + \frac{1}{C_4} \int \dots dt; \quad (2)$$

$$u_a = \frac{d\psi_a}{dt} = U_{23m} \cos(\omega t + \varphi_{23}) - D_2 i_a + \frac{d\psi}{dt}; \\ U_{23m} \cos(\omega t + \varphi_{23}) = D_2 i_\sigma; \quad D_2 = r_2 + L_2 \frac{d \dots}{dt}, \quad (3)$$

где D_2 и D_4 — многочленные операторы умножения, дифференцирования и интегрирования; ω — угловая частота заданного тока i_σ .

Токи и потокосцепления выразим в виде тригонометрических рядов, содержащих, например, первую, третью и пятую косинусоидальные гармоники, которые для удобства разложим на суммы. Тогда для нелинейного элемента с потокосцеплением ψ имеем:

$$\psi = \sum_{n=0}^2 k_{2n+1} \cos(2n+1)\omega t - \sum_{n=0}^2 q_{2n+1} \sin(2n+1)\omega t; \\ i = \sum_{n=0}^2 \lambda_{2n+1} \cos(2n+1)\omega t - \sum_{n=0}^2 \gamma_{2n+1} \sin(2n+1)\omega t, \quad (4)$$

где k_{2n+1} , q_{2n+1} , λ_{2n+1} , γ_{2n+1} — искомые коэффициенты (составляющие) гармоник потокосцепления и тока; n — номер пары гармоник тригонометрического ряда.

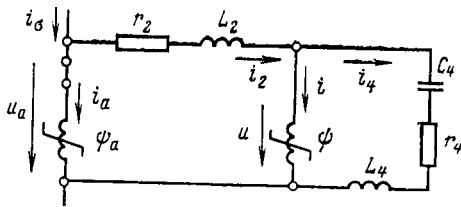


Рис. 1. Расчетная схема.

$L_1=0$; $r_1=0,4$ Ом; $C_1=0,965 \cdot 10^{-3}$ ф; ψ — см. пример 1; $L_2=3,19 \cdot 10^{-3}$ Г; $r_2=0,5$ Ом; ψ_a — см. пример 2; $i_a = 25 \cos(\omega t + \varphi_a)$; $\varphi_a = 3^\circ 47'$.

Для нелинейного элемента с потокосцеплением ψ_a соответствующие уравнения будут аналогичны (4). Подставляем выражения типа (4) в уравнения (2) и (3) и группируя слагаемые с одинаковыми тригонометрическими функциями (метод гармонического баланса), получаем уравнения искомых коэффициентов (составляющих); приведем для примера некоторые (остальные аналогичны).

Для синусоидальной (индекс s) и косинусоидальной (индекс c) составляющих первой гармоники (индекс 1) из (2) имеем:

$$\left. \begin{aligned} -\omega k_1 - r_4 \dot{\gamma}_1 - x_{1p1} \lambda_1 &= -U_{13m} \sin \varphi_{43} + r_4 \dot{\gamma}_{a1} + x_{1p1} \lambda_{a1}; \\ x_{1p1} &= \omega L_4 - \frac{1}{\omega C_4}; \end{aligned} \right\} \quad (5-F_{1s})$$

$$-\omega q_1 + r_4 \dot{\lambda}_1 - x_{1p1} \dot{\gamma}_1 = U_{13m} \cos \varphi_{43} - r_4 \dot{\lambda}_{a1} + x_{1p1} \dot{\gamma}_{a1}. \quad (5-F_{1c})$$

Для аналогичных составляющих третьей гармоники из (2) следует:

$$\left. \begin{aligned} -3\omega k_3 - r_4 \dot{\gamma}_3 - x_{3p1} \lambda_3 &= r_4 \dot{\gamma}_{a3} + x_{3p1} \lambda_{a3}; \\ x_{3p1} &= 3\omega L_4 - \frac{1}{3\omega C_4}; \end{aligned} \right\} \quad (5-F_{3s})$$

$$-3\omega q_3 + r_4 \dot{\lambda}_3 - x_{3p1} \dot{\gamma}_3 = -r_4 \dot{\lambda}_{a3} + x_{3p1} \dot{\gamma}_{a3}. \quad (5-F_{3c})$$

Для аналогичных составляющих первой гармоники из (3) следует (добавляется индекс a):

$$-\omega k_{a1} - r_2 \dot{\gamma}_{a1} - \omega L_2 \lambda_{a1} = -U_{23m} \sin \varphi_{23} - \omega k_1; \quad (5=F_{a1s})$$

$$-\omega q_{a1} + r_2 \dot{\lambda}_{a1} - \omega L_2 \dot{\gamma}_{a1} = U_{23m} \cos \varphi_{23} - \omega q_1. \quad (5=F_{a1c})$$

Индексы в уравнении $(5=F_{a1c})$ означают, что оно относится к уравнению (3), где преобладают величины элемента с потокосцеплением ψ_a , составлено для первой гармоники, получено при группировании слагаемых, имеющих множители функции косинуса; буква F свидетельствует об использовании метода гармонического баланса.

Используя метод изменения математической модели, рассмотрим сначала упрощенную (неполную) модель (пример 1), когда на рис. 1 отключена ветвь нелинейного элемента с потокосцеплением ψ_a . Такое упрощение не только облегчает дальнейший расчет всей схемы, но и представляет самостоятельный интерес, поскольку моделирует проводимую релейным персоналом проверку блока БПТ вторичным током. При анализе упрощенной модели можно пользоваться уравнениями (2) и $(5=F_{1s})$ — $(5=F_{3c})$, учитывая условие $i_a=0$. Недостающие (до числа искомых неизвестных) уравнения составим по методу коллокаций, причем вольт-амперную характеристику нелинейного элемента аппроксимируем кусочно-линейной.

Замкнутый участок характеристики, т. е. находящийся, например, между точками $[\Psi_c, I_c]$ и $[\Psi_h, I_h]$, аппроксимируется прямой, описываемой уравнением

$$\psi = \frac{\Psi_e + \Psi_h}{2} + \left(i - \frac{I_e + I_h}{2} \right) \beta \operatorname{tg} \alpha_{eh}, \quad (6)$$

где β — масштабный коэффициент, равный отношению масштабов, в которых на графике наносятся величины ψ и i .

Разомкнутый участок, например, после точки $[\Psi_h, I_h]$ аппроксимируется прямой, характеризующейся уравнением

$$\psi = \Psi_h + (i - I_h) \beta \operatorname{tg} \alpha_h. \quad (7)$$

Сначала выберем простейшую аппроксимацию с двумя изломами в точках $[\Psi_h, I_h]$ и $[-\Psi_h, -I_h]$. Тогда согласно (6) для замкнутого участка

$$\psi = i \beta \operatorname{tg} \alpha_0; \quad \beta \operatorname{tg} \alpha_0 = \Psi_h / I_h, \quad (8)$$

и согласно (7) для разомкнутого участка

$$\psi = \Psi_{h0} + i \beta \operatorname{tg} \alpha_h; \quad \Psi_{h0} = (\pm \Psi_h) - (\pm I_h) \beta \operatorname{tg} \alpha_h. \quad (9)$$

Знаки плюс перед Ψ_h, I_h в (9) принимаются при положительных значениях токов i , а минус — при отрицательных. Уравнением коллокаций будет (8) или более общее (9) после подстановки в него значений ψ и i из уравнения типа (4) и после выбора какого-либо характерного значения ωt , при котором искомые составляющие должны удовлетворять равенству. Уравнения гармонического баланса $(5=F_{1s})$ и $(5=F_{1c})$ для первой гармоники будем решать совместно с уравнениями коллокаций в точках 1 и 4, выбранными соответственно, например, при $\omega t=0^\circ$ и $\omega t=90^\circ$; уравнения $(5=F_{3s})$ и $(5=F_{3c})$ для третьей гармоники — совместно с коллокационными уравнениями в точках 2 и 6, например, при $\omega t=45^\circ$ и $\omega t=135^\circ$; уравнения $(5=F_{5s})$ и $(5=F_{5c})$ для пятой гармоники — совместно с коллокационными в точках 3 и 5, например, при $\omega t=67,5^\circ$ и $\omega t=112,5^\circ$. Трудность состоит в том, чтобы правильно выбрать точки коллокаций и определить, какое из уравнений (8)—(9) применить в каждой из них. Правильность сделанных предположений будем проверять в процессе итераций.

В качестве исходного приближения предположим, что все искомые гармоники тока i и потокосцепления ψ равны нулю. Методы итераций [Л. 5], усреднения [Л. 2], малого параметра [Л. 1] основываются на возможности первоначального пренебрежения относительно малой величиной в сумме и последующем (с каждым шагом все более точно) ее учете. Предполагая, что амплитуда первой гармоники больше других, следующее (первое) приближение начинаем с решения уравнений первой гармоники, а величины остальных гармоник продолжим считать равным нулю (пока не появится более точная информация).

Для точки 1 при $\omega t=0$ получим:

$$\left. \begin{aligned} \psi(0) &= \Psi_1 + i(0) \beta \operatorname{tg} \alpha_1; \\ \psi(0) &= \sum_{n=0}^2 k_{2n+1}; \quad i(0) = \sum_{n=0}^2 \lambda_{2n+1}; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

для точки 4 при $\omega t=90^\circ$ имеем:

$$\left. \begin{aligned} \psi(90^\circ) &= \Psi_4 + i(90^\circ) \beta \operatorname{tg} \alpha_4; \\ \psi(90^\circ) &= \sum_{n=0}^2 (-q_{2n+1}); \quad i(90^\circ) = \sum_{n=0}^2 (-\gamma_{2n+1}). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В зависимости от выбора для коллокационных точек 1 и 4 уравнения (9) или (8) в (10) и (11) величины α_1 и α_4 могут принимать значения α_n или α_0 , а величины Ψ_1 и $\Psi_4 - \Psi_{h0}$ или нулевое значение. Если, например, для обеих коллокационных точек взято условие (9), то при правильном его выборе должны выполняться следующие неравенства:

$$|\psi(0)| > \Psi_h; \quad |i(0)| > I_h; \quad (12)$$

$$|\psi(90^\circ)| > \Psi_h; \quad |i(90^\circ)| > I_h. \quad (13)$$

Если же для коллокационной точки 4 было выбрано условие (8), то неравенство (13) должно измениться на противоположное. Поскольку в (4) функции ψ и i являются косинусоидальными, предположим, что в коллокационной точке 1 при $\omega t=0$ принято условие (9), а в точке 4 при $\omega t=90^\circ$ — условие (8).

Определив коэффициенты (составляющие) $k_1^{(1)}$, $q_1^{(1)}$, $\lambda_1^{(1)}$, $\gamma_1^{(1)}$ при первом приближении, проверим правильность выбора условий (9)—(8) путем вычисления неравенства типа (12)—(13). При удовлетворительных результатах перейдем к аналогичному решению в первом приближении четырех уравнений для третьей гармоники. При этом для уравнений коллокаций в точках 2 и 6 при $\omega t=45^\circ$ и $\omega t=135^\circ$ используем уже найденное первое приближение величин первой гармоники, а величины пятой гармоники будем продолжать считать равными нулю.

Затем аналогично решим в первом приближении четыре уравнения для пятой гармоники, причем для уравнений коллокаций в точках 3 и 5 при $\omega t=67,5^\circ$ и $\omega t=112,5^\circ$ исполь-

уем уже найденное первое приближение величиной первой и третьей гармоник. Аналогичные действия будем повторять до сходимости процесса итераций.

Пример 1 решался при учете рис. 1 и следующих данных:

u , В	13	16,5	18,5	21	24,5	29,5	32,5	36	40,5	46
i , А	1	2	3	5	8	15,5	20	29	40	60

Примечание. При аппроксимации выбираем точки излома с координатами: $U_{\text{н}} = \pm 25,5$ В ($\Psi_{\text{н}} = \pm 81,2 \cdot 10^{-3}$ В·с); $I_{\text{н}} = \pm 5$ А; для аппроксимирующей прямой между изломами $\beta \text{tg} \alpha_{\text{о}} = 16,24 \cdot 10^{-3}$ Ом·с; в насыщенной части характеристики $\beta \text{tg} \alpha_{\text{н}} = 1,3 \cdot 10^{-3}$ Ом·с.

Представленные выше и в таблице результаты показывают, что первое и второе приближения сопровождались значительными колебаниями искомых составляющих третьей и особенно пятой гармоник. В подобных случаях для ускорения сходимости рекомендуется [Л. 6] найти среднее таких приближений и принять его как исходное для следующего. Результаты третьего приближения по третьей и пятой гармоникам незначительно отличались от предыдущего среднего, а по первой гармонике — от первых двух приближений; поэтому на третьем приближении процесс итераций закончен. Решение каждой из гармонических подсистем уравнений выполнялось точным методом Гаусса [Л. 5]. Для тока i в нелинейной индуктивности комбинированным приемом после третьего приближения получено уравнение

$$i = 37,5 \cos \omega t + 0,8 \sin \omega t + 22 \cos 3\omega t - 1,7 \sin 3\omega t + 8,6 \cos 5\omega t + 2,4 \sin 5\omega t, \quad (14)$$

которому соответствует кривая 1 на рис. 2. Для сравнения на рис. 2 дана также кривая 2, полученная методом В. Волюнкина [Л. 1] для тока i в третьем периоде переходного процесса; в кривой 2 еще заметна экспоненциальная составляющая, которая исчезает при установившемся режиме, а в кривой 1 отсутствуют гармоники выше пятой.

Быстрая сходимость итераций в примере 1 закономерна и объясняется следующим. Для сходимости итераций в каждом из уравнений линейной системы [Л. 5] должна быть доминирующая искомая величина, модуль коэффициента которой больше суммы модулей коэффициентов остальных искомых. При таких условиях можно, пренебрегая малыми величинами в сумме, при исходном приближении в каждом уравнении принять равными нулю все искомые величины за исключением доминирующей. Если в системе нелинейных уравнений каждое нелинейное искомого заменить двумя членами ряда Тейлора, то роль доминирующего или остальных коэффициентов будет выполнять первая производная соответствующего нелинейного искомого, т. е. коэффициенты изменяются от шага к шагу, из-за чего обеспечить сходимость итераций труднее, чем в линейной системе.

В рассматриваемом случае амплитуда первой гармоники больше других, т. е. высшие гармоники входят в уравнения (2) — (3) и (8) — (9) с меньшими коэффициентами и это облегчает сходимость итераций. Уменьшение заполнения, т. е. то, что не все искомые величины входят в каждое из уравнений, также ускоряет сходимость итераций.

Таким образом, преобладание амплитуды первой гармоники, слабая заполненность уравнений, а также их линейность, полученная путем кусочно-линейной аппроксимации нелинейной характеристики, обеспечивают при комбинированном приеме расчета относительно быструю сходимость итераций. Кроме того, ускорение сходимости достигается разделением уравнений на три подсистемы (первой, третьей и пятой гармоник). При этом внутри каждой гармонической подсистемы решение можно производить точным методом Гаусса, а метод итераций применять только при переходе от одной подсистемы к другой.

Рассмотрим теперь решение уравнений полной математической модели рис. 1 (пример 2). Здесь дополнительно используем следующие данные:

$u_{\text{н}}$, В	25,5	34	38,5	40,5	42	44	45,5	47	49,5	51
$i_{\text{н}}$, А	1	2	3,7	5,5	8	15,5	25	36	45,5	55

Примечание. Аппроксимация. Выбираем точки излома с координатами: $U_{\text{н}} = \pm 41$ В ($\Psi_{\text{н}} = \pm 130,6 \cdot 10^{-3}$ В·с); $I_{\text{н}} = \pm 3$ А; для аппроксимирующей прямой между изломами $\beta \text{tg} \alpha_{\text{о}} = 43,5 \cdot 10^{-3}$ Ом·с; в насыщенной части характеристики $\beta \text{tg} \alpha_{\text{н}} = 0,64 \cdot 10^{-3}$ Ом·с.

В подсистеме каждой гармоники будет не четыре, а восемь уравнений (из-за удвоения количества контуров с нелинейными элементами). Предположим, что точное совместное решение четырех уравнений является пределом наших вычислительных возможностей, а расширение возможностей осуществляется путем преобладания амплитуды первой гармоники, слабой запол-

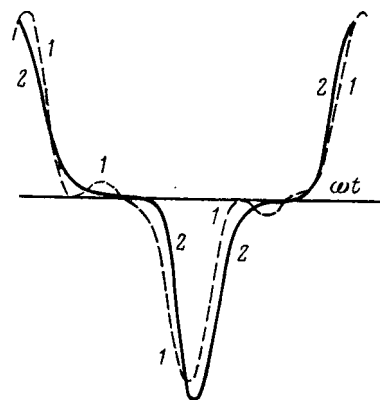


Рис. 2. Результаты расчета тока в цепи с одним нелинейным элементом (ψ , i).

1 — расчет установившегося режима комбинированным приемом; 2 — расчет переходного процесса методом В. Волюнкина [Л. 1] для третьего периода, если предполагалось включение тока $i_{\text{с}} = 25 \sin \omega t$ в момент $\omega t_0 = 82^\circ 30'$.

шеством путем дополнительных итераций при переходе от подсистемы уравнений с доминированием одного нелинейного элемента к подсистеме другого. Для выполнения этих дополнительных итераций выберем метод Зейделя, который, вообще говоря, приводит к более громоздким вычислениям, но обычно обладает лучшей сходимостью, чем метод простой итерации [Л. 5]. Решая системы двух линейных уравнений, можно убедиться, что когда одинаковы достаточные условия сходимости в каждом из уравнений, то метод Зейделя обеспечит более быструю сходимость, если итерацию начнем с уравнения, где доминирует большая из искомых величин. Поскольку вольт-амперная характеристика у элемента с потокоцеплением ψ_a выше, чем у элемента с потокоцеплением ψ , то можно предположить, что $i_a < i$, а потому метод Зейделя начнем с вычисления тока i и напряжения $u = d\psi/dt$.

Расчет полной модели рис. 1 (пример 2) состоит из предварительного (по первой гармонике) и заключительного (по трем гармоникам) в каждом нелинейном элементе. В процессе расчета по первой гармонике потребовалось выполнить четыре приближения и одно усреднение, причем были использованы величины (и их отношения), полученные в ходе решения примера 1. Заключительный расчет по трем гармоникам потребовал четыре приближения и два усреднения. В результате получены следующие уравнения для токов:

$$\begin{aligned} i &= 20,9 \cos \omega t + 2,85 \sin \omega t + 12,12 \cos 3\omega t - \\ &- 0,59 \sin 3\omega t + 4,8 \cos 5\omega t - 0,09 \sin 5\omega t; \\ i_a &= 13 \cos \omega t + 1,24 \sin \omega t + 7,2 \cos 3\omega t + \\ &+ 0,51 \sin 3\omega t + 3 \cos 5\omega t - 1,18 \sin 5\omega t. \end{aligned}$$

В рассматриваемой нелинейной цепи при неизменных ее параметрах возможно многозначное решение (см. [Л. 7]), причем одно из значений может соответствовать неустойчивому режиму. При решении комбинированным приемом, несмотря на кусочно-линейную аппроксимацию, исходная нелинейность затрудняет правильный выбор точек коллокаций и режимов в них (см. примечания к данным таблицам). Сравнивая с потокоцеплением $\Psi_{\text{н}}$ в точке излома аппроксимирующих прямых, очень важно правильно предположить, будет ли больше или меньше, чем $\Psi_{\text{н}}$, амплитуда первой гармоники, а затем и максимальное значение суммы гармоник искомого потокоцепления. Если предположение оказалось ошибочным, процесс итераций не сойдется. Если же итерации сходятся при каждом из этих предположений, получаем два решения, соответствующие устойчивым режимам. Прохождение в процессе итераций через решение, соответствующее неустойчивому режиму, заметить будет труднее, чем при итерациях по [Л. 3].

В заключение отметим следующие характерные черты комбинированного приема.

1. Хотя количество алгебраических уравнений удваивается, но они становятся простыми (первой степени и с малым заполнением искомыми величинами), а также разделяются на подсистемы, соответствующие гармоникам.

2. Процесс итераций быстро сходится, что объясняется

Всесоюзное совещание по электрификации сельского хозяйства

В конце октября 1980 г. во Владимире состоялось Всесоюзное научно-техническое совещание на тему: «О дальнейшем развитии электрификации сельского хозяйства в свете решения июльского (1978 г.) Пленума ЦК КПСС».

Совещание было созвано Центральным и Владимирским правлениями научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности. Государственным комитетом СССР по науке и технике, Министерством сельского хозяйства СССР, Министерством энергетики и электрификации СССР, Министерством электротехнической промышленности, Государственным Комитетом СССР по материально-техническому обеспечению сельского хозяйства, Всесоюзной академией сельскохозяйственных наук имени В. И. Ленина, Всесоюзным научно-исследовательским институтом электрификации сельского хозяйства. В совещании приняли участие 500 специалистов, на нем присутствовали представители энергетической общественности социалистических стран.

О выполнении постановления ЦК КПСС и Совета Министров СССР «О дальнейшем развитии электрификации сельского хозяйства» рассказал член-корр. ВАСХНИЛ Б. А. Рунов. Как отметил докладчик, принятое в начале 1979 г. Постановление нацеливает на ускорение технического прогресса в сельскохозяйственном производстве и улучшение культурно-бытовых условий жизни сельского населения. В реализации этих задач важное место принадлежит межхозяйственным предприятиям «Сельхозэнерго», которые в кратчайшие сроки обязаны организовать хорошее техническое обслуживание электроустановок и дальнейшее широкое внедрение электрической энергии в производственные процессы сельского хозяйства.

Одной из первоочередных проблем остается повышение надежности сельского электроснабжения. Нужно резко сократить перерывы в подаче и недоотпуск электроэнергии сельскохозяйственным потребителям. Только в РСФСР за первый

квартал 1980 г. зафиксировано 30 тыс. аварийных перерывов, что нанесло сельскому хозяйству многомиллионный ущерб. Необходимо завершить прием на баланс Минэнерго всех линий, присоединенных к энергосистемам. В ряде районов они являются источником аварийных ситуаций. До сих пор промышленность не обеспечивает в достаточных количествах поставку сельскому хозяйству электродвигателей сельскохозяйственного назначения, электроаппаратуры, средств автоматизации, кабельных изделий.

Заместитель министра электротехнической промышленности М. И. Жучков рассказал об изделиях, выпускаемых для сельского хозяйства. Так, в колхозах и совхозах используются 200 типоразмеров электродвигателей разных конструкций, систем охлаждения, классов изоляции. Для сельского хозяйства выпускаются разнообразные осветительные приборы. Многие из них учитывают специфику отрасли. Например, герметизированные блочные светильники и рефлекторные люминесцентные лампы можно использовать в помещениях любых категорий. Хорошо зарекомендовали себя инфракрасные облучатели для обогрева молодняка животных. Освоен ряд устройств для автоматизации крупных животноводческих комплексов, тепличных комбинатов, селекционных центров, комбикормовых цехов, зерноочистительно-сушильных пунктов.

На проблемах электроснабжения сельского хозяйства остановился начальник Управления электрификации сельского хозяйства Минэнерго СССР А. И. Орехов. Он отметил, что для электроснабжения сельского хозяйства сооружено 3,7 млн. км линий электропередач 17 тыс. трансформаторных подстанций, 700 тыс. трансформаторных пунктов суммарной мощностью 170 млн. кВт·А, создано 3220 районов и 6900 участков электрических сетей, работает около 12000 эксплуатационных бригад. Однако уровень надежности электроснабжения сельских потребителей все еще недостаточен. В ближай-

№ приближения	Гармоники	Искомые составляющие			
		$q \cdot 10^3$, В·с	$k \cdot 10^3$, В·с	γ , А	λ , А
1	1-я	—2,6	122	—0,16	36,4
1 (неудачное)	3-я	86,2	4,4	64	27
1	3-я	14,2	35,8	0,87	31
	5-я	4,6	7,7	0,02	18,2
2	1-я	15,2	145,7	1,2	38,8
	3-я	5,6	14,6	0,2	12,6
	5-я	0,3	—0,4	1,1	—0,35
Среднее за 1 и 2	3-я	9,9	25,2	0,53	21,8
	5-я	2,45	3,65	0,56	9
3 (после усреднения)	1-я	—3,2	134,6	—0,8	37,5
	3-я	11,3	25	1,7	22
	5-я	1,2	4,2	—2,4	8,6

Примечания: 1. Первое приближение оказалось неудачным потому что в коллокационных точках 2 и 6 при $\omega t = 45^\circ$ и $\omega t = 135^\circ$ было предположено условие (9), т.е. насыщенное состояние. После этого для упомянутых точек выбиралось условие (8), т.е. ненасыщенное состояние. Для коллокационных точек 3 и 5 при $\omega t = 67,5^\circ$ и $\omega t = 112,5^\circ$ было сразу удачно предположено условие (8). 2. Первоначально для пятой гармоники вместо коллокационной точки 5 выбиралась точка 7 при $\omega t = 157,5^\circ$, но это при следующем (втором) приближении вышло результаты по первой гармонике из границ, определяемых принятыми условиями, и потому была опробована точка 5, оказавшаяся удачной.

ненностью уравнений и их линейностью, а также возможностью применять процесс итераций только при переходах от одной подсистемы уравнений к другой.

3. При необходимости возможно дополнительно уточнять расчет путем последующего перехода от кусочно-линейной аппроксимации с двумя изломами к более сложной — с четырьмя изломами.

4. Решение ведется сразу для гармонических составляющих, а не для мгновенных значений.

5. Не требуется дополнительного вычисления, например, функции тока по найденной функции потокоцепления нелинейной индуктивности, или наоборот.

6. Не требуется преобразования исходных уравнений путем выражения напряжения через ток или наоборот, что упрощает уравнения.

7. Кроме численного расчета, комбинированный прием позволяет составить приближенные линейные уравнения в алгебраической форме, удобной для анализа влияния изменения параметров на получаемые результаты.

Список литературы

- Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1977. — 343 с.
- Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. — Киев: Наукова думка, 1971. — 440 с.
- Эйприлл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами. — Тр. Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике (США): Пер. с англ., 1972, т. 60, № 1, с. 148—155.
- Березовский А. Ф. Анализ устройства релейной защиты последовательным усложнением его математической модели. — Электростроительство, 1977, № 6, с. 73—75.
- Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Энергия, 1967.
- Хьюз В. Нелинейные электрические цепи. — М.: Энергия, 1967.
- Филиппов Е. Нелинейная электротехника: Пер. с нем., 2-е изд. — М.: Энергия, 1976. — 496 с.

шие годы предстоит существенно реконструировать 260 тыс. км распределительных сетей, обеспечить двухсторонним питанием почти 50% потребителей первой категории.

Заместитель начальника Главмехживэлектро Госкомсельхозтехники СССР А. Ф. Лесников указал на то, что в состав новой системы машин для сельского хозяйства впервые включен большой раздел, предусматривающий разработку и модернизацию широкого перечня электротехнической продукции, электропривода и средств управления, принимаются меры по созданию новых и укреплению существующих электромонтажных и пусконаладочных организаций. К началу 1980 г. уже действовало 1850 электроучастков на станциях обслуживания животноводства, эксплуатировалось более 700 электроавтотранспортных и электроавтоматических. К сожалению, в ряде случаев развитие работ по эксплуатации сельских электроустановок и электромонтажу сдерживает недостаточность материально-технических ресурсов.

Академик ВАСХНИЛ И. А. Будзко рассказал о долгосрочных научных программах в области электрификации сельского хозяйства. Он указал, что в одиннадцатой пятилетке будет разрабатываться государственная программа дальнейшего развития системы электроснабжения сельских районов с учетом комплексной автоматизации сетей, а также научно-технические направления эффективного использования электрической и тепловой энергии. Будут предложены способы и средства применения электроэнергии в тепловых процессах, методы и технические средства электрофизического воздействия на сельскохозяйственные объекты, унифицированные автоматизированные системы управления отдельными машинами, агрегатами, технологическими процессами и поточными линиями, обеспечивающие переход к полной автоматизации цехов и предприятий. К 1985 г. будут созданы системы планово-предупредительных ремонтов и технического обслуживания электроустановок, реализованы мероприятия по повышению уровня электробезопасности в сельском хозяйстве. Наряду с этим будут проведены поисковые исследования, серийное внедрение результатов которых намечено на последующий период. К ним относятся электротехнологические приемы выполнения сельскохозяйственных операций, электрификация пахоты, уборки, культивации и других работ.

Роль электрической энергии в интенсификации сельского хозяйства была освещена в докладе директора Всесоюзного НИИ электрификации сельского хозяйства В. И. Сыроватки. О состоянии и перспективах электрификации колхозов и совхозов Владимирской области доложил А. А. Горшков — начальник областного управления сельского хозяйства.

На совещании работало 4 секции, которые детально рассмотрели и обсудили отдельные конкретные проблемы.

В секции электрификации, теплофикации и автоматизации производственных процессов сельского хозяйства заслушано 9 обобщающих докладов, 3 сообщения и 8 выступлений. Член-корр. ВАСХНИЛ И. И. Мартыненко (Украинская сельскохозяйственная академия) рассказал о научных разработках по применению электрофизических методов в сельскохозяйственном производстве. Речь шла, в частности, о стимуляции посевных качеств семян при помощи воздействия электрическими и магнитными полями, лазером, плазмой. Докладчик отметил, что интересные исследования по электронно-ионной технологии выполнены в Челябинском институте механизации и электрификации сельского хозяйства. Под руководством этого института предложены методы предпосевной обработки семян и посадочного материала, послеуборочной обработки зерна, обработки почвы в теплицах, способы защиты растений. Новый способ борьбы с сорняками основан на воздействии энергии магнитного поля сверхвысокой частоты на семена сорных растений. Предложенный ВИАЭС способ лазерного светового импульсного досвечивания растений в теплицах обеспечивает значительную экономию электрической энергии в зимних теплицах. В УНИМЭСХ разработан комплект электротехнологических машин для предпосевной обработки семян. В Ленинградском СХИ созданы объемные облучатели для обработки материалов в потоке.

О средствах и системах автоматического управления сельскохозяйственным производством, проблемах комплексной автоматизации животноводства, перспективах разработки и внедрения средств управления доложил В. М. Полищук (Львовский СХИ). П. Я. Пирхавка охарактеризовал основные направления и уровни развития сельской электрификации. Он указал, что в перспективе четвертая часть электроэнергии, используемой на сельскохозяйственное производство, будет израсходована в установках обеспечения микроклимата в жи-

вотноводческих помещениях, хранилищах, теплицах. Произойдет существенный рост электропотребления бытом села. За счет электрификации приготовления пищи и нагрева воды потребление электроэнергии в быту возрастет примерно в два раза.

Важное значение сейчас приобретает рациональное использование, экономия и нормирование энергии. По мере интенсификации сельского хозяйства и внедрения промышленных технологий растет потребность в энергии и, как правило, энергоемкость производства сельскохозяйственных продуктов. Так, например, для производства 1 кг томатов в теплице требуется 30 кг условного топлива; 1 т молока — 300 кг, а 1 т мяса — 300—400 кг условного топлива.

К настоящему времени рядом научных учреждений разработаны и утверждены на 11-ю пятилетку нормы потребления электрической энергии и котельно-печного топлива. От ранее действовавших они отличаются уточнением основных показателей. В частности, для коммунально-бытового сектора в нормах предусмотрен расход энергоресурсов на ведение личного подсобного хозяйства.

На секции «Обеспечение надежности электроснабжения сельскохозяйственных потребителей» с докладом выступил начальник Главсельэлектросетостроя Минэнерго СССР В. Ф. Козырев. Он указал, что для реализации большой программы электросетевого строительства осуществляется комплекс мероприятий: дальнейшее распространение метода поточно-скоростного строительства с применением бригадного подряда; более четкая организация всех видов работ, включая инженерно-технологическую подготовку, специализацию бригад и совмещение разных видов работ во времени; совершенствование технологии работ путем широкого внедрения средств малой и комплексной механизации, за счет расширения номенклатуры специальных машин и механизмов; применение подстанций и опор ВЛ с более высокой комплектностью и технологической готовностью, обеспечиваемой заводами-изготовителями или на специальных полигонах; внедрение комплексов систем управления качеством строительных и монтажных работ.

Успешному решению этой задачи призваны способствовать и проектные организации. Технические проекты объектов в одинаковых климатических зонах должны исходить из единой технологии производства строительно-монтажных работ. Необходима разработка наиболее прогрессивных конструкций опор ВЛ с одновременным сокращением числа их типоразмеров. Структура сметной документации должна способствовать внедрению бригадного подряда и упрощению оценки деятельности строительно-монтажных организаций по вводу в действие производственных мощностей и объектов.

Для повышения надежности электроснабжения крупных животноводческих объектов необходимо ускорить разработку и производство комплектов подстанций 10/0,4 кВ заводского изготовления с устройствами АВР, в том числе встроеного или пристроенного типа, оборудованных резервными электростанциями.

М. С. Левин (МИИСП) дал анализ исследований, проводимых с целью технико-экономической оценки мероприятий по повышению надежности электроснабжения сельскохозяйственных потребителей, а также оптимизации электроснабжения сельского хозяйства с учетом фактора надежности. При этом было подчеркнуто, что успешное решение этих задач невозможно без получения полной и достоверной информации об отклонениях и повреждениях в электрических сетях, существующая система учета которых поэтому требует дальнейшего совершенствования.

А. Е. Мурадян (ВИЭСХ) указал, что несмотря на принимаемые различными ведомствами меры по повышению надежности электроснабжения сельскохозяйственного производства, ее уровень явно недостаточен. Вследствие этого сельскохозяйственные потребители, особенно крупные животноводческие комплексы, терпят значительный ущерб. Наиболее эффективным средством уменьшения этого ущерба являются резервные автономные электростанции. Докладчик отметил, что на зажимах сельских электроприемников зачастую неудовлетворителен уровень напряжения. Одной из причин является неправильный выбор положений переключателя ПБВ трансформаторов 10/0,4 кВ, отсутствие или неисправность автоматических регуляторов напряжения 10 кВ в центрах питания, а в некоторых случаях нерациональное проектирование и монтаж внутриплощадочных сетей 0,38 кВ.

Главный инженер института «Сельэнергопроект» Г. Ф. Сумин подробно осветил два вопроса: создание опти-

мальной структуры электрических сетей и техническое и конструктивное совершенствование линий электропередач и трансформаторных подстанций. Институт разрабатывает пособие «Схемы развития электрических сетей», служащее основой для планирования электросетевого строительства и технико-экономического обоснования главных технических направлений в его осуществлении. При этом учитываются все возрастающие требования к качеству напряжения и надежности электроснабжения потребителей, снижению потерь электроэнергии, необходимость регулярного повышения пропускной способности сетей в связи с ростом нагрузок.

Д. Т. Комаров (Минэнерго СССР) подробно охарактеризовал широкий круг организационно-хозяйственных и технических мероприятий, проводимых энергоснабжающими подразделениями Минэнерго с целью повышения технического состояния и уровня технической эксплуатации электрических сетей сельскохозяйственного назначения. На примере передовых энергосистем были даны конкретные оценки эффективности проводимых мероприятий и названы физические объемы работ, выполненных в масштабе страны в X пятилетке.

Н. М. Зуль (МИИСП) отметил, что наиболее эффективным средством повышения надежности сельского электроснабжения служит комплексная автоматизация и телемеханизация электрических сетей. Он показал ее функциональную и элементную структуру, проанализировав при этом состояние работ ряда институтов и энергосистем по созданию, производственным испытаниям и внедрению в производство различных технических средств автоматизации и телемеханизации сетей.

Проблемам энергоснабжения сельских районов с учетом использования возобновляемых и местных источников энергии посвятил свой доклад **Н. С. Конакин** (ЭНИН). Он особо подчеркнул важность всестороннего и строгого обоснования исходных показателей для оценки различных систем энергообеспечения сельского хозяйства. Разработана методика оценки энергетических и технико-экономических показателей таких систем. Были показаны преимущества электротермии в сельскохозяйственном производстве, особенно в животноводстве на промышленной основе. Газификация сельского хозяйства наиболее эффективна, если она производится комплексно, со сплошным удовлетворением энергетических потребностей. Из возобновляющихся источников энергии по своим показателям и запасам докладчик первое место отдал геотермальным водам и солнечной энергии. Наименее перспективно, особенно по объему и месту, использование энергии ветра.

ГАНЕЛИН А. М., КОНЕЧНЫЙ В. П., ОСИПОВ С. Б., ЦАГАРЕЙШВИЛИ С. А.



Ученый и патриот

[К 100-летию со дня рождения В. П. Вологодина]

22 марта 1981 г. исполнилось 100 лет со дня рождения Валентина Петровича Вологодина. Все свои знания ученого и неуемную энергию изобретателя он отдал делу развития электро- и радиопромышленности, укрепления обороноспособности страны.

В. П. Вологдин окончил в 1900 г. Пермское реальное училище и поступил на механическое отделение Петербургского технологического института. В Петербурге он поселился у старшего брата, который к тому времени уже окончил этот институт и был начальником медно-прокатного цеха судостроительного завода. На этом заводе Валентин Петрович незаметно втянулся в практическую деятельность, например, составлял таблицы режима работы котлов крейсера «Аврора», который строился на заводе, а затем начал и самостоятельную конструкторскую деятельность. В период учебы в институте **В. П. Вологдин** неоднократно был арестован за участие в студенческих волнениях; впоследствии он писал по этому поводу: «В ссылку, однако, я не попал. Настроения в правительстве напоминали в то время качающийся часовой маятник. Одно из таких качаний влево способствовало моему возвращению в Петербург».

Из многочисленных выступлений в прениях на заседаниях секции серьезного внимания заслуживают предложения о скорейшем упорядочении оплаты труда электромонтеров; разработке положения, регламентирующего взаимоотношения районных подразделений Минэнерго и Минсельхоза (совмещение работ по ремонту сетей во времени и т. п.); о необходимости комплексного проектирования и создания системы автоматизации и эксплуатации с учетом фактора времени и охвата сетей в масштабе района электрических сетей, а не отдельных линий и подразделений. С удовлетворением были восприняты предложения **В. Г. Стафийчука** (Украинское отделение Сельэнергопроекта) о необходимости всемерного развития машинно-ориентированного проектирования сельских электрических сетей и **Ю. И. Акимцева** (Волгоградский СХИ) о мерах по повышению качества напряжения у сельскохозяйственных потребителей, в том числе путем широкого внедрения трансформаторов с РПН.

На специальной секции рассмотрены проблемы эксплуатации и технического обслуживания электроустановок в колхозах и совхозах. Начальник Главэнерго Минсельхоза РСФСР **В. Ф. Тверитнев** в своем докладе отметил, что к настоящему времени в большинстве областей страны созданы межхозяйственные объединения «Сельхозэнерго». Первые несколько лет работы новых организаций позволили значительно улучшить эксплуатацию электрооборудования в колхозном и совхозном производстве.

В докладе **Н. Н. Сырых** и **А. А. Халфен** (ВИЭСХ) большое внимание было уделено научным основам эксплуатации электрооборудования в сельском хозяйстве.

Сообщение **А. А. Большакова** (ЧИМЭСХ) было посвящено обзору новых методов и технических средств повышения эксплуатационной надежности электрооборудования.

А. Н. Михальчук, **С. М. Воронин** (ВНИПТИМЭСХ) проанализировали пути совершенствования электротехнической службы в сельском хозяйстве. Было подчеркнуто, что централизация технического обслуживания электрооборудования до определенных пределов, связанных с объемом работ, приводит к снижению общей численности работников, более эффективному использованию квалифицированных кадров.

В решении секции в качестве первоочередных задач отмечены следующие: принятие мер к укрупнению электро-технических служб в хозяйствах (в том числе упорядочение оплаты их труда, создание благоприятных производственных, жилищных и культурно-бытовых условий); совершенствование координации научно-исследовательских работ в области электрификации сельского хозяйства.

В 1907 г. **В. П. Вологдин** окончил с отличием технологический институт. Его оставили на кафедре «Сопротивление материалов» для подготовки к профессорской деятельности, но его больше прельщали электротехника и радиотехника. Позже он вспоминал: «Когда я приехал с Урала в Петербург и поступил в технологический институт, не только физики, но и техническая интеллигенция интересовались опытами Герца. Заседание Технического общества, а также доклады, проходившие в университете, привлекали большое внимание и усердно посещались... Демонстрация опытов Герца и сведения, которые я имел о работах **А. С. Попова**, поразили мое воображение, тем более, что **А. С. Попов** был моим земляком-уральцем, и предопределили всю мою дальнейшую техническую жизнь».

В. П. Вологдин оборудовал на судостроительном заводе небольшую лабораторию и стал воспроизводить опыты **А. С. Попова**. Он настолько заинтересовался радиотехникой, что решил себя посвятить развитию этого нового вида науки и техники, однако обстоятельства способствовали его привлечению и к электротехнике. Он поступил на электромеханический завод фирмы «И. Н. Глебев и К», где как единствен-

ный дипломированный инженер-технолог, был назначен заведующим испытательной станцией завода. Именно здесь В. П. Вологдин постиг тонкости электромашиностроения.

По просьбе морских офицеров он организовал на заводе Глебова производство мотор-генераторов повышенной частоты, которые были необходимы для радиостанций типа УМО (учебно-минный отряд). Производство генераторов позволило бы русским морским специалистам радиомодела освободить военно-морской флот от иностранной зависимости.

В 1910 г. В. П. Вологдин создал для моряков мотор-генератор мощностью 200 Вт с частотой генерируемого тока 1000 Гц, а затем и более мощный — 2 кВт, 1000 Гц. Владелец завода убедился в больших конструкторских способностях своего инженера и возложил на него ответственность за качество генераторов повышенной частоты, которые завод стал выпускать сериями.

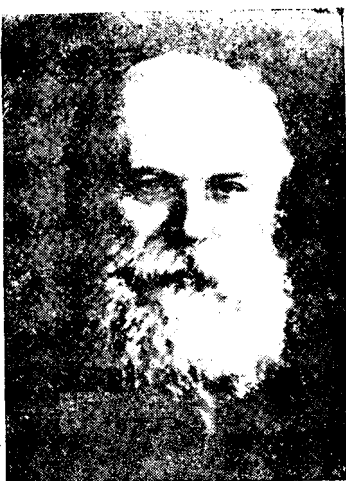
Тем временем моряки, идя навстречу прогрессу радиотехники, решили создать радиостанцию, исключив из нее электрическую искру как источник высокочастотных колебаний. Это дало бы возможность перейти к радиотелеграфированию незатухающими колебаниями, увеличив избирательность радиосвязи и уменьшив взаимные помехи. Для этого требовался генератор тока высокой частоты, который непосредственно питал бы антенны радиостанции. Подобные опытные генераторы уже появились в некоторых странах, хотя и были еще несовершенны. Иностранные фирмы не желали помочь русским морякам, предпочитая продавать флоту готовые радиостанции за высокую стоимость. Заключив договор с Морским ведомством, Валентин Петрович успешно работал над созданием генератора, однако когда все детали были изготовлены и началась сборка, случилось непредвиденное: возник пожар на заводе Глебова, причину которого установить не удалось. Много лет спустя, В. П. Вологдин писал: «Машину на 60000 периодов я строил уже на заводе «Дюфлон, Константинович и К», куда, к моему удивлению, меня пригласили на более высокий оклад. Удивление рассеялось, когда я узнал, что на последних торгах в Морском ведомстве мои предложения на поставку высокочастотных машин лишили заказов не только немецкие фирмы, но и этот завод. Мои машины оказались и дешевле и, главное, технически более совершенными по сравнению с изготовленными Дюфлоном по проектам видного шведского инженера...».

Для завода Дека (так сокращенно называли завод), участвовавшего в открытых торгах Морского ведомства на поставку электротехнического оборудования, выгодно было пригласить к себе на работу В. П. Вологдина. И Валентин Петрович принял это приглашение, так как не захотел переезжать в Москву, где фирма «И. Н. Глебов и К» купила новый завод «Динамо».

О судьбе генератора моряки уже запрашивали В. П. Вологдина. 11 января 1913 г. генератор, ставший известным под маркой ВБ-6-6000, был доставлен в Радиотелеграфное депо Морского ведомства, где его полностью обследовал будущий академик М. В. Шулейкин, и затем установлен на броненосце «Андрей Первозванный» для длительных эксплуатационных испытаний.

В 1912—1917 гг. Валентин Петрович плодотворно трудился на заводе Дека, став в 1915 г. его техническим директором. Он превратил завод в своеобразный арсенал русской армии и флота. На заводе производились специальные электродвигатели для минных аппаратов и магнето-авиационных двигателей, двигатели внутреннего сгорания, серии электротехнических агрегатов для самолетов, в том числе генератор (2 кВт, 1000 Гц) для самого крупного по тому времени самолета «Илья Муромец» и генератор 300 кВт, частотой 350 Гц для Владивостокской радиостанции, строились дирижабли, создавались приборы для бомбометания, изготавливались радиостанции малой мощности для кавалерии и авиации.

В 1915 г. В. П. Вологдин стал штатным консультантом Радиотелеграфного депо Морского ведомства по производству высокочастотных генераторов. В 1916 г. он начал проектировать высокочастотный генератор мощностью 50 кВт, ча-



стотой 20 кГц, а также разрабатывать умножители частоты в виде мощных высокочастотных трансформаторов.

Великую Октябрьскую революцию Валентин Петрович встретил восторженно в Петрограде. Воззвание В. И. Ленина «К гражданам России» взволновало и глубоко запало ему в душу. С болью в сердце он констатировал, что в стране началась гражданская война, развязанная контрреволюцией и иностранной интервенцией, промышленность страны оказалась в упадке, остановился завод Дека.

В октябре 1918 г. В. П. Вологдин приказом Наркома почт и телеграфов был зачислен ученым специалистом Нижегородской радиолaborатории. В Нижнем Новгороде он проработал 5 лет. За эти годы В. П. Вологдин со своими сотрудниками построил машину мощностью 50 кВт, которую проектировал в Петрограде в 1916 г., установил ее в Москве на радиостанции, наладил с ее помощью непрерывную радиотелеграфную связь с Европой и Америкой, подготовил к сборке высокочастотный генератор 150 кВт и изготовил детали машины 250 кВт. Кроме того, создал серию электрических машин для радиостанций страны, наладил производство трансформаторных умножителей частоты, изобрел специальные автоматические регуляторы частоты вращения машин, освоил производство высоковольтных ртутных выпрямителей, которые ранее в мире не применялись. С помощью этих выпрямителей обеспечивалось электропитание радиостанций; выпрямители экспортировались в различные страны мира. К этому же времени относятся его изобретения схем включения вентилялей, которые и поныне известны в мире как «каскадные схемы выпрямления В. П. Вологдина».

Впоследствии Вологдин писал: «Мне-то, да и не только мне, а многим специалистам и ученым в области радиотехники, хорошо было известно, какие огромные трудности возникали раньше на пути развития наук в России. И только в Нижегородской лаборатории я почувствовал, что теперь мы — техники, специалисты, ученые — можем и дышать и работать свободно, что радость творчества больше не омрачится горечью зависимости от заграницы, от капиталистов, что нам навстречу идут и правительство, и партия, нами гордится народ».

В. И. Ленин высоко оценил работу Нижегородской радиолaborатории и лично В. П. Вологдина. 19 сентября 1922 г. ВЦИК постановил: «Наградить орденом Трудового Красного Знамени Нижегородскую радиолaborаторию и, особо отмечая заслуги профессора Вологдина, Бонч-Бруевича и старшего механика Шорина, выразить им благодарность от имени ВЦИК». В. В. Куйбышев, руководивший в то время Главлэктро ВСНХ, лично пригласил В. П. Вологдина на должность директора по вопросам радио в Трест заводов слабого тока. Перед Трестом стояла неотложная задача восстановления разрушенной радиопромышленности. Как вспоминал потом Валентин Петрович, в разговоре с ним В. В. Куйбышев сказал: «Тресту нужно помочь. Вы не только ученый, не только изобретатель, у вас есть и опыт заводской работы. Помогите нам наладить и развить молодую советскую радиопромышленность. Конечно, не в ущерб вашим научным работам...»

Валентин Петрович переехал в 1923 г. в Ленинград и 12 лет жизни отдал созданию и развитию советской электро- и радиопромышленности. Он явился инициатором организации Центральной радиолaborатории (ЦРЛ) в Ленинграде, где были сконцентрированы виднейшие радиоспециалисты страны, где решались важнейшие вопросы науки и техники в годы первых пятилеток. Здесь были заложены основы радиолокации, так успешно и широко использованной в годы Великой Отечественной войны, создана гидроакустика, сослужившая добрую службу в создании подводного советского флота, заложен фундамент современной советской радиотехники и приборостроения, а также промышленного применения токов высокой частоты, разработаны полупроводниковые приборы и техника звукового кино и телевидения. При непосредственном участии В. П. Вологдина была создана промышленная база советской электроники — знаменитый в истории страны завод «Светлана». С помощью ЦРЛ и на его базе появились

десятки новых научно-исследовательских организаций и заводов страны.

Характеризуя период работы В. П. Вологодина в ЦРЛ, акад. А. И. Берг писал: «Не прекращая научной и инженерной деятельности, Вы, Валентин Петрович, отдали много сил и времени трудной задаче — созданию, развитию и укреплению советской радиопромышленности. Ваши неустанные труды по объединению заводов, их коренной реконструкции, по организации фабричного производства электронных ламп, передающих и приемных радиостанций дали теперь, как нетрудно убедиться в этом, великолепные результаты».

Впервые попытки применить токи высокой частоты для закалки стальных изделий были сделаны В. П. Вологдиным совместно с Н. М. Беляевым в 1926 г., но лишь в 1935 г. В. П. Вологдин вплотную занялся массовыми опытами закалки шеек коленчатого вала автомобилей. Решение задачи закалки валов автомобилей, тракторов и других подобных механизмов было запатентовано В. П. Вологдиным и Б. Н. Романовым 26 сентября 1935 г.

При реорганизации ЦРЛ в конце 1935 г. лаборатория В. П. Вологодина разместились в Электротехническом институте им. В. И. Ульянова (Ленина), она получила уже широкую известность как научный центр высокочастотной электротермии. Здесь были созданы различные типы нагревательных индукторов с магнитопроводами, высокочастотные трансформаторы с водяным охлаждением, разработаны новые методы пайки металлов при индукционном нагреве, а также наплавки различных металлов на инструменты и многие другие виды использования ТВЧ в промышленности. Широко стали применять методы В. П. Вологодина для закалки железнодорожных рельсов и бандажей паровозных колес, восстановления изношенного металлообрабатывающего инструмента, нагрева металлических деталей под ковку и штамповку. Широкое внедрение всех этих методов на заводах сдерживалось инерцией технологов; не все из них были достаточно информированы о возможностях этих методов, не было также центра, где эти разработки могли бы быть продемонстрированы инженерно-техническому персоналу заводов.

Вот почему в мае 1936 г. В. П. Вологдин обратился к Г. К. Орджоникидзе с письмом о дальнейшем внедрении высокочастотных методов на заводах. В. П. Вологдин был приглашен к нарком. Как проходил этот прием, Валентин Петрович описал позднее: «Образцы закаленных изделий я решил показать Г. К. Орджоникидзе... Когда я пришел к нему, то уже с первых его слов, с первых вопросов понял, что он подготовился к нашей встрече. Я собирался разговаривать с человеком, далеким от моей области работы, а увидел перед собой специалиста. Он так тонко ставил вопросы, что мне не пришлось рассказывать о преимуществах метода. С присущей ему широтой и смелостью Серго сам показал его огромное будущее».

Завороженный, смотрел я в глаза этого человека, светившиеся и юмором и добродушием. Мягкая улыбка, топорщившая его усы, заставляла и меня улыбаться. Он осмотрел мои образцы, тут же отдал распоряжение о внедрении поверхностной закалки на нескольких предприятиях...»

23 мая 1936 г. был издан приказ «О поверхностной закалке изделий токами высокой частоты по методу проф. Вологодина».

Незадолго до начала Великой Отечественной войны научно-техническая общественность отметила 60-летие со дня рождения В. П. Вологодина. К этому времени он был уже известен не только у нас, но и во многих зарубежных странах; в 1939 г. был избран членом-корреспондентом АН СССР, руководил кафедрой «Электротермия» в ЛЭТИ, имел много учеников и последователей. Через пять дней после вероломного нападения фашистов Валентин Петрович опубликовал в институтской газете статью «Самоотверженно работать на благо Родины».

19 октября 1941 г. В. П. Вологдин и Д. И. Руденко первыми из сотрудников лаборатории прибыли в Челябинск

на эвакуированный из Ленинграда Кировский завод. При помощи откомандированных с фронта сотрудников лаборатории и непосредственном участии В. П. Вологодина на заводе была освоена поверхностная и сквозная закалка наиболее ответственных частей мощных танков и самоходных артиллерийских установок. За короткое время был организован и налажен производственный цикл высокочастотного цеха завода, разработаны новые технологические методы производства танков, что обеспечило повышение боевой мощи машин, сокращение сроков их производства, экономии остродефицитной стали.

В 1943 г. за разработку и внедрение в производство нового метода высокочастотной закалки поверхностей стальных изделий В. П. Вологдин и группа его сотрудников были удостоены Государственной премии СССР. В 1944 г. за выдающиеся заслуги в области создания, развития и внедрения в промышленность высокочастотной электротехники и термической обработки металлов токами высокой частоты и проявленные при этом инициативу и настойчивость В. П. Вологдин был награжден орденом Ленина.

Осенью 1944 г. Вологдин вернулся в Ленинград и начал интенсивно восстанавливать свою лабораторию в ЛЭТИ для дальнейшего развития методов промышленного применения ТВЧ. В результате под его руководством был создан кузнечный цех нового типа на Московском заводе малолитражных автомобилей, в котором нагрев металла осуществлялся только с помощью ТВЧ, были устранены все пламенные печи, создающие в цехах дым и копоть. При этом повысилась культура производства, было заменено устаревшее ковочно-прессовое хозяйство, внедрена автоматизация производственных процессов. Введение в строй кузнечного цеха нового типа было высоко оценено правительством: В. П. Вологдину вторично была присуждена Государственная премия СССР.

В послевоенный период возникло и широко распространилось промышленное применение ТВЧ для нагрева диэлектрических материалов, производства исходных полупроводниковых изделий, выращивания монокристаллов, обработки семян зерновых и других культур в сельском хозяйстве

Объем и размах работ по промышленному применению ТВЧ перерос рамки отраслевой лаборатории, и 1 апреля 1947 г. сбылась мечта ученого, и В. П. Вологдин организовал Всесоюзный научно-исследовательский институт токов высокой частоты. Первым директором и научным руководителем ВНИИ ТВЧ стал В. П. Вологдин. Преисполненный величайшей гордостью за созданный им институт, он писал: «До революции, увлекаясь техникой, изобретательством, я мечтал о создании собственной исследовательской лаборатории. Собственной, личной, потому что только в такой лаборатории и можно творить, чувствовать себя хотя бы несколько независимым, делать то, к чему тебя тянет. Исполнение этой мечты казалось мне величайшей радостью. Она не исполнилась».

Сейчас у меня есть свой научно-исследовательский институт. Это институт государственный и в то же время мой, личный. Он создан по планам, разработанным мною вместе с многими близкими друзьями и помощниками. Я горжусь людьми, которые в нем работают, их советским энтузиазмом, их преданностью науке, их энергией, благодаря которой осуществляется на практике идея использования до конца всей изумительной силы токов высокой частоты».

Валентин Петрович умер 23 апреля 1953 г. в Ленинграде. Он погребен на литературских мостках Волкова кладбища, вблизи могил А. С. Попова, И. П. Павлова и других выдающихся ученых.

В. П. Вологдин оставил глубокий след в нашей науке и промышленности, им подготовлены многочисленные кадры инженеров и научных работников, он опубликовал 180 монографий, учебников, научно-технических статей, получил 81 патент на изобретения.

Пусть его жизнь и творчество послужат примером для многих поколений советских ученых.

В. Ю. РОГИНСКИЙ



СОДЕРЖАНИЕ

Шаталов А. С. — Квадратичные оценки состояния линейных цепей и систем	1
Шакиров М. А. — Преобразование электрической цепи в непрерывно эквивалентные подсистемы	8
Колонский Т. В. — О критериях управления переходными электромеханическими процессами на линиях межсистемной «слабой» связи	14
Ларионов В. П., Колечицкий Е. С., Шульгин В. Н. — Расчет вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту	19
Базелян Э. М. — Влияние рабочего напряжения на вероятность прорыва молнии к проводам воздушных линий	24
Якобс А. И., Ослон А. Б., Станкеева И. Н. — Метод расчета сложных заземлителей в многослойной земле	27
Зборовский И. А. — Влияние электромагнитной связи между обмотками трансформатора на гармонический состав тока двенадцатифазного преобразователя	34
Зильберман М. И., Костюков Н. С. — Измерение объемного сопротивления диэлектриков при импульсном гамма-нейтронном облучении	41
Бут Д. А. — Электрические машины с осевым возбуждением	45
ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ	
Тудоровский Я. Л. — О качестве электрической энергии в распределительных сетях городов	50

Свалов Г. Г., Сытников В. Е., Радченко И. П., Большакова Р. М. — Исследование сверхпроводящих композиционных проводов с технологическими дефектами	51
Трофимов А. И., Евмененко В. В. — Линейные пьезоэлектрические микродвигатели	54
Семенов А. Н., Романов В. Е., Еремин В. Н., Мяготин Б. Г. — Измерение параметров процессов при замыкании и размыкании контактов коммутационных аппаратов	56
СООБЩЕНИЯ	
Локтева И. Л., Онищенко Г. Б., Шакарян Ю. Г. — Прямое управление электромагнитным моментом в системах электропривода переменного тока	59
Осадчий Ю. М. — Самовозбуждение асинхронного генератора с приводным двигателем ограниченной мощности	62
Гольдберг О. Д., Бобков А. В., Доценко В. Е. — Оценка надежности штампованно-сварных обмоток торцевых асинхронных двигателей	64
Стрелюк М. И., Павловец В. В. — Расчет электродинамических усилий в системе произвольно расположенных в пространстве винтообразных проводников	66
Пуйло Г. В., Расторгуева Т. Е., Шевченко В. П., Байдак Ю. В. — Расчет погрешности трансформатора тока с учетом неравномерности насыщения магнитопровода	69
Березовский А. Ф. — Расчет установившегося режима в цепях с нелинейными индуктивностями	71
ХРОНИКА	74

CONTENTS

Quadratic Estimates of the State of Linear Circuits and Systems — A. S. Shatalov	1
Transformation of an Electric Circuit Into Continuous Equivalent Partial Networks — M. A. Shakirov	8
On Criteria for Controlling Electromechanical Transients on «Weak» Intersystem Tie Lines — T. V. Kolonski	14
Calculating the Probability of a Lightning Stroke Through Ground Wire Protection — V. P. Larionov, E. S. Kolehchitski, V. N. Shulgin	19
How the Operating Voltage Influences the Probability of a Lightning Stroke Onto the Conductors of Overhead Lines — E. M. Bazelian	24
A Method for Calculating Complex Grounding Systems in Multi-Layer Earth — A. I. Jacobs, A. B. Oslon, I. N. Stankeyeva	27
How Electromagnetic Coupling Between Transformer Windings Influences the Harmonic Content of a Twelve-Phase Converter — I. A. Zborovski	34
Measuring the Volume Resistivity of Dielectrics for Gamma-Neutron Impulse Radiation — M. I. Zilberman, N. S. Kostiuikov	41
Electrical Machines With Axial Excitation — D. A. But	45
FROM OPERATING EXPERIENCE	
The Quality of Electric Energy in Urban Distribution Networks — J. L. Tudorovski	50

A Study of Superconducting Compositional Conductors With Technological Defects — G. G. Svalov, V. E. Sitnikov, I. P. Randchenko, R. M. Bolshakova	51
Linear Piezzo-Electric Micromotors — A. I. Trofimov, V. V. Yevmenenko	54
Measuring the Parameters of Processes When Making and Breaking Contacts in Switchgear — A. N. Semenov, V. E. Romanov, V. N. Yerebin, B. G. Miagotin	56
REPORTS	
Direct Control of the Electromagnetic Torque in A. C. Electric Drive Systems — I. L. Lokteva, G. B. Onischenko, U. G. Shakarian	59
Self Excitation of an Asynchronous Generator With a Drive Motor of Limited Capacity — U. M. Osadchi	62
Appraising the Reliability of Stamped Welded Windings for Face-Type Induction Motors — O. D. Goldberg, A. V. Bobkov, V. E. Dotsenko	64
Calculating Electrodynamical Forces in a System of Arbitrarily Located Screw-Type Conductors — M. I. Streliuk, V. V. Pavlovets	66
Calculating the Error of a Current Transformer With Account Taken of Non-Uniform Saturation of Its Magnetic Circuit — G. V. Puilo, T. E. Ractorgueva, V. P. Shevchenko, U. V. Baidak	69
Calculating the Steady State in Circuits With Non-Linear Inductances — A. F. Belezovski	71
CHRONICLE	74

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.3.06.001.24

Квадратичные оценки состояния линейных цепей и систем. Шаталов А. С. — «Электричество», 1981, № 5.
Рассматриваются операторный и матричный методы перехода от переменных состояния к их квадратичным оценкам, имеющим в электрических цепях физический смысл мощности, а при интегральных квадратичных оценках — энергии. Вводится понятие «пространства квадратичных форм», используются гибридные графы, отображающие состояние цепи (системы) в этом пространстве и позволяющие получать квадратичные оценки на ЦВМ по линейным алгоритмам. Дается сопоставление интегральных детерминированных и статистических квадратичных критериев. Библ. 4.

УДК 621.372.061

Преобразование электрической цепи в непрерывно эквивалентные подсистемы. Шакиров М. А. — «Электричество», 1981, № 5.
Выведены правила образования непрерывно эквивалентных цепей путем преобразования многочечевых звезд и контуров. Используется аппарат простейших преобразований схем методами переноса 1 рода и масштабирования разомкнутых u -ветвей или короткозамкнутых z -ветвей. Показано, что непрерывно эквивалентные схемы получаются за счет изменения напряжений относительно внутреннего узла звезды или токов контура. Указана связь полученных преобразований с другими типами преобразования схем и обобщенными матричными соотношениями для непрерывно эквивалентных схем. Предложены эквивалентные преобразования схем иллюстрируются примерами. Библ. 14.

УДК 621.311.018.782.3.001.24

О критериях управления переходными электромеханическими процессами на линиях межсистемной «слабой» связи. Колонский Т. В. — «Электричество», 1981, № 5.
В статье рассмотрены: критерий для получения наибольшей области устойчивости с учетом технико-экономических показателей линий межсистемной «слабой» связи и критерий для выявления характера перехода в послеварийный режим с учетом динамики с помощью средств противаварийной автоматики. Библ. 13.

УДК 621.315.1:521.316.98

Расчет вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту. Ларионов В. П., Колечицкий Е. С., Шулъгин В. Н. — «Электричество», 1981, № 5.
Предложен расчетный метод определения вероятности прорыва молнии сквозь тросовую защиту, основанный на анализе процесса развития разряда молнии. Вероятность поражения провода молнией отождествляется с вероятностью развития встречного лидера с провода. Приведены результаты расчетов вероятности прорыва молнии при различных параметрах ЛЭП и углах наклона лидера по отношению к земле. Библ. 9.

УДК 621.315.1:621.316.98

Влияние рабочего напряжения на вероятность прорыва молнии к проводам воздушных линий. Базелян Э. М. — «Электричество», 1981, № 5.
Выполнено сопоставление электрогеометрического и статистического методов расчета вероятности уровня молнии к защищаемым объектам. Предложена методика расчета вероятности прорыва с учетом рабочего напряжения объекта. Теоретически предсказана возможность резкого увеличения числа прорывов молнии к проводам ВЛ переменного и постоянного тока напряжением свыше 1500 кВ. Показано, что эффективность воздействия рабочего напряжения должна возрастать с уменьшением угла защиты. Предложена методика проверки развитой гипотезы по фактическим данным о сепарации молний по полярности, которая должна проявляться на ВЛ постоянного тока напряжением свыше 800 кВ. Библ. 9.

УДК 621.316.995.001.24

Метод расчета сложных заземлителей в многослойной земле. Якобс А. И., Ослон А. Б., Станкеева И. Н. — «Электричество», 1981, № 5.
Обоснована необходимость разработки метода расчета сложных заземляющих устройств в земле с многослойной электрической структурой. Изложены основные положения нового метода расчета и программы для ЦВМ. Приведено сопоставление расчетных и экспериментальных значений сопротивления заземляющих устройств, работающих в земле с трехслойной электрической структурой. Оценено влияние на значение сезонных коэффициентов напряжения прикосновения протавнения поверхностного слоя земли. Библ. 10.

УДК 621.314.6.001.24

Влияние электромагнитной связи между обмотками трансформатора на гармонический состав токов двенадцатифазного преобразователя. Зборовский И. А. — «Электричество», 1981, № 5.
Рассмотрено влияние уравнивающего тока на гармонический состав знакопеременных токов, коэффициент мощности, коэффициент формы тока вентиля и на режимы работы преобразователя. Исследован гармонический состав для преобразователей с уравнивающим реактором и без него при «сильной» и «слабой» электромагнитных связях по цепи переменного тока. Показано, что при отсутствии устройств, ограничивающих уравнивающий ток, высшие гармоники, генерируемые в сеть, могут оказаться даже меньше, чем при наличии таких устройств. Проанализирована целесообразность использования уравнивающего реактора с воздушными зазорами. Библ. 6.

УДК [621.317.33.088:621.315.61]:[539.125.5+539.166.2]

Измерение объемного сопротивления диэлектриков при импульсном гамма-нейтронном облучении. Зильберман М. И., Костюков Н. С. — «Электричество», 1981, № 5.
Приведены результаты синтеза и расчета схем замещения электрической цепи при измерении в процессе импульсного γ -нейтронного облучения (100–200 мкс) объемного сопротивления диэлектриков, включенных по двухэлектродной и трехэлектродной схемам. Библ. 5.

УДК 621.313.17.001.3

Электрические машины с осевым возбуждением. Бут Д. А. — «Электричество», 1981, № 5.
Рассматриваются бесконтактные электрические машины, у которых активная сторона обмотки возбуждения размещена внутри полюса вала, а на роторе расположены стальные секторы, обеспечивающие замыкание магнитного потока через якорную зону. Показано существование достаточно широкого класса машин с осевым возбуждением — синхронных, индукторных и коммутаторных, а также магнито-электрических и асинхронных, в которых осевое возбуждение может использоваться для подмагничивания стальных сердечников. Выявлены достоинства машин с осевым возбуждением, проявляющиеся в простоте конструкции ротора, хороших массо-габаритных показателях и повышенном быстродействии регулирования. Приведены результаты расчета синхронного генератора с осевым возбуждением в торцевом исполнении мощностью 320 кВ · А. Библ. 11.

УДК 621.316.016.4.012.7

О качестве электрической энергии в распределительных сетях городов. Тудоровский Я. Л. — «Электричество», 1981, № 5.
Приведены результаты исследования показателей качества на шинах 0,4 кВ городских подстанций, вводах и магистралях жилых домов, магистралей уличного освещения. Даны предложения по уточнению методики определения качества электрической энергии в городских сетях 0,4 кВ. Библ. 7.

УДК [621.315.34:537.312.62].004.6.001.5

Исследование сверхпроводящих композиционных проводов с технологическими дефектами. Свалов Г. Г., Сытников В. Е., Радченко И. П., Большакова Р. М. — «Электричество», 1981, № 5.
Приведены результаты исследования влияния различных технологических дефектов на значение критического тока сверхпроводящих кабельных изделий. Экспериментальные данные сравниваются с результатами, полученными из теоретического анализа процесса протекания тока через дефектный участок. Библ. 8.

УДК 621.313.13—181.4:537.228.1

Линейные пьезоэлектрические микродвигатели. Трофимов А. И., Евмененко В. В. — «Электричество», 1981, № 5.
Рассмотрены результаты теоретических и экспериментальных исследований зависимости силы тяги и времени контакта статора и подвижной части линейного пьезоэлектрического микродвигателя от его основных параметров.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Рабинович С. И., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 16.03.81

Подписано в печать 30.04.81

T-05781

Формат 60×90¹/₈

Печать высокая

Усл. печ. л. 10

Уч.-изд. л. 12,7

Тираж 7025 Заказ Ю89

Энергоиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР

по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru