

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1980



· ЭНЕРГИЯ ·

6

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА  
СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

МОСКВА

6  
1980  
ИЮНЬ

ЭНЕРГИЯ

УДК 621.311:621.316.722

## Эффективность автоматического регулирования возбуждения при больших колебаниях в энергосистеме

ПУГО В. И., канд. техн. наук

Рижский политехнический институт

В режимах больших колебаний в электрической системе, связанных, например, с наличием асинхронно идущего или ресинхронизирующегося генератора в системе или с асинхронным ходом по межсистемной связи, задачи регулирования возбуждения синхронно работающих генераторов состоят, во-первых, в поддержании внутриподсистемной устойчивости параллельной работы между синхронно-работающими генераторами и, во-вторых, в наиболее эффективном демпфировании больших колебаний режимных параметров в системе. Если для малых колебаний вопросы выбора настройки АРВ и построения областей статической устойчивости проработаны как в теоретическом, так и в практическом плане, то работа АРВ при больших колебаниях параметров режима синхронного генератора [Л. 1—4] требует проведения дополнительных исследований. В [Л. 1 и 4] показано, что качественный анализ эффективности АРВ и синтез оптимального закона регулирования при больших колебаниях параметров режима синхронно работающего генератора, вызванных асинхронным ходом в системе или другим периодическим возмущением, могут быть осуществлены по условию:

$$\beta_0 \rightarrow \max \text{ при } s_{\text{рез}} \approx \omega_0, \quad (1)$$

где  $s_{\text{рез}}$  — резонансная частота вынужденных колебаний параметров режима;  $\beta_0$ ,  $\omega_0$  — эквивалентные коэффициенты демпфирования и собственная частота колебаний исследуемого синхронно работающего генератора, определяемые по эквивалентному уравнению для 1-й гармоники колебаний.

В [Л. 3] предлагается оценивать влияние АРВ при больших колебаниях в системе по величине постоянной составляющей тока ротора (э. д. с.)

синхронно работающего генератора, причем утверждается, что влияние нелинейности (типа «ограничение») в системе регулирования возбуждения и несинусоидальности режимных параметров на входе АРВ приводит к тому, что критерий (1) становится неправомерным, поскольку при учете этих факторов тип и настройка АРВ оказывают гораздо более существенное воздействие на постоянную составляющую э. д. с. синхронно работающего генератора, чем на 1-ю гармонику э. д. с.

В настоящей статье рассматриваются особенности действия автоматических регуляторов возбуждения синхронных генераторов при больших колебаниях, вызванных асинхронным ходом в системе, и оценивается справедливость критерия (1) при учете нелинейности потолочного возбудителя и несинусоидальности режимных параметров на входе АРВ.

Математическое описание задачи (описание переходных процессов в синхронной машине  $CM-2$  при асинхронном ходе  $CM-1$ ) представим для схемы рис. 1 в наиболее простом виде, без учета демпферных контуров исследуемого генератора  $CM-2$  (что для данного исследования принципиально в теоретической части ничего не меняет, а при расчетах на ЦВМ и в эксперименте это влияние будет учитываться), и полагая, что асинхронно идущий генератор  $CM-1$  может быть представлен схемой замещения в виде постоянной э. д. с.  $E_1$  за сопротивлением  $x_1$ .

$$T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} + \beta_2 \frac{d \delta_2}{dt} + E_{q2} E_1 y_{21} \sin(\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_{q2} U_c y_{23} \sin(\delta_{23} - \alpha_{23}) = P_{T2}; \quad (2)$$

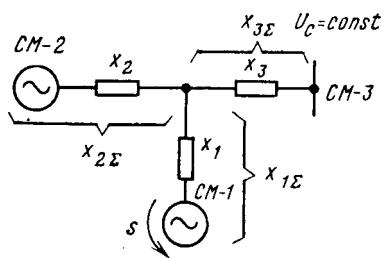


Рис. 1.

$$E_{q2} + T_{d02} \frac{dE'_{q2}}{dt} = E_{qe2}; \quad (3)$$

$$E_{qe2} = E_{q02} + F(\Delta E_{qe2}); \quad (4)$$

$$\Delta E_{qe2} = \frac{1}{1 + pT_{e2}} \frac{1}{1 + pT_{p2}} \sum_j W_{pj}(p) \Delta \Pi_j. \quad (5)$$

Все обозначения соответствуют [Л. 5]. Здесь, в уравнении (4),  $F(\Delta E_{qe2})$  — функция, отражающая влияние нелинейности потолочного ограничения возбудителя. Отметим, что при правильно спроектированной системе регулирования возбуждения наиболее сильное ограничение должно быть в силовом блоке — возбудителе [Л. 6]. Учтем, что

$$E'_{q2} = E_{q2} [1 - (x_{d2} - x'_{d2}) y_{22} \cos \alpha_{22}] + + E_{y21} (x_{d2} - x'_{d2}) \cos (\delta_{21} - \alpha_{21}) + + U_c y_{23} (x_{d2} - x'_{d2}) \cos (\delta_{23} - \alpha_{23}), \quad (6)$$

и введем обозначения:

$$T'_{d2} = T_{d02} [1 - (x_{d2} - x'_{d2}) y_{22} \cos \alpha_{22}]; \quad (7)$$

$$\mu = \frac{x_{d2} - x'_{d2}}{1 - (x_{d2} - x'_{d2}) y_{22} \cos \alpha_{22}}; \quad (8)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{T'_{d2}}; \quad e_{q2} = \frac{E_{q2} - E_{q02}}{E_{q02}}; \quad e_{qe2} = \frac{\Delta E_{qe2}}{E_{q02}}; \quad (9)$$

$$F_{e2} = \frac{F(\Delta E_{qe2})}{E_{q02}}.$$

Тогда после преобразований получим:

$$T_{j2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} + \beta_2 \frac{d\delta_2}{dt} + E_{q02} (1 + e_{q2}) E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + + E_{q02} (1 + e_{q2}) U_c y_{23} \sin (\delta_{23} - \alpha_{23}) = P_{T2}; \quad (10)$$

$$e_{q2} = -\frac{\mu}{p + \lambda_2} \left\{ \frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} p [\cos (\delta_{21} - \alpha_{21})] + + \frac{U_c}{E_{q02}} y_{23} p [\cos (\delta_{23} - \alpha_{23})] \right\} + \frac{\lambda_2}{p + \lambda_2} F_{e2}; \quad (11)$$

$$F_{e2} = f(e_{qe2}); \quad (12)$$

$$e_{qe2} = \frac{1}{E_{q02}} \frac{1}{1 + T_{e2} p} \frac{1}{1 + T_{p2} p} \sum_j W_{pj} \Delta \Pi_j. \quad (13)$$

Физический смысл введенных обозначений следующий: вынужденная (от действия АРВ) относительная э. д. с., возникающая при больших колебаниях в системе на входе нелинейного звена (возбудителя);  $F_{e2}$  — то же, но на выходе нелинейного звена (на зажимах возбудителя);  $e_{q2}$  — относительная э. д. с., возникающая в обмотке возбуждения синхронно работающего генератора при больших колебаниях в системе и состоящая из свободной (обусловленной наведением свободных токов в об-

мотке возбуждения) и вынужденной (от действия АРВ) составляющих.

Представляя решения (10) — (13) в виде ряда Фурье в комплексной или тригонометрической форме

$$\delta_2 - \alpha_{21} \approx \delta_2 - \alpha_{23} = \sum_n \xi_n e^{j s n t} = a_0 + + \sum_{n \neq 0} a_n \sin (n s t + \varphi_n); \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{q2} &= \sum_n \eta_n e^{j s n t} = b_0 + \sum_{n \neq 0} b_n \sin (s n t + \varphi_{bn}); \\ F_{e2} &= \sum_n \dot{F}_n e^{j s n t} = F_0 + \sum_{n \neq 0} F_n \cos (s n t + \varphi_{Fn}); \\ e_{qe2} &= \sum_n \zeta_n e^{j s n t} = c_0 + \sum_{n \neq 0} c_n \cos (s n t + \varphi_{cn}), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где связь между комплексной и действительной амплитудой  $n$ -й гармоники следующая:

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= a_0; \quad \eta_0 = b_0; \quad F_0 = F_0; \quad \zeta_0 = c_0; \\ \xi_1 &= \frac{a_1}{2j} e^{j \varphi_1}; \quad \eta_1 = \frac{b_1}{2j} e^{j \varphi_{b1}}; \quad \dot{F}_1 = \frac{F_1}{2} e^{j \varphi_{F1}}; \\ \zeta_1 &= \frac{c_1}{2} e^{j \varphi_{c1}}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

и соответственно разлагая (при  $\delta_1 = st$ ,  $\delta_3 = 0$ ) нелинейные функции, входящие в (10) — (13), в ряд Неймана с использованием бесселевых функций от аргумента  $a_n$

$$\left. \begin{aligned} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) &= \sum_n \dot{R}_n e^{j s n t}, \\ \sin (\delta_{23} - \alpha_{23}) &= \sum_n \dot{S}_n e^{j s n t}; \\ \cos (\delta_{21} - \alpha_{21}) &= \sum_n \dot{R}'_n e^{j s n t}; \\ \cos (\delta_{23} - \alpha_{23}) &= \sum_n \dot{S}'_n e^{j s n t}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

от уравнений (10) — (13) можно перейти к уравнениям для любой  $n$ -й гармоники. Ограничевая разложения (15) — (17)  $k$  гармониками, получим из (10) — (13) для  $n = 0$  следующее:

$$\left. \begin{aligned} E_{q02} E_1 y_{21} \sum_{l=-k}^k (R_0 + \eta_l \dot{R}_{-l}) + + E_{q02} U_c y_{23} \sum_{l=-k}^k (S_0 + \eta_l \dot{S}_{-l}) &= P_{T2}; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\eta_0 = \mathcal{F}_0; \quad (19)$$

$$\mathcal{F}_0 = f_0(\zeta_0); \quad (20)$$

$$\zeta_0 = \frac{1}{E_{q02}} \sum_j k_{0j} (\Pi_{j0} - \Pi_{j00}). \quad (21)$$

Здесь  $\Pi_{j0}$  — постоянная составляющая колебаний параметров  $\Pi_j$ , по отклонению которого осуществля-

вляется регулирование возбуждения;  $\Pi_{j00}$  — уставка АРВ по параметру  $\Pi_j$ ;  $f_0(\zeta_n)$  — функция, определяющая влияние нелинейности ограничения силового блока АРВ на постоянную составляющую  $F_0$ .

Аналогично для  $n=1$ :

$$-T_{j2}s^2\dot{\xi}_1 + \beta_a j s \dot{\xi}_1 + E_{q02}E_1 y_{21} \sum_{l=-k}^k (R_1 + \dot{\eta}_l R_{1-l}) + \\ + E_{q02}U_c y_{23} \sum_{l=-k}^k (\dot{S}_1 + \dot{\eta}_l \dot{S}_{1-l}) = 0; \quad (22)$$

$$\dot{\eta}_1 = -\frac{\psi}{js + \lambda_2} \left\{ \frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} j s \dot{R}'_1 + \frac{U_c}{E_{q02}} y_{23} j s \dot{S}'_1 \right\} + \\ + \frac{\lambda_2}{js + \lambda_2} \dot{\mathcal{F}}_1; \quad (23)$$

$$\dot{\mathcal{F}}_1 = f_1(\zeta_n); \quad (24)$$

$$\dot{\xi}_1 = \frac{1}{E_{q02}} \frac{1}{1 + T_{e1}js} \frac{1}{1 + T_{p1}js} \sum_j (k_{01j} + js k_{11j} - \\ - s^2 k_{21j}) \dot{R}_{j1}. \quad (25)$$

Здесь  $\dot{R}_{j1}$  — комплексная амплитуда первой гармоники колебаний любого параметра  $\Pi_j$ , входящего в закон регулирования АРВ;  $f_1(\zeta_n)$  — функция, определяющая влияние нелинейности потолочного ограничения силового блока АРВ на 1-ю гармонику  $F_1$ . Аналогично (22) — (25) можно записать уравнения для  $n=2, 3, \dots$

**Влияние несинусоидальности параметров регулирования АРВ и нелинейности потолочного ограничения возбудителя на параметры колебаний  $F_0$  и  $F_1$  на выходе возбудителя.** Для общего случая (рис. 2), когда колебания  $e_{qe2}$  ограничиваются как сверху, так и снизу, и при разных кратностях форсировки  $e_1$  и расфорсировки  $e_2$  в системе регулирования возбуждения по отношению к исходному режиму, вид функций  $f_0(\zeta_n)$  и  $f_1(\zeta_n)$  может быть определен по методам [Л. 4]. Предполагая при  $k=2$

$$e_{qe2} = c_0 + c_1 \cos(st + \varphi_{c1}) + c_2 \cos(2st + \varphi_{c2}), \quad (26)$$

получим:

$$F_{0(k=2)} = \frac{1}{\pi} \left\{ e_1 x_1 + e_2 (x_2 - \pi) + c_0 (x_2 - x_1) + \right. \\ \left. + c_1 (\sin x_2 - \sin x_1) + \frac{c_2}{2} [\sin(2x_2 + \psi) - \right. \\ \left. - \sin(2x_1 + \psi)] \right\}; \quad (27)$$

$$F_{1(k=2)} = \frac{2}{\pi} \left\{ e_1 \sin x_1 + c_0 (\sin x_2 - \sin x_1) + \right. \\ \left. + \frac{c_1}{2} (x_2 - x_1 + \sin x_2 \cos x_2 - \sin x_1 \cos x_1) + \right. \\ \left. + e_2 \sin x_2 \right\} + \frac{2c_2}{\pi} \left\{ \cos \psi (\sin x_2 - \sin x_1) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} (\cos \psi + \sin \psi) [(\sin^3 x_2 - \sin^3 x_1) + \right. \\ \left. + (\cos^3 x_2 - \cos^3 x_1)] \right\}. \quad (28)$$

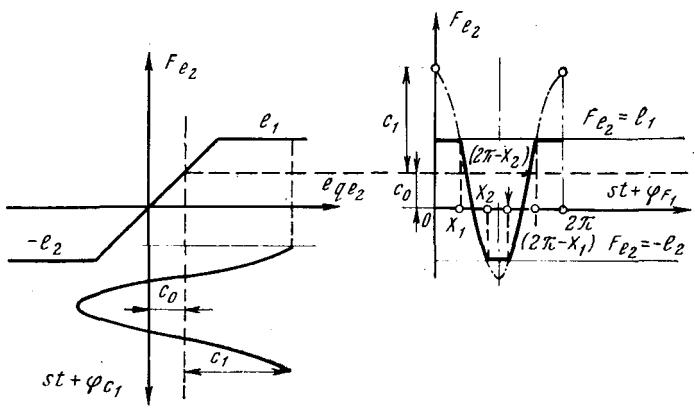


Рис. 2.

Здесь  $\psi = \varphi_{c2} - 2\varphi_{c1}$ ;  $x_1$  и  $x_2$  находятся как решение уравнений

$$\left. \begin{aligned} c_0 + c_1 \cos x_1 + c_2 \cos(2x_1 + \psi) &= e_1; \\ c_0 + c_1 \cos x_2 + c_2 \cos(2x_2 + \psi) &= -e_2, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

решаемых совместно с системой (18) — (25). Выражения  $F_{0(k=1)}$  и  $F_{1(k=1)}$  могут быть получены из (27) и (28) при  $c_2=0$ .

Если колебания э. д. с.  $e_{qe2}$  настолько большие, что они находятся в ограничениях  $e_1, e_2$  как сверху, так и снизу, и при этом  $x_1 \approx x_2 \approx x$  (т. е. кривая  $F_{e2}$  практически вертикальна), то

$$\left. \begin{aligned} F_{0(k=2)} &\approx \frac{1}{\pi} [(e_1 + e_2)x - e_2\pi]; \\ F_{1(k=2)} &\approx \frac{2}{\pi} (e_1 + e_2) \sin x. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

При неучете второй гармоники в  $e_{qe2}$  при тех же условиях, что и (30),

$$F_{0(k=1)} \approx \frac{e_1 - e_2}{2}; \quad F_{1(k=1)} \approx \frac{2}{\pi} (e_1 + e_2), \quad (31)$$

поскольку тогда  $x \approx \pi/2$ . Хотя  $F_{0(k=1)}$  и  $F_{1(k=1)}$  определяются в (31) только потолками форсировки и расфорсировки и не зависят от параметров входного сигнала  $e_{qe2}$ , это не означает, что при одночастотном приближении в случае очень больших колебаний  $e_{qe2}$  на постоянную составляющую  $F_0$  (и равную ей  $\eta_0$ ) и на первую гармонику  $F_1$  не оказывают влияния тип АРВ и его настройка. Именно АРВ, способствуя демпфированию больших колебаний режимных параметров в системе, может в той или иной степени (в зависимости от типа и настройки) уменьшить колебания  $e_{qe2}$  на входе нелинейности настолько, что они уже не могут входить в ограничения.

С учетом (31) можно записать выражения (30) в виде

$$\left. \begin{aligned} F_{0(k=2)} &= F_{0(k=1)} + \Delta F_0 \approx \frac{e_1 - e_2}{2} + \\ &+ \frac{1}{\pi} (e_1 + e_2) \left( x - \frac{\pi}{2} \right); \\ F_{1(k=2)} &= F_{1(k=1)} + \Delta F_1 \approx \frac{2}{\pi} (e_1 + e_2) + \\ &+ \frac{2}{\pi} (e_1 + e_2) (\sin x - 1). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Очевидно, что в случае очень больших колебаний  $e_{q2}$  на входе нелинейности: несинусоидальность сигнала  $e_{q2}$  всегда уменьшает амплитуду 1-й гармоники  $F_1$  выходного сигнала  $F_{e2}$ , поскольку  $(\sin x - 1) < 0$ ; величина добавки, возникающей вследствие несинусоидальности сигналов  $e_{q2}$  на входе нелинейности, существенно зависит от значения  $x$ . Она может быть близка к нулю (при  $x \rightarrow \pi/2$ ), а может быть в предельном случае, при  $x \rightarrow 0$  или  $x \rightarrow \pi$ , довольно велика:

$$|\Delta F_0^{\max}| \approx \frac{e_1 + e_2}{2}; \quad |\Delta F_1^{\max}| \approx \frac{2}{\pi} (e_1 + e_2).$$

Отметим, что без проведения эксперимента или расчета (с учетом гармоник с  $k \geq 2$ ) по уравнениям (10) — (13) для замкнутой системы регулирования невозможно установить реальные значения  $\varphi_{c1}$  и  $\varphi_{c2}$ , а следовательно, и  $x$ ,  $\Delta F_0$ ,  $\Delta F_1$ . Поэтому оценку влияния несинусоидальности сигнала  $e_{q2}$  на входе нелинейности потолочного ограничения возбуждения на правомерность критерия (1) целесообразно провести, сравнивая величины  $\beta_{\vartheta(k=1)}$  и  $\beta_{\vartheta(k=2)}$  (см. ниже результаты эксперимента).

**Влияние АРВ на гармонические составляющие э. д. с.  $e_{q2}$  генератора.** Очевидно, что постоянная составляющая  $\zeta_0 = c_0$  вынужденной (от АРВ) э. д. с.  $e_{q2}$  [определенная в соответствии с (21)] проходит через нелинейное потолочное ограничение силового блока АРВ (возбудителя) и приобретая значение  $F_0 = F_0$ , проходит далее без изменений в э. д. с. генератора  $e_{q2}$ , постоянная составляющая которой  $\eta_0 = b_0$  в соответствии с уравнением (19) равна  $F_0$ . В то же время первая гармоника  $\dot{F}_1$  напряжения на выходе нелинейности (на зажимах возбудителя) преобразуется в вынужденную составляющую первой гармоники  $\dot{\eta}_1$  э. д. с. генератора  $e_{q2}$  (см. уравнение (23)), проходя через инерционное звено, имеющее комплексный коэффициент усиления  $\lambda_2/(js + \lambda_2)$  и отражающее прохождение сигналов от АРВ через обмотку возбуждения синхронной машины:

$$M(js) = \frac{\lambda_2}{js + \lambda_2} = \frac{1}{1 + jsT'_d}. \quad (33)$$

В первой гармонике  $\dot{\eta}_1$  (см. уравнение (23)) имеется также свободная составляющая э. д. с., в которую входит комплексный коэффициент усиления:

$$L'_d(js) = -\frac{js\mu}{js + \lambda_2}. \quad (34)$$

Поскольку при изучении больших колебаний в системе наибольший интерес представляют колебания с собственной частотой, которая для крупных синхронных машин обычно составляет 0,5—1 Гц, то для таких и выше значений  $s$  с учетом того, что величина  $T'_d$  обычно имеет порядок несколько секунд, можно записать из (33) и (34):

$$M(js) \approx -j \frac{\lambda_2}{s}; \quad L'_d(js) \approx -\mu, \quad (35)$$

где обычно  $\lambda_2/s \ll \mu$ . Однако это не означает, что сигналы от АРВ не проходят в первую гармонику  $\dot{\eta}_1$  э. д. с. исследуемого генератора. Расчеты показывают, что свободная (с комплексным коэффициентом усиления  $L'_d(js)$ ) и вынужденная (с ком-

плексным коэффициентом усиления  $M(js)$  составляющие  $\dot{\eta}_1$  есть величины одного порядка, поскольку

$$\left| \frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} \dot{R}'_1 + \frac{U_c}{E_{q02}} y_{23} \dot{s}'_1 \right| \ll |\dot{F}'_1|. \quad (36)$$

Неравенство (36) обычно выполняется для больших колебаний, когда  $a_1$  и  $F_1$  существенны, так как

$$\left. \begin{aligned} |\dot{R}'_1| &\approx \left| \frac{J_0(a_1)}{2} e^{-ka_0} \right| < 1; \\ |\dot{s}'_1| &\approx |J_1(a_1) e^{i\varphi_1} \sin a_0| < 1; \\ y_{23} &< 1; \quad E_1 y_{21} \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (36a)$$

Последнее условие из (36a) соответствует результатам [Л. 1], где показано, что для сохранения внутриподсистемной устойчивости СМ-2 необходимо, чтобы  $E_1 y_{21}$  было мало. С учетом неравенства (36) можно сказать, что несмотря на малый коэффициент усиления  $M(js)$  сигналы от АРВ оказывают существенное влияние на первую гармонику  $\dot{\eta}_1$  э. д. с. генератора, причем расчеты показывают, что, во-первых, влияние АРВ на  $\dot{\eta}_1$  наиболее сказывается в изменении фазы  $\varphi_{b1}$ , а, во-вторых, количественно влияние АРВ на  $\eta_0$  и  $\dot{\eta}_1$  вполне соизмеримо.

**Критерий (1) эффективности АРВ в режиме больших колебаний синхронной машины.** Выражение эквивалентного коэффициента демпфирования  $\beta_0$  в общем случае может учитывать любое количество гармоник  $k$  в разложениях (15) и (17): Разделим все члены (22) на  $T_{J2}$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ -s^2 + js \frac{\beta_2}{T_{J2}} + \frac{E_{q02} E_1 y_{21}}{T_{J2}} \times \right. \\ &\times \sum_{l=-k}^k \left( \frac{\dot{R}_1}{\xi_1} + \frac{\dot{\eta}_l \dot{R}_{1-l}}{\xi_1} \right) + \\ &\left. + \frac{E_{q02} U_c y_{23}}{T_{J2}} \sum_{l=-k}^k \left( \frac{\dot{S}_1}{\xi_1} + \frac{\dot{\eta}_l \dot{S}_{1-l}}{\xi_1} \right) \right\} \xi_1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Полагая, например,  $k=2$  и подставляя  $\dot{\eta}_l$  для  $l=0, 1, -1, 2$  по уравнениям (19), (23) и аналогичным (23) уравнениям для  $\eta_{-1}, \eta_2$ , получим из (37) эквивалентное уравнение 2-го порядка для 1-й гармоники колебаний угла исследуемого генератора СМ-2;

$$\left\{ -s^2 + js\beta_0 + \omega_0^2 \right\} \xi_1 = \frac{\dot{A}_{f(1)}}{a_1 T_{J2}}. \quad (38)$$

Здесь в величину  $\dot{A}_{f(1)}$  — возмущение, создаваемое асинхронным ходом СМ-1 в системе — отнесены все члены уравнения (37) (после подстановки туда  $\dot{\eta}_l$ ), имеющие сомножителем  $E_1$ ; эквивалентные собственная частота и коэффициент демпфирования

$$\begin{aligned} \omega_0^2 + j\beta_0 &= \left( \operatorname{Re} + j \frac{1}{s} \operatorname{Im} \left\{ js \frac{\beta_2}{T_{J2}} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{E_{q02} U_c y_{23}}{T_{J2}} \left[ \frac{\dot{S}_1}{\xi_1} (1 + \eta_0) + \dot{\eta}_1 \frac{\dot{S}_0}{\xi_1} + \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ \eta_{-1} \frac{\dot{S}_2}{\xi_1} + \eta_2 \frac{\dot{S}_{-1}}{\xi_1} - \frac{E_1 y_{21}}{E_{q02}} \times \\ \times \left( L'_d(j\omega) \frac{\dot{R}'_1}{\xi_1} S_0 + L'_d(-j\omega) \frac{\dot{R}'_{-1}}{\xi_1} \dot{S}_2 + \right. \\ \left. + L'_d(j2\omega) \frac{\dot{R}'_2}{\xi_1} \dot{S}_{-1} \right) \Big] \Big\}. \quad (39)$$

В эквивалентных параметрах  $\omega^2_0$ ,  $\beta_3$  учтена возможная несинусоидальность больших колебаний электромагнитных параметров  $e_{qe2}$ ,  $F_{e2}$ ,  $e_{q2}$  в системе возбуждения, возникающая вследствие несинусоидальности режимных параметров в системе и нелинейности потолочного ограничения возбудителя. Отметим это обстоятельство, присвоив  $\beta_3$  нижний индекс  $k=2$  и записав

$$\beta_{3(k=2)} = \frac{\beta_2}{T_{J2}} + \frac{\omega^2_0}{s} \operatorname{Im} \left[ \eta_1 \frac{S_0}{\xi_1} + \eta_{-1} \frac{\dot{S}_2}{\xi_1} + \right. \\ \left. + \eta_2 \frac{\dot{S}_{-1}}{\xi_1} \right] - \frac{U_c E_1 y_{21} y_{23}}{T_{J2}} \times \\ \times \operatorname{Im} \left[ L'_d(j\omega) \frac{\dot{R}'_1}{\xi_1} S_0 + L'_d(-j\omega) \frac{\dot{R}'_{-1}}{\xi_1} \dot{S}_2 + \right. \\ \left. + L'_d(j2\omega) \frac{\dot{R}'_2}{\xi_1} \dot{S}_{-1} \right]. \quad (40)$$

Из  $\beta_{3(k=2)}$  можно получить выражение которое справедливо для одночастного приближения в разложениях (15):

$$\beta_{3(k=1)} = \frac{\beta_2}{T_{J2}} + \frac{\omega^2_0}{s} \operatorname{Im} \left[ \eta_1 \frac{S_0}{\xi_1} + \eta_{-1} \frac{\dot{S}_2}{\xi_1} \right] - \\ - \frac{U_c E_1 y_{21} y_{23}}{T_{J2}s} \operatorname{Im} \left[ L'_d(j\omega) \frac{\dot{R}'_1}{\xi_1} S_0 + \right. \\ \left. + L'_d(-j\omega) \frac{\dot{R}'_{-1}}{\xi_1} S_2 \right]. \quad (41)$$

Расчеты показывают, что силу условий (35) и (36a) составляющая  $\beta_{3(k=1)}$  с коэффициентом  $\frac{U_c E_1 y_{21} y_{23}}{T_{J2}s}$  незначительна и можно ее не учитывать

в качественном анализе. Тогда, подставляя  $\xi_1$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_{-1}$  из выражения (16) и учитывая, что  $S_0 = J_0 \sin a_0$ ,  $S_2 = J_2(a_1) e^{j2\varphi_1} \sin a_0$ , получим

$$\beta_{3(k=1)} \approx \frac{\beta_2}{T_{J2}} + \frac{\omega^2_0}{s} \frac{b_1}{a_1} [J_0(a_1) + \\ + J_2(a_1)] \sin a_0 \sin(\varphi_{b1} - \varphi_1). \quad (42)$$

Отсюда очевидно, что чем больше угол  $\varphi_{b1} - \varphi_1$ , т. е. сдвиг фаз (угол опережения) колебаний э. д. с.  $\eta_1$  по отношению к колебаниям угла  $\xi_1$ , тем лучше условия демпфирования колебаний, оцениваемые по величине  $\beta_{3(k=1)}$  в критерии (1) (в приложении показаны причины возможных ошибок при оценке по критерию (1) эффективности АРВ при больших колебаниях в электрических системах). В этом состоит физический смысл критерия (1). Этот вывод, как показывают результаты эксперимента (рис. 3 и 4), не меняется, если учитывать несинусоидальность изменения параметров режима

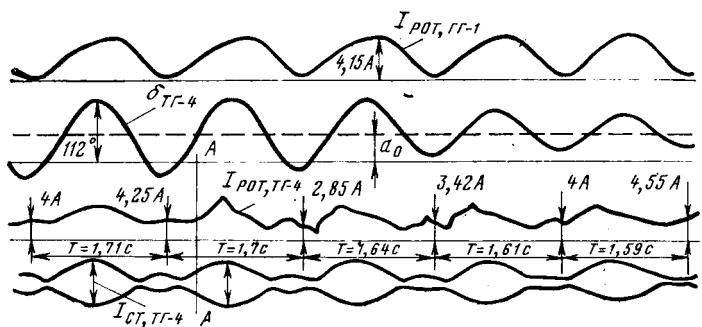


Рис. 3.

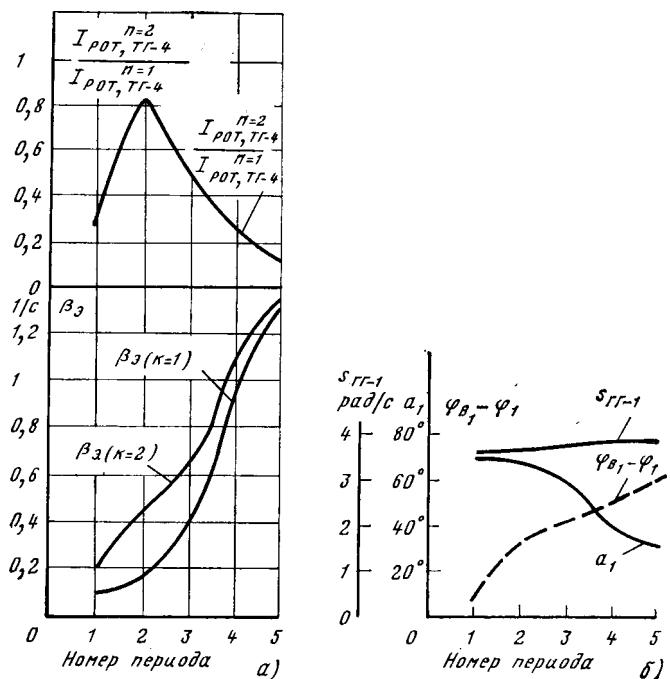


Рис. 4.

и оценивать условия демпфирования колебаний по величине  $\beta_{3(k=2)}$  в критерии (1).

На рис. 3 представлена осциллограмма, полученная на динамической модели МЭИ и показывающая для схемы рис. 1 сначала процесс колебаний (под действием асинхронного хода СМ-1) параметров режима СМ-2 (турбогенератор ТГ-4), при отсутствии АРВ, а затем в момент времени, отмеченный вертикалью  $A-A$ , включение АРВ ( $k_{21} = 0,6 \frac{\text{ед. возб. х.х.}}{\text{ед. тока/с}^2}$ ) на СМ-2 и, как следствие этого, демпфирование колебаний в системе. Рис. 4, представляющий результаты обработки осциллограммы рис. 3 (когда АРВ включается во 2-м периоде), показывает, что несинусоидальность колебаний параметров после включения АРВ довольно существенная (отношение амплитуды 2-й гармоники тока ротора ТГ-4 к амплитуде 1-й гармоники тока ротора ТГ-4  $I_{\text{rot TG-4}}^{n=2}/I_{\text{rot TG-4}}^{n=1}$  достигает значений, близких 1) и это отражается на величине  $\beta_{3(k=2)}$ , рассчитанной по экспериментальным данным  $\eta_1$ ,  $\eta_{-1}$ ,  $\eta_2$ ,  $\xi_1$  осциллограммы рис. 3 по выра-

жению (40). Чем больше отношение  $I_{\text{пот ТГ-4}}^{n=2}/I_{\text{пот ТГ-4}}^{n=1}$ , тем больше  $\beta_{3(k=2)}$  отличается от  $\beta_{3(k=1)}$  (величина  $\beta_{3(k=1)}$  рассчитана по выражению (41)). Однако характер изменения как  $\beta_{3(k=2)}$ , так и  $\beta_{3(k=1)}$  в целом одинаковый и определяется характером изменения угла опережения  $\phi_3 - \phi_1$ , причем чем больше  $\phi_3 - \phi_1$  и больше  $\beta_3$ , тем более эффективно демпфируются колебания (меньше  $a_1$ ). Таким образом, влияние несинусоидальности колебаний параметров режима не приводит к изменению качественных выводов в отношении влияния АРВ на демпфирование колебаний, полученных при одночастотном приближении по критерию (1), даже если эта несинусоидальность довольно существенная.

Повышение запасов внутривидосистемной устойчивости синхронно работающих генераторов при асинхронном ходе в системе путем эффективного демпфирования колебаний с помощью АРВ. Критерий апериодической устойчивости средней точки колебаний, по которому оценивается уровень внутривидосистемной устойчивости синхронно работающих генераторов, определяется условием [Л. 11]:

$$A_n \geq 0 \text{ при } s_{\text{рез}} \approx \omega_3, \quad (43)$$

где свободный член характеристического уравнения  $A_n$  представляет собой сложную функцию различных параметров колебаний, которую трудно проанализировать в общем виде. Для простейшего закона регулирования возбуждения сильного действия

$$W'_{\pi}(p) = -\frac{\lambda_3 \lambda_{4\pi}}{(p + \lambda_3)(p + \lambda_{4\pi})} (k_{0\delta} + k_{1\delta}p + k_{2\delta}p^2)$$

выражение  $A_n$  упрощается:

$$\frac{\partial M_{\text{пост}}}{\partial a_0} + \frac{k_{03}}{E_{\text{пост}}} \frac{\partial M_{\text{пост}}}{\partial F_0} \frac{\partial F_0}{\partial c_0} \geq 0. \quad (44)$$

Величина  $M_{\text{пост}}$ , представляющая после преобразований левую часть уравнения (18), приближенно может быть записана в виде [Л. 8]:

$$M_{\text{пост}} \approx (1 + F_0) E_{q02} [U_c y_{23} J_0(a_1) \sin a_0 + E_1 y_{21} J_1(a_1) \sin(a_0 + \varphi_1)]. \quad (45)$$

Из (44) с учетом (45) получим:

$$U_{c_2} y_{23}(a_1) \left[ (1 + F_0) E_{q_{02}} \cos a_0 + k_{03} \sin a_0 \frac{\partial F_0}{\partial c_0} \right] + \\ + E_{c_2} y_{21} J_1(a_1) \left[ (1 + F_0) E_{q_{02}} \cos(a_0 + \varphi_1) + \right. \\ \left. + k_{03} \sin(a_0 + \varphi_1) \frac{\partial F_0}{\partial c_0} \right] \geq 0, \quad (46)$$

причем здесь в силу последнего условия (36а), второе слагаемое обычно много меньше первого. Отсюда можно сделать следующий вывод. Влияние АРВ на внутриподсистемную устойчивость будет тем больше, чем ближе  $\partial F_0 / \partial c_0$  к единице, т. е. чем меньше действие нелинейности потолочного ограничения возбудителя; если не учитывать влияние этой нелинейности (т. е. считать  $\partial F_0 / \partial c_0 = 1$ ), то это приведет к завышенной оценке эффективности АРВ и уровня внутриподсистемной (результирующей) устойчивости. Уровень устойчивости между *СМ-2* и *СМ-3* будет тем выше, чем меньше амплитуда  $a_1$  1-й гармоники колебаний угла  $\delta_2$  ротора *СМ-2*, т. е. чем лучше демпфируется 1-я гармоника колебаний угла ротора.

Этот вывод подтверждается результатами расчета на ЦВМ (расчет проведен методом Ньютона по уравнениям (18)–(25) с учетом нелинейности потолочного ограничения возбудителя), представленными на рис. 5 (схема рис. 1,  $\delta_{23(0)} \approx 52^\circ$ ,  $E_1 = 0,65$ ;  $y_{23} = 0,292$ ;  $y_{21} = 0,086$ ) для двух вариантов настройки АРВ сильного действия ( $T_e = 0,1$  с;  $T_p = 0,05$  с). Кривые 1 и 1' соответствуют первой настройке:

$$k_{0u} = 37,5 \frac{\text{ед. возб. х.х.}}{\text{ед. напр.}};$$

$$k_{1\delta} = 0; \quad k_{2\delta} = 1,5 \frac{\text{ед. возб. х.х.}}{1/c^2};$$

кривые  $2$  и  $2'$  соответствуют второй настройке:

$$k_{0u} = 37,5 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{\text{ед. напр.}};$$

$$k_{1\delta} = 0,5 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{1/\text{с}};$$

$$k_{2\delta} = 1,5 \frac{\text{ед. возб. х. х.}}{1/c^2}.$$

Очевидно, что для второй настройки большее эквивалентный коэффициент демпфирования  $\beta_n$  и большее значение  $A_n$ . В результате при заданном уровне возмущения от асинхронного хода для 2-го варианта настройки АРВ условие (43) выполняется; и внутриподсистемная устойчивость параллельной работы  $CM-2-CM-3$  сохраняется, а для первой настройки условие (43) не выполняется, и происходит нарушение устойчивости параллельной работы  $CM-2-CM-3$  на резонансной частоте  $s \approx 4$  1/с.

Таким образом, требования к АРВ по критерию (1), обеспечивающему наиболее эффективное демпфирование колебаний, совпадают с требованиями к АРВ по условию (43) поддержания внутриподсистемной устойчивости.

Расчет (см. таблицу) также показал, что АРВ, его тип и настройка, влияют как на постоянную составляющую  $\eta_0$ , так и на первую гармонику  $\eta_1$  э. д. с.  $e_{q2}$  генератора, даже при вхождении напряжения  $e_{qez}$  в потолочное ограничение возбудителя. В таблице представлены параметры колебаний для двух вариантов настроек АРВ, указанных выше, при частоте (скольжении  $CM-1$ ), близкой к резонансной, для обоих вариантов,  $s=4,2$  1/с и всех условиях рис. 5.

По данным таблицы можно оценить, что изменение настройки АРВ при всех прочих равных

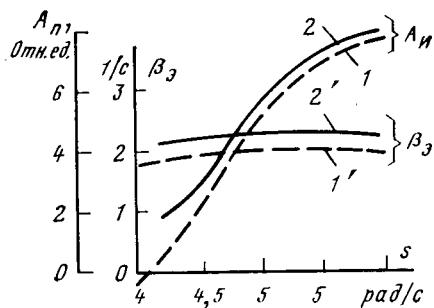


Рис. 5.

Таблица

Вариант	$a_0$	$a_1$	$\varphi_1$	$c_0$	$c_1$	$F_0 = \tau_0$	$F_1$	$\dot{\eta}_1$	$\beta_3, 1/c$	$\lambda_n$
1	66°	60,1°	-165°	0,165	4,41	0,12	4,255	$0,0286e^{j148^{\circ}10'}$	1,95	0,95
2	63,4°	59,35°	-142°	0,136	4,43	0,0977	4,269	$0,034e^{j176^{\circ}40'}$	2,158	1,72

условиях вызывает следующие изменения гармонических составляющих э. д. с. генератора:  $\Delta\eta_0 = -0,0223$ ;  $\Delta\eta_1 = 0,0164e^{j52^{\circ}30'}$ , причем изменение  $\Delta\eta_1$  происходит в основном за счет изменения его фазы. Отметим, что данные расчета таблицы и рис. 5 (для резонансных частот) соответствуют таким колебаниям на входе нелинейности, которые входят в ограничение как «сверху», так и «снизу» ( $e_1 = -e_2 = 4$ ;  $c_1 + c_0 > e_1$ ;  $c_1 - c_0 > |e_2|$ ).

**Выводы.** 1. Критерий, основанный на оценке эквивалентного коэффициента демпфирования в зоне резонансных частот, определяет эффективность работы АРВ по демпфированию электромеханических колебаний в системе и повышению запасов внутриподсистемной (результатирующей) устойчивости при асинхронном ходе в системе.

2. Эквивалентный коэффициент демпфирования теоретически может учитывать любое число гармоник в э. д. с. Однако необходимость учета несинусоидальности параметров регулирования АРВ и э. д. с. должна рассматриваться как уточнение (второе приближение) результатов и выводов, полученных при одночастотном приближении.

3. Неучет влияния нелинейности потолочного ограничения возбудителя на оценку эффективности работы АРВ при больших колебаниях приводит к завышенной оценке эффективности АРВ и уровня устойчивости.

4. Причиной возможных ошибок оценки эффективности работы АРВ при больших колебаниях режимных параметров в системе может быть неправильная оценка величины колебаний на входе нелинейности потолочного ограничения возбудителя и величины коэффициента гармонической линеаризации этой нелинейности.

**Приложение.** При оценке эффективности АРВ при больших колебаниях режимных параметров по критерию (1) можно воспользоваться для эквивалентного коэффициента демпфирования  $\beta_3$  выражениями (40) и (41), а можно, подставляя выражения  $\dot{\eta}_1$  по (23) с учетом (24) и (25), получить [Л. 1]

$$\beta_3 (k=1) = \frac{\omega_0^2}{s} \left\{ \left( \frac{2J_1(a_1)}{a_1} \right)^2 [-\operatorname{Im} L_d(j\omega) \sin^2 a_0 - \operatorname{Im} L_q(j\omega) \cos^2 a_0] + \frac{2J_1(a_1)}{a_1} \sin a_0 \operatorname{Im} Y(j\omega) \right\}, \quad (\text{П-1})$$

где  $Y(j\omega)$  — частотная характеристика, отражающая действие АРВ:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{E_{q02}} qM(j\omega) \sum_j W'_{\pi j}(j\omega) \frac{\dot{\Pi}_{j1}}{\xi_1}; \quad (\text{П-2})$$

$$q = F_1/c_1 \quad (\text{П-3})$$

— коэффициент гармонической линеаризации, отражающий влияние нелинейности типа «ограничение» в силовом блоке АРВ на 1-ю гармонику колебаний;  $\sum W'_{\pi j}(j\omega)$  — частотная

характеристика линейной части АРВ по параметру  $\Pi_j$ , например,

$$\sum_j W'_{\pi j}(j\omega) = \frac{1}{1 + T_e j\omega} \frac{1}{1 + T_p j\omega} (k_{0\pi j} + jsk_{1\pi j} - s^2 k_{2\pi j}). \quad (\text{П-4})$$

С учетом (П-2)

$$\beta_3 (k=1) = \frac{2J_1(a_1)}{a_1} \sin a_0 \frac{1}{E_{q02}} qM(j\omega) \times \sum_j W'_{\pi j}(j\omega) \frac{\dot{\Pi}_{j1}}{\xi_1}. \quad (\text{П-5})$$

При увеличении амплитуды колебаний  $c_1$  на входе нелинейности коэффициент  $q$  уменьшается [Л. 9]. На основании этого иногда [Л. 3] делается вывод о том, что поскольку в пределе при больших колебаниях  $c_1 \rightarrow \infty$ , то  $q \rightarrow 0$  и  $\beta_3 (k=1) \rightarrow 0$ , т. е. эффективность АРВ при больших колебаниях в электрической системе равна нулю. Однако, как показывают исследования, такой предельный переход и соответствующий вывод несправедливы, поскольку коэффициент  $q$  не бывает равным нулю.

Действительно, при сильном ограничении как сверху, так и снизу, подставляя в (П-3) выражение  $F_{1(k=1)}$  из (31) получим:

$$q \approx \frac{2(c_1 + e_2)}{\pi c_1}.$$

Оценим теперь, каковы могут быть максимальные значения  $c_1$ . Амплитуда первой гармоники колебаний на входе нелинейности определяется из (25) с учетом  $\xi_1$  по выражению (16) и обозначения (П-4):

$$c_1 = \frac{1}{E_{q02}} a_1 \left| \sum_j W'_{\pi j}(j\omega) \frac{\dot{\Pi}_{j1}}{\xi_1} \right|. \quad (\text{П-6})$$

Очевидно, что  $c_1$  тем больше, чем больше амплитуда угла  $a_1$  и чем больше модуль частотной характеристики в (П-6). Наибольшие амплитуды колебаний  $a_1$  появляются при критических возмущениях и малых исходных режимах СМ-2 и не могут быть, как показывают расчеты, больше 1,5—1,8 отн. ед., поскольку при увеличении возмущения смещается в сторону увеличения также  $a_0$  — постоянная составляющая колебаний угла (до  $a_0 \approx \pi/2$ ), кроме того, приближенно всегда при условии сохранения внутриподсистемной устойчивости

$$a_0 + a_1 \leq \pi - \delta_{23(0)}.$$

Частотная характеристика в (П-6) определяется структурой АРВ. Если, например, АРВ сильного действия для СМ-2 осуществляет регулирование по  $\Delta U_r$ ,  $r\delta$ ,  $r^2\delta$ , то, как показали расчеты,

$$\left| \sum_j W'_{\pi j}(j\omega) \frac{\dot{\Pi}_{j1}}{\xi_1} \right| = \left| W'_{U_r}(j\omega) \frac{\dot{U}_{r1}}{\xi_1} + W'_{\delta}(j\omega) \right| \leq 10 \text{ ед. возб.} \quad (\text{П-7})$$

Здесь

$$W'_{U_r}(j\omega) \approx \frac{1}{1 + T_e j\omega} \frac{1}{1 + T_p j\omega} k_{0U};$$

$$W'_{\delta}(j\omega) \approx \frac{1}{1 + T_e j\omega} \frac{1}{1 + T_p j\omega} (jsk_{1\delta} - s^2 k_{2\delta}).$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

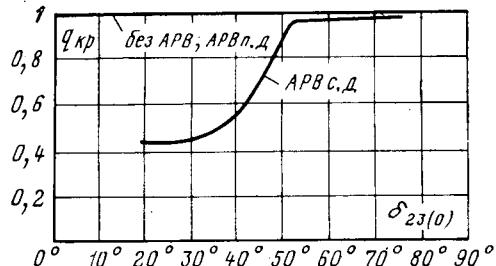


Рис. 6.

В выражении (П-7) важно учесть, что частотные характеристики  $W'_{\pi_j}(js)$  по параметрам регулирования  $\Pi_j$  и амплитуды  $\dot{\Pi}_j$  есть векторы в комплексной плоскости,  $\sum_{j=1}^l W'_{\pi_j}(js)$  —

сумма векторов. С учетом сказанного  $c_1 \leq 15-18$ . Отсюда  $q \geq 0,15 \div 0,3$ , так как обычно  $e_1 = e_2 \approx 2 \div 4$ .

На рис. 6 по результатам расчета (схема рис. 1,  $y_{23} = -0,292$ ;  $y_{21} = 0,086$ , для АРВ сильного действия — настройка, как для кривых 1, 1' на рис. 5) построена зависимость  $q_{\text{кp}}(\delta_{23(0)})$ , где  $q_{\text{кp}}$  — коэффициент  $q$  для наибольших колебаний режимных параметров, которые возникают при критических возмущениях и резонансных частотах;  $\delta_{23(0)}$  — исходный режим СМ-2. Очевидно, что коэффициент  $q$  для критических условий, а тем более его величина для меньших колебаний, не превращается в нуль во всем диапазоне исходных режимов системы.

[07.01.80]



УДК 621.315.05.001.5

## Некоторые результаты анализа комбинированной электропередачи

ОРЕЛОВИЧ Л. С.

Энергосетьпроект

В последние годы усложнились требования к воздушным и кабельным линиям электропередачи. Это, в свою очередь, стимулировало исследовательские работы как в области совершенствования существующих способов электропередачи, так и поиска принципиально новых путей. Одно из возможных технических решений изложено в данной статье, целью которой является описание некоторых результатов анализа комбинированной электропередачи, дающей возможность осуществлять передачу энергии постоянным и переменным током по одной и той же трехпроводной линии.

Рассмотрим результирующее напряжение, полученное в результате сложения двух напряжений, каждое из которых образовано путем однофазного двухполупериодного выпрямления синусоидальных переменных напряжений, изменяющихся во времени с одинаковой амплитудой и частотой (рис. 1). Если фазовый сдвиг между составляющими напряжениями равен  $180^\circ$  или кратен периоду изменения переменного тока, то результирующее напряжение равно нулю:

$$|u_{1m} \sin \omega_1 t| - |u_{2m} \sin \omega_2 t| = 0$$

при  $u_{1m} = u_{2m}$  и  $\omega_1 = \omega_2$ .

Здесь  $u_{1m}$  и  $u_{2m}$  — амплитуды складываемых напряжений,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — угловые частоты складываемых напряжений. Во всех прочих случаях результирующее напряжение не равно нулю.

Недостатками биполярных электропередач выпрямленного тока является сложность и высокая стоимость преобразовательных устройств и искажения синусоидальной формы напряжения у потребителей. Кроме того, если электропередачи переменного синусоидального тока в идеале не излучают в эфир на частотах высших гармонических составляющих, то электропередачи выпрямленного тока излучают в эфир и на частотах высших гармоник.

Рассмотрим случай электрически асимметричной трехполюсной электропередачи выпрямленного синусоидального напряжения, причем для простоты положим  $u_{1m} = u_{2m} = 1$ ;  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,  $\omega t = x$ .

Тогда сумма выпрямленных напряжений  $u_p = |\sin x| + |\sin(x + \alpha)|$ , где  $u_p$  — результирующее напряжение;  $\omega$  — главная частота выпрямленного напряжения;  $\alpha$  — фазовый угол сдвига между напряжениями, приложенными к каждому из двух выпрямителей;  $t$  — время.

Конкретным примером такой асимметрии может быть случай, когда реактивное сопротивление одно-

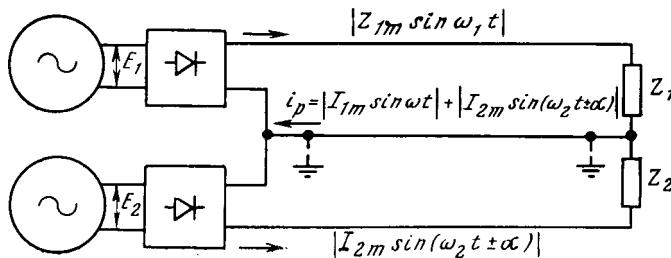


Рис. 1.

го из полюсов электропередачи не равно реактивному сопротивлению другого полюса. В частном случае, при  $|\alpha|=270^\circ$ , получим:

$$u_p = |\sin x| - |\cos x|.$$

Разложим эту функцию в ряд Фурье:

$$u_p = \frac{8}{\pi} \left( \frac{\cos 2x}{1.3} + \frac{\cos 6x}{5.7} + \frac{\cos 10x}{9.11} + \dots \right).$$

Как видно из этого выражения, основной гармоникой в этом случае является вторая, а гармоники высших порядков, за исключением 6-й, 10-й и т. д., вообще  $(2+4n)$ -го порядка (здесь  $n$  — любое число, включая нуль), отсутствуют. Отсутствует также и постоянная составляющая выпрямленного тока.

Пренебрегая гармониками высших порядков по сравнению со второй из-за их малости, можно написать:

$$u_p \approx \cos 2x. \quad (1)$$

Здесь амплитудное значение основной гармоники составляет 85% максимального значения выпрямляемого напряжения; сумма амплитудных значений всех остальных гармоник 15%.

Пренебрегая гармониками высших порядков, мы допускаем абсолютную погрешность в определении величины функции (напряжения) в 15% или относительную погрешность  $\Delta=0,175$ . Анализируемое напряжение не является строго синусоидальным, поскольку гармоники высших порядков приводят к некоторому его искажению, в большинстве случаев несущественному. При индуктивном характере нагрузки переменного тока (трансформатор) гармонические составляющие напряжения высших порядков подавляются. В самом деле, падение напряжения в каждой из полуобмоток трансформатора  $\Delta u = i \omega_n L$ , где  $i$  — ток первичной обмотки трансформатора;  $\omega_n$  — круговая частота  $n$ -й гармоники;  $L$  — индуктивность полуобмотки трансформатора. Переменное напряжение  $n$ -й гармоники, приложенное к трансформатору,  $u = E - \Delta u$ , где  $E$  — э. д. с. источника;  $\Delta u$  — падение напряжения в полуобмотке трансформатора. Как видно из этого выражения, при индуктивном характере нагрузки переменного тока гармонические составляющие высших порядков напряжения, приложенного к трансформатору, уменьшаются и форма переменного напряжения еще более приближается к синусоидальной.

При  $|\alpha|=90^\circ$   $u_p = |\sin x| + |\cos x|$ . Разложение этой функции в ряд Фурье дает следующий ре-

зультат:

$$u_p = \frac{4}{\pi} - \frac{8}{\pi} \left( \frac{\cos 4x}{3.5} + \frac{\cos 8x}{7.9} + \frac{\cos 12x}{11.13} + \dots \right). \quad (2)$$

Если в схеме на рис. 1 напряжения, приложенные к каждому из выпрямителей, сдвинуть относительно друг друга на  $90^\circ$ , то результирующее напряжение на нагрузке, включенной между крайними полюсами, определится выражением (1), поскольку выпрямители включены встречно и суммарный угол рассогласования напряжений на нагрузке  $\alpha=270^\circ$ .

К нагрузке, включенной в средний провод, будет приложено напряжение, определяемое выражением (2), поскольку напряжения выпрямителей и токи, протекающие в среднем проводе, складываются, и угол рассогласования между напряжениями  $\alpha=90^\circ$ .

Таким образом, при сдвиге по фазе напряжений, имеющих рассматриваемую электропередачу, на  $90^\circ$  через нагрузку, включенную между крайними проводами линии, потечет переменный ток, а в среднем проводе потечет постоянный (выпрямленный) ток. Это дает возможность по одной и той же трехпроводной линии передавать переменный и постоянный токи. Такие линии принято называть комбинированными линиями электропередачи пульсирующего тока [Л. 1].

Следует отметить, что при ограниченных мощностях источников питания и при различных соотношениях нагрузок переменного и постоянного тока значения напряжений, приложенных к элементам схемы, будут изменяться, поскольку токи в ветвях схемы и напряжения в ее узлах распределяются по законам Кирхгофа. В частности, при обрыве среднего провода постоянный ток электропередачи равен нулю, а переменный ток — максимальному значению. При нагрузке среднего провода, равной нулю (режим короткого замыкания), постоянный ток будет максимальным, а переменный — минимальным.

Чем больше мощность источников питания, тем меньше соотношения сопротивлений нагрузки влияют на токи и напряжения в элементах схемы. При источниках питания бесконечной мощности распределение токов, напряжений и мощностей в элементах схемы практически определяются только мощностью нагрузки.

С помощью аналогичных схем можно получить и трехфазную систему. Кроме того, многофазную систему переменного напряжения можно получить из рассмотренной схемы путем подключения нагрузки переменного тока ко вторичным обмоткам приемных трансформаторов через преобразователи числа фаз.

Сравнительная оценка технико-экономической эффективности рассматриваемой электропередачи с электропередачами переменного трехфазного и выпрямленного токов (например, по двухполупериодной трехфазной схеме) дает следующие результаты. При двухполупериодном выпрямлении по схеме Ларионова получим следующие мгновенные

значения напряжения и тока, передаваемого по двухпроводной линии:

$$u=1,5U_m+0,232|\cos 3\omega t|U_m;$$

$$i=1,5I_m+0,232|\cos 3\omega t|I_m,$$

где  $U_m$ ,  $I_m$  — амплитудные значения напряжения и тока;  $\omega$  — угловая частота выпрямленного переменного тока.

При выпрямлении переменного тока по приведенной на рис. 1 схеме  $u=U_m+0,414|\sin 2\omega t|U_m$ ,  $i=I_m+0,414|\sin 2\omega t|I_m$ .

Мгновенные значения переменного напряжения и тока, протекающего в рассматриваемой электропередаче:

$$u=U_m(|\sin \omega t| - |\cos \omega t|);$$

$$i=I_m(|\sin \omega t| - |\cos \omega t|).$$

Потери в электропередачах на излучение можно оценить как потери в изоляции, работающей в переменном электрическом поле, по выражению [Л. 2]:

$$\Delta P=\omega CU \operatorname{tg} \delta,$$

где  $\omega=2\pi f$  — угловая частота переменного тока;  $C$  — ёмкость изоляции;  $U$  — напряжение, приложенное к изоляции;  $\operatorname{tg} \delta$  — тангенс угла диэлектрических потерь изоляции.

При сравнительной оценке электропередач различного типа в дальнейшем для простоты значения  $\omega$ ,  $C$ ,  $U$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  принимаются одинаковыми.

Для трехфазной линии электропередачи

$$\Delta P_3=3\omega CU^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (3)$$

Для двухпроводной электропередачи выпрямленного тока с выпрямлением по схеме Ларионова (для переменной составляющей), ограничиваясь для сравнительной оценки первым членом разложения, получим:

$$\Delta P_2 \approx 0,5\omega CU^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Суммарные потери на излучение в трехфазной линии переменного тока и в линии тока, выпрямленного по схеме Ларионова,

$$\Delta P_2 = \Delta P_3 + \Delta P_2 = 3,5\omega CU^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (4)$$

В случае комбинированной электропередачи по рассматриваемой схеме потери на излучение для двухпроводной линии переменного тока

$$\Delta P_2 \approx 3,4\omega CU^2 \operatorname{tg} \delta,$$

если ограничиться первым членом разложения. Для переменной составляющей выпрямленного тока (однопроводная линия)  $\Delta P_1 \approx 0,12\omega CU^2 \operatorname{tg} \delta$ . Суммарные потери на излучение  $\Delta P = \Delta P_2 + \Delta P_1 \approx 3,52CU^2 \operatorname{tg} \delta$ .

Таким образом, потери на излучение в комбинированной электропередаче будут больше потерь в электропередачах переменного и постоянного тока на 0,05%.

По сравнению с линией трехфазного переменного тока эти потери в комбинированной электропередаче будут больше на 17%. Для того, чтобы сделать линии равносценными по потерям на излучение, достаточно напряжение комбинированной электропередачи снизить на 4%, или уменьшить ее поперечную ёмкость на 17%, что существенных затруднений не вызывает.

Для линий переменного тока с максимальной мощностью, близкой к натуральной, потери в линии  $\Delta P_1 \approx 1,5I_m^2 r_1$ ; при передаче энергии постоянным током потери в линии  $\Delta P_0 = 2I_0^2 r_0$ ; здесь  $I_m$  — амплитудное значение переменного тока;  $I_0$  — постоянный ток;  $r_1$  и  $r_0$  — сопротивления линий переменного и постоянного тока соответственно [Л. 1].

Для линии постоянного тока, выпрямленного по схеме Ларионова,  $I_0 = 1,65I_m$  [Л. 3], тогда  $\Delta P_0 = 5,4I_m^2 r_0$ . Суммарные потери в трехфазной линии переменного тока и в двухпроводной линии выпрямленного тока по схеме Ларионова (при  $r_1 = r_0 = r$ )  $\Delta P_{12} = \Delta P_1 + \Delta P_0 = 6,9I_m^2 r$ .

Мощность трехфазной электропередачи переменного тока  $P_1 = 3U_m I_1 \cos \varphi = 1,5U_m I_m \cos \varphi$ . Мощность двухпроводной электропередачи выпрямленного по схеме Ларионова тока  $P_{10} = 2U_0 I_0 = 5,4U_m I_m$ . Суммарная мощность традиционных линий электропередачи переменного и постоянного тока:  $P_{12} = P_1 + P_{10} = (1,5 \cos \varphi + 5,4)U_m I_m$ . При  $\cos \varphi = 1$ ,  $P_{12} = 6,9U_m I_m$ . Относительные потери (потери на единицу передаваемой мощности) для линий трехфазного переменного тока (при  $\cos \varphi = 1$ ), для линий выпрямленного тока по схеме Ларионова и суммарные относительные потери в этих линиях равны  $(I_m \cdot r) / U_m$ .

Здесь везде для простоты принимается, что амплитудные значения выпрямляемых напряжений и токов равны амплитудным значениям напряжений и токов трехфазной электропередачи.

Для комбинированных электропередач по рассматриваемой схеме (рис. 1) потери в цепи переменного тока  $\Delta P_2 = 2I_2^2 r_2 = I_m^2 r_2$ . Постоянная составляющая тока в таких линиях  $I_{20} = 1,264I_m$ . Потери в линии от постоянного тока  $\Delta P_{20} = I_{20}^2 r_0 = 1,6I_m^2 r_0$ .

Суммарные потери в комбинированной электропередаче от переменной и постоянной составляющих (при  $r_2 = r_0 = r$ )  $\Delta P_{22} = \Delta P_2 + \Delta P_{20} = 2,6I_m^2 r$ .

Мощность переменного тока комбинированной электропередачи  $P_2 = 2UI \cos \varphi = U_m I_m \cos \varphi$ .

Мощность постоянного тока комбинированной электропередачи  $P_{20} = 2U_0 I_0 = 3,2U_m I_m$ .

Суммарная мощность комбинированной электропередачи (при  $\cos \varphi = 1$ )  $P_{22} = 4,2U_m I_m$ .

Относительные потери для комбинированных электропередач по рассматриваемой схеме равны  $(0,52I_m \cdot r) / U_m$ .

Таким образом, относительные потери в рассматриваемой комбинированной электропередаче почти вдвое меньше, чем потери в традиционных электропередачах переменного или постоянного тока. В то же время капитальные и эксплуатационные затраты на комбинированные электропередачи значительно меньше, чем на электропередачи переменного и постоянного тока, проходящие в одном и том же направлении.

Достоинством рассматриваемой комбинированной электропередачи является также отсутствие необходимости в специальных трансформаторах и других аппаратах. Она может быть реализована на оборудовании, серийно выпускаемом промышленностью.

Приведенное технико-экономическое сопоставление электропередач различных типов является

ориентировочным. В каждом конкретном случае оно может дать иные результаты, что зависит от конструктивных особенностей электропередач, их эксплуатационных характеристик и других параметров. Так, для сравнения была принята электропередача выпрямленного тока по схеме Ларионова. Если для сравнения принять схему многофазного выпрямления, то потери на излучение в такой электропередаче окажутся меньше, а в линии — больше, сама электропередача — дороже.

Как видно из выражений для потерь на излучение, при повышении номинального напряжения и габаритов комбинированной электропередачи ее эффективность снижается, поэтому, видимо, оптимальная область применения электропередач такого рода ограничивается сравнительно невысокими напряжениями, т. е. ее целесообразно применять в распределительных электрических сетях, для питания электротяги железнодорожного и городского транспорта, для внутреннего энергоснабжения крупных предприятий, в системе собственных нужд электростанций и т. д.

Запишем выражение для  $u_p$  при  $\alpha \neq 90^\circ$  (общий случай):

$$u_p = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\cos 2\omega t - \cos 2(\omega t \pm \alpha)}{1 \cdot 3} + \right. \\ \left. + \frac{\cos 6\omega t - \cos 6(\omega t \pm \alpha)}{5 \cdot 7} + \right. \\ \left. + \frac{\cos 10\omega t - \cos 10(\omega t \pm \alpha)}{9 \cdot 11} + \dots \right]. \quad (5)$$

Как видно из этого выражения, основной частотой и в этом случае остается  $2\omega$ , а постоянная составляющая отсутствует. Математический анализ рассматриваемой функции методом разложения ее в ряд Фурье не дает достаточно наглядного представления о ее форме и закономерностях изменения в общем случае, т. е. при значениях угла  $\alpha$  в пределах от нуля до  $90^\circ$ . Во всяком случае, подробный анализ этого ряда является достаточно сложной и громоздкой задачей.

Чтобы проанализировать свойства функции более детально, проведем следующие преобразования. Согласно теореме Ролля, непрерывная монотонная функция принимает экстремальные значения на участках своего изменения между точками, в которых эта функция обращается в нуль. Найдем эти точки, приравнивая функцию нулю:  $u_p = |\sin \omega t| - |\sin(\omega t - \alpha)| = 0$ . На участках изменения аргумента от 0 до  $\alpha$ , от  $\alpha$  до  $\pi$ , от  $\pi$  до  $(\pi + \alpha)$  и т. д. разность абсолютных значений функций будет равна сумме или разности самих функций, например,

$$||\sin \omega t| - |\sin(\omega t - \alpha)||_0^\pi = \sin \omega t + \sin(\omega t - \alpha);$$

$$||\sin \omega t| - |\sin(\omega t - \alpha)||_\alpha^\pi = \sin \omega t - \sin(\omega t - \alpha).$$

Используя это свойство, найдем значения аргумента, при которых функция обращается в нуль:

$$\omega t_{on} = n \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2},$$

где  $n$  — любое целое число, включая нуль.

Подставляя значения  $\omega t_{on}$  в выражение (5), убедимся, что ряд при этом обращается в нуль.

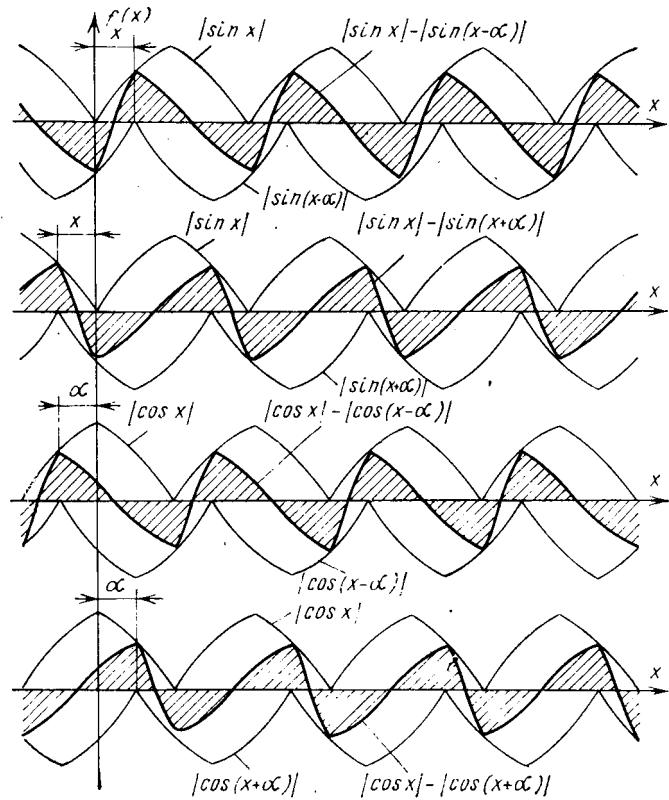


Рис. 2.

Определяя экстремальные значения функции на участках изменения аргумента от  $\omega t_{01}$  до  $\omega t_{02}$ , от  $\omega t_{02}$  до  $\omega t_{03}$  и т. д., найдем, что функция монотонно возрастает от  $u_p = -\sin \alpha$  до  $u_p = \sin \alpha$  на участке изменения аргумента от  $\omega t = 0$  до  $\omega t = \alpha$ , принимая нулевое значение в точке  $\omega t = \alpha/2$ , и монотонно убывает на участке изменения аргумента от  $\omega t = \alpha$  до  $\omega t = \pi$  от  $\sin \alpha$  до  $-\sin \alpha$ , принимая нулевое значение при значении аргумента  $\omega t = \pi/2 + \alpha/2$ . При дальнейшем увеличении аргумента график изменения функции периодически повторяется (см. рис. 2).

Таким образом, значения  $\mp \sin \alpha$  являются экстремальными значениями функции.

Аналогичным образом анализируется и функция  $u_p = |\sin \omega t| - |\sin(\omega t + \alpha)|$ , для которой  $\mp \sin \alpha$  — также экстремальные значения.

Следует отметить, что производные в точках экстремального значения функции отсутствуют; это объясняется изломом функции. Таким образом, функция является равномерно непрерывной при изменении аргумента от  $-\infty$  до  $+\infty$  и монотонной на участках ее изменения между соседними экстремальными значениями.

Колебания, описываемые исследуемой функцией, существенно отличаются как от синусоидальных колебаний, так и от пульсаций выпрямленного тока, за исключением случая  $\alpha = 90^\circ$ .

Из рассмотрения графика функции следует, что устройство, реализующее данный принцип, может быть использовано для удвоения и, вообще, умножения частоты переменного тока, что требуется, например, в установках питания скоростных асинхронных и синхронных электрических машин. Схе-

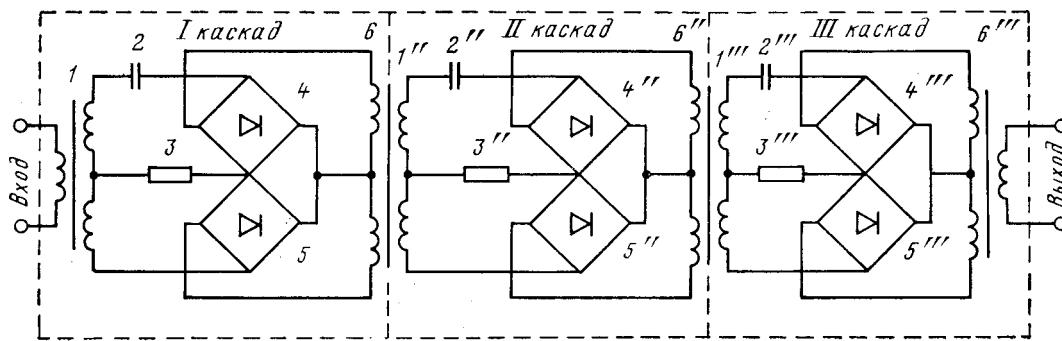


Рис. 3.

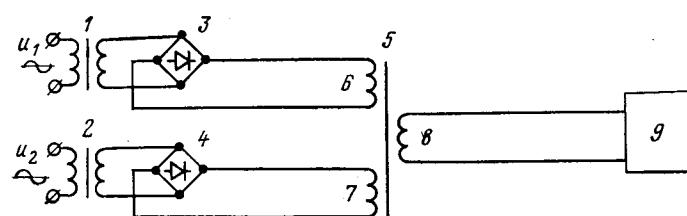


Рис. 4.

ма одного из устройств для умножения частоты, построения на изложенном принципе, приведена на рис. 3. В каждом каскаде этого устройства имеются два выпрямительных моста 4 и 5, к которым подведены переменные напряжения вторичных обмоток трансформаторов 1, сдвинутые по фазе одно относительно другого на  $90^\circ$  с помощью конденсатора 2 и сопротивления 3. На выходе каждого каскада к первичным обмоткам выходных трансформаторов 1'', 1''' и т. д. подводится напряжение, частота которого вдвое больше частоты входного напряжения. Например, при трех каскадах преобразования входная частота  $f$  преобразовывается в выходную частоту  $8f$ . Вообще частота входного напряжения  $f$  преобразуется в выходное напряжение с частотой  $2^n \cdot f$ , где  $n$  — число каскадов преобразования. В импульсной технике может быть получен генератор импульсов, форма и амплитуда которых может быть изменена в широких пределах.

Поскольку амплитуда получаемых импульсов пропорциональна синусу угла рассогласования двух синусоидальных напряжений, их можно использовать в фазоизмерительных устройствах при повышенной точности измерения угла, так как

УДК 621.315.1.064

## Движение проводов расщепленной фазы воздушной линии при коротких замыканиях

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., ПОЛЕВОЙ А. И., ПОЛОВОЙ И. Ф.

Ленинградский политехнический институт

Опыт эксплуатации выключателей в электропрерывателях высокого и сверхвысокого напряжения показывает, что наиболее тяжелым режимом работы

остроугольный импульс дает возможность измерить его амплитуду с большей точностью, чем обычный синусоидальный импульс. Одна из возможных схем такого устройства приведена на рис. 4. Выходное напряжение обмотки 8 трансформатора 5 имеет амплитуду, пропорциональную синусу угла рассогласования напряжений  $u_1$  и  $u_2$ , подведенных к входным трансформаторам 1 и 2 устройств.

Эта амплитуда измеряется прибором 9, по показаниям которого можно судить о разности фаз сравниваемых напряжений.

Оценить все возможности практического применения установленных закономерностей не представляется возможным, однако их теоретический анализ, по нашему мнению, сам по себе представляет интерес.

**Выводы.** 1. С помощью комбинированной электропрерывателей может быть осуществлено питание по одной и той же трехпроводной линии нагрузки переменного и постоянного тока, без применения каких-либо специальных трансформаторов или других нестандартных устройств.

2. Форма переменного напряжения комбинированной электропрерыватели близка к синусоидальной, а выпрямленное напряжение — к форме выпрямленного напряжения по трехфазной схеме.

3. Потери на излучение комбинированной электропрерыватели больше потерь линий переменного тока того же класса примерно на 17%. Потери на единицу передаваемой мощности в комбинированной электропрерыватели меньше потерь в линиях переменного и постоянного тока примерно вдвое.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Денисенко Г. И. Передача электрической энергии пульсирующим током. — Львов: Изд-во Львовского госуд. ун-та, 1971.
2. Основы теории электрических аппаратов/ Буткевич Г. В. и др. — М.: Высшая школа, 1970.
3. Теоретические основы электротехники/ Атабеков Г. И. и др. — М.: Энергия, 1970.

[05.11.79]

выключателей является отключение неудаленных коротких замыканий. Известно, что условия отключения тем тяжелее, чем выше скорость восстановления

ливающегося напряжения, которая пропорциональна эквивалентному волновому сопротивлению линии.

Для линий с расщепленными проводами волновое сопротивление значительно меньше, чем для линий с одиночным проводом. Поэтому в первоначальных рекомендациях МЭК [Л. 1], при испытаниях выключателей на неудаленные короткие замыкания были приняты пониженные значения эквивалентного волнового сопротивления для линий с расщепленными проводами. Так, при одиночном проводе ( $n=1$ ) эквивалентное волновое сопротивление было принято равным  $z_0=480$  Ом, при расщеплении на два провода ( $n=2$ ),  $z_0=375$  Ом, при числе составляющих  $n=3-4$ ,  $z_0=330$  Ом.

Измерения на линиях 110, 220 и 275 кВ показали, что экспериментальные значения  $z_0$  на (7–10) % меньше расчетных [Л. 2–4]. В дальнейшем при проведении экспериментальных исследований на опытных пролетах [Л. 5], было обнаружено сближение проводов расщепленной фазы при коротких замыканиях вплоть до полного соприкосновения проводов почти по всей длине пролета между дистанционными распорками. В связи с этим в рекомендации МЭК были внесены изменения: эквивалентное волновое сопротивление для линий с расщепленными проводами было принято равным волновому сопротивлению линий с одиночным проводом. Значение  $z_0$  для линии с одиночным проводом было снижено с 480 до 450 Ом.

В более поздних экспериментальных исследованиях были получены противоречивые результаты. Так, в [Л. 6] описываются результаты испытаний на линии 275 кВ, в которых никакой тенденции к сближению проводов при коротких замыканиях не наблюдалось. В [Л. 7] описаны эксперименты на опытном пролете, в которых наблюдалось слияние проводов почти по всей длине пролета между распорками. Противоречивость результатов экспериментов, видимо, объясняется тем, что они были получены при разных условиях. Сближение проводов расщепленной фазы может наблюдаться в тех случаях, когда возмущающие электродинамические силы велики, а противодействующие им механические восстанавливающие силы малы. Если восстанавливающие силы достаточны для уравновешивания электродинамических, то могут возникать колебания проводов.

Электродинамические силы пропорциональны квадрату амплитуды тока короткого замыкания  $I_m$  и обратно пропорциональны радиусу расщепления фазы  $R_p$ . Восстанавливающая сила зависит от начального натяжения проводов  $F_0$ , их погонной плотности  $\rho$ , относительного удлинения  $\epsilon$  и кривизны проводов  $K$  при их сближении, причем  $\epsilon$  и  $K$  зависят от радиуса расщепления  $R_p$  и расстояния между распорками  $l$ .

При больших значениях  $l$  и малых значениях  $R_p$  кривизна проводов при их сближении мала (рис. 1, а). Хотя силы упругой деформации  $F_{y.d.}$  могут достигать довольно больших значений (при  $R_p=0,20$  м,  $l=60$  м,  $E=8 \cdot 10^3$  кГ/мм<sup>2</sup>  $S=328$  мм<sup>2</sup>,  $\xi=20^\circ$ , имеем  $F_{y.d.} \approx 3,5$  т), их составляющая  $F_n$ , противодействующая электродинамическим силам

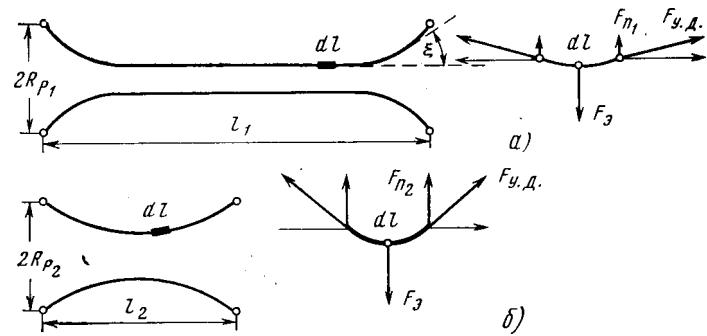


Рис. 1. Формы проводов и силы, действующие на элемент провода при коротком замыкании.  $R_p$  — радиус расщепления,  $l$  — расстояние между дистанционными распорками,  $dl$  — элемент провода,  $F_n$  — электродинамическая сила,  $F_{y.d.}$  — сила упругой деформации,  $F_3$  — восстанавливающая сила.

$$R_{p1} < R_{p2}, l_1 > l_2, F_{n1} < F_{n2}$$

$F_n$  мала. Подобный случай ( $l=80$  м,  $R_p=0,2$  м,  $F_0=3,3$  т.) рассмотрен в [Л. 5], и сделанный вывод о слиянии проводов в этих условиях представляется вполне обоснованным. В другом случае [Л. 7], где наблюдалось слияние проводов, расстояние между распорками было значительно меньше ( $l=15-20$  м), однако в этих экспериментах провода были слабо натянуты сила  $F_0$  составляла всего 300 кГ. Это привело к тому, что при сближении формы проводов была близка к изображенной на рис. 1, а и, следовательно, восстанавливающие силы  $F_n$  малы.

В [Л. 6] описаны результаты испытаний на реальной линии 275 кВ, в которых сближения проводов не наблюдалось, хотя расстояние между распорками было достаточно велико  $l=70$  м; а радиус расщепления был равен 0,25 м, и, следовательно, восстанавливающие механические силы были незначительны. Этот результат выявляет еще один важный фактор, влияющий на характер движения проводов — время отключения тока короткого замыкания  $t_{k.z}$ .

При малых значениях  $t_{k.z}$  воздействие электродинамических сил носит импульсный характер. Если  $t_{k.z}$  мало, то импульс может оказаться недостаточным для перемещения проводов, обладающих значительной массой. В опытах [Л. 6] время срабатывания выключателей при испытаниях составило около 0,03 с, что оказалось недостаточным для сближения проводов.

В опытах, где наблюдалось слияние проводов,  $t_{k.z}$  было в шесть раз больше — около 0,2 сек [Л. 8]. Если учесть, что время сближения проводов до полного слияния в этих опытах также составляло 0,2 сек, то разница в результатах экспериментов [Л. 5] и [Л. 7] становится вполне объяснимой.

Можно констатировать, что слияние проводов наблюдалось в тех экспериментах, в которых восстанавливающие механические силы были малы, а время действия тока короткого замыкания велико. Для этих же условий имеется и теоретическая модель [Л. 5], удовлетворительно совпадающая с результатами экспериментов.

С увеличением радиуса расщепления фазы  $R_p$  и уменьшением расстояния между дистанционными распорками  $l$  условия проведения экспериментов

изменяются: электродинамические силы будут уравновешиваться раньше, чем произойдет касание проводов и возникнут колебания (рис. 1,б). Этот важный случай движения проводов расщепленной фазы при коротких замыканиях ранее не исследовался.

В Приложениях I и II исследование этого случая движения проводов проведено на двух математических моделях. Первая модель является более полной и требует использования численных методов интегрирования системы дифференциальных уравнений гиперболического типа с переменными коэффициентами и нелинейными правыми частями. Эта модель учитывает упругие деформации движущихся проводов (сила натяжения проводов изменяется во времени), и нелинейную зависимость вынуждающих электродинамических сил от расстояний между проводами расщепленной фазы.

Вторая модель является упрощенной и допускает аналитическое решение в виде быстро сходящегося тригонометрического ряда. В ней действие электродинамических сил заменено действием эквивалентного импульса, прикладываемого к проводам в начальный момент времени. Такая замена основана на том, что время отключения тока короткого замыкания для реальных линий мало  $t_{к.з} \approx 0,1$  с. Кроме того, при построении упрощенной модели, натяжение проводов принималось постоянным и равным начальному натяжению  $F_0$ . Из теории колебаний известно, что такое предположение допустимо для малых линейных колебаний, в которых отношение  $R_p/l \ll 1$ . В рассматриваемом случае это условие выполняется:  $R_p/l = 0,02 - 0,04$ . Результаты численных расчетов по первой модели и приближенных расчетов по второй модели хорошо совпадают, если упругие деформации проводов не слишком велики. Это доказывает допустимость сделанных во второй модели упрощений.

В Приложении II получена зависимость перемещений проводов расщепленной фазы от основных параметров задачи

$$A(x, t) \approx \frac{k(n-1)I^2 m l}{n^2 R_p V F_0 \rho} \sin \frac{\pi}{l} x \sin \frac{\pi}{l} t \times \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} t, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (1)$$

Здесь  $A(x, t)$  — перемещение точки провода с координатой  $x$  в момент времени  $t$  по направлению вдоль радиуса расщепления к центру,  $k$  — коэффициент, зависящий от параметров тока короткого замыкания и от времени отключения  $t_{к.з}$ . Из (1) следует, что провода расщепленной фазы в рассматриваемом случае совершают колебания, амплитуда которых в средней точке пролета

$$A_m \approx \frac{k(n-1)I^2 m l}{n^2 R_p V F_0 \rho}, \quad (2)$$

а частота

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}}. \quad (3)$$

В этом случае волновое сопротивление прямой последовательности, которое, как известно, при прочих равных условиях зависит от взаимного расположения проводов, также изменяется по гармо-

ническому закону. В Приложении II показано, что относительное волновое сопротивление прямой последовательности

$$\bar{z}_1(t) = \frac{z_1(t)}{z_1(0)} \approx 1 + \frac{120(n-1)}{\pi n z_1(0)} \frac{A_m}{R_p} \times \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} t, \quad (4)$$

где  $z_1(0)$  — волновое сопротивление прямой последовательности при  $t=0$ .

Из формулы (2) следует, что результаты экспериментальных исследований можно сопоставлять, если они проводились при одинаковой амплитуде тока короткого замыкания, равных расстояниях между дистанционными спорками  $l$  и одинаковом радиусе расщепления  $R_p$ , одинаковом начальном натяжении проводов  $F_0$  и одинаковой погонной плотности проводов  $\rho$ , равном числе составляющих проводов  $n$ , одинаковой форме тока короткого замыкания и одинаковом времени отключения  $t_{к.з}$ .

Из формул (2) и (3) следует, что изменения  $l$  и  $R_p$  можно добиться уменьшения амплитуды колебаний проводов и изменения периода их колебаний, а следовательно, снижения волнового сопротивления. Период колебаний проводов для рассматриваемых ниже вариантов линий равен примерно 0,2 с. Для развития процесса гашения дуги в выключателях параметры сети имеют существенное значение в интервале времени  $(t_{к.з} \pm 100$  мкс), значительно меньшем периода колебаний проводов. Поэтому при испытаниях выключателей на отключение неудаленных коротких замыканий значение волнового сопротивления должно быть взято в момент  $t=t_{к.з}$ . Это значение может существенно отличаться от максимально возможного.

Ниже приводятся результаты расчетов перемещений проводов, механических напряжений в них и волнового сопротивления линии для различных классов линий электропередачи с расщепленными фазами. Расчеты проводились на ЭВМ ЕС-1022 согласно методике, изложенной в Приложении I.

При расчетах принято значение номинального тока отключения  $I_{н.о}=63$  кА при длительности короткого замыкания (собственное время срабатывания выключателя с приводом и время релейной защиты)  $t_{к.з}=0,12$  и 0,08 с.

В кривой тока короткого замыкания  $I(t)$  учтено три составляющих: апериодическая, периодическая затухающая и установившаяся

$$I(t) = I_m \{e^{-\alpha t} - [(1-\gamma)e^{-\delta t} + \gamma] \cos \omega t\}. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha=0,07$ ,  $\delta=0,02$ ,  $\gamma=0,7$ ,  $I_m=100$  кА при  $t_{к.з}=0,08$  с и  $I_m=110$  кА при 0,12 с.

Значения  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  получены по декрементным кривым для системы с преобладанием турбогенераторов и по нормированной кривой содержания апериодической составляющей в момент разрыва тока выключателем [Л. 1]. (Отметим, что дополнительное исследование показало, что изменения параметров  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ , на 20—30% мало влияют на результаты расчетов.) При расчете длины зоны неудаленных коротких замыканий принималось  $I_{к.з}=0,6 I_{н.о}=38$  кА.

Расчет параметров линий проводился по формулам, рекомендованным в [Л. 8]. При расчете ин-

Класс напряжения, кВ	Тип провода	Расстояние между распорками, м	Радиус расщепления, м	Время отключения, с	Начальное натяжение проводов, т	Максимальное натяжение проводов, т	$A_{k,3}$	$A_m$	$z_1(0)$	$z_1(z_{k,3})$	$z_{1m}$	$z_3(t_{k,3})$
330	2×ACO-300	15	0,8	0,12	2,2	7,6	0,28	0,46	265	260	277	312
		15	1,0	0,12	2,2	6,0	0,09	0,39	258	255	265	306
		20	0,8	0,12	2,2	11	0,32	0,78	265	272	303	327
		20	1,0	0,12	2,2	7,2	0,15	0,57	258	260	271	312
		15	0,8	0,08	2,2	6,3	0,20	0,40	265	270	276	324
		20	0,8	0,08	2,2	8,1	0,60	0,64	265	286	287	344
		20	1,0	0,08	2,2	6,1	0,34	0,34	258	270	270	324
500	3×ACO-400	20	0,60	0,12	2,5	12,5	—	0,75	246	244	325	294
		20	0,80	0,12	2,5	8,1	0,35	0,60	234	243	259	292
		20	0,6	0,08	2,5	10,5	0,50	0,60	246	315	330	380
		20	0,8	0,08	2,5	7,7	0,54	0,54	234	254	254	305
750	4×ACO-400	20	0,8	0,12	2,5	7,1	0,30	0,50	236	250	260	300
		20	0,8	0,08	2,5	5,9	0,20	0,43	236	244	255	293
		25	0,8	0,12	2,5	10,5	0,80	0,80	236	305	305	365
		25	0,8	0,08	2,5	6,6	0,60	0,60	236	260	265	312
		25	1,0	0,12	2,5	6,3	0,57	0,60	226	247	247	296
		25	1,0	0,08	2,5	5,0	0,35	0,50	226	240	242	288
750	5×ACO-400	20	0,6	0,12	2,5	9,5	—	0,52	240	280	325	336
		20	0,8	0,12	2,5	6,3	0,43	0,46	230	240	247	288
		20	0,8	0,08	2,5	5,2	—	—	230	245	246	294
		30	0,8	0,08	2,5	6,1	—	—	230	254	267	305
1150	8×ACO-300	20	0,6	0,12	2,2	7,1	—	—	246	290	310	350
		20	0,6	0,08	2,2	5,0	—	—	246	284	285	340
1150	8×ACO-300	20	0,8	0,12	2,2	4,2	—	—	231	243	251	292
		20	0,8	0,08	2,2	3,8	—	—	231	247	247	297
		25	0,8	0,12	2,2	5,2	—	—	231	265	265	320
		25	0,8	0,08	2,2	4,1	—	—	231	251	255	300
		30	0,8	0,12	2,2	6,0	—	—	231	296	300	355
		30	0,8	0,08	2,2	4,4	—	—	231	255	265	306

дуктивного сопротивления нулевой последовательности индуктивность линии определялась при проводимости земли  $\sigma=10^{-4}$  Ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>. Частота переходного процесса  $f_0$  определялась как

$$f_0 = v_c / 4l_{k,3},$$

где  $v_c$  — скорость света,  $l_{k,3}$  — максимальная длина зоны неудаленных коротких замыканий при  $I_{k,3}=38$  кА.

Для линий 330 кВ и выше были проведены расчеты, показавшие, что для принятых условий эквивалентное волновое сопротивление примерно на 20% выше, чем волновое сопротивление прямой последовательности  $z_1$  в момент отключения короткого замыкания, т. е.  $z_3 \approx 1,2z_1$ .

Результаты расчетов приведены в таблице. Максимальное перемещение проводов из положения покоя вдоль радиуса к центру расщепления в средней точке пролета между распорками обозначено через  $A_m$ . Перемещение в момент отключения тока короткого замыкания обозначено через  $A_{k,3}$ . Волновое сопротивление прямой последовательности в положении покоя проводов обозначено через  $z_1(0)$ , волновое сопротивление в момент отключения тока короткого замыкания через  $z_1(t_{k,3})$ , в момент максимального сближения проводов — через  $z_{1m}$ . Эквивалентное волновое сопротивление в момент отключения тока короткого замыкания обозначено через  $z_3(t_{k,3})$ .

Из приведенных результатов видно, что для линий 330 кВ при радиусе расщепления  $R_p=0,8$  м и

расстоянии между распорками  $l=15-20$  м, эквивалентное волновое сопротивление в момент отключения не превосходит 350 Ом. Для линий 500 и 750 кВ при  $R_p=0,8$  и  $l=20-25$  м эквивалентное волновое сопротивление не превосходит 310 Ом. Для линий 1150 кВ при  $R_p=0,8$  м и  $l=25$  м эквивалентное волновое сопротивление не превосходит 320 Ом.

Таким образом, технически возможно существенно снизить волновое сопротивление  $z_3$  по сравнению с нормированным значением 450 Ом за счет увеличения радиуса расщепления фазы и уменьшения расстояния между распорками в зоне неудаленных коротких замыканий. Для решения о целесообразности таких мер необходимо сравнить дополнительные затраты на изменение конструкции фазы линии в зоне неудаленных коротких замыканий и снижение стоимости выключателей.

**Приложение 1.** При исследовании движения проводов расщепленной фазы в процессе короткого замыкания будем предполагать, что точки проводов, находящиеся в распорках, неподвижны. Вынуждающие электродинамические силы вычислим по формуле взаимодействия двух прямолинейных проводников с током, пренебрегая искривлением проводов при их движении.

Направим ось  $x$  вдоль пролета, ось  $z$  — вниз (система осей  $Oxyz$  — правая). Введем безразмерные переменные

$$X=x/R_p, \quad Y=y/R_p, \quad Z=z/R_p, \quad \tau=\omega t,$$

где  $\omega$  — угловая скорость изменения напряжения сети. Пусть  $Y_k(X, \tau)$ ,  $Z_k(X, \tau)$  — безразмерные координаты  $k$ -го провода в момент времени  $\tau$  в сечении с координатой  $X$ . Будем считать, что фаза расщеплена на  $n$  проводов, расположенных в вершинах правильного  $n$ -угольника (рис. 2). Уравнения

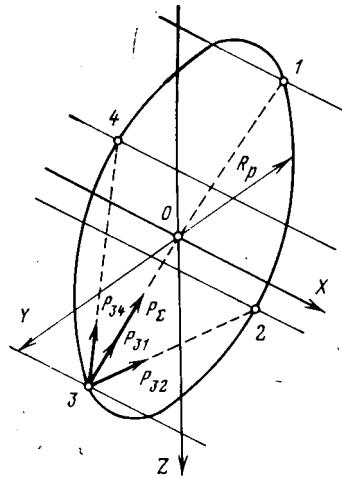


Рис. 2. Провода расщепленной фазы с дистанционной распоркой.  
 $P_{31}, P_{32}, P_{34}$  — электродинамические силы, действующие на 3-й провод,  $P_{\Sigma}$  — их результирующая.

движения  $k$ -го провода могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial^2 Y_k}{\partial t^2} - \theta_k(t) \frac{\partial^2 Y_k}{\partial X^2} = P_{yk}; \quad (\Pi-1)$$

$$\frac{\partial^2 Z_k}{\partial t^2} - \theta_k(t) \frac{\partial^2 Z_k}{\partial X^2} + \frac{g}{\omega^2 R_p} = P_{zk}; \quad (\Pi-2)$$

$$\theta_k(t) = \frac{F_0}{\rho \omega^2 R_p^2} + \frac{ES}{\rho \omega^2 R_p^2} \frac{l_k(t) - l_k(0)}{l_k(0)}; \quad (\Pi-3)$$

$$P_{yk} = P \sum_{j=1, j \neq k}^h \frac{Y_j - Y_k}{(Y_j - Y_k)^2 + (Z_j - Z_k)^2}; \quad (\Pi-4)$$

$$P_{zk} = P \sum_{j=1, j \neq k}^h \frac{Z_j - Z_k}{(Y_j - Y_k)^2 + (Z_j - Z_k)^2}; \quad (\Pi-5)$$

$$l_k(t) = \int_0^l \sqrt{1 + \left( \frac{\partial Y_k}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial Z_k}{\partial X} \right)^2} dX; \quad (\Pi-6)$$

$$P = \frac{2 \cdot 10^{-7} I^2(t)}{\rho \omega^2 n^2 R_p^2}. \quad (\Pi-7)$$

Здесь  $\rho$  — погонная плотность проводов,  $S$  — их сечение,  $R_p$  — радиус расщепления,  $l$  — расстояние между дистанционными распорками,  $l_k(t)$  — длина  $k$ -го провода,  $E$  — модуль Юнга,  $I(t)$  — закон изменения тока короткого замыкания,  $F_0$  — начальное натяжение проводов.

Соотношения (П-1) — (П-2) описывают колебания упругого растяжения провода под действием распределенной нагрузки. Переменное натяжение провода  $\theta_k(t)$  вычисляется по формуле (П-3), электродинамические вынуждающие силы  $P_{yk}$  и  $P_{zk}$  определяются из (П-4) и (П-5). Формула (П-6) дает изменение длины провода во времени.

Система уравнений (П-1) — (П-7) решалась методом сеток. Волновое сопротивление прямой последовательности определялось по формуле [Л. 9].

$$z_1(t) = \frac{60}{l} \int_0^l \ln \frac{\sqrt[3]{2} D}{r_3(x, t)} dx. \quad (\Pi-8)$$

Здесь  $D$  — расстояние между фазами,  $r_3$  — эквивалентный радиус расщепления

$$r_3(x, t) = \sqrt[n]{r_0 \prod_{j=2}^h d_j(x, t)},$$

где  $d_j(x, t)$  — расстояние от провода 1 до провода  $j$ ,  $r_0$  — радиус провода.

Закон изменения тока короткого замыкания и время отключения принимались в соответствии с (5). На рис. 3—7 представлены результаты численного интегрирования уравнений (П-1) — (П-8), иллюстрирующие основные закономерности движения проводов расщепленной фазы при коротких замыканиях. Эти расчеты выполнены при следующих исход-

ных данных: провод  $4 \times \text{ACO-400}$ , радиус расщепления  $R_p = 0,6$  м, начальное натяжение проводов  $F_0 = 25000$  Н, расстояние между распорками  $l = 30$  м, расстояние между фазами  $D = 17$  м, модуль Юнга  $E = 0,77 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>.

На рис. 3 представлена перемещение провода 1 в средней точке пролета между распорками —  $A(l/2, t)$ , а также изменение относительного волнового сопротивления  $\bar{z}_1(t) = z_1(t)/z_1(0)$  и натяжения проводов  $F(t)$ . Видно, что движение проводов близко к гармоническим колебаниям, период которых определяется первой собственной частотой и не зависит от формы тока короткого замыкания. Изменение натяжения провода хорошо согласуется с картиной его движения.

Результаты расчетов были сопоставлены с экспериментальными данными, полученными в НПО «Электроаппарат» под руководством Я. Н. Шермана. Эксперименты проводились с фазой, расщепленной на два провода АСО-400,  $R_p = 0,20$  м,  $F_0 = 30000$  Н. Для проверочных расчетов были взяты результаты испытаний при  $l = 10$  и 17 м. Максимальное значение тока короткого замыкания (от ударных генераторов) составляло  $I_m = 40$  кА,  $t_{k,3} = 0,12$  с. При  $l = 10$  м было зарегистрировано максимальное перемещение проводов в средней точке пролета  $A_m = 15—17$  см; расчет дал 17,5 см. При  $l = 17$  м в экспериментах наблюдалось касание и перехлестывание проводов. Расчет дает аналогичный результат.

**Приложение II.** Примем, что натяжение проводов мало изменяется во времени и равно начальному натяжению  $F_0$ . Заменим действие электродинамических сил эквивалентным импульсом, прикладываемым в начальный момент времени. В силу симметрии задачи провода будут двигаться по радиусу к центру. Введем координату  $A(x, t)$  и перейдем от системы (П-1) — (П-8) к одному линейному уравнению с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{Q}{F_0} \delta(0). \quad (\Pi-9)$$

Здесь  $a = \sqrt{F_0/\rho}$ ,  $Q$  — значение импульса, распределенного на единицу длины провода,  $\delta(t)$  — импульсная дельта-функция. Решение уравнения (П-9) имеет вид

$$A(x, t) = \frac{4Qla}{F_0 \pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \times \sin \frac{2k+1}{l} \pi x \sin \frac{2k+1}{l} \pi at, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (\Pi-10)$$

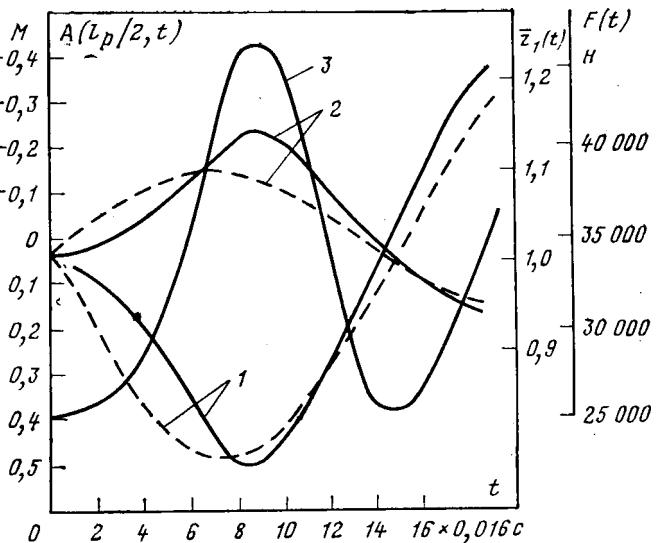


Рис. 3. Перемещение провода в средней точке пролета (1), относительное волновое сопротивление (2) и натяжение провода (3) в зависимости от времени.

— расчет на ЭВМ по уравнениям (П-1) — (П-8),  
 - - - приближенный расчет по формулам (П-14) — (П-16).

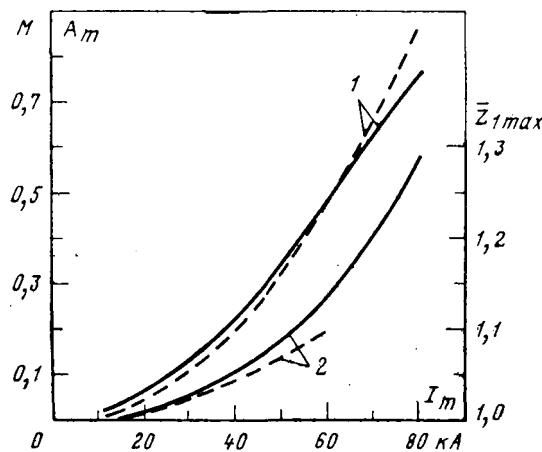


Рис. 4. Зависимость максимального значения перемещения провода в средней точке пролета (1) и максимального значения относительного волнового сопротивления (2) от амплитуды тока короткого замыкания.  
— расчет на ЭВМ,  
- - - приближенный расчет.

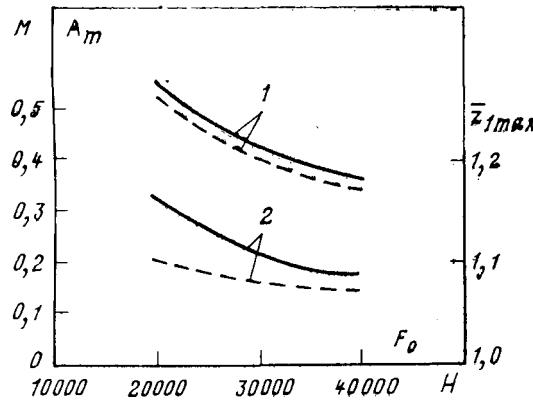


Рис. 5. Зависимости максимального перемещения провода в средней точке пролета (1) и максимального значения относительного волнового сопротивления (2) от начального натяжения провода.  
— расчет на ЭВМ,  
- - - приближенный расчет.

Величину импульса  $Q$  определим как функцию времени отключения  $t_{k.z}$

$$Q(t_{k.z}) = \int_0^{t_{k.z}} P_{\Sigma}(t) dt.$$

Здесь  $P_{\Sigma}$  — равнодействующая всех электродинамических сил, действующих на провод. Нетрудно видеть, что

$$P_{\Sigma} = \frac{10^{-7} (n-1) I^2(t)}{R_p n^2}$$

и направлена по радиусу к центру. Следовательно,

$$Q(t_{k.z}) = \frac{10^{-7} (n-1)}{R_p n^2} \int_0^{t_{k.z}} I^2(t) dt. \quad (\text{П-11})$$

Принимая закон изменения тока короткого замыкания в виде (5) и сохраняя в выражении для квадрата тока только непериодические слагаемые, получаем:

$$I^2(t) \approx \frac{1}{2} I^2_m \{2 \exp(-2\alpha\omega t) + 2\gamma(1-\gamma) \exp(-\delta\omega t) + (1-\gamma)^2 \exp(-2\delta\omega t) + \gamma^2\}.$$

Тогда импульс, распределенный на единицу длины провода,

$$Q(t_{k.z}) \approx \frac{10^{-7} (n-1) I^2_m}{2R_p n^2} \left\{ \gamma^2 t_{k.z} + \frac{1}{\alpha\omega} + \frac{(1-\gamma)^2}{2\delta\omega} + \frac{2\gamma(1-\gamma)}{\delta\omega} - \frac{1}{\alpha\omega} \exp(-2\alpha\omega t_{k.z}) - \frac{(1-\gamma)^2}{2\delta\omega} \exp(-2\delta\omega t_{k.z}) - \frac{2\gamma(1-\gamma)}{\delta\omega} \exp(-\delta\omega t_{k.z}) \right\}. \quad (\text{П-12})$$

Для принятых в (5) значений  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $t_{k.z}$  получим

$$Q \approx \frac{10^{-7} \cdot 0,136 (n-1) I^2_m}{2R_p n^2}. \quad (\text{П-13})$$

Используя первый член ряда (П-10) и оценку импульса (П-13), получаем приближенную формулу для определения перемещений провода

$$A(x, t) \approx \frac{k (n-1) I^2_m l}{n^2 R_p \sqrt{F_0 \rho}} \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} t. \quad (\text{П-14})$$

Здесь  $k$  — коэффициент, зависящий от параметров тока короткого замыкания и равный для рассматриваемого случая  $2 \times 0,136 \cdot 10^{-7} / \pi^2$ .

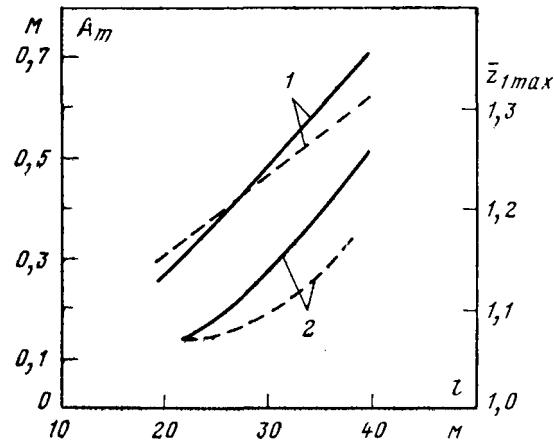


Рис. 6. Зависимости максимального перемещения провода в средней точке пролета (1) и максимального значения относительного волнового сопротивления (2) от расстояния между дистанционными распорками.  
— расчет на ЭВМ,  
- - - приближенный расчет.

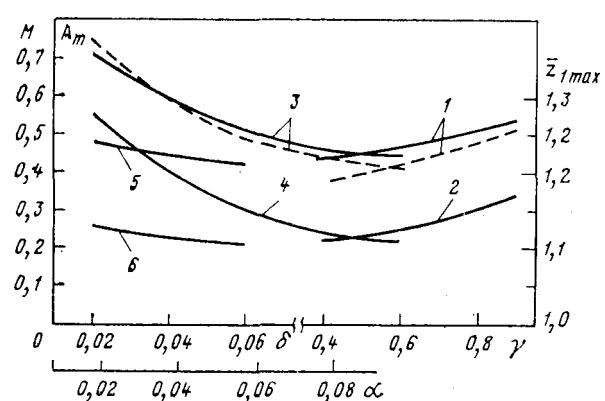


Рис. 7. Влияние параметров кривой тока короткого замыкания на максимальное перемещение провода в средней точке пролета и относительное волновое сопротивление.

Зависимости  $A_m = f(\gamma)$  (1),  $\bar{Z}_{1m} = f(\gamma)$  (2),  $A_m = f(\alpha)$  (3),  $\bar{Z}_{1m} = f(\alpha)$  (4),  $A_m = f(\delta)$  (5),  $\bar{Z}_{1m} = f(\delta)$  (6).  
— расчет на ЭВМ.  
- - - приближенный расчет.

Используя выражение (П-14) и (П-8), определяем приближенную зависимость изменения волнового сопротивления прямой последовательности во времени:

$$r_s(x, t) = r_0^{1/n} [2R_d(x, t)]^{-\frac{n-1}{n}} \left( \prod_{i=1}^{n-1} \sin \frac{\pi i}{n} \right)^{1/n}$$

Здесь  $R_d(x, t)$  — динамический радиус расщепления, равный

$$R_d(x, t) = R_p - A(x, t) = R_p - A_m A_x A_t, \quad (\text{П-15})$$

где

$$A_m = \frac{k(n-1) I_m^2 m l}{n^2 R_p \sqrt{F_0 \rho}},$$

$$A_x = \sin \frac{\pi x}{l};$$

$$A_t = \sin \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} t.$$

Рассмотрим относительное волновое сопротивление

$$\begin{aligned} \bar{z}_1(t) &= \frac{z_1(t)}{z_1(0)} = \frac{l \ln \sqrt[3]{2} D - \int_0^l \ln r_s(x, t) dx}{l \ln \sqrt[3]{2} D - \int_0^l \ln r_s(x, 0) dx} = \\ &= 1 - \frac{\frac{n-1}{nl} \int_0^l \ln (R_p - A_m A_x A_t) dx - \frac{n-1}{n} \ln R_p}{\ln \sqrt[3]{2} D - \frac{1}{n} \left[ \ln r_0 + (n-1) \ln 2 + \right.} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{\left. + \sum_{i=0}^{n-1} \ln \sin \frac{\pi i}{n} \right] - \frac{n-1}{n} \ln R_p}{\ln \sqrt[3]{2} D - \frac{1}{n} \left[ \ln r_0 + (n-1) \ln 2 + \right.} . \end{aligned}$$

Интеграл в числителе вычислим приближенно, раскладывая логарифм в степенной ряд и ограничиваясь первым членом



УДК 621.313.322.013.001.24

## Магнитное поле обмотки статора беззубцового генератора с многослойной структурой ротора

ДАНЬКО В. Г., доктор техн. наук, РУЖИНСКИЙ Л. Н., канд. техн. наук,  
ГРУБОЙ А. П., инж.

Харьков

При проектировании мощных беззубцовых синхронных генераторов большое внимание уделяется исследованиям электромагнитных процессов во вращающихся цилиндрических оболочках ротора. Задача расчета электромагнитного поля, создаваемого обмоткой статора в области, занятой ротором беззубцового генератора, рассматривалась в ряде работ [Л. 1—6]. Следует отметить, что авторы [Л. 1 и 5] ограничиваются изложением лишь общего метода, расчет по которому возможен при решении системы уравнений с большим числом неизвестных, однако само решение не приводится. Реализация результатов этих работ в инженерной практике приводит к необходимости разработки сложных алгоритмов для ЦВМ. В других работах, в том числе в [Л. 3 и 4], расчетная модель, ис-

пользуемая при решении, необоснованно упрощена: обмотка статора заменена непрерывным токовым слоем, экран статора принят неограниченным в радиальном направлении и имеющим  $\mu = \infty$  и др.

Представляет интерес рассмотрение расчетной модели, обобщающей модели, исследованные ранее, и учитывающей дискретность распределения стержней обмотки статора, укорочение шага, наличие экрана статора конечной толщины и имеющего  $\mu \neq \infty$ ,  $\gamma \neq 0$  в совокупности с системой  $n$  вращающихся экранов, каждый из которых имеет конечные значения  $\mu_k$  и  $\gamma_k$ .

Для случаев одного и двух экранов на роторе и однослойной обмотки статора задача расчета электромагнитного поля решена в [Л. 6].

Настоящая статья ставит своей целью обобщение результатов [Л. 1–6] и получение расчетных выражений для определения составляющих электромагнитного поля, создаваемого трехфазной двухслойной укороченной обмоткой статора, дискретно распределенной в пространстве между неподвижным экраном и системой  $n$  вращающихся экранов. Даются также выражения для расчета плотности вихревых токов, потерь в проводящих оболочках ротора от вихревых токов, входного комплексного сопротивления многослойной цилиндрической структуры и некоторые результаты расчетов и экспериментальных исследований.

Расчет электромагнитного поля проводится при следующих допущениях: машина принимается бесконечно длинной в осевом направлении; магнитная проницаемость и удельная электропроводность материала каждой оболочки являются величинами постоянными по всему объему; ток статора изменяется по синусоидальному закону, а его плотность равномерна по сечению стержней, ограниченных центральным углом  $\alpha_0$  и радиусами расположения меди проводников  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 1), т. е. изоляционные промежутки между верхним и нижним слоями обмотки статора не учитываются.

При постоянных параметрах  $k$ -й проводящей оболочки  $\mu_k$  и  $\gamma_k$  расчет поля в области, занятой этой оболочкой, сводится к решению уравнения для векторного магнитного потенциала  $A_{vk}(r, \varphi, t)$  приводящего к функциям Бесселя. Для непроводящих областей, примыкающих к оболочкам, расчет поля сводится к решению уравнения Эйлера. Для области, занятой токонесущими проводниками обмотки статора, расчет поля сводится к решению неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Использование граничных условий для составляющих электромагнитного поля на линиях раздела областей с различными физическими свойствами, а также условий в особых точках области решения  $r=0$  и  $r=+\infty$  приводит к получению системы  $2(N-1)$  уравнений с  $2(N-1)$  неизвестными. В рассматриваемом случае (рис. 1)  $N=2n+5$ , где  $N$  — число областей;  $n$  — число вращающихся оболочек. При  $n=1, 2, 3$  получаем соответственно системы уравнений с 12, 16 и 20 неизвестными, следовательно, дополнительный учет одной оболочки ротора приводит к увеличению порядка системы на 4. Принимая во внимание, что в систему уравнений входят комплексные коэффициенты, при расчетах на ЦВМ обычно рассматривают две системы — для действительной и для мнимой частей, что увеличивает порядок системы в два раза [Л. 1]. Решение подобных систем уравнений в общем виде с целью получения аналитических выражений для неизвестных постоянных затруднительно и требует применения упрощающих приемов.

Достаточно легко цель достигается при использовании в выражениях, которыми приходится оперировать, таких характеристик однослойных и многослойных экранов, как коэффициент обратного действия (реакции) и коэффициент экранирования.

В результате выражения для векторного магнитного потенциала принимают для  $p\nu \neq 2$  следующий вид (счет оболочек ротора начинаем с наибо-

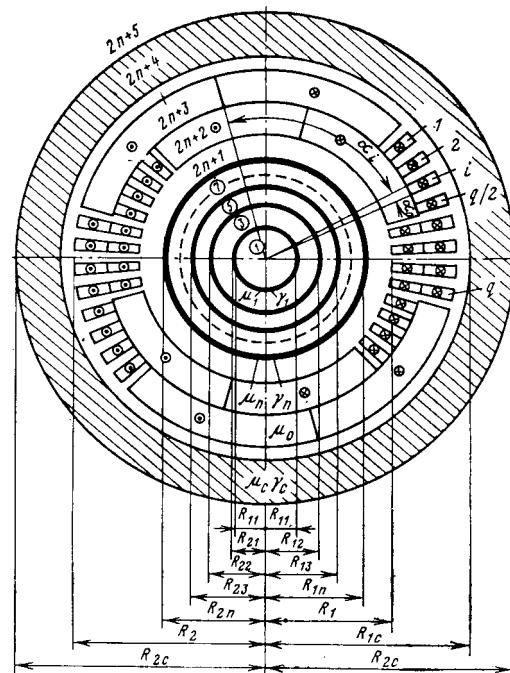


Рис. 1. Область решения задачи.

лее удаленной от источника поля):

I область  $R_{11} \geq r \geq 0$

$$A_{v1} = \frac{1}{2} g_v \Lambda_{vc} \dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)} r^{p\nu} e^{j(\omega_v t - p\nu\varphi)}; \quad (1)$$

II область  $R_{21} \geq r \geq R_{11}$

$$A_{v2} = g_v \Lambda_{vc} R_{21}^{p\nu} \mu_1 p\nu \frac{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}}{\dot{S}'_{a1}} \times \times \frac{d_{11} J_{p\nu} \left( k_{v1} r e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) - c_{11} K_{p\nu} \left( k_{v1} r e^{j\frac{\pi}{4}} \right)}{a_{21} d_{11} - b_{21} c_{11}} e^{j(\omega_v t - p\nu\varphi)}; \quad (2)$$

III область  $R_{12} \geq r \geq R_{21}$

$$A_{v3} = \frac{1}{2} g_v \Lambda_{vc} \frac{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}}{\dot{S}'_{a1}} (r^{p\nu} - \dot{W}'_{a1} R_{21}^{2p\nu} r^{-p\nu}) \times \times e^{j(\omega_v t - p\nu\varphi)}; \quad (3)$$

IV область  $R_{22} \geq r \geq R_{12}$

$$A_{v4} = g_v \Lambda_{vc} R_{22}^{p\nu} \mu_2 p\nu \frac{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}}{\dot{S}'_{a1} \dot{S}'_{a2}} \times \times \frac{(d_{12} + \dot{W}'_{a1} b_{12} \zeta_1^{2p\nu}) J_{p\nu} \left( k_{v2} r e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) -}{a_{22} d_{12} -} - (c_{12} + \dot{W}'_{a1} a_{12} \zeta_1^{2p\nu}) K_{p\nu} \left( k_{v2} r e^{j\frac{\pi}{4}} \right) - \frac{b_{22} c_{12}}{b_{22} c_{12}} e^{j(\omega_v t - p\nu\varphi)}; \quad (4)$$

(2k-1) область  $R_{1k} \geq r \geq R_{2(k-1)}$

$$A_{v(2k-1)} = \frac{1}{2} g_v \Lambda_{vc} \frac{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}}{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, k-1)}} \times \\ \times (r^{pv} - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} R_{2(k-1)}^{2pv} r^{-pv}) e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (5)$$

(2k) область  $R_{2k} \geq r \geq R_{1k}$

$$A_{v(2k)} = g_v \Lambda_{vc} R_{2k}^{pv} \mu_k p_v \frac{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}}{\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} \dot{S}'_{ak}} \times \\ \times \frac{(d_{1k} + \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} b_{1k} \zeta_{k-1}^{2pv}) J_{pv} \left( k_{vk} r e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) -}{(a_{2k} d_{1k})} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{-(c_{1k} + \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} a_{1k} \zeta_{k-1}^{2pv}) K_{pv} \left( k_{vk} r e^{j\frac{\pi}{4}} \right) -}{-b_{2k} c_{1k}} \times \\ \times e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (6)$$

(2n+1) область  $R_1 \geq r \geq R_{2n}$

$$A_{v(2n+1)} = \frac{1}{2} g_v \Lambda_{vc} (r^{pv} - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} R_{2n}^{2pv} r^{-pv}) \times \\ \times e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (7)$$

(2n+2) область  $R_2 \geq r \geq R_1$ ,  $\alpha_i + \alpha_0 \geq \varphi \geq \alpha_i$

$$A_{v(2n+2)} = \frac{1}{2} g_v \left\{ \left[ \frac{(R_2^2 - R_1^2)^{-1} R_2^{2-pv}}{p_v (2 - p_v)} + \right. \right. \\ \left. + \Lambda_{vn} R_{1c}^{-2pv} \dot{W}'_{ic} \right] r^{pv} - \left[ \Lambda_{vn} + \frac{(R_2^2 - R_1^2)^{-1} R_2^{2+pv}}{p_v (2 + p_v)} \right] r^{-pv} - \\ \left. - \frac{2(R_2^2 - R_1^2)^{-1}}{4 - p^2 v^2} r^2 \right\} e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (8)$$

(2n+3) область  $R_{1c} \geq r \geq R_2$

$$A_{v(2n+3)} = \frac{1}{2} g_v \Lambda_{vn} (\dot{W}'_{ic} R_{1c}^{-2pv} r^{pv} - r^{-pv}) e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (9)$$

(2n+4) область  $R_{2c} \geq r \geq R_{1c}$

$$A_{v(2n+4)} = g_v \Lambda_{vn} R_{1c}^{-pv} \mu_c p_v \times \\ \times \frac{b_{2c} J_{pv} \left( k_{vc} r e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) - a_{2c} K_{pv} \left( k_{vc} r e^{j\frac{\pi}{4}} \right)}{a_{2c} d_{1c} - b_{2c} c_{1c}} e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (10)$$

(2n+5) область  $+\infty \geq r \geq R_{2c}$

$$A_{v(2n+5)} = -\frac{1}{2} g_v \Lambda_{vn} \dot{S}'_{ic} r^{-pv} e^{j(\omega_v t - p_v \varphi)}; \quad (11)$$

В (1) — (11) для сокращения обозначено:

$$\Lambda_{vc} = \frac{(2 + p_v) (R_2^{2-pv} - R_1^{2-pv}) - (2 - p_v) \dot{W}'_{ic} R_{1c}^{-2pv}}{p_v (4 - p^2 v^2) (R_2^2 - R_1^2) [1 -} \leftarrow \\ \rightarrow \frac{\times (R_2^{2+pv} - R_1^{2+pv})}{-\dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} \dot{W}'_{ic} (R_{2n}/R_{1c})^{2pv}}; \quad (12)$$

$$\Lambda_{vn} = \frac{(2 + p_v) \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} R_{2n}^{2pv} (R_2^{2-pv} - R_1^{2-pv})}{p_v (4 - p^2 v^2) (R_2^2 - R_1^2) [1 -} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{-R_1^{2-pv}) - (2 - p_v) (R_2^{2+pv} - R_1^{2+pv})}{-\dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} \dot{W}'_{ic} (R_{2n}/R_{1c})^{2pv}}; \quad (13)$$

$$g_v = 12 J_{c \max} q \mu_0 s_n k_{vv} \sin \frac{p_v \alpha_0}{2} / a_1 \alpha_0 \pi v; \quad (14)$$

$$a_{lk} = (\mu_k \pm 1) p_v J_{pv} \left( x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) \mp \\ \mp x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} J_{pv \pm 1} \left( x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} \right); \quad (15)$$

$$b_{lk} = (\mu_k \pm 1) p_v K_{pv} \left( x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} \right) - \\ - x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} K_{pv \pm 1} \left( x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} \right); \quad (16)$$

$$c_{lk} = (\mu_k \pm 1) p_v J_{pv} \left( x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} \right) \mp \\ \mp x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} J_{pv \mp 1} \left( x_{lk} e^{j\frac{3\pi}{4}} \right); \quad (17)$$

$$d_{lk} = (\mu_k \pm 1) p_v K_{pv} \left( x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} \right) + \\ + x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} K_{pv \mp 1} \left( x_{lk} e^{j\frac{\pi}{4}} \right); \quad (18)$$

$$x_{lk} = k_{vk} R_{lk}; \quad k_{vk}^2 = (\pm 1 + v - vs) \omega \gamma_k \mu_k \mu_0; \quad \left. \right\} \quad (19)$$

$$s = 1 - \omega_p p / \omega; \quad \zeta_{k-1} = R_{2(k-1)} / R_{1k},$$

где  $J_{pv} \left( x e^{j\frac{3\pi}{4}} \right)$  — функция Бесселя первого рода

порядка  $p_v$ ;  $K_{pv} \left( x e^{j\frac{\pi}{4}} \right)$  — модифицированная функция Бесселя второго рода порядка  $p_v$  (функция Макдональда);  $r$ ,  $\varphi$  — текущие полярные координаты;  $\omega_v$  — угловая частота вращения  $v$ -й гармонической поля обмотки статора;  $t$  — время;  $J_{c \max}$  — амплитудное значение тока обмотки статора;  $q$  — число пазов на полюс и фазу обмотки статора;  $a_1$  — число параллельных ветвей обмотки статора;  $k_{vv}$  — обмоточный коэффициент для  $v$ -й гармонической полы;  $k=1, 2, 3, \dots, n$  — номер экранирующей оболочки;  $l=1$  — для внутреннего радиуса экрана;  $l=2$  — для наружного радиуса экрана;  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота тока обмотки статора;  $s$  — скольжение ротора;  $s_n$  — число слоев обмотки статора. В выражении для  $k_{vk}$  верхний знак «+» относится к обратным гармоникам 5, 11, 17, ..., а нижний знак «-» к прямым гармоникам 1, 7, 13, 19, ...

В коэффициентах  $a_{lk} - d_{lk}$  для внешнего экрана статора индекс « $k$ » заменен на индекс « $c$ ». Для снижения порядка функций Бесселя в  $a_{lk}$ ,  $b_{lk}$  в случае  $\mu_k \neq 1$  целесообразно использовать нижние знаки, а в коэффициентах  $c_{lk}$ ,  $d_{lk}$  — верхние знаки. При  $\mu_k = 1$  в  $a_{lk} - d_{lk}$  целесообразно использовать нижние знаки, так как при этом расчетные выражения существенно упрощаются.

Расчетные выражения для коэффициентов обратного действия и экранирования однослойных и  $n$ -слойных экранов, входящих в (1)–(11), записываются в следующем виде (индекс « $a$ » означает, что источник поля находится снаружи экранов, а индекс « $i$ » означает, что экраны замкнуты вокруг источника поля; остальные обозначения согласно [Л. 6]):

Однослойные экраны

$$\dot{W}'_{ak} = (c_{1k}d_{2k} - c_{2k}d_{1k})(a_{2k}d_{1k} - c_{1k}b_{2k}) \quad (20)$$

$$\dot{W}'_{ik} = (a_{1k}b_{2k} - a_{2k}b_{1k})(a_{2k}d_{1k} - c_{1k}b_{2k})^{-1}; \quad (21)$$

$$\dot{S}'_{ak} = \kappa_k^{pv} (a_{1k}d_{1k} - b_{1k}c_{1k})(a_{2k}d_{1k} - c_{1k}b_{2k})^{-1}; \quad (22)$$

$$\dot{S}'_{ik} = \kappa_k^{pv} (a_{2k}d_{2k} - b_{2k}c_{2k})(a_{2k}d_{1k} - c_{1k}b_{2k})^{-1}; \quad (23)$$

Многослойные экраны ( $n > 1$ )

$$\begin{aligned} \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} = & (\dot{W}'_{an} - \epsilon_n \zeta_{n-1}^{2pv} \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n-1)} \times \\ & \times (1 - \zeta_{n-1}^{2pv} \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n-1)} \dot{W}'_{in})^{-1}; \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)} = & \dot{S}'_{a1} \dot{S}'_{a2} \dots \dot{S}'_{an} (1 - \zeta_1^{2pv} \dot{W}'_{a1} \dot{W}'_{i2})^{-1} \times \\ & \times (1 - \zeta_2^{2pv} \dot{W}'_{a(1, 2)} \dot{W}'_{is})^{-1} (1 - \zeta_3^{2pv} \dot{W}'_{a(1, 2, 3)} \dot{W}'_{i4})^{-1} \dots \\ & \dots (1 - \zeta_{n-1}^{2pv} \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n-1)} \dot{W}'_{in})^{-1}; \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}'_{i(1, 2, \dots, n)} = & (\dot{W}'_{in} - \epsilon_n \zeta_n^{2pv} \dot{W}'_{i(1, 2, \dots, n-1)} \times \\ & \times (1 - \zeta_n^{2pv} \dot{W}'_{an} \dot{W}'_{i(1, 2, \dots, n-1)})^{-1}; \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{S}'_{i(1, 2, \dots, n)} = & \dot{S}'_{i1} \dot{S}'_{i2} \dots \dot{S}'_{in} (1 - \zeta_2^{2pv} \dot{W}'_{i1} \dot{W}'_{i2})^{-1} \times \\ & \times (1 - \zeta_3^{2pv} \dot{W}'_{i(1, 2)} \dot{W}'_{is}) (1 - \dot{W}'_{i(1, 2, 3)} \dot{W}'_{i4} \zeta_4^{2pv})^{-1} \dots (1 - \\ & - \zeta_n^{2pv} \dot{W}'_{i(1, 2, \dots, n-1)} \dot{W}'_{an})^{-1}, \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$\epsilon_n = (c_{2n}b_{1n} - d_{2n}a_{1n})(a_{2n}d_{1n} - b_{2n}c_{1n})^{-1};$$

$$\zeta_{n-1} = R_{2(n-1)}/R_{1n}; \quad \zeta_n = R_{2n}/R_{1(n-1)}; \quad \kappa_k = R_{2k}/R_{1k}.$$

Расчет характеристик экранов по формулам (20)–(27) целесообразно проводить на ЦВМ. Используя (1)–(27) и соотношения

$$B_{vk} = \text{rot } A_{vk}; \quad \sigma_{vk} = -jk^2 A_{vk}/\mu_k \mu_0; \quad E_{vk} = \gamma_k^{-1} \sigma_{vk}, \quad (28)$$

где  $\sigma_{vk}$  и  $E_{vk}$  — плотность вихревого тока и напряженность электрического поля, вызванные  $v$ -й гармонической поля статора в  $k$ -й оболочке, можно вычислить составляющие напряженности магнитного поля в области поперечного сечения машины, а также плотность вихревого тока и напряженность электрического поля в проводящих оболочках.

Частные случаи. При  $pv=2$  выражения (12) и (13) после раскрытия неопределенностей приобретают вид:

$$\Lambda_{2c} = \frac{4 \ln R_2/R_1 - \dot{W}'_{ic} R_{1c}^{-4} (R_{2c}^4 - R_{1c}^4)}{8 (R_{2c}^2 - R_{1c}^2) [1 - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} \dot{W}'_{ic} (R_{2n}/R_{1c})^4]}; \quad (29)$$

$$\Lambda_{2n} = \frac{4 \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} R_{2n}^4 \ln R_2/R_1 - (R_{2c}^4 - R_{1c}^4)}{8 (R_{2c}^2 - R_{1c}^2) [1 - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, n)} \dot{W}'_{ic} (R_{2n}/R_{1c})^4]}. \quad (30)$$

В этом случае выражения для векторного магнитного потенциала получаются из (1)–(11) при

подстановке  $pv=2$  и замене  $\Lambda_{vc}$  и  $\Lambda_{vn}$  на  $\Lambda_{2c}$  и  $\Lambda_{2n}$ . Исключение составляет векторный магнитный потенциал в области проводников  $A_{2(2n+2)}(r, \varphi, t)$ , выражение для которого можно записать по аналогии с [Л. 7], где рассмотрен случай беззубцового ферромагнитного ротора с  $\mu=\text{const}$  без учета протекания вихревых токов в его массиве.

В реальных случаях магнитная проницаемость ротора по толщине массива различна. Приближенный расчет поля с учетом различного значения  $\mu$  по толщине ротора можно выполнить, считая массив ротора состоящим из  $n$  коаксиальных оболочек, соприкасающихся между собой (т. е. при  $\zeta_{k-1}=1$ ).

Зачастую [Л. 8 и 9] рассматривают беззубцовый ферромагнитный ротор, имеющий постоянное значение магнитной проницаемости по сечению, а плотность тока обмотки статора принимают распределенной в бесконечно тонких нитях на поверхности расточки. В этом случае получаем следующие расчетные выражения;

$$\begin{aligned} \Lambda_{vc} &= (1 - \dot{W}'_{ic})/2R_{1c}^{pv} pv [1 - \dot{W}'_{a1} \dot{W}'_{ic} (R_{21}/R_{1c})^{2pv}]; \\ \Lambda_{vn} &= (\dot{W}'_{a1} - 1)/2R_{1c}^{-pv} pv [1 - \dot{W}'_{a1} \dot{W}'_{ic} (R_{21}/R_{1c})^{2pv}]; \quad (31) \end{aligned}$$

$$g_v = 6J_{c \max} w_1 k_{\omega v} \mu_0 / \pi, \quad (32)$$

где  $w_1$  — число витков фазы обмотки статора. Если при этом считать экран статора ферромагнитным ( $\mu_c=\infty$ ) шихтованным ( $\gamma_c=0$ ), т. е. принять  $\dot{W}'_{ic}=-1$ , и использовать выражение  $\dot{W}'_{a1}$  для массивного ротора [Л. 6], то векторный магнитный потенциал на поверхности ротора можно получить в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{v1}(R_{21}) = & \frac{6J_{c \max} \mu_0 w_1 k_{\omega v} e^{j(\omega_v t - p_v v)}}{\pi p_v (\zeta_c^{pv} - \zeta_c^{-pv}) 1 + \frac{\text{Re}_m p_v V \sqrt{2}}{R_{21} k_{v1}}} - \\ & - \text{Re}_m \frac{V \sqrt{2} e^{j \frac{3\pi}{4}} J_{pv+1} \left( k_{v1} R_{21} e^{\frac{3\pi}{4}} \right)}{J_{pv} \left( k_{v1} R_{21} e^{\frac{3\pi}{4}} \right)}, \quad (33) \end{aligned}$$

где  $\zeta_c = R_{1c}/R_{21}$  — безразмерный параметр;

$\text{Re}_m = \frac{k_{v1} R_{21} (\zeta_c^{pv} + \zeta_c^{-pv})}{\mu_0 p_v V \sqrt{2} \zeta_c^{pv} - \zeta_c^{-pv}}$  — магнитное число Рейнольдса при записи в цилиндрической системе координат.

Для больших значений аргументов

$$J_{pv+1} \left( k_{v1} R_{21} e^{\frac{3\pi}{4}} \right) / J_{pv} \left( k_{v1} R_{21} e^{\frac{3\pi}{4}} \right) \rightarrow j.$$

Учитывая это, из (33) можно получить следующую формулу для модуля индукции магнитного поля на поверхности массивного ротора:

$$|B_{r1}|_{r=R_{21}} = \frac{6J_{c \max} \mu_0 w_1 k_{\omega v}}{\pi R_{21} (\zeta_c^{pv} - \zeta_c^{-pv})} k_{vr}, \quad (34)$$

где

$$k_{vr} = 1/R_{em} \sqrt{\left[ \frac{1}{R_{em}} + \left( 1 + \frac{p_v \sqrt{2}}{k_{v1} R_{21}} \right) \right]^2 + 1} \quad (35)$$

— коэффициент, учитывающий реакцию массива ротора на поле статора.

В [Л. 8] получено аналогичное выражение для  $k_{vr}$  при решении задачи в прямоугольной системе координат и при  $\mu_1 \gg 1$ .

В инженерной практике выражением (34) можно пользоваться для расчета поля на поверхности массивного немагнитного экрана ротора генератора с криогенным охлаждением обмотки возбуждения.

**Входное комплексное сопротивление** (импеданс) многослойной цилиндрической структуры найдем как отношение напряженности электрического поля к касательной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности  $k$ -й проводящей оболочки. Используя выражение типа (7) для  $A_{v(2k+1)}$  и соотношение (28), получаем:

$$Z_{vk}(R_{2k}) = \frac{jk^2 \nu_k R_{2k} (1 - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k)})}{\mu_k \gamma_k p_v (i + \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k)})}. \quad (36)$$

Из (36) можно получить различные частные случаи для импеданса сплошных проводящих массивов. Формула (36) достаточно проста и может быть использована в инженерной практике для исследования изменения импеданса по толщине массивного ротора.

**Расчет потерь на вихревые токи** в проводящих оболочках можно выполнить, используя теорему Умова — Пойнтинга. Расчетная формула для определения потерь от  $v$ -й составляющей вихревых токов на единицу длины  $k$ -й проводящей оболочки ротора записывается в следующем виде:

$$P_{avk} = \frac{1}{4} \pi g^2 \frac{k^2 \nu_k p_v}{\mu_k \mu_0 \gamma_k} |\dot{A}_{vc}|^2 \left\{ \frac{R_{2k}^{2p_v} |\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}|^2}{|\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, k)}|^2} \times \right. \\ \times \overbrace{Re [j(1 - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k)})(1 + \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k)})] -} \\ - \frac{R_{1k}^{2p_v} |\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, n)}|^2}{|\dot{S}'_{a(1, 2, \dots, k-1)}|^2} Re [j(1 - \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} \zeta_{k-1}^{2p_v}) \times \\ \times \overbrace{(1 + \dot{W}'_{a(1, 2, \dots, k-1)} \zeta_{k-1}^{2p_v})}^*] \left. \right\}. \quad (37)$$

Здесь  $\zeta_{k-1} = R_{2(k-1)}/R_{1k}$ ;  $\zeta_{k-1}^*$  означает сопряженный комплекс, а  $|\dot{S}'_a|$  — модуль комплексной величины.

В (37) первое слагаемое в фигурных скобках соответствует входящей через поверхность  $R_{2k}$  активной мощности, второе слагаемое соответствует выходящей из поверхности  $R_{1k}$  активной мощности, а их разность дает теряемую в оболочке активную мощность. При  $n=k=1$  второе слагаемое в (37) становится равным нулю, и формула (37) может быть записана в упрощенном виде:

$$P_{av1} = \pi R_{21} |H_{\varphi v1}(R_{21})|^2 \operatorname{Re} Z_{v1}, \quad (38)$$

где  $|H_{\varphi v1}(R_{21})|$  — модуль касательной составляющей напряженности магнитного поля на наружной поверхности оболочки. Выражение (38) согласуется

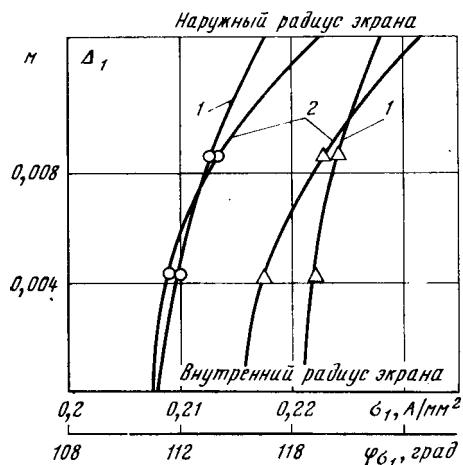


Рис. 2. Распределение плотности вихревого тока по толщине внутреннего экрана.

1 —  $|\sigma_1|$ ; 2 —  $\varphi_1$ ;  $\circ$  — цилиндрическая система координат;  $\Delta$  — декартова система координат.

с обычно применяемой формулой для расчета поверхностных потерь в проводящем массиве с постоянными параметрами  $\mu$  и  $\gamma$  [Л. 9].

**Результаты расчетов и экспериментов.** Расчеты проводились применительно к магнитной системе проектируемого генератора мощностью около 300 МВ·А с криогенным охлаждением обмотки возбуждения, а также применительно к магнитной системе разработанной и изготовленной модели. Определялась плотность вихревых токов в оболочках двухслойного экрана ротора генератора 300 МВ·А, а также потери от вихревых токов. Геометрия по-перечного сечения машины и другие исходные данные принимались такими же, как и в [Л. 6]. Расчеты проводились для первой гармонической поля в цилиндрической и декартовой системах координат<sup>1</sup>. На рис. 2 и 3 приведены расчетные данные по распределению плотности вихревых токов, вызываемых током обратной последовательности, равным 7% номинального тока статора. Максимальное расхождение при определении модуля плотности вихревых токов в различных системах координат составило около 16%, а при определении фазы — около 3% и объясняется влиянием кривизны оболочек на результаты численных расчетов. Расчетное значение потерь активной мощности в исследуемых оболочках составило 411,8 для внутренней и 9971,3 Вт/м для наружной оболочки ротора. При использовании декартовой системы координат соответственно получены потери 422,2 и 10185,3 Вт/м. При рассмотрении только одной оболочки на роторе потери составили 10177,9 Вт/м в цилиндрической системе координат. Такой же результат был получен при использовании метода [Л. 2], где рассматривался однослойный экран ротора. Для экспериментальной проверки изложенной методики расчета проводились исследования распределения магнитного поля на модели. Модель представляет собой статический макет ротора без обмотки возбуждения, на который воздействует вращающееся поле трехфазной обмотки статора. Ротор модели

<sup>1</sup> Решение задачи в декартовой системе координат не приводится.

представляет собой две коаксиальные оболочки, соединенные с концевыми частями болтами. Оболочки изготовлены из материалов с различной проводимостью. Конструкция ротора позволяет получать различное сочетание материалов путем замены оболочек.

Изготовленный макет ротора вводится в расточку статора обычного асинхронного электродвигателя мощностью 45 кВт. Статор модели имеет трапециевидные полузакрытые пазы, в которые уложена четырехполюсная трехфазная равносекционная обмотка, соединенная в звезду. Зубцовый статор для модели был выбран после тщательного исследования магнитного поля в области его расточки при отсутствии ротора. Изучалось распределение поля по радиусу и по длине модели. Форма кривой магнитной индукции осциллографировалась. Для анализа гармонического состава кривой индукции использовался анализатор высших гармоник С5-3. Было проведено также разложение кривой магнитной индукции на гармонические составляющие по стандартной программе на ЦВМ. В результате было установлено, что максимальное отношение амплитуды индукции магнитного поля высших гармонических к амплитуде индукции основной гармонической составляет 2,5% для  $v=3$ , 0,7% для  $v=5$ , 0,82% для  $v=7$ , 0,64% для  $v=9$ . Высшие гармонические резко затухали при удалении датчиков от расточки статора. Низкий состав высших гармоник в кривой индукции объясняется выбранной схемой обмотки статора и конструкцией паза.

Исследование модели с введенным ротором проводилось для экранов, изготовленных из бронзы и алюминия. Измерение составляющих индукции магнитного поля проводилось при различных токах в обмотке статора, изменяющихся с частотами 50 и 100 Гц. Для предотвращения проворачивания ротора его вал был заторможен специальным приспособлением, позволяющим измерять момент на валу. Расчеты распределения индукции магнитного поля проводились для первой гармонической при

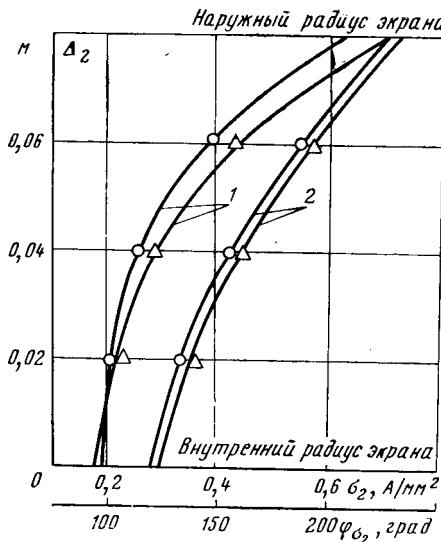


Рис. 3. Распределение плотности вихревого тока по толщине внешнего экрана.

1 —  $|\sigma_2|$ ; 2 —  $\phi_2$ ; О — цилиндрическая система координат;  $\Delta$  — декартова система координат.

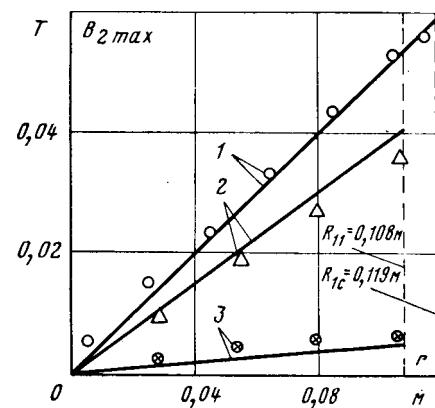


Рис. 4. Изменение радиальной составляющей индукции по радиусу модели.  
1 — при отсутствии экрана; 2 — с бронзовым экраном; 3 — с алюминиевым экраном; — расчет; ○, Δ, ⊗ — опыт.

частотах 50 и 100 Гц и следующих исходных данных модели:

$$\begin{aligned} J_{c \max} &= \sqrt{2} \cdot 80 \text{ A}; w_1 = 56; k_{w1} = 0,925; \\ p &= 2; R_{1c} = 0,119 \text{ м}; \mu_c = \infty; \gamma_c = 0; R_{11} = 0,108 \text{ м}; \\ R_{21} &= 0,116 \text{ м}; R_1 = R_2 = R_{1c} = 0,119 \text{ м}; \\ \gamma_1 &= 0,27 \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м})^{-1}; \gamma_2 = 3,33 \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м})^{-1}. \end{aligned}$$

На рис. 4 приведены результаты расчетных и опытных данных, полученных при вынутом роторе, а также при исследовании однослоиного экрана ротора. Искажение прямолинейного характера распределения индукции магнитного поля при вынутом роторе вблизи расточки статора и вблизи оси машины, полученное в опытах, объясняется влиянием высших и зубцовых гармонических у расточки статора, а также конечными размерами датчиков индукции, установленных по оси машины. В остальной области расточки статора расчетные и опытные данные практически совпали. При исследовании однослоиных экранов ротора, изготовленных из бронзы и алюминия, расчетные коэффициенты экранирования при  $f=100$  Гц составили соответственно  $|\dot{S}_1|=0,76$ ;  $|\dot{S}_2|=0,095$ , а опытные  $|\dot{S}_1|=0,68$ ;  $|\dot{S}_2|=0,112$ . Расхождение в расчетных и опытных данных объясняется влиянием поля вихревых токов на поле обмотки статора, проникающее в экранируемую область.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миронов О. М., Мокин В. С. Электромагнитное поле и параметры криогенной синхронной машины с электропроводящими экранами. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6.
2. Monti C., Morini A., Verde B. Steady State Analysis of the Magnetic Fields and Eddy Currents in the Rotating Screen of a Superconducting Alternator. — Archiv für Elektrotechnik, 1976, № 57.
3. Брынинский Е. А., Иванов С. А., Корольков С. А. Расчет электромагнитного поля турбогенератора со сверхпроводящей обмоткой возбуждения. — В кн.: Электрические машины. Турбогенераторы беспазовой конструкции и проблемы их создания. — Л.: Изд. ВНИИэлектромаш, 1976.
4. Иванов С. А. Экранирование вращающегося электромагнитного поля многослойным цилиндрическим экраном. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 6.
5. Markus H., Sergl J. Die Abschirmung magnetischer Felder bei zylindrischen Anordnungen, insbesondere bei einem Turbogenerator mit supraleitender Erregerwicklung. — Archiv für Elektrotechnik, 1977, № 59.

6. Ружинский Л. Н. Расчет характеристик однослойных и многослойных цилиндрических экранов беззубцовых синхронных генераторов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 3.

7. Кильдишев В. С., Ружинский Л. Н. Мощные синхронные генераторы с беззубцовым статором. — Электричество, 1977, № 1.

8. Постников И. М. Вихревые токи в синхронных и асинхронных машинах с массивным ротором. — Электричество, 1958, № 10.

9. Электромагнитные и тепловые процессы в концевых частях мощных турбогенераторов. Постников И. М., Станиславский Л. Я., Счастливый Г. Г. и др. — Киев: Наукова думка, 1971.

[26.12.79]



УДК 621.313:537.312.62.001.24

## Исследование шихтованного ферромагнитного экрана криогенной электрической машины

НАХАМКИН А. М., инж., РУБИНГАУТ А. М., канд. техн. наук

Москва

В большинстве известных конструкций криогенных электрических машин (КЭМ) для ограничения распространения магнитного поля в окружающее пространство применяется наружный ферромагнитный экран. Высокие значения индукции магнитного поля, создаваемые сверхпроводящей обмоткой возбуждения, приводят к увеличению потерь внутри ферромагнитного экрана, а также в нажимных плитах и корпусе машины.

Магнитное поле внутри ферромагнитного экрана и конструктивных элементов машины имеет сложный трехмерный характер. Его определение с учетом насыщения экрана численными методами затруднительно, а принятые [Л. 1] допущения не позволяют учесть влияние шихтовки ферромагнитного экрана и вихревых токов в листах пакета и нажимных плитах. Для учета этих факторов были проведены расчетные и экспериментальные исследования. Объектом исследования был ферромагнитный экран, установленный на якоре КЭМ.

Для определения квазистационарного магнитного поля в экране необходимо последовательно рассматривать влияние его составляющих: одной (магнитостатической), созданной токами в обмотках и намагниченностью ферромагнитного экрана, и второй, созданной вихревыми токами в ферромагнитном экране и конструктивных элементах.

Сначала подробно рассмотрим влияние шихтовки на распределение магнитного поля в ферромагнитном экране.

Расчет магнитного поля будем проводить методом интегральных уравнений [Л. 1]. При расчете этим методом шихтовка ферромагнитного экрана обычно учитывается приведением к фиктивному анизотропному материалу с взаимноперпендикулярными осями анизотропии [Л. 2]. Покажем, что такой подход не позволяет рассчитать магнитное поле КЭМ. Магнитная проницаемость экрана в направлении осей  $x$  и  $z$  принимается равной магнитной проницаемости «реальной» стали  $\mu_x = \mu_z = \mu_i$ , а в направлении оси  $y$  зависит главным образом от воздушных промежутков между листами (рис. 3) и вычисляется по формуле

$$\mu_y = \mu_i \frac{1}{1 + \frac{\mu_i \Delta_h}{\mu_0 \Delta_l}},$$

где  $\Delta_l$  — толщина листа стали;  $\Delta_h$  — толщина изоляционного промежутка между листами.

Магнитное поле в кусочно-однородных анизотропных средах описывается системой двух интегральных уравнений, при этом отказываются от единого во всем пространстве интегрального представления для скалярного потенциала  $\varphi$ ; используются различные для него выражения в области  $V_i$ , заполненной однородной изотропной средой с магнитной проницаемостью  $\mu_0$ , и в области  $V_A$ , заполненной анизотропной средой. В областях  $V_i$  и  $V_A$  скалярные потенциалы  $\varphi_i$  и  $\varphi_A$  удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} = 0;$$

$$\mu_x \frac{\partial^2 \varphi_A}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 \varphi_A}{\partial y^2} + \mu_z \frac{\partial^2 \varphi_A}{\partial z^2} = 0.$$

В качестве вторичных источников для расчета магнитного поля в изотропной среде выбирается двойной слой магнитных зарядов  $\tau_m$ , а для расчета магнитного поля в анизотропной среде — простой слой магнитных зарядов  $\sigma_m$ . Скалярные потенциалы  $\varphi_i$  и  $\varphi_A$  определяются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_A(Q) &= \frac{1}{4\pi V} \frac{\sigma_m(N)}{\mu_x \mu_y \mu_z} \oint_S \frac{dS_N}{R_{QN}}; \\ (R_{QN} &= \sqrt{\frac{(x_N - x_Q)^2}{\mu_x} + \frac{(y_N - y_Q)^2}{\mu_y} + \frac{(z_N - z_Q)^2}{\mu_z}}); \\ \varphi_i &= -\frac{1}{4\pi} \oint_S \tau_m(N) \frac{(\bar{r}_N, \bar{r}_{QN})}{r_{QN}^3} dS_N, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $S$  — поверхность ферромагнетика;  $r_{NQ}$  — расстояние между точками  $N$  и  $Q$ ;  $n$  — единичный вектор нормали к поверхности ферромагнетика.

Расчет скалярного потенциала  $\varphi_A$  по (1) справедлив только для ферромагнетика, у которого отрезок, соединяющий точки  $Q$  и  $N$ , целиком лежит в анизотропной среде. В КЭМ это условие не удовлетворяется, так как всегда имеются такие точки  $Q$  и  $N$ , что отрезок, их соединяющий, будет переходить через изотропную среду с магнитной проницаемостью  $\mu_0$ .

Для расчета магнитного поля в КЭМ методом интегральных уравнений с учетом шихтовки ферромагнитного экрана предлагается следующий подход. Рассмотрим только один лист ферромагнитного экрана и запишем систему интегральных уравнений для поверхностных  $\sigma_m^{(j)}$  и объемных  $\rho_m^{(j)}$  магнитных зарядов (рис. 1) [Л. 1]:

$$\sigma_m^{(j)}(Q) - \frac{1}{2\pi} \lambda \oint_{S^{(j)}} \sigma_m^{(j)}(N) \frac{(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dS_N - \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{V^{(j)}} \rho_m^{(j)}(N) \frac{(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dV_N = \frac{\mu_0}{2\pi} \lambda H_n; \quad (2)$$

$$\rho_m^{(j)}(Q) + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \int_{V^{(j)}} \rho_m^{(j)}(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r^2_{QN}} dV_N + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \oint_{S^{(j)}} \sigma_m^{(j)}(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r^2_{QN}} dS_N = \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} (\bar{H}, \text{grad } \mu_i), \quad (3)$$

где  $S^{(j)}$ ,  $V^{(j)}$  — поверхность и объем  $j$ -го листа;  $\bar{H}$  — напряженность магнитного поля, созданная токами в катушках и намагниченностью всех других листов ферромагнитного экрана;  $\lambda = \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_i + \mu_0}$ .

Будем считать, что в каждой точке на боковой поверхности листа в направлении оси  $y$  напряженность магнитного поля  $H_i$  и магнитная проницаемость  $\mu_i$  не меняются по значению, тогда поверхностные магнитные заряды на поверхностях  $S_3^{(j)}$  и  $S_3'^{(j)}$   $j$ -го листа равны между собой и противоположны по знаку, что следует из формулы [Л. 4]:

$$\sigma_m(Q) = \frac{2\mu_0\lambda}{\lambda - 1} H_i.$$

Что касается значений магнитной проницаемости в направлении осей  $x$  и  $z$ , то холоднокатаные стали, используемые в ферромагнитных экранах КЭМ, обладают резко выраженной анизотропией, поэтому при раскрытии сегментов экрана их стараются расположить так, чтобы направление прокатки совпадало с направлением вдоль сегмента. Несмотря на это, часть потока идет не в направлении прокатки, а под некоторым углом к нему. Для учета этого фактора следует использовать эквивалентные магнитные характеристики стали, снятые на кольцевых образцах [Л. 5].

Разобьем в системе интегральных уравнений (2) и (3) интеграл по поверхности  $S^{(j)}$  на четыре интеграла по частям  $S_1^{(j)}$ ,  $S_2^{(j)}$ ,  $S_3^{(j)}$ ,  $S_3'^{(j)}$  (рис. 1). Запишем отдельно интегральные уравнения для поверхностных магнитных зарядов  $\sigma_{1m}^{(j)}$  на поверхностях  $S_1^{(j)}$  и  $S_2^{(j)}$  и  $\sigma_{2m}^{(j)}$  на поверхности  $S_3^{(j)}$ , сгруппировав интегралы на поверхностях  $S_3^{(j)}$  и  $S_3'^{(j)}$  в один. Учитывая, что  $\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q) = 0$  для точек  $N$  и  $Q$ , расположенных на поверхности  $S_3^{(j)}$ , получаем систему интегральных уравнений для поверхностных  $\sigma_{1m}^{(j)}$  и  $\sigma_{2m}^{(j)}$  магнитных зарядов:

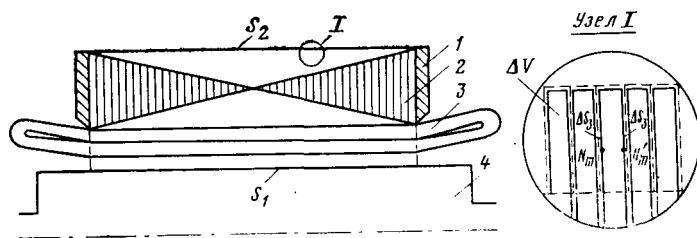


Рис. 1. Конструктивная схема ферромагнитного экрана с жесткими плитами.

1 — жесткая плита; 2 — ферромагнитный экран; 3 — обмотка якоря; 4 — ротор со сверхпроводящей обмоткой возбуждения.

ложенных на поверхности  $S_3^{(j)}$ , получаем систему интегральных уравнений, описывающих распределение магнитных зарядов одного листа:

$$\sigma_{1m}^{(j)}(Q) - \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{S_1^{(j)}} \sigma_{1m}^{(j)}(N) \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dS_N - \frac{1}{2\pi} \lambda \times$$

$$\times \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2m}^{(j)}(N) \left( \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN'}} \right) dS_N -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{V^{(j)}} \rho_m^{(j)}(N) \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dV_N = \frac{\mu_0}{2\pi} \lambda H_n; \quad (4)$$

$$\sigma_{2m}^{(j)}(Q) - \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2m}^{(j)}(N) \left( - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN'}} \right) dS_N -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{S_1^{(j)} + S_2^{(j)}} \sigma_{1m}^{(j)} \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dS_N -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \lambda \int_{V^{(j)}} \rho_m^{(j)}(N) \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r^2_{QN}} dV_N = \frac{\mu_0}{2\pi} \lambda H_n; \quad (5)$$

$$\rho_m^{(j)}(Q) + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \int_{V^{(j)}} \rho_m^{(j)}(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r^2_{QN}} dV_N +$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \int_{S_1^{(j)} + S_2^{(j)}} \sigma_{1m}^{(j)}(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r^2_{QN}} dS_N + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \int_{S_3^{(j)}} \times$$

$$\times \sigma_2^{(j)}(N) \left[ \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r^2_{QN}} - \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN'})}{r^2_{QN'}} \right] dS_N =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} (\bar{H}, \text{grad } \mu_i), \quad (6)$$

где  $r_{QN}$ ,  $r_{QN'}$  — расстояние от  $Q$  до  $S_3^{(j)}$  и  $S_3'^{(j)}$ .

Составим систему интегральных уравнений, описывающую плотности магнитных зарядов всего ферромагнитного экрана, для чего проведем суммирование по всем  $N$  листам. Чтобы получить интегральные уравнения расчета поверхностных  $\sigma_{1m}$ ,  $\sigma_{2m}$  и объемных  $\rho_m$  магнитных зарядов, требуется проинтегрировать по поверхностям  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и объему  $V$  экрана. Наличие воздушных промежутков между

листами приводит к разрыву функции плотностей поверхностных  $\sigma_{1M}$  и объемных  $\rho_M$  магнитных зарядов, что при интегрировании по поверхностям  $S_1$ ,  $S_2$  и объему  $V$  учитывается умножением на коэффициент заполнения стали  $k_{Fe}$  дифференциалов площади и объема:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{1M}(Q) = & \frac{1}{2\pi} \lambda k_{Fe} \int_{S_1 + S_2} \sigma_{1M}(N) \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} dS_N - \\
 & - \frac{1}{2\pi} \lambda \sum_{j=1}^{N_\delta} \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2M}^{(j)}(N) \left( \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} - \right. \\
 & \left. - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'}, \bar{n}_Q)}{r_{QN'}^2} \right) dS_N - \frac{1}{2\pi} \lambda k_{Fe} \int_V \rho_M(N) \times \\
 & \times \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} dV_N = \frac{\mu_0}{2\pi} \lambda H^B n; \\
 \sigma_{2M}(Q) = & \frac{1}{2\pi} \lambda \sum_{j=1}^{N_\delta} \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2M}^{(j)}(N) \left( \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} - \right. \\
 & \left. - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'}, \bar{n}_Q)}{r_{QN'}^2} \right) dS_N - \frac{1}{2\pi} \lambda k_{Fe} \int_{S_1 + S_2} \sigma_{1M}(N) \times \\
 & \times \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} dS_N - \frac{1}{2\pi} \lambda k_{Fe} \int_V \rho_M(N) \times \\
 & \times \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} dV_N = \frac{\mu_0}{2\pi} \lambda H^B n; \\
 \rho_M(Q) + & \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} k_{Fe} \int_V \rho_M(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r_{QN}^3} dV_N + \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} k_{Fe} \int_{S_1 + S_2} \sigma_{1M}(N) \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r_{QN}^3} dS_N + \\
 & + \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} \sum_{j=1}^{N_\delta} \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2M}^{(j)}(N) \left[ \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN})}{r_{QN}^3} - \right. \\
 & \left. - \frac{(\text{grad } \mu_i, \bar{r}_{QN'})}{r_{QN'}^3} \right] dS_N = \frac{\mu_0}{4\pi\mu_i} (\bar{H}^B, \text{grad } \mu_i), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где  $\bar{H}^B$  — вихревая составляющая напряженности магнитного поля, созданная токами в сверхпроводящей обмотке возбуждения и обмотке статора.

Расчет вихревой составляющей напряженности магнитного поля  $\bar{H}^B$  от катушек с током и численное решение интегральных уравнений (7) и (9) проводятся методами [Л. 1], которые позволяют с высокой степенью точности учесть конфигурацию обмотки возбуждения и обмотки статора не только в пазовой, но и лобовой части.

Рассмотрим особенности численного решения интегрального уравнения (8). Так как численное интегрирование по поверхности  $S_3^{(j)}$  всех  $N_\delta$  листов ферромагнитного экрана требует гораздо боль-

шего числа разбиений, чем реально можно рассчитать на современных ЭВМ, разобъем объем ферромагнитного экрана на  $M_\delta$  эквивалентных листов. Толщина эквивалентного листа и толщина эквивалентного изоляционного промежутка между листами получаются равными:

$$\Delta_{\text{л}}^s = \frac{l_s k_{Fe}}{M_\delta}; \quad \Delta_{\text{и}}^s = (1 - k_{Fe}) \frac{l_s}{M_\delta},$$

где  $l_s$  — длина ферромагнитного экрана.

При увеличении числа эквивалентных листов  $M_\delta$  повышается точность расчетов, и в идеале можно будет провести интегрирование по поверхности  $S_3^{(j)}$  всех  $N_\delta$  листов.

Каждый из  $M_\delta$  листов ферромагнитного экрана разобъем на  $K_V$  элементов объема  $\Delta V$  с площадью боковой поверхности  $\Delta S_3$ . Приняв плотность поверхностных магнитных зарядов  $\sigma_{2M}$  на поверхности  $\Delta S_3$  постоянной, интеграл в интегральном уравнении (8) представим в виде конечной суммы:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{N_\delta} \int_{S_3^{(j)}} \sigma_{2M}^{(j)}(N) \left[ \frac{\cos(\bar{r}_{QN}, \bar{n}_Q)}{r_{QN}^2} - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'}, \bar{n}_Q)}{r_{QN'}^2} \right] dS_N = \\
 & = \sum_{m=1}^{M_\delta K_V} \sigma_{2M}(N_m) \left[ \frac{\cos(\bar{r}_{QN_m}, \bar{n}_Q)}{r_{QN_m}^2} - \frac{\cos(\bar{r}_{QN'_m}, \bar{n}_Q)}{r_{QN'_m}^2} \right] \Delta S_s, \quad (10)
 \end{aligned}$$

где  $N_m$  — точка в центре боковой поверхности  $\Delta S_3$ .

Проанализируем случай, когда при численном интегрировании по (10) точка  $Q$  совпадает с точкой  $N_m$ , воспользовавшись для этого рис. 1. Напряженность магнитного поля в точке  $N_m$  от поверхностных магнитных зарядов на поверхности  $\Delta S_3$  равна нулю, так как  $\cos(\bar{r}_{QN_m}, \bar{n}_Q) = 0$ . Можно считать, что магнитное поле между поверхностями  $\Delta S_3$  и  $\Delta S'_3$  одного листа идентично полю плоского конденсатора, тогда напряженность магнитного поля в точке  $N_m$ , создаваемая поверхностными магнитными зарядами на противоположной стороне  $\Delta S'_3$ , равна  $H = \frac{\sigma_{2M}(N_m)}{2\mu_0}$ .

Коэффициенты системы линейных уравнений, аппроксимирующих интегральное уравнение (8), имеют вид:

$$\begin{aligned}
 a_{km} = & \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda}{4\pi}, \quad k = m; \\ \frac{1}{2\pi} \lambda \left[ \frac{\cos(\bar{r}_{Q_k N_m}, \bar{n}_{Q_k})}{r_{Q_k N_m}^2} - \frac{\cos(\bar{r}_{Q_k N'_m}, \bar{n}_{Q_k})}{r_{Q_k N'_m}^2} \right] \Delta S_s, \end{array} \right. \\
 & k \neq m.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь расчет синусоидально изменяющихся квазистационарных вихревых токов в ферромагнитном экране. Трехмерные интегральные уравнения расчета квазистационарного магнитного поля в проводящей среде приведены в [Л. 4]. Проанализируем их.

Плотность квазистационарных вихревых токов  $\dot{\delta}^b$  в проводнике определяется по формуле:

$$\dot{\delta}^b = \gamma \dot{E} = -j\omega \gamma \dot{A}, \quad (11)$$

где  $\dot{A}$  — векторный потенциал;  $\dot{E}$  — напряженность электрического поля;  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость;  $\omega$  — угловая частота.

Чтобы перейти к системе интегральных уравнений для расчета вихревых токов в кусочно-неоднородной проводящей и ферромагнитной среде, требуется векторный потенциал  $\dot{A}$  выразить через комплексные вторичные источники: векторные — объемные  $\dot{\delta}_h$  и поверхностные  $\dot{I}_h$  токи намагничивания; скалярные — объемные  $\rho_m$  и поверхностные  $\sigma_m$  магнитные заряды.

Векторный потенциал  $\dot{A}$  от векторных вторичных источников определяется однозначно, а от скалярных с точностью до градиента гармонической функции [Л. 4]. Следовательно, квазистационарные токи при решении интегрального уравнения с векторными вторичными источниками определяются однозначно, а со скалярными — неоднозначно.

Векторные вторичные источники определяются несколькими скалярными: ток  $\dot{I}_h$  — двумя, а  $\dot{\delta}_h$  — тремя скалярными величинами, поэтому одно интегральное уравнение, содержащее векторную вторичную величину, равносильно двум или трем интегральным уравнениям, содержащим скалярные величины. Это приводит к значительному увеличению времени счета на ЭВМ интегральных уравнений, содержащих векторные вторичные источники по сравнению с интегральными уравнениями, содержащими скалярные вторичные источники, т. е. необходимо решить систему из пяти интегральных уравнений вместо двух. Задача становится трудноразрешимой даже для современных ЭВМ.

Для расчета квазистационарного магнитного поля в проводящем массиве предлагается метод «эквивалентных вихревых контуров», который позволяет использовать в качестве вторичных источников поверхностные  $\sigma_m$  и объемные  $\rho_m$  магнитные заряды.

Для каждой компоненты плотности тока  $\dot{\delta}^b_i$  ( $i = x, y, z$ ) разобьем весь проводящий массив  $V$  на  $M_i$  элементов объема  $\Delta V_{im}$  при следующих допущениях:

плотность тока  $\dot{\delta}^b_{im}$  в каждом элементе объема  $\Delta V_{im}$  постоянна по значению и фазе;

на границе массива  $V$ , перпендикулярной компоненте  $i$ , плотность тока  $\dot{\delta}^b_i$  на расстоянии, равном половине шага разбиения, равна нулю.

Второе допущение обосновывается тем, что на границе нормальная компонента плотности тока равна нулю, при этом расчеты будут выполняться тем более строго, чем меньше шаг разбиения. На рис. 2 показано, как проводится такое разбиение. Если провести бесконечно тонкие прямые, проходящие через центры всех элементов в направлении соответствующих осей координат, то в трехмерном случае получится пространственная решетка (рис. 2).

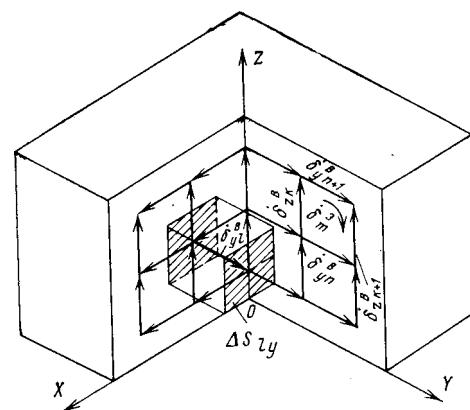


Рис. 2. Схема разбиения проводящего массива объемом  $V$  при расчете вихревых токов.

Согласно первому закону Кирхгофа в узлах решетки сумма плотностей тока равна нулю. Учитывая замкнутость линии тока, вместо плотностей токов  $\dot{\delta}^b_{im}$  будем определять плотности элементарных вихревых токов  $\dot{\delta}^b_k$ , замыкающихся по контуру  $L_k$ , состоящему из ребер каждой грани решетки и являющемуся эквивалентным вихревым током (рис. 2). Рассчитав плотности тока элементарных вихревых контуров  $\dot{\delta}^b_k$ , можно определить реальную плотность тока  $\dot{\delta}^b_{im}$  как сумму плотностей токов  $\dot{\delta}^b_k$ , протекающих в контурах, образованных смежными гранями решетки.

Чтобы рассчитать элементарный вихревой ток  $\dot{\delta}^b_k$ , запишем второе уравнение Максвелла для контура  $L_k$ :

$$\oint_{L_k} \dot{E}_k \overline{dl} = -j\omega \dot{\Phi}_k, \quad (12)$$

где  $\dot{\Phi}_k$  — поток, проходящий через контур  $L_k$ .

Используя выражение для закона Ома в дифференциальной форме, из (12) получаем:

$$\oint_{L_k} \dot{\delta}^b_k \overline{dl} = -j\omega \gamma \dot{\Phi}_k. \quad (13)$$

Так как контур  $L_k$  состоит из четырех элементов  $dl_{jk}$  и плотность тока  $\dot{\delta}^b_k$  по всему контуру  $L_k$  есть величина постоянная, то уравнение (13) перепишем в виде:

$$\dot{\delta}^b_k \sum_{j=1}^4 dl_{jk} = -j\omega \gamma \dot{\Phi}_k. \quad (14)$$

Считая напряженность магнитного поля и магнитную проницаемость на поверхности  $\Delta S_k$  постоянными, выразим поток  $\dot{\Phi}_k$  через поверхность  $\Delta S_k$  и напряженность магнитного поля  $\dot{H}^R_k$  в центре этой поверхности:

$$\dot{\delta}^b_k \sum_{j=1}^4 dl_{jk} = -j\omega \gamma \mu_0 \mu_k \Delta S_k \dot{H}^R_k. \quad (15)$$

Напряженность магнитного поля  $\dot{H}^R_k$  является суммой трех составляющих:

$$\dot{H}_k^R = \dot{H}_k^R + \dot{H}_k^b + \dot{H}_k^n, \quad (16)$$

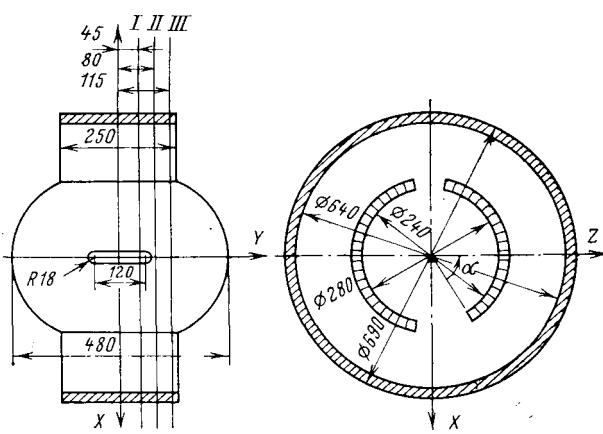


Рис. 3. Основные размеры КЭМ.

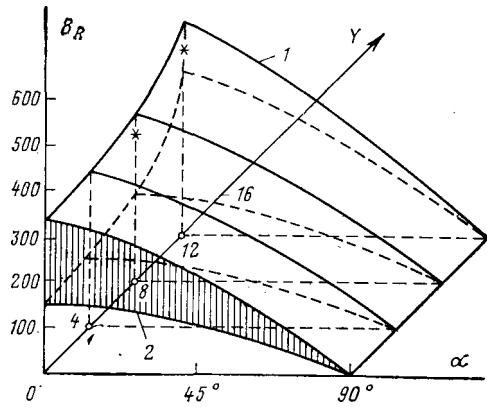


Рис. 4. Распределение радиальной составляющей индукции магнитного экрана.

1 — расчет с учетом шихтовки ферромагнитного экрана; 2 — расчет без учета шихтовки ферромагнитного экрана; x — эксперимент.

где  $\dot{H}^s_k$  — напряженность магнитного поля, созданная всеми  $K$  элементарными вихревыми токами  $\delta^s_k$ ;  $\dot{H}^b_k$  — напряженность магнитного поля, созданная токами в обмотках индуктора и якоря;  $\dot{H}^n_k$  — напряженность магнитного поля, созданная намагниченностью ферромагнетика.

Определим  $\dot{H}^s_k$ , используя формулу для расчета напряженности магнитного поля в произвольной точке от отрезка с током. Формула получена из закона Био — Савара — Лапласа [Л. 1]:

$$\dot{H}^s_k = \sum_{n=1}^K \dot{\delta}^s_n \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta S_{n,i}}{4\pi h_{k,i}} (\cos \alpha'_{n,i} + \cos \alpha''_{n,i}) = \sum_{n=1}^K C_{kn} \dot{\delta}^s_n, \quad (17)$$

где  $h_{n,i}$  — расстояние от центра  $k$ -го эквивалентного контура до  $i$ -го ребра  $n$ -го эквивалентного контура;  $\alpha'_{n,i}$ ,  $\alpha''_{n,i}$  — внутренние углы, образованные  $i$ -м ребром  $n$ -го эквивалентного контура и двумя векторами, проведенными из концов этого ребра в центр  $k$ -го эквивалентного контура;  $\Delta S_{n,i}$  — поперечное сечение элемента, соответствующего  $i$ -му ребру  $n$ -го эквивалентного контура.

Преобразуем (15) для  $k$ -го эквивалентного контура, подставив соответствующие значения напря-

женности магнитного поля из (16) и (17):

$$\dot{\delta}^s_k \sum_{i=1}^4 dl_{k,i} = -j\omega \mu_0 \mu_k \Delta S_k \left( \sum_{n=1}^K C_{kn} \dot{\delta}^s_n + \dot{H}^b_k + \dot{H}^n_k \right) \quad (18)$$

Перенеся величину  $\sum_{n=1}^K C_{kn} \dot{\delta}^s_n$  в левую часть (18)

и записав это уравнение для всех  $K$  эквивалентных контуров, получим систему линейных алгебраических уравнений, которая в векторно-матричной форме имеет вид:

$$\dot{D} \cdot \dot{\delta}^s = \dot{H}^R, \quad (19)$$

где  $D$  — матрица коэффициентов системы, состоящая из элементов

$$\dot{d}_{kn} = \begin{cases} \sum_{i=1}^4 dl_{k,i} + j\omega \mu_0 \mu_k \Delta S_k C_{kn}, & k = n; \\ j\omega \mu_0 \mu_k \Delta S_k C_{kn}, & k \neq n; \end{cases}$$

$\dot{\delta}^s$  — вектор решений системы с элементами  $\dot{\delta}^s_k$ ;  $\dot{H}^R$  — вектор свободных членов с элементами  $\dot{h}_k = -j\omega \mu_0 \mu_k \Delta S_k (H^b_k + H^n_k)$ .

Решив систему линейных алгебраических уравнений (19) с комплексными коэффициентами, найдем все плотности токов  $\dot{\delta}^s_k$ , зная которые, можно рассчитать индукцию в произвольной точке  $Q$  по тем же формулам, которые использовались для расчета  $\dot{H}^b$  от катушки с током в [Л. 1]. Результатирующую напряженность квазистационарного магнитного поля  $\dot{H}^R$  определяем с помощью ЭВМ методом последовательных приближений в следующем порядке:

1. Рассчитываем вихревую составляющую напряженности магнитного поля  $\dot{H}^b$ .

2. По предварительно заданному распределению магнитных проницаемостей решаем систему интегральных уравнений (7), (8) и (9) без учета влияния вихревых токов. Определяем плотности магнитных зарядов  $\sigma_{1M}$ ,  $\sigma_{2M}$  и  $\rho_M$ . Находим потенциальную составляющую напряженности магнитного поля внутри ферромагнитного экрана по формуле

$$\begin{aligned} \dot{H}^n(Q) = & \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_1+S_2} \dot{\sigma}_{1M} \frac{\bar{r}_{QN}}{r^3_{QN}} dS_N + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{j=1}^{N_3} \int_{S_3^{(j)}} \dot{\sigma}_{2M}^{(j)}(N) \left[ \frac{\bar{r}_{QN}}{r^3_{QN}} - \frac{\bar{r}_{QN'}}{r^3_{QN'}} \right] dS_N + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_V \dot{\rho}_M(N) \frac{\bar{r}_{QN}}{r^3_{QN}} dV_N. \end{aligned}$$

3. Уточняем распределение магнитной проницаемости  $\mu_i$  в ферромагнитном экране.

4. Рассчитав плотности вихревых токов  $\dot{\delta}^s$  по (19), определяем составляющую напряженности магнитного поля  $\dot{H}^s$  в ферромагнитном экране. Снова уточняем распределение магнитной проницаемости  $\mu_i$ .

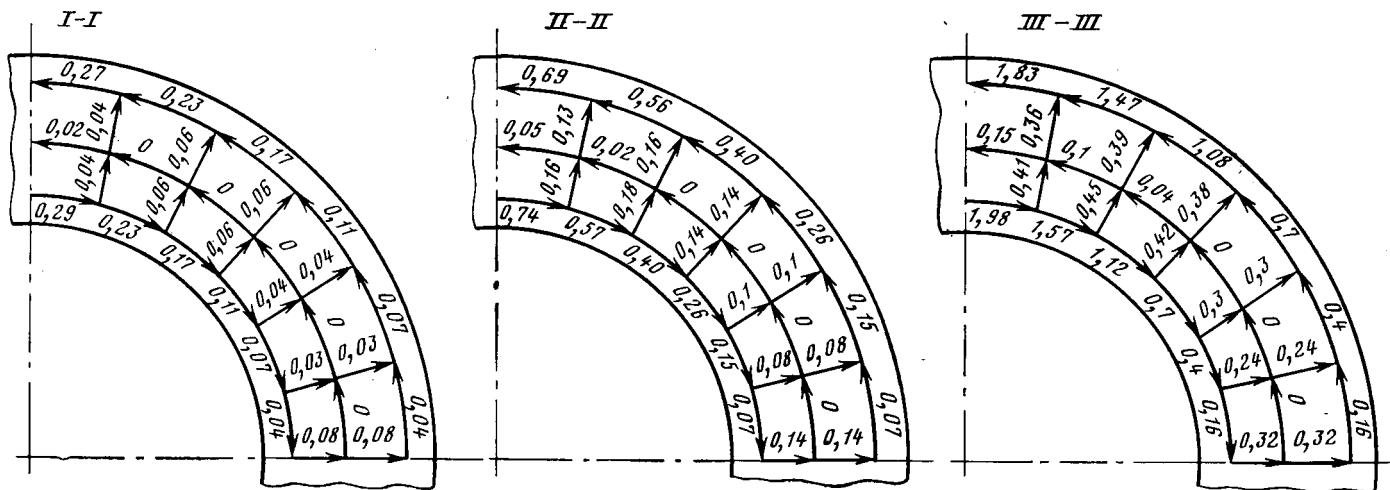


Рис. 5. Распределение максимальных значений плотностей вихревых токов ( $\text{A/mm}^2$ ) в трех сечениях по длине ферромагнитного экрана. Положение сечений показано на рис. 3.

5. Вновь решаем систему интегральных уравнений (7), (8) и (9), но уже с учетом влияния вихревых токов. Определяем плотность магнитных зарядов  $\sigma_{1m}$ ,  $\sigma_{2m}$  и  $\rho_m$ .

Расчет продолжается до тех пор, пока значения плотностей магнитных зарядов  $\sigma_{1m}$ ,  $\sigma_{2m}$  и  $\rho_m$  и плотностей вихревых токов  $\delta^v$  в двух последовательных приближениях не будет иметь заданное отличие.

Зная распределение магнитного поля, можно определить потери в ферромагнитном экране, которые состоят из потерь на гистерезис, потерь на вихревые токи в торцевой зоне от аксиальной составляющей индукции магнитного поля и потерь на вихревые токи от радиальной и тангенциальной составляющих индукции.

Определим потери на гистерезис  $\Delta P_g$  в каждом элементе объема  $\Delta V_k$  по формуле

$$\Delta P_g = \sigma_g \cdot f \cdot B^2 k \Delta G_k,$$

где  $\sigma_g$  — постоянная, зависящая от сорта стали;  $\Delta G_k$  — масса элемента объема.

Потери в торцевой зоне ферромагнитного экрана от аксиальной составляющей индукции рассчитываем с учетом шихтовки, что позволяет считать существование только двух составляющих вихревых токов — радиальной и тангенциальной. Расчет вихревых токов проводим вышеизложенным методом. Зная плотность тока  $\delta^v_{ik}$  ( $i=R, \tau$ ), можно рассчитать потери в элементе объема  $\Delta V_k$  по формуле

$$\Delta P_\tau = \frac{(\delta^v_{ik})^2 \Delta S_{ik} \Delta l_{ik}}{\gamma},$$

где  $\Delta l_{ik}$  — длина элемента объема  $\Delta V_k$  вдоль  $i$ -й координаты.

Расчет вихревых токов от радиальной и тангенциальной составляющих индукции магнитного поля ведем в предположении пренебрежимо малой реакции вихревых токов на радиальную и тангенциальную составляющие поля. Экспериментальное обоснование правильности принятого допущения дано в [Л. 6]. Потери в каждом элементе объема  $\Delta V_k$  рассчитываем по формуле для потерь в пакете

пластин, находящихся в однородном магнитном поле:

$$\Delta P_n = \frac{1}{24} B^2 k \gamma^2 \Delta^2 l \Delta V_k.$$

Проведя суммирование по всем элементам объема  $\Delta V_k$ , получим потери во всем экране.

Экспериментальная проверка разработанной методики расчета магнитного поля с учетом шихтовки, вихревых токов и нелинейности наружного ферромагнитного экрана проводилась при испытании двухполюсного криотурбогенератора. Корпус статора и изоляционный сердечник для укладки обмотки были выполнены из стеклотекстолита. На корпус наложен наружный ферромагнитный экран из лакированных листов электротехнической стали Э41 толщиной 0,35 мм.

Обмотка возбуждения криотурбогенератора была выполнена из сверхпроводящего провода, имела седлообразную форму и помещалась во вращающемся криостате. Размеры обмотки возбуждения и наружного ферромагнитного экрана даны на рис. 3.

Магнитное поле измерялось датчиками Холла на наружной и торцевой поверхностях ферромагнитного экрана.

При расчете ферромагнитного экрана поверхности  $S_1$  и  $S_2$  разбивались на 400 элементов, а объе-

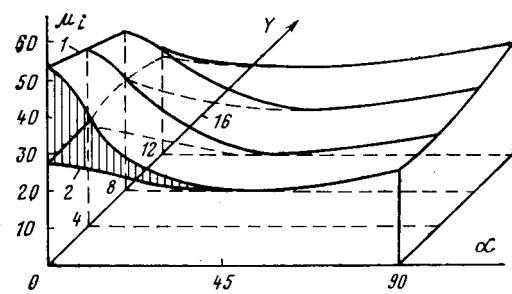


Рис. 6. Распределение магнитной проницаемости в толще ферромагнитного экрана.

1 — с учетом шихтовки ферромагнитного экрана; 2 — без учета шихтовки ферромагнитного экрана.

ем — на два слоя, в каждом по 400 элементов. Для уменьшения порядка системы линейных уравнений учитывалась симметрия магнитной системы.

Результаты сравнения расчета магнитного поля с экспериментом на наружной поверхности ферромагнитного экрана при числе ампер-витков обмотки возбуждения 208000 А даны на рис. 4. Распределение максимальных значений вихревых токов внутри ферромагнитного экрана при том же токе возбуждения показано на рис. 5. Кривые распределения магнитной проницаемости в толще ферромагнитного экрана, рассчитанные без учета влияния шихтовки с учетом этого влияния при числе ампер-витков 208000 А, даны на рис. 6.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нахамкин А. М., Розенкоп В. Д., Рубинраут А. М. Электромагнитные расчеты криогенных электрических машин на ЭВМ. — Электротехника, 1978, № 6.
2. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974.
3. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. — М.: Физматгиз, 1959.
4. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
5. Кравчик А. Э., Бойко Е. П. Учет магнитной анизотропии электротехнической стали при расчете трехфазных асинхронных двигателей. — Электротехника, 1976, № 5.
6. Данилевич Я. Б., Кашарский Э. Г. Добавочные потери в электрических машинах. — Л.: Госэнергониздат, 1963.

[17.09.79]



УДК 621.3.064.4:620.193.1

## Термический режим в анодном основании сильноточной электрической дуги

ДОЛИНСКИЙ Ю. М.

Харьков

Неподвижно горящая дуга оказывает вредное воздействие на контакты отключающих аппаратов. Известно, что 90—95% общего износа контактов приходится на «начальную» фазу горения электрической дуги, в которую входит продолжительность неподвижно горящей дуги и начало медленного ее перемещения по электродам (контактам). Возникающая при вибрации электрических контактов неподвижно горящая дуга вызывает их оплавление вблизи опорных пятен и сваривание контактов при включении цепи. Поэтому изучение нестационарных теплофизических процессов при горении на контактах неподвижной короткой дуги имеет важное теоретическое и практическое значение.

Рассмотрим термическое воздействие электрической дуги на контакты в рамках одномерной сферической модели (рис. 1). На рис. 1 обозначено:  $r_{\text{пл}}$  — радиусы изотерм фронта испарения и плавления материала;  $R$  — радиус, ограничивающий область теплового возмущения.

Этот радиус может быть определен по формуле

$$R(t) = r_{\text{и}}(t) + k_r a \sqrt{t}, \quad (1)$$

где  $a^2 = \lambda / c_v$  — коэффициент температуропроводности материала контактов;  $t$  — время рассматриваемого процесса нагрева. Как показывают расчеты, можно принять  $k_r = 3$ .

Температурное поле вблизи основания электрической дуги описывается следующим квазилинейным уравнением нестационарной теплопроводности:

$$c_v(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda(\theta) r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right] + j^2(r) \rho(\theta). \quad (2)$$

Начальными и граничными условиями являются:

$$\theta(r, 0) = \theta_0; \quad (3)$$

$$r_{\text{и}}(0) = r_0; \quad (4)$$

$$\frac{U_0 I}{2\pi r_{\text{и}}^2(t)} + \lambda(\theta_{\text{и}}) \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_{\text{и}}(t)+0} = L \gamma \frac{dr_{\text{и}}(t)}{dt}; \quad (5)$$

$$\theta(R(t), t) = \theta_0. \quad (6)$$

В уравнениях (2) — (6) приняты обозначения:  $c_v(\theta)$ ,  $\lambda(\theta)$ ,  $\rho(\theta)$  — соответственно удельная объемная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и удельное электрическое сопротивление материала контактов как функции температуры электрода  $\theta$ ;  $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$  — плотность тока в электроде;  $r_0$  — начальный сферический радиус анодного пятна электрической дуги;  $\theta_0$ ,  $\theta_{\text{и}}$  — соответственно начальная температура электрода и температура на фронте испарения (в анодном пятне электрической дуги);  $U_0$  — эквивалентное приэлектродное падение напряжения, численно равное энергии, передаваемой электроду при протекании через дуговой разряд одного кулона электричества;  $L$ ,  $\gamma$  — соответственно скрытая теплота испарения и удельный вес материала анода.

Остановимся на некоторых величинах, входящих в формулы (2), (5). Скрытую теплоту плавления контактного материала учтем введением дополнительного члена в граничном условии (6):

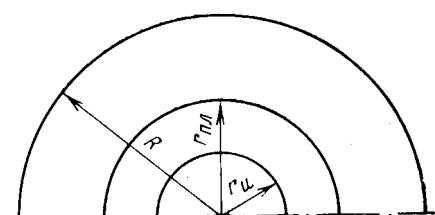


Рис. 1.

тельной теплоемкости, заключенной в относительно узком температурном интервале вблизи температуры плавления материала электрода [Л. 1]. Вне этого интервала принимаем теплоемкость постоянной и равной  $c_{v0}$ . В расчетах принято следующее выражение для удельной теплоемкости:

$$c_v(\theta) = c_{v0} + \frac{Q\gamma}{\sigma V 2\pi} e^{-\frac{(\theta-\theta_{\text{пл}})^2}{2\sigma^2}}, \quad (7)$$

где  $Q$ ,  $\theta_{\text{пл}}$  — скрытая теплота и температура плавления материала контактов;  $\sigma = \Delta/3$ ;  $2\Delta$  — ширина интервала температур, в котором сосредоточена теплоемкость, имитирующую скрытую теплоту плавления материала электрода. При проведении расчетов принята линейная температурная зависимость удельного электрического сопротивления.

Температурная зависимость коэффициента теплопроводности определялась в соответствии с законом Видемана — Франца — Лоренца [Л. 2]:

$$\lambda(\theta) = \frac{L(\theta + 273)}{\rho(\theta)}, \quad (8)$$

где  $L = 2,4 \cdot 10^{-8}$  В<sup>2</sup>/град<sup>2</sup> — постоянная Лоренца.

В расчетах принято  $U_0 = 13$  В, что хорошо согласуется с данными калориметрических измерений [Л. 3].

В соответствии с френкелевской кинетикой при учете конденсации паров на аноде скорость движения фронта испарения определяется выражением [Л. 4]:

$$v = \frac{dr_n(t)}{dt} = v_0 \exp \left[ -\frac{\lambda_n}{kT(r_n(t), t)} \right], \quad (9)$$

где  $v_0 = 0,82 \frac{v^*_0}{(\gamma/m)^{1/3}}$ ;  $\lambda_n$  — энергия связи, приходящаяся на один атом;  $v^*_0$  — скорректированная частота нормальных колебаний решетки;  $m$  — масса атома.

Область изменения независимой переменной  $r$ , входящей в уравнение (2), определяется соотношением

$$r_n(t) \leq r \leq R(t). \quad (10)$$

Таким образом, рассматриваемая область имеет две подвижные границы. Для стабилизации границ воспользуемся методом выпрямления фронтов [Л. 5]. Введем новую независимую переменную, определяемую соотношением

$$x = \frac{r - r_n(t)}{R(t) - r_n(t)}. \quad (11)$$

Уравнение (2), записанное относительно новой независимой переменной  $x$ , с учетом соотношения (1) будет иметь вид:

$$c_v(\theta) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} = c_v(\theta) \frac{\left( v + x \frac{k_{\text{т}} a}{2 V t} \right)}{k_{\text{т}} a V t} \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \\ + \frac{1}{k^2 \tau a^2 t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(\theta) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right] + \frac{2 k_{\text{т}} a V t}{r} \lambda(\theta) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right\} + j^2(r) \rho(\theta), \quad 0 < x < 1, t > 0, \quad (12)$$

где  $r = r_n(t) + x k_{\text{т}} a V t$ ;  $v = v_0 \exp \left[ -\frac{T_m}{\theta(0, t) + 273} \right]$ ;

$$T_m = \frac{\lambda_n}{k}; \quad r_n(t) = r_0 + \int_0^t v d\tau.$$

Соответствующие начальные и граничные условия будут иметь вид:

$$\theta(x, 0) = \theta_0; \quad (13)$$

$$\frac{U_0 I}{2 \pi r_n^2(t)} + \frac{\lambda(\theta(0, t))}{k_{\text{т}} a V t} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0+0} = L \gamma v; \quad (14)$$

$$\theta(1, t) = \theta_0. \quad (15)$$

Для решения сформулированной задачи воспользуемся неявной итерационной разностной схемой [Л. 5 и 6]. Для этого отрезок  $0 \leq x \leq 1$  разобьем на  $N$  равных частей. Шаг сетки по координате  $x$  будет равен

$$h = 1/N, \quad (16)$$

причем  $x_i = ih$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots, N$  — номер узла координатной сетки. Обозначим через  $\tau_j$  шаг во времени при переходе с  $(j-1)$  на  $j$ -й временной слой. Тогда  $\tau_j = t_{j-1} + \tau_j$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots$  ( $t_0 = 0$ ).

Применяя метод итераций для решения нелинейной краевой задачи (12) — (15) для каждого временного слоя  $t_j$ , получим следующие разностно-итерационные формулы:

$$\frac{c_{ij}^{(s)} (\theta_{ij}^{(s+1)} - \theta_{i-1,j-1})}{\tau_j} = c_{ij}^{(s)} \frac{\left( v_j^{(s)} + x_i \frac{k_{\text{т}} a}{2 V t_j} \right)}{k_{\text{т}} a V t_j} \times \\ \times \frac{\left( \theta_{i+1}^{(s+1)} - \theta_{i-1,j}^{(s+1)} \right)}{2h} + \frac{1}{k^2 \tau a^2 t_j} \left\{ \frac{1}{h^2} [a_{i+1,j}^{(s)} (\theta_{i+1,j}^{(s+1)} - \theta_{ij}^{(s+1)}) - \right. \\ \left. - a_{i,j}^{(s)} (\theta_{ij}^{(s+1)} - \theta_{i-1,j}^{(s+1)})] + \frac{k_{\text{т}} a V t_j}{r_{ij}^{(s)}} \lambda_{ij}^{(s)} \times \right. \\ \left. \times \frac{(\theta_{i+1,j}^{(s+1)} - \theta_{i-1,j}^{(s+1)})}{h} \right\} + (j_{ij}^{(s)})^2 \rho_{ij}^{(s)}, \quad (17)$$

где

$$a_{i+1,j}^{(s)} = \lambda \left( \frac{\theta_{i+1,j}^{(s)} + \theta_{ij}^{(s)}}{2} \right); \quad a_{i,j}^{(s)} = \lambda \left( \frac{\theta_{ij}^{(s)} + \theta_{i-1,j}^{(s)}}{2} \right);$$

$$c_{ij}^{(s)} = c(\theta_{ij}^{(s)}); \quad \lambda_{ij}^{(s)} = \lambda(\theta_{ij}^{(s)}); \quad \rho_{ij}^{(s)} = \rho(\theta_{ij}^{(s)});$$

$$v_j^{(s)} = v_0 \exp \left[ -\frac{T_m}{\theta_{0j}^{(s)} + 273} \right]; \quad r_{ij}^{(s)} = r_{0j}^{(s)} + x_i k_{\text{т}} a V t_j;$$

$$r_{0j}^{(s)} = r_{0,j-1} + \frac{(v_{j-1} + v_j^{(s)})}{2} \tau_j; \quad j = 1, 2, \dots, s =$$

$= 0, 1, 2, \dots$  — номер итерации.

При  $j = 0$ ,  $r_{00} = r_0$

$$j_{ij}^{(s)} = \frac{I}{2\pi (r_{ij}^{(s)})^2}.$$

Запишем в разностной форме начальное и граничные условия (13) — (15):

$$\theta_{00} = \theta_0; \quad (18)$$

$$\frac{U_0 I}{2\pi (r_{0j}^{(s)})^2} + \lambda_{0j}^{(s)} \frac{(\theta_{0j}^{(s+1)} - \theta_{0j}^{(s+1)})}{h k_{\text{т}} a V t_j} = L \gamma v_j^{(s)}; \quad (19)$$

$$\theta_{Nj}^{(s+1)} = \theta_{Nj} = \theta_0. \quad (20)$$

Система уравнений (17) с условиями (18)–(20) решалась методом прогонки [Л. 6]. Итерации на  $j$ -м временном слое проводились до выполнения неравенства

$$\max_i \left| \frac{\theta_{ij}^{(s+1)} - \theta_{ij}^{(s)}}{\theta_{ij}^{(s+1)}} \right| < \varepsilon, \quad (21)$$

где  $\varepsilon$  — малое число, после чего принимаем  $\theta_{ij} = \theta_{ij}^{(s+1)} = \theta_{ij}^{(0)}$ . Иными словами, в качестве нулевой итерации при вычислении коэффициентов, зависящих от температуры, для каждого последующего временного слоя берутся окончательные расчетные значения температур на предыдущем временном слое. В частности, для первого времененного слоя

$$\theta_{i1}^{(0)} = \theta_0.$$

Остановимся на методике выбора шага по времени  $\tau_j$ . Первый шаг по времени выбираем из условия превышения температуры анодного пятна дуги на заданное значение  $\Delta\theta$ . Для этого воспользуемся известным выражением, определяющим превышение температуры поверхности электрода при постоянной плотности теплового потока  $q_a$  [Л. 7]:

$$\Delta\theta = \frac{2aq_a V_{\tau_1}}{\lambda_0 V_{\pi}}. \quad (22)$$

Из (22) находим:

$$\tau_1 = \left( \frac{\lambda_0 \Delta\theta V_{\pi}}{2aq_a} \right)^2, \quad (23)$$

где  $\lambda_0$  — соответствующее начальной температуре значение коэффициента теплопроводности материала контактов. При расчетах принято  $\Delta\theta = 200^\circ\text{C}$ . Далее расчет шага по времени проводится по формуле:

$$\tau_j = \frac{\Delta\theta \tau_{j-1}}{\max_i |\theta_{i,j-1} - \theta_{i,j-2}|}. \quad (24)$$

При расчете  $\tau_j$  по формуле (24) в процессе вычислений производится контроль числа итераций на каждом временном слое. Если  $s > s_{\max}$ , то расчет шага по времени ведется при постоянном значении числа Куранта:

$$K = \frac{2a^2 \tau_j}{\Delta r_{j-1}^2}. \quad (25)$$

В качестве максимального числа итераций при расчетах принято  $s_{\max} = 6–10$ . Шаг по координате  $\Delta r_{j-1}$  с учетом подвижного теплового фронта ( $k_t = 3$ )

$$\Delta r_{j-1} = \frac{3a V_{\tau_{j-1}}}{N}. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (25) и разрешая полученное уравнение относительно  $\tau_j$ , получим:

$$\tau_j = 4,5K \frac{\tau_{j-1}}{N^2}. \quad (27)$$

Чем больше число Куранта  $K$ , тем экономичнее неявная итерационная разностная схема по сравнению с явной схемой, для которой  $K \leq 1$ . Однако

при слишком больших значениях числа Куранта возрастает число итераций на каждом временном слое. Поэтому число  $K$  следует подбирать экспериментально в процессе счета на ЦВМ. Опыт тепловых расчетов, проведенных для трех материалов — серебра, никеля и меди, показал, что целесообразно принять  $K = 480$ .

Согласно (27) с увеличением длительности счета растет и шаг по времени, поэтому, начиная с некоторого момента времени, число итераций вновь начинает прогрессивно нарастать. Это потребовало ограничения сверху шага по времени  $\tau_j \leq \tau_m$ . Опыт расчетов позволил выбрать следующие значения  $\tau_m$ :  $10^{-5}, 3 \cdot 10^{-6}, 1,5 \cdot 10^{-6}$  с соответственно для серебра, меди и никеля. Начальный сферический радиус анодного пятна  $r_0$  определялся из соотношения:

$$r_0 = \sqrt{\frac{I}{2\pi j_a}}. \quad (28)$$

Значения плотности тока в анодном пятне  $j_a$  принимались в соответствии с данными [Л. 8].

Расчет износа электрода за счет испарения материала вычислялся на каждом слое по формуле

$$G_{bj} = \frac{2}{3} \pi \gamma (r_{bj}^3 - r_0^3). \quad (29)$$

Однако полный износ контактов должен определяться не только паровой, но и жидкой фазой продуктов эрозии.

Как известно, анодное пятно электрической дуги перемещается скачком. При перемещении анодного пятна в новое место температура поверхности старого анодного пятна быстро уменьшается за счет теплопроводности потерь на испарение, которые, как показывают теоретические расчеты, остаются значительными только в течение нескольких первых микросекунд после смещения анодного пятна. Уменьшение температуры ведет к резкому уменьшению давления паров. В первые десятки микросекунд после смещения пятна, когда давление паров становится равным атмосферному, происходит выброс жидкого металла, объем которого ограничен изотермой кипения металла при нормальном атмосферном давлении. Таким образом, в рассматриваемой модели принято, что выброс жидкой фазы происходит единным актом в конце импульса тока. При расчетах время существования анодного пятна принималось равным времени неподвижного горения электрической дуги на контактах. При больших токах это время составляет примерно  $10^{-3}$  с. Все дальнейшие расчеты проведены для прямоугольного импульса тока длительностью  $t_{ij} = 10^{-3}$  с, протекающего по дуге, неподвижно горящей на контактах аппарата. В соответствии с изложенным полная величина износа контактов оценивалась с помощью выражения

$$G_j = \frac{2}{3} \pi \gamma (r_{kj}^3 - r_0^3), \quad (30)$$

где  $r_{kj}$  — значение радиуса изотермы кипения после прекращения импульса тока.

Для этого же момента времени определялась доля паров в продуктах эрозии  $\beta_j$  и значение коэффициента выброса  $k_{bj}$ , определяемого как отношение массы выброшенного металла к массе ме-

талла, претерпевшего агрегатное превращение:

$$\beta_j = \frac{G_{ij}}{G_j}; \quad (31)$$

$$k_{bj} = \frac{r^3 k_j - r^3_0}{r^3_{plj} - r^3_0}. \quad (32)$$

Если процесс горения дуги сопровождается в дальнейшем замыканием контактов (при отсеках), то контакты могут прочно привариваться друг к другу. Как показывают расчеты, радиус расплавленной ванны металла продолжает увеличиваться в течение некоторого времени и после погасания дуги, поэтому площадь сваривания контактов рассчитывалась для момента времени, когда радиус изотермы плавления достигает максимального значения:

$$S_c = S_{c,k} + 2\pi r^2_n. \quad (33)$$

Площадь сваривания  $S_{c,k}$ , обусловленная наличием расплавленной кольцеобразной зоны за пределами опорного пятна дуги, определялась по формуле:

$$S_{c,k} = \pi(r^2_{pl,m} - r^2_n), \quad (34)$$

где  $r_{pl,m}$  — максимальное значение радиуса изотермы плавления. Все расчеты выполнялись при токах 1000—30 000 А.

На рис. 2 приведены расчетные зависимости доли паров  $\beta$  в продуктах эрозии серебряного анода и коэффициента выброса  $k_b$  от тока. Аналогичные кривые получены и для других материалов. В области больших токов доля паров в продуктах эрозии и коэффициент выброса практически не зависят от тока, причем для более тугоплавких анодов доля паров в продуктах эрозии выше. Для серебряного анода при больших токах доля паров в продуктах эрозии составляет (27—30) %, для медного анода — (42—44) %, а для анода из никеля — (63—64) %. Численные значения коэффициента выброса хорошо согласуются с экспериментальными данными для сильноточных импульсных разрядов. Так, по данным работы [Л. 9] экспериментальное значение коэффициента выброса для медных электродов равно 0,4, что хорошо согласуется с теоретическим расчетным значением  $k_b=0,41$ . Расчетные значения коэффициента выброса для серебра — 0,45, никеля — 0,61. Быстрое уменьшение коэффициента выброса в области относительно небольших токов, возможно, является одной из причин резкого уменьшения износа контактов, наблюдающегося на практике [Л. 10 и 11].

В табл. 1 и 2 приведены сравнительные результаты теоретических расчетов с экспериментальными данными.

В случае медных контактов для сопоставления результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными работы [Л. 12] вычислялась скорость эрозии по формуле:

$$g = G/t_{kv}, \quad (35)$$

где  $t_{kv}$  — длительность квазистационарного состояния, которое соответствует испарению материала с примерно постоянной скоростью. Это время меньше времени горения дуги на контактах и по результатам расчетов принято равным  $t_{kv}=7 \cdot 10^{-4}$  с.

Таблица 1

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по износу контактов из серебра

I, A	Расчет			Эксперимент (данные [Л. 10 и 11]) $G_9$ , г
	$G$ , г	$G_{ij}$ , г	$G_p$ , г	
100	$5,48 \cdot 10^{-5}$	$1,59 \cdot 10^{-6}$	$5,86 \cdot 10^{-4}$	$(0,93-3,2) \times 10^{-6}$
1000	$3,8 \cdot 10^{-8}$	$7,35 \cdot 10^{-4}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$
5000	$2,62 \cdot 10^{-2}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$6,18 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$
10 000	$5,38 \cdot 10^{-2}$	$1,49 \cdot 10^{-2}$		
30 000	0,16	$4,98 \cdot 10^{-2}$	0,356	0,24

Таблица 2

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по износу контактов из меди

I, A	Расчет				Эксперимент (данные Л. 12 и 13)	
	$G$ , г	$G_{ij}$ , г	$g$ , г/с	$\Delta v_{A+K}$ , $\text{мм}^2$	$g_9$ , г/с	$\Delta v_{A+K}$ , г
1000	$1,56 \cdot 10^{-3}$	$5,52 \cdot 10^{-4}$	2,23	5	1,25	1—7
5000	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$4,22 \cdot 10^{-3}$	14,2	32,6	12,5	12—35
10 000	$2,15 \cdot 10^{-2}$	$9,23 \cdot 10^{-3}$	30,8	69	31,6	45—47
30 000	$6,9 \cdot 10^{-2}$	$3,03 \cdot 10^{-2}$	98,5	220	158	—

Для сопоставления результатов теоретических расчетов с данными работы [Л. 13] было принято, что анод и катод при больших токах изнашиваются примерно одинаково. Суммарный объемный износ анода и катода вычисляется по формуле:

$$\Delta v_{A+K} = \frac{2Gt_{d,a}}{t_{kv}}, \quad (36)$$

где  $t_{d,a}$  — длительность горения дуги в экспериментальных исследованиях [Л. 13].

Из таблиц 1 и 2 следует, что результаты расчета износа контактов удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными.

Расчеты показывают, что заглубление в электрод фронта испарения практически прекращается после погасания дуги. Однако радиус изотермы кипения и особенно изотермы плавления еще в течение некоторого времени увеличивается.

Зависимость площади сваривания контактов от тока при длительности их разомкнутого состояния  $10^{-3}$  с приведена на рис. 3 для контактов из серебра. Нижняя кривая соответствует площади кольцевой расплавленной зоны за пределами опорного пятна дуги. Из рис. 3 видно, что при больших то-

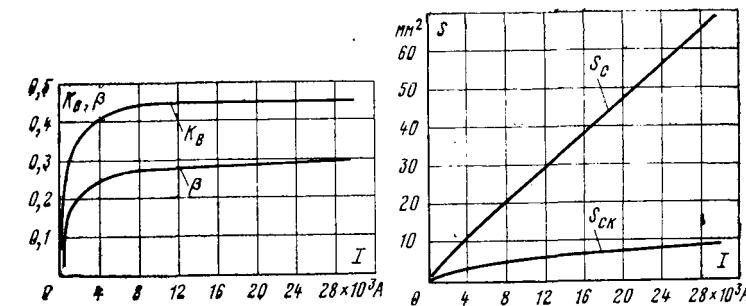


Рис. 2.

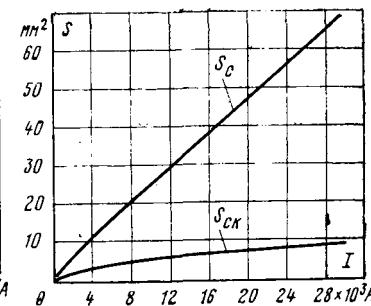


Рис. 3.

ках площадь сваривания контактов может достигать больших размеров. Это обстоятельство в некоторых случаях вызывает отказы в работе аппаратов, когда усилие приводного механизма недостаточно для разрыва сварившихся контактов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Самарский А. А., Моисеенко Б. Д. Экономическая схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана. — Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965, т. 5, № 5, с. 816—827.
- Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Изд-во ин-лит., 1961.
- Белкин Г. С., Данилов М. Е. Исследование особенностей электрической эрозии металлокерамических материалов. — Электричество, 1972, № 8.
- Действие излучения большой мощности на металлы/Анисимов С. И., Имас Я. А., Романов Г. С., Ходыко Ю. В. — М.: Наука, 1970.
- Будак Б. М., Гольдман Н. Д., Успенский А. Б. Разностные схемы с выпрямлением фронтов для решения многофронтовых задач типа Стефана. — В кн.: Тр. ВЦ МГУ «Вы-

числительные методы и программирование». — Изд-во МГУ, 1967, вып. 6, с. 206—216.

6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971, 550 с.

7. Карслю К., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964, 487 с.

8. Sobra K. Czech. Phys. J., 1957, № 3.

9. Белкин Г. С., Киселев В. Я. Эрозия электродов при сильноточных импульсных разрядах. — ЖТФ, 1966, т. XXXVI, вып. 2, с. 385—389.

10. Schröder K. H. Der Einfluss des Nickelgehaltes auf den Abbrand von Silber — Nickel — Stücken bei Starkstromschaltgeräten. — Metall, 1969, № 6, S. 583—586.

11. Schröder K. H., Schulz E. D. Einfluss des Trennaugenblickes auf den Lichtbogenabbrand öffnender Kontaktstücke beim Wechselstromschalter. — Metall, 1974, № 5, S. 463—468.

12. Игнатко В. П., Кухтиков В. А. Эрозия полусферических и плоских электродов в сильноточной квазистационарной дуге. — В кн.: «Электрические контакты». Доклады VI Всесоюзного совещания. — М.: Наука, 1972, с. 66—70.

13. Abdel — Asis, Erk A., Schwellzle M. Andertsich der Abbrand von Schaltstücken mit wachsendem Ausschaltstromsprungshalt. — ETZ-A, 1973, Bd 94, № 4, S. 239—240.

[30.10.79]

УДК 621.382.2.026.016.35

## Математическая модель выпрямителя

ИСХАКОВ А. С., инж., ПРИДАТКОВ А. Г., канд. техн. наук

Москва

Основным звеном, входящим в контур регулирования выпрямителя, является схема управления вентилями, тип которой во многом определяет статические и динамические свойства замкнутой системы. Наиболее полно эти свойства изучены для выпрямителей, имеющих вертикальную схему управления. В последнее время значительно возрос интерес к системам интегрального управления, имеющих ряд преимуществ по сравнению с вертикальными — инвариантность регулировочной характеристики замкнутой системы и нечувствительность кискажениям формы напряжения питания выпрямителя. Последнее особенно ценно в автономных энергоустановках, где мощности источников и потребителей соизмеримы.

Расширение области применения интегральных систем управления при возрастающей сложности цепи нагрузки выпрямителя и многообразии режимов его работы (прерывистый, полууправляемый и т. д.) делает необходимым анализ этих режимов и выбор математического аппарата для их исследования.

В статье разрабатывается математическая модель замкнутых систем с выпрямителями методом нелинейных разностных уравнений, так как он

позволяет описать динамику нелинейной импульсной системы, к которой относится выпрямитель, и для малых отклонений и для конечных.

Рассматривается выпрямитель с интегральной системой управления в режиме непрерывного тока, и линейной нагрузкой произвольного порядка без учета индуктивностей стороны переменного тока при общепринятых допущениях об идеальности вентиляй, симметрии и синусоидальности питающих напряжений.

На рис. 1 приведена функциональная схема выпрямителя, включенного на непрерывную линейную часть с передаточной функцией  $W(s)$ . Выпрямитель представлен кольцевым коммутатором в виде совокупности ключей, которые по сигналу системы управления поочередно замыкают вход линейной части на напряжение питания  $u_j$ , равное фазному или линейному напряжению соответственно для нулевой и мостовой схем выпрямления. Такое представление выпрямителя удобно тем, что оно позволяет сделать более наглядным математическое описание процессов. Отвлекаясь пока от типа системы управления, отметим, что она также выполняет и функции регулятора выходной координаты линейной части  $u$  в соответствии с сигналом задания  $X$ .

Процессы в линейной части на каждом интервале описываются линейными интегралами дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Выражение для выходной координаты линейной части может быть получено обычными приемами. Переключение входа линейной части с одного напряжения на другое соответствует замене правой части дифференциального уравнения, составленного относительно  $u$ , с одной функции на

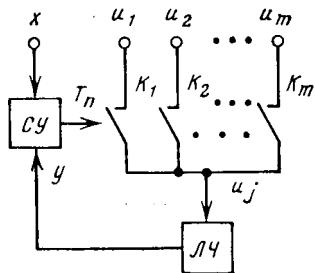


Рис. 1. Функциональная схема выпрямителя, включенного на непрерывную линейную часть.

другую. Длительность интервала действия каждой функции определяется типом системы управления и выходной координатой линейной части на этом интервале.

Таким образом, математическая сторона рассматриваемой задачи сводится к изучению системы, описываемой дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами и циклически изменяющейся правой частью

$$\sum_{i=0}^k h_i \frac{d^i y}{dt^i} = u_i(t, t_n), \quad 0 \leq t \leq T_n, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

причем длительность действия  $T_n$  каждой функции  $u_i$  определяется из уравнения вида

$$R[X, T_n, y(t_n, T_n)] = 0. \quad (2)$$

Это уравнение характеризует процесс измерения интервала  $T_n$ , осуществляемый системой управления и заключающийся в преобразовании аналогового сигнала на входе системы управления, состоящего из комбинации сигналов управления  $x$  и обратной связи  $y$ , в интервал  $T_n$ . Положив

$$y = y_1, y' = y_2, \dots, y^{(k-1)} = y_k, \quad h_k = 1,$$

перейдем от (1) к системе уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{array}{l} dy_1/dt = y_2; \\ dy_2/dt = y_3; \\ \dots \\ dy_k/dt = d^{k-1}y/dt^{k-1} = -h_0 y_1 - h_1 y_2 - \dots - \\ -h_{k-1} y_k + u_i(t, t_n). \end{array} \right\} \quad (3)$$

Переписав систему уравнений (3) в виде одного матричного уравнения и добавив к нему уравнение, описывающее интегральный принцип управления, приходим к уравнениям, определяющим динамику замкнутой системы:

$$\left. \begin{array}{l} dY/dt = HY + u_i(t, t_n), \\ \frac{1}{T_c} \int_0^{T_n} (X - y) dt = X_0, \end{array} \right\} \quad (4)$$

где

$$Y = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{vmatrix}, \quad H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h_0 & -h_1 & -h_2 & \dots & -h_{k-1} \end{vmatrix},$$

$$u_i(t, t_n) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ u_i(t, t_n) \end{vmatrix};$$

$T_c$  — постоянная времени интегратора;  $X_0$  — сигнал уставки.

Уравнения (4) описывают нелинейную импульсную систему, наиболее удобным методом анализа которой является метод фазового пространства [Л. 1], позволяющий описать переходный процесс системы с помощью разностных уравнений. Замкнутая система описывается уравнениями двух

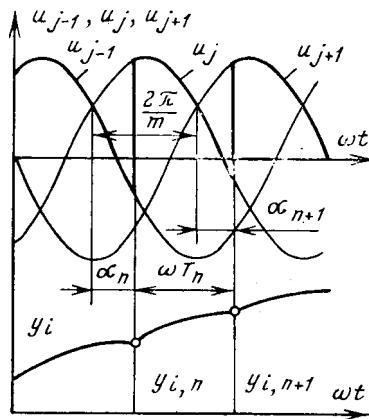


Рис. 2. Напряжение на входе линейной части ( $u_j$ ) и реакция элементарного звена ( $y_i$ ) в зависимости от  $\omega t$ .

звеньев, одно из которых описывает разомкнутую систему, т. е. звено «выпрямитель — нагрузка», второе — схему управления. Такая запись позволяет получить два разностных уравнения, описывающих эти звенья как элементы системы регулирования, и использовать эти уравнения для анализа кусочно-линейных систем других типов. Найдем разностные уравнения этих звеньев. Линеаризация этих уравнений даст возможность обосновать линейную модель выпрямителя.

Напряжение на входе линейной части, соответствующее правой части выражения (1), на  $n$ -м интервале длительностью  $T_n = 1/\omega(2\pi/m + \alpha_{n+1} - \alpha_n)$ , где  $\omega$  — круговая частота напряжения питания;  $m$  — число фаз выпрямителя;  $\alpha_n$  и  $\alpha_{n+1}$  — углы отпираний соответственно в начале  $n$ -го и  $(n+1)$ -го интервалов, описывается уравнением  $u_i(t, \alpha_n) = U_m \cos(\omega t + \alpha_n - \pi/m)$  (рис. 2). Положим, что полюсы  $S_i$  передаточной функции  $W(s)$  линейной части простые и некратные. В качестве фазовых переменных можно рассматривать в соответствии с (4) выходную координату и ее производные. Однако в данном случае более простые вычисления получаются, если в качестве фазовых переменных выбрать выходные координаты элементарных звеньев с передаточной функцией  $W_i(s)$ , параллельное соединение которых составляет линейную часть, при этом  $W(s)$  равна сумме  $W_i(s)$ ,

$$W(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \sum_{i=1}^k W_i(s) = \sum_{i=1}^k \frac{c_i}{s - S_i},$$

$$\text{где } C_i = \frac{P(S_i)}{Q'(S_i)}.$$

Реакция элементарного звена с передаточной функцией  $W_i(s)$  на воздействие  $u_j$  имеет вид:

$$y_i = Y_{mi} \cos\left(\omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi_i\right) + A_{ni} e^{S_i t}, \quad (5)$$

где  $Y_{mi} = \frac{U_m C_i}{\sqrt{S_i^2 + \omega^2}}$ ;  $\operatorname{tg} \varphi_i = -\frac{\omega}{S_i}$ ;  $A_{ni}$  — постоянная интегрирования на  $n$ -м интервале.

Для составления разностных уравнений звена «выпрямитель — линейная часть» рассмотрим состояние линейной части в дискретные моменты времени, соответствующие моментам переключения вентиляй. В качестве переменных фазового пространства импульсной системы выберем значения

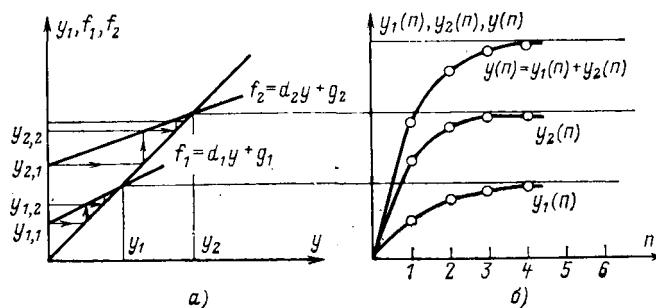


Рис. 3. Графический способ определения переходного процесса при включении выпрямителя на нагрузку.  
а — итерационный способ решения уравнений вида (7); б — построение зависимостей  $y(n) = y_1(n) + y_2(n)$ .

выходных координат звеньев в моменты переключений и обозначим  $y_i$  в начале и конце интервала  $T_n$  соответственно через  $y_{in}$  и  $y_{i,n+1}$  (рис. 2).

Из уравнения (5) при  $t=0$  и  $t=T_n$  находим связь между значениями выходной координаты элементарного звена на соседних границах интервала в виде разностного уравнения:

$$y_{i,n+1} - Y_{mi} \cos \left( \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - \\ - \left[ y_{in} - Y_{mi} \cos \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) e^{S_i T_n} \right] = 0. \quad (6)$$

Совокупность уравнений (6), представляющая в общем случае систему нелинейных разностных уравнений первого порядка вида

$$F_i(\alpha_n, \alpha_{n+1}, y_{in}, y_{i,n+1}) = 0,$$

полностью характеризует динамику разомкнутой системы выпрямителя с нагрузкой и справедлива при любой схеме управления вентилями.

В частном случае при  $\alpha = \text{const}$  уравнение (6) принимает линейный вид:

$$y_{i,n+1} - y_{in} e^{S_i T} = Y_{mi} \left[ \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) e^{S_i T} \right], \quad (7)$$

где  $T = \frac{2\pi}{m\omega}$  — интервал дискретности  $m$ -фазной схемы.

Это уравнение может быть использовано для построения переходного процесса, например при включении неуправляемого выпрямителя. Длительность процесса определяется тем звеном, постоянная времени которого имеет наибольшее значение.

Перепишем уравнение (7):

$$y_{i,n+1} - a_i y_{i,n} = g_i,$$

решение этого уравнения можно получить в виде

$$y_i(n) = \frac{g_i}{1 - d_i} + \left[ y_{i0} - \frac{g_i}{1 - d_i} \right] d_i^n, \quad (8)$$

где  $g_i = Y_{mi} \left[ \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) \times e^{S_i T} \right]$ ;  $d_i = e^{S_i T}$ ;  $y_{i0} = y_i(0)$  — начальное значение  $y_i$  при  $n=0$ .

Суммируя  $y_i(n)$ , находим выходную координату линейной части:

$$y(n) = \sum_{i=1}^k y_i(n).$$

Этот процесс удобно выполнять графически используя итерационный способ решения уравнения (7), показанный на рис. 3, состоящий в проведении в координатах  $y$ - $y$  прямых  $f_i = d_i y + g_i$  и последовательном определении по  $y_{i0}$  значений  $y_{i1}, y_{i2}$  и т. д. Точки пересечения прямых  $f_i$  с биссектрисой угла являются точками положения равновесия, которые характеризуются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} a_n = a_{n+1} = \alpha, \quad y_{in} = y_{i,n+1} = y_i = \frac{g_i}{1 - d_i} \\ A_{ni} = A_i = - \frac{2Y_{mi} \sin \frac{\pi}{m} \cos(\alpha - \varphi_i)}{1 - d_i} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Линеаризуем уравнение (6) в окрестности положения равновесия:

$$\Delta y_{i,n+1} + a_{i,k+1} \Delta \alpha_{n+1} = b_{ii} \Delta y_{in} + b_{i,k+1} \Delta \alpha_n, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} a_{i,k+1} &= \frac{\partial F_i}{\partial \alpha_{n+1}} = Y_{mi} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - A_i d_i \frac{S_i}{\omega}; \\ b_{ii} &= - \frac{\partial F_i}{\partial y_{in}} = d_i; \quad b_{i,k+1} = - \frac{\partial F_i}{\partial \alpha_n} = \\ &= \left[ Y_{mi} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - A_i \frac{S_i}{\omega} \right] d_i. \end{aligned}$$

Таким образом, в окрестности точки положения равновесия звено «выпрямитель — линейная часть» может быть описана векторным разностным уравнением

$$\Delta \Delta \mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{Y}_n,$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & a_{1,k+1} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & a_{2,k+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{k,k+1} \end{vmatrix}; \quad \Delta \mathbf{Y}_{n+1} = \begin{vmatrix} \Delta y_{1,n+1} \\ \Delta y_{2,n+1} \\ \vdots \\ \Delta y_{k,n+1} \\ \Delta \alpha_{n+1} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} b_{11} & 0 & \dots & 0 & b_{1,k+1} \\ 0 & b_{22} & \dots & 0 & b_{2,k+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & b_{kk} & b_{k,k+1} \end{vmatrix}; \quad \Delta \mathbf{Y}_n = \begin{vmatrix} \Delta y_{1n} \\ \Delta y_{2n} \\ \vdots \\ \Delta y_{kn} \\ \Delta \alpha_n \end{vmatrix} \quad (11)$$

Уравнение (11) можно использовать для анализа замкнутой системы с выпрямителем, но сначала нужно определить уравнение звена обратной связи, т. е. системы управления.

Система управления, представляющая собой генератор импульсов с регулируемой частотой, управляемый разностью сигналов задания  $X$  и обратной связи, выполнена по известной схеме интегратора с нуль-органом (рис. 4). Момент срабатывания нуль-органа, вызывающий очередное переключение вентиляй и возврат интегратора в исходное состояние с помощью ключа сброса  $K$ , происходит при равенстве сигналов с выхода интегратора и уставки  $X_0$ .

Такт интегрирования определяет длительность интервала  $T_n$ , который находится из выражения (4).

В установившемся режиме интервал дискретности  $m$ -фазного выпрямителя  $T = T_n$  и выражение для регулировочной характеристики принимает вид:

$$Y = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = X - \frac{T_e}{T} X_0. \quad (12)$$

Из (12) следует, что при  $T = \text{const}$  величина  $Y$  зависит только от сигналов задания  $X$  и уставки  $X_0$ , причем справедливость (12) остается в силе и в прерывистом режиме, и при искажении напряжения питания коммутационными провалами.

Если формировать сигнал уставки пропорционально периоду напряжения питания, то ограничение  $T = \text{const}$  можно снять, и регулировочная характеристика становится полностью инвариантной к возмущениям со стороны питания выпрямителя и изменениям параметров линейной части.

Разностное уравнение для этого звена находим из выражения (4) при подстановке в него

$$y(t) = \sum_{i=1}^k y_i(t).$$

Интегрируя, получаем следующее уравнение:

$$R = XT_n - \sum_{i=1}^k \left\{ Y_{mi} \left[ \sin \left( \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - \sin \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) \right] + \frac{\omega}{S_i} A_{in} (e^{S_i T_n} - 1) \right\} - X_0 \Phi T_n. \quad (13)$$

Это уравнение совместно с уравнениями (6) образует систему нелинейных разностных уравнений, позволяющую исследовать переходные процессы в замкнутой системе для конечных и малых отклонений.

Для анализа динамических свойств выпрямителя с интегральным регулированием в малом ли неизируем уравнение (13) в окрестности положения равновесия и запишем уравнение для отклонений:

$$a_{k+1, k+1} \Delta \alpha_n = \sum_{i=1}^k b_{k+1, i} \Delta y_{in} + b_{k+1, k+1} \Delta \alpha_n, \quad (14)$$

где

$$a_{k+1, k+1} = \frac{\partial R}{\partial \alpha_{n+1}} = X - \sum_{i=1}^k \left[ Y_{mi} \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) + A_i d_i \right]; \quad b_{k+1, i} = - \frac{\partial R}{\partial y_{in}} = \frac{\omega}{S_i} (d_i - 1);$$

$$b_{k+1, k+1} = - \frac{\partial R}{\partial \alpha_n} = X - \sum_{i=1}^k \left[ Y_{mi} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) - Y_{mi} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi_i \right) \frac{\omega}{S_i} (d_i - 1) + A_i d_i \right].$$

Уравнения (10) и (14) описывают линейную модель замкнутой системы; запишем эти уравнения в матричной форме

$$A \Delta Y_{n+1} = B_1 \Delta Y_n, \quad (15)$$

где

$$A_1 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & a_{k+1, k+1} & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}; \quad B_1 = \\ = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k+1, 1} & b_{k+1, 2} & \dots & b_{k+1, k+1} & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}.$$

Приведем уравнение (15) к нормальной форме, для этого найдем обратную матрицу  $A_1^{-1}$ . После обычных вычислений получаем:

$$A_1^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -a_{1, k+1}^* \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -a_{2, k+1}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{k, k+1}^* \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/a_{k+1, k+1} \end{vmatrix},$$

где  $a_{i, k+1}^* = a_{i, k+1} / a_{k+1, k+1}$ .

Умножая обе части уравнения (15) на  $A_1^{-1}$ , получаем нормальную форму записи матричного уравнения

$$\Delta Y_{n+1} = C \Delta Y_n, \quad (16)$$

где  $C = A_1^{-1} B_1$ .

Перемножая матрицы  $A_1^{-1}$  и  $B$ , находим выражения для элементов матрицы  $C$ :

$$c_{ij} = b_{ij} - a_{i, k+1}^* b_{k+1, j}, \quad i = j \neq k+1;$$

$$c_{ij} = -a_{i, k+1}^* b_{k+1, j}, \quad i \neq j \neq k+1;$$

$$c_{i, k+1} = b_{i, k+1} - a_{i, k+1}^* b_{k+1, k+1}, \quad i \neq k+1;$$

$$c_{k+1, j} = \frac{b_{k+1, j}}{a_{k+1, k+1}}, \quad j = 1 \div k+1.$$

Для асимптотической устойчивости уравнения (16), т. е. для устойчивости замкнутой системы с выпрямителем, необходимо, чтобы корни характеристического уравнения  $\lambda_i$

$$\det |C - \lambda E| = 0, \quad (17)$$

где  $E$  — единичная матрица, находились внутри круга единичного радиуса.

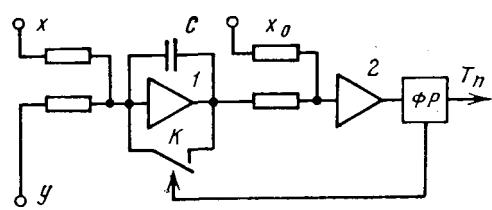


Рис. 4. Интегральная система управления.

1 — интегратор; 2 — нуль-орган;  $C$  — интегрирующий конденсатор;  $K$  — ключ сброса;  $\Phi P$  — формирователь-распределитель импульсов управления вентилями.

Уравнение (16) можно также использовать для определения условий конечной длительности переходных процессов. Эти условия вытекают из равенств нулю коэффициентов характеристического уравнения.

**Пример.** Рассмотрим интегральную систему регулирования тока выпрямителя с  $L=R$  нагрузкой. Передаточная функция линейной части

$$W(s) = \frac{C_1}{S - S_1}, \quad C_1 = \frac{1}{L}, \quad S_1 = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{T_1}.$$

Вывод условий устойчивости и конечной длительности в соответствии с приведенной методикой дан в приложении.

Первое неравенство (П-8) определяет связь между параметром нагрузки  $\varphi$  и диапазоном изменения угла отпирания, в данном случае условие устойчивости выполняется при  $0 < \alpha < \pi$ . Второе и третье неравенства накладывают ограничение на величину сигнала задания, а следовательно, и на максимальное значение коэффициента усиления замкнутой системы. Более жестким является второе неравенство, рассмотрим его для наиболее характерных режимов.

Активная нагрузка ( $L=0$ ):

$$X^* > \cos \frac{\pi}{m} \cos \alpha. \quad (18)$$

Это выражение совпадает с результатом, полученным в [Л. 2 и 3] методом  $Z$ -преобразования. Данный режим подобен режиму стабилизации выходного напряжения выпрямителя, рассмотренному в [Л. 4], поэтому для него справедливы приведенные там соответствующие формулы.

В частности, переходный процесс, как это следует из (П-2), можно построить по нелинейному разностному уравнению первого порядка

$$X^* \alpha_{n+1} - \sin \left( \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} \right) = X^* \alpha_n - \sin \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} \right) - 2 \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha, \quad (19)$$

решать которое удобно методом точечных отображений [Л. 5].

При идеально сглаженном токе ( $L \gg R$ ), раскрывая неопределенность первого слагаемого,

$$\lim_{\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi}{1 - e^{-2\pi/m \operatorname{ctg} \varphi}} = \frac{m}{2\pi},$$

получаем

$$X^* > \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha. \quad (20)$$

Таким образом, сигнал задания должен быть больше среднего значения выпрямленного тока.

При индуктивной нагрузке ( $R=0$ ) из (П-8) при  $\alpha < \pi/2$  следует, что  $X > \infty$ , поэтому установившийся режим невозможен. Это также подтверждается физически, так как при  $\alpha < \pi/2$  среднее значение выпрямленного напряжения  $U_d$  больше нуля и в индуктивности происходит непрерывное накопление энергии, тогда как равновесное состояние, возможное при равенстве накоплений и возвращенной в источник питания энергии за интервал дискретности, наблюдается при  $U_d$ , равном нулю, что возможно, если  $\alpha \geq \pi/2$ .

Рассмотрим процессы при равенстве  $\alpha = \pi/2$ , так как другой случай  $\alpha > \pi/2$  не соответствует условию непрерывности тока; из (П-8) следует:

$$X^* > A^* + \cos \frac{\pi}{m}, \quad \text{где } A^* = A/\omega L.$$

Определяя  $A^*$  из выражения для среднего значения тока

$$I^* d = \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{m} \right) + A^* \right] dt = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} + A^*,$$

получаем

$$X^* > I^* d + \cos \frac{\pi}{m} - \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}. \quad (21)$$

Выражения (18), (20) и (21) совместно с уравнением регулировочной характеристики позволяют найти допустимые значения сигналов задания и уставки.

Второе условие конечной длительности (П-9) не соответствует условию устойчивости, поэтому рассмотрим первое условие (П-9) для указанных выше режимов.

При активной нагрузке

$$X^* = \cos(\alpha - \pi/m). \quad (22)$$

Это условие совпадает с результатом, полученным в [Л. 4], где также дана его физическая трактовка.

При идеально сглаженном токе

$$X^* = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha = I^* d. \quad (23)$$

Практическая реализация этого условия связана, как это видно из равенств (20) и (23), с приближением к границе устойчивости, что необходимо учитывать при проектировании быстродействующей системы управления.

Для чисто индуктивной нагрузки

$$X^* = I^* d + \cos \frac{\pi}{m} - \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}. \quad (24)$$

Таким образом, анализ линейной модели замкнутой системы дает возможность найти условия, позволяющие получить переходные процессы конечной длительности.

**Приложение.** Уравнения (6) и (13)

$$F = t_{n+1} - I_m \cos \left( \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - \left[ i_n - I_m \cos \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) \right] e^{S_1 T_n}; \quad (\text{П-1})$$

$$R = X \omega T_n - I_m \left[ \sin \left( \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - \sin \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) \right] - \left[ i_n - I_m \cos \left( \alpha_n - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) \right] \times \frac{\omega}{S_1} (e^{S_1 T_n} - 1) - X \omega T_c. \quad (\text{П-2})$$

Уравнение (15)

$$\begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta i_{n+1} \\ \Delta \alpha_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta i_n \\ \Delta \alpha_n \end{vmatrix}. \quad (\text{П-3})$$

Выражения для коэффициентов  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} a_{12} &= I_m \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) + A \operatorname{ctg} \varphi d; \\ a_{22} &= X - I_m \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - Ad; \\ b_{11} &= d = e^{-T/T_1}; \quad b_{12} = \left[ I_m \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - A \operatorname{ctg} \varphi \right] d; \\ b_{21} &= \operatorname{tg} \varphi (1 - d); \quad b_{22} = X - I_m \left[ \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - \operatorname{tg} \varphi (1 - d) \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) \right] - Ad; \\ \operatorname{tg} \varphi &= \omega T_1; \quad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U_m}{R} \cos \varphi = \\ &= \frac{U_m}{\omega L} \sin \varphi; \quad A = \frac{-2I_m \sin \frac{\pi}{m} \sin(\alpha - \varphi)}{1 - d}. \end{aligned} \quad (\text{П-4})$$

Элементы матрицы С

$$\left. \begin{aligned} c_{11} &= b_{11} - \frac{a_{12}b_{21}}{a_{22}}, & c_{12} &= b_{12} - \frac{a_{12}b_{22}}{a_{22}}, \\ c_{21} &= \frac{b_{21}}{a_{22}}, & c_{22} &= \frac{b_{22}}{a_{22}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-5})$$

Характеристическое уравнение

$$\det |C - \lambda E| = \begin{vmatrix} c_{11} - \lambda & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} - \lambda \end{vmatrix} = a_{22}\lambda^2 + (a_{12}b_{21} - a_{22}b_{11} - b_{22})\lambda + b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12} = 0. \quad (\text{П-6})$$

Условия устойчивости:

$$\left. \begin{aligned} (1 - b_{11})(a_{22} - b_{22}) + b_{21}(a_{12} - b_{12}) &> 0; \\ (1 + b_{11})(a_{22} + b_{22}) - b_{21}(a_{12} + b_{12}) &> 0; \\ a_{22} - b_{11}b_{22} + b_{21}b_{12} &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-7})$$

Раскрывая эти условия, получаем соответственно

$$\left. \begin{aligned} (1 - e^{-T/T_1}) \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} &> 0; \\ X^* &> \frac{2 \sin \frac{\pi}{m} \sin (\varphi - \alpha)}{1 - e^{T/T_1}} e^{-T/T_1} + \cos (\alpha - \varphi) \times \\ &\times \left( \cos \frac{\pi}{m} + \sin \frac{\pi}{m} \operatorname{tg} \varphi \frac{1 - e^{-T/T_1}}{1 + e^{-T/T_1}} \right); \\ X^* &> \frac{\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}; \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-8})$$

где  $X^* = X/I_m$ .

Условия съема процессов конечной длительности

$$\left. \begin{aligned} a_{12}b_{21} - a_{22}b_{11} - b_{22} &= 0; \\ b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-9})$$

Подставляя выражения для коэффициентов, находим:

$$\left. \begin{aligned} X^* &= \frac{4 \sin \frac{\pi}{m} \sin (\varphi - \alpha)}{1 - e^{-2T/T_1}} e^{-T/T_1} + \cos (\alpha - \varphi) \times \\ &\times \left( \cos \frac{\pi}{m} + 2 \sin \frac{\pi}{m} \operatorname{tg} \varphi \frac{1 - e^{-T/T_1}}{1 + e^{-T/T_1}} \right) - \\ &- \sin \frac{\pi}{m} \sin (\varphi - \alpha) \frac{1 - e^{-T/T_1}}{1 + e^{-T/T_1}}; \\ X^* &= \frac{\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} - \varphi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} - \varphi \right) e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-10})$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотной и широтно-импульсной модуляцией. — Киев: Техника, 1970.
2. Наталин А. В., Колоколкин А. М. Применение метода Z-преобразования для анализа замкнутых вентильных систем с асинхронной одноканальной системой управления. — Электричество, 1976, № 10.
3. Поздеев А. Д. Динамические свойства вентильных преобразователей с асинхронными системами импульсно-фазового управления. — Электротехника, 1977, № 9.
4. Придатков А. Г., Исхаков А. С. Устойчивость вентильных преобразователей с системой управления интегрального типа. — Электричество, 1977, № 10.
5. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959.

[22.11.78]



УДК 62—758.37.007.4

## Расчет средств защиты от экологического влияния электрического поля

ЖЕРЕБЦОВ В. А., СТОЛЯРОВ М. Д.

Москва

Электрическое поле электроустановок сверхвысокого напряжения оказывает вредное воздействие на организм человека [Л. 1]. Механизм этого воздействия не изучен, однако большинство исследователей связывает степень воздействия с количеством поглощаемой телом человека энергии, которое зависит от напряженности поля и длительности пребывания в нем. Иногда биологическую активность поля объясняют воздействием тока смещения, протекающего через человека.

Для защиты человека от воздействия поля применяются экранирующие устройства различной конструкции и экранирующая одежда нескольких типов. Экранирующая одежда получила широкое распространение при проведении ремонтных работ и эксплуатационного обслуживания оборудования на подстанциях и воздушных линиях электропередачи напряжением 400 кВ и выше. Она комплектуется рядом экранирующих элементов (обувью, головным убором, экраном для лица) и вместе с ними образует замкнутый экранированный объем (индивидуальную клетку Фарадея). Экранирую-

щая одежда и комплектующие элементы проектируются с таким расчетом, чтобы остаточная напряженность поля на теле человека и остаточный ток смещения в нем не превосходили определенных значений.

Экранирующая одежда изготавливается из электропроводящих тканей, в состав которых входят электропроводящие волокна в виде параллельных нитей или сетки. Экранирующие свойства таких тканей зависят от степени заполнения их этими волокнами и улучшаются с ростом концентрации волокон, однако при этом растет стоимость тканей и ухудшаются их гигиенические свойства, в первую очередь, условия теплообмена организма с окружающей средой, что недопустимо. Поэтому параметры электропроводящих тканей необходимо выбирать из условия оптимального содержания в них электропроводящих волокон. Предлагаемая методика расчета экранирующей одежды может быть использована и при расчете экранирующих устройств.

**Защитные характеристики.** Эффективность за-

щиты экранирующей одежды удобно характеризовать коэффициентами экранирования по напряженности поля  $K_E$  и электрическому потоку (току) —  $K_V(K_I)$ .

Коэффициент экранирования  $K_E$  показывает, во сколько раз экранирующая одежда снижает напряженность электрического поля в данной точке, а коэффициент  $K_V(K_I)$  — во сколько раз она снижает ток смещения, протекающий через данную поверхность:

$$K_E = \frac{|\bar{E}_0|}{|\bar{E}|}; \quad (1)$$

$$K_V = \frac{V}{V_0}; \quad K_I = \frac{I_0}{I}, \quad (2)$$

где  $|\bar{E}_0|$  — модуль вектора напряженности поля в данной точке без применения экранирующей одежды;  $|\bar{E}|$  — то же, с применением экранирующей одежды;  $V_0(I_0)$  — электрический поток (ток) без применения экранирующей одежды;  $V(I)$  — то же, с применением экранирующей одежды.

Поскольку ток смещения пропорционален потоку, то  $K_V = K_I$ . Иногда бывает удобнее оперировать и обратными величинами: относительной напряженностью поля  $\eta_E = 1/K_E$  и относительным электрическим потоком  $\eta_V = 1/K_V$ .

Если принять за масштабную единицу расстояние между соседними электропроводящими волокнами ткани, то окажется, что в пределах площади любого участка тела человека, исчисляемой многими десятками масштабных единиц, поле практически не меняется. Следовательно, в пределах каждого такого участка его можно считать однородным. Кроме того, в экранирующей одежде человек имеет потенциал, близкий к потенциалу земли. Поэтому расчет экранирующей одежды сводится к определению коэффициентов экранирования параллельных проводников или электропроводящей сетки в однородном поле вблизи земли, роль которой играет тело человека.

В существующих электропроводящих тканях проводящие волокна обычно образуют сетчатую структуру. Таким образом, главной задачей является расчет коэффициента экранирования заземленной сетки в однородном поле над землей. Он базируется на исследовании защитных характеристик параллельных проводников над поверхностью земли в однородном поле.

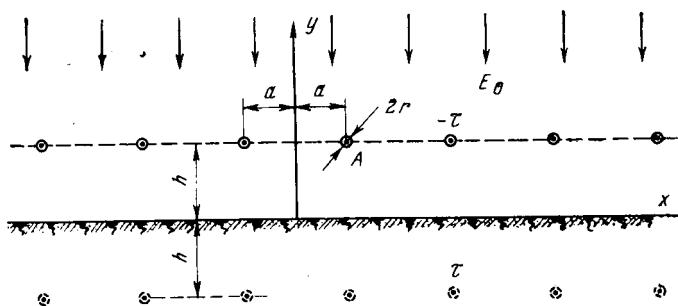


Рис. 1. К расчету коэффициента экранирования заземленных параллельных проводников в однородном поле над поверхностью земли.

**Расчет тканей с параллельными электропроводящими волокнами.** Исходная схема для расчета изображена на рис. 1. Заземленные параллельные проводники диаметром  $2r$  с линейной плотностью заряда  $\tau$  расположены над плоскостью земли на расстоянии  $h$  в однородном поле с напряженностью  $E_0$ . Расстояние между соседними проводниками равно  $2a$ .

Расчет ведется с использованием формулы комплексной функции возбуждения для двух параллельных разноименно заряженных систем параллельных проводников [Л. 2]. Комплексной функцией возбуждения в [Л. 2] является основное частное решение уравнения Лапласа

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sin \left( \pi \frac{z-z'}{a} \right)}{\sin \left( \pi \frac{z-z'}{a} \right)}, \quad (3)$$

где  $z' = a + ih$ ,  $\bar{z}' = a - ih$ ,  $a$  — расстояние между проводниками.

Если выражение (3) умножить на  $\tau/\epsilon_0$  и вместо  $a$  подставить  $2a$ , то получим комплексный потенциал бесконечной последовательности отрицательных линейных зарядов, расположенных на расстоянии  $2a$  друг от друга и на расстоянии  $h$  от бесконечной проводящей плоскости, находящейся под нулевым потенциалом:

$$W_p = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cos \frac{\pi}{2} [x_0 + i(y_0 + h_0)]}{\cos \frac{\pi}{2} [x_0 + i(y_0 - h_0)]}, \quad (4)$$

$$\text{где } x_0 = \frac{x}{a}, \quad y_0 = \frac{y}{a}, \quad h_0 = \frac{h}{a}.$$

Перейдем теперь к влияющему полю. Согласно [Л. 2] комплексная функция возбуждения для однородного поля имеет вид:

$$\alpha = -E_0 z e^{-i\alpha}, \quad (5)$$

где  $z = x + iy$ .

Из рис. 1 видно, что угол, образуемый линиями поля с действительной осью, составляет  $-\pi/2$ . Подставив это значение в (5), получим комплексный потенциал однородного поля для рассматриваемого случая:

$$W_0 = -iE_0 z. \quad (6)$$

Комплексный потенциал результирующего поля равен сумме комплексных потенциалов  $W_0$  и  $W_p$ :

$$W = -iE_0 (x_0 + iy_0) a - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cos \frac{\pi}{2} [x_0 + i(y_0 + h_0)]}{\cos \frac{\pi}{2} [x_0 + i(y_0 - h_0)]}. \quad (7)$$

В формуле (7) в соответствии с [Л. 2] действительная часть комплексного потенциала представляет собой электрический потенциал, а мнимая — электрический поток. Отделив действительную часть, найдем выражение для потенциала:

$$U = E_0 a y_0 - \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi (y_0 + h_0) + \cos \pi x_0}{\cosh \pi (y_0 - h_0) + \cos \pi x_0}. \quad (8)$$

В формуле (8) линейная плотность наведенного заряда  $\tau$  неизвестна. Определим ее, исходя из условия равенства нулю потенциала заземленных параллельных проводников. Для этого подставим в формулу (8), например, координаты точки  $A$  (рис. 1)  $z=a+r+ih$ . Затем, приравняв нулю правую часть, получим значение искомого линейного заряда:

$$\tau = 4\pi\epsilon_0 \frac{E_0 h_0 a}{\ln \left( 1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0}{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0} \right)}, \quad (9)$$

где  $r_0 = \frac{r}{a}$ .

Модуль напряженности поля можно найти из условия

$$|\bar{E}| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}. \quad (10)$$

Дифференцируя выражение (8) по  $x$  и  $y$  и используя формулы (1) и (10), можно найти значение коэффициента экранирования по напряженности поля в общем случае. Однако при расчете экранирующей одежды наибольший интерес представляет значение  $K_E$  на теле человека (при  $y=0$ ), соответствующее максимальной остаточной напряженности поля. Оно является расчетным. Расчетному коэффициенту экранирования  $K_E$  соответствует геометрическое место точек посередине между проекциями проводников на землю, т. е. при  $x_0=0$ . Выражение для расчетного коэффициента экранирования по напряженности поля имеет вид:

$$K_E = \frac{1}{1 - \frac{2\pi h_0}{\ln \left( 1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0}{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0} \right)} \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_0}. \quad (11)$$

Коэффициент экранирования по потоку может быть определен по теореме Гаусса.

Полный поток внешнего влияющего поля  $\bar{E}_0$  в расчете на один шаг (2a) параллельных проводников  $V_0 = 2aE_0$ . Поток, попадающий на один проводник, пропорционален суммарному заряду, индукированному на нем  $V = \frac{\tau}{\epsilon_0}$ . Остаточный поток,

минущий проводники и попадающий на тело человека, равен разности этих потоков. Поэтому согласно формуле (2) коэффициент экранирования по потоку

$$K_V = \frac{1}{1 - \frac{\tau}{2a\epsilon_0 E_0}}.$$

Подставив в полученное выражение значение  $\tau$  из формулы (9), получим расчетную формулу для определения  $K_V$ :

$$K_V = \frac{1}{1 - \frac{2\pi h_0}{\ln \left( 1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0}{\sin^2 \frac{\pi}{2} r_0} \right)}}. \quad (12)$$

Сравнивая формулы (11) и (12), можно заметить, что расчетные коэффициенты экранирования по напряженности и по потоку связаны следующим соотношением:

$$K_{Ep} = \frac{1}{1 - \left( 1 - \frac{1}{K_V} \right) \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_0}. \quad (13)$$

**Экспериментальная проверка.** При расчете было сделано допущение, что заряды, индуцированные на параллельных проводниках, сосредоточены на их осях. Для обоснования такого допущения потребовалась экспериментальная проверка. Данные расчета сравнивались с результатами измерений на геометрически подобных моделях в масштабе 1000 : 1.

Модель площадью  $4 \times 4$  м<sup>2</sup>, изготовленная из проводников диаметром 1 и 160 мм, устанавливалась на высоте 1,5 м над поверхностью земли. В качестве источника однородного поля использовалась платформа установки продольной компенсации (УПК) одной из подстанций 500 кВ. В зоне установки модели имело место неискаженное поле напряженностью 40 кВ/м. При проведении экспериментов с проводниками диаметром 1 мм было обнаружено коронирование модели, которое приводило к усилению ее экранирующего действия за счет появления отрицательных (по отношению к влияющему полю) объемных зарядов. Наличие этих зарядов с точки зрения экранирующего действия эквивалентно увеличению радиуса проводников, поэтому в расчетах, результаты которых сравнивались с экспериментальными данными, вместо реального радиуса проводников фигурировал эквивалентный, определявшийся специально в каждом случае. Проводники диаметром 160 мм не коронировали, поэтому расчет проводился, исходя из их реальных радиусов.

На рис. 2 представлены зависимости  $\eta_E = f(y)$ , более удобные, чем  $K_E = f(y)$ . Они рассчитаны по описанной методике и соответствуют разным значениям шага проводников модели (2a). Зависимости построены для систем проводников диаметром 1 и 160 мм и совмещены с сечением модели. Показаны также точки, в которых проводились измерения и даны экспериментальные данные.

Хорошее совпадение результатов измерений и расчета свидетельствует о достаточной точности предлагаемой методики расчета и подтверждает возможность использования полученных выражений для инженерных расчетов экранирующих тканей со структурой электропроводящих волокон в виде параллельных проводников.

**Расчет электропроводящих тканей с сетчатой структурой проводящих волокон.** Исходная схема для расчета изображена на рис. 3. Заземленная сетка представляет собой две взаимно перпендикулярные системы параллельных проводников, на осях которых расположены линейные заряды с плотностями  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Шаг продольной системы равен  $2a_1$ , поперечной —  $2a_2$ . Сетка расположена над плоскостью земли на расстоянии  $h$ . Чтобы подчеркнуть трехмерный характер задачи, введем новые обозначения для потенциала —  $\varphi$  и для пото-

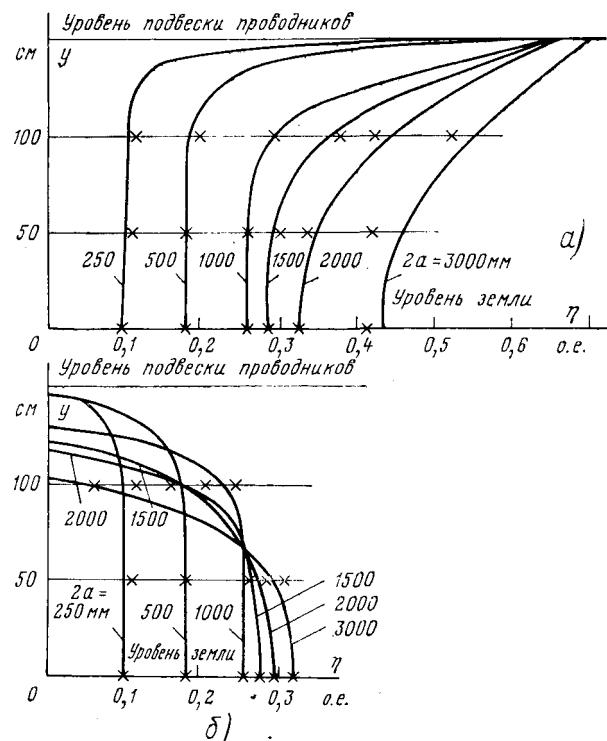


Рис. 2. Расчетные значения относительной напряженности поля модели электропроводящей ткани с параллельными проводящими волокнами.  
а — в плоскости симметрии между проводниками; б — в плоскости проводника;  $\times$  — экспериментальные данные.

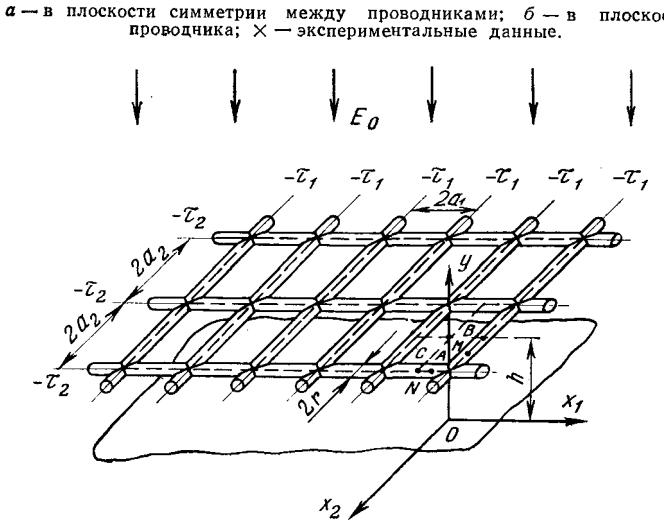


Рис. 3. К расчету коэффициента экранирования заземленной сетки в однородном поле над поверхностью земли.

ка —  $\Phi$ . Используя формулу (8) и принцип наложения, получим выражение для потенциала

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 = E_0 y - \frac{\tau_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi(y_{01} + h_{01}) + \cos \pi x_{01}}{\cosh \pi(y_{01} - h_{01}) + \cos \pi x_{01}} - \frac{\tau_2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi(y_{02} + h_{02}) + \cos \pi x_{02}}{\cosh \pi(y_{02} - h_{02}) + \cos \pi x_{02}}, \quad (14)$$

где  $\varphi_0$  — потенциал, создаваемый влияющим полем;  $\varphi_1, \varphi_2$  — потенциалы, создаваемые зарядами соответственно продольной и поперечной систем;

$$x_{01} = \frac{x_1}{a_1}, \quad x_{02} = \frac{x_2}{a_2}, \quad y_{01} = \frac{y}{a_1}, \quad y_{02} = \frac{y}{a_2},$$

$$h_{01} = \frac{h}{a_1}, \quad h_{02} = \frac{h}{a_2}.$$

В выражение (14) входят две неизвестные величины  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Для их нахождения используем метод усреднения потенциала на поверхности сетки. Рассмотрим, как меняется потенциал на участке  $AB$  при изменении координат точки  $M$  (рис. 3). Здесь потенциалы  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$  остаются постоянными, а  $\varphi_2$  изменяется. Подставив в формулу (14) координаты точки  $M$   $y = h + r$ ,  $x_1 = a_1$ , найдем среднее значение потенциала  $\varphi_2$ :

$$\varphi_2 = \frac{1}{a_2} \int_0^{a_2} \left\{ -\frac{\tau_2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi \left( \frac{2h}{a_2} + \frac{r}{a_2} \right) + \cos \pi \frac{x_2}{a_2}}{\cosh \pi \frac{r}{a_2} + \cos \pi \frac{x_2}{a_2}} \right\} dx_2.$$

Определенный интеграл, стоящий в правой части этого выражения, может быть получен только в виде ряда. Однако если принять  $r = 0$  и ввести его в подынтегральное выражение (от чего значение искомого интеграла практически не изменится), можно получить формулу для  $\varphi_2$  в замкнутом и простом виде.

Применив указанное упрощение и замену переменной интегрирования, а также проинтегрировав затем по частям, можно свести задачу к известной формуле [Л. 3] и получить

$$\varphi_2 = -\frac{\tau_2}{\epsilon_0} \frac{h}{2a_2}.$$

Подставляя в формулу (14) найденное значение  $\varphi_2$  и учитывая, что потенциал сетки  $\varphi = 0$ , получаем первое уравнение с двумя неизвестными  $\tau_1$  и  $\tau_2$ :

$$\tau_2 \frac{h_{02}}{2\epsilon_0} + \tau_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi(2h_{01} + r_{01}) - 1}{\cosh \pi r_{01} - 1} = E_0(h + r),$$

$$\text{где } r_{01} = \frac{r}{a_1}, \quad r_{02} = \frac{r}{a_2}.$$

Проведя аналогичные расчеты для участка  $AC$  (точка  $N$  на рис. 3), получим второе уравнение:

$$\tau_1 \frac{h_{01}}{2\epsilon_0} + \tau_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\cosh \pi(2h_{02} + r_{02}) - 1}{\cosh \pi r_{02} - 1} = E_0(h + r).$$

Решив совместно эти уравнения, получим выражения для  $\tau_1$  и  $\tau_2$ :

$$\begin{aligned} \tau_1 = 2\epsilon_0 E_0 (h + r) \times \\ \times \frac{1 - 2\pi \frac{h_{02}}{\ln \frac{\cosh \pi(2h_{02} + r_{02}) - 1}{\cosh \pi r_{02} - 1}}}{\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\cosh \pi(2h_{01} + r_{01}) - 1}{\cosh \pi r_{01} - 1} - \frac{h_{02}}{h_{01}} \frac{2\pi}{\ln \frac{\cosh \pi(2h_{02} + r_{02}) - 1}{\cosh \pi r_{02} - 1}}}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = 2\epsilon_0 E_0 (h + r) \times \\ \times \frac{1 - 2\pi \frac{h_{01}}{\ln \frac{\cosh \pi(2h_{01} + r_{01}) - 1}{\cosh \pi r_{01} - 1}}}{\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\cosh \pi(2h_{02} + r_{02}) - 1}{\cosh \pi r_{02} - 1} - \frac{h_{01}}{h_{02}} \frac{2\pi}{\ln \frac{\cosh \pi(2h_{01} + r_{01}) - 1}{\cosh \pi r_{01} - 1}}}. \quad (16) \end{aligned}$$

Коэффициент экранирования по напряженности в общем виде может быть найден также, как при расчете системы параллельных проводников. Наибольший интерес представляет расчетный коэффициент экранирования ( $K_{Ep}$ ) на теле человека под центром ячейки, где экранирование минимальное. Выражение для  $K_{Ep}$  может быть определено по формулам (1) и (14) при  $x_{01}=x_{02}=1$  и  $y=0$ :

$$K_{Ep} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\varepsilon_0 E_0} \left( \frac{\tau_1}{a_1} \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_{01} + \frac{\tau_2}{a_2} \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_{02} \right)}. \quad (17)$$

Из практических соображений сетка экранирующей одежды обычно выполняется квадратной. В этом частном случае расчетный коэффициент экранирования

$$K_{Ep} = \frac{1}{1 - \frac{2(h_0 + r_0)}{h_0 + \frac{1}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{\operatorname{sh}^2 \pi h_0}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2} r_0} \right)} \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_0}. \quad (18)$$

Коэффициент экранирования по потоку можно определить как и в случае параллельных проводников по теореме Гаусса. Полный поток внешнего влияющего поля  $E_0$  в расчете на одну ячейку сетки  $\Phi = 2a_1 2a_2 E_0$ . Поток, попадающий на проводники сетки, в расчете на одну ячейку пропорционален суммарному заряду на них  $\Phi = \frac{\tau_1}{\varepsilon_0} 2a_2 + \frac{\tau_2}{\varepsilon_0} 2a_1$ .

Остаточный поток, минуя сетку и попадающий на тело человека, равен разности этих потоков. Поэтому согласно формуле (2) коэффициент экранирования по потоку для сети с квадратной ячейкой

$$K_{\Phi} = \frac{1}{1 - \frac{2(h_0 + r_0)}{h_0 + \frac{1}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{\operatorname{sh}^2 \pi h_0}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2} r_0} \right)}}. \quad (19)$$

Сравнивая формулы (18) и (19), можно заметить, что между коэффициентами  $K_{Ep}$  и  $K_{\Phi}$  существует следующее соотношение:

$$K_{Ep} = \frac{1}{1 - \left( 1 - \frac{1}{K_{\Phi}} \right) \operatorname{th} \frac{\pi}{2} h_0}. \quad (20)$$

**Экспериментальная проверка.** Справедливость полученных выражений проверялась на той же модели, что и для системы параллельных проводников. Моделирующая сетка располагалась на высоте 1,5 м над землей.

На рис. 4 представлены расчетные кривые  $\eta_E = f(y)$  для 10 вариантов сеток с прямоугольными и квадратными ячейками разных размеров, полученные с помощью выведенных выражений. Там же нанесены точки, соответствующие результатам измерений. Удовлетворительное совпадение результатов расчета и эксперимента свидетельствует о достаточной точности предложенных формул.

### Обсуждение результатов и некоторые рекомендации по их использованию.

1. Выведенные формулы показывают, что коэффициент экранирования  $K_E$  зависит не только от размера ячейки ( $2a$ ) и радиуса электропроводящей нити ( $r$ ), но и от расстояния между электропроводящей тканью и телом человека ( $h-r$ ) (рис. 3). Поэтому рассчитывать и измерять  $K_E$  следует при постоянном  $h-r$ , которое целесообразно принять равным 1 мм. Необходимо, чтобы в реальных образцах экранирующей одежды условие  $h-r \geq 1$  мм постоянно выполнялось. В возможных местах плотного прилегания экранирующей одежды к телу целесообразно устанавливать внутренние прокладки из обычной ткани толщиной 1 мм.

2. На большинстве участков тела человека расстояние  $h-r \gg 1$  мм, поэтому коэффициент экранирования, определяемый экспериментально по соотношению токов, протекающих через человека (как правило, через манекен) в экранирующей одежде и без нее ( $K_{I\text{од}}$ ) оказывается значительно большим, чем  $K_E$  и  $K_{\Phi}$ . Отсюда следует важный вывод о том, что коэффициент  $K_{I\text{од}}$  не может быть единственным критерием эффективности экранирующей одежды, поскольку очень высокая ее эффективность на одних участках может маскировать низкую эффективность на других. Кроме того, при определении  $K_{I\text{од}}$  не учитывают путь тока в теле человека, что, по-видимому, недопустимо, так как

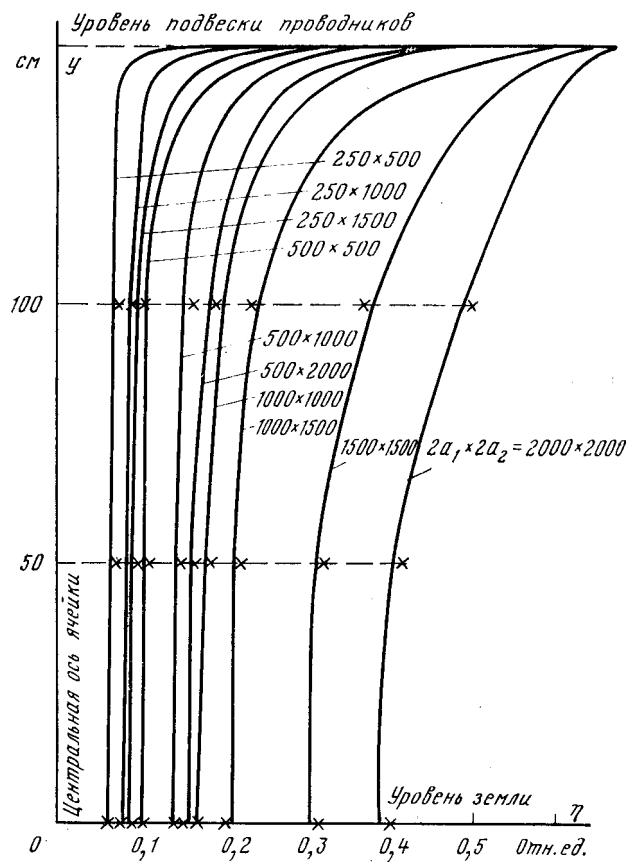


Рис. 4. Расчетные значения относительной напряженности поля модели электропроводящей ткани с сетчатой структурой проводящих волокон на центральной оси ячейки.

— экспериментальные данные.

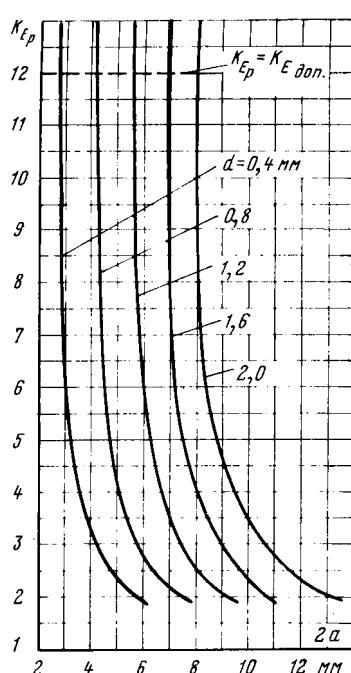


Рис. 5. Зависимость расчетного коэффициента экранирования  $K_{E_p}$  от размера  $2a$  квадратной ячейки проводящей основы ткани при различных диаметрах электропроводящих нитей  $d$  и расстоянии между телом человека и одеждой  $h-r=1$  мм.

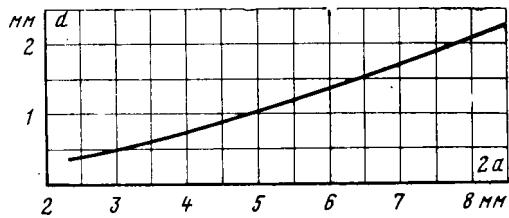


Рис. 6. Зависимость размера  $2a$  квадратной ячейки электропроводящей основы ткани от диаметра  $d$  проводящих нитей при  $K_{E_p}=12$  и  $(h-r)=1$  мм.

ток через голову, например, не эквивалентен по биологическому воздействию току через ноги.

Таким образом, коэффициент  $K_{I_{od}}$  может использоваться лишь как вспомогательный критерий, по которому можно судить об отсутствии дефектов в данном комплекте экранирующей одежды, а показатель  $K_{E_p}$  должен быть основным критерием эффективности экранирующей одежды. Условие  $K_{E_p} \geq K_{E_{dop}}$ , где  $K_{E_{dop}}$  — минимально допустимое значение расчетного коэффициента экранирования электропроводящей ткани, гарантирует требуемую эффективность экранирующей одежды, если нет дефектов изготовления.

3. Экранирующую одежду по требованиям к ее эффективности можно разделить на две категории. К первой принадлежит одежда, предназначенная для работ вдали от токоведущих частей (на расстоянии не менее нормируемого по условиям электробезопасности), ко второй — предназначенная для работ под напряжением с непосредственным касанием токоведущих частей. Для экранирующей одежды первой категории в настоящее время принято  $K_{E_{dop}}=12$ . Для экранирующей одежды второй категории значение  $K_{E_{dop}}$  пока не установлено.

4. На рис. 5 построены зависимости  $K_{E_p}=$

$=f(2a)$  для квадратной сетки, выполненной из электропроводящих нитей различного диаметра. Эти зависимости показывают, что размер ячейки, образуемой нитями диаметром от 0,4 до 2,0 мм должен находиться в пределах от 3 до 8 мм. При  $2a > 8$  мм эффективность электропроводящей ткани оказывается недостаточной, а при  $2a < 3$  мм электропроводящие нити расходуются неэффективно, что повышает стоимость ткани и ухудшает ее гигиенические свойства.

5. Наиболее важной с точки зрения практических расчетов является формула (18), выведенная для случая, когда электропроводящая ткань имеет сетчатую структуру с квадратной ячейкой. Такая структура является наиболее технологичной и применяется чаще всего. Требуемое соотношение электропроводящих и обычных нитей в ткани со структурой в виде квадратной клетки при заданных значениях  $K_{E_p}$  и  $(h-r)$ , а также выбранном диаметре электропроводящей нити ( $d$ ), определяется размером клетки ( $2a$ ). Рассчитывать этот размер по формуле (18) неудобно, поэтому на рис. 6 приведена зависимость  $2a=f(d)$ , позволяющая определять требуемый размер клетки по заданному диаметру электропроводящей нити. В том случае, если электропроводящая основа должна быть образована спаренными проводящими нитями, расчетный диаметр допускается определять как сумму диаметров каждой нити.

6. Важное практическое значение имеет также формула (20), которая позволяет определять коэффициент  $K_{E_p}$  электропроводящих тканей по измеренному значению  $K_{\Phi}$ . Непосредственное измерение напряженности поля под электропроводящей тканью затруднительно, а измерение тока смещения легко осуществимо. Поэтому на практике целесообразно измерять значения  $K_I$  образцов электропроводящих тканей, а коэффициент  $K_{E_p}$  рассчитывать по формуле (20) с учетом равенства  $K_I=K_{\Phi}$ .

7. Немаловажное значение имеет положительный опыт применения установок продольной компенсации напряжением 500 кВ в качестве источника практически однородного поля для экспериментальных исследований моделей электропроводящих тканей. Применение крупномасштабных моделей позволяет использовать для измерения напряженности поля под моделью распространенные диполи, которые, как известно, нельзя применять при малых расстояниях до заземленных объектов. В установках продольной компенсации можно исследовать модели защитных экранов различной конструкции и проверять аппаратуру для измерения напряженности поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нормы и правила по охране труда при работах на подстанциях и воздушных линиях электропередачи напряжением 400, 500 и 750 кВ переменного тока промышленной частоты. М.: СЦНТИ ОРГРЭС, 1972.
2. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. — М.: Изд-во Ин. литература, 1961.
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.

# Из опыта работы

УДК 621.316.935.001.24

## Управляемый реактор для цифроаналого-физического комплекса исследования энергетических систем

МЕЛЬНИК В. Т., канд. техн. наук

НИИПТ

Управляемый реактор (УР) в электрических системах в качестве силового плавнорегулируемого элемента может применяться для повышения пропускной способности ВЛ и обеспечения устойчивости в системе, для регулирования качества напряжения и снижения потерь в элементах сети, для ограничения токов короткого замыкания и перенапряжений и т. д. [Л. 1]. Однако промышленного применения УР еще не нашли. Предложенные конструкции УР [Л. 2 и 3] отличаются очевидной конструктивной и технологической сложностью, следствием которых являются неудовлетворительные экономические показатели и некоторые технические характеристики. Тем не менее, определенный интерес представляет реализация положительных возможностей УР в системе. С этой целью была создана физическая модель УР для цифроаналого-физического комплекса изучения электрических систем. Эта модель должна удовлетворять следующим требованиям.

Погрешность  $\epsilon_{УР}$  критерия подобия  $T_{УР}$  цепи рабочей обмотки модели УР должна быть одного порядка с погрешностями других физических моделей комплекса ( $\epsilon_{м,г}$  — модельных генераторов,  $\epsilon_{т,р}$  — модельных трансформаторов). Это по существу сводится к обеспечению необходимого минимума потерь в цепи рабочей обмотки, так как  $T_{мод} \Delta P_{мод} = T_{ор} \Delta P_{ор}$  и уменьшение в различии величин модели и оригинала  $\Delta P_{мод}^*$  и  $\Delta P_{ор}^*$  приближает нас к удовлетворению определяющего критерия  $T_{УР}^*$ .

При выполнении критерия подобия  $K_{per}(H_y, B_m) = idem$  (условные обозначения даны в конце статьи) абсолютное значение диапазона регулирования  $K_{per}$  тока рабочих обмоток модели УР должно быть равно 20—30 в точке  $H_y = H_{y,ном}$ ,  $B_m = B_{m,ном}$ .

Относительное содержание высших гармоник  $K_{в,г}$  в линейном токе рабочих обмоток и результирующем токе обмоток управления трехфазного УР не должно превышать 0,03—0,05.

Условная постоянная времени  $T_y$  обмотки управления должна быть примерно равной 1 с.

Конструкция модели УР должна допускать пофазное регулирование и такое исполнение рабочих обмоток, чтобы аппарат можно было подключать в различных точках комплекса (например, прямо на шины модельных генераторов или на линии) без изменения рабочих характеристик реактора  $K_{per}$ ,  $K_{в,г}$ ,  $\Delta P$ ,  $P_y$ .

Реактор в натурном образце по своим экономическим, технологическим и эксплуатационным показателям должен приближаться к соответствующим для серийных силовых трансформаторов аналогичных мощности и напряжения.

Этим требованиям наиболее полно удовлетворяет УР, который представляет собой трехфазную группу, составленную из трех однофазных стержневых УР с продольно-поперечным подмагничиванием [Л. 4 и 5]. Компоновка основных элементов конструкции модели однофазного реактора схематически представлена на рис. 1,а. Принято квадратное сечение средних стержней и соответственно такой же формы обмотки и окна в магнитопроводе. Сечение крайних стержней прямоугольное, равное половине сечения средних. В этом случае геометрия конструкции реактора выражается с помощью всего двух размеров — ширины среднего стержня  $d$  и высоты  $b$  (или ширины  $c$ ) окна магнитопровода. Обмотки (рабочая и управления), состоящие каждая из двух катушек  $w_{p1}$ ,  $w_{p2}$

и  $w_{y1}$ ,  $w_{y2}$ , расположены на взаимно перпендикулярных средних стержнях. Катушки, как показано на рис. 1,б, включаются последовательно при согласном направлении их магнитных потоков  $\Phi_{p1}$ ,  $\Phi_{p2}$  и  $\Phi_{y1}$ ,  $\Phi_{y2}$ . Такое расположение и включение катушек обмоток реактора исключает прямую трансформаторную связь между ними и, следовательно, взаимное влияние при управлении.

Обычно расчет устройств, управляемых подмагничиванием и оптимальных по размерам и параметрам, требует решения системы из пяти уравнений [Л. 6]: уравнений мощности, потерь, теплового режима, взаимосвязи магнитных параметров и технико-экономических показателей. При расчете физической модели УР используются только первые два уравнения. Уравнение теплового режима не рассматривается, так как электромагнитные нагрузки в модели УР существенно меньше, чем в оригинале [Л. 7] (например,  $\Delta = (2,5-5)10^5$  А/м<sup>2</sup>,  $B_m = 0,6-0,9$  Т,  $H_y = 2000$  А/м, а следовательно,  $\Delta P_{ст,уд} = 1-1,5$  Вт/кг), а поэтому опасность чрезмерного перегрева отсутствует. Взамен уравнения взаимосвязи магнитных параметров используем опытные характеристики, полученные на геометрически подобном макете реактора [Л. 4]. Что касается пятого уравнения, то технико-экономические показатели для физических моделей, как правило, не рассматриваются. Они будут заведомо хуже, чем у оригинала. Однако задача расчета физической модели реактора состоит в нахождении таких минимальных размеров конструкции, при которых будут удовлетворяться вышеуказанные требования.

Таким образом, для определения размеров модели реактора  $d$  и  $K_1$  необходимо решить следующую систему уравнений:

$$Q_{УР} = 4,44f B_m K_{ст} K_m K_1 \Delta_p d^4; \quad (1a)$$

$$\Delta P = 4d^3 [Y_{ст} K_{ст} (1 + 2K_1) \Delta P_{ст,уд} + \rho_m K_m K_1 (1 + K_1) \Delta^2 p]. \quad (1b)$$

Следует отметить, что оба эти уравнения записаны для номинального режима реактора, в котором как напряжение, так и ток рабочей обмотки синусоидальны. Исследование системы (1) на ЦВМ показало, что для реальных физических моделей УР ( $Q_{УР} = 3-10$  квар,  $B_m = 0,6-0,9$  Т,  $\Delta P = 2-10\%$ ,  $\Delta P_{ст,уд} = 0,5-2,5$  Вт/кг) неизвестные  $d$ ,  $K_1$  изменяются в таких пределах:  $d = 0,05-0,15$  м,  $K_1 = 0,4-2,4$ . Ограничившись этими пределами, рассмотрим влияние различных параметров модели на решение системы (1). С целью удобства анализа представим уравнения (1а) и (1б) в виде кривых в координатах  $d$  и  $K_1$ . Решением системы являются точки пересечения кривых. Как видим из рис. 2, в зависимости от суммарных потерь  $\Delta P$  при заданной мощности  $Q_{УР}$  и индукции  $B_m$  таких решений может быть два, одно и ни одного. Уменьшение удельных потерь в стали  $\Delta P_{ст,уд}$  (например, в два раза) приводит к снижению как  $\Delta P$ , так и массо-габаритных показателей модели реактора. Соответствующее увеличение  $\Delta P_{ст,уд}$  так изменяет уравнение (1б), что решение системы (1) отсутствует. С ростом мощности модели ( $B_m = \text{const}$ ,  $\Delta P_{ст,уд} = \text{const}$ ) минимальные размеры реактора могут быть получены при меньших значениях относительных суммарных потерь  $\Delta P$ . Увеличению индукции  $B_m$  ( $Q_{УР} = \text{const}$ ) соответствует уменьшение базового размера модели реактора  $d$ , что приводит к меньшим объемам активных материалов.

После того как определены основные размеры модели реактора  $d$ ,  $K_1$ , остальные размеры, параметры и показатели

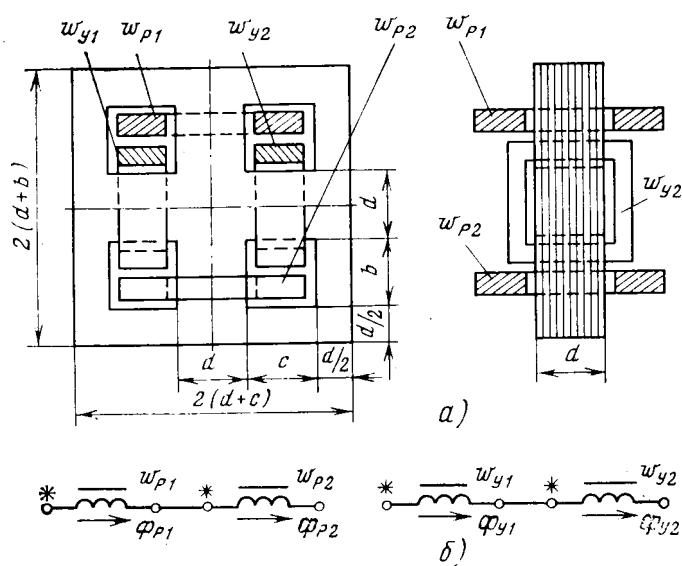


Рис. 1. Компоновка основных элементов конструкции (а) и схема соединений обмоток (б) модели однофазного стержневого управляемого реактора с продольно-поперечным подмагничиванием.

$d$  — ширина среднего стержня;  $b$  и  $c$  — высота и ширина окна магнитопровода;  $w_{p1}$ ,  $w_{p2}$  и  $w_{y1}$ ,  $w_{y2}$  — катушки рабочей и управляющей обмоток.

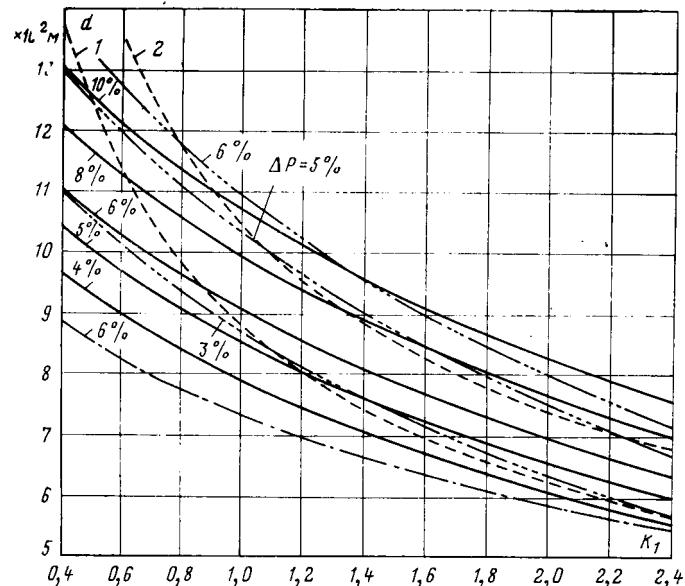


Рис. 2. Зависимости ширины среднего стержня  $d$  магнитопровода от приведенной ширины (высоты) окна  $K_1$  для различных значений мощности физической модели управляемого реактора  $Q_{up}$ , суммарных потерь  $\Delta P$ , удельных потерь в стали  $\Delta P_{ст.уд.}$

—  $1 - Q_{up} = 1,5$  кв;  $2 - Q_{up} = 3$  кв;  $— \Delta P_{ст.уд.} = 1,26$  Вт/кг  
—  $— \Delta P_{ст.уд.} = 0,63$  Вт/кг;  $— \Delta P_{ст.уд.} = 2,52$  Вт/кг,  
 $B_m = 0,7$  Т.

определяются по следующим формулам. Масса магнитной системы  $G_{ст} = 4\gamma_{ст}K_{ст}(1+2K_1)d^3$ . Длина средней магнитной силовой линии (при  $b=c$  эта длина одинакова как для рабочего потока, так и для потока управления)  $l_{ср.маг} = (4,5+6K_1)d$ . Число витков рабочей обмотки  $w_p = K_m K_1 U_p \Delta p d^2 Q_{up}^{-1}$ . Сечение меди обмоток (рабочей и управляющей)  $q_m = d^2 K_m K_1^2$ . Масса меди обмоток  $G_{м.р} = 4d^3 \gamma_m K_m K_1^2 (1+K_1)$ ;

$G_{м.у} = 2d^3 \gamma_m K_m K_1^2 (2+K_1)$ . Число витков обмоток управления определяем из уравнения  $I_p w_p = I_y w_y$ . Принимая  $I_y = I_{y \min} = 1$  А, получаем  $w_y = Q_{up} w_p U_p^{-1}$ . Основные характеристики модели можно определить, используя масштабы моделирования и опытные кривые макета [Л. 4].

Масштаб диапазонов регулирования  $m_{рег} = K_{рег(мод)} K_{рег(мак)}^{-1}$  равен масштабу линейных размеров модели и макета  $m_l = d_{мод} d_{мак}^{-1}$ , а масштаб относительного содержания высших гармоник в рабочем токе  $m_{в.г} = K_{в.г(мод)} K_{в.г(мак)}^{-1}$  не зависит от изменения линейных размеров. Зная  $d_{мод}$ ,  $d_{мак}$ ,  $K_{рег(мак)}$ ,  $K_{в.г(мак)}$  (при одинаковых значениях  $B_m$ ,  $H_y$ ), находим  $m_l$ ,  $K_{рег(мод)}$ ,  $K_{в.г(мод)}$ .

Условная постоянная времени модели реактора  $T_y = U_p^2 w_p^2 (4f Q_{up} w_p^2 R_y)^{-1}$ , где  $R_y = 2d(2+K_1) w_y \Delta y$  [Л. 8].

Исследуемая модель УР была рассчитана при следующих значениях параметров и коэффициентов для однофазного элемента группы:  $Q_{up} = 1500$  вар;  $U_p = 920 \div 230$  В;  $B_m = 0,7$  Т;  $\Delta p = 5\%$ ;  $\Delta p = \Delta_y = 5 \cdot 10^5$  А/м<sup>2</sup>;  $K_{ст} = 0,93$ ;  $K_m = 0,35$ ;  $\Delta P_{ст.уд.} = 1,2$  Вт/кг;  $f = 50$  Гц;  $\gamma_m = 8800$  кг/м<sup>3</sup>;  $\gamma_{ст} = 7650$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_m = 2135 \cdot 10^{-11}$  Ом·м; сталь марки Э42 (0,35);  $T_y = 1$  с;  $I_y = 1 \div 2$  А.

В результате решения системы (1) получаем  $d = 0,08$  м и  $K_1 = 1,2$ . Затем находим  $G_{ст} = 50$  кг;  $G_{м.р} = 21$  кг;  $G_{м.у} = 15$  кг;  $w_p = 1000$  витков;  $w_y = 1634$  витка;  $H_y = 1800$  А/м;  $m_l = 2$ ;  $R_y = 8,9$  Ом;  $T_y = 0,85$  с. Для макета  $K_{рег} \approx 10$ ;  $K_{в.г} = K_5 < 4\%$  (при  $B_m = 0,7$  Т и  $H_y = 1800$  А/м). Следовательно, в исследуемой модели  $K_{рег} \approx 20$ ;  $K_{в.г} = K_5 < 4\%$ .

В изготовленном образце физической модели УР активное сопротивление обмотки управления было изменено таким образом, чтобы для действительных значений удовлетворялось требование  $R_y(\Delta) = T_y R_y T_{y(\Delta)}^{-1}$ .

При экспериментах вначале проводились исследования модели однофазного реактора. Рабочая обмотка реактора подключалась к источнику синусоидального напряжения, величина которого могла дискретно изменяться. Обмотка управления подключалась к источнику постоянного напряжения с возможностью как плавного, так и дискретного изменения тока. Опыты проводились следующим образом. Устанавливалось определение значения напряжения на рабочей обмотке  $U_p$  и варьировалась величина тока управления  $I_y$  от нуля до предельного значения  $1,5 I_{y \text{ном}}$ . Шаг изменения тока  $I_y$  и напряжения  $U_p$  определялся степенью кривизны характеристик. При этом фиксировалась ток  $I_p$ , напряжение  $U_p$  и активная мощность  $P$  цепи рабочей обмотки, ток  $I_y$  и напряжение  $U_y$  цепи обмотки управления, содержание высших гармоник в рабочем токе  $K_{в.г} = K_3, K_5$ . По данным опытов на рисунках 3, 4 и 5 построены семейства основных характеристик модели управляемого реактора:  $K_{рег} = f_1(H_y, B_m)$ ,  $K_{в.г} = f_2(H_y, B_m)$  и  $\Delta P_{ст.уд.} = f_3(H_y, B_m)$ .

Анализ этих характеристик показывает, что с увеличением напряженности поля управления  $H_y$  диапазон регулирования  $K_{рег}$  рабочего тока и потери в стали  $\Delta P_{ст.уд.}$  магнитной системы растут, а содержание высших гармоник  $K_3, K_5$  в рабочем токе падает. Причем большим значениям индукции переменного поля  $B_m$  соответствуют большие значения  $K_3, K_5$  и  $\Delta P_{ст.уд.}$ , диапазон же регулирования  $K_{рег}$  при этом уменьшается. Обращает на себя внимание факт отсутствия в рабочем токе четных гармоник. Это является результатом двойного симметричного подмагничивания, которое имеет место в магнитной системе реактора. При этом в цепи рабочей обмотки действуют лишь нечетные гармоники, а в цепи обмотки управления — постоянная составляющая и четные гармоники. Последние при параллельном соединении трех обмоток управления в трехфазном реакторе обращаются в нуль, и в цепи источника питания обмоток управления протекает лишь постоянная составляющая.

Уменьшение относительного содержания высших гармоник  $K_3 = I_3 I_1^{-1}$  и  $K_5 = I_5 I_1^{-1}$  (гармониками порядка выше пятого пренебрегаем ввиду их малости) рабочего тока  $I_p$  объясняется вытеснением рабочего  $\Phi_p$  и управляющего  $\Phi_y$  магнитных потоков из крайних стержней в область окон. В этом случае

амплитуды высших гармоник замедляют свой рост с увеличением  $H_y$ , а амплитуда первой гармоники растет с прежней интенсивностью. Магнитные потоки  $\Phi_p$  и  $\Phi_y$ , проходя в пространстве окон магнитопровода, пересекают средние стержни, образуя дополнительное поперечное подмагничивание помимо того, которое имеет место в объеме пересечения средних стержней. Таким образом происходит как бы преобразование реактора с продольно-поперечным подмагничиванием в реактор с поперечным подмагничиванием. А при поперечном подмагничивании, как известно, относительные значения высших гармоник уменьшаются с увеличением напряженности поля подмагничивания.

Влияние совокупности всех перечисленных факторов и приводит к той картине резкого снижения  $K_3$ , которую наблюдают на рис. 4. Что же касается  $K_5$ , то следует иметь в виду, что пятая гармоника появляется не только в результате нелинейности реактора, но и комбинаций между гармониками напряженности магнитного поля (например, второй и третьей) в магнитопроводе [Л. 9]. Поэтому вначале  $K_5$  падает, когда  $K_2$  еще мал, а  $K_3$  снижается; когда  $K_2$  становится больше (с увеличением  $H_y$ ), наблюдаем и рост  $K_5$ . В дальнейшем с увеличением рассеяния  $\Phi_p$  и  $\Phi_y$  начнет уменьшаться и  $K_2$  (вместе с  $K_3$ ). Тогда и начинается уменьшение  $K_5$ .

По величине пятая гармоника значительно меньше третьей. Поэтому в трехфазном реакторе при соединении рабочих обмоток в треугольник, когда третья и кратные ей гармоники замыкаются в нем и из сети не потребляются, искажений рабочего тока практически не наблюдается. В то же время следует иметь в виду, что абсолютные значения амплитуд высших гармоник напряженности магнитного поля в стали магнитной системы растут с увеличением подмагничивания и индукции переменного поля, причем в стали действует полный спектр гармоник напряженности. Как известно, потери в стали  $\Delta P_{ct}$  зависят от частоты, толщины листов стали и амплитудного значения напряженности поля. Таким образом, характер кривых  $\Delta P_{ct} = f_3(H_y, B_m)$ , изображенных на рис. 5, соответствует действительности. Осциллограммы показали, что линейный ток трехфазного реактора и ток фазы без запаздывания следует за результирующим током управления, который не содержит высших гармоник. Установившийся режим достигается за время, близкое к расчетному. Ток управления одной фазы реактора  $I_{y(1)}$  изменяется аналогично результирующему току управления и содержит высшие четные гармоники, величина которых растет с увели-

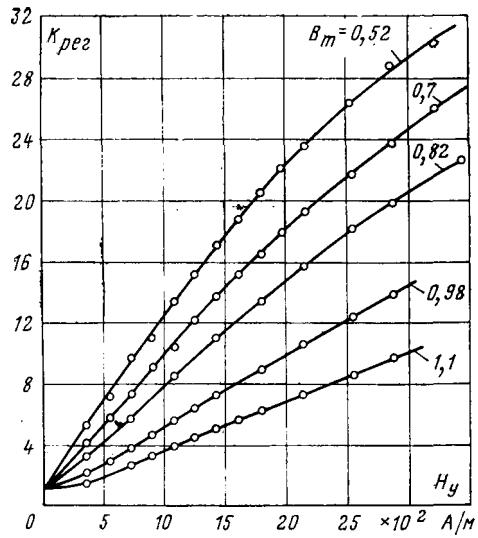


Рис. 3. Диапазон регулирования  $K_{per}$  тока рабочей обмотки модели управляемого реактора в функции напряженности поля управления  $H_y$  и индукции  $B_m$  переменного магнитного поля.

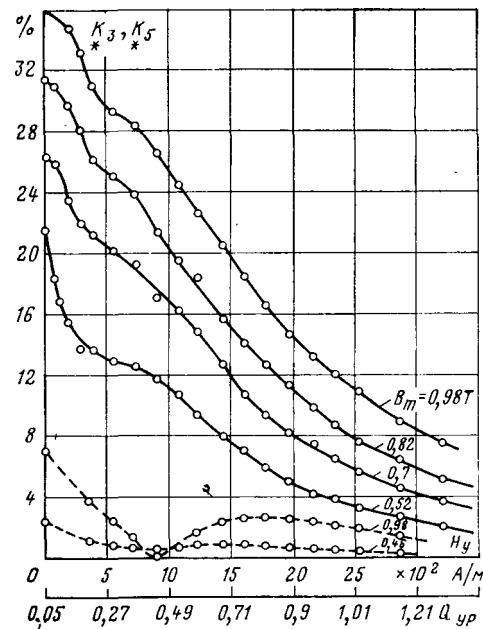


Рис. 4. Относительное содержание высших гармоник в токе рабочей обмотки модели управляемого реактора в функции напряженности поля управления  $H_y$  и индукции  $B_m$  переменного магнитного поля.

—●—  $K_3 = I_3/I_1$ ; —●—  $K_5 = I_5/I_1$ .

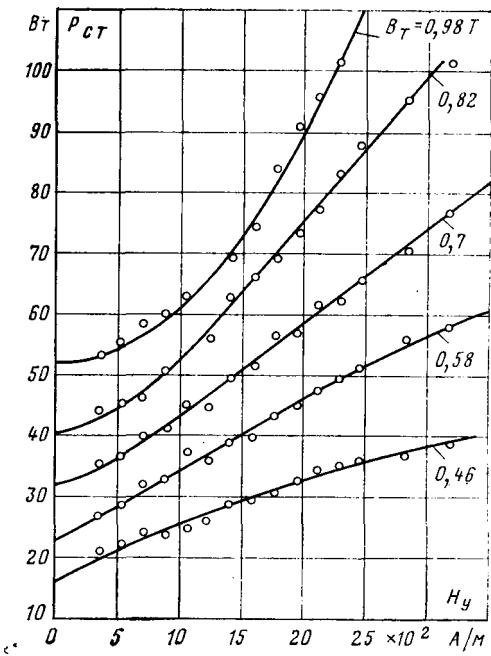


Рис. 5. Потери в стали  $\Delta P_{ct}$  магнитной системы модели управляемого реактора в функции напряженности поля управления  $H_y$  и индукции  $B_m$  переменного магнитного поля при продольно-поперечном подмагничивании (сталь марки Э-42, толщиной 0,35 мм).

чением последнего. При отключении питания управления обмотки управления замыкались на разрядное сопротивление  $R_{разр} = 4R_{y(d)}$ . В случае, если необходимо уменьшить постоянную времени  $T_{y(d)}$ , в цепь обмоток управления включается добавочное активное сопротивление. В номинальном режиме работы однофазной модели УР ( $Q_{up} = 1500$  вар,  $U_p = 920$  В,  $I_{y(1)} = 1,3$  А) мощность управления  $P_y$  составляла 1%.

В заключение следует отметить, что, как показали испытания, физическая модель УР удовлетворяет предъявляемым

к ней требованиям. Наибольшие затруднения вызывает задача снижения потерь в стали. Их уменьшение может быть достигнуто путем выполнения магнитной системы из электротехнической стали толщиной менее 0,35 мм с пониженными потерями.

Исследуемая конструкция УР может быть применена в качестве плавнорегулируемого источника реактивной мощности, если рабочую обмотку разделить на две электрически не связанные части, одну из которых необходимо включать в сеть, а к другой подключать элементы, способные генерировать реактивную мощность (статические конденсаторы, синхронные компенсаторы), обмотку управления использовать по-прежнему для подмагничивания. Несмотря на то, что цепь управления модели УР не моделировалась, мощность управления весьма мала, что указывает на возможность использования аппаратов такой конструкции в качестве силовых высоковольтных усилителей мощности.

**Условные обозначения:**  $Q_{up}$  — мощность реактора, вар;  $\Delta P$  — суммарные потери в цепи рабочей обмотки, Вт;  $f$  — частота переменного тока, Гц;  $B_m$  — индукция переменного магнитного поля рабочей обмотки, Т;  $\Delta_p$ ,  $\Delta_u$  — плотности токов в обмотках,  $A/m^2$ ;  $K_{st}$ ,  $K_m$  — коэффициенты заполнения сечений магнитной системы сталью и окна медью;  $H_u$  — напряженность магнитного поля обмотки управления,  $A/m$ ;  $\Delta P_{st,ud}$  — удельные потери в стали для данных значений  $B_m$  и  $H_u$  при продольно-поперечном подмагничивании, Вт/кг;  $d$  — ширина среднего стержня, м;  $K_1 = bd^{-1} = cd^{-1}$  — приведенные высота  $b$  и ширина с окна;  $r_m$  — удельное электрическое сопротивление меди,  $\Omega \cdot m$ ;  $\gamma_m$ ,  $\gamma_{st}$  — плотность меди и стали,  $kg/m^3$ ;  $U_p$ ,  $U_u$  — напряжение на рабочей и управляющей обмотках, В;  $\Phi_p$ ,  $\Phi_u$  — магнитные потоки рабочей и управляющей обмоток,  $T/m^2$ ;  $w_p$ ,  $w_u$  — число витков обмоток;  $K_{reg} = I_{p,ном} / I_{p,x}^{-1}$  — диапазон регулирования тока рабочих об-

моток — отношение тока при номинальном подмагничивании к току без подмагничивания;  $K_{в,г} = I_{p(1)}^{-1} \sqrt{\sum_2^v I_{p(v)}^2}$  — коэффициент содержания высших гармоник в рабочем токе — отношение корня квадратного из суммы квадратов высших гармоник к первой гармонике.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Либкинд М. С. О применении ферромагнитных устройств в электроэнергетике. — В кн.: Преобразовательные устройства в электроэнергетике. — М.: Наука, 1964.
- Либкинд М. С., Черновец А. К. Управляемый реактор с вращающимся магнитным полем. — М.: Энергия, 1971.
- Дорожко Л. И., Либкинд М. С. Реакторы с поперечным подмагничиванием. — М.: Энергия, 1977.
- Мельник В. Т. Бронестержневой однофазный управляемый реактор. — Изв. вузов. Электромеханика, 1976, № 7.
- Мельник В. Т. Геометрическая оптимизация стержневых однофазных управляемых реакторов с продольно-поперечным подмагничиванием. — Изв. вузов. Электромеханика, 1978, № 9.
- Бамдас А. М., Савиновский Ю. А. Управляемые дроссели радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Советское радио, 1966.
- Веников В. А., Иванов-Смоленский А. В. Физическое моделирование электрических систем. — М.: Госэнергоиздат, 1956.
- Гельперин Б. Б., Майзель А. И. Методика расчета и экспериментальной проверки постоянной времени управляемого дросселя. — Электротехника, 1967, № 4.
- Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1977.

[24.07.79]

УДК 621.359.484.015.532.621.319.7.001.24



## Распределение поля в электрофильтрах с игольчатыми электродами

ВЕРЕЩАГИН И. П., ЗАРГАРЯН И. В., СЕМЕНОВ А. В.

Москва

Очистка газов электрофильтрами является одним из наиболее эффективных методов борьбы с загрязнением атмосферы. Значительная интенсификация процесса электрогазоочистки достигается использованием в электрофильтрах игольчатых коронирующих электродов.

Для правильного выбора геометрических параметров игольчатых коронирующих электродов необходимо знать распределение электрического поля в электрофильтрах с такими электродами (рис. 1), которое является трехмерным и может быть определено в принципе методом Дейча — Попкова [Л. 1 и 2].

Напряженность поля вдоль силовой линии при коронном разряде согласно этому методу определяется выражением:

$$E_2 = E_1 \sqrt{\frac{2j_0}{k\varepsilon_0 E_{1r}} \int_{r_0}^l \frac{dl}{E_1} + \left(\frac{E_0}{E_{1r}}\right)^2}, \quad (1)$$

где  $j_0$  — плотность тока на поверхности коронирующего электрода;  $k$  — подвижность ионов воздуха;  $E_0$  — начальная напряженность;  $E_1$  — напряженность электростатического поля вдоль силовой линии;  $E_{1r}$  — напряженность электростатического поля на коронирующем электроде.

Значение начальной напряженности коронного разряда вычисляется для точки коронирующего электрода, от которой начинается рассматриваемая силовая линия. Методика

расчета начальной напряженности для электродов сложной формы приведена в [Л. 3]. Электростатическое поле рассматриваемой системы электродов рассчитывается методом эквивалентных зарядов [Л. 4].

Плотность тока у поверхности коронирующего электрода подбирается из условия

$$\int_0^H E_2 dl = U, \quad (2)$$

где  $H$  — длина силовой линии.

Значение подвижности ионов  $k$  определяется из кривой зависимости подвижности ионов от их времени жизни, которое рассчитывается по формуле [Л. 1]:

$$t = \frac{l^2}{k_{cp} U},$$

где  $l$  — длина силовой линии,  $k_{cp} = 2 \frac{cm^2}{B \cdot c}$ ,  $U$  — приложенное напряжение.

Расчет напряженности поля для различных силовых линий, проведенный на ЦВМ «Наира-2», сопоставлялся с экспериментальными данными, полученными на модели электрофильтра с помощью метода пробного тела [Л. 5].

Сопоставление расчетов и экспериментов свидетельствует, что по центральной силовой линии данные различаются не-

значительно (в пределах 8—10%). Для периферийных областей межэлектродного пространства различие может составлять 50% и более. Для выяснения причин столь существенного расхождения значений напряженности поля было проведено сопоставление расчетных и экспериментальных распределений плотности тока по некоронирующему электроду. Экспериментальное распределение плотности тока по плоскости определялось с помощью метода секционированного электрода [Л. 1].

Сопоставление данных распределения плотности тока по плоскости свидетельствует о значительном расхождении расчетной и экспериментальной кривых. Область сосредоточения тока на плоскости по расчету в несколько раз меньше, чем по экспериментальным данным. Указанное обстоятельство, очевидно, является результатом искажения формы силовых линий поля при коронном разряде по сравнению с электростатическим полем.

Действительно, в отличие от систем с цилиндрическими проводами интенсивность коронного разряда у игольчатого электрода убывает при смещении по поверхности от кончика электрода. Как результат, объемный заряд внедряется в основном в область, прилегающую к центральной силовой линии. Это приводит к появлению радиальной составляющей поля и, как следствие, к искажению формы силовых линий.

Хорошим подтверждением тому, что основной причиной расхождения расчетных и экспериментальных данных является искажение силовых линий поля, служит экспериментальное распределение плотности объемного заряда при короне вдоль силовой линии соответствующего электростатического поля. Плотность объемного заряда, рассчитанная по методу Дейча—Попкова при удалении от плоскости возрастает, а экспериментальное распределение имеет падающий характер. Эксперимент проводился с помощью метода пробного тела в областях поля с малой плотностью объемного заряда, где постоянная зарядки шарика составляет несколько десятков секунд.

Плотность объемного заряда определялась по формуле [Л. 6]:

$$\rho = \frac{4\epsilon_0}{kt} \left[ \frac{q_m}{q(t)} - 1 \right]^{-1},$$

где  $q_m$  — предельный заряд шарика;  $t$  — время зарядки;  $k$  — подвижность ионов.

При измерениях предъявлялись повышенные требования к сопротивлению диэлектрического подвеса. Измерения проводились при низкой относительной влажности воздуха, использовались тщательно очищенные лавсановые нити. Утечка заряда с предварительно заряженного шарика составляла в течение 2 часов не более 7%.

Возможной причиной неудовлетворительных результатов расчетов по методу Дейча—Попкова могло также быть неправильное определение напряженности на поверхности коронирующего электрода. Из-за влияния объемного заряда, внедряемого по центральной силовой линии, возможно уменьшение напряженности поля на соседних периферийных участках иглы. Но в этом случае область распространения тока по плоскости должна быть еще уже, чем по расчету. Однако в действительности имеет место расширение области распространения тока.

В статье были получены обобщенные зависимости распределения тока по осадительному электроду для исследуемой системы аналогично тому, как это было сделано ранее [Л. 7] для системы электродов «провод — плоскость» и «провод — между плоскостями». Указанные зависимости были получены на основании большого числа экспериментальных данных при изменении геометрических параметров электродов и разрядного тока в широких пределах. Найденные зависимости имеют вид:

а) в направлении оси  $y$  (между проводами)

$$\frac{j}{j_m} = \frac{1}{1 + m \left( \frac{y}{d} \right)^2} \quad (3)$$

б) в направлении оси  $z$  (между иглами):

$$\frac{j}{j_m} = \sqrt{1 - \frac{z}{0,21h \left( 1 + \frac{e}{h} \right)^2}} \quad (4)$$

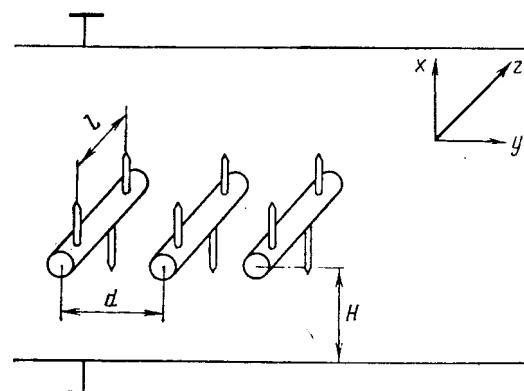


Рис. 1. Система электродов «ряд проводов между плоскостями».

где

$$j_m = k\epsilon_0 0,81 \frac{\left( 1 + 0,042 \frac{1}{h} \right) U (U - U_0)}{h^3 (1 - 150r_3)^3}, \quad (5)$$

$y, z$  — текущие координаты с началом отсчета в точке, соответствующей кончику иглы;  $h$  — расстояние от кончика иглы до плоскости;  $d, l$  — соответственно расстояние между проводами и между иглами;  $r_3$  — радиус закругления иглы;  $U$  — приложенное напряжение;  $U_0$  — начальное напряжение коронного разряда;  $m=2$  — для патефонных игл;  $m=0,9$  — для ленточно-игольчатых электродов.

Формулы (4) и (5) справедливы при выполнении следующих условий (рис. 1):

$$\frac{z}{H} \leq \frac{l}{2H}; \quad \frac{y}{H} \leq \frac{d}{2H}.$$

По экспериментальным значениям плотности тока оказывается возможным уточнить методику расчета поля игольчатых электродов по Дейчу — Попкову. Уточнение не вызывает ограничения общности метода, так как распределение плотности тока выражается обобщенной аналитической зависимостью.

Здесь значение плотности тока на плоскости является заданной величиной, а напряженность в соответствующей точке коронирующего электрода будет меньше начальной. Поэтому необходимое граничное условие для функции  $\Phi$  определяется подбором значения напряженности поля в соответствующей точке на плоскости.

С учетом сказанного выражение для напряженности примет вид:

$$E_2 = E_1 \sqrt{1 - \frac{2j_m}{k\epsilon_0 E_{1n}} \int \frac{dl}{E_1} + \left( \frac{E_{2n}}{E_{1n}} \right)^2}, \quad (6)$$

где  $j_m$  — заданное значение плотности тока на плоскости;  $E_{1n}$  — значение напряженности электростатического поля на плоскости;  $E_{2n}$  — значение напряженности поля коронного разряда на плоскости.

Рассчитанные по (6) значения  $E_2$  сопоставлялись с экспериментальными для широкого диапазона изменения геометрических параметров системы электродов, а также при различной интенсивности коронного разряда. Различие не превосходит 12%. Таким образом, предлагаемая методика может быть использована для инженерного расчета трехмерных полей с игольчатыми электродами при униполярном коронном разряде и выбора оптимальной геометрии коронирующей системы электрофильтров с игольчатыми электродами.

При выборе геометрических параметров коронирующих электродов электрофильтров следует исходить из требования наибольших значений напряженности у осадительного электрода при равномерном распределении ее вдоль поверхности. Это условие связано с тем, что количество осажденной на электродах пыли и, следовательно, степень очистки газов в электрофильтрах возрастают с увеличением напряженности поля у осадительных электродов.

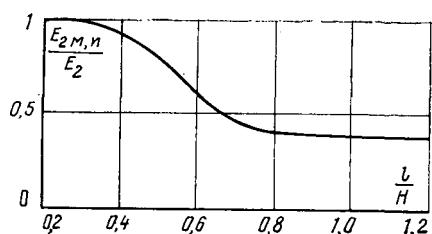


Рис. 2. Зависимость отношения напряженности на плоскости между иглами ( $E_{2M,n}$ ) к напряженности против иглы ( $E_2$ ) от расстояния между иглами  $d/H=1,0$ ;  $L/H=0,135$ ;  $U=50$  кВ;  $H=100$  мм;  $\alpha=9^\circ$ ;  $r_3/H=6 \cdot 10^{-4}$ ;  $r_{np}/H=2,5 \cdot 10^{-2}$ .

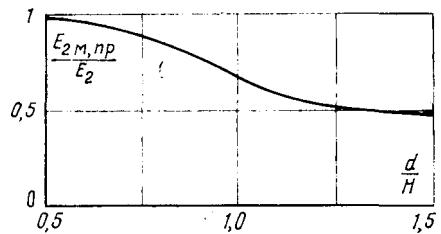


Рис. 3. Зависимость отношения напряженности на плоскости между проводами ( $E_{2M,n}$ ) к напряженности против иглы ( $E_2$ ) от расстояния между проводами  $d/H=0,4$ ;  $L/H=0,135$ ;  $U=50$  кВ;  $H=100$  мм;  $\alpha=9^\circ$ ;  $r_3/H=6 \cdot 10^{-4}$ ;  $r_{np}/H=2,5 \cdot 10^{-2}$ .

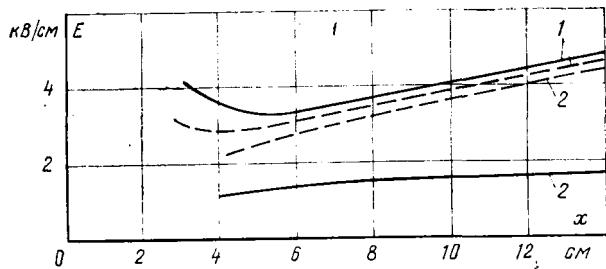


Рис. 4. Распределение напряженности поля при коронном разряде.

1 — вдоль центральной силовой линии; 2 — между проводами. —— ленточно-игольчатые электроды, - - - цилиндрические провода ( $r_{ekb}=0,02$  мм)  $U=50$  кВ.

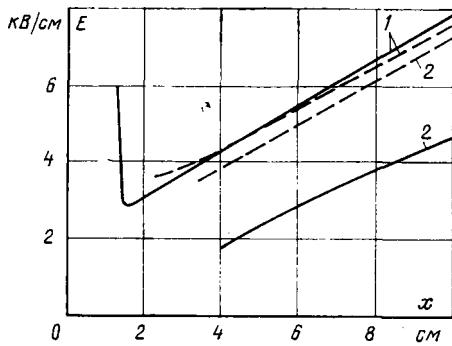


Рис. 5. Распределение напряженности при коронном разряде. 1 — вдоль центральной силовой линии; 2 — между проводами. - - - патефонные иглы; - - - цилиндрические провода ( $r_{ekb}=0,04$  мм);  $U=47,5$  кВ.

Равномерность распределения напряженности по плоскости в основном определяется двумя геометрическими характеристиками системы: расстоянием между проводами ( $d$ ) и расстоянием между иглами ( $l$ ).

На рис. 2 и 3 даны зависимости распределения напряженности от вышеуказанных параметров. Из рис. 2 видно, что существует две характерные области: область постоянного значения отношения  $E_{2M,n}/E_2$  и область, в которой это отношение уменьшается с увеличением шага между иглами. Существование первой области ( $l/H \leq 0,2$ ) связано с эффектом взаимного экранирования игл. Спадающий характер во второй области объясняется тем, что с увеличением шага между иглами начинает появляться уменьшение напряженности в промежутке между иглами.

Оптимальным условиям соответствует соотношение  $l/H=0,2$ . Что касается случаев  $l/H \geq 0,6$ , то они характеризуются крайне неравномерным распределением напряженности по плоскости и малыми абсолютными значениями напряженности.

Учитывая, что при  $l/H=0,4$  отношение  $E_{2M,n}/E_2$  еще мало отличается от единицы, то можно считать оптимальным диапазон  $0,2 < l/H \leq 0,4$ .

Оптимальным отношением расстояния между проводами  $d$  к межэлектродному расстоянию  $H$  (рис. 3) следует принять  $d/H=0,5$ . Уменьшение этого отношения ведет к взаимному экранированию проводов. При увеличении его получается неравномерное распределение напряженности по плоскости и уменьшаются абсолютные значения напряженности. Отношение длины иглы к межэлектродному расстоянию должно быть  $L/H=0,08-0,13$ . Уменьшение длины иглы за пределы указанного диапазона сопровождается снижением коронного тока. Слишком большая длина иглы приводит к уменьшению пробивного напряжения.

Радиус закругления кончика иглы не должен превосходить 0,6 мм. При меньших радиусах плотность тока в условиях интенсивного коронного разряда не зависит от величины радиуса. Однако слишком малые значения радиуса закругления ( $r_3 \leq 0,1$  мм) нецелесообразны из-за эрозии концов игл в процессе эксплуатации электрофильтров. При  $r_3 > 0,6$  мм влияние радиуса кривизны начинает проявляться. Так при  $r_3=1$  мм плотность тока уменьшается на 30%.

Как отмечалось, основной характеристикой работы электрофильтра является степень очистки газов, для расчета которой в первую очередь необходимо знать распределение напряженности в межэлектродном промежутке. До настоящего времени при определении напряженности (для расчета степени очистки газов) в электрофильтрах с игольчатыми коронирующими электродами последние заменялись эквивалентными цилиндрическими проводами [Л. 8] и проводился расчет для системы «ряд проводов между плоскостями» [Л. 8 и 9]. Суть замены сводится к нахождению эквивалентного радиуса цилиндрического провода  $r_{ekb}$ , при котором распределения напряженности во всем межэлектродном пространстве совпадали.

Для исследования правомерности такой замены радиус  $r_{ekb}$  определялся как и в [Л. 9], из условия равенства начальных напряжений игольчатых электродов и цилиндрических проводов.

Используя известное значение начального напряжения для игольчатых коронирующих электродов, которое определяется из редуцированной вольт-амперной характеристики, и известное выражение для начального напряжения аналогичной системы с цилиндрическими проводами [Л. 10]:

$$U_0 = E_0 r_0 \left( \frac{\pi H}{d} - \ln \frac{2\pi r_0}{d} \right),$$

можно определить эквивалентный радиус провода  $r_0$ .

Указанным образом были найдены радиусы проводов, эквивалентные системе с промышленными ленточно-игольчатыми электродами ( $r_{ekb}=0,2$  мм) и системе с патефонными иглами ( $r_{ekb}=0,04$  мм). Распределение напряженности поля в системе с цилиндрическими проводами, в соответствии с [Л. 1], определялось следующим образом:

$$E_2 = E_0 \left( \frac{r_0 \pi}{d} \right) \frac{\sqrt{r^4 + 2r^2 \cos 2\theta + 1}}{r} \times \times \sqrt{\frac{j_0}{\epsilon_0 E_0^2 r_0^2 k_{cp}} \left( \frac{d}{\pi} \right)^2 \ln \frac{\sqrt{r^4 + 2r^2 \cos 2\theta + 1} + r^2 + \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}} + 1,$$

$$r = \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{d} y + \cos^2 \frac{\pi}{d} x},$$

$$\theta = \arctg \left[ -\operatorname{th} \frac{\pi y}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{d} \right].$$

Значение  $j_0$  определялось из условия  $\int_{r_0}^h E_2 dl = U$ .

На рис. 4 и 5 приведены распределения напряженности поля для игольчатых электродов электрофильтров и эквивалентных систем с гладкими проводами. Данные свидетельствуют об удовлетворительном совпадении по центральной силовой линии и существенном различии по силовой линии между проводами.

Таким образом, из сопоставления распределений напряженности поля для игольчатых электродов электрофильтров и эквивалентных систем с гладкими цилиндрическими проводами следует, что нельзя рассматривать картину поля во всем межэлектродном промежутке, созданную системой, «ряд проводов между плоскостями», вместо исходной системы с игольчатыми электродами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы электрогазодинамики дисперсных систем/ Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М.—М.: Энергия, 1974, 480 с.
2. Попков В. И. К теории униполярной короны постоянного тока. — Электричество, 1949, № 1, с. 33—48.

3. Верещагин И. П. Расчет начальной напряженности для электродов сложной формы. — Электричество, 1973, № 6, с. 22—26.

4. Верещагин И. П., Заргарян И. В. Расчет поля униполярного коронного разряда в электрофильтрах с игольчатыми электродами. — Электричество, 1976, № 1, с. 43—47.

5. Бабашкин В. А., Верещагин И. П. Измерение напряженности поля коронного разряда методом пробного тела. — В кн.: Сильные электрические поля в технологических процессах. — М.: Энергия, 1971, вып. 2, с. 3—14.

6. Pauthenier M., Moreau-Hanot. La charge des particules sphériques dans champ ionisé. — Journ. de Physique et le Radium, 1932, № 3.

7. Попков В. И., Рябая С. И. Распределение тока униполярного коронного разряда на некоронирующем электроде. — Электричество, 1974, № 1, с. 45—51.

8. Решидов И. К. Экспериментальное исследование электрических полей электрофильтров и их особенности при коронном разряде. — Автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. техн. наук, МЭИ, 1970.

9. Ермилов И. В., Мирзабекян Г. З. Расчет степени очистки газа в электрофильтрах. — Электричество, 1976, № 3, с. 36—40.

10. Ужов В. Н. Очистка промышленных газов электрофильтрами. — М.: Энергия, 1967, 344 с.

[31.01.80]



УДК 621.314.222.6.001.24

## Выбор оптимальной мощности трансформаторов по универсальным номограммам экономических интервалов

БЛОК В. М.

Riga

Метод экономических интервалов для выбора оптимальной мощности трансформаторов был использован в [Л. 1]. Экономические интервалы мощностей трансформаторов городской электрической сети с учетом динамики роста нагрузки рассмотрены в [Л. 2]. Однако построение универсальных номограмм, удобных для практического пользования по выражению, приведенному в [Л. 1] встречает определенные трудности. Эти трудности вызваны наличием в трансформаторах двух видов потерь — холостого хода и короткого замыкания, зависящих от разных факторов. Таблицы, рекомендуемые рядом проектных организаций для выбора оптимальной мощности трансформаторов, несколько громоздки и построены для дискретного изменения числа часов использования максимума  $\tau$  в то время, как эта величина является непрерывной.

В статье рассмотрена методика построения универсальных номограмм экономических интервалов для двухобмоточных трансформаторов при некоторых допущениях. Принятые допущения сводятся к следующему. Время потерь холостого хода  $T_b=8760$   $\tau=\text{const}$ , т. е. отключение трансформатора не учитывается (при учете отключений оптимальная мощность трансформаторов увеличивается). Случаи, когда трансформаторы периодически отключаются при малой передаваемой мощности, подлежат отдельному рассмотрению. Процент отчислений от капитальных затрат (включая нормативный коэффициент эффективности) также неизменен,  $E_n+p_r=0,35$  1/год. При других значениях коэффициентов номограммы можно пересчитать<sup>1</sup>. Потери реактивной мощности, затраты на компенсацию этих потерь, а также стоимость активных потерь в других элементах системы, вызванных потерями активной и реактивной мощностей в трансформаторах, не учитываются. Предполагается, что учет этих потерь незначительно повлияет на результаты. Оптимальная мощность трансформатора выбирается по условию минимума приведенных затрат, но ограничивается допустимой перегрузкой трансформатора.

Экономическое значение мощностей, при которой целесообразен переход от номинальной мощности трансформатора

$S_{n1}$  к большей мощности  $S_{n2}$  [Л. 1],

$$S_{ek} = \sqrt{\frac{(E_n + p_r)(K_{T2} - K_{T1}) + (\Delta P_{x,x2} - \Delta P_{x,x1})T_b c_{x,x}}{\left(\frac{\Delta P_{k,31}}{S_{n1}^2} - \frac{\Delta P_{k,32}}{S_{n2}^2}\right) \tau c_{k,3}}}, \quad (1)$$

где  $K_T$  — стоимость трансформаторов;  $\Delta P_{x,x}$  и  $\Delta P_{k,3}$  — табличные значения потерь холостого хода и короткого замыкания;  $\tau$  — время максимальных потерь;  $c_{x,x}$  и  $c_{k,3}$  — стоимость потерь энергии холостого хода и короткого замыкания. Индексы 1 и 2 относятся к трансформаторам мощностью  $S_{n1}$  и  $S_{n2}$  соответственно.

Обозначив  $\psi = \frac{1}{\sqrt{\tau c_{k,3}}}$  и подставив его в (1), получим

$$S_{ek} = \psi \sqrt{\frac{(E_n + p_r)(K_{T2} - K_{T1}) + (\Delta P_{x,x2} - \Delta P_{x,x1})T_b c_{x,x}}{\left(\frac{\Delta P_{k,31}}{S_{n1}^2} - \frac{\Delta P_{k,32}}{S_{n2}^2}\right) \psi^2}}. \quad (2)$$

Все величины под корнем для заданных сравниваемых трансформаторов  $S_{n1}$  и  $S_{n2}$  известны. Значения  $c_{x,x}$  зависят от  $T_b$  и района страны и даны в [Л. 3]. В нашем случае значения  $c_{x,x}$  зависят только от района.

Предполагаемые номограммы, представляющие прямые  $S_{ek}=f(\psi)$ , разграничивают области целесообразного применения трансформаторов различных мощностей. В них учтена также необходимость ограничения мощности по нагрузочной способности в нормальном режиме. Для такого учета, кроме указанных прямых  $S_{ek}=f(\psi)$ , проходящих через начало координат, проведены горизонтальные прямые  $S=S_{\text{доп}}$ , где  $S_{\text{доп}}$  — допустимая мощность трансформатора по условиям нагрева,  $S_{\text{доп}}=(1,1 \div 1,5)S_n$  согласно [Л. 4]. Зоны допустимых перегрузок на рисунках заштрихованы.

В номограммах не учтена допустимость нагрузки трансформатора в аварийных режимах, например, при отключении

<sup>1</sup> Программа для пересчета на ЦВМ составлена в Рижском политехническом институте А. С. Завгородним и Н. Н. Ефимовым.

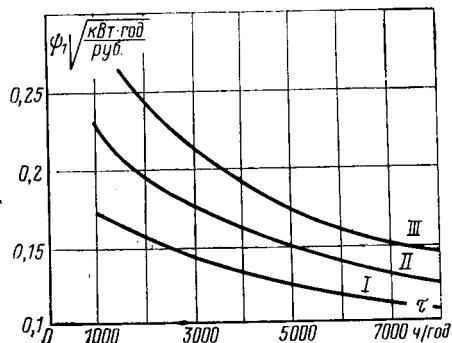


Рис. 1. Зависимость коэффициента  $\phi$  от времени максимальных потерь  $\tau$  для трех районов.

I — ЕЕЭС СССР; II — ОЭС восточных районов (кроме Сибири); III — ОЭС Сибири.

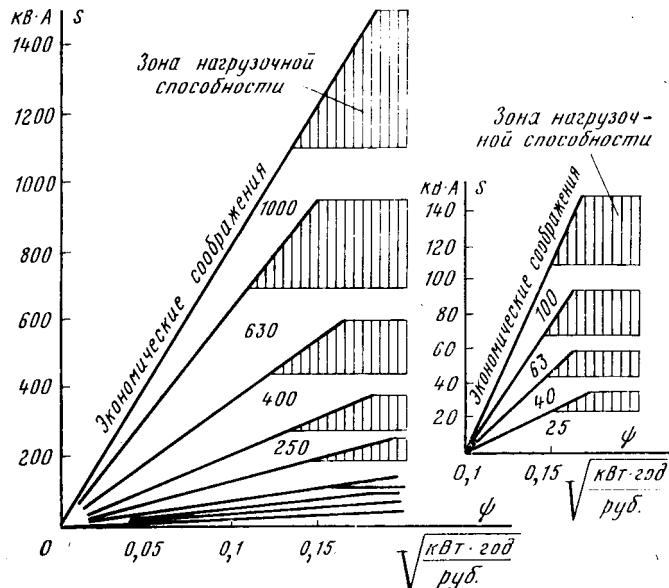


Рис. 2. Номограммы экономических интервалов для двухобмоточных трансформаторов 6—10 кВ без РПН (I район).

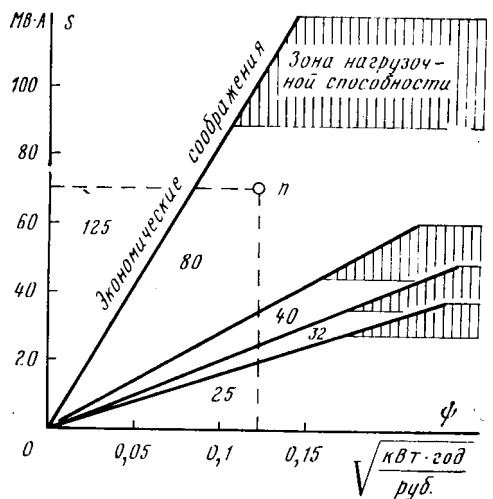


Рис. 3. Номограммы экономических интервалов для двухобмоточных трансформаторов 110 кВ с расщепленной обмоткой (I район).

Примечание: трансформатор с  $S_n=63$  МВ·А не имеет экономической зоны.

параллельно работающего трансформатора. Такие режимы должны проверяться отдельно.

Связь  $\phi$  с  $\tau$  для разных районов страны показана на рис. 1. Значения  $c_{x,z}=f(\tau)$  взяты из [Л. 3].

Преимуществом универсальных номограмм, построенных в зависимости от  $\phi$ , является возможность не только быстрого и простого определения оптимальной мощности трансформатора, но и учет действительного значения  $\tau$ , меняющегося непрерывно, при одновременном учете допустимой загрузки в нормальном режиме. На рис. 2, 3 и 4 приведены номограммы для трех типов трансформаторов.

**Пример 1.** Построим линии, разграничитывающие целесообразные области применения двухобмоточных трансформаторов 6—10/0,4 кВ мощностью  $S_{n1}=400$  и  $S_{n2}=630$  кВ·А без РПН для I района:  $K_{t1}=1080$  руб.;  $\Delta P_{x,z1}=1,46$  кВт;  $\Delta P_{k,z1}=5,57$  кВт;  $K_{t2}=1600$  руб.;  $\Delta P_{x,z2}=2,27$  кВт и  $\Delta P_{k,z2}=7,65$  кВт.

При  $E_n+r_t=0,25$ ;  $T_b=8760$  ч для I района  $c_{x,z}=0,0114$  руб/(кВт·ч).

По выражению (1)  $S_{ek}=3,68\phi$  МВ·А. Разграничитывающая прямая  $Of$  показана на рис. 2. Ограничивающие горизонтальные линии нагрузочной способности определяются трансформатором меньшей мощности (400 кВ·А).

$$S'_{\text{доп}}=1,1S_{n1}=440 \text{ кВ·А};$$

$$S''_{\text{доп}}=1,5S_{n2}=600 \text{ кВ·А}.$$

Координаты точек  $f$  и  $f'$  определяются значениями  $S'_{\text{доп}}$ ,  $S''_{\text{доп}}$  и  $\phi=s/3680=0,163$ .

Аналогично построены все номограммы экономических интервалов.

Для некоторых стандартных трансформаторов зона экономического использования получается небольшой, а для некоторых (например, для трансформатора с  $S_n=63$  МВ·А по рис. 3) экономическая зона вообще отсутствует. Аналогичные случаи были установлены и при выборе сечений проводов [Л. 5].

Из номограмм следует, что при малых значениях  $\phi$  (больших  $\tau$ ) выбор оптимальной мощности трансформаторов определяется экономическими соображениями, а при больших  $\phi$  (меньших  $\tau$ ) — допустимой нагрузкой трансформатора. Таким образом, при малых  $\tau$  из-за недостаточной перегрузочной способности приходится выбирать трансформатор большей мощности, который не обеспечивает минимума приведенных затрат. Это указывает на важность разработки новых типов трансформаторов с повышенной перегрузочной способностью.

При  $n$  трансформаторах на подстанции оптимальная мощность каждого из них выбирается аналогично, но значение  $S_{ek}$  представляет фактическую мощность, проходящую через один трансформатор:

$$S_{ek}=\frac{S_{nc}}{n}, \text{ где } S_{nc} \text{ — полная мощность подстанции.}$$

При росте нагрузок для использования номограмм необходимо определить расчетную мощность. Она находится аналогично расчетному току при выборе сечений линий [Л. 3 и 5]:

$$S_{\text{расч}}=\sqrt{\sum_{t=1}^{t=T} \frac{E_{n,p} S_t^2}{(1+E_{n,p})^t} + \frac{S_T^2}{(1+E_{n,p})^T}}, \quad (3)$$

где  $E_{n,p}$  — коэффициент приведения разновременных затрат;  $S_t$  — максимальная мощность, передаваемая трансформатором в  $t$ -м году;  $S_T$  — максимальная мощность в  $T$ -м году (последний расчетный год). При постоянном темпе роста нагрузок  $\alpha$ , когда нагрузка следующего года  $S_{t+1}=(1+\alpha)S_t$ , выражение (3) упрощается:

$$S_{\text{расч}}=\beta S_1, \quad (4)$$

где

$$\beta=\sqrt{\frac{E_{n,p}[(1+\alpha)^T-1]}{(1+E_{n,p})\alpha} + \frac{(1+\alpha)^{T-1}}{1+E_{n,p}}}. \quad (5)$$

По выражению (5) на рис. 5 построены кривые  $\beta=f(T)$  для разных значений  $\alpha$  в относительных единицах.

**Пример 2.** Найдем оптимальную мощность трансформатора 110 кВ с расщепленной обмоткой низкого напряжения для I района при  $\tau=5000$  ч/год. Максимальной передаваемой мощностью в 1-м году  $S_1=55$  МВ·А и ежегодном росте  $\alpha=0,05$  (5%) (расчетный срок  $T=7$  лет).

Рис. 4. Номограммы экономических интервалов для автотрансформаторов 330/110 кВ (I район).

По рис. 1 определим  $\psi = 0,122$  (точка  $m$ ). По кривым рис. 5 найдем значение  $\beta = 1,26$  для  $\alpha = 0,05$  и  $T = 7$  лет.

Расчетное значение нагрузок  $S_{\text{расч}} = \beta S_1 = 69,2 \text{ МВ}\cdot\text{А}$ .

По значениям  $\psi = 0,122$  и  $S_{\text{расч}} = 69,2 \text{ МВ}\cdot\text{А}$  на номограмме рис. 3 найдем точку  $n$ , расположенную в области целесообразного применения трансформатора мощностью 80 МВ·А.

В данной статье экономическая мощность трансформаторов  $S_{\text{ак}}$  соответствует минимуму приведенных затрат  $\mathcal{Z}$  при заданной передаваемой мощности  $S$  или расчетной мощности  $S_{\text{расч}}$  и учете роста нагрузки. Эта мощность соответствует минимуму функции  $\mathcal{Z} = f(S_n)$  при  $S = \text{const}$  или  $S_{\text{расч}} = \text{const}$ .

Есть рекомендации по выбору мощности трансформатора по минимуму удельных затрат  $\mathcal{Z}_{\text{уд}} = \mathcal{Z}/S = f(S)$  при  $S_{\text{в}} = \text{const}$ . При этом выбирается трансформатор такой мощности, для которой минимум кривой  $\mathcal{Z}_{\text{уд}} = f(S)$  равен передаваемой мощности.

В первом случае по передаваемой мощности выбирается оптимальный трансформатор, во втором как бы по трансформатору выбирается оптимальная передаваемая мощность. Мощность трансформатора по этим двум методам получается различной, и следовательно, методы противоречивы. В действительности практически всегда нагрузка задана, т. е. трансформатор должен выбираться по нагрузке, а не нагрузка по трансформатору. Исключением может являться лишь маловероятный случай передачи очень большой мощности через трансформаторы максимально возможной номинальной мощности, выпускаемой промышленностью.

Выбор мощности трансформатора рекомендуется производить при неизменных остальных элементах системы. Однако изменение мощности трансформатора оказывается на потерях активной и реактивной мощностей, которые влияют на потери в остальных элементах сети. С этой точки зрения следовало бы отступить от выбранной оптимальной мощности в сторону уменьшения потерь. В то же время такое отступ-

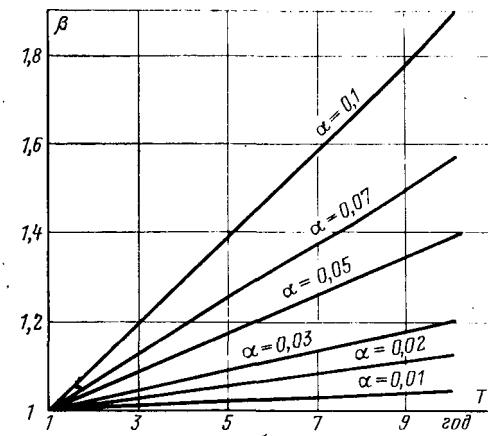
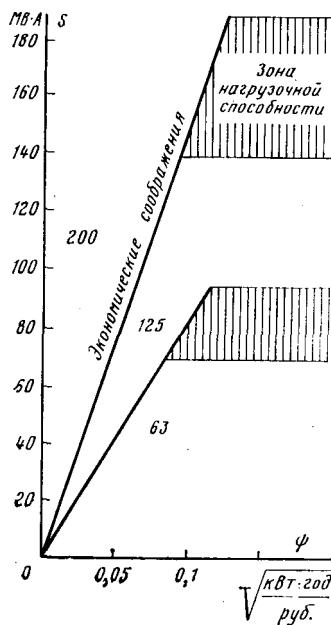


Рис. 5. Относительный прирост расчетной нагрузки  $\beta$ .

ление чрезвычайно. Есть указания по глобальному выбору всех элементов системы. При этом считается, что мощности трансформаторов и сечения линий меняются пропорционально. Такое предположение неправильно, так как потери в линии обратно пропорциональны сечению, а потери в трансформаторе нельзя считать обратно пропорциональными его мощности. Действительно, только потери короткого замыкания уменьшаются с увеличением мощности трансформатора, а потери холостого хода при этом растут. Таким образом, хотя при построении глобальной схемы системы можно принимать нестрогие допущения, окончательный выбор мощности трансформаторов с этими допущениями производить не следует.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В. А. Электроснабжение городов. — Л.: Энергия, Ленинград, отд-ние, 1966.
2. Свидерский В. Ф. Экономические интервалы мощностей трансформаторов городской электрической сети с учетом динамики роста нагрузки. — Электрические станции, 1973, № 3.
3. Справочник по проектированию электрических систем/Под ред. Рокотяна С. С., Шапиро И. М. — М.: Энергия, 1977.
4. Миронов П. Е. Предлагаемые новые нормы перегрузок и методы выбора номинальной мощности силовых масляных трансформаторов общего назначения. — Электротехника, 1976, № 4.
5. Блок В. М. Выбор оптимальных сечений проводов и кабелей по кривым экономических интервалов. — Электричество, 1975, № 1.

[13.07.79]

УДК 621.318.3.001.24

## Расчет электромагнитов постоянного тока по номограммам

ЖЕЛЕЗНЯКОВ А. Т., МАЛИН В. А., кандидаты техн. наук

Краснодар

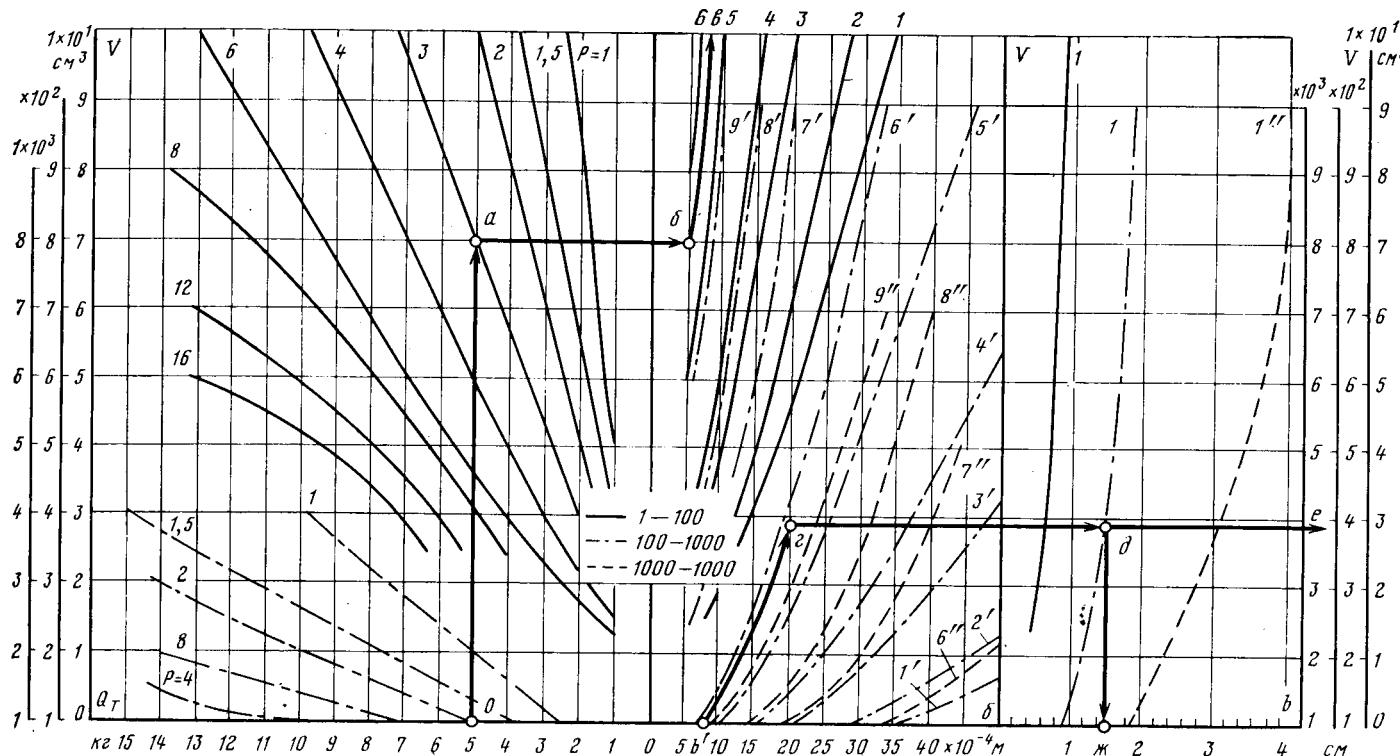
Технические условия (исходные данные) электромагнита задаются в зависимости от его назначения. Чаще всего бывают заданы следующие исходные данные: напряжение питания  $U_n$ ; развиваемое тяговое усилие  $Q_t$  или тяговая характеристика; начальный рабочий воздушный зазор  $\delta_0$ ; окружающая температура  $t_{окр}$  и режим работы (длительный или повторно-кратковременный). Дополнительно могут быть заданы: конечная форма якоря и стопа с углом  $2\alpha$  при вершине; максимальная индукция  $B$ , коэффициент заполнения обмоточного окна  $k_a$ . В обоих случаях требуется определить потребляемую электромагнитом мощность, м. д. с., геометрические размеры.

Может решаться и обратная задача: определение тягового усилия  $Q_t$  по току  $I$  и числу витков катушки  $\omega$ , длине катушки  $l_k$ , диаметру  $d_k$  и длине якоря  $l_a$ , наружному диа-

метру обмотки  $D_{н.о}$  и рабочему зазору  $\delta$ . Могут быть заданы также геометрические размеры магнитопровода (длина, сечение и расстояние между стержнями), марка стали магнитопровода, расположение и схема соединения обмоток, рабочий воздушный зазор  $\delta$ , рабочий магнитный поток или индукция  $B$ . Требуется определить м. д. с.  $F$  и развиваемое тяговое усилие  $Q_t$ .

Во всех случаях по исходным данным можно спроектировать множество электромагнитов различного типа, с различными техническими и экономическими показателями.

Очевидно, наилучшим из множества вариантов следует считать тот, который реализует заданные технические условия и удовлетворяет определенному критерию оптимальности. Примем следующие основные критерии оптимальности: суммарный объем электромагнита, включающий объемы мате-



риалов обмотки и магнитопровода; массу обмотки и магнитопровода; минимум потребляемой мощности; минимальную стоимость активных материалов.

Естественно удовлетворить одновременно всем или нескольким критериям оптимальности в одной конструкции не всегда удается. В частности, уменьшение объема может быть достигнуто увеличением индукции в стали магнитопровода в разумных пределах, но это приведет к увеличению м. д. с. обмотки, что повысит стоимость всего ЭМ за счет дополнительного расхода обмоточного провода. По указанным соображениям при определении оптимального варианта ЭМ определяющим критерием принят суммарный объем.

Выбор наилучшего (оптимального) варианта ЭМ требует от проектировщика-конструктора проведения большого количества предварительных расчетов и анализа полученных результатов. В статье предлагается метод расчета электромагнитов постоянного тока с помощью номограмм, дающих возможность сравнительно легко получить предварительные результаты и проанализировать основные рассчитываемые параметры.

$$H = V \bar{\partial} / \delta \quad (1)$$

Превышение температуры нагрева обмотки над окружающей средой приемлемо равным  $\tau_d = 70^\circ\text{C}$ .

Наиыгоднейшее отношение длины катушки к толщине намотки ( $\beta = l_k/b$ ) запишем в виде выражения

$$\beta = 7,5 - 0,73 \sqrt[4]{\Pi_K} \quad (2)$$

Обобщенную зависимость индукции от конструктивного показателя по [Л. 1 и 2] представим в форме, удобной для расчетов на ЭВМ:

для ЭМ с втягивающимся якорем

$$B_{\text{Br}} = (1100 \mathcal{V} \overline{H}_K + 4400) 10^{-4}, \text{ T}; \quad (3a)$$

для ЭМ с притягивающимся внешним якорем

$$B_{\text{pp}} = (725 \sqrt{\Pi_k} + 960 \sqrt[4]{\Pi_k}) \cdot 10^{-4}, \text{ T.} \quad (36)$$

Развиваемое тяговое усилие, определяемое изменением проводимости рабочего зазора и составляющей, связанной с наличием магнитного потока рассеяния между боковой поверхностью якоря и корпусом электромагнита, определим по [Л. 2] с учетом принятых допущений:

$$Q_x = 3,18 \cdot 10^{-8} B^2 d^2 (d^2 + 2,54\delta^2) / (d + 0,74\delta)^2, \text{ кгс.} \quad (4)$$

Для определения м. д. с. введем коэффициент  $k_{ст}$ , учитывающий потери в стали и паразитных воздушных зазорах:

$$F = B \delta k_{\text{ext}} / 0.4\pi, \text{ A,} \quad (5)$$

где  $k_{ст} = F/(F - F_{н.с})$ ;  $F_{н.с}$  — суммарные потери в стали и паразитных зазорах.

Выражая мощность, потребляемую ЭМ, через геометрические параметры после преобразований получаем выражение для определения толщины намотки катушки:

$$b = [F^2 \rho \pi + \sqrt{(F^2 \rho \pi)^2 + 4 P k_3 \beta F^2 \rho \pi d}] / 2 P k_3 \beta, \text{ cm,} \quad (6)$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление при рабочей температуре обмотки;  $k_3$  — коэффициент заполнения обмоточного пространства медью. Расчетные значения мощности  $P$  и тока  $I$  определяются по общепринятым формулам; за расчетное принимается напряжение понижения  $U_n$ , равное 90% номинального.

Параметры рассчитываются по приведенным формулам. Повышением температуры обмотки предварительно задаются ( $t_0$ ) в пределах допустимых значений и по ним определяют удельное электрическое сопротивление  $\rho$ , а затем по принятому начальному значению коэффициента заполнения обмоточного пространства находят геометрические размеры ЭМ и действительные значения превышения температуры  $\tau$  и коэффициента заполнения при принятых исходных данных. После того как  $\tau$  и  $k_3$  будут рассчитаны с заданной точностью  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , уточняются размеры магнитной системы, рассчитывается коэффициент  $k_{ct}$  и сравнивается с первоначально заданным значением. Затем коэффициент  $k_{ct}$  определяется с заданной точностью  $\xi_3$ . Расчетное значение нагрева  $\tau_p$  сравнивается с допустимым  $\tau_d$  и путем последовательных уменьшений индукции на  $\Delta B$ , если это необходимо, добиваются условия  $\tau_p \leq \tau_d$ . После этого вычисляют объем  $V$ . На этом первый цикл расчета заканчивается.

Затем аналогично рассчитываются параметры и определяется объем при новом значении индукции  $B_p = B - \Delta B$ . Полученное значение объема сравнивается с предыдущим и, если последующее меньше предыдущего, расчет повторяют при уменьшенном на  $\Delta B$  значении индукции. Если  $V_{n+1}$  больше  $V_n$ , т. е. пройдена экстремальная точка на кривой  $V = f(B)$ , соответствующая оптимальному значению объема, записываются значения при  $V_n$ . Максимального приближения расчетного значения объема к оптимальному добиваются уменьшением значения  $\Delta B$ .

Расчет по допустимому превышению температуры ( $\tau_d = 70^\circ\text{C}$ ) проверяется по следующей эмпирической формуле

# Сообщения

УДК 621.311.016.352.001.24

## Получение вероятностных оценок динамической устойчивости сложных энергосистем

ГУРЕВИЧ Ю. Е., канд. техн. наук, КУДРЯВЦЕВА Л. Ф., инж.

ВНИИЭ

Анализ динамической устойчивости выполняется при проектировании и эксплуатации энергосистем для определения области допустимых режимов, выбора средств противоаварийной автоматики и определения величин управляющих воздействий, при оценке влияния различных факторов на надежность функционирования энергосистемы и т. д. Однако такой анализ, выполненный для «нормативных» возмущений, не является достаточно представительным, так как оставляет открытый вопрос о том, как часто могут происходить нарушения динамической устойчивости. Это существенно затрудняет определение эффективности и технико-экономических показателей различных противоаварийных мероприятий.

Располагая вероятностными оценками динамической устойчивости энергосистем, можно более обоснованно решать указанные задачи. Проблема получения таких оценок [Л. 1] осложняется необходимостью перебора значительного количества вариантов, характеризующих как исходное состояние энергосистемы, так и само возмущение. Последнее дает наибольшее количество разных вариантов, так как нужно учитывать различные места возникновения к. з. (в том числе в промежуточных точках ВЛ), все виды к. з., возможность отказа выключателей и действия УРОВ и т. п. Для каждого из вариантов следовало бы выполнить расчет динамической устойчивости. Естественно, что все это осуществимо только с теми или иными упрощениями. Одна из возможностей состоит в том, что оценка динамической устойчивости для каждого возмущения осуществляется без расчета переходного процесса, упрощенно, по некоторому критерию [Л. 2]. В [Л. 3] рассматриваются подходы к решению вероятной задачи динамической устойчивости путем анализа функции  $\delta(t)$  как случайной функции.

В статье предлагается способ получения вероятностных оценок динамической устойчивости, пригодный для энергосистем с произвольной структурой, при подробном учете переходных процессов во всех основных элементах энергосистемы,

с соблюдением условия:

$$3P/\delta V \bar{Q}_t \leq 70. \quad (7)$$

Расчеты на ЭВМ проведены при изменении параметров в диапазоне:  $Q_t = 1 \div 15$  кГс;  $\delta = 0,05 \div 0,5$  см;  $P = 1 \div 20,5$  Вт. По полученным данным построена номограмма (см. рисунок), пользуясь которой по исходным данным получают расчетные параметры: объем  $V$  и толщину намотки катушки  $b$ . На основании расчетов на ЭВМ в указанном диапазоне исходных данных установлено, что  $d = 1,85b$ . Остальные геометрические размеры, необходимые для конструирования ЭМ, рассчитываются по простейшим формулам:

наружный диаметр обмотки

$$D_{h,0} = d + 2b;$$

наружный диаметр ЭМ

$$D_h = \sqrt{D_{h,0}^2 + d^2};$$

высота длина ЭМ

$$H = 4V/\pi D_h^2;$$

толщина фланца

$$b_1 = 0,25d;$$

длина катушки обмотки

$$l_k = H - 2b_1.$$

Получение данных расчета прямо по номограмме позволяет сравнивать большое количество вариантов без предварительных расчетов.

Объем и индукцию также можно определить по исходным данным, применяя формулы:

$$V = 28408^{1,4} Q_t^{0,95} / P^{0,9};$$

$$B = 910 \sqrt[4]{PQ_t^{0,2}} / \sqrt{\delta}.$$

с учетом действия АРВ генераторов и т. д., т. е. по тем же расчетным моделям, для которых обычно выполняются динамические расчеты. Упрощения касаются учета различий в исходных возмущениях (коротких замыканиях).

Предпосылки для такого решения вероятностной задачи содержатся в ряде статей [Л. 4—8]. В частности, в [Л. 4] указано на возможность эквивалентной замены одного к. з. другим. В данной статье исходным является следующее допущение. Если при одном и том же исходном состоянии схемы к. з. разного вида (однофазные  $K^{(1)}$ , двухфазные  $K^{(2)}$  и т. д.) в разных пунктах линии электропередачи имеют одинаковую продолжительность и создают одинаковые начальные сбросы мощности генераторов, то последствия таких к. з. будут практически одинаковыми. Расчеты подтверждают правомерность такого допущения.

Значения начальных сбросов мощности  $i$ -го генератора определяются выражением

$$\Delta P_{0i} = \frac{P_{i\text{исх}} - P_{i(0+)}}{P_{i\text{исх}}},$$

где  $P_{i\text{исх}}$  — мощность  $i$ -го генератора в исходном режиме;  $P_{i(0+)}$  — его мощность в момент возникновения к. з. (расчет без учета апериодических составляющих токов).

Указанное допущение позволяет, не выполняя расчетов переходных процессов для всех к. з. на линии электропередачи, определять лишь соответствующие им начальные сбросы мощности генераторов и наиболее экономным способом рассчитывать, при каких значениях  $\Delta P_{0i}$  динамическая устойчивость будет нарушаться.

Вычисление большого количества значений  $\Delta P_{0i}$  выполняется достаточно быстро, так как генераторы могут быть представлены на этом этапе расчета постоянными э. д. с., нагрузки — постоянными сопротивлениями, а численное интегрирование уравнений не требуется. С успехом могут быть

Пример. Исходные данные:  $Q_t = 5$  кГс;  $P = 3$  Вт;  $\delta = 0,2$  см.

Определение расчетных параметров начинается с точки 0, на номограмме, соответствующей тяговому усилию  $Q_t = 5$  кГс; прямую, параллельную ординате, продолжают до пересечения с кривой ( $P = 3$  Вт) — точка а. Проведя прямую, параллельную оси абсцисс, до вертикали, соответствующей минимальному зазору ( $\delta = 0,05$  см), получаем точку б. Проведя кривую б в параллельно кривым 5—б до пересечения с вертикальной линией, соответствующей заданному зазору  $\delta = 0,2$  см, получаем точку г. Пересечение прямой ге в точке дает значение объема ( $V = 390$  см<sup>3</sup>).

Так как  $b = 1,5$  см, диаметр сердечника  $d = 1,85 \cdot 1,5 = 2,8$  см.

Остальные размеры определяются по вышеприведенным формулам  $D_{h,0} = 5,8$  см;  $D_h = 6,48$  см;  $H = 11,8$  см;  $b_1 = 0,7$  см;  $l_k = 10,4$  см.

Параметры, полученные по номограмме ( $V = 390$  см<sup>3</sup>;  $b = 1,5$  см), отличаются от расчетных ( $V_p = 426,9$  см<sup>3</sup>;  $b_p = 1,57$  см) не более, чем на 9%.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сливинская А. Г. Электромагниты и постоянные магниты. — М.: Энергия, 1972.
2. Гордон А. В., Сливинская А. Г. Электромагниты постоянного тока. — М.: Госэнергоиздат, 1960.

использованы и расчетные столы переменного тока. Каждый вид к. з. во всех точках линии электропередачи может быть представлен кривой в пространстве  $\Delta P_{0i}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ). С помощью обычных расчетов динамической устойчивости (при любой точности расчетной модели энергосистемы) при варьировании либо шунта к. з. в нескольких фиксированных точках линии, либо места подключения одного и того же шунта определяется положение поверхности, характеризующей границу динамической устойчивости в пространстве  $\Delta P_{0i}$ . Сопоставление кривых, построенных для всех к. з. с этой границей позволяет определить протяженность участков линии, к. з. на которых приводят к нарушению устойчивости.

Так как удельная повреждаемость линий электропередач и распределение к. з. по видам в первом приближении известны, то легко определяется вероятность нарушения устойчивости в результате к. з.:

$$p = \frac{N}{N_{\kappa}} = \frac{\sum_i \left( n_i \sum_i \alpha_{ji} l_{ji} \right)}{\sum_i n_i l_j}, \quad (1)$$

где  $N_k$  — среднестатистическое число к. з. в рассматриваемой части схемы за единицу времени;  $N$  — то же для к. з., приводящих к нарушению устойчивости;  $n_j$  — число к. з. в единицу времени на единицу длины  $j$ -й линии, для линий одного класса напряжения эти значения обычно одинаковы;  $a_{ji}$  — доля  $i$ -х к. з. в общем числе к. з. на  $j$ -й линии (например,  $a_{j1}$  — это  $K^{(1)}$  с нормальным отключением,  $a_{j2}$  —  $K^{(1)}$  с отключением выключателя на головном конце линии и т. д.,  $\sum_i a_{ji} = 1$ );

В выражении (1) могут быть учтены и к. з. в открытых распределительных устройствах. Тогда  $l_j$  — число присоединений;  $n_j$  — число к. з. в единицу времени;  $l_{ij}$  — число тех при-

Числитель  $N$  выражения (1) характеризует ожидаемое удельное число нарушений устойчивости (т. е. число нарушений в единицу времени) при к. з. всех видов во всех пунктах в предположении, что исходное состояние энергосистемы неизменно. Зная зависимости  $l_{ij}$  от  $\mu_i$  и располагая параметрами

рами законов распределения  $K$ , можно оценивать все вероятностные параметры нарушений динамической устойчивости. Однако в настоящее время  $n_j$  и  $\alpha_j$  известны настолько приближенно, что кроме точечных оценок вероятности нарушений устойчивости или удельного числа нарушений  $N$ , определять другие вероятностные параметры не имеет смысла.

Различия в исходной схеме и режиме энергосистемы, а также сезонные изменения числа и видов к. з. при необходимости могут быть учтены аналогичными расчетами. Отметим, что значения  $\Delta P_{0i}$  обычно мало чувствительны к изменениям исходного режима энергосистемы при сохранении ее схемы.

Существенно, что по данной методике достаточно точные решения могут быть получены при числе координат  $m$ , много меньшем, чем число эквивалентных генераторов в расчетной схеме. Так, расчеты значений  $\Delta P_{0i}$  для схемы, приведенные на рис. 1, при оценках динамической устойчивости пяти эквивалентных генераторов ГЭС-1 и ГЭС-2 показали, что начальные сбросы мощности генераторов в узлах 1 и 2 практически пропорциональны (рис. 2,а). Поэтому из двух координат  $\Delta P_{01}$  и  $\Delta P_{02}$  можно выбрать одну. То же относится и к группе генераторов в узлах 3—5. При всех к. з., опасных для генераторов ГЭС-1 и ГЭС-2, начальные сбросы мощности генераторов в узлах 6—10 малы и координаты  $\Delta P_{06}, \Delta P_{07}, \dots, \Delta P_{10}$  можно не учитывать. Существенно важными остаются только две координаты ( $m=2$ ). Расчеты динамической устойчивости для всех к. з. в этой схеме выполнялись в пространстве  $\Delta P_{01}, \Delta P_{03}$  (рис. 2,б).

Экономия времени для получения вероятностных оценок рассматриваемым способом по сравнению с проверкой устойчивости при всех видах к. з. в разных точках линии получается значительной. Исключения могут быть, если придется рассматривать пространство  $\Delta P_{0i}$  с большим числом координат ( $m \geq 3$ ).

Если нужно учитывать сложные виды к. з. (например, однофазное с переходом в двухфазное на землю), то, как

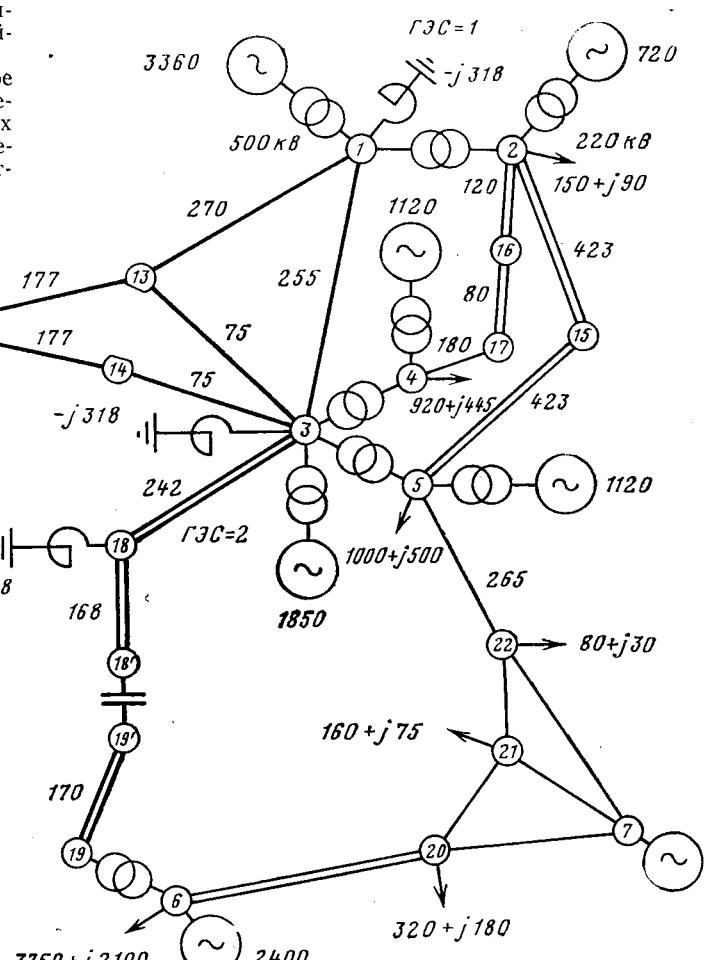
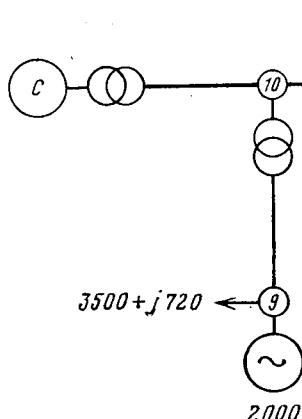


Рис. 1. Расчетная схема. Мощности станций и нагрузок даны в мегаваттах, протяженности линий — километрах.

показывают анализ и контрольные расчеты, им можно поставить в соответствие к. з. неизменного вида с начальным сбросом мощности:

$$\Delta P'_{0i} \approx \frac{\Delta P'_{0i} t'_k + \Delta P''_{0i} t''_k}{t'_k + t''_k}, \quad (2)$$

где  $\Delta P'_{0i}$  — начальный сброс мощности генератора при первичном к. з. длительностью  $t'_k$ ;  $\Delta P''_{0i}$  — начальный сброс мощности, который имел бы место, если бы вторичное к. з. начиналось из исходного режима;  $t''_k$  — длительность вторичного к. з.

Пользуясь выражением (2), можно по данным расчетов, выполненных для обычных к. з. ( $K^{(1)}$ ,  $K^{(2)}$ ,  $K^{(1,1)}$  и т. д.), определить в пространстве  $\Delta P_{0i}$  кривую, соответствующую сложному виду к. з. для каждой из точек линии электропередачи. Для определения участков линии, на которых такое к. з. приводит к нарушению устойчивости, достаточно сопоставить эту кривую с границей динамической устойчивости, рассчитанной для  $t_k = t'_k + t''_k$ .

К сложным видам к. з. приводят и отказ выключателя в поврежденной фазе линии. Например, на линии 1—3 (см. рис. 1) рассматривается к. з. вида  $K^{(1,1,1)}$  с отказом одной фазы выключателя со стороны узла 1 и вызванной действием УРОВ задержкой ликвидации к. з. с этой стороны. При замене такого к. з. вида  $K^{(1,1,1)} + K^{(1)}$  обычным к. з. по (2) можно принимать, что  $\Delta P'_{0i} \approx 0$ , т. е. при построении такой кривой в пространстве  $\Delta P_{0i}$  пренебречь влиянием вторичного однофазного к. з. на генератор 3, а значение  $\Delta P'_{0i}$  принять равным начальному сбросу мощности при обычном к. з.  $K^{(1)}$  (см. рис. 2, б, кривая IV). Таким образом, и в этом случае кривая, приближенно соответствующая сложному виду к. з., может быть построена простым пересчетом уже имеющихся кривых. Граница динамической устойчивости для данного случая рассчитывается так же, как и для обычных к. з., но с соответствующей действительности программой коммутаций: отключение линии со стороны узла 3 при  $t = t'_k$  и со стороны узла 1 при  $t = t'_k + t''_k$  (см. рис. 2, б, кривая V).

Возможны и другие упрощения. Так, если известно предельное значение  $\Delta P_{0i}$  при для к. з. длительности  $t_k$ , то можно приближенно определить предельное значение  $\Delta P'_{0i}$  при для к. з. длительности  $t'_k$  по выражениям:

$$\Delta P_{0i} \frac{t_k}{t'_k} < \Delta P'_{0i} < \Delta P_{0i} \sqrt{\frac{t_k}{t'_k}}, \quad (3)$$

если  $t'_k > t_k$ ;

$$\Delta P_{0i} \sqrt{\frac{t_k}{t'_k}} < \Delta P'_{0i} < \Delta P_{0i} \frac{t_k}{t'_k}, \quad (4)$$

если  $t'_k < t_k$ .

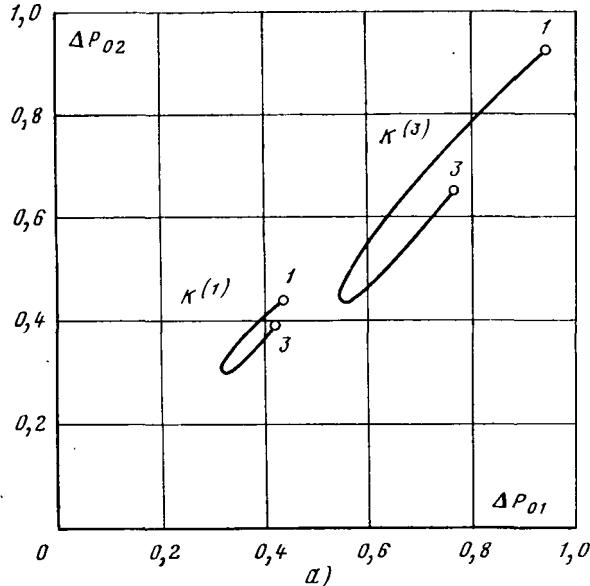


Рис. 2. Кривые начальных сбросов мощности генераторов для линии 1—3 в расчетной схеме: а — для генераторов в узлах 1 и 2; б — для генераторов в узлах 1 и 3.

I — линия переменных сопротивлений щупта к. з. в узле 1; II — то же в узлах 3; III — то же в середине линии; IV — трехфазное к. з. на линии с действием УРОВ в узле 1, значения  $\Delta P'_{0i}$  приведены к  $t_k = t'_k + t''_k = 0,12 + 0,34 = 0,46$  с; V — рассчитанная по трем точкам граница устойчивости при действии УРОВ в узле 1; VI — граница устойчивости при  $t_k = 0,12$  с.

Таблица 1

Повреждаемая линия	Действие УРОВ	Число к. з., 1/год	Удельное число нарушений устойчивости $N$ , 1/год
1—3	Нет	1,29	0,006
1—3	Есть	0,15	0,076
1—13	Нет	1,35	0
1—13	Есть	0,156	0,020
3—13	Нет	0,402	0
3—13	Есть	0,046	0,003
11—12; 2 цепи	Нет	2,42	0
11—12; 2 цепи	Есть	0,268	0,001
3—18; 2 цепи	Нет	2,48	0
3—18; 2 цепи	Есть	0,272	0,020
12—13	Нет	0,90	0,315*
12—13	Есть	0,100	0,100*
12—14—3	Нет	0,585	0,408*
12—14—3	Есть	0,130	0,130*
Всего	—	10,55	1,080

\* Нарушение статической устойчивости послеаварийного режима.

Примеры использования выражений (2)–(4) приведены в приложении. Упрощенные решения с применением этих выражений целесообразны в отношении тех к. з., которые являются сравнительно редкими или мало влияющими на устойчивость энергосистемы. При необходимости уточнение длины тех участков линии к. з., на которых приводят к нарушению динамической устойчивости, всегда возможно — прямым расчетом переходного процесса для требуемого вида к. з. на нужной линии.

Достоверность исходных данных по статистике к. з. и отказам выключателей при их автоматическом действии играет значительно большую роль. Поэтому накопление и уточнение таких данных является одной из первоочередных задач.

Оценка удельного числа  $N$  нарушений устойчивости ГЭС-1 и ГЭС-2 (см. рис. 1) при к. з. на линиях электропередачи приведена в табл. 1. Расчеты выполнены для режима максимальной нагрузки; было принято, что отказ одного выключателя при отключении поврежденной фазы характеризуется вероятностью 0,025 (линии 500 кВ имеют по два выключателя с каждого конца), отказы не коррелированы между собой; отказы выключателей с обоих концов линии, а так-

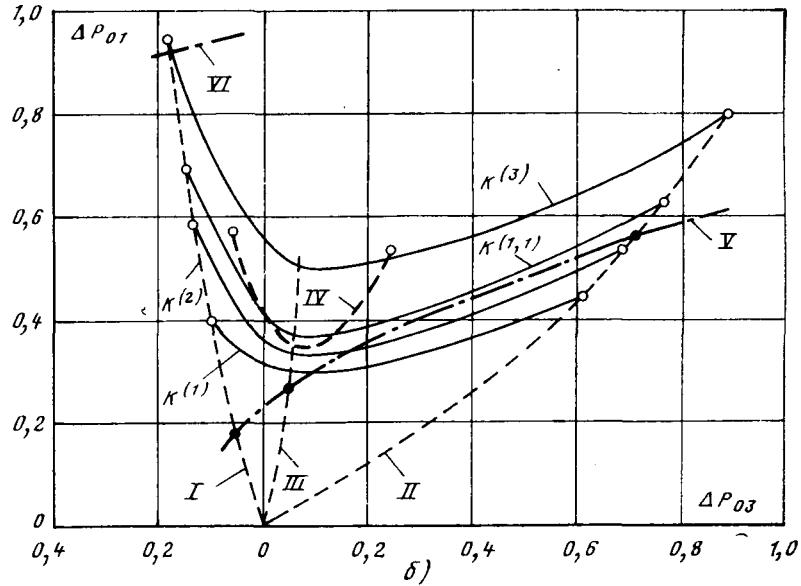


Таблица 2

Вид к. з.	Число к. з., 1/год	Относительная длина участка линии, к. з. на котором приводят к нарушению устойчивости	Удельное число нарушений устойчивости $N_2$ , 1/год
$K^{(1)} + K^{(1)}$	0,0655	0,5	0,03275
$K^{(2)} + K^{(2)}$	0,00065	0,55	0,00036
$K^{(1,1)} + K^{(1)}$	0,00284	0,6	0,00170
$K^{(1,1)} + K^{(1,1)}$	0,00079	1	0,00079
$K^{(3)} + K^{(2)}$	0,00016	1	0,00016
$K^{(3)} + K^{(3)}$	0,000003	1	0,000003
$K^{(1,1,1)} + K^{(1)}$	0,0052	1	0,0052
$K^{(1,1,1)} + K^{(1,1)}$	0,00029	1	0,00029
$K^{(1,1,1)} + K^{(1,1,1)}$	0,000005	1	0,000005
Всего	0,0754	—	0,0413

же отказы защиты не учитывались. Вероятность неуспешного АПВ принята равной 0,35; нормальная длительность к. з. 0,12 с, действие УРОВ удлиняет к. з. на 0,34 с.

Из табл. 1 следует, что к. з., не сопровождающиеся действием УРОВ, дают удельное число нарушений динамической устойчивости  $N_1=0,006$  1/год. Нарушения динамической устойчивости при отказах выключателей в поврежденных фазах составляют суммарно  $N_2=0,12$  1/год (к. з. на линиях, не указанных в табл. 1, не приводят к нарушениям устойчивости ГЭС-1 или ГЭС-2). Все к. з. на линиях 12—13 и 12—14—3 при отсутствии АПВ (в случае действия УРОВ) и неуспешных АПВ приводят к нарушению устойчивости из-за недостаточной пропускной способности оставшихся линий:  $N_3=0,953$  1/год. Вероятность того, что при к. з. на линиях, указанных в табл. 1, устойчивость будет нарушена, составляет для данной схемы  $1,08 : 10,55 = 0,102$ , а в случае принятия мер по повышению статической устойчивости послеаварийного режима, т. е. при  $N_3=0$ , эта вероятность уменьшается до 0,012.

Величина  $N_3$ , если она не равна нулю, закономерно больше, чем  $N_1$  и  $N_2$ , так как в этом случае к нарушениям устойчивости приводят и наиболее распространенные однофазные к. з.

Для тех схем, которые были рассчитаны,  $N_2 \gg N_1$ , что подтверждает большое влияние качества выключателей на надежность функционирования энергосистемы. Распределение значений  $N_2$  по видам к. з. для линии 1—3 при отказах выключателей со стороны узла 1 приведено в табл. 2; видно, что основную долю нарушений динамической устойчивости дают однофазные к. з. вида  $K^{(1)} + K^{(1)}$ .

**Приложение.** Решение контрольных задач показывает, что использование выражений (2)–(4) возможно. В частности, в расчете устойчивости для к. з. сложного вида (отношение сопротивлений шунтов первичного и вторичного к. з. 1:2) получено, что предельному режиму при  $t'_k=0,12$  с и  $t''_k=0,18$  с соответствуют начальные сбросы мощности  $\Delta P'_0=0,815 \pm 0,003$ ,  $\Delta P''_0=0,666 \pm 0,003$ . По выражению (2) такому виду к. з. эквивалентно обычное к. з. длительностью 0,3 с и начальным сбросом мощности  $\Delta P^a_0=0,725 \pm 0,003$ . Рас-

Таблица 3

Условие	$t_k$ , с	$\Delta P_{\text{опр}}$	$t'_k$ , с	$\Delta P'_{\text{опр}}$	
				оценка по выражению (3) или (4)	точный расчет
$t'_k > t_k$	0,12	0,815	0,2	0,49—0,63	0,515
	0,12	0,815	0,3	0,325—0,515	0,375
	0,12	0,815	0,4	0,245—0,45	0,31
	0,2	0,515	0,3	0,34—0,42	0,375
	0,2	0,515	0,4	0,26—0,36	0,31
	0,3	0,375	0,4	0,28—0,325	0,31
$t'_k < t_k$	0,4	0,31	0,3	0,36—0,415	0,375
	0,4	0,31	0,2	0,44—0,62	0,515
	0,4	0,31	0,12	0,57—1,03	0,815
	0,3	0,375	0,2	0,46—0,565	0,515
	0,3	0,375	0,12	0,59—0,94	0,815
	0,2	0,515	0,12	0,665—0,86	0,815

четыре переходных процессов дали для последней величины значение  $0,7225 \pm 0,002$  (погрешность менее 1%).

Результаты использования выражений (3) и (4) иллюстрирует табл. 3.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кац П. Я., Марченко Е. А., Садовский Ю. Д. Вероятностная оценка устойчивости энергосистем при коротких замыканиях. — Энергетика, 1966, № 7.
- Опыт расчетов по программе анализа надежности сложных энергосистем с учетом нарушения устойчивости/Андреюк В. А., Кац П. Я., Косаревич Г. Б. и др.— В кн.: Тезисы докладов II Всесоюзного научно-технического совещания работников служб электрических режимов ОДУ и энергосистем. — Фрузене: изд-во АН Киргизской ССР, 1976.
- Веников В. А., Путятин Е. В. — Вероятностный подход к определению динамической устойчивости энергосистем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 5.
- Китушин В. Г. Практический критерий запаса динамической устойчивости системы. — В кн.: Доклады на II Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. — М.: Энергия, 1969.
- Левинштейн М. Л., Мельдорф М. В. Применение метода статистических испытаний к вероятностному анализу устойчивости энергетических систем. — В кн.: Доклады на II Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. — М.: Энергия, 1969.
- Богатырев Л. Л. Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетической системе. — Изв. СО АН СССР. СТН, 1977, вып. 1, № 3.
- Карпов В. А. Области динамической устойчивости для электростанции, работающей на две приемные системы. — Труды ВЭИ, 1972, вып. 81.
- Lee S. T. Y., Scheppe F. C. Distance measures and coherency recognition for transient stability equivalents. — Trans. IEEE, PAS, 1973, vol. 92, № 5.

[30.11.79]

УДК 621.315.1.015.38.001.24

## Расчет деформации волн атмосферных перенапряжений в линиях передач

ГУМЕРОВА Н. И., ЕФИМОВ Б. В., кандидаты техн. наук, КОСТЕНКО М. В., член-корр. АН СССР

Ленинградский политехнический институт

При расчетах распространения волн атмосферных перенапряжений в линиях электропередач приходится решать задачу одновременного учета влияния поверхностного эффекта в земле, проводах и нелинейных характеристик короны. При этом за основу принимается метод бегущих волн. На первом этапе расчета рассматривается однопроводная линия, состоящая из неискажающих участков, на границах которых включены элементы с сосредоточенными параметрами, моделирую-

щие влияние короны и частотнозависимые характеристики провода и земли.

Решение задачи основывается на следующих предположениях: влияние земли на цепь учитывается по формуле Карсона; распределение тока в проводнике круглого сечения является осесимметричным; в пределах фронта мгновенное значение заряда на проводе зависит только от напряжения на нем.

Эквивалентная схема для расчета однопроводной линии. Падение напряжения и убыль тока в однопроводной воздушной линии (рис. 2) описываются следующими уравнениями:

$$-\frac{d\bar{U}}{dx} = z\bar{I}; \quad -\frac{di}{dx} = C \frac{du}{dt};$$

$$\bar{U} = \int_0^\infty ue^{-pt} dt; \quad \bar{I} = \int_0^\infty ie^{-pt} dt,$$

где  $z = pL + z^{(3)} + z^{(n)}$ ;  $C$  — емкость линии;  $L$  — внешняя индуктивность петли «провод — земля» при отсутствии потерь;  $z^{(3)}$  — поправка, вносимая землей в цепь «провод — земля», определяемая по формуле Карсона;  $z^{(n)}$  — внутреннее сопротивление провода с учетом скин-эффекта.

Элемент такой однопроводной линии можно представить в виде эквивалентной схемы с параметрами на единицу длины:

$$z = pL + z^{(3)}(p) + z^{(n)}(p) = pL + Z_n(p);$$

$$C = C_d(u) =$$

$$= \begin{cases} C_0, & 0 \leq \frac{u}{u_k} < 1, \\ C_0 \left[ 1 + M \left( \frac{u}{u_k} - 1 \right)^{2/3} \right], & 1 \leq \frac{u}{u_k} < \frac{U_{\text{ш}}}{u_k} \end{cases} \left\{ \frac{du}{dt} > 0; \right. \\ \left. \begin{cases} C_0, & \frac{U_{\text{ш}}}{u_k} - 2 < \frac{u}{u_k} \leq \frac{U_{\text{ш}}}{u_k}, \\ C_0 \left[ 1 + M \left( \frac{u}{u_k} - 1 \right)^{2/3} \right], & 0 < \frac{u}{u_k} \leq \frac{U_{\text{ш}}}{u_k} - 2 \end{cases} \right\} \left\{ \frac{du}{dt} < 0, \right. \end{cases} \quad (1)$$

где  $M^+ = 1,292$ ,  $M^- = 0,63$ .

Выражение для  $C_d$  — результат рассмотрения восходящей и нисходящей ветви вольт-кулоновой характеристики коронирующего провода, полученной путем лабораторных исследований [Л. 1]. Деформация волны напряжения на ее хвосте ( $du/dt < 0$ ) определяется из соображений, что при достижении максимума напряжения прекращается образование объемного заряда, в этом случае емкость равна геометрической емкости провода  $C_0$ . При уменьшении напряжения на величину  $\Delta u = u_k$  заряд на проводе изменит свой знак и начнет возрастать по абсолютной величине. При  $\Delta u \approx 2u_k$  возникает корона обратного знака, поскольку объемный заряд, образованный малоподвижными ионами, за это время переместится незначительно.

Зависимость параметра  $Z_n$  от частоты в расчетах распространения волн по линии обусловливает необходимость численного обращения интеграла Лапласа или численного решения интегро-дифференциальных уравнений. Значительного упрощения задачи можно добиться посредством применения модели с постоянными параметрами, имеющей такую же частотную характеристику, как и  $Z_n$ . Алгоритм моделирования монотонных функций, какой является  $Z_n$ , основанный на использовании последовательного включения двухполюсников с параллельным соединением  $R$  и  $L$ , или параллельного соединения последовательных цепочек  $R$  и  $L$ , разработан в [Л. 2]. В предлагаемой методике реализован первый способ моделирования, более удобный во многих отношениях.

В принятой модели параметры неискажающих участков определяются как внешняя индуктивность провода  $L_0$  и его геометрическая емкость  $C_0$ . Активную и реактивную части частотно-зависимого сопротивления, включаемого на границах этих отрезков, представляют состоящими из двух слагаемых:

$$Z_n(j\omega) = R_n(\omega) + jX_n(\omega) = R_c + j\omega L_c + R_\omega + jX_\omega,$$

где  $R_c$  и  $L_c$  — сопротивление и индуктивность, не зависящие от частоты, величины которых выбираются из соображений минимизации частотно-зависимых добавок  $R_\omega$  и  $X_\omega$  (рис. 1).

Тогда можно несколько изменить волновое сопротивление неискажающих участков  $Z = \sqrt{(L_0 + L_c)/C_0}$ , что приведет к снижению погрешностей из-за уменьшения отражений от дискретно расположенных искажающих узлов. К этим узлам подключены схемы с постоянными параметрами Т-образной структуры, в середине которых включена емкость на землю  $C_{\text{доб}} = C_d - C_0$ . Емкость с обеих сторон подключена к неискажающим участкам через  $n$  двухполюсников  $R_k$ ,  $L_k$  ( $k=1$ ,

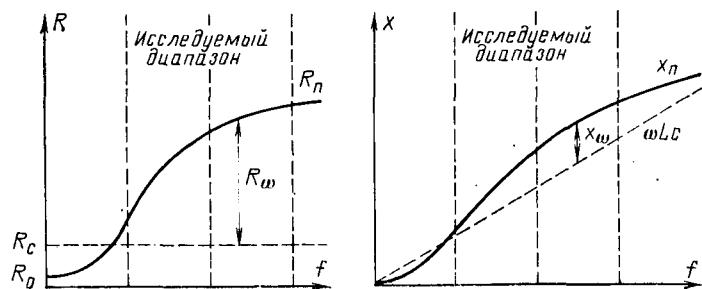


Рис. 1. Частотная характеристика провода.

$2, \dots, n$ ) и активные сопротивления  $R_c/2$ . Алгоритм подбора  $R_k$  и  $L_k$ , моделирующих частотные зависимости  $R_\omega$  и  $X_\omega$  рассмотрены ниже. Величина  $n$  определяется заданным диапазоном частот и требованиями к точности моделирования. Основываясь на правиле эквивалентной волны, для расчета процессов в этой схеме необходимо решить систему из двух алгебраических и  $(2n+1)$ -х дифференциальных уравнений на каждом шаге расчета.

Практические расчеты деформации волн перенапряжения путем численного интегрирования таких систем в каждом узле схемы замещения показали, что время, затрачиваемое на решение задачи, является недопустимо большим. Анализ показал, что время расчета в квадрате зависит от числа рассчитываемых узлов и увеличивается более чем на порядок при изменении числа дифференциальных уравнений системы в два раза, т. е. основным параметром, определяющим затраты времени в данной методике, является число дифференциальных уравнений. При использовании предлагаемой методики появляется возможность принципиального упрощения расчетной схемы, имеющего чрезвычайно важные последствия при реализации на ЦВМ, посредством разнесения всех реактивных элементов по отдельным участкам. Теперь вместо Т-образной схемы будем иметь отдельные более короткие участки (длина которых составляет  $1/(2n+1)$  длины исходного участка), с включенными между ними  $RL$ -двусплюсниками и сопротивлениями  $R_c/2n$ . При таком построении эквивалентной схемы можно увеличить число емкостных элементов, моделирующих влияние импульсной короны, по сравнению с числом двухполюсников, моделирующих частотно-зависимые параметры провода линии, поскольку для реального отображения физических процессов, происходящих при перемещении волны перенапряжений вдоль линии, элементы с емкостями надо ставить значительно чаще, чем двухполюсники.

Напряжение  $u_i$  на зависящей от напряжения емкости в  $i$ -м узле при подаче прямоугольных волн

$$u_i(t) = [u_{pi}(t) + u_{ni}(t)](1 - e^{-a\Delta t}) + u_i(t - \Delta t)e^{-a\Delta t},$$

$$\text{где } a = \frac{2}{ZC_{\text{доб}}(u)}.$$

Поскольку в это уравнение входит добавочная емкость, зависящая от напряжения, для его решения необходимо применять метод последовательных приближений. В качестве начального приближения принимается  $C_{\text{доб}}$ , определяемая значением напряжения на емкости в предыдущий момент времени  $C_{\text{доб}}^{(0)} = C_{\text{доб}}[u_i(t - \Delta t)]$ . Практические расчеты показали, что при шаге порядка сотых долей микросекунды можно ограничиться начальным приближением. Кроме того, для ускорения расчета при вычислении  $C_{\text{доб}}$  целесообразно применять кусочно-линейную аппроксимацию реальной нелинейной характеристики (1):

$$C_{\text{доб}}(u) = \begin{cases} 2C_0 \frac{u}{u_k}, & 0 \leq \frac{u}{u_k} < 0,3; \\ C_0 (0,59u/u_k + 0,425), & 0,3 \leq \frac{u}{u_k} < 2,4; \\ C_0 0,4u/u_k + 0,866, & 2,4 \leq \frac{u}{u_k}. \end{cases}$$

Волны, распространяющиеся вправо и влево от  $i$ -го емкостного элемента в момент времени  $t$  и приходящие слева

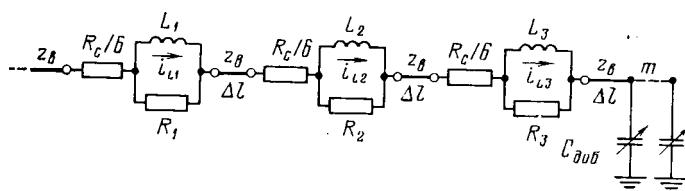


Рис. 2. Эквивалентная схема однопроводной линии.

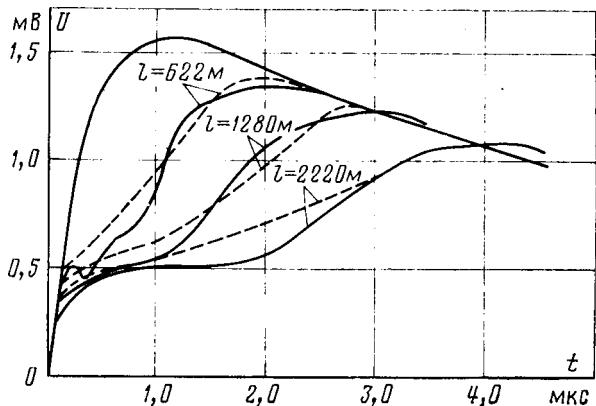


Рис. 3. Деформация волны напряжения. — эксперимент в трехфазной линии; - - - расчет в однопроводной постановке.

на элемент  $i+1$  и справа на элемент  $i-1$  в момент времени  $t+\Delta t$ ,

$$u_{\pi i+1}(t+\Delta t) = u_i(t) - u_{\pi i}(t);$$

$$u_{\pi i-1}(t+\Delta t) = u_i(t) - u_{\pi i}(t).$$

Токи  $i$  и  $i_L$  в эквивалентной схеме элементарного участка, содержащего двухполюсник с параллельным соединением  $R$  и  $L$ , также определяются при решении дифференциального уравнения

$$i(t) = [u_{\pi i}(t) - u_{\pi i}(t)] \left[ 1 - \frac{R}{R + 2(Z_B + R_c)} e^{-a\Delta t} \right] \frac{1}{Z_B + R_c} + \frac{R}{R + 2(Z_B + R_c)} e^{-a\Delta t};$$

$$i_L(t) = [u_{\pi i}(t) - u_{\pi i}(t)] (1 - e^{-a\Delta t}) \frac{1}{Z_B + R_c} - i_L(t - \Delta t) e^{-a\Delta t},$$

$$\text{где } a = \frac{2R(Z_B + R_c)}{R + 2(Z_B + R_c)}.$$

Тогда в следующий момент времени

$$u_{\pi i+1}(t+\Delta t) = u_{\pi i}(t) - i(t) Z_B;$$

$$u_{\pi i-1}(t+\Delta t) = u_{\pi i}(t) + i(t) Z_B.$$

Параметры схемы замещения частотно-зависимого сопротивления провода для случая последовательного соединения двухполюсников. Выбор параметров физической модели, дающей возможность учесть влияние сопротивления земли и провода на деформацию волн атмосферных перенапряжений, заключается в решении системы нелинейных алгебраических уравнений вида

$$Z_{\omega k} = R_{\omega k} + jX_{\omega k} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i j \omega_k L_i}{R_i + j \omega_k L_i} \quad (2)$$

для параллельного соединения  $R$  и  $L$ , где  $Z_{\omega k}$  — заданные значения частотно-зависимых сопротивлений и проводимостей при фиксированных частотах  $\omega_k$ ;  $R_i$  и  $L_i$  — искомые параметры.

Для решения системы может быть применен итерационный метод Ньютона отыскания корней системы трансцендент-

ных уравнений. При расчете на ЦВМ система (2) была приведена к более удобному виду:

$$\left. \begin{aligned} f_k &= \sum_{i=1}^n \frac{\omega_k^2 k^2 L_i R_i}{R_i^2 + \omega_k^2 k^2 L_i^2} - R_{\omega k} = 0; \\ \varphi_k &= \sum_{i=1}^n \frac{\omega_k R^2 i L_i}{R_i^2 + \omega_k^2 k^2 L_i^2} - X_{\omega k} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В общем случае решение системы может разойтись, поэтому особое значение приобретает выбор начального приближения. Частотная характеристика сопротивления одного двухполюсника имеет вид:

$$Z_k = \frac{R_k j \omega L_k}{R_k + j \omega L_k} = R_k \frac{(\omega T_k)^2 + j \omega T_k}{(1 + \omega T_k)^2} = R_k (K_R + j K_X),$$

где  $T_k = L_k / R_k$  — собственная постоянная времени контура  $k$ -го двухполюсника;

$\omega T$	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000
$K_R$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,0099	0,50	0,99	1	1
$K_X$	0,001	0,01	0,099	0,50	0,099	0,01	0,001

Таким образом, можно написать систему из  $n$  уравнений для активных или реактивных сопротивлений. Например, для активных сопротивлений при  $n=3$  получим:

$$R_{\omega 1} = 0,5 R_1 + 0,0099 R_2 + 0,0001 R_3;$$

$$R_{\omega 2} = 0,99 R_1 + 0,5 R_2 + 0,0099 R_3;$$

$$R_{\omega 3} = R_1 + 0,99 R_2 + 0,5 R_3.$$

Индуктивности определяются из условия, что  $\omega_k T_k = 1$ . При использовании величин  $R_k$  и  $L_k$ , полученных указанным способом, в качестве начального приближения, для сходимости процесса требуется не более 10 итераций.

Для того чтобы получить свободные члены  $R_{\omega k}$  и  $X_{\omega k}$  си-

стемы уравнений (3), необходимо вычислить составляющие, учитывающие влияние земли и поверхностный эффект в проводах на разных частотах. Частотно-зависимые параметры проводов, проходящих над землей с горизонтально-слоистой структурой, определяются с помощью интегральных выражений, аналогичных решению Карсона и выведенных с теми же допущениями [Л. 3]. Программа, разработанная по такому алгоритму, позволяет варьировать в широких пределах параметры линии, земли и число двухполюсников модели. Исследование оптимального количества двухполюсников показало, что при моделировании частотной характеристики провода в диапазоне частот от  $10^4$  Гц до  $10^6$  Гц вместо трех двухполюсников можно применять два.

Результаты расчетов, выполненных с учетом слоистой структуры земли (для двухслойной земли), показали, что сопротивление нижнего слоя заметно оказывается только в области частот порядка  $10^3$ — $10^4$  Гц, тогда как для частот порядка  $10^5$ — $10^6$  Гц, имеющих основное значение для определения деформации волн, разница между частотно-зависимыми сопротивлениями, полученными с учетом и без учета двухслойности земли, невелика. Следовательно, при определении деформации волн атмосферных перенапряжений в линиях передач нет необходимости учитывать многослойную структуру земли, а за эквивалентное сопротивление можно принять сопротивление верхнего слоя.

Сравнение деформации волн перенапряжений, определенной по данной методике, с результатами экспериментальных исследований [Л. 4] приведено на рис. 3. Результаты расчетов деформаций волн перенапряжений, выполненные по полной схеме замещения и в пренебрежении влиянием частотно-зависимых параметров провода, указывают на необходимость совместного учета действия импульсной короны и поверхностного эффекта в земле и проводах.

В заключение нужно отметить следующее. Разработанный метод позволяет определить деформацию волн атмосферных перенапряжений с одновременным учетом влияния импульсной короны и поверхностного эффекта в земле и проводах. Основными исходными данными при этом являются вольт-кулоновые характеристики коронирующего провода и параметры двухполюсников схемы замещения частотно-зависимых параметров

проводы. Результаты расчетов деформации волн при распространении их по однопроводной линии показывают достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными. При расчетах деформации волн атмосферных перенапряжений в линиях передач нет необходимости учитывать влияние многослойной структуры земли, а за эквивалентное сопротивление можно принимать сопротивление верхнего слоя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольт-кулоновые характеристики короны на расщепленных проводах при импульсном напряжении/ Богатенков И. М., Гумерова Н. И., Костенко М. В. и др. — Труды ЛПИ. Электроэнергетика, 1974, № 340.

2. Джуварлы Ч. М., Джрафоров Э. М. Математическое моделирование поверхностного эффекта в земле при расчетах переходных процессов в ЛЭП на ЭЦВМ. — Изв. вузов. Нефть и газ, 1970, № 6.

3. Гольдштейн В. Г., Гумерова Н. И., Бабордин К. А. Определение собственных и взаимных сопротивлений линий электропередач с учетом влияния многослойной земли по приближенной и точной методикам. — В кн.: Материалы всесоюзного научно-технического совещания «Задача линий связи и автоматики от влияния внешних электромагнитных полей». — Омск, 1972.

4. Wagner C. F., Gross J. W., Lloyd B. L. High-Voltage Impulse on Transmission Lines. — Trans. AIEE, 1954, vol. 73, pt. III—a.

[30.03.79]



УДК 621.315.611.015.5.001.24

## Расчет пробивного напряжения твердой изоляции в неоднородном поле с заданной вероятностью пробоя

ГЕЛЬМАН М. З., МУРОВИЧ В. И., кандидаты техн. наук  
Ленинград

Пробивное напряжение твердой изоляции определяется электрической прочностью и неоднородностью изоляционного материала, а также электрическим полем изоляционного промежутка. В [Л. 1] был рассмотрен статистический метод расчета электрической прочности в однородном поле; при этом учитывалась неоднородность материала. В данной статье модель пробоя, принятая в [Л. 1], развита, и на ее основе предлагается статистический метод расчета пробивного напряжения изоляции в неоднородном поле.

Представим, что изоляция объема  $V$  состоит из  $N$  элементарных объемов и, как в [Л. 1], примем, что электрическая прочность каждого элементарного объема является случайной величиной; пробой всей изоляции происходит при пробое хотя бы одного элементарного объема, причем при пробое отсутствует их взаимное влияние. В дополнение также примем, что эти объемы достаточно малы, чтобы считать поле в каждом из них однородным. Тогда по теореме об умножении вероятностей независимых событий вероятность того, что пробивное напряжение изоляции  $U$  окажется меньше или равно заданному значению  $U_{\text{пр}}$  запишется так:

$$P\{U \leq U_{\text{пр}}\} = 1 - \prod_{i=1}^N [1 - p_i \{E \leq E_{\text{пр}} = E_i (\Delta V_i)\}], \quad (1)$$

где  $p_i$  — вероятность того, что электрическая прочность  $i$ -го элементарного объема изоляции  $\Delta V_i$   $E_i \leq E_{\text{пр}}$ .

Пусть  $E_i$  связана с напряжением следующим образом:

$$E_i = U f(x_i, y_i, z_i), \quad (2)$$

где  $f(x, y, z)$  — функция координат. Выражение (2) соответствует полю во многих конструкциях изоляции, однако в принципе задача может быть решена и в более общем виде, когда связь между  $E$  и  $U$  описывается более сложным выражением.

Соотношения (1) и (2) позволяют получить функцию распределения пробивного напряжения изоляционной конструкции по ее электрическому полю и исходной функции распределения электрической прочности. Допущения, принятые в статистической модели, приводят к тому, что диапазон ее применения ограничивается слабонеоднородными полями при несущественном изменении толщины промежутка по сравнению с исходным.

Для аналитического решения задачи о пробивном напряжении в неоднородном поле необходимо, чтобы исходное распределение электрической прочности было задано в аналитическом виде. В [Л. 1] показано, что для описания  $P\{E \leq E_{\text{пр}}\}$  можно применять следующие предельные распределения статистики экстремальных значений [Л. 2]: распределение Гумбеля (двойное экспоненциальное), распределение Вейбулла и распределение с верхним пределом. Применяя эти распределения и соотношение (2), после подстановки в выражение (1)

в пределе получим:

$$P\{U \leq U_{\text{пр}}\} = 1 - \exp \left[ - \frac{\int V \exp \alpha E dV}{V_0 \exp \alpha \bar{E}_0} \right] \quad (3)$$

— при исходном распределении Гумбеля;

$$P\{U \leq U_{\text{пр}}\} = 1 - \exp \left[ - \frac{\int V (E - E_h)^3 dV}{V_0 (\bar{E}_0 - E_h)^3} \right]; \quad E \geq E_h \quad (4)$$

— при исходном распределении Вейбулла;

$$P\{U \leq U_{\text{пр}}\} = 1 - \exp \left[ - \frac{(E_b - \bar{E}_0)^\xi}{V_0} \int \frac{dV}{V (E_b - E)^\xi} \right]; \quad E \leq E_b \quad (5)$$

— при исходном распределении с верхним пределом.

Здесь  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\xi$  — меры дисперсии;  $E_b$  и  $E_h$  — верхний и нижний пределы возможных значений электрической прочности;  $E_0$  — значение, при котором  $P\{E \leq E_0 (V_0)\} = 1 - 1/e = 0,63212$ ,  $V_0$  — объем изоляции в однородном поле, для которого известна исходная функция распределения электрической прочности.

Поскольку не все значения электрической прочности, присущие данным распределениям, имеют физический смысл, их особенности, рассмотренные в [Л. 1], в данном случае приводят к более жестким ограничениям, чем требует сама по себе модель пробоя, а именно: диапазон применения (5) ограничивается полями, практически однородными при средней пробивной напряженности  $E_{\text{пр}}$ , близкой к  $E_b$ , (3) — сравнительно слабо неоднородными полями при условии  $E_h \ll E_{\text{пр}} < E_b$ , (4) — слабонеоднородными полями при условии  $E_h \leq E_{\text{пр}} < E_b$ . Поэтому наибольшее значение для практики имеет распределение Вейбулла.

Для любых полей, описываемых выражением (2), с указанными ограничениями можно численными методами получить функцию распределения пробивного напряжения при соответствующем исходном распределении электрической прочности в однородном поле. Аналитическое решение, даже в случае наиболее простых полей концентрических цилиндров или сфер, приводит к специальным функциям.

Общая задача определения пробивного напряжения в неоднородном поле может быть решена в явном виде только, если исходную функцию описывать распределением Вейбулла

с нижним пределом, равным нулю, а интегрирование производить в области  $E > E_{\text{н}}$  ( $E_{\text{н}} \neq 0$ ) и при условии  $U_{\text{пр}} > E_{\text{н}}d$ . Тогда из (4), используя (2), получим:

$$P\{U \leq U_{\text{пр}}\} = 1 - \exp \left[ -\frac{U_{\text{пр}}^3}{V_0 \hat{E}_0^3} \iiint f^3 dx dy dz \right]. \quad (6)$$

Пробивное напряжение в явном виде записывается так:

$$U_{\text{пр}}(P) = \hat{E}_0 \left[ -\frac{V_0 \ln(1-P)}{\iiint f^3 dx dy dz} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

Анализ выражения (7) показывает, что в элементарных функциях решение может быть получено для полей концентрических цилиндров и сфер. Пусть  $k$  — коэффициент использования, равный отношению средней напряженности к максимальной,  $\kappa$  — коэффициент ослабления, равный отношению минимальной напряженности к средней,  $R$  — радиус внутреннего электрода. После подстановки соответствующих  $k$  и  $\kappa$  получим:

$$U_{\text{пр}}(P) = k \hat{E}_0 d \left\{ -\frac{n}{\varphi} \frac{V_0}{R^2 G} \frac{\ln(1-P)}{(1-(k\kappa)^n)} \right\}^{\frac{1}{3}}, \quad (8)$$

где  $\varphi = 2\pi$ ;  $n = \beta - 3/2$ ,  $\beta = 2$ ,  $G = R$ ,  $l$  — соответственно для сферического и цилиндрического полей;  $d$  — толщина промежутка.

В выражение (8) входит произведение  $k \hat{E}_0 d$ , которое представляет собой выражение для расчета пробивного напряжения в слабонеоднородном поле согласно детерминистской модели [Л. 3]. При  $\beta = \infty$  дисперсия случайной величины равна

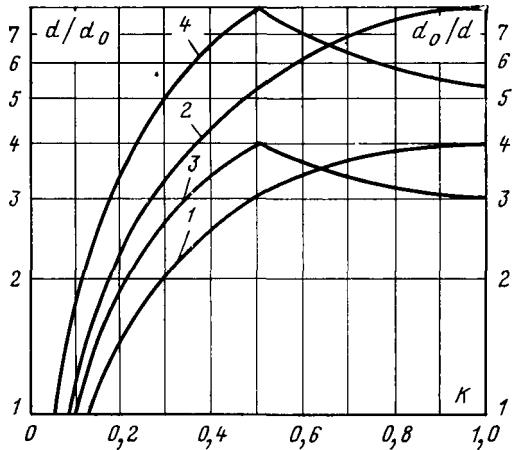


Рис. 1. Границы применения метода.  
1, 3 —  $\beta = 4$ ; 2, 4 —  $\beta = 8$ ; 1, 2 —  $k_0 = 1$ ; 3, 4 —  $k_0 = 0,5$ .

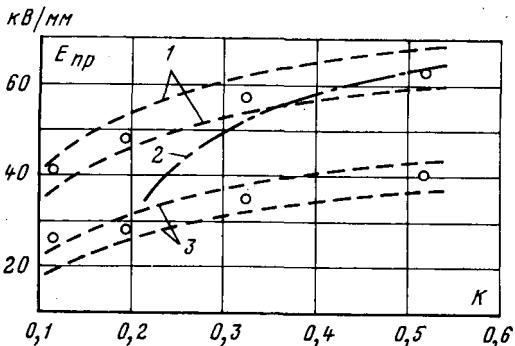


Рис. 2. Зависимость электрической прочности эпоксидной изоляции от коэффициента использования.

Электроды — концентрические цилиндры,  $d = 3$  мм. 1, 2 — постоянное напряжение,  $E_0 = 118$  кВ/мм,  $\beta = 4,8$  [Л. 1]; 3 — переменное напряжение,  $E_0 = 51,5$  кВ/мм,  $\beta = 6,2$ ; 1, 3 — доверительные интервалы построены по выражению (8) для  $P = 0,5$  при  $\lambda = 0,7$ ; 2 — расчет с использованием исходного распределения Гумбеля.

иулю [Л. 2], тогда  $E_0 = E_{\text{в}}$ . В результате получим критерий для расчета пробивного напряжения в слабонеоднородном поле с однородным диэлектриком, т. е. таким, в котором статистические неоднородности практически не оказывают влияния на пробой:  $U_{\text{пр}} = k E_{\text{в}} d$ .

Анализ выражения (8) показывает, что при  $k\kappa > 0,75$  пробивное напряжение не зависит от однородности поля и может определяться как для однородного поля с тем же объемом изоляции. При этом выражение в скобках можно рассматривать как частное от деления вероятностного коэффициента  $\ln(1-P)$  на масштабный фактор:

$$m = \frac{\varphi R^2 G}{n V_0} [1 - (k\kappa)^n].$$

Расчеты показывают, что при  $k\kappa > 0,15$ ,  $\beta > 4$ , одинаковых коэффициентах использования, толщине и объеме изоляции масштабный фактор практически не зависит от кривизны поля (одинарной или двойной). При  $k\kappa < 0,5$  и  $\beta > 4$  масштабный фактор не зависит также и от неоднородности поля, заданной  $k$  и  $\kappa$ , а определяется только радиусом электрода наибольшей кривизны (в поле концентрических цилиндров еще и длиной  $l$ ), и пробивное напряжение определяется только областью наибольшего поля  $E \geq 0,7 E_{\text{max}}$ .

Изложенное допускает возможность применения выражения (8) для расчета пробивного напряжения других промежутков, характеризуемых параметрами  $d$ ,  $R$ ,  $k$ ,  $\kappa$ ,  $l$ . Для этого необходимо оценить угол  $\varphi$ . Оценку этого угла можно произвести, рассматривая его как угол сектора эквивалентного объема, в котором соблюдается условие  $E \geq 0,7 E_{\text{max}}$ . Например, расчеты полей, приведенные в [Л. 4], показывают, что для промежутков типа «сфера — плоскость» и «цилиндр — плоскость» можно принять  $\varphi \approx \pi(1-k)$ .

Оценим границы применения метода по допустимой неоднородности поля и толщине промежутка. Поскольку  $E_{\text{н}} \leq E \leq E_{\text{в}}$ , то первым критерием является  $k\kappa = E_{\text{min}}/E_{\text{max}} > E_{\text{н}}/E_{\text{в}}$  (для поля концентрических сфер  $k = \kappa$  и соответственно  $k > \sqrt{E_{\text{н}}/E_{\text{в}}}$ ). Другой критерий определяется допустимыми изменениями толщины и неоднородности поля промежутка по сравнению с исходным с параметрами  $d_0$ ,  $k_0$ ,  $\hat{E}_0$ . Границы соответствующих областей показаны на рис. 1 для условий, приведенных в приложении.

Оценка точности метода расчета в однородном поле рассмотрена в [Л. 1], где показано, что доверительный интервал вероятности  $P$  равен доверительному интервалу исходной вероятности  $p$ , оцениваемому по доверительному интервалу эмпирических квантилей:  $y(p) = Y(P) - \ln m$ . Аналогичную оценку можно выполнить и для неоднородного поля, определив соответствующий масштабный фактор  $m$ .

Апробация предложенного статистического метода проводилась сравнением экспериментальных и расчетных результатов, полученных в различных неоднородных полях. Исследования проводились на эпоксидной изоляции, для которой  $E_{\text{в}} = 400$  и  $165$  кВ/мм,  $E_{\text{н}} = 15$  кВ/мм [Л. 1] соответственно для постоянного и переменного напряжения. Установлено, что границы метода по допустимой неоднородности поля определяются условием  $k > 0,2$ ;  $0,3$ .

Характеристики электрической прочности в различных полях электродов приведены на рис. 2—4. Эпоксидная изоляция исследовалась при постоянной длине и толщине промежутка. Остальные экспериментальные данные взяты из работ по исследованию пробоя кабелей с полиэтиленовой и поливинилхлоридной изоляцией [Л. 5—7], причем данные [Л. 6] получены при постоянном радиусе жилы  $R$  и различной толщине изоляции, а данные [Л. 5] — при изменении обоих параметров.

Рассмотрение рис. 2—4 показывает, что расчет по выражению (8) дает удовлетворительное согласие с экспериментом в соответствии с полученным выше критерием допустимой неоднородности поля. Выражение же, полученное при исходном распределении Гумбеля, являющимся неограниченным, приводит к возрастающей с увеличением неоднородности поля отрицательной погрешности расчета (кривая 2 рис. 2).

Интересно было проверить возможность применения формулы (8) для расчетов электрической прочности промежутков, характеризуемых параметрами  $d$ ,  $R$ ,  $l$ ,  $k$ ,  $\kappa$ , но другой конфигурации. На рис. 5 приведена зависимость пробивного напряжения эпоксидного компаунда от расстояния между электродами «сфера — плоскость» при неизменном радиусе сферы, а в таблице — данные, полученные при неизменном расстоянии между электродами,  $P = 0,5$ ;  $\lambda = 0,7$ . В первом случае мас-

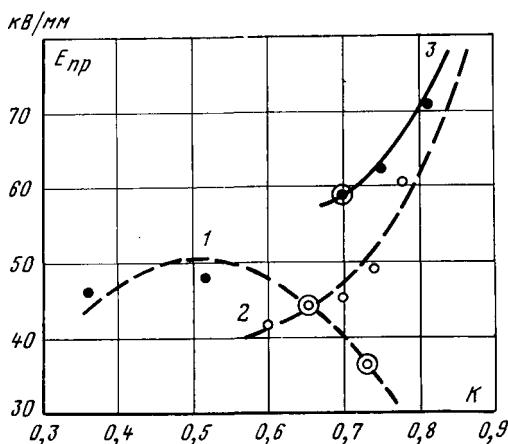


Рис. 3. Зависимость электрической прочности кабелей от коэффициента использования.

1, 3 — полиэтиленовая изоляция,  $\beta=6+7$ ; 2 — поливинилхлоридная изоляция,  $\beta=4$ ; 1 —  $R=\text{var}$ ; 2, 3 —  $R=\text{const}$ . Кружками отмечены значения, использованные при расчетах.

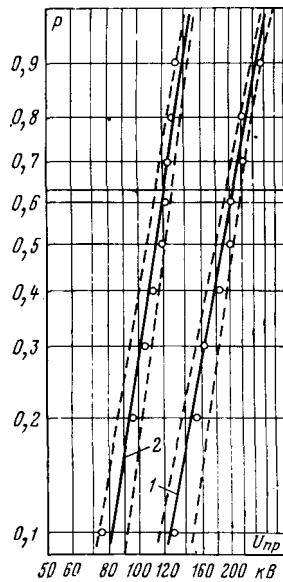


Рис. 4. Доверительные интервалы функций распределения пробивного напряжения эпоксидной изоляции в координатах Вейбулла.  
1 — электроды — концентрические цилиндры,  $d=3$  мм,  $k=0,52$ ,  $E_0=118$  кВ/мм = const,  $\beta=4$ ; 2 — катушка трансформатора,  $d=3$  мм,  $k_1=0,88$ ,  $k_2=0,42$ ,  $l=100$  мм,  $E_0=51,5$  кВ/мм = var,  $\beta=6,2$ .

штабный фактор (или обратная ему величина) изменялись не более, чем в 1,4 раза, во втором — в 125 раз.

Анализ рис. 5 показывает, что при  $k > 0,6$ ;  $d/d_0 < 5$  (т. е. в соответствии с границами, показанными на рис. 1 при  $\beta=8,0$ ) экспериментальные результаты находятся внутри доверительных границ расчета по выражению (8). Данные таблицы, полученные по исходным статистическим характеристикам электрической прочности в полях с различным типом электродов, также свидетельствуют об удовлетворительном соответствии доверительных интервалов.

На рис. 4 показана функция распределения пробивного напряжения катушки трансформатора с эпоксидной изоляцией, которая удовлетворительно согласуется с данными эксперимента. При расчете поле катушки разбивалось на две области: цилиндрическую без краевого эффекта и область на краю. Для каждой из них определялся масштабный фактор  $m_i$ , а пробивное напряжение находилось следующим образом:

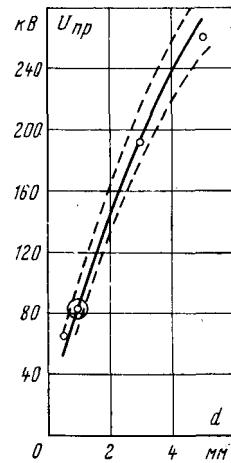
$$U_{np}(P) = \widehat{E}_0 \left[ -\frac{\ln(1-P)}{\sum \frac{m_i}{d_i^3 k_i^3}} \right]^{\frac{1}{\beta}}.$$

**Приложение.** Для оценки допустимого изменения толщины и неоднородности поля промежутка по сравнению с исходным с параметрами  $d_0$ ,  $k_0$ ,  $E_0$  решим с использованием формулы (7) одномерную задачу пробивного напряжения цепочки элементов, поле вдоль которой убывает, например, как поле концентрических сфер. Если поле в исходной цепочке является однородным ( $k_0=1$ ), то, записав решение в виде, подобном (8), получим:

$$U_{np} = \widehat{E}_0 d' \left[ -\frac{d_0}{d'} \ln(1-P) \right]^{\frac{1}{\beta}};$$

Электроды, $d = 1$ мм	Доверительные интервалы, кВ/мм	
	$m = 1$	$m \neq 1$
«Сфера — плоскость» $R = 0,8$ мм, $k = 0,57$ ; $\kappa = 0,78$	160—180	155—215 ( $m = 1/95$ )
«Цилиндр — плоскость» $1/R = 0,1$ мм, $k = 0,28$ ; $\kappa = 0,32$ $2/R = 0,22$ мм, $K = 0,44$ ; $\kappa = 0,38$	105—115 130—145	80—115 ( $m = 1/125$ ) 110—145 ( $m = 1/25$ ) 130—155 ( $m = 4,8$ )

Рис. 5. Зависимость пробивного напряжения эпоксидной изоляции от расстояния. Электроды — сфера ( $R=4$  мм) — плоскость. Доверительные интервалы построены для  $P=0,5$  при  $\lambda=0,7$ ;  $\beta=8,0$ . Кружком отмечено исходное значение пробивного напряжения.



$$d' = kd \left[ \frac{(2\beta-1)(1-k)}{1-k^{2\beta-1}} \right]^{\frac{1}{\beta-1}},$$

где величину  $d'$  можно рассматривать как приведенную длину цепочки, поле вдоль которой является также однородным, а пробивное напряжение таким, как у цепочки длиной  $d$  в неоднородном поле. В [Л. 1] показано, что статистический метод расчета в однородном поле можно применять, если толщина промежутка по сравнению с исходной изменяется не более, чем в  $\beta$  раз. Применив это же условие к цепочке приведенной длины, получим, что толщина промежутка в неоднородном поле должна изменяться не более чем в  $(\beta d)/d'$  раз при  $1 < d'/d < \beta$  и не более чем в  $(\beta d')/d$  раз при  $1 < d/d' < \beta$ . Если и в исходной цепочке поле является неоднородным ( $k_0 < 1$ ), то следует применять полученные условия, используя приведенную длину исходной цепочки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гельман М. З., Мурович В. И. Статистический метод расчета электрической прочности твердой изоляции. — Электричество, 1973, № 5.
- Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. — М.: Мир, 1965.
- Гельман М. З., Мурович В. И. Методы расчета кратковременной электрической прочности эпоксидной изоляции. — В кн.: Электрофизические проблемы применения твердых и комбинированных диэлектриков в технике высоких напряжений. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1974.
- Фурсей Г. Н., Воронцов-Вельяминов П. Н. Качественная модель инициирования вакуумной дуги. — Ж. Т. Ф. 1967, т. XXXVII, вып. 10.
- Del-Marr W. A. Electric Stresses in Cables. — Trans. IEEE, PAS, 1962, № 60.
- Кранифельд Л. И. Монтажные провода для радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Энергия, 1973.
- Пушкин П. В., Соломоник С. С. Вероятностная оценка характеристик изоляции высоковольтных кабелей и проводов. — Электричество, 1972, № 5.

[06.09.78]

# Расчет индукторов с использованием импедансных граничных условий

НЕМКОВ В. С., канд. техн. наук

Ленинград

Расчет электромагнитных параметров системы «индуктор — деталь» затруднителен даже при использовании ЭВМ. Конечно-разностные методы требуют рассмотрения всех областей, занимаемых полем, для чего необходимо очень большое число ячеек сетки. Методы, основанные на введении вторичных источников в объеме нагреваемых тел [Л. 1], легко реализуются в случае немагнитных деталей [Л. 2] и приводят к громоздким вычислениям для магнитных изделий [Л. 3].

Рассмотрим другой подход к решению задачи, предполагающий известным сопротивление единичного квадрата  $z_0$  на поверхности тела, равное отношению тангенциальных составляющих напряженности полей электрического и магнитного полей:

$$z_0 = \frac{\dot{E}_t}{\dot{H}_t}. \quad (1)$$

Расчет поля с известным  $z_0$  на границе называется расчетом при «импедансных граничных условиях» [Л. 4]. Величина  $z_0$  зависит от характера поля во всей системе и должна определяться путем совместного решения уравнений для нагреваемого тела (внутренняя задача) и вне его (внешняя задача), однако во многих случаях  $z_0$  можно задать заранее с высокой точностью.

Запишем  $z_0$  в форме

$$z_{0Q} = \frac{\rho_Q}{\Delta_Q} (U + jV), \quad (2)$$

где  $\rho_Q$ ,  $\Delta_Q$  — значения удельного сопротивления и глубины проникновения тока в точке  $Q$ ;  $U$ ,  $V$  — коэффициенты. При сильном поверхностном эффекте в немагнитной среде  $U = V = 1$ ; для ферромагнитной среды и сильного магнитного поля на поверхности [Л. 5]  $U = 1,37$ ;  $V = 0,97$ ; наконец, для двухслойной среды [Л. 6]  $U = k\sqrt{2} \cos \varphi$ ;  $V = k\sqrt{2} \sin \varphi$ , где  $k$  и  $\varphi$  зависят от соотношения свойств сред и относительной толщины  $d_{1Q}/\Delta_Q$  внешнего слоя.

Иногда целесообразно для упрощения задачи ввести импедансные условия и при неярком поверхностном эффекте. Если градиент плотности тока вдоль оси намного меньше, чем по радиусу, можно считать, что поле распределено по поперечному сечению детали так же, как при бесконечной длине системы и найти  $z_0$  по формулам и таблицам [Л. 6]. При известном  $z_0$  на поверхности проводников поле внутри металла не рассматривается, и можно ввести скалярный магнитный потенциал, что резко упрощает расчет поля в многомерных задачах. Однако реализация импедансных граничных условий при использовании скалярного потенциала требует введения сложных вторичных источников в виде антенного слоя магнитных зарядов [Л. 4].

Составим методику расчета осесимметричной индукционной системы с импедансными граничными условиями, используя тот же аппарат, что и для немагнитных тел [Л. 2]. Пусть система состоит из индуктирующей обмотки  $B$  с числом витков  $w_B$  и нагреваемого тела с импедансными граничными условиями (рис. 1).

Разобъем поверхность нагреваемого тела на  $k_1$  кольцевых элементов  $Q$  со средними радиусами  $R_Q$  и длинами  $l_Q$ . Полагая, что сопротивление  $z_0$  постоянно на каждом элементе, вводим сопротивление

$$z_Q = z_{0Q} \frac{2\pi R_Q}{l_Q}, \quad (3)$$

тогда в соответствии с (1)

$$z_Q = \frac{\varepsilon_Q}{F_{tQ}}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_Q$ ,  $F_{tQ}$  — э. д. с. и тангенциальная составляющая м. д. с. на поверхности элемента  $Q$ . Под  $\varepsilon_Q$  и  $F_{tQ}$  будем понимать средние значения соответствующих величин на длине  $l_Q$ .

Э. д. с.  $\varepsilon_Q$  легко связать со вторичными источниками поля (поверхностными токами  $I_Q$  элементов) и током обмотки  $I_B$ :

$$\varepsilon_Q = j \sum_T x_{Qt} I_T, \quad (5)$$

где  $x_{Qt}$  — сопротивление взаимной индукции соленоидов.

Суммирование ведется по всем элементам системы, включая обмотку  $B$  и сам элемент  $Q$  ( $Q \in T$ ).

По аналогии с (5) для м. д. с. можно записать

$$F_{tQ} = \sum_T N_{Qt} w_T I_T. \quad (6)$$

Здесь  $N_{Qt}$  — безразмерный коэффициент, равный м. д. с., создаваемый на наружной по отношению к нагреваемому телу стороне элемента  $Q$  единичными ампер-витками соленоида  $T$ ;  $w_T$  — число витков соленоида  $T$  ( $w_T = w_B$  при  $T = B$ ;  $w_T = 1$  при остальных  $T$ ). Область суммирования по  $T$  та же, что и в (5).

Из (4) — (6) получаем систему из  $(k_1 + 1)$  уравнений для расчета токов  $I_Q$  элементов тела и тока  $I_B$  индуктора:

$$\left. \begin{aligned} \sum_T (jx_{Qt} - z_Q N_{Qt} w_T) I_T &= 0; \\ z_B I_B + j \sum_T x_{Qt} I_T &= \dot{U}_B, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $z_B$  — сумма активного сопротивления обмотки и комплексных сопротивлений шин, дросселей или конденсаторов, которые могут быть включены в ее цепь;  $\dot{U}_B$  — известное напряжение источника питания.

Определив токи  $I_Q$  и  $I_B$ , легко найти по (6) м. д. с. на поверхности тела и энергетические параметры устройства. Для реализации расчета необходимо уметь вычислять коэффициенты  $N_{Qt}$ . Легко показать, что  $N_{Qt}$  — действительная величина, лежащая для осесимметричной системы в пределах  $+1 \geq N_{Qt} \geq -1$ .

Первый способ расчета коэффициентов  $N_{Qt}$  основан на связи между напряженностью магнитного поля у поверхности обмотки и производной от коэффициента взаимной индукции  $M_{Qt}$  по нормали в точке  $Q$ , внешней к нагреваемому телу:

$$N_{Qt} = \frac{I_Q}{2\pi R_Q w_T} \frac{dM_{Qt}}{dn_Q}. \quad (8)$$

В расчетах производную обычно приходится брать численно, давая малое приращение  $\Delta n_Q$  соленоиду  $Q$ .

Формула (8) проста и удобна, так как не требует никаких специальных процедур, кроме вычисления коэффициентов взаимной индукции, и без того необходимых при расчете. Следует учитывать, однако, что при вычислении  $N_{QQ}$  ( $T \rightarrow Q$ ) вместо производной от  $M_{QQ}$  в (8) следует брать предел

$\lim_{T \rightarrow Q} \frac{dM_{Qt}}{dn_Q}$ , где через  $T$  обозначен соленоид, смешенный относительно  $Q$  по внешней к телу нормали.

Поскольку  $N_{QQ}$  зависит только от ориентации (угла наклона) намотки и отношения  $\alpha = l_Q/2R_Q$ , то ее можно представить в виде аппроксимирующих выражений. Для соленоидов с аксиальной намоткой во всем диапазоне  $\alpha$  от 0 до  $\infty$  с ошибкой менее 5% соблюдаются соотношения:

$$\left. \begin{aligned} N_{QQ} &= -\frac{0,5}{1,32\alpha + 1} \text{ при } R = R_Q + \varepsilon; \\ N_{QQ} &= -\frac{1,32\alpha + 0,5}{1,32\alpha + 1} \text{ при } R = R_Q - \varepsilon, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  — малая величина.

Второй способ расчета  $N_{Qt}$  связан с непосредственным вычислением  $F_{tQ}$  путем численного интегрирования  $H_{tQ}$

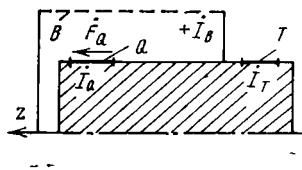


Рис. 1.

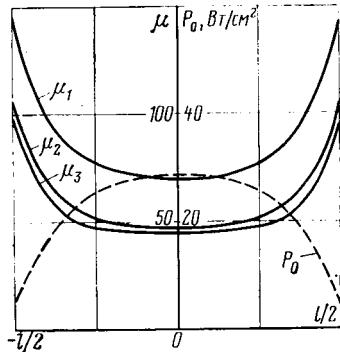


Рис. 2.

с использованием известных формул или таблиц для аксиальной и радиальной составляющих напряженности поля соленоида [Л. 7 и 8]. Величина  $H_{1Q}$  считается положительной, если она совпадает с направлением обхода периметра тела против часовой стрелки (рис. 1). Для вычисления на ЭВМ целесообразно применять аналитический расчет  $N_{Qt}$  через эллиптические интегралы I, II и III родов.

Характер поля в системе и расчеты показывают, что во многих практических задачах индукционного нагрева вторичные источники  $I_Q$  на торцах цилиндра можно не учитывать, что упрощает построение программы расчета.

При расчете систем, содержащих ферромагнитные тела с импедансными граничными условиями, сопротивление  $z_0$  есть функция напряженности магнитного поля и заранее неизвестно, поэтому необходимо ввести итерационный цикл. Задаемся каким-либо начальным значением проницаемости на поверхности ( $\mu_{Q\text{ нач}}$ ), например  $\mu_{Q\text{ нач}} = \text{const}$ , находим токи  $I_Q$  и ток индуктора, затем определяем напряженность поля  $H_{1Q} = -F_Q/I_Q$  на всех участках  $Q$ , уточняем  $\mu_Q$  и  $z_0$  и выполняем расчет повторно. Расчет прекращается, когда магнитная проницаемость или  $H_{1Q}$  будут отличаться от предшествующего значения на достаточно малую величину, например, на 2–3%.

Для ферромагнитных тел с сильным поверхностным эффектом  $z_{0Q}^{(n)} \approx z_{0Q}^{(n-1)} \sqrt{\mu_Q^{(n)} / \mu_Q^{(n-1)}}$ , а зависимость  $\mu_Q = f(H_Q)$

может задаваться таблично для данной марки стали или с помощью различных аппроксимирующих выражений. Усредненная кривая намагничивания углеродистых сталей [Л. 6] в диапазоне сильных полей, обычных для индукционного нагрева, удовлетворительно описывается формулой:

$$\mu = 8130H^{-0.894} \text{ при } H = (40 \div 3600) \text{ A/cm.} \quad (10)$$

В более слабых полях магнитная проницаемость сильно зависит от состава и состояния нагреваемого материала. Однако относительно слабые поля ( $H < 40$  A/cm) обычно встречаются лишь при нагреве длинных магнитных изделий в зоне, удаленной от индуктора. Магнитная проницаемость этих участков перестает влиять на параметры индуктора уже при  $\mu$ , превышающем несколько сотен, поэтому достаточно ограничить рост  $\mu$ , приняв, например,  $\mu = \text{const} = 300$  при  $H < 40$  A/cm.

На основе изложенного метода составлена универсальная программа расчета цилиндрических индукционных нагревателей с полностью или частично ферромагнитной загрузкой. Ферромагнитные тела считаются массивными, и для них задаются нелинейные импедансные граничные условия. Кольцевые элементы, на которые разделяется их поверхность, составляют массив  $N$ . Сечения немагнитных тел разбиваются на элементы, которые объединяются в массив  $A$ . Совокупность обмоток, объединенных в последовательные цепи с известными приложенными напряжениями, составляет массив  $B$ .

Расчетная система уравнений описывает бинарные взаимодействия всех элементов массивов  $A$ ,  $B$ , и  $N$ . Для элементов массива  $N$  ( $Q \in N$ ) составляется первое уравнение системы (7), для  $Q \in B$  — второе уравнение. Если  $Q \in A$ , то используется второе уравнение (7) с нулевой правой частью. Импедансные граничные условия могут быть заданы и для немагнитных тел путем ввода коэффициентов  $U$  и  $V$  в (2). Необходимость проведения итераций по  $\mu_Q$  определяется программным ключом.

Программа позволяет рассчитывать внешние и внутренние индукторы с многослойными и многофазными обмотками при обычном или автотрансформаторном их включении. Загрузкой являются немагнитные сплошные и полные цилиндры и ферромагнитные цилиндрические тела, в том числе с немагнитным внешним слоем.

Основная проверка точности расчета выполнялась для устройств с одиночными и секционированными индукторами при нагреве немагнитных и линейных магнитных ( $\mu = \text{const}$ ) тел. В качестве контрольных данных использовались результаты расчета аналитическим или (при  $\mu = 1$ ) численным методами [Л. 1 и 9]. Погрешность расчета вносимого активного  $r'_2$  и реактивного  $x_2$  сопротивлений индуктора находилась в пределах  $\pm 3\%$ .

Например, при расчете системы, состоящей из одинаковых обмоток ( $R = 5$  см,  $l = 10$  см,  $w = 5$ ), расположенных периодически с шагом  $L = 14$  см, и загрузки в виде трубы (диаметр 5,57 см, толщина стенки 0,5 см,  $\rho = 10^{-4}$  Ом·см) с магнитопроводом ( $\mu = \text{const} = 50$ ) на частоте 2075 Гц получены следующие данные:  $U = 2,013$ ;  $V = 0,342$ ;  $r'_2 = 0,0263$  Ом;  $x_2 = -0,0706$  Ом. Соответствующие сопротивления, полученные аналитическим методом, выше на 1,5 и 1,3%.

Для нелинейной ферромагнитной загрузки расчет при импедансных условиях сравнивался с экспериментальными данными. Цилиндрическая деталь длиной 30 см и диаметром 6 см из стали Ст. 3 нагревалась в индукторе ( $R = 5,8$  см;  $l = 30$  см;  $w = 218$ ) при питании от машинного генератора с частотой 1 кГц. Удельное сопротивление детали измерялось при постоянном токе на специально выточенном кольце с сечением  $2 \times 2$  мм и оказалось близким к  $1,8 \cdot 10^{-5}$  Ом·см.

Поверхностная магнитная проницаемость  $\mu_{\text{ц}}$  в средней части детали контролировалась по э. д. с., наведенной в специальной катушке. Результаты расчета и эксперимента приведены в таблице при  $\mu_{\text{ц}} = 300$ . Расчет выполнен при постоянной и переменной по длине проницаемости, но при условии  $\mu_{\text{ц}} = 300$ . Число элементов детали бралось равным 10.

Расчеты при различных длинах детали ( $l = 15 \div 60$  см) и приложенных напряжениях ( $U = 120 \div 1500$  В) показали, что итерационный процесс монотонен и практически сходится за три итерации при любых начальных распределениях  $\mu$ . На рис. 2 приведено распределение  $\mu$  по длине загрузки ( $l = 30$  см,  $U = 750$  В) после 1, 2 и 3 итераций, а также конечное распределение удельной мощности  $\rho_0$ .

Интегральные параметры индукторов, в особенности  $x_2$ , мало чувствительны к способу разбиения загрузки на элементы. В рассмотренном выше примере (см. таблицу) расчет при одном элементе загрузки и  $\mu = 300$  дал  $r'_2 = 8,7$  Ом и  $x_2 = -19,8$  Ом. Это обстоятельство позволяет использовать метод для расчетов вручную при малом (1–2) числе элементов загрузки. Коэффициенты  $N_{Qt}$  вычисляются по (8) путем замены производной отношением приращений и по (9) при  $Q = T$ . Составлены также специальные таблицы для коэффициентов  $N$ .

Расчет м. д. с. у поверхности элементов  $Q$  важен не только для случая тел с импедансными граничными условиями, но и для систем, содержащих магнитопроводы с примерно постоянной по объему магнитной проницаемостью  $\mu_Q$ . Введем поверхностные токи намагниченности  $I_Q$ , связанные с  $F_Q$  соотношением:

$$I_Q = F_Q(\mu_Q - 1). \quad (11)$$

Из (6) и (11) находим

$$\lambda_Q I_Q - \sum_{T: Q \in T} N_{Qt} w_T I_T = 0, \quad (12)$$

где  $\lambda_Q = 1/(\mu_Q - 1)$ .

Добавив (12) в (7), получим полную систему уравнений для индукционного устройства, содержащего массив обмоток, тела с импедансными условиями и кольцевые магнитопроводы.

	$\mu$	Параметры индуктора		
		$r'_2$ , Ом	$x_2$ , Ом	$U_{\text{и}}$ , В
Опыт	var	9,3	19,9	145
	var	9,9	20,6	150
Расчет	const	9,7	19,8	—

Как частные случаи этого устройства могут рассматриваться дроссели и трансформаторы с незамкнутыми сердечниками.

На основе (12) и второго уравнения (7) составлена программа расчета высокочастотного трансформатора с незамкнутым сердечником. Проверка проведена на модели высокочастотного трансформатора с сердечником из ферритовых колец (диаметры обмоток 5 и 3,73 см, длина 4,9 см, диаметр сердечника 3,1 см, длина 4,9 см). Расчетные данные для режимов холостого хода короткого замыкания и нагрузки отличались от опытных не более, чем на 5% по всем основным показателям: коэффициенту трансформации, активному и полному сопротивлениям на первичной стороне.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
2. Демидович Б. Б., Немков В. С. Расчет цилиндрического индуктора с немагнитной загрузкой на ЭВМ. — В кн.: *◆◆◆◆◆*

УДК 621.318.3.013.001.24

## Расчет магнитного поля в обмоточной зоне П-образного электромагнита

ЗАГИРНЯК М. В., канд. техн. наук, БРАНСПИЗ Ю. А., инж.

Ворошиловград

При расчете и проектировании электромагнитов с П-образной магнитной системой возникает задача определения потокораспределения в обмоточной зоне (окне). Решение этой задачи известными методами построения картины поля [Л. 4] приводит к погрешностям (погрешность от замены намагничивающей катушки бесконечно тонким слоем тока и погрешность собственно построения картины поля). В то же время оптимальное проектирование электромагнитов должно базироваться на достаточно строгих исходных уравнениях и математических методах решения. Указанные выше погрешности приближенных методов, успешно используемых в предварительных проектных расчетах, при оптимальном проектировании могут привести к ложным результатам.

В статье поставленная задача решалась путем нахождения аналитического выражения для векторного потенциала в обмоточном окне по методу Роговского [Л. 5], при этом были сделаны следующие (общепринятые [Л. 1-6] для данного типа задач) допущения: магнитное поле в обмоточном окне является плосконарральльным; сталь магнитопровода имеет бесконечно большую магнитную проницаемость; электрический ток распределен по сечению катушки с равномерной плотностью; в воздушном зазоре между полюсными наконечниками на границе окна касательная к поверхности окна (тангенциальная) составляющая магнитной индукции постоянна.

Сечение обмоточного окна П-образного электромагнита при таких допущениях имеет вид, показанный на рис. 1,а. К расчету поля в таких граничных условиях, кроме поставленной задачи, сводится целый ряд других: расчет поля рассеяния в окне магнитной системы стержневого реактора с зазорами в ярмах, трансформатора с одной из обмоток на ярме, расчет поля в пазу электрической машины.

При бесконечно большой магнитной проницаемости стали влияние боковых стенок обмоточного окна ( $x = \pm s/2$ ) на поле векторного потенциала в рассматриваемой области будет идентично [Л. 5] влиянию бесконечного ряда катушек с теми же размерами, обтекаемых таким же током, что и катушки внутри обмоточного окна (рис. 1,б).

В полученной таким образом полосе  $0 \leq y \leq h$  с бесконечным рядом чередующихся катушек векторный потенциал  $A(x, y)$  описывается уравнением Пуассона:

$$\Delta A = -\mu_0 \delta, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха;  $\delta$  — плотность тока в рассматриваемой полосе, характер распределения которой показан на рис. 1,в.

Величина  $\delta$  не зависит от координаты  $y$  и периодически изменяется в зависимости от  $x$ , поэтому ее можно представить в виде ряда Фурье:

$$\delta(x) = 2\delta_0 \left\{ \frac{b}{s} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] \cos \frac{2n\pi}{s} x \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\delta_0$  — плотность тока в проводниках.

Промышленное применение токов высокой частоты. — Л.: Машгипростроеине, 1975.

3. Павлов Н. А., Карпенкова О. И. Применение метода комплексных индукторных связей для расчета индукторов с нелинейной загрузкой. — Электричество, 1977, № 10.

4. Тозони О. В., Майергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974.

5. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — Л.: Госэнергоиздат, 1948.

6. Слугоцкий А. Е., Рыскин С. Е. Индукторы для индукционного нагрева. — Л.: Энергия, 1974.

7. Родигин Н. М. Индукционный нагрев стальных изделий. — М.: Металлургиздат, 1950.

8. Foelsch K. Magnetfeld und Induktivität einer zylindrischen Spule. — Archiv für Elektr., 1936, Bd 30.

9. Луки С., Немков В. С. Аналитический расчет цилиндрических индукционных систем. — Электричество, 1978, № 6.

[18.07.79]

◆◆◆◆◆

Поскольку при  $y=0$  мы имеем стальную поверхность, магнитная проницаемость которой бесконечно велика, то тангенциальная составляющая вектора магнитной индукции  $B_t$  на этой поверхности будет равна нулю.

Граница исследуемой области при  $y=h$  состоит из воздушных промежутков, на которых тангенциальная составляющая вектора  $B$  постоянна, что следует из четвертого допущения, и стальных участков, где тангенциальная составляющая вектора  $B$  равна нулю. Распределение тангенциальной составляющей вектора магнитной индукции  $B_t$  при  $y=h$  показано на рис. 1,г.

Таким образом, граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0; \\ \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_{y=h} &= B_0 - \frac{d}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2B_0}{n\pi} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) \cos \left( \frac{2n\pi}{s} x \right), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $B_0$  — тангенциальная составляющая магнитной индукции в воздушном зазоре между полюсными наконечниками.

Векторный потенциал  $A(x, y)$  должен удовлетворять уравнению (1), где  $\delta$  определяется по (2), поэтому в выражении для  $A(x, y)$  члены, зависящие от  $x$ , могут быть только косинусоидальными функциями. Кроме того, вторые производные по  $y$  должны равняться постоянной величине или содержать члены, являющиеся периодическими функциями  $x$ . Следовательно, выражение для векторного потенциала может быть представлено в виде

$$A(x, y) = K + K_1 y + K_2 y^2 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y) \cos \frac{2n\pi}{s} x, \quad (4)$$

где  $K, K_1, K_2$  — некоторые постоянные;  $Y_n(y)$  — некоторая функция  $y$ .

Вид функции  $Y_n(y)$  и выражение для  $K_2$  можно найти дифференцированием (4) и подстановкой вторых производных соответственно по  $x$  и  $y$  в (1).

Решая совместно полученное таким путем уравнение для векторного потенциала и уравнение (3), находим как значение  $B_0$ , так и значения других постоянных. В результате формула (4) для векторного потенциала поля в окне П-образного электромагнита преобразуется к виду:

$$A(x, y) = K - \mu_0 \delta_0 \frac{b}{s} y^2 - \mu_0 \delta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2bhs}{(n\pi)^2 d} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right)}{\operatorname{sh} \left( 2n\pi \frac{h}{s} \right)} \operatorname{ch} \left( \frac{2n\pi y}{s} \right) + \frac{1}{2} \frac{s^2}{(n\pi)^3} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) x \right] \right\}.$$

$$-\frac{2b}{s} \left. \right] \left. \right\} \cos \left( \frac{2n\pi}{s} x \right). \quad (5)$$

Выражение (5) дает широкие возможности для анализа и расчета распределения магнитных потоков внутри обмоточного окна электромагнитной системы с П-образным магнитопроводом. Получим на основе (5) выражение для приведенной проводимости потока рассеяния (потока, замыкающегося внутри обмоточного окна) и оценим корректность общепринятого допущения о замене намагничивающей катушки бесконечно тонким слоем тока применительно к решению этой задачи.

Поток рассеяния, с которым сцеплен элементарный ток  $d \cdot dx \cdot dy$ , расположенный в произвольной точке  $S(x, y)$  (как максимальное значение той доли полного потока в обмоточном окне, с которой сцеплен этот ток), равен [Л. 6]:

$$\Phi_s(x, y) = A(x, y) - A_{\min}. \quad (6)$$

Очевидно,  $\Phi_s(x, y)$  — поток, прописывающий линию, которая соединяет точку  $S(x, y)$  с точкой  $(x=0, y=h)$ , где векторный потенциал, определяемый выражением (5) минимален:

$$A_{\min} = K - \mu_0 \delta_0 \frac{b}{s} h^2 - \mu_0 \delta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2bhs}{(n\pi)^2 d} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{cth} \left( 2n\pi \frac{h}{s} \right) + \frac{1}{2} \frac{s^2}{(n\pi)^3} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] \right\}. \quad (7)$$

Доля потокосцепления, рассеяния, вносимая рассматриваемым элементом,

$$d^2 \Psi_s(x, y) = \Phi_s(x, y) \frac{dx \cdot dy}{2bh}. \quad (8)$$

Полное потокосцепление, образованное потоками рассеяния, определяется интегрированием (8) по сечению обмоток:

$$\Psi_s = \frac{1}{2bh} \int_0^h \left[ \int_{-s/2}^{-s/2+b} \Phi_s(x, y) dx + \int_{s/2-b}^{s/2} \Phi_s(x, y) dx \right] dy. \quad (9)$$

Подставляя в (9) формулы (5) — (7), после преобразований получаем выражение для потокосцепления рассеяния:

$$\Psi_s = \frac{2}{3} \mu_0 \delta_0 \frac{b}{s} h^2 + \mu_0 \delta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2bhs}{(n\pi)^2 d} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) \times \\ \times \operatorname{cth} \left( 2n\pi \frac{h}{s} \right) + \mu_0 \delta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s^2}{2(n\pi)^3} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{s}{n\pi d} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) + \frac{s}{2n\pi b} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (10)$$

тогда приведенная по потокосцеплениям проводимость рассеяния равна:

$$G_s = \frac{\Psi_s}{2b \delta_0} = \frac{1}{3} \mu_0 \frac{h}{s} + \mu_0 \frac{s}{d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \times \\ \times \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) \operatorname{cth} \left( 2n\pi \frac{h}{s} \right) + \mu_0 \frac{s^2}{4bh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^3} \times \\ \times \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] \left\{ \frac{s}{n\pi d} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) + \right. \\ \left. + \frac{s}{2n\pi b} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] + 1 \right\}. \quad (11)$$

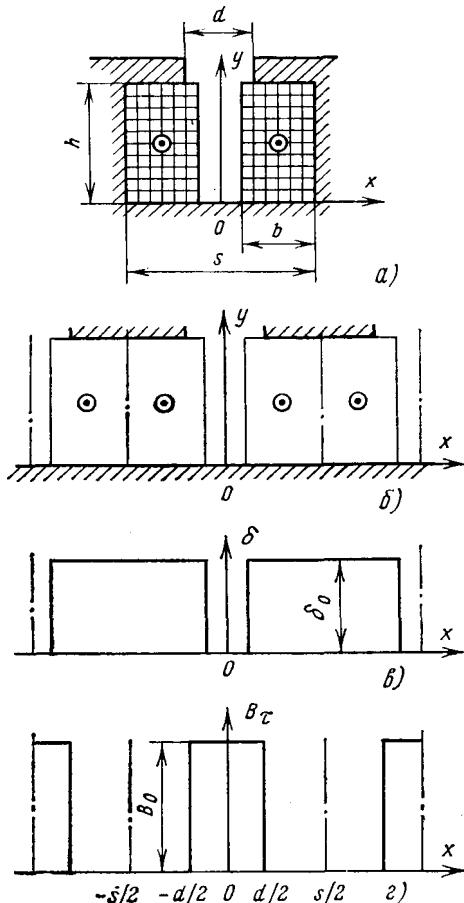


Рис. 1.

При полном заполнении обмоточного окна катушками ( $b = s/2$ ), что имеет место в тяговых электромагнитах, в пазах электрических машин, выражение (11) примет вид:

$$G'_s = \frac{1}{3} \mu_0 \frac{h}{s} + \mu_0 \frac{s}{d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) \times \\ \times \operatorname{cth} \left( 2n\pi \frac{h}{s} \right), \quad (12)$$

строго согласующийся с известной формулой [Л. 6].

Из сопоставления (11) и (12) видим, что последнее слагаемое в (11) учитывает влияние на проводимость рассеяния межкатушечного зазора. Обозначим это слагаемое  $G''_s$ , тогда

$$G_s = G'_s + G''_s. \quad (13)$$

Расчет проводимости  $G'_s$  по (12) существенных трудностей не представляет [Л. 6]. Для упрощения вычисления

$$G''_s = \mu_0 \frac{s^2}{4bh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^3} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{s}{n\pi d} \sin \left( n\pi \frac{d}{s} \right) + \frac{s}{2n\pi b} \sin \left[ n\pi \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) \right] + 1 \right\} \quad (14)$$

были проведены преобразования тригонометрических сумм. В результате

$$G''_s = \mu_0 \frac{s^2}{4bh} \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \frac{d^2}{s^2} \right) \left( 1 - \frac{2b}{s} \right) + \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{12} \frac{s}{b} - \frac{1}{4} \right) \left( 1 - \frac{2b}{s} \right)^2 - \frac{s}{6b} \left( 1 - \frac{2b}{s} \right)^3 + \right. \\ \left. + \frac{s}{12b} \left( 1 - \frac{2b}{s} \right)^4 + \frac{s}{12d} \left[ \left( \frac{d}{s} + \frac{2b}{s} - 1 \right)^3 - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{d}{s} + \frac{2b}{s} - 1 \right)^4 \right] \right]$$

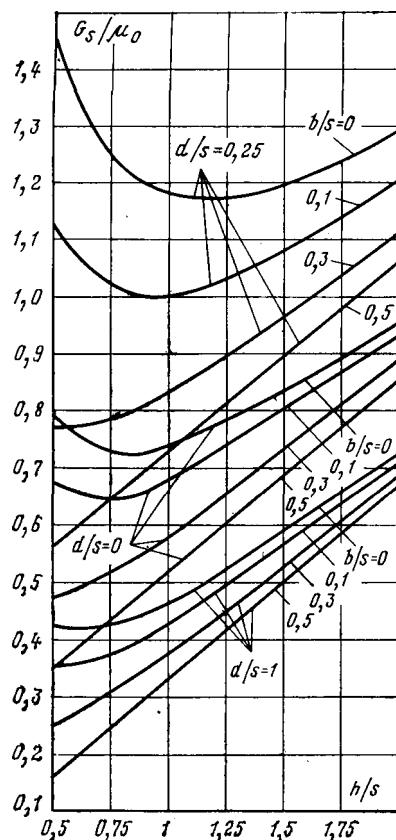


Рис. 2.

$$-\frac{s}{12d} \left( \frac{d}{s} + 1 - \frac{2b}{s} \right)^3 \Big]. \quad (15)$$

Расчет проводимости для потоков рассеяния в окне П-образного электромагнита известным методом построения картины поля по лежащей в его основе математической модели адекватен расчету по выражению (13) при условии бесконечно малой ширины намагничивающей катушки, т. е. при  $b \rightarrow 0$  (рис. 1, а). В этом случае формула (12) для определения  $G'_s$  остается неизменной, а выражение (15) для  $G''_s$  преобразуется к виду:

$$G''_{s0} = \lim_{b \rightarrow 0} G''_s = \mu_0 \frac{s}{4h} \left( \frac{d}{2s} + \frac{s}{2d} - \frac{d^2}{6s^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (16)$$

По формулам (12), (13), (15), (16) были рассчитаны приведенные проводимости рассеяния в электромагнитных системах реальных промышленных образцов подвесных железоотделителей (см. таблицу). Как видно из таблицы, при решении рассматриваемой задачи замена намагничивающей катушки бесконечно тонким слоем тока с той же м. д. с. приводит в ряде случаев к существенной (до 16%) погрешности. В свою очередь эта погрешность расчета в сумме с погрешностью от

Тип железо-отделителей	Геометрические параметры			Приведенная проводимость		Погреш-ность, %
	$h/s$	$d/s$	$b/s$	$(G'_s + G''_s)/\mu_0$	$(G'_s + G''_{s0})/\mu_0$	
ЭП 1М	1,85	0,81	0,34	0,686	0,746	+8,8
ЭП 2М	1,76	0,86	0,4	0,634	0,702	+10,7
ЭПР 120А	1,63	0,74	0,46	0,622	0,712	+14,5
ЭПР 160Д	1,57	0,71	0,48	0,612	0,711	+16,2

собственно построения картины поля при оптимальном проектировании электромагнитов может привести к ложным по оптимальности результатам.

Для предварительной оценки корректности указанного общепринятого допущения при решении подобного типа задач и возможности проведения расчетов вручную на рис. 2 даны зависимости приведенной проводимости рассеяния в окне П-образной электромагнитной системы от геометрических параметров (при изменении их в практически встречающихся диапазонах).

Отметим, что зависимости на рис. 2 при  $d/s = 1$  относятся к представляющему практический интерес случаю (расчет приведенной проводимости рассеяния в обмоточном окне при отсутствии перекрытия катушек полюсными наконечниками, расчет приведенной проводимости рассеяния открытого паза электрической машины), при котором

$$G'_s = \frac{1}{3} \mu_0 \frac{h}{s},$$

что согласуется с известными результатами.

В заключение также отметим: на основе выражения (6) для векторного потенциала поля в обмоточном окне электромагнитной системы с П-образным магнитопроводом нетрудно получить строгие аналитические выражения для коэффициентов распределения проводимости рассеяния по участкам стали сердечника магнитопровода, что повысит корректность схем замещения [Л. 3 и 4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буль Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей. — М.: Энергия, 1964.
2. Буль Б. К., Карташян В. О., Сумцов В. Ф. К расчету электромагнитных систем подвесных железоотделителей. — «Электротехника», 1972, № 9.
3. Карташян В. О., Бычков Е. В., Нестеренко А. П. Уточненная схема замещения для расчета открытых П-образных магнитных систем подвесных железоотделителей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1974, № 12.
4. Уточненные схемы замещения для расчета открытых П-образных и Ш-образных магнитных систем магнитно-сепарирующих устройств/ Карташян В. О., Загирняк М. В., Бычков Е. В., Нестеренко А. П. — Изв. вузов. Горный журнал, 1978, № 2.
5. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. — М.: Энергия, 1970.
6. Долинский Ю. М. К расчету втяжных электромагнитов. — Вестник Харьковского политехнического института. Вопросы контактной аппаратуры автоматики, 1968, № 28, вып. 3.

[10.09.79]

УДК 621.365.001.24

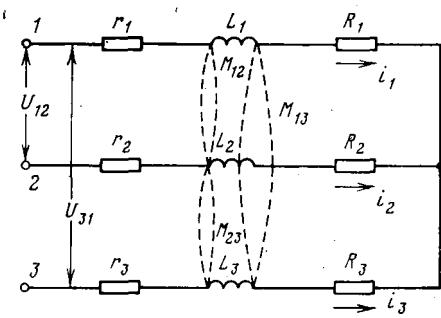
## Частотная передаточная функция для исследования САР руднотермической печи

МАКСИМОВ Н. П., СТЕПАНЯНЦ С. Л., кандидаты техн. наук

При создании и исследовании систем автоматического регулирования электрического режима руднотермических печей используются, как правило, приближенные передаточные функции объекта регулирования. Такое положение отчасти объясняется известными трудностями в нахождении точной передаточ-

ной функции трехфазной цепи с взаимоиндукцией фаз. Решение задачи упрощается при использовании бикомплексного исчисления [Л. 1 и 2], позволяющего представить передаточную функцию в бикомплексной форме.

При нахождении частотной передаточной функции учтены



вается, что указанный объект, электрическая схема замещения которого показана на рисунке, представляет собой многосвязную систему с гармонической модуляцией. Для представленной схемы объекта можно записать следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_{12} &= i_1 (r_1 + R_1) - i_2 (r_2 + R_2) + L_1 \frac{di_1}{dt} + \\ &+ M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} - \\ &- M_{12} \frac{di_1}{dt} - M_{23} \frac{di_3}{dt}; \\ u_{31} &= i_3 (r_3 + R_3) - i_1 (r_1 + R_1) + L_3 \frac{di_3}{dt} + \\ &+ M_{13} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} - L_1 \frac{di_1}{dt} - \\ &- M_{12} \frac{di_2}{dt} - M_{13} \frac{di_3}{dt}; \\ 0 &= i_1 + i_2 + i_3, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $u_{12}$ ,  $u_{31}$  — напряжения питания;  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  — токи фаз;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  — активные сопротивления фаз короткой и подводящей сетей;  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  — активные сопротивления фаз ванны печи;  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  — полные индуктивности фаз;  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{23}$  — взаимные индуктивности между фазами.

Введением малых приращений токов фаз и активных сопротивлений ванны печи система (1) линеаризуется. Преобразование линеаризованной системы дает совокупность дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_8 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + T_7 \frac{di_1}{dt} + i_1 &= -k_{11} \left( T_6 \frac{ds_1}{dt} + s_1 \right) + \\ &+ k_{12} \left( T_5 \frac{ds_2}{dt} + s_2 \right) + k_{13} \left( T_2 \frac{ds_3}{dt} + s_3 \right); \\ T_8 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + T_7 \frac{di_2}{dt} + i_2 &= -k_{22} \left( T_5 \frac{ds_2}{dt} + s_2 \right) + \\ &+ k_{21} \left( T_3 \frac{ds_1}{dt} + s_1 \right) + k_{23} \left( T_1 \frac{ds_3}{dt} + s_3 \right); \\ T_8 \frac{d^2 i_3}{dt^2} + T_7 \frac{di_3}{dt} + i_3 &= -k_{33} \left( T_4 \frac{ds_3}{dt} + s_3 \right) + \\ &+ k_{31} \left( T_2 \frac{ds_1}{dt} + s_1 \right) + k_{32} \left( T_1 \frac{ds_2}{dt} + s_2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  — перемещения электродов фаз, связанные соответственно с сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  соотношением  $R = ms$  ( $m$  — коэффициент пропорциональности).

Постоянные времени в совокупности уравнений (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23}}{r_1 + R_{10}}, \\ T_2 &= \frac{L_2 - M_{12} + M_{13} - M_{23}}{r_2 + R_{20}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{L_3 + M_{12} - M_{23}}{r_3 + R_{30}}; \quad T_4 = \frac{L_1 + L_2 - 2M_{12}}{r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}}; \\ T_5 &= \frac{L_1 + L_3 - 2M_{13}}{r_1 + r_3 + R_{10} + R_{30}}; \quad T_6 = \frac{L_2 + L_3 - 2M_{23}}{r_2 + r_3 + R_{20} + R_{30}}; \\ T_7 &= \frac{(r_1 + R_{10}) (L_2 + L_3 - 2M_{23}) + (r_2 + R_{20}) (L_1 + L_3 - 2M_{13}) +}{(r_1 + R_{10}) (r_2 + R_{20}) + (r_1 + R_{10}) (r_3 + R_{30}) +} \\ &\quad \rightarrow \frac{+ (r_3 + R_{30}) (L_1 + L_2 - 2M_{12})}{+ (r_2 + R_{20}) (r_3 + R_{30})}, \\ T_8 &= \sqrt{\frac{(L_1 - 2M_{13}) (L_2 - 2M_{23}) + L_3 (L_1 + L_2 - 2M_{12}) -}{(r_1 + R_{10}) (r_2 + R_{20}) + (r_1 + R_{10}) (r_3 + R_{30}) +} \\ &\quad \rightarrow \frac{-(M_{12} - M_{13} - M_{23})^2}{+ (r_2 + R_{20}) (r_3 + R_{30})}}, \end{aligned}$$

где  $R_{10}$ ,  $R_{20}$ ,  $R_{30}$  — установившиеся значения активных сопротивлений фаз ванны печи.

Полученные изложенные выше способом выражения для коэффициентов передачи  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{13}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{21}$ ,  $k_{23}$ ,  $k_{33}$ ,  $k_{31}$ ,  $k_{32}$  в совокупности уравнений (2) недействительны для систем трехфазных токов. Действительные выражения можно найти иным путем. Для этого записывается система уравнений:

$$\begin{aligned} U_m \sin \omega_0 t &= i_1 (r_1 + R_{10}) - i_2 (r_2 + R_{20}) + L_1 \frac{di_1}{dt} + \\ &+ M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} - \\ &- M_{12} \frac{di_1}{dt} - M_{23} \frac{di_3}{dt}; \\ U_m \sin (\omega_0 t - 240^\circ) &= i_3 (r_3 + R_{30}) - i_1 (r_1 + R_{10}) + \\ &+ L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{13} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} - L_1 \frac{di_1}{dt} - \\ &- M_{12} \frac{di_2}{dt} - M_{13} \frac{di_3}{dt}; \\ 0 &= i_1 + i_2 + i_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $U_m$  и  $\omega_0$  — амплитуда и угловая частота питающего напряжения.

Решение системы (3) дает выражения для трехфазных токов. Амплитудные значения вынужденных составляющих этих токов будут равны:

$$\begin{aligned} I_{1m} &= \frac{U_m}{2} \sqrt{\frac{z_{23}^2 + z_{41}^2}{z_{41}^4 + z_{23}^4}} = f_1 (R_{10}; R_{20}; R_{30}); \\ I_{2m} &= \frac{U_m}{2} \sqrt{\frac{z_{25}^2 + z_{61}^2}{z_{41}^4 + z_{25}^4}} = f_2 (R_{10}; R_{20}; R_{30}); \\ I_{3m} &= \frac{U_m}{2} \sqrt{\frac{z_{27}^2 + z_{81}^2}{z_{41}^4 + z_{27}^4}} = f_3 (R_{10}; R_{20}; R_{30}), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} z_1 &= [(r_1 + R_{10}) (r_2 + R_{20}) + (r_1 + R_{10}) (r_3 + R_{30}) + \\ &+ (r_2 + R_{20}) (r_3 + R_{30}) - \omega_0^2 (M_1 M_2 + M_1 M_3 + M_2 M_3)]^{1/2}; \\ z_2 &= [(r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}) \omega_0 M_3 + (r_1 + r_3 + R_{10} + R_{20}) \omega_0 M_2 + \\ &+ (r_2 + r_3 + R_{20} + R_{30}) \omega_0 M_1]^{1/2}; \\ z_3 &= \omega_0 (2M_3 + M_2) - \sqrt{3} (r_2 + R_{20}); \\ z_4 &= 3\omega_0 M_2 + r_2 + R_{20} + 2(r_3 + R_{30}); \\ z_5 &= \omega_0 (2M_3 + M_1) + \sqrt{3} (r_1 + R_{10}); \\ z_6 &= \sqrt{3} \omega_0 M_1 - r_1 - R_{10} - 2(r_3 + R_{30}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_7 &= \omega_0 (M_1 - M_2) + \sqrt{3} (r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}); \\
 z_8 &= r_1 - r_2 + R_{10} - R_{20} - \sqrt{3} \omega_0 (M_1 + M_2); \\
 M_1 &= L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23}; \\
 M_2 &= L_2 - M_{12} + M_{13} - M_{23}; \\
 M_3 &= L_3 + M_{12} - M_{13} - M_{23}.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты передачи в совокупности уравнений (2) будут:

$$k_{jj} = m \frac{\partial I_{jm}}{\partial R_{j0}}, \quad k_{ji} = m \frac{\partial I_{jm}}{\partial R_{i0}}.$$

Частные производные имеют выражения:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_{1m}}{\partial R_{10}} &= \frac{U_m [(r_2 + r_3 + R_{20} + R_{30}) z^2_1 + \omega_0 (M_2 + M_3) z^2_2] (z^2_3 + z^2_4)^{1/2}}{2 (z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{1m}}{\partial R_{20}} &= \frac{U_m \{2 [2 (r_2 + R_{20}) + r_3 + R_{30} - \sqrt{3} \omega_0 M_3] (z^4_1 + z^4_2)^{1/2} \times}{2 (z^2_3 + z^2_4)^{1/2}} \\
 &\rightarrow \frac{+ z^4_2) - [(r_1 + R_{10} + r_3 + R_{30}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_3) z^2_2] (z^2_3 + z^2_4)^{1/2}}{(z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{1m}}{\partial R_{30}} &= \frac{U_m \{2 [2 (r_3 + R_{30}) + r_2 + R_{20} + \sqrt{3} \omega_0 M_2] (z^4_1 + z^4_2)^{1/2} \times}{2 (z^2_3 + z^2_4)^{1/2}} \\
 &\rightarrow \frac{- [(r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_2) z^2_2] (z^2_3 + z^2_4)^{1/2}}{(z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{2m}}{\partial R_{20}} &= \frac{U_m [(r_1 + r_3 + R_{10} + R_{30}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_3) z^2_2] (z^2_5 + z^2_6)^{1/2}}{2 (z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{2m}}{\partial R_{30}} &= \frac{U_m \{2 [2 (r_3 + R_{30}) + r_1 + R_{10} - \sqrt{3} \omega_0 M_1] (z^4_1 + z^4_2)^{1/2} \times}{2 (z^2_5 + z^2_6)^{1/2}} \\
 &\rightarrow \frac{- [(r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_2) z^2_2] (z^2_5 + z^2_6)^{1/2}}{(z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{3m}}{\partial R_{20}} &= \frac{U_m [(r_1 + r_2 + R_{10} + R_{20}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_2) z^2_2] (z^2_7 + z^2_8)^{1/2}}{2 (z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{3m}}{\partial R_{10}} &= \frac{U_m \{2 [2 (r_1 + R_{10}) + r_2 + R_{20} - \sqrt{3} \omega_0 M_2] (z^4_1 + z^4_2)^{1/2} \times}{2 (z^2_7 + z^2_8)^{1/2}} \\
 &\rightarrow \frac{- [(r_2 + r_3 + R_{20} + R_{30}) z^2_1 + \omega_0 (M_2 + M_3) z^2_2] (z^2_7 + z^2_8)^{1/2}}{(z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}; \\
 \frac{\partial I_{3m}}{\partial R_{20}} &= \frac{U_m \{2 [2 (r_2 + R_{20}) + r_1 + R_{10} + \sqrt{3} \omega_0 M_1] (z^4_1 + z^4_2)^{1/2} \times}{2 (z^2_7 + z^2_8)^{1/2}} \\
 &\rightarrow \frac{- [(r_1 + r_3 + R_{10} + R_{30}) z^2_1 + \omega_0 (M_1 + M_3) z^2_2] (z^2_7 + z^2_8)^{1/2}}{(z^4_1 + z^4_2)^{3/2}}.
 \end{aligned}$$

Найдем частотную передаточную функцию объекта по каналу «перемещение первого электрода — ток первого электрода», для которого согласно (2) справедливо уравнение:

$$T^2 s \frac{d^2 i_1}{dt^2} + T_7 \frac{di_1}{dt} + i_1 = -k_{11} \left( T_6 \frac{ds_1}{dt} + s_1 \right) \quad (4)$$

Допустим теперь, что на входе звена имеется бигармоническое воздействие  $s_1 = S_{1mm} \sin \Omega t \sin \omega_0 t$ , а на выходе в установившемся режиме бигармоническая функция  $i_1 = I_{1mm} \sin (\Omega t + \psi) \sin (\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $S_{1mm}$ ,  $I_{1mm}$  — амплитуды огибающих (сигналов);  $\Omega$  — угловая частота огибающих.

Воспользуемся бикомплексным изображением векторных функций [Л. 1 и 2], тогда

$$s_1 = S_{1mm} e^{i \Omega t} e^{j \omega_0 t}, \quad i_1 = I_{1mm} e^{i (\Omega t + \psi)} e^{j (\omega_0 t + \varphi_0)}. \quad (5)$$

Из (5) определим производные:

$$\frac{ds_1}{dt} = (i \Omega + j \omega_0) S_{1mm} e^{i \Omega t} e^{j \omega_0 t};$$

$$\frac{di_1}{dt} = (i \Omega + j \omega_0) I_{1mm} e^{i (\Omega t + \psi)} e^{j (\omega_0 t + \varphi_0)};$$

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} = (i \Omega + j \omega_0)^2 I_{1mm} e^{i (\Omega t + \psi)} e^{j (\omega_0 t + \varphi_0)}.$$

Подставив значения входной и выходной величин и их производных в (4) и сократив на общий множитель  $e^{i \Omega t} e^{j \omega_0 t}$ , найдем частотную передаточную функцию в бикомплексной форме:

$$\begin{aligned}
 W_{11} (i \Omega + j \omega_0) &= \frac{I_{1mm}}{S_{1mm}} e^{i \psi} e^{j \varphi_0} = \\
 &= \frac{-k_{11} [1 + T_6 (i \Omega + j \omega_0)]}{1 + T_7 (i \Omega + j \omega_0) + T^2_8 (i \Omega + j \omega_0)^2}.
 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$\text{mod } W_{11} (i \Omega + j \omega_0) = |W_{11} (i \Omega + j \omega_0)| = \frac{I_{1mm}}{S_{1mm}};$$

$$\arg W_{11} (i \Omega + j \omega_0) = \psi + \varphi_0.$$

Передаточную функцию (6) можно представить в виде:

$$W_{11} (i \Omega + j \omega_0) = a + jb + ic + kd,$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  есть функция  $\Omega$  и  $\omega_0$ .

В случае  $ad = bc$  будем иметь:

$$\begin{aligned}
 \varphi_0 &= \arctg \frac{b}{a}; \\
 \psi &= \arctg \frac{c^2 + d^2}{a^2 + b^2}. \quad \left. \right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

При  $ad \neq bc$  аргумент передаточной функции необходимо искать из выражения:

$$\operatorname{tg} (\psi + \varphi_0) = \frac{A_1 \sin (\psi_1 + \varphi_0) + A_2 \sin (\psi_2 + \varphi_{20})}{A_1 \cos (\psi_1 + \varphi_{10}) + A_2 \cos (\psi_2 + \varphi_{20})},$$

где  $A_1$ ,  $A_2$  — модули бикомплексных чисел, удовлетворяющих условиям:

$$a_1 d_1 = b_1 c_1; \quad a_2 d_2 = b_2 c_2; \quad a_1 + a_2 = a;$$

$$b_1 + b_2 = b; \quad c_1 + c_2 = c; \quad d_1 + d_2 = d;$$

$\varphi_{10} \varphi_{20} \psi_1 \psi_2$  определяются согласно (7).

Полученная в такой форме передаточная функция позволяет наглядно представить частотные свойства звена с модулированным сигналом на бикомплексной плоскости.

Следует отметить, что частотные характеристики на бикомплексной плоскости для рассматриваемого объекта не представляют особого теоретического интереса. Гораздо важнее проанализировать общие закономерности и свойства этих характеристик для типовых звеньев с модулированным сигналом, что может быть предметом отдельных исследований. Однако полученная в таком виде передаточная функция рассматриваемого объекта позволяет сделать вывод о возможности аналогичного подхода к решению задачи для звеньев с несимметричной относительно несущей частоты передаточной функцией. Как известно, определение частотной передаточной функции таких звеньев только по огибающей модулированного сигнала требует установки на выходе динамического звена синхронного детектора, а техническая реализация такого варианта не для всех звеньев выполнима [Л. 3]. В то же время представление частотной передаточной функции звена с модулированным сигналом в какой-либо системе в бикомплексном виде приводит к бикомплексному изображению частотной передаточной функции всей системы, что вызывает необходимость поиска нового частотного критерия устойчивости системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луковников В. И. Основы бикомплексного исчисления и его применение к расчету электромеханических систем с модуляцией. — Электричество, 1978, № 2.

2. Луковников В. И. Символический метод расчета харак-

теристик электродвигателя колебательного движения. — Электричество, 1978, № 4.

3. Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1966.

[26.07.79]

УДК 621.316.4

## Оптимизация энергетических режимов ферромагнитного удвоителя частоты с ортогональным управлением

БОГАЧЕНКОВ А. Н., НОВОЖИЛОВ О. П.

Москва

Ферромагнитные умножители частоты находят применение в электро- и радиоустановках в качестве источников напряжения повышенной частоты для питания электронных узлов аппаратуры, электродвигателей, различных исполнительных механизмов. Большой интерес представляют известные сравнительно давно, но малоизученные ферромагнитные умножители частоты с ортогонально управляющими магнитными полями [Л. 1 и 2]. В статье рассматривается удвоитель частоты с бигармонической управляющей индукцией (или напряжением), схема которого приведена на рис. 1. К его достоинствам следует отнести простоту схемного решения, малый уровень побочных гармоник напряжения на нагрузке, достаточно жесткую внешнюю характеристику, хорошее согласование с источником входного напряжения.

Поскольку мощность в нагрузке ( $P_H$ ), коэффициент передачи мощности ( $K_p$ ) и к. п. д. ( $\eta$ ) являются одними из основных характеристик умножителей частоты, определяющих их массу и размеры, целесообразно оптимизировать энергетические режимы удвоителя частоты. Задача исследования состоит в отыскании режима работы и параметров схемы удвоителя, при которых его энергетические показатели ( $P_H$ ,  $K_p$ ,  $\eta$ ) максимальны.

Решим поставленную задачу в общем виде. Предположим, что ферромагнитный материал однороден и изотропен, не имеет потерь и во всем его объеме существуют взаимодействующие ортогональные поля. Для этого случая, как видно из векторной диаграммы, изображенной на рис. 2, справедливы следующие соотношения:

$$\frac{H_x}{B_x} = \frac{H_y}{B_y} = \frac{H}{B}; \quad B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}, \quad (1)$$

где  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$  — соответственно компоненты индукции и напряженности магнитного поля в направлении осей  $Ox$ ,  $Oy$  ( $Ox$  — входное направление,  $Oy$  — выходное направление). Взаимосвязь между величинами  $H$  и  $B$  в любом направлении  $Oz$  (см. рис. 2) задана однозначной функцией  $H=F(B)$  на интервале  $(-B_m, +B_m)$ , где  $B_m$  — предельно допустимое значение индукции, определяемое температурой нагрева или выходом из строя ферромагнетика. Возможная конструкция сердечника показана на рис. 3.

В установленном режиме на ферромагнетик воздействуют индукции

$$B_x = B_{x1} \cos \tau; \quad B_y = B_{y0} + B_{y2} \cos (2\tau + \Phi), \quad (2)$$

где  $B_{x1}$ ,  $B_{y2}$  — амплитуды входной и выходной индукций с частотами  $\omega$  и  $2\omega$ ;  $B_{y0}$  — постоянная составляющая индукции в выходном направлении;  $\tau = \omega t + \varphi_1$ ;  $\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2$ ;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  — начальные фазовые углы индукций.

С учетом выражений (1) и (2) найдем компоненты напряженности во входном и выходном направлениях:

$$H_x(\tau) = B_{x1} \cos \tau \frac{F[B(\tau)]}{B(\tau)}; \quad H_y(\tau) = -[B_{y0} + B_{y2} \cos (2\tau + \Phi)] \frac{F[B(\tau)]}{B(\tau)}, \quad (3)$$

где

$$B(\tau) = \sqrt{B_{x1}^2 \cos^2 \tau + [B_{y0} + B_{y2} \cos (2\tau + \Phi)]^2}. \quad (4)$$

На основании известных соотношений

$$U = WS \frac{dB}{dt}; \quad I = \frac{IH}{W} \quad (5)$$

и выражений (2) и (3) можно определить активные составляющие мощностей во входном  $P_{x\text{акт}}$  и выходном  $P_{y\text{акт}}$  направлениях:

$$P_{x\text{акт}} = \frac{1}{2} \omega B_{x1} H_{x1\text{кв}} V; \quad P_{y\text{акт}} = \frac{1}{2} 2\omega B_{y2} H_{y2\text{кв}} V, \quad (6)$$

где  $V$  — объем ферромагнитного материала  $V = l_x S_x = l_y S_y$ ,  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $S_x$ ,  $S_y$  — средние длины магнитных силовых линий и площади сечения ферромагнетика во входном и выходном направлениях;  $H_{x1\text{кв}}$ ,  $H_{y2\text{кв}}$  — амплитуды квадратурных по отношению к воздействующим индукциям (2) составляющих напряженностей магнитного поля, являющиеся коэффициентами ряда Фурье периодических функций (3)  $H_x(\tau)$ ,  $H_y(\tau)$  при  $-\sin \tau$  и  $-\sin (2\tau + \Phi)$  соответственно<sup>1</sup>:

$$H_{x1\text{кв}} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_x(\tau) \sin \tau d\tau; \quad H_{y2\text{кв}} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_y(\tau) \sin (2\tau + \Phi) d\tau. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться в том, что  $P_{x\text{акт}} + P_{y\text{акт}} = 0$ , т. е. ферромагнитный материал с однозначной характеристикой  $H=F(B)$  при удвоении частоты преобразует активную мощность с частотой  $\omega$  на частоту  $2\omega$  без потерь.

В дальнейшем преобразуемую мощность обозначим  $P = P_{x\text{акт}} = P_{y\text{акт}}$ .

<sup>1</sup> Следует отметить, что их наличие вызвано учетом реакции выходного колебания  $B_{y2} \cos (2\tau + \Phi)$ .

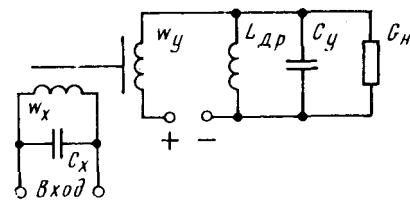


Рис. 1.

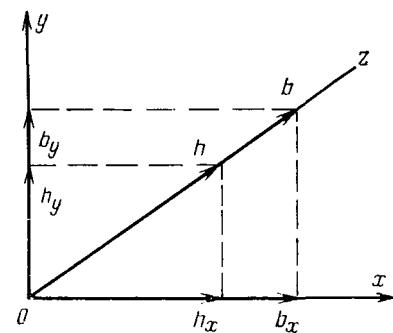


Рис. 2.

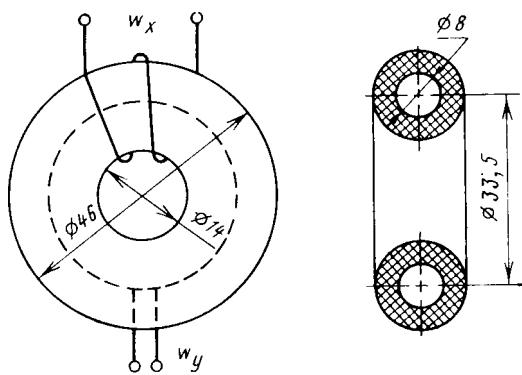


Рис. 3.

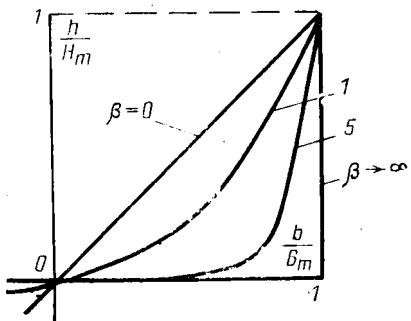


Рис. 4.

Как видно из выражений (6), (7), (3), (4), преобразуемая мощность при заданной характеристики  $H=F(B)$  является функцией четырех параметров:  $B_{x1}$ ,  $B_{y0}$ ,  $B_{y2}$ ,  $\Phi$ . Поэтому в общем случае, изменяя  $\Phi$  от 0 до  $2\pi$  и  $B_{x1}$ ,  $B_{y0}$ ,  $B_{y2}$  в пределах, не приводящих к нарушению соотношения

$$\max B(\tau) \leq B_m, \quad (8)$$

можно найти максимальное значение преобразуемой мощности. Так как преобразуемая мощность имеет тенденцию к росту при увеличении амплитуд воздействующих колебаний, то ее максимум следует искать при условии полного использования характеристики ферромагнитного материала по индукции, что соответствует знаку равенства в соотношении (8). Для этого случая амплитуды индукций  $B_{x1}$ ,  $B_{y2}$  могут быть определены из системы уравнений

$$B(\tau_m) = B_m; \quad B'(\tau_m) = 0,$$

где  $\tau_m$  — значения  $\tau$ , соответствующие наибольшему максимуму  $B(\tau)$ , причем  $B''(\tau_m) \leq 0$ .

Выражения искомых амплитуд имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_{x1}}{B_m} &= (A \cos \tau_m \sin \tau_m)^{-\frac{1}{2}}, \\ \frac{B_{y2}}{B_m} &= \{-2A [a + \cos(2\tau_m + \Phi)] \sin(2\tau_m + \Phi)\}^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $A = \operatorname{ctg} \tau_m - \frac{a + \cos(2\tau_m + \Phi)}{2 \sin(2\tau_m + \Phi)}$ ;

$$a = \frac{B_{y0}}{B_{y2}}; \quad \tau_m = 0 - \frac{\Phi}{2}.$$

Максимум преобразуемой мощности соответствуют оптимальные значения  $B_{x1}$ ,  $B_{y0}$ ,  $B_{y2}$ ,  $\Phi$  или оптимальный режим работы ферромагнетика. Для оптимального режима определяются суммарные мощности потерь во входной  $P_{x\pi}$  и выходной  $P_{y\pi}$  цепях, мощность подмагничивания  $P_0$ , энергетические показатели и эквивалентные индуктивности  $L_x$ ,  $L_y$  на частотах  $\omega$  и  $2\omega$  нелинейного ферромагнитного элемента. Если потери в нелинейном элементе заданы в виде активных проводимостей ( $G_x$ ,  $G_y$ ), подключенных параллельно входным и выход-

ным зажимам, то

$$P_{x\pi} = \frac{1}{2} (\omega W_x S_x B_{x1})^2 G_x; \quad P_{y\pi} = \frac{1}{2} (2\omega W_y S_y B_{y2})^2 G_y,$$

где  $W_x$  и  $W_y$  — витки первичной и вторичной обмоток.

Если потери представлены активными сопротивлениями  $R_x$ ,  $R_y$ , включенными последовательно со входной и выходной обмотками, мощности потерь следует рассчитывать по следующим формулам:

$$P_{x\pi} = \frac{l_x^2 R_x}{2\pi W_x^2} \int_{-\pi}^{\pi} H_x^2(\tau) d\tau; \quad P_{y\pi} = \frac{l_y^2 R_y}{2\pi W_y^2} \int_{-\pi}^{\pi} H_y^2(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Энергетические показатели удвоителя частоты выражаются через преобразуемую мощность в следующем виде:

$$P_{\pi} = P - P_{y\pi}; \quad K_p = \frac{P - P_{y\pi}}{P + P_{x\pi}}, \quad \eta = \frac{P - P_{y\pi}}{P + P_{x\pi} + P_{y\pi}}.$$

Воспользовавшись выражениями (5), (2), (3), найдем постоянную составляющую тока подмагничивания и эквивалентные индуктивности:

$$I_0 = \frac{l_y}{2\pi W_y} \int_{-\pi}^{\pi} H_y(\tau) d\tau; \quad (11)$$

$$L_x = \frac{W_x^2 S_x B_{x1}}{l_x H_{x1\sin}}; \quad L_y = \frac{W_y^2 S_y B_{y2}}{l_y H_{y2\sin}},$$

где  $H_{x1\sin}$ ,  $H_{y2\sin}$  — амплитуда синфазных с воздействующими индукциями (2) составляющих напряженности магнитного поля, которые являются коэффициентами ряда Фурье функций  $H_x(\tau)$ ,  $H_y(\tau)$  (3) при  $\cos \tau$  и  $\cos(2\tau + \Phi)$  соответственно и определяются выражениями

$$\begin{aligned} H_{x1\sin} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_x(\tau) \cos \tau d\tau; \quad H_{y2\sin} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_y(\tau) \cos(2\tau + \Phi) d\tau. \end{aligned}$$

Мощность подмагничивания определяется по известным током подмагничивания  $I_0$  в оптимальном режиме и сопротивлению обмотки подмагничивания после выбора параметров схемы удвоителя частоты.

Приведем результаты расчетов максимальной преобразуемой мощности  $P$ , эквивалентных индуктивностей  $L_x$ ,  $L_y$  и тока подмагничивания  $I_0$  для случая, когда характеристика ферромагнитного материала аппроксимируется следующей зависимостью:

$$\frac{H}{H_m} = \frac{B}{B_m} \exp \left[ \beta \left( \frac{B^2}{B_m^2} - 1 \right) \right], \quad (12)$$

где  $B_m$ ,  $H_m$  — предельно допустимые значения индукции и напряженности магнитного поля;  $\beta$  — коэффициент нелинейности:  $0 < \beta < \infty$ . На рис. 4 приведены зависимости (12) для некоторых значений  $\beta$ .

Для двух предельных случаев  $\beta \rightarrow 0$  и  $\beta \rightarrow \infty$  в результате асимптотической оценки интеграла (7) с учетом (3) и (12) получены следующие выражения преобразуемой мощности<sup>2</sup>:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{P}{P_0} &= \frac{3B_{x1}^2 B_{y0} B_{y2}}{B_m^4} \sin \Phi & \text{при } \beta \rightarrow 0, \\ \frac{P}{P_0} &= \frac{B_{x1}^2 \sin 2\tau_m}{B_m V - 2\pi \beta |B(\tau_m)|''} & \text{при } \beta \rightarrow \infty, \end{aligned} \right. \quad (13)$$

<sup>2</sup> Для  $\beta \rightarrow 0$  использовалось разложение экспоненциальной функции в подынтегральном выражении в ряд Тейлора, для  $\beta \rightarrow \infty$  — данные [Л. 3]. При этом в случае  $\beta \rightarrow 0$  коэффициент  $\beta$  имеет весьма малое, но конечное значение.

Для различных значений  $\beta$  на ЭВМ были проведены расчеты с вариацией параметров  $a$ ,  $\Phi$ ,  $\tau_m$ , в результате которых найдены максимальные значения преобразуемой мощности. Они приведены в виде зависимости  $P_{\max}/P_0 = f(\beta)$  на рис. 5а, где пунктирными линиями показаны асимптоты. Оптимальные амплитуды входной и выходной индукций от  $\beta$  практически не зависят и составляют:

при  $\beta \rightarrow 0$ :  $B_{x1} = 0,990B_m$ ;  $B_{y2} = 0,479B_m$ ,  
при  $\beta \rightarrow \infty$ :  $B_{x1} = 0,999B_m$ ;  $B_{y2} = 0,481B_m$ .

Для найденных оптимальных режимов по формулам (11) были рассчитаны постоянная составляющая тока подмагничивания и эквивалентные индуктивности. Результаты расчетов представлены на рис. 5б, где

$$L_{0x} = \frac{W_x^2 S_x B_m}{I_x H_m}; \quad L_{0y} = \frac{W_y^2 S_y B_m}{I_y H_m}; \quad I_{0y} = \frac{I_y H_m}{W_y}.$$

Оптимальный режим работы ферромагнетика достигается выбором размеров сердечника и параметров внешних по отношению к нему электрических цепей и состоит в следующем.

1. Обычно активная составляющая мощности в нагрузке известна. Необходимую мощность преобразования можно принять равной  $(1,1-1,2)P_0$ . По необходимой мощности преобразования и полученному в результате расчетов максимальному значению удельной преобразуемой мощности при известных  $\beta$ ,  $B_m$ ,  $H_m$  определяется объем материала сердечника. В качестве сердечника целесообразно использовать битор (рис. 3), так как во всем его объеме существуют ортогонально управляющие магнитные поля. Размеры битора при заданном объеме ферромагнитного материала выбираются так, чтобы получить по возможности больший объем меди входных и выходных обмоток, а также обмотки подмагничивания, если она имеется.

2. Так как обычно входное напряжение ( $U_{bx}$ ), активная составляющая проводимости нагрузки ( $G_n$ ) и максимальная мощность в ней (а, следовательно, и напряжение на нагрузке) заданы, то из соотношений

$$\sqrt{2} U_{bx} = \omega W_x S_x B_{x1}, \quad P_n = \frac{1}{2} (2\omega W_y S_y B_{y2})^2 G_n$$

определяются числа витков входной ( $W_x$ ) и выходной ( $W_y$ ) обмоток.

3. Емкости конденсаторов  $C_x$ ,  $C_y$  определяются из условий баланса реактивных мощностей на частотах  $\omega$  и  $2\omega$ :

$$\omega C_x = (\omega L_x)^{-1} + b_n = 0;$$

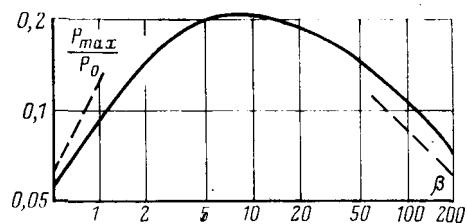
$$2\omega C_y = (2\omega L_{dy})^{-1} - (2\omega L_y)^{-1} + b_n = 0,$$

где  $b_n$ ,  $b_n$  — реактивные составляющие проводимости источника входного напряжения и нагрузки.

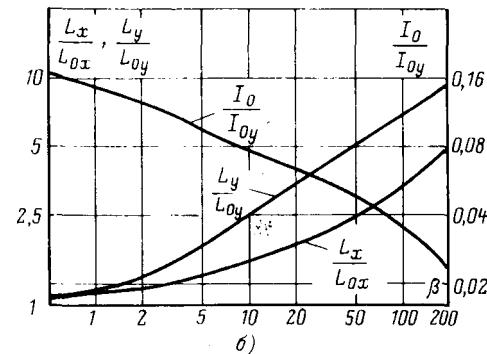
Следует отметить, что настройка в резонанс на частоту  $\omega$  входного контура (введение  $C_x$ ) позволяет увеличить  $\cos \varphi$  и уменьшить мощность источника входного напряжения.

4. Источник подмагничивания и его параметры выбираются таким образом, чтобы обеспечить ток подмагничивания  $I_0$ .

С целью проверки теоретических результатов проводились экспериментальные исследования удвоителя частоты на сердечнике типа битор из феррита марки 2000НМ с размерами, указанными на рис. 3 ( $V = 1,36 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ ). Входная обмотка ( $W_x$ ) является внешней и имеет 200 витков, выходная ( $W_y$ ) расположена внутри сердечника и содержит 50 витков. Частота входного напряжения равна 1000 Гц. На этой частоте снимались характеристики намагничивания, которые аппроксимировались зависимостью (12), где  $B_m = 0,38 \text{ Тл}$ ,  $H_m = 4000 \text{ А/м}$ .



a)



б)

Рис. 5.

$\beta = 4$ . Контроль за использованием характеристики намагничивания осуществлялся по напряженности магнитного поля. Для этого последовательно с обмотками  $W_x$  и  $W_y$  включались дополнительно измерительные резисторы с малым сопротивлением. Напряжения, пропорциональные протекающим токам, а, следовательно, напряженности магнитного поля, подавались на входы  $X$  и  $Y$  осциллографа. Максимальное отклонение луча в процессе настройки поддерживалось постоянным. Удвоитель частоты настраивался на максимум мощности в нагрузке, что также соответствовало максимуму значений  $K_p$  и  $\eta$ .

Ниже приведены расчетные и экспериментальные данные

Параметры	$P_n$ , Вт	$K_p$	$\eta$ , %	$U_{bx}$ , В	$U_{by}$ , В	$C_y$ , мкФ	$I_0$ , А
Расчет	11,7	0,9	89	51	27,5	1,75	0,32
Эксперимент	10,5	0,82	80	50	25,5	2,2	0,69

При расчетах учитывались только потери в обмотках, которые определялись по формулам (10). Расхождение результатов расчета и эксперимента можно объяснить принятыми при моделировании удвоителя частоты допущениями, а также погрешностями аппроксимации характеристики и измерений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Пат. 2445857 (США). Magnetic Frequency Changer/ McCleary H. J.
- Пат. 2883604 (США). Magnetic Frequency Changer/ Mortimer H. T.
- Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.

[30.05.79]



# Хроника

УДК 621.314(042)

## Заседание секции № 6 Научного совета по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» ОФПЭ АН СССР

(4—5 декабря 1979 г., Кишинев)

На заседании секции Научного совета «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» по теме «Новые аспекты технологии и применения полупроводниковых преобразователей энергии и информации» было заслушано 12 докладов, посвященных разработке и внедрению силовых полупроводниковых диодов на основе арсенида галия, кремниевых фотоприемников для оптоэлектронных устройств, детекторов рентгеновского излучения и термоэлектрических датчиков.

В обзорном докладе А. Г. Чебана (г. Кишинев) был дан анализ состояния и перспектив развития в областях: технологии изготовления полузализирующего теллурида кадмия и детекторов рентгеновского излучения на его основе исследования эффектов аномально фото- и фотомагнитных напряжений, технологии термоэлектрического микропровода, силовых полупроводниковых диодов на основе арсенида галия, технологии получения термоэлектрических материалов и приборов на их основе. Отмечены актуальность исследования в этих направлениях и определенные успехи в практическом внедрении новых видов технологий, приборов и аппаратов. Так, разработана технология эпитаксиального выращивания активной базы слабогетированного арсенида галия и формирования на его основе  $p-n$ -переходов, созданы первые экспериментальные образцы диодных структур со следующими параметрами: напряжение пробоя  $300 \pm 500$  В; быстродействие  $10^{-7}$  с; прямое падение напряжения  $1,6 \pm 2$  В при  $1000$  А/см<sup>2</sup>; прямой ток — 300 А; сохранение выпрямляющих свойств до температуры  $300^\circ\text{C}$ .

Разработке силовых диодов были также посвящены доклады В. В. Негрекула и др. (г. Кишинев) «Силовые полупроводниковые диоды на основе арсенида галия, полученные эпитаксией из газовой фазы» и Ю. В. Жиляева и др. (г. Ленинград) «Модуляция проводимости базовой области силовых диодов на основе арсенида галия, полученных эпитаксией из газовой фазы». Главный вывод из этих докладов заключается в том, что на основе арсенида галия можно создать приборы с  $p-n$ -переходами, основные параметры которых в совокупности значительно выше, чем у кремниевых. В перспективе рассматривается вопрос о создании быстродействующих высокотемпературных тиристоров на основе арсенида галия.

Вопросы создания и применения кремниевых фотоприемников были рассмотрены в докладе И. И. Ковалева и др. (г. Москва) «Исследование эксплуатационных характеристик кремниевых фотоприемников при работе в оптоэлектронных устройствах». В докладе показано, что перед кремниевыми преобразователями в настоящее время открываются большие возможности при использовании их в автоматике, счетно-решающей технике, метрологии, приборостроении, оптоэлектронных устройствах, робототехнике и т. п. Значительные успехи достигнуты в разработке технологии изготовления фотопреобразователей с определенными параметрами (высокое обратное сопротивление, быстродействие, оптимизированная спектральная характеристика и т. п.). Внедрение таких преобразователей в народное хозяйство страны позволяет получить годовой экономический эффект свыше 1 млн. руб.; однако потребности промышленности в фотопреобразователях не удовлетворяются.

В докладе С. С. Кабака и др. (г. Кишинев) «Аномальный фотовольтаический эффект и приборы на их основе» дан анализ физических исследований АФН-эффекта, технологии получения АФН-пленок на основе теллурида кадмия, влияния технологических факторов на физические параметры. Отме-

чено, что на основе этих исследований разработан ряд приборов: созданы фоточувствительные элементы для автоматических систем управления, разработана и изготовлена матрица фотоэлементов для систем моделирования искусственного глаза в робототехнике с чувствительностью  $5 \cdot 10^4$  В/Вт и плотностью 64 элемента на 1 см<sup>2</sup>, изготовлен фотомагнитный датчик постоянного магнитного поля, получены структуры с чувствительностью к перемещению светового пятна  $5 \times 10^5$  В/(Вт·мм).

В докладе З. М. Дащевского и В. А. Котельникова (г. Москва) «Пленочные датчики для измерения малых концентраций газов» рассмотрен детектор водорода, работающий на принципе термоэлектрической регистрации пленочного катализатора и процесса адсорбции атомов водорода на его поверхности, приводящий к выделению тепла за счет реакции рекомбинации. Минимальный поток водорода, регистрируемый детектором, равен  $10^{12}$  атомов/см<sup>2</sup>·с. Доклад Н. В. Коломойца и др. (г. Москва) «Пленочные и термомагнитные датчики с высокими выходными параметрами» был посвящен созданию датчиков для измерения малых концентраций газов, измерения теплового потока, лазерного и СВЧ излучений. В качестве термоэлектрических материалов в датчике использованы пленки высокоеффективных твердых растворов висмут — сурьма — теллур. В качестве термомагнитных материалов использованы пленки висмута, обладающие максимальной эффективностью при комнатной температуре.

В докладе А. С. Скорохватова и др. (г. Москва) «Полупроводниковые термоэлектрические преобразователи информации для медицины» рассмотрены вопросы разработки и внедрения серии датчиков медицинского назначения, работающие по принципу термоанемометра.

Полупроводниковые термоэлектрические преобразователи представляют интерес для медицины из-за высоких значений коэффициента термо-э. д. с., существенной температурной зависимости коэффициента удельного сопротивления, а также в силу технологических достижений по миниатюризации и увеличения прочности ветвей термоэлементов. Так, уже созданы датчики для пневмографии, изучения гемодинамики и ряда физиологических параметров человека.

Серия докладов была посвящена вопросам создания и внедрения полупроводниковых детекторов рентгеновского излучения. В докладе Л. С. Гаценко и др. (г. Москва) «Поверхностно-барьерные кремниевые фотоприемники и их применение» рассмотрены возможности использования поверхностно-барьерных детекторов системы «золото-кремний» в качестве приемников излучения в широком спектральном интервале. Предложено использовать эти детекторы в ультрафиолетовом диапазоне как для фотовольтаическом, так и в фотодиодных режимах, например, в фотометрах. Наибольшая чувствительность детекторов без смещения при длине волны 0,35 мкм составляет 95 мкА/мВт. Такие детекторы могут быть успешно применены для спектрометрии высокоенергетически заряженных частиц и регистрации рентгеновского и гаммаизлучений. В этом случае поверхностно-барьерные детекторы соединяются со сцинтилляторами с различными максимумами полос испускания или другими фоточувствительными слоями, например, люминофорами.

В докладе О. В. Захарчука и др. (г. Москва) «Рентгеновский спектрометр на основе охлаждаемых кремниевых  $p-i-n$ -детекторов» рассмотрен модуль детектирования для мягкого гамма- и рентгеновского излучений, включающий кремний — литиевый поверхностно-барьерный детектор и го-

ловной каскад предуспилителя. Модуль рассчитан на работу при температурах ниже 77 К. Такие детекторы предназначены для измерения и регистрации ядерных излучений, что особенно актуально в связи с широким применением радиоизотопных методов в различных областях науки и техники.

Доклады **Б. А. Никитина** и др. (г. Москва) «Гамма-детекторы на основе теллурида кадмия» и **И. В. Крецу** и др. (г. Кишинев) «Полуизолирующий теллурид кадмия для детекторов рентгеновского излучения» были посвящены разработке новых высокоеффективных материалов для полупроводниковых детекторов рентгеновского и гамма-излучений при комнатных температурах. Наиболее перспективным материалом для решения таких задач является в настоящее время теллурид кадмия. В процессе разработок были определены оптимальные условия для получения монокристаллов теллурида кадмия по методу Бриджмена — градиент температуры на фронте кристаллизации, скорость выращивания, максимальная температура расплава, температурный и временний профиль синтеза. Были получены монокристаллы диаметром до 40 мм. В зависимости от процентного содержания лигатуры удельное сопротивление кристаллов меняется в пределах от  $10^7$  до  $10^8$  Ом·см. На основе выращенных кристаллов изготовлены рентгеновские детекторы, которые пригодны для использования в томографии.

В решении, принятом секцией, отмечено, что внедрение новых полупроводниковых преобразователей энергии и информации в народное хозяйство и удовлетворение спроса на них возможно при создании соответствующей производственной базы и оснащении исследовательских подразделений современным технологическим и измерительным оборудованием и средствами управляюще-вычислительной техники.

Секция постановила рекомендовать для дальнейшего исследования следующие темы: разработку мощных тиратров на токи 25—300 А и напряжение 100—1000 В с быстрым действием в несколько микросекунд и внедрение их в производство, совершенствование технологии получения монокристаллов теллурида кадмия и создание высокочувствительных датчиков рентгеновского излучения на его основе, разработку и внедрение кремниевых фотопреобразователей приборного назначения, а также приборов, использующих эффекты аномально больших фото- и фотомагнитных напряжений; разработку метрологически чувствительных элементов на основе термоэлектрического микропровода в стеклянной изоляции; создание метрологических устройств на основе термоэлектрических и термомагнитных материалов для измерения физиологических параметров организма человека, малых концентраций газа, потоков тепла и излучения.

**БОРТНИКОВ Ю. С.**, канд. техн. наук



УДК 621.3.064.4:061.3

## V семинар по физике гашения дуги в выключателях высокого напряжения

(26—29 июня 1979 г., Москва)

На очередном семинаре, организованном Научно-исследовательским центром по испытанию высоковольтной аппаратуры Минэнерго СССР (НИЦ ВВА) было заслушано 25 докладов от 14 организаций. Пять организаций приняли участие в семинаре впервые, что свидетельствует о расширении круга организаций, соприкасающихся с проблемой гашения сильноточной электрической дуги, а также о признании положительной роли семинара.

В большинстве докладов рассматривались результаты экспериментальных исследований. Можно выделить следующие основные направления экспериментальных работ: электрический разряд в жидкости (2 доклада); разработка новых методов гашения электрической дуги (2 доклада); исследование влияния различных конструктивных факторов и параметров электрических схем на характеристики дугогасительных устройств конкретных аппаратов (8 докладов).

В докладе **Н. В. Шилина** и **В. П. Игнатко** (НИЦ ВВА) были приведены результаты экспериментальных исследований дуги переменного тока в больших объемах трансформаторного масла. Особый интерес представляет обнаружение в разряде при токах 70—110 кА аномально высоких напряженностей электрического поля (до 5,5 кВ/см) и скоростей роста напряжения вдали от «нуля тока» (до 0,5 кВ/мкс). Обнаружен квазистатический пик давления (до 3 МПа), соответствующий первому максимуму тока дуги, после которого давление снижается до 1—1,5 МПа и остается практически неизменным до 0,1 с. При токах 90—100 кА имеет место резкое (на порядок) увеличение мощности разряда.

В совместном докладе конструкторского бюро электротехники АИ УССР и Николаевского кораблестроительного института был представлен обзор работ, ведущихся в этих организациях по импульсному разряду в жидкости.

Доклад **В. Л. Королькова** и **О. Н. Фурса** (Томский институт высоких напряжений) был посвящен исследованиям по синхронизированному гашению дуги, горящей в трансформаторном масле (или в воде), с помощью взрыва. Использование воды вместо масла позволило провести скоростную киносъемку процесса расширения плотности, в которой сосредоточены продукты взрыва, сопровождающиеся гашением дуги.

Новый принцип гашения электрической дуги, основанный на принудительном задании винтовой формы дуги с малым

значением шага (0,5—2 см), был изложен в докладе **Э. А. Асиновского**, **А. А. Афанасьева** и **Е. П. Пахомова** (ИВТАП). Новый принцип экспериментально опробован на токах до 3 кА. Требуется дальнейшая экспериментальная и теоретическая работа по определению перспективности нового метода для гашения сильноточных дуг постоянного и переменного токов.

Вопросу изучения дуги в конкретных дугогасительных устройствах и влияния на ее характеристики различных конструктивных и других параметров были посвящены доклады: **Ю. И. Вишневского**, **В. П. Курицына**, **К. А. Позднякова**, **В. А. Соснина**, **В. С. Черемиса** и **С. И. Чумакова** (ПО «Электроаппарат» — ВЭИ) «Процесс гашения электрической дуги в элегазовых КРУ 110 кВ промышленной серии»; **К. А. Позднякова** (ВЭИ) «Влияние конструктивных параметров на характеристики автопневматических элегазовых выключателей»; **Л. В. Щеглова** (ПО УЭТМ) «Методика и результаты исследований по выявлению возможности повышения скорости восстановления напряжения, выдерживаемой дугогасительными устройствами продольного воздушного дутья»; **А. К. Курочкина** и **Ю. А. Никуева** (НИЦ ВВА) «Исследование путей увеличения дугогасительной способности выключателя ВВП-110» и «Статистический подход при сравнении вариантов дугогасителей для газовых выключателей»; **А. А. Попова**, **Н. В. Шилина** и **И. Л. Шлейфмана** (НИЦ ВВА) «Исследование влияния параметров восстанавливающегося напряжения на отключающую способность воздушных и масляных выключателей»; **А. А. Перцева**, **Л. Т. Гусевой**, **А. Е. Куликова** и **Л. А. Рыльской** (ВЭИ) «Вакуумная дугогасительная камера на 110 кВ»; **Е. А. Михайленко** и **В. М. Шевченко** (ДИИТ) «Опыт создания дугогасительных устройств для выключателей постоянного и переменного тока 3,6 и 10 кВ».

В докладе **Л. В. Щеглова** были представлены результаты подобных исследований, проведенных на дугогасительном устройстве воздушного выключателя с двухсторонним продольным дутьем при токах 40—50 кА. Исследования влияния геометрических размеров выхлопного тракта, конфигурации и материала сопл, конструкций контактов показали возможность увеличения отключающей способности выключателей схемы ВВН.

Результаты исследования, проводимого в связи с разработкой автопневматического дугогасительного устройства для по-

вой серии элегазовых ячеек ЯЭ-110, были отражены в докладе **Ю. И. Вишневского, В. П. Курицына** и др., в котором отмечено, что номинальный ток отключения выключателя ячейки ЯЭ-110 увеличен до 40 кА при давлении в резервуаре 0,7 МПа.

В докладе **Ф. М. Гайсина, Ф. А. Гизатулиной** и **Х. Г. Мухамадиевра** (КАИ) были сообщены результаты исследований влияния формы электродов на функцию распределения напряжения пробоя воздуха.

Важному и неоднократно обсуждавшемуся вопросу масштабного моделирования процессов дугогашения в выключателях с газовым дутьем был посвящен доклад **Г. А. Кукекова, В. В. Каплана, Г. С. Каплана** и **А. В. Шраменко** (ЛПИ), в котором рассмотрены экспериментально проверенные критерии подобия: при изменении линейных масштабов дугогашителя в  $\alpha$  раз ток и напряжение должны быть уменьшены в соотношении  $\alpha^{3/2}$  и  $\alpha^{1/2}$ , а частота тока должна быть увеличена в  $\alpha$  раз.

Переходя к анализу представленных на семинаре теоретических работ, необходимо отметить существование в современной теории процессов отключения двух оформившихся конкурирующих направлений. Имеется в виду, во-первых, традиционное физическое направление, представители которого, опираясь на описание дугового разряда уравнениями магнитной гидродинамики (или уравнениями кинетики много-компонентной плазмы), разрабатывают методы решения подобных задач с помощью ЦВМ. На семинаре это направление было представлено двумя докладами кафедры инженерной теплофизики МЭИ: **В. И. Артемова** и **О. А. Синкевича** «Численные расчеты динамики отключения электрической дуги» и **О. А. Синкевича** и **Ю. В. Трофимова** «Восстановление проводимости при ионизации среды вторичной волной пробоя». Доклад **О. А. Синкевича, Ю. В. Торшина** и **А. Л. Шевченко** «Динамика образования паровой фазы в предпробойном состоянии жидкой шестифтористой серы» вызвал большой интерес, хотя, строго говоря, не имел непосредственного отношения к физике гашения дуги.

Развитие другого направления, восходящего к работе Хохрайнера (1971), связано с идеями теории автоматического регулирования и опирается на представление электрического аппарата в виде двухполюсника, свойства которого должны быть описаны методами аддитивного моделирования. В последние годы это направление получает все более широкое распространение. Применение методов аддитивного моделирования к описанию процесса отключения были посвящены доклады: **П. А. Кулакова** и **О. Я. Новикова** (КПИ) «Существенность малых параметров при моделировании электродуговых установок»; **В. М. Егорова, В. В. Мотовилова** и **О. Я. Новикова** (КПИ) «Динамическая модель дуги в неустановившемся продольном потоке газа»; **В. В. Каплана** (ЛПИ) «Оценка параметров энергетической модели по опытным данным»; **А. В. Авдонина, А. А. Буйнова, В. Г. Егорова**,

**Г. С. Пузырийского** и **К. И. Серякова** (ВЭИ) «Исследование отключающей способности выключателей методами математического моделирования»; **А. К. Милевского** и **И. Е. Наумкина** (СибГИИЭ) «Численное исследование переходного процесса отключения тока к. з. в сложных схемах электропередач»; **А. Т. Барабанова, А. Т. Чалой** и **В. Г. Козырева** (СПИ) «Аналитическая теория процессов в цепях с дугой отключения». С обобщающим докладом по методам аддитивного моделирования и исследования устойчивости дуги выступил один из ведущих специалистов в этой области **О. Я. Новиков** (КПИ).

Широкое распространение методов аддитивного моделирования является, несомненно, отражением скептического отношения к эффективности традиционного физического подхода, связанного прежде всего с тем, что существует большое число явлений, не поддающихся количественному описанию на современном уровне развития теории (турбулентность в разряде, эрозия и плазменные струи, явления на электродах). Другая причина малой эффективности теоретических работ (как «физического», так и «кибернетического» направления) состоит в недостаточности экспериментальных данных по физическим параметрам дуги и окончательным процессам. Отсутствие надежных экспериментальных данных по окончательным процессам зачастую лишает аддитивное моделирование момента аддитивности, что грозит иногда вырождением аддитивного моделирования в моделирование умозрительное.

В условиях информационного голода особенно опасной выглядит проскользнувшая в некоторых работах тенденция использования переусложненных математических моделей, содержащих большое число подбираемых по тем или иным соображениям параметров. В этом смысле использование мощной вычислительной техники таит в себе определение опасности, позволяя ставить и решать сложные задачи, не имеющие прямого контакта с действительностью. Таким образом, трудности на пути создания надежных моделей процесса отключения методами аддитивного моделирования также достаточно велики. Очевидно оба направления теории — «кибернетическое» и «физическое» — должны развиваться, дополняя и обогащая друг друга. При этом только использование современных и развитие новых методов измерений позволит достигнуть дальнейшего процесса в создании эффективной теории гашения дуги в выключателях высокого напряжения.

Самостоятельное значение имел доклад **Н. А. Добрянской** «Статистические модели процесса восстановления электрической прочности», а совместный доклад **Э. А. Азизова, А. А. Ахмерова, Д. П. Лепера** и **В. А. Ягнова** был посвящен анализу факторов, лимитирующих возможности коммутации в цепи с индуктивным накопителем энергии при шунтировании коммутационного аппарата взрывающимся проводником.

В целом семинар позволил обменяться мнениями по ряду проблем гашения дуги, способствовал обмену опытом между различными организациями и отраслями.

ЛЕПЕР Д. П.



## КОНСТАНТИН МИХАЙЛОВИЧ ПОЛИВАНОВ

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет одному из крупнейших специалистов в области теоретической электротехники, доктору технических наук, профессору К. М. Поливанову.

В 1930 г. он окончил Московский энергетический институт и начал научную и педагогическую деятельность на кафедрах теоретических основ электротехники и техники высоких напряжений МЭИ. На кафедре ТОЭ К. М. Поливанов до 1971 г. работал ассистентом, доцентом, заместителем заведующего кафедрой, а последние 18 лет руководил этой кафедрой. Блестящий педагог и лектор К. М. Поливанов внес в традиционный курс ТОЭ ряд новых важных современных вопросов, непрерывно совершенствовал методику преподавания. Одновременно с педагогической деятельностью он вел большую научную работу в области магнетизма под руководством чл.-корр. АН СССР В. К. Аркадьева. Исследования велись в магнитной лаборатории секции электросвязи АН СССР, руководившейся академиком В. Ф. Миткевичем. В 1942 г. К. М. Поливанов защитил докторскую диссертацию на тему «Влияние доменной структуры на поверхностный эффект в ферромагнетиках». Эти исследования и их дальнейшее развитие получили широкую известность у нас в стране и за рубежом.



Учебники (ТОЭ) и монографии (ферромагнетики) К. М. Поливанова пользуются широкой известностью. В его книгах строгость изложения сочетается с предельной ясностью, оригинальностью и доступностью для студентов. Им опубликовано более 100 научных статей,

написан ряд популярных книг по электротехнике для рабочего читателя. Продолжая работы, начатые в секции электросвязи АН СССР, он занимался исследованиями частотных характеристик магнитных материалов, диэлектриков и магнитодиэлектриков. Под его руководством успешно работала группа аспирантов и сотрудников кафедры основ радиотехники МЭИ.

С 1971 г. К. М. Поливанов целеустремленно ведет исследования в области электродинамики движущихся тел и сочетания электродинамики с механикой сплошных сред, что нашло отражение в опубликованных им статьях и сданной в печать монографии «Электродинамика движущихся тел», в которой особое внимание обращено на преобразования энергии в электротехнических устройствах.

Советское правительство высоко оценило заслуги профессора К. М. Поливанова, наградив его орденами Ленина, Трудового Красного Знамени и медалями.

В настоящее время Константин Михайлович — профессор — консультант кафедры основ радиотехники МЭИ. Его творческая деятельность по-прежнему обширна и многообразна. Он как и раньше является образцом ученого, педагога, гражданина.

Группа товарищей и учеников



УДК 621.31(051)

## Юбилей реферативного журнала «Электротехника и энергетика»

Исполняется 25 лет реферативному журналу «Электротехника и энергетика». После того, как в июне 1955 г. были выпущены два пробных номера, реферативный журнал под названием «Электротехника», а позднее «Электротехника и энергетика» (РЖЭ) регулярно выходит в свет. За этот период в журнале было опубликовано более миллиона рефератов, аннотаций и библиографических описаний статей из периодических и продолжающихся изданий, книг, трудов конференций и патентных документов.

В настоящее время реферативный журнал ВИНИТИ Государственного Комитета СССР по науке и технике и Академии наук СССР, издаваемый по естественным и техническим наукам, является наиболее крупным изданием в системе индивидуального информационного обслуживания ученых и специалистов нашей страны.

Крупнейший научно-исследовательский центр мира ВИНИТИ изучает и обрабатывает громадный поток информации на 66 языках 130 стран. За год ВИНИТИ получает более 22 тыс. комплектов журналов, 10 тыс. книг, 150 тыс. патентных документов и стандартов и т. п.

Эта информация централизованно распределяется по секторам реферативного журнала (РЖ), причем весь массив литературы просматривается в интересах каждой отрасли науки и техники. Из почти миллиона публикаций в год дублируется около 20%, что позволяет помещать во всех сериях материалов по смежным вопросам и покрывать потребность какой-либо отрасли науки в результатах исследования другой. Централизованная обработка и дублирование дают возможность широко отражать развитие различных отраслей науки и техники с учетом их взаимопроникновения, развития пограничных отраслей и комплексных проблем.

В последнее десятилетие в ВИНИТИ проводятся работы по разработке автоматизированной справочно-информационной системы по науке и технике (АССИСТЕНТ), реализуемой на ЦВМ. В основу этой системы положен принцип однократной исчерпывающей аналитико-синтетической обработки первичного документа высококвалифицированными специалистами, однократного ввода результатов такой обработки в ЦВМ и многократного использования этих результатов специалистами. В качестве первого этапа внедрения этой системы предполагается, паряду с традиционной формой РЖ, выпуск информации на магнитных лентах, на которых предусматривается запись библиографических данных документов, их поисковых образов (ключевые слова) и индексов соответствующей рубрики. Новый носитель информации ускорит обмен научно-технической информацией между организациями и предприятиями в нашей стране, а также между нашей страной и другими странами; кроме того, запись информации на магнитных лентах позволит автоматизировать процессы подготовки справочного аппарата к РЖ — предметных, авторских и некоторых других указателей. Поэтому основные задачи, которые стоят сегодня перед коллективом Отдела электротехники и энергетики ВИНИТИ, связаны с подготовкой к выпуску информации на магнитных лентах, совершенствованием рубрикаторов изданий, углубленным и оперативным анализом мирового документального потока, а также с выявлением актуальных и прогрессивных направлений развития науки и техники.

ТАРЕЕВ Б. М., доктор техн. наук, НАУМЫЧЕВА К. И., ПЕТРИН Б. К., ВЧЕРАШНИЙ В. П., кандидаты техн. наук

## АЛЬБЕРТ ИОСИФОВИЧ БЕРТИНОВ

Заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, доктору технических наук, профессору А. И. Бертинову исполнилось 75 лет.

С 1922 по 1924 г. он учился на факультете Харьковского технологического института, успешно его окончил и стал студентом Харьковского электротехнического института.

В течение ряда лет А. И. Бертинов работал на ХЭМЗ, крупнейшем электротехническом предприятии страны, начальником центральной заводской лаборатории, инженером-исследователем, главным конструктором турбогенераторного завода (ХТГ-ХЭМЗ), затем его главным инженером и техническим директором.

Под руководством А. И. Бертинова в этот период был разработан и создан первый в стране турбогенератор с водородным охлаждением, превосходящий по своим технико-экономическим показателям лучшие зарубежные машины. За эту работу, внесшую большой вклад в развитие электроэнергетики СССР, партия и правительство наградили А. И. Бертинова орденом Ленина.

В 1940 г. он стал докторантом Академии наук СССР. Война прервала докторантуру, и А. И. Бертинов работал начальником технического управления, председателем Научно-технического совета Народного комиссариата электропромышленности и заместителем уполномоченного



Государственного комитета обороны СССР по спецтехнике. Награды А. И. Бертинова за эту работу — орден Красной Звезды и «Знак Почета».

В послевоенные годы А. И. Бертинов переходит в Московский авиационный институт на педагогическую работу. Здесь в 1952 г. он организовал кафедру электрических машин летательных аппа-

ратов. Им поставлены основополагающие курсы по учебным дисциплинам, написан ряд учебных пособий по авиационным электрическим машинам, под его руководством созданы учебные лаборатории. Успехи А. И. Бертинова в научно-педагогической деятельности отмечены в 1962 г. высокой правительственной наградой — орденом Трудового Красного Знамени.

В последние годы А. И. Бертиновым созданы и развиты его многочисленными учениками новые научные направления: импульсные источники питания, сверхпроводники в электромеханике, МГД-устройства, бесконтактные электромеханические преобразователи переменного и постоянного тока, тихоходные безредукторные двигатели, униполярные машины, применение ЭВМ в электромашиностроении. Результаты НИР внедрены в народное хозяйство и широко используются во всех видах учебного процесса.

В настоящее время профессор кафедры и научный руководитель проблемной лаборатории МАИ, А. И. Бертинов ведет большую общественную и научно-просветительскую работу как член научно-технического совета АН СССР, Государственного Комитета СССР по науке и технике и Минвуза СССР, член редколлегии издательства «Энергия» и журнала «Электричество». Желаем ему здоровья и успехов в работе.

Группа товарищеской, редакция и редколлегия журнала  
«Электричество»

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов Л. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федореев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (редактор отдела), А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макаршин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 14.04.80  
Усл. печ. л. 10,0

Подписано в печать 04.06.80  
Уч.-изд. л. 12,86

Т-09162

Формат 60×90<sup>1/8</sup>  
Тираж 7811 экз.

Печать высокая  
Заказ 608

Издательство «Энергия», 113114, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

## СОДЕРЖАНИЕ

Пуго В. И. — Эффективность автоматического регулирования возбуждения при больших колебаниях в энергосистеме . . . . .	1
Орлович Л. С. — Некоторые результаты анализа комбинированной электропередачи . . . . .	8
Александров Г. Н., Полевой А. И., Половой И. Ф. — Движение проводов расщепленной фазы воздушной линии при коротких замыканиях . . . . .	12
Данько В. Г., Ружинский Л. Н., Грубой А. П. — Магнитное поле обмотки статора беззубцового генератора с многослойной структурой ротора . . . . .	18
Накамкин А. М., Рубинраут А. М. — Исследование шихтованного ферромагнитного экрана криогенной электрической машины . . . . .	24
Долинский Ю. М. — Термический режим в анодном основании сильноточной электрической дуги . . . . .	30
Исхаков А. С., Придатков А. Г. — Математическая модель выпрямителя . . . . .	34
Жеребцов В. А., Столяров М. Д. — Расчет средств защиты от экологического влияния электрического поля . . . . .	39
<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Мельник В. Т. — Управляемый реактор для цифроаналогового комплекса исследования энергетических систем . . . . .	45
Верещагин И. П., Заргарян И. В., Семенов А. В. — Распределение поля в электрофильтрах с игольчатыми электродами . . . . .	48
<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Гуревич Ю. Е., Кудрявцева Л. Ф. — Получение вероятностных оценок динамической устойчивости сложных энергосистем . . . . .	55
Гумерова Н. И., Ефимов Б. В., Костенко М. В. — Расчет деформации волн атмосферных перенапряжений в линиях передач . . . . .	58
Гельман М. З., Мурович В. И. — Расчет пробивного напряжения твердой изоляции в неоднородном поле с заданной вероятностью пробоя . . . . .	61
Немков В. С. — Расчет индукторов с использованием импедансных граничных условий . . . . .	64
Загирняк М. В., Бранспиз Ю. А. — Расчет магнитного поля в обмоточной зоне П-образного электромагнита . . . . .	66
Максимов Н. П., Степанянц С. Л. — Частотная передаточная функция для исследования САР руднотермической печи . . . . .	68
Богаченков А. Н., Новожилов О. П. — Оптимизация энергетических режимов ферромагнитного удвоителя частоты с ортогональным управлением . . . . .	71
<b>ХРОНИКА</b> . . . . .	

## CONTENTS

The Effectiveness of Automatic Field Control for Large Oscillations in a Power System — <b>V. I. Pugo</b> . . . . .	1
Some Results From an Analysis of a Composite Transmission System — <b>L. S. Orelovitch</b> . . . . .	8
Oscillations of Overhead Transmission Line Split-Phase Conductors Under Short Circuit Conditions — <b>G. N. Alexandrov, A. I. Polevoy, I. F. Polovoy</b> . . . . .	12
The Magnetic Field of the Stator Winding in a Toothless Generator With a Multi-Layer Rotor Structure — <b>V. G. Danko, L. N. Rudjinski, A. P. Gruboy</b> . . . . .	18
A Study of a Laminated Ferromagnetic Screen for a Cryogenic Electric Machine — <b>A. M. Nakhamkin, A. M. Rubinraut</b> . . . . .	24
Heating Conditions at the Anode Base of a High Power Arc — <b>U. M. Dolinski</b> . . . . .	30
A Mathematical Model for a Rectifier — <b>A. S. Iskhakov, A. G. Pridatkov</b> . . . . .	34
Calculating Means of Protection From the Ecological Influence of an Electric Field — <b>V. A. Djerebtsov, M. D. Stolyarov</b> . . . . .	39
<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
The Controlled Reactor in a Digital-Analogue Modelling Scheme for Studying Power Systems — <b>V. T. Melnik</b> . . . . .	45
The Field Distribution in Electrostatic Filters With Needle-Shaped Electrodes — <b>I. P. Vereschagin, I. V. Zargarian, A. V. Semenov</b> . . . . .	48
Selecting the Optimum Capacity of Transformers From Universal Curves of Economic Intervals — <b>V. M. Block</b> . . . . .	51

Calculating D. C. Electromagnets Using Generalized Curves — <b>A. T. Djelezniakov, V. A. Malin</b> . . . . .	53
--	----

## REPORTS

Obtaining Stochastic Estimates for the Transient Stability of Complex Power Systems — <b>U. E. Gurevitch, L. F. Kudriavtseva</b> . . . . .	55
Calculating the Deformation of Lightning Voltage Surges on Transmission Lines — <b>N. I. Gumerova, B. V. Yefimov, M. V. Kostenko</b> . . . . .	58
Calculating the Breakdown Voltage of Solid Insulation in a Non-Uniform Field for a Given Probability of Failure — <b>M. Z. Gelman, V. I. Murowitch</b> . . . . .	61
Calculating Inductors With the Aid of Impedance Boundary Conditions — <b>V. S. Nemkov</b> . . . . .	64
Calculating the Magnetic Field in the Winding Zone of a Pi-Shaped Electromagnet — <b>M. V. Zagirniak, U. A. Branspez</b> . . . . .	66
The Frequency Transfer Function for Studying Automatic Control Systems for Ore Furnaces — <b>N. P. Maximov, S. L. Stepanyants</b> . . . . .	68
Optimizing Energy Relationships in a Ferromagnetic Frequency Doubler With Orthogonal Control — <b>A. N. Bogachenkov, O. P. Novodjilov</b> . . . . .	71
<b>CHRONICLE</b> . . . . .	

# РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311:621.316.722

Эффективность автоматического регулирования возбуждения больших колебаний в энергосистеме. Пуго В. И. — «Электричество», 1980, № 6.

Рассмотрены эффективность и особенности работы АРВ при больших колебаниях режимных параметров в системе. Дан анализ влияния несинусоидальности режимных параметров на входе АРВ и наличия нелинейности потолочного ограничения возбудителя на критерий эффективности работы АРВ при больших колебаниях в системе. Библ. 9.

УДК 621.315.05.001.5

Некоторые результаты анализа пульсирующих электромагнитных полей. Орлович Л. С. — «Электричество», 1980, № 6.

Дано описание результатов исследования комбинированной электротехники переменным и постоянным током по единой трехпроводной линии. Возможность создания комбинированных электропередач и преобразовательных устройств показана на анализе пульсирующих электромагнитных полей при их вычитании. Библ. 3.

УДК 621.315.1.004

Движение проводов расщепленной фазы воздушной линии при коротких замыканиях. Александров Г. Н., Полевой А. И., Половой И. Ф. — «Электричество», 1980, № 6.

Показано, что за счет уменьшения расстояний между дистанционными распорками и увеличения радиуса расщепления провода в зоне неудаленных коротких замыканий, эквивалентное волновое сопротивление линий при испытаниях выключателей на отключение неудаленных коротких замыканий может быть значительно снижено по сравнению с ныне принятым значением  $z_s = 450$  Ом. Приведены результаты расчетов, показывающие, что при радиусе расщепления  $R_p = 0,8$  м и расстоянии между распорками  $l = 20-25$  м для линий 330-1150 кВ, эквивалентное волновое сопротивление при испытаниях выключателей на отключение неудаленных коротких замыканий может быть принято равным 350 Ом. Библ. 9.

УДК 621.313.322.013.001.24

Магнитное поле обмотки статора беззубцового генератора с многослойной структурой ротора. Данько В. Г., Ружинский Л. Н., Губрий А. П. — «Электричество», 1980, № 6.

Получены расчетные выражения для определения составляющих электромагнитного поля, создаваемого двухслойной укороченной обмоткой статора беззубцового синхронного генератора с многослойной структурой ротора.

Приведены выражения для расчета плотности вихревых токов, потерю от вихревых токов во вращающихся оболочках ротора, входного комплексного сопротивления многослойной цилиндрической структуры, характеристики однослойных и многослойных цилиндрических экранов. Даны некоторые результаты расчетов и экспериментов, проведенных на модели. Библ. 9.

УДК 621.313:537.312.62.001.24

Исследование шихтованного ферромагнитного экрана криогенной электрической машины. Нахамкин А. М., Рубинраут А. М. — «Электричество», 1980, № 6.

Приведены результаты расчетного с помощью интегральных уравнений и экспериментального исследования распределения трехмерного магнитного поля в шихтованном ферромагнитном экране криогенной электрической машины. Разработан метод расчета ферромагнитного экрана, учитывающий не только насыщение, но и влияние шихтовки и вихревых токов в листах пакета и нажимных плитах. Библ. 6.

УДК 621.3.064.4:620.193.1

Термический режим в анодном основании сильноточной электрической дуги. Долинский Ю. М. — «Электричество», 1980, № 6.

На основе нелинейной задачи нестационарной теплопроводности и френкелевской кинетики испарения численным методом выполнен расчет износа анода. Данна теоретическая оценка коэффициента выброса жидкой фазы и доли паров в продуктах эрозии анода. Определена площадь расплавленного следа в анодном основании дуги, которая определяет площадь сваривания контактов под воздействием дуги при кратковременном их размыкании, например во время вибраций. Библ. 13.

УДК 621.382.2.026.016.35

Математическая модель выпрямителя. Искаков А. С., Прядатков А. Г. — «Электричество», 1980, № 6.

Предложена математическая модель замкнутой системы с выпрямителем, основанная на описании системы двумя разностными уравнениями, одно из которых характеризует динамику звена выпрямитель-нагрузка, второе — систему управления. Дан анализ линейной модели и определены условия устойчивости выпрямителя в режиме непрерывного тока с нагрузкой, описываемой дифференциальным уравнением произвольного порядка. Библ. 5.

УДК 62—758.37.007.4

Расчет средств защиты от экологического влияния электрического поля. Жеребцов В. А., Столяров М. Д. — «Электричество», 1980, № 6.

Предложены формулы для расчета характеристик экранирующей одежды, используемой для защиты человека от воздействия электрического поля в электроустановках сверхвысокого напряжения. Выражения для определения коэффициента экранирования получены для тканей со структурой из параллельных электропроводящих волокон и с сетчатой структурой. Правомерность принятых допущений подтверждена экспериментальными исследованиями на крупномасштабных моделях. Даны некоторые рекомендации по практическому использованию полученных результатов. Библ. 3.

УДК 621.359.484.015.532.621.319.7.001.24

Распределение поля в электрофильтрах с игольчатыми электродами. Верещагин И. П., Заргарян И. В., Семенов А. В. — «Электричество», 1980, № 6.

Для расчета распределения напряженности поля при униполярном коронном разряде в электрофильтрах (ЭФ) с игольчатыми электродами предложена модификация метода Дейча-Попкова. Получены обобщающие зависимости, характеризующие распределение плотности тока по некоронирующему электроду. Определены оптимальные геометрические параметры коронирующей системы игольчатых электродов ЭФ. Библ. 10.

УДК 621.314.222.6.001.24

Выбор оптимальной мощности трансформаторов по универсальным nomogramмам экономических интервалов. Блок В. М. — «Электричество», 1980, № 6.

Разработана методика построения универсальных nomogramм экономических интервалов для двухобмоточных трансформаторов. Даны рекомендации по выбору номинальной мощности трансформаторов. Библ. 5.

УДК 621.311.016.352.001.24

Получение вероятностных оценок динамической устойчивости сложных энергосистем. Гуревич Ю. Е., Кудрявцева Л. Ф. — «Электричество», 1980, № 6.

Предложена приближенная методика расчета вероятностей нарушения динамической устойчивости в энергосистеме при к. з. на линиях электропередачи. Методика основана на определении величин начальных сбросов мощности генераторов для всех к. з. (в том числе с учетом действия УРОВ) и сравнении их с теми же величинами, предельными по устойчивости. Используются данные о частоте к. з. и распределении их по видам. Библ. 5.

УДК 621.315.1.015.38.001.24

Расчет деформации волн атмосферных перенапряжений в линиях передач. Гумерова Н. И., Ефимов Б. В., Костенко М. В. — «Электричество», 1980, № 6.

Рассмотрена методика численного определения деформации волн атмосферных перенапряжений. Линия представлена схемой, состоящей из неискажающих участков с включением на границах элементов с соседроточенными параметрами, моделирующими влияние поверхностного эффекта в земле и проводах и импульсной короны. В расчете используется метод бегущих волн. Библ. 4.

УДК 621.315.611.015.5.001.24

Статистический метод расчета пробивного напряжения твердой изоляции в неоднородном поле. Гельман М. З., Мурович В. И. — «Электричество», 1980, № 6.

На основе развитой статистической теории предложен метод расчета пробивного напряжения твердой изоляции в неоднородном поле с заданной вероятностью. Определена зависимость пробивного напряжения от статистических характеристик электрической прочности, толщины промежутка, коэффициента использования, радиуса электрода наибольшей кривизны, коэффициента ослабления поля. Библ. 7.

УДК 621.3.044.3.001.24

Расчет индукторов с использованием импедансных граничных условий. Немков В. С. — «Электричество», 1980, № 6.

Описывается метод расчета цилиндрических индукторов при постановке импедансных граничных условий, с помощью которых определяется взаимосвязь между э. д. с. и м. д. с. на поверхностях элементов, на которые разбиты нагреваемые тела. При введении итераций метод применим к индукторам с нелинейной ферромагнитной загрузкой. Библ. 9.

УДК 621.318.3.013.001.24

Расчет магнитного поля в обмоточной зоне П-образного электромагнита. Загиряяк М. В., Бранспиль Ю. А. — «Электричество», 1980, № 6.

Получено выражение для векторного потенциала магнитного поля в обмоточной зоне П-образного электромагнита и на его основе рассчитана приведенная проводимость для магнитных потоков, замыкающихся внутри этой области. Библ. 6.

УДК 621.374.4

Оптимизация энергетических режимов ферромагнитного удвоителя частоты с ортогональным управлением. Богаченков А. Н., Новожилов О. П. — «Электричество», 1980, № 6.

Разработан метод оптимизации режимов работы ферромагнитного удвоителя частоты с ортогональным управлением, состоящий в определении оптимальных условий работы ферромагнетика и их реализации с помощью внешних электрических цепей и соответствующего выбора размеров сердечника. Получены расчетные соотношения для удвоителя частоты. Для различных коэффициентов нелинейности характеристики намагничивания получены значения максимальной преобразуемой мощности и параметров оптимального режима, позволяющие сравнивать просто рассчитать объем ферромагнетика и элементы схемы удвоителя частоты. Приведены результаты экспериментальной проверки разработанной методики, подтверждающие правильность теоретических положений. Библ. 3.

Цена 80 коп.

Индекс 71106

Электричество, 1980, № 6, 1—80

Вологодская областная универсальная научная библиотека  
[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)