



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

*Да здравствует 63-я годовщина Великой  
Октябрьской социалистической революции!*

(Из Призывов ЦК КПСС)

1980

· ЭНЕРГИЯ ·

11

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

МОСКВА

ЭНЕРГИЯ

УДК 621.311.001.57

## Вероятностная модель автоматического управления стационарным режимом энергосистемы

ОРАНСКИЙ А. Г., канд. техн. наук  
Донецкий политехнический институт

Долгосрочное (от месяца до года) и оперативное (на ближайшие 1—3 суток) планирование стационарного режима энергосистемы во многих случаях выполняется на основе классических методов расчета, состоящих в решении на ЦВМ систем нелинейных алгебраических уравнений высокого порядка.

Широкие возможности в отношении повышения надежности, наглядности и адекватности вычислительного процесса реальному процессу, повышения скорости вычислений, сокращения потребного объема памяти ЦВМ и т. д. открывает метод кибернетического моделирования [Л. 1—3]. Реализация этих возможностей применительно к задаче оперативной (в пределах текущих суток) — коррекции режима становится настоятельной необходимостью вследствие сокращения допустимого времени выработки решения и его инженерной оценки.

Автоматическое управление стационарным режимом служит по существу для компенсации случайных отклонений от экстраполированных средних значений возмущений и задающих воздействий. Выработка управляющих воздействий с помощью ЦВМ в самом «быстром» временном контуре управления — управления в темпе производства — должна выполняться на основе новых методов расчетов с учетом случайного характера процессов.

Приведем общую характеристику задачи автоматического управления стационарным режимом.

Управляемые величины составляют напряжения в контрольных точках системы, перетоки активной и реактивной мощностей по линиям электропередач.

Управляющее воздействие образуют активные и реактивные мощности электростанций, реактивные мощности синхронных компенсаторов, напряжения в узлах присоединения регулируемых трансформаторов. Составы работающих на электростанциях агрегатов считаем в цикле автоматического управления неизменными и полученными из цикла оперативной коррекции режима [Л. 4].

К возмущающему воздействию относятся: суммарная активная мощность электростанций энергосистемы; активные и реактивные нагрузки отдельных подстанций и узлов; перетоки активной и реактивной мощности по линиям связи с другими системами.

Задающее воздействие определяется в цикле оперативной коррекции режима и состоит из оптимальных значений активных и реактивных мощностей электростанций, перетоков мощности по линиям электропередач; напряжений на шинах электростанций и подстанций. Сюда относятся также ограничения на управляемые и управляющие величины: неизменность суммарной активной мощности электростанций, ограничения на напряжения, нагрузки электростанций, перетоки мощности по линиям электропередач, а также расход топлива на электростанциях.

Под целью автоматического управления стационарным режимом будем понимать достижение минимума суммарного расхода топлива или другого критерия — удельного расхода условного топлива, потерь электроэнергии и т. п. — за промежуток времени между двумя смежными оперативными коррекциями. Поставленная цель требует

решения следующих специфических задач: автоматического контроля достоверности вводимой в ЦВМ информации [Л. 5]; преодоления наблюдающейся на практике неполноты исходной информации; экстраполяции текущих значений контролируемых параметров на время выработки и реализации управляющего воздействия; выявления (распознавания) существенных (требующих вмешательства) и несущественных вариаций стационарного режима; компенсации существенных вариаций стационарного режима — оптимизация режима.

**Структура модели.** Согласно общей методологии кибернетического моделирования электрических систем [Л. 6], моделируемая система расчленяется на подсистемы по формальным [Л. 3] или функциональным [Л. 2 и 7] признакам. Затем подсистемы описываются характеристиками «вход — выход» так, чтобы были отражены функции подсистем, и организуется взаимодействие систем, воспроизводящее функции всей моделируемой системы.

Учет вероятностного характера процессов в цикле автоматического управления стационарным режимом энергосистемы приводит к необходимости дальнейшей разработки общей методологии применительно к этой задаче. Прежде всего требует решения вопроса представления подсистем в общей модели системы. Рассмотрим два решения.

1. Определение обобщенных схемных параметров (констант) уравнений подсистем как усредненных и экстраполированных на время реализации управляющих воздействий и использование их в известных детерминированных уравнениях подсистем, после чего задача по существу сводится к синтезу детерминированной модели. В этом случае гомоморфизм отношений модели и оригинала, характерный для моделирования вероятностных систем «исчезает», а формальное описание функций кибернетической модели системы при случайных вариациях стационарного режима становится затруднительным.

2. Разработка специфических способов представления подсистем, вероятностных по своей сути и согласованных с формальным описанием функций кибернетической модели. Далее использован второй подход, являющийся методологически более обоснованным. Будем считать, что подсистема представлена в вероятностной кибернетической модели, если указаны такие ее интегральные (обобщенные) или единичные параметры режима, которые несут количество информации, достаточное для восстановления остальных ее параметров, приводящих к определенности состояния подсистемы в смысле обычных уравнений классической энергетики.

Приведенное определение предполагает наличие во всей совокупности параметров, входящих в обычные уравнения, некоторой избыточности. В противном случае требуется использование всех независимых параметров, представление совокупности подсистем вырождается в обычное определение текущего (мгновенного) состояния системы, и применение предложенного метода не дает преимуществ, связанных с выделением подсистем. Если же допустить наличие избыточности, предложенное пред-

ставление оказывается безусловно достаточным (но, возможно, не необходимым) и тем эффективнее, чем больше избыточность. Такой подход позволяет (как и в детерминированных кибернетических моделях) осуществлять наблюдение за некоторыми параметрами внутри подсистем, а другие представлять интегральными (обобщенными) характеристиками, рассчитанными или измеренными внутри подсистем — принцип «серого ящика».

Поскольку избыточность может быть подсчитана [Л. 8], возможна количественная оценка эффективности информационного подхода к представлению подсистем.

Пусть состояние подсистемы полностью определено  $q$  непрерывно изменяющимися, контролируемыми параметрами режима  $\Pi_1, \dots, \Pi_k, \dots, \Pi_q$ . В силу того, что эти параметры характеризуют реальные режимы, в них удовлетворены все ограничения [Л. 9], а также опосредованно отражены схемные изменения [Л. 5].

Установив пределы точности измерения параметров  $\Delta\Pi_1, \dots, \Delta\Pi_k, \dots, \Delta\Pi_q$ , сведем систему непрерывных параметров к дискретной [Л. 10]. При этом  $j$ -й участок длины  $\Delta\Pi_{kj}$  области изменения  $k$ -го параметра  $[\Pi_{ka}, \Pi_{kb}]$  заменяется одной точкой — представителем  $\Pi_{kj}$  так, чтобы соблюдалось соотношение  $\Delta\Pi_{kj} \leq \Delta\Pi_k$ . Максимальное количество информации, приходящееся на  $k$ -й параметр, получается, если считать все его значения равновероятными:

$$H_{0k} = - \sum_i \frac{1}{\Pi_{kb} - \Pi_{ka}} \Delta\Pi_{kj} \log \frac{1}{\Pi_{kb} - \Pi_{ka}} \Delta\Pi_{kj}. \quad (1)$$

Выполнив в (1) очевидные преобразования, заменив приближенно сумму интегралом и положив  $\Delta\Pi_{kj} = \Delta\Pi_k$  найдем энтропию подсистемы

$$H_0 = \frac{1}{\ln 2} \left\{ \sum_{k=1}^q \ln (\Pi_{kb} - \Pi_{ka}) - \sum_{k=1}^q \ln \Delta\Pi_k \right\}. \quad (2)$$

В действительности значения параметров режима подчиняются нормальному закону распределения. По аналогии с предыдущим находим последовательно

$$H_{1k} = - \frac{1}{\ln 2} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -\frac{(\Pi_k - m_k)^2}{2\sigma_k^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \ln \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp \left[ -\frac{(\Pi_k - m_k)^2}{2\sigma_k^2} \right] \right\} d\Pi_k - \ln \Delta\Pi_k \right], \\ H_1 = \frac{1}{\ln 2} \left\{ \sum_{k=1}^q \frac{1 + \ln 2\pi + \ln \sigma_k^2}{2} - \sum_{k=1}^q \ln \Delta\Pi_k \right\}, \quad (3)$$

причем  $m_k, \sigma_k$  — математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение  $k$ -го параметра. Расчеты по (3) показывают, что учет законов распределения параметров заметно снижает информационную нагрузку каждого из них. Весьма существенное снижение энтропии подсистемы об-

наруживается при учете корреляционных зависимостей между  $q$  параметрами. В этом случае энтропия  $H_q$  рассчитывается по формуле, которая внешне не отличается от (3) и получается аналогичным путем, но под дисперсией понимается величина

$$\sigma^2_q = |K^q|, \quad (4)$$

где  $|K^q|$  — определить  $q$ -го порядка в корреляционной матрице, а в суммировании энтропий по различным параметрам (индексу  $k$ ) нет необходимости:

$$H_q = \frac{1}{\ln 2} \left\{ \frac{q + q \ln 2\pi + \ln \sigma^2_q}{2} - \sum_{k=1}^q \ln \Delta \Pi_k \right\}. \quad (5)$$

Избыточность совокупности параметров режима подсистемы

$$D = 1 - \frac{H_q}{H_0}. \quad (6)$$

Покажем на примере одной из подсистем реальной энергосистемы, каковы численные значения избыточности информации и эффективности информационного подхода к представлению подсистем. В таблице приведены пределы изменения активных мощностей шести объектов  $P_{bk}$  и  $P_{ak}$ , математические ожидания  $m_k$  и среднеквадратичные отклонения  $\sigma_k$  (зимний период, один из часов рабочих суток). Точность измерения параметров  $\Delta \Pi_k$  принята равной 5% математического ожидания.

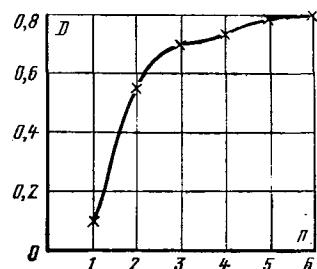
Определитель корреляционной матрицы

$$|K^6| = \begin{vmatrix} \sigma_1 \sigma_1 & \dots & \dots & \sigma_1 \sigma_6 \tau_{1,6} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_6 \sigma_1 \tau_{6,1} & \dots & \dots & \sigma_6 \sigma_6 \end{vmatrix};$$

$$|K^6| = \begin{vmatrix} 42 & -6 & -2 & -0,8 & -9 & 1 \\ -6 & 58 & 9 & -17 & -5 & 3 \\ -2 & 9 & 4 & -2 & -2 & 3 \\ -0,8 & -17 & -2 & 24 & -4 & 1 \\ -9 & -5 & -2 & -4 & 40 & -2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & -2 & 17 \end{vmatrix} \times 10^{18}.$$

Результаты расчетов по формулам (2), (5) и (6) показаны на рис. 1, где  $n$  — количество параметров, выбираемых для представления режима подсистемы по активной мощности. Насыщение избыточности наступает после выбора пяти — шести параметров. Считая все параметры несущими одинаковое количество информации и исключая 80% избыточности, подсистему можно представить одним параметром. (Полное исключе-

Рис. 1. Зависимость избыточности информации о подсистеме от количества представляющих ее параметров.



ние избыточности однако нецелесообразно; она необходима для коррекции возможных искажений, повышающей надежность автоматической системы). В действительности информативность параметров различна, и для получения информации о подсистеме следует выбирать наиболее информативные из них. Методика определения наиболее информативных параметров здесь не рассматривается.

Весьма значительное сокращение объема потребной информации по сравнению с детерминированным описанием объясняется априорным изучением объекта управления, состоящим в получении и непрерывном пополнении (адаптации) информации о нем в виде характеристик законов распределения его параметров и корреляционных зависимостей между параметрами.

Столь благоприятные результаты наблюдаются в подсистемах с сильными связями, поэтому нужно стремиться выделять подсистемы именно по этому признаку. Оценкой «связности» подсистемы служит избыточность совокупности ее параметров режима.

Формирование подсистем по информационному принципу является достаточно удобным: допускается наложение подсистем — оно только увеличивает избыточность информации, — выделение их по формальным, функциональным и смешанным формально-функциональным признакам.

Вероятностная кибернетическая модель автоматического управления стационарным режимом (рис. 2) должна включать модель обобщенного объекта управления (совокупность объекта управления и дополнительных устройств) в виде подсистем  $S$  и модель управляющего устройства  $1-3$ , функционирующего в соответствии с двумя последними из перечисленных выше задач. В качестве управляющего устройства и блоков контроля  $S$  могут служить универсальные управляющие или специализированные ЦВМ.

В число контролируемых параметров  $\bar{P}$ , выбираемых по информационному принципу (наиболее информативных параметров), включаются входные переменные — управляемые величины, управляющие и возмущающие воздействия. Поэтому необходимости моделирования подсистем в известном смысле нет (нет необходимости описания их уравнениями): представление подсистем в модели управления обеспечивается получением достаточного количества информации о их движении.

Таким образом, модель рис. 2 имеет смешанную структуру — подсистемы выделяются по формально-му информационному признаку, а устройства управления и контроля — по функциональному.

Номер объекта	Наименование объекта	$m_k$ МВт	$\sigma_k$ МВт	$P_{bk}$ МВт	$P_{ak}$ МВт
1	ГРЭС № 1	1509	205	1930	880
2	ГРЭС № 2	2012	240	2300	750
3	ГРЭС № 3	420	66	500	200
4	Межсистемная связь № 1	-486	143	-761	-136
5	ГРЭС № 4	803	198	1180	370
6	Межсистемная связь № 2	-342	130	-680	0

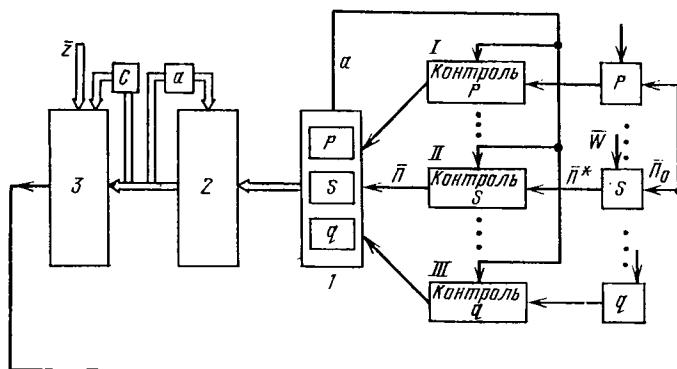


Рис. 2. Структурная схема вероятностей кибернетической модели управления стационарным режимом энергосистемы.

$P, S, q$  — подсистемы энергосистемы;  $I, II, III$  — функциональные блоки контроля информации о состоянии подсистем;  $1, 2, 3$  — функциональные блоки управляющего устройства соответственно адаптации распознавания и выработки управляющего воздействия;  $a$  — контур адаптации;  $C$  — контур самонастройки;  $Z$  — задающее воздействие;  $\bar{W}$  — возмущающее воздействие;  $\bar{P}_0$  — управляющее воздействие (параметры оптимального режима).  $\bar{P}^*, \bar{P}$  — параметры, представляющие подсистему, до и после контроля их правильности и исправления возможных ошибок; тонкими стрелками обозначено движение информации, относящейся к подсистемам; двойными — ко всей системе.

Блоки контроля информации и управляющего устройства могут быть расположены в различных подсистемах.

**Движение и переработка информации.** Информация о текущем состоянии подсистем  $S$  (параметры режима  $\bar{P}^*$ ) поступает для контроля и, если необходимо, коррекции, блоками контроля  $S$  (рис. 2). В блоке 1 управляющего устройства проходит пересчет интервалов контроля и других статических констант (адаптация) в соответствии с новым текущим состоянием подсистем  $\bar{P}$ , а также исключение возможной избыточности в представлении системы и получение на выходе совокупности параметров режима  $P_n = \{P_1, \dots, P_n\}$ , относящейся ко всей системе.

Блок 2 предназначен для выявления существенных вариаций стационарного режима. Здесь должны по существу моделироваться функции, выполняемые в настоящее время диспетчером энергосистемы на основании его опыта и интуиции. При этом следует исключить субъективизм, в оценке ситуаций присущий человеку. Воспроизведение (аппроксимация) указанных функций может быть выполнено с помощью аппарата теории распознавания образцов [Л. 11], что согласуется и с принятым представлением подсистем — для распознавания многопараметрического объекта не требуется знания всех его параметров.

Применительно к классификации стационарных режимов энергосистемы на оптимальные и неоптимальные задача формулируется следующим образом. Перед запуском модели известны математические ожидания, среднеквадратичные отклонения и корреляционная матрица в «оптимальном»  $m_{11}, \dots, m_{1N}; \sigma_{11}, \dots, \sigma_{1N}; K'$  и «неоптимальном»  $m_{21}, \dots, m_{2N}; \sigma_{21}, \dots, \sigma_{2N}; K''$  подпространствах пространства параметров режимов. Известны вероятность оптимального  $\mathcal{P}_1$  и неоптимального  $\mathcal{P}_2 = 1 - \mathcal{P}_1$  режимов (такие данные могут быть получены из производственно-статистического комплекса автоматизированной системы диспетчерского

управления; их получение связано с таксономией множества параметров прошлых характерных режимов и здесь не рассматривается [Л. 12].

Стоимость ошибки первого рода  $C_1$  — режим оптимален, но системой распознавания классифицирован как неоптимальный — будем приближенно считать равной стоимости ошибки второго рода  $C_2$  — режим неоптимален, но системой распознавания классифицирован как оптимальный, так как в первом случае последует лишнее изменение режима, а во втором случае нужное его изменение не произойдет. Возможны и более точные оценки  $C_1$ ,  $C_2$ , основанные на сопоставлении потерь топлива в процессе перехода к новому оптимальному режиму с потерями при неизменном неоптимальном режиме. Стоимости правильных решений считаем нулевыми.

Текущий режим энергосистемы характеризуется параметрами  $\bar{P}_N = \{P_1, \dots, P_N\}$ , полученными на выходе блока 1. Необходимо классифицировать состояние энергосистемы с минимальным риском [Л. 13]. Границное значение коэффициента правдоподобия

$$\lambda_0 = \frac{C_1 \mathcal{G}_1}{C_2 \mathcal{G}_2} = \frac{\mathcal{G}_1}{1 - \mathcal{G}_2}. \quad (7)$$

Текущее его значение

$$\lambda = \frac{f_2(\bar{P}_N)}{\bar{f}_2(\bar{P}_N)}. \quad (8)$$

где  $f_1$ ,  $f_2$  — плотности  $N$ -мерных нормальных законов распределения параметров в «оптимальном» и «неоптимальном» подпространствах [Л. 5].

Если  $\lambda \leq \lambda_0$ , режим оптимален. В противном случае режим считается неоптимальным.

По результатам классификации выборка для одного из классов режимов увеличивается на единицу, и производится пересчет соответствующих математических ожиданий, среднеквадратичных отклонений и корреляционной матрицы, т. е. адаптация блока распознавания к текущему состоянию энергосистемы. Объективность принимаемых в блоке 2 решений обеспечивается статистическим материалом, а «опыт» непрерывно увеличивается с помощью адаптации к текущему состоянию.

В блоке 3 вырабатывается управляющее воздействие: оптимальные значения активных и реактивных мощностей электростанций, реактивных мощностей синхронных компенсаторов и напряжений в узлах присоединения регулируемых трансформаторов. При этом параметры текущего режима переводятся из «неоптимального» подпространства в «оптимальное».

Получающееся из (7) и (8) уравнение поверхности

$$\frac{f_2(\bar{\Pi}_N)}{f_1(\bar{\Pi}_N)} = \frac{\mathcal{P}_1}{1 - \mathcal{P}_1} \quad (9)$$

выражает границу «оптимального» подпространства режимов и представляет ряд возможностей в отношении принятия решений по компенсации существенных вариаций стационарного режима. Рассмотрим для примера некоторые из них.

**Пример 1.** В часы максимума нагрузок допустимость значительных изменений сложившегося неоптимального режима с целью его оптимизации маловероятна. Поэтому целесообразно придерживаться следующего правила компенсации изменений режима. Для неоптимального режима, характеризующегося параметрами  $\bar{P}^* = \{\bar{P}_1^*, \dots, \bar{P}_N^*\}$ , находить ближайший оптимальный режим, характеризующийся точкой  $\bar{P} = \{P_1, \dots, P_N\}$ , расположенной на поверхности (9) — здесь и далее индекс  $N$  при векторах параметров  $\bar{P}^*$ ,  $\bar{P}$ , подчеркивающий их размерность, относящуюся ко всей системе (а не подсистеме), опускается.

Наиболее информативные параметры, образующие подпространства оптимальных и неоптимальных режимов, как показывают расчеты, зачастую оказываются некоррелированными или слабо коррелированными. Подставляя в (9) выражения для плотностей многомерных нормальных законов без учета корреляции параметров и принимая во внимание (7), найдем

$$\frac{\sigma_{11} \dots \sigma_{1N}}{\sigma_{21} \dots \sigma_{2N}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(\Pi_i - m_{2i})}{\sigma_{2i}} - \frac{(\Pi_i - m_{1i})^2}{\sigma_{1i}^2} \right] \right\} = \lambda_0. \quad (10)$$

Логарифмируя (10), получим

$$\sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{\Pi_i - m_{2i}}{\sigma_{2i}} \right)^2 - \left( \frac{\Pi_i - m_{1i}}{\sigma_{1i}} \right)^2 \right] = \lambda_0, \quad (11)$$

где

$$\lambda'_0 = 2 \ln \frac{\sigma_{11} \dots \sigma_{1N}}{\sigma_{21} \dots \sigma_{2N}} - 2 \ln \lambda_0. \quad (12)$$

### Минимизируя расстояние (или его квадрат)

$$\rho^2 = \sum_{i=1}^N (\Pi_i - \Pi_i^*)^2 \quad (13)$$

между точкой  $\bar{P}^*$  и поверхностью (11), можно найти ближайший оптимальный режим. При этом независимыми являются лишь  $N-1$  переменных. Примем в качестве зависимой, например,  $N$ -ю переменную. Тогда условия минимума расстояния записываются следующим образом:

Производные  $\frac{\partial \Delta_N}{\partial \Delta_i}$  ( $i = 1, \dots, N - 1$ ) находятся из уравнения границы как производные от неявно заданной функции:

$$\frac{\partial \Pi_N}{\partial \Pi_i} = - \frac{\frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i}}{\frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_N}}, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (15)$$

где  $\Gamma$  — уравнения границы (11).

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i} = \frac{2(\Pi_i - m_{2i})}{\sigma_{2i}^2} - \frac{2(\Pi_i - m_{1i})}{\sigma_{1i}^2}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (16)$$

Подставив (16) в (15), получим

$$\frac{\partial \Pi_N}{\partial \Pi_i} = - \frac{\frac{\Pi_i - m_{2i}}{\sigma^2_{2i}} - \frac{\Pi_i - m_{1i}}{\sigma^2_{1i}}}{\frac{\Pi_N - m_{2N}}{\sigma^2_{2N}} - \frac{\Pi_N - m_{1N}}{\sigma^2_{1N}}}, \quad (17)$$

а условия (14), дополненные (11), дадут систему  $N$  уравнений с  $N$  неизвестными параметрами оптимального режима  $P_i$ :

Система (18) решается итерационным методом особенно надежно, если в качестве  $N$ -го параметра выбирается мало изменяющийся в процессе оптимизации параметр. Выбирая в качестве приближенного значения  $N$ -го параметра  $P_N$  его неоптимальное значение  $P_{N-1}^*$  и определяя для  $N-1$  остальных параметров явные выражения

$$\begin{aligned}
 & \Pi_i \left[ \frac{\Pi_N - m_{1N}}{\sigma_{1N}^2} - \frac{\Pi_N - m_{2N}}{\sigma_{2N}^2} - \frac{\Pi_N - \Pi_N^*}{\sigma_{1i}} + \frac{\Pi_N - \Pi_N^*}{\sigma_{2i}} \right] = \\
 & = \Pi_{1i}^* \left[ \frac{\Pi_N - m_{1N}}{\sigma_{1N}^2} - \frac{\Pi_N - m_{2N}}{\sigma_{2N}^2} \right] - \frac{m_{1i} (\Pi_N - \Pi_N^*)}{\sigma_{2i}^2} + \\
 & \quad + \frac{m_{2i} (\Pi_N - \Pi_N^*)}{\sigma_{2i}^2}; \quad (19) \\
 & i = 1, \dots, N-1,
 \end{aligned}$$

можно организовать быстро сходящийся итерационный процесс.

Пример 2. В условиях предыдущего примера модель содержит избыточные параметры и вся система параметров становится коррелированной, кроме того, по режимным соображениям целесообразно часть взаимосвязанных параметров оставить в процессе оптимизации без изменения, изменить до определенного значения, либо обеспечить неизменность их суммы, например, суммарной мощности блоков электростанций и т. п. Напомним, что задание ограничений в форме неравенств, как это обычно делается, не имеет смысла, так как оба подпространства — «оптимальное» и «неоптимальное» — составлены из параметров режимов, реально существовавших, а следовательно, удовлетворяющих всем ограничениям вида неравенства.

Указанные выше ограничения можно представить следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N a_i \Pi_i - S = 0. \quad (20)$$

Принятая форма записи позволяет диспетчеру удобно варьировать состав ограничиваемых параметров в зависимости от оперативной обстановки путем изменения  $a_i$ .

Искомая точка на границе «оптимального» подпространства должна удовлетворять уравнению

$$F^2 + G^2 = 0, \quad (21)$$

где  $G$  — ограничение (20), а  $\Gamma$  — уравнение границы с учетом корреляции параметров (получено аналогично (11)):

$$\sum_{p, q=1}^N [(C'_{pq} - C''_{pq}) \Pi_p \Pi_q - 2 (C'_{pq} m_{1q} - C''_{pq} m_{2q}) \Pi_p + C'_{pq} m_{1q} m_{1p} - C''_{pq} m_{2p} m_{2q}] + \ln \frac{|C''|}{|C'| \lambda_0^2} = 0. \quad (22)$$

В выражении (22)  $|C'|$ ,  $|C''|$  определятели матриц, обратных корреляционным в «оптимальном»  $|K'|$  и «неоптимальном»  $|K''|$  подпространствах;  $C'_{pq}$ ,  $C''_{pq}$  — элементы этих матриц. Частные производные (15) соответственно дополняются:

$$\frac{\partial \Pi_N}{\partial \Pi_i} = - \frac{\Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i} + G \frac{\partial G}{\partial \Pi_i}}{\Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_N} + G \frac{\partial G}{\partial \Pi_N}}. \quad (23)$$

где

$$\frac{\partial G}{\partial \Pi_i} = a_i \quad (i = 1, \dots, N);$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i} = 2 \sum_{q=1}^N (C'_{qi} - C''_{qi}) \Pi_q - 2 \sum_{q=1}^N (C'_{iq} m_{1q} - C''_{iq} m_{2q}); \quad (24)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

и система уравнений (13), дополненная ограничением (21), принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} & (\Pi_i - \Pi^*_{\alpha_i}) \left( \Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_N} + G \frac{\partial G}{\partial \Pi_N} \right) - \\ & - (\Pi_N - \Pi^*_{\alpha_i}) \left( \Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i} + G \frac{\partial G}{\partial \Pi_i} \right) = 0; \\ & i = 1, \dots, N-1 \\ & \Gamma^2 + G^2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Добавление других ограничений вида (20) выполняется аналогично.

Пример 3. В особо сложных послеаварийных ситуациях (отключения на длительное время линии электропередачи, генератора и т. п.) бывает необходимо прежде всего выдержать ограничения (20), а затем реализовать граничный оптимальный режим, осуществимый с наибольшей вероятностью.

Выработка управляющего воздействия на первом этапе значительно ускоряется. Кратчайшее расстояние между «неоптимальной» точкой  $\bar{\Pi}^*$  и точкой на поверхности (20) находится из условия

$$\frac{\partial \varphi^2}{\partial \Pi_i} = 2 (\Pi_i - \Pi^*_{\alpha_i}) + 2 (\Pi_i - \Pi^*_{\alpha_i}) \frac{\partial \Pi_j}{\partial \Pi_i} = 0; \quad (26)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad i \neq j.$$

Причем

$$\frac{\partial \Pi_j}{\partial \Pi_i} = - \frac{\frac{\partial G}{\partial \Pi_i}}{\frac{\partial G}{\partial \Pi_j}}, \quad a_j \neq 0. \quad (27)$$

Подставив в (27) значения частотных производных, получим систему  $N$  линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} & (\Pi_i - \Pi^*_{\alpha_i}) a_i - (\Pi_j - \Pi^*_{\alpha_j}) a_j = 0, \\ & i = 1, \dots, N, \quad i \neq j; \\ & \sum_{i=1}^N a_i \Pi_i - S = 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Для решения системы (28) исключим из нее уравнения, в которых  $a_i = 0$ , и получим систему из  $k$  оставшихся уравнений

$$\left. \begin{aligned} & (\Pi_{\alpha_i} - \Pi^*_{\alpha_i}) - (\Pi_j - \Pi^*_{\alpha_j}) = 0, \\ & a_i = 1, \dots, k, \quad \alpha_i \neq j; \\ & \sum_{\alpha_i=1}^k \Pi_{\alpha_i} + \Pi_j - S = 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Далее, просуммировав  $k-1$  первых уравнений, найдем

$$\sum_{\alpha_i=1}^k \Pi_{\alpha_i} - \sum_{\alpha_i=1}^k \Pi^*_{\alpha_i} - \Pi^*_{\alpha_j} (k-1) + \Pi^*_{\alpha_j} (k-1) = 0. \quad (30)$$

Вычитая из последнего уравнения системы (29) выражение (30), получим

$$k \Pi_j - S + \sum_{\alpha_i=1}^k \Pi^*_{\alpha_i} - \Pi^*_{\alpha_j} (k-1) = 0. \quad (31)$$

Из (31), возвращаясь к прежней индексации, имеем

$$\Pi_j = \frac{S - \sum_{i=1}^N a_i \Pi^*_{\alpha_i} + k \Pi^*_{\alpha_j}}{k}. \quad (32)$$

Остальные неизвестные выражаются через  $\Pi_j$  из (28):

$$\Pi_i = \Pi^*_{\alpha_i} + (\Pi_j - \Pi^*_{\alpha_j}) a_i, \quad i = 1, \dots, N; \quad i \neq j. \quad (33)$$

На втором этапе следует найти максимум функции

$$\begin{aligned} f_1(\bar{\Pi}) = & \sqrt{\frac{|C'|}{(2\pi)^N}} \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{p, q}^N c'_{pq} (\Pi_p - m_{1p}) (\Pi_q - m_{1q}) \right] \end{aligned}$$

на границе «оптимального» подпространства (22). Удобнее искать минимум функции

$$\varphi = \sum_{p, q}^N c'_{pq} (\Pi_p - m_{1p}) (\Pi_q - m_{1q}) \quad (34)$$

при том же ограничении. Методика решения остается прежней. С учетом симметричности матрицы  $|C'|$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \Pi_i} = & \sum_{p=1}^N c'_{pi} (\Pi_p - m_{1p}) + \sum_{p=1}^N c'_{pN} (\Pi_p - m_{1p}) \frac{\partial \Pi_N}{\partial \Pi_i} + \\ & + \sum_{q=1}^N c'_{qi} (\Pi_q - m_{1q}) + \sum_{q=1}^N c'_{qN} (\Pi_q - m_{1q}) \frac{\partial \Pi_N}{\partial \Pi_i}, \\ i = 1, \dots, (N-1). \end{aligned}$$

После замены индекса суммирования  $p$  на  $q$  и подстановки значений частных производных (15) получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{q=1}^N c'_{qi} (\Pi_q - m_{1q}) \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_N} - \sum_{q=1}^N C'_{qN} (\Pi_q - m_{1q}) \frac{\partial \Gamma}{\partial \Pi_i} = 0; \\ & i = 1, \dots, (N-1); \\ & \Gamma = 0. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Можно привести и другие примеры получения режимов, приблизительно эквивалентных с точки зрения экономических показателей (находящихся в оптимальном пространстве), но отличающихся

с точки зрения режимных требований — надежности, расхода топлива на электростанциях и т. п.

На рис. 3 сопоставляются результаты расчетов оптимальных режимов одной из подсистем, представляющей двумя регулирующими параметрами (в относительных единицах). Одновременно проведены также испытания блока распознавания предъявлением реальных режимов, не использовавшихся при первоначальном вычислении статистических характеристик. Адаптация блока распознавания не производилась. Результаты оценивались сопоставлением априорной вероятности оптимального по критерию удельных расходов условного топлива режима (0,69) с найденной в результате классификации (0,71). Априорная вероятность оптимального режима, а также константы нормальных распределений находились путем таксономии множества значений удельных расходов условного топлива и параметров режима за прошлые периоды, взятых из суточных ведомостей одной из энергосистем.

**Вывод.** 1. Вероятностная кибернетическая модель управления стационарным режимом может быть построена на основе единого информационного подхода к представлению подсистем и функциональных блоков (подсистем, выделенных по функциональному признаку).

2. Расширение понятия подсистемы обеспечивает гибкость решений при синтезе модели и достижение заданной надежности получения информации о системе в целом.

3. Информационный принцип представления подсистем является эффективным средством сокращения объема необходимой оперативной информации и создает предпосылки для разработки практических вопросов реализации модели на базе имеющихся в энергосистемах технических средств.

4. Моделирование опыта объективного диспетчера по оценке вариаций стационарного режима целесообразно выполнять с помощью аппарата теории распознавания образов.

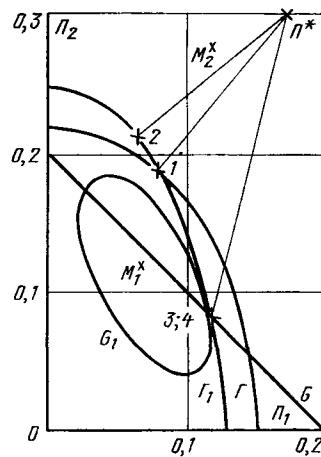
5. Выработка управляющего воздействия может быть выполнена автоматически либо с участием диспетчера, выбирающего правило компенсации случайных отклонений и ограничения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики. — М.: Высшая школа, 1966. — 488 с.

Рис. 3. Оптимизация режима подсистемы.  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  — управляющие воздействия;  $\Pi^*$  — неоптимальный режим;  $\Gamma$  — граница «оптимального» подпространства без учета корреляции параметров;  $\Gamma_1$  — граница «оптимального» подпространства с учетом корреляции параметров;  $G$  — ограничение на сумму параметров;  $G_1$  — эллипс, соответствующий максимальному значению вероятности на границе  $\Gamma_1$ .

$M_1(m_{11}, m_{12})$  — математические ожидания параметров в «оптимальном» подпространстве;  $M_2(m_{21}, m_{22})$  — математические ожидания параметров в «неоптимальном» подпространстве; 1, 2, 3, 4 — оптимальный режим соответственно без учета корреляции параметров, с учетом корреляции параметров и требований надежности реализации.



2. Щербина Ю. В., Баженов В. А. Кибернетическая модель электрической системы на основе метода разрезания контуров. — Электричество, 1977, № 9, с. 72—74.

3. Веников В. А., Головицын Б. И., Суханов О. А. Кибернетическое моделирование сложных электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 4, с. 77—84.

4. Дубнов П. Ю. Постановка задачи оперативной коррекции режима энергообъединения. — Электричество, 1974, № 9, с. 1—5.

5. Контроль достоверности оперативной информации в автоматизированной системе диспетческого управления электроэнергетической системой/ Кнеллер И. О., Оранский А. Г., Коломыченко А. В., Подольский А. И. — Электричество, 1977, № 4, с. 5—10.

6. Веников В. А., Суханов О. А. Принципы кибернетического моделирования электрических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 3, с. 112—122.

7. Оранский А. Г. Учет переходных процессов в электрической сети при кибернетическом моделировании электрических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 5, с. 88—94.

8. Кузьмин И. В., Кедрус В. А. Основы теории информации и кодирования. — Киев: Вища школа, 1977. — 276 с.

9. Гурский С. К. Адаптивный метод распределения нагрузок между электростанциями энергосистемы. — Электричество, 1974, № 9, с. 5—10.

10. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 576 с.

11. Вапник В. Н., Червоненкис А. Я. Теория распознавания образов. — М.: Наука, 1974. — 415 с.

12. Елисеева Н. Н., Руковишинников В. О. Группировка, корреляция, распознавание образов. — М.: Статистика, 1977. — 142 с.

13. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. — М.: Мир, 1976. — 511 с.

14. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. — М.: Наука, 1970. — 527 с.

[26.04.79]

# Оценка интервала осреднения при определении расчетных нагрузок

ЖЕЖЕЛЕНКО И. В., доктор техн. наук (Жданов), СТЕПАНОВ В. П., инж.  
(Куйбышев)

Одним из основных этапов проектирования любой электрической сети является набор ее элементов из условий нагрева. Отыскание максимальной температуры перегрева проводника с постоянной времени нагрева  $T_0$  в общем случае сводится к решению уравнения теплового баланса — дифференциального уравнения первого порядка [Л. 1]. Однако конечный результат удается получить только для неизменного во времени графика нагрузки  $I(t) = \text{const}$ . В случае же, если нагрузка имеет случайный характер, уравнение теплового баланса неразрешимо из-за математических трудностей, поскольку в правую часть его входит квадрат тока  $I^2(t)$  нагрузки. В связи с этим в практических расчетах [Л. 2] выбор сечения проводника по нагреву производят не по максимальной температуре перегрева, а по расчетной нагрузке  $I_p$ , которая косвенно оценивает эффект нагрева.

В настоящее время расчетная нагрузка  $I_p$  определяется на основании принципа максимума средней нагрузки, впервые предложенного Н. В. Копытовым и теоретически обоснованного Г. М. Каяловым [Л. 1]. Исходя из этого принципа, в качестве расчетной нагрузки по нагреву принимают наибольшее из средних значений

$$I_{\text{ср}}(t) = \frac{1}{\theta} \int_{t-\theta}^t I(t) dt \quad (1)$$

за скользящий вдоль графика нагрузки интервал осреднения длительностью  $\theta$ ; при этом параметры электрической сети и графика нагрузки обычно неизвестны.

Недостаточность такого определения показана в [Л. 3], где предложено в качестве «греющего максимума» принимать максимум эффективной нагрузки длительностью  $\theta$ :

$$I_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{\theta} \int_{t-\theta}^t I^2(t) dt. \quad (2)$$

Однако в обоих случаях длительность  $\theta$  интервала осреднения графиков принималась равной трем постоянным времени нагрева проводника  $T_0$ . Это обосновано в [Л. 1] только для неизменного во времени графика электрической нагрузки.

В настоящее время длительность  $\theta$  интервала осреднения графиков условно принята равной 30 мин [Л. 1], что объясняется отсутствием методов количественной оценки  $\theta$ .

Исследование графиков электрической нагрузки методами теории случайных функций и теории массового обслуживания [Л. 4] позволило впервые разработать метод количественной оценки  $\theta$ . Метод основан на вычислении интеграла от квадратов разности относительных значений температуры максимального перегрева  $\theta_m$  и максимумов эффективной нагрузки  $I_{\text{ср}}^2$ . Однако метод лишен универсальности и предназначен только для

частного случая — строго периодических графиков нагрузки.

В настоящей статье излагается общий метод определения интервала времени осреднения  $\theta$ , основанный на математическом аппарате спектральной теории случайных процессов и использующий введенное в [Л. 5] понятие «инерционного» максимума. Метод позволяет учитывать влияние на продолжительность «греющего максимума» не только постоянной времени нагрева, но и неравномерности графика нагрузки, а также типа корреляционной связи между ординатами  $I(t)$  случайного процесса изменения ее.

**Обоснование применения спектральной теории случайных процессов.** Одним из важнейших понятий математического аппарата спектральной теории является функция спектральной плотности мощности процесса  $G(f)$ . Формально функция  $G(f)$  не содержит дополнительной информации о процессе по сравнению с автокорреляционной функцией  $R(\tau)$ , поскольку они на основании теоремы Винера — Хинчина связаны взаимным преобразованием Фурье:

$$G(f) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty R(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = \\ = 4 \int_0^\infty R(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau. \quad (3)$$

Однако  $G(f)$  и  $R(\tau)$  дают информацию различного типа, причем для решения задач количественной оценки  $\theta$  использование спектральной теории более правомерно. Это прежде всего связано с тем, что средний перегрев проводника оценивается средней величиной квадрата эффективного тока нагрузки

$$I_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt. \quad (4)$$

Поскольку воздействие нагрузки на сеть является в общем случае стохастическим процессом, то в соответствии с известной формулой теории вероятностей [Л. 6] квадрат эффективного тока определится выражением

$$I_{\text{ср}}^2 = I_{\text{ср}}^2 + \sigma^2, \quad (5)$$

где  $I_{\text{ср}}$  — средняя нагрузка;  $\sigma$  — стандарт нагрузки.

С позиций спектральной теории квадрат эффективного тока  $I_{\text{ср}}^2$  определяет спектральную плотность мощности стационарного случайного процесса  $I(t)$  [Л. 7]:

$$G(f) = \lim_{2B \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2BT} \int_0^T I^2(t, f, 2B) dt, \quad (6)$$

где  $2B$  — эффективная полоса частот спектрального анализа, определяемая частотным спектром графика электрической нагрузки.

Эффективная полоса частот спектра нагрузки может быть найдена расчетным путем [Л. 8] и является тем показателем, который одновременно учитывает неравномерность графика нагрузки (коэффициент формы  $k_{\Phi}$ ) и постоянную времени затухания корреляционной связи  $T_k$  между ординатами графика нагрузки  $I(t)$ .

Таким образом, применение спектральной теории случайных процессов для решения задачи о нахождении длительности интервала осреднения  $\theta$  обосновано в той же мере, что и для оценки показателей качества электроэнергии [Л. 8].

**Основные положения метода.** Максимальный перегрев проводника в соответствии с выражением (2) оценивается максимальным значением квадрата эффективного тока нагрузки  $I_{s\theta m}^2$  за интервал времени осреднения  $\theta$ . Максимум эффективной нагрузки определяется известным выражением теории вероятностей [Л. 6]:

$$I_{s\theta m}^2 = I_s^2 + \beta \sqrt{D(I_{s\theta}^2)}, \quad (7)$$

в котором первое слагаемое характеризует средний перегрев, а второе — вероятное наибольшее отклонение от среднего перегрева.

В свою очередь процесс нагрева представляется «инерционным» процессом  $I_T(t)$  [Л. 5], инерционность которого обуславливается постоянной времени нагрева проводника  $T_0$ , и наибольшему значению инерционного процесса  $I_{Tm}$  соответствует максимум эффективной нагрузки

$$I_{s\theta m}^2 \approx I_{Tm}. \quad (8)$$

В связи с этим инерционный процесс  $I_T(t)$  можно рассматривать как результат воздействия квадрата эффективного тока нагрузки  $I_s^2$  на некоторую линейную динамическую систему с постоянными параметрами. Тогда вероятностные характеристики инерционного процесса (математическое ожидание и дисперсия) вычисляются с помощью интеграла свертки [Л. 7]:

$$I_T(T_0, T) = \int_0^T I^2(t) h(T - \tau) d\tau, \quad (9)$$

где функция  $h(T - \tau)$  есть импульсная переходная характеристика, имеющая смысл «отклика» на д-функцию, значения которой зависят только от разности  $T - \tau$  моментов наблюдения на выходе и приложения воздействия на вход динамической (инерционной) системы.

Время интегрирования  $T$  в (9) полагается равным длине реализации, необходимой для получения достоверной информации о характеристиках случайного процесса  $I_T(t)$ . Величина  $T$  определяется выражением [Л. 7]:

$$T = \frac{1}{2B\epsilon^2} = \frac{1}{2B \cdot 0,1^2} = \frac{50}{B}, \quad (10)$$

где  $\epsilon = 0,1$  — статистическая погрешность, принятая равной допустимой погрешности расчета электрических нагрузок [Л. 1].

В силу линейности динамической системы оценку математического ожидания и дисперсии инерционного процесса  $I_T(t)$  можно производить раз-

дельно по среднему значению  $I_s^2$  и дисперсии  $D(I_{s\theta}^2)$  входного процесса, описываемого выражением (7).

Используя известные соотношения спектральной теории [Л. 7], представим составляющие (7) в следующем виде:

$$I_s^2 = M[I_{s\theta}^2(t)] = R(0); \quad (11)$$

$$D(I_{s\theta}^2) = \sigma^2 = M[I_{s\theta}^2(t)] - (M[I_{s\theta}^2(t)])^2 = \\ = \frac{4}{\theta^2} \int_0^\theta \left(1 - \frac{\tau}{\theta}\right) R^2(\tau) d\tau = \frac{4}{\theta^2} \int_0^\theta (\theta - \tau) R^2(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где  $R(\tau)$  — нормированная корреляционная функция графика нагрузки  $I(t)$ , а  $R(0)$  — ее значение при  $\tau = 0$ .

В качестве линейной динамической системы примем апериодическое звено первого порядка с импульсной переходной функцией вида [Л. 9]:

$$h(T - \tau) = \frac{1}{T_0} \exp\left(-\frac{T - \tau}{T_0}\right), \quad (13)$$

динамические свойства которого адекватны динамическим свойствам инерционного процесса  $I_T(t)$ . С учетом выражения (9) математическое ожидание и дисперсия процесса  $I_T(t)$  будут равны:

$$I_T = M[I_T(T_0, T)] = R(0) \left[1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right)\right]; \quad (14)$$

$$D[I_T(T_0, T)] = \sigma^2 = M[I_T(T_0, T)]^2 - (M[I_T(T_0, T)])^2 = \\ = \frac{2}{T_0} \int_0^T R^2(\tau) \left[\exp\left(-\frac{\tau}{T_0}\right) - \exp\left(\frac{2T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{\tau}{T_0}\right)\right] d\tau. \quad (15)$$

Из выражений (11), (12), (14) и (15) определим нормированное значение квадрата ошибки при оценке средней величины входного и выходного процессов [Л. 7]:

$$\epsilon_{s\theta}^2 = \frac{\sigma^2}{(M[I_{s\theta}^2(t)])^2} = \frac{4}{\theta^2 R^2(0)} \int_0^\theta (\theta - \tau) R^2(\tau) d\tau; \quad (16)$$

$$\epsilon_T^2 = \frac{\sigma^2}{(M[I_T(T_0, T)])^2} = \frac{2}{T_0 R^2(0) \left(1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right)\right)^2} \times \\ \times \int_0^T R^2(\tau) \left[\exp\left(-\frac{\tau}{T_0}\right) - \exp\left(-\frac{2T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{\tau}{T_0}\right)\right] d\tau. \quad (17)$$

Следует подчеркнуть, что из (8) вытекает важное, далеко не очевидное, равенство квадратов ошибок

$$\epsilon_{s\theta}^2 \approx \epsilon_T^2. \quad (18)$$

Приравнивая правые части выражений (16) и (17), получим уравнение для определения интер-

вала осреднения  $\theta$ :

$$\frac{4}{\theta^2 R^2(0)} \int_0^\theta (0 - \tau) R^2(\tau) d\tau = \frac{2}{T_0 R^2(0) \left[ 1 - \exp \left( -\frac{T}{T_0} \right) \right]^2} \times \\ \times \int_0^T R^2(\tau) \left[ \exp \left( -\frac{\tau}{T_0} \right) - \exp \left( -\frac{2T}{T_0} \right) \exp \left( \frac{\tau}{T_0} \right) \right] d\tau. \quad (18a)$$

Таким образом, по уравнению (18а) можно вычислить длительность интервала времени осреднения  $\theta$  в зависимости от постоянной времени нагрева проводника  $T_0$ , неравномерности графика электрической нагрузки и типа корреляционной связи между ординатами  $I(t)$  графика нагрузки.

Определение времени осреднения  $\theta$  для «абсолютно» случайных графиков электрической нагрузки с корреляционной функцией вида  $R(\tau) = R(0) \exp(-a|\tau|)$ . Широко распространенной математической моделью электрических нагрузок массовых электроприемников является марковский стационарный процесс с корреляционной функцией [Л. 6]:

$$R(\tau) = R(0) \exp(-a|\tau|), \quad (19)$$

где  $a$  — величина, обратная постоянной времени затухания корреляционной связи  $T_k$  между ординатами  $I(t)$  случайного графика. Согласно спектральной теории [Л. 7]  $T_k$  полностью определяется частотными свойствами графика нагрузки. Поэтому целесообразно корреляционную функцию графика нагрузки представить в виде

$$R(\tau) = R(0) \exp(-2B|\tau|), \quad (20)$$

где  $2B$  — эффективная полоса частот спектра графика нагрузки.

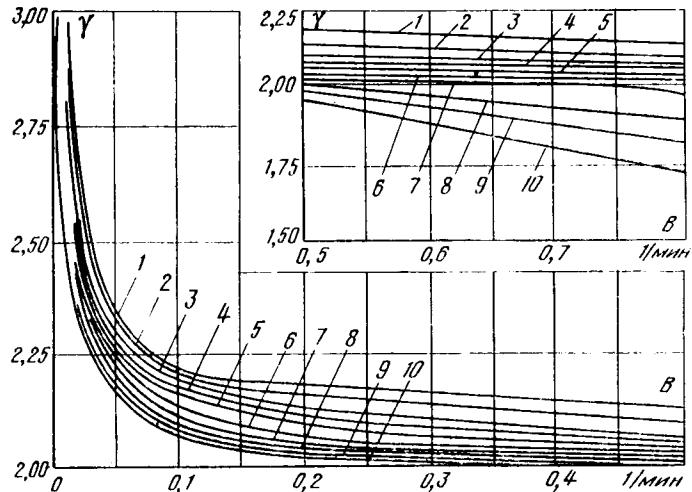


Рис. 1. Зависимости относительной величины интервала осреднения графиков нагрузки с корреляционной функцией вида  $R(\tau) = R(0) \exp(-2B|\tau|)$  для открыто проложенных проводов от  $T_0$  и  $B$  (кривые 1—10 соответствуют пп. 1—10 таблицы).

Подставляя (20) в (18а) и вычисляя интегралы, получим обыкновенное алгебраическое уравнение, из которого нетрудно найти  $\theta$ :

$$\frac{1}{B\theta} + \frac{\exp(-4B\theta)}{4B^2\theta^2} - \frac{1}{4B^2\theta^2} = \\ = \frac{2}{\left[ \frac{1 - \exp(-4BT_0) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right)}{4BT_0 + 1} + \right.} \\ \left. \frac{\exp(-4BT_0) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) - \exp\left(-\frac{2T}{T_0}\right)}{4BT_0 - 1} \right] \rightarrow \\ \rightarrow \quad (21)$$

С учетом (10) выражение (21) значительно упрощается: при  $BT_0 \leq 10$

$$\frac{1}{B\theta} + \frac{\exp(-4B\theta)}{4B^2\theta^2} - \frac{1}{4B^2\theta^2} = \frac{2}{4BT_0 + 1}; \quad (22)$$

при  $BT_0 > 10$

$$\frac{1}{B\theta} + \frac{\exp(-4B\theta)}{4B^2\theta^2} - \frac{1}{4B^2\theta^2} = \frac{2}{(4BT_0 + 1) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{50}{BT_0}\right) \right]^2}. \quad (23)$$

Уравнения (22) и (23) относительно  $\theta$  в явном виде неразрешимы, их корни могут быть найдены численными методами (например, методом Ньютона — Рафсона).

Анализ выражений (22) и (23) проводился на ЦВМ путем расчета относительных значений  $\gamma$  интервала осреднения  $\theta$  в долях постоянных времени нагрева  $T_0$  открыто проложенных проводов в зависимости от эффективной полосы частот спектра графика нагрузки. Значения постоянных времени нагрева проводов приводятся в таблице, заимствованной из [Л. 1]. Представление об изменении относительной величины интервала осреднения  $\gamma = \theta/T_0$  дает рис. 1.

Анализ кривых позволяет отметить следующее. Интервал осреднения  $\theta = 3T_0$  имеет место только при  $B = 0$ , т. е. при практически неизменном во времени графике электрической нагрузки, когда коэффициент формы графика  $k_F = 1$ . При  $B > 0$  ( $k_F > 1$ ) интервал осреднения  $\theta$  уменьшается, причем уменьшение проявляется плавно для проводов сечением  $6 \div 25 \text{ mm}^2$  и резко — для проводов сечением  $35 \div 150 \text{ mm}^2$ . Постоянная времени нагрева проводника  $T_0$  для проводов сечением  $6 \div 25 \text{ mm}^2$  (кривые 1—4) в частотном диапазоне до  $B \leq$

№ пп.	Сече- ние, мм <sup>2</sup>	Постоянная времени нагрева, мин	№ пп.	Сече- ние, мм <sup>2</sup>	Постоянная времени нагрева, мин
1	6	3	6	50	12
2	10	4,2	7	70	15
3	16	5,5	8	95	18,4
4	25	7,2	9	120	21,4
5	35	9	10	150	24,2

$\leq 0,5$  мин $^{-1}$  значительно влияет на  $\gamma$ , а для проводов сечением  $35 \div 150$  мм $^2$  (кривые 5—10) в том же частотном диапазоне влияние  $T_0$  на относительную величину  $\gamma$  интервала осреднения мало. Это объясняется тем, что постоянные времени нагрева  $T_0$  проводов сечением  $6 \div 25$  мм $^2$  малы по сравнению с постоянной корреляции  $T_k$ , а для проводов сечением  $35 \div 150$  мм $^2$  постоянные времена нагрева  $T_0$  становятся сопоставимы с  $T_k$ . Для проводов с  $T_0 > 12$  мин и при  $B > 0,5$  мин $^{-1}$  интервал осреднения  $\theta < 2T_0$ .

Численный анализ зависимостей (22) и (23) для конкретных сечений проводов при частотном диапазоне  $B > 0,5$  мин $^{-1}$  показал, что левая часть их может быть представлена в более простом виде:

$$\varepsilon_{\theta}^2 \approx \frac{1}{B\theta}, \quad (24)$$

так как при  $B\theta \gg 1$  последние два члена исчезают, ибо каждый из них убывает, как  $1/(4B^2\theta^2)$ . Аналогичным образом упрощается правая часть выражений (22) и (23):

$$\varepsilon_{\theta}^2 = \frac{1 - \exp\left(-\frac{100}{BT_0}\right)}{2BT_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{50}{BT_0}\right)\right]^2}. \quad (25)$$

Упрощения позволяют получить в явном виде зависимость  $\theta$  от частотного диапазона графика нагрузки:

$$\theta = \frac{2T_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{50}{BT_0}\right)\right]^2}{\left[1 - \exp\left(-\frac{100}{BT_0}\right)\right]}. \quad (26)$$

Определение времени осреднения  $\theta$  для графиков электрических нагрузок с корреляционной функцией вида  $R(\tau) = R(0) \exp(-\alpha|\tau|) \cos \beta\tau$ . Результаты исследований электрических нагрузок показывают, что многие реальные графики занимают промежуточное положение между двумя графиками: строго периодическим и «абсолютно случайным» [Л. 10 и 11]. Корреляционные функции таких графиков аппроксимируются функциями вида [Л. 6]:

$$R(\tau) = R(0) \exp(-2B|\tau|) \cos \beta\tau. \quad (27)$$

Следуя изложенному выше методу и подставляя (27) в (18а), получаем новое уравнение относительно  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2B\theta} + \frac{8B}{\theta(16B^2 + 4\beta^2)} - \frac{1 - \exp(-4B\theta)}{8B^2\theta^2} + \\ + \frac{2\exp(-4B\theta) \cos 2B\theta - 2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)} - \\ - \frac{16B \exp(-4B\theta) (2\beta \sin 2\beta\theta - 4B \cos 2\beta\theta) + 64B^2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)^2} = \\ = \frac{1 - \exp(-4BT) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right)}{(4BT_0 + 1) \left[1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right)\right]^2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \frac{\exp(-4BT) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \left[ \left( \frac{2\beta T_0}{4BT_0 + 1} \right) \sin \frac{100\beta}{B} - \cos \frac{100\beta}{B} \right] + 1}{(4BT_0 + 1) \left[ 1 + \frac{4\beta^2 T_0^2}{(4BT_0 + 1)^2} \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \right]^2} + \\ + \frac{\exp(-4BT) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) - \exp\left(-\frac{2T}{T_0}\right)}{(4BT_0 + 1) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \right]^2} - \\ - \frac{\exp(-4BT) \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \left[ \left( \frac{2\beta T_0}{4BT_0 + 1} \right) \sin \frac{100\beta}{B} - \right.}{(4BT_0 + 1) \left[ 1 + \frac{4\beta^2 T_0^2}{(4BT_0 + 1)^2} \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \right]^2} \\ - \left. \cos \frac{100\beta}{B} \right] + \exp\left(-\frac{2T}{T_0}\right). \end{aligned} \quad (28)$$

Учитывая (10), правую часть выражения (28) упрощаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta}^2 = \frac{1}{\left[1 - \exp\left(-\frac{50}{BT_0}\right)\right]^2} \left[ \frac{1}{4BT_0 + 1} + \right. \\ \left. + \frac{4BT_0 + 1}{(4BT_0 + 1)^2 + 4\beta^2 T_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Результаты расчетов относительных значений интервалов осреднения  $\gamma$  в зависимости от соотношения параметров случайного процесса  $2B$  и  $\beta$  иллюстрирует рис. 2. Анализируя рис. 2, необходимо отметить следующие важные особенности кривых  $\gamma=f(2B, \beta)$ :

изменение относительных значений интервалов осреднения в области частот до  $B \leq 0,1$  мин $^{-1}$  в ос-

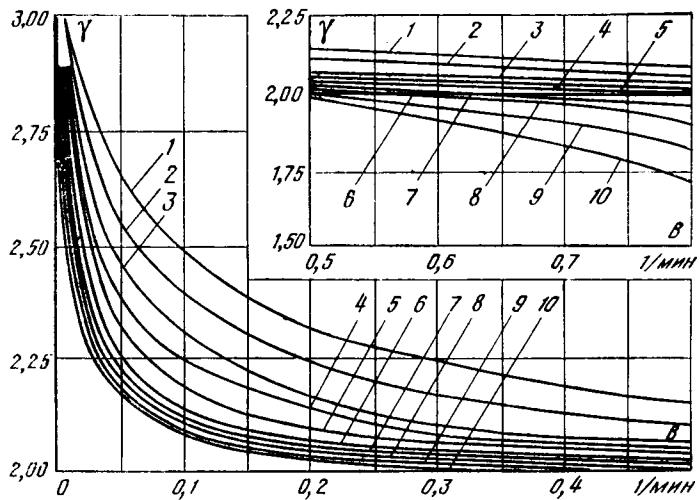


Рис. 2. Зависимости относительной величины интервала осреднения графиков нагрузки с корреляционной функцией вида  $R(\tau) = R(0) \exp(-2B|\tau|) \cos \beta\tau$  от  $T_0$  и  $B$  при  $\beta = 0,5$  (кривые 1—10 соответствуют пп. 1—10 таблицы).

новием определяется периодическими колебаниями с частотой  $\beta$ :

при относительно равномерном спектральном составе случайного процесса изменения электрической нагрузки, когда не наблюдается явного преобладания одного параметра процесса над другим,  $\gamma$  практически не изменяется вплоть до  $B \leq 0,5 \text{ мин}^{-1}$ ;

при  $B > 0,5 \text{ мин}^{-1}$  в спектральном составе случайного процесса изменения электрической нагрузки преобладает ослабление корреляционных связей между ординатами  $I(t)$  по закону  $\exp(-2B|\tau|)$ , и  $\gamma$  для проводов сечением  $35-150 \text{ мм}^2$  уменьшается до значения, меньшего 2.

Длительность интервала осреднения при всех соотношениях параметров случайного процесса определяется точно по формуле (28) численным методом. Однако, как показали расчеты, для практических целей  $\theta$  может быть определена по приближенным выражениям с относительной погрешностью не более 3% при  $BT_0 \leq 10$ :

$$\frac{1}{2B\theta} + \frac{8B}{\theta(16B^2 + 4\beta^2)} - \frac{1}{8B^2\theta^2} + \frac{2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)} - \frac{64B^2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)^2} = \frac{1}{4BT_0 + 1} + \frac{4BT_0 + 1}{(4BT_0 + 1)^2 + 4\beta^2T_0^2} \quad (30)$$

и не более 1,5% при  $BT_0 > 10$ :

$$\frac{1}{2B\theta} + \frac{8B}{\theta(16B^2 + 4\beta^2)} + \frac{1}{8B^2\theta^2} + \frac{2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)} - \frac{64B^2}{\theta^2(16B^2 + 4\beta^2)^2} = \frac{1}{\left[1 + \exp\left(-\frac{50}{BT_0}\right)\right]^2} \times \\ + \left[ \frac{1}{4BT_0 + 1} + \frac{4BT_0 + 1}{(4BT_0 + 1)^2 + 4\beta^2T_0^2} \right], \quad (31)$$

элементарные преобразования которых приводят к обычным квадратным уравнениям относительно  $\theta$ .

Использование предложенной методики выбора  $\theta$  позволяет уточнить величину расчетной на-

грузки по нагреву. Расчеты, проведенные для некоторых групп промышленных приемников электрической энергии, в том числе специальных, например, буровых установок, показали, что расчетная нагрузка по нагреву уточняется на 17-30%.

**Выводы.** 1. Длительность интервала осреднения зависит от постоянной времени нагрева проводника, неравномерности, а также типа корреляционной функции графиков нагрузки.

2. Интервал осреднения, равный трем постоянным времени нагрева проводника  $T_0$ , справедлив только для графиков нагрузки, практически неизменных во времени. Во всех остальных случаях интервал осреднения  $\theta < 3T_0$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические нагрузки промышленных предприятий/ Волобринский С. Д., Каялов Г. М., Клейн П. Н., Мешель В. С. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1971. 264 с.
2. Правила устройства электроустановок. Раздел I. — М.: Атомиздат, 1976. 103 с.
3. Куренный Э. Г. К вопросу об определении расчетных электрических нагрузок по нагреву. — Электричество, 1969, № 1, с. 23-29.
4. Куренный Э. Г., Дмитриева Е. Н. Общий метод расчета пиков электрической нагрузки. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 6, с. 139-146.
5. Куренный Э. Г., Дмитриева Е. Н., Трейгер М. В. Об одном пути развития методов расчета и экспериментального анализа электрических нагрузок. — В кн.: Проектирование и эксплуатация систем электроснабжения. — М.: МДНТП имени Ф. Э. Дзержинского, 1978, с. 49-53.
6. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. 576 с.
7. Грибанов Ю. И., Мальков В. П. Спектральный анализ случайных процессов. — М.: Энергия, 1974. 240 с.
8. Система показателей и нормирование качества электрической энергии/ Константинов Б. А., Жежеленко И. В., Никифорова В. Н. и др. — Электричество, 1978, № 9, с. 19-24.
9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Советское радио, 1974. 550 с.
10. Исследование электрических нагрузок буровых установок/ Щукин Б. Д., Степанов В. П., Миронов С. Ф. и др. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1975, № 8, с. 132-136.
11. Фокин Ю. А. Исследование случайных процессов изменения нагрузок городских сетей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 6, с. 147-153.

[21.04.80]



УДК 621.315.623.5.027.3

## Оптимальное экранирование опорных изоляционных конструкций электрических аппаратов

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., доктор техн. наук, СЕРГЕЕВ А. С. канд. техн. наук

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Уменьшение размеров изоляционных конструкций электрических аппаратов сверх- и ультравысокого напряжения имеет большое значение для улучшения их технико-экономических показателей. В связи с этим в последние годы оптимизации изоляционных конструкций аппаратов уделяется большое внимание. В ряде публикаций обнаружено существенное влияние экранов на электрическую прочность опорных изоляционных конструкций [Л. 1-5]. Поэтому в лаборатории сверхвы-

соких напряжений ЛПИ была поставлена задача выяснения природы этого влияния и разработки методики оптимального экранирования изоляционных конструкций аппаратов.

В настоящее время можно выделить три основные функции экранов опорных изоляционных конструкций: подавление стримерной короны на элементах конструкции, повышение ее электрической прочности и ограничение неравномерности распределения напряжения вдоль конструкции. Послед-

нее вызвано использованием в конструкциях изоляционных элементов, подверженных старению при длительном воздействии сильного электрического поля. К таким элементам относятся стеклопластик (воздуховоды и световоды в выключателях) и нелинейные резисторы (в нелинейных ограничителях перенапряжений). Выравнивание распределения напряжения вдоль опорной изоляционной конструкции (ОИК) обеспечивается при установке экрана ниже нижнего края верхнего фланца, с увеличением расстояния между экраном и верхним фланцем неравномерность распределения напряжения снижается [Л. 6]. Электрическая прочность ОИК, не требующих выравнивания распределения напряжения (разъединители, шинные опоры и др.), определяется высотой конструкции и взаимным расположением экрана и верхнего фланца. В [Л. 7] показано, что максимальная электрическая прочность колонки изолиторов 5×АКО-110 обеспечивается при установке тороидального экрана выше нижнего края верхнего фланца. В настоящей статье излагаются результаты исследования влияния экранов различной формы на электрическую прочность ОИК электрических аппаратов высокого напряжения. В качестве экранов использовались одиночный и двойной тороиды.

Развитие разряда в длинных воздушных промежутках с сильно неоднородным полем происходит в лидерной форме. Образованию лидера предшествует развитие большого числа стримеров, внедряющихся в область, прилегающую к электроду, объемный заряд. К моменту возникновения лидерного канала электрическое поле определяется зарядом на электроде и объемным зарядом. Так как характеристики объемного заряда имеют значительный статистический разброс, расчет электрического поля с его учетом очень сложен. В то же время электрическое поле электротов в докоронном режиме в значительной мере влияет на электрическую прочность конструкции, так как оно определяет начальные процессы образования стримеров. Сопоставление результатов экспериментов с расчетами электрического поля ОИК в докоронном режиме позволяет выявить возможности повышения ее электрической прочности и сформулировать принципы конструирования экрана, обеспечивающего максимальную электрическую прочность.

Расчет электрического поля ОИК может быть выполнен при замещении верхнего фланца и подножника системой тороидов. Заряды тороидов определяются системой уравнений Максвелла

$$\alpha G = \varphi,$$

где  $\alpha$  — матрица потенциальных коэффициентов;  $G$  — матрица зарядов;  $\varphi$  — матрица потенциалов тороидов.

Коэффициенты  $\alpha_{ij}$  могут быть вычислены на основании формулы Олендорфа для потенциала от осевой линии тороида [Л. 8]. Напряженность на поверхности торондов расчетной системы электротов вычислялась как векторная сумма составляющих напряженностей от осевых линий тороидов вдоль осей цилиндрических координат [Л. 9].

Расчеты показали, что наибольшая напряженность электрического поля на поверхности верхнего фланца опорной колонки создается на нижнем его крае, откуда и следует ожидать развития разряда. Соответственно оценка экранирующего эффекта может быть произведена по степени и характеру изменения напряженности поля в этом месте. Результаты вычислений максимальной напряженности поля на поверхности фланца опорной колонки 5×АКО-110 в относительных единицах (за базисное значение принятая напряженность поля при отсутствии экрана) приведены на рис. 1. Установка тороидальных экранов различных радиусов приводит к существенному уменьшению напряженности поля на верхнем фланце опорной колонки. Наибольшее снижение напряженности поля на поверхности верхнего фланца достигается при установке экрана на уровне нижнего края верхнего фланца (при превышении крана над нижним краем верхнего фланца  $d=0$ ). Сдвиг тороидального экрана малого радиуса относительно этого положения приводит к резкому возрастанию напряженности поля на верхнем фланце, для тороидов больших радиусов этого не наблюдается.

Из экспериментов известно, что тороиды различных радиусов, установленные ниже верхнего фланца ОИК, являются эффективным средством подавления разрядов с фланца. Слабая зависимость напряженности поля на верхнем фланце от высоты установки торонда большого радиуса позволяет предположить, что такой тороид может обеспечивать подавление разрядов с фланца при его установке выше верхнего фланца опорной колонки. Различие скорости нарастания напряженности поля на верхнем фланце с ростом значения  $d$  для различных радиусов тороидов дает основание предположить, что максимальное превышение  $d$ , обеспечивающее подавление разрядов с фланца, зависит от радиуса торонда и с его увеличением растет.

Экспериментальные исследования влияния экрана на электрическую прочность ОИК были проведены на следующих опорных колонках: 5×АКО-110 на треугольном подножнике, тренога 5×АКО-110 на прямоугольном подножнике с размерами  $1 \times 5 \text{ м}^2$ , 5×КО-110, 5×РВМГ-110 и ИШО-500 на подножниках ( $0,2 \times 0,2 \text{ м}^2$ ).

Высота подножника для всех колонок составляла 2,5 м. Колонка РВМГ-110 — полая покрышка разрядника, ИШО-500 — полый изолятор, заполненный элегазом. При испытаниях использовались тороиды различных радиусов с радиусом трубы  $r_0=5 \text{ см}$ .

Исследования выполнены при колебательных импульсах напряжения с длиной фронта 3000 мкс. Для каждого положения экрана по 100—200 импульсам напряжения в диапазоне вероятности разряда 0,1—0,9 определялась «кривая эффекта». Погрешность определения  $U_{50\%}$  не превышала 2%,  $\sigma^*—30\%$ . При каждом положении экрана испытания многократно повторялись в разные дни. Все эти данные были использованы для уточнения значений  $\sigma^*$ . В итоге погрешность определения  $\sigma^*$  не превышала 10%. Результаты испытаний приводились к нормальным атмосферным условиям по

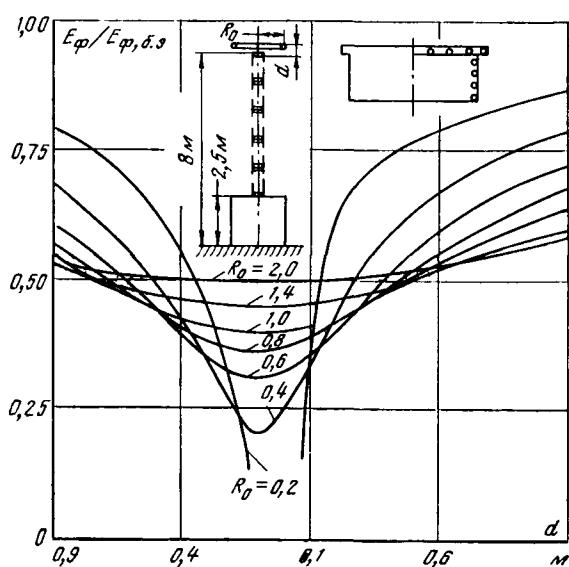


Рис. 1. Зависимости максимальной напряженности поля на поверхности верхнего фланца от высоты установки тороидального экрана при различных радиусах тороида (радиус трубы экрана  $r_0=0,05$  м).

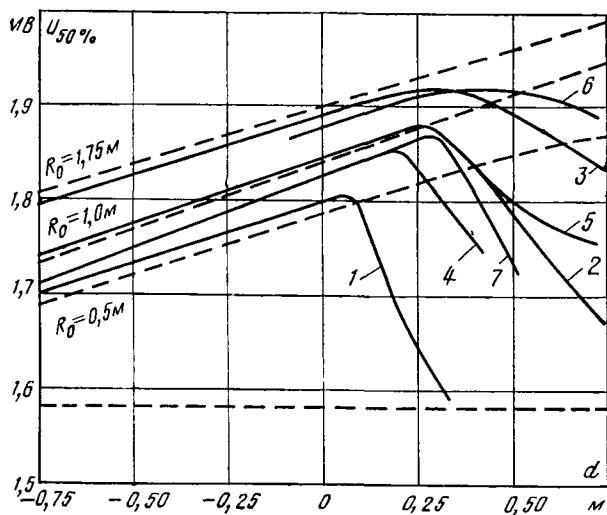


Рис. 2. Зависимости электрической прочности опорной колонки от высоты установки экрана опорной колонки 5×АКО-110 (1, 2, 3, 5, 6), треноги 5×АКО-110 (4, 7) с одиночным (1—4) и двойным тороидальным экраном (5—7) ( $d_1=0$ ,  $R_{01}=0,5$  м). Радиус основного тороида  $R_0=0,5$  м (1), 1 м (2, 4, 5, 7) и 1,75 м (3, 6).

давлению. Влияние атмосферных условий на зависимость электрической прочности ОИК от высоты установки экрана заданного радиуса исключалось проведением экспериментов в течение одного дня. Кроме параметров «кривой эффекта» регистрировались также пути разряда: с фланца или с экрана, на подножник или на землю.

Экран и верхний фланец ОИК являются связанный системой электродов, в которой путь развития разряда определяется их взаимным положением. При установке экрана на уровне нижнего края верхнего фланца, либо ниже, разряд всегда развивается с экрана. При превышении экрана над верхним фланцем на высоту, равную радиусу экрана и более, разряд развивается только с верхнего

фланца; при промежуточных положениях экрана разряд развивается по обоим путям. Ввиду того, что электрическая прочность ОИК без экрана существенно меньше электрической прочности промежутка «экран — земля» появление разрядов с фланца в связанной системе электродов «верхний фланец — экран» приводит к снижению электрической прочности системы и является признаком неэффективного экранирования опорной изоляционной конструкции.

Результаты исследований приведены на рис. 2 и 3. Кривые построены по экспериментальным точкам методом наименьших квадратов.

Как показали исследования, основным параметром, влияющим на эффективность экранирования, является расстояние вдоль оси ОИК между нижним краем верхнего фланца и тороидальным экраном — превышение  $d$  экрана над верхним фланцем. Тогда при установке тороидального экрана выше нижнего края верхнего фланца  $d$  положительно, в противном случае — отрицательно. Из рис. 2 видно, что с ростом параметра  $d$  для всех его отрицательных значений электрическая прочность ОИК совпадает с электрической прочностью промежутка «экран — подножник» для соответствующего радиуса тороидального экрана. При  $d > 0$  рост электрической прочности ОИК продолжается вплоть до  $d=0,1—0,3$  м в зависимости от размеров экрана и фланца, после чего она уменьшается до электрической прочности неэкранированной ОИК (1580 кВ). Превышение  $d$ , соответствующее максимуму электрической прочности ОИК с данным экраном, назовем оптимальным ( $d_{\text{опт}}$ ).

Снижение электрической прочности ОИК при  $d > d_{\text{опт}}$  связано с появлением разрядов с верхнего фланца, т. е. с потерей экранирующего эффекта. С появлением разрядов с фланца связано резкое увеличение значения  $\sigma^*$ ; в большом числе опытов были получены явно выраженные бинормальные кривые эффекта [Л. 4]. Вероятность пробоя, которой соответствует «ступенька» бинормальной кривой эффекта, зависит от значения  $d$ . При  $d$ , незначительно превышающих оптимальные, она составляет 4—8% и с увеличением  $d$  растет. С уменьшением напряжения «ступенька» бинормальной вероятностной кривой приближается к кривой эффекта неэкранированной ОИК. При этом выдерживаемое напряжение ОИК снижается до выдерживаемого напряжения неэкранированной опорной колонки, поэтому появление бинормальной кривой эффекта не следует допускать при конструировании ОИК. Экспериментально установлено, что наличие разрядов с фланца приводит к бинормальной кривой эффекта, поэтому в качестве оптимальных  $d$  принимались те, при которых таких разрядов еще не наблюдалось. Из рис. 2 видно, что оптимальное превышение  $d$  зависит от размеров экрана и с ростом радиуса тороида растет, с увеличением поперечного размера фланца (верхний фланец треноги)  $d_{\text{опт}}$  незначительно уменьшается. Скорость убывания электрической прочности ОИК при  $d > d_{\text{опт}}$  также определяется поперечным размером экрана.

Таким образом, увеличение размеров экрана дает возможность повысить электрическую проч-

ность ОИК как за счет увеличения  $d_{\text{опт}}$ , так и за счет увеличения прочности промежутка экран—подножник.

На рис. 3 приведены зависимости электрической прочности различных ОИК от высоты установки тороидального экрана. Вертикальными штриховыми линиями показаны расстояния до земли нижнего края верхнего фланца ОИК, горизонтальными — электрическая прочность неэкранированных ОИК. Из рис. 3 видно, что несмотря на существенные различия в конструкциях ОИК (фланцев, диаметра фарфора, количества изоляторов в колонке) зависимости имеют одинаковый характер, до  $d_{\text{опт}}$  электрическая прочность ОИК совпадает с электрической прочностью промежутка «экран—подножник», при  $d > d_{\text{опт}}$  электрическая прочность падает, крутизна спада определяется радиусом тороидального экрана. Оптимальное превышение определяется радиусом тороидального экрана и для ОИК различных типов практически одинаково. Некоторое увеличение  $d_{\text{опт}}$  ИШО-500 связано, видимо, с большим радиусом закругления нижнего края фланца, что облегчает его экранировку.

Электрическая прочность экранированных колонок при  $d=d_{\text{опт}}$  больше, чем при традиционном расположении экрана ниже верхнего фланца, из-за увеличения воздушного промежутка между экраном и землей (подножником) при неизменной высоте колонки. Это означает, что при заданной электрической прочности изоляционной конструкции расположение экрана выше верхнего фланца позволяет уменьшить высоту опорной колонки изоляторов, причем эффект от изменения положения экрана увеличивается с ростом радиуса экрана.

Отказ от традиционного расположения экрана и установка его выше верхнего фланца приводит к повышению напряженности поля на поверхности фланца и возникновению на нем стримерной короны при рабочем напряжении. В связи с этим был выполнен анализ условий возникновения коронного разряда на фланце. Расчеты были выполнены применительно к колонке 5×АКО-110 для класса напряжения 750 кВ.

Расчеты показывают, что при установке одиночного тороидального экрана в оптимальном положении

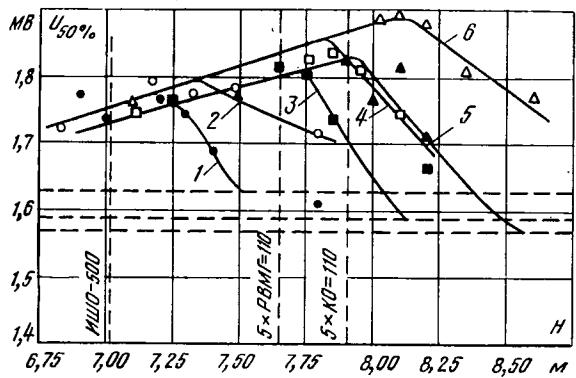


Рис. 3. Зависимости электрической прочности опорных колонок от высоты установки тороидального экрана.

1, 2 (● ○) — ИШО-500; 3, 4 (■ □) — 5×РВМГ-110; 5, 6 (▲ △) — 5×КО-110,  $R_0=0,65$  м (1, 3, 5) и 2 м (2, 4, 6).

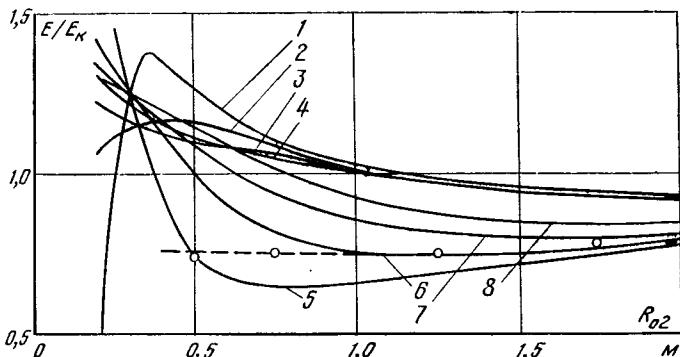


Рис. 4. Зависимости максимальной напряженности на поверхности тороидов двойного тороидального экрана от радиуса основного тороида при различных высотах его установки ( $d_1=0$ ,  $R_{01}=0,3$  м).

1-4 — на поверхности основного тороида; 5-8 — на поверхности дополнительного тороида. Превышение  $d_2=0,1$  м (1, 5), 0,3 м (2, 6), 0,5 м (3, 7) и 0,7 м (4, 8).

жении по условию обеспечения максимальной электрической прочности наибольшее напряжение поля на поверхности верхнего фланца значительно превосходит начальную напряженность стримерной короны. Ограничение напряженности поля на верхнем фланце ОИК можно обеспечить либо за счет изменения формы фланца (уменьшения кривизны его поверхности), либо за счет применения дополнительного экрана, что позволяет обеспечить максимальную электрическую прочность и ограничить стримерную корону без изменения конструкций изолирующей части ОИК.

Расчеты показали, что в качестве дополнительного экрана может быть использован тороид малого радиуса, установленный с превышением  $d=0$ . Обозначим дополнительный тороид первым, основной — вторым. Зависимости относительной напряженности поля на поверхности тороидов от радиуса основного тороида при различных его превышениях над нижним краем верхнего фланца приведены на рис. 4. Максимальная напряженность поля на поверхности основного тороида зависит практически только от его размеров, а максимальная напряженность на поверхности дополнительного тороида существенно зависит также от положения основного. При установке основного тороида выше дополнительного, превышение его радиуса над радиусом дополнительного приводит к снижению максимальной напряженности поля на поверхности последнего. Это снижение тем больше, чем меньше расстояние между тороидами вдоль оси колонки. Существенное снижение напряженности поля на поверхности дополнительного тороида и верхнего фланца при  $d_2 > 0$  с учетом дополнительного экранирования первого тороида и верхнего фланца стримерами, развивающимися с основного тороида, позволяет предположить, что при некотором соотношении напряженностей на основном и дополнительном тороидах разряд будет происходить только с основного тороида, что в свою очередь приведет к росту электрической прочности ОИК.

Экспериментальное исследование электрической прочности ОИК с двойным тороидальным экраном было проведено на опорной колонке 5×АКО-110

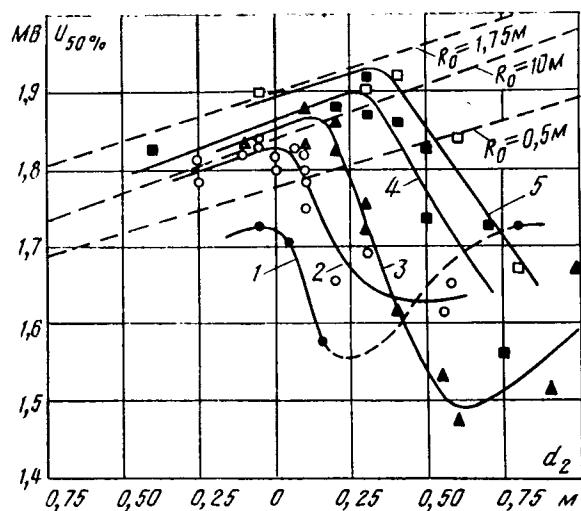


Рис. 5. Зависимости электрической прочности опорной колонки 5×АКО-110 с экраном в виде двойного тороида от высоты установки основного тороида при различных радиусах основного тороида  $R_{02}$  ( $d_1=0$ ,  $R_{01}=0,3$  м).

1 —  $R_{02}=0,4$  м; 2 — 0,5 м; 3 — 0,75; 4 — 1,25; 5 — 1,75.

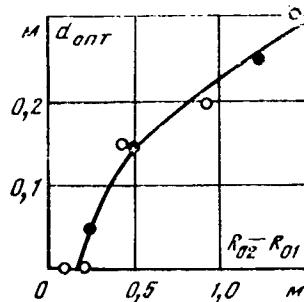


Рис. 6. Зависимость оптимального превышения основного тороида двойного тороидального экрана  $d_{\text{опт}}$  от разности радиусов основного и дополнительного тороидов  $R_{02}-R_{01}$ .  
○ —  $R_{01}=0,3$  м, ● — 0,5 м.

и треноге 5×АКО-110, описанных выше. Результаты исследований приведены на рис. 2 и 5. Сближение  $d_{\text{опт}}$  для опорной колонки 5×АКО-110 и треноги с основным тороидальным экраном радиусом 1 м при установке дополнительного тороида радиусом 0,5 м объясняется незначительным влиянием формы и размера глубоко экранированных фланцев на электрическую прочность системы тороидов. Из рис. 5 видно, что при  $d_2 > d_{\text{опт}}$  электрическая прочность ОИК резко падает и становится меньше, чем электрическая прочность опорной колонки при наличии только внутреннего тороида, и только при значительном увеличении  $d_2$  сверх  $d_{\text{опт}}$  электрическая прочность вновь возрастает до прочности опорной колонки с одним дополнительным тороидом. Падению электрической прочности опорной колонки при  $d_2 > d_{\text{опт}}$  соответствует резкое увеличение (в 2—2,5 раза) значения  $\sigma^*$ . Такой характер зависимости не может быть объяснен наличием двух связанных промежутков с различной электрической прочностью, когда с уменьшением их взаимного влияния электрическая прочность плавно изменяется от прочности промежутка «основной тороид — подножник» до прочности промежутка «дополнительный тороид — подножник» (случай ОИК с одиночным тороидальным экраном).

Сопоставление  $d_{\text{опт}}$ , полученных экспериментально, для различных радиусов основного и дополнительного тороида с расчетами максимальной

напряженности поля на поверхности тороидов в докоронном режиме позволяет получить соотношение напряженностей поля, обеспечивающее эффективное экранирование дополнительного тороида. Эксперименты проводились при  $R_{01}=0,3$ , 0,5 и 0,75 м;  $R_{02}=0,5$ , 0,75, 1, 1,25 и 1,75 м. На рис. 4 точками показаны  $d_{\text{опт}}$  для различных радиусов основного тороида. Огношение напряженностей поля на поверхности тороидов двойного тороидального экрана ОИК, обеспечивающее максимальную электрическую прочность,

$$\frac{E_1}{E_2} = 0,05 \frac{R_{02}}{R_{01}} + 0,57.$$

Ограничение максимальной напряженности поля на поверхности дополнительного тороида определяется разностью радиусов основного и дополнительного тороидов и разностью их превышений над нижним краем верхнего фланца. Поэтому при построении зависимости  $d_{\text{опт}}$  основного тороида двойного тороидального экрана от его радиуса при различных радиусах дополнительного тороида в качестве независимой переменной удобно воспользоваться разностью радиусов основного и дополнительного тороидов ( $R_{02}-R_{01}$ ). Экспериментальные точки такой зависимости при радиусах дополнительного тороида  $R_{01}=0,3$  и 0,5 м совпадают (рис. 6). Зависимость  $d_{\text{опт}}$  от  $(R_{02}-R_{01})$  может быть аппроксимирована функцией  $R_{02}-R_{01}=1,65d_{\text{опт}}-0,37d_{\text{опт}}+0,23$ .

Таким образом, конструирование экрана ОИК, обеспечивающего максимальную электрическую прочность, может быть выполнено в следующей последовательности. Радиус основного тороида должен быть выбран одновременно с выбором изоляционных расстояний относительно земли и между фазами (разомкнутыми контактами) при учете взаимного влияния размеров экранов, расстояний до земли и между экранами [Л. 10]. Радиус дополнительного тороида определяется размерами верхнего фланца ОИК. Радиус трубы тороидов определяется требованием ограничения стримерной короны на основном тороиде. Необходимое расстояние до подножника определяется из зависимости электрической прочности промежутка «основной тороид — подножник». Если экран проектируется отличным по форме от двойного тороидального,  $d_{\text{опт}}$  может быть получено из расчетов максимальной напряженности поля на поверхности его элементов.

**Выводы.** 1. Электрическая прочность ОИК в сухом состоянии при эффективном экранировании верхнего фланца не зависит от наличия изоляционной конструкции и определяется электрической прочностью промежутка «экран — подножник».

2. Электрическая прочность ОИК имеет максимум при установке тороидального экрана выше нижнего края верхнего фланца. Оптимальное превышение экрана над нижним краем верхнего фланца определяется радиусом тороида и размером фланца. С ростом радиуса экрана оптимальное превышение увеличивается.

3. Для ограничения стримерной короны с верхнего фланца ОИК при оптимальном превышении

тороидального экрана над нижним краем верхнего фланца необходима установка дополнительного экрана минимальных размеров на уровне нижнего края верхнего фланца ОИК.

4. Оптимальное превышение основного тороида двойного тороидального экрана над нижним краем верхнего фланца ОИК определяется разностью радиусов основного и дополнительного тороидов и с увеличением этой разности растет.

5. С ростом радиуса основного тороида двойного тороидального экрана электрическая прочность ОИК возрастает за счет увеличения  $d_{\text{опт}}$ , а также роста электрической прочности промежутка «экран — подножник».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meier H. Der Einfluß der Isolatorenform und der Steherringe auf das Verhalten von Freiluftstuzern. — Elektric, 1966, Bd. 20, N 7.

2. Волкова О. В., Кокуркин Б. П., Слуцкин Л. С. Электрические характеристики опорной изоляции сверхвысокого напряжения. — «Электричество», 1974, № 8.

3. Кайданов Ф. Г., Перељман Л. С., Тихоев Н. Н. Выбор и исследование экранирующей арматуры аппаратов

750 кВ. — В кн.: Дальние электропередачи 750 кВ, ч. 2. — М: Энергия, 1975.

4. Кокуркин Б. П., Слуцкин Л. С. Разрядные характеристики опорной пирамидальной конструкции. — «Электричество», 1975, № 11.

5. Лебедев Г. А., Богатырева Т. А. Выбор изоляции относительно земли на сверхвысокие напряжения. — «Электротехника», 1975, № 6.

6. Сергеев А. С. Выравнивание распределения напряжения вдоль изолирующей конструкции при помощи экрана. — «Изв. вузов. Энергетика», 1979, № 3.

7. Александров Г. Н., Сергеев А. С. О влиянии экранов на электрическую прочность опорных изоляционных конструкций аппаратов. — В кн.: Тр. ЛПИ. Электроэнергетика, № 357, 1977.

8. Ollendorff F. Potentialfelder der Elektrotechnik. — Berlin, 1932, S. 395.

9. Кайданов Ф. Г. Расчет напряжения начала короны и оптимальных размеров для одиночных и двойных тороидальных экранов высоковольтных аппаратов. — В кн.: Изв. НИИПТ, 1969, № 15.

10. Электрическая прочность междуфазовых воздушных промежутков на подстанциях сверхвысокого напряжения при коммутационных перенапряжениях/ Г. Н. Александров, Ю. А. Герасимов, Ю. И. Лыков, В. П. Редков. — Электричество, 1972, № 10.

[30.03.79]



УДК 621.372:501.14

## Основные положения дифференциального гармонического метода расчета периодических процессов в нелинейных цепях<sup>1</sup>

ГЛУХИВСКИЙ Л. И., канд. техн. наук

Львов

Среди методов расчета периодических процессов в нелинейных электрических цепях, в которых заранее известен спектр частот наиболее сильно выраженных гармоник режимных величин, важное место занимают методы, имеющие в своей основе представление искомого решения в виде усеченных гармонических рядов, метод точек [Л. 1 и 2] и метод гармонического баланса [Л. 3 и 4].

Первый метод характеризуется достаточно высоким уровнем общности, и его математический аппарат хорошо приспособливается к решению задач на ЦВМ. Однако при малом числе точек получаемое им решение оказывается в значительной степени зависящим от случайного фактора — расположения точек на периоде процесса, в особенности при расчете цепей с существенно нелинейными элементами. Увеличение же числа точек с целью повышения точности сопряжено с пропорциональным повышением порядка решаемой нелинейной системы конечных уравнений (НСКУ), что для сложных электрических цепей создает определенные трудности (значительно растет необходимый объем памяти ЦВМ и требующееся для решения машинное время).

Решение методом гармонического баланса, основанным на аналитическом преобразовании дифференциальных уравнений в конечные относительные амплитуд гармоник режимных величин, не под-

вержено влиянию указанного выше случайного фактора, и это позволяет решать задачу только для того минимального числа гармоник, которые представляют практический интерес. Однако аналитические преобразования, которые необходимо выполнять для каждого типа задачи заново, их большой объем, прогрессивно возрастающий с усложнением решаемой задачи, в особенности при наличии нелинейных функций многих аргументов, в значительной степени ограничивают сферу применимости этого метода и обычно заставляют прибегать к снижающим точность упрощающим допущениям.

В связи с изложенным представляет интерес разработка метода расчета периодических процессов в нелинейных электрических цепях, лишенного недостатков упомянутых выше методов и сочетающего их достоинства (общность подхода, формализация при составлении НСКУ, простота алгоритмизации применительно к решению задач на ЦВМ, возможность ограничиться решением НСКУ сравнительно низкого порядка — только для тех гармоник, которые представляют практический интерес).

Рассмотрим обобщенную  $j$ -ю ветвь цепи, изображенную на рис. 1 и состоящую из э. д. с.  $e_j$ , емкости  $C_j$ , дросселя с нелинейной вебер-амперной характеристикой

$$\Psi_j = \Psi_j(i_j) \quad (1)$$

и активного сопротивления с нелинейной вольт-амперной характеристикой

$$v_j = v_j(i_j). \quad (2)$$

<sup>1</sup> В порядке обсуждения.

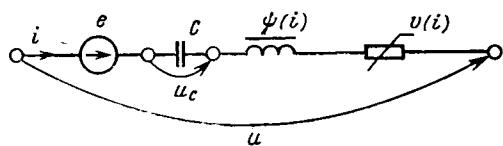


Рис. 1. Обобщенная ветвь цепи.

Состояние ветви описывается дифференциальными уравнениями

$$\frac{d\psi_i}{dt} + v_i + u_{ci} - e_i = u_i; \quad \frac{du_{ci}}{dt} - \frac{1}{C_i} i_i = 0. \quad (3)$$

Если известно, что в цепи существует периодический режим, то зависимости режимных величин от времени могут быть представлены усечеными рядами Фурье

$$x_i = X_{j_0} + \sum_{v=1}^n (X_{j_{cv}} \cos \omega v t + X_{j_{sv}} \sin \omega v t) (x = e, u, u_c, i, \psi, v; X = \mathcal{E}, U, U_c, I, \Psi, V), \quad (4)$$

где  $\omega$  — круговая частота основной гармоники.

После постановки (4) в (3), дифференцирования и приравнивания коэффициентов при одноименных тригонометрических функциях времени получаем НСКУ, которая в векторной форме записи имеет вид

$$\omega \mathbf{D} \vec{\Psi}_i + \vec{V}_i + \vec{U}_{ci} - \vec{\mathcal{E}}_i = \vec{U}_i; \quad C_i \omega \mathbf{D} \vec{U}_{ci} - \vec{I}_i = 0, \quad (5)$$

где  $\vec{X}_i (X = \mathcal{E}, U, U_c, I, \Psi, V)$  — векторы амплитуд [Л. 5] размерности  $N = 1 + 2n$ , составленные по правилу

$$\vec{X}_i = \text{colon}(X_{j_0}, X_{j_{c1}}, X_{j_{s1}}, \dots, X_{j_{cn}}, X_{j_{sn}}); \quad (6)$$

$\mathbf{D}$  — постоянная матрица с целочисленными элементами, расположение которых в ней зависит от правила составления векторов амплитуд; для выбранного правила (6) она имеет блочно-диагональный вид:

$$\mathbf{D} = \text{diag} \left( 0, \left[ \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline -1 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline -2 \end{array} \right], \dots, \left[ \begin{array}{|c|} \hline n \\ \hline -n \end{array} \right] \right). \quad (7)$$

Сопоставление выражений (3) и (5) показывает, что преобразование дифференциальных уравнений в соответствующую им НСКУ легко формализуется: мгновенные значения переменных необходимо заменить соответствующими им векторами амплитуд, а операцию дифференцирования — умножением слева на  $\omega \mathbf{D}$ .

Для составления НСКУ всей цепи, содержащей  $\mathcal{M}$  ветвей,  $\mathcal{X}$  независимых контуров и  $\mathcal{P}$  независимых узлов, введем векторы вида

$$\vec{X} = \text{colon}(\vec{X}_1, \dots, \vec{X}_j, \dots, \vec{X}_M) (X = \mathcal{E}, U, U_c, I, \Psi, V), \quad (8)$$

содержащие в качестве компонент  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{N}$ -мерных векторов вида (6), а также векторы

$$\vec{I}_* = \text{colon}(\vec{I}_{*1}, \dots, \vec{I}_{*\mathcal{X}}); \quad \vec{\varphi} = \text{colon}(\vec{\varphi}_1, \dots, \vec{\varphi}_{\mathcal{P}}), \quad (9)$$

компоненты которых —  $\mathcal{N}$ -мерные векторы амплитуд для контурных токов всех контуров и потенциалов всех независимых узлов соответственно.

Векторы  $\vec{I}$  и  $\vec{I}_*$ ,  $\vec{U}$  и  $\vec{\varphi}$  связаны соотношениями

$$\vec{I} = \Gamma_{\Gamma} \vec{I}_*; \quad (10)$$

$$\vec{U} = \Pi_{\Gamma} \vec{\varphi}, \quad (11)$$

где  $\Gamma_{\Gamma}$ ,  $\Pi_{\Gamma}$  — гармонические матрицы инциденций типа ветви-контуры порядка  $\mathcal{M} \times \mathcal{X} \cdot \mathcal{M}$  и типа узлы-ветви порядка  $\mathcal{P} \times \mathcal{M} \cdot \mathcal{N}$  соответственно;  $\Pi_{\Gamma}$  — матрица, транспонированная по отношению к матрице  $\Pi_{\Gamma}$ .

Матрицы  $\Gamma_{\Gamma}$  и  $\Pi_{\Gamma}$  — блочные, по структуре они аналогичны общепринятым в теории цепей матрицам  $\Gamma$  и  $\Pi$  [Л. 6] (там, где в последних расположены единицы, в матрицах  $\Gamma_{\Gamma}$  и  $\Pi_{\Gamma}$  — единичные матрицы порядка  $\mathcal{N}$ , где нули — там нулевые матрицы того же порядка).

Пусть цепь содержит  $b_e$  э. д. с.,  $b_c$  емкостей,  $b_{\phi}$  дросселей и  $b_v$  активных сопротивлений. Очевидно, что при  $a < M$  ( $a = b_e, b_c, b_{\phi}, b_v$ ) некоторые компоненты векторов  $\vec{\mathcal{E}}, \vec{U}_c, \vec{\Psi}$  и  $\vec{V}$ , являющиеся векторами вида (6), будут нулевыми. Имеются в виду, те компоненты, которые соответствуют ветвям, не содержащим э. д. с., емкостей, дросселей или сопротивлений соответственно. Исключив из векторов  $\vec{\mathcal{E}}, \vec{U}_c, \vec{\Psi}$  и  $\vec{V}$  упомянутые нулевые компоненты, введем укороченные векторы  $\vec{\mathcal{E}}_y, \vec{U}_{cy}, \vec{\Psi}_y$  и  $\vec{V}_y$ , содержащие в качестве компонент соответственно  $b_e, b_c, b_{\phi}, b_v$  векторов вида (6). Векторы вида (8) связаны с соответствующими им укороченными векторами выражениями

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathbf{E}_e \vec{\mathcal{E}}_y; \quad \vec{U}_c = \mathbf{E}_c \vec{U}_{cy}; \quad \vec{\Psi} = \mathbf{E}_{\phi} \vec{\Psi}_y; \quad \vec{V} = \mathbf{E}_v \vec{V}_y, \quad (12)$$

где  $\mathbf{E}_e, \mathbf{E}_c, \mathbf{E}_{\phi}, \mathbf{E}_v$  — блочные матрицы, имеющие по  $M$  блочных строк и по  $b_e, b_c, b_{\phi}$  и  $b_v$  блочных столбцов соответственно; каждый блочный столбец этих матриц, соответствующий определенному элементу цепи (э. д. с., емкости, дросселю или сопротивлению), содержит по одной единичной матрице порядка  $\mathcal{N}$ , находящейся на пересечении с той блочной строкой, которая соответствует ветви, содержащей данный элемент.

Уравнения вида (5) для всех ветвей можно представить с учетом (12) двумя векторными уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \omega \mathbf{D}_n \mathbf{E}_{\phi} \vec{\Psi}_y + \mathbf{E}_v \vec{V}_y + \mathbf{E}_c \vec{U}_{cy} - \mathbf{E}_e \vec{\mathcal{E}}_y &= \vec{U}; \\ \mathbf{C} \mathbf{E}_{cl} \omega \mathbf{D}_n \mathbf{E}_c \vec{U}_{cy} - \mathbf{E}_{cl} \vec{I} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $\mathbf{D}_n$  — блочно-диагональная матрица, содержащая  $M$  диагональных блоков вида (7);  $\mathbf{C}$  — блочно-диагональная матрица, имеющая  $b_c$  диагональных блоков, каждый из которых — произведение соответствующей емкости на единичную матрицу;

$E_{ct}$  — матрица, транспонированная по отношению к матрице  $E_c$ .

Применив первый и второй законы Кирхгофа, записанные относительно векторов  $\vec{I}$  и  $\vec{U}$  в виде

$$\Pi_{\Gamma} \vec{I} = 0; \quad (14)$$

$$\Gamma_{\Gamma t} \vec{U} = 0 \quad (15)$$

с учетом (13) получим полную НСКУ, описывающую периодический процесс всей цепи:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} \omega D_n E_{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \vec{\Psi}_y + \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_v \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \vec{V}_y + \\ & + \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_c \\ 0 \\ C E_{ct} \omega D_n E_c \end{array} \right] \vec{U}_{cy} + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \Pi_{\Gamma} \\ -E_{ct} \end{array} \right] \vec{I} - \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_e \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \vec{\mathcal{E}}_y = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Для решения НСКУ (16) целесообразно применить итерационный метод Ньютона. Чтобы обеспечить сходимость вычислительного процесса по этому методу, необходимо задавать нулевые приближения векторов  $\vec{I}$  и  $\vec{U}_{cy}$  достаточно близкими к искомым значениям. Их можно получить, применив метод  $h$ -характеристики [Л. 7], согласно которому вынуждающие силы решаемой НСКУ необходимо умножить на скалярный параметр  $h$  и продифференцировать модифицированную таким образом НСКУ по этому параметру. Выполнив эти операции по отношению к НСКУ (16), получим нелинейную систему дифференциальных уравнений (НСДУ) вида

$$\left[ \begin{array}{cc} \Gamma_{\Gamma t} Z & \Gamma_{\Gamma t} E_c \\ \Pi_{\Gamma} & 0 \\ -E_{ct} & C E_{ct} \omega D_n E_c \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} \vec{I}^h \\ \vec{U}_{cy}^h \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_e \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \vec{\mathcal{E}}_y, \quad (17)$$

где

$$Z = \omega D_n E_{\Phi} + E_v R \quad (18)$$

и верхний индекс  $h$  обозначает дифференцирование по  $h$ .

При выводе НСДУ (17) учтено, что векторы  $\vec{\Psi}_y$  и  $\vec{V}_y$  модифицированной НСКУ (16) зависят от параметра  $h$  опосредованно, через вектор  $\vec{I}$ . Поэтому с применением правила дифференцирования сложных функций получено:

$$\vec{\Psi}_y^h = \frac{d\vec{\Psi}_y}{d\vec{I}} \vec{I}^h = \mathbf{L} \vec{I}^h; \quad \vec{V}_y^h = \frac{d\vec{V}_y}{d\vec{I}} \vec{I}^h = \mathbf{R} \vec{I}^h, \quad (19)$$

где  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{R}$  [они же входят в (18)] — матрицы дифференциальных гармонических индуктивностей (ДГИ) и дифференциальных гармонических со- противлений (ДГС) цепи соответственно.

Эти матрицы имеют блочную структуру и содержат  $b_{\Phi}$  или  $b_v$  блочных строк и по  $M$  блочных столбцов. В каждой строке имеется один ненулевой блок, он находится на пересечении со столбцом с номером ветви, содержащей дроссель или актив-

ное сопротивление, которым соответствует данная строка. Этот блок представляет собою матрицу порядка  $M$  ДГИ дросселя или ДГС активного сопротивления ветви. Если  $j$ -я ветвь содержит дроссель, имеющий индуктивную связь с дросселем  $q$ -й ветви, то строки матрицы  $\mathbf{L}$ , соответствующие этим дросселям, содержат по два ненулевых блока — матрицы собственных ДГИ и взаимных ДГИ. Определение матриц этого типа рассмотрим далее.

Пронтегрировав НСДУ (17) по  $h$  одним из численных методов интегрирования дифференциальных уравнений при нулевых начальных условиях в пределах от  $h=0$  до  $h=1$ , получим достаточно хорошее приближение значений  $\vec{I}$  и  $\vec{U}_{cy}$ , которые затем можно уточнить методом Ньютона по схеме

$$\left[ \begin{array}{c} \vec{I} \\ \vec{U}_{cy} \end{array} \right]_{\mu+1} = \left[ \begin{array}{c} \vec{I} \\ \vec{U}_{cy} \end{array} \right]_{\mu} - \mathbf{W}^{-1} \vec{H}_{\mu}, \quad (20)$$

где  $\vec{H}_{\mu} = \vec{H} \left( \left[ \begin{array}{c} \vec{I} \\ \vec{U}_{cy} \end{array} \right]_{\mu} \right)$  — вектор невязок (левая часть) НСКУ (16);  $\mu$  — номер итерации;  $\mathbf{W}$  — матрица Якоби НСКУ (16), которая совпадает с матрицей коэффициентов НСДУ (17), благодаря чему комбинирование метода  $h$ -характеристики и метода Ньютона легко алгоритмизуется.

Необходимо учесть, что при интегрировании НСДУ (17) могут встречаться особые точки. В частности, в цепях с конденсаторами и ферромагнитными дросселями они соответствуют феррорезонансным скачкам. Для преодоления особых точек в процессе интегрирования можно воспользоваться описанным в [Л. 7] инвертированием НСДУ.

Система (16) составлена по законам Кирхгофа. В тех же случаях, когда цепь имеет небольшое число независимых контуров, расчет целесообразно выполнять методом контурных токов. Нелинейную систему конечных уравнений цепи для контурных токов получаем из (13) с учетом (10) и (15):

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} \omega D_n E_{\Phi} \\ 0 \end{array} \right] \vec{\Psi}_y + \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_v \\ 0 \end{array} \right] \vec{V}_y + \\ & + \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_c \\ C E_{ct} \omega D_n E_c \end{array} \right] \vec{U}_{cy} + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -E_{ct} \Gamma_{\Gamma} \end{array} \right] \vec{I} = \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_e \\ 0 \end{array} \right] \vec{\mathcal{E}}_y. \end{aligned} \quad (21)$$

Нелинейная система дифференциальных уравнений для решения НСКУ (21) методом  $h$ -характеристики имеет вид:

$$\left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} Z \Gamma_{\Gamma} \\ -E_{ct} \Gamma_{\Gamma} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} \vec{I}_{\mu}^h \\ \vec{U}_{cy}^h \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Gamma_{\Gamma t} E_e \\ 0 \end{array} \right] \vec{\mathcal{E}}_y. \quad (22)$$

Уточнение решения НСКУ (21) по методу Ньютона выполняется с учетом (10) по схеме, аналогичной (20).

Для расчета цепи с малым числом узлов целесообразно использовать метод узловых потенциалов. Нелинейную систему конечных уравнений для

узловых потенциалов получаем из (13) с учетом (11):

$$\begin{bmatrix} \omega D_{\pi} E_{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{\Psi}_y + \begin{bmatrix} E_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{V}_y + \begin{bmatrix} E_c \\ 0 \\ CE_{ct} \omega D_{\pi} E_c \end{bmatrix} \vec{U}_{cy} + \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ \Pi_{\Gamma} \\ -E_{ct} \end{bmatrix} \vec{I} + \begin{bmatrix} -\Pi_{\Gamma t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{\varphi} = \begin{bmatrix} E_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{\mathcal{E}}_y. \quad (23)$$

Нелинейная система дифференциальных уравнений для решения НСКУ (23) методом  $h$ -характеристики с учетом (14) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} -E_{ct} Z^{-1} \Pi_{\Gamma t} \\ \Pi_{\Gamma} Z^{-1} \Pi_{\Gamma t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (CE_{ct} \omega D_{\pi} + E_{ct} Z^{-1}) E_c \\ -\Pi_{\Gamma} Z^{-1} E_c \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \vec{\varphi}^h \\ \vec{U}_{cy}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ct} Z^{-1} E_c \\ -\Pi_{\Gamma} Z^{-1} E_c \end{bmatrix} \vec{\mathcal{E}}_y. \quad (24)$$

Определив  $\vec{\varphi}^h$  и  $\vec{U}_{cy}^h$  из НСДУ (24), значение  $\vec{I}^h$  можно найти из уравнения

$$\vec{I}^h = Z^{-1} (E_e \vec{\mathcal{E}}_y - E_c \vec{U}_{cy}^h + \Pi_{\Gamma} \vec{\varphi}^h). \quad (25)$$

Вопрос выбора числа  $n$ , т. е. количества гармоник в усеченных рядах (4), аппроксимирующих зависимости искомых режимных величин от времени, следует решать путем численного эксперимента. В частности, при уточнении значений векторов амплитуд по схеме Ньютона вида (20) после каждого нескольких итераций число учитываемых гармоник можно изменять — отбрасывать несущественные для всех ветвей цепи гармоники и добавлять новые; после каждого такого изменения следует изменять также вид матрицы (7).

Как видно из формул (17), (18), (24) и (25), расчет амплитуд гармоник токов ветвей цепи описанным методом требует вычисления значений матриц  $L_j$ ,  $L_{jq}$ ,  $R_j$  ( $j, q=1, 2, \dots, M$ ), являющихся блочными элементами матриц  $L$  и  $R$ . Изложим алгоритм их определения.

Матрицы  $L_j$ ,  $R_j$ , представляют собой производные соответственно векторов  $\vec{\Psi}_j$  и  $\vec{V}_j$  по вектору  $\vec{I}_j$  и взаимосвязывают бесконечно малые приращения амплитуд потокосцепления и тока дросселя и амплитуд напряжения и тока нелинейного сопротивления  $j$ -й ветви. Для определения выражений элементов матриц  $L_j$  и  $R_j$  будем исходить из заданного вектора  $\vec{I}_j$ . Зная компоненты последнего, можно определить по формуле (4) мгновенные значения  $i_{j\eta}$  тока в любой момент времени на периоде, заданный угловым расстоянием  $\eta$  от начала периода. По зависимостям (1) и (2) можем определить мгновенные значения потокосцепления дросселя  $\psi_{j\eta}$  и падения напряжения на активном сопротивлении  $v_{j\eta}$ . По значениям последних определяем компоненты векторов  $\vec{\Psi}_j$  и  $\vec{V}_j$  по формулам

$$X_{j\theta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x_{j\eta} d\eta;$$

$$\left. \begin{aligned} X_{jcv} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x_{j\eta} \cos v\eta d\eta; \\ X_{jsv} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x_{j\eta} \sin v\eta d\eta \quad (x=\psi, v; X=\Psi, V). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

С целью замены в (26) определенных интегралов суммами наложим на период сетку из  $g$  равнодistantных узлов и введем векторы вида

$\vec{x}_{jt} = \text{colon}(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jl}, \dots, x_{jg})$ ,  $x=i, \psi, v$ , (27) являющиеся сеточными отображениями функция  $i_j = i_j(t)$ ,  $\psi_j = \psi_j(t)$  и  $v_j = v_j(t)$ . Тогда, например,  $X_{jcv}$  из (26) будет определяться выражением

$$X_{jcv} = \frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^g x_{jl} \cos v\eta_l \Delta\eta_l, \quad (28)$$

где  $\Delta\eta_l$  — угловое расстояние между  $l$ -й и  $(l+1)$ -й точками с учетом весовых коэффициентов формулы численного интегрирования функций. При определении матрицы  $Q_j$  ( $Q=L$ ,  $R$ ) дифференциальных гармонических параметров как производной от  $\vec{X}_j$  по  $\vec{I}_j$  учтем, что  $\vec{X}_j$  непосредственно зависит согласно (28) от  $\vec{x}_{jt}$ ,  $\vec{x}_{jt}$  непосредственно зависит согласно (1) и (2) от  $i_{jt}$ , а последний в свою очередь непосредственно зависит согласно (4) от  $\vec{I}_j$ . Поэтому

$$Q_j = \frac{d\vec{X}_j}{d\vec{I}_j} = \frac{d\vec{X}_j}{dx_{jt}} \frac{dx_{jt}}{di_{jt}} \frac{di_{jt}}{d\vec{I}_j} = G Q_{jt} F, \quad (29)$$

где  $G$ ,  $F$  — постоянные матрицы преобразования  $\vec{x}_{jt}$  в  $\vec{X}_j$  и  $\vec{X}_j$  в  $\vec{x}_{jt}$  соответственно;  $Q_{jt}$  — диагональная матрица порядка  $g$  дифференциальных индуктивностей либо сопротивлений,  $l$ -й элемент которой определяется для значения  $i_{jl}$  по дифференциальным характеристикам

$$\frac{d\psi}{di} = \frac{d\psi}{dt} (i), \quad (30)$$

$$\frac{dv}{di} = \frac{dv}{dt} (i), \quad (31)$$

получаем путем дифференцирования характеристик (1) и (2) по их аргументу. Если последние задаются в табличном виде, то дифференцирование необходимо производить численным способом, и тогда зависимости (30) и (31) также будут в виде таблиц. Матрицы  $G$  и  $F$  согласно (4), (6), (26) и (27) имеют вид

$$G = \frac{1}{\pi} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \Delta\eta_1 & \dots & \frac{1}{2} \Delta\eta_l & \dots & \frac{1}{2} \Delta\eta_g \\ \cos \eta_1 \Delta\eta_1 & \dots & \cos \eta_l \Delta\eta_l & \dots & \cos \eta_g \Delta\eta_g \\ \sin \eta_1 \Delta\eta_1 & \dots & \sin \eta_l \Delta\eta_l & \dots & \sin \eta_g \Delta\eta_g \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos n\eta_1 \Delta\eta_1 & \dots & \cos n\eta_l \Delta\eta_l & \dots & \cos n\eta_g \Delta\eta_g \\ \sin n\eta_1 \Delta\eta_1 & \dots & \sin n\eta_l \Delta\eta_l & \dots & \sin n\eta_g \Delta\eta_g \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \cos \eta_1 & \sin \eta_1 & \dots & \cos n\eta_1 & \sin n\eta_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos \eta_l & \sin \eta_l & \dots & \cos n\eta_l & \sin n\eta_l \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos \eta_g & \sin \eta_g & \dots & \cos n\eta_g & \sin n\eta_g \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Матрица  $L_{jq}$  взаимных ДГИ, связывающая бесконечно малые приращения амплитуд гармоник потокосцепления дросселя  $j$ -й ветви и амплитуд токов дросселя  $q$ -й ветви, определяется также по (29), только в этом случае  $Q_{jt}$  — диагональная матрица дифференциальных коэффициентов взаимоиндукции дросселей  $j$ -й и  $q$ -й ветвей.

Если в ветви индуктивность или активное сопротивление линейные, то, как следует из (29), (32) и (33), матрица  $Q_j$  представляет собою диагональную матрицу порядка  $N$  с одинаковыми элементами, равными соответственно индуктивности или активному сопротивлению ветви.

Изложенный в статье метод позволяет также исследовать рассчитанные периодические режимы на устойчивость. Если предположить возможность изменения амплитуд гармоник режимных величин во времени, то после подстановки (4) в (3) вместо НСКУ вида (5) получим согласно методу медленно изменяющихся амплитуд [Л. 3] НСДУ относительно амплитуд гармоник. Об асимптотической устойчивости можно судить согласно критериям Рауса или Гурвица по коэффициентам характеристического уравнения упомянутой выше НСДУ, линеаризованной в окрестности исследуемого периодического режима; в частности, знак свободного члена характеристического уравнения определяет апериодическую устойчивость режима.

После выполнения линеаризации этой НСДУ и записи характеристического уравнения было установлено, что знак свободного члена последнего совпадает со знаком детерминантов матриц Якоби НСКУ (16), (21) или (23) [они же — матрицы коэффициентов НСДУ (17), (22) и (24)]. Этот вывод был численно подтвержден проверкой устойчивости рассчитанных описанным методом периодических режимов различных феррорезонансных цепей. Следует подчеркнуть, что для исследования описанным способом устойчивости периодических режимов матрица Якоби соответствующей НСКУ определяется в процессе ее решения и необходимо только дополнительно вычислить детерминант этой матрицы.

Изложенный в статье метод расчета периодических процессов нелинейных систем (ввиду широкого применения в нем дифференциального аппарата и введения нового понятия — дифференциальных гармонических параметров цепи — его предлагается назвать дифференциальным гармоническим методом) апробирован при решении различных задач, связанных с поиском периодических режимов, таких как расчет характеристик феррорезонансных устройств [Л. 8], больших колебаний синхронных машин с учетом насыщения [Л. 9], режимов вентильных схем [Л. 10] и др. Благодаря комбинированию в нем при решении НСКУ методов  $h$ -характеристики и Ньютона ни в одной из перечисленных задач не наблюдалось расхождение вычислительного процесса.

**Пример.** Для иллюстрации применения дифференциального гармонического метода рассмотрим расчет режима в цепи, показанной на рис. 2. В схеме имеются переменная  $e_1 = \mathcal{E}_m \sin \omega t$  и постоянная  $e_2 = \mathcal{E}_n$  э. д. с., емкость  $C_1$ , линейные активные сопротивления  $r_1, r_2, r_3$  и три дросселя. Режимные величины будем искать в виде рядов (2), содержащих постоянные составляющие, 1, 2 и 3-ю гармоники ( $N = 1 + 2n = 7$ ).

Приближенное решение получим путем численного интегрирования НСДУ вида (24) для узлового потенциала и напряжения конденсатора. Для рассматриваемой схемы имеем:

$$\begin{aligned} \vec{I} &= \text{colon}(\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3); \quad \vec{\Psi}_y = \vec{\Psi} = \text{colon}(\vec{\Psi}_1, \vec{\Psi}_2, \vec{\Psi}_3); \\ \vec{U}_{cy} &= \vec{U}_{c1}; \quad \vec{\varphi} = \vec{\varphi}_1; \\ \vec{X} &= \text{colon}(X_0, X_{c1}, X_{s1}, X_{c2}, X_{s2}, X_{c3}, X_{s3}), \\ X &= U_{c1}, \varphi_1, I_j, \Psi_j; \quad j = 1, 2, 3; \\ \vec{\mathcal{E}}_y &= \text{colon}(\vec{\mathcal{E}}_1, \vec{\mathcal{E}}_2); \quad \vec{\mathcal{E}}_1 = \text{colon}(0, 0, \mathcal{E}_m, 0, 0, 0, 0); \\ \vec{\mathcal{E}}_2 &= \text{colon}(\mathcal{E}_n, 0, 0, 0, 0, 0, 0); \\ \mathbf{D}_{ll} &= \text{diag}(\mathbf{D}, \mathbf{D}, \mathbf{D}); \\ \mathbf{C} &= \text{diag}(C_1, C_1, C_1, C_1, C_1, C_1, C_1); \\ \mathbf{D} &= \text{diag}\left(0, \left[\begin{array}{c|c} 1 & \\ \hline -1 & \end{array}\right], \left[\begin{array}{c|c} 2 & \\ \hline -2 & \end{array}\right], \left[\begin{array}{c|c} 3 & \\ \hline -3 & \end{array}\right]\right); \\ \mathbf{E}_\Phi &= \mathbf{E}_v = \text{diag}(E_7, E_7, E_7); \quad E_c = \\ \mathbf{H}_r &= (E_7, E_7, E_7); \quad E_c = \\ &= \begin{bmatrix} E_7 & & \\ 0 & E_7 & \\ 0 & 0 & E_7 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E}_e = \begin{bmatrix} E_7 & 0 & \\ 0 & E_7 & \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad \} \quad (\Pi-1)$$

где  $E_7$  — единичная матрица порядка 7.

С учетом (П-1) выражения (18) и НСДУ (24) и (25) принимают вид

$$\begin{aligned} Z &= \text{diag}(Z_1, Z_2, Z_3); \quad Z_1 = \omega \mathbf{D} \mathbf{L}_1 + \mathbf{R}_1; \\ Z_2 &= \omega \mathbf{D} \mathbf{L}_2 + \mathbf{R}_2; \\ Z_3 &= \omega \mathbf{D} \mathbf{L}_3 + \mathbf{R}_3; \quad R_j = \\ &= \text{diag}(r_j, r_j, r_j, r_j, r_j, r_j, r_j), \quad j = 1, 2, 3; \\ \left[ \begin{array}{c|c} -Z_1^{-1} & \omega C_1 \mathbf{D} + Z_1^{-1} \\ \hline Z_1^{-1} + Z_2^{-1} + Z_3^{-1} & -Z_1^{-1} \end{array} \right] &\times \begin{bmatrix} \vec{\varphi}_1 \\ \vec{U}_{c1} \end{bmatrix} = \end{aligned} \quad \} \quad (\Pi-2)$$

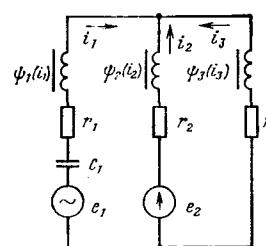


Рис. 2. Схема цепи для примера расчета.

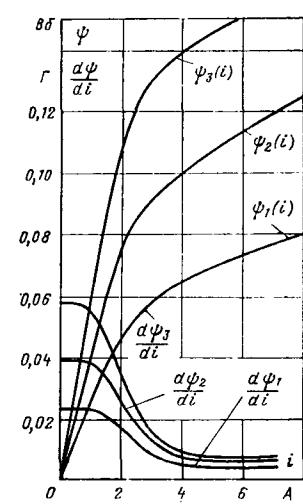


Рис. 3. Кривые намагничивания дросселей схемы рис. 2.

$$= \begin{bmatrix} Z_1^{-1} \vec{\mathcal{E}}_1 \\ -Z_1^{-1} \vec{\mathcal{E}}_1 - Z_1^{-1} \vec{\mathcal{E}}_2 \end{bmatrix}; \quad (\text{П-3})$$

$$\vec{I}^h = \begin{bmatrix} Z_1^{-1} (\vec{\mathcal{E}}_1 - \vec{U}^h_{c1} + \vec{\varphi}^h) \\ Z_2^{-1} (\vec{\mathcal{E}}_2 + \vec{\varphi}^h) \\ Z_3^{-1} \vec{\varphi}^h \end{bmatrix}. \quad (\text{П-4})$$

Алгоритм процедуры вычисления правых частей при интегрировании НСДУ (П-3) и (П-4) в пределах от  $h=0$  до  $h=1$  следующий: 1) по значению  $\vec{I}$  из (29) определяются матрицы ДГИ  $L_1, L_2, L_3$ ; 2) по (П-2) определяются матрицы  $Z_1, Z_2, Z_3$ ; 3) матрицы  $Z_1, Z_2, Z_3$  обращаются; 4) по (П-3) и (П-4) определяются  $\vec{\varphi}^h, \vec{U}^h_{c1}, \vec{I}^h$ .

Для уточнения решения воспользуемся итерационной формулой Ньютона вида (20). С учетом, что для схемы, представленной на рис. 2,

$$\Gamma_{\Gamma t} = \begin{bmatrix} -E_7 & E_7 & 0 \\ -E_7 & 0 & E_7 \end{bmatrix} \quad (\text{П-5})$$

выражения для вектора невязок  $\vec{H}$  и матрица Якоби  $W$  имеют вид:

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} -\omega D & \omega D & 0 \\ -\omega D & 0 & \omega D \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \vec{\Psi} + \begin{bmatrix} -E_7 \\ -E_7 \\ 0 \\ C_1 \omega D \end{bmatrix} \vec{U}_{c1} + \\ + \begin{bmatrix} -R_1 & R_2 & 0 \\ -R_1 & 0 & R_3 \\ E_7 & E_7 & E_7 \\ -E_7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \vec{I} - \begin{bmatrix} \vec{\mathcal{E}}_2 - \vec{\mathcal{E}}_1 \\ -\vec{\mathcal{E}}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (\text{П-6})$$

$$W = \begin{bmatrix} -Z_1 & Z_2 & 0 & -E_7 \\ -Z_1 & 0 & Z_3 & -E_7 \\ E_7 & E_7 & E_7 & 0 \\ -E_7 & 0 & 0 & C_1 \omega D \end{bmatrix}. \quad (\text{П-7})$$

Алгоритм уточнения решения по схеме (20) следующий: 1) по значению  $\vec{I}$  из формул вида (26) вычисляются компоненты вектора  $\vec{\Psi} = \text{colon}(\vec{\Psi}_1, \vec{\Psi}_2, \vec{\Psi}_3)$  и затем по (П-6) — вектор  $\vec{H}$ ; 2) по значению  $\vec{I}$  из (29) определяются матрицы  $L_1, L_2, L_3$ , затем по (П-2) — матрицы  $Z_1, Z_2, Z_3$  и по (П-7) — матрица  $W$ ; 3) по формуле (20) производится уточнение значений векторов  $\vec{I}$  и  $U_{c1}$ ; 4) если точность решения неудовлетворительна, то производится возврат к п. 1.

В схеме рис. 2 были приняты следующие значения параметров:  $r_1=1$  Ом;  $r_2=2$  Ом;  $r_3=3$  Ом;  $C_1=0,6 \cdot 10^{-3}$  Ф;  $\mathcal{E}_m=27,8$  В;  $\mathcal{E}_n=5,5$  В;  $\omega=314$  1/с. Кривые намагничивания дросселей показаны на рис. 3; в память ЦВМ они вводились в табличном виде, дифференцировались с целью получения зависимостей (30) и (31) численным методом и использовалась процедура линейной интерполяции. Результаты расчета на ЦВМ ЕС-1022 сведены в таблицу. Время расчета приближенных значений  $\vec{I}$  и  $\vec{U}_{c1}$  по  $h$ -характеристике составило около 2 мин, уточнения по методу Ньютона — 1 мин.

Ветви	Амплитуды гармоник токов, А						
	$I_{j0}$	$I_{jc1}$	$I_{js1}$	$I_{jc2}$	$I_{js2}$	$I_{jc3}$	$I_{js3}$
1-я	-0,003	-5,254	3,039	-0,057	0,214	0,121	1,036
	-0,003	-5,201	2,992	-0,064	0,226	0,126	0,984
2-я	1,104	3,198	-1,875	0,233	-0,621	-0,085	-0,684
	1,105	3,164	-1,846	0,248	-0,668	-0,088	-0,643
	-1,104	2,062	-1,163	-0,173	0,407	-0,031	-0,352
	-1,102	2,040	-1,151	-0,184	0,443	-0,038	-0,342

П р и м е ч а н и е. В числителе указаны приближенные значения амплитуд, рассчитанные по  $h$ -характеристике, в знаменателе — уточненные значения по методу Ньютона.

В заключение отметим, что формирование уравнений вида (П-3) и (П-4) для каждой конкретной схемы выполняется на ЦВМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Пухов Г. Е. Введение в теорию метода точек. — Тр. Таганрогского радиотехнич. ин-та, 1955, т. 1.
- Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. — Киев: Наукова думка, 1967.
- Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1964.
- Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. — М.: Мир, 1968.
- Бондаренко В. М. Вопросы анализа пелинейных цепей. — Киев: Наукова думка, 1967.
- Меерович Э. А. Геометрическая теория электрических цепей. Приложение к книге Г. Крона «Применение тензорного анализа в электротехнике». — М.: Госэнергоиздат, 1955.
- Фильц Р. В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. — Киев: Наукова думка, 1979.
- Глухивский Л. И. Расчет характеристики феррорезонансного контура дифференциальным гармоническим методом. — Известия вузов. Энергетика, 1979, № 11.
- Глухивский Л. И. Расчет периодического процесса в мостовой выпрямительной схеме дифференциальным гармоническим методом. — Техническая электродинамика, 1980, № 2.

[12.И.79]

УДК 538.311.001.24

## Эквивалентные электрические параметры слоистых неферромагнитных сред при проникновении импульсного электромагнитного поля

ПИСЬМЕННЫЙ Э. И.

Харьков

Анализ электромагнитных процессов в установках для получения сильных импульсных полей значительно упрощается при замене элементов разрядного контура, в которых проявляется поверхностный эффект, эквивалентными им элементами

с сосредоточенными параметрами. Выбор эквивалентных параметров массивного проводника в случае распространения в нем плоской импульсной электромагнитной волны рассмотрен в [Л. 1—3]. При этом в [Л. 1 и 2] эквивалентные параметры

выбираются из условия равенства за определенный промежуток времени значений энергии магнитного поля и мощности джоулевых потерь для массивного проводника п схемы замещения.

Другой подход [Л. 2] состоит в том, что эквивалентные параметры задаются в виде функций времени таким образом, чтобы мгновенные значения энергии для проводника и схемы замещения совпадали. В этом случае использование эквивалентных параметров не приводит к существенному упрощению анализа электромагнитных процессов. Эквивалентные электрические параметры могут быть выбраны также на основании понятия глубины скин-слоя, которая вычисляется либо с учетом импульсного характера проникновения поля, либо на основании формул, характеризующих стационарный режим [Л. 3].

При выборе эквивалентных электрических параметров указанными методами расхождение мгновенных значений энергии, потребляемой проводником и схемой замещения для постоянных электрических параметров, не рассматривается. В известной литературе рассматриваются также эквивалентные электрические параметры только полупространства.

В настоящей статье предлагается метод выбора постоянных эквивалентных электрических параметров слоистых неферромагнитных сред, позволяющий приблизить мгновенные значения энергии среды и ее схемы замещения наилучшим образом.

Для пояснения основного принципа предлагаемого метода расчета рассмотрим пластину толщиной  $d$ , выполненную из материала с удельной электропроводностью  $\gamma_1$  и магнитной проницаемостью  $\mu_1$  и помещенную на расстоянии  $h$  от границы проводящего полупространства с характеристиками  $\gamma_2$  и  $\mu_2$ . Выбор такой системы определяется ее широким распространением в магнитно-импульсной технологии (биметаллические проводники, система «заготовка — неферромагнитная матрица или оправка» и др.). Совместим начало координат с внешней поверхностью пластины, а ось  $z$  направим внутрь проводящего полупространства. Пусть с внешней стороны в экран проникает плоская электромагнитная волна, причем вектор Пойнтинга совпадает с положительным направлением оси  $z$ . Электромагнитные процессы в указанной слоистой среде рассмотрены в [Л. 4 и 5] для различных значений электромагнитных и геометрических параметров.

Выражения для значений энергии электромагнитного поля, поступающего в слоистую среду через внешнюю пластину ( $W_0$ ), сосредоточенного в экране ( $W_1$ ) и полупространстве ( $W_3$ ) могут быть определены как методами теории поля (путем интегрирования по времени вектора Пойнтинга), так и методами теории цепей. В последнем случае заменим каждую из слоистых сред (экран, воздушный зазор, полупространство) пассивным четырехполюсником (рис. 1, а). Схему замещения можно представить и в более простом виде (рис. 1, б).

Выбор параметров схем замещения осуществим таким образом, чтобы значения энергии, вычисленные методами теории поля ( $W_0$ ,  $W_1$ ,  $W_3$ ), а также методами теории цепей ( $W_{0s}$ ,  $W_{1s}$ ,  $W_{3s}$ )

совпадали наилучшим образом во всем рассматриваемом временном интервале. Приближение указанных функций выполним методом наименьших квадратов. Из полученных при этом уравнений найдем (рис. 1, а и б):

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{E_n D_n - F_n B_n}{A_n D_n - C_n B_n}; \\ R_0 &= \frac{A_n F_n - C_n E_n}{A_n D_n - C_n B_n}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A_n &= \sum_{i=1}^n 0.5 H^4_{1ij}; \quad B_n = \sum_{i=1}^n H^2_{1ij} \int_0^{t_f} H^2_{1i} d\tau; \\ E_n &= \sum_{i=1}^n H^2_{1ij} W_{0i}; \quad C_n = 0.5 B_n; \\ D_n &= \sum_{i=1}^n \left( \int_0^{t_f} H^2_{1i} d\tau \right)^2; \\ F_n &= \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} H^2_{1i} d\tau. \end{aligned}$$

Аналогично для  $L_1$ ,  $R_1$  и  $L_3$ ,  $R_3$  можно получить:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{E_{1n} D_{1n} - F_{1n} B_{1n}}{A_{1n} D_{1n} - C_{1n} B_{1n}}; \\ R_1 &= \frac{A_{1n} F_{1n} - C_{1n} E_{1n}}{A_{1n} D_{1n} - C_{1n} B_{1n}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} L_3 &= \frac{E_{3n} D_{3n} - F_{3n} B_{3n}}{A_{3n} D_{3n} - C_{3n} B_{3n}}; \\ R_3 &= \frac{A_{3n} F_{3n} - C_{3n} E_{3n}}{A_{3n} D_{3n} - C_{3n} B_{3n}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} A_{1n} &= A_n; \quad B_{1n} = \sum_{j=1}^n H^2_{1i,j} \int_0^{t_f} (H_{1i} - H_{1j})^2 d\tau; \\ E_{1n} &= \sum_{i=1}^n W_{1i} H^2_{1i,j}; \quad C_{1n} = 0.5 B_{1n}; \end{aligned}$$

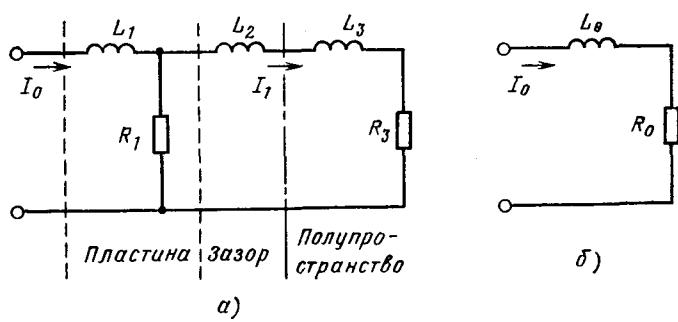


Рис. 1. Схемы замещения трехслойной системы: использующая эквивалентные параметры пластины, воздушного зазора и проводящего полупространства (а); замещающая трехслойную среду в целом (б).

$$D_{1n} = \sum_{j=1}^n \left[ \int_0^{t_j} (H_{1i} - H_{1t})^2 d\tau \right];$$

$$F_{1n} = \sum_{j=1}^n W_{1j} \int_0^{t_j} (H_{1i} - H_{1t})^2 d\tau.$$

Коэффициенты  $A_{3n}$ ,  $B_{3n}$ ,  $C_{3n}$ ,  $E_{3n}$ ,  $F_{3n}$ ,  $D_{3n}$  вычисляются по формулам, аналогичным (1), с заменой  $H_{1i,j}$  на  $H_{1t,j}$  и  $W_{0j}$  на  $W_{3j}$ .

Индуктивность зазора между экранами и полупространством может быть рассчитана по формуле:

$$L_2 = \mu_0 h.$$

В формулах (1)–(3) обозначено:

$$H(0, t) = H_{1i}(t); H(d, t) = H(d+h, t) = H_{1t}(t);$$

$t_j = j\tau$ ,  $j = 0, 1, \dots, n$ ;  $\tau = T/n$  — шаг по времени,  $T$  — время, в течение которого осуществляется приближение. Формулы для вычислений  $H_{1i}$  приведены в приложении.

Внешнее поле, проникающее в систему, задавалось в виде:

$$H_{1i}(t) = H_m \exp(-\delta t) \sin(\omega t).$$

Эквивалентные электрические параметры выбирались в безразмерном виде. При этом использовалась следующая система базисных величин:

$$z_6 = \sqrt{t_6/(\gamma_1 \mu_1)}; E_6 = H_6/(\gamma_1 z_6);$$

$$W_6 = \mu_0 z_6 H^2_6; R_6 = 1/(\gamma_1 z_6);$$

$$L_6 = \mu_0 z_6; t_6 = 1/\omega; H_6 = H_m.$$

Безразмерные параметры образовались делением размерных на соответствующую базисную величину; в дальнейшем такие параметры отмечаются звездочкой.

Для определения точности приближения мгновенных значений энергии и напряженности поля в зазоре между экраном и полупространством ( $H_{11a}$ ) использовались формулы, полученные путем расчета схем рис. 1,а и б. На основании полученных формул была составлена программа для ЭВМ, время вычислений по которой для одного варианта исходных данных не превышало 7 мин. Шаг по времени  $\tau^*$ , а, следовательно, число точек аппроксимации  $n$  определялись пересчетом с уменьшением  $\tau^*$ . Выбранное значение  $\tau^* = 0,02$  обеспечивало сходимость результатов не менее 1%. Значение полного времени приближения в большинстве рассматриваемых вариантов реализовало практически важный случай  $t^*_{1n} = \pi$ .

**Проводящее полупространство.** В этом случае использование схемы замещения рис. 1,а не имеет смысла, так как распределение поля в полупространстве хорошо изучено. Анализ мгновенных значений энергии полупространства и схемы замещения рис. 1,б показывает, что выбор эквивалентных электрических параметров полупространства изложенным методом достаточно точно описывает по-

Таблица 1

$t^*$	Точное значение энергии	Приближение, полученное при использовании предложенного метода: $L^*_{10} = 0,792$ ; $R^*_{10} = 0,495$	Приближение, полученное при использовании эквивалентных параметров, рассчитанных по методу		
			усреднения [1,2]; $L^*_{10} = 0,613$ ; $R^*_{10} = 0,583$	скин-слоя [Л. 3] в стационарном режиме; $L^*_{10} = 0,707$ ; $R^*_{10} = 0,707$	скин-слоя [Л. 3] в импульсном режиме; $L^*_{10} = 0,504$ ; $R^*_{10} = 0,992$
0,4	0,044	0,056	0,067	0,066	0,059
0,8	0,199	0,213	0,238	0,249	0,244
1,2	0,419	0,425	0,452	0,500	0,533
1,6	0,617	0,612	0,615	0,723	0,835
2,0	0,717	0,702	0,665	0,836	1,040
2,4	0,721	0,714	0,641	0,821	1,140
2,8	0,664	0,677	0,577	0,821	1,151

ступление энергии в полупространство (табл. 1). При  $t^* > 0,9$  относительное отклонение  $\Delta = (W^*_{10} - W_{00}) / W^*_{10}$  не превосходит 4%. При этом существенно отметить, что эквивалентные параметры полупространства слабо зависят от коэффициента затухания внешнего поля. Так, при  $0 \leq \delta^* \leq 0,5$   $L^*_{10}$ ,  $R^*_{10}$  отклоняются от своих средних по  $\delta^*$  значений не более, чем на 2% при времени приближения  $t^*_{1n} = T/2$ ,  $T$  — период изменения внешнего поля. Средние значения составляют:  $L^*_{\text{ср}} = 0,625$ ;  $R^*_{\text{ср}} = -0,595$ .

В табл. 1 приведены мгновенные значения энергии электромагнитного поля, поступающего в полупространство, вычисленные с использованием значений эквивалентных параметров в нашем масштабе, полученных другими методами. Из данных табл. 1 следует, что использование эквивалентных электрических параметров, получаемых методом скин-слоя приводит к значительным расхождениям между поступлением энергии в проводник и его схему замещения (максимальное относительное отклонение составляет около 23% при использовании глубины проникновения в стационарном режиме и приблизительно 60% в импульсном). Резкое увеличение указанного расхождения при использовании глубины проникновения в импульсном режиме объясняется, по-видимому, завышенными значениями эквивалентного сопротивления полупространства.

**Биметаллический проводник.** На рис. 2 представлены кривые, иллюстрирующие влияние толщины покрытия (материал — медь) на мгновенные значения напряженности поля на границе между основанием (материал — сталь 1Х18Н9Т) и покрытием, рассчитанные на основании теории поля ( $H^*_{11}$ ) и теории цепей ( $H^*_{13}$ ). Из кривых видно, что с увеличением толщины точность приближения ( $H^*_{13}$ ) к ( $H^*_{11}$ ) резко падает. Так, если при  $d^* = 0,3$  относительное отклонение  $\Delta = (H^*_{11} - H^*_{13}) / H^*_{11}$  не превышает 2% в области максимума поля, то при  $d^* = 1,2$  в этом же временном интервале оно составляет 20%. Это явление, очевидно, связано с точностью аппроксимации покрытия Г-образным четырехполюсником. Как показывают расчеты, использование схемы замещения рис. 1,а наиболее рационально для тонких покрытий с  $d^* = 0,3$ .

На рис. 2 представлены также мгновенные значения энергий  $W^*_{10}$  и  $W^*_{00}$ . Как видно из рис. 2,

Таблица 2

Параметры задачи	$L^*$	$R^*$
$t^* = T/2; h^* = 0;$ $\delta^* = 0,2; m_1 = 6,41$	$d^* = \begin{cases} 0,8 \\ 1,0 \\ 1,2 \\ 1,4 \end{cases}$	$0,396$ $0,425$ $0,463$ $0,501$
$t^* = T/2; h^* = 0;$ $d^* = 1,4; m_1 = 6,41$	$\delta^* = \begin{cases} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{cases}$	$0,494$ $0,501$ $0,506$ $0,513$
$t^* = T/4; h^* = 0;$ $d^* = 1,4; m = 6,41$	$\delta^* = \begin{cases} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{cases}$	$0,451$ $0,450$ $0,451$ $0,455$
$t^* = T/2; h^* = 0;$ $d^* = 1,4; \delta^* = 0,2$	$m_1 = \begin{cases} 1,4 \\ 3,87 \\ 6,41 \end{cases}$	$0,594$ $0,521$ $0,501$
$t^* = T/2; d^* = 0,3;$ $\delta^* = 0,2; m_1 = 6,41$	$h^* = \begin{cases} 0,1 \\ 0,3 \\ 0,5 \\ 0,7 \end{cases}$	$0,606$ $0,614$ $0,621$ $0,627$

в этом случае удается добиться хороших результатов даже для толщин покрытий, при которых схема рис. 1,а не позволяет получить хорошего приближения.

Как видно из табл. 2 значения эквивалентных электрических параметров биметаллического проводника зависят от времени приближения, что связано с импульсным характером проникновения поля. Этой особенностью обладают и известные методы [Л. 1 и 2]. Поэтому при использовании предлагаемого метода на практике важно правильно задавать временной интервал, для которого осуществляется выбор эквивалентных электрических параметров. При использовании метода в магнитно-импульсной технологии указанный временной интервал определяется промежутком, в течение которого заготовка практически неподвижна, а ток в системе мало отличается от закона экспоненциально затухающей синусоиды. Как показывает практика, при формообразовании деталей с большой степенью деформации  $t^*_{n=1}=T/4$  при малой —  $t_{n=1}=T/2$ . Такое положение вызвано зависимостью значений эквивалентных электрических параметров от формы поля.

Отметим также, что средние по  $\delta^*$  значения эквивалентных электрических параметров ( $L^*_{0cp} = 0,503$ ;  $R^*_{0cp} = 0,721$ ) для биметаллической системы с протеканием 90% всего тока в покрытии сильно отличаются от аналогичных параметров, вычисленных для полупространства.

Экран, расположенный около проводящего полупространства. Мгновенные значения энергий  $W^*_0$ ,  $W^*_1$ ,  $W^*_3$ ,  $W^*_{03}$ ,  $W^*_{13}$ ,  $W^*_{33}$  для трехслойной среды показаны на рис. 3. Там же показаны и значения напряженности магнитного поля  $H^*_u$  и  $H^*_{13}$  в зазоре между пластиной (медь) и полупро-

Рис. 2. Влияние толщины покрытия биметаллического проводника на приближение энергии и напряженности магнитного поля.

1, 2 — напряженность магнитного поля на границе между покрытием и проводящим основанием (— напряженность магнитного поля, вычисленная методом теории поля, 0) — значения напряженности магнитного поля, вычисленные методом теории цепей); 3 — энергия, поступающая в биметаллический проводник ( $\Delta = 1,4$ ; — данные теории поля;  $\Delta$  — приближенные значения).

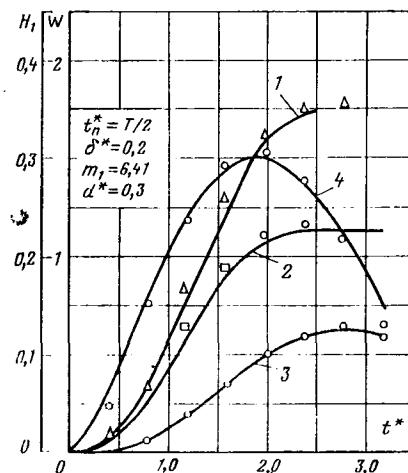
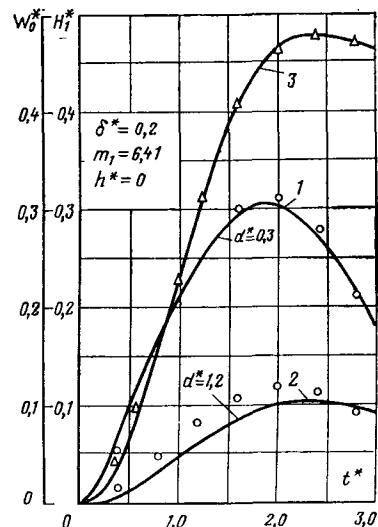


Рис. 3. Распределение энергии и напряженности магнитного поля в зазоре трехслойной системы.

— данные теории поля;  $O$ ,  $\Delta$ ,  $\square$  — приближенные значения.  
 1 — полная энергия системы; 2 — энергия, сосредоточенная в экране;  
 3 — энергия проводящего полупространства; 4 — напряженность магнитного поля в зазоре между экраном и полупространством.

странством (1X18H9T). Как видно из рис. 3, в этом случае, как и в случае биметаллического проводника, удается получить хорошие результаты по схеме рис. 1,а для относительно тонких проводников. Наличие зазора между экраном и полупространством несильно влияет на распределение поля при толщинах зазора одного порядка с толщиной экрана. Это полностью относится и к эквивалентным параметрам, средние значения которых по  $h^*$  для приведенных вариантов при  $0,1 \leq h^* \leq 0,7$  составляют:  $L_{1cp}^* = 0,141 \pm 1,5\%$ ;  $R_{1cp}^* = 3,44$ ;  $L_{3cp}^* = 3,970 \pm 0,3$ ;  $R_{3cp}^* = 3,536 \pm 0,1\%$ .

**Приложение.** Выражение для изображения по Лапласу функции  $H_{11}^*$ , было получено на основании формул, приведенных в [Л. 4 и 5] и имеет вид (в безразмерных единицах):

$$H_{1l}^* \leftarrow \div \rightarrow H_{1l}^*/(\operatorname{ch} \overline{V_p} d^* + (m_1 + h^* \overline{V_p}) \operatorname{sh} \overline{V_p} d^*) = \\ = \overline{H}_{1l}; \quad m = \sqrt{\frac{\gamma_1 \mu_2}{\gamma_2 \mu_1}}.$$

Для определения оригинала приведенной функции использовался численный метод, изложенный в [Л. 6 и 7], согласно которому приближение обратного преобразования Лапласа

функции  $f(t) \leftarrow \div \rightarrow F(p)$  может быть записано в виде:

$$f(T) = \frac{\sqrt{2} \ln 2}{\pi T} \sum_{m=0}^n B_m,$$

где

$$B_n = \sum_{k=0}^{4n+3} b_{nk} f_k; \quad b_{nk} = (-1)^k 2 \binom{4n+k}{2n-3} \frac{2n+1}{k-1};$$

$$b_{n0} = 0; \quad b_{n1} = -2; \quad k = 2, 3, 4 \dots; \quad n = 0, 1 \dots;$$

$$f_k = 4^k F[(2k+1)\sigma]; \quad \sigma = \frac{\ln \sqrt{2}}{T};$$

$T$  — момент времени, для которого производится преобразование. В расчетах принималось  $n=2$ .

**Выводы.** 1. Предлагаемый метод расчета эквивалентных электрических параметров достаточно точно позволяет приблизить мгновенные значения энергии электромагнитного поля, поступающего в слоистую среду, для системы и ее схемы замещения.

2. Использование эквивалентных электрических параметров позволяет упростить анализ переход-

ных процессов в системах с массивными проводниками, не снижая точности получаемых результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов В. М. Анализ электромагнитных процессов в разрядном контуре конденсатора с учетом поверхностного эффекта. — В кн.: Теоретическая электротехника, 1974, вып. 17, с. 74—80.
2. Бондалетов В. Н. Эквивалентные параметры при нестационарном распространении импульсного электромагнитного поля в проводнике. — Электричество, 1975, № 8, с. 55—58.
3. Белый И. В., Фертик С. М., Хименко Л. Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. — Харьков, изд. Харьковского государственного университета, 1977, с. 167.
4. Михайлов В. М., Ниссменный Э. И. Поверхностный эффект и распределение импульсного тока в биметаллическом проводнике. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 2, с. 133—139.

5. Михайлов В. М., Ниссменный Э. И. Импульсное проникновение магнитного поля внутрь экрана, расположенного вблизи массивного проводящего тела. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 6, с. 147—151.

6. Лернер Д. М., Лернер Г. М. Упрощенный алгоритм обратного преобразования Лапласа. — Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1970, т. VIII, № 4, с. 618—621.

7. Корнилов Г. Л., Бирюля И. И. Обоснование метода расчета матриц для деформирования деталей типа полусфер. — В кн.: Высокоскоростная обработка материалов, изд. Харьковского государственного университета, 1976, № 5, с. 147—150.

[05.02.80]



УДК 621.314.252

## Фазовращатели с модуляцией проводимости выходных цепей

САФОНОВ Л. Н., канд. техн. наук, ВОЛНЯНСКИЙ В. И., РУСАКОВ Л. Г.,  
инженеры

Москва

Основными источниками погрешностей измерительных фазовращателей (ФВ) угловых и линейных перемещений являются: несимметрия многофазного напряжения возбуждения; несимметрия магнитной (электрической, оптической) системы датчика; несимметрия фазосдвигающих цепей на выходе ФВ (для случая ФВ с пульсирующим полем); высшие временные гармоники в напряжении возбуждения; высшие пространственные гармоники в функциях коэффициентов передачи; нестабильность во времени фазосдвигающих цепей и фазочастотных характеристик фильтров; наводки промышленных частот.

Кроме того, для некоторых датчиков (индукционн., емкостный датчик) возникают затруднения в получении высокой разрешающей способности при аналого-цифровом преобразовании, так как удовлетворительный уровень мощности сигнала датчика может быть обеспечен лишь при его питании относительно высокой частотой ( $10^4$ — $10^5$  Гц). В предложенном за последнее время ряде схем ФВ [Л. 1—3] в значительной степени устраняются погрешности, обусловленные первыми тремя из указанных факторов.

В настоящей статье рассматриваются схемы ФВ с модуляцией проводимости выходных цепей, в которых существенно снижаются погрешности от всех перечисленных выше факторов. Схема ФВ с модуляцией проводимости является развитием идеи ФВ

с фильтром обратной последовательности [Л. 1]. Структурная схема ФВ для общего случая, представленная на рис. 1, включает два источника многофазного напряжения 1 и 2 с частотами  $\omega_1$  (питание) и  $\omega_2$  (гетеродин), многофазный датчик 3 с  $m$ -фазной системой возбуждения и  $n$ -фазной выходной системой перемножающих устройств фазомодулированного (ФМ) сигнала 4, суммирующее устройство 5 и фильтр низкой частоты 6. При преобразовании фаза — код к выходам ФНЧ подключается формирователь фазовых импульсов 7.

Рассмотрим свойства ФВ. Допустим, что 3 — датчик угла индукционного типа. Положим, что  $m$ -фазные системы напряжения возбуждения и электромагнитная система возбуждения датчика, а также  $n$ -фазные системы вторичных обмоток и система напряжений частоты  $\omega_2$  имеют несимметрию первого порядка малости.

Для получения в общем виде выражения для выходного сигнала с суммирующего устройства воспользуемся методом разложения несимметричных многофазных систем на симметричные составляющие. Обозначим модули относительных величин симметричных составляющих системы векторов напряжений возбуждения, системы пространственных векторов системы возбуждения датчика, пространственных векторов вторичных обмоток и системы векторов напряжений частоты  $\omega_2$  соответственно через  $a_{1i}, a'_{1j}, a'_{2r}$  и  $a_{2q}$ , а аргументы опор-

ных векторов этих составляющих соответственно через  $\psi_{1i}$ ,  $\psi'_{1j}$ ,  $\psi'_{2r}$  и  $\psi_{2j}$ . При этом  $0 \leq i, j \leq (m-1)$ , а  $0 \leq r, q \leq (n-1)$ .

В соответствии с принятыми условиями  $a_{11}$ ,  $a'_{11}$ ,  $a'_{21}$  и  $a_{21}$  равны единице (относительное значение), остальные значения  $a$  и  $a'$  имеют первый порядок малости.

Опуская громоздкие выкладки, запишем сразу конечное выражение для сигнала с суммирующего устройства 5:

$$U_5 \sim U_{m\omega_1} U_{m\omega_2} \{ \alpha_1 \alpha_2 e^{i[(\omega_1 - \omega_2)t - \varphi]} + \\ + \alpha_1 \beta_2 e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t - \varphi]} + \alpha_2 \beta_1 e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi]} + \\ + \beta_1 \beta_2 e^{i[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi]} \}, \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \sum_{i=0}^{m-1} a_{1i} a'_{1i} e^{i(\psi_{1i} - \psi'_{1i})}; \\ \beta_1 &= \sum_{j=0}^{m-1} a_{1j} a'_{1(m-j)} e^{i(\psi_{1j} + \psi'_{1(m-j)})}; \\ \alpha_2 &= \sum_{k=0}^{n-1} a_{2k} a'_{2k} e^{i(\psi_{2k} - \psi'_{2k})}; \\ \beta_2 &= \sum_{l=0}^{n-1} a_{2l} a'_{2(n-l)} e^{i(\psi_{2l} + \psi'_{2(n-l)})}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(при этом индексы вида  $1m$ ,  $2m$ ,  $1n$  и  $2n$  следует считать равными  $10$ ,  $20$ ,  $10$  и  $20$  соответственно);  $U_{m\omega_1}$ ,  $U_{m\omega_2}$  — фазные напряжения частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ .

Таким образом, выходной сигнал ФВ состоит из четырех составляющих, причем два из них имеют разностную частоту и противоположно изменяющуюся с углом поворота фазу, два других — суммарную частоту.

Анализируя (2), можно видеть, что  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  близки по модулю к единице, а  $\beta_1$  и  $\beta_2$  имеют первый порядок малости. Поэтому первое слагаемое (рабочий сигнал) в фигурных скобках в (1) близко к единице, составляющие с  $\omega_1 + \omega_2$  имеют первый порядок малости и легко фильтруются (учитывая возможную большую кратность  $(\omega_1 + \omega_2) / (\omega_1 - \omega_2)$ ), а четвертое слагаемое, создающее погрешность, имеет второй порядок малости.

Таким образом, имеет место полная аналогия с ФВ с фильтром обратной последовательности с тем дополнительным преимуществом, что о величине погрешности ФВ можно судить по уровню составляющих частоты  $\omega_1 + \omega_2$ , выделив их с помощью фильтра высокой частоты. Эти составляющие можно использовать при ручной настройке ФВ (минимум модуляции сигнала с частотой  $\omega_1 + \omega_2$  при общем малом его уровне соответствует минимуму  $\beta_1 \beta_2$ ) и, возможно, как сигнал рассогласования для автоматической настройки.

Рассмотрим теперь сигнал от высших пространственных гармоник. Положим, что в составе функций коэффициентов связи первичных обмоток со вторичными имеется гармоника порядка  $v$ , при-

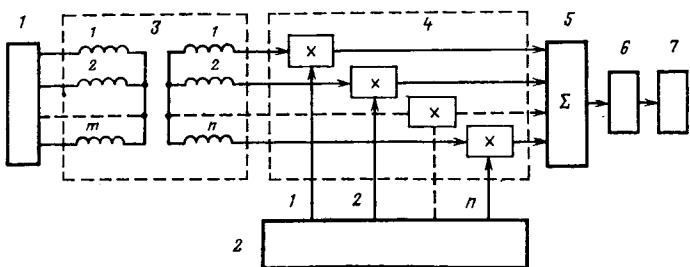


Рис. 1.

чем форма кривых для всех фаз одинакова. Поскольку симметричные составляющие рабочего сигнала имеют порядковый номер 1, то номер составляющей, имеющей максимум для гармоники порядка  $v$  в  $m$ -фазной системе будет равен  $m\mathcal{F}(v/m)$ , где  $\mathcal{F}$  — дробная часть числа, а в  $n$ -фазной системе —  $n\mathcal{F}(v/n)$ . Так как при взаимодействии симметричных составляющих системы напряжений возбуждения и электромагнитной системы возбуждения датчика вращающийся поток возникает только от взаимодействия пар либо равных номеров ( $a_k$  и  $a'_{k'}$ ), либо сопряженных номеров ( $a_k$  и  $a'_{m-k}$ ) (причем направление их вращения противоположно), то поток гармоники порядка  $v$  будет существовать только в том случае, если  $m\mathcal{F}(v/m)$  равно либо 1, либо  $m-1$ , т. е. когда  $v=km\pm 1$ . Для остальных  $v$  поток при полной симметрии всех систем будет равен нулю. Аналогичные рассуждения можно привести и для  $n$ -фазной выходной системы ФВ. В результате получится, что в рассматриваемом ФВ погрешность создают только те гармоники, номера которых одновременно удовлетворяют условиям  $v=km\pm 1$  и  $v=ln\pm 1$ .

Объединяя эти условия, получим, что

$$v=Q_{mn}p\pm 1, \quad p=1, 2, 3 \dots,$$

где  $Q_{mn}$  — наименьшее общее кратное  $m$  и  $n$ .

Для взаимно простых  $m$  и  $n$   $v=pmn\pm 1$ . Так, при  $m=3$  и  $n=5$   $v=14$  и  $16$ ,  $29$  и  $31$  и т. д. При несимметрии многофазных систем возникает сигнал и от остальных гармоник, причем для малых  $v$  он составляет некоторую малую величину, увеличивающуюся с ростом  $v$  тем быстрее, чем больше искажение электромагнитных систем датчика. Можно показать, что аналогичный эффект имеет место и для высших временных гармоник, если форма всех напряжений возбуждения одинакова.

Необходимо, однако, заметить, что рассмотренное свойство  $m$ - $n$ -фазных ФВ фильтровать высшие временные и пространственные гармоники на практике использовать достаточно сложно и вряд ли целесообразно, особенно при использовании  $n$ -фазной модуляции, когда  $m \neq n$ . Дело в том, что хотя ФВ, выполненный по схеме рис. 1, практически может не содержать реактивных элементов и, значит, иметь высокую собственную фазовую стабильность, может иметь место дрейф всей характеристики ФВ из-за изменения в процессе работы аргументов  $\psi_{1i}$  и  $\psi_{2i}$  векторов  $a_{1i}$  и  $a_{2i}$  главных симметричных составляющих  $m$ - и  $n$ -фазных напряжений.

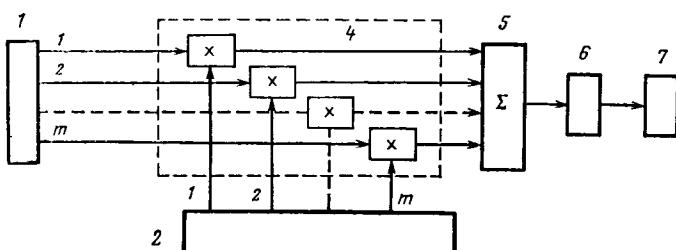


Рис. 2.

Поскольку при малых искажениях симметрии электромагнитных систем датчика дрейф фазы выходного сигнала частоты  $\omega_1 - \omega_2$ , как следует из (1) и (2), практически определяется дрейфом суммы аргументов  $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{21}$ , то этот дрейф может быть скомпенсирован, если соответствующим образом построить канал опорного напряжения. Для  $m$ -,  $n$ -фазного ФВ при  $m \neq n$  и  $m \geq n \geq 3$ , видимо, единственным приемлемым способом построения такого канала является повторение схемы рис. 1 с заторможенным датчиком. Если число ФВ в системе невелико, то такое решение заметно усложняет систему в целом.

При  $m=n$  можно обойтись и без преобразователя числа фаз, в роли которого выступает заторможенный датчик. Для этого канал опорного напряжения строят по схеме, представленной на рис. 2, где приняты те же обозначения, что и на рис. 1.

В прецизионных ФВ, как правило, используют многополюсные датчики, для которых обеспечение необходимой синусоидальности кривых коэффициентов связи не является серьезной проблемой и выбор  $m=n=2$ , как правило, всегда оправдан.

Рассмотрим еще одно важное свойство ФВ с модуляцией проводимости выходных цепей. Пусть сигналы частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , поступающие на вход одного из умножающих устройств схемы рис. 1, содержат высшие временные гармоники. Итак,

$$U_{\omega_1} = U' \{ \sin [\omega_1 t + f_1(\varphi)] + a_v \sin [\omega_1 v t + f_v(\varphi)] \};$$

$$U_{\omega_2} = U'' (\sin \omega_2 t + a_\mu \sin \mu \omega_2 t),$$

где  $a_v$ ,  $a_\mu$  — относительные величины высших временных гармоник;  $f_1(\varphi)$  и  $f_v(\varphi)$  — некоторые функции от угла поворота.

Перемножая  $U_{\omega_1}$  и  $U_{\omega_2}$ , получаем:

$$U = k U' U'' \{ \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + f_1(\varphi)] - \cos [(\omega_1 + \omega_2) t + f_1(\varphi)] + a_v \cos [(\omega_1 v - \omega_2) t + f_v(\varphi)] - a_v \cos [(\omega_1 v + \omega_2) t + f_v(\varphi)] + a_\mu \cos [(\omega_1 - \mu \omega_2) t + f_1(\varphi)] + a_\mu a_v \cos [(\omega_1 v - \mu \omega_2) t + f_v(\varphi)] + a_\mu a_v \cos [(\omega_1 v + \mu \omega_2) t + f_v(\varphi)] \},$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

При многофазном преобразовании в сумме с соответствующими членами от других перемножаю-

щих устройств первое слагаемое образует полезный сигнал, вторые слагаемые при несимметрии систем дают остаток первого порядка малости. Слагаемые с третьего по шестое имеют первый порядок малости, однако их кратность по частоте по отношению к рабочему сигналу при  $\omega_1$ , близком к  $\omega_2$ , составляет не менее  $\frac{v-1}{2} \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}$ , что даже

для  $v=3$  дает весьма большую величину. Так, при  $v=3$  и  $\omega_1=1,1\omega_2$  эта кратность равна 21 и фильтрация этих составляющих не представляет затруднений. Наибольшую опасность могло бы представить седьмое слагаемое при  $v=\mu$  (кратность частот  $v$ ), однако оно имеет второй порядок малости.

При  $v \neq \mu$  возникают комбинационные гармоники; их частоты могут быть даже меньше, чем  $\omega_1 - \omega_2$ , однако в реальных случаях они пренебрежимо малы. Таким образом, в ФВ вследствие преобразования масштаба частот энергия высших временных гармоник переносится на частоты, далеко отстоящие от рабочей, что резко облегчает условия их фильтрации без фазовых искажений для рабочего сигнала.

Преобразованию частоты наряду с высшими кратными гармониками подвергаются и помехи промышленных частот — 500 и 50 Гц. При преобразовании частоты энергия шумов переносится на частоту  $\omega_2 \pm \omega_{ш}$  ( $\omega_{ш}$  — частота шумов) и фильтрация их существенно облегчается. Рассмотренное свойство позволяет использовать устройства питания с относительно высоким кпд, что упрощает схему ФВ и повышает ее надежность. Так, при содержании 3-й гармоники в кривых питания и гетеродина по 1% содержание этой гармоники в сигнале разностной частоты будет 0,01% и вносимая погрешность будет составлять всего  $0,01^2 = 10^{-4}$  рад = 0,34 мин. При этом для некоторых типов датчиков открывается возможность построения источников питания полностью на ключевых элементах с использованием, например, широтно-импульсной модуляции.

Как уже говорилось, рабочий сигнал ФВ выделяется на разностной частоте. Это создает благоприятные условия для построения преобразователей перемещение — код на основе таких ФВ [Л. 4]. Во-первых, для таких датчиков, как индуктосин, емкостный датчик, при питании напряжением повышенной частоты повышается уровень выходного

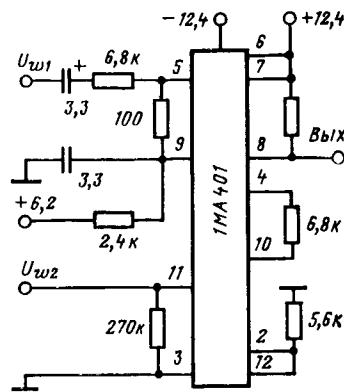


Рис. 3.

сигнала и поэтому уменьшается отношение шум — сигнал; во-вторых, легко обеспечивается высокая дискретность преобразования.

Если частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  получаются делением частоты  $\omega_r$  единого высокочастотного генератора, то  $\omega_r$  и  $\omega_1 - \omega_2$  оказываются связанными соотношениями:

$$\frac{\omega_r}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{k_1 k_2}{k_1 - k_2}, \quad (4)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты деления.

Варьируя  $k_1$  и  $k_2$ , можно обеспечить различную цену кванта (при заполнении временного интервала импульсами частоты  $\omega_r$  или кратной ей).

Так, при выборе  $k_1 = 2^n + 1$  и  $k_2 = 2^n - 1$

$$\frac{\omega_r}{\omega_1 - \omega_2} = 2^{2n-1} - \frac{1}{2}$$

и получаем  $(2n-1)$ -разрядный двоичный преобразователь с методической погрешностью  $1/2$  кванта при временных интервалах, близких к полному периоду частоты  $\omega_1 - \omega_2$ .

Таким образом, в ФВ с модуляцией проводимости выходных цепей относительно просто решаются проблемы обеспечения минимума погрешности от всех перечисленных выше факторов.

Техническая реализация нового для схем ФВ узла — перемножающего устройства — не представляет особых трудностей. На рис. 3 приведена принципиальная схема перемножающего устройства на основе микросхемы 1МА401. Схема рассчитана на входные напряжения амплитудой  $3 \pm 0,3$  В и диапазон частот по  $\omega_1$  и  $\omega_2$  до 100 кГц.

Несмотря на относительно легкие условия фильтрации ФМ сигнала, для ФВ особо высокой точности фазовая стабильность фильтра низкой частоты 6 в случае тяжелых условий эксплуатации может оказаться недостаточной. Кроме того, существенную погрешность в преобразователь угол — фаза — код может внести дрейф формирователя фазовых импульсов 7 (рис. 1). На основе рассмотренного ФВ может быть построен коммутационный ФВ, в котором исключаются фазовая нестабильность фильтра и дрейф формирователя фазовых импульсов.

Положим, что частота  $\omega_2$  равна  $\omega_1 - \Omega$  и имеет возможность заменяться на частоту  $\omega_1 + \Omega$ . Пусть в первом случае выходной сигнал имеет вид:

$$\begin{aligned} U'_{\text{вых}} &= U_m \cos[\omega_1 t - (\omega_1 - \Omega)t - \varphi] = \\ &= U_m \cos(\Omega t - \varphi). \end{aligned}$$

Во втором случае

$$\begin{aligned} U''_{\text{вых}} &= U_m \cos[\omega_1 t - (\omega_1 + \Omega)t - \varphi + \psi] = \\ &= U_m \cos(\Omega t + \varphi - \psi), \end{aligned}$$

где  $\psi$  — некоторый постоянный угол.

При фильтрации и формировании фазового импульса к аргументам  $U'_{\text{вых}}$  и  $U''_{\text{вых}}$  добавляется медленно меняющаяся погрешность  $\delta$ , поэтому измеренные их значения будут иметь вид:

$$0_1 = \arg U'_{\text{вых}} + \delta; \quad 0_2 = \arg U''_{\text{вых}} + \delta,$$

далее имеем:

$$\theta_1 - \theta_2 = -2\varphi - \psi. \quad (6)$$

Итак, при раздельном преобразовании фазы на двух частотах гетеродина 2, расположенных зеркально-симметрично относительно частоты питания и последующем сложении результатов (с учетом циклическости изменения кода  $\varphi$ ) фазовый дрейф измерительного тракта исключается.

В коммутационном преобразователе — в зависимости от алгоритма получения результата (6) — можно либо вообще обойтись без опорного напряжения, либо не заботиться о его фазовой стабильности по отношению к рабочему сигналу. Коммутацию частоты удобнее всего, конечно, проводить в цифровой части системы напряжения гетеродина.

Некоторым недостатком коммутационного преобразователя на основе ФВ с модуляцией выходных цепей является трудность в подборе коэффициентов деления  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$ , которые обеспечили бы такие частоты  $\omega_1$ ,  $\omega_1 + \Omega$ ,  $\omega_1 - \Omega$ , чтобы отношение  $\omega_r/\Omega$  составило нужную величину. В этом отношении более удобна перекрестная коммутация частот, когда в схеме рис. 1 в двух тахтах преобразования частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  взаимозамещаются и сохраняет силу равенство (4). При этом, однако, происходит коммутация частоты источника питания датчиков, что иногда может оказаться нежелательным.

Испытания ФВ с модуляцией проводимости выходных цепей на основе кругового индуктосина с 2,2-фазной системой обмоток показали, что погрешность ФВ, вносимая собственно схемой преобразования, относительно легко может быть доведена до 1—1,5 мин.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сафонов Л. Н. Фазовращатели с фильтром обратной последовательности. — Электричество, 1971, № 5.
- А. с. 317090 (СССР). Способ преобразования угла в цифровой код/ Г. И. Курехтанов, А. И. Москалев, В. Ф. Тараев. Опубл. в Б. И., 1971, № 30.
- А. с. 274687 (СССР). Фазовращатель/ Е. А. Артюхов. Опубл. в Б. И., 1970, № 21.
- А. с. 485482 (СССР). Преобразователь перемещение — код/ Л. Г. Русаков, Л. Н. Сафонов. Опубл. в Б. И., 1975, № 35.

[24.03.80]



# Трансформаторно-тиристорные регулируемые преобразователи напряжения переменного тока

САВИН А. Г., канд. техн. наук

Калининский политехнический институт

Трансформаторно-тиристорные регуляторы переменного напряжения обладают наиболее высокими массо-габаритными и энергетическими показателями по сравнению с другими типами регуляторов [Л. 1]. Плавное регулирование напряжения в них производится методом импульсной модуляции, осуществляющей путем переключения отпаек обмоток силового или вольтодобавочного трансформатора с помощью тиристорных ключей [Л. 2 и 3]. Выходное напряжение таких регуляторов содержит высшие гармонические, причем степень искажения напряжения увеличивается с увеличением диапазона регулирования. С целью уменьшения искажений применяются многоступенчатое регулирование или выходные фильтры. В обоих случаях массо-габаритные показатели устройства ухудшаются.

Ниже рассматривается метод регулирования переменного напряжения, основанный на сложении синусоидального напряжения питания с добавочным прямоугольно-ступенчатым напряжением, формируемым вентильным преобразователем, включенным последовательно в цепь нагрузки переменного тока и замкнутым на источник постоянной э. д. с. Поскольку форма кривой добавочного напряжения может быть достаточно близка к синусонде, выходное напряжение при этом методе имеет малую степень искажения, что позволяет исключить выходной фильтр или уменьшить его установленную мощность.

Идеализированной моделью преобразователя, включенного последовательно с нагрузкой в цепь переменного тока, является преобразователь, питаемый от источника тока с бесконечно большим внутренним сопротивлением. Назовем для краткости такой преобразователь преобразователем тока (ПТ). Укажем, что в общепринятой теории преобразовательных схем [Л. 4 и 5] в качестве идеальной модели используется преобразователь, питаемый от источника переменного напряжения с нулевым внутренним сопротивлением. Назовем его преобразователем напряжения (ПН).

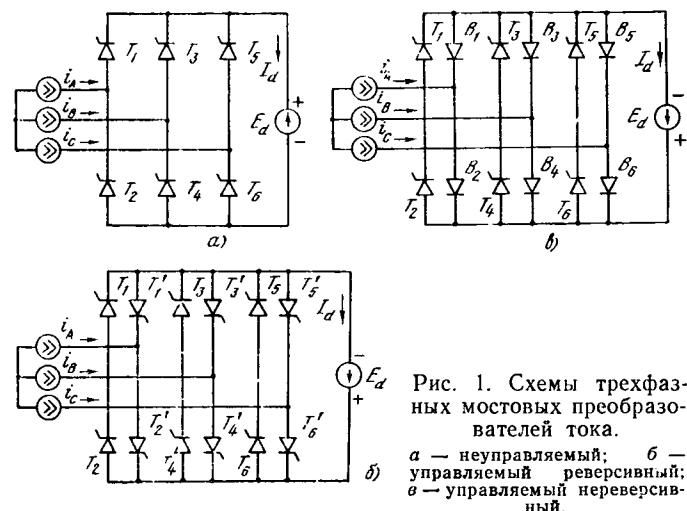


Рис. 1. Схемы трехфазных мостовых преобразователей тока.  
а — неуправляемый; б — управляемый реверсивный; в — управляемый нереверсивный.

Различие в характере источников питания ПТ и ПН обуславливает различное протекание электромагнитных процессов в них. Эти отличия рассмотрены в [Л. 4] для однофазной мостовой неуправляемой схемы, а в [Л. 6] — для трехфазной мостовой, замкнутой на резистор. Работа трехфазной схемы ПТ (рис. 1,а), замкнутой на э. д. с.  $E_d$  с нулевым внутренним сопротивлением, иллюстрируется рис. 2. Предполагается, что вентили идеальные и полностью управляемые. Поскольку цепь источника тока должна быть всегда замкнута, переключение вентилей производится в момент перехода тока через нуль и моменты отпирания вентилей изменяться не могут. В этом смысле рассматриваемая схема является неуправляемой. Обозначенные на рис. 1,а направления выпрямленного тока и э. д. с.  $E_d$  соответствуют выпрямительному режиму ПТ. Если изменить полярность источника  $E_d$ , то ПТ будет работать в инверторном режиме.

Выполнение ПТ, работающего в выпрямительном режиме, на реальных вентилях не вызывает сложностей, причем в этом случае могут использоваться неуправляемые вентили. Инверторный режим ПТ при использовании реальных вентиляй с неполной управляемостью невозможен, так как не обеспечиваются условия для восстановления вентильной прочности. Указанная трудность может быть преодолена введением в схему дополнительных управляемых ( $T'_1-T'_6$ , рис. 1,б) или неуправляемых ( $B'_1-B'_6$ , рис. 1,в) вентилей.

На рис. 3 показаны диаграммы, иллюстрирующие работу схемы рис. 1,б в инверторном режиме. Из диаграммы следует, что основные вентили  $T_1-T_6$  восстанавливают вентильную прочность в течение интервалов  $\beta$  под действием падения напряжения на вспомогательных вентилях  $T'_1-T'_6$ , которые запираются при открывании следующего основного вентиля под действием напряжения  $E_d$ .

Сравнение временных диаграмм рис. 2 и 3 с аналогичными диаграммами идеальных трехфазных мостовых неуправляемой и управляемой схем, содержащих в цепи постоянного тока бесконечно большую индуктивность [Л. 4 и 5], показывает, что входные (переменные токи и напряжения) и выходные (выпрямленное напряжение для ПН и выпрямленный ток для ПТ) переменные обоих преобразователей изменяются по аналогичным законам, с тем лишь отличием, что законы изменения напряжений в ПН соответствуют законам изменения токов в ПТ (соблюдается принцип дуальности). Поэтому уравнения, связывающие входные и выходные переменные ПТ, могут быть получены из соответствующих уравнений для ПН путем замены в них токов на напряжения и наоборот. В результате для рассматриваемой трехфазной мостовой схемы получаем:

$$I_d = 1,35I, \cos \beta; \quad (1)$$

$$U_d = 0,816E_d; \quad (2)$$

$$U_{\phi} = 0,472 E_d;$$

$$U_{\text{л}(n)} = \frac{\sqrt{6}}{\pi n} E_d,$$

$$U_{\phi(n)} = \frac{\sqrt{2}}{\pi n},$$

где  $n = 6k \pm 1$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $I_d$  — среднее значение выпрямленного тока;  $I_1$  — действующее значение тока на входе;  $U_{\text{л}}$ ,  $U_{\phi}$ ,  $U_{\text{л}(n)}$ ,  $U_{\phi(n)}$  — действующие значения переменного напряжения и его гармоники на входе, соответственно линейные и фазные;  $n$  — номер гармоники.

Из уравнения (1) следует, что изменяя угол  $\beta$ , можно регулировать обмен энергии между цепями переменного и постоянного тока и переводить преобразователь из выпрямительного режима в инверторный и обратно.

Схема ПТ по рис. 1,б может работать в любом режиме при любой полярности источника  $E_d$  (управляемая реверсивная схема). Если полярность  $E_d$  постоянна, то часть вентилей может быть заменена на неуправляемые, как это показано на рис. 1,в. Такую схему целесообразно назвать управляемой нереверсивной.

При введении в схему ПТ дополнительных вентилей получена структура, аналогичная структуре силовой части автономного инвертора напряжения (АИН), выполненного на полностью управляемых вентилях. Однако отличие АИН от управляемого ПТ состоит в том, что последний содержит в цепи переменного тока независимый источник энергии. Это определяет возможность осуществления в ПТ естественной коммутации вентиляй. Так же, как и АИН, ПТ характеризуется неизменным соотношением между переменным и постоянным напряжениями.

В ПТ, замкнутом на источник э. д. с., переменное напряжение имеет прямоугольно-ступенчатую форму, зависящую от алгоритма переключения вентиляй. Поэтому уравнения (2) — (5) можно получить на основе аналогии с АИН [Л. 7 и 8]. Однако вследствие естественной коммутации алгоритм переключения вентиляй в ПТ однозначно определяется числом фаз и структурой силовой части и произвольно, как в АИН, устанавливаться не может.

В отличие от АИН, для которого соотношение между переменным и постоянным током и угол сдвига между переменными напряжением и током определяются характером нагрузки, в управляемом ПТ возможно изменять указанное соотношение, воздействуя на угол управления вентиляй  $\beta$ . (Угол  $\beta$  определяет запаздывание отпирания управляемых вентиляй ПТ относительно момента перехода переменного тока через нуль.) При этом переменное напряжение на входе ПТ опережает ток на угол  $\alpha = \pi - \beta$ . Аналогичным образом может быть рассмотрена работа от источника тока и других известных схем преобразования (кроме нулевых однополупериодных).

Преобразователи рассматриваемого типа могут быть практически использованы различным образом. Одна из возможностей показана на рис. 4.

Режим работы преобразователя, приближающийся к ПТ, может быть получен путем последова-

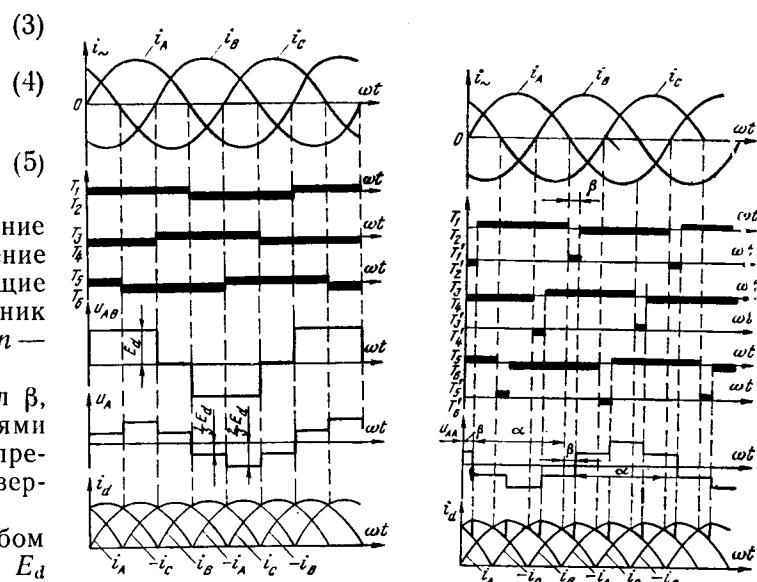


Рис. 2. Временные диаграммы токов и напряжений трехфазного мостового неуправляемого ПТ.

Рис. 3. Временные диаграммы токов и напряжений трехфазного мостового управляемого реверсивного ПТ.

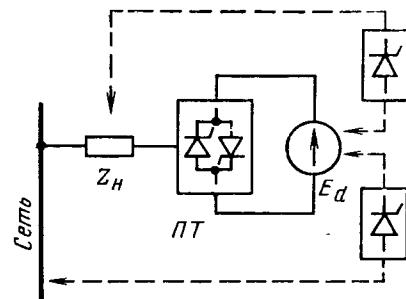


Рис. 4. Структурная схема применения ПТ.

тельного включения преобразователя с нагрузкой переменного тока  $Z_h$ . Полезным эффектом такого включения является то обстоятельство, что ПТ, замкнутый на постоянную э. д. с.  $E_d$ , вносит в цепь переменного тока добавочную прямоугольно-ступенчатую э. д. с. В результате к нагрузке  $Z_h$  будет приложена сумма напряжения сети и переменной э. д. с., создаваемой ПТ. Изменяя последнюю по величине или фазе, можно изменять напряжение на нагрузке, управляя тем самым процессом преобразования энергии в ней. Источник  $E_d$ , на который замыкается ПТ, следует рассматривать как вторичный. Для него существует две возможности обмена энергией: первая — с питающей сетью, для чего в цепи обмена должен содержаться дополнительный преобразователь; вторая — с нагрузкой  $Z_h$ , в этой цепи дополнительный преобразователь может при некоторых условиях отсутствовать.

Из изложенного принципа непосредственно вытекает возможность построения регуляторов переменного напряжения, а нижний контур на рис. 4 определяет их структуру.

Последовательное включение ПТ в цепь нагрузки переменного тока осуществляется различным образом. Мостовые схемы могут быть включены непосредственно. Например, трехфазную мостовую

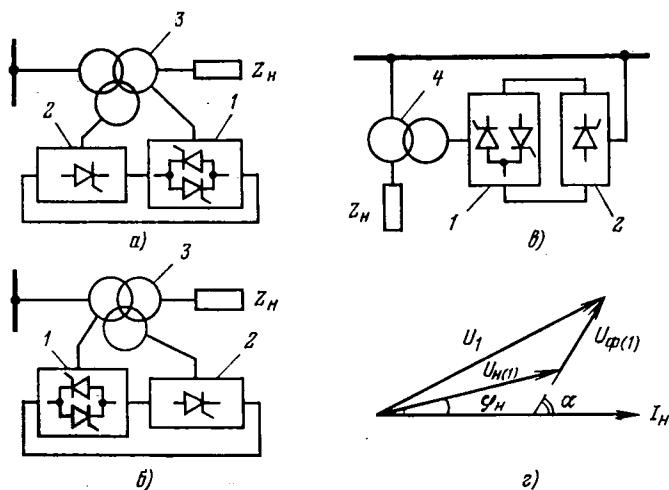


Рис. 5. Принципиальные однолинейные схемы регуляторов переменного напряжения с промежуточным звеном постоянного тока и их векторная диаграмма.

1 — преобразователь тока; 2 — преобразователь напряжения; 3 — силовой трансформатор; 4 — вольтодобавочный трансформатор.

схему можно включить в разомкнутую нулевую точку трансформатора, питающего нагрузку (рис. 5, а и б), или в нулевую точку нагрузки. В первом случае последовательное включение ПТ может производиться с вторичной (рис. 5, а) или с первичной стороны трансформатора (рис. 5, б).

При применении вольтодобавочного трансформатора (ВДТ) могут использоваться различные схемы ПТ, а включение может производиться в любую точку цепи (рис. 5, в). В качестве источника э. д. с., на который замыкается ПТ, используется обычный преобразователь — преобразователь напряжения, работающий с выпрямительном или инвертором режимах и связанный с питающей сетью. Для уменьшения пульсаций выпрямленного напряжения между ПТ и ПН может быть включен сглаживающий *LC*-фильтр.

Для схем рис. 5, а—в справедлива векторная диаграмма для первой гармоники напряжения, приведенная на рис. 5, г, из которой получено уравнение, определяющее напряжение на нагрузке:

$$U_{h(1)} = \sqrt{U^2_1 - U_{\phi(1)}^2 \sin^2(\varphi_h - \alpha)} - U_{\phi(1)} \cos(\varphi_h - \alpha), \quad (6)$$

где  $U_{h(1)}$  — действующее значение основной гармоники фазного напряжения на нагрузке (для схемы рис. 5, б — приведенное к первичной обмотке трансформатора);  $U_1$  — действующее значение фазного напряжения сети (для схемы рис. 5, а — приведенное ко вторичной обмотке трансформатора);  $U_{\phi(1)}$  — действующее значение основной гармоники напряжения на входе ПТ (для схемы рис. 5, в — приведенное к первичной обмотке ВДТ);  $\varphi_h$  — угол нагрузки.

Из (6) следует, что регулировать напряжение на нагрузке можно изменяя  $U_{\phi(1)}$  и  $\alpha$ . Технически целесообразно реализовать один из трех способов регулирования: амплитудный, амплитудно-фазовый и фазовый.

При первом способе регулирование осуществляется изменением  $U_{\phi(1)}$  при  $\alpha=0$ . В этом случае

используется неуправляемый ПТ, что позволяет получить наиболее простую схему силовой части и систему управления. Изменение  $U_{\phi(1)}$  осуществляется с помощью управляемого ПН, работающего в инверторном режиме. В схеме рис. 5, в амплитудный способ позволяет регулировать напряжение «вниз» от уровня сети.

При амплитудно-фазовом способе используются управляемый реверсивный ПТ, аналогичный схеме рис. 1, б и управляемый ПН. Диапазон регулирования разделяется на два поддиапазона. В первом ПТ работает с  $\alpha=0$  — const, чем достигается получение «отрицательной» вольтодобавки. Величина ее регулируется углом управления ПН, работающим в инверторном режиме, как это имеет место при амплитудном способе. Во втором поддиапазоне ПТ работает с  $\alpha=(\pi-\beta_{min})$  — const, что обеспечивает получение «положительной» вольтодобавки. При этом величина ее по-прежнему регулируется углом управления ПН, но он работает в выпрямительном режиме. Амплитудно-фазовый способ регулирования требует в сравнении с двумя другими наименьшей установленной мощности трансформатора и вентиляй при заданном диапазоне регулирования.

Фазовый способ регулирования заключается в изменении угла  $\alpha$  при  $U_{\phi(1)}=\text{const}$ . Постоянство  $U_{\phi(1)}$  позволяет использовать неуправляемый ПН. В этом случае ПТ выполняется по нереверсивной схеме, аналогичной рис. 1, в. В регуляторе, выполненному по рис. 5, в, фазовый способ позволяет изменять напряжение «вверх» от уровня сети, при этом угол управления ПТ изменяется в пределах  $\pi/2 \geq \alpha \geq \beta_{min}$ .

В соответствии с ГОСТ 13109-67 степень искажения напряжения оценивается коэффициентом несинусоидальности

$$K_h = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_{(n)}^2}, \quad (7)$$

где  $U_{(1)}$  и  $U_{(n)}$  — действующее значение основной и высших гармоник.

Степень искажения может быть определена из условия, что искажение напряжения происходит только за счет высших гармоник, содержащихся в напряжении ПТ. Их величина находится с помощью коэффициента искажений

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_{\phi(n)}^2} = \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{\nu} U_{\phi(1)}, \quad (8)$$

где  $\nu = \frac{U_{\phi(1)}}{U_{\phi(n)}}$  — коэффициент искажений.

Для каждой схемы ПТ коэффициент  $\nu$  может быть определен на основе аналогии ПТ с ПН или АИН. В частности, для трехфазной мостовой схемы  $\nu=0,955$ . Расчеты по уравнениям (6) — (8) показывают, что трехфазный регулятор с мостовым ПТ по рис. 5, в при амплитудно-фазовом способе регулирования обеспечивает при чисто активной нагрузке изменение напряжения в пределах  $+19\% \div -14\%$  при допустимой ГОСТ степени искажения.

Расширить пределы регулирования можно увеличивая фазность ПТ, что наиболее просто решается в схемах с ВДТ. Так, применяя трехобмоточный ВДТ и двухмостовой условно-двенадцатифазный ПТ, получаем  $v=0,988$ . Это при амплитудно-фазовом способе и активной нагрузке позволяет регулировать напряжение в пределах  $+50\% \div -25\%$  уровня сети. В указанных расчетах не учтены индуктивности сети и трансформатора. Наличие этих индуктивностей уменьшает степень искажения напряжения.

В схемах рис. 5, а—в через ПН осуществляется обмен энергией между сетью и промежуточной цепью постоянного тока. При некоторых условиях такой обмен может отсутствовать, что позволяет исключить из схемы ПН, упростив тем самым структуру регулятора (рис. 6, а и б). Для этого необходимо, чтобы ПТ работал с углом управления  $\beta=\pi/2=\text{const}$ .

Из уравнения (1) следует, что при указанном условии  $I_d=0$  и в выпрямленном токе присутствует только переменная составляющая. Для ее беспрепятственного протекания выход ПТ замыкается на накопительный конденсатор, как это показано на рис. 6, а и б. Если на конденсаторе существует некоторая постоянная составляющая напряжения, то при  $\beta=\pi/2$  переменное напряжение на входе ПТ опережает ток на угол  $\alpha=\pi/2$ . Поэтому в схеме замещения для основной гармоники (рис. 6, в) ПТ может быть представлен эквивалентной регулируемой индуктивностью  $L_0$ . Ее величина равна нулю при  $E_d=0$  и возрастает с увеличением последней. Изменение  $L_0$ , включенной последовательно с нагрузкой, приводит к изменению напряжения на ней. При активной и активно-индуктивной нагрузках напряжение может регулироваться от уровня сети практически до нуля. При емкостном характере напряжение изменяется «вверх» от уровня сети.

Из векторной диаграммы рис. 6, г, построенной для активной нагрузки, находим:

$$U_{\text{н(1)}} = U_1 \sin \varepsilon; \quad (9)$$

$$U_{\Phi(1)} = U_1 \cos \varepsilon. \quad (10)$$

Из полученных уравнений следует, что напряжение на нагрузке можно регулировать, меняя угол  $\varepsilon$ . Этот угол определяется моментом отпирания вентиляй ПТ относительно напряжения сети  $U_1$ , поэтому в регуляторах, выполненных по схемам рис. 6, а и б, для управления вентилями может использоваться любая стандартная система управления, синхронизированная с сетью, например построенная по вертикальному принципу. Степень искажения напряжения для таких регуляторов рассчитывается по уравнениям (7)–(10). Поскольку напряжение на накопительной емкости изменяется только по величине, но не по знаку, в рассматриваемых регуляторах используются нереверсивные ПТ, аналогичные представленным на схеме рис. 1, в. При использовании мостового ПТ регулятор может быть выполнен бестрансформаторным (рис. 6, а).

Для улучшения гармонического состава напряжения может быть использован один из методов, применяемых в АИН [Л. 8] — последовательное включение нескольких (минимум двух) ячеек, ра-

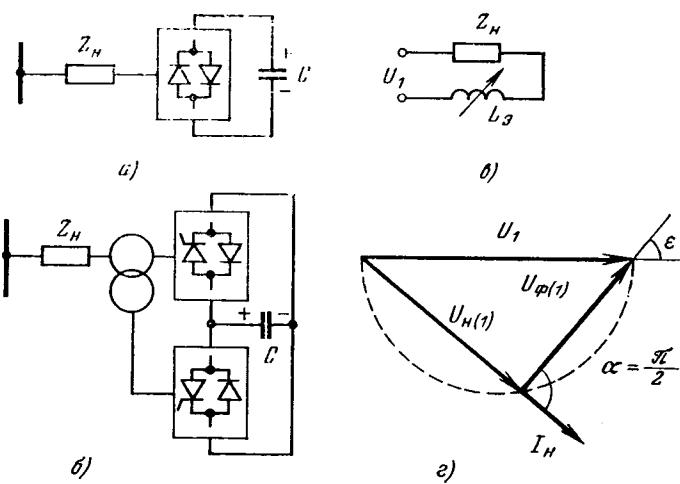


Рис. 6. Принципиальные однолинейные схемы регуляторов переменного напряжения с накопительным конденсатором.  
а — одномостовой бестрансформаторный; б — двухмостовой; в — схема их замещения; г — векторная диаграмма для активной нагрузки.

ботающих на общую нагрузку со сдвигом по фазе между собой (рис. 6, б). Например, в выходном напряжении однофазного двухмостового регулятора, мосты которого переключаются со сдвигом в  $60^\circ$ , отсутствует 3-я гармоника. В напряжении трехфазного двухмостового регулятора с углом сдвига  $30^\circ$  отсутствуют 5- и 7-я гармоники. По постоянному току мосты подключаются к общему накопительному конденсатору, что позволяет уменьшить его емкость.

Поскольку напряжение многомостовых регуляторов содержит мало гармоник, а индуктивность трансформатора служит для них естественным фильтром, такие регуляторы могут использоваться для изменения напряжения на нагрузке различного характера, в том числе и на емкостной. Так как изменение напряжения на емкости приводит к изменению потребляемой ею реактивной мощности, многомостовой регулятор, аналогичный представленному на рис. 6, б, совместно с конденсаторной батареей в качестве нагрузки, можно рассматривать как статический регулируемый источник реактивной мощности.

Существует и другой путь использования ПТ в качестве ИРМ. Так же как и в ПН, в ПТ возможно применение искусственной коммутации (ИК) вентиляй. ПТ с ИК в схемном отношении идентичен АИН. По сравнению со схемой на рис. 3 алгоритм переключения вентиляй в нем изменяется на обратный: первым открывается управляемый вентиль, проводящее направление которого совпадает с направлением переменного тока, затем он принудительно запирается, и остальную часть полупериода ток протекает через неуправляемый вентиль противоположного плеча. В результате форма кривой переменного напряжения на выходе ПТ остается прежней, но изменяются фазовые соотношения: переменное напряжение отстает от тока. В регуляторах, выполненных по схемам рис. 6, а и б, в схеме замещения ПТ с ИК должен быть представлен эквивалентной регулируемой емкостью. Включив в качестве нагрузки  $Z_H$  небольшую индук-

тивность с целью ограничения высших гармоник тока в сети, получим статический регулируемый ИРМ, рассмотренный в [Л. 9].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Окунь С. С., Сергеенков Б. Н., Киселев В. М. Трансформаторные и трансформаторно-тиристорные регуляторы стабилизаторы напряжения. — М.: Энергия, 1969.

2. Милях А. Н., Карташов Р. П. Преобразование параметров переменных токов и напряжений в ключевых схемах. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. — Киев: Наукова думка, 1971, вып. 29.

3. Жарский Б. К., Голубев В. В. Импульсные способы регулирования переменных напряжений. — В кн.: Повышение

эффективности устройств преобразовательной техники. Ч. 1. — Киев: Наукова думка, 1972.

4. Каганов И. Л. Электронные и ионные преобразователи. Ч. 1. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1950.

5. Булгаков А. А. Новая теория управляемых выпрямителей. — М.: Наука, 1970.

6. Комар В. Г. Работа полупроводниковых выпрямителей в цепях управления. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1952.

7. Хасаев О. И. Транзисторные преобразователи напряжения и частоты. — М.: Наука, 1966.

8. Бедфорд Б., Хофт Р. Теория автономных инверторов. — М.: Энергия, 1969.

9. Плесков В. И., Гумановский Б. Я., Камбулин В. А. Источник реактивной мощности на базе инвертора напряжения. — Электричество, 1978, № 10.

[23.11.79]



УДК 621.314.652.2.001.57

## Упрощенная импульсная модель вентильного преобразователя

ФАИНШТЕИН Э. Г., ФАИНШТЕИН В. Г.

Кривой Рог

Прогресс микроэлектроники создал предпосылки для применения прямого цифрового управления, позволяющего получить известные преимущества по сравнению с аналоговыми и цифроаналоговыми системами регулирования [Л. 1].

Вентильный преобразователь (ВП) содержит элементы с дискретно и периодически меняющимися параметрами, что в свою очередь является благоприятным фактором для сочетания его с импульсным цифровым устройством управления (ИЦУУ). Возникает проблема разработки структуры ИЦУУ, вычисляющего необходимый угол управления ВП по информации цифровых датчиков режимных параметров и выдающего в нужные моменты времени импульсы управления ВП.

Важной частью этой проблемы является математическое описание ВП в виде импульсной модели, которая позволяет выполнять анализ и синтез цифрового регулятора известными методами исследования импульсных систем [Л. 2 и 3]. Модель должна быть достаточно простой, так как реализация на ЦВМ алгоритмов управления требует конечного интервала времени, который при определенном технически оправданном быстродействии вычислительных устройств может превысить допустимый интервал следования импульсов управления. Для поставленной цели не пригодны математические модели, основанные на сложных вычислительных алгоритмах, не сохраняющие требуемые свойства при произвольном законе изменения угла управления ВП.

Ниже предпринята попытка решения поставленной задачи для наиболее распространенного  $t$ -фазного ВП, содержащего в цепи выпрямленного тока э. д. с., индуктивность и активное сопротивление (рис. 1).

Дискретная математическая модель в виде системы разностных уравнений при самых общих предпосылках для схемы рис. 1 получена в [Л. 4]. Ее непосредственное использование для синтеза ИЦУУ затруднительно как по упомянутым выше

причинам, так и в связи со сложностью решения уравнений из-за зависимости угла управления  $\alpha$  от тока и изменения длительности интервала преобразования (ИП) в переходных процессах при изменении  $\alpha$ , который в общем случае неизвестен [Л. 5]:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega} (1 + \alpha_n - \alpha_{n-1}), \quad (1)$$

где  $\alpha_{n-1}$ ,  $\alpha_n$  — угол управления в начале и конце ИП;  $\omega = 2\pi/T$  — частота сети переменного тока.

Изменение длительности ИП приводит к изменению временного промежутка между моментами выдачи импульсов управления (интервала повторения вычислений — ИПВ). Это усложняет систему управления и ее анализ, а также лишает ее одного из важных достоинств — возможности применения одного ИЦУУ для управления несколькими объектами. Описанная в [Л. 6] система прямого цифрового управления с переменными ИПВ требует высокого быстродействия ЭВМ и имеет сложный алгоритм управления. Изыщный метод расчета переходных процессов, основанный на представлении ВП эквивалентным генератором, предложен в [Л. 7], однако его применение ограничено условием линейной зависимости угла управления от времени. Использование же аппарата исследования импульсных систем позволяет разработать метод, пригодный для решения задач при общем характере изменения угла управления.

**Построение математической модели.** Приведенное ниже исследование выполнено в предположении, что вентили являются идеальными коммутаторами и коммутация происходит мгновенно. Большинство исследований установившихся и переходных процессов в ВП, выполненных в этих предположениях, подтверждает их правильность. Рассматриваются режимы, в которых выпрямленный ток непрерывен.

Динамика систем с ВП достаточно полно характеризуется усредненными за ИП значениями токов [Л. 8 и 9]. Следует к тому же заметить, что

используемые на практике датчики тока содержат фильтр и их показания ближе к средним, а не к мгновенным значениям, поэтому модель, построенная для средних значений, дает практически необходимую и достаточную информацию о протекании переходных процессов и может служить для анализа и синтеза ИЦУУ.

На ИП процессы в схеме рис. 1 описываются уравнением

$$L \frac{dI}{dt} + rI = U - E, \quad I(0) \neq 0. \quad (2)$$

Эквивалентные параметры схемы можно вычислять по формулам [Л. 4], если параметры  $r_\gamma$ ,  $L_\gamma$  (рис. 1) малы по сравнению с  $r_0$  и  $L_0$ , в противном случае следует воспользоваться параметрами эквивалентного генератора [Л. 7].

Характер изменения величин  $I(t)$ ,  $U(t)$  на ИП, в качестве которых приняты промежутки времени  $T_n$  равной длины между моментами естественного зажигания вентиляй ( $a=0$ ), показан на рис. 2.

Введем относительное безразмерное время  $\bar{t} = t/T_n = tm/T$ . Полагая, что начало переходного процесса совпадает с одним из моментов естественного зажигания, получаем, что целочисленные значения относительного времени соответствуют гравиальным значениям ИП, т. е.  $\bar{t}=0, 1, 2, \dots, v, v+1, \dots$  можно понимать как номер ИП, прошедшего с начала переходного процесса.

Интервал повторения вычислений может включать в себя несколько ИП. Примем, что отношение длительности ИПВ и ИП разно  $L=v/n$  ( $1 \leq L \leq m$ ). На протяжении каждого ИПВ угол управления  $\alpha_n = \text{const}$ .

Переходя к относительным единицам тока, э. д. с. и напряжения, запишем (2) в виде

$$\theta_1 \frac{di}{d\bar{t}} + i = u - e, \quad (3)$$

где за базовые значения приняты  $I_6 = \frac{U}{r}$ ;  $U_6 = E_6 = U_m$ ;  $\theta_1 = \frac{L \omega_m}{2\pi r}$  — электрическая постоянная времени в относительных единицах.

Решение (3), проходящее через точку  $(n-1)$ ,  $i[n-1]$ , определяется уравнением

$$i(\bar{t}) = \exp \left[ \frac{\bar{t} - (n-1)L}{\theta_1} \right] \left\{ i[n-1] + \frac{1}{\theta_1} \int_{(n-1)L}^{\bar{t}} [u(\xi) - e(\xi)] \exp \left[ \frac{\xi - (n-1)L}{\theta_1} \right] d\xi \right\}. \quad (4)$$

При подстановке в (4) вместо  $\bar{t}=nL$  получим разностное уравнение

$$i[n] - i[n-1] e^{-L/\theta_1} = u_s[n] - e_s[n]. \quad (5)$$

В (5) обозначено:

$$u_s[n] = \frac{1}{\theta_1} \exp \left( -\frac{L}{\theta_1} \right) \int_{(n-1)L}^{nL} u(\xi) \exp \left[ \frac{\xi - (n-1)L}{\theta_1} \right] d\xi; \quad (6)$$

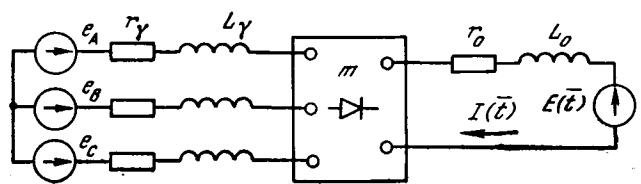


Рис. 1. Схема обобщенного вентильного преобразователя.

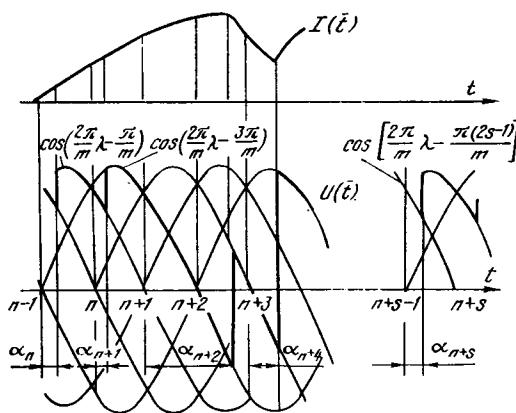


Рис. 2. Характер изменения тока и выпрямленного напряжения ВП на ИП и ИПВ.

$$e_s[n] = \frac{1}{\theta_1} \exp \left( -\frac{L}{\theta_1} \right) \int_{(n-1)L}^{nL} e(\xi) \exp \left[ \frac{\xi - (n-1)L}{\theta_1} \right] d\xi. \quad (7)$$

Второе разностное уравнение получим, интегрируя (3) за  $n$ -й ИПВ:

$$\frac{\theta_1}{L} (i[n] - i[n-1]) + i_{cp}[n] = u_{cp}[n] - e_{cp}[n], \quad (8)$$

где

$$i_{cp}[n] = \frac{1}{L} \int_{(n-1)L}^{nL} i(\xi) d\xi, \quad u_{cp}[n] = \frac{1}{L} \int_{(n-1)L}^{nL} u(\xi) d\xi,$$

$$e_{cp}[n] = \frac{1}{L} \int_{(n-1)L}^{nL} e(\xi) d\xi. \quad (9)$$

Если система фазных э. д. с. симметрична, то из (6) и (9) следует, что

$$u_s[n] = \frac{1 - e^{-\tau_1}}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \left\{ \cos \left[ (2E_\alpha + 1) \frac{\pi}{m} - \varphi \right] + \frac{2e^{\frac{\alpha_n^*}{\theta_1}} \sin \frac{\pi}{m}}{1 - e^{1/\theta_1}} \sin \left( \frac{2\pi}{m} \alpha_n - \varphi \right) \right\}; \quad (10)$$

$$u_{cp}[n] = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \frac{2\pi}{m} \alpha_n, \quad (11)$$

где

$$\tau_1 = \frac{L}{\theta_1}; \quad \varphi = \arctg \frac{2\pi\theta_1}{m};$$

$E_\alpha$  — целая часть  $\alpha_n$ ;  $\alpha_n^*$  — дробная часть  $\alpha_n$ .

Уравнения (5) и (8) с помощью Д-преобразования Лапласа [Л. 2] можно записать в виде:

$$i^*(q)(1 - e^{-\tau_1}e^{-\tau_1}) = u^*_{\text{в}}(q) - e^*_{\text{в}}(q) + i[0]e^{-\tau_1}; \quad (12)$$

$$\frac{1}{\tau_1}i^*(q)(1 - e^{-q}) + i_{\text{cp}}(q) = u^*_{\text{cp}}(q) - e^*_{\text{cp}}(q) + \frac{1}{\tau_1}i[0], \quad (13)$$

где  $i^*(q)$  — Д-изображение выпрямленного тока;  $i^*_{\text{cp}}(q)$  — то же для среднего значения этого тока за  $n$ -й ИПВ;  $i[0]$  — значение тока в начале переходного процесса.

В том случае, если закон изменения э. д. с. задан как функция времени  $e(\bar{t})$ , из (12) и (13) имеем следующее выражение для среднего значения выпрямленного тока:

$$i^*_{\text{cp}}(q) = \frac{A^*(q)e^q + B^*(q)}{e^q - e^{-\tau_1}} + i[0] \frac{1 - e^{-\tau_1}}{\tau_1} \frac{e^q}{e^q - e^{-\tau_1}}, \quad (14)$$

где

$$A^*(q) = u^*_{\text{cp}}(q) - e^*_{\text{cp}}(q) - \frac{1}{\tau_1}u^*_{\text{в}}(q) + \frac{1}{\tau_1}e^*_{\text{в}}(q);$$

$$B^*(q) = -u^*_{\text{cp}}(q)e^{-\tau_1} + e^*_{\text{cp}}(q)e^{-\tau_1} + \frac{1}{\tau_1}u^*_{\text{в}}(q) - \frac{1}{\tau_1}e^*_{\text{в}}(q).$$

Для выражения  $i[0]$  через известное значение  $i_{\text{cp}}[0]$  найдем предел (14) при  $q = \infty$ :

$$i_{\text{cp}}[0] = A[0] + i[0] \frac{1 - e^{-\tau_1}}{\tau_1}. \quad (15)$$

После подстановки найденного значения  $i[0]$  в (14) получим искомую математическую модель:

$$i^*_{\text{cp}}(q) = \frac{[A^*(q) - A[0]]e^q + B^*(q)}{e^q - e^{-\tau_1}} + i_{\text{cp}}[0] \frac{e^q}{e^q - e^{-\tau_1}}. \quad (16)$$

Модель (16) позволяет выполнить расчет переходных процессов ВП, содержащего э. д. с. в цепи выпрямленного тока  $e(\bar{t})$ , изменяющуюся по произвольному закону при любом характере изменения угла управления и амплитуды фазных э. д. с. переменного тока.

Важным для практики является анализ процессов и разработка ИЦУУ системы ВП с противов. э. д. с., являющейся функцией режимных параметров. В системе вентильного электропривода с машиной постоянного тока

$$\theta_2 \frac{de}{dt} = i - i_{\text{в}}, \quad (17)$$

где  $i_{\text{в}}$  — статический ток нагрузки волях базового тока.

Электромеханическая постоянная времени

$$\theta_2 = \frac{m\omega_r}{2\pi c_e c_m \Phi^2} J = \frac{mr}{c_e c_m \Phi^2 T} J,$$

где  $J$  — момент инерции привода;  $\Phi$  — поток возбуждения двигателя;  $c_e$ ,  $c_m$  — конструктивные постоянные двигателя.

При сделанных оговорках возможно построить модель без каких-либо дополнительных упрощаю-

щих предположений, однако она получается громоздкой и мало пригодной для практического использования.

Простая и достаточно точная модель может быть получена, если аппроксимировать зависимость  $e(\bar{t})$  запаздывающей или упреждающей ступенчатой линией. Допустимость такой аппроксимации следует из того, что скорость двигателя мало изменяется в течение интервала преобразования. В частности, в [Л. 10] принимается на ИП  $e = \text{const}$ .

В первом случае на  $n$ -м ИПВ

$$e_{\text{cp}}[n] = e[n-1], \quad e_{\text{в}}[n] = e[n-1](1 - e^{-\tau_1});$$

во втором

$$e_{\text{cp}}[n] = e[n], \quad e_{\text{в}}[n] = e[n](1 - e^{-\tau_1}).$$

Интегрирование (17) на  $n$ -м интервале и последующий переход к Д-изображениям дает:

$$\frac{1}{\tau_2}e^*(q)(1 - e^{-q}) - \frac{1}{\tau_2}e[0] = i^*_{\text{cp}}(q) - i^*_{\text{в},\text{cp}}(q), \quad (18)$$

где

$$\tau_2 = \frac{L}{\theta_2}; \quad i_{\text{в},\text{cp}}[n] = \frac{1}{L} \int_{(n-1)L}^{nL} i_{\text{в}}(\xi) d\xi.$$

Подставляя Д-изображения  $e^*_{\text{cp}}(q)$ ,  $e^*_{\text{в}}(q)$  в (12) и (13) и решая полученные уравнения совместно с (18), находим выражение для Д-изображения среднего значения выпрямленного тока:

$$i^*_{\text{cp}}(q) = \frac{u^*_{\text{cp}}(q)(e^q - e^{-\tau_1}) - \frac{1}{\tau_1}u^*_{\text{в}}(q)(e^q - 1)}{\mathcal{J}^*e^{2q} + Qe^q + R} (e^q - 1) + i^*_{\text{в},\text{cp}}(q) \frac{\tau_2(Me^q - N)e^{aq}}{\mathcal{J}^*e^{2q} + Qe^q + R} - e[0] \frac{(Mc^q - N)e^{(a+1)q}}{\mathcal{J}^*e^{2q} + Qe^q + R} + i[0] \frac{1 - e^{-\tau_1}}{\tau_1} \frac{(e^q - 1)e^q}{\mathcal{J}^*e^{2q} + Qe^q + R}, \quad (19)$$

где  $a = 0$  при запаздывающей аппроксимации,  $a = 1$  при упреждающей аппроксимации.

Значения коэффициентов в зависимости от параметров системы и выбранного способа аппроксимации даны в таблице.

Обозначения	Способ аппроксимации	
	запаздывающая	упреждающая
$M$		$1 + \frac{1}{\tau_1}(e^{-\tau_1} - 1)$
$N$		$e^{-\tau_1} + \frac{1}{\tau_1}(e^{-\tau_1} - 1)$
$\mathcal{J}^*$	1	$1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}(1 - e^{-\tau_1})$
$Q$	$-1 - e^{-\tau_1} + M\tau_2$	$-1 - e^{-\tau_1} + N\tau_2$
$R$	$e^{-\tau_1} - N\tau_2$	$e^{-\tau_1}$

При значительной механической инерции привода ( $\tau_2=0$ ) выражение (19) совпадает с (14).

Оценим погрешность вычисления тока  $i_{cp}$  по (19), возникающую за счет ступенчатой аппроксимации кривой  $e(\bar{t})$ . Последняя эквивалентна включению в контур обратной связи по э. д. с. элемента сдвига во времени на величину  $\sigma$ .

Система уравнений, описывающая процесс изменения тока, в этом случае имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{1}{\theta_1} i - \frac{1}{\theta_1} e(\bar{t} \pm \sigma) + \frac{1}{\theta_1} u; \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1}{\theta_2} i - \frac{1}{\theta_2} i_n. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Пусть  $w_i$  и  $w_e$  соответственно функции чувствительности тока и э. д. с. к вариации  $\sigma$  [Л. 11]. Уравнения функций чувствительности для системы (20):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw_i}{dt} &= -\frac{1}{\theta_1} w_i - \frac{1}{\theta_1} w_e \pm \frac{i_0(\bar{t})}{\theta_1 \theta_2}; \\ \frac{dw_e}{dt} &= \frac{1}{\theta_2} w_i, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где  $i_0(\bar{t})$  — истинное (невозмущенное вариациями  $\sigma$ ) изменение тока.

Из (21) следует оценка первого приближения ошибки тока  $i(\bar{t})$  за счет сдвига  $\sigma$  в операторной форме:

$$\Delta_i(p) = \pm \sigma \frac{pi_0(p)}{\theta_1 \theta_2 (\theta_1 \theta_2 p^2 + \theta_2 p + 1)}. \quad (22)$$

Предельное значение ошибки при  $|\sigma| = L$ :

$$\max \Delta_i = \frac{L}{(\theta_1 \theta_2)^2} |i'_{\max}|, \quad (23)$$

где  $i'_{\max}$  — наибольшая скорость изменения выпрямленного тока.

Приняв, например,  $\theta_1 = \theta_2 = 10$ ,  $i'_{\max} = 50$  и  $L = 2$ , получим, что  $\max \Delta_i = 0.01$ . Следовательно, использование ступенчатой аппроксимации  $e(\bar{t})$  обеспечивает приемлемую точность.

Решение (19) устойчиво, если  $\mathcal{P} > 0$ ,  $Q < 0$  и  $R > 0$ . При заданных параметрах системы ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ) и выбранном способе аппроксимации ИПВ значение  $L$  не может быть выбрано произвольно, так как оно влияет на величину и знак  $\mathcal{P}$ ,  $Q$  и  $R$ .

Воспользовавшись приемом, использованным при выводе (16) для замены  $i[0]$  через  $i_{cp}[0]$ , получим математическую модель «ВП — двигатель постоянного тока» в случае запаздывающей аппроксимации  $e(\bar{t})$ :

$$\begin{aligned} i_{cp}^*(q) &= \frac{[A^*(q) - A[0]] e^q + B^*(q)}{e^{2q} + Qe^q + R} (e^q - 1) + i_{cp}[0] \times \\ &\times \frac{(e^q - 1) e^q}{e^{2q} + Qe^q + R} + i_{n, cp}^*(q) - \frac{\tau_2 (Me^q - N)}{e^{2q} + Qe^q + R}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $A^*(q)$  и  $B^*(q)$  даны в пояснениях к (14), причем

$$e_{cp}^*(q) = e[0] \frac{e^q}{e^q - 1}, \quad e_{n, cp}^*(q) = e[0] (1 - e^{-\tau_1}) \frac{e^q}{e^q - 1}.$$

**Расчет переходных процессов.** Импульсная модель (16) или (24) позволяет построить зависимость среднего значения выпрямленного тока ВП

в функции времени (номера ИПВ) при переходных процессах, вызванных изменением параметров ВП или режима его цепей.

Расчет переходных процессов может выполняться по выражениям, полученным в результате обратного Д-преобразования (16) и (24).

В первом случае, т. е. для расчета переходных процессов в цепях ВП с э. д. с., не зависящей от режима ВП, имеем:

$$i_{cp}[n] = \sum_{j=0}^{n-1} (A[j+1] + B[j]) e^{-\tau_1(n-j-1)} + i_{cp}[0] e^{-\tau_1 n}. \quad (25)$$

Для расчета переходных процессов в системе «ВП — электродвигатель постоянного тока» используем выражение (24), применив к нему обратное Д-преобразование.

Характер переходного процесса  $i_{cp}[n]$  определяется соотношением коэффициентов характеристического полинома (24). Следует различать два случая:  $Q^2 - 4R < 0$  — ток  $i_{cp}[n]$  содержит колебательные составляющие;  $Q^2 - 4R \geq 0$  — содержит апериодические составляющие.

Введем обозначения:

$$\beta = \ln R; \sin \Omega = \sqrt{1 - \frac{Q^2}{4R}}; z = e^{\beta} \sin \Omega = \sqrt{\frac{Q^2}{4} - R}.$$

Опуская известные операции отыскания оригинала по Д-выражению [Л. 2] при колебательном характере изменения  $i_{cp}[n]$ , получаем после несложных преобразований:

$$\begin{aligned} i_{cp}[n] &= \frac{1}{z} \sum_{j=0}^{n-1} (A[j+1] + B[j]) [e^{3(n-j)} \sin \Omega (n-j) - \\ &- e^{3(n-j-1)} \sin \Omega (n-j-1)] + \frac{\tau_2}{z} \sum_{j=0}^{n-1} i_{n, cp}[j] \times \\ &\times [Me^{3(n-j)} \sin \Omega (n-j) - Ne^{3(n-j-1)} \sin \Omega (n-j-1)] + \\ &+ i_{cp}[0] \frac{e^{2n}}{z} [e^3 \sin \Omega (n+1) - \sin \Omega n]. \end{aligned} \quad (26)$$

При расчете переходных процессов в апериодической системе следует в (26) все тригонометрические функции аргумента  $\Omega x$  заменить гиперболическими аргументами  $\Gamma x$ , причем  $\operatorname{sh} \Gamma = \sqrt{\frac{Q^2}{4R} - 1}$ .

Заметим, что для аналитического определения сумм, входящих в (25) и (26), необходимо и достаточно, чтобы  $a[n]$  был линейной функцией аргумента и имелась возможность представления  $e_{cp}[n]$ ,  $e_n[n]$  в (25) и  $i_{n, cp}[n]$  в (26) в виде линейных функций или линейных комбинаций показательных, синусоидальных или затухающих синусоидальных функций. Примеры расчета переходных процессов с использованием (25) и (26) приведены в приложении.

**Передаточная функция линеаризированной системы.** Входящие в (16) и (26)  $A[j]$  и  $B[j]$  являются функциями угла управления  $a[j]$ . При небольших отклонениях  $\Delta a$  от установленного положе-

ния, в качестве которого примем значение  $a[0]$  в начале переходного процесса, (16) и (26) можно линеаризовать, разлагая  $A[j]$  и  $B[j]$  в окрестности  $a(0)$  в ряд Тейлора.

После отбрасывания членов высшего порядка малости получим:

$$\left. \begin{aligned} A[j] &= A(\alpha_j) = A(\alpha_0) + A'(\alpha_0) \Delta \alpha_j; \\ B[j] &= B(\alpha_j) = B(\alpha_0) + B'(\alpha_0) \Delta \alpha_j. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

То же в Д-изображениях:

$$\left. \begin{aligned} A^*(q) &= A[0] \frac{e^q}{e^q - 1} + A'(\alpha_0) \Delta \alpha^*(q); \\ B^*(q) &= B[0] \frac{e^q}{e^q - 1} + B'(\alpha_0) \Delta \alpha^*(q). \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

После подстановки  $A^*(q)$  и  $B^*(q)$  в (16) и упрощений получаем передаточную функцию линеаризованной системы по углу управления:

$$\begin{aligned} K^*_{-1}(q) &= \frac{\Delta t^*_{cp}(q)}{\Delta \alpha^*(q)} = \\ &= -2 \sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{2\pi}{m} \alpha_0 \frac{1 - e^{-\tau_1}}{e^q - e^{-\tau_1}} e^{-cE_\alpha}. \end{aligned} \quad (29)$$

Во всех случаях, когда угол управления заключен в интервале  $0 \leq \alpha_j \leq 1$ , или  $1 \leq \alpha_j \leq 2$ , или  $2 \leq \alpha_j \leq 3$ , коэффициент  $c=0$ . Если же в переходном процессе скачок  $\Delta \alpha_j > 1$ , то появляется запаздывание на  $E_\alpha$  ( $c=1$ ), которое устраняется при скачке обратного направления. Полученная аналогичным способом передаточная функция линеаризованной системы «ВП — двигатель постоянного тока» имеет вид:

$$K^*_{-2}(q) = -2 \sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{2\pi}{m} \alpha_0 \frac{(1 - e^{-\tau_1})(e^q - 1)}{e^{2q} + Qe^q + R} e^{-cE_\alpha}. \quad (30)$$

Все высказанные выше соображения относительно коэффициента  $c$  остаются в силе и в этом случае.

**Приложение.** Приведем примеры расчета переходных процессов по предлагаемой методике. Для простоты оценки достигаемой точности в качестве двух первых примеров выбраны условия расчета, использованные в [Л. 7] для иллюстрации расчетов переходных процессов методом эквивалентного генератора. Поскольку базисные величины, принятые в настоящей работе и в [Л. 7], различны, исходные данные и результаты приводятся в одной системе единиц, описанной выше.

**Пример 1.** Рассчитать переходный процесс в трехфазной мостовой схеме ( $m=6$ ) с параметрами:

$$\frac{3}{2\pi}; r_0 = 3\omega L_\gamma; r_\gamma = 0,1\omega L_\gamma; \omega L_0 = 3\omega L_\gamma,$$

если  $a[n]$  изменяется по закону, показанному на рис. 3.

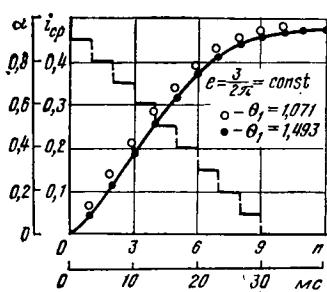


Рис. 3. Переходный процесс при включении ВП на постоянную ЭДС и линейном изменении угла управления.

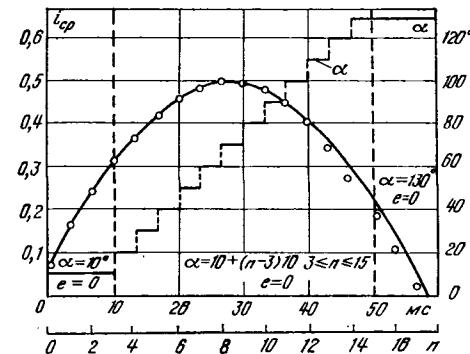


Рис. 4. Переходный процесс при закорачивании источника встречной э. д. с. и линейном изменении угла регулирования.

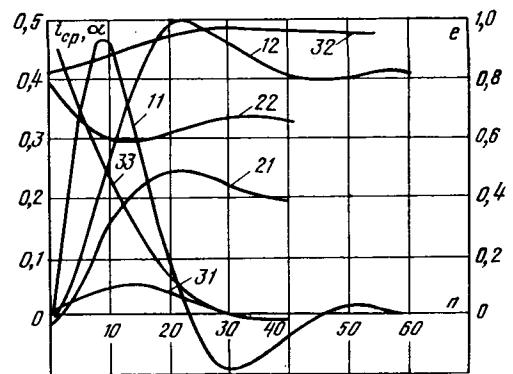


Рис. 5. Переходные процессы в системе «ВП — электродвигатель постоянного тока».

1 — пуск двигателя вхолостую; 2 — наброс нагрузки; 3 — изменение угла управления; 4 — изменение напряжения; 5 — изменение активного сопротивления.

Эквивалентное активное сопротивление и индуктивность схемы по [Л. 4]:

$$r = r_0 + 2r_\gamma = 3,2\omega L_\gamma;$$

$$L = L_0 + 2L_\gamma = 5L_\gamma.$$

Постоянная времени

$$\theta_1 = \frac{5.6}{3.2 \cdot 2\pi} = 1,493.$$

То же по [Л. 7]

$$r = r_0 + \frac{3}{\pi} \omega L_\gamma + 1,5r_\gamma = 4,105\omega L_\gamma;$$

$$L = L_0 + 1,5L_\gamma + \frac{\pi}{12\omega} r_\gamma = 4,6L_\gamma;$$

$$\theta_1 = 1,071.$$

Расчет переходного процесса выполнен по (26) при  $L=1$ . На рис. 3 приведена кривая тока  $i$  в переходном процессе, рассчитанная в [Л. 7], причем ток определен по выражению

$$i = \frac{1}{2} (i[n] + i[n+1]),$$

и решетчатые функции  $i_{cp}[n]$ , вычисленные по (25) для двух значений  $\theta_1$ ; коэффициент пересчета токов к базисным единицам [Л. 7]  $k=2,373$ .

**Пример 2.** Определить закон изменения тока при изменении  $a[n]$  (рис. 4), если в начале переходного процесса ток  $i_{cp}[0]=0,0696$  и противо-э. д. с. принимает нулевое значение.

Параметры схемы:  $r_0 = r_\gamma = 0,1\omega L_\gamma$ ;  $\omega L_0 = 10\omega L_\gamma$ ; эквивалентные параметры по [Л. 7];

$$r = 1,0254\omega L_\gamma; \omega L = 11,5\omega L_\gamma; \theta_2 = 9,91.$$

На рис. 4 сплошной линией дана зависимость  $i(t)$  по [Л. 7] и точками — решетчатая функция  $i_{cp}[n]$ , вычисленная по (25). Коэффициент пересчета тока  $k=0,696$ .

Пример 3. Рассчитать переходные процессы в системе «ВП — электродвигатель постоянного тока» ( $m=6$ ,  $\theta_1=\theta_2=6,25$ ) при следующих изменениях режима.

1. Разгон без нагрузки ( $e[0]=0$ ,  $i_{cp}[0]=0$ ); угол управления изменяется скачком от  $\alpha[0]=1,5$  до  $\alpha=0,5$ .

2. Наброс нагрузки ( $e[0]=0,802$ ,  $i_{cp}[0]=-0,0196$ );  $i_b[n]=0,2=\text{const}$ ;  $\alpha[n]=0,5=\text{const}$ .

3. Изменение угла управления при работе двигателя вхолостую  $\alpha[n]=0,55 \dots 5 \cdot 10^{-3}n^2$  ( $e[0]=0,826$ ,  $i_{cp}[0]=0,0121$ ). Кривые переходных процессов для этих режимов, рассчитанные по описанной методике, представлены на рис. 5.

**Выводы.** 1. Использование в качестве характеристики режима вентильного преобразователя среднего значения выпрямленного тока на интервале повторения вычислений и выбор в качестве этого интервала постоянного промежутка времени, кратного длительности интервала между моментами естественного зажигания вентилей, позволяет построить простую импульсную модель вентильного преобразователя.

2. Предлагаемая модель дает возможность анализа и синтеза импульсного цифрового устройства управления известными, описанными в литературе методами [Л. 2 и 3].

3. Модель пригодна для расчета переходных процессов при нарушениях режима вентильного преобразователя: произвольном характере измене-

ния его режимных параметров (угла управления э. д. с. переменного тока и противо-э. д. с.).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Слежановский О. В. и др. Перспективы применения УВМ в автоматизированном электроприводе. — Электротехника, 1976, № 9.
- Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1962.
- Кузин Л. Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. — М.: Машгиз, 1962.
- Нейман Л. Р. Обобщенный метод анализа переходных и установившихся процессов в цепях с преобразователями с учетом активных сопротивлений. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 2.
- Динамика вентильного электропривода постоянного тока. Под ред. А. Д. Поздеева. — М.: Энергия, 1975.
- Tallside F., Jackson R. D. Direct digital control of thyristor amplifiers. — Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, May 1969, vol. 116, № 5.
- Поссе А. В. Эквивалентные параметры вентильного преобразователя при линейном изменении угла регулирования. — Электричество, 1975, № 5.
- Толстов Ю. Г., Мерабишвили П. Ф. Исследование установившихся и переходных процессов в вентильных преобразователях (автономных инверторах) по усредненным величинам. — Электричество, 1973, № 7.
- Бедерсон А. А., Мельников О. Н. Расчет переходных процессов в электрических цепях при импульсном воздействии методом средних параметров. — Электричество, 1972, № 2.
- Булгаков А. А. Новая теория управляемых выпрямителей. — М.: Наука, 1970.
- Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. — М.: Советское радио, 1972.

[21.12.77]



УДК [621.372:621.314].001.8

## Анализ по частям электрических цепей с идеальными ключами

МУСТАФА Г. М.

При анализе на ЦВМ цепей с идеальными ключами — эквивалентных схем тиристорных преобразователей — расчетные уравнения формируются из исходных уравнений Кирхгофа и уравнений ветвей многократно, после каждого переключения. Снижение затрат на формирование может быть достигнуто разделением цепи на части (диакоптика, метод подсхем, метод анализа по частям [Л. 1—3] и др.). В общем случае (при произвольном разделении) для анализа по частям процедуру приходится усложнять. Однако для многих цепей возможен специальный вид разделения, при использовании которого усложнения незначительны, а затраты машинного времени существенно снижаются. В настоящей статье изучаются методы нахождения и применения таких разделений. Рассматриваемые алгоритмы являются развитием метода анализа, изложенного в [Л. 4].

**Поиск  $E$ -частей.** Разбиение цепи с ключами на части будем называть естественным или  $E$ -разделением, если при переключении необходимо перформировать уравнения только той части, в которой произошло переключение. Как показывает выполненный при участии автора анализ, это условие требует, чтобы уравнения взаимодействия частей зависели не от параметров, а лишь от способа

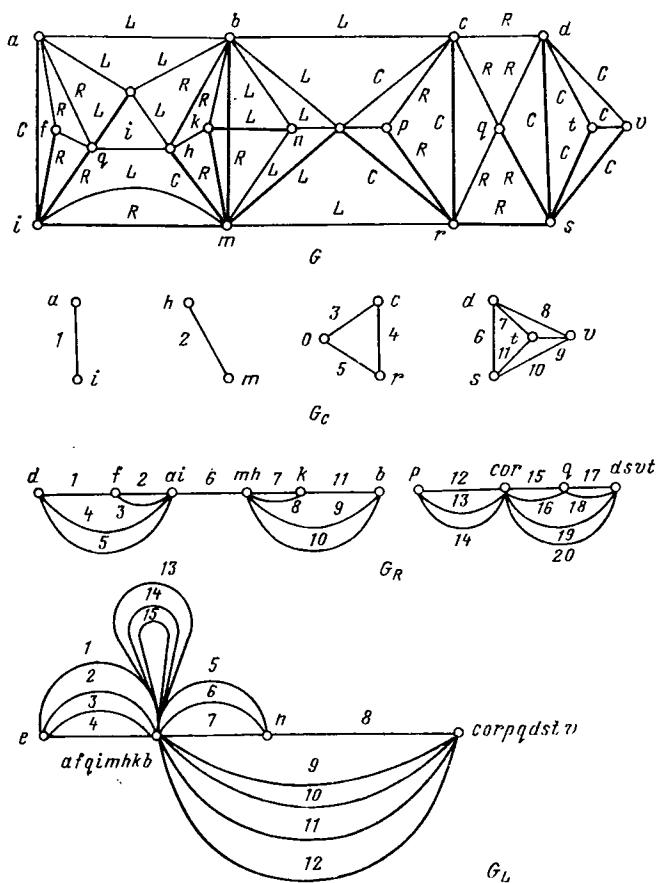
соединения частей. Поэтому можно рассматривать и  $E$ -разделение цепи без идеальных ключей. Приведем примеры цепей, очевидным образом допускающих  $E$ -разбиения:

несвязная или односвязная цепь;  $E$  — частями ее являются двухсвязные части;

двухсвязная цепь, разделенная источниками напряжения или тока.

Нетривиальные  $E$ -разбиения можно найти, если рассмотреть последовательность вычислений при численном интегрировании уравнений цепи. Расчетные уравнения выражают производные переменных состояния через их значения<sup>1</sup>. Рациональная последовательность вычисления производных имеет многоступенчатый характер [Л. 4]. На первой ступени вычисляются переменные  $R$ -ветвей; на этой ступени остальные ветви ( $L$ ,  $C$ ) рассматриваются как источники тока и напряжения. Затем рассматриваются  $C$ -цепь, получаемая из исходной цепи заменой  $R$ -,  $L$ -ветвей источниками тока, и  $L$ -цепь, получаемая заменой  $C$ -,  $R$ -ветвей источниками напряжения.

<sup>1</sup> Предполагается использование явных методов интегрирования дифференциальных уравнений цепи.

Рис. 1. Алгоритм для  $E$ -разделения цепи без ключей.

Вспомогательные цепи  $G_C$ ,  $G_R$ ,  $G_L$  распадаются на 4, 5, 5 блоков соответственно:

$B^1_C = \{1\}$ ,  $B^2_C = \{2\}$ ,  $B^3_C = \{3, 4, 5\}$ ,  $B^4_C = \{6-9\}$ ;  $B^1_R = \{1-5\}$ ,  $B^2_R = \{6\}$ ,  $B^3_R = \{7-11\}$ ,  $B^4_R = \{12-14\}$ ,  $B^5_R = \{15-20\}$ ;  $B^1_L = \{1-4\}$ ,  $B^2_L = \{5-12\}$ ,  $B^3_L = \{13\}$ ,  $B^4_L = \{14\}$ ,  $B^5_L = \{15\}$ ;

множество ветвей, входящих в любой блок  $B^i_B$ , образует минимальную  $E$ -часть (жирными линиями выделено дерево).

Сама исходная цепь, как правило, двухсвязна, и «разделяющих» источников не содержит. Однако вспомогательные цепи, рассматриваемые на каждой ступени, часто распадаются на несвязные или односвязные части или делятся «разделяющими» источниками. Для цепи без ключей именно эти части являются минимальными  $E$ -частями. Чтобы придать этому утверждению точную форму, удобно использовать понятие блока графа [Л. 5]. Пусть:  $G_C$  — вспомогательная цепь, получаемая из исходной цепи  $G$  удалением  $R$ -,  $L$ -ветвей и замыканием  $E$ -ветвей;  $G_R$  — получается из  $G$  замыканием  $E$ -,  $C$ -ветвей и удалением  $J$ -,  $L$ -ветвей;  $G_L$  — получается из исходной замыканием  $E$ -,  $C$ -,  $R$ -ветвей и удалением  $J$ -ветвей.

Каждая из вспомогательных цепей распадается на непересекающуюся сумму блоков:

$$G_C = \bigcup_i B^i_C; G_R = \bigcup B^i_R; G_L = \bigcup_k B^k_L. \quad (1)$$

Каждый блок  $B^i_B$  является минимальной (неделимой далее)  $E$ -частью цепи; любая неминимальная  $E$ -часть цепи получается объединением нескольких блоков. Отыскание блоков графа является стан-

дартной задачей, так что задача выделения  $E$ -частей цепи без ключей этим утверждением решена. Поиск легко автоматизировать. На рис. 1, 2 приведен пример, иллюстрирующий поиск  $E$ -частей цепи без ключей.

Отыскание  $E$ -частей цепи с идеальными ключами ( $V$ -ветви) является несколько более сложной задачей. Построим три вспомогательные цепи:  $G_{VC}$ , получаемую замыканием  $E$ -ветвей и удалением  $R$ -,  $L$ -,  $J$ -ветвей;  $G_{VR}$  — получаемую замыканием  $E$ -,  $C$ -,  $R$ -ветвей и удалением  $L$ -,  $J$ -ветвей;  $G_{VL}$  — получаемую замыканием  $E$ -,  $C$ -,  $R$ -ветвей и удалением  $J$  ветвей.

Эти цепи распадаются на блоки

$$G_{VC} = \bigcup_i B^i_{VC}; G_{VR} = \bigcup_i B^i_{VR}; G_{VL} = \bigcup_k B^k_{VL}. \quad (2)$$

Как и ранее, некоторое множество ветвей является  $E$ -частью тогда и только тогда, когда вместе с каждой ветвью в это множество целиком входят блоки  $B^i_B$ , содержащие эту ветвь. Однако если раньше каждая ветвь принадлежала только одному блоку, так что выяснение блочной структуры вспомогательных цепей исчерпывало задачу, то теперь каждая  $V$ -ветвь входит одновременно в блоки  $B^{(i)}_{VC}$ ,  $B^{(i)}_{VR}$ ,  $B^{(i)}_{VL}$  и поэтому в каждую  $E$ -часть входят, по крайней мере, три этих блока. Далее, в одном из этих блоков, например  $B^{(i)}_{VC}$  может оказаться ветвь  $V$ ,

такая, что ее блок  $B^{(j)}_{VR}$  не совпадает с  $B^{(i)}_{VR}$ . Этот блок также должен быть включен в рассматриваемую  $E$  часть и т. д.

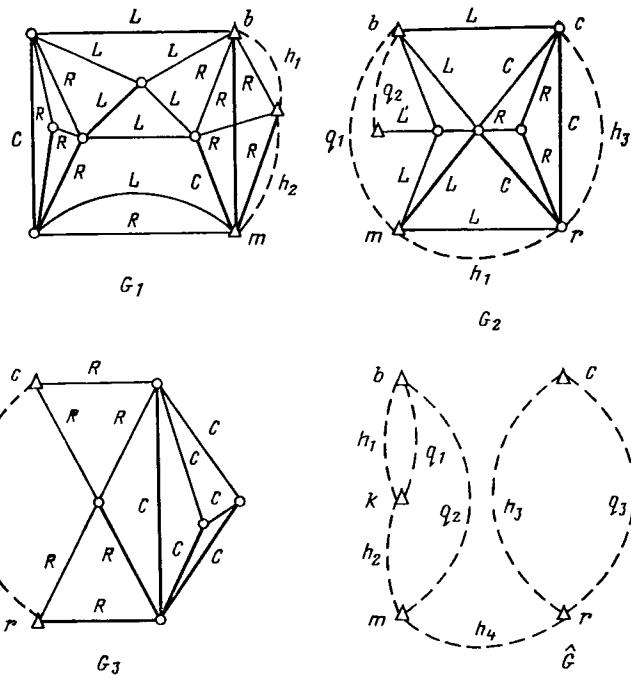
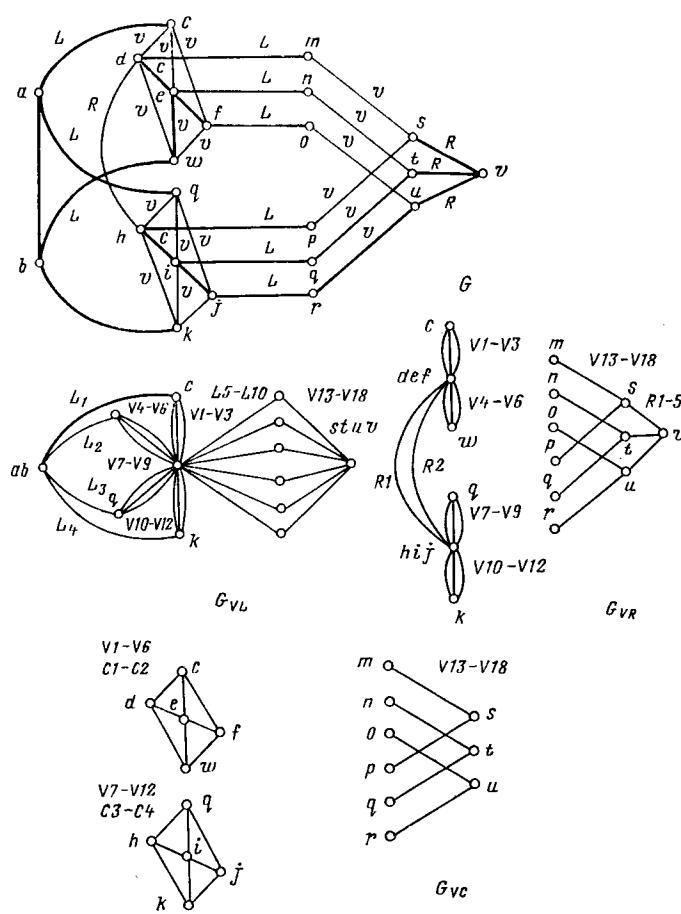


Рис. 2.  $E$ -разделение и построение замещающей цепи. Подцепи  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  являются  $E$ -частями цепи  $G$  рис. 1, так как каждая из них составлена из целых блоков  $B^i_B$ ; например,  $G_1 = B^1_C \cup B^2_C \cup B^1_R \cup B^2_R \cup B^1_L \cup B^2_L \cup B^3_L \cup B^4_L$ ; если к  $G_1$  присоединить  $L$ -ветвь ( $k, n$ ), то полученное множество уже не будет  $E$ -частью, так как эта ветвь входит в блок  $B^2_L$ , не входящий целиком в  $G_1 \cup L_{k, n}$  (замещающие ветви показаны пунктиром, внешние вершины обозначены треугольником).

Рис. 3. Алгоритм для  $E$ -разделения цепи с ключами.

Цепь  $G_{VL}$  состоит из блоков  $B^1_{VL} = \{L1-L4, V1-V12\}$ ,  $B^2_{VL} = \{L5-L10, V13-V18\}$ , цепь  $G_{VR}$  — из блоков  $B^1_{VR} = \{V1-V3\}$ ,  $B^2_{VR} = \{V4-V6\}$ ,  $B^3_{VR} = \{R1, 2\}$  (кроме того, каждая из ветвей  $V13-18$ ,  $R3-5$  является отдельным блоком  $G_{VR}$ ); цепь  $G_{VC}$  состоит из блоков  $B^1_{VC} = \{V1-6, C1-2\}$ ,  $B^2_{VC} = \{V7-12, C3-4\}$ . (кроме того, каждая ветвь  $V13-18$  является отдельным блоком  $G_{VC}$ ).

Из сказанного вытекает следующая последовательность действия при отыскании  $E$ -частей цепи с ключами:

а) выбирается ветвь  $V_i$ , не входящая ни в одну из уже выделенных  $E$ -подцепей, и строится множество ветвей  $B$ -объединение трех блоков, в которых входит  $V_i$ ;

б) перебираются  $V$ -ветви множества  $B$ ; для каждой из них проверяется, не содержится ли она в блоке, еще не вошедшем в  $B$ ;

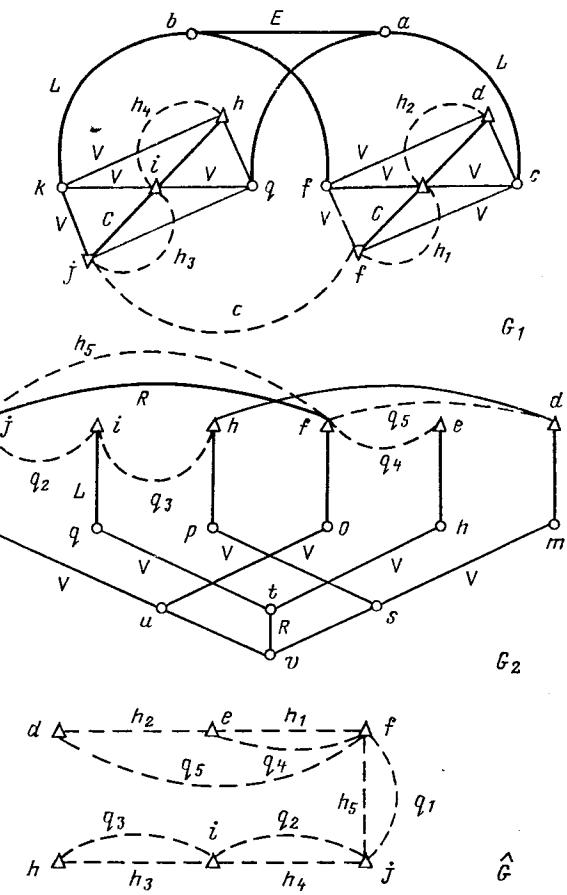
в) если существует такой блок, то он присоединяется к  $B$ , и перебор продолжается, начиная с п. б; если такой блок не существует, то найдена минимальная  $E$ -подцепь и в этом случае (если еще не исчерпаны все ветви) процесс продолжается с п. а.

В результате либо окажется, что все ветви входят в одну  $E$ -часть (цепь  $E$  неделима), либо множество ветвей цепи окажется разделенным на непересекающиеся множества — минимальные  $E$ -подцепи. Несколько минимальных  $E$ -частей можно объединить в одну  $E$ -часть (это может оказаться целесообразным, если минимальные  $E$ -части слишком малы). Пример разделения цепи с ключами приведен на рис. 3, 4.

Если цепь содержит трансформаторы, то на первой стадии поиск  $E$ -частей ведется так, как описано выше, без учета магнитной связи. Затем  $E$ -части, содержащие магнитно-связанные ветви, объединяются.

Построение замещающей цепи; особенности структурных матриц при  $E$ -разделении. Разделение множества ветвей цепи на непересекающиеся подмножества (подцепи, подсхемы) — первый шаг при анализе по частям. На втором шаге подцепи  $C_i$  должны быть дополнены замещающими (или фиктивными) ветвями, подключенными к внешним вершинам подцепи, которые должны отображать действие остатка цепи на рассматриваемую подцепь. Подцепь  $G_i$  совместно с замещающими ветвями образует расширенную подцепь  $\hat{G}_i$ . Кроме того, при анализе по частям должна рассматриваться замещающая (или скелетная [Л. 2]) цепь  $\hat{G}$ , составленная на внешних вершинах и всех замещающих ветвях.

Уравнения для анализа по частям могут быть получены, если для каждой подцепи множество замещающих ветвей подцепи образует произвольное

Рис. 4.  $E$ -разделение цепи с ключами и построение замещающей цепи.

Подцепи  $G_1$ ,  $G_2$  являются  $E$ -частями цепи  $G$  рис. 3, так как каждая из них составлена из целых блоков  $B_3^{\alpha}$  (пересечение  $G_1 \cap B_3^{\alpha}$  либо пусто, либо совпадает с  $B_3^{\alpha}$ ).

дерево на внешних ее вершинах. Однако связи между структурными матрицами полной цепи, расширенных подцепей и замещающей цепи, а также особенности этих матриц при  $E$ -разделении, оказываются особенно наглядными, если построить замещающие цепи специальным образом. Пусть имеется  $D$ -дерево исходной цепи  $G$ . Пару внешних вершин подцепи  $G_i$  будем называть  $D$ -соседней в  $G_i$ , если эти вершины соединяются в  $G_i$  путем по ветвям  $D$ . Будем вести параллельно расширение подцепей и построение замещающей цепи. На первом шаге в каждую подцепь включим замещающие ветви, соединяющие  $D$ -соседние вершины, и такие же ветви включим в замещающую цепь. Синтезированные на этом шаге ветви будем называть замещающими  $h$ -ветвями.

Множество всех  $h$ -ветвей  $\{h\}$  соединяет все внешние вершины и не образует контуров, т. е. является деревом замещающей цепи  $G$ . Однако  $h$ -ветви подцепи  $\{h\}_i$  могут не образовывать еще дерева на внешних вершинах  $G_i$ . Достроим замещающее дерево подцепи таким образом: пара внешних вершин  $v_1, v_2$  подцепи  $G_i$ , не соединенная еще ветвями  $\{h\}_i$ , соединяется замещающей ветвью, если в замещающей цепи путь по ветвям дерева  $\{h\}$  не содержит ветвей, принадлежащих  $\{h\}_i$ . В противном случае выбирается другая пара внешних вершин и т. д. до тех пор, пока замещающее дерево не будет достроено. Добавленные на этом шаге ветви именуются далее  $g$ -ветвями. Полученную таким образом замещающую цепь будем называть  $D$ -согласованной. Пример такой цепи приведен на рис. 2 и 4.

Если замещающая цепь является  $D$ -согласованной, то  $g$ -ветви подцепи дополняют остаток дерева в  $G_i$  до дерева расширенной подцепи [множество  $\{g\}_i \cup (D \cap G_i)$  является деревом  $G_i$ ]. Как уже указывалось,  $\{h\}$  образует дерево замещающей цепи  $G$ . (Инверсия здесь связана с двойственным характером замещающих ветвей, которые в подцепи  $G_i$  представляют остаток цепи  $G/G_i$ , а в замещающей цепи — саму подцепь  $G_i$ .)

Упорядочим в структурной матрице<sup>2</sup> цепи  $G$  ветви так, чтобы подряд шли ветви, принадлежащие одной подцепи:

$$T(G) =$$

$$= \begin{array}{c} D_1 \quad D_2 \quad \dots \quad D_m \\ \hline \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} X_1 \quad T(X_1; D_1) \quad T(X_1; D_2) \quad \dots \quad \dots \quad T(X_1; D_m) \\ \hline \hline X_2 \quad T(X_2; D_1) \quad T(X_2; D_2) \quad \dots \quad \dots \quad T(X_2; D_m) \\ \hline \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline \hline X_m \quad T(X_m; D_1) \quad T(X_m; D_2) \quad \dots \quad \dots \quad T(X_m; D_m) \end{array} \quad (3)$$

где  $X_i$  — множество хорд  $G_i$ ;  $D_i = D \cup G_i$ .

<sup>2</sup> Субблок «хорды — ветви дерева» фундаментальной матрицы контуров.

При  $D$ -согласованной замещающей цепи структурная матрица расширенной подцепи имеет вид:

$$T(\widehat{G}_i) = \begin{array}{c} D_i \quad g_i \\ \hline \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} h_i \quad T(h_i; D_i) \quad 0 \\ \hline \hline X_i \quad T(X_i; D_i) \quad T(X_i; g_i) \end{array} \quad (4)$$

причем блоки  $T(X_i; D_i)$  в  $T(G)$  и  $T(\widehat{G}_i)$  совпадают.

В  $T$ -матрице замещающей цепи диагональные блоки равны нулю:

$$T(\widehat{G}) = \begin{array}{c} T(\widehat{G}) = \\ \hline \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad \dots \quad h_m \\ \hline \hline g_1 \quad 0 \quad T(g_1; h_2) \quad \dots \quad \dots \quad T(g_1; h_m) \\ g_2 \quad T(g_2; h_1) \quad 0 \quad \dots \quad \dots \quad T(g_2; h_m) \\ \hline \hline \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hline \hline g_m \quad T(g_m; h_1) \quad T(g_m; h_2) \quad \dots \quad \dots \quad 0 \end{array} \quad (5)$$

Субблоки  $T(h_j; D_j)$ ,  $T(X_i; g_i)$  матриц  $T(\widehat{G}_i)$ ,  $T(\widehat{G}_i)$  и субблоки  $T(X_i; D_j)$  и  $T(g_i; h_j)$  матриц  $T(G)$  и  $T(\widehat{G})$  при  $i \neq j$  связаны соотношением

$$T(X_i; D_j) = T(X_i; g_i) T(g_i; h_j) T(h_j; D_j). \quad (6)$$

Диагональные субблоки ( $i=j$ ) матриц  $T(G)$ ,  $T(\widehat{G}_i)$  совпадают (совпадают и наши обозначения для них). Таким образом можно восстановить структурную матрицу полной цепи по структурным матрицам подцепей и замещающей цепи. Обратная задача однозначно не решается, поскольку замещающая цепь не единственна.

В (4)–(6) ветви не разделялись по типам. Чтобы выявить особенности  $T$ -матриц при  $E$ -разделении, необходимо разделить по типам собственные ветви и дополнительно разделить по типам замещающие ветви. Здесь предполагается уже, что разделение относится к  $E$ -классу, а дерево  $D$  построено в соответствии с «обрамляющим» приоритетом [Л. 4]:

$$Z \rightarrow E \rightarrow R \rightarrow L \rightarrow J \rightarrow P. \quad (7)$$

Ветвь  $g \in G_i$  отнесем к классу  $g^R$ , если фундаментальное сечение ее в  $G_i$  содержит  $R$ -ветви, и к классу  $g^L$  в противном случае; ветвь  $h \in G_i$  отнесем к классу  $h^R$ , если фундаментальный контур ее в  $G_i$  содержит  $R$ -ветви, и к классу в  $h^C$  в противном случае (на рис. 2 к классу  $g^L$  относятся ветви  $g_1, g_2$ ; к классу  $g^R$  — ветви  $g_3$ ; к классу  $h^R$  —  $h_1, h_2$ ; к классу  $h^C$  — ветви  $h_3, h_4$ ).

На рис. 4  $g^L = \{g_1, g_4\}$ ,  $g^R = \{g_2, g_3, g_5\}$ ,  $h^C = \{h_1, h_2, h_3, h_4\}$ ,  $h^R = \{h_5\}$ . С учетом этого дополнительного разделения структурные матрицы цепи без ключей при  $E$ -разделении получают блочный вид, определяемый формулами (8) и (9).

Здесь свободными оставлены заведомо нулевые блоки. Для цепи с идеальными ключами, в которой часть ключей замкнута ( $Z$ -ветви), а оставшиеся — разомкнуты ( $P$ -ветви), матрица  $T(\widehat{G})$  имеет тот же

	$U_i^P$	$R_i^P$	$C_i^P$	$g_i^L$	$g_i^R$	
$h_i^R$						
$h_i^C$						
$\pi_{G_i}^L L_i^X$						
$R_i^X$						
$C_i^X$						
	$h_i^R$	$h_i^C$	$h_i^R$	$h_i^C$	$h_i^R$	$h_i^C$
	$g_i^L$	$g_i^L$	$g_i^R$	$g_i^R$	$g_i^L$	$g_i^R$
$\pi_{G_i}^R g_i^L$						
$g_i^L$						
$g_i^R$						

(8)

вид (9), а матрицы подцепей  $T(G_i)$  имеют такой вид:

	$P_i^P$	$L_i^P$	$R_i^P$	$C_i^P$	$Z_i^P$	$g_i^L$	$g_i^R$	
$h_i^R$								
$h_i^C$								
$P_i^X$								
$\pi_{G_i}^L L_i^X$								
$R_i^X$								
$C_i^X$								
$Z_i^X$								

(10)

Особенностью структурных матриц  $E$ -разделения является наличие (дополнительных по сравнению с общим случаем) заведомо нулевых блоков: в  $T(G)$  блоки  $T(g^R_i; h^C_j)$ ; в  $T(G_i)$  блоки  $T(h^C_i; R^D_i)$ ,  $T(R^X_i; g^L_i)$  и т. д. Именно эта особенность делает возможной независимое формирование уравнений.

**Организация вычислений.** Переменные, описывающие цепь с ключами, вычисляются по «старым» уравнениям, пока не происходит переключение. После переключения в соответствии с «классификационным» свойством  $E$ -разделения, переформировываются уравнения только той части, в которой произошло переключение, так, как будто она является независимой цепью. Для этого без изменений может быть использован алгоритм формирования [Л. 4]. В качестве расчетных уравнений, описывающих взаимодействие частей, при  $E$ -разделении используются неизменяющиеся структурные уравнения замещающей цепи, так что эту группу уравнений переформировать не приходится вообще.

Несколько усложняется многоступенчатая последовательность вычисления производных по сформированным уравнениям. Пусть, как и в [Л. 4], токи и напряжения ветвей цепи хранятся в больших массивах  $U$ ,  $I$  и существует возможность вызвать любой блок этих массивов, указав множество ветвей, к которому он относится.

Например,  $U(C^P_i)$  — напряжения емкостей, вошедших в дерево подцепи;  $I(g^L_i)$  — токи ветвей  $g^L$  подцепи  $G_i$  и т. д. Аналогичным образом в большом массиве (или длинном списке) хранятся все структурные матрицы  $T$ ; вызвать любой блок их можно указав относящиеся к нему множества ветвей. Например,  $T(h^C_i; C^D_i)$  — субблок структурной матрицы подцепи  $G_i$ , соответствующий строкам  $h^C_i$  и столбцам  $C^D_i$ ;  $T(L^X_i, R^X_i; g^R_i)$  — субблок ее на пересечении строк  $L^X_i$ ,  $R^X_i$  и столбцов  $g^R_i$ ;  $T(g; h^C_i)$  — субблок структурной матрицы, замещающей цепи  $G$ , состоящий из столбцов  $h^C_i$ .

При численном интегрировании перед вычислением производных во всех позициях массивов  $U$ ,  $I$  хранятся устаревшие значения токов и напряжений, кроме тех, где хранятся переменные состояния  $[I(L^X), U(C^D)]$ .

На первом шаге по структурным уравнениям расширенной подцепи вычисляются  $U(h^C_i)$ ,  $I(g^L_i)$ . Благодаря особой структуре  $T(G_i)$  при  $E$ -разделении для этого используются только известные величины — переменные состояния:

$$\left. \begin{aligned} U(h_i^C) &= -T(h_i^C; C_i^D) U(C_i^D); \\ I(g_i^L) &= T'(L_i^X; g_i^L) I(L_i^X). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

На втором шаге выполняются вычисления по структурным уравнениям замещающей цепи:

$$\left. \begin{aligned} U(g_i^R) &= -\sum_i T(g_i^R; h_i^C) U(h_i^C); \\ I(h_i^R) &= \sum_i T'(g_i^L; h_i^R) I(g_i^L). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Вычисления  $U(g^R_i)$ ,  $I(h^R_i)$  возможны за счет того, что все блоки  $T(g^R_i, h^R_j)$  в  $T(G)$  являются нулевыми.

На третьем шаге вычисления вновь ведутся с подцепями: вычисляются переменные  $R$ -ветвей  $U(R^D_i)$ ,  $I(R^X_i)$  по формулам [Л. 4]. За счет того, что блоки  $T(h^C_i; R^D_i)$ ,  $T(R^X_i; g^L_i)$  в  $T(G_i)$  нулевые, не определенные еще значения  $I(h^C_i)$ ,  $U(g^L_i)$  здесь не используются.

На четвертом шаге вычисления ведутся с подцепями:

$$\left. \begin{aligned} U(h_i^R) &= -T(h_i^R; R_i^D, C_i^D) U(R_i^D, C_i^D); \\ I(g_i^R) &= T'(L_i^X; R_i^X, g_i^R) I(L_i^X, R_i^X). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

На этом шаге становятся полностью определенными векторы  $U(h)$ ,  $I(g)$ .

На пятом шаге вычисления вновь ведутся по структурным уравнениям скелетной цепи:

$$\left. \begin{aligned} U(g_i^L) &= -T(g_i^L; h) U(h); \\ I(h_i^C) &= T'(g; h_i^C) I(g). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

На этом шаге становятся полностью определенными векторы «фиктивных» источников  $I(h)$ ,  $U(g)$ , после чего на шестом и седьмом шагах обычным образом вычисляются производные переменных состояния  $\frac{d}{dt} I(L^X)$ ,  $\frac{d}{dt} U(C^D_i)$ . Напряжения и токи ключей, когда они нужны, могут быть вычислены после пятого шага.

Все действия (11) и (14) сводятся к умножению блока  $T$ -матрицы на вектор. Матрица эта составлена из элементов 0,  $\pm 1$ , и всегда разрежена. Это позволяет получить высокую скорость вычислений. В описанной последовательности вычислений ни разу не используется не определенные еще через переменные состояния величины и не выполняются пустые вычисления. Однако здесь большое количество ступеней вычисления и «мелкое» дробление  $T$ -матриц, усложняющее программы.

Рассмотрим другую организацию вычислений. Откажемся от дополнительного разделения  $h$ ,  $g$  ветвей по типам, и вычислим на первом шаге  $U(h_i)$ ,  $I(g_i)$  по формулам:

$$\left. \begin{aligned} U(h_i) &= -T(h_i; R_i^D; C_i^D) U(R_i^D; C_i^D); \\ I(g_i) &= T'(L_i^X; R_i^X, g_i) I(L_i^X, R_i^X). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

При этом окажутся вычисленными и  $U(h^C_i)$ ,  $I(g^L_i)$  и  $U(h^R_i)$ ,  $I(g^R_i)$ , однако, первые две получат верные значения, а вторые две — неверные, так как  $U(R^D_i)$ ,  $I(R^X_i)$  еще не определены исходя из переменных состояния; на месте их хранятся устаревшие значения.

Далее, на втором шаге по уравнениям скелетной цепи вычислим

$$\left. \begin{aligned} U(g) &= -T(\hat{G}) U(h); \\ I(h) &= T'(\hat{G}) I(g). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Здесь верные значения получают только  $U(g^C)$ ,  $I(h^L)$ , но только они и нужны на третьем шаге — при вычислении переменных  $R$ -ветвей.

На четвертом шаге повторно вычисляются  $U(h_i)$ ,  $I(g_i)$  по формулам (15), а затем —  $U(g)$ ,  $I(h)$  по формулам (16). При этом  $U(g^C)$ ,  $I(h^L)$  повторно присваиваются те же (верные) значения, а  $U(g^R)$ ,  $I(h^R)$  в первый раз присваиваются верные значения. Далее обычным образом вычисляются производные переменных состояния для каждой расширенной подцепи.

Можно еще более сократить (по сравнению со второй последовательностью) число этапов вычислений, если при подготовке задачи выразить значения «фиктивных» источников  $U(g)$ ,  $I(h)$  непосредственно через токи и напряжения собственных ветвей цепи, не используя промежуточных величин:

$$\left. \begin{aligned} U(g) &= A_1 U(R^D; C^D); \\ I(h) &= A_2 I(L^X; R^X). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Из (15) и (16) нетрудно получить формулы для матриц  $A_1$  и  $A_2$ , выраженные через структурные матрицы  $T$ :  $U(g_i) = -\sum T(g_i; h_j) U(h_j) = \sum T(g_i; h_j) T(h_j; R^D_j, C^D_j) U(R^D_j; C^D_j)$ ;

$I(h_i) = \sum T'(g_i; h_i) T(L^X_j, R^X_j; g_j) I(L^X_j, R^X_j)$ , откуда следуют такие значения для субблоков  $A_1$ ,  $A_2$ :  $A_1(g_i; R^D_j, C^D_j) = T(g_i; h_j) T(h_j; R^D_j, C^D_j)$ ;

$$A_2(h_i; L^X_j, C^X_j) = [T(L^X_j, R^X_j; g_j) T(g_j; h_i)]'.$$

Матрицы  $A_1$ ,  $A_2$  могут быть получены и непосредственно.

При использовании соотношений (17) на первом шаге вычисляются  $U(g)$ ,  $I(h)$  затем — переменные  $R$ -ветвей, на третьем шаге — повторно вычисляются

по (17)  $U(g)$ ,  $I(h)$ , чем завершаются вычисления, связанные с замещающими ветвями. Использование этой последовательности вычислений несколько упрощает программу, но увеличивает объем подготовляемых данных и число выполняемых операций, так как матрицы  $A_1$ ,  $A_2$  существенно больше по размерам, чем структурная матрица замещающей цепи  $T(G)$ . Однако, когда число частей невелико, использование этой последовательности может оказаться вполне приемлемым.

Выше описан ход вычислений применительно к разделенной на  $E$ -части кусочно-линейной цепи. Но линейность вовсе не требуется, чтобы  $E$ -разделение было возможным. Весь ход подготовки и вычислений сохраняется и в нелинейном случае. Вычисление внутренних переменных подцепи становится нелинейной задачей, которая на каждом шаге решается независимо от других подцепей (так на третьем шаге для каждой подцепи независимо от других должны быть решены уравнения резисторов и т. д.). Эта независимость делает  $E$ -разделение нелинейной цепи столь же эффективным, как и линейной. Ограничивающим использование  $E$ -разделения обстоятельством является не линейность, а ориентация на явные методы интегрирования.

В заключение следует отметить, что самый распространенный критерий для разделения цепи — «топологическая» слабость связи частей, т. е. малость числа соединяющих части вершин.  $E$ -разделение не совпадает с разделением по этому критерию: независимые  $E$ -части топологически могут быть связаны сильно. Обычно разделение цепи на сильно связанные части мало эффективно. Однако благодаря особой простоте  $E$ -разделение при анализе цепей с ключами выгодно применять практически всегда, когда оно осуществимо. Исключение составляют лишь тривиальные случаи, когда отделяемая часть мала и состоит из одних линейных ветвей. Это подтверждается опытом эксплуатации системы программ для моделирования преобразователей ELTRAN [Л. 6], которая использует  $E$ -разделение (подготовительные этапы, т. е. поиск  $E$ -частей и построение замещающей цепи, в ELTRAN не автоматизированы; производные вычисляются по третьей последовательности). Время вычислений по частям для сравнительно небольшой схемы параллельного инвертора с компенсирующим устройством и тиристорным контактором снижается вдвое по сравнению с временем анализа «в целом». Для больших цепей это преимущество возрастает.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крон Г. Драконтика. — М.: Наука, 1972.
2. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. — М.: Мир, 1972.
3. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Советское радио, 1976.
4. Мустафа Г. М., Шаранов И. М. Математическое моделирование тиристорных преобразователей. — Электричество, 1978, № 1.
5. Оре О. Теория графов. — М.: Наука, 1968.
6. Мустафа Г. М., Шаранов И. М., Тингаев В. Н. Система программ для моделирования на ЦВМ тиристорных преобразователей. — Электротехника, 1978, № 6.

# Из опыта работы

УДК 621.316.53.06.42.001.4

## Исследование отключающей способности контактов при многократных отключении

АФАНАСЬЕВ В. В., ДОБРЯНСКАЯ Н. А., УБИЙКО А. М., ЦЫБРОВСКИЙ Г. Г.

Коммутационные аппараты должны надежно отключать цепь с током, чтобы локализовать место аварии в системе (выключатели), либо быстро и надежно включать двигатели в работу (пускатели), либо переключать двигатель с одного режима работы на другой (контакторы). Поэтому при проектировании коммутационных аппаратов необходимо стремиться к тому, чтобы их отключающая способность была максимальной. Основным показателем отключающей способности является время отключения, которое определяется исходя из времени горения дуги.

На время горения дуги оказывают влияние сильнодействующие факторы, такие как значения отключаемого тока и напряжения, приложенного к контактам коммутационного аппарата, наличие или отсутствие полупроводниковых приборов в схеме коммутационного аппарата, способ дугогашения, конструкция дугогасительной камеры. Существуют и такие факторы, учесть которые затруднительно (влажность, температура, давление окружающей среды и др.; для аппаратов во взрывобезопасном исполнении эти параметры надо измерять внутри оболочки), а также такие, учесть которые порой невозможно (например, качество перемешивания порошка при изготовлении керамики дугогасительной камеры, наличие внутренних пустот в изолирующих деталях камеры, режим прессования и др.). Их считают случайными. Наиболее точная оценка времени горения дуги в функции сильнодействующих факторов может быть получена с помощью статических методов, которые учитывают возможность появления случайных факторов.

Время горения дуги  $t$  в зависимости от отключаемого тока при различных способах дугогашения оценивалось разными авторами [Л. 1—3]. Как показали исследования, для электромагнитных коммутационных аппаратов зависимость времени дуги от отключаемого тока ( $U=\text{const}$ ) носит степенной характер

$$t = aI^b. \quad (1)$$

Используя предварительные знания о математической модели (1), для определения коэффициентов  $a$  и  $b$  достаточно выполнить репрезентативный эксперимент на двух ступенях тока ( $I_3, j=1, 2$ ). По результатам осциллографирования при каждом значении отключаемого тока измеряется время горения дуги  $\{t_{ji}\}$ . Здесь индекс  $i$  указывает на  $i$ -е значение времени дуги (т. е.  $i=1, n_j$ ), а индекс  $j$  показывает, на какой ступени тока получена осциллограмма;  $n_j$  — количество осциллограмм на  $j$ -й ступени тока. Затем оцениваются среднее время  $\bar{t}_j$ , дисперсия  $D[t_j]$  и среднее квадратическое время горения дуги  $\sigma[t_j]$  при  $I_j$ :

$$\bar{t}_j = \frac{\sum_i t_{ji} n_{ji}}{n_j}; \quad (2)$$

$$D[t_j] = \frac{\sum_i (t_{ji} - \bar{t}_j)^2 n_{ji}}{n_j}; \quad (3)$$

$$\sigma[t_j] = \sqrt{D[t_j]}. \quad (4)$$

Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  по уравнению (1) будут теперь равны:

$$b = \frac{\lg \bar{t}_1 - \lg \bar{t}_2}{\lg I_1 - \lg I_2}; \quad (5)$$

$$a = \bar{t}_1 I_1^{-(\lg \bar{t}_1 - \lg \bar{t}_2)} (\lg I_1 - \lg I_2)^{-1}. \quad (6)$$

Результат эксперимента: время горения дуги на каждой ступени тока является случайной величиной, на которую влияет множество факторов, о которых говорилось выше. Методом статистической проверки гипотез [Л. 4] проверяется гипотеза о каком-либо законе распределения для времени горения дуги на каждой ступени тока, а затем строится доверительный интервал изменения этого времени в функции отключаемого тока с заданной доверительной вероятностью.

Однако в процессе эксплуатации аппарата может наблюдаться положительное старение, т. е. с ростом числа циклов включения — отключения (ВО) время дуги может возрастать. Положительное старение аппарата вызвано тем, что дуга, появляющаяся между расходящимися контактами при коммутации, вызывает выброс контактных материалов за пределы контактов. Это приводит к коммутационному износу контактов, а также к появлению на поверхности дугостойких изолирующих деталей камеры дугогашения металлизированных зон. Последнее ведет к появлению опасных токов утечки вдоль полюса, которые могут быть причиной электрического иррекции. Металлизация снижает также эффективность дугогашения из-за тепловых процессов, так как металлизированные поверхности камеры нагреваются быстрее и сильнее, что ухудшает охлаждение дуги. Все это ведет к увеличению длительности горения дуги.

Таким образом, отключающая способность не является неизменной характеристикой коммутационного аппарата, а изменяется в процессе его эксплуатации. Поэтому для того чтобы узнать возможность применения аппарата, выдержавшего  $W$  циклов ВО в электрических цепях, необходимо выяснить его отключающую способность с учетом положительного старения, имевшего место после  $W$  циклов ВО. Для этого по описанной выше методике организуется эксперимент, т. е. на  $j_w$  ступени тока производится осциллографирование времени горения дуги, которое позволяет оценить  $t_w = f(I)$ . Если по условиям эксплуатации время горения дуги не должно превышать  $t_{\text{доп}}$ , то полученная зависимость позволяет практически решить вопрос о применении коммутационного аппарата, выдержавшего  $W$  циклов ВО в электрических цепях. Для этого должно выполняться условие

$$t_{\text{доп}} \leq t_w + \Delta t_{\alpha, w}, \quad (7)$$

где  $t_w$  — время горения дуги, определяемое по (1) с учетом  $W$  циклов ВО;  $\Delta t_{\alpha, w}$  — значение рассеяния времени горения дуги, полученное с учетом доверительной вероятности  $(1-\alpha)$ .

Описанная выше методика планирования эксперимента была использована для выяснения отключающей способности электромагнитного контакта типа КВМ-400. В контакторах этого типа применяются щелевые дугогасительные камеры.

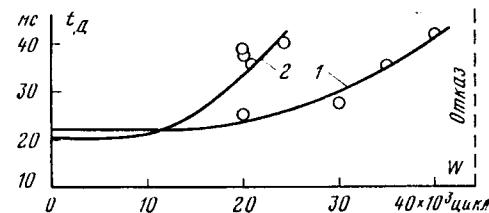


Рис. 1. Зависимость времени горения дуги от числа циклов ВО в контакторе КВМ-400 для различных контактных материалов.  
1 — медные контакты; 2 — СОК-15М (серебро — окись кадмия).

Таблица 1

$W = 35\ 000$ ч									
$I = 80$ А				$I = 400$ А					
$t_i - t_{i+1}$	$n_i$	$p_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$	$t_i - t_{i+1}$	$n_i$	$p_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$	$n_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
82—85	6	0,0782	1,02	26—29	5	0,0896	0,063	5	0,063
85—89	13	0,1581	3,12	29—33	15	0,1897	2,433	15	2,433
89—93	12	0,1947	0,4	33—37	17	0,2391	1,478	17	1,478
93—97	12	1,1838	1	34—41	10	0,2047	0,066	10	0,066
97—101	3	0,142	2,42	41—45	2	0,1256	3,318	2	3,348
101—113	3	0,1371	2,14	45—49	1	0,0547	1,244		
113—129	1	0,0052	2,11	49—53	2	0,0162	1,517	4	0,0003
$\Sigma$	50	0,8994	$\chi^2 = 12,22$	53—56	1	0,004	2,92		
				—	53	0,9236	$\chi^2 = 13,077$	53	$\chi^2 = 7,38$

$$v = 4; \chi^2_{0,05} = 13,3;$$

так как  $12,22 < 13,3$ , то гипотеза о нормальности принимается с доверительным уровнем 0,05.

$v = 5; \chi^2_{0,01} = 15,1 > 13,077$ , т. е. гипотеза о нормальном законе распределения принимается с доверительным уровнем  $\alpha = 0,01$ .

При объединении трех последних групп  $v = 3; \chi^2_{0,05} = 7,8 > 7,3383$ , т. е. гипотеза о нормальности принимается с доверительным уровнем 0,05.

Таблица 2

Номер опыта	Число циклов ВО $W$	Отключаемый ток $I_{j,w}$	Время горения дуги $t_{j,i}$	Число сцин-лограмм $n_j$	Оцениваемые величины			Параметры модели	
					$\bar{t}_j$ , мс	$D_{\bar{t}_j}$ , мс	$\sigma_{\bar{t}_j}$ , мс	$a$	$b$
1	0	$I_{1,0} = 80$ А	$\{t_{1,i}\}, \forall i = 1, n_1$	$n_1 = 100$	30,76	26,21	5,12	27,52	-0,5
2	0	$I_{2,0} = 400$ А	$\{t_{2,i}\}, \forall i = 1, n_2$	$n_2 = 100$	13,76	16,64	4,08		
3	35 000	$I_{1,35000} = 80$ А	$\{t_{1,i}\}$	$n_1 = 50$	92,38	64,92	8,06	1255	-0,5
4	35 000	$I_{2,35000} = 400$ А	$\{t_{2,i}\}$	$n_2 = 53$	35,43	43,87	6,623		

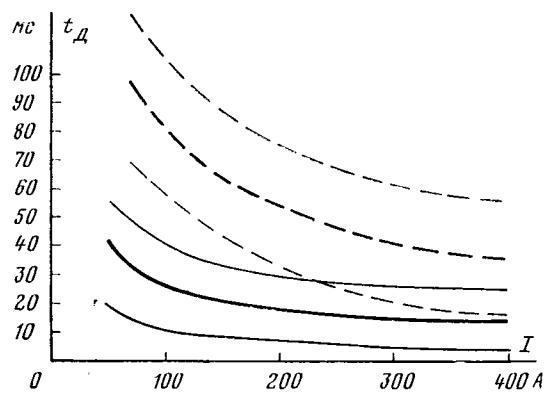


Рис. 2. Зависимость времени дуги от отключаемого тока в контакторе КВМ-400 (мединые контакты).

1 — 0 циклов ВО; 2 — после 35 тыс. циклов ВО. Тонкими линиями обозначены доверительные интервалы с доверительной вероятностью 0,9973.

Опыт эксплуатации контактов типа КВМ показал, что их износостойкость ограничивается не столько износом контактов, сколько износом камер дугогашения. Поперечное магнитное поле, создаваемое системой магнитного дутья, электродинамические силы токоведущего контура и собственное поле дуги способствуют тому, что пары металла из жидкого мостика, предшествующего дуге, выбрасываются за пределы контактов. При этом наряду с коммутационным износом контактов на-

блодается оседание металла и его окислов на поверхности изолирующих деталей камер дугогашения, ведущее к образованию токопроводящих металлизированных зон. Металлизированные зоны увеличивают время горения дуги, так как между подвижным контактом и щекой возможен пробой, который облегчается за счет острых кромок оплавленных контактов, нагрева контактов и камер, образования ионизированного пространства и т. д. Металлизация вызывает также разогрев камер дугогашения, что также увеличивает длительность горения дуги. Исследованиями коммутационной износостойкости ( $I = 400$  А,  $U = 6$  кВ) была получена зависимость времени горения дуги от числа циклов ВО (рис. 1) различных контактных материалов. Все причины, вызывающие увеличение времени горения дуги, рассматриваются вместе. Совокупное их действие вызывает положительное старение аппарата с интенсивностью  $\lambda(W)$ .

Анализ выполненных исследований показывает, что в начале эксплуатации аппарата до 10—12 тыс. циклов ВО интенсивность старения остается практически постоянной, причем для медных контактов время дуги несколько выше, чем для контактов из СОК-15М (серебро — окись кадмия). Однако с ростом числа циклов ВО интенсивность старения для контактов из СОК-15М становится значительно выше, чем для медных контактов. Таким образом, камера контактора КВМ-400 с контактами из меди обладает значительно большей износостойкостью, чем с контактами из СОК-15М.

Для выяснения того, как влияет на время дуги отключаемый ток при медных контактах проведено отключение двух значений тока 80 и 400 А перед началом испытаний на коммутационную износостойкость и после 35 тыс. циклов ВО. Результаты эксперимента после 35 тыс. циклов ВО приведены в табл. 1. Там же содержится проверка на нормальность распределения времени дуги с использованием критерия согласия  $\chi^2$  [Л. 4].

В табл. 2 приведены результаты эксперимента по выяснению отключающей способности контактора КВМ-400 в ходе эксплуатации. На рис. 2 построены зависимости времени горения дуги от отключаемого тока в начале эксплуатации контактора (кривая 1) после выполнения 35 тыс. циклов ВО (кривая 2). По правилу «трех сигм» на рис. 2 построены тонкими линиями также доверительные интервалы для изменения  $t=f(I)$  (доверительный уровень 0,0027).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Добринская Н. А., Убийко А. М. Корреляционный анализ влияния поперечного магнитного поля дуги на время ее

гашения в электромагнитных аппаратах. — Взрывозащищенное электрооборудование (разработка и исследование). Донецк, 1976, вып. 13.

2. Кукеков Г. А. Проектирование выключателей переменного тока высокого напряжения. — Л.: Госэнергиздат, 1961.

3. Потокин В. С. Некоторые характеристики коммутационной стойкости вакуумной дугогасительной камеры КДВ. — Электротехника, 1968, № 5.

4. Крамер Г. Математические методы в статистике. — М.: Мир, 1975.

[26.12.79]



УДК 621.314.212.048.027.3.001.57

## Электрическая прочность масляных каналов и изоляция края обмотки трансформатора

ЧОРНОГОТСКИЙ В. М., канд. техн. наук, ДЖУНЬ Л. П., инж.

Всесоюзный институт трансформаторостроения

Одним из наиболее сложных участков изоляции трансформаторов является изоляция от края обмотки до соседней обмотки или до заземленных частей. В современных автотрансформаторах эта изоляция выбирается на рабочее напряжение 220—500 и даже 750 кВ.

Маслобарьерная изоляция края обмотки обычно состоит из изолированного емкостного кольца, вертикальных и горизонтальных барьеров, сочленяемых прямыми или обратными угловыми шайбами. Наиболее слабым ее элементом считается [Л. 1—4] масляный канал между емкостным кольцом и ближайшей к обмотке угловой шайбой. Его электрическая прочность исследовалась ранее в основном на малых моделях с расстоянием между электродами 25—40 мм [Л. 1, 2, 5, 12]. Проведение исследований малых моделей облегчает накопление достаточного объема экспериментальных данных. Их недостатками являются: 1) невозможность воспроизведения ряда конструктивных особенностей изоляции трансформаторов сверхвысокого напряжения (СВН); 2) невозможность непосредственно использовать результаты их исследования при проектировании мощных автотрансформаторов СВН; 3) влияние размеров масляных каналов между угловыми шайбами на электрическую прочность изоляции края обмотки не может быть выяснено; 4) не могут быть определены электрические характеристики масляных промежутков размером 100—250 мм, которые могут иметь место в изоляции края обмотки СВН.

Достоинством крупномасштабных моделей является возможность проверки выдерживаемых напряженностей не одного, а ряда каналов между угловыми шайбами. Их недостаток — невозможность накопления больших объемов данных об электрической прочности масляных каналов из-за дороговизны и трудоемкости переборки моделей.

При испытании одноминутным напряжением модели изоляции края с расстоянием от обмотки до заземленного экрана 150 мм были обнаружены следы пробоя масляного канала размером 40—45 мм между первой и второй угловыми шайбами. При этом в канале между емкостным кольцом и первой угловой шайбой размером 8—12 мм никаких следов повреждения не было обнаружено. При испытании другого варианта модели с тем же изоляционным расстоянием (150 мм) основные повреждения имели место в четвертом, считая от емкостного кольца, масляном канале. Отсюда следует, что вопреки широко распространенному мнению слабым звеном маслобарьерной изоляции края обмотки может быть не только масляный канал у емкостного кольца, но и каналы между угловыми шайбами. Начальное повреждение одной модели с изоляционным расстоянием 160 мм имело место вблизи нижнего торца угловой шайбы, где масляный канал между обмоткой и ближайшим барьером скачкообразно увеличивается с 8 мм (от обмотки до угловой шайбы) до 12 мм (от обмотки в средней части до изоляционного цилиндра).

Целью работы является обобщение результатов исследования электрической прочности обмотки. Рассматривается

прочность масляных каналов при воздействии одноминутного и длительного (одночасового) переменного напряжения, коммутационных и грозовых импульсов по результатам исследований крупных и малых моделей и реальных трансформаторов.

Характерные конструкции исполнения масляных каналов у емкостного кольца и между угловыми шайбами приведены на рис. 1 и 2. Масляные каналы как у емкостного кольца, так и между угловыми шайбами, ограничены с обеих сторон изоляционными поверхностями. У концов горизонтальных и вертикальных барьеров имеют место скачки в размере канала. В обоих случаях в канале расположены концы реек, края цилиндров, края деталей ярмовой изоляции, иногда замковые прокладки. Радиус закругления внутренней ограничивающей масляный канал изоляционной поверхности в канале у ЕК составляет 15—50 мм, в каналах между угловыми шайбами — 15—60 мм. Структура электрического поля, в частности коэффициент использования (отношение средней напряженности на длине силовой линии от изоляции до изоляции к напряженности на длине силовой линии 2—3 мм) для обоих случаев близки: в исследованных моделях он составляет 0,75—0,95 как для канала у емкостного кольца, так и между угловыми шайбами. Аналогичны особенности конструкции и структуры электрического поля в масляном канале между обмоткой и ближайшим цилиндром в зоне у края вертикальной полки угловой шайбы и середины обмотки.

В указанных случаях меньшие значения коэффициента использования относятся к большим размерам каналов. Поэтому можно принять, что электрическая прочность масляных каналов у емкостного кольца, между угловыми шайбами и между обмоткой и ближайшим цилиндром в средней части подчиняется одним и тем же закономерностям. Исходя из этого выполнена обработка результатов, проведенных за последние 10 лет исследований моделей изоляции края обмотки, охватывающая результаты более 25 опытов на восьми вариантах крупных моделей с изоляционным расстоянием от обмотки до ближайшего электрода от 150 до 230 мм. Описание моделей и методики их испытаний приведено в [Л. 6 и 7]. Принятая в данной работе методика включала детальное моделирование на электролитической ванне электрического поля края обмотки с учетом осевой симметрии. На картины поля были нанесены контуры угловых шайб и других барьеров в соответствии с чертежами моделей. В каналах у емкостного кольца и между углами угловых шайб были проведены силовые линии. Напряженности электрического поля определялись как отношение разностей потенциалов обращенных друг к другу изоляционных поверхностей к длине силовой линии между поверхностями, умноженные на коэффициент, учитывающий наличие в промежутке изоляционных барьеров [Л. 4 и 5]. Погрешность определения напряженности оценивается в  $\pm 5\%$ .

На рис. 3 кружочками отмечены пробивные, а точками — выдерживаемые значения напряженности  $E_a$  в зависимости от размера масляного канала  $a$  при воздействии однominутного испытательного напряжения. Треугольниками обозначены повреждающие значения напряженности, полученные на моделях изоляции в средней части обмотки (до наименьшего размера канала 0,5 см). Аналитическое выражение зависимости минимальной пробивной напряженности от размера масляного канала можно представить в виде

$$E_a = E_1 a^{-0.37}, \quad (1)$$

где  $E_1$  — минимальная пробивная напряженность, кВ/см, масляного канала размером 1 см;  $a$  — размер масляного канала между ёмкостным кольцом и угловой шайбой или между

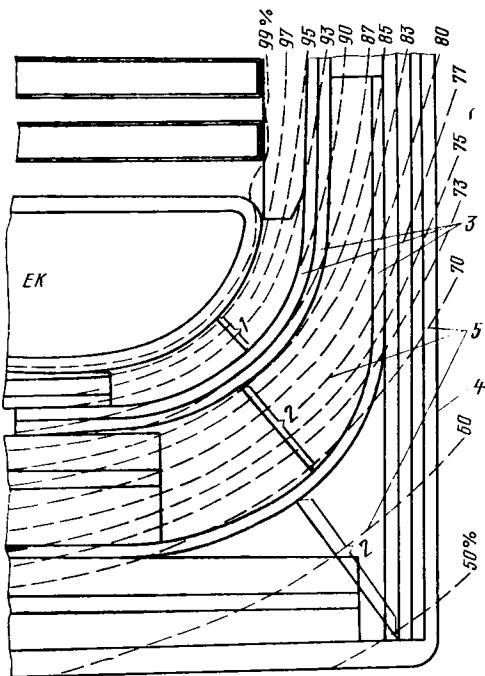


Рис. 1. Конструкция масляных каналов у ёмкостного кольца (1) и между угловыми шайбами (2).  
ЕК — ёмкостное кольцо; 3 — формованная угловая шайба; 4 — лепестковая (мягкая) угловая шайба; 5 — эквипотенциальные линии электрического поля.

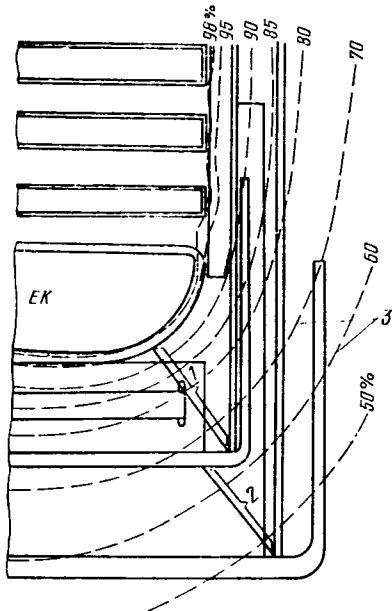


Рис. 2. Конструкция масляных каналов у ёмкостного кольца (1) и между лепестковыми угловыми шайбами (2).  
ЕК — ёмкостное кольцо; 3 — эквипотенциальные линии электрического поля.

Рис. 3. Зависимость минимальной пробивной напряженности  $E_{1m}$  масляных каналов между элементами маслобарьерной изоляции от размера масляного канала  $a$  при воздействии однominутного напряжения.

● — выдерживаемые значения искрового пробоя масляного канала между элементами изоляции края;  $\Delta$  — напряженности искрового пробоя масляного канала между элементами изоляции края;  $\circ$  — напряженности искрового пробоя масляного канала между обмоткой и первым цилиндром в средней части обмотки.

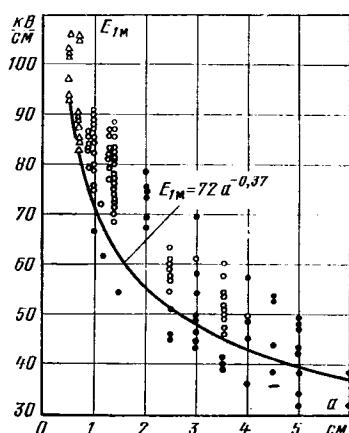
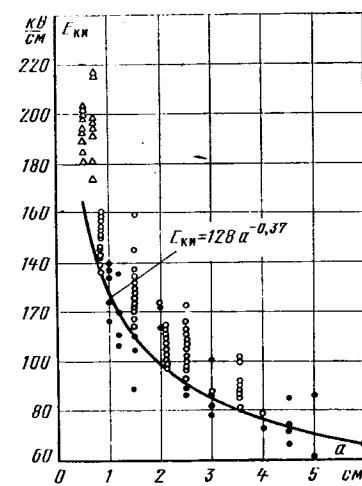


Рис. 4. Зависимость минимальной пробивной напряженности  $E_{k,ii}$  от размера  $a$  масляного канала между элементами маслобарьерной изоляции при воздействии коммутационного импульса.  
Обозначения — см. рис. 3.



угловыми шайбами, см;  $E_a$  — минимальная пробивная напряженность масляного канала размером  $a$ , см.

Для случая воздействия однominутного напряжения  $E_1 = 72$  кВ/см, т. е.

$$E_{1m} = 72a^{-0.37}, \quad (2)$$

где  $0.5 \leq a \leq 6$  см.

На рис. 3 минимальные значения пробивной напряженности ниже средних (из 10—40 опытов) всего на 5—10%. В зоне не пробивных напряженностей расположено заметное число выдерживаемых значений. С учетом этого расположение кривой зависимости минимальной пробивной напряженности на 5—10% ниже полученных на крупных моделях одиночных значений пробивных напряженностей можно считать достаточно осторожным. На рис. 3 видно соответствие имеющимся опытным данным предложенных в работе показателя степени  $-0.37$  и минимальной пробивной напряженности канала размером 1 см.

Полученная зависимость (2) отличается от известных более широким диапазоном размеров масляных каналов (от 0,5 до 6 см), а также подтверждением на основе опыта (более 70 пробивных и более 50 выдерживаемых значений) ее применимости как для каналов у ёмкостного кольца, так и между угловыми шайбами и канала между обмоткой и первым цилиндром.

На рис. 4 приведена полученная аналогично рис. 3 кривая зависимости минимальной пробивной напряженности (амплитудное значение) при воздействии коммутационного импульса:

$$E_{k,ii} = 128a^{-0.37}. \quad (3)$$

На рис. 5 и 6 аналогично рис. 3 приведены эмпирические зависимости для полного грозового импульса (амплитудное значение) и длительного (часового и десятичасового) напряжения. Аналитические выражения этих зависимостей:

для полного грозового импульса

$$E_{p,g,i} = 200a^{-0.37}; \quad (4)$$

для длительного напряжения

$$E_d = 65a^{-0.37}. \quad (5)$$

Применимость формул (2)–(5) в диапазоне размеров масляных каналов от 0,5 до 0,7 см для каналов в изоляции края обмотки требует дополнительного экспериментального подтверждения. Коэффициенты импульса или пересчета и влияние ширины масляных каналов при разной длительности воздействующего напряжения, вытекающие из (2)–(5), в отдельных случаях на 5–7% отличаются от данных, приведенных в литературе, например в [Л. 8]. Эти отличия, по-видимому, вызваны тем, что в (2)–(5) рассматриваются не средние, а минимальные пробивные напряженности, на которые при разной длительности воздействующего напряжения по-разному может повлиять разброс напряженностей пробоя.

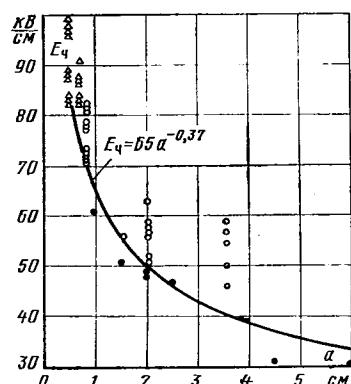
Результаты испытаний показывают, что электрическая прочность масляных каналов между изоляционными цилиндрами в средней части обмотки выше прочности каналов у обмоток, поэтому размеры этих каналов обычно выбираются по конструктивным сооружениям [Л. 8]; разница вызвана более равномерным полем, чем у обмотки, и простой формой изоляционных поверхностей, образующих канал.

Опыт проектирования автотрансформаторов СВН показывает, что при выборе размеров и расположения деталей маслобарьерной изоляции края обмотки отношение минимальной пробивной напряженности к воздействующей, определенной по картине электрического поля, для любого масляного канала не должно быть менее, 1,15. При этом изменение размеров каналов, т. е. изменение их электрической прочности будет согласовано с изменением воздействующей напряженности при удалении емкостного кольца, рассмотренным в [Л. 9 и 11].

Анализ выражений (1)–(4) показывает, что основным средством повышения электрической прочности маслобарьерной изоляции обмотки является уменьшение размеров масляных каналов как у обмотки (емкостного кольца), так и между угловыми шайбами, до значений, определяемых условиями изготовления изоляционных деталей, сборки, а также отвода тепла от обмотки. Опыт испытанных крупных моделей показывает, что слабым местом канала у обмотки может оказаться не только зона между углами угловых шайб, но и зона края вертикальной полки первой угловой шайбы, где не только напряженность выше, чем в средней части обмотки [Л. 10], но и электрическая прочность канала ниже из-за скачкообразного увеличения его размера. Увеличить прочность в этой зоне можно либо удалением края вертикальной полки угловой шайбы из области с повышенными напряженностями, либо исключением скачка в размере масляного канала путем, например, сращивания цилиндра и угловой шайбы. Особого внимания и отдельной оценки электрической прочности требует зона изменения размера масляного канала в середине горизонтальной полки емкостного кольца при наличии канала для отвода масла. Из опыта испытаний крупных моделей следует, что увеличение электрической прочности каналов между угловыми шайбами, кроме изменения их размеров, может быть достигнуто путем исключения из этих каналов деталей, упирающихся торцами в шайбу (например, путем применения изогнутых реек). Опыт испытаний крупных моделей не указывает на недостаточность электрической прочности вдоль поверхности правильно размещенных изоляционных деталей, кроме поверхности заклепок в деталях, размещенных вблизи емкостно-

Рис. 6. Зависимость минимальной пробивной напряженности  $E_q$  от размера  $a$  масляного канала при воздействии однократового напряжения.

Обозначения — см. рис. 3.



го кольца. Эти детали ярмовой изоляции следует выполнять без заклепок.

В изоляции края обмоток СВН иногда встречаются масляные каналы размером 200–250 мм, например, от поверхности наружной угловой шайбы до заземленных элементов конструкции вдоль силовой линии, огибающей торцы горизонтальных деталей ярмовой изоляции. По результатам исследований крупных моделей выдерживаемые напряженности таких каналов при однократном напряжении составляют 23–25 кВ/см. Расчет по формуле (2) для канала размером 20 см дает 23,5 кВ/см, для канала 25 см — 22 кВ/см. Можно сделать вывод, что при оценке электрической прочности указанных масляных каналов размером не только от 0,5 до 6, но и до 25 см в первом приближении можно пользоваться формулой (2). При воздействии коммутационного импульса выдерживающая напряженность масляного канала размером примерно 25 см по результатам испытания крупномасштабных моделей составила 37,5 кВ/см. Расчет по формуле (3) для канала 25 см дает 39 кВ/см, что на 4% больше, т. е. для подтверждения возможности использования формулы (3) при оценке электрической прочности масляных каналов размеров 7–25 см целесообразно дополнительное исследование моделей при воздействии коммутационного импульса.

**Выводы.** 1. Предложены простые аналитические зависимости электрической прочности масляных каналов между элементами маслобарьерной изоляции края обмотки от размеров каналов при воздействии однократного и длительного переменного напряжения, коммутационного и полного грозового импульсов.

2. Предложенные зависимости позволяют оценить электрическую прочность маслобарьерной изоляции в зоне у емкостного кольца, между угловыми шайбами и между обмоткой и ближайшим цилиндром в средней части.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозова Т. И. Электрическая прочность концевой изоляции обмоток высоковольтных трансформаторов. — Труды ВЭИ, вып. 79. — М.: Энергия, 1969, с. 33–48.
2. Электрические характеристики маслобарьерной изоляции силовых трансформаторов / З. М. Белецкий, И. Д. Воеводин, Д. А. Каплан и др. — «Электричество», 1969, № 7, с. 58–61.
3. Белецкий З. М., Долюк Р. П., Рыжов Г. М., Чорноготский В. М. Основные направления совершенствования изоляции высоковольтных трансформаторов. — Доклад на научно-технической конференции «Современное состояние отечественного трансформаторостроения и перспективы его развития». — М.: ВНИИЭМ, 1966, с. 22.
4. Электрическая прочность усовершенствованной конструкции изоляции высоковольтной обмотки трансформатора / Белецкий З. М., Воеводин И. Д., Гостищева С. А. и др. — «Электротехника», 1976, № 4, с. 30–33.
5. Белецкий З. М., Воеводин И. Д., Заболотный Н. Л., Лимина И. К. К вопросу об электрической прочности усовершенствованной конструкции изоляции края обмотки высоковольтного трансформатора. — Известия вузов, «Энергетика», 1977, № 12, с. 33–39.
6. Создание силовых трансформаторов 750 кВ «Дальние электропротивы 750 кВ» / И. Д. Воеводин, Г. И. Кореневский, В. Ю. Френкель и др. — М.: Энергия, 1979, с. 112–128.
7. Design problems of UHV power autotransformers / V. M. Chornogotsky, S. D. Lizunov, A. K. Lokhanin and others. — CIGRE, 1972, геп. 12–06, р. 8.

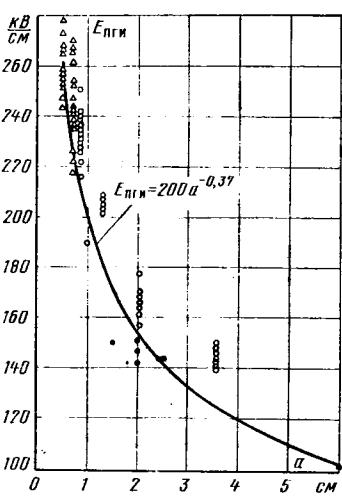


Рис. 5. Зависимость минимальной пробивной напряженности  $E_{п.г.и}$  от размера  $a$  масляного канала при воздействии полного грозового импульса.

Обозначения — см. рис. 3.

8. Панов А. В., Морозова Т. И. Электрические характеристики и методика расчета главной изоляции мощных высоковольтных трансформаторов. — Труды ВЭИ, вып. 79, — М., «Энергия», 1969, с. 12—32.

9. Савченко А. И. Усовершенствование строения концевой изоляции обмоток трансформаторов сверхвысокого напряжения. — Электротехническая промышленность. Серия «Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы», 1977, вып. 4 (72), с. 3—6.

10. Савченко А. И. Влияние конструктивных параметров на электрическое поле края высоковольтной обмотки трансформатора. — «Электратехника», 1978, № 4, с. 32—35.

11. Савченко А. И. Пути и эффективность усовершенствования маслобарьерной концевой изоляции высоковольтной обмотки трансформатора. — Электротехническая промышленность. Серия «Аппараты высокого напряжения. Трансформаторы. Силовые конденсаторы», 1979, вып. 8 (100), с. 13—17.

12. Белецкий З. М., Воеводин И. Д., Заболотный Н. Л., Лимина И. К. Электрическая прочность усовершенствованной конструкции маслобарьерной изоляции края обмотки высокого напряжения силового трансформатора. — Электротехническая промышленность. Серия «Аппараты высокого напряжения. Трансформаторы. Силовые конденсаторы», 1979, вып. 9 (101), с. 1—4.

[15.02.80]



УДК 621.314.214.2

## Фазовращатель на основе синусно-косинусного вращающегося трансформатора с RC-цепью

АРТЮХОВ Е. А., канд. техн. наук

Ленинград

Для использования синусно-косинусного вращающегося трансформатора (СКВТ) в режиме однофазного фазовращателя (ФВ) требуется создание с помощью активно-реактивной цепи (например,  $RC$ -цепи) фазового сдвига выходных напряжений на  $\pi/2$ . Нестабильность частоты питающего напряжения и постоянной времени  $RC$ -цепи приводит к погрешности воспроизведения фазой выходного напряжения ФВ угла поворота ротора СКВТ. Для уменьшения погрешности от нестабильности частоты используют две  $RC$ -цепи [Л. 1 и 2], образующие два выхода ФВ с напряжениями, фаза  $\varphi$  между которыми изменяется при повороте ротора на угол  $\alpha$  по закону

$$\varphi = 2\rho\alpha, \quad (1)$$

т. е. с электрической редукцией, в два раза превышающей число пар полюсов СКВТ  $p$ . Погрешность такого ФВ определяется в основном относительным изменением постоянных времени  $RC$ -цепей.

В данной статье приводится анализ схемы однофазного ФВ [Л. 3] с одной  $RC$ -цепью, расстройка которой практически не вызывает погрешности преобразования «угол — фаза». Резистор и конденсатор в этом ФВ (рис. 1) включены в противоположные плечи мостовой схемы, два другие плеча которой составлены соответственно синусной 1 и косинусной 2 выходными обмотками СКВТ. Диагонали данной мостовой схемы служат выходами ФВ. Если для этих выходов необходима общая точка (корпус), используют согласующие трансформаторы  $T_{p1}$  и  $T_{p2}$ .

Для анализа ФВ на рис. 2 приведена его эквивалентная электрическая схема, на которой приведены следующие обозначения:

$$Z_1 = R + jx_d,$$

где  $R$  — сопротивление резистора  $RC$ -цепи;  $x_d$  — реактивное сопротивление дополнительной катушки индуктивности  $L_d$ ;

$$Z_2 = r_d - jX_C,$$

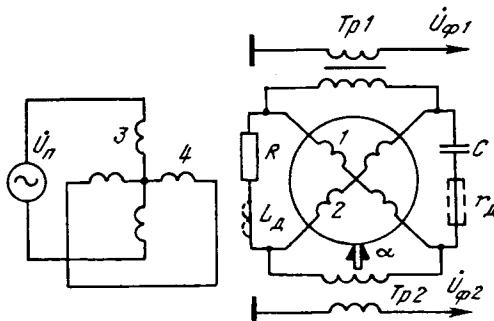


Рис. 1. Схема СКВТ-фазовращателя.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

где  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  — реактивное сопротивление конденсатора  $C$ ,

$\omega$  — угловая частота питающего напряжения  $U_n$  ( $\omega_0$  — номинальная частота);  $\tau = RC$  — постоянная времени  $RC$ -цепи;  $\omega_0\tau = 1$  — основное начальное условие настройки ФВ;  $r_d$  — сопротивление дополнительного резистора,

$$\dot{Z}_B = r_B + jx_B,$$

где  $r_B$ ,  $x_B$  — соответственно активная и реактивная составляющие выходного сопротивления обмоток 1 и 2;

$$\dot{Z}_{h1} = \dot{Z}_{h2} = \dot{Z}_h = R_h + jX_h,$$

$R_h$ ,  $X_h$  — соответственно активная и реактивная составляющие идентичных нагрузок  $\dot{Z}_{h1}$  и  $\dot{Z}_{h2}$ , подключаемых к выходным диагоналям мостовой схемы;  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  — выходные напряжения обмоток 1 и 2.

Для определения напряжений на нагрузках  $\dot{Z}_{h1}$  и  $\dot{Z}_{h2}$  используем метод наложения и преобразование треугольника в эквивалентную звезду. Рис. 3 иллюстрирует данный метод и преобразование при определении напряжения  $\dot{U}_{\Phi 1}$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 1} = \dot{U}_A + \dot{U}_B &= \frac{\dot{U}_1 \dot{Z}_A \dot{Z}_h}{(\dot{Z}_B + \dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_A) (\dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_h)} + \\ &+ \frac{\dot{U}_2 \dot{Z}_B \dot{Z}_h}{(\dot{Z}_B + \dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_B) (\dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_h)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\dot{Z}_A = \frac{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}'_{Bh}) (\dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_h)}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}'_{Bh} + \dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_h};$$

$$\dot{Z}_B = \frac{(\dot{Z}_2 + \dot{Z}''_{Bh}) (\dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_h)}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}''_{Bh} + \dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_h}.$$

Аналогично получим выражение для напряжения  $\dot{U}_{\Phi 2}$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 2} = \frac{\dot{U}_2 \dot{Z}_A \dot{Z}_h}{(\dot{Z}_B + \dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_A) (\dot{Z}_{2h} + \dot{Z}_h)} + \\ + \frac{\dot{U}_1 \dot{Z}_B \dot{Z}_h}{(\dot{Z}_B + \dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_B) (\dot{Z}_{1h} + \dot{Z}_h)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для записи выражений (2) и (3) в относительной форме введем ряд обозначений:

$$\dot{\Delta}_1 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_H} = \Delta_5 - j\Delta_6; \quad \dot{\Delta}_3 = \frac{\dot{Z}_B}{\dot{Z}_1} = \Delta_7 + j\Delta_8;$$

$$\dot{\Delta}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_H} = -(\Delta_6 + j\Delta_5); \quad \dot{\Delta}_4 = \frac{\dot{Z}_B}{\dot{Z}_2} = -\Delta_8 + j\Delta_7;$$

$$\Delta_5 = R / \left( \frac{R_H^2 + X_H^2}{R_H} \right); \quad \Delta_6 = R / \left( \frac{R_H^2 + X_H^2}{X_H} \right);$$

$$\Delta_7 = \frac{r_B}{R}, \quad \Delta_8 = \frac{x_B}{R}.$$

Тогда, считая значения  $\dot{\Delta}_1, \dot{\Delta}_2, \dot{\Delta}_3$  и  $\dot{\Delta}_4$  малыми, выражения (2) и (3) без учета величин второго порядка малости запишем в виде:

$$\dot{U}_{\Phi 1} = \frac{\dot{U}_1 \dot{Z}_1 (1 - \dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_3) + \dot{U}_2 \dot{Z}_2 (1 - \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_4)}{\dot{Z}_1 (1 - \dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_3) + \dot{Z}_2 (1 - \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_4)}, \quad (4)$$

$$\dot{U}_{\Phi 2} = \frac{\dot{U}_2 \dot{Z}_1 (1 - \dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_3) + \dot{U}_1 \dot{Z}_2 (1 - \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_4)}{\dot{Z}_1 (1 - \dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_3) + \dot{Z}_2 (1 - \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_4)}. \quad (5)$$

Соотношение между активно-реактивными элементами фазосдвигающей цепи ФВ в первом приближении

$$\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = j(1 + \dot{\Delta}_9). \quad (6)$$

где  $\dot{\Delta}_9 = \Delta_9 + j(\Delta_{10} - \Delta_{11})$ ;

$\Delta_9 = \frac{\Delta(\omega)}{\omega \tau}$  — расстройка  $RC$ -цепи и частоты напряжения питания;

$$\Delta_{10} = \frac{x_B}{R}; \quad \Delta_{11} = \frac{r_B}{R}.$$

С учетом (6) выражения (4) и (5) преобразуем к виду:

$$\dot{U}_{\Phi 1} = \frac{1 + j}{2} \left\{ \dot{U}_1 \left[ 1 + \frac{\dot{\Delta}_{12}}{2} (1 - j) \right] - j \dot{U}_2 \left[ 1 - \frac{\dot{\Delta}_{12}}{2} (1 + j) \right] \right\}; \quad (7)$$

$$\dot{U}_{\Phi 2} = \frac{1 + j}{2} \left\{ \dot{U}_2 \left[ 1 + \frac{\dot{\Delta}_{12}}{2} (1 - j) \right] - j \dot{U}_1 \left[ 1 - \frac{\dot{\Delta}_{12}}{2} (1 + j) \right] \right\}, \quad (8)$$

где  $\dot{\Delta}_{12} = \Delta_{13} + j\Delta_{14}$ ;

$$\Delta_{13} = \Delta_6 - \Delta_5 - \Delta_8 + \Delta_7 + \Delta_8; \quad \Delta_{14} = -\Delta_5 + \Delta_6 - \Delta_7 + \Delta_8 + \Delta_{16} - \Delta_{11}.$$

Выходные напряжения обмоток 1 и 2 с учетом характерных погрешностей СКВТ (исключение составляют лишь погрешности отображения синусной и косинусной зависимостей, которые в большинстве случаев не превышают 0,02%):

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_m (\sin \alpha + \Delta_{20} + j\Delta_{18} \cos \alpha); \quad (9)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_m (1 + \Delta_{15}) (1 + j\Delta_{12}) [\cos(\alpha + \Delta_{16}) + \Delta_{21} + j\Delta_{19} \sin \alpha], \quad (10)$$

где  $\Delta_{15}$  — относительная разность коэффициентов трансформации обмоток 1 и 2;  $\Delta_{16}$  — угол неортогональности обмоток 1 и 2 (в радианах);  $\Delta_{17}$  — сдвиг фазы напряжения  $\dot{U}_2$  относительно напряжения  $\dot{U}_1$  (в радианах);  $\Delta_{18}, \Delta_{19}$  — относительные значения квадратурных составляющих напряжений  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ ;  $\Delta_{20}, \Delta_{21}$  — относительные значения синфазных составляющих напряжений  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ .

С учетом (9) и (10) выражения (7) и (8) при

$$\sin \alpha = \frac{j}{2} (-e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}), \quad \cos \alpha = \frac{1}{2} (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})$$

преобразуются к виду:

$$\dot{U}_{\Phi 1} = j \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{U}_m e^{j \frac{\pi}{4}} \left\{ -\Delta_{21} - j\Delta_{20} - \frac{e^{j\alpha}}{2} [2 + \Delta_{15} - \Delta_{18} + \right.$$

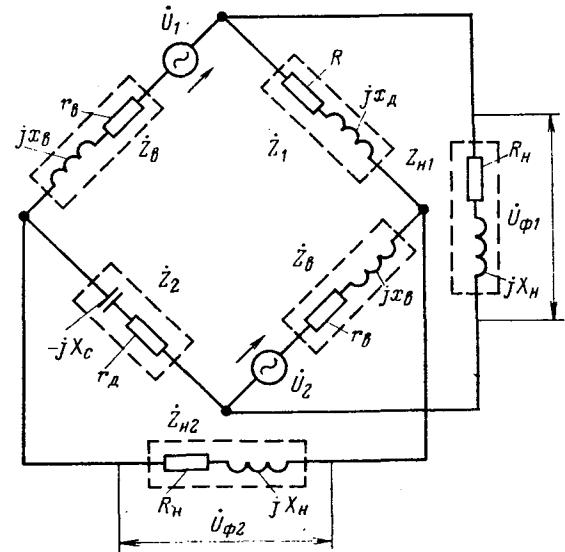


Рис. 2. Эквивалентная схема СКВТ-фазовращателя.

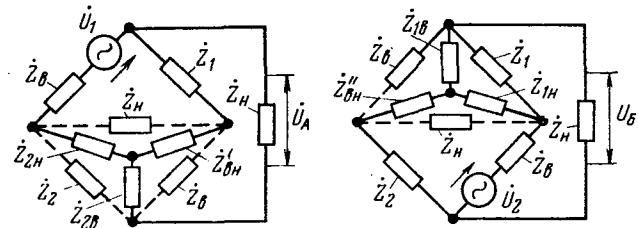


Рис. 3. Преобразования эквивалентной схемы для определения  $\dot{U}_{\Phi 1}$ .

$$\left. + \Delta_{19} - j(\dot{\Delta}_{12} - \Delta_{16} - \Delta_{17}) \right] + \frac{e^{-j\alpha}}{2} [\dot{\Delta}_{12} - \Delta_{15} + \Delta_{18} + \Delta_{19} + j(\Delta_{16} - \Delta_{17})] \right\}; \quad (11)$$

$$\dot{U}_{\Phi 2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{U}_m e^{j \frac{\pi}{4}} \left\{ \Delta_{21} - j\Delta_{20} + \frac{e^{-j\alpha}}{2} [2 + \Delta_{15} + \Delta_{18} - \Delta_{19} - j(\dot{\Delta}_{12} + \Delta_{16} - \Delta_{17})] + \frac{e^{j\alpha}}{2} [\dot{\Delta}_{12} + \Delta_{15} + \Delta_{18} + \Delta_{19} + j(\Delta_{16} + \Delta_{17})] \right\}. \quad (12)$$

Из (11) и (12) определим значения фаз напряжений  $\dot{U}_{\Phi 1}$  и  $\dot{U}_{\Phi 2}$ :

$$\varphi_{\Phi 1} = \alpha - \frac{\pi}{4} - \frac{\Delta_{13} - \Delta_{16} - \Delta_{17}}{2} + \Delta_{20} \cos \alpha - \Delta_{21} \sin \alpha - \frac{\Delta_{14} + \Delta_{16} - \Delta_{17}}{2} \cos 2\alpha + \frac{\Delta_{13} - \Delta_{15} + \Delta_{18} + \Delta_{19}}{2} \sin 2\alpha; \quad (13)$$

$$\varphi_{\Phi 2} = -\alpha + \frac{\pi}{4} - \frac{\Delta_{13} + \Delta_{16} - \Delta_{17}}{2} - \Delta_{20} \cos \alpha + \Delta_{21} \sin \alpha + \frac{\Delta_{14} + \Delta_{16} + \Delta_{17}}{2} \cos 2\alpha + \frac{\Delta_{13} + \Delta_{15} + \Delta_{18} + \Delta_{19}}{2} \sin 2\alpha; \quad (14)$$

Относительное изменение фаз напряжений  $\dot{U}_{\Phi 1}$  и  $\dot{U}_{\Phi 2}$

$$\varphi_{\Phi 12} = \varphi_{\Phi 1} - \varphi_{\Phi 2} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} + \Delta_{16} + 2\Delta_{20} \cos \alpha - 2\Delta_{21} \sin \alpha - \Delta_{15} \sin 2\alpha - (\Delta_{14} + \Delta_{16}) \cos 2\alpha. \quad (15)$$

На основании (15) можно сделать вывод об увеличении электрической редукции преобразования «угол — фаза» в два раза и независимости в первом приближении этого преобразования от расстройки частоты питающего напряжения и изменения параметров  $RC$ -цепи  $\Delta_0$  и изменения сдвига фаз  $\Delta_{17}$  выходных напряжений СКВТ. Кроме этого, преобразование практически инвариантно квадратурным составляющим  $\Delta_{18}$ ,  $\Delta_{19}$  выходных напряжений СКВТ.

Из выражения (15) следует основное уравнение для расчета (настройки) ФВ:

$$\Delta_{14} + \Delta_{16} = \frac{R}{R_{\text{H}}^2 + X_{\text{H}}^2} (X_{\text{H}} - R_{\text{H}}) + \frac{1}{R} (x_{\text{B}} + x_{\text{d}} - r_{\text{B}} - r_{\text{d}}) + \Delta_{16} = 0, \quad (16)$$

из которого следует, что компенсация погрешности ФВ от нагрузок, внутренних сопротивлений и неортогональности обмоток СКВТ достигается, в частности, введением дополнительного резистора  $r_d$  или катушки индуктивности  $L_d$  [Л. 4]. Очевидно, что компенсация может быть осуществлена также изменением параметров нагрузок  $X_{\text{H}}$  и  $R_{\text{H}}$ , т. е. без введения дополнительных элементов.

Если источник питания ФВ подключен к другой, ортогонально расположенной обмотке возбуждения 4 (см. рис. 1), то выражения для выходных напряжений СКВТ:

$$U'_1 = U_m (1 + \Delta_{23}) [\cos(\alpha + \Delta_{22}) + \Delta_{24} + j\Delta_{26} \sin \alpha]; \quad (17)$$

$$U'_2 = -U_m (1 + \Delta_{15}) (1 + \Delta_{23}) (1 + j\Delta_{28}) [\sin(\alpha + \Delta_{16} + \Delta_{22}) + \Delta_{25} + j\Delta_{27} \cos \alpha], \quad (18)$$

где  $\Delta_{22}$  и  $\Delta_{23}$  — угол неортогональности и относительная разность коэффициентов трансформации обмоток 3 и 4;  $\Delta_{24}$  — относительные значения синфазных составляющих напряжений  $U'_1$  и  $U'_2$ ;  $\Delta_{26}$ ,  $\Delta_{27}$  — относительные значения квадратурных составляющих напряжений  $U'_1$  и  $U'_2$ ;  $\Delta_{28}$  — сдвиг фазы напряжения  $U'_2$  относительно напряжения  $U'_1$ .

С учетом (17) и (18) выражения (7) и (8) преобразуются к виду:

$$U'_{\phi 1} = \frac{V\sqrt{2}}{2} U_m e^{j\frac{\pi}{4}} \left\{ \Delta_{24} + j\Delta_{25} + \frac{e^{j\alpha}}{2} [2 + \Delta_{15} + 2\Delta_{23} + \Delta_{26} - \Delta_{27} - j(\Delta_{12} - \Delta_{16} - 2\Delta_{22} - \Delta_{28})] + \frac{e^{-j\alpha}}{2} [\Delta_{12} - \Delta_{15} - \Delta_{26} - \Delta_{27} + j(\Delta_{16} - \Delta_{28})] \right\}. \quad (19)$$

$$U'_{\phi 2} = -j \frac{V\sqrt{2}}{2} U_m e^{j\frac{\pi}{4}} \left\{ \Delta_{24} - j\Delta_{25} + \frac{e^{-j\alpha}}{2} [2 + \Delta_{15} + 2\Delta_{23} + \Delta_{26} - \Delta_{27} - j(\Delta_{12} + \Delta_{16} + 2\Delta_{22} - \Delta_{28})] - \frac{e^{j\alpha}}{2} [\Delta_{12} + \Delta_{15} - \Delta_{26} - \Delta_{27} + j(\Delta_{16} - \Delta_{28})] \right\}. \quad (20)$$

На основании (19) и (20) значения фаз напряжений  $U'_{\phi 1}$  и  $U'_{\phi 2}$ :

$$\begin{aligned} \varphi'_{\phi 1} = \alpha + \frac{\pi}{4} - \frac{\Delta_{18} - \Delta_{16} - \Delta_{28}}{2} + \Delta_{22} + \Delta_{25} \cos \alpha - \Delta_{24} \sin \alpha + \frac{\Delta_{14} + \Delta_{16} - \Delta_{28}}{2} \cos 2\alpha - \frac{\Delta_{18} - \Delta_{15} - \Delta_{26} - \Delta_{27}}{2} \sin 2\alpha; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \varphi'_{\phi 2} = -\alpha - \frac{\pi}{4} - \frac{\Delta_{13} + \Delta_{16} - \Delta_{28}}{2} - \Delta_{25} \cos \alpha + \Delta_{24} \sin \alpha - \frac{\Delta_{14} + \Delta_{16} + \Delta_{28}}{2} \cos 2\alpha - \frac{\Delta_{13} + \Delta_{15} - \Delta_{26} - \Delta_{27}}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (22)$$

Относительное изменение фаз выходных напряжений ФВ после переключения обмоток возбуждения

$$\begin{aligned} \varphi'_{\phi 12} = \varphi'_{\phi 1} - \varphi'_{\phi 2} = 2\alpha + \frac{\pi}{2} + 2\Delta_{22} + \Delta_{16} + 2\Delta_{25} \cos \alpha - 2\Delta_{24} \sin \alpha + \Delta_{15} \sin 2\alpha + (\Delta_{14} + \Delta_{16}) \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (23)$$

Значения  $\varphi'_{\phi 12}$  и  $\varphi'_{\phi 12}$  в выражении (15) содержат разноименные фазовые сдвиги на  $\pi/2$ . Чтобы упростить обработку информации, получаемой до и после переключения обмотки возбуждения, произведем одновременно с этим переключением инвертирование напряжения  $U'_{\phi 2}$ . На практике это может быть осуществлено, например, благодаря установке переключателя-инвертора вторичной обмотки трансформатора Тр2. Тогда фаза напряжения  $U'_{\phi 2}$  после инвертирования

$$\varphi''_{\phi 2} = \varphi'_{\phi 2} + \pi, \quad (24)$$

а относительное изменение фаз выходных напряжений с учетом инвертирования

$$\varphi''_{\phi 12} = \varphi'_{\phi 1} - \varphi''_{\phi 2} - \pi. \quad (25)$$

Если использовать сумму значений  $\varphi_{\phi 12}$  и  $\varphi''_{\phi 12}$ , определяемых выражениями (15), (23) и (25), то получим:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_{\phi 12} + \varphi''_{\phi 12} = 4\alpha - \pi + 2[\Delta_{22} + \Delta_{25}] + (\Delta_{20} - \Delta_{25}) \cos \alpha - (\Delta_{21} + \Delta_{24}) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (26)$$

При использовании разности этих значений

$$\begin{aligned} \varphi_{11} = \varphi_{\phi 12} - \varphi''_{\phi 12} = -2[\Delta_{22} - (\Delta_{20} - \Delta_{25}) \cos \alpha + (\Delta_{21} - \Delta_{24}) \sin \alpha + \Delta_{15} \sin 2\alpha + (\Delta_{14} + \Delta_{16}) \cos 2\alpha]. \end{aligned} \quad (27)$$

Таким образом, как следует из (26), при суммировании результатов преобразования «угол — фаза», полученных до и после переключения, осуществляется автокомпенсация составляющих погрешности, изменяющихся с двойной периодичностью и обусловленных неравенством коэффициентов трансформации  $\Delta_{15}$ , неортогональностью  $\Delta_{16}$  и внутренними сопротивлениями  $x_{\text{B}}$ ,  $r_{\text{B}}$  в выходных обмотках СКВТ, а также нагрузками  $Z_{\text{H}}$  ФВ. На практике данный режим преобразования «угол — фаза» реализуется с помощью управляемых переключателей (например, транзисторных), цифрового измерителя фазы (временного интервала) и сумматора цифровых кодов.

В большинстве случаев (например, для метрологической аппаратуры) целесообразнее производить переключения (не усложняя схемы) обычными переключателями только в периоды настройки и проверки. Из выражения (27) следует формула для настройки (проверки) ФВ:

$$\Delta_{14} + \Delta_{16} = \frac{1}{8} \left( \varphi_{11}|_{\alpha=0} - \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{\pi}{2}} + \varphi_{11}|_{\alpha=\pi} - \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{3\pi}{2}} \right). \quad (28)$$

Установка значений углов поворота ротора  $\alpha$ , указанных в формуле (28), может производиться по нулевым значениям выходных напряжений синусной и косинусной обмоток СКВТ, а равенство нулю достигается в соответствии с уравнением (16), например, регулировкой  $r_d$  или  $L_d$ .

Разность коэффициентов трансформации обмоток

$$\Delta_{15} = \frac{1}{8} \left( \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{\pi}{4}} - \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{3\pi}{4}} + \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{5\pi}{4}} - \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{7\pi}{4}} \right) \quad (29)$$

может быть либо учтена при обработке информации, либо при введении регулировки коэффициентов передачи напряжений СКВТ сведена к нулю.

Синфазные составляющие выходных напряжений СКВТ чаще всего обусловлены некомпенсированными э. д. с. от лобовых частей обмоток. В этом случае можно считать, что

$$\Delta_{20} = \Delta_{21} = \Delta_{24} = \Delta_{25} \quad (30)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \varphi'_{\phi 12} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} + \Delta_{16} - 2V\sqrt{2} \Delta_{20} \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) - \Delta_{15} \sin 2\alpha - (\Delta_{14} + \Delta_{16}) \cos 2\alpha, \end{aligned} \quad (31)$$

откуда вытекает условие для практического определения погрешности

$$\Delta_{20} = \frac{1}{4V\sqrt{2}} \left( \varphi'_{\phi 12}|_{\alpha=\frac{3\pi}{4}} - \varphi'_{\phi 12}|_{\alpha=\frac{7\pi}{4}} \right). \quad (32)$$

Следует отметить, что разность углов поворота ротора СКВТ для формулы (32), равная  $\pi$ , должна задаваться с помощью угломерных приборов, погрешность которых заведомо ниже ожидаемого минимального значения  $\Delta_{20}$ . Существование равенства (30) проверяется практически на основании выражения (27) по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{20} - \Delta_{25} &= \frac{1}{4} (\varphi_{11}|_{\alpha=\pi} - \varphi_{11}|_{\alpha=0}) = 0; \\ \Delta_{21} - \Delta_{24} &= \frac{1}{4} (\varphi_{11}|_{\alpha=\frac{\pi}{2}} - \varphi_{11}|_{\alpha=\frac{3\pi}{2}}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

# Сообщения

УДК 621.311.016.35.001.24

## Метод оценки динамического поведения электроэнергетических систем

ИЛИЕВ С., канд. техн. наук

София

Уравнения, определяющие динамическое поведение электроэнергетических систем (ЭЭС), имеют следующий обобщенный вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_j}{dt} = f_j(t, y_1, y_2, \dots, y_n, x_1, x_2, \dots, x_m), \quad j = 1, \dots, n, \\ \xi_i(y_1, y_2, \dots, y_n, x_1, x_2, \dots, x_m) = 0, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Существующие методы анализа динамического поведения ЭЭС предусматривают для динамической устойчивости и динамических качаний в ЭЭС — численное решение уравнений (1); для статической устойчивости — исследование характеристического уравнения линеаризованной системы уравнений, соответствующей (1), с помощью критериев Рауса, Гурвица, метода D — разбиения и др.; для потокораспределения и постлеварийного режима — численное решение системы уравнений установившегося режима.

Используемые методы — детерминированные, и для определения эффективных управляющих воздействий осуществляется многочисленные варианты расчеты. Использование аналитического решения системы уравнений (1) было бы весьма удобно для анализа и определения влияния управляющих параметров. Однако получить такое решение для динамического поведения больших ЭЭС невозможно. Получение численного решения (в табличной или графической форме) для различных значений параметров является трудоемкой задачей, а вычисления, связанные со стохастическим характером параметров, становятся неприемлемыми как в отношении расчетного времени, так и по качеству и наглядности получаемой информации.

Адаптация теории планирования эксперимента (расчетов) к условиям и целям управления динамическим поведением систем создает большие возможности по сравнению с другими методами. Кроме того, очень большое значение имеет то обстоятельство, что в качестве вероятностного метода такой подход дает оценку и при учете случайного характера исследуемых параметров [Л. 1].

Влияние высших гармоник питающего напряжения на погрешность исследуемого ФВ может быть уменьшено до допустимого уровня, например, фильтром этих гармоник на входе СКВТ. При этом фазовая нестабильность фильтра не вызывает погрешности данного преобразования «угол — фаза» ввиду относительного измерения фазы на двух выходах ФВ. В обычной схеме ФВ с одним выходом напряжение источника питания является при измерении опорным, поэтому введение промежуточного фильтра обуславливает нестабильность нулевого значения характеристики «угол — фаза».

Если, следуя методу, предложенному в [Л. 5], питать статорные обмотки СКВТ в рассмотренной схеме двухфазным напряжением, то получим по одному выходу фазовращатель с фильтром обратной последовательности, а по другому — сигнал для контроля настройки и стабильности работы ФВ. В связи с этим рассмотренный СКВТ — ФВ можно назвать фазовращателем с одновременным выделением векторов прямой и обратной последовательностей.

**Выводы.** Рассмотренный однофазный СКВТ — фазовращатель с мостовым включением фазосдвигающей RC-цепи инвариантен в первом приближении изменениям частоты питающего напряжения, параметром RC-цепи и нестабильности начальных фазовых сдвигов выходных напряжений СКВТ. Кроме этого, полученное преобразование «угол — фаза» инвариантно квадратурным составляющим выходных напряжений СКВТ и сопровождается увеличением в два раза электрической редукции.

Применение теории планирования эксперимента в ее классической постановке предусматривает аппроксимацию факторной поверхности (поверхности отклика, целевой функции) или части ее регрессионной зависимостью — полиномом второго или третьего порядка [Л. 2]:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k \sum_{l < i} b_{il} x_i x_l + \sum_{i=1}^k b_{il} x_i^2. \quad (2)$$

Исследуемая факторная поверхность является частично или полностью неизвестной функцией факторов  $x_i$ , в качестве которых выступают режимные и схемные параметры ЭЭС) и условий развития соответствующего процесса.

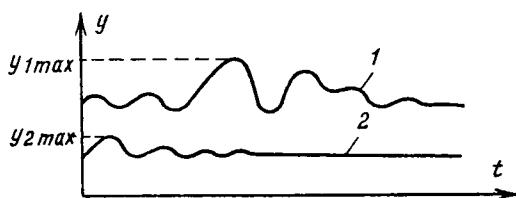
Анализ динамического поведения ЭЭС связан с исследованием переходных процессов весьма сложного нелинейного колебательного характера. Адекватность регрессионной функции (2) функции  $y_j = \psi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_m)$  [решениям системы (1)] можно найти лишь на весьма небольшом интервале времени  $t$  переходного процесса доли секунды, так как период колебаний 1—2 Гц. Поэтому практическое значение подобных исследований для целей управления динамическим поведением ЭЭС весьма ограничено и незначительно.

Выход из этой ограниченности необходимо искать в другой теоретической постановке и организации вычислительного процесса. Учитывая, что анализ динамического поведения проводится достаточно точно, можно в качестве критерия использовать максимальное значение амплитуды (или другого показателя) переходного процесса. Для этого формируется новая функция  $y_{\max} = \psi_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$  как геометрическое место максимумов всех переходных процессов, т. е. эта функция определяет наибольшие значения функции  $y_j = \psi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_m)$  (см. рисунок). Функция  $y_{\max}$  как показатель динамического поведения ЭЭС уже не зависит от времени, а только от управляющих параметров  $x_i$ . Это намного сокращает необходимое время для ее определения. Кроме того, она

Компенсация погрешности фазовращателя, обусловленной нагрузками, внутренними сопротивлениями выходных обмоток СКВТ и их неортогональностью, достигается введением в фазосдвигающую RC-цепь дополнительного резистора или катушки индуктивности. Переключение ортогонально расположенных обмоток возбуждения СКВТ и одновременное инвертирование одного из выходных сигналов фазовращателя позволяет (при использовании разности результатов измерения фазы до и после переключения) производить настройку и проверку фазовращателя в составе изделия. В случае автоматического суммирования получаемых результатов измерения (например, в составе преобразователя «угол — фаза-код») достигается автокомпенсация определяющих погрешностей рассмотренного фазовращателя.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахметжанов А. А. Высокоточные системы передачи угла автоматических устройств. — М.: Энергия, 1975.
2. Курчавый В. А. Измерительный преобразователь угловых перемещений ротора синусно-косинусного вращающегося трансформатора. — Изв. вузов. Приборостроение, 1978, № 12.
3. А. с. № 274687 (СССР). Фазовращатель/ Е. А. Артюхов. Опубл. в Б. И., 1970, № 21.
4. А. с. № 525995 (СССР). Фазовращатель/ Е. А. Артюхов. Опубл. в Б. И., 1976, № 31.
5. Сафонов Л. Н. Фазовращатели с фильтром обратис последовательности. — Электричество, 1971, № 5.



будет иметь качества, в достаточной степени удовлетворяющие цели управления динамическим поведением ЭЭС.

Аналитическое выражение таким образом сформированной функции неизвестно, но ее можно аппроксимировать подходящим полиномом. Для этой цели делаются расчеты, используя теорию планирования эксперимента с выбором подходящей схемы планирования и границами изменения параметров  $x_i$  в факторном пространстве. Границы факторного пространства (ограниченного точками схемы планирования вычислений) определяются требованиями адекватности искомого регрессионного управления и принадлежности области устойчивой работы ЭЭС. Адекватность устанавливается с помощью критерия Фишера, а значимость коэффициента регрессионного уравнения — критерием Стьюдента. Если принятное полиномиальное регрессионное уравнение неадекватно, то или уменьшаются границы изменения факторов, или увеличивается степень полинома. В случае принадлежности к области устойчивой работы анализ, проводимый с помощью регрессионного уравнения, дает практическую возможность наглядно установить, в каком направлении (благоприятном или неблагоприятном для устойчивости системы и ее надежности) будет изменяться показатель  $y_j$  при изменении параметров  $x_i$ . Если это требование не выполнено, поиск регрессионной аппроксимации показателей динамического поведения ЭЭС становится беспредметным при решении реальных задач.

При таком подходе создается практическая возможность искать адекватную регрессионную зависимость в весьма широких границах изменения  $y_{j\max}$  при вариации различных режимных и схемных параметров ЭЭС. Однако для возможности реализации этого метода необходимо предварительно доказать, что функциональная зависимость  $y_{j\max} = \varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$  непрерывна в области изменения параметров  $x_i$ .

Доказать непрерывность функции  $y_{j\max}$  весьма трудно. Поэтому поступаем следующим образом: доказываем непрерывность функциональной зависимости показателей, характеризующих динамическое поведение системы (целевой функции) в отношении  $x_i$ , т. е. решение системы уравнений (1)  $y_j = \varphi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_m)$ ; оцениваем практически возможные значения параметров  $x_i$  в реальной ЭЭС; на основании полученных результатов показываем непрерывность функции  $y_{j\max}$  параметров ЭЭС.

**Непрерывность функциональной зависимости  $y_j$  от параметров ЭЭС.** С математической точки зрения [Л. 3] вопрос о существовании единственного непрерывного решения  $y_j = \varphi_j(t, x_1, \dots, x_m)$  системы уравнений (1) относительно переменных  $t$  и  $x_i$  сводится к доказательству следующих достаточных условий: функции  $f_j(t, y_1, y_2, \dots, y_n, x_1, x_2, \dots, x_m)$  должны быть непрерывными для области изменения  $t, y_j$  и  $x_i$ ; для каждой функции  $f_j(t, y_1, y_2, \dots, y_n, x_1, x_2, \dots, x_m)$  необходимо выполнить условие Липшица по аргументам  $y_j$ , т. е.:

$$|f_j(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n, x_1, \dots, x_m) - f_j(\bar{\bar{y}}_1, \dots, \bar{\bar{y}}_n, x_1, \dots, x_m)| \leq k \sum_i |\bar{y}_i - \bar{\bar{y}}_i|.$$

Эти условия удовлетворены всеми линейными функциями и всеми функциями с непрерывными первыми частными производными в области изменения  $y_j$  и  $x_i$ .

Для уравнений переходных процессов в ЭЭС, используемых в современных программах расчета динамической устойчивости, эти условия удовлетворяются в устойчивой области<sup>1</sup>.

**Анализ интервалов изменений параметров ЭЭС.** Поскольку рассматриваются физические процессы, реальные границы изменения параметров (режимных и схемных) ЭЭС должны определяться практическими условиями ее работы.

Как следует из анализа известных уравнений переходных процессов в ЭЭС, нарушение непрерывности функций  $f_j$  возможно только в нереальных условиях: нулевые постоянные инерции генераторов, нулевые сопротивления связи между генераторами и т. д.

Для реальных значений режимных и схемных параметров ЭЭС все зависимости  $f_j$  являются непрерывными функциями  $x_i$ .

**Непрерывность функций  $y_{j\max} = \varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$  от параметров ЭЭС.** Пусть вектор  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  обозначен  $X$  и пусть  $D_j, j=1, 2, \dots$  — ограниченная и замкнутая область, в которой функция  $\varphi_j(t, X)$  определена. Пусть кроме того  $t \in \omega$ , а  $X \in \Delta$ . Необходимо доказать, что если функция  $\varphi_j(t, X)$  негрехивна в области  $D_j$ , то функция  $\varphi_j(X) = \max_{t \in \omega} \varphi_j(t, X)$  непрерывна в  $\Delta$ .

Для этого введем точки:

$$t_0 \text{ при } \varphi_j(X_0) = \varphi_j(t_0, X_0) \geq \varphi_j(t, X_0); t \in \omega; \\ t \text{ при } \varphi_j(X) = \varphi_j(t, X) \geq \varphi_j(t, X), t \in \omega.$$

Из равномерной непрерывности  $\varphi_j$  в  $D_j$  следует, что для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  такое, что если

$$\sqrt{(t' - t'')^2 + (X' - X'')^2} < \delta,$$

то

$$|\varphi_j(t', X') - \varphi_j(t'', X'')| < \varepsilon.$$

Если  $|X - X_0| < \delta$ , то отсюда следует:

$$1) |\varphi_j(X_0) - \varphi_j(t_0, X)| < \varepsilon, \text{ т. е.}$$

$$\varphi_j(t_0, X) - \varepsilon \leq \varphi_j(X_0) \leq \varphi_j(t_0, X) + \varepsilon,$$

и поскольку  $\varphi_j(t_0, X) \leq \varphi_j(X)$ , то

$$\varphi_j(X_0) \leq \varphi_j(X) + \varepsilon; \quad (3)$$

$$2) |\varphi_j(X) - \varphi_j(t_0, X_0)| < \varepsilon, \text{ т. е.}$$

$$\varphi_j(t, X) - \varepsilon \leq \varphi_j(X) \leq \varphi_j(t, X_0) + \varepsilon,$$

и поскольку  $\varphi_j(t, X_0) \leq \varphi_j(X_0)$ , то

$$\varphi_j(X) \leq \varphi_j(X_0) + \varepsilon.$$

Из неравенств (3) и (4) следует, что  $|\varphi_j(X) - \varphi_j(X_0)| < \varepsilon$ , т. е. функция  $y_{j\max} = \varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$  непрерывна в области реальных изменений параметров  $x_i$  ЭЭС и ее можно аппроксимировать соответствующим полиномом.

**Выполнение требований регрессионного и дисперсионного анализа при формировании регрессионных уравнений.** Применение планирования эксперимента связано часто с использованием схем небольшого числа опытов (4, 8, 16 и т. д.). В связи с этим уместно поставить вопрос о нормальном характере распределения полученной информации (извлечение, частичная совокупность) о показателях, характеризующих динамическое поведение ЭЭС. Из существующих критериев нормальности распределения при небольших извлечениях самым подходящим оказался критерий Джири [Л. 4]. Критерий дает ответ на вопрос, принадлежит ли извлечение случайных чисел к некоторой нормально распределенной генеральной совокупности при неизвестной другой информации. Однако существуют опасения, что при небольших частичных совокупностях ( $N < 15$ ) критерий не позволяет отличить нормальное распределение от другого вида распределения случайной величины. Ввиду этого был проведен ряд расчетов при следующем подходе: с помощью критерия Джири был исследован нормальный характер полученных достаточно больших составных совокупностей случайных чисел (с  $N = 40 \div 60$ ) и потом посредством критерия Фишера определялась однородность и характер составляющих ( $N = 8 \div 16$ ) в отношении большой совокупности.

Расчеты для реальных схем ЭЭС показали, что полученные отборы случайных чисел ( $N = 8$  и 16) для показателей, характеризующих динамическое поведение системы, имеют нормальное распределение.

**Область эффективного применения предложенного метода.** Метод нашел применение в решении ряда задач, поставленных практикой проектирования и эксплуатации ЭЭС НРБ. На основании опыта исследований можно указать следующие области его эффективного применения:

в перспективном и краткосрочном управлении развитием ЭЭС — задачи оптимизации мест введения новых элементов

<sup>1</sup> Автор пользовался программами расчета динамической устойчивости серии РУЭН, разработанными в ВНИИЭ (Москва) для ЦВМ М-220М.

системы с точки зрения ее динамического поведения; в оперативном управлении — определение ремонтных графиков, целесообразной загрузки станций в послемалярных режимах и др., т. е. задачи режимного характера;

определение целесообразной (по условиям точности и скорости вычислений переходных процессов) математической модели ЭЭС, детализирование ее, замещение упрощенными моделями, эквивалентирование, создание регрессионных математических моделей и др.;

оптимальное управление и выбор управляющих воздействий по виду, месту и величине; определение структуры системы управления — иерархических уровней, распределение функций между централизованными и локальными устройствами управления и др.;

анализ динамического поведения ЭЭС и решение задач синтеза — определение параметров и на основе этого — структуры регулирующих устройств, системной автоматики и систем управления.

Оценка целесообразной точности входной информации для управления динамическим поведением ЭЭС.

**Выводы.** 1. Предложен единый статистико-вероятностный метод оценки динамического поведения ЭЭС, состоящий в определении регрессионных зависимостей показателя качества переходного процесса от заданных схемных и режимных параметров ЭЭС.

2. Условием применимости этого метода является непрерывность показателя, характеризующего динамическое поведение системы, в факторном пространстве выбранных параметров. Для математических моделей ЭЭС, которые в настоящее время находят применение, выполнение данного условия доказано.

3. Получаемые в результате применения метода регрессионные зависимости характеризуются простотой и наглядностью; отражением стохастического характера параметров ЭЭС; они определены без линеаризации исходной математической модели ЭЭС и не требуют ее упрощения.

4. Оптимальные управляющие воздействия ЭЭС, определяемые на основе этих зависимостей, не являются явными функциями времени и минимизируют максимальные значения заданных переменных в течение всего переходного процесса.

5. Регрессионными зависимостями, полученными при помощи минимального оптимального объема расчетов (в соответствии с исследуемыми параметрами — управляющими воздействиями, и соответственно выбранной схемой планирования) устраивается один из наиболее существенных недостатков современных методов исследования (детерминированных и стохастических) больших ЭЭС — отсутствие ясности, простоты и качества полученных результатов анализа и синтеза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Iliev S. A general method for transient processes control in large power systems. — Power Systems Computation Conference, Cambridge, 1975, p. 3. 2/5.
- Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. — М.: Наука, 1965.
- Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. — М.: Машиностроение, 1972.
- Романовский В. И. Математическая статистика. Ташкент.: Изд-во АН Узб. ССР, 1963.

[22.05.79]

УДК 621.316.728.016.25.001.24

## Учет фактора времени в задаче компенсации реактивных нагрузок сложной электрической сети

МОЛОДЦОВ В. С., канд. техн. наук  
Ростов-на-Дону

Основным критерием оптимальной компенсации реактивных нагрузок (КРН) является минимум приведенных затрат  $Z$  в целом по электрической сети при наложенных ограничениях на параметры сети и режима. В зависимости от изменения составляющих во времени модель  $Z$  может быть [Л. 1 и 2] динамической

$$Z_t = \sum_{t=1}^{T_p} (E_n K_t + \delta I_t) (1 + E_{n,n})^{t-t} \quad (1)$$

и статической

$$Z = E_n K + I. \quad (2)$$

где  $K_t$  и  $I_t$  — капиталовложения и ежегодные издержки за  $t$ -й год расчетного периода;  $T_p$  — расчетный период;  $E_n$  и  $E_{n,n}$  — соответственно нормативный коэффициент эффективности и коэффициент приведения разновременных затрат;  $\delta I_t$  — прирост ежегодных издержек в  $t$ -й год;  $\tau$  — год приведения затрат.

Решение экономической и балансовой задач КРН сложных электрических сетей даны, например, в [Л. 3—8], исходя из модели (2).

Модель (2) отвечает единовременности капитальных и неизменности ежегодных издержек в течение времени  $T_p$ , что в условиях проектной практики [Л. 1] при решении вопроса перспективного развития электрических сетей и в условиях эксплуатации при поэтапном вводе компенсирующих устройств, как правило, не соблюдается.

Цель настоящей статьи — получение основных выражений, отвечающих модели (1) и использующихся в алгоритмах решения экономической и балансовой задач КРН.

Математическая формулировка задачи аналогична рассмотренной в [Л. 7], но в отличие от статического варианта

здесь рассмотрен вариант динамический, трактуемый следующим образом.

Найти значения мощности  $Q_{kN}^t$  конденсаторных батарей (КБ) в узлах сети с одновременным учетом наивыгоднейшего распределения недокомпенсированной реактивной мощности между ее источниками, минимизирующих  $Z_1$  ( $t=1$ ),

$$\begin{aligned} Z_1 = & \left[ \bar{A} + \bar{B}_N \sum_{t=1}^{T_p} (Q_{kN}^t - Q_{kN}^{t-1}) (1 + E_{n,n})^{t-t} \right] E + \\ & + \bar{U}^2 \sum_{t=1}^{T_p} (\bar{Q}^t R_N^t Q^t - \bar{Q}^{t-1} R_N^{t-1} Q^{t-1}) (1 + E_{n,n})^{t-t} + \\ & + \beta T \left\{ \bar{Q}_f^t \sum_{t=1}^{T_p} (Q_f^t - Q_f^{t-1}) (1 + E_{n,n})^{t-t} + \right. \\ & \left. + \beta B_P \sum_{t=1}^{T_p} [\bar{Q}^t (Q^t - Q^{t-1}) + (\Delta Q_c^t - \Delta Q_c^{t-1}) (1 + E_{n,n})^{t-t}] \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

при условии

$$Q_{kN}^t > Q_{k,p,j}^t, \quad j=n+1, n+2, \dots, N; \quad t=1, 2, \dots, T_p, \quad (4)$$

и ограничениях

$$\bar{Q}^t = Q^t, \quad t=1, 2, \dots, T_p; \quad (5)$$

$$q_{\min}^t \leq q^t \leq q_{\max}^t, \quad i=0, 1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T_p. \quad (6)$$



Приравнивание нулю производных

$$\frac{\partial H}{\partial \Delta Q_{rBf}^t} = 0; \quad f = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T_p, \quad (18)$$

где  $\Delta Q_{rBf}^t = (Q_{rBf}^t - Q_{rBf}^{t-1})$  — оптимальное приращение генерируемой мощности в  $t$ -й год при выполнении балансовых условий (5), приводит после преобразований, аналогичных при получении соотношений (9), к следующей системе:

$$\left. \begin{aligned} R_N^1 Q^1 &= C'; \\ R_N^2 Q^2 &= C'; \\ \dots & \\ R_N^T P G^T P &= C'. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Здесь  $C' = C + \bar{1}' \lambda V^{-1}$ ;  $\bar{1}' = \{0; \dots; 0; 1; \dots; 1\}$ .

Отдельное решение каждого  $t$ -го матричного уравнения системы (19) совместно с  $t$ -м балансовым ограничителем (5) по схеме [Л. 7 и 10] приводит к следующему общему выражению для искомой величины:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{rB}^t &= \Delta Q_{h}^t - (\Gamma^t - \Gamma^{t-1}) C + \\ &+ \left[ G_N^t 1' \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^t} - G_N^{t-1} 1' \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^{t-1}} \right] (Q_{c\Sigma}^{t-1} - \\ &- Q_k^{t-1}) + G_N^t 1' \frac{(\Delta Q_{c\Sigma}^t - \Delta Q_k^t)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^t}, \quad t = 1, 2, \dots, T_p. \quad (20) \end{aligned}$$

Здесь  $\Gamma^t = \left\| G_N^t - G_N^t 1' \bar{1}' G_N^t \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^t} \right\|$ ;

$$G^0 = 0; \quad \Delta Q_{c\Sigma}^t = Q_{c\Sigma}^t; \quad \Delta Q_k^t = Q_k^t;$$

$\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^t$  — сумма проводимостей ветвей, соединяющих  $i$ -е генераторные с  $j$ -ми нагрузочными узлами  $t$ -го года;  $Q_{c\Sigma}^{t-1} = \bar{1} Q_h^{t-1}$  — сумма среднегодовых реактивных нагрузок узлов сети;  $\Delta Q_{c\Sigma}^t = \bar{1} (Q_h^t - Q_h^{t-1})$  — сумма приращений реактивных нагрузок в  $t$ -й год;  $Q_k^{t-1}$  и  $\Delta Q_k^t = (Q_k^t - Q_k^{t-1})$  — соответственно суммарная мощность конденсаторов в  $(t-1)$ -й год и мощность конденсаторов, подлежащая распределению в  $t$ -й год.

При неизменности параметров сети, т. е. при  $G_N^t = G_N^{t-1}$ , выражение (20) имеет следующий вид:

$$\Delta Q_{rB}^t = \Delta Q_{h}^t - G_N^t 1' \frac{\Delta Q_{c\Sigma}^t - \Delta Q_k^t}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^t}, \quad t = 1, 2, \dots, T_p. \quad (21)$$

Из выражения (21) следует, что распределение каждой новой порции конденсаторов в  $t$ -й год, не зависит от распределений  $\Delta Q_k^t$  в предшествующие годы.

Случай 2. При получении искомого оптимального вектора  $Q_{rB}^t = Q_{rB}$  использована та же схема, что и при выводе выражения (20). Учитывая ограничение (5) для  $t=1$ , а также

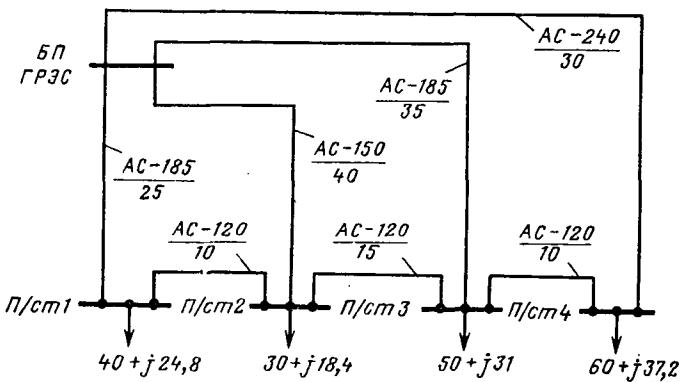


Схема сети к примеру расчета экономически оптимальной компенсации реактивных нагрузок (нагрузки узлов среднегодовые и даны в МВт и Мвар).

равенство  $Q_{rB}^t = \Delta Q_{rB}^t = 0$  для  $t=2, 3, \dots, T_p$ , получим:

$$\begin{aligned} Q_{rB} &= FD - \| F - F 1' \bar{1}' F \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N F_{ij}} \| C - \\ &- F 1' \frac{(Q''_{c\Sigma} - Q_k)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N F_{ij}}, \quad (22) \end{aligned}$$

где  $P^{-1} = F$ ;  $P = \left[ R_N^1 + \sum_{t=2}^{T_p} (R_N^t - R_N^{t-1}) (1 + E_{h,n})^{1-t} \right]$ ;

$$D = R_N^1 Q_{h}^1 + \sum_{t=2}^{T_p} (R_N^t Q_{h}^t - R_N^{t-1} Q_{h}^{t-1}) (1 + E_{h,n})^{1-t}; \quad Q''_{c\Sigma} =$$

$= \bar{1}' P^{-1} D$  — суммарная приведенная нагрузка  $j$ -х узлов сети;  $F_{ij}$  — проводимости ветви, соединяющей  $i$ -й и  $j$ -й узлы, в приведенной сети.

Частное решение при условии  $R_N^1 = R_N^t$ :

$$\begin{aligned} Q'_{rB} &= Q_{h}^1 + \sum_{t=2}^{T_p} (Q_{h}^t - Q_{h}^{t-1}) (1 + E_{h,n})^{1-t} - \\ &- \left\| G_N^1 - G_N^1 1' \bar{1}' G_N^1 \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^1} \right\| C - \\ &- G_N^1 1' \frac{(Q''_{c\Sigma} - Q_k)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^1}, \quad (23) \end{aligned}$$

а при  $R_N^1 = R_N^t$  и  $Q_{h}^t = Q_{h}^{t-1} = Q_{h}^1$

$$\begin{aligned} Q''_{rB} &= Q_{h}^1 - \left\| G_N^1 - G_N^1 1' \bar{1}' G_N^1 \frac{1}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^1} \right\| C - \\ &- G_N^1 1' \frac{(Q_{c\Sigma}^1 - Q_k)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=n+1}^N G_{ij}^1}. \quad (24) \end{aligned}$$

Параметр	Шины 110 кВ			
	П/ст 1	П/ст 2	П/ст 3	П/ст 4
$G_{j_0}$ , Сим	0,236	0,119	0,168	0,253
$Q_{kj}^1$ , Мвар	6,87	9,35	18,23	17,98
$Q_{kj}^2$ , Мвар	8,36	10,46	20,09	20,21
$Q_{kj}^3$ , Мвар	9,93	11,63	22,06	22,57
$Q_{kj}^4$ , Мвар	11,61	12,87	24,15	25,08
$Q_{kj}^5$ , Мвар	13,38	14,18	26,37	27,74
$Q_{kj}$ , Мвар	12,23	13,32	24,93	26,02

Здесь

$$Q_{\text{ср}}''' = \bar{T}' \left[ Q_{\text{ср}}^1 + \sum_{t=2}^{T_p} (Q_{\text{ср}}^t - Q_{\text{ср}}^{t-1}) (1 + E_{\text{ср},t})^{1-t} \right].$$

Выражение (24), отвечающее модели (2), ранее было получено в [Л. 7].

**Алгоритм решения задач КРН.** Для решения динамических задач КРН, отвечающих целевой функции (1), предлагаются для каждого  $t$ -го года расчетного периода  $T_p$  использовать алгоритм, изложенный в [Л. 7], так как основные выражения (10), (11), (14), (15), (20)–(24), полученные в данной статье, позволяют рассчитать вектора  $Q^t$  ( $t=1, 2, \dots, T_p$ ).

Следует заметить, что при решении задач КРН возможен вариант, представляющий собой совокупность рассмотренных выше случаев 1 и 2. Для его решения необходимо на каждом характерном участке отрезка  $[1; T_p]$  использовать соответствующие ему основные выражения.

**Пример.** Для сети (см. рисунок) рассчитаем экономическую оптимальную КРН применительно к случаям 1 и 2, рассмотренным в статье.

Годовой прирост реактивной нагрузки в течение расчетного периода при  $R_{\text{ср}} = \text{const}$  равен  $m$ .

Конденсаторы подлежат установке на шинах 110 кВ подстанций (П/ст) 1–4.

Искомые значения  $Q_{kj}$  оптимальных суммарных мощностей КБ в  $j$ -х узлах сети в  $t$ -й год и мощностей  $Q_{kj}$ , намеченных к установке только в первый год расчетного периода  $T_p$ , сведены в таблицу.

Для расчета  $Q_{kj}$  и  $Q_{kj}$  используем выражения (11) и (15), а также следующие числовые данные.  $T=8760$  ч;  $\beta=1,2 \cdot 10^{-2}$  тыс. руб./МВт·ч;  $B=6$  тыс. руб./Мвар;  $T_p=5$  лет;  $E_{\text{ср}}=0,08$ ;  $E=0,22$ ;  $m=0,06$ ;  $U_{\text{БП}}(G_P, C)=110$  кВ.

Использование традиционного подхода к решению задачи КРН, отвечающего модели (2), приводит для  $t=1$  к результату  $Q_{kj}$  таблицы, а с учетом изменения  $Q_{kj}$  в течение  $T_p$  он равен  $Q_{kj}$ .

Как видим, учет динамики изменения реактивной нагрузки в течение  $T_p$  приводит к увеличению мощности целесообразных для установки конденсаторов в узлах сети в среднем на 70%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по проектированию электроэнергетических систем/ Под ред. Рокотяна С. С. и Шапиро И. М.— М.: Энергия, 1977. — 288 с.

2. Инструкция по определению экономической эффективности капитальных вложений в развитие энергетического хозяйства (генерирование, передача и распределение электрической и тепловой энергии). — М.: Энергия, 1973. — 56 с.

3. Каялов Г. М., Молодцов В. С. Определение мощностей регулируемых конденсаторных батарей в узлах сложной сети. — Электричество, 1974, № 8, с. 72–74.

4. Железко Ю. С. Выбор мощности и мест установки устройств компенсации реактивной мощности в сложных электрических сетях. — Электричество, 1977, № 2, с. 7–11.

5. Гремяков А. А., Стров В. А. Определение мощности и размещения конденсаторных батарей в распределительных электрических сетях с учетом режима напряжений. — Электричество, 1976, № 12, с. 1–4.

6. Пекелис В. Г., Розенберг А. Е. О размещении шунтовых конденсаторных батарей в высоковольтных распределительных сетях энергосистем. — Электричество, 1976, № 12, с. 5–8.

7. Каялов Г. М., Молодцов В. С. Матрично-вычислительный метод анализа компенсации реактивных нагрузок сложной электрической сети. — Электричество, 1976, № 2, с. 16–21.

8. Ковалев И. Н., Татевосян Г. М. Принцип критической мощности конденсаторной батареи. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5, с. 56–63.

9. Ковалев И. Н. Метод расчета компенсации переменных реактивных нагрузок в электрических сетях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 2, с. 79–90.

10. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1966.— 576 с.

[17.07.79]



УДК 621.316.722:621.331

## Схема симметрирования напряжения трехобмоточного тягового трансформатора

СИНЕВ В. С., канд. техн. наук

В настоящее время в нашей стране действует свыше 15 тыс. км магистральных железных дорог, электрифицированных на переменном токе. Большинство тяговых подстанций этих дорог снабжены трехобмоточными понизительными трансформаторами, тяговая обмотка которых соединена в треугольник, а районная, как и первичная, — в звезду. Выбор такой схемы электроснабжения 20 лет назад, когда начиналась интенсивная электрификация дорог, был оправдан определенными трудностями в трансформаторостроении и необходимостью совмещения питания тяговых и районных потребителей от общего трехфазного трансформатора.

Опыт эксплуатации показал, наряду с достоинствами схемы электроснабжения с трехобмоточными трансформаторами, и ее весьма существенные недостатки. Каждая подстанция питает только два однофазных тяговых плача, подключенные

к различным фазам треугольника. Следствием этого является постоянная несимметрия напряжения на выводах как тяговой, так и районной обмоток. При этом взаимное влияние токов двух тяговых плач подстанции выражается в том, что на отстающей фазе среднее напряжение существенно ниже, чем на опережающей. Рост груженопроявленности усиливает отрицательные последствия указанной несимметрии, снижает качество энергии, отпускаемой тяговым и районным потребителям, ограничивает пропускную способность дороги.

Вместе с тем, в среднем по сети железных дорог переменного тока тяговые трансформаторы загружены мало (коэффициент использования их колеблется в пределах от 0,22 до 0,5), поэтому ставить вопрос о повсеместной замене тяговых трансформаторов и переводе действующих участков на другую схему электроснабжения по меньшей мере преждевре-

менно. Видимо, следует изыскивать более дешевые пути симметрирования и стабилизации напряжения и повышения пропускной способности железных дорог. Одним из таких средств служит продольная емкостная компенсация, которая в условиях трехфазных тяговых трансформаторов может дать эффект в полной мере лишь при трехфазном исполнении.

При этом разумно было бы задачу повышения качества энергии решать комплексно, симметрируя с помощью одного устройства напряжения на шинах и тяговой, и районной нагрузки. Такое техническое решение осуществимо с помощью междуфазных трансформаторов последовательного включения сравнительно небольшой мощности [Л. 1]. Известна, например, схема с двумя конденсаторными батареями и двумя однофазными трехобмоточными трансформаторами, часть обмоток которых включены в линию тяговой нагрузки, а другая часть — в линию районной нагрузки. Определенный выбор параметров схемы позволяет осуществить полную трехфазную компенсацию индуктивных сопротивлений понизительного трансформатора и внешней системы электроснабжения, тем самым симметрируя напряжение в тяговой и районной сетях независимо от их нагрузок.

Для расчета параметров оптимальной схемы симметрирования определим матрицу индуктивных сопротивлений короткого замыкания трехобмоточного трансформатора со схемой соединения  $Y/\Delta/Y$  выбрав в качестве системы координат четыре контурных тока тяговой ( $I_1, I_2$ ) и районной ( $I_3, I_4$ ) нагрузок, как показано на рис. 1.

Через  $x$  обозначим индуктивное сопротивление фазы, которое необходимо компенсировать, приведенное к тяговой обмотке (к числу витков фазы треугольника). В простейшем случае  $x$  — индуктивное сопротивление короткого замыкания луча обмотки высшего напряжения на трехлучевой схеме замещения понизительного трансформатора, общее для токов тяговой и районной обмоток. Обозначив отношение числа витков фазы вторичной звезды к числу витков фазы треугольника через  $k$ , сформируем матрицу индуктивных сопротивлений в выбранной системе координат контурных токов. С этой целью предварительно запишем уравнения падений напряжения по выбранным контурам, пренебрегая активными сопротивлениями.

Токи обмоток треугольника:

$$I_{ca} = \frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2; \quad I_{cb} = \frac{1}{3} I_1 + \frac{2}{3} I_2; \quad I_{ab} = -\frac{1}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2$$

В первом контуре падение напряжения зависит от тока  $I_{ca}$  и трансформируемого в нее тока  $kI_3$ :

$$\Delta U_1 = jx \frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2 + kI_3. \quad (1)$$

Аналогично падение напряжения второго контура определяется падением напряжения обмотки  $cb$ , по которой протекают ток  $I_{cb}$  и трансформируемая из соответствующей фазы звезды сумма  $k(I_3 + I_4)$ , так что

$$\Delta U_2 = jx \left( \frac{1}{3} I_1 + \frac{2}{3} I_2 + kI_3 + kI_4 \right). \quad (2)$$

Сопротивление каждой фазы звезды равно  $k^2x$ . Третий контур включает две фазы:  $a_1$  с собственным током  $I_3$  и трансформируемым из фазы треугольника  $ca$  током  $\frac{1}{k} \left( \frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2 \right)$  и  $c_1$  с собственным током  $I_3 + I_4$  и трансформируемым из  $cb$  током  $\frac{1}{k} \left( \frac{1}{3} I_1 + \frac{2}{3} I_2 \right)$ . Отсюда суммарное падение напряжения в третьем контуре

$$\Delta U_3 = jxk^2 \left[ I_3 + \frac{1}{k} \left( \frac{2}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2 \right) + I_3 + I_4 + \frac{1}{k} \left( \frac{1}{3} I_1 + \frac{2}{3} I_2 \right) \right]. \quad (3)$$

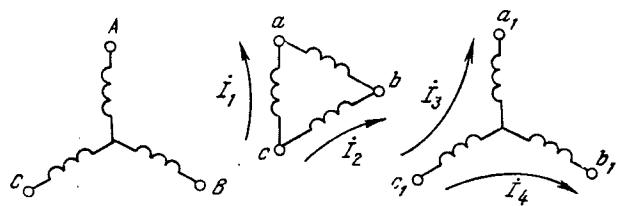


Рис. 1. Выбор контурных токов нагрузки трехобмоточного понизительного трансформатора.

Аналогично определяем падение напряжения в четвертом контуре:

$$\Delta U_4 = jxk^2 \left[ I_4 + \frac{1}{k} \left( -\frac{1}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2 \right) + I_3 + I_4 + \frac{1}{k} \left( \frac{1}{3} I_1 + \frac{2}{3} I_2 \right) \right]. \quad (4)$$

Коэффициенты уравнений (1)–(4) образуют матрицу индуктивных сопротивлений питающей системы:

$$X = \begin{vmatrix} \frac{2}{3}x & \frac{1}{3}x & kx & 0 \\ \frac{1}{3}x & \frac{2}{3}x & kx & \\ kx & kx & 2k^2x & k^2x \\ 0 & kx & k^2x & 2k^2x \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Приведенные выражения и матрица описывают трансформатор с группой соединения 11. Можно показать, что для трансформатора группы 1  $X$ -матрица отличается тем, что  $x_{23} = x_{32} = 0$ , а  $x_{14} = x_{41} = kx$ .

Для полной компенсации индуктивных сопротивлений понизительного трансформатора матрица симметрирующего устройства последовательного включения должна быть равна матрице питающей системы, взятой с обратным знаком, т. е. устройство должно обладать собственным емкостным сопротивлением, описываемым матрицей (5). Следовательно, синтез устройства производим по матрице правой части выражения (5), считая ее матрицей емкостных сопротивлений.

Согласно методике [Л. 1] заданную матрицу емкостных сопротивлений цепи раскладываем на матрицы трансформаторных элементов ранга 1, выбирая коэффициенты трансформации по одной из строк заданной матрицы. Заметим, что матрица (5) имеет ранг 2, так как ее определитель и все миноры 3-го порядка равны нулю. Поэтому для ее реализации достаточно двух трансформаторных элементов. После выбора первого элемента по первой строке матрицы (5) и вычитания его матрицы строчки остаточной матрицы получаются пропорциональными, т. е. она описывает второй трансформаторный элемент цепи:

$$X_C = x \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & k & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2}k & 0 \\ k & \frac{1}{2}k & \frac{3}{2}k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}k & k \\ 0 & \frac{1}{2}k & \frac{1}{2}k^2 & k^2 \\ 0 & k & k^2 & 2k^2 \end{vmatrix} \quad (6)$$

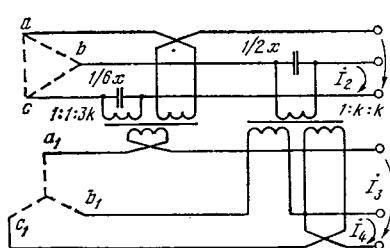


Схема устройства, соответствующая разложению (6), изображена на рис. 2 с указанием емкостных сопротивлений и коэффициентов трансформации. Другие методы синтеза дают в итоге большее количество элементов цепи [Л. 2].

При построении схемы синтезированного устройства следует учитывать, что каждый из контурных токов протекает в двух ветвях (проводах), поэтому размещение витков каждого контура многовариантно. Например, первый элемент имеет отношение чисел витков по контурам  $2:1:3k$ . Если в провод  $b$  поместить  $w$  витков, то в проводе  $a$  должно быть  $2w$  витков, а в проводе  $a_1$  —  $3kw$  витков. Но для уменьшения мощности связывающего трансформатора целесообразно обмотку первого контура разделить на две равные части, разместив их в проводах  $a$  и  $c$ , так что вторая из этих частей одновременно будет принадлежать и второму контуру (рис. 2). Аналогично обмотка четвертого контура второго элемента

с коэффициентами трансформации  $1:k:2k$  разделена на две части, размещенные в проводах  $b_1$  и  $c_1$ .

Если компенсируется только индуктивное сопротивление обмотки высшего напряжения трехобмоточного трансформатора, то требуемая суммарная мощность двух конденсаторных батарей составляет 10—11%, а двух связывающих трансформаторов — 6—8% мощности понизительного трансформатора. С учетом наличия двух шунтирующих выключателей стоимость симметрирующего устройства для трансформатора 40 МВ·А составит 35—40 тыс. руб.

Предварительные расчеты показывают, что применение описанного симметрирующего устройства на шести тяговых подстанциях участка дороги длиной 300 км позволит увеличить среднюю скорость движения грузовых поездов на 1,5%, что соответствует годовому эффекту около 150 тыс. руб. С учетом снижения потерь энергии в сетях срок окупаемости симметрирующего устройства составит менее года, чем подтверждается целесообразность его применения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синев В. С. Компенсация потерь и несимметрии напряжения последовательно включаемыми конденсаторами с междупроводной магнитной связью. — Электричество, 1979, № 6, с. 13—18.

2. Мамошин Р. Р., Лызин И. А. Схемы стабилизации и симметрирования напряжений в сетях тяги, ДПР и районных потребителей. — Труды МИИТ, 1977, вып. 536, с. 151—162.

[06.12.79]

УДК [621.316.728.016.25:621.313.323].001.24

## О регулировании реактивной мощности группы синхронных двигателей

ОРЕЛ О. А.

УкрГПИ Тяжпромэлектропроект

При работе синхронных двигателей (СД), подключенных к шинам понизительной подстанции вместе с другими потребителями, возникает задача определения наивыгоднейших значений реактивного тока каждого СД. Эта задача рассматривалась в ряде статей. Так, например, в [Л. 1] описаны принципы аналитического метода, позволяющего найти распределение заданной реактивной нагрузки между источниками путем обеспечения равенства относительных приростов. Однако в [Л. 1] техника практического применения аналитического метода разработана лишь для случая двух источников: для большего числа источников расчетные соотношения в явном виде не получены, а рекомендован графический метод.

В [Л. 2] описан метод нахождения численных значений реактивных токов нескольких групп СД по условию обеспечения минимума потерь в узле нагрузки. Однако этот метод громоздок, так как основан на применении итераций и требует значительных затрат времени на вычисления. В [Л. 3] приведены указания по экономичному выбору источников реактивной мощности и определению загрузки СД реактивным током по условию минимума затрат. Методика [Л. 3] применяется в процессе проектирования систем электроснабжения и выбора электрооборудования. Однако для действующих электроустановок она удобна лишь в случае работы потребителей с неизменной или изменяющейся в малых пределах реактивной нагрузкой.

В тех электроустановках, где потребители работают со значительными изменениями реактивной нагрузки, для обеспечения минимума потерь электроэнергии требуется изменять и реактивные токи СД. При частых и значительных изменениях реактивной нагрузки потребителей, как это имеет место, например, на прокатных станах, изменения реактивных токов СД должны происходить без участия обслуживающего персонала с помощью системы автоматического управления [Л. 4].

Анализ показал, что для построения и настройки систем управления, позволяющих автоматически изменять режим реактивной мощности СД при изменении режима остальных потребителей, соотношения, приведенные в [Л. 1—3], неудобны.

Поэтому потребовалось получить функциональные зависимости между реактивными токами СД и потребителей, которые можно было бы осуществить с помощью достаточно простой схемы и допустимых технических средств. Решение этой задачи для случая с одним СД приведено в [Л. 5 и 6].

В данной статье излагается сущность дальнейшего развития метода [Л. 5 и 6] применительно к узлам нагрузки с любым количеством СД. В качестве исходной примем схему узла нагрузки, приведенную в [Л. 5]. Такой узел нагрузки является наиболее характерным элементом систем электроснабжения прокатных цехов металлургических заводов, а также других предприятий и поэтому взят за основу дальнейшего изложения.

Будем считать, что параметры всех  $m$  синхронных двигателей, подключенных к шинам узла нагрузки вместе с  $n$  прочими потребителями, известны. Определим реактивные токи каждого из  $m$  СД, при которых суммарные потери электроэнергии в узле нагрузки будут иметь минимальное значение. Реактивный ток будем принимать положительным, если он отстающий, и отрицательным, если он опережающий по отношению к напряжению сети.

На основании [Л. 6] потери в  $k$ -м синхронном двигателе

$$P_{dk} = P_{\text{пост}k} + P_{ak} - \frac{D_{1k}}{Q_{hk}} I_{p,dk} U_{\text{ш}} \sqrt{3} + \frac{D_{2k}}{Q_{hk}^2} (I_{p,dk} U_{\text{ш}} \sqrt{3})^2, \quad (1)$$

а суммарные потери во всех  $m$  СД, трансформаторе и эквивалентном сопротивлении сети энергосистемы

$$P_{\Sigma} = 3r_{\Phi,c} \left( \sum_{i=1}^n I_{ai} + \sum_{k=1}^m I_{a,dk} \right)^2 + 3r_{\Phi,c} \left( \sum_{i=1}^n I_{pi} + \right.$$

$$+ \left( \sum_{k=1}^m I_{p,dk} \right)^2 + P_{ж.c} - \sqrt{3} U_{ш} \sum_{k=1}^m \frac{D_{1k}}{Q_{hk}} I_{p,dk} + \\ + 3U_{ш}^2 \sum_{k=1}^m \frac{D_{2k}}{Q_{hk}^2} I_{p,dk}^2. \quad (2)$$

В выражениях (1), (2) и далее по тексту принятые обозначения полностью соответствуют обозначениям [Л. 5 и 6].

Продифференцировав уравнение (2)  $m$  раз по реактивному току каждого из  $m$  СД и приравняв нулю полученные выражения, получим  $m$  уравнений вида

$$A_k I_{p,dk} + B \left( \sum_{i=1}^n I_{pi} + \sum_{k=1}^m I_{p,dk} \right) - C_k = 0, \quad (3)$$

где

$$A_k = 6U_{ш}^2 \frac{D_{2k}}{Q_{hk}^2}; \quad B = 6r_{ф.c}; \quad C_k = \\ = \sqrt{3} U_{ш} \frac{D_{1k}}{Q_{hk}}; \quad k = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (4)$$

Решив уравнение (3), получим значения реактивных токов каждого из  $m$  СД, при которых обеспечивается минимум потерь электроэнергии, т. е. минимум целевой функции:

$$I_{p,dk} = -\lambda_{pk} \sum_{i=1}^n I_{pi} + I_{*k}, \quad (5)$$

где

$$\lambda_{pk} = \frac{1}{A_k \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} + \dots + \frac{1}{A_k} + \dots + \frac{1}{A_m} + \frac{1}{B} \right)}. \quad (6)$$

$$I_{*k} = \frac{\left( \frac{C_k - C_1}{A_1} + \frac{C_k - C_2}{A_2} + \frac{C_k - C_3}{A_3} + \dots + \frac{C_k - C_m}{A_m} \right) + \frac{C_m}{B}}{A_k \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} + \dots + \frac{1}{A_k} + \dots + \frac{1}{A_m} \right) + \frac{A_k}{B}}. \quad (7)$$

Из выражений (4)–(7) видно, что для определения реактивных токов каждого из  $m$  СД, обеспечивающих минимум суммарных потерь электроэнергии узла нагрузки, достаточно располагать для каждого двигателя параметрами  $D_1$  и  $D_2$ , приводимыми в справочной литературе [Л. 3 и др.].

Реализация полученных уравнений (5) обеспечивается схемой управления, структура которой приведена в [Л. 5]. При этом сигнал с выхода блока суммирования должен подаваться на задающие входы регуляторов реактивного тока каждого СД по индивидуальным каналам.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сыромятников И. А. Режимы работы асинхронных и синхронных электродвигателей. — М.: Госэнергоиздат, 1963. 528 с.
- Никулин Н. А., Трошин В. А., Тюханов Ю. М. Расчет режима возбуждения синхронных двигателей, обеспечивающего минимум потерь электроэнергии. — Электричество, 1965, № 4, с. 8–13.
- Указания по компенсации реактивной мощности в распределительных сетях. — М.: Энергия, 1974. 72 с.
- Орел О. А., Зильберблат М. Э. Автоматизация режима возбуждения синхронных электродвигателей главных приводов черновых клетей непрерывного широкополосного стана. — В кн.: Автоматизированный электропривод в народном хозяйстве. — Труды V Всесоюзной конференции по автоматизированному электроприводу. — М.: Энергия, 1971, т. III, 189 с.
- Орел О. А. Регулирование реактивной мощности крупного синхронного двигателя. — Электричество, 1976, № 3, с. 77–78.
- Орел О. А. О регулировании реактивной мощности крупного синхронного двигателя. — Электричество, 1979, № 3, с. 73.

[18.10.79]



УДК 621.315.2.048.001.4

## Особенности пробоя и ресурсные испытания импульсных кабелей с полиэтиленовой изоляцией

[ЛЫСАКОВСКИЙ Г. Г.], канд. техн. наук, ПИЛЬЩИКОВ В. Е., инж.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Кабели с полиэтиленовой изоляцией (ПЭИ), которыми оснащаются мощные электрофизические установки, обычно работают в режиме повторяющихся с частотой 1 Гц и менее импульсов напряжения при весьма высоких рабочих напряженностях у поверхности жилы ( $E_{раб} = 30-40$  кВ/мм). При этом требуемый рабочий ресурс  $n_{раб} = 10^4-10^5$  импульсов, допустимая вероятность пробоя в рабочем режиме не превышает  $P_{раб} = 10^{-2}$  при длине  $l_{раб} = 10-30$  м.

Импульсные кабели эксплуатируются, как правило, в лабораторных условиях и защищены от агрессивного воздействия окружающей среды (например, влаги). Этот режим существенно отличается от основного режима работы кабелей общезаводского назначения (длительное воздействие напряжения промышленной частоты, возможное проникновение влаги и т. д.). В то же время методы высоковольтных (в частности, ресурсных) испытаний импульсных кабелей с ПЭИ основываются на положениях и нормах, уже существующих [Л. 1 и 2] или вновь разрабатываемых [Л. 3 и 4] для энергетических кабелей. В настоящее время проводятся исследования методов испытаний импульсных кабелей

[Л. 5–7], однако имеющиеся данные требуют дополнений и уточнений. В статье излагаются некоторые результаты исследований процессов разрушения экструдированной ПЭИ кабелей и формулируются соображения о методике высоковольтных ресурсных испытаний кабелей такого типа.

Основной задачей ресурсных испытаний является, как известно, оценка  $n_{раб}$  или  $P_{раб}$  при заданных  $l_{раб}$ ,  $E_{раб}$  и форме рабочего импульса напряжения. С целью сокращения длительности и непроизводительных затрат материалов ресурсные испытания проводятся при напряженности  $E_{исп} > E_{раб}$  (т. е. являются ускоренными), ограниченном числе испытуемых отрезков кабеля  $N_{исп}$  (т. е. минимальные величины вероятностей пробоя, оцениваемые испытаниями,  $P_{исп} \approx 1/N_{исп}$  много больше  $P_{раб}$ ), а также при ограниченной длине каждого отрезка  $l_{исп} < l_{раб}$ . Если непосредственным результатом ресурсных испытаний является величина ресурса  $n_{исп} = n_0(E_{исп}, P_{исп}, l_{исп})$ , то конечной задачей является нахождение  $n_{раб} = n_0(E_{раб}, P_{раб}, l_{раб})$ . Очевидно, что для расчета  $n_{раб}$  по  $n_{исп}$  необходима информация о закономерностях изменения ресурса  $n_0$  при вариациях  $E$ ,  $P_0$  и  $l$ .

Существующая методика расчета  $n_{\text{раб}}$  по  $n_{\text{исп}}$  базируется на следующих положениях:

1) допустимая вероятность пробоя  $P_o(n)$  при заданной  $E$  является вейбулловским:

$$P_o(n) = 1 - \exp\{- (n/n_1)^\alpha\}, \quad (1)$$

где  $n_1$  — параметр положения (ресурс, при котором  $P_o = 0,63$ );  $\alpha$  — параметр разброса;

2) зависимость  $n(E)$  при заданной  $P_o$  описывается степенной функцией

$$n_o = AE^{-m}, \quad (2)$$

где  $A, m$  — постоянные.

Если (1) и (2) выполняются и  $\alpha$  не зависит от  $E$  при  $E_{\text{раб}} \leq E \leq E_{\text{исп}}$ , а  $m$  не зависит от  $P_o$  при  $P_o_{\text{раб}} \leq P_o \leq P_o_{\text{исп}}$ , то  $n_{\text{раб}}$  можно рассчитать по формуле:

$$n_{\text{раб}} = n_{\text{исп}} (P_o_{\text{исп}}/P_o_{\text{раб}})^{1/\alpha} (I_{\text{исп}}/I_{\text{раб}})^{1/\alpha} (E_{\text{исп}}/E_{\text{раб}})^m. \quad (3)$$

Для импульсных кабелей с экструдированной ПЭИ соотношения (1) и (2) нельзя считать безусловно справедливыми. Во-первых,  $P_o(n)$  на вейбулловской вероятностной бумаге часто можно аппроксимировать не прямой, а линией, имеющей несколько (в основном, два) прямолинейных участков; во-вторых, часто не выполняются условия постоянства  $\alpha$  и  $m$ . Это объясняется сложностью процесса пробоя, включающего процессы зарождения и развития дендритов из дефектов изоляции и жилы. Можно упрощенно принять, что полный ресурс  $n_o$  складывается из времени  $n_a$  до момента зарождения дендрита и времени  $n_p$  от момента зарождения до полного пробоя [Л. 8 и 9]:

$$n_o = n_a + n_p. \quad (4)$$

Если аппроксимировать экспериментальные зависимости  $n_a(E)$  и  $n_p(E)$  (для заданной вероятности реализации каждого из процессов в отдельности) соотношениями типа (2), то согласно данным настоящей статьи и [Л. 10 и 11] при  $E > 15$  кВ/мм для  $n_a(E)$   $m = 12-20$ , а для  $n_p(E)$   $m = 3-5$ . Кроме того, распределение  $n_a - P_a(n)$  обычно может описываться вейбулловским законом, а для распределения  $n_p - P_p(n)$  более подходящим является логарифмически нормальный закон. Поскольку при разных  $P_o$  и  $E$ , а также в зависимости от конструкции и технологии  $n_o$  может определяться преимущественно величиной  $n_a$  или  $n_p$ , то особенности  $P_o(n)$  и  $n_o(E)$  для импульсных кабелей могут объясняться особенностями каждого из рассматриваемых процессов и наложением одного процесса на другой [Л. 12]. Очевидно, задача ресурсных испытаний может быть выполнена лишь при условии выявления определяющего процесса, изучения вида и параметров распределения и зависимости от напряженности для ресурсных характеристик этого процесса. Такие данные должны быть получены на реальных кабелях или их моделях. В частности, если  $n_a$  и  $n_p$  соизмеримы, то может возникнуть необходимость разделения процессов зарождения и развития непосредственно при ресурсных испытаниях. Данные, полученные на элементарных образцах изоляции (типа игла — игла или

игла — плоскость), следуют признать недостаточными, так как образцы далеки от кабелей по конструкции, технологии изготовления и конфигурации электрического поля.

Если найден способ выделить, например  $n_a$  из общего ресурса  $n_o$ , то после экспериментального нахождения распределений  $P_o(n)$  и  $P_a(n)$  распределение  $P_p(n)$  можно рассчитать по приближенной формуле

$$P_p(n) = P_o(n) / P_a(n), \quad (5)$$

полученной в [Л. 9] исходя из соотношения (2) и композиционного распределения  $P_o(n)$ . Следует, однако, отметить, что формула (5) была проверена только на элементарных образцах ПЭИ и требует дополнительной проверки на кабелях или их моделях.

**Объекты испытаний. Воздействующие напряжения.** В качестве объектов испытаний были использованы образцы кабелей РК-50-11-13, АКПВМ-1/50, АКПВМ-1/60 длиной по 1,25 м и модели с искусственными неоднородностями (типа заусениц и царапин), нанесенных на поверхность жилы кабеля АКПВМ-1/50 перед наложением ПЭИ. Испытания проводились при воздействии напряжения частотой 50 Гц, постоянно-ноге напряжения и многократных импульсов напряжения. Импульсы подавались с частотой 0,5—1 Гц, имели косинусоидальную форму (фронт 0,7—1 мкс, частота собственных колебаний 20—30 кГц, декремент 1,3—1,4), характерную для емкостных накопителей энергии.

**Экспериментальная проверка справедливости формулы (5).** В описываемых опытах напряжение частотой 50 Гц подавалось на модели кабеля с искусственными неоднородностями на жиле. Внешним электродом служила дистиллированная вода, обеспечивающая возможность наблюдения модели с помощью фотоумножителя ФЭУ-37. Технология изготовления моделей обеспечивала отсутствие газовых включений и частичных разрядов в ПЭИ; поэтому до зарождения дендрита регистрировался только темповую фототок фотоумножителя. Момент возникновения дендрита определялся по резкому возрастанию фототока. При воздействии напряжения на каждой модели определялись  $n_a$ ,  $n_p$  и  $n_o$  (в количестве полупериодов напряжения частотой 50 Гц).

На рис. 1 представлены результаты испытаний. По экспериментальным точкам  $n_a$  и  $n_p$  проведены кривые  $P_a(n)$  и  $P_p(n)$ , по которым затем по формуле (5) вычислено  $P_o(n) = P_a(n)P_p(n)$ . Кривая  $P_o(n)$ , показанная штриховой линией на рис. 1, хорошо совпадает с экспериментальными точками  $P_o(n)$ , что подтверждает справедливость формулы (5) для моделей кабелей и с большой вероятностью для реальных кабелей.

Испытания по проверке формулы (5) были проведены при напряжении частотой 50 Гц. Однако есть основания считать, что эта формула справедлива и для импульсного напряжения.

**Методика выявления дендритов и разделения  $n_a$  и  $n_p$  в кабелях.** Эксперименты, целью которых была разработка методики выявления дендритов в реальных кабелях и их моделях, подробно описана в [Л. 11]. На рис. 2 по данным [Л. 11] построена зависимость пробивной напряженности  $E_{\text{пост}}$  при подъеме постоянного напряжения ступенями с длительностью по 1 мин от длины дендрита, предварительно выращенного в модели кабеля. В ранее опубликованных работах (например, [Л. 10]) отмечалось, что дендрит возникает практически скачкообразно длиной 0,1—0,15 мм. Указанную длину можно считать минимально возможной. Из рис. 2 следует, что если подвергнуть кабель воздействию  $E_{\text{пост}} \approx +60$  кВ/мм, то произойдет пробой изоляции, имеющей дендриты. Такое воздействие, следовательно, можно считать выявляющим дендриты. Следует отметить, что  $E_{\text{пост}} \leq +80$  кВ/мм практически не выявляет газовые полости овальной формы или инородные частицы в монолитном диэлектрике. Таким образом, имеется уверенность, что воздействие  $E_{\text{пост}} = +60$  кВ/мм будет выявлять преимущественно дендриты, а не другие дефекты.

С понижением  $E_{\text{пост}}$  или при отрицательной полярности  $E_{\text{пост}}$  эффективность выявления дендритов снижается, т. е. пробой изоляции будет происходить лишь при наличии дендритов с длиной, большей, чем минимальная. Воздействие постоянного постоянного напряжения при  $E_{\text{пост}} \approx +60$  кВ/мм вызывает накопление объемного заряда в ПЭИ, которое может исказить результаты последующих испытаний. В настоящей статье получено, что для ликвидации последствий «выявляющего» напряжения достаточно приложить отрицательное постоянное напряжение при  $E_{\text{пост}} = -(25-35)$  кВ/мм в течение 10 мин.

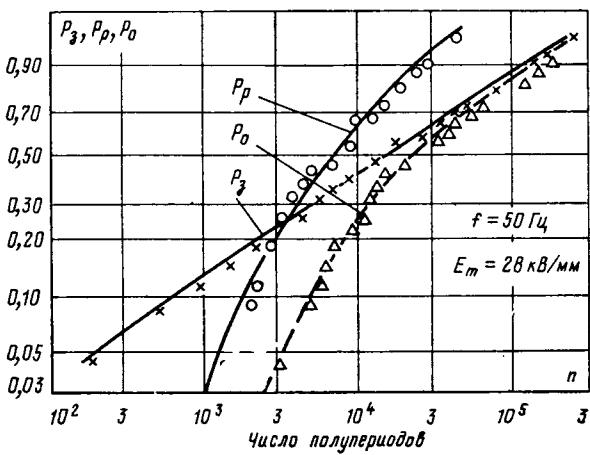


Рис. 1. Распределения времени до зарождения дендритов  $P_a(n)$ , времени развития дендритов  $P_p(n)$  и полного ресурса  $P_o(n)$  для моделей кабеля при переменном напряжении 50 Гц (вейбулловская вероятностная бумага).

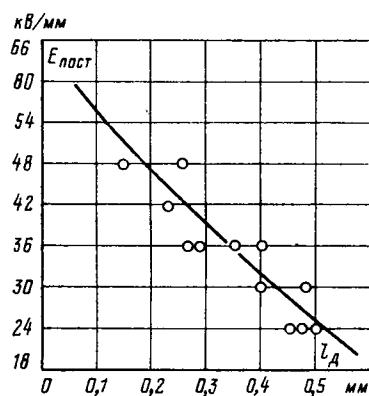


Рис. 2. Зависимость пробивной напряженности  $E_{\text{пост}}$  при одноминутном воздействии постоянного напряжения положительной полярности от длины дендрита  $l_d$  в модели кабеля.

С помощью «выявляющего» постоянного напряжения могут быть разделены процессы зарождения и развития. Для этого в процессе ресурсных испытаний при воздействии многократных импульсов (или переменного напряжения) можно периодически прерывать подачу основного испытательного напряжения и прикладывать «выявляющее» постоянное напряжение. Число импульсов (т. е. время), которое выдержал образец до пробоя при очередном «выявляющем» воздействии, можно считать оценкой  $n_p$  в данном образце. По набору полученных значений  $n_p$  строится распределение  $P_p(n)$  для данной партии образцов или моделей. Распределение  $P_o(n)$  можно найти испытаниями до пробоя только на импульсном (или переменном) напряжении второй такой же партии. Затем  $P_p(n)$  рассчитывается по формуле (5).

**Ресурсные характеристики кабелей и моделей кабелей на импульсах.** На рис. 3 приведены результаты испытаний четырех одинаковых партий по 10 моделям кабеля АКПВМ-1/50 с искусственными неоднородностями. Две партии были испытаны при положительной полярности импульса (первой амплитуды косинусоиды) на жиле и две — при отрицательной. При каждой полярности одна из двух партий испытывалась до пробоя образцов в процессе воздействия только импульсов; при этом было получено распределение полного ресурса  $P_o(n)$  для данной полярности. Вторая партия испытывалась при воздействии импульсов той же полярности, но в процессе испытаний периодически прикладывалось «выявляющее» постоянное напряжение; при этом было получено распределение  $P_p(n)$ . Из данных рис. 3 следует, что полный ресурс модели в условиях опыта определяется величиной  $n_p$ . Дендриты зарождаются на первых же импульсах и независимо от полярности. Можно предполагать, что при повышенных  $E$  ресурс кабеля с явно выраженным дефектами, обеспечивающими быстрое зарождение дендритов, вероятнее всего, будет также определяться величиной  $n_p$ . При отрицательных импульсах  $n_p$  несколько больше, чем при положительных.

**Ресурсные характеристики кабелей** были получены в диапазоне  $E$  от 20 до 55 кВ/мм. Для каждого кабеля при данном значении  $E$  испытывались 2 партии образцов: одна для получения  $P_o(n)$  путем испытаний до пробоя только на импульсах, вторая для получения  $P_p(n)$  с применением «выявляющего» постоянного напряжения. Распределение  $P_p(n)$  далее рассчитывалось по формуле (5) исходя из известных  $P_o(n)$  и  $P_p(n)$ . По полученным распределениям определялись величины  $n_p$  и  $n_o$  при заданном уровне вероятности и строились зависимости  $n_p(E)$  и  $n_o(E)$ . Эти зависимости приведены на рис. 4.

Из рис. 4 следует, что величины  $n_p$  в кабелях различных типов примерно одинаковы при одних и тех же значениях  $E$ , а зависимость  $n_p(E)$  при  $P_p=0,5$  может быть описана соотношением типа (2) при  $m \approx 2,7$ . Распределения  $P_p(n)$  имеют малый разброс, поэтому при  $P_p \approx 0,03-0,05$  зависимость  $n_p(E)$  незначительно сдвигается влево. Все зависимости  $n_p(E)$  построены для диапазона малых вероятностей ( $P_p=0,03-0,05$ ), поскольку именно этот диапазон представляет наибольший интерес. Зависимости  $n_o(E)$  могут быть описаны соотношением типа (2) при  $m=17-20$ .

Существенным обстоятельством, вытекающим из данных рис. 4, является то, что для кабелей типа АКПВМ в области более низких  $E$  (30-40 кВ/мм)  $n_p \gg n_o$ ; таким образом, ресурс этих кабелей в области значений  $E$ , близких к  $E_{\text{раб}}$ , определяется временем до зарождения дендрита. С повыше-

нием  $E$  вследствие разных показателей зависимостей  $n_p(E)$  и  $n_o(E)$  величины  $n_p$  и  $n_o$  сближаются. Для кабеля АКПВМ-1/50  $n_p$  и  $n_o$  становятся соизмеримыми при  $E \approx 50$  кВ/мм; для кабеля АКПВМ-1/60 даже при  $E \approx 50$  кВ/мм  $n_o \gg n_p$ ; последнее объясняется улучшенной технологией кабеля АКПВМ-1/60. Для кабеля РК-50-11-13 значения  $n_o$  и  $n_p$  либо соизмеримы, либо (при более высоких  $E$ )  $n_p \gg n_o$ .

Обработка полученных данных показала, что  $P_p(n)$  во всех случаях подчиняется логарифмически нормальному закону при среднеквадратичном отклонении  $\lg n_p = 0,4-0,6$ . Распределения  $P_o(n)$  могут описываться вейбулловским законом (1) при  $\alpha=0,3-1$  для кабелей типа АКПВМ и  $\alpha=0,6-1$  для кабелей типа РК. На рис. 5 приведены кривые  $P_o(n)$  и  $P_p(n)$  для кабеля АКПВМ-1/50. Следует отметить, что в области больших вероятностей  $n_o \approx n_p$ , а в области малых наблюдаются отклонения  $P_o(n)$  от вейбулловского закона за счет влияния  $n_p$ . На рис. 5 для всех кривых  $P_o(n) \alpha \approx 0,3$ .

**О методике ресурсных испытаний и расчета  $n_{\text{раб}}$ .** В настоящей работе получено, что для сплошной экструдированной ПЭИ попытки эквивалентировать импульсный режим воздействием, например, напряжения 50 Гц той или иной длительности далеко не всегда можно обосновать, так как характер и интенсивность физических процессов при этих воздействиях существенно различаются. Поэтому ресурсные испытания целесообразно проводить при импульсном напряжении.

При выборе режима ускоренных ресурсных испытаний следует, прежде всего, принять во внимание то, какой из процессов (зарождение или развитие дендритов) определяет ресурс в рабочем режиме. Как было показано, для кабелей типа АКПВМ таким процессом является зарождение дендритов, поэтому при  $E=E_{\text{раб}}$   $n_o \approx n_p$ . Если есть уверенность, что при повышенных  $E=E_{\text{исп}}$ ,  $n_o \approx n_p$  и  $P_o(n)$  можно аппроксимировать вейбулловским распределением для  $E=E_{\text{раб}}$  и для  $E=E_{\text{исп}}$  при одинаковых  $\alpha$ , то рабочий ресурс кабеля может

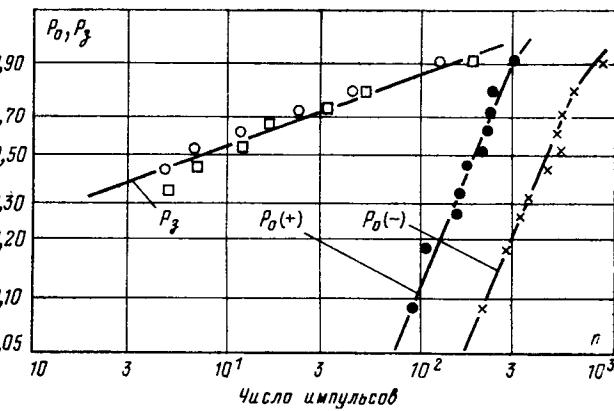


Рис. 3. Распределение числа импульсов до пробоя  $P_o(n)$  и числа импульсов до зарождения дендритов  $P_p(n)$  для моделей кабеля.

$\times - E = -50$  кВ/мм;  $\bullet - E = +50$  кВ/мм;  $\circ$  и  $\square - E = \pm 50$  кВ/мм.

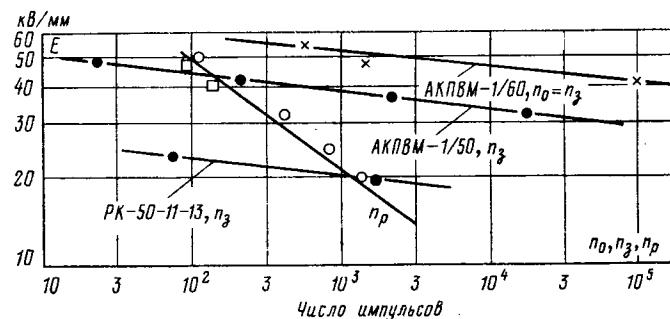


Рис. 4. Зависимости времени до зарождения дендритов  $n_o$  и времени развития дендритов  $n_p$  от напряженности  $E$  для кабелей АКПВМ-1/50, АКПВМ-1/60 и РК-50-11-13.  $n_o$  — при вероятности 0,03;  $n_p$  — при вероятности 0,5;  $\circ$  — кабель РК-50-11-13;  $\square$  — кабель АКПВМ-1/50.

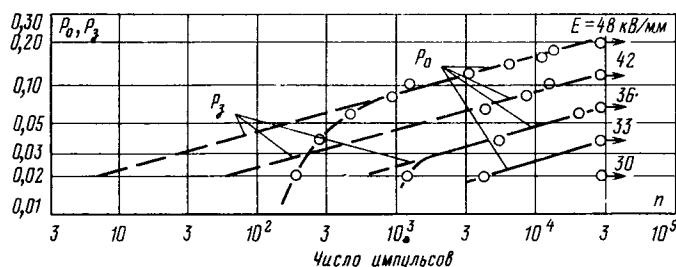


Рис. 5. Распределение числа импульсов до пробоя  $P_o(n)$  и числа импульсов до зарождения дендритов  $P_3(n)$  для кабеля АКПВМ-1/50 при различных напряженостях  $E$ .

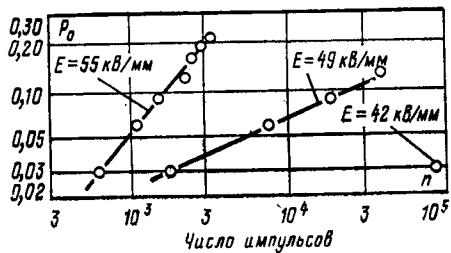


Рис. 6. Распределение числа импульсов до пробоя  $P_o(n)$  для кабеля АКПВМ-1/60 при различных величинах напряженности  $E$ .

быть вычислен по формуле (3) непосредственно по результатам испытаний. Величина показателя  $m$  может быть получена, если испытания проведены при нескольких значениях  $E_{исп}$ .

Для кабеля АКПВМ-1/60 равенство  $n_o = n_3$  выполняется вплоть до весьма высоких значений  $E$ . Кривые распределения  $P_o(n)$  для кабеля АКПВМ-1/60, приведенные на рис. 6, являются, таким образом, одновременно кривыми  $P_3(n)$ . Однако показатели распределения  $\alpha$  при различных  $E$  различны. Для обеспечения запаса по фактической надежности в формулу (3) необходимо подставлять минимальное из значений  $\alpha$ , полученное при испытаниях. В данном случае можно, по-видимому, принять  $\alpha \approx 0,3$ , соответствующее  $E = 49$  кВ/мм. Значение  $m$  можно принять равным 20.

Для кабеля АКПВМ-1/50 положение усложняется тем, что при высоких  $E_{исп}$  величины  $n_3$  и  $n_p$  могут быть соизмеримы. Но, поскольку при  $E = E_{раб}$   $n_o \approx n_3$ , то и расчет  $n_{раб}$  по формуле (3) необходимо проводить, исходя из данных о  $n_3$  при  $E = E_{исп}$ . Таким образом, при ускоренных ресурсных испытаниях кабеля АКПВМ-1/50 необходимо получить распределение  $P_3(n)$ ; с этой целью может быть применено «выявляющее» постоянное напряжение, периодически прикладываемое в процессе импульсных испытаний. Учитывая, что для этого кабеля в широком диапазоне  $E$  значение  $\alpha \approx 0,3$ , а зависимость  $n_3(E)$  имеет показатель  $m \approx 17$ , рабочий ресурс можно вычислить по формуле, аналогичной (3):

$$n_{раб} = n_{3,исп} (P_{исп}/P_{раб})^{1/0,3} (l_{исп}/l_{раб})^{1/0,3} (E_{исп}/E_{раб})^m. \quad (6)$$

Вопрос о методике ресурсных испытаний и расчета  $n_{раб}$  по  $n_{исп}$  для кабелей типа РК по имеющимся данным решать, по-видимому, преждевременно. Согласно [Л. 9] пробой кабеля РК-50-11-13 длиной около 1 м вызывается первым же зародившимся дендритом. Если это положение сохраняется для кабелей большей длины, то расчет  $n_{раб}$  по  $n_{исп}$  не требует учета длины. В противном случае (при развитии нескольких дендритов одновременно) распределение  $P_p(n)$  с увеличением  $l$

может переходить из логарифмически нормального в вейбулловское [Л. 13], и тогда должны учитываться характеристики последнего.

**Выводы.** 1. Для обнаружения дендритов в кабелях со сплошной ПЭИ можно использовать одноминутное воздействие постоянного напряжения при напряженности у жилы  $E \approx +60$  кВ/мм.

2. Для исследованных кабелей зависимости времени до зарождения дендритов  $n_3$  и времени их развития  $n_p$  от  $E$  можно аппроксимировать степенными функциями при показателе степени соответственно 17–20 и 2,7; причем  $n_p$  не зависит от типа кабеля при заданном  $E$ .

3. Распределения  $n_3 - P_3(n)$  подчиняются вейбулловскому закону, а распределения  $n_p - P_p(n)$  — логарифмически нормальному; для распределения полного ресурса  $n_o - P_o(n)$  проверен композиционный закон и справедливость соотношения  $P_o(n) \approx P_3(n) P_p(n)$ .

4. Для кабеля АКПВМ-1/60  $n_o \gg n_p$  при  $E \leq 55$  кВ/мм; для кабеля АКПВМ-1/50 при  $E < 43$  кВ/мм  $n_3 > n_p$ , при  $E > 43$  кВ/мм  $n_3 < n_p$ ; для кабеля РК-50-11-13 при  $E < 20$  кВ/мм  $n_3 > n_p$ , при  $E > 20$  кВ/мм  $n_3 < n_p$ .

5. При импульсных ресурсных испытаниях кабеля АКПВМ-1/60 для расчета ресурса  $n_{раб}$  в рабочем режиме может быть использовано соотношение (3) при  $m \approx 20$  и  $\alpha \approx 0,3$  без специальной проверки соотношения между  $n_3$  и  $n_p$ . Для кабеля АКПВМ-1/50 необходимо определить  $n_3$  (например, с помощью постоянного напряжения при  $E = +60$  кВ/мм);  $n_{раб}$  можно определить по формуле (6) при  $m \approx 17$  и  $\alpha \approx 0,3$ . Для кабеля РК-50-11-13 методика ресурсных испытаний и расчета  $n_{раб}$  зависит от величины рабочей напряженности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Городецкий С. С., Лакерник Р. М. Испытание кабелей и проводов. — М.: Энергия, 1971.
- Белоруссов Н. И., Гроднев И. И. Радиочастотные кабели. — М.: Энергия, 1973.
- Oudin I. M. Cables isolés à haute tension. — Electra, 1974, N 37.
- Arrighi R. Rapport d'activité du Comité détudes N 21 (Câbles à haute tension). — Electra, 1975, N 40.
- Пушков Н. В., Соломник С. С. Вероятностная оценка характеристик изоляции высоковольтных кабелей и проводов. — Электричество, 1972, № 5.
- Испытания высоковольтных малоиндуктивных кабелей/ Г. П. Делекторский, Г. С. Кучинский, Г. Г. Лысаковский и др. — В кн.: Конструирование и исследование высокочастотных кабелей. Л.: Энергия, 1974.
- Важов В. Ф., Дмитревский В. С. Исследование отказов полиэтиленовой изоляции. — Электричество, 1970, № 5.
- Kanaleinsatzzeit und Durchschlagzeit zur Beurteilung des Langzeitverhaltens von Feststoffisolierungen/ W. Mosch, I. Pilling, B. Tschacher, K. Eckholz. — Elektric, 1972, N 11.
- Лапшин В. А., Лысаковский Г. Г. Статистические закономерности пробоя полиэтиленовой изоляции при ограниченном сроке службы. — Изв. вузов. Энергетика, 1973, № 12.
- Лапшин В. А., Лысаковский Г. Г., Чуракова Н. А. Исследование дендритов в полиэтиленовой изоляции кабелей при переменном напряжении промышленной частоты. — Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1973, № 330.
- Пильщиков В. Е. Методика и некоторые результаты исследований зарождения и развития древовидных побегов в кабелях с полиэтиленовой изоляцией. — Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1977, № 357.
- Kutschinski G. S., Lysakowski G. G., Schilin O. W. Alterung der Isolierung von Kondensatoren und Kabeln bei Impulsbeanspruchung. — Elektric, 1978.
- Лысаковский Г. Г. Распределение минимальных сроков службы изоляции при электрическом старении. — Изв. вузов. Электромеханика, 1979, № 4.

[21.05.79]

# Передаточные функции широтно-импульсных преобразователей с учетом свойств первичных источников питания

ВОЛОВИЧ Г. И., канд. техн. наук

Для регулирования напряжения постоянного тока, а также амплитудного регулирования выходного напряжения инверторов широкое распространение получили широтно-импульсные преобразователи (ШИП) постоянного тока, отличающиеся от непрерывных регуляторов постоянного тока высоким к. п. д. и меньшей установленной мощностью элементов.

При проектировании ШИП возникают серьезные трудности в расчете системы управления преобразователем, обусловленные нелинейными характеристиками вентилей, а также дискретным характером процесса управления. Расчет переходных процессов в вентильных преобразователях по усредненным величинам [Л. 1 и 2] с применением коммутационных функций (спектрально-операторный метод) позволяет получить достаточно простое математическое описание динамики ШИП, например, в виде операторной передаточной функции (ОПФ) [Л. 2], которая может быть определена как отношение изображений по Лапласу выходного напряжения ШИП (выходной сигнал) и относительной длительности импульсов ШИП (входной сигнал), обеспечивающее приемлемую для инженерной практики точность для частот управляющего сигнала  $\omega < 0,2\omega_0$ , где  $\omega_0$  — круговая частота импульсов ШИП [Л. 5]. Это дает возможность использовать для анализа динамики регулируемого преобразователя хорошо разработанную линейную теорию автоматического регулирования.

Обычно при выводе ОПФ преобразователя динамические свойства первичного источника питания (ИП) не учитывают, полагая его источником э. д. с. Однако в большинстве практических случаев свойства первичного ИП, а также цепей, связывающих его с преобразователем, могут оказаться существенным влиянием на динамику ШИП. Так, очень часто для сглаживания импульсов тока, потребляемого ШИП от первичной сети, между преобразователем и сетью включают  $LC$ -фильтры, имеющие резонансные частоты, сопоставимые с резонансными частотами фильтров на выходе ШИП. Кроме того, в связи с появлением новых типов полупроводниковых приборов, наблюдается тенденция к повышению частоты импульсов преобразователей до 50 кГц и выше. На таких частотах полное внутреннее сопротивление даже таких характерных источников э. д. с., как серебряно-цинковые аккумуляторы, составляет единицы Ом.

Существенным оказывается также полное сопротивление кабельной сети. В [Л. 3] получены уравнения по усредненным величинам и на основании этих уравнений предложены эквивалентные электрические схемы трех основных типов однотактных ШИП с учетом сглаживающих фильтров на входе преобразователей. Однако область применения этих эквивалентных схем не оговорена, а между тем они справедливы лишь тогда, когда напряжение на входе преобразователя не содержит колебаний с частотой, кратной  $\omega_0$ . Иначе говоря, они справедливы тогда, когда внутреннее сопротивление ИП на частотах, кратных частоте импульсов преобразователя, равно нулю. Пренебрежение этим условием, как будет показано ниже, может привести к неверным выводам.

В данной статье спектрально-операторный метод использован для получения передаточной функции понижающего ШИП с учетом свойств первичного ИП при более общих допущениях. Упрощенная схема однотактного понижающего ШИП представлена на рис. 1. Ключ  $K$  (транзисторный или тиристорный с искусственной коммутацией) замыкается периодически (с периодом  $T$ ). При замыкании ключа диод  $D$  запирается и напряжение первичного ИП через фильтр прикладывается к нагрузке. При размыкании ключа диод открывается и обеспечивает непрерывность протекания тока через дроссель. Соотношение между временем замкнутого состояния ключа и периодом  $T$ , называемое относительной длительностью импульсов  $\gamma$ , определяется среднее значение напряжения на нагрузке в установленном режиме:

$$U_H = \gamma U_{\text{in}},$$

где  $U_{\text{in}}$  — напряжение первичного ИП.

Для схемы ШИП справедливы уравнения:

$$u_{\text{in}}(t) = E - u_{\text{in}}(t); \quad (1)$$

$$u_{\text{in}}(t) = u_{\text{d}}(t) - i_{\text{in}}(t) Z_{\text{dp}}(p); \quad (2)$$

$$i_{\text{in}}(t) = i_{\text{in}}(t) Y_{\text{in}}(p); \quad (3)$$

$$u_{\text{d}}(t) = \rho(t, \gamma) u_{\text{in}}(t); \quad (4)$$

$$i_{\text{in}}(t) = \rho(t, \gamma) i_{\text{in}}(t); \quad (5)$$

$$u_{\text{in}}(t) = i_{\text{in}}(t) Z_{\text{in}}(p), \quad (6)$$

где  $\rho = d/dt$  — оператор дифференцирования;  $Z_{\text{in}}(p)$  и  $Z_{\text{dp}}(p)$  — операторные эквивалентное сопротивление ИП и сопротивление дросселя;  $Y_{\text{in}}(p)$  — операторная проводимость нагрузки;  $E$  — эквивалентная э. д. с. ИП;  $i_{\text{in}}(t)$ ,  $i_{\text{in}}(t)$  — токи источника и нагрузки;  $u_{\text{in}}(t)$ ,  $u_{\text{d}}(t)$ ,  $u_{\text{in}}(t)$  — напряжения ИП, диода и нагрузки соответственно;  $u_{\text{in}}(t)$  — падение напряжения на внутреннем сопротивлении ИП;  $\rho(t, \gamma)$  — коммутационная функция;

$$\rho(t, \gamma) = \begin{cases} 1, & -mT < t \leq (m + \gamma)T; \\ 0, & (m + \gamma)T < t \leq (m + 1)T, \end{cases} \quad (7)$$

На основании уравнений (1)–(6), используя подход, аналогичный [Л. 4], можно построить структурную схему ШИП в виде, представленном на рис. 2. Примем следующие допущения: 1) вентили идеальные; 2) коммутация происходит мгновенно; 3) выходной фильтр обеспечивает идеальное сглаживание тока нагрузки; 4) все пассивные элементы схемы линейны; 5) порядок числителя  $Z_{\text{in}}(p)$  не выше порядка знаменателя (в противном случае при коммутации возможны броски напряжения, которые могут привести к выходу из строя ключа).

Периодически изменяющиеся переменные в импульсной части схемы  $[i_{\text{in}}(t), u_{\text{in}}(t), u_{\text{d}}(t), \rho(t, \gamma)]$  можно представить векторами в базисе  $\{\exp jn\omega_0 t\}$   $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , ортогональном на отрезке  $[0, T]$ , где  $\omega_0 = 2\pi/T$ . Например,

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}(\gamma) = \{\rho_n(\gamma)\},$$

где

$$\rho_n(\gamma) = \frac{1}{T} \int_0^T \rho(t, \gamma) e^{-jn\omega_0 t} dt = \begin{cases} \frac{1}{2\pi n j} (1 - e^{-j2\pi n \gamma}), & n \neq 0; \\ \gamma, & n = 0 \end{cases} \quad (8)$$

представляют собой коэффициенты ряда Фурье в комплексной форме, являющиеся функциями  $\gamma$ . Вектор тока ИП

$$\bar{i}_{\text{in}}(t) = i_{\text{in}}(t) \bar{\rho}(\gamma), \quad \bar{i}_{\text{in}}(t) = \{i_{\text{in}}(t)\}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

Падение напряжения на внутреннем сопротивлении ИП

$$\bar{u}_{\text{in}}(t) = \{u_{\text{in}}(t)\}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10)$$

Предполагаем, что координаты указанных векторов изменяются медленно. В силу линейности  $Z_{\text{in}}(p)$  изображения векторов  $\bar{i}_{\text{in}}(t)$  и  $\bar{u}_{\text{in}}(t)$  связаны уравнением (см. приложение 1)

$$\bar{U}_{\text{in}}(s) = \bar{Z}(s) \bar{I}_{\text{in}}(s), \quad (11)$$

где  $Z(s) = \{Z_{\text{in}}(s + jn\omega_0)\}$  — диагональная матрица,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

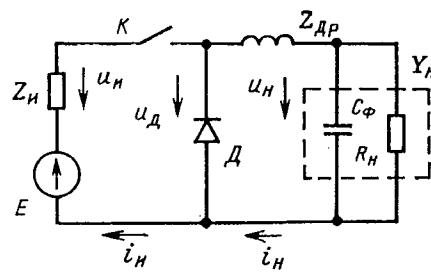


Рис. 1. Схема понижающего однотактного импульсного преобразователя.

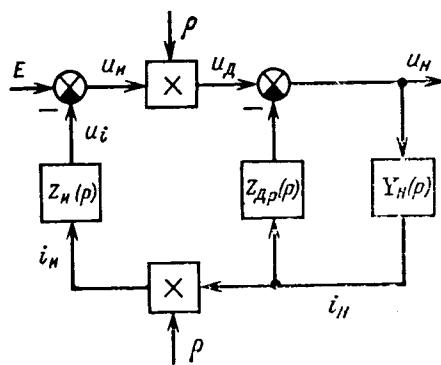


Рис. 2. Структурная схема преобразователя.

Изображение вектора напряжения на выходе ИП

$$\bar{U}_H(s) = \bar{E} - \bar{U}_I(s) = \bar{E} - \bar{Z}(s) \bar{I}_H(s), \quad (12)$$

причем  $\bar{E} = \{E_n\}$ ; в данном случае

$$[E_n] = \begin{cases} E, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$$

Среднее за период импульсов значение напряжения на диоде

$$u_{d, \text{ср}}(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_H(t) \rho(t) dt \quad (13)$$

можно определить как скалярное произведение (см. приложение 2) векторов  $\bar{u}_H$  и  $\rho$ :

$$u_{d, \text{ср}}(t) = \bar{u}_H(t) \cdot \bar{\rho}(\gamma) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{Hn}^*(t) \rho_n(\gamma). \quad (14)$$

Уравнение установившегося режима ( $\gamma = \gamma_0 = \text{const}$ ) найдем из уравнений (9), (12) и (14), полагая  $s = 0$  и учитывая третье допущение:

$$U_{d0} = (\bar{\rho}_0, \bar{E}) - (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(0) \bar{I}_{H0}) = E\gamma_0 - [\bar{\rho}_0, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0] I_{H0}, \quad (15)$$

где  $\bar{\rho}_0 = \rho(\gamma_0)$ ;  $U_{d0}$  — установившееся значение  $u_{d, \text{ср}}(t)$ ;  $\bar{I}_{H0}$ ,  $I_{H0}$  — установившиеся значения вектора тока ИП и тока нагрузки.

Проведем линеаризацию уравнений (9) и (14) в окрестности  $\gamma = \gamma_0$ :

$$\bar{I}_{H0} + \Delta \bar{I}_H(t) = I_{H0} \bar{\rho}_0 + \Delta i_H(t) \bar{\rho}_0 + I_{H0} \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \Delta \gamma(t); \quad (16)$$

$$U_{d0} + \Delta u_{d, \text{ср}}(t) = (\bar{\rho}_0, \bar{U}_{H0}) + (\bar{\rho}_0, \Delta \bar{u}_H(t)) + \left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{U}_{H0} \right) \Delta \gamma(t), \quad (17)$$

где  $\frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} = \frac{\partial \bar{\rho}(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_0}$ ;  $\bar{U}_{H0}$  — установившееся значение вектора выходного напряжения ИП.

Допустимость дифференцирования  $\rho(t, \gamma)$  по  $\gamma$  показана в приложении 3.

Вычтем из (16) и (17) уравнения установившегося режима и преобразуем полученные уравнения по Лапласу:

$$\Delta \bar{I}_H(s) = \Delta I_H(s) \bar{\rho}_0 + I_{H0} \Delta \gamma(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}; \quad (18)$$

$$\Delta u_{d, \text{ср}}(s) = (\bar{\rho}_0, \Delta \bar{U}_H(s)) + \left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{U}_{H0} \right) \Delta \gamma(s). \quad (19)$$

Решая совместно уравнения (12), (18) и (19) и учитывая связь между установившимися значениями  $\bar{I}_{H0}$ ,  $\bar{U}_{H0}$ ,  $I_{H0}$ , по-

лучаем:

$$\Delta U_{d, \text{ср}}(s) = \left\{ E - \left[ \left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0 \right) + \left( \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right) \right] I_{H0} \right\} \Delta \gamma(s) - (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \bar{\rho}_0) \Delta I_H(s). \quad (20)$$

Среднее значение установившегося напряжения нагрузки  $U_{H0}$  равно  $U_{d0}$  (если положить активное сопротивление дросселя равным нулю), а установившийся ток нагрузки

$$I_{H0} = \frac{U_{H0}}{R_H} = \frac{U_{d0}}{R_H}. \quad (21)$$

Используя уравнения (15) и (21), исключаем из (20)  $I_{H0}$ :

$$\Delta U_{d, \text{ср}}(s) = E \left\{ 1 - \frac{\gamma_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0 \right) + \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right]}{R_H + (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0)} \right\} \Delta \gamma(s) - (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \bar{\rho}_0) \Delta I_H(s). \quad (22)$$

Изображения приращений переменных непрерывной части получим, преобразовав по Лапласу уравнения (2) и (3):

$$\Delta U_H(s) = \Delta U_{d, \text{ср}}(s) - Z_{dp}(s) \Delta I_H(s); \quad (23)$$

$$\Delta I_H(s) = Y_H(s) \Delta U_H(s). \quad (24)$$

Решая совместно уравнения (22) — (24), получаем окончательно передаточную функцию ШИП.

$$W(s) = \frac{\Delta U_H(s)}{\Delta \gamma(s)} = E \frac{\frac{\Delta U_H(s)}{\Delta \gamma(s)}}{1 + \frac{\gamma_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0 \right) + \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right]}{R_H + (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0)}} = \frac{1}{1 + [Z_{dp}(s) + (\bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \bar{\rho}_0)] Y_H(s)}. \quad (25)$$

Использование скалярных произведений векторов позволяет наиболее компактно представить ОПФ преобразователя. Скалярные произведения вычисляются обычным образом, например,

$$\left( \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^*(\gamma_0) \frac{\partial \rho_n}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_0} Z_H(s + jn\omega_0), \quad (26)$$

где знак  $*$  означает сопряжение.

Для иллюстрации использования полученных результатов рассмотрим в качестве примера два важных частных случая.

Пример 1. Между ИП и преобразователем включен фильтр, обеспечивающий идеальное сглаживание напряжения на входе преобразователя, так что  $Z_H(s + jn\omega_0) = 0$  для всех  $n \neq 0$ . Тогда в выражении (25) с учетом (8) и (26)

$$\left( \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right) = \gamma_0 Z_H(s) \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_0} = \gamma_0 Z_H(s); \quad \left. \right\} \quad (27)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0 \right) = \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_0} Z_H(0) \gamma_0 = Z_H(0) \gamma_0; \quad \left. \right\} \quad (28)$$

и ОПФ преобразователя

$$W(s) = \frac{R_H - \gamma_0^2 Z_H(s)}{[R_H + \gamma_0^2 Z_H(0)] [1 + Y_H(s) [Z_{dp}(s) + \gamma_0^2 Z_H(s)]]}. \quad (29)$$

На рис. 3 приведены расчетная [по формуле (29)] и экспериментальная логарифмические амплитудные частотные характеристики, а также расчетная фазовая частотная характеристика ШИП при  $Z_{dp}(s) = sL$

$$Z_H(s) = \frac{R_1 + sL_1}{1 + sR_1 C_1 + s^2 C_1 L_1}; \quad Y_H(s) = \frac{1}{R_H} + sC; \quad (30)$$

$$R = 1 \text{ Ом}; \quad L = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Г}; \quad C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}; \quad L_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Г};$$

$$C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}; \quad R_h = 10 \text{ Ом}; \quad E = 15 \text{ В};$$

$$\gamma_0 = 0,7; \text{ частота следования импульсов } f_0 = \frac{1}{T} = 30 \text{ кГц}.$$

**Пример 2.** Сопротивление ИП чисто активное  $Z_u(s) = R_u$ . В этом случае в выражении (25)

$$(\bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \bar{\rho}_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^*(\gamma_0) R_u \rho_n(\gamma_0) = R_u \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^*(\gamma_0) \rho_n(\gamma_0). \quad (31)$$

Учитывая, что, с одной стороны, средний за период  $T$  квадрат ряда Фурье коммутационной функции  $\rho(t, \gamma)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T \rho^2(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) e^{jn\omega_0 t} \right)^2 dt = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^*(\gamma) \rho_n(\gamma), \end{aligned} \quad (32)$$

а с другой стороны, из (7) непосредственно эта же величина

$$\frac{1}{T} \int_0^T \rho^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T dt = \gamma, \quad (33)$$

и, следовательно,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^*(\gamma) \rho_n(\gamma) = \gamma,$$

из (31) при  $\gamma = \gamma_0$  получаем

$$(\bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \bar{\rho}_0) = R_u \gamma_0. \quad (34)$$

Выражение в числителе ОПФ (25)

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma}, \bar{Z}(0) \bar{\rho}_0 \right) + \left( \bar{\rho}_0, \bar{Z}(s) \frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \gamma} \right) = \\ &= R_u \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \rho_n^*}{\partial \gamma} \rho_n + \rho_n^* \frac{\partial \rho_n}{\partial \gamma} \right) = R_u \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial \rho_n^* \rho_n}{\partial \gamma}. \end{aligned} \quad (35)$$

Вынося в левой части (35) знак производной за знак суммы и учитывая (32) и (33), получаем

$$R_u \frac{\partial}{\partial \gamma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n^* \rho_n = R_u \frac{\partial \gamma}{\partial \gamma} = R_u. \quad (36)$$

В этом случае ОПФ преобразователя

$$W(s) = \frac{ER_h}{(R_h + \gamma_0 R_u) \{1 + Y_u(s) [Z_{dp}(s) + \gamma_0 R_u]\}}. \quad (37)$$

На рис. 3 приведены расчетные логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики ШИП при  $R_u = 1 \text{ Ом}$  и  $R_h = 0$  (ИП — источник э. д. с.). Остальные параметры те же, что и в примере 1.

Сравнение (29) и (37) показывает, что наличие пульсаций напряжения на входе ШИП приводит к качественным различиям в передаточных функциях. Так, если использовать (29) для случая  $Z_u(s) = R_u$ , то при  $\gamma_0 = (R_u/R_h)^{1/2}$  ШИП должен становиться неуправляемым, что экспериментом не подтверждается.

Анализ частотных характеристик показывает, что параметры цепи первичного ИП существенно влияют на динамические характеристики ШИП. Так, описание динамики широтно-импульсного модулятора частотной функцией [Л. 2]

$$W_{\text{шим}}(j\omega) = \exp(-j\omega\gamma_0 T) \quad (38)$$

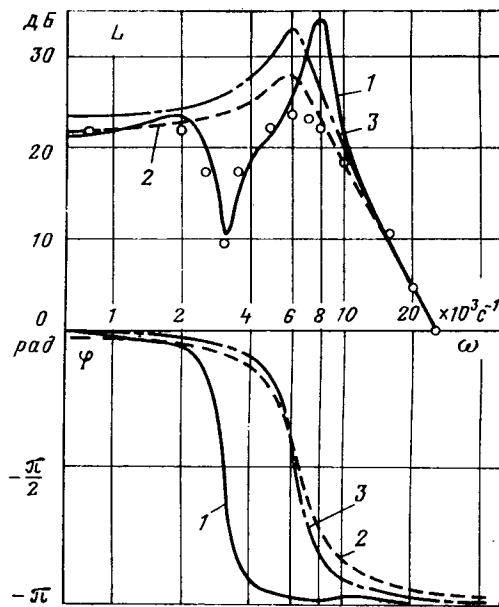


Рис. 3. Логарифмические частотные характеристики преобразователя.

1 — пример 1; 2 — пример 2; 3 — первичный источник — источник э. д. с.;  $\circ$  — экспериментальные точки для примера 1.

позволяет получить значения критического коэффициента усиления разомкнутой системы для рассмотренных примеров. Для примера 1 величина  $K_{kp1} = 0,9$ , для примера 2 значение  $K_{kp2} = 4,5$ , для случая  $Z_u = 0$   $K_{kp} = 2,6$ .

**Приложение 1.** Покажем справедливость уравнения (11). В силу линейности  $Z_u(\rho)$   $n$ -й компонент ряда Фурье функции  $u_i(t)$

$$u_{in}(t) e^{jn\omega_0 t} = \int_0^t i_{in}(t-\tau) e^{jn\omega_0(t-\tau)} z_u(\tau) d\tau, \quad (39)$$

где  $z_u(\tau)$  — импульсная переходная функция сопротивления ИП.

Умножив обе части (39) на  $\exp(-jn\omega_0 t)$  получим:

$$u_{in}(t) = \int_0^t i_{in}(t-\tau) e^{-jn\omega_0\tau} z_u(\tau) d\tau. \quad (40)$$

Преобразуя (40) по Лапласу, найдем связь между координатами векторов в уравнении (11):

$$U_{in}(s) = I_{in}(s) \int_0^{\infty} z_u(t) e^{-jn\omega_0 t} e^{-st} dt = I_{in}(s) Z_u(s + jn\omega_0). \quad (41)$$

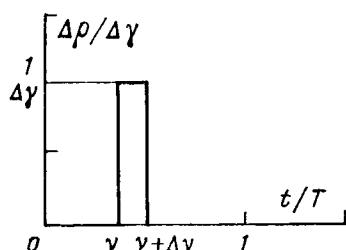
**Приложение 2.** Покажем равенство правых частей (13) и (14). Коммутационная функция может быть представлена рядом Фурье:

$$\rho(t, \gamma) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) e^{jn\omega_0 t}. \quad (42)$$

Тогда правая часть (13)

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) e^{jn\omega_0 t} u_n(t) dt. \quad (43)$$

Поскольку ряд под знаком интеграла сходится равномерно и учитывая, что  $\rho_n(\gamma)$  и  $u_n(t)$  изменяются медленно, знак бесконечной суммы и величину  $\rho_n(\gamma)$  можно вынести за знак

Рис. 4. График  $\Delta\rho/\Delta\gamma = i(t/T)$ .

интеграла:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_n(t) e^{jn\omega_0 t} dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(\gamma) u_{n(-n)}(t) = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{n(-n)}^*(t) \rho_n(\gamma), \quad (14)$$

поскольку

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_n(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = u_{n(-n)}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

есть коэффициент ряда Фурье функции  $u_n(t)$ , т. е.  $n$ -я координата вектора  $u_n(t)$ , а величина  $u_{n(-n)}(t)$  является сопряженной по отношению к  $u_n(t)$ .

С другой стороны, по определению скалярного произведения

$$(\bar{u}_n(t), \bar{\rho}(\gamma)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{n(-n)}^*(t) \rho_n(\gamma). \quad (45)$$

**Приложение 3.** Вычислим частную производную коммутационной функции по параметру  $\gamma$ . Функция  $\rho(t) = \rho(t, \gamma)$ , значению  $\gamma + \Delta\gamma$  соответствует другая функция —  $\rho(t, \gamma + \Delta\gamma)$ . По определению для всех  $t \in [0, T]$

$$\frac{\partial \rho(t, \gamma)}{\partial \gamma} = \lim_{\Delta\gamma \rightarrow 0} \frac{\rho(t, \gamma + \Delta\gamma) - \rho(t, \gamma)}{\Delta\gamma} = \begin{cases} \infty, & t = \gamma T; \\ 0, & t \neq \gamma T. \end{cases} \quad (46)$$



УДК 621.314.26.088

## Реакция RLC-цепи на импульсное напряжение с широтно-импульсной модуляцией

БОБРОВ И. И.

Пермь

При частотных методах измерения с вычитанием нулевой частоты и ряде других случаев, например, при синхронизации [Л. 1 и 2] приходится иметь дело с разностью частот, величина и знак которой изменяются. При этом наряду с величиной всегда требуется надежное определение знака разности частот (весьма затруднительное в окрестности нуля). Решение такой задачи существенно упрощается при использовании реакции RLC-цепи на импульсную последовательность с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Такая последовательность получается путем воздействия сигналов с частотами  $f_1$ ,  $f_2$  (рис. 1) через формирующие устройства 1 и 2 на импульсный элемент  $T$  (триггер). В статье приводится анализ реакции RLC-цепи при определенных условиях, позволяющей легко и точно определять знак разности частот (вплоть до нулевой разности).

График величины под знаком предела в относительном времени представлен на рис. 4. Очевидно, что интеграл в пределах от 0 до 1 от этой величины равен единице, поэтому искомая производная является дельта-функцией. Таким образом, в абсолютном времени

$$\frac{\partial \rho(t, \gamma)}{\partial \gamma} = T \delta(t - \gamma T), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (47)$$

Коэффициент ряда Фурье этой функции

$$\frac{\partial \rho_n(\gamma)}{\partial \gamma} = \frac{1}{T} \int_0^T T \delta(t - \gamma T) e^{-jn\omega_0 t} dt = e^{-jn\omega_0 \gamma T}.$$

**Выводы.** 1. Применение спектрально-операторного метода и методов теории функций позволяет сравнительно просто получить передаточную функцию ШИМ с учетом свойств цепей первичного источника питания и цепей, связывающих источник с преобразователем.

2. Полученная передаточная функция позволяет рассчитать динамику ШИМ по усредненным величинам для широкого класса цепей первичных источников.

3. Параметры цепей первичных источников питания оказывают существенное влияние на динамику ШИМ.

4. Предложенное математическое описание позволяет использовать для анализа экспериментальные частотные характеристики цепей первичного ИП и нагрузки и обеспечивает приемлемую для инженерной практики точность.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толстов Ю. Г., Мерабишвили П. Ф. Исследование установившихся и переходных процессов в вентильных преобразователях (автономных инверторах) по усредненным величинам. — Электричество, 1973, № 7, с. 46—51.

2. Wester G. W., Middlebrook R. D. Low frequency characterization of Switched DC—DC converters. — IEEE Trans. on Aerospace Electronic Systems, 1973, vol. 9, № 3, p. 376—385.

3. Lukens F. E. Linearization of the pulse with modulated converter. — IEEE Power Electronics Specialists Conference, Record, 1974, p. 265—273.

4. Яковлев Б. С. Вопросы взаимодействия систем управления с источниками питания. — В кн.: Устройства электропитания и электропривода малой мощности. — М.: Энергия, 1969, т. 1, с. 5—23.

5. Соболев Л. Б., Соломаха О. Н. Динамические характеристики широтно-импульсных стабилизаторов напряжения. — Электричество, 1977, № 1, с. 86—88.

[24.01.79]

$U_{d1}$  определяются разностью фаз в дискретные моменты времени:

$$\left. \begin{aligned} t_{n1} &= n\Delta t = \frac{T}{2\pi} \varphi; \\ U_{d1} &= E \frac{t_{n1}}{T} = E \frac{\varphi}{2\pi}; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$pT_s \leq t \leq (p+1)T_s, \quad P = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $n=1, 2, 3, \dots, N$  — номер импульса в последовательности;  $N=T_s/T$  — число импульсов в последовательности за время  $T_s$ ;  $\Delta t = \frac{T_1 T}{T_s}$  — увеличение длительности импульса в течение  $T$  (длительность первого импульса);

$$T = T_2 = T_1 + \Delta t; \quad T_1 = \frac{1}{f_1}; \quad T_2 = \frac{1}{f_2}.$$

При дальнейшем анализе принято, что частоты  $f_1, f_2$  близки по величине и постоянны, т. е.:

$$T = \text{const}; \quad \Delta t = \text{const}; \quad \Delta t \ll T. \quad (4)$$

При постоянной амплитуде импульсов  $E$  имеет место ШИМ второго рода [Л. 3]. Техническая сторона обеспечения постоянства амплитуды импульсов  $E$  не представляет затруднений, поэтому в статье не рассматривается. При этом в течение периода скольжения  $T_s$  величина  $t_{n1}$  линейно возрастает от 0 до  $T_1$ , повторяясь в каждом периоде. Такая импульсная последовательность, обозначенная  $\Phi_1(t)$ , и соответствующее ей напряжение  $U_{d1}$ , приведены на рис. 2. Ступенчатые согласно (3) графики  $U_{d1}, U_{d2}$  (пунктир) заменены прямыми, поскольку величина ступенек при условии (4), мала, а сами  $U_{d1}, U_{d2}$  введены лишь для иллюстрации скачков в точках  $t=pT_s$ .

На другом выходе  $Q$  триггера длительность импульсов  $t_{n2}$  и среднее значение напряжения  $U_{d2}$  определяются разностью  $2\pi - \varphi$ :

$$\left. \begin{aligned} t_{n2} &= T - n\Delta t = T \frac{2\pi - \varphi}{2\pi}; \\ U_{d2} &= E \frac{t_{n2}}{T} = E \frac{2\pi - \varphi}{2\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Длительность импульса  $t_{n2}$  на выходе  $Q$  изменяется от максимальной величины  $T_1$  в начале периода скольжения до нуля в конце  $T_s$  (рис. 2). Такая импульсная последовательность обозначена  $\Phi_2(t)$ . Ей соответствует среднее значение напряжения  $U_{d2}$ .

При смене знака разности частот, т. е. при  $f_1 < f_2$  на выходе  $P$  будет уже импульсная последовательность вида  $\Phi_2(t)$ , а на выходе  $Q$  — вида  $\Phi_1(t)$ . В этом легко убедиться, изменив соотношение периодов  $T_1$  и  $T_2$ , на рис. 2. На каждом выходе триггера при смене знака разности частот происходит изменение вида импульсной последовательности. Следовательно, на  $RLC$ -цепь, подключенную к одному из выходов, воздействует либо импульсная последовательность  $\Phi_1(t)$  (при одном знаке  $f_s$ ), либо  $\Phi_2(t)$  (при другом знаке  $f_s$ ). При определенном соотношении элементов  $R, L, C$  реакция цепи на  $\Phi_1(t)$  будет резко отличаться от реакции на  $\Phi_2(t)$ . В частности, можно получить приближенную производную от средних значений  $U_{d1}, U_{d2}$  по времени, не выделяя при этом средних значений.

Анализ процессов в  $RLC$ -цепи при воздействии  $\Phi_1(t)$ . В течение каждого импульса напряжение на конденсаторе  $u_c$  и ток  $i$  в цепи изменяются по следующим законам [Л. 4]:

$$\left. \begin{aligned} u_c(t) &= \frac{I'_0/C - k_2(I'_0 - E)}{k_1 - k_2} e^{k_1 t'} - \\ &- \frac{I'_0/C - k_1(U'_0 - E)}{k_1 - k_2} e^{k_1 t'} + E \\ i(t) &= \frac{I'_0 k_1 - C k_1 k_2 (U'_0 - E)}{k_1 - k_2} e^{k_1 t'} - \\ &- \frac{I'_0 k_2 - C k_1 k_2 (U'_0 - E)}{k_1 - k_2} e^{k_2 t'}; \\ 0 \leq t' \leq n\Delta t, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

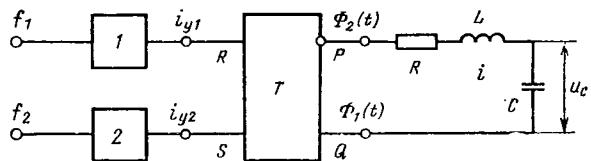


Рис. 1.

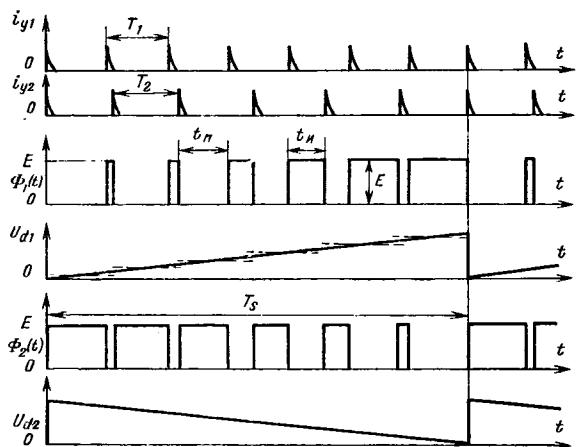


Рис. 2.

где  $t'$  — время от начала импульса;  $U'_0, I'_0$  — напряжение и ток к началу импульса (при  $t'=0$ );

$$k_1, k_2 = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}, \quad \frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \quad (7)$$

— вещественные корни характеристического уравнения (комплексные корни в статье не рассматриваются).

В течение каждой паузы напряжение  $u_c^n$  и ток  $i^n$  изменяются по законам:

$$\left. \begin{aligned} u_c^n(t) &= \frac{I''_0/C - k_2 U''_0}{k_1 - k_2} e^{k_1 t''} - \frac{I_0/C - k_1 U''_0}{k_1 - k_2} e^{k_2 t''}; \\ i^n(t) &= \frac{I''_0 k_1 - C k_1 k_2 U''_0}{k_1 - k_2} e^{k_1 t''} - \\ &- \frac{I''_0 k_2 - C k_1 k_2 U''_0}{k_1 - k_2} e^{k_2 t''}; \\ 0 \leq t'' \leq T - n\Delta t, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $t''$  — время от начала паузы;  $U''_0, I''_0$  — напряжение и ток в начале паузы (при  $t''=0$ ).

Следует заметить, что при переключении триггера значение общего сопротивления  $R$  несколько изменяется. Однако эту разницу можно свести к минимуму при соответствующем построении триггера и  $RLC$ -цепи. Для упрощения анализа в статье принята модель триггера постоянной структуры, обуславливающая равенство  $R$  (следовательно и корней  $k_1, k_2$ ) как при импульсе, так и при паузе.

Значения напряжения  $u_c$  и тока  $i$  зависят от корней  $k_1, k_2$  (от величины  $RLC$ ), от соотношений длительности импульсов  $t_1$  и пауз  $t_2$ , а также от начальных условий  $U_0, I_0$ . Для любого момента времени напряжение  $u_c(t)$  и ток  $i(t)$  можно найти, многократно используя формулы (6) и (8) [Л. 4]. Однако выражения для мгновенных значений чрезвычайно громоздки и не наглядны. В большинстве случаев достаточно знать огибающую значений тока или напряжения в конце каждого импульса (или каждой паузы). Эти значения тока и напряжения представляют решетчатые функции  $I(n), U(n)$  непрерывных функций  $i(t), u_c(t)$  с точками съема  $t_d$  в конце каждого импульса (паузы) [Л. 3]:  $t_d=nT$ .

Значения  $I(n), U(n)$  находятся при помощи системы разностных уравнений, связывающих величины  $I(n), U(n)$  со значениями  $I(n+1), U(n+1)$  (рис. 3). Для составления системы

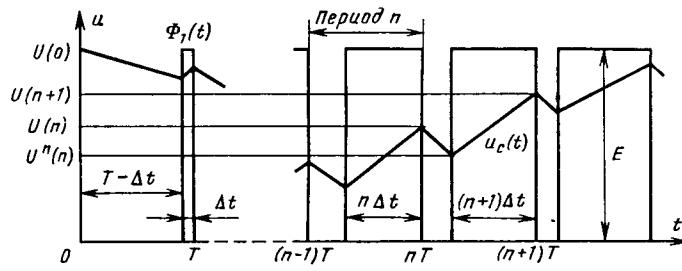


Рис. 3.

разностных уравнений рассматриваются функции  $i(t)$ ,  $u_c(t)$  в интервале между концами  $n$ -го и  $(n+1)$ -го импульсов:  $nT \leq t \leq (n+1)T$ .

Значения  $I(n)$ ,  $U(n)$  являются начальными условиями для  $(n+1)$ -й паузы, а  $I''(n)$ ,  $U''(n)$  — для  $(n+1)$ -го импульса. Подставив в (8)  $U(n)$ ,  $I(n)$  вместо  $U''_0$ ,  $I''_0$  можно найти  $U''(n)$ ,  $I''(n)$ , которые нужно подставить в (6) вместо  $U'_0$ ,  $I'_0$ . После вычислений найдем систему неоднородных разностных уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} U(n+1) + AU(n) - BI(n) = Q(n); \\ I(n+1) + HU(n) - DI(n) = P(n), \end{array} \right\} \quad (9)$$

где  $U(n)$ ,  $I(n)$  — искомые решетчатые функции, представляющие значение тока  $i(t)$  и напряжения  $u_c(t)$  в точках  $n = t/T$ ;  $Q(n)$ ,  $P(n)$  — известные функции от  $n$  [Л. 3]:

$$\left. \begin{array}{l} Q(n) = E + E_2 e^{k_1 \Delta t (n+1)} - E_1 e^{k_2 \Delta t (n+1)}; \\ P(n) = I_m [e^{(n+1) k_1 \Delta t} - e^{(n+1) k_2 \Delta t}]; \end{array} \right\} \quad (10)$$

$A$ ,  $B$ ,  $H$ ,  $D$  — постоянные коэффициенты:

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{k_2 e^{k_1 T} - k_1 e^{k_2 T}}{k_1 - k_2}; \quad B = \frac{e^{k_1 T} - e^{k_2 T}}{C(k_1 - k_2)}; \\ D = \frac{k_1 e^{k_1 T} - k_2 e^{k_2 T}}{k_1 - k_2}; \quad H = \frac{C k_1 k_2 (e^{k_1 T} - e^{k_2 T})}{k_1 - k_2}; \end{array} \right\} \quad (11)$$

$$E_1 = \frac{E k_1}{k_1 - k_2}; \quad E_2 = \frac{E k_2}{k_1 - k_2}; \quad I_m = \frac{E C k_1 k_2}{k_1 - k_2}. \quad (12)$$

Система уравнений сравнительно легко решается при помощи дискретного преобразования Лапласа.

Начальные условия  $U(0)$ ,  $I(0)$  — величины тока и напряжения в начале  $T_s$  (при  $n=0$ ) — определяются значениями  $U(N)$ ,  $I(N)$  предыдущего периода скольжения:

$$U(0)|_p = U(N)|_{p-1}; \quad I(0)|_p = I(N)|_{p-1}. \quad (13)$$

Точное исследование начальных условий выходит за рамки статьи ввиду громоздкости. Однако при рассмотрении графика  $U(n)$  на рис. 3 можно установить, что при выполнении условий (4) значение  $U(N)$  достигает величины, близкой к  $E$ . Аналогично можно установить, что при этом  $I(N)$  приближается к нулю. Эти данные подтверждаются и более общим анализом (не приводим в статье) при выполнении определенных условий. Поэтому для упрощения анализа расчетная модель в статье охватывает один период скольжения  $T_s$ , для которого приняты начальные условия:

$$U(0)|_p = U(N)|_p = E; \quad I(0)|_p = I(N)|_p = 0. \quad (14)$$

Произведя дискретное преобразование Лапласа [Л. 3] с учетом начальных условий (14), можно получить систему уравнений для изображений:

$$\left. \begin{array}{l} (e^q + A) U^*(q) - BI^*(q) = Q^*(q); \\ HU^*(q) + (I^q - D) I^*(q) = P^*(q), \end{array} \right\} \quad (15)$$

где  $U^*(q)$ ,  $I^*(q)$  — изображения решетчатых функций  $U(n)$ ,  $I(n)$ ;  $Q^*(q)$ ,  $P^*(q)$  — изображения функций  $Q(n)$ ,  $P(n)$ :

$$\left. \begin{array}{l} Q^*(q) = E e^q + \frac{E e^q}{e^q - 1} + \frac{E_2 e^{k_1 \Delta t}}{e^q - e^{k_1 \Delta t}} - \frac{E_1 e^{k_2 \Delta t}}{e^q - e^{k_2 \Delta t}}; \\ P^*(q) = I_m \left[ \frac{e^{q k_1 \Delta t}}{e^q - e^{k_1 \Delta t}} - \frac{e^{q k_2 \Delta t}}{e^q - e^{k_2 \Delta t}} \right]. \end{array} \right\} \quad (16)$$

Из системы (15) можно найти  $U^*(q)$  и  $I^*(q)$ :

$$U^*(q) = \frac{Q^*(q) (e^q - D) + B P^*(q)}{(e^q + A) (e^q - D) + B H};$$

$$I^*(q) = \frac{(e^q + A) P^*(q) - H Q^*(q)}{(e^q + A) (e^q - D) + B H}.$$

Подставляя значения  $Q^*(q)$ ,  $P^*(q)$  из (16), значения коэффициентов из (11) и произведя соответствующие преобразования, значения  $U^*(q)$ ,  $I^*(q)$  можно представить в виде, удобном для обратного преобразования:

$$U^*(q) = \frac{E_1 e^q}{L_2} - \frac{E_2 e^q}{L_1} + \frac{e^q [E e^q - E_1 e^{k_1 T} + E_2 e^{k_2 T}]}{L_1 L_2 (e^q - 1)} + \frac{E_2 e^{q k_1 \Delta t}}{L_1 (e^q - e^{k_1 \Delta t})} - \frac{E_1 e^{q k_2 \Delta t}}{L_2 (e^q - e^{k_2 \Delta t})}; \quad (17)$$

$$I^*(q) = \frac{I_m e^{q k_1 \Delta t}}{L_1 (e^q - e^{k_1 \Delta t})} - \frac{I_m e^{q k_2 \Delta t}}{L_2 (e^q - e^{k_2 \Delta t})} - \frac{I_m (e^{k_1 T} - e^{k_2 T}) e^q}{L_1 L_2} - \frac{I_m (e^{k_1 T} - e^{k_2 T}) e^q}{L_1 L_2 (e^q - 1)}, \quad (18)$$

где

$$L_1 = e^q - e^{k_1 T}, \quad L_2 = e^q - e^{k_2 T}.$$

Оригиналы изображений (17) и (18), являющиеся решетчатыми функциями  $U(n)$  и  $I(n)$  можно найти по формулам разложения [Л. 3]. После преобразования решетчатые функции  $U(n)$ ,  $I(n)$  можно привести к удобному для анализа (в том числе и на ЭВМ) виду:

$$U(n) = E_1 e^{k_2 n T} - E_2 e^{k_1 n T} + E_1 \frac{1 - \gamma_2 e^{k_2 n \Delta t}}{1 - e^{k_2 T}} (1 - e^{k_2 n T}) - E_2 \frac{1 - \gamma_1 e^{k_1 n \Delta t}}{1 - e^{k_1 T}} (1 - e^{k_1 n T}); \quad (19)$$

$$I(n) = I_m \left[ \frac{1 - \gamma_2 e^{k_2 n \Delta t}}{1 - e^{k_2 T}} (1 - e^{k_2 n T}) - \frac{1 - \gamma_1 e^{k_1 n \Delta t}}{1 - e^{k_1 T}} (1 - e^{k_1 n T}) \right] - I_m (e^{k_1 n T} - e^{k_2 n T}), \quad (20)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{(1 - e^{k_1 T}) (1 - e^{k_1 n T})}{(1 - e^{k_1 T}) (1 - e^{k_1 n T})};$$

$$\gamma_2 = \frac{(1 - e^{k_2 T}) (1 - e^{k_2 n T})}{(1 - e^{k_2 T}) (1 - e^{k_2 n T})}.$$

При малой разности частот и учете (4)  $\gamma_1 \approx 1$ ,  $\gamma_2 \approx 1$ . Значения  $U(n)$ ,  $I(n)$  представляют комбинации двух экспонент с показателями  $k_1 n T$  и  $k_2 n T$ . В зависимости от соотношения корней  $k_1$ ,  $k_2$  формы кривых  $U(n)$ ,  $I(n)$  могут быть самыми различными. Выбирая определенным образом корни  $k_1$ ,  $k_2$ , можно задавать необходимую форму  $U(n)$ ,  $I(n)$ . Так, выражения (19) и (20) можно существенно упростить, если корни выбрать из условия

$$|k_2 T| \ll 1; \quad |k_1 T| \ll 1. \quad (21)$$

Тогда, разложив в (19) и (20) экспоненты в ряд с учетом (21), находим:

$$U(n) = \frac{n \Delta t}{T} [E_1 (1 - e^{k_2 n T}) - E_2 (1 - e^{k_1 n T})] + [E_1 e^{k_2 n T} - E_2 e^{k_1 n T}]; \quad (22)$$

$$I(n) = \left( \frac{n \Delta t}{T} - 1 \right) I_m [(1 - e^{k_2 n T}) - (1 - e^{k_1 n T})]. \quad (23)$$

Подставляя в (22) и (23) значение  $\Delta t$  из (3) и учитывая условия (4), решетчатые функции  $U(n)$  и  $I(n)$  можно пред-

ставить в удобном для анализа виде:

$$U(n) = E_1 e^{k_2 n T} - E_2 e^{k_1 n T} + \frac{n T}{T_s} [E_1 (1 - e^{k_2 n T}) - E_2 (1 - e^{k_1 n T})]; \quad (24)$$

$$I(n) = \left( \frac{n T}{T_s} - 1 \right) I_m [1 - e^{k_2 n T} - (1 - e^{k_1 n T})]; \quad (25)$$

$$0 \leq n \leq N \quad (0 \leq n T \leq T_s).$$

Реакция  $RLC$ -цепи на  $\Phi_2(t)$ . При смене разности частот на  $RLC$ -цепь будет воздействовать  $\Phi_2(t)$  (см. рис. 2). Нахождение решетчатых функций производится аналогично рассмотренному только длительности пауз и импульсов в системах (6) и (8) согласно (5) будут другие:

$$t_{ii} = T - (n+1) \Delta t; \quad t_{ii} = n \Delta t.$$

Соответственно при составлении разностных уравнений (9) используется отрезок времени

$$n T - n \Delta t \leq t \leq (n+1) T - (n+1) \Delta t;$$

$$n T_1 \leq t \leq (n+1) T_1.$$

Другими будут и начальные условия, полученные таким же путем, как и (14):

$$U(0) = 0; \quad I(0) = 0.$$

После выполнения промежуточных вычислений решетчатые функции  $U(n)$ ,  $I(n)$  при воздействии на цепь  $\Phi_2(t)$  могут быть представлены в аналогичном (24) и (25) виде:

$$U(n) = \left( 1 - \frac{n T}{T_s} \right) [E_1 (1 - e^{k_2 n T}) - E_2 (1 - e^{k_1 n T})]; \quad (26)$$

$$I(n) = \left( 1 - \frac{n T}{T_s} \right) I_m [(1 - e^{k_2 n T}) - (1 - e^{k_1 n T})]; \quad (27)$$

$$0 \leq n \leq N \quad (0 \leq n T \leq T_s).$$

На рис. 4 точками представлены дискреты решетчатых функций (24)–(27), определяющие величины токов и напряжений в дискретные моменты времени. Кривая 1 — соответствует уравнению (27). Кривая 3 — уравнению (25), кривые 5 и 6 — уравнениям (24) и (26) соответственно. При этом каждая дискрета  $I(n)$  или  $U(n)$  представляет предельное (максимальное) значение тока или напряжения на данном дискретном интервале, поскольку концом интервала является конец импульса. Поэтому плавные кривые, соединяющие точки дискрета, являются огибающими максимальных значений. О характере изменения тока и напряжения внутри любого дискретного интервала  $n T \leq t \leq (n+1) T$  ( $0 \leq n \leq N$ ) дает представление рис. 3, а точные значения тока и напряжения могут быть найдены из уравнений (6) и (8) с использованием найденных дискрет в качестве начальных условий.

Для некоторых практических задач достаточно найти лишь решетчатые функции  $I^n(n)$ ,  $U^n(n)$  в конце пауз (см. рис. 3) и с их помощью построить огибающие минимальных значений. Такие огибающие минимальных значений токов (в конце пауз) представлены на рис. 4 кривыми 2 и 4.

Из анализа кривых 1, 2 и 3, 4 следует, что в самом начале периода скольжения  $T_s$  (в течение нескольких дискретных интервалов  $T$ ) огибающие 1 и 3 практически совпадают



УДК 621.318.3.001.24

## Расчет электромагнитной пондеромоторной силы в рабочей зоне железоотделителей с плоскомеридианным магнитным полем

СМОЛКИН Р. Д., канд. техн. наук, САЙКО О. П., инж.

Ворошиловград

Для извлечения случайных ферромагнитных предметов из сыпучих материалов (угля, цемента и т. д.) широко применяются электромагнитные железоотделители постоянного тока шкивного и барабанного типов. Особенностью этих аппаратов является наличие двухполюсной магнитной системы, поле которой в рабочей зоне (пространстве над полюсами) можно

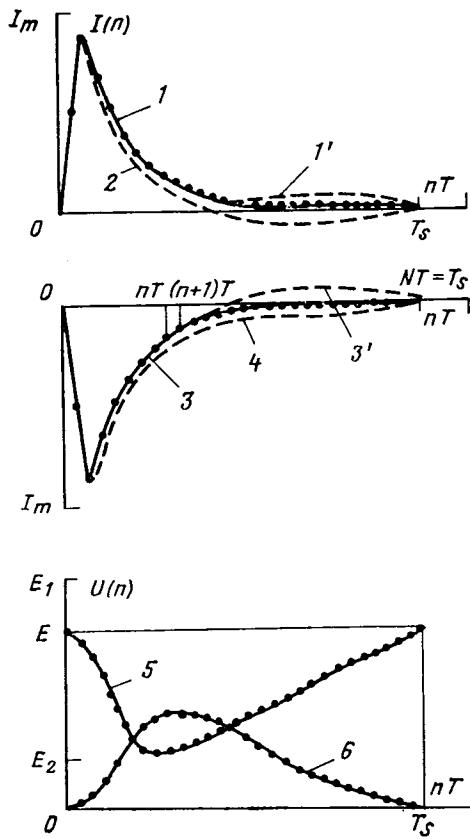


Рис. 4.

с непрерывными функциями импульсов тока  $i(t)$ . Величина и полярность этих импульсов тока приближенно соответствуют производной от средних значений напряжений  $U_{d1}$ ,  $U_{d2}$  по времени, что позволяет надежно определять знак разности частот. Экспериментальные исследования подтверждают полученные теоретические результаты. Лишь во второй части периода скольжения экспериментальные огибающие дискрет (кривые 1', 3') несколько медленнее сходятся к нулю, чем кривые 1 и 3.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 147678 (СССР). Способ синхронизации/ Бобров И. И. Опубл. в Б. И., 1962, № 11.
2. Бобров И. И. Импульсный автоматический синхронизатор. — Электричество. 1967, № 3.
3. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963.
4. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. — М.: Советское радио, 1954.

[29.01.80]

считать плоскомеридианным.

Магнитное поле пондеромоторных сил этих аппаратов [Л. 1 и 2] принято характеризовать вектором

$$\vec{F}_\Delta = H_\nabla H, \quad (1)$$

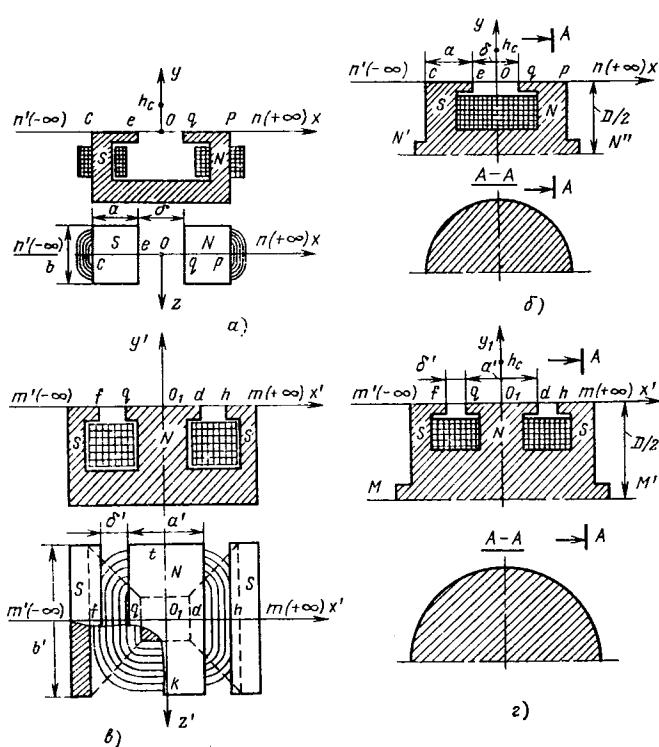


Рис. 1. Магнитные системы электромагнитных железоотделителей. Двухполюсные: *a* — с плоскопараллельным полем; *b* — с плоскомеридианым полем (точка *z* соответствует координате  $x = \frac{\delta + a}{2}$ ); Ш-образные: *c* — с плоскопараллельным полем; *d* — с плоскомеридианным полем.

где  $H$  — модуль напряженности магнитного поля, создаваемой в рассматриваемой точке рабочей зоны электромагнитного железоогделителя;  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$  — оператор Гамильтона.

Вектор  $\vec{F}_v$  в дальнейшем мы будем называть для сокращения записи просто силой и ограничимся рассмотрением случаев плоскопараллельных и плоскомеридианых магнитных полей.

Согласно уравнению (1) для вычисления силы  $\vec{F}_v$  необходимо определить величину  $H$ , аналитический расчет которой в случае плоскомеридианного магнитного поля представляет собой трудноосуществимую задачу. В случае плоскопараллельного магнитного поля такая задача при некоторых упрощающих ее допущениях относительно геометрии магнитной системы и насыщенности магнитопровода ( $\mu = \infty$ ) поддается аналитическому расчету [Л. 3]. Поэтому решить поставленную задачу можно, если определить способ пересчета напряженности магнитного поля, создаваемого двухполюсной электромагнитной системой с плоскопараллельным полем (рис. 1, *a*) на напряженность плоскомеридианного магнитного поля, создаваемого магнитной системой, образованной таким же профилем полюсов путем вращения их вокруг оси  $N'N''$  (рис. 1, *b*). Физический смысл рассматриваемого перехода легче проследить на примере двух Ш-образных магнитных систем, образующих соответственно плоскопараллельное (рис. 1, *c*) и плоскомеридианное (рис. 1, *d*) магнитные поля.

В [Л. 2 и 3] доказано, что при качественном изучении распределения напряженности магнитного поля в пространстве над полюсами Ш-образной магнитной системы (рис. 1, *c*) или двухполюсной модели (рис. 1, *a*) можно рассмотреть иллюстрированное поле, образованное в плоскости  $x'0'y'$  (рис. 1, *c*) тремя магнитно-заряженными проводящими нитями  $gd$ ,  $fm'$

и  $hm$  с постоянными потенциалами  $\varphi_m$ , соответственно равными (в относительных единицах)  $-1$ ,  $+1$  и  $+1$ , причем длина линий  $fm'$  и  $hm$  неограничена и точки  $m$  и  $m'$  являются бесконечно удаленными. Вдоль линий  $fg$  и  $dh$  выполняется условие  $\frac{d\varphi_m}{dn} = 0$ , и их, как было показано в [Л. 2 и 3] при при-

ближенном описании поля, можно считать линиями индукции.

В случае плоскопараллельного поля двухполюсной магнитной системы (рис. 1, *a*) аналогично было показано, что для качественного описания поля в рабочей зоне железоотделителя достаточно рассмотреть поле, создаваемое двумя магнитно-заряженными конечной длины нитями  $ce$  и  $qr$ , вдоль длины которых выполняется условие  $\varphi_m = \text{const}$ . Потенциалы этих нитей (в относительных единицах) соответственно равны  $+1$  и  $-1$ .

В [Л. 2 и 3] также было показано, что при приближенном описании поля линии  $cn'$ ,  $eq$  и  $rp$  можно считать линиями индукции, и тогда вдоль этих линий будет выполняться условие  $\frac{d\varphi_m}{dn} = 0$ . Нетрудно видеть, что при таких граничных

условиях в силу дуальности иллюстрированных полей при рассмотрении поля в рабочей зоне двухполюсной (рис. 1, *a*) и Ш-образной (рис. 1, *c*) магнитных систем эти задачи являются взаимно-обратными по отношению друг к другу и при соотношении  $\delta/a = a'/\delta'$  характер изменения напряженности магнитного поля будет в обоих случаях один и тот же. Поэтому способ перехода от плоского поля к плоскомеридианному рассмотрим на примере двух Ш-образных магнитных систем, обладающих соответственно плоскопараллельным (рис. 1, *c*) и плоскомеридианным (рис. 1, *d*) магнитными полями.

Обычно при описании плоскомеридианых полей пользуются цилиндрическими координатами ( $z$ ,  $r$ ,  $\varphi$ ). Однако если описать это поле в одной из меридианских плоскостей, то оси  $z$  и  $r$  можно рассматривать, как оси  $x$  и  $y$  обычной декартовой системы координат. Это позволяет использовать уравнения, полученные для описания плоскопараллельного поля, в тех же обозначениях при использовании их для рассмотрения плоскомеридианного поля.

Для двухполюсной (рис. 1, *b*) и Ш-образной (рис. 1, *d*) иллюстрированных магнитных систем введем те же буквенные обозначения, что и для аналогов с плоскопараллельным полем на рис. 1, *a* и 1, *c*, соответственно. Если теперь вдоль линий  $tm'$  и  $np'$  плоскомеридианых магнитных систем наложит те же граничные условия, что и для аналогов с плоскопараллельным полем, то для приближенного качественного описания плоскомеридианых полей этих систем можно воспользоваться уравнениями, полученными в [Л. 2 и 3] для описания двухполюсных и Ш-образных магнитных систем с плоскопараллельным полем.

Однако эти уравнения можно дополнить условиями, которые позволяли бы их использовать и для расчета плоскомеридианых полей рассматриваемой здесь разновидности магнитных систем.

Для этого заметим, что в силу симметрии Ш-образных магнитных систем (рис. 1, *c* и *d*) ось  $O_1y'$  является линией индукции. Если через эти оси провести секущие плоскости нормально плоскости чертежа, то в сечении получим соответственно прямоугольник и круг с картинами линий индукции в этих сечениях, схематично представленными на рис. 2, *a* и *b* (на рис. 2, *a* картина линий индукции показана такой, как

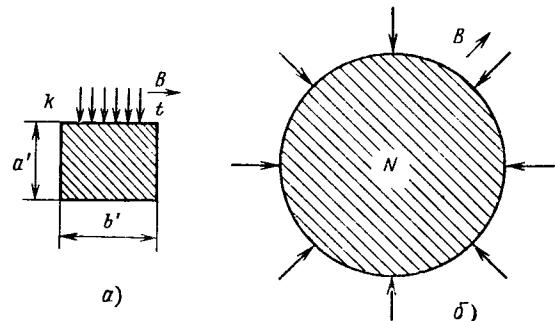


Рис. 2. Картина линий индукции Ш-образных магнитных систем в секущей плоскости, проходящей через ось  $O_1y'$ . *a* — с плоскопараллельным полем; *b* — с плоскомеридианым полем.

если бы точки  $k$  и  $t$  соответствовали координатам  $+\infty$  и  $-\infty$  на оси  $z$ ). Если положить, что характер линий индукции, приведенных на рис. 2, а и б, соблюдается и в сколь угодно малой области вблизи оси  $O_1y'$  хотя бы в пределах высоты  $h_c$  рабочей зоны железоотделителя (обычно величина  $h_c$  равняется толщине слоя сепарируемого материала и для наиболее производительных в настоящее время аппаратов составляет около 30 см), а величину напряженности магнитного поля характеризовать плотностью линий индукции, приходящихся на единичную поверхность, то для рассматриваемых нами магнитных систем для любых двух точек, лежащих на оси  $O_1y'$  и равнодistantных от точки  $O_1$ , можно написать:

$$H^* \approx H \frac{D}{D+2y}, \quad (2)$$

где  $H^*$  — модуль напряженности плоскомеридианного магнитного поля (рис. 1, г);  $H$  — модуль напряженности плоскопараллельного магнитного поля (рис. 1, в);  $D$  — диаметр магнитной системы шкивного железоотделителя.

Величина  $1/2(D+2y)$  представляет собой фактически расстояние от оси симметрии  $MM'$  до исследуемой точки, в которой определяется напряженность. Выражение (2) легко понять, если учесть, что согласно рис. 2, б густота линий индукции, приходящихся на единицу длины окружности, будет уменьшаться пропорционально расстоянию от центра окружности (оси симметрии  $MM'$ ).

Как уже отмечалось, в силу дуальности плоскопараллельных полей все сказанное относится и к двухполюсным магнитным системам, для которых в случае плоскопараллельного поля и приведенных выше упрощающих предположений относительно геометрии магнитной системы при качественном описании поля в рабочей зоне можно написать [Л. 3]:

$$H = \frac{V_\delta}{\delta} c_H = \frac{V_\delta}{\delta} \frac{1}{K \sqrt[4]{AB}}; \quad (3)$$

$$F_{v_x} = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} c_{F_x} = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} \frac{2}{K^2} \frac{(x^2 + y^2 - 1) B + k^2 (x^2 k^2 + k^2 y^2 - 1) A}{(AB)^{3/2}} x; \quad (4)$$

$$F_{v_y} = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} c_{F_y} = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} \frac{2}{K^2} \frac{(x^2 + y^2 + 1) B + k^2 (k^2 x^2 + k^2 y^2 + 1) A}{(AB)^{3/2}} y, \quad (5)$$

где  $V_\delta$  — разность магнитных потенциалов, приложенных к концам полюсов разноименной полярности;  $c_H$  — безразмерный коэффициент напряженности магнитного поля;  $K$  — полный эллиптический интеграл;  $A = 1 - 2(x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)^2$ ;  $B = 1 - 2k^2(x^2 - y^2) + k^4(x^2 + y^2)$ ;  $x$ ,  $y$  — координаты точек поля в долях  $\delta/2$ ;  $k = \frac{\delta}{\delta + 2a}$  — модуль полного эллиптического интеграла;  $F_{v_x}$ ,  $F_{v_y}$  — составляющие  $x$ ,  $y$  силы  $\vec{F}_v$ ;  $c_{F_x}$ ,  $c_{F_y}$  — безразмерные коэффициенты составляющих  $x$ ,  $y$  силы  $\vec{F}_v$ .

Анализ экспериментальных значений напряженности магнитного поля, полученных в [Л. 4] для шкивных железоотделителей в широком диапазоне изменения их геометрических параметров, позволил внести поправку в выражение (2) и получить с учетом уравнения (3) следующее выражение для расчета напряженности магнитного поля двухполюсной плоскомеридианной магнитной системы вдоль оси  $Oy$  (рис. 1, б):

$$H^* = H \frac{D}{D+y} = \frac{V_\delta}{\delta} c_H \frac{D}{D+y}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что при  $D \rightarrow \infty$   $H^* = H$ , что и должно выполняться для плоскомеридианных магнитных систем с большим диаметром. Дальнейшая обработка экспериментальных данных [Л. 4] позволила использовать выражение (6) в ка-

честве базового и аппроксимировать их следующим аналитическим выражением для расчета напряженности магнитного поля во всей рабочей зоне двухполюсных шкивных железоотделителей:

$$H^* = H \frac{D}{D+y} M = \frac{V_\delta}{\delta} c_{H^*}, \quad (7)$$

где

$$M = 1 + \Gamma E; \quad (8)$$

$$\Gamma = 0,595 \alpha^2 + (0,0079 \beta y + 0,0257) \alpha + 0,041; \quad (9)$$

$$E = 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \gamma; \quad \alpha = \frac{h}{D}; \quad \beta = \frac{8x - 3h - 2}{8}; \quad \gamma = \frac{8x - h - 6}{0,08}; \quad (10)$$

$h = \frac{\delta + 2a}{\delta/2}$  — величина полюсного шага в долях  $\delta/2$ ;  $c_{H^*}$  — безразмерный коэффициент напряженности плоскомеридианного магнитного поля.

Уравнение (6) является частным случаем уравнения (7), и при  $x=0$  уравнение (7) переходит в уравнение (6). Действительно, при  $x=0$

$$E|_{x=0} = 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2 + \alpha/\delta}{0,02}.$$

Рассмотрим два предельных случая:

$$\alpha \ll \delta - E = \lim_{\alpha/\delta \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2 + \alpha/\delta}{0,02} \right) = 0;$$

$$\alpha \gg \delta - E = \lim_{\alpha/\delta \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2 + \alpha/\delta}{0,02} \right) = 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \infty = 0,$$

следовательно, во всем интервале  $0 \leq \alpha/\delta \leq \infty$  при  $x=0$  величина  $E=0$ ,  $M=1$  и уравнение (7) переходит в уравнение (6).

В табл. I приведены значения коэффициента напряженности  $c_{H^*}$  плоскомеридианного магнитного поля двухполюсного шкивного железоотделителя, полученные расчетным [по уравнению (7)] и опытным (по данным [Л. 4]) путями. Из табл. I следует, что максимальная погрешность расчета не превосходит 8% (исключение составляют всего лишь две точки).

На специально изготовленной физической модели двухполюсного шкивного железоотделителя была проведена дополнительная проверка точности расчета напряженности магнитного поля, даваемая уравнением (7). Полученные при этом опытные кривые распределения напряженности магнитного поля в рабочей зоне модели были сопоставлены с аналогичными расчетными кривыми (рис. 3). В этом случае максимальная погрешность составила 12,84%, а в большинстве точек погрешность не превосходила 9%, что вполне допустимо для практического использования.

Особый интерес представляет вопрос вычисления магнитной силы, определяющей эффективность работы железоотделителя. Согласно уравнениям (1) и (7) для составляющих  $x$ ,  $y$  силы  $F_{v_A}$  плоскомеридианного поля соответственно имеем:

$$F_{v_x}^* = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} \frac{D^2 HM}{(D+y)^2} \left( \frac{\partial H}{\partial x} M + \frac{\partial M}{\partial x} H \right) = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} c_{F_x}^*; \quad (11)$$

$$F_{v_y}^* = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} \frac{D^2 HM}{(D+y)^2} \left( \frac{\partial H}{\partial y} M + \frac{\partial M}{\partial y} H - \frac{HM}{D+y} \right) = \frac{V_\delta^2}{\delta^3} c_{F_y}^*, \quad (12)$$

где

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{V_\delta}{\delta^2} \frac{(AB)^{1/4}}{K} c_{F_x}; \quad \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{V_\delta}{\delta^2} \frac{(AB)^{1/4}}{K} c_{F_y}; \quad (13)$$

Таблица 1

D/δ	z/δ	Номер точки	Значения коэффициента напряженности $c_{H^*}$ и его погрешности											
			y = 0,1			y = 0,2			y = 0,3			y = 0,4		
			P	0	П, %	P	0	П, %	P	0	П, %	P	0	П, %
7	4	1	0,453	0,455	-0,44	0,276	0,275	+0,36	0,176	0,177	-0,56	0,119	0,120	-0,83
		2	0,454	0,465	-2,37	0,261	0,245	+6,53	0,169	0,175	-3,43	0,111	0,120	-7,50
		3	0,278	0,300	-7,33	0,195	0,206	-5,34	0,134	0,142	-5,63	0,095	0,102	-6,86
		4	0,253	0,247	+2,43	0,158	0,163	-3,07	0,111	0,117	-5,13	0,083	0,088	-5,38
7	8	1	0,295	0,300	-1,67	0,143	0,140	+2,14	0,082	0,081	+1,23	0,052	0,054	-3,70
		2	0,276	0,280	-1,43	0,133	0,130	+2,31	0,078	0,081	-3,70	0,052	0,054	-3,70
		3	0,156	0,160	-2,50	0,105	0,107	-1,87	0,064	0,069	-7,25	0,045	0,047	-4,26
		4	0,129	0,126	+2,38	0,080	0,080	0,00	0,055	0,056	-1,79	0,040	0,043	-6,93
3	4	1	0,422	0,420	+0,48	0,243	0,235	+3,40	0,147	0,145	+1,38	0,095	0,100	-5,00
		2	0,424	0,437	-2,97	0,230	0,232	-0,86	0,142	0,144	-1,39	0,089	0,096	-7,29
		3	0,302	0,326	-7,36	0,199	0,200	-0,50	0,130	0,123	+5,69	0,087	0,084	+3,57
		4	0,259	0,260	-0,38	0,153	0,161	-4,97	0,103	0,107	-3,74	0,073	0,076	-3,95
3	8	1	0,260	0,262	-0,76	0,115	0,116	-0,86	0,061	0,066	-7,58	0,037	0,042	-11,90
		2	0,243	0,255	-4,71	0,106	0,108	-1,85	0,058	0,060	-3,33	0,038	0,041	-7,32
		3	0,165	0,172	-4,07	0,100	0,102	-1,96	0,059	0,058	+1,72	0,037	0,036	+2,78
		4	0,141	0,133	+6,02	0,080	0,077	+3,90	0,053	0,049	+8,16	0,036	0,037	-2,70

Примечание. Р—расчет, О—опыт, П—погрешность; положение точек приведено на рис. 1,б.

Таблица 2

D/δ	z/δ	Номер точки	Значения коэффициента $c_{F_y^*}$ составляющей $y$ силы $\vec{F}_y$ и его расхождения											
			y = 0,1			y = 0,2			y = 0,3			y = 0,4		
			P <sub>12</sub>	P <sub>4</sub>	P, %	P <sub>12</sub>	P <sub>4</sub>	P, %	P <sub>12</sub>	P <sub>4</sub>	P, %	P <sub>12</sub>	P <sub>4</sub>	P, %
7	4	1	24,840	25,0	-0,6	9,180	9,220	-0,4	3,270	3,160	+3,5	1,310	1,280	+2,3
		2	34,660	36,870	-6,0	8,250	8,580	-3,8	2,930	2,870	+2,1	1,200	1,090	+10,1
		3	7,300	6,420	+13,7	4,390	3,800	+15,5	1,990	1,670	+19,8	0,910	0,740	+22,9
		4	9,700	8,440	+14,9	2,440	2,390	+2,1	1,020	1,050	-2,8	0,490	0,510	-3,9
7	8	1	9,400	9,690	-3,0	1,570	1,540	+1,9	0,420	0,390	+7,7	0,140	0,130	+7,7
		2	8,060	8,480	-4,9	1,420	1,410	+0,7	0,390	0,370	+5,4	0,140	0,120	+16,7
		3	1,050	0,940	+11,7	0,580	0,580	0	0,240	0,240	0	0,094	0,088	+6,8
		4	1,320	1,090	+19,3	0,310	0,310	0	0,130	0,125	+4,0	0,058	0,058	0
3	4	1	24,460	24,220	+1,0	7,380	7,900	+7,1	2,540	2,340	+8,5	0,93	0,84	+10,7
		2	33,030	35,620	-7,3	7,100	7,270	-2,3	2,280	2,170	+5,1	0,850	0,740	+14,9
		3	9,190	10,460	-12,1	4,600	4,690	-1,9	1,880	1,610	+10,6	0,760	0,560	+35,7
		4	11,130	9,140	+21,8	2,580	2,870	-10,1	0,980	1,060	-7,5	0,420	0,410	+2,4
3	8	1	8,190	8,290	-1,2	1,140	1,140	0	0,260	0,270	-3,7	0,080	0,080	0
		2	7,040	7,530	-6,5	1,040	1,080	-3,7	0,250	0,250	0	0,070	0,068	+2,9
		3	1,470	1,550	-5,2	0,640	0,710	-9,8	0,220	0,220	0	0,079	0,060	+31,7
		4	1,800	1,410	+27,6	0,360	0,360	0	0,110	0,120	-8,3	0,046	0,042	+9,5

Примечание. P<sub>12</sub>—расчет по (12), P<sub>4</sub>—опыт; Р—расхождение численного определения величины  $c^*_{F_y}$ ; положение точек приведено на рис. 1,б.

$\frac{\partial M}{\partial x} = 0,0079\alpha y (1 + E) + \frac{200\Gamma}{\pi (1 + \gamma^2)}$ ;  $\frac{\partial M}{\partial y} = 0,0079\alpha\beta E$ ; (14)

$c^*_{F_x}$ ,  $c^*_{F_y}$ —безразмерные коэффициенты составляющих  $x$ ,  $y$  силы  $\vec{F}_y$  для плоскомеридианного поля.

Выбор оптимального соотношения параметров  $h$ ,  $a$  и  $\delta$  электромагнитного шкива при заданном диаметре  $D$  по уравнениям (11) и (12) можно провести, воспользовавшись методикой

[Л. 2], применительно к Ш-образным магнитным системам. Так как в [Л. 4] при определении силы исходили из выражения  $H_y H = H \frac{\Delta H}{\Delta y}$ , что имеет место лишь для точек, лежащих на оси  $Oy$  (рис. 1,б), а в общем случае справедливо только для составляющей  $y$  силы  $\vec{F}_y$ , то в [Л. 4] составляющая  $x$  силы  $\vec{F}_y$  не определялась. Кроме этого, в [Л. 4] величина силы не

определялась опытным путем, а рассчитывался фактически только безразмерный коэффициент  $c^* F_y$  силы по опытным значениям  $H$  конечно-разностным способом, что, как известно, приводит к дополнительным погрешностям [Л. 5 и 6].

Тем не менее, известный интерес представляет сравнение величин коэффициента  $c^* F_y$  и составляющей  $y$  силы  $\vec{F}_v$ , полученных в [Л. 4] со значениями, вычисленными по уравнению (12). В табл. 2 приведены результаты такого сравнения, из которого следует, что в большинстве точек расхождение численного определения величины  $c^* F_y$  двумя способами не превосходит 15%.

Величина электромагнитной пондеромоторной силы  $\vec{F}$  может быть определена и непосредственным измерением по действию магнитного поля на маленький шарик из магнетика. При этом согласно [Л. 2 и 7]

$$\vec{F} = R_m \mu_0 v H_0 \nabla H^* = R_m \mu_0 v \frac{3}{2 + \mu} \vec{F}_v, \quad (15)$$

где  $R_m$  — магнитная восприимчивость вещества;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $v$  — объем шарика;  $H_0$  — напряженность магнитного поля в центре тяжести шарика;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость материала, из которого изготовлен шарик (в долях  $\mu_0$ ).

На рис. 4 представлено устройство для измерения величины  $\vec{F}$ . Оно состоит из координатного устройства 1, на горизонтальном штыре которого укреплена упругая балочка 2 из немагнитного материала. На балочке наклеены два (рабочий и компенсационный) тензодатчики и закреплен неподвижно шарик, выполненный из магнетика. Магнитное поле создается физической моделью магнитной системы 3 (в рассматриваемом случае) шкивного железоотделителя. Шарик под действием электромагнитной пондеромоторной силы магнитного поля физической модели 3, подключенной к источнику, притягивается к магнитной системе, деформируя балочку и меняя электрическое сопротивление тензодатчиков, представляющих собой два плача обычного измерительного моста, для питания которого использовался универсальный источник питания постоянного тока типа УИП-1. Сигнал от тензодатчиков поступает на фотогальванический усилитель, а от него на специальный прибор 4, который и фиксирует усилие. Двумя другими плачами измерительного мостика служат два магазина сопротивления типа Р33.

С помощью описанного устройства была измерена составляющая  $y$  силы  $\vec{F}$  и вычислена составляющая  $y$  удельной электромагнитной силы  $\vec{f}$

$$\vec{f} = \frac{\vec{F}}{m} = v \vec{F}_v, \quad (16)$$

где  $m$  — масса шарика;  $v$  — некоторый коэффициент, зависящий от величины напряженности магнитного поля.

Непосредственными измерениями величин  $F_y$ ,  $H^*$ , а также вычислениями по измеренным значениям  $H^*$  величины  $\nabla H^*$  и последующим расчетом величины  $v$  было установлено, что в диапазоне изменений численных значений напряженности магнитного поля шкивных железоотделителей можно принять  $v = 5,16 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4 \text{ А}^{-2} \text{ с}^{-2}$  (среднее значение). Далее опытным путем было исследовано поле составляющей  $y$  силы  $\vec{F}$  в рабочей зоне физической модели, а затем вычислены численные значения величины  $F_y$ . Результаты этих исследований были сопоставлены со значениями силы  $F_y$ , вычисленными по уравнению (12). Расхождения между опытными и расчетными значениями величины  $F_y$ , как правило, не превосходят 10%

при  $0 < x \leq 3 \text{ см}$ . При значениях  $x > 3 \text{ см}$  расхождение увеличивается, достигая при малых значениях  $y$  ( $y = 8,1; 1,6 \text{ см}$ ) величины  $+35,8\%$ . При больших значениях  $y$  ( $y = 4,8; 6,4 \text{ см}$ ) и  $x > 3 \text{ см}$  это расхождение, как правило, не превосходит 7–14%, что вполне пригодно для практического использования.

В заключении подчеркнем, что описанным способом можно с необходимой для практики точностью измерять составляю-

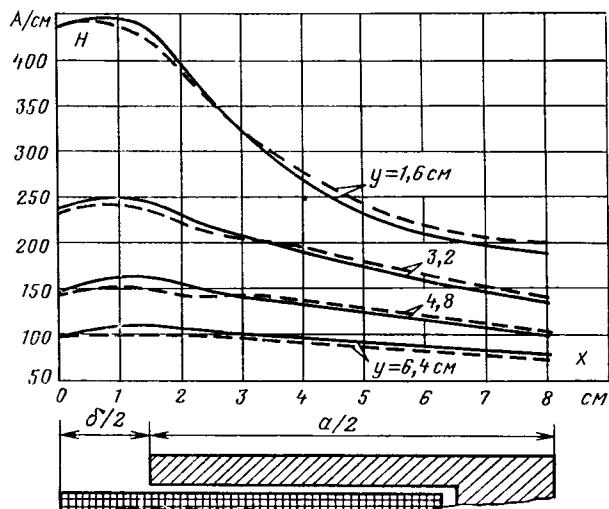


Рис. 3. Кривые распределения напряженности магнитного поля в рабочей зоне физической модели шкивного железоотделителя.

— опыт; — — расчет по уравнению (7).

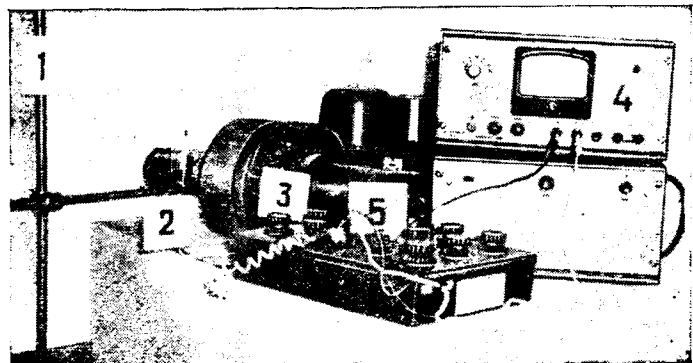


Рис. 4. Устройство для измерения электромагнитной пондеромоторной силы.

1 — координатное устройство; 2 — балочка из немагнитного материала с шариком из магнетика на конце и двумя рабочими тензодатчиками; 3 — физическая модель шкивного железоотделителя; 4 — фотогальванический усилитель типа Ф190/Г с измерительным прибором; 5 — магазины сопротивлений типа Р33.

щие силы  $\vec{F}$ . При определении же затем по уравнениям (11) и (12) составляющих силы  $\vec{F}_v$ , ее необходимо вычислять, причем в погрешность такого расчета будет входить погрешность определения величины  $v$ , выванная определением величины  $\nabla H^*$  конечно-разностным способом.

Более точно определить значения  $v$  в широком диапазоне изменения напряженности магнитного поля можно на физических моделях магнитных систем с гиперболическим профилем полюсов. В таких магнитных системах с небольшим межполюсным воздушным зазором можно получить магнитное поле с постоянным градиентом вдоль оси симметрии магнитной системы, а также практически и в области, достаточно близкой к этой оси [Л. 8]. Это позволит повысить точность определения  $v$ , а следовательно, и точность вычисления величины  $\vec{F}_v$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Файнштейн Э. Г. О некоторых свойствах пондеромоторных сил в потенциальном магнитном поле. — Электричество, 1974, № 3, с. 71–74.
2. К расчету и оценке эффективности Ш-образных магнитных систем подвесных саморазгружающихся электромагнитных сепараторов/ Б. К. Буль, М. С. Захарова, Р. Д. Смолкин, Р. Г. Устинова. — Электротехника, 1976, № 10, с. 54–58.

# Хроника

## ИГОРЬ АЛЕКСАНДРОВИЧ БУДЗКО

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет профессору, доктору технических наук, академику ВАСХНИЛ, заслуженному деятелю науки и техники РСФСР Игорю Александровичу Будзко — видному ученому, одному из создателей науки об электрификации социалистического сельского хозяйства.

И. А. Будзко в 1930 г. окончил Московский электротехникум, а в 1933 г. без отрыва от производства — Московский институт механизации и электрификации сельского хозяйства (ныне МИИСП им. В. П. Горячина). С 1930 г. он работает во Всесоюзном научно-исследовательском институте электрификации сельского хозяйства (ВИЭСХ), где прошел путь от младшего научного сотрудника до директора института. В 1937 г. И. А. Будзко защитил кандидатскую, а в 1949 г.—докторскую диссертации. В 1956 г. избран действительным членом-академиком ВАСХНИЛ. С 1957 по 1962 гг. он — директор ВИЭСХ, с 1960 по 1965 гг.—академик-секретарь Отделения механизации и электрификации сельского хозяйства ВАСХНИЛ, с 1961 по 1965 гг.—вице-президент ВАСХНИЛ.

И. А. Будзко стоял у истоков научной разработки проблем электрификации сельского хозяйства и является одним из основоположников науки об электроснабжении сельскохозяйственных районов. Обоснование методов электрического и механического расчета сельских сетей, автоматическое регулирование напряжения, повышение надежности электроснабжения сельских потребителей, создание средств автоматизации сетей на основе нелинейных элементов, применение в сельском хозяйстве тока повышенной частоты, оптимизация параметров сельских сетей с помощью ЭВМ — таков далеко не полный перечень основ-



ных вопросов, исследованных и решенных лично Игорем Александровичем или под его руководством. На всех этапах электрификации села научные труды И. А. Будзко оказывали существенное влияние на ускорение темпов работ, способствовали экономии ресурсов и повышению эффективности электрификации.

И. А. Будзко создал научную школу по электроснабжению сельского хозяйства, подготовил свыше 40 кандидатов и 6 докторов наук. Результаты научных работ И. А. Будзко обобщены в 7 книгах, более чем в 300 статьях, он имеет свыше 20 авторских свидетельств на изобретения.

И. А. Будзко ведет большую работу по подготовке инженерных кадров для сельской электрификации. С 1948 г. он работает в МИИСП им. В. П. Горячина.

на сначала в должности доцента, затем профессора, а с 1963 г. по настоящее время заведующего кафедрой «Электроснабжение сельского хозяйства», одновременно возглавляя отраслевую научно-исследовательскую лабораторию по повышению надежности электроснабжения сельского хозяйства. Им написан ряд учебников и учебных пособий, вышедших несколькими изданиями. И. А. Будзко является заместителем председателя Научно-методического Совета Минвузов СССР по высшему электроэнергетическому образованию, руководит секцией Научно-методического Совета Главвузов Минсельхоза СССР по электрификации и автоматизации сельского хозяйства.

И. А. Будзко ведет большую научно-организационную работу, возглавляя секцию электроснабжения, электробезопасности и эксплуатации сельских электроустановок ВАСХНИЛ и секцию по электрификации сельского хозяйства Научно-технического Совета Минэнерго СССР. Он — член Совета по энергетике Госкомитета СССР по науке и технике, член президиума общества «Знание» РСФСР, член Центрального управления и председатель Всесоюзной секции электрификации сельского хозяйства НТО энергетики и электротехнической промышленности, член секции Комитета по Ленинским и Государственным премиям СССР в области науки и техники.

И. А. Будзко — член редколлегий журналов «Электричество», «Вестник сельскохозяйственной науки», «Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства».

Производственная, преподавательская и общественная деятельность И. А. Будзко отмечена орденами Ленина, Трудового Красного Знамени, «Знак Почета» и медалями СССР, многими медалями ВСХВ и ВДНХ.

Редакция и редколлегия журнала «Электричество»,  
группа товарищей

3. Захарова М. С., Смолкин Р. Д. О расчете двухполюсных электромагнитных железоотделителей и сепараторов. — В кн.: Обогащение полезных ископаемых. — Киев: Техника, 1972, № 11, с. 51—56.

4. Карташян В. О., Загирняк М. В. Расчет открытых магнитных систем шкивных и барабанных электромагнитных железоотделителей. — Электротехника, 1976, № 10, с. 59—60.

5. Фильчаков П. Ф., Панцишин В. И. Интеграторы ЭГДА. — Киев: изд-во АН УССР, 1961. 172 с.

6. Лурье С. И. О точности измерений градиентов двойными зондами при математическом моделировании полей. — Электричество, 1970, № 2, с. 52—56.

8. Ландау Л. Д., Лифшиц М. Е. Теория поля. — М.: Наука, 1973. 504 с.

9. Дианов И. М. Расчет поля магнитов ускорителей заряженных частиц. — Электромеханика, 1977, № 3, с. 244—248.

## НОВЫЕ СТАНДАРТЫ

### ГОСТ 7217—79. Электродвигатели трехфазные асинхронные. Методы испытаний

Стандарт разработан взамен ГОСТ 7217—66, утвержден постановлением Госстандарта от 5 ноября 1979 г.; срок его действия с 1 января 1981 г. до 1 января 1986 г.

Цель пересмотра — введение требований СТ СЭВ 168—75 в новый стандарт.

В отличие от действующего в новом стандарте введены дополнительные новые виды испытаний трехфазных асинхронных двигателей: на кратковременную перегрузку по врачающему моменту; определение момента инерции ротора и расхода охлаждающего газа; измерение вибрации и уровня шума, а также проверка степени защиты электродвигателя.

В отличие от СТ СЭВ 168—75 в новом стандарте: расширена область распространения стандарта на асинхронные трехфазные электродвигатели без ограничения мощности и напряжения; увеличено время обкатки двигателей; в формуле определения момента короткого замыкания введен коэффициент 0,9, учитывающий действие высших гармоник; приведены формулы определения к. и. д. методом отдельных потерь и аналитическая формула определения номинального тока по результатам опыта, проведенного при напряжении, отличающемся от номинального.

Внедрение стандарта позволит повысить надежность работы трехфазных асинхронных двигателей в результате применения современных методов испытаний.

### ГОСТ 16513—79Е. Провода обмоточные с хлопчатобумажной изоляцией. Технические условия

Стандарт разработан взамен ГОСТ 16513—70, утвержден

постановлением Госстандарта от 14 декабря 1979 г., срок его действия — с 1 января 1981 г. до 1 января 1986 г.

Цель пересмотра — оптимизация размеров проводов.

В отличие от действующего в новом стандарте: уменьшено количество типоразмеров проводов с 1092 до 592; предусмотрены типовые испытания проводов.

Внедрение стандарта позволит унифицировать размерный ряд обмоточных проводов с хлопчатобумажной изоляцией.

### ГОСТ 17242—79. Предохранители плавкие на напряжение до 10 000 В. Общие технические условия

Стандарт разработан взамен ГОСТ 17242—71, утвержден постановлением Госстандарта от 11 декабря 1979 г., срок его введения — 1 января 1981 г.

Цель пересмотра — повышение технических требований к предохранителям.

В отличие от действующего в новом стандарте: введены требования к экспертной продукции и классификации предохранителей;

дополнен ряд номинальных напряжений напряжениями 24 и 36 В; установлен диапазон номинальных токов до 2—2000 вместо 6—1000 А;

введены методики проверки перегрузочной способности и испытаний на надежность;

установлены допустимые превышения температуры по ГОСТ 10434—76, гарантии изготовителя по ГОСТ 22352—77.

Стандарт приведен в соответствие с требованиями СТ СЭВ 5124—75, РС СЭВ 5125—75, РС СЭВ 5126—75.

Внедрение стандарта позволит повысить качество и надежность плавких предохранителей.

Пресс-центр Госстандарта —  
по материалам ВНИИКИ



## УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Редакция журнала «Электричество» предлагает Вашему вниманию имеющиеся в продаже книги издательства «Энергия»: Захаров В. Н., Поступов Д. А., Хазацкий В. Е. СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ: Задание. Проектирование. Реализация. — 2-е изд., перераб. и доп. — 1977. — 424 с., ил. — В пер.: 2 р. 50 к.

В книге обсуждаются проблемы, возникающие при проектировании систем управления промышленными объектами. Описаны основные этапы проектирования от составления задания на разработку до оценки качества реализованной системы. Во второе издание добавлен материал по специальному языку задания работы автоматических систем, близкому по форме языку технолога, методам управления сложными объектами на базе языка, близкого к естественному, а также внутреннему математическому обеспечению для управляющих вычислительных машин.

СОДЕРЖАНИЕ: Разговор с заказчиком. Формализация задания. От формального технического задания к структуре. Переход к реализации. Что получилось в результате.

Адрес магазина: 103031 МОСКВА, ул. Петровка, 15.

Магазин № 8. Отдел «Книга—почтой»  
196066/ЛЕНИНГРАД, Московский пр. 189.

Магазин № 92 «Энергия»

Галахова О. П., Колтик Е. Д., Кравченко С. А. ОСНОВЫ ФАЗОМЕТРИИ. — 1976. — 256 с., ил. — В пер.: 1 р. 17 к.

Содержание: Общие вопросы фазовых измерений. Устройства для измерения сдвига фаз и коэффициента мощности на основе электромеханических преобразователей. Устройства для измерения коэффициента мощности с использованием статических преобразователей с квадратичными характеристиками. Электронные фазометры для измерения сдвига фаз между двумя напряжениями. Фазосдвигающие цепи. Методы и аппаратура для аттестации электронных и электромеханических фазометров.

Рассчитана на специалистов, занимающихся разработкой, проектированием и исследованием электронной и электромеханической фазометрической аппаратуры, а также будет полезна студентам и аспирантам, изучающим проблемы повышения точности и помехоустойчивости измерительной аппаратуры.

Адрес магазина: 103031 Москва, ул. Петровка, 15.

Магазин № 8 «Техника».

## МИХАИЛ МИРОНОВИЧ АКОДИС

После тяжелой болезни скончался доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой техники высоких напряжений Уральского политехнического института им. С. М. Кирова Михаил Миронович Акодис.

М. М. Акодис родился 19 июня 1907 г. в г. Себеже Великолукской области. Инженерная и научная деятельность М. М. Акодиса началась в 1931 г. во Всесоюзном электротехническом институте им. В. И. Ленина после окончания Государственного электромашиностроительного института. В 1933 г. он перешел работать в Донэнерго, сначала в должности руководителя группы перенапряжений Донецкой научно-исследовательской лаборатории, а с 1934 г. — научным руководителем высоковольтной лаборатории Донэнерго. В эти годы М. М. Акодис опубликовал свои первые научные труды по дугогасящим устройствам высоковольтных масляных выключателей, исследованию условий их работы и непрямым методам испытаний, влиянию скорости восстановления напряжения на контактах выключателя на процесс гашения дуги, получившие признание как в нашей стране, так и за рубежом.

В 1941—1942 гг. М. М. Акодис — в рядах Красной Армии, после демобилизации из которой он был направлен в Уральскую энергосистему, где в 1943 г. стал руководителем группы техотдела Главуралэнерго. В 1945 г. М. М. Акодис избирается заведующим кафедрой «Техника высоких напряжений» Уральского политехнического института им. С. М. Кирова и в 1946 г. защищает кандидатскую диссертацию. Одновременно в 1946—1950 гг. он работает шеф-электриком завода «Уралэлектроаппарат», где в этот период ведется расширение производства и разработка новых конструкций мощных высоковольтных выключателей. На этом заводе внедряются нашедшие за



тем широкое применение изобретения М. М. Акодиса, направленные на улучшение работы дугогасящих устройств высоковольтных выключателей. По его инициативе на Урале в 1946 г. организуется выпуск инженеров по электропараллестроению, а позднее и по технике высоких напряжений.

В докторской диссертации, защищенной в 1952 г., М. М. Акодис развивает теорию гашения электрической дуги и искусственных методов испытания дугогасящих устройств выключателей и мощных ионных вентиляй. Использование этих методов позволило ему создать при кафедре ТВН УПИ им. С. М. Кирова проблемную лабораторию электрических аппаратов с крупнейшей установкой для испытания высоковольтных выключателей. В диссертации получили развитие вопросы теории работы вентильных схем, позволившие широко поставить исследования в области созда-

ния мощных полупроводниковых преобразователей частоты для электротехнологии.

Разработанные под руководством М. М. Акодиса конструкции дугогасящих устройств, позволяющие при небольших затратах значительно увеличить отключающую способность масляных и воздушных выключателей, принятые к производству и используются при модернизации выключателей во многих энергосистемах страны.

М. М. Акодис — автор 280 научных работ, в том числе монографии по исследованию восстанавливающихся напряжений на контактах выключателей и более 100 авторских свидетельств на изобретения.

Наряду с большой научно-исследовательской и учебной работой много внимания М. М. Акодис уделял подготовке и воспитанию научных кадров и общественной работе. Он был членом Научного Совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики АН СССР, членом президиума Научно-методического Совета по электромеханике МВ и ССО СССР и Головного Совета по энергетике МВ и ССО РСФСР, членом Научно-технического и Научно-методического Советов по энергетике МВ и ССО СССР, членом редколлегии журнала «Известия вузов. Энергетика», членом Президиума областного управления НТОЭ и ЭП и ряда других советов.

Плодотворная деятельность М. М. Акодиса отмечена семью медалями Советского Союза, рядом почетных грамот и знаков отличия.

Беззаветное служение науке, широкие знания, талант ученого, исключительное трудолюбие и работоспособность снискали М. М. Акодису широкую известность в науке и уважение окружающих. Светлая память о нем навсегда сохранится в нашей памяти и сердцах.

Группа товарищей

# СОДЕРЖАНИЕ

<p>Оранский А. Г.—Вероятностная модель автоматического управления стационарным режимом энергосистемы . . . . . 1</p> <p>Жежеленко И. В., Степанов В. П.—Оценка интервала осреднения при определении расчетных нагрузок . . . . . 8</p> <p>Александров Г. Н., Сергеев А. С.—Оптимальное экранирование опорных изоляционных конструкций электрических аппаратов . . . . . 12</p> <p>Глухивский Л. И.—Основные положения дифференциального гармонического метода расчета периодических процессов в нелинейных цепях . . . . . 17</p> <p>Письменный Э. И.—Эквивалентные электрические параметры слоистых неферромагнитных сред при проникновении импульсного электромагнитного поля . . . . . 22</p> <p>Сафонов Л. Н., Волнянский В. Н., Русаков Л. Г.—Фазовращатели с модуляцией проводимости выходных цепей . . . . . 26</p> <p>Савин А. Г.—Трансформаторно-тиристорные регулируемые преобразователи напряжения переменного тока . . . . . 30</p> <p>Файнштейн Э. Г., Файнштейн В. Г.—Упрощенная импульсная модель вентильного преобразователя . . . . . 34</p> <p>Мустафа Г. М.—Анализ по частям электрических цепей с идеальными ключами . . . . . 39</p>	<p>Черноготский В. М., Джунь Л. П.—Электрическая прочность масляных каналов и изоляция края обмотки трансформатора . . . . . 47</p> <p>Артиухов Е. А.—Фазовращатель на основе синусно-косинусного вращающегося трансформатора с <i>RC</i>-цепью 50</p> <p><b>СООБЩЕНИЯ</b></p> <p>Илиев С.—Метод оценки динамического поведения электроэнергетических систем . . . . . 53</p> <p>Молодцов В. С.—Учет фактора времени в задаче компенсации реактивных нагрузок сложной электрической сети 55</p> <p>Синев В. С.—Схема симметрирования напряжения трехобмоточного тягового трансформатора . . . . . 58</p> <p>Орел О. А.—О регулировании реактивной мощности группы синхронных двигателей . . . . . 60</p> <p><u>Лысаковский Г. Г., Пильчиков В. Е.</u>—Особенности пробоя и ресурсные испытания импульсных кабелей с полиэтиленовой изоляцией . . . . . 61</p> <p>Волович Г. И.—Передаточные функции широтно-импульсных преобразователей с учетом свойств первичных источников питания . . . . . 65</p> <p>Бобров И. И.—Реакция <i>RLC</i>-цепи на импульсное напряжение с широтно-импульсной модуляцией . . . . . 68</p> <p>Смолкин Р. Д., Сайко О. П.—Расчет электромагнитной пондеромоторной силы в рабочей зоне железоизделий с плоскомеридианным магнитным полем . . . . . 71</p> <p><b>ХРОНИКА</b> . . . . . 76</p>
---	--

## CONTENTS

<p>A Stochastic Model for Automatic Control of Power System Steady—State Conditions—A. G. Oranski . . . . . 1</p> <p>Evaluating the Averaging Interval When Determining Design Loads—I. V. Djedjelenko, V. P. Stepanov . . . . . 8</p> <p>Optimum Screening of Supporting Insulation of Electrical Apparatus—G. N. Alexandrov, A. S. Sergeyev . . . . . 12</p> <p>Fundamentals of a Differential Harmonic Method for Calculating Periodic Processes in Non-Linear Circuits—L. I. Glukhivski . . . . . 17</p> <p>Equivalent Electrical Parameters for Laminated Non-Ferromagnetic Media Penetrated by an Electromagnetic Pulse Field—E. I. Pismenny . . . . . 22</p> <p>Phase-Angle Variaacs Having Modulation of the Conductance of the Output Circuits—L. N. Safonov, V. N. Volnyanski, L. G. Rusakov . . . . . 26</p> <p>Transformer-Thyristor Regulated Converters for A. C. Voltage—A. G. Savin . . . . . 30</p> <p>A Simplified Impulse Model for an Electronic Converter—E. G. Feinstein, V. G. Feinstein . . . . . 34</p> <p>Analysis by Parts of Electric Circuits With Ideal Keys—G. M. Mustafa . . . . . 39</p>	<p>The Electric Withstand Strength of Oil Channels and the Insulation of the Edge of a Transformer Winding—V. M. Chernogotski, L. P. June . . . . . 47</p> <p>A Phase-Angle Variac Based on a Sine-Cosine Rotating Transformer With an RC Circuit—E. A. Artiukhov . . . . . 50</p> <p><b>REPORTS</b></p> <p>A Method for Appraising the Dynamic Performance of Power Systems—S. Iliev . . . . . 53</p> <p>Accounting for the Time Factor in the Reactive Load Compensation Problem of a Complex Network—V. S. Mlodtsov . . . . . 55</p> <p>A Scheme for Balancing the Voltages of a Three-Winding Transformer for Traction Networks—V. S. Sinyev . . . . . 58</p> <p>On Reactive Power Regulation for a Group of Synchronous Motors—O. A. Orel . . . . . 60</p> <p>Special Feature of Breakdown and Life Tests of Surge Cables With Polyethelyne Insulation—<u>G. G. Lisakovski, V. E. Pilschikov</u> . . . . . 61</p> <p>Transfer Functions for Pulse-Width Converters With Account Taken of the Properties of the Primary Supply Sources—G. I. Volovitch . . . . . 65</p> <p>Response of an RLC Circuit for a Voltage Surge With Pulse-Width Modulation—I. I. Bobrov . . . . . 68</p> <p>Calculation of the Electromagnetic Ponderomotive Force in the Active Zone of Metal Isolators for a Plane-Meridian Magnetic Field—R. D. Smolkin, O. P. Saiko . . . . . 71</p> <p><b>CHRONICLE</b> . . . . . 76</p>
---	--

## FROM OPERATING EXPERIENCE

<p>A Study of the Interrupting Capacity of Contacts for Multi-fold Tripping Operations—V. V. Afanasiev, N. A. Dobryanskaya, A. M. Ubiko, G. G. Tsibrovski . . . . . 45</p>	
--	--

# РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.001.57

Вероятностная модель управления стационарным режимом энергосистемы. Оранский А. Г. — Электричество, 1980, № 11. Задача автоматической комплексной оптимизации стационарного режима в самом «быстром» временном цикле управления энергосистемой решается с помощью модели управления, учитывающей вероятностный характер процессов. При этом система разбивается на подсистемы по формальному критерию обеспечения достаточного количества информации о каждой подсистеме.

Приведены примеры возможных способов компенсации существенных вариаций стационарного режима, допускающие участие диспетчера в выборе правила компенсации в соответствии с оперативной обстановкой. Библ. 14.

УДК 621.311.153.001.5

Оценка интервала осреднения при определении расчетных нагрузок. Жежеленко И. В., Степанов В. П. — «Электричество», 1980, № 11.

Предложен общий метод определения продолжительности «гребущего максимума» на основе спектральной теории случайных процессов, являющийся обобщением существующего метода и лишенный недостатков последнего. Показано, что длительность интервала времени осреднения графиков нагрузки зависит не только от постоянной времени нагрева проводника, но и от равномерности, а также от типа корреляционной связи между ординатами случайного процесса изменения электрической нагрузки. Библ. 11.

УДК 621.315.023.5.027.3

Оптимальное экранирование опорных изоляционных конструкций электрических аппаратов. Александров Г. И., Сергеев А. С. — «Электричество», 1980, № 11.

Приведены результаты исследования электрической прочности опорной изоляционной конструкции аппаратов сверхвысокого напряжения. Получены зависимости электрической прочности колонки изолятора от радиуса и высоты установки экрана, определены оптимальные высоты установки экранов различных радиусов. Библ. 11.

УДК 621.372:501.14

Основные положения дифференциального гармонического метода расчета периодических процессов в нелинейных цепях. Глухихинский Л. И. — «Электричество», 1980, № 11.

Изложен дифференциальный гармонический метод расчета на ЦВМ периодических процессов в сложных нелинейных цепях. Рассмотрены основные уравнения и введены матрицы дифференциальных гармонических параметров элементов цепи. Показаны особенности применения в методе уравнений Кирхгофа, методов контурных токов и узловых потенциалов. Библ. 10.

УДК 538.311.001.24

Эквивалентные электрические параметры слоистых неферромагнитных сред при проникновении импульсного электромагнитного поля. Письменный Э. И. — «Электричество», 1980, № 11.

На примере системы «экран — массивное неферромагнитное тело» изложен метод расчета эквивалентных электрических параметров сложных проводниковых систем. Приведены анализ схем замещения и эквивалентные электрические параметры рассматриваемой системы. Библ. 7.

УДК 621.314.252

Фазовращатели с модуляцией проводимости выходных цепей. Сафонов Л. И., Волнянский В. Н., Русаков Л. Г. — «Электричество», 1980, № 11.

Рассматриваются измерительные фазовращатели (ФВ) с модуляцией проводимости выходных фазосдвигающих цепей. Показано, что ФВ такого типа нечувствительны в первом приближении к несимметрии питающих напряжений и пространственной системе датчика, а также к искажению формы питающих напряжений, а ФВ коммутационного типа — и к фазовой нестабильности фильтров и нестабильности порога срабатывания компаратора преобразователя фаза — времени интервал. Библ. 4.

УДК 621.316.722

Трансформаторно-тиристорные регулируемые преобразователи напряжения переменного тока. Савин А. Г. — «Электричество», 1980, № 11.

Рассматриваются схемы регуляторов переменного напряжения, в которых управляемый преобразователь, замкнутый на источник постоянной э. д. с., включен последовательно с нагрузкой переменного тока. Изменение напряжения осуществляется путем геометрического сложения напряжения сети с регулируемым по амплитуде или фазе прямоугольно-ступенчатым напряжением вентильного преобразователя. Предложены структуры регуляторов, реализующие различные способы изменения напряжения. Показано, что при одинаковой степени искажения выходного напряжения регуляторы с промежуточным звеном постоянного тока имеют больший диапазон регулирования напряжения, чем регуляторы модуляционного типа. Библ. 9.

УДК [621.372:621.314].001.8

Анализ по частям электрических цепей с идеальными ключами. — Мустафа Г. М. — «Электричество», 1980, № 11.

Рассмотрен специальный класс разбиения на части Е-разбиения, использование которого при анализе на ЦВМ цепей с идеальными ключами ускоряет процесс вычисления. Описаны алгоритмы для отыскания Е-частей и построения замещающих цепей и организация вычислений. Библ. 6.

УДК 621.316.53.061.2.001.4

Исследование отключающей способности контакторов при многочтых отключениях. Афанасьев В. В., Добринская Н. А., Убийко А. М., Цыбровский Г. Г. — Электричество, 1980, № 11.

Показано, что в процессе эксплуатации меняется отключающая способность электрических аппаратов, а зависимость  $f=f(t)$  носит степенный характер, поэтому при планировании эксперимента для выяснения отключающей способности аппарата достаточно выполнить разрезонтативный эксперимент на двух ступенях тока.

Камера контактора КВМ-400 с контактами из меди обладает значительно большей износостойкостью, чем с контактами из СОК-15М. Характеристика отключающей способности в начале эксплуатации и через 35 тыс. циклов включения — отключения контактора с медными контактами была получена по предложенной методике. Библ. 4.

УДК 621.314.212.018.027.3.001.57

Электрическая прочность масляных каналов в изоляции края обмотки трансформатора. Чорногорский В. М., Джуниль Л. П. — «Электричество», 1980, № 11.

Предложены простые зависимости электрической прочности масляных каналов между элементами маслобарьерной изоляции края обмотки от их размеров при воздействии одномоментного и длительного переменного напряжения, коммутационного и полного грозового импульсов. Указанные зависимости позволяют оценить электрическую прочность маслобарьерной изоляции между обмотками в зоне у емкостного кольца на краю обмотки, между угловыми шайбами, а также в зоне середины обмотки.

УДК 621.314.214.2

Фазовращатель на основе синусно-косинусного вращающегося трансформатора с RC-цепью. Артиюков Е. А. — «Электричество», 1980, № 11.

Рассмотрен однофазный СКВТ-фазовращатель с мостовым включением фазосдвигающей RC-цепи, инвариантный в первом приближении изменениям частоты питающего напряжения, параметров RC-цепи и нестабильности начальных фазовых сдвигов выходных напряжений СКВТ. Данные методы настройки, компенсации и автокомпенсации погрешности фазовращателя от нагрузок и сопротивлений выходных обмоток, основанные на переключении ортогонально расположенных обмоток возбуждения СКВТ. Библ. 5.

УДК 621.311.016.35.001.24

Метод оценки динамического поведения электроэнергетических систем. Ильин С. — «Электричество», 1980, № 11.

В статье обобщаются теоретические возможности и опыт исследований, связанных с практическим применением теории планирования эксперимента, стохастического подхода и теории аппроксимации для оценки динамического поведения сложных ЭЭС. Даны основные положения единого статистико-вероятностного метода исследования. Библ. 4.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н., (зам главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев И. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макаршин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 16.09.80

Подписано в печать 05.11.80

Т-20601

Формат 60×90<sup>1/8</sup>

Печать высокая

Усл. печ. л. 10,0

Уч.-изд. л. 12,78

Тираж 7619 экз.

Заказ 762

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10