



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

**1980**

• ЭНЕРГИЯ •

**10**

## *К 50-летию Московского энергетического института*

УДК 621.31(047.1)

### Развитие электроэнергетики и электромеханики в Московском энергетическом институте<sup>1</sup>

ВЕНИКОВ В. А., ЕФРЕМОВ И. С., КОПЫЛОВ И. П.

Развитие электроэнергетики, теории и практики электрических систем тесно связано с теми исследованиями, которые по этим проблемам проводились в Московском энергетическом институте. Начиная с плана ГОЭЛРО, положившего начало созданию энергетических систем, советская энергетика шла по пути объединения отдельных станций и отдельных систем вплоть до создания Единой энергосистемы Советского Союза. Поэтому не случайно, что центральным местом в этих исследованиях явились работы по теории и практике развития электрических систем и примыкающим к ним вопросам. В основе концепции создания и развития кафедр электрических систем и других кафедр электроэнергетического направления лежало развитие идеи о единстве энергетического хозяйства страны от энергетических ресурсов до приемников энергии включительно. Этот подход, получивший широкое применение в теории и практике, имеющий свой идейный первоисточник в плане ГОЭЛРО, приобрел далее новое выражение на основе применения методов кибернетики и четко оформился как системный подход к изучению энергетических проблем.

Исследования по электроэнергетическим вопросам, проводившиеся в МЭИ с самого начала его

существования, полностью отвечали практическим задачам, стоящим сначала перед молодой, а затем бурно развивающейся советской энергетикой. Так, в 20—30-х годах создавались теория расчетов и анализ конструктивной части воздушных линий. Эти разработки содержали методики расчетов механической прочности проводов, грозозащитных тросов и деревянных опор для линий передач. В этот же период создавались методы электрических расчетов линий электропередач, и несколько позднее были разработаны основные положения расчетов проводов для линий с расщепленной фазой, которые значительно позднее получили широкое применение как в нашей стране, так и за рубежом.

В этих исследованиях ведущая роль принадлежала профессорам А. А. Глазунову, А. Я. Рябкову и доценту Г. М. Розанову.

На базе этих работ далее проводилось создание научных основ расчетов режимов и проектирование электропередач и распределительных электрических сетей. Интенсивно проводилась разработка методов выбора параметров линий, расчетов токораспределения (которые впоследствии заменились расчетами потока распределений), расчетов потерь мощности и электроэнергии, выбора конфигурации сети, формирование схем замещения линий электропередач, методов расчета сложнозамкнутых (многоконтурных) распределительных сетей. Исследования этого плана позволили подойти к созданию научных основ теории расчетов электрических сетей. Электрическая сеть стала

<sup>1</sup> Примечание авторов: статья носит характер очерка, рассматривающего развитие электроэнергетики и электромеханики в историческом разрезе, поэтому ныне работающие в МЭИ профессора, преподаватели и научные работники в ней не упоминаются.

рассматриваться как часть электрической системы с вытекающим из этого положения учетом многообразия возможных режимов ее работы.

Много внимания было уделено созданию общей теории расчетов и анализа местных электрических сетей как основы теории электроснабжения городов и промышленных предприятий, а также комплексов потребителей сельскохозяйственного назначения. В основу этой обобщающей теории были положены идеи рассмотрения систем электроснабжения как сложных комплексных систем кибернетического типа. Одновременно проводилось обобщение методов определения расчетных нагрузок, качества напряжения, анализа оптимального построения всей системы электроснабжения.

Много внимания уделялось работам, связанным с оптимизацией режимов сетей электрических систем и систем электроснабжения с помощью компенсации реактивных нагрузок. Здесь разрабатывались методы выбора мощности компенсирующих устройств, наиболее целесообразного размещения их в сетях различной конфигурации, оптимизация режимов работы этих устройств.

Особое значение в этом направлении исследований имело создание нового типа устройств для получения реактивной мощности. Еще в 1957 г. на кафедре «электрические системы» были предложены статические источники реактивной мощности, позволяющие практически безынерционно управлять выдачей реактивной мощности и осуществлять регулирование режима электрической системы. Позднее на предложенные реализации этой идеи были получены международные патенты, и установки такого рода стали широко распространяться в зарубежных энергосистемах. С этими исследованиями были тесно связаны работы по оптимизации режимов напряжения в сетях электрических систем и систем электроснабжения. Структурный метод оптимизации систем электроснабжения, рассматриваемых как сложные развивающиеся и нуждающиеся в оптимальном управлении подсистемы единой энергетической системы, получил большое развитие и конкретное приложение к системам электроснабжения городов и промышленных предприятий. С этим направлением работ были тесно связаны исследования по надежности электроснабжения, которые развивались по двум основным направлениям: с одной стороны — устойчивость режимов электрических систем, включая устойчивость узлов нагрузки, а, с другой — надежность структур и схем электрических сетей всех назначений. Здесь были созданы методы оценки надежности питания узлов сложных сетей, оценки функциональной надежности элементов, а также оценки необходимых резервов.

Вопросы устойчивости параллельной работы электрических станций, входящих в систему, возникли перед советскими энергетиками в самом начале создания электрических систем Советского Союза. В этом начальном периоде устойчивостью параллельной работы занимались профессора МЭИ Л. И. Сиротинский, К. А. Круг, под руководством которых делались дипломные работы ряда будущих крупных специалистов по этим вопросам,

таких как будущий академик С. А. Лебедев и профессор П. С. Жданов.

В их работах позднее будут создаваться основы современной теории устойчивости автоматически регулируемых электрических систем и так называемого сильного регулирования возбуждения генераторов электрических станций, входящих в эти системы. Именно С. А. Лебедев создает первые регуляторы возбуждения пропорционального типа, работающие как электронные устройства, а П. С. Жданов разрабатывает теорию устойчивости и обосновывает практические критерии устойчивости электрических систем, в том числе критерий устойчивости нагрузки (лавины напряжения), связывающий величину возбуждения генераторов и напряжение у потребителя как возможные показатели появления этого нежелательного режима.

Далее на кафедре электрических систем ведутся исследования по созданию первых электропередач высокого напряжения из Куйбышева и Волгограда в Москву. В связи с этим разрабатываются и совершенствуются как вопросы теории расчета этих передач, так и проблемы устойчивости, причем особое внимание уделяется теории и практике физического и математического моделирования. Именно в МЭИ создается теория моделирования в электротехнике и электроэнергетике, разрабатываются физические (динамические) модели электрических систем, на которых впервые проводятся исследования режимов, регулирования, релейной защиты будущих электропередач, причем результаты получаются настолько важными и полезными, что именно эти работы удостоиваются Ленинской премии. Одновременно ведутся работы по конструированию аналоговых моделей, в первую очередь расчетных столов (или статических моделей), за разработку которых группа сотрудников МЭИ получает Государственную премию.

Вместе с развитием методов моделирования большое внимание уделяется дальнейшему совершенствованию теории расчетов электрических сетей, в которой особое внимание уделяется применению матричных и графовых методов, что является логической предпосылкой для интенсивного внедрения в научную и учебную практику расчетов на ЦВМ.

Применение ЦВМ при анализе электрических систем оказывает свое влияние и на разрабатываемые методы моделирования: происходит своего рода слияние физического и аналогового моделирования в единый метод, получающий свое конструктивное воплощение в создании цифров — аналого — физического моделирующего комплекса, содержащего в своем составе вычислительно-управляющую машину типа М—6000.

Работы по линиям электропередач, начатые на кафедре «Электрические системы» на самой заре силовоточной электротехники, получают в последнее десятилетие новое развитие. Так, еще в 1962 г. высказывается и разрабатывается идея сближения проводов высоковольтных линий и такого расположения фазных проводов на двухцепных передачах, при котором существенно уменьшается реактивное сопротивление и увеличивается пропускная способ-

ность. Предложенные линии передач получают теоретическую и практическую разработку: они находят применение в электрической системе Молдавии, где уже второе пятилетие осуществляется их успешная эксплуатация. Разработки теории этих линий относятся и к электропередачам сверхвысоких напряжений, для которых создаются оригинальные конструкции. На эти конструкции кафедра получает восемь международных патентов, и интерес к таким передачам быстро растет за рубежом, где они получают название «шестифазных электропередач». Предложенные линии позволяют в случае осуществления на них специального регулирования (также запатентованного) получить большой эффект как в смысле увеличения пропускной способности, которая может быть сделана превышающей пропускную способность передач постоянного тока, так и в отношении снижения экологических влияний, поскольку поля такой электропередачи, особенно при расположении одной сети под другой, получают резко выраженную локализацию.

Новые технические возможности, открываемые созданием сверхпроводящих индуктивных накопителей, конденсаторных накопителей, вызывают к жизни цикл работ, посвященных применению этих устройств в электрических системах. В проведенных исследованиях предлагаются пути использования различных накопителей для улучшения режимов электрических систем: обеспечение высокого уровня статической и динамической устойчивости, снятие пиков нагрузки, ликвидации провалов частоты. Одновременно предлагаются новые типы накопителей. Так, предлагаются линейные накопители энергии, значительно расширяющие функциональные возможности этих устройств при их работе в системе. В частности, предложен накопитель нового типа, служащий для целей одновременно и передачи энергии на расстояние, и ее аккумуляции. Представляет интерес и, видимо, найдет большое практическое применение новый накопитель гравитационно-поплавкового типа (предложен кафедрой электрических систем и кафедрой гидроэнергетики совместно). Ожидаемое и уже начинающееся применение новых технических устройств (источники реактивной мощности, накопители, новые линии электропередач, новые способы регулирования и т. д.) требуют также иного подхода к анализу технико-экономических свойств систем, содержащих эти новые устройства. В связи с этим предлагаются новые методы технико-экономического расчета линий электропередач в виде так называемых экономических интервалов мощности. Разработка этой методики позволила приступить к комплексной унификации линий электропередач (совместно с «Энергосетьпроект», «Сельэнерго» и Госпланом СССР).

На базе теории подобия создается критериальный метод, позволяющий выбирать наиболее рациональные варианты объектов при минимальном объеме исходной технико-экономической информации и одновременно разрабатываются графоаналитические методы, позволяющие проводить сопоставление исключительно сложных вариантов с большим количеством варьируемых парамет-

ров полуформализованным методом с участием человека на заключительных этапах. Предлагается новый метод прогнозирования выработки электроэнергии в стране, позволяющий проводить исследования при ограниченной информации.

В работе кафедры «Электрические системы» в последнее время уделяется особое внимание снижению потерь электроэнергии в электрических системах в целом и особенно в городских системах. Здесь проводятся исследования, выявляющие необходимость поддержания строго стабильной частоты. В этих исследованиях обращается также большое внимание на необходимость уничтожения аномальных потоков энергии, связанных как с несимметрией, так и с несинусоидальностью (гармоники), а также с низкочастотной амплитудно-фазовой модуляцией при быстрых колебаниях нагрузки. Показано, что здесь необходимо прежде всего организовать правильный учет потерь, связанных с аномальными потоками, и сделать выводы о проектных и эксплуатационных мероприятиях, которые будут иметь большое значение для электрических систем городов. Кроме предложений о конкретных мероприятиях по улучшению работы систем и сетей, делаются аналогичные предложения по улучшению работы потребителей, где в первую очередь обращается внимание на возможность компенсации реактивной мощности электродвигателей, включение специальных компенсирующих устройств в роторы асинхронных двигателей (с фазным ротором), или в статоры (для двигателей с короткозамкнутым ротором). В исследованиях показан тот огромный экономический эффект, который может быть получен доведением коэффициента мощности почти до единицы.

Разумеется, что работы по электроэнергетике, ведущиеся в МЭИ, не могли не касаться и такого рода важных вопросов, как совершенствование и развитие техники высоких напряжений. Вклад в практическую и теоретическую часть этой проблемы был внесен и вносится кафедрой высоких напряжений, долгое время возглавляющейся профессором Л. И. Сиротинским и далее профессором Д. В. Разевигом.

Кафедра с самого начала появления линий высокого напряжения уделила большое внимание разработке защитных средств и развитию теоретических знаний в области перенапряжений. Она сыграла большую роль в систематизации методов защиты и разработке руководящих указаний в комиссии по перенапряжениям, председателем которой долгое время был профессор Л. И. Сиротинский. Созданные при участии кафедры схемы грозозащиты отличались большой простотой, счастливо избежав значительного разнообразия и пестроты защитных средств, которые были характерны для зарубежной техники конца 20-х и начала 30-х годов. Именно коллективом этой кафедры была проведена исключительно большая работа по защите от перенапряжений вращающихся машин, присоединенных к воздушным линиям. Работы этого плана продолжались в связи с появлением высоковольтных генераторов, подключаемых

к линиям без трансформаторов. Проведенная силами кафедр работа (совместно с ВЭИ) позволила учесть индуктированное напряжение при ударе молнии в опору и тем самым уточнить расчет грозозащиты линий. К числу важных работок следует отнести исследование заземлителей при импульсах. На основе изучения различных грунтов были получены зависимости удельной проводимости почвы от напряженности, разработана методика расчетов с учетом переменной проводимости грунта от напряженности и уточнены импульсные коэффициенты заземлителей.

Также при участии кафедры комиссией под председательством Л. И. Сиротинского были разработаны Правила ограждения сооружений сигнализации и связи от вредного действия установок сильного тока, где обобщены теоретические соображения и практические рекомендации по защите установок слабого тока. В целом целеустремленная работа советских электроэнергетиков, в которой немалое участие приняла кафедра техники высоких напряжений МЭИ, позволила успешно разрешить основные вопросы грозозащиты и добиться значительного снижения аварийности по этой причине.

Хотя и не непосредственное, но все же определенное отношение к электроэнергетике имели работы этой кафедры по исследованию свойств и методов управления различными видами электрического разряда в газе и вакууме. Предмет исследований в этом направлении составило изучение пробоя и развития разряда с учетом геометрии и вещества электродов, состава и состояния межэлектродной среды и характеристик приложенного напряжения. Здесь изучались стационарные формы разряда, включая разряд в вакууме, длинную искру, молнию, высокочастотный разряд и т. д. К этой же части работы примыкали исследования методов получения и свойств стационарных и импульсных плазменных потоков, включая установки, в которых происходит взаимодействие движущейся плазмы с газами и твердыми телами. Все эти исследования были направлены на разработку физико-технических основ электрического пробоя газов при высоких давлениях, развитие и уточнение теории развития разряда в длинных промежутках с целью управления его параметрами, а также механизма и защиты от поражений молнией линий электропередач и производственных сооружений. Проводились также исследования процессов в сильных электрических и магнитных полях в связи с разработкой широкого комплекса электротехнологической аппаратуры.

В МЭИ выполнен широкий комплекс исследований по принципиально важным для электроэнергетики вопросам в области электрической части электростанций. В постановке этих работ активное участие принимали сотрудники кафедры электрических станций профессора Б. А. Телешев, А. А. Глазунов, С. А. Ульянов, И. А. Сыромятников, доценты Л. Н. Баптиданов, В. И. Тарасов, И. Н. Кувшинский.

Исследования были посвящены вопросам проектирования, наладки и эксплуатации электростанций как элемента энергосистем. Они охватывали вопросы главных схем и схем собственных нужд,

конструкций распределительных устройств, систем управления, контроля и сигнализации, токов короткого замыкания, режимов работы основного и вспомогательного оборудования, организации эксплуатации электростанций.

Результаты исследований нашли отражение в проектных решениях по ряду отечественных электростанций, в учебниках для вузов и техникумов, в руководящих указаниях по расчету токов короткого замыкания.

В последние годы на кафедре электрических станций МЭИ развернулись работы по оптимизации главных схем и схем собственных нужд электростанций, координации уровней токов короткого замыкания, методам и средствам их ограничения, вентильным системам возбуждения, мощным токопроводам, повышению маневренности энергоблоков, электрическим машинам с двумя самостоятельными обмотками статора, а также по методам оценки надежности электрических схем электроустановок. Результаты этих работ отражены в ряде учебников, учебных пособий и монографий, разработаны новые руководящие указания по расчету токов короткого замыкания, опубликовано более 200 научных статей. Кафедра принимает активное участие в работах по стандартизации и нормированию в области электроэнергетики, в работе технического комитета № 23 CIGRE, ей поручена координация работ постоянной советской части технического комитета № 73 «Токи короткого замыкания» Международной электротехнической комиссии. Работы в области электрической части электростанций получили признание как в СССР, так и за рубежом.

Утвержденный ленинским планом ГОЭЛРО курс на развитие советской энергетики путем создания мощных энергосистем, объединяющих производство и распределение электрической энергии всех районов страны, определил как важное направление электроэнергетической науки создание средств автоматики и релейной защиты электротехнических систем. МЭИ стал одной из первых высших школ, начавших подготовку инженеров в области автоматики и релейной защиты. Созданная акад. С. А. Лебедевым кафедра автоматизации и релейной защиты электроэнергетических систем стала одним из научных центров, выполняющих фундаментальные научные исследования в этой области.

Рост напряжений и повышение пропускной способности линий и связанные с этим изменения характера установившихся и интенсивности переходных процессов усложняют условия функционирования систем автоматики и релейной защиты. Возникают новые более сложные задачи в области совершенствования устройств автоматики и защиты. Решению этих задач посвящены все научные работы коллектива кафедры автоматизации и релейной защиты электрических систем. Известные работы по исследованию переходных процессов в сверхпротяженных линиях электропередач постоянного тока привели к разработке быстродействующей защиты строящейся линии «Экибастуз — Центр» протяженностью 2500 км и напряжением  $\pm 750$  кВ. Результативности исследований в этой области в большой степени способствовала созданная на кафедре

в 1960 г. электродинамическая модель протяженной электропередачи постоянного тока. Разработки кафедры по защите линии постоянного тока защищены патентами во всех странах, занимающихся проблемами передачи энергии постоянным током высокого напряжения.

Кафедрой созданы научные основы проектирования средств противоаварийной автоматики энергосистем. Первая партия серийного выпуска разработанных кафедрой синхронизаторов, предназначенных для оснащения всех вновь вводимых мощных гидро- и турбогенераторов, подтвердила высокий технический и экономический эффект от их внедрения на Саяно-Шушенской ГЭС. Измерительные преобразователи мощности, разработанные кафедрой, позволили положить эти разработки в основу серийно выпускаемых устройств подобного типа.

Устройства автоматики и релейной защиты — по существу специализированные управляющие устройства, решающие широкий класс задач в реальном масштабе времени, поэтому наряду с аналоговыми устройствами исследуются возможности применения управляющих машин для выполнения функций релейной защиты. В настоящее время первая отечественная программная дистанционная защита линии 500 кВ на базе вычислительного комплекса М-6000 внедрена на подстанции 500 кВ.

Кафедра одной из первых стала исследовать возможности применения параллельных вычислительных микропроцессорных систем для целей релейной защиты. Здесь ведутся исследования по созданию устройств релейной защиты и автоматики, использующих время-импульсные сигналы измерительной информации, применение которых в установках напряжением до 220 кВ включительно упрощает схему защиты, уменьшает стоимость.

Научно-исследовательские работы кафедры служат также повышению качества подготовки специалистов по автоматизации и средствам диспетчерского и технологического управления в энергосистемах. Основополагающие монографии, учебники и учебные пособия созданы преподавателями кафедры. Одним из основных учебников по автоматизации энергосистем стала книга лауреата Государственной премии, заведующего кафедрой с 1946 по 1973 г. проф. И. И. Соловьева. Среди монографий и учебных пособий, выпущенных сотрудниками кафедры, такие, как «Релейная защита электрических систем», «Элементы автоматических устройств энергосистем», «Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики» и др. Впервые в СССР на кафедре релейной защиты поставлена учебная дисциплина и выпущено учебное пособие по автоматическому управлению и защите электропередач постоянного тока. В настоящее время здесь создаются учебные образцовые лаборатории. Стенды, разработанные кафедрой, приняты Гипровузом СССР при разработке проекта единой учебной лаборатории по автоматике и релейной защите энергосистем. Эти стенды предназначены как для проведения лабораторных занятий, так и УИР и НИИР.

Началась подготовка инженеров по вновь утвержденной специализации, организованной по инициативе кафедры релейной защиты, «Средства дис-

петчерского и технологического управления в энергосистемах».

В 1975 г. в число кафедр электроэнергетического направления в МЭИ вошла новая кафедра «Общая электроэнергетика», в задачу которой входит подготовка и выпуск инженеров-преподавателей электроэнергетических дисциплин в ПТУ, техникумах и вузах и инженеров-электриков в области электрообеспечения промышленных предприятий. За пять лет этой кафедрой выполнен ряд исследований, связанных с методологией анализа режимов электрообеспечивающих систем. При этом были исследованы условия оптимального регулирования напряжения в электропередачах сверхвысокого напряжения (совместно с ВГПИ и НИИ «Энергосетьпроект»), работающих в составе сложных электроэнергетических систем, и разработана методика определения их режимных характеристик при учете случайных изменений параметров системы и ее режима, разработаны некоторые аспекты метода анализа статической устойчивости на основе решения проблемы собственных чисел и на этой базе проведен анализ условий устойчивости электропередач с автоматически регулируемой поперечной компенсацией, а также исследованы характеристики процесса самовозбуждения синхронного генератора с регулируемым подмагничиванием ротора. Ряд исследований выполнен применительно к решению проблем промышленного электроснабжения. К их числу относится разработка и анализ возможностей повышения устойчивости узлов промышленной нагрузки при использовании автоматических регулируемых конденсаторных установок повышенной мощности, исследование способов оптимального распределения конденсаторных установок в сети двух номинальных напряжений и разработка метода выбора их мощности при учете вероятностных характеристик процесса изменения мощности, потребляемой нагрузкой.

Электроэнергетическое направление работ, проводящихся в Московском энергетическом институте, получило свое отражение в создании учебников и учебных пособий по всем учебным курсам этого направления. Созданные профессорами А. А. Глазуновым, Л. И. Сиротинским, П. С. Ждановым, И. И. Соловьевым, Д. В. Разевигом, А. Я. Рябковым, С. А. Ульяновым и многими другими, в том числе и ныне работающими на упомянутых кафедрах, книги по курсам «Электрические станции», «Электрические сети и системы», «Токи короткого замыкания», «Защита от перенапряжений», «Техника высоких напряжений», «Электрические системы», «Устойчивость электрических систем», «Электромеханические переходные процессы в электрических системах», «Автоматизация электрических систем», «Релейная защита» и многие другие, широко используются у нас в стране и далеко за ее пределами.

В настоящее время в соответствии с постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР «О повышении эффективности научно-исследовательской работы в высших учебных заведениях» кафедры электроэнергетического факультета совместно с кафедрами теплоэнергетического, энергомашиностроительного и энергофизического факультетов вклю-

числялись в научные исследования по комплексной научно-исследовательской работе «Оптимизация структуры, параметров, режимов работы и управления Единой энергетической системы СССР и стран-членов СЭВ». Руководит этой комплексной НИР чл.-корр. АН СССР, проф. П. С. Непорожний.

Переходя к электромеханическому направлению, надо отметить, что с первых лет своего существования МЭИ был и остается центром московской школы электромехаников. В институте работали такие выдающиеся ученые-электромеханики, как академики К. А. Круг, К. И. Шенфер, В. С. Кулебакин, члены-корреспонденты АН СССР Г. Н. Петров, А. И. Ларионов, профессора Б. П. Апаров, А. Т. Голован, Ю. С. Чечет, М. Г. Чиликин и многие другие. По книгам, написанным ими и другими учеными МЭИ, учились целые поколения инженеров-электромехаников.

В Московском энергетическом институте в течение многих лет ведутся фундаментальные работы, связанные с развитием теории электромеханического преобразования энергии. Сегодня математические модели электрических машин, полученные из уравнений обобщенного электромеханического преобразователя энергии и уравнений поля, позволяют исследовать практически любые задачи, которые могут встретиться в электромашиностроении.

Созданные программы позволяют исследовать статические и динамические характеристики электрических машин при наличии нескольких гармоник в воздушном зазоре, нескольких контуров на статоре и роторе, с постоянными и нелинейными параметрами, при несинусоидальном напряжении, изменяющихся частотах и напряжении. На базе математических моделей решаются не только задачи анализа, но и синтеза. Созданы типовые программы, которые войдут в систему автоматического проектирования электрических машин.

Важное значение имеют проводимые много лет на кафедрах электрических машин, электрических аппаратов и ТВН работы по исследованию полей в электрических машинах, аппаратах и других устройствах. Уточнение параметров, входящих в уравнения электромеханического преобразования энергии, создание программ, стыкующихся с уравнениями обобщенного электромеханического преобразователя энергии, позволит развить теорию электрических машин. Объединение достижений в области теории цепей и теории поля — одно из основных направлений в развитии фундаментальных работ в электротехнике, которые проводятся в МЭИ.

Для большой энергетики наиболее важными работами, проводимыми в МЭИ, являются работы по повышению напряжения энергетического оборудования и электромеханические вставки.

Работа по повышению напряжения гидрогенераторов в МЭИ ведется в течение двадцати лет, но здесь предстоит еще много сделать. Она будет развиваться в направлении создания новых конструкций турбогенераторов и синхронных компенсаторов, а также электромеханических преобразователей для электрофизических установок. Повышение рабочего напряжения электромеханического оборудования связано с работами, проводимыми

на кафедре ТВН и электротехнических материалов, по исследованию поведения изоляции электрических машин от криогенных температур до 700—800 К.

Электромеханические вставки, разрабатываемые в МЭИ на кафедрах электрических систем и электрических машин, предназначены для связи энергосистем с отличающимися частотами. Предполагается совместно с институтом ВНИИЭлектромаш создание активных электромеханических вставок, обеспечивающих регулирование активной и реактивной мощностей. Электромеханические вставки надежнее в 1,5—2 раза, дешевле полупроводниковых вставок и обеспечивают синусоидальное напряжение.

Важное значение имеют работы по применению сильных электрических полей в области электротехнологии, создании электрофильтров и грозозащиты.

Большинство проблем электромеханики сосредоточено в области производства электроэнергии. Электромеханические источники электрической энергии развивались и будут развиваться в основном по двум направлениям: совершенствования существующих генераторов и создания новых электромеханических преобразователей.

Создание электромеханических преобразователей, использующих нетрадиционные источники энергии, является в настоящее время очень важной и трудной задачей. Использование энергии Солнца, в первую очередь связано с использованием энергии ветра. В МЭИ ведутся работы по созданию ветроагрегатов мощностью от 10 до 1000 кВт. Разработан эскизный проект переносного разборного ветроагрегата на 10 кВт, который в несколько раз легче созданных до последнего времени. Разрабатываемый на кафедре электрических машин ветроагрегат совмещает ветроколесо и синхронную машину с постоянными магнитами или асинхронный генератор.

Представляется, что в ближайшие годы развитие энергетики пойдет как по пути создания крупных атомных, тепловых и гидравлических станций, так и по пути создания большого числа мелких гидростанций мощностью 50—5000 кВт. Создание автономных энергоустановок, комбинирующих гидро-, ветро-, гелио- установки, электрохимические и другие нетрадиционные источники энергии, возможность параллельной работы их с сетью, автоматизация управления заслуживают внимания энергетиков.

На ряде кафедр радиотехнического факультета, кафедрах «Электрические системы» и «Электрические машины» ведутся поисковые работы по созданию спутниковой солнечной электростанции. Проведен анализ условий распространения радиоволн в ионосфере, решаются проблемы преобразования СВЧ-энергии в электрическую энергию промышленной частоты и параллельной работы такой станции с энергосистемой.

Создание новых электромеханических преобразователей связано с изучением емкостных и индуктивно-емкостных преобразователей, у которых рабочим полем, где происходит электромеханическое

преобразование энергии, являются электрическое и электромагнитное поля.

Развитие общей теории электромеханических преобразователей, объединяющей индуктивные, емкостные и индуктивно-емкостные электромеханические преобразователи, является одной из важных задач в теории электромеханики. Перенос достижений в теории индуктивных электрических машин на емкостные и индуктивно-емкостные электрические машины являются перспективным направлением фундаментальных работ в области электромеханического преобразования энергии.

Примером создания новых электромеханических преобразователей являются емкостные и индуктивно-емкостные генераторы, преобразующие энергию морских волн в электрическую энергию. Мощность энергии прибоя на Земле равна мощности всех электростанций, поэтому такие генераторы заслуживают внимания.

Представляет интерес создание электрических машин, преобразующих тепловую энергию в электрическую. Такие машины работают за счет изменения магнитной и диэлектрической проницаемости вблизи точки Кюри. Они позволяют использовать тепловые отходы и при удачной конструктивной и технологической проработке могут найти широкое применение.

В области преобразования электрической энергии в механическую, тепловую и другие виды энергии на кафедрах автоматизированного привода, электрических машин, электротермических установок светотехники и ряде других ведутся фундаментальные работы. Основное внимание в этих работах направлено на улучшение к. п. д., повышение надежности, снижение материалоемкости и уменьшение трудоемкости при изготовлении.

В целях экономии материалов проводятся работы по созданию электрических машин, которые при изготовлении не имеют материалов, идущих в отходы. Для этого изменяется традиционная конструкция машин и технология изготовления.

Применениям электрической энергии для нужд транспорта и промышленных предприятий, которыми занимается ряд кафедр, организационно объединенных в рамках факультета электрификации и автоматизации промышленности и транспорта (ЭАПТФ), внимание в МЭИ уделяется уже давно. Заметим, что хотя формально факультет был организован в 1945 г., фактически соответствующие научные школы работали в МЭИ с первого дня его юридического основания (1930 г.), а сформировались даже ранее этой даты.

В частности, изучение проблем электрической тяги началось на электротехническом факультете Московского высшего технического училища (МВТУ) и электропромышленном факультете института народного хозяйства под руководством профессоров М. К. Поливанова, Л. И. Сиротинского и С. И. Курбатова. В 1925 г. на электротехническом факультете МВТУ была организована кафедра электрической тяги, в становлении которой сыграл большую роль профессор А. Б. Лебедев.

После ряда преобразований сформировался ЭАПТФ в его современном составе. Факультет

осуществляет подготовку инженеров на следующих специализирующих кафедрах: электрический транспорт (ЭТ), автоматизированный электропривод (АЭП), электротермические установки (ЭТУ) и электроснабжение промышленных предприятий (ЭПП). Наименование кафедр отражает научную направленность факультета, его работу по обеспечению специалистами промышленности и транспорта, а также по разработке научных проблем ряда направлений электромеханики.

Основными направлениями научной школы кафедры ЭТ являются: создание новых и совершенствование известных систем тягового электропривода и устройств его электроснабжения, исследование электропередач автономных транспортных средств, разработка общих проблем электрической тяги и создание устройств для улучшения эксплуатации электрического подвижного состава. На кафедре работали и работают крупные ученые в области магистрального, городского и промышленного электрического транспорта. В 1956 г., после перевода специальности «Городской электрический транспорт» в МЭИ кафедра электрического транспорта осуществляет подготовку инженерных и научных кадров как для городского, так и для магистрального транспорта. Кафедра готовит инженеров-электромехаников по двум специальностям: «Городской электрический транспорт», «Электрическая тяга и автоматизация тяговых устройств».

Характерной особенностью ведущихся на кафедре ЭТ научных исследований является непосредственная связь фундаментальных исследований с конкретными потребностями промышленности и транспорта. Важное значение для повышения эффективности работы магистральных электрифицированных железных дорог имеют обоснованный выбор системы электроснабжения и улучшение противобуксовочных и противоюзных свойств локомотивов.

Уже в 1931 г., в самом начале работ по электрификации отечественных железных дорог, кафедра начала исследования по обоснованию целесообразной системы электроснабжения. При активном участии кафедры было принято решение о применении системы переменного тока промышленной частоты, которая в настоящее время показала свои преимущества и признана наиболее перспективной.

Широко известны труды кафедры по проблемам повышения коэффициента использования сцепного веса, улучшению противобуксовочных и противоюзных свойств локомотивов с электрическим приводом. На кафедре выполнен ряд крупных исследований по повышению напряжения на магистральных железных дорогах постоянного тока и созданию высокочастотного бесконтактного рудничного электрического транспорта с передачей электрической энергии электроподвижному составу от изолированных проводов посредством электромагнитной индукции.

Кафедра ЭТ была пионером исследования, разработки и создания электронных систем управления для электроподвижного состава городского и магистрального электрического транспорта. Выполненный комплекс научных исследований по созда-

нию широтно-импульсных тиристорных преобразователей для электрического подвижного состава и решению основных теоретических проблем тиристорно-импульсного управления на подвижном составе городского электрического транспорта послужил основой для освоения производства троллейбусов и трамвайных вагонов с таким управлением. Опыт их эксплуатации подтвердил весомые преимущества этой системы перед резисторно-контакторным управлением: потребление энергии на движение сокращается на 30—35% благодаря снижению потерь при пуске и рекуперации при торможении, а скорость сообщения увеличивается на 10% вследствие увеличения ускорений при пуске и замедлений при торможении. Широкое внедрение тиристорно-импульсного управления на подвижном составе городского электрического транспорта обещает существенное повышение надежности его работы и снижение расхода энергии. В настоящее время разрабатывается второе поколение этой системы управления на базе микроэлектроники с применением интегральных схем.

На кафедре ЭТ разработана теория электрического торможения на подвижном составе магистрального транспорта. На ее базе создана оригинальная система рекуперативно-реостатного торможения, использованная на большой партии электропоездов ЭР22. Ее применение обеспечивает возврат в сеть от 10 до 20% затрачиваемой на разгон поезда энергии, снижает расход тормозных колодок и повышает удобство для пассажиров. Она будет использована на поездах ЭР2Р, рекомендованных к серийному производству. Теоретические и экспериментальные исследования кафедры по использованию электрического торможения на магистральных электровозах послужили основанием для создания электровозов типа ВЛ80Т, освоение производства и эксплуатации которых было отмечено Государственной премией СССР. Серийное производство электровозов ВЛ80Т началось в 1970 г. и продолжается до сих пор. Отработанная на них система реостатного торможения послужила прототипом электрического тормоза электровоза типа ВЛ84, предназначенного для эксплуатации на БАМе.

Кафедра уделила много внимания теории применения на подвижном составе автоматического управления в сочетании с независимым возбуждением тяговых машин. Эти исследования использованы при разработке тягового привода вагонов метрополитена с рекуперативно-реостатным торможением и независимым возбуждением в тяге.

В ряде учебников и учебных пособий была рассмотрена теория безрельсового электрического транспорта. Многие сделано в развитии теории и практическом совершенствовании транспортных средств с автономным теплоэлектрическим приводом.

Разработанная еще в середине 50-х годов система автоматического управления электропередачей применена на эксплуатируемых тепловозах типа ТЭЗ. Кафедра работает над новыми системами тягового привода автономных транспортных средств. Среди них электропередачи переменного тока с вентильными и асинхронными тяговыми ма-

шинами и статическими преобразователями частоты, электропередача переменного тока с асинхронными полюспереключаемыми машинами, электропривод типа «мотор-колесо» для транспортных средств малой и большой мощности, включая большегрузные электромобили.

В начальный период развития силовой полупроводниковой техники на кафедре были выполнены крупные работы по исследованию физических характеристик кремниевых диодов и тиристоров. Эти исследования явились фундаментом при создании полупроводниковых преобразовательных агрегатов для тяговых подстанций. Замена ими ртутных выпрямителей на городском электрическом транспорте была завершена в целом по стране уже в 1973 г. и дала большой технико-экономический эффект. Дальнейшим развитием этого направления научных исследований ученых кафедры является создание телеуправляемых тяговых подстанций с бесконтактной коммутирующей аппаратурой на базе тиристорной техники и микроэлектроники.

Выполненные коллективом кафедры ЭТ исследования отражены в монографиях и учебных пособиях: «Механическая часть электрического подвижного состава», «Повышение тяговых свойств электровозов и тепловозов с электрической передачей», «Троллейбусы (теория и расчет)», «Теория и расчет электрооборудования подвижного состава городского электрического транспорта», «Теория и расчет механического оборудования подвижного состава городского электрического транспорта», «Электрическое торможение электроподвижного состава», «Теплоэлектрический подвижной состав», «Электрическое оборудование и автоматизация электрического подвижного состава», «Тиристорное управление электрическим подвижным составом», «Подвижной состав электрических железных дорог (теория работы электрооборудования, электрические схемы и аппараты)», «Автоматическое регулирование сил тяги и торможения электроподвижного состава» и др.

Все научные исследования кафедры ведутся в тесном содружестве с предприятиями, выпускающими оборудование электрического и теплоэлектрического подвижного состава и электрооборудование тяговых подстанций. Отражением тесной связи кафедры с промышленностью явилась организация в 1970 г. на ее базе в МЭИ отраслевой лаборатории электрического транспорта Минэлектротехпрома и Минвуза СССР.

Проблемами теории и практики электропривода в МЭИ занимается коллектив кафедры автоматизированного электропривода, решающий в содружестве с промышленностью многочисленные актуальные научные и практические задачи. У истоков этого научного направления стояли профессора С. А. Ринкевич, А. Т. Голован, Д. П. Морозов, М. Г. Чиликин, А. С. Сандлер. ими сформулирована, обоснована и развита основная концепция новой научной дисциплины, состоящая в рассмотрении электропривода как единого электромеханического комплекса, в концентрации внимания ученых и инженеров на его свойства, обусловленные взаимодействием органически связанных элементов — электрических машин, электрических и меха-

нических преобразователей, управляющих устройств.

Плодотворность такой концепции доказана всем ходом развития техники и становится все более ощутимой в современных условиях, когда особенно быстро развивается и широко используется во всех отраслях народного хозяйства регулируемый электропривод и все более возрастает необходимость в экономном расходовании энергетических и материальных ресурсов.

К наиболее значительным научным результатам, полученным учеными этой кафедры МЭИ, следует отнести: разработку принципов построения и основ теории электроприводов постоянного и переменного тока, включая мощные приводы с машинными и вентильными преобразователями, приводы с источниками тока, силовые следящие приводы, частотно-управляемых асинхронных электроприводов, дискретного электропривода с шаговыми двигателями, электроприводов с развитыми упругими механическими связями.

Разрабатывая теорию электрического привода, ученые МЭИ всегда работали и работают в тесном творческом содружестве с промышленностью. Традиционные связи кафедры автоматизированного электропривода МЭИ с электротехнической, металлургической, станкостроительной, машиностроительной и другими отраслями промышленности. Они постоянно реализуются в виде создаваемых совместно эффективных систем электропривода прокатных станов, металлорежущих станков, экскаваторов, кранов, других производственных машин и механизмов. В качестве примеров можно привести системы управления экскаваторными электроприводами, которыми оборудованы все серийно выпускаемые НКМЗ одноковшовые экскаваторы, систему управления главными электроприводами слябинга 1150, системы регулирования скорости непрерывных станов горячей прокатки; высокочастотные частотно-регулируемые тиристорные приводы координатно-шлифовальных станков, выпускаемых серийно с 1969 г., ряда серийных ультрацентрифуг, других объектов; эффективные электроприводы с параметрическими источниками тока для установок кабельного производства; гамму прецизионных электроприводов с электронным управлением, осуществляющих без механических передач сложные движения в декартовой и сферической системах координат и служащих основой построения нового поколения приборного и технологического оборудования.

Разработка теоретических основ электропривода отражена создателями этой научной дисциплины в ряде фундаментальных монографий и учебных пособий, среди которых в первую очередь следует назвать книги А. Т. Голована «Электропривод» и «Основы электропривода», Д. П. Морозова «Основы электропривода» и «Теория электропривода и автоматика реверсивных станов», М. Г. Чиликина «Общий курс электропривода».

Научно-технической общественности и студентам-электромеханикам также хорошо известны книги по электроприводу, написанные в последнее десятилетие учеными МЭИ и составляющие основу подготовки инженерных кадров электропривод-

чиков в стране. К их числу относятся: «Основы автоматизированного электропривода», «Автоматическое управление электроприводами», «Электропривод и автоматизация металлорежущих станков», «Автоматизированный электропривод общепромышленных механизмов», «Электрооборудование и электропривод промышленных установок» и многие другие. Заметную роль в развитии специальных электроприводов и подготовке специалистов в этой области сыграла монография «Дискретный электропривод с шаговыми двигателями» под редакцией М. Г. Чиликина. Современные тенденции развития электропривода и новые методические принципы построения курса нашли отражение в книге «Теория автоматизированного электропривода».

Исследования проблем электронагрева и электротехнической техники в МЭИ были начаты в 1933 году на кафедре электрических машин, которой до начала Великой Отечественной войны было подготовлено 87 инженеров, принявших участие в создании крупнейших предприятий тракторной и автомобильной промышленности и электрометаллургии. В 1943 г. была создана самостоятельная кафедра «Электротермические установки» (ЭТУ).

На кафедре ЭТУ интенсивно шло создание теории расчета нагревательных элементов и процессов теплопередачи в электрических печах сопротивления и исследования проблемы вторичных токопроводов мощных руднотермических печей. В результате этих исследований были разработаны методы расчета и научные основы проектирования коротких сетей и источников питания дуговых сталеплавильных и рудновосстановительных печей, опубликованные в двух монографиях.

В послевоенное время кафедра начала исследования индукционных печей и высокочастотных установок, которые углубили теорию индукционного и высокочастотного нагрева.

Основными научными направлениями работ кафедры ЭТУ и созданных на ее базе проблемной лаборатории электротермического оборудования и отраслевой лаборатории вакуумного высокотемпературного электропечного электрооборудования, начиная с 1960 г., являются: исследование электрофизических видов нагрева и связанных с ними процессов и явлений с целью создания переплавных вакуумных печей для качественной и специальной металлургии; исследование нелинейных цепей и систем с высокоточным электрическим разрядом, создание теории и инженерных основ проектирования систем электропитания и автоматического управления для электротермических установок с резко нелинейными свойствами.

В результате этих исследований в МЭИ были созданы первые отечественные вакуумная дуговая, электронно-лучевая и вакуумная электронно-плазменная печи. На их основе в МЭИ выполнен широкий круг исследований рабочих процессов при плавке в условиях вакуума. Разработанные теоретические основы вакуумного дугового электронно-лучевого и электронно-плазменного нагрева позволили создать опытно-промышленные образцы вакуумных высокотемпературных плавильных пе-

чей, явившихся фундаментом для ряда направлений электрометаллургии в нашей стране.

Сегодня в электротермической технике для промышленных целей используются электрические разряды гигантского уровня мощности ( $10 \div 40 \text{ МВ} \cdot \text{А}$ ). Резко нелинейный характер электрического разряда как нагрузки и элемента системы электропитания и управления исключает возможность применения источников общепромышленного назначения. Разработки и создание специальных источников питания и электрооборудования дуговых и плазменных электротермических установок потребовали новой теории динамических систем с дугой при конечных изменениях проводимости сильнотоочного разряда, поскольку классические приемы их анализа оказались не пригодными для расчета технических систем с дугой электротермических установок.

Разработанная в МЭИ теория позволила провести исследования технических систем электропитания и управления дуговых печей и промышленный плазмотронов, разработать принцип построения систем электропитания и многоконтурных систем автоматического управления плазменных и дуговых электротермических установок. Эти исследования привели к созданию первых в стране специализированных источников питания мощной дуговой нагрузки: управляемых источников питания с автоматической стабилизацией тока для промышленных плазмотронов и параметрических источников тока для дуговых печей.

В последние годы на кафедре ЭТУ развернуты работы по ряду новых перспективных направлений: исследование и разработка рациональных систем электропитания дуговых сталеплавильных печей, создание источников питания пониженной частоты для плавильных электропечей, исследование систем автоматического управления переплавными электропечами и промышленными плазмотронами на базе управляющих вычислительных машин, использование и разработка унифицированных автоматизированных исполнительных устройств для механизмов и манипуляторов электротермических установок, исследование общепромышленных индукционных установок низкотемпературного нагрева, исследование плазменных видов для электронного нагрева в современных электротехнологических процессах.

Перспективными являются поисковые исследования, выполняемые кафедрой ЭТУ совместно с кафедрой криогенной техники МЭИ по применению криорезистивных систем в электротермии с целью уменьшения потерь электроэнергии, увеличения мощности и производительности электротермических установок.

Широкие научные исследования по актуальным направлениям в области электронного нагрева позволили сформировать в МЭИ одну из ведущих школ в области электротермии.

Важное значение для развития электротермии имеет подготовка в МЭИ кадров высшей квалификации.

Исследования проблемы совершенствования электроснабжения промышленных предприятий ведутся в МЭИ давно. Соответствующая самостоя-

тельная кафедра была организована в 1966 г. в Волжском филиале МЭИ, а в 1966 году в МЭИ (ЭПП).

Основными направлениями научных исследований этой кафедры являются: рационализация систем электроснабжения промышленных предприятий, включающая в себя оптимизацию структуры номинальных напряжений в системах электроснабжения, оптимизацию мест расположения подстанций и распределительных устройств, оптимизацию конфигурации и параметров элементов электрической сети (кафедрой в плане общесоюзных работ исследуются отдельные фрагменты систем автоматического проектирования и управления для систем электроснабжения); разработка методических основ расчета и технических средств регулирования показателей качества электрической энергии (проведен цикл работ по определению ущерба, вызываемых некачественностью электрической энергии, для различных отраслей промышленности; при участии кафедры разработан ряд фильтрокомпенсирующих устройств; разработка технических мероприятий и способов повышения надежности электроснабжения предприятий с непрерывным технологическим процессом. Выполнен цикл работ по определению ущерба, вызываемых перерывами электроснабжения для ряда отраслей промышленности и отдельных технологических установок и допустимому времени перерыва электроснабжения для некоторых технологических установок и процессов. Разработаны и экспериментально подтверждены методы расчета устойчивости электрической нагрузки промышленного предприятия при кратковременных нарушениях электроснабжения.

Результаты научно-исследовательских работ кафедры ЭПП опубликованы в монографиях, учебниках, учебных пособиях и статьях. Среди них «Справочник по электроснабжению промышленных предприятий», учебник «Основы электроснабжения промышленных предприятий», монография «Теоретические основы электроснабжения промышленных предприятий» и др.

Все кафедры электроэнергетического и электротехнического направления имеют тесную связь с промышленностью. По непосредственным заказам министерств и отдельных предприятий ведут свою работу профессоры и преподаватели кафедр и научные работники ряда проблемных и отраслевых лабораторий МЭИ.

Монографии, учебники и учебные пособия, созданные представителями научной московской школы электротехников — электроэнергетиками и электромеханиками МЭИ — известны не только в нашей стране, но и далеко за ее пределами.

Тысячи инженеров этого направления ведут работу и в нашем Союзе и во всех странах мира, а огромное количество (более 1000) выпущенных из стен МЭИ научных работников, профессоров, доцентов и преподавателей ведут научную и педагогическую работу буквально во всех высших учебных заведениях и научно-исследовательских институтах Советского Союза и в десятках учебных заведений, институтов других стран.

# Математические модели установившихся режимов электроэнергетических систем

СОВАЛОВ С. А., доктор техн. наук, БАРИНОВ В. А., канд. техн. наук

Москва

Определение статически устойчивых установившихся режимов является одной из основных задач, возникающих при проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем. Эта задача решается как самостоятельная в целях определения устойчивого установившегося режима и как вспомогательная в качестве составной части решения других электротехнических задач: расчета оптимизации, динамической устойчивости, длительных переходных процессов, токов короткого замыкания.

На практике часто в качестве установившегося режима используется потокораспределение, удовлетворяющее законам Кирхгофа для электрической сети, при наложении ряда ограничений, часть из которых отражает действительные статические свойства реальной электроэнергетической системы, а другие (расчетные ограничения) не обусловлены действием каких-либо автоматических устройств. Последние ограничения характеризуют некоторые дополнительные требования к режиму, например, поддержание заданных (обычно предельных) модулей напряжения в узлах электрической сети, реактивной мощности источников, сдвига фаз между напряжениями узлов сети и других параметров при отсутствии автоматических устройств, обеспечивающих соблюдение этих требований. При ведении режима некоторые из этих ограничений обеспечиваются вмешательством оперативного персонала, описание действий которого не предусматривается математической моделью электроэнергетической системы. Другие из этих ограничений имеют характер расчетного приема, зависящего от применяемого алгоритма (особенностей итерационного метода) и имеющего целью получить решение в определенной области; примером может служить задание так называемых «опорных» узлов с фиксированными напряжениями при отсутствии в узлах автоматических устройств, обеспечивающих поддержание этих напряжений. Введение ограничений, не отражающих действительные свойства электроэнергетической системы, равносильно использованию некоторой фиктивной модели при расчете установившегося режима.

К настоящему времени проблема потокораспределения получила всестороннее решение. Найдены наиболее эффективные сочетания форм уравнений потокораспределения и методов их решения. Предложено большое число вычислительных процедур [Л. 1—6]. На первом этапе внедрения ЦВМ в расчетах режимов и устойчивости преимущественное распространение получил метод Гаусса — Зейделя с использованием матрицы узловых проводимостей. Метод обладал медленной сходимостью, а в ряде случаев не позволял получить решение из-за расходимости итерационного процесса. Для повышения надежности сходимости процесса итераций впоследствии стал использоваться метод Гаусса — Зейделя с матрицей собственных и взаимных сопротивлений.

Однако для сложных схем метод становился неэффективным из-за требований большой оперативной памяти ЦВМ и увеличения времени счета. Дальнейшим развитием методов расчета потокораспределения стало использование упорядоченного исключения неизвестных при решении линейных уравнений электрической сети на шаге процесса Гаусса — Зейделя и применение метода Ньютона и его различных модификаций, связанных с введением ускоряющих коэффициентов, вычисляемых по различным алгоритмам, а также методов второго и более высоких порядков. Наряду с этими методами получили развитие методы дифференциального спуска.

Для полного описания стационарного состояния электроэнергетической системы в общем случае уравнений электрической сети недостаточно. Необходимо дополнительно учесть уравнения стационарного состояния синхронных и асинхронных машин, а также систем автоматического управления и регулирования. Уравнения установившегося режима являются частным случаем уравнений движения и для обычно используемых динамических моделей электроэнергетических систем могут быть получены из уравнений движения приравниванием нулю производных от обобщенных координат.

Представляет принципиальный интерес сопоставление обычно применяемых моделей потокораспределения с более полными математическими моделями установившихся режимов электроэнергетических систем. Такое сопоставление и анализ возможности использования фиктивных моделей для определения установившегося режима являются целью настоящей статьи.

**Уравнения установившихся режимов электроэнергетических систем.** Начнем рассмотрение уравнений установившихся режимов электроэнергетических систем с уравнений для полной математической модели [Л. 7]. При одинаковых скоростях вращения роторов синхронных машин уравнения установившегося режима  $j$ -й синхронной машины при положительных направлениях токов и координатных осей, принятых в [Л. 7] (положительное направление токов — из узла примыкания в машину, ось  $q$  опережает ось  $d$ ), могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} r_{jj}i_{dj} - \omega L_{qj}i_{qj} &= u_{dj}; \\ r_{jj}i_{qj} + \omega L_{dj}i_{dj} + \omega M_{fj}i_{fj} &= u_{qj}; \\ M_{fj}i_{fj}i_{qj} + (L_{dj} - L_{qj})i_{dj}i_{qj} - \frac{2}{3}T_{rj} &= 0; \\ u_{fj} + \sum_k W_{kj}(\Pi_{kj})_{(p=0)} & \\ i_{fj} \frac{\quad}{r_{fj}} &= 0; \\ T_{rj} - T_{rj0} - \sum_v W_{vj}(\Pi_{vj})_{(p=0)} & \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $i_{dj}$ ,  $i_{qj}$ ,  $i_{fj}$  — токи статора по продольной, поперечной осям и ток обмотки возбуждения;  $u_{dj}$ ,  $u_{qj}$  — составляющие напряжения статора по продольной и поперечной осям;  $\omega$  — угловая скорость вращения роторов генераторов;  $W_{kj}(p=0)$  — передаточная функция в установившемся режиме системы регулирования возбуждения  $j$ -го генератора по параметру регулирования  $\Pi_k$  (ток, напряжение, скорость и др.), предполагается, что  $\Pi_k$  выражены через  $i_{dj}$ ,  $i_{qj}$ ,  $u_{dj}$ ,  $u_{qj}$ ,  $\omega$ ;  $W_{vj}(p=0)$  — передаточная функция в установившемся режиме системы регулирования первичного двигателя  $j$ -го генератора по параметру регулирования  $\Pi_v$  (мощность, скорость, частота, и др.);  $L_{dj}$ ,  $L_{qj}$  — коэффициенты самоиндукции фаз статора для продольного и поперечного токов;  $M_{fj}$  — максимальное значение коэффициента взаимной индукции контура фазы статора с контуром возбуждения;  $r_{fj}$  — активные сопротивления обмоток статора и ротора.

Уравнения  $l$ -й асинхронной машины, отнесенные к осям одной из синхронных машин ( $n$ -й), могут быть записаны в виде:

$$\left. \begin{aligned} r_{cl} i_{cdl} - \omega L_{cl} i_{cql} - \omega L_{adl} i_{pql} &= u_{cdl}; \\ r_{cl} i_{cql} + \omega L_{cl} i_{cdl} + \omega L_{adl} i_{pdl} &= u_{cql}; \\ r_{pl} i_{pdl} - (\omega - \omega_{pl}) L_{adl} i_{cql} - (\omega - \omega_{pl}) L_{pl} i_{pql} &= 0; \\ r_{pl} i_{pql} + (\omega - \omega_{pl}) L_{adl} i_{cdl} + (\omega - \omega_{pl}) L_{pl} i_{pdl} &= 0; \\ -L_{adl} (i_{pdl} i_{cql} - i_{pql} i_{cdl}) + \frac{2}{3} T_{cl} (\omega_{pl} - \omega) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $i_{cdl}$ ,  $i_{cql}$ ,  $i_{pdl}$ ,  $i_{pql}$  — соответственно токи статора и ротора по продольной и поперечной осям;  $u_{cdl}$ ,  $u_{cql}$  — составляющие напряжения статора в узле присоединения  $l$ -го асинхронного двигателя;  $\omega_{pl}$  — угловая скорость вращения ротора;  $T_{cl}$  — момент сопротивления;  $r_{cl}$ ,  $r_{pl}$  — активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $L_{cl}$ ,  $L_{pl}$  — коэффициенты самоиндукции фаз статора и ротора для токов прямой последовательности;  $L_{adl}$  — умноженный на  $3/2$  максимальный коэффициент взаимной индукции контура одной фазы статора и контура одной фазы ротора.

Уравнения установившегося режима электрической сети запишем на основе метода узловых напряжений. Отнесем уравнения электрической сети и асинхронных машин к осям, жестко связанным с ротором одной из синхронных машин; пусть это будет синхронная машина в  $n$ -м узле. Тогда, совмещая продольную ось с вещественной осью, а поперечную ось — с мнимой осью, запишем уравнения стационарного состояния электрической сети в комплексной форме:

$$\dot{U}_\gamma \dot{Y}_\gamma (\omega, U_\gamma) + \sum_q (\dot{U}_\gamma - \dot{U}_q) \dot{Y}_{\gamma q} (\omega) + \dot{I}_{\gamma c} + \dot{I}_{\gamma a} = 0, \quad (3)$$

где  $\dot{I}_{\gamma c}$ ,  $\dot{I}_{\gamma a}$  — токи в узле  $\gamma$ , обусловленные наличием синхронных и асинхронных машин.

Уравнения синхронных машин объединяются с уравнениями электрической сети граничными условиями — уравнениями связи координатных си-

стем:

$$\left. \begin{aligned} U'_j &= u_{dj} \cos \delta_{jn} - u_{qj} \sin \delta_{jn}; \\ U''_j &= u_{dj} \sin \delta_{jn} + u_{qj} \cos \delta_{jn}; \\ I'_{jc} &= i_{dj} \cos \delta_{jn} - i_{qj} \sin \delta_{jn}; \\ I''_{jc} &= i_{dj} \sin \delta_{jn} + i_{qj} \cos \delta_{jn}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\delta_{jn}$  — угол между роторами  $j$ -й и  $n$ -й синхронных машин.

Уравнения асинхронных машин объединяются с уравнениями электрической сети уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{la} &= i_{cdl} + j i_{cql}; \\ \dot{U}_l &= u_{cdl} + j u_{cql}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Неизвестными являются: для каждой из  $n$  синхронных машин —  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $u_d$ ,  $u_q$ ,  $i_f$ ,  $T_\tau$ ,  $I'_c$ ,  $I''_c$ ; для каждой из  $k$  асинхронных машин —  $i_{cd}$ ,  $i_{cq}$ ,  $i_{pd}$ ,  $i_{pq}$ ,  $\omega_r$ ,  $u_{cd}$ ,  $u_{cq}$ ,  $I'_a$ ,  $I''_a$ ; для каждого из  $m$  узлов электрической сети —  $U'$ ,  $U''$ , общая угловая скорость вращения роторов генераторов  $\omega$ ,  $n-1$  взаимных углов сдвига роторов синхронных машин. Общее число неизвестных  $9n+9k+2m$ . Таким же является и общее число уравнений (1) — (5).

При введении шин бесконечной мощности в узле  $n$  из (1) — (5) исключаются 11 уравнений и 11 неизвестных  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $u_d$ ,  $u_q$ ,  $T_\tau$ ,  $U'$ ,  $U''$ ,  $I'$ ,  $I''$ ,  $\omega$ . Уравнения (1) — (5), полученные непосредственно из уравнений переходного движения полной математической модели, могут быть упрощены следующим образом. При введении э. д. с. синхронных машин  $E_q = \omega M_{fj}$  и фиктивных э. д. с.  $E_q$  за реактивным сопротивлением  $x_q = \omega L_q$  для учета явнополюсности синхронных машин и переходе к уравнениям электрической сети в полярных координатах из уравнений синхронных машин и их узлов замыкания можно исключить переменные  $u_d$ ,  $u_q$ ,  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $U'$ ,  $U''$ ,  $I'$ ,  $I''$ ,  $i_f$  и соответственно первые два уравнения системы (1) и уравнения (4). Уравнения статорных и роторных цепей асинхронных машин (четыре первых уравнения системы (2), а также уравнения связи (5) могут быть исключены введением проводимостей, изменяющихся в зависимости от скольжения двигателей и общей скорости вращения роторов синхронных машин. Уравнения синхронных машин примут вид (примем, как обычно, за положительное направление токов от машины в электрическую сеть):

$$\left. \begin{aligned} [E_{qi}^2 Y_{EUj} \sin \alpha_{EUj} + E_{qj} U_j Y_{EUj} \sin (\delta_{EUj} - \alpha_{EUj})] \frac{1}{\omega} - \frac{2}{3} T_{\tau j} &= 0; \\ E_{qj} &= E_{qj} \frac{1}{1 + Y_{EUj} (x_{dj} - x_{qj}) \cos \alpha_{EUj}} + \\ &+ U_j \frac{Y_{EUj} (x_{dj} - x_{qj}) \cos (\delta_{EUj} - \alpha_{EUj})}{1 + Y_{EUj} (x_{dj} - x_{qj}) \cos \alpha_{EUj}}; \\ E_{qj} - \frac{\omega M_{fj}}{r_{fj}} \left( U_{f0j} + \sum_k W_{kj} (\Pi_{kj})_{(p=0)} \right) &= 0; \\ T_{\tau j} - T_{\tau j0} - \sum_v W_{vj} (\Pi_{vj})_{(p=0)} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$x_{dj} = \omega L_{dj}; Y_{Euj} = 1/\sqrt{\omega^2 L_{qj}^2 + r_{j}^2},$$

$$\alpha_{Euj} = \arctg \frac{r_j}{\omega L_{qj}}.$$

Уравнение баланса моментов на валу асинхронной машины запишется в виде

$$- \left[ U_{\tau}^2 \frac{x_{adl} \frac{r_{pl}}{s_l}}{\left( x_{adl}^2 + r_{cl} \frac{r_{pl}}{s_l} - x_{cl} x_{pl} \right)^2 + \left( r_{cl} x_{pl} + x_{cl} \frac{r_{pl}}{s_l} \right)^2} \right] \times \\ \times \frac{1}{\omega} + \frac{2}{3} T_{cl} (\omega_{pl} \omega) = 0; \quad (7)$$

где

$$S_l = \frac{\omega - \omega_{pl}}{\omega}; x_{adl} = \omega L_{adl}; x_{pl} = \omega L_{pl}; x_{cl} = \omega L_{cl}.$$

При этом эквивалентная проводимость, замещающая асинхронный двигатель,

$$Y_{all} = \frac{\left[ r_{cl} \left( \frac{r_{pl}^2}{s_l^2} + x_{pl}^2 \right) + \frac{r_{pl}}{s_l} x_{adl} \right] -}{\left( x_{adl}^2 + r_{cl} \frac{r_{pl}}{s_l} - x_{cl} x_{pl} \right)^2 +} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{-j \left[ x_{cl} \frac{r_{pl}^2}{s_l^2} + x_{pl} (x_{pl} x_{cl} - x_{adl}^2) \right]}{+ \left( r_{cl} x_{pl} + \frac{r_{pl}}{s_l} x_{cl} \right)^2}. \quad (8)$$

Уравнения электрической сети могут быть записаны в полярных координатах в следующем виде:

$$U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \sin \alpha_{\tau\tau} + \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \sin (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) + \\ + U_{\tau} E_{q\tau} Y_{UE\tau} \sin (\delta_{UE\tau} - \alpha_{UE\tau}) + P_{\tau n} (U_{\tau}, \omega) = 0; \quad (9) \\ U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \cos \alpha_{\tau\tau} - \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \cos (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) - \\ - U_{\tau} E_{q\tau} Y_{UE\tau} \cos (\delta_{UE\tau} - \alpha_{UE\tau}) + \\ + Q_{\tau n} (U_{\tau}, \omega) = 0,$$

где  $P_{\tau n}(\omega, U_{\tau})$ ,  $Q_{\tau n}(\omega, U_{\tau})$  — зависимости статических характеристик нагрузки по частоте и напряжению, учитывающие эквивалентные проводимости, замещающие асинхронные машины;

$$\delta_{\tau q} = \delta_{\tau n} - \delta_{qn}.$$

Неизвестными для каждой синхронной машины являются  $E_q$ ,  $E_d$ ,  $T_d$ ; для каждой асинхронной машины —  $\omega_r$ ; для каждого из узлов электрической сети —  $U_{\tau}$ ,  $\delta_{\tau n}$ , общая угловая скорость вращения роторов синхронных машин  $\omega$ ,  $n-1$  углов сдвига роторов синхронных машин. Положение ротора одной из синхронных машин —  $n$ -й принято за ось отсчета. Общее число неизвестных —  $4n+k+2m$ .

Значительное упрощение уравнений установившегося режима получается при введении шин бесконечной мощности. При этом из (6)—(9) исключаются 6 уравнений и 6 неизвестных:  $E_q$ ,  $E_d$ ,  $T_d$ ,  $\omega$ ,  $U$ ,  $\delta$ . В таком случае уравнения (6)—(9) являются

уравнениями установившегося режима часто используемой в исследованиях устойчивости позиционной модели [Л. 8 и 9].

При неучете систем регулирования возбуждения и скорости генераторов (3- и 4-го уравнений системы (6)), уравнения (6)—(9) при отсутствии шин бесконечной мощности являются уравнениями установившегося режима математической модели П. С. Жданова [Л. 9].

Уравнения (6)—(9) являются полными уравнениями установившихся режимов электроэнергетических систем с учетом статических характеристик систем автоматического регулирования возбуждения и первичных двигателей синхронных генераторов. Эти уравнения получены в явном аналитическом виде и могут быть составлены для любых электроэнергетических систем. Другой формой полных уравнений установившихся (по терминологии [Л. 1] — самоустанавливающихся) режимов электроэнергетических систем является неявная форма [Л. 1, 10], которая может быть получена из уравнений (6)—(9) введением вместо (6)—(8) статических характеристик нагрузки и генерации:

$$\left. \begin{aligned} U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \sin \alpha_{\tau\tau} + \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \sin (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) - \\ - P_{\tau n} (U_{\tau}, \delta_{\tau n}, \omega) + P_{\tau n} (U_{\tau}, \omega) = 0; \\ U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \cos \alpha_{\tau\tau} - \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \cos (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) - \\ - Q_{\tau n} (U_{\tau}, \delta_{\tau n}, \omega) + Q_{\tau n} (U_{\tau}, \omega) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $Y_{\tau\tau}$ ,  $Y_{\tau q}$ ,  $\alpha_{\tau\tau}$ ,  $\alpha_{\tau q}$  зависят от  $\omega$ .

Получение статических характеристик нагрузки и генерации в аналитическом виде не всегда возможно. В общем случае требуется рассмотрение уравнений (6)—(8). Поскольку переменные для различных машин не связаны непосредственно друг с другом уравнениями связи, то для снижения размерности уравнений до порядка уравнений (10) в [Л. 11] используется отдельное решение уравнений машин на каждом шаге итеративного решения уравнений электрической сети.

Обычные уравнения потокораспределения [Л. 3], используемые для определения установившихся режимов, получаются, как частный случай уравнений (10), «закреплением» части неизвестных [Л. 1]. При «закреплении» модулей напряжения генераторов уравнения (10) для узлов генерации преобразуются к виду (используемому в [Л. 12 и 13]):

$$U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \sin \alpha_{\tau\tau} + \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \sin (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) - \\ - P_{\tau r} (\omega) + P_{\tau n} (\omega) = 0. \quad (11)$$

При задании неизменных («закреплении»), кроме модуля напряжения генераторных узлов, также частоты и реактивных мощностей части генераторов, уравнения (10) преобразуются к обычному виду уравнений потокораспределения:

$$\left. \begin{aligned} U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \sin \alpha_{\tau\tau} + \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \sin (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) + \\ + P_{\tau n} (U_{\tau}) - P_{\tau r} = 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\tau}^2 Y_{\tau\tau} \cos \alpha_{\tau\tau} - \sum_q U_{\tau} U_q Y_{\tau q} \cos (\delta_{\tau q} - \alpha_{\tau q}) + \\ + Q_{\tau n} (U_{\tau}) - Q_{\tau r} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Первое из уравнений (12) составляется для всех узлов электрической сети, за исключением балансирующего узла, в котором напряжение фиксировано по модулю и фазе. Второе из уравнений (12) составляется для всех узлов, кроме балансирующего узла и узлов, в которых поддерживается заданное значение модуля напряжения.

Помимо уравнений потокораспределения в форме баланса мощностей в полярных координатах (12), используются уравнения в комплексной форме, получаемые из (12) введением в качестве неизвестных вещественных и мнимых составляющих напряжений узлов. Эти уравнения в комплексной форме могут быть записаны в виде

$$\dot{U}_{\tau} \sum_q (\hat{U}_{\tau} - \hat{U}_q) \hat{Y}_{\tau q} - \hat{S}_{\tau r} + \hat{S}_{\tau n} (U_{\tau}) = 0. \quad (13)$$

Наконец, используются уравнения потокораспределения в форме баланса токов, получаемые из (13) делением левой и правой частей сопряженного уравнения на  $\hat{U}_{\tau}$ . Это приводит к уравнениям:

$$\sum_q (\dot{U}_{\tau} - \dot{U}_q) \dot{Y}_{\tau q} + \frac{\hat{S}_{\tau n} (U_{\tau})}{\hat{U}_{\tau}} - \frac{\hat{S}_{\tau r}}{\hat{U}_{\tau}} = 0. \quad (14)$$

Для узлов с заданными значениями модуля напряжения, помимо (13), (14), должны удовлетворяться также уравнения:

$$(U'_{\tau})^2 + (U''_{\tau})^2 = |U_{\tau}|^2. \quad (15)$$

Уравнения потокораспределения в форме баланса токов используются обычно в программах, реализующих метод Гаусса — Зейделя, а в форме баланса мощностей — в программах, реализующих метод Ньютона и его модификации.

Таким образом, обычно применяемые уравнения потокораспределения (при неизменной частоте) соответствуют уравнениям установившегося режима для полной математической модели в частном случае, когда выполняются следующие условия: в электроэнергетической системе имеются шины бесконечной мощности и балансирующий узел совпадает с ними; заданные при расчете потокораспределения значения модулей напряжения и мощностей соответствуют их значениям, определяемым статическими характеристиками систем регулирования синхронных машин в полной модели: статические характеристики нагрузки по напряжению отражают полную модель асинхронных машин.

Отметим, что эти условия сходны с условиями, полученными в [Л. 14] при анализе связи якобиана уравнений потокораспределения со свободным членом позиционной модели электроэнергетической системы.

**Использование «фиктивных» моделей при определении установившихся режимов электроэнергетических систем.** Можно указать две основные причины использования в обычной расчетной практике

фиктивных моделей. Одна из них связана с заменой нелинеаризуемых нелинейностей некоторыми линеаризуемыми зависимостями. Тот или иной путь замены приводит к различным математическим моделям системы. Самый простой приближенный способ состоит в пренебрежении нелинеаризуемыми нелинейностями. Другой способ, более точный, связан с учетом зависимости эквивалентной модели от величины возмущения. Вторая причина обусловлена чисто расчетными приемами, о которых было сказано выше.

Рассмотрим, при каких условиях применение фиктивных моделей правомерно для определения установившегося режима. Каждой математической модели системы соответствует определенная область аperiodически устойчивых, физически реализуемых (при устранении самораскачивания) режимов. Границей этой области является поверхность, определяемая условием обращения в нуль свободного члена характеристического уравнения системы первого приближения при непрерывном изменении параметров системы от заведомо устойчивого режима. Эта граница отделяет область возможных реализуемых режимов от невозможных. На этой границе достигается предел физической реализуемости системы (текущий режим по определению И. С. Брука и И. М. Марковича). Различные математические модели имеют разные области физически реализуемых режимов. Фиктивной модели соответствует область расчетной устойчивости по определению [Л. 15].

Если рассматриваются такие установившиеся режимы, которые одновременно принадлежат области физической реализуемости реальной модели и области расчетной устойчивости фиктивной модели, то замена модели может быть допустима для определения установившегося режима, так как последний является состоянием равновесия обеих математических моделей. Если же рассматриваются такие режимы, которые принадлежат области расчетной устойчивости фиктивной модели и не принадлежат области физической реализуемости реальной и наоборот, то определение установившегося режима фиктивной модели не может заменить определение установившегося режима реальной системы. При этом можно различить три случая. Первый, когда область расчетной устойчивости фиктивной модели больше и включает полностью область физически реализуемых режимов реальной модели. Использование установившегося режима фиктивной модели в качестве установившегося режима реальной модели ошибочно, так как этот режим в реальной модели не осуществим.

Второй случай, когда область физически реализуемых режимов реальной модели больше области расчетной устойчивости фиктивной модели. Установившиеся режимы реальной модели с помощью фиктивной модели получить невозможно.

Наконец, в общем случае пересечения области физической реализуемости реальной модели и области расчетной устойчивости фиктивной модели часть установившихся режимов реальной модели получить невозможно, а часть режимов фиктивной модели не осуществима в реальной модели.

Установить априорно совпадение области физи-

ческой реализуемости реальной модели и области расчетной устойчивости фиктивной модели в большинстве случаев не представляется возможным. Ниже будет показано существенное различие областей физической реализуемости математических моделей при наличии и отсутствии шин бесконечной мощности. Здесь же отметим, что задание реактивной мощности генераторов может оказывать значительное влияние на границу области расчетной устойчивости.

Так, например, для простейшего случая электроэнергетической системы, «генератор — шины неизменного напряжения и частоты» при представлении генератора параметрами  $P, |U|$  предельный угол сдвига вектора напряжения генератора по условиям статической устойчивости при чисто реактивном сопротивлении линии электропередачи составляет  $90^\circ$ , в то время как предел расчетной устойчивости при представлении генератора параметрами  $P, Q$  ( $Q$  — соответствует равенству модулей напряжения генератора и шин) составляет  $60^\circ$ .

Учет режимных ограничений, не обусловленных реальными свойствами системы, определяется требованием эксплуатационного персонала и поэтому подлежит выполнению. Этот учет может быть осуществлен различными способами. Можно, не вводя режимные ограничения, произвести расчет серии режимов вплоть до предельного по апериодической устойчивости. При этом для каждого из режимов производится анализ режимных и других ограничений. В частности, если есть возможность самораскачивания, то производится его исследование. Предельным режимом считается тот, для которого все ограничения соблюдаются; этот режим будет обладать определенным запасом апериодической устойчивости. Если ограничение не связано с нарушением колебательной устойчивости, то полученный режим может быть далеким от предельного физически реализуемого. Чтобы полнее использовать возможности электроэнергетической системы, можно предположить, что персонал воздействует на систему и снимает расчетное ограничение. Действие персонала (дискретное или непрерывное) в принципе может быть учтено в математической модели установившегося режима.

Фиктивные ограничения имеют разную степень обоснованности и оказывают различное влияние на границу области расчетной устойчивости. Задание модулей напряжений в генераторных узлах не вносит существенных искажений, так как приближенно отражает действие автоматических регуляторов возбуждения генераторов. Поддержание модулей напряжений в узлах, в которых отсутствуют регуляторы, является расчетным приемом, не отражающим свойства реальной системы. Как правило, такое «закрепление» модулей напряжения приводит к увеличению области расчетной устойчивости.

«Закрепление» фазы напряжения в одном из узлов электроэнергетической системы, как будет показано ниже, может приводить к существенному искажению модели. Только в частном случае, при равных нулю регулирующих эффектах активных мощностей нагрузок по напряжению и при отсутствии активных сопротивлений линий, выбор узла с фиксированной фазой на предел апериодической

устойчивости не влияет, что следует из результатов [Л. 13]. «Закрепление» фазы напряжения в нескольких узлах может рассматриваться лишь как искусственный прием; область расчетной устойчивости в этом случае может существенно отличаться от области апериодической устойчивости. «Закрепление» реактивных мощностей как режимное требование, обосновывается необходимостью ограничить область допустимых режимов по току статора и ротора генераторов. «Закрепление» реактивных мощностей, как правило, приводит к уменьшению области расчетной устойчивости.

При использовании одной и той же модели электроэнергетической системы при расчете режима и критерия апериодической устойчивости предел апериодической устойчивости совпадает с пределом существования решений уравнений установившегося режима (пределом расчетной устойчивости). При использовании различных моделей при расчете режима и критерия апериодической устойчивости применение фиктивных моделей не препятствует определению предела апериодической устойчивости лишь при условии, если область расчетной устойчивости больше области апериодической устойчивости.

В заключение отметим, что в зависимости от цели исследования (например, учет ограничений для длительно или кратковременно допустимых режимов) предельные режимы могут быть существенно различны.

**Влияние на область физически реализуемых режимов электроэнергетической системы введения шин бесконечной мощности.** Оценку влияния введения шин бесконечной мощности на предел апериодической устойчивости можно сделать, если определить связь свободного члена характеристического уравнения полной модели (при отсутствии шин бесконечной мощности) и вспомогательной модели, полученной при введении шин бесконечной мощности. Для такой оценки достаточно рассмотреть модель П. С. Жданова [Л. 9]. Предполагая в математической модели П. С. Жданова исключенными уравнения связи переменных — уравнения электрической сети, запишем уравнения установившегося режима электроэнергетической системы в виде:

$$T_i(\delta_{1n}, \dots, \delta_{(n-1)n}\omega) - T_{Ti}(\omega) = 0 \quad (i=1, \dots, n). \quad (16)$$

Свободный член характеристического уравнения системы первого приближения равен определителю матрицы Якоби уравнений (16), т. е.

$$a_n = \begin{vmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T^*_1}{\partial \omega} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_i}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T_i}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T^*_i}{\partial \omega} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_n}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T_n}{\partial \delta_{1n}} & \dots & \frac{\partial T^*_n}{\partial \omega} \end{vmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\frac{\partial T^*_i}{\partial \omega} = \frac{\partial T_i}{\partial \omega} - \frac{\partial T_{Ti}}{\partial \omega}.$$

Свободный член характеристического уравнения системы первого приближения при наличии шин бесконечной мощности в узле  $l$

$$a_{nl} = \begin{vmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{1l}} & \dots & \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{nl}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_n}{\partial \delta_{1l}} & \dots & \frac{\partial T_n}{\partial \delta_{nl}} \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Так как между относительными углами  $\delta_{jl}$  и  $\delta_{jn}$  имеется связь,

$$\delta_{jn} = \delta_{jl} - \delta_{nl}, \quad (19)$$

то между частными производными, входящими в (17) и (18) при условии, что их элементы получены для одного и того же значения  $\omega$ , имеется соответствие:

$$\frac{\partial T_i}{\partial \delta_{jl}} = \frac{\partial T_i}{\partial \delta_{jn}}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial \delta_{nl}} = \sum_{j=1}^{n-1} - \frac{\partial T_i}{\partial \delta_{jn}}. \quad (21)$$

Раскрывая значение определителя  $a_n$  по последнему столбцу, получим

$$a_n = \sum_{i=1}^n (-1)^{n+i} \frac{\partial T_i^*}{\partial \omega} a_{in}, \quad (22)$$

где  $a_{in}$  — минор матрицы Якоби (17), получаемый вычеркиванием  $i$  строки и  $n$  столбца.

Из структуры определителей (17) и (18) и соотношений (20) и (21) следует

$$a_{nl} = a_{in} (-1)^{n-i}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), получим

$$a_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T_i^*}{\partial \omega} a_{ni}. \quad (24)$$

Выражение (24) устанавливает связь свободных членов характеристического уравнения полной модели и вспомогательных моделей, полученных введением шин бесконечной мощности в генерирующих узлах. В общем случае условия обращения в нуль свободного члена характеристического уравнения полной модели могут существенно отличаться от условий обращения в нуль свободного члена характеристического уравнения вспомогательной модели при введении в некотором узле системы шин бесконечной мощности, поскольку  $a_n$  зависит от всех  $a_{ni}$ . Как следствие этого, могут также существенно отличаться области возможных режимов полной модели и вспомогательных, полученных введением шин бесконечной мощности.

Области физически реализуемых режимов полной и вспомогательной моделей будут близки и введение шин бесконечной мощности может быть оправдано в случае значительного преобладания регулирующего эффекта (члена  $\partial T_i^* / \partial \omega$ ) какого-либо генератора над другими аналогичными членами, что может иметь место в случае большой номинальной мощности и малом статизме результирующей статической характеристики первичного двигателя генератора.

При рассмотрении квазиустановившихся режимов, обусловленных действием той или иной системы регулирования (скорости, вторичного регулирования частоты и мощности), следует учитывать регулирующие эффекты  $\partial T_i / \partial \omega$  статических характеристик соответствующих систем регулирования. Области физической реализуемости математических моделей квазиустановившихся режимов, соответствующих различным системам регулирования, могут быть существенно различны из-за различия регулирующих эффектов.

Влияние регулирующих эффектов по частоте можно видеть на примере двухмашинной системы; в этом простейшем частном случае критерий апериодической устойчивости напоминает критерий устойчивости Вагнера — Эванса [Л. 9], характеризующий устойчивость вспомогательной позиционной системы. Критерий апериодической устойчивости имеет вид

$$a_n = \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial T_2^*}{\partial \omega} - \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial T_1^*}{\partial \omega}, \quad (25)$$

а критерий Вагнера — Эванса

$$a_{\text{поз}} = \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} M_2 - \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} M_1. \quad (26)$$

Предел апериодической устойчивости полной модели при положительности регулирующих эффектов генераторов находится в области, ограниченной пределами апериодической устойчивости вспомогательных моделей, полученных введением шин бесконечной мощности вместо 1- и 2-го генераторов:

$$\delta_{12} + \alpha_{12} < \delta_{\text{пр}} < \delta_{12} - \alpha_{12} \quad (27)$$

(здесь дополнительный угол  $\alpha_{12}$  предполагается отрицательным) и в этой области зависит от соотношений регулирующих эффектов генераторов по частоте. Различный выбор шин бесконечной мощности приводит к различным предельным режимам, отличающимся тем более, чем больше дополнительный угол взаимного сопротивления  $\alpha_{12}$ . Влияние статических характеристик по частоте на предел устойчивости будет малым в случае значительного преобладания регулирующего эффекта одного генератора над другим и вообще исключено в случае консервативной системы при  $\alpha_{12} = 0$ .

Учет частоты как независимой переменной в программах расчета установившихся режимов трудностей не представляет и приводит к незначительному увеличению времени счета. При этом наибольшая часть вычислений приходится на учет изменений реактивных сопротивлений линий в зависимости от частоты. Отказ от этого учета приводит к значительному сокращению времени счета. Так, например, по программе, реализующей метод [Л. 6], время сокращается в среднем на 30%.

Расчеты предельных физических реализуемых режимов конкретных схем электроэнергетических систем выявили весьма существенное влияние статических характеристик по частоте на область апериодически устойчивых режимов. Некоторые результаты таких исследований для конкретной схемы приведены в [Л. 16].

При численных исследованиях на ЦВМ было выявлено, что решающее влияние на параметры

предельных по апериодической устойчивости режимов оказывают статические характеристики первичных двигателей синхронных генераторов; существенное влияние имеют также статические характеристики активной нагрузки по частоте; значительно меньшее влияние оказывают статические характеристики реактивной нагрузки по частоте и изменение реактивных сопротивлений линий. Это влияние может быть существенным лишь при больших отклонениях частоты. Имеющаяся в настоящее время информация о регулирующих эффектах генераторов и нагрузок не является достаточно полной. Известны лишь некоторые средние диапазоны изменения регулирующих эффектов.

**Выводы.** 1. Уравнения установившегося режима электроэнергетических систем, включающие помимо уравнений стационарного состояния электрической сети также уравнения стационарного состояния машин и уравнения статических характеристик систем автоматического регулирования, могут быть получены из уравнений переходного движения полной математической модели электроэнергетической системы. Уравнения стационарного состояния математической модели, предложенной П. С. Ждановым [Л. 9], получаются из полных при пренебрежении влиянием регулирования.

2. Уравнения потокораспределения соответствуют полным уравнениям установившегося режима электроэнергетической системы в частном случае, когда в электроэнергетической системе имеются шины бесконечной мощности и балансирующий узел совпадает с ними, статические характеристики систем регулирования возбуждения и мощности генераторов обеспечивают заданные значения токов или мощностей и модулей напряжения генераторов, статические характеристики нагрузки учитывают составляющую токов, обусловленную асинхронными машинами. Фиксация режимных параметров при отсутствии физических устройств, обеспечивающих эту фиксацию, приводит к замене реальной модели фиктивной. Применение фиктивных моделей для определения установившихся режимов ограничивается режимами, которые одновременно принадлежат области физической реализуемости реальной модели и области расчетной устойчивости фиктивной модели.

3. Свободный член характеристического уравнения системы первого приближения для математической модели электроэнергетической системы при отсутствии шин бесконечной мощности определяется суммой произведений результирующих эффектов генераторов по частоте и свободных членов для моделей, получаемых из исходной модели введением шин бесконечной мощности последовательно во

всех генерирующих узлах. Такая связь свободных членов обуславливает возможность существенного различия областей физической реализуемости режимов математических моделей при наличии и отсутствии шин бесконечной мощности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фазылов Х. Ф. Теория и методы расчета электрических систем. — Ташкент: Изд. АН Узбекской ССР, 1953.
2. Stott B. Review of load-flow calculation methods. — Proc. IEE, 1974, vol. 62, № 7.
3. Идельчик В. И. Расчеты установившихся режимов электрических систем. — М.: Энергия, 1977.
4. Крумм Л. А. Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами. — Новосибирск. Наука, 1977.
5. Андреюк В. А. Дифференциальные методы расчета установившихся режимов энергосистем. В кн. Доклады на III Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем. Л. Энергия, 1973, с. 108—115.
6. Совалов С. А., Баринов В. А. Сходимость итерационных процессов установления режимов как критерий статической устойчивости. — Электричество, 1977, № 2, с. 1—7.
7. Страхов С. В. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960.
8. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1978.
9. Устойчивость электрических систем/ Лебедев С. А., Жданов П. С., Городский Д. А., Кантор Р. М. — М.: Госэнергоиздат, 1940.
10. Крумм Л. А. Уравнения стационарного режима электрической системы с учетом статических характеристик нагрузок и генераторов при автоматическом регулировании частоты, напряжения и мощности. — Труды Таллинского политехнического института, 1957, № 123.
11. Методика и алгоритм определения предельных по статической устойчивости установившихся и послеаварийных (самоустанавливающихся) режимов с учетом изменения частоты/ Галкина Н. В., Ильина В. П., Конторович А. М., Шербачев О. В. — Труды ЛПИ, 1976, № 350, с. 3—8.
12. Калюжный А. Х., Лукашев Э. С., Соколов Ю. В. Анализ установившихся режимов и апериодической устойчивости электроэнергетических систем с учетом изменения частоты. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 6, с. 70—75.
13. Влияние изменений частоты на оценку апериодической статической устойчивости установившегося режима электрической системы/ Веников В. А., Строев В. А., Виноградов А. А., Идельчик В. И. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 2, с. 27—37.
14. Оценка статической устойчивости электрических систем на основе решения уравнений установившегося режима/ Веников В. А., Строев В. А., Идельчик В. И., Тарасов В. И. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5, с. 18—23.
15. Смирнов К. А. О единственности решения при расчете электрического режима и при расчете оптимального распределения мощностей в энергосистеме. — В кн.: Проблемы электроэнергетики. — М.: Наука, 1966, с. 39—52.
16. Совалов С. А., Баринов В. А. Влияние изменений частоты на установившиеся режимы и пределы статической устойчивости электроэнергетических систем. — В кн.: Тезисы докладов 3 Всесоюзного научно-технического совещания работников служб электрических режимов ОДУ и энергосистем. — Алма-Ата, 1978, с. 53—54.

[27.03.80]



# Особенности разработки системы автоматизированного проектирования крупных электрических машин

ХУТОРЕЦКИЙ Г. М., доктор техн. наук, ГОРОДЕЦКИЙ В. В., канд. физ.-мат. наук,  
ЗУБКОВ Ю. С., канд. техн. наук

НИИ ЛПЭО «Электросила»

XXV съезд КПСС поставил в ряд первоочередных проблем научно-технического прогресса широкое применение ЭВМ на всех стадиях создания высокоэффективных машин и оборудования. Для электротехнической промышленности X пятилетка знаменовалась ускорением темпов автоматизации управления производством, технологическими процессами и проектно-конструкторскими работами. В настоящее время на всех ведущих предприятиях отрасли разрабатываются и внедряются системы автоматизированного проектирования (САПР), цель которого — повышение качества выпускаемой продукции, уменьшение затрат на создание новых образцов, сокращение сроков проектирования и уменьшение его трудоемкости.

Необходимость ускорения темпов автоматизации требует разработки общей методологии и нормативных документов, обобщающих опыт создания автоматизированных систем в различных отраслях народного хозяйства. В 1978 г. Государственный комитет СССР по науке и технике выпустил «Общепромышленные руководящие методические материалы по созданию систем автоматизированного проектирования», регламентирующие основные этапы работ, структуру систем, виды обеспечения и требования к проектной документации. Таким образом, была заложена основа для типовых решений по автоматизации проектирования на базе единой технической политики в области применения ЭВМ. В дальнейшем ряд нормативов, относящихся к порядку разработки САПР, был закреплен в серии государственных стандартов.

Ленинградское электромашиностроительное производственное объединение «Электросила» им. С. М. Кирова, специализирующееся на производстве мощных турбо- и гидрогенераторов, машин постоянного и переменного тока, в течение более полутора десятков лет широко применяет вычислительную технику в инженерных расчетах, а с 1976 г. приступило к созданию САПР крупных электрических машин (КЭМ). В 1980 г. вступает в эксплуатацию первая очередь этой системы. В ходе ее разработки был выявлен ряд организационных, технических и методических проблем, вызванных как спецификой электромашиностроительного производства, так и мелкосерийностью выпускаемой продукции. Несмотря на обилие публикаций по САПР, большинство этих проблем к настоящему времени не получило должного освещения.

Рассмотрим вначале общие характеристики средств обеспечения САПР. Предполагается, что технической базой системы является ЭВМ (как правило, серии ЕС) с набором периферийных устройств, обеспечивающих непосредственный доступ конструктора к обработке данных. Программное обеспечение делится на общесистемное (операционные системы, трансляторы и т. п.) и прикладное (программы, реализующие конкретные проек-

тные операции). Методическим обеспечением служат расчетные процедуры, математические модели объектов проектирования, нормативы и стандарты, определяющие порядок разработки, и правила выполнения конструкторской документации. Информационное обеспечение включает нормативно-техническую документацию, в частности описание стандартных и типовых элементов, деталей, материалов. В состав информационного обеспечения входит также научно-техническая информация, необходимая для определения технического уровня проекта, патентной чистоты изделия и его охраноспособности. Взаимодействие проектных подразделений при разработке и эксплуатации САПР определяется руководящими материалами, составляющими организационное обеспечение системы.

В отличие от автоматизации отдельных инженерных расчетов перед разработчиками САПР ставится задача создания комплексной системы кибернетического типа [Л. 1]. Следовательно, на начальном этапе разработки этой многоаспектной и многоцелевой системы следует четко определить структуру целей ее создания, оценить необходимые ресурсы, определить критерии ее качества, наметить различные альтернативы технических решений и уже затем приступить к сравнению этих альтернатив по заданным критериям и выработке плана разработки и внедрения [Л. 2]. Такой подход к проектированию, известный под названием системного, применительно к созданию САПР КЭМ обнаруживает следующую картину.

Необходимость создания САПР диктуется прежде всего несоответствием между возросшей сложностью проектирования высокоиспользуемых электрических машин и традиционной технологией проектирования. Это несоответствие проявляется в увеличении сроков проектирования, повышении его трудоемкости, затягивании сроков ввода машин в эксплуатацию, длительности разработки новых математических моделей, недостаточных темпах унификации деталей и сборочных единиц, недостаточной обоснованности рекомендаций по повышению надежности машин на основании опыта эксплуатации. Проблема осложняется нарастающим дефицитом трудовых ресурсов, настоятельно требующим интенсификации труда конструктора.

Опыт передовых отечественных и зарубежных предприятий, отражая общее направление научно-технического прогресса, достаточно определенно указывает на то, что кардинальное решение проблемы заключается в разработке комплекса взаимосвязанных программ ЭВМ для многовариантных электромагнитных, тепловых, механических и вентиляционных расчетов; создании независимого от программ автоматизированного банка нормативно-технических документов; формализации процедур отработки конструкции с использованием средств дистанционной связи с ЭВМ; автоматизации чер-

тежных работ; создании библиотеки унифицированных деталей и сборочных единиц на машинных носителях информации; включении в технологическую схему проектирования современной репрографической техники.

В пользу того, что эта работа не только перспективна, но и реальна, говорит рост выпуска ЭВМ 3-го поколения (серии ЕС и СМ), создание сетей коллективного пользования ЭВМ, появление серийных устройств телеобработки данных (АП-63, АП-64, АП-70), графопостроителей (ЕС-7052, ЕС-7053, ЕС-7054), графических дисплеев (ЕС-7064), средств дистанционного доступа к ЭВМ (ЕС-7906, ЕС-7920), автоматизированных рабочих мест конструктора (АРМ-Р, АРМ-М), создание систем управления автоматизированными базами данных (СИНБАД-2, СОД, БАНК, ОКА), пакетов программ графического отображения для применения в машиностроении (ПАД, ФАП-КФ, ОГРА-ЕС), централизация обслуживания ЭВМ, наконец, нарастающий поток публикаций по оптимальному проектированию, многокритериальной оптимизации, эвристическому программированию, информационно-поисковым системам.

Актуальность проблемы создания САПР и разнообразие инструментария для решения этой проблемы внушают иллюзию качественного скачка эффективности проектирования в промышленности. Тем не менее реальные достижения в этом направлении довольно скромны, несмотря на значительные усилия. Причиной этого является, на наш взгляд, не только дефицит средств автоматизации, но и недостаток внимания к специфическим условиям проектирования конкретных изделий. В этом смысле пример предприятия тяжелого электромашиностроения представляется достаточно ярким.

Электрическая машина каждого типа (турбогенераторы, гидрогенераторы, машины постоянного и переменного тока) проектируется специализированным конструкторским отделом. Этому организационному принципу соответствует и структура объектных подсистем САПР, т. е. параллельно создаются четыре комплекса программ, ориентированных на конкретный тип машины. К началу разработки САПР КЭМ большинство расчетных операций уже было автоматизировано, однако взаимосвязь между программами была организована только для отдельных видов расчетов (например, для механических расчетов турбогенераторов). Технологическая схема процесса проектирования примерно одинакова для машин различных типов, но порядок автоматизации проектных процедур, устанавливаемый главными конструкторами, определялся, скорее, степенью подготовленности персонала к работе с ЭВМ, чем стремлением избежать дублирования элементов различных подсистем. Поэтому, несмотря на общность информационной базы предприятия, все нормативные величины (кривые намагничивания, сортаменты меди, допуски, посадки и т. п.) вводились в каждую программу в виде массивов данных.

Постановка задачи создания САПР КЭМ как комплексной проблемы потребовала прежде всего оценить степень эффективности автоматизации всех проектных процедур в свете сокращения сроков

проектирования и его трудоемкости. В ЛПЭО «Электросила» разработан типовой классификатор стадий конструкторских работ, их содержания и нормативов. Для планирования работ по САПР целесообразно сгруппировать эти нормативы не по этапам проектирования (техническое задание; техническое предложение; эскизный, технический и рабочий проекты), а по видам технологических операций. Если принять трудоемкость проектирования машины каждого типа за 100%, то указанная группировка приводит приблизительно к такому распределению трудоемкости, как показано в таблице.

Из такого распределения, характерного для мелкосерийной продукции, со всей очевидностью вытекает, что основной резерв сокращения сроков проектирования заключается в автоматизации чертежных и расчетных работ. В то же время в литературе по САПР преобладает мнение, что основной задачей автоматизации является внедрение различных оптимизационных процедур, а роль ЭВМ состоит в ускорении расчета вариантов конструкции [Л. 3].

Это справедливо при условии достоверности математической модели объекта расчета, однако для электрических машин предельной мощности характерно постоянное усложнение конструкции и повышение удельных нагрузок, что не находит немедленно адекватного математического описания. Кроме того, само понятие критерия оптимальности меняется со временем и не имеет строгого количественного выражения. Поэтому автоматизация чертежных работ и повышение оперативности создания новых расчетных методик являются на современном этапе развития тяжелого электромашиностроения более актуальными и могут рассматриваться как начальная стадия перехода к оптимальному проектированию в широком смысле этого слова.

Соотношение трудоемкостей расчетных и конструкторских операций в тяжелом электромашиностроении тесно связано со спецификой создания унифицированных конструкций. С одной стороны, оптимизация геометрии машины ограничивается необходимостью применения готовой технологической оснастки. Без учета этих ограничений трудоемкость производства машины может вынудить предприятие отказаться от выполнения «оптимального» варианта. С другой стороны, эти требования сужают область поиска оптимальной геометрии. Наконец, эффективность выпуска унифицированных конст-

Наименование операций	Распределение трудоемкости (%) при проектировании			
	турбогенераторов	гидрогенераторов	машин постоянного тока	машин переменного тока
Работа с научно-технической и патентной литературой	1,3	1,6	2,7	2,3
Выполнение расчетов	8,5	6,8	13,9	5,9
Проработка конструкции	20,0	12,3	11,9	20,5
Выполнение чертежей	52,0	49,8	37,3	56,9
Согласование технической документации	8,0	13,7	18,4	6,0
Оформление технической документации	10,2	15,8	15,8	8,4

рукций может проявиться только на достаточно больших сериях изделий, а постоянный рост единичных мощностей крупных электрических машин требует периодической ревизии технических решений и связанного с ней пересмотра унифицированных рядов технологической оснастки. Из этого можно заключить, что степень унификации конструкции крупных электрических машин должна быть ниже, чем для крупносерийных машин, а оптимальные конструкторские решения и впредь будут соответствовать не столько экстремуму формализованной целевой функции геометрических параметров, сколько компромиссу между конструктором и технологом — решению, принципиально не формализуемому. Только на стадии разработки технического предложения выигрыш от применения оптимизационных процедур достаточно велик и для крупных электрических машин. Видимо, не случайно методы многокритериальной оптимизации почти не используются расчетными службами «Электросилы», несмотря на длительный срок применения ЭВМ в инженерных расчетах.

Итак, на современном уровне проектирования крупных электрических машин автоматизация чертежных работ является центральной проблемой. Как уже указывалось, в настоящее время создано специальное программное обеспечение для выполнения машиностроительных чертежей, позволяющее описывать геометрические образы на алгоритмических языках высокого уровня, например, типа ФОРТРАН [Л. 4]. Операторы этих языков включают процедуры вызова из библиотеки стандартных элементов с последующей их ориентацией на чертеже. Однако номенклатура деталей, применяющихся в тяжелом электромашиностроении, настолько широка, что перевод их чертежей на язык ЭВМ даже с использованием современных средств машинной графики представляет практически не обозримую по трудоемкости задачу. Сократить время ее решения можно лишь путем расчленения ее на отдельные подзадачи, общие по технологии выполнения как при разработке программного обеспечения САПР, так и при дальнейшем автоматизированном проектировании. Такое разделение позволяет с помощью ограниченного числа высококвалифицированных специалистов создать основы программного обеспечения электромашиной графики, а затем резко расширить фронт автоматизации чертежных работ путем обучения конструкторов приемам автоматизированного проектирования с учетом специфики крупных электрических машин.

В результате анализа чертежного хозяйства тяжелого электромашиностроения выделяются следующие группы:

1. Нормализованные детали общепромышленного применения (крепежные изделия, трубные и сварные соединения, прокат и т. п.), которые выбираются из базы данных стандартных пакетов программ машинной графики.

2. Унифицированные графические элементы, характерные для электрических машин (пазы, сечения обмоточных проводов, варианты заполнения пазов, клинья, нажимные пальцы, коллекторы машин постоянного тока и т. д.), которые разработчики САПР должны описать стандартными языками

машинной графики. Эти описания образуют библиотеку программ, дополняющую базу данных стандартных пакетов. Языковые средства пакетов дополняются процедурами поиска этих элементов в унифицированных рядах и их ориентации на чертеже.

3. Детали узкого применения, проектирование которых сопровождается расчетом с относительно небольшим числом входных переменных (бандажные кольца роторов турбогенераторов, сегменты стали статора, лобовые части обмоток), описываемые аналогично элементам предыдущей группы, но в виде законченного чертежа со спецификацией, текстовым материалом и соблюдением требований ЕСКД. Описание включается в библиотеку прикладных программ, обращение к которым сопровождается набором исходных данных.

4. Детали и сборочные единицы, имеющие общую координатную базу, например, с центральной или осевой симметрией, со значительным разнообразием количества и формы отдельных графических элементов (стенки корпуса статора, упругие подвески, концевые щиты и т. п.), которые могут быть изображены с помощью набора специально созданных макрокоманд, описывающих форму элементов, например вырезов в стенках, а также положение элементов в заданной системе базовых координат. Каждой координатной базе соответствует свой пакет макрокоманд, описывающих форму элементов на языке, близком к естественному.

5. Чертежи сборочных единиц сложной формы и общего вида изделий, требующие сопряжения большого числа различных графических элементов в разнообразных сочетаниях (например сборка подпятника гидрогенератора). Технология их выполнения на ЭВМ для конструктора остается той же, что и для программиста, т. е. используется стандартное программное обеспечение машинной графики, библиотека программ для чертежей 2-й группы и различные комбинации макрокоманд для чертежей 4-й группы.

Развитие специализированного программного обеспечения происходит параллельно с привлечением конструкторов к работе на ЭВМ, при этом конструктор проходит ряд стадий обучения. По мере овладения техникой ввода исходных данных в программы чертежей 3-й группы он переходит к изучению системы макрокоманд для чертежей 4-й группы. Осваивая при этом элементы стандартной машинной графики, он получает возможность описывать сложные конструкции 5-й группы, а также расширять библиотеки программ для чертежей 2-й и 3-й групп.

Побочным эффектом автоматизации чертежных работ является унификация формы деталей, проводящаяся на стадии подготовки задания на программирование. Неоднократно отмечается, что при отборе исходных данных для программ узкого применения (3-й группы) часть параметров, описывающих геометрию, без ущерба для изделия в целом может быть заменена константами. Очевидно, после этого технологичность новой детали обеспечивается независимо от того, выполняется ли ее чертеж автоматически или вручную. В связи с этим целесообразно приступать к формализации процесса

проектирования уже в начальной стадии автоматизации чертежных работ, даже до получения необходимых технических средств.

Для автоматизации проектно-конструкторских работ требуется перевести на машинные носители информации нормативно-техническую документацию (НТД), которая содержит около 14 тыс. стандартов всех категорий (ГОСТ, отраслевых нормативов, стандартов предприятия). При этом необходимо открыть доступ к этим данным из расчетных программ, организовать централизованное внесение изменений в автоматизированный архив, описать структуру связей между его элементами, необходимых для многоаспектного поиска информации, т. е. создать систему управления базой данных. Такие системы начинают широко применяться в информационном обеспечении АСУ промышленными предприятиями, а выбор конкретной системы определяется спецификой структуры данных, их объема и характера запросов [Л. 5]. Применительно к тяжелому электромашиностроению эта специфика заключается в следующем.

Весь объем НТД можно разделить на область, общую для всех типов машин (материалы, крепежные изделия, допуски и т. д.) и специализированные области для конкретного типа машин. В связи с этим возможно параллельное создание нескольких специализированных подбаз данных.

В пределах любой из выделенных таким образом областей степень неравномерности частоты запросов оказывается очень высокой, в частности, весьма ограничено число квалитетов допусков, диаметров резьбы, сортментов меди. Следовательно, выделение групп НТД, наиболее часто используемых определенными группами конструкторов, открывает путь к резкому сокращению первоначального объема данных, переводимых на машинные носители. Декларируемое обычно преимущество баз данных, состоящее в устранении дублирования информации в разных программах, становится при этом не столь бесспорным. Если данные имеют узкое применение, представляется целесообразным хранить их децентрализованно, т. е. вместе с использующими их программами.

Децентрализация НТД считается обычно нежелательной из-за неудобства внесения изменений в них. Однако подавляющее большинство НТД, применяющихся при проектировании КЭМ, достаточно консервативно, а обновление архива происходит чаще путем его расширения, чем изменения существующих стандартов: вводятся новые марки сталей, типы изоляции и т. д. Даже в случае таких радикальных изменений, как переход к Единой системе допусков и посадок СЭВ, предприятие выпускает стандарты соответствия старой и новой систем. В этих условиях выгоднее распространить на программное обеспечение САПР обычную систему извещений об изменениях в НТД, чем форсировать перевод этой документации на машинные носители.

Анализ информационных потребностей конструкторов обнаруживает, что, несмотря на разнообразие внутренней структуры документов, поисковые предписания довольно просты. Как правило, результатом запроса является таблица данных (на-

пример, характеристика намагничивания заданной марки стали с заданным направлением проката), строка с текстовыми и числовыми полями (например, размеры гайки с заданным диаметром резьбы, ее наименование, тип покрытия, масса), число (например, допустимая токовая нагрузка при заданном номинальном напряжении, марке и сечении провода) или чертеж детали с некоторыми заданными размерами (втулки, смотровые окна). Из этого вытекает, что организация НТД должна представлять древовидную структуру с ограниченным количеством перекрестных ссылок между отдельными ветвями.

Далее, существующая система хранения НТД в специализированных отделах обеспечивает достаточно быстрый доступ к данным, а при автоматизированном проектировании оперативность ввода данных в программы определяется не столько их размещением на машинных носителях, сколько возможностями технических средств дистанционного доступа к ЭВМ. Следует сделать вывод, что информационные потребности конструктора КЭМ перекрываются возможностями большинства известных систем управления базами данных, а выбор конкретной системы должен определяться простотой ее постановки на ЭВМ, возможностью обмена опытом со смежными предприятиями и получения консультаций в специализированных организациях. При этом конечной целью автоматизации информационного обеспечения конструктора КЭМ следует считать создание библиотеки аналогов деталей и сборочных единиц на базе их унификации формализованного описания и разработки системы поисковых ключей, определяющих степень близости формы этих деталей.

В полной мере это относится и к автоматизации проектирования технологической оснастки, поскольку только объективные сведения об аналогах проектируемых деталей могут служить критерием разумного компромисса между конструктором и технологом. Такая ориентация должна обеспечить резкое сокращение трудоемкости разработки конструкции машин. Естественно, что перевод НТД на машинные носители является необходимым этапом на пути к поставленной цели, но основные усилия должны быть направлены не на расширение объема машинных нормативных документов, а на упорядочение структуры наиболее часто используемых стандартов (определение типов записей, длины полей в них и т. д.). В отличие от традиционного подхода к созданию банков данных, когда сначала описывается структура документа и его связи, затем его содержание вводится в базу, а уже после этого составляется прикладная программа обращения к документу, в рассматриваемой области более целесообразно вначале наполнять базу данных информацией, уже внесенной в программы, т. е. приведенной к форме, удобной для программиста. К этой форме следует по возможности приводить и документы, которые впервые переносятся на машинные носители. Предложенный порядок диктуется большим заделом программного обеспечения инженерных расчетов КЭМ.

Поскольку трудоемкость работы с научно-технической и патентной литературой, как видно из

приведенной таблицы, составляет 1—2% общего объема проектирования, автоматизация факто-графических картотек не должна относиться к первоочередным задачам информационного обеспечения САПР КЭМ.

Проблема ускорения проектирования КЭМ не может быть решена без применения средств репрографии как неотъемлемой составляющей технического обеспечения САПР. До тех пор пока заявка конструктора на копирование документации удовлетворяется в течение 10—30 дней, автоматизация чертежных работ и создание банков данных практически не повлияют на сроки выпуска рабочих чертежей. Современные графопостроители обеспечивают выполнение чертежа средней трудоемкости за 20—30 мин, но уже сейчас очевидно, что комплектование ими удаленных терминальных станций с целью замены кульманов, а также массовое применение автоматизированных рабочих мест конструктора, включенных в сеть коллективного пользования ЭВМ, не могут рассматриваться в качестве ближайшей перспективы, особенно для территориально разбросанных крупных проектных организаций. В то же время сопряжение средств репрографии и вычислительной техники на организационном, а в перспективе и на техническом уровне дает возможность развернуть работы в следующих направлениях:

создание библиотек чертежей-полуфабрикатов на микроносителях, снабженных отсылками к выполняющим их программам ЭВМ; для их доработки до законченного чертежа конструктору требуется только отредактировать программу согласно изменениям, внесенным им в бумажную копию полуфабриката;

применение чертежей-масок, т. е. выполнение на графопостроителе чертежей, в которых затем на месте размеров прорезаются окна, а вычисленные программой размеры выводятся на печатающее устройство в позициях, соответствующих этим окнам, затем на лист с размерами накладывается чертеж-маска и снимается микрофильм; также наносится на чертеж выведенные на печатающее устройство спецификации;

создание в конструкторских службах специализированных архивов чертежей на микроносителях и оснащение этих служб читально-копировальными автоматами для ускорения проработки заданий на автоматизированное проектирование и разгрузки линий передачи данных между центральной ЭВМ и терминальными устройствами.

Таким образом, комплекс проблем, которые должны быть решены в ходе создания САПР КЭМ, существенно отличается от сложившейся общей методологии автоматизированного проектирования. Даже при наличии необходимых технических средств автоматизации развитие работ в этом направлении значительно затруднялось бы из-за отсутствия методической основы, определяющей порядок разработки и внедрения программного обеспечения, относительную важность целей на различных этапах работы, критерии оценки ее результатов. Эти трудности резко возрастают, если учесть крайний дефицит устройств дистанционного доступа к ЭВМ, графопостроителей и графических дисплеев,

репрографического оборудования, системного программного обеспечения, ориентированного на САПР. В результате пока автоматизируются не связанные между собой фрагменты проектно-конструкторских работ, без учета степени их актуальности для достижения конечных целей САПР.

**Заключение.** В процессе разработки первой очереди САПР крупных электрических машин в ЛПЭО «Электросила» были заложены основы организационного, методического и программного обеспечения системы, соответствующие условиям работы конструктора электромашиностроительного предприятия, выпускающего единичную и мелкосерийную продукцию. Темпы дальнейшего развития САПР будут в значительной мере определяться парком технических средств автоматизации. Однако независимо от этого фактора на первый план выдвигаются проблемы планирования работ по автоматизированному выполнению чертежей, переводу нормативных документов на машинные носители и согласованию процедур автоматизации конструкторской и технологической подготовки производства.

Основное внимание при планировании должно уделяться не объектам, а процессу проектирования, т. е. любая процедура должна рассматриваться в свете ее эффективности для достижения заданного качества проектирования. Сокращение сроков и трудоемкости проектирования, снижение себестоимости выпускаемой продукции и повышение ее качества относятся к целям верхнего уровня, для достижения которых необходимо создать механизм управления разработкой, учитывающий интересы всех ее участников: главных конструкторов, расчетных и конструкторских бригад, специалистов по автоматизации, технологов, исследователей. Опыт создания САПР КЭМ показывает, что ориентация на экономические критерии не дает практического руководства к наилучшему использованию ресурсов разработчиков. В частности, на начальном этапе разработки более важной целью оказывается укрепление доверия конструкторов к ЭВМ, что достигается, во-первых, выпуском простых чертежей, но в полностью законченном виде (демонстрация возможностей ЭВМ), во-вторых, автоматизацией трудоемких монотонных операций, например, конструирования элементов корпуса статора (демонстрация полезности ЭВМ непосредственно для конструктора). Не менее актуально повышение оперативности диалога проектировщика с ЭВМ; уже сейчас обработка данных в пакетном режиме тормозит автоматизацию даже расчетных операций.

Концентрация усилий на автоматизации чертежных работ вызвана очевидной диспропорцией трудоемкости расчетных и конструкторских операций, а также разрывом уровней их методической и технической оснащенности. Если инженерные расчеты уже длительное время обеспечиваются и парком ЭВМ, и алгоритмическими языками, то работа конструктора не имеет такого фундамента для автоматизации. По мере сокращения упомянутого разрыва согласование всех звеньев САПР потребует большего внимания, так как дальнейшие пути повышения качества проектирования будут не столь очевидными; к тому же совершенно ясно, что САПР

будет развиваться в условиях дефицита кадров и технических средств. Потребуется перераспределять ресурсы на каждом этапе разработки системы, и волевых решений будет для этого недостаточно. Возникает необходимость более строгого подхода к проектированию САПР, основанного на ее представлении как целенаправленной, многозвенной и многоуровневой системы. В рамках современной теории управления разработаны эффективные методы описания таких систем, учитывающие, в частности, субъективный характер оценки различных операций, неопределенность связей между ними, несравнимость ряда критериев по единой шкале [Л. 6].

Для ускорения темпов автоматизации проектирования электрических машин следует разработать приемы формальной оценки элементов программного, информационного и технического обеспечения, на которую можно опираться при определении порядка внедрения САПР, распределении усилий ее разработчиков и при заказе технических средств. На достигнутой стадии развития САПР КЭМ необходимо, в первую очередь, решить следующие задачи:

детально описать структуру целей автоматизации проектирования и критериев достижения этих целей применительно к каждому типу проектируемых машин;

разбить диапазоны между действительным и желаемым состояниями процесса проектирования по каждому критерию на ряд областей, имеющих четкие словесные определения; например, для критерия «оперативность диалога с ЭВМ» могут быть предложены следующие градации: «обращение к ЭВМ через диспетчера вычислительного центра», «работа в терминальном зале», «работа на абонентском пункте в конструкторском отделе», «работа на индивидуальном терминале» и т. д.; для каждой проектной процедуры, включая расчетные и конструкторские операции, составить перечень элементов программного, информационного и технического обеспечения, достаточный для достижения требуемой степени автоматизации;

выделить элементы, общие для нескольких процедур;

определить относительную ценность элементов обеспечения САПР, используя методы сравнения многомерных альтернатив [Л. 2];

определить затраты на реализацию наиболее важных элементов программного и информационного обеспечения при имеющемся парке технических средств и различных вариантах его расширения с учетом подготовленности персонала, методической базы, возможности заимствования готовых решений и трудоемкости внедрения;

путем сопоставления эффективности и затрат выбрать наиболее актуальные направления работ и распределить по ним персонал, участвующий в развитии системы.

Порядок действий, определяемый описанным способом, нуждается в периодическом пересмотре, поскольку с развитием системы происходит перераспределение важности целей.

Работа по определению показателей эффективности элементов автоматизации предполагает готовность конструкторов к длительному контакту со специалистами по автоматизации в процессе анкетирования и должна проводиться на основании определенных директивных указаний. Однако, несмотря на некоторые организационные трудности этого контакта, следует признать, что альтернативной этому пути является только распыление трудовых и материальных ресурсов на выполнение разрозненных операций вместо решения центральных проблем повышения качества проектирования электрических машин.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Методические аспекты исследования больших электроэнергетических систем кибернетического типа. — В кн.: Вопросы кибернетики. Энергетический подход к исследованию систем. — М.: Энергия, 1977, вып. 32.
2. Ларичев О. И. Наука и искусство принятия решений. — М.: Наука, 1979.
3. Алиевский Б. Л. Проектирование электрических машин как многокритериальная задача оптимизации. — «Электричество», 1979, № 5.
4. Зозулевич Д. М. Машинная графика в автоматизированном проектировании. — М.: Машиностроение, 1976.
5. Выбор систем управления базами данных. Рекомендации по применению. — Калинин: НПО «Центрпрограммистов», 1978.
6. Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент. — М.: Наука, 1979.

[30.01.80]

УДК 621.313.332.064.1.018.782.3.001.24

## Переходные процессы в асинхронном самовозбуждающемся генераторе при внезапном трехфазном коротком замыкании

КИЦИС С. И.

Тюмень

Режим емкостного самовозбуждения асинхронной машины в своей физической основе базируется на явлении параметрического резонанса. При этом размах свободных электрических колебаний в машине переменного тока ограничивается насыщением магнитопровода [Л. 1 и 2]. В этих условиях

асинхронная машина иногда работает далеко за коленом характеристики намагничивания. В ходе переходного процесса к. з. сопротивление взаимной индукции  $x_0$  асинхронного самовозбуждающегося генератора (АСГ), определяемое его магнитным состоянием, может весьма заметно измениться. Как

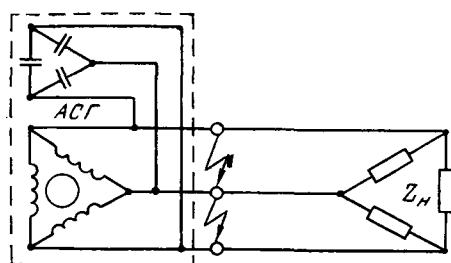


Рис. 1. Схема трехфазного короткого замыкания АСГ.

будет показано ниже, величина  $x_0$  существенно влияет на такие характеристики качества переходного процесса, как показатели затухания (и соответственно время) переходных процессов, угловые частоты отдельных составляющих и результирующих переходных токов, значения фаз токов и т. д. С другой стороны, в АСГ в отличие от синхронного генератора отсутствует источник постоянного напряжения в обмотке ротора, который поддерживал бы токи к. з. и обусловил бы их жесткую, наперед заданную периодичность. Ударные пики токов к. з. в АСГ в сравнении с номинальными амплитудами токов машины имеют примерно в 5 раз меньшую кратность, чем в синхронном генераторе. В связи с этим в данной статье учитывается насыщение магнитопровода лишь по пути основного потока в предположении постоянства реактивных рассеяния.

В статье ставится цель провести детальный анализ переходных процессов трехфазного к. з. АСГ с учетом изменяющегося значения реактивности взаимной индукции машины, углового положения фазного ротора относительно статора в момент коммутации и особенностей расчета начальных условий переходного процесса, определяемых режимом самовозбуждения. Следует отметить, что влияние упомянутых факторов не учитывалось в статьях, посвященных рассмотрению процессов к. з. асинхронной машины с независимым возбуждением [Л. 3 и 4].

Электромагнитные переходные процессы трехфазного к. з. (рис. 1) цепей асинхронной машины в координатных осях  $d, iq$ , вращающихся с угловой скоростью ротора  $\Omega = \text{const}$ , в относительных единицах можно описать системой комплексных дифференциальных уравнений [Л. 3]:

$$d\Psi_1/d\tau + j\Omega\Psi_1 + r_1 i_1 = 0; \quad \Psi_1 = x_1 i_1 + x_0 i_2; \quad (1)$$

$$d\Psi_2/d\tau + r_2 i_2 = 0; \quad \Psi_2 = x_0 i_1 + x_2 i_2, \quad (2)$$

где  $\Psi_1 (\Psi_2)$  — переходный изображающий комплекс потокосцепления фазы статора (ротора);  $i_1 (i_2)$  — переходный изображающий комплекс тока статора (ротора);  $\tau$  — синхронное время;  $r_1 (r_2)$  — активное сопротивление фазной обмотки статора (ротора);  $x_1 (x_2)$  — синхронное индуктивное сопротивление фазы статора (ротора);  $x_0$  — индуктивное сопротивление взаимной индукции. Параметры обмоток соответствуют базисной частоте. Обмотка ротора считается приведенной к обмотке статора.

Нелинейность уравнений (1) и (2) при  $\Omega = \text{const}$  обусловлена зависимостью индуктивных сопротивлений машины от насыщения ее магнитной

системы. С целью учета этой зависимости будем рассматривать синхронные индуктивные сопротивления обмоток в виде:

$$x_1 = x_{1\sigma} + x_0; \quad x_2 = x_{2\sigma} + x_0, \quad (3)$$

причем  $x_{1\sigma} (x_{2\sigma})$  — индуктивное сопротивление рассеяния фазной обмотки статора (ротора) — полагаем постоянным, не зависящим от насыщения,  $x_0$  — переменным, зависящим от степени насыщения магнитопровода.

Решение уравнений (1) и (2) будем осуществлять с учетом следующих соображений. В переходном процессе модуль основного магнитного потока машины, а значит и величина  $x_0$  изменяются во времени, но это изменение происходит существенно медленнее, чем изменение мгновенных значений переходных токов и потокосцеплений, относительно которых составлены уравнения (1) и (2). Чтобы это стало ясным, достаточно заметить, что в электрических машинах переменного тока при использовании уравнений в комплексной форме записи (т. е. при использовании понятия эквивалентных синусоид [Л. 5]) каждый установившийся режим характеризует вполне определенным значением сопротивления  $x_0$ , которое в таком случае вообще не зависит от времени. Мгновенные же значения токов изменяются с определенной угловой частотой. В связи с высказанным соображением можно разбить время переходного процесса на малые интервалы, считая значение  $x_0$  внутри каждого интервала постоянным, но изменяющимся от интервала к интервалу. При переходе от одного интервала к другому должна учитываться нелинейная связь между размахом электрических колебаний в машине и степенью насыщения железа. Такой подход позволяет, с одной стороны, учесть нелинейные свойства исследуемой системы, а с другой — считать исходную систему уравнений линейной на каждом интервале и использовать при анализе отдельных участков переходного процесса линейные методы преобразования и решения уравнений. Искомые нелинейные затухающие колебания составляются из конечного числа участков затухающих линейных колебаний. Естественно, что чем меньше будут элементарные интервалы времени, тем меньше отличается каждое последующее значение  $x_0$  от предыдущего, тем точнее будет искомое решение.

Введем в рассмотрение переходный изображающий комплекс тока намагничивания асинхронной машины

$$i_0 = i_1 + i_2, \quad (4)$$

определяющий величину основного магнитного потока. Значение модуля этого комплекса  $i_{0m}$  может быть однозначно связано с величиной сопротивления взаимной индукции  $x_0$ . Эта связь устанавливается из характеристики намагничивания машины, которая удачно описывается двучленом [Л. 5]:

$$i_{0m} = \alpha e_{0m} + \beta e_{0m}^2, \quad (5)$$

где  $i_{0m}, e_{0m}$  — соответственно амплитуды (модули) тока и э. д. с. намагничивания;  $\alpha, \beta$  — коэффициенты аппроксимации, рассчитываемые с учетом значения внутренней э. д. с.  $e_{0m}$  до коммутации, определяющей рабочий диапазон характеристики.

Учитывая, что сопротивление взаимной индукции можно с достаточной степенью точности определить в виде

$$x_0 \approx z_0 = e_{0m}/i_{0m}, \quad (6)$$

и исключая из системы (5) и (6) э. д. с.  $e_{0m}$ , приходим к нелинейному уравнению

$$\beta i_{0m}^6 x_0^7 + \alpha x_0 - 1 = 0. \quad (7)$$

Это уравнение можно разрешить относительно  $x_0$ , воспользовавшись, в частности, итерационной формулой Ньютона — Рафсона [Л. 6]:

$$x_{0(n+1)} = x_{0n} - (\beta i_{0m}^6 x_{0n}^7 + \alpha x_{0n} - 1) / (7\beta i_{0m}^6 x_{0n}^6 + \alpha), \quad (7a)$$

где  $x_{0(n+1)}$ ,  $x_{0n}$  — соответственно  $(n+1)$ -е и  $n$ -е приближения к величине  $x_0$ , соответствующей некоторому известному (заданному) значению  $i_{0m}$ .

С учетом изложенного уравнения, определяющего изменение во времени переходного комплекса тока статора  $i_1$ , получается после совместного преобразования (1), (2), (3) и (4):

$$\begin{aligned} & \frac{d^2}{dt^2} \{ [x_0(x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau}x_{2\tau}] i_1 \} + \\ & + \frac{d}{dt} \{ \{ x_0(r_1 + r_2) + r_1x_{2\tau} + r_2x_{1\tau} + \\ & + j\Omega [x_0(x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau}x_{2\tau}] \} i_1 \} + \\ & + [r_1r_2 + j\Omega(x_0 + x_{1\tau})r_2] i_1 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Для  $k$ -го интервала переходного процесса уравнение (8) можно записать в виде

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + A_k \frac{di_1}{dt} + B_k i_1 = 0, \quad (9)$$

где

$$A_k = \sigma_k + j\Omega; \quad B_k = \beta_k + j\Omega\eta_k;$$

$$\sigma_k = [x_{0(k-1)}(r_1 + r_2) + r_1x_{2\tau} + r_2x_{1\tau}] / [x_{0(k-1)}(x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau}x_{2\tau}]; \quad (9a)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_k &= r_1r_2 / [x_{0(k-1)}(x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau}x_{2\tau}]; \\ \eta_k &= (x_{0(k-1)} + x_{1\tau})r_2 / [x_{0(k-1)}(x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau}x_{2\tau}]. \end{aligned} \right\} \quad (9b)$$

Обозначение  $x_{0(k-1)}$  соответствует значению сопротивления взаимной индукции в конце предыдущего  $(k-1)$ -го интервала переходного процесса.

Общий интеграл уравнения (8), описывающий изменение комплекса  $i_1$  в течение всего переходного процесса в типичном случае наличия различных корней характеристического уравнения, соответствующего (9), может быть приближенно записан в виде

$$i_1(\tau) = C_1 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{1k} \Delta\tau_k\right) + C_2 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{2k} \Delta\tau_k\right), \quad (10)$$

где  $C_i$  — комплексные постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;  $\alpha_{ik}$  — значения комплексных корней характеристического уравнения с комплексными коэффициентами  $A_k$  и  $B_k$  на  $k$ -м интервале времени  $\Delta\tau_k$ ;  $n$  — число интервалов, на которые разбит текущий отрезок времени  $\tau$ .

Точность выражения (10) увеличивается с уменьшением  $\Delta\tau_k$ . При достаточно большом  $n$  и, следовательно, малых  $\Delta\tau_k$ , последние можно взять одинаковыми.

В случае  $\Delta\tau_k \rightarrow 0$  суммы под знаком экспоненты, входящие в (10), превращаются в интегралы:

$$i_1(\tau) = C_1 \exp\left(\int_0^\tau \alpha_1(\tau) d\tau\right) + C_2 \exp\left(\int_0^\tau \alpha_2(\tau) d\tau\right). \quad (11)$$

При условии линейности системы ( $x_0 = \text{const}$ ) выражение (11) вырождается в каноническую формулу

$$i_1(\tau) = C_1 \exp(\alpha_1 \tau) + C_2 \exp(\alpha_2 \tau).$$

Выражения для расчета корней характеристического уравнения с комплексными коэффициентами, соответствующего (9), имеют вид:

$$\alpha_{1,2k} = \lambda_{1,2k} + j\omega_{1,2k}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2k} &= -\frac{\sigma_k}{2} \pm \left[ \left( \alpha_k - \frac{\Omega^2}{4} \right)^2 + \right. \\ & \left. + (\Omega b_k)^2 \right]^{1/4} \cos \left[ \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{\Omega b_k}{\alpha_k - \frac{\Omega^2}{4}} \right) + n\pi \right], \\ & (n=0 \text{ или } 1); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \omega_{1,2k} &= -\frac{\Omega}{2} \pm \left[ \left( \alpha_k - \frac{\Omega^2}{4} \right)^2 + (\Omega b_k)^2 \right]^{1/4} \times \\ & \times \sin \left[ \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{\Omega b_k}{\alpha_k - \frac{\Omega^2}{4}} \right) + n\pi \right], \quad (n=0 \text{ или } 1), \end{aligned} \quad (14)$$

причем

$$\alpha_k = \frac{\sigma_k}{4} - \beta_k, \quad b_k = \frac{\sigma_k}{2} - \eta_k. \quad (15)$$

Отметим, что извлечение квадратного корня из комплексного числа при выводе выражений (12) — (15) приводит к двум парам значений комплексных корней  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (соответственно для  $n=0$  и  $n=1$ ). При этом  $\alpha_1$  из первой пары (для  $n=0$ ) равно  $\alpha_2$  из второй пары (для  $n=1$ ) и наоборот. Анализ приведенных ниже формул для расчета постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  ( $C_3$  и  $C_4$ ,  $C_5$  и  $C_6$ ) показывает, что при замене  $n=0$  на  $n=1$  эти постоянные меняются местами. Следовательно, с точки зрения правильности окончательного расчета безразлично, какое из значений  $n$  принять — 0 или 1. В выражениях (13) и (14) значение арктангенса зависит от знаков числителя и знаменателя, определяющих квадрант угла.

С целью расчета  $C_1$  и  $C_2$  заметим, что решение (10) уравнения (8) в пределах первого малого интервала можно записать в виде

$$i_1(\tau) = C_1 \exp[\alpha_1(0)\tau] + C_2 \exp[\alpha_2(0)\tau]. \quad (16)$$

Дифференцируя (16), получим:

$$\frac{di_1}{d\tau} = C_1 \alpha_1(0) \exp[\alpha_1(0)\tau] + C_2 \alpha_2(0) \exp[\alpha_2(0)\tau]. \quad (16a)$$

Полагая в (16) и (16а)  $\tau=0$  запишем систему:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= C_1 + C_2; \\ (di_1/d\tau)_{\tau=0} &= C_1\alpha_1(0) + C_2\alpha_2(0), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где  $\alpha_1(0)$ ,  $\alpha_2(0)$  — значения корней, соответствующие значению сопротивления  $x_{0(0)}$ . Из выражений (17) вытекает, что для расчета  $C_1$ ,  $C_2$  необходимо знать начальные значения комплекса тока статора и его первой производной.

Причем в момент коммутации изображающие комплексы (векторы) токов машины не только по модулю, но и по аргументу, остаются неизменными (не могут измениться скачком). Это вытекает из неизменности в момент коммутации абсолютных величин фазных токов, являющихся, как известно, проекциями изображающего вектора тока на магнитные оси фаз. Коль скоро проекции неизменны, не может измениться скачком и сам вектор (изображающий комплекс). Сформулированное положение является обобщением известного закона коммутации [Л. 5] на комплексный (векторный) случай.

Если положить, что в момент к. з. оси  $d$ ,  $j$  занимают относительно магнитных осей фаз машины положение, показанное на рис. 2, то начальное значение изображающего комплекса (в осях  $d$ ,  $j$ )

$$i_{1(0)} = i_{1m} \exp(j\psi_{1(0)})$$

можно вычислить, зная амплитуду  $i_{1m(0)}$  и фазу  $\psi_{1A(0)}$  тока статора в фазе  $A$ , а также угол поворота фаз ротора относительно соответствующих фаз статора  $\delta_0$  в упомянутый момент времени, поскольку

$$\psi_{1(0)} = \psi_{1A(0)} - \delta_0.$$

В случае машины с роторной обмоткой типа «беличья клетка», которая приводится к  $m$ -фазной обмотке статора, направление оси  $d$  в момент начала переходного процесса всегда принимается совпадающим с направлением магнитной оси фазы  $A$  статора, т. е.  $\delta_0=0$ .

Для начального момента времени  $\tau=0$  уравнения (1) и (2) с учетом (3) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} (x_{0(0)} + x_{1\tau}) \left( \frac{di_1}{d\tau} \right)_{\tau=0} + x_{0(0)} \left( \frac{di_2}{d\tau} \right)_{\tau=0} + \\ + j\Omega [(x_{0(0)} + x_{1\tau}) i_1(0) + \\ + x_{0(0)} i_2(0)] + r_1 i_1(0) = 0; \\ (x_{0(0)} + x_{2\tau}) \left( \frac{di_2}{d\tau} \right)_{\tau=0} + x_{0(0)} \left( \frac{di_1}{d\tau} \right)_{\tau=0} + \\ + r_2 i_2(0) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Разрешая систему (18), найдем начальные значения производных

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{di_1}{d\tau} \right)_{\tau=0} = \\ = \frac{r_2 x_{0(0)} i_2(0) - r_1 (x_{0(0)} + x_{2\tau}) i_1(0) - \\ - j\Omega [(x_{0(0)} + x_{1\tau}) (x_{0(0)} + x_{2\tau}) i_1(0) + \\ + x_{0(0)} (x_{0(0)} + x_{2\tau}) i_2(0)]}{x_{0(0)} (x_{1\tau} + x_{2\tau}) + x_{1\tau} x_{2\tau}}; \\ (di_2/d\tau)_{\tau=0} = [x_{0(0)} (di_1/d\tau)_{\tau=0} + \\ + r_2 i_2(0)] / (x_{0(0)} + x_{2\tau}). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Для расчета комплексов (19) необходимо знать начальное значение тока  $i_2(0)$ . Учитывая детерминированные связи между переходными токами в цепях АСГ, установленные в [Л. 7], определение  $i_2(0)$  по известному  $i_1(0)$  не представит затруднений. Если режиму к. з. предшествовал стационарный режим работы АСГ под нагрузкой, то для получения необходимой расчетной формулы достаточно в выражении (31) из [Л. 7] принять показатель нарастания колебаний  $\lambda=0$ . Тогда

$$i_2(0) = \{\omega_0 x_{0(0)} / [r_2^2 + [\omega_0 (x_{2\tau} + x_{0(0)})]^2]^{1/2}\} \times \\ \times \left\{ \exp j \left[ -\frac{\pi}{2} - \arctg \left( \frac{-\omega_0 (x_{2\tau} + x_{0(0)})}{r_2} \right) \right] \right\} i_1(0).$$

Здесь  $\omega_0$  — арифметическое значение угловой частоты скольжения в генераторе непосредственно перед моментом к. з.

Расчет сопротивления  $x_{0(0)}$  можно выполнить по [Л. 7], если также положить  $\lambda=0$ :

$$x_{0(0)} = (\alpha + \beta z^6 i_{1m(0)})^{-1},$$

где  $i_{1m(0)}$  — начальная амплитуда тока в фазе статора:

$$z = \left\{ \left[ \frac{r_1}{F_0} + \frac{g_H}{g_H^2 + (b_H + b_B)^2} \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[ x_{1\tau} + \frac{b_H + b_B}{g_H^2 + (b_H + b_B)^2} \right]^2 \right\}^{1/2},$$

причем

$$g_H = \frac{r_H/F_0}{(r_H/F_0)^2 + x_{LH}^2}; \quad b_H = \frac{x_{LH}}{(r_H/F_0)^2 + x_{LH}^2};$$

$$b_B = - \left( \frac{x_C}{F_0^2} \right)^{-1}.$$

Здесь  $r_H$ ,  $x_{LH}$  — параметры активно-индуктивной нагрузки генератора (рис. 1), соответствующие базисной частоте;  $F_0 = \Omega - \omega_0$  — относительное значение частоты тока в статоре в неподвижных координатах в момент времени  $\tau=0$  непосредственно до коммутации.

В дальнейшем нам понадобится знать также значение тока намагничивания  $i_0(0)$ . Оно может быть рассчитано при  $\lambda=0$  по  $i_1(0)$  [Л. 7]:

$$i_0(0) = \{ [r_2^2 + (\omega_0 x_{2\tau})^2] / [r_2^2 + [\omega_0 (x_{2\tau} + x_{0(0)})]^2] \}^{1/2} \times \\ \times \left\{ \exp j \left[ \arctg \frac{-\omega_0 x_{2\tau}}{r_2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \arctg \frac{-\omega_0 (x_{2\tau} + x_{0(0)})}{r_2} \right] \right\} i_1(0).$$

Решение системы (17) позволяет определить постоянные

$$C_1 = [(di_1/d\tau)_{\tau=0} - \alpha_2(0) i_1(0)] / [\alpha_1(0) - \alpha_2(0)]$$

и

$$C_2 = [\alpha_1(0) i_1(0) - (di_1/d\tau)_{\tau=0}] / [\alpha_1(0) - \alpha_2(0)].$$

Для того, чтобы исследовать изменение комплекса  $i_2(\tau)$  в переходном процессе, необходимо разрешить систему (1) и (2) относительно этого комплекса. После преобразований получаем уравнение, аналогичное (8). В частности, для  $k$ -го ин-

тервала

$$d^2 i_2 / d\tau^2 + A_k di_2 / d\tau + B_k i_2 = 0,$$

где коэффициенты аналогичны формулам (9), (9а) и (9б).

На основании изложенного решение для тока  $i_2$  можно записать в виде:

$$i_2(\tau) = C_3 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{1k} \Delta \tau_k\right) + C_4 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{2k} \Delta \tau_k\right). \quad (20)$$

Аналогично предыдущему получим выражения:

$$C_3 = [(di_2/d\tau)_{\tau=0} - \alpha_2(0) i_2(0)] / [\alpha_1(0) - \alpha_2(0)],$$

$$C_4 = [\alpha_1(0) i_2(0) - (di_2/d\tau)_{\tau=0}] / [\alpha_1(0) - \alpha_2(0)].$$

Переходный комплекс тока намагничивания  $i_0$  определим с помощью соотношения (4). Подставляя в него выражения (10) и (20), найдем:

$$i_0(\tau) = C_5 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{1k} \Delta \tau_k\right) + C_6 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_{2k} \Delta \tau_k\right);$$

$$C_5 = C_1 + C_3; \quad C_6 = C_2 + C_4.$$

Реальные токи в фазах статора генератора определяются изображающим комплексом  $i_1$  в неподвижной плоскости  $\alpha, j\beta$ . Его выражение можно получить, умножив (10) на оператор поворота осей  $d, jq$ , т. е.  $\exp(j\Omega\tau)$ . Учитывая особенности записи (10)

$$i_1 = C_1 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right) \exp\left\{j\left[\psi_{C1} + \sum_{k=1}^{k=n} (\Omega + \omega_{1k}) \Delta \tau_k\right]\right\} + C_2 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right) \times$$

$$\times \exp\left\{j\left[\psi_{C2} + \sum_{k=1}^{k=n} (\Omega + \omega_{2k}) \Delta \tau_k\right]\right\},$$

где  $C_i, \psi_{Ci}$  — соответственно модуль и аргумент комплексной постоянной интегрирования;  $\omega_{ik}$  — алгебраическое значение угловой частоты. Тогда токи в фазах  $A, B, C$  статора в конце  $n$ -го интервала переходного процесса:

$$i_A = i'_{1m} \cos \theta'_1 + i''_{1m} \cos \theta''_1;$$

$$i_B = i'_{1m} \cos\left(\theta'_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + i''_{1m} \cos\left(\theta''_1 - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_C = i'_{1m} \cos\left(\theta'_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + i''_{1m} \cos\left(\theta''_1 + \frac{2\pi}{3}\right),$$

где

$$i'_{1m} = C_1 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right);$$

$$i''_{1m} = C_2 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right);$$

$$\theta'_1 = \psi_{C1} + \sum_{k=1}^{k=n} (\Omega + \omega_{1k}) \Delta \tau_k;$$

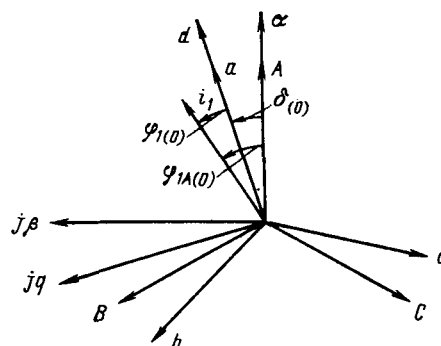


Рис. 2. Расположение различных систем координатных осей в момент короткого замыкания генератора.  $A, B, C$  — магнитные оси фаз статора;  $a, b, c$  — магнитные оси фаз ротора.

$$\theta''_1 = \psi_{C2} + \sum_{k=1}^{k=n} (\Omega + \omega_{2k}) \Delta \tau_k.$$

Соответственно токи в фазах  $a, b, c$  вращающегося ротора с учетом выражения (20):

$$i_a = i'_{2m} \cos \psi'_2 + i''_{2m} \cos \psi''_2;$$

$$i_b = i'_{2m} \cos\left(\psi'_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + i''_{2m} \cos\left(\psi''_2 - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_c = i'_{2m} \cos\left(\psi'_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + i''_{2m} \cos\left(\psi''_2 + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$i'_{2m} = C_3 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right),$$

$$i''_{2m} = C_4 \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right),$$

где

$$\psi'_2 = \psi_{C3} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{1k} \Delta \tau_k, \quad \psi''_2 = \psi_{C4} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{2k} \Delta \tau_k.$$

Модули комплексов токов статора, ротора и намагничивания в конце любого  $n$ -го интервала переходного процесса определяются формулой

$$i_{sm, n} = \left\{ \left[ C_i \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right) \cos\left(\psi_{Ci} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{1k} \Delta \tau_k\right) + C_j \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right) \times \right. \right. \right. \quad (21)$$

$$\left. \left. \times \cos\left(\psi_{Cj} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{2k} \Delta \tau_k\right) \right]^2 + \left[ C_i \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right) \sin\left(\psi_{Ci} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{1k} \Delta \tau_k\right) + C_j \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right) \times \right. \right. \left. \left. \times \sin\left(\psi_{Cj} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{2k} \Delta \tau_k\right) \right]^2 \right\}^{1/2},$$

причем индексы принимают значения:  $i=1$  и  $j=2$  (при  $s=1$ )  $i=3$  и  $j=4$  (при  $s=2$ )  $j=5, j=6$  (при  $s=0$ ).

В соотношении (21) модули постоянных (см. приложение)

$$C_i = (C_{i1}^2 + C_{i2}^2)^{1/2}, \quad C_j = (C_{j1}^2 + C_{j2}^2)^{1/2}.$$

Аргументы этих же постоянных вычисляются по правилу:

$$\psi_{Ci} = \begin{cases} \operatorname{arctg}(C_{i2}/C_{i1}), & \text{если } C_{i1} > 0 \text{ и } C_{i2} > 0; \\ \operatorname{arctg}(C_{i2}/C_{i1}) + \pi, & \text{если } C_{i1} < 0 \text{ и } C_{i2} > 0; \\ \operatorname{arctg}(C_{i2}/C_{i1}) - \pi, & \text{если } C_{i1} < 0 \text{ и } C_{i2} < 0; \\ \operatorname{arctg}'(C_{i2}/C_{i1}), & \text{если } C_{i1} > 0 \text{ и } C_{i2} < 0, \end{cases} \quad (22)$$

где  $\operatorname{arctg}(C_{i2}/C_{i1})$  — главное значение арктангенса. Аргумент комплекса  $i_s$  определяется по правилу (22), но вместо  $C_{i1}$  и  $C_{i2}$  соответственно подставляются

$$\begin{aligned} A_{s1n} &= C_i \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right) \cos\left(\psi_{Ci} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{1k} \Delta \tau_k\right) + \\ &+ C_j \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right) \cos\left(\psi_{Cj} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{2k} \Delta \tau_k\right); \\ A_{s2n} &= C_i \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{1k} \Delta \tau_k\right) \sin\left(\psi_{Ci} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{1k} \Delta \tau_k\right) + \\ &+ C_j \exp\left(\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_{2k} \Delta \tau_k\right) \sin\left(\psi_{Cj} + \sum_{k=1}^{k=n} \omega_{2k} \Delta \tau_k\right). \end{aligned}$$

Правило (22) позволяет однозначно определить положение вектора  $i_s$  на плоскости  $d, jq$ , поскольку его аргумент принимает значения  $-\pi < \psi_{s(n)} \leq \pi$ . Однако в определении угла поворота вектора в общем случае может быть допущена ошибка на величину, кратную  $2\pi$ . Это очевидно в свете известного математического факта, согласно которому аргумент любого комплексного числа не определен однозначно, именно: наряду с некоторым значением  $\varphi$  аргументом этого числа являются также числа  $\varphi + 2k\pi$ , где  $k$  — произвольное целое число. Если изменение углов поворота изображающих векторов во времени представляет специальный интерес, например, при расчете момента или при построении годографов изображающих векторов, то их значение в некоторый момент времени  $\tau_n$  должно определяться путем последовательного расчета аргумента  $\psi_s$  на всех предыдущих этапах расчета с помощью рекуррентной формулы:

$$\psi_{s(n)} = \psi_{s(n-1)} + \Delta\psi_{s(n)},$$

где  $\Delta\psi_{s(n)}$  — приращение аргумента на  $n$ -м интервале расчета, определяемое по правилу:

$$\Delta\psi_{s(n)} = \begin{cases} \psi_{s(n)} - \psi_{s(n-1)}, & \text{если } \operatorname{sign} \psi_{s(n)} \leq \leq \operatorname{sign} \psi_{s(n-1)}; \\ \psi_{s(n)} - \psi_{s(n-1)} - 2\pi, & \text{если } \psi_{s(n)} > \operatorname{sign} \psi_{s(n-1)}, \end{cases}$$

причем  $\psi_{s(n)}$  и  $\psi_{s(n-1)}$  рассчитываются здесь по правилу (22).

Электромагнитный момент генератора в режиме к. з. в конце  $k$ -го интервала переходного процесса можно определить по выражению [Л. 8]:

$$M_k = x_{0k} i_{1mk} i_{2mk} \times \sin(\psi_{2k} - \psi_{1k}),$$

где  $i_{1mk}, i_{2mk}$  — модуль изображающего комплекса тока статора (ротора) в  $k$ -й момент времени  $\tau_k = \tau_{k-1} + \Delta\tau_k$ ;  $\psi_{1k}, \psi_{2k}$  — аргумент изображающего комплекса тока статора (ротора) на вращающейся плоскости  $d, jq$  в тот же момент времени.

На рис. 3 проведено сопоставление расчетной и экспериментальной кривых изменения тока в фазе А статора машины типа АК51/6 в переходном процессе. Совпадение кривых хорошее. Ударные значения тока статора отличаются на 8,78%. Теоретическое время протекания переходного процесса практически совпадает с экспериментальным. Сопоставление результатов экспериментального (78,55А) и расчетного (в физических единицах, до приведения к статору, 72,5А) определения ударных значений тока в фазе  $a$  ротора показало расхождение в 8,34%. Учет насыщения магнитопровода по путям пазового рассеяния, влияющего на величины  $x_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma}$ , приводит к дополнительному уточнению результатов расчета.

**Приложение.** Выражения для расчета постоянных интегрирования  $C_1 + C_2$ :

$$C_1 = C_{1,1} + jC_{1,2},$$

где

$$C_{1,1} = \{q_1 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] + q_2 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]\} / \{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2\};$$

$$C_{1,2} = \{q_2 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] - q_1 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]\} / \{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2\},$$

причем

$$q_1 = \kappa_1 - \lambda_2(0) i_{1m(0)} \cos \psi_{1(0)} + \omega_2(0) i_{1m(0)} \sin \psi_{1(0)},$$

$$q_2 = \kappa_1 - \lambda_2(0) i_{1m(0)} \sin \psi_{1(0)} - \omega_2(0) i_{1m(0)} \cos \psi_{1(0)}.$$

В этих соотношениях фигурируют показатели затухания  $\lambda_1(0), \lambda_2(0)$  и угловые частоты  $\omega_1(0), \omega_2(0)$  составляющих решения (10), соответствующие начальному моменту переходного процесса, т. е. значению  $x_{0(0)}$ :

$$C_2 = C_{2,1} + jC_{2,2},$$

где

$$C_{2,1} = \frac{q_3 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] + q_4 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2};$$

$$C_{2,2} = \frac{q_4 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] - q_3 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2},$$

причем

$$q_3 = \lambda_1(0) i_{1m(0)} \cos \psi_{1(0)} - \omega_1(0) i_{1m(0)} \sin \psi_{1(0)} - \kappa_1,$$

$$q_4 = \lambda_1(0) i_{1m(0)} \sin \psi_{1(0)} + \omega_1(0) i_{1m(0)} \cos \psi_{1(0)} - \kappa_2.$$

$$C_3 = C_{3,1} + jC_{3,2},$$

где

$$C_{3,1} = \frac{q_5 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] + q_6 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2},$$

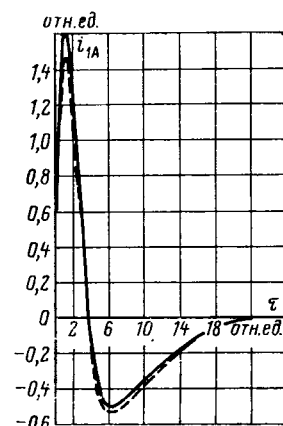


Рис. 3. Сопоставление теоретической и экспериментальной кривых тока в статоре.

— — — расчет;  
- - - - опыт.

$$C_{3,2} = \frac{q_6 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] - q_5 [\omega_1(0) + \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2},$$

причем

$$q_5 = \gamma_1 - \lambda_2(0) i_{2m(0)} \cos \psi_2(0) + \omega_2(0) i_{2m(0)} \sin \psi_2(0);$$

$$q_6 = \gamma_2 - \lambda_2(0) i_{2m(0)} \sin \psi_2(0) - \omega_2(0) i_{2m(0)} \cos \psi_2(0);$$

$$C_4 = C_{4,1} + jC_{4,2},$$

где

$$C_{4,1} = \frac{q_7 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] + q_8 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2},$$

$$C_{4,2} = \frac{q_8 [\lambda_1(0) - \lambda_2(0)] - q_7 [\omega_1(0) - \omega_2(0)]}{[\lambda_1(0) - \lambda_2(0)]^2 + [\omega_1(0) - \omega_2(0)]^2},$$

причем

$$q_7 = \lambda_1(0) i_{2m(0)} \cos \psi_2(0) - \omega_1(0) i_{2m(0)} \sin \psi_2(0) - \gamma_1;$$

$$q_8 = \lambda_1(0) i_{2m(0)} \sin \psi_2(0) + \omega_1(0) i_{2m(0)} \cos \psi_2(0) - \gamma_2.$$

$$C_5 = C_{5,1} + jC_{5,2}, \quad C_6 = C_{6,1} + jC_{6,2},$$

где

$$C_{5,1} = C_{1,1} + C_{3,1}; \quad C_{6,1} = C_{2,1} + C_{4,1};$$

$$C_{5,2} = C_{1,2} + C_{3,2}; \quad C_{6,2} = C_{2,2} + C_{4,2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самовозбуждение и самораскачивание в электрических системах/ В. А. Веников, Н. Д. Анисимова, А. И. Долгинов, Д. А. Федоров. — М.: Высшая школа, 1964.
2. Долгинов А. И. Резонанс в электрических цепях и системах. — М.: Госэнергоиздат, 1957.
3. Казовский Е. Я. Переходные режимы в асинхронных машинах при включениях и коротких замыканиях. — Электричество, 1947, № 6.
4. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. М.: Энергия, 1968.
5. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1967.
6. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортран'е — М.: Мир, 1977.
7. Кицис С. И. Переходные процессы емкостного самовозбуждения асинхронного генератора под нагрузкой. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 4.
8. Веников В. В. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Энергия, 1964.

[06.11.79]

УДК 621.313.322—81.013.8.001.57

## Быстродействие и селективность выявления потери возбуждения мощных турбогенераторов

ЧЕРНОВЕЦ А. К., МЕРКУРЬЕВ Г. В., СОЛОНЕНКИН А. А., ГОЛЬДМАНН Д.  
Ленинград

Основные трудности использования асинхронного режима мощных турбогенераторов как средства повышения результирующей устойчивости связаны с ухудшением асинхронных характеристик при увеличении удельных электромагнитных нагрузок и применением бесщеточной системы возбуждения, исключающей ресинхронизацию от резервного возбудителя.

Для осуществления успешной ресинхронизации необходим переход потерявшего возбуждение турбогенератора в установившийся асинхронный режим с малым скольжением, что возможно только при принудительной разгрузке турбины, импульс на которую подается от устройств выявления асинхронного режима (УВАР). В большинстве случаев требуется также приведение производительности парогенерирующей установки в соответствие с мощностью турбины.

Расчеты и результаты натурных испытаний показывают, что за счет форсировки возбуждения устойчивость генераторов, работающих параллельно с потерявшей возбуждение машиной, при реальных значениях сопротивления связи с системой сохраняется независимо от исходного режима и величины скольжения при переходе в асинхронный режим.

При принудительном снятии форсировки возбуждения действием защиты от перегрузки обмотки ротора нарушение устойчивости при общем числе блоков на электростанции, меньшем шести, вполне реально, если потерявший возбуждение генератор в установившемся асинхронном режиме работает со скольжением, превышающим критическое.

Таким образом, на успешную ресинхронизацию можно надежно рассчитывать, если генератор принудительно переводится в установившийся асинхронный режим со скольжением, меньшим критического, за время, не превышающее 20 с.

В остальных случаях УВАР должно отключать потерявший возбуждение турбогенератор с минимальной выдержкой времени, допустимой с точки зрения отстройки защиты от процессов при синхронных качаниях.

Из сказанного очевидна важность высокого быстродействия и селективности УВАР независимо от того, используется ли асинхронный режим турбогенератора для последующей ресинхронизации или защита действует на отключение блока.

Расчету асинхронных режимов мощных турбогенераторов посвящено значительное число статей [Л. 1—3], сформулированы требования к моделированию массива ротора на основе экспериментальных или типовых частотных характеристик [Л. 1 и 4], разработаны, внедрены и испытаны в натуральных условиях устройства выявления асинхронного режима, основанные на различных принципах [Л. 5—11].

Целью данной статьи является исследование быстродействия и селективности и сравнительное сопоставление различных типов УВАР. Для решения поставленной задачи создана математическая модель, пригодная для исследования асинхронных режимов турбогенераторов в схемах блочных станций при различном состоянии обмотки возбуждения турбогенератора, последующего действия УВАР, экстренного регулирования момента турбины и ресинхронизации.

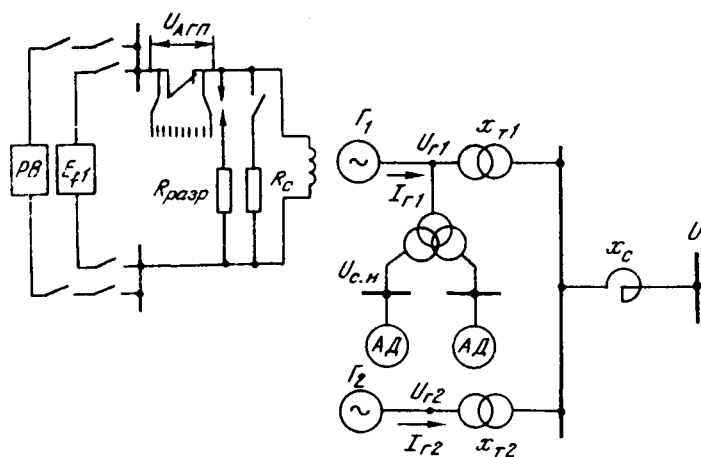


Рис. 1. Расчетная схема блочной электростанции при исследовании потери возбуждения одним из турбоблоков и последующей ресинхронизации.

В расчетной схеме (рис. 1) выделены два блока генератор — трансформатор, связанные с шинами неизменного напряжения через сопротивление связи. У теряющего возбуждения блока Г1 учитывается произвольное число асинхронных электродвигателей собственных нужд, моделируется действие регулятора скорости, экстренного управления моментом турбины, воспроизводятся процессы потери и восстановления возбуждения и действие различных типов УВАР. Блок Г2 эквивалентизирует остальные параллельно работающие агрегаты станции с учетом действия регулятора скорости и процессов, происходящих в возбудителе и унифицированном АРВ сильного действия [Л. 12].

Уравнения переходных процессов в элементах электрической части схемы рис. 1 записаны на основе уравнений Парка — Горева при пренебрежении трансформаторными э. д. с., э. д. с. скольжения и активными сопротивлениями статорных контуров. Массивы роторов турбогенераторов заменены тремя эквивалентными демпферными контурами с постоянными параметрами по каждой из осей симметрии [Л. 1 и 4]. Асинхронные электродвигатели механизмов собственных нужд моделируются с учетом быстропереходных процессов в роторных контурах по схеме с одним эквивалентным демпферным контуром с переменными параметрами в каждой оси.

Уравнения переходных процессов турбогенераторов записаны в осях  $d$ ,  $q$ , жестко связанных с ротором соответствующей машины, а для асинхронных двигателей и остальных элементов — в синхронных координатных осях.

На основании статорных и роторных уравнений генератора при учете произвольного числа демпферных контуров получены выражения для  $d$ - и  $q$ -составляющих тока статора с учетом общепринятых значений величин  $g_{fi}$ ,  $g_{kdi}$ ,  $g_{kqi}$ ,  $\mu_{di}$ ,  $\mu'_{kdi}$ ,  $\mu_{kqi}$ .

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_{di} &= A_i (\hat{U}_{qi} - \hat{\Psi}_{fi} F_i + \hat{\Psi}_{rDi} G_i); \\ \hat{I}_{qi} &= C_i (\hat{U}_{di} + \hat{\Psi}_{rQi}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$A_i = \frac{\frac{1}{1-g_{fi}} + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kdi}}{1-g_{kdi}}}{x_{di} \frac{1-\mu_{di}}{1-g_{fi}} - \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kdi}-\mu_{kdi}}{1-g_{kdi}}};$$

$$F_i = \frac{1}{1 + (1-g_{fi}) \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kdi}}{1-g_{kdi}}};$$

$$G_i = \frac{1}{\frac{1}{1-g_{fi}} + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kdi}}{1-g_{kdi}}};$$

$$C_i = \frac{1 + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kqi}}{1-g_{kqi}}}{x_{qi} \left( -1 + \sum_{k=1}^3 \frac{\mu_{kqi}-g_{kqi}}{1-g_{kqi}} \right)};$$

$$\hat{\Psi}_{rDi} = \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{\Psi}_{krDi}}{1-g_{kdi}};$$

$$\hat{\Psi}_{rQi} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kqi}}{1-g_{kqi}}} \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{\Psi}_{krqi}}{1-g_{kqi}}.$$

Рассмотрим четыре характерных случая наступления асинхронного режима:

ложное отключение автомата гашения поля (АГП) с последующим, через время  $t_{зам}$ , замыканием обмотки возбуждения на сопротивление  $R_c$ ;

полная потеря возбуждения с размыканием обмотки ротора генератора или замыканием ее в зависимости от аварии на коротко, на гасительное сопротивление, на якорь электромашиного возбудителя, на выпрямительное устройство;

инвертирование тиристорного возбудителя; частичная потеря возбуждения в результате шунтирования серийной обмотки высокочастотного возбудителя, выхода из строя части выпрямителей, ограничения тока ротора при повреждении регулятора возбуждения.

Отключение АГП модулируется введением напряжения  $U_{АГП}$  в цепь обмотки возбуждения:

$$p\hat{\Psi}_{fi} = \frac{1}{T_{fi}} (E_{fi} + U_{АГП} - \hat{E}_{qi}), \quad (2)$$

где  $T_{fi}$  — постоянная времени обмотки возбуждения генератора с учетом ее состояния;  $U_{АГП}$  — падение напряжения на дуге автомата гашения поля, численное значение которого принимается равным в соответствии с принципами гашения коротких дуг и рекомендациями о допустимой кратности перенапряжения при срабатывании АГП.

Время гашения дуги однозначно определяет и значение  $T_{f1}$  на этом промежутке. После перехода через нуль тока  $I_{f1}$  (или численно равного ему в относительных единицах А. А. Горева значения  $E_{q1}$ ) обмотка возбуждения оказывается разомкнутой.

Для моделирования разомкнутого состояния обмотки возбуждения имеются два пути. Во-первых, можно, не меняя вид и порядок системы дифференциальных уравнений, положить в (2)

$$E_{f1}=0, U_{AГП}=0, T_{f1}=\frac{T_{d1}}{1+k_{f1}},$$

где  $k_{f1}=R/r_{f1}$ , причем  $R=\infty$ . Такой путь рекомендуется в [Л. 2], но при решении задач методом численного интегрирования встречаются трудности, связанные с резким уменьшением шага интегрирования и с невозможностью определения напряжения, индуктируемого в обмотке возбуждения.

Для преодоления отмеченных затруднений предлагается разомкнутое состояние обмотки возбуждения моделировать через изменение коэффициентов  $A_1, F_1, G_1$  в (1) с исключением уравнения (2), т. е. переходом к математической модели генератора без обмотки возбуждения:

$$A_1 = \frac{1 + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kd1}}{1 - g_{kd1}}}{x_{d1} \left( 1 - \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kd1} - \mu_{kd1}}{1 - g_{kd1}} \right)}; F_1 = 0;$$

$$G_1 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^3 \frac{g_{kd1}}{1 - g_{kd1}}}.$$

Напряжение, индуктируемое на обмотке возбуждения, определяется методом численного дифференцирования с использованием выражения для потокоцепления обмотки возбуждения с учетом  $E_{q1}=0$ :

$$\Psi_{f1}^* = \mu_{d1} x_{d1} \hat{I}_{d1} + g_{f1} \sum_{k=1}^3 E_{kqD}.$$

Замыкание обмотки возбуждения на сопротивление соответствующей кратности моделируется по (2) с учетом  $E_{f1}=0$ ,  $U_{AГП}=0$  и  $T_{f1}$  в соответствии с  $R$ , принимающей значения  $R=R_c$  через время  $t_{зам}$  после отключения АГП или  $R=R_{разр}$  при срабатывании защитного разрядника ( $R_{разр} > R_c$ ).

Аналогично моделируются и случаи полной потери возбуждения. При замыкании на выпрямительное устройство обмотка возбуждения оказывается периодически или замкнутой накоротко ( $R=0$  при  $E_{q1} \geq 0$ ), или разомкнутой после перехода  $E_{q1}$  через нуль, пока  $d\Psi_{f1}^*/dt > 0$ .

Для успешного перехода высокоиспользованного турбогенератора в асинхронный режим с принудительной разгрузкой и последующей ресинхронизацией важна селективная быстродействующая работа устройств выявления асинхронного режима, выполняемых в настоящее время на различных принципах [Л. 5—11].

Осуществим математическое моделирование различных типов УВАР для определения условий их срабатывания.

В устройствах выявления асинхронного режима по величине реактивной проводимости на выводах генератора [Л. 8] необходимым условием для утверждения о наличии асинхронного режима является рост внутреннего угла  $\delta_{г.вн}$  машины выше  $90^\circ$ . Отстройка от синхронных качаний достигается контролем напряжения на кольцах ротора: при отключении АГП, переходе тиристорного возбудителя в инверторный режим происходит изменение полярности  $U_f$ . Быстродействие схемы определяется временем поворота ротора до угла  $\delta_{г.вн}=90^\circ$ , а условия срабатывания, удобные для моделирования на ЦВМ, запишем в виде

$$-\frac{I_{r1}}{U_{r1}} \sin \varphi_1 \geq \frac{1}{x_{d1}}, U_{f1} \leq U_{fзад},$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \left( -\frac{Q_{r1}}{P_{r1}} \right) \text{ при } P_{r1} \geq 0;$$

$$\varphi_1 = \arctg \left( -\frac{Q_{r1}}{P_{r1}} \right) + \pi \text{ при } P_{r1} < 0.$$

При частичной потере возбуждения, когда изменения полярности напряжения на кольцах ротора не происходит, уставка срабатывания  $U_{fзад}$  второго выхода реле напряжения дает сигнал при приближении к пределу статической устойчивости при номинальной нагрузке, но отстройка от качаний осуществляется за счет задержки на срабатывание УВАР по  $b_r$ .

Устройство выявления асинхронного режима по величине полного сопротивления  $z_r$  на выводах генератора [Л. 5—7] обладает важным преимуществом, заключающимся в возможности отстройки от срабатывания при качаниях или асинхронном ходе возбужденного генератора, когда электрический центр качаний находится в генераторе. Это достигается смещением характеристики реле сопротивления в четвертый квадрант на величину  $x'_{d1}$ . Условие срабатывания данного УВАР в виде, удобном для расчетов на ЦВМ, выглядит следующим образом:

$$z_{r1}^2 + z_{r1} \sin \varphi_1 (x_{d1} - x'_{d1}) \leq -x_{d1} x'_{d1},$$

где

$$z_{r1} = U_{r1}/I_{r1}.$$

Третий способ выявления асинхронного режима основан на изменении величины и направления реактивной мощности генератора с отстройкой от допустимого ее потребления в эксплуатационных режимах [Л. 9]. Срабатывание происходит с выдержкой времени 0,5—2 с при выполнении условия

$$Q_{r1} \geq Q_{г.уст1}, Q_{г.уст1} = \frac{1}{k_n} \frac{U_c^2}{x_{d1\pi}},$$

где  $k_n = 1,1$  — коэффициент надежности;  $x_{d1\pi}$  — синхронное индуктивное сопротивление генератора с учетом внешнего сопротивления до шин неизменного напряжения  $U_c$ .

Такой способ используется на некоторых блоках с дополнительной проверкой напряжения ста-

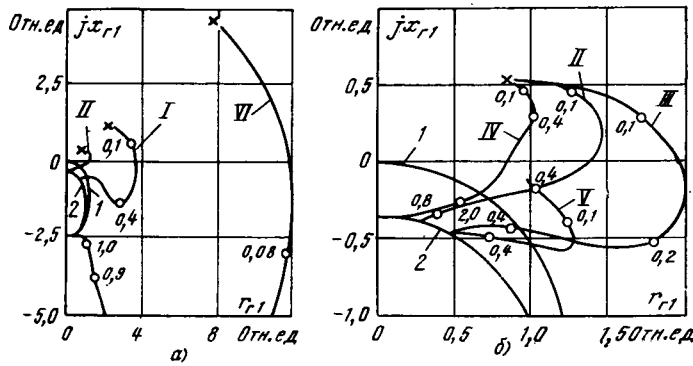


Рис. 2. Изменение полного сопротивления турбогенератора ТБВ-500-2 с турбиной К-500-65/3000 ( $T_{J1}=11,8$  с) при потере возбуждения одним из двух генераторов ( $\frac{P_{г.ном1}}{P_{г.ном2}}=1$ ) в зависимости от:

а — исходной активной нагрузки при  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$ ,  $k_f = 10$ ; б — исходной реактивной нагрузки  $Q_{г.исх}$  (кривые V и II) при  $P_{г.исх} = P_{г.ном1}$  и состоянии обмотки возбуждения (кривые II, III, IV) при  $P_{г.исх} = P_{г.ном1}$ ,  $Q_{г.исх} = Q_{г.ном}$ .

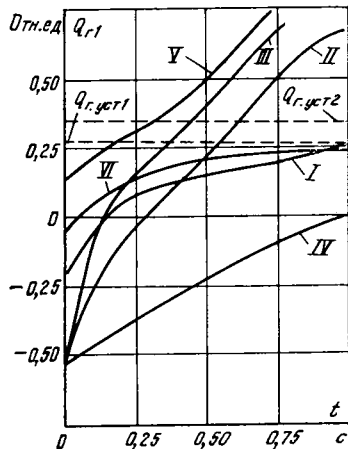


Рис. 3. Изменение реактивной мощности турбогенератора ТБВ-500-2 при потере возбуждения в режимах, указанных в таблице.

тора генератора, т. е. для срабатывания УВАР должны выполняться условия

$$Q_{г1} \geq Q_{г.уст2}, U_{г1} \leq U_{уст1}.$$

В таком случае срабатывание происходит без выдержки времени.

Устройство выявления асинхронного режима, основанное на принципе сравнения абсолютных значений моделированной э. д. с. генератора [Л. 10], срабатывает при выполнении условия  $E_s \geq E_{уст}$ , где  $E_s = E_p - E_m$ ;  $E_{уст} = 0,15$ ;  $E_m = |U_{г1} + 2jx'aI_{г1}|$ ;  $E_p = |U_{г1}|$ .

Согласно [Л. 10] устройство не требует специальной выдержки времени для отстройки от синхронных качаний и асинхронного режима возбужденного генератора. Следует отметить, что устройство, работающее на основе проверки тока  $I_f$  и напряжения  $U_r$ , наиболее совершенное из всех устройств, использующих признак обратного направления тока в обмотке возбуждения ( $I_{f1} \leq 0$ ,  $U_{г1} < U_{уст2}$ ,  $U_{уст2} = 0,85$ ) в качестве признака потери возбуждения.

Для бесщеточной системы возбуждения затруднительна реализация УВАР по контролю тока и напряжения ротора, хотя в практике эксплуатации

известны генераторы типа ТБВ-500-2, имеющие кольца на роторе. Контроль тока и напряжения ротора в таких генераторах вполне реален.

Время выявления  $t_{выявл}$  асинхронного режима перечисленными УВАР будет зависеть от исходной нагрузки генератора и ускорения, получаемого при потере возбуждения, т. е. от разницы между моментом турбины и электромагнитным моментом генератора. Последний зависит от параметров машины, напряжения на ее выводах, определяемого сопротивлением связи с системой  $x_c$ , отношением мощностей теряющего возбуждения генератора и остальных генераторов станции  $P_{г.ном1}/P_{г.ном2}$ , кратности форсировки возбуждения последних  $k_{форс}$ , а также от кратности сопротивления, на которое замыкается обмотка возбуждения  $k_{f1}$ , определяющая скорость снижения синхронного момента и значение асинхронного. Таким образом,  $t_{выявл} = f(\delta_{г.исх}, M_{турб1}, x_c, P_{г.ном1}/P_{г.ном2}, k_{форс2}, k_{f1}, \rho_{f1}, \rho_{krd1}, \rho_{krq1}, x_{d1}, x_{q1}, x_{s1})$ .

На рис. 2 показаны траектории I—VI изменения полного сопротивления генератора при потере возбуждения до срабатывания УВАР по  $b_r$  (кривая 1) и по  $z_r$  (кривая 2). Кривые I—VI различаются исходной нагрузкой генератора и состоянием обмотки возбуждения; цифры на кривых обозначают время в секундах. В таблице приведены варианты исходной нагрузки генератора и состояния обмотки возбуждения при наступлении асинхронного режима. Сопротивление связи с системой принято постоянным,  $x_c = 0,15$ , отношение мощностей теряющего возбуждения генератора и остальных генераторов станции  $P_{г.ном1}/P_{г.ном2} = 1$ .

На рис. 3 приведено изменение реактивной мощности турбогенератора ТБВ-500-2 при потере возбуждения; пунктиром обозначены уставки срабатывания по величине и направлению реактивной мощности  $Q_{г.уст1}$ ,  $Q_{г.уст2}$ .

Общим для первых трех методов (рис. 2 и 3) является увеличение времени выявления асинхронного режима при снижении активной нагрузки и при увеличении выдаваемой генератором в сеть реактивной мощности. Последнее обстоятельство способствует утяжелению аварии при потере возбуждения из-за увеличения дефицита реактивной мощности.

От сопротивления связи с системой  $t_{выявл}$  практически не зависит. Существенное влияние оказывает состояние обмотки возбуждения: медленнее всего асинхронный режим выявляется при замыкании обмотки возбуждения накоротко, при замыкании на десятикратное гасительное сопротивление быстродействие возрастает, еще более благоприятным является режим с отключением АГП, а самое

№ кривой	$P_{г.исх}$ , МВт	$Q_{г.исх}$ , Мвар	$k_{f1}$
I	200	—120	10
II	500	—310	10
III	500	—310	отключение АГП
IV	500	—310	0
V	500	75	10
VI	50	—30	10

высокое быстродействие достигается при разомкнутой обмотке возбуждения.

Из сравнения представленных на рис. 4 способов выявления асинхронного режима следует, что УВАР по величине реактивного сопротивления обладает меньшим быстродействием, чем по величине реактивной проводимости. Это связано с тем, что надежное срабатывание в первом случае достигается при значениях внутреннего угла генератора, близких к  $180^\circ$ , против  $90^\circ$  во втором случае, что подтверждается и зарубежным опытом эксплуатации [Л. 7 и 8].

Для четвертого и пятого способов выявления асинхронного режима нет столь характерных изменений параметров режима, как для первых трех.

Быстродействие различных типов УВАР в одинаковых условиях можно определить с помощью рис. 4. Анализ проведен при условии, что все пять способов не требуют дополнительной выдержки времени для обеспечения селективности. Из сопоставления результатов расчета следует, что отсутствует способ, превосходящий другие во всех возможных режимах. Например, при номинальном режиме турбогенератора и ложном отключении АГП наибольшим быстродействием обладает пятый способ на основе контроля тока возбуждения и напряжения генератора ( $t_{\text{выявл}} = 0,28$  с — см. рис. 4, а). При этом время выявления определяется достижением  $U_{\text{Г1}} < 0,85$ , так как при отключении АГП условие  $I_{\text{Г1}} \leq 0$  выполняется через  $0,15—0,25$  с. Если же асинхронный режим сопровождается замыканием обмотки возбуждения на сопротивление любой кратности в пределах от 10 до 0 (см. рис. 4, а и г), то пятый способ оказывается наименее быстродействующим —  $t_{\text{выявл}} = 1,11$  с при  $k_{\text{Г1}} = 10$ . Это связано с медленным затуханием тока возбуждения и появлением составляющей, вызванной реакцией якоря.

Устройство выявления асинхронного режима по величине моделированной э. д. с. в отличие от других способов обладает тем достоинством, что в широком диапазоне изменения нагрузки генератора время выявления неизменно, а при малых исходных нагрузках снижается (см. рис. 4, б), тогда как при других способах с уменьшением нагрузки быстродействие резко ухудшается. Однако повышение быстродействия при малых нагрузках, а также в режимах потребления реактивной мощности, связано с приближением значения моделированной э. д. с. к уставке срабатывания. В некоторых случаях реле может срабатывать даже в исходном режиме. В режимах, близких к номинальному, быстродействие этого способа почти такое же, как и у способа выявления асинхронного режима по  $z_{\text{Г}}$ .

Расчеты показали, что общим для всех методов является снижение быстродействия при снижении кратности сопротивления  $k_{\text{Г1}}$ , на которое замыкается обмотка возбуждения, при увеличении кратности форсировки  $k_{\text{форс2}}$  и доли мощности соседних исправных машин.

Быстродействие УВАР снижается также при увеличении инерционной постоянной турбогенератора и увеличении максимума среднего значения асинхронного момента  $M_{\text{ас}}$ . Таким образом, чем хуже условия для работы агрегата в асинхронном

режиме, тем выше быстродействие его выявления, что благоприятствует ускорению экстренной разгрузки турбины, запуска резервного возбудителя и последующей успешной ресинхронизации. Поэтому снижение быстродействия УВАР при малых нагрузках не является существенным недостатком, а снижение быстродействия при увеличении возбуждения машины в исходном режиме нежелательно.

Диапазон изменения времени выявления асинхронного режима может изменяться в широких пределах и составлять без учета выдержки времени от синхронных качаний от сотых долей секунды до нескольких секунд.

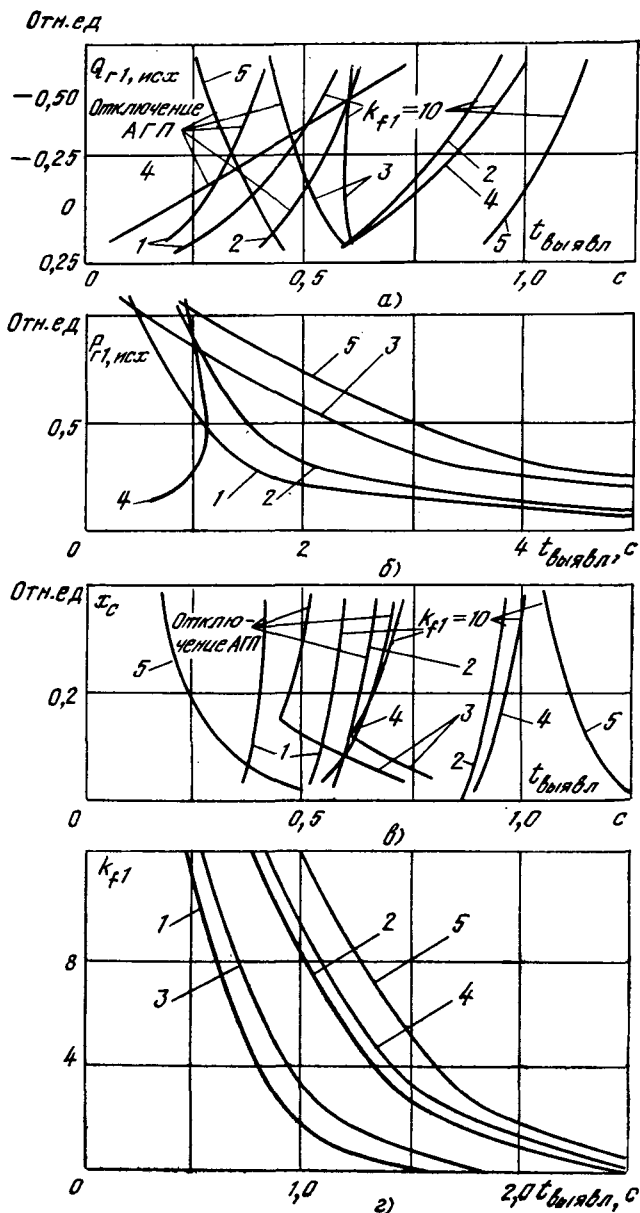


Рис. 4. Время выявления асинхронного режима турбогенератора ТБВ-500-2 различными типами УВАР.

1 — по  $z_{\text{Г}}$ ; 2 — по  $z_{\text{Г}}$ ; 3 — по  $Q_{\text{Г}}$  и  $U_{\text{Г}}$ ; 4 — по  $E_{\text{Г}}$ ; 5 — по  $I_{\text{Г}}$  и  $U_{\text{Г}}$  в зависимости от: а — исходной реактивной нагрузки  $Q_{\text{Г1исх}}$  при  $P_{\text{Г1исх}} = P_{\text{Г.ном1}}$ ,  $x_c = 0,15$ ; б — исходной активной нагрузки при  $\cos \varphi_{\text{Г1}} = \cos \varphi_{\text{ном}}$ ,  $x_c = 0,15$ ,  $k_{\text{Г1}} = 10$ ; в — сопротивления связи с системой при  $P_{\text{Г1исх}} = P_{\text{Г.ном1}}$ ,  $Q_{\text{Г1исх}} = Q_{\text{Г.ном1}}$ ; г — состояния обмотки возбуждения при  $P_{\text{Г1исх}} = P_{\text{Г.ном1}}$ ,  $Q_{\text{Г1исх}} = Q_{\text{Г.ном1}}$ .

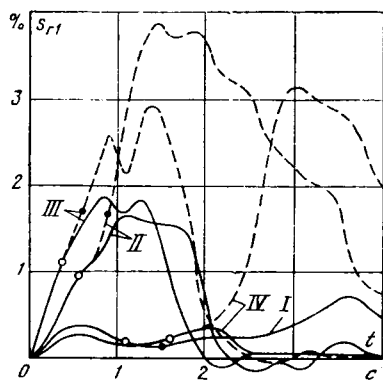


Рис. 5. Изменение скольжения ротора турбогенератора ТВВ-500-2 при полной потере возбуждения и экстренной разгрузке турбины при 10% после выявления асинхронного режима по  $b_r$  (сплошные линии) и по  $z_r$  (пунктир). ○ — момент срабатывания УВАР по  $b_r$ ; ● — момент срабатывания УВАР по  $z_r$ ; I, II, III, IV — см. таблицу 1.

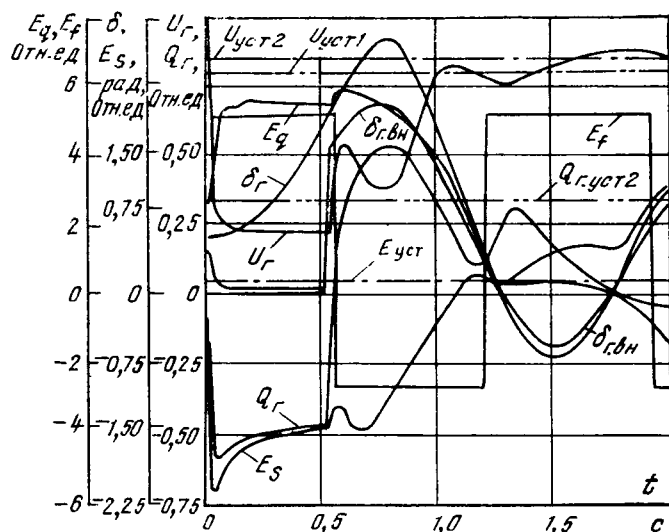


Рис. 6. Переходный процесс после отключения резервной защиты трехфазного короткого замыкания ( $t_k=0,55$  с) на шинах высшего напряжения станции с двумя работающими энергоблоками с турбогенераторами ТВВ-500-2 с исходной нагрузкой  $P_{г.мex}=200$  МВт и сопротивлением связи с системой  $x_c=0,075$ .

Поскольку до выявления факта потери возбуждения разгрузки турбины не происходит, а величина скольжения при срабатывании УВАР находится в пределах одного процента, влияние регулятора скорости турбины с учетом запаздывания в расширении отсеченного объема пара на быстродействие УВАР влияет слабо.

Насколько существенно влияет повышение быстродействия УВАР на характер изменения частоты вращения ротора, в особенности при номинальной нагрузке, видно из рис. 5. Кривые II, III, IV на рис. 5 наглядно подтверждают известное из практики обстоятельство, что при высоких исходных нагрузках, когда момент турбины превышает максимальное значение среднего асинхронного момента при данном напряжении статора, выявление асинхронного режима обычно происходит при превышении ротором критического скольжения  $s_{кр}$ , ре-

гулятор скорости турбины без внешнего воздействия не может вернуть ротор турбогенератора на начальный участок характеристики асинхронного момента с малым скольжением ( $s_{r1} < s_{кр}$ ). При использовании более быстродействующего УВАР превышение скольжения получается меньше, и, главное, сокращается время возврата ротора турбогенератора в область малых скольжений с хорошими условиями для последующей ресинхронизации. Велико значение быстродействия УВАР и с точки зрения напряжения на шинах собственных нужд. Видно также, что время выявления асинхронного режима при пониженных нагрузках хотя и возрастает, но условия ресинхронизации улучшаются. Поэтому высокое быстродействие УВАР необходимо именно при больших нагрузках, в особенности для турбогенераторов с низким асинхронным моментом.

Перейдем к рассмотрению селективности работы рассматриваемых защит при глубоких качаниях и асинхронных проворотах возбужденной машины. Возмущения воспроизводились отключением коротких замыканий в сети высшего напряжения схемы рис. 1 с различной длительностью  $t_k$ . Приведем результаты сравнения рассмотренных типов УВАР по селективности при синхронных качаниях и асинхронных проворотах ротора турбогенератора ТВВ-500-2. Трехфазное короткое замыкание длительностью  $t_k=0,15$  с сопровождается синхронными качаниями ( $\delta_{г.мex}=1,8$  рад;  $\delta_{г.мин}=0,9$  рад); по  $b_r$  защита работает неселективно. При  $t_k=0,2$  с трехфазное замыкание сопровождается глубокими синхронными качаниями ( $\delta_{г.мex}=2,2$  рад;  $\delta_{г.мин}=0,6$  рад); ложно срабатывает защита по  $b_r$ . Замыкание с  $t_k=0,25$  с сопровождается асинхронными проворотами — ложно срабатывает защита по  $Q_r$  и  $U_r$ . Двухфазное короткое замыкание на землю длительностью  $t_k=0,35$  с сопровождается глубокими синхронными качаниями ( $\delta_{г.мex}=2,6$  рад;  $\delta_{г.мин}=0,4$  рад); ложно работают защиты по  $b_r$ ,  $Q_r$  и  $U_r$ .

Расчеты (графическая иллюстрация одного из вариантов показана на рис. 6) подтвердили выводы, что УВАР, основанное на измерении полного сопротивления  $z_r$  и имеющее смещение характеристики от начала координат на  $x'_d$  (в отличие от смещения  $x'_d/2$ , принятого для КРС-3 [Л. 13]), и УВАР, работающее на основе проверки  $I_f$  и  $U_r$ , не требуют выдержки времени для отстройки от глубоких качаний и асинхронных проворотов возбужденной машины. Полное сопротивление  $z_r$  на выходах генератора не попадает в область срабатывания.

Совместную проверку  $I_f$  и  $U_r$  в УВАР следует признать более совершенной, чем в УВАР, контролирующих  $Q_r$  и  $U_r$  с уставками  $Q_{г.уст2}=200$  Мвар и  $U_{уст1}=0,8$  на некоторых блоках с ТВВ-500-2 без выдержки времени. Из рис. 6 видно, что снижение  $I_f$  происходит при качаниях, когда напряжение  $U_r$  возрастает. При таком переходном процессе УВАР по  $Q_r$  и  $U_r$  срабатывает ложно в интервале времени от 0,6 до 1 с при первом прохождении максимума  $\delta_r$ . Следовательно, совместное снижение  $U_r$  и увеличение  $Q_r$  — не только признак потери возбуждения, оно происходит также и при прохождении максимальных значений  $\delta_r$  во время глубоких ка-

чений. Данная защита без выдержки времени не может обеспечить селективное срабатывание при глубоких качаниях и асинхронных проворотах с возбуждением.

Устройство, описанное в [Л. 5], при синхронных качаниях может работать неселективно, если на генераторе поставлено сильное регулирование возбуждения. Здесь для обеспечения хорошего качества переходных процессов напряжение на кольцах ротора меняет знак при подходе к максимуму значения угла  $\delta_{г.вн}$ , т. е. при  $\delta_{г.вн} > 90^\circ$  изменение знака напряжения на кольцах ротора еще не говорит о факте потери возбуждения. Из рис. 6 видно, что УВАР по  $b_r$  будет ложно работать в интервале времени от 0,6 до 0,95 с. При пропорциональном регулировании данное устройство должно работать селективно. При асинхронных проворотах и  $s_r > 0$  устройство работает селективно, при  $s_r < 0$  неселективное срабатывание возможно.

Поведение защиты при выявлении асинхронного режима по  $E_m$  во время синхронных качаний показывает, что опасность ложных, неселективных срабатываний существует при прохождении  $\delta_r$  минимальных значений во время глубоких синхронных качаний. Увеличение  $E_{уст}$  до 0,3 приводит к увеличению времени срабатывания данной защиты при  $P_{г.исх} = P_{ном}$  от 0,15 до 0,6 с в зависимости от значения  $k_{г.ас}$ ,  $x_c$ ,  $P_{г.ном1}/P_{г.ном2}$ .

**Выводы.** 1. Время выявления асинхронного режима существенно для высокоиспользуемых турбогенераторов с малым значением максимума среднего значения асинхронного момента при их работе в номинальном режиме.

2. Определяющим при выборе типа УВАР является не собственное время выявления факта потери возбуждения, а необходимость введения выдержки времени для отстройки от синхронных качаний и асинхронных проворотов возбужденной машины. В этом отношении наиболее совершенным являются УВАР, использующие для выявления факта потери возбуждения полное сопротивление генератора или ток возбуждения с контролем напряжения статора. Устройства, основанные на измерении реактивной проводимости генератора или реактивной мощности с контролем напряжения статора, требуют введения выдержки времени и с точки зрения быстродействия уступают первым двум способам. Устройство, основанное на измерении моделированной э. д. с., требует для отстройки от глубоких качаний увеличения уставки срабатывания. Тем не менее при прохождении минимального значения

внутреннего угла генератора имеется опасность ложного срабатывания.

3. Дальнейшее увеличение быстродействия выявления асинхронного режима высокоиспользуемых турбогенераторов весьма актуально. Это связано с тем, что при существующем числе блоков на электростанциях трудно рассчитывать на существование асинхронного режима с длительностью, превышающей допустимое время форсировки возбуждения. Поэтому весь цикл ресинхронизации следует уложить в промежуток времени, не превышающий 20 с.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коган Ф. Л., Мамиконянц Л. Г. Асинхронный режим мощных турбогенераторов. — Электричество, 1977, № 4, с. 15—21.
2. Баракин К. А., Гамм Б. З., Коган Ф. Л. Математическая модель турбогенераторов для исследования асинхронного режима его работы на АВМ и ЦВМ. — Труды СибНИИЭ, 1976, вып. 32, с. 75—84. — М.: Энергия.
3. Исследование на электродинамической модели режимов работы блоков 300 МВт при потере возбуждения/ Бронштейн Э. Л., Линдорф С. Л., Несвижский Е. И., Травина Ю. Я. — Тр. ВНИИЭ, 1973, вып. 42, с. 18—27. — М.: Энергия.
4. Лукашов Э. С., Калужный А. Х., Гамм Б. З. Определение и использование в расчетах типовых характеристик и параметров демпферных контуров. — Электричество, 1977, № 7, с. 27—32.
5. Выявление асинхронного хода при потере возбуждения мощных турбогенераторов/ Вязовский А. К., Монюшко Н. Д., Столбов Ю. А., Торбенков Г. М. — Электрические станции, 1975, № 2, с. 47—49.
6. Павлов Г. М., Пастухов В. С., Соловьев Н. С. Исследование вопросов построения устройств для выявления асинхронных режимов работы генератора. — Тр. ЛПИ, 1977, № 357, с. 54—58.
7. Berdy J. Loss of excitation protection for modern synchronous generators. — IEEE Trans. PAS, 1975, vol. 94, № 5, p. 1457—1563.
8. Gantner J., Gailliet B., Pienne M. G. Protection contre le fonctionnement hors synchronisme des grosses machines synchrones. — Electra (France), 1977, № 50, p. 77—92.
9. Шейнкман А. Г. Устройство для выявления потери возбуждения генератора. — Электрические станции, 1976, № 5, с. 48—52.
10. Александров В. Ф., Лебедев К. И. Реле защиты от потери возбуждения генераторов. — Электрические станции, 1977, № 3, с. 62—64.
11. Израйлевский Н. Л., Кардашов С. А., Савченко Е. В. Защита турбогенераторов при потере возбуждения. — Электрические станции, 1977, № 11, с. 68—71.
12. Городецкая Н. А., Рагозин А. А. Исследование статической устойчивости гидрогенераторов в режимах недовозбуждения. — Электрические станции, 1976, № 8, с. 45—49.
13. Сравнительные испытания датчиков асинхронного режима турбогенераторов при потере возбуждения/ Бронштейн Э. Л., Травина Ю. Я., Шейнкман А. Г. и др. — Электрические станции, 1979, № 6, с. 26—28.

[28.04.80]



# Математическая модель процессов абсорбции в неоднородной изоляции

ИЕРУСАЛИМОВ М. Е., доктор техн. наук, ИЛЬЕНКО О. С., канд. техн. наук

Киевский политехнический институт

Анализ процессов абсорбции, связанных с перераспределением зарядов в объеме неоднородной изоляции под воздействием электрического поля, относится к наиболее перспективным направлениям диагностики ее состояния. В настоящее время возможности абсорбционных методов контроля используют неполностью. Это связано с недостаточной разработкой общей теории абсорбционных процессов в неоднородной изоляции. Обычно при анализе абсорбционных явлений ограничиваются рассмотрением двухслойного диэлектрика. Более полно (для многослойного диэлектрика) вопрос был рассмотрен в [Л. 1], где были получены зависимости тока абсорбции от характеристик слоев изоляции. При этом, однако, предполагалось, что границы раздела слоев являются эквипотенциальными поверхностями, а каждый из слоев представляет собой однородный диэлектрик.

Целью настоящей статьи является построение общей математической модели процессов абсорбции в неоднородных изотропных средах и анализ возможности использования этой модели для повышения эффективности диагностики состояния электрической изоляции.

Напряженность электрического поля  $\vec{E}$  в неоднородной изотропной среде в общем случае определяется [Л. 2] уравнением Пуассона

$$\operatorname{div}(\epsilon \vec{E}) = \rho \quad (1)$$

и уравнением непрерывности тока

$$\operatorname{div}(\sigma \vec{E}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  и  $\sigma$  — диэлектрическая проницаемость и удельная объемная проводимость среды;  $\rho$  — объемная плотность заряда.

Исключив из уравнений (1) и (2)  $\operatorname{div} \vec{E}$ , получим дифференциальное уравнение, описывающее процесс перераспределения зарядов в объеме диэлектрика, которое целесообразно представить в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon} \rho + \vec{E} \left( \operatorname{grad} \sigma - \frac{\sigma}{\epsilon} \operatorname{grad} \epsilon \right) = 0. \quad (3)$$

Если в изоляции выполнено условие

$$\epsilon \operatorname{grad} \sigma = \sigma \operatorname{grad} \epsilon, \quad (4)$$

решением дифференциального уравнения (3) является

$$\rho = \rho_0 \exp \left( -\frac{\sigma}{\epsilon} t \right). \quad (5)$$

При этом случайно возникший в изоляции заряд  $\rho$  с течением времени убывает до нуля с постоянной времени  $\epsilon/\sigma$ , а при нулевом его значении накопления зарядов в результате протекания тока не происходит. Следовательно, равенство (4) представляет собой условие отсутствия процессов абсорбции в изоляции.

Можно убедиться, что известное условие отсутствия перераспределения зарядов  $\sigma/\epsilon = \text{const}$

[Л. 2] является частным решением дифференциального уравнения (4).

В общем случае при воздействии постоянного напряжения установившееся значение плотности заряда в объеме диэлектрика, полученное из (3) при  $\partial \rho / \partial t = 0$ , равно

$$\rho_\infty = \vec{E} \left( \operatorname{grad} \epsilon - \frac{\epsilon}{\sigma} \operatorname{grad} \sigma \right) \quad (6)$$

и не зависит от начальной плотности заряда  $\rho_0$ . Поэтому электрическое поле в начальный момент времени и в установившемся состоянии может быть существенно разным.

Введем обозначение

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{св}} + \vec{E}_\infty, \quad (7)$$

где  $\vec{E}_\infty$  — напряженность поля в установившемся состоянии;  $\vec{E}_{\text{св}}$  — свободная составляющая напряженности поля, обусловленная перераспределением зарядов и при его отсутствии равна нулю.

Ток абсорбции, являющийся внешним проявлением процессов абсорбции, представляет собой разность между током, протекающим в изоляции в данный момент времени, и током в установившемся состоянии. Выражая ток через плотности тока проводимости и тока смещения в диэлектрике, прилежащем к электроду площадью  $S_0$ , и учитывая, что  $\frac{\partial \vec{E}_\infty}{\partial t} = 0$ , можно получить, используя (7),

$$\begin{aligned} i_a &= \int_{S_0} \left( \sigma \vec{E} - \sigma \vec{E}_\infty + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S} = \\ &= \int_{S_0} \left( \sigma \vec{E}_{\text{св}} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}_{\text{св}}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \end{aligned} \quad (8)$$

Процесс изменения в пространстве и во времени напряженности электрического поля в неоднородной изоляции, согласно (3) с учетом (1), определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div}(\epsilon \vec{E}) + \frac{\sigma}{\epsilon} \operatorname{div}(\epsilon \vec{E}) + \vec{E} \left( \operatorname{grad} \sigma - \frac{\sigma}{\epsilon} \operatorname{grad} \epsilon \right) = 0. \quad (9)$$

Решив уравнение (9), например, численными методами и подставив полученное решение в выражение (8), найдем ток абсорбции.

Полученные выражения полностью описывают процессы абсорбции в неоднородных изотропных средах. Анализ этих выражений позволяет сделать ряд практически важных выводов. Как следует из уравнения (9), свободная составляющая напряженности электрического поля, а значит и ток абсорбции (8), зависят от степени нарушения равенства (4) и определяются всем объемным зарядом в изоляции. Поэтому измерение тока абсорбции

в фиксированный момент времени может дать информацию только об интегральном состоянии изоляции в целом.

Вместе с тем анализ скорости изменения тока абсорбции во времени открывает принципиально новую возможность получения дополнительной информации о локальном изменении состояния изоляции. Действительно, скорость изменения во времени свободной составляющей напряженности поля зависит от скорости перераспределения зарядов в объеме диэлектрика. Для анализа скорости перераспределения зарядов воспользуемся дифференциальным уравнением (3), решение которого для фиксированной точки пространства в объеме диэлектрика имеет вид [Л. 3]:

$$\rho = \left[ \rho_0 - \int_0^t f(t) \exp\left(-\frac{\sigma}{\epsilon} t\right) dt \right] \exp\left(-\frac{\sigma}{\epsilon} t\right), \quad (10)$$

где

$$f(t) = \vec{E} \left( \text{grad } \sigma - \frac{\sigma}{\epsilon} \text{grad } \epsilon \right).$$

Будем различать процессы абсорбции при заряде и при разряде изоляции. В первом случае начальные заряды отсутствуют ( $\rho_0=0$ ) и напряженность поля в начальный период определяется внешним источником напряжения. Поэтому можно принять  $\vec{E}_{t=0} = \text{const}$ , что приводит к выражению

$$\left| \frac{d\rho}{dt} \right|_{t=0} = -\vec{E} \left( \text{grad } \sigma - \frac{\sigma}{\epsilon} \text{grad } \epsilon \right) = \text{const}. \quad (11)$$

Во втором случае отсутствует внешний источник напряжения, а начальные заряды максимальны. Поэтому в выражении (10) при  $t \approx 0$  можно пренебречь интегралом, что приводит к соотношению (5). При этом скорость перераспределения зарядов определяется постоянной времени  $\epsilon/\sigma$ . Таким образом, в начальный период времени как при заряде, так и при разряде изоляции скорость перераспределения зарядов и связанная с ней скорость изменения тока абсорбции определяются удельными параметрами среды  $\sigma$  и  $\epsilon$ , а не всем объемным зарядом в изоляции. Следовательно, для диагностики локального изменения состояния изоляции необходимо измерять не только значения тока абсорбции в фиксированный момент времени, но и скорость изменения тока абсорбции в начальный период времени.

Для получения количественных зависимостей нужно выполнить расчет электрического поля в конкретной конструкции изоляции, используя дифференциальное уравнение (9). Ввиду сложности задачи в настоящее время наиболее эффективными оказываются приближенные методы расчета, основанные на использовании эквивалентных схем замещения изоляции. Для построения общей эквивалентной схемы замещения рассмотрим элементарный объем изоляции  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ , рис. 1, а. Интегрируя по этому объему дифференциальное уравнение (9) и учитывая интегральную теорему Остроградского — Гусса, получим:

$$\oint_{\Delta S} \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S} + \oint_{\Delta S} \vec{E} d\vec{S} - \int_{\Delta x} \int_{\Delta y} \int_{\Delta z} \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \right.$$

$$\left. - \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial y} - \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \right] dxdydz = 0, \quad (12)$$

где  $\Delta S$  — замкнутая поверхность, ограничивающая объем  $\Delta V$ .

Первое слагаемое в уравнении (12) представляет собой общий ток смещения, вытекающий из объема изоляции  $\Delta V$ . Этот ток приближенно может быть выражен через разности потенциалов между центральным узлом  $N$ , рис. 1, а и узлами  $K=1, 2, \dots, 6$  с помощью коэффициентов, имеющих размерность емкости

$$C_K = \frac{\epsilon_K + \epsilon_N}{2} \Delta l_K, \quad (13)$$

где  $\Delta l_K$  — обобщенный линейный размер, равный

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x}; \quad \Delta l_3 = \Delta l_4 = \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y};$$

$$\Delta l_5 = \Delta l_6 = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z}. \quad (14)$$

Второе слагаемое — общий ток проводимости, вытекающий из объема  $\Delta V$ , который может быть выражен через потенциалы тех же узлов и коэффициенты, имеющие размерность проводимости

$$G_K = \frac{\sigma_K + \sigma_N}{2} \Delta l_K. \quad (15)$$

Третье слагаемое в уравнении (12) равно току, связанному с накоплением зарядов в объеме  $\Delta V$ , и, путем перехода к конечным разностям, также может быть выражено через потенциалы узлов и эквивалентные проводимости

$$\Delta G_K = \frac{2(\sigma_N \epsilon_K - \sigma_K \epsilon_N)}{\epsilon_K + \epsilon_N} \Delta l_K. \quad (16)$$

Следовательно, элементарному объему  $\Delta V$  при анализе электрического поля в неоднородной изоляции соответствует трехмерная эквивалентная схема замещения, приведенная на рис. 1, б, где с учетом соотношений (15) и (16)

$$R_K = (G_K - \Delta G_K)^{-1}, \quad (17)$$

а емкости  $C_K$  определяются выражением (13).

Таким образом, эквивалентная схема замещения неоднородной изоляции, состоящей из мно-

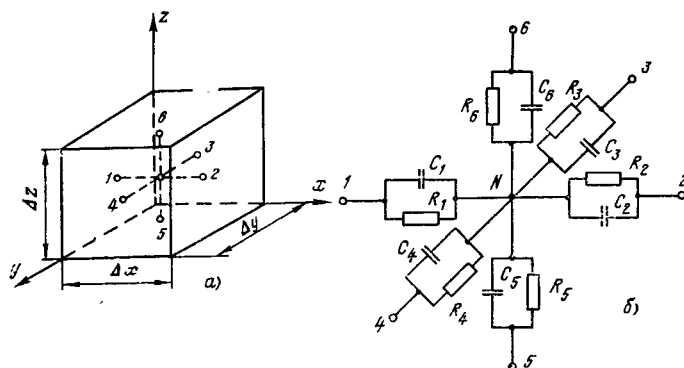


Рис. 1. Элементарный объем изоляции (а) и его трехмерная схема замещения (б)

жества элементарных условных объемов, представляет собой в общем случае трехмерную линейную электрическую цепь, содержащую большое число активных сопротивлений и емкостей. Ток абсорбции, являющийся свободной составляющей тока переходного процесса в рассматриваемой электрической цепи, определяется из решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$A_n \frac{d^n i_a}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} i_a}{dt^{n-1}} + \dots + A_1 \frac{di_a}{dt} + A_0 i_a = 0, \quad (18)$$

где  $n$  — порядок эквивалентной схемы;  $A_n, \dots, A_0$  — постоянные коэффициенты, зависящие в общем случае от всех параметров  $R_K, C_K$  схемы замещения.

Решение уравнения (18) имеет вид [Л. 3].

$$i_a = \sum_{K=1}^n i_K \exp(\alpha_K t), \quad (19)$$

где  $i_K$  — постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий;  $\alpha_K$  — корни характеристического уравнения

$$A_n \alpha^n + A_{n-1} \alpha^{n-1} + \dots + A_1 \alpha + A_0 = 0. \quad (20)$$

Поскольку рассматриваемая схема не содержит индуктивностей, ток абсорбции не имеет колебательных составляющих (все корни являются действительными отрицательными числами) и представляет собой сумму экспоненциальных слагаемых.

Каждая из  $RC$ -ячеек, составляющих эквивалентную схему замещения, рис. 1, б, может быть охарактеризована постоянной времени. В пределах элементарного объема  $\Delta V$  можно считать удельную проводимость и диэлектрическую проницаемость среды постоянными величинами. Тогда, используя выражения (13) и (17), можно получить

$$T_K = R_K C_K = \frac{\epsilon_K}{\sigma_K}. \quad (21)$$

Если постоянные времени всех  $RC$ -ячеек одинаковы, то условие (4) выполнено ( $\epsilon/\sigma = \text{const}$ ) и ток абсорбции равен нулю. Если же постоянная времени хотя бы одной ячейки отличается от остальных, в изоляции имеет место явление абсорбции.

Постоянные времени экспонент  $\tau_K = -1/\alpha_K$ , определяемые характеристическим уравнением (20), в общем случае сложным образом связаны с постоянными времени  $RC$ -ячеек схемы замещения. Как показано в [Л. 4], постоянные времени  $T_K$ , определяемые по (21), близки к постоянным времени  $\tau_K$  соответствующих экспонент, составляющих ток абсорбции. Это позволяет использовать постоянные времени экспонент, которые могут быть определены путем экспериментального исследования зависимости тока абсорбции от времени и последующей аппроксимации этой зависимости суммой экспонент, для оценки состояния локальных объемов неоднородной изоляции.

Ухудшение состояния изоляции даже в небольшом объеме (например, местное увлажнение или нагрев) приводит к возрастанию локальной проводимости и, согласно (21), к снижению постоянной времени определенного числа ячеек в схеме заме-

щения. Это приведет к появлению в токе абсорбции экспоненциальной составляющей с малой постоянной времени  $\tau_{KM}$  и росту скорости спада тока абсорбции в начальный период времени ( $t < \tau_{KM}$ ):

$$\frac{di_a}{dt} = - \sum_{K=1}^n \frac{i_K}{\tau_K} \exp\left(-\frac{t}{\tau_K}\right). \quad (22)$$

В результате малой величины постоянной времени  $\tau_{KM}$  изменение скорости спада тока абсорбции при ухудшении состояния изоляции может существенно превышать изменение самого тока абсорбции. Для высоковольтной изоляции наибольшую опасность представляют такие ухудшения состояния, которые вызывают повышение напряженности электрического поля. При этом возможно возникновение локальных частичных разрядов, приводящих к постепенному разрушению диэлектрика и пробоем изоляции.

Расчет электрического поля в неоднородной изоляции с использованием трехмерной эквивалентной схемы замещения встречает значительные практические трудности. Вместе с тем реальные изоляционные конструкции, как правило, обладают осевой симметрией, что позволяет при анализе процессов абсорбции использовать двухмерную схему замещения (рис. 2). Учет специфических особенностей исследуемой конструкции изоляции во многих случаях позволяет еще больше упростить эквивалентную схему замещения.

Рассмотрим конкретный пример волокнистой изоляции (однонаправленный стеклопластик, древесина, ламинер и т. п.), в которой электрическое поле направлено вдоль волокон, токи поперек волокон незначительны и ими можно пренебречь. Тогда в общей схеме замещения (рис. 2) в первом приближении можно не учитывать поперечные цепочки  $AA', BB', CC'$ .

Допустим, что в волокнистой изоляции увлажнено только  $M$  волокон, причем увлажнение является частичным — по длине  $l_y$  из общей длины волокна  $L$ . Обозначим через  $C_0$  и  $R_0$  общую емкость и общее активное сопротивление всех неувлажненных волокон, через  $C_n, R_n, C_y, R_y$  — емкости и сопротивления неувлажненной и увлажненной частей частично увлажненных волокон. Тогда схема замещения (рис. 3) состоит из простейшей схемы двухслойной изоляции, в которой протекает ток абсорбции [Л. 1].

$$i_a = U_0 \frac{(R_n C_n - R_y C_y)^2}{(R_n + R_y)(C_n + C_y)^2 R_n R_y} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (23)$$

при

$$\tau = \frac{R_n R_y (C_n + C_y)}{R_n + R_y}, \quad (24)$$

и шунтирующей ее цепочки  $R_0 C_0$ , в которой ток абсорбции отсутствует, поскольку неувлажненные волокна рассматриваются как однородный диэлектрик.

Используя (13) и (15), получаем:

$$C_n = \frac{\epsilon_n S_B M}{L - l_y}; \quad R_n = \frac{L - l_y}{\sigma_n S_B M}; \quad (25)$$

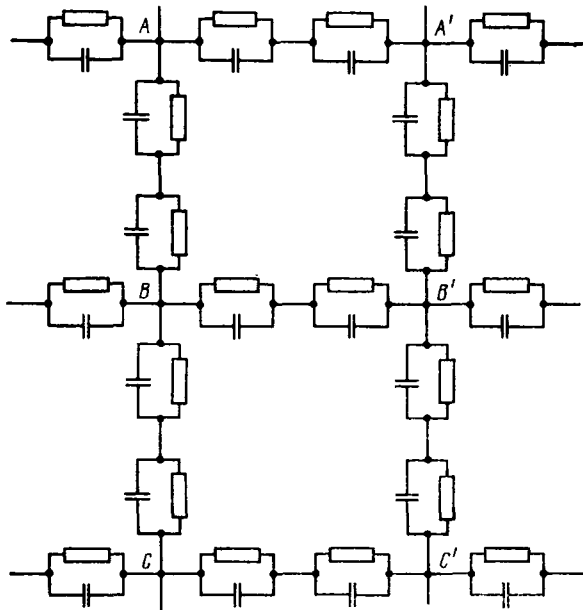


Рис. 2. Двухмерная эквивалентная схема замещения неоднородной изоляции.

$$C_y = \frac{\epsilon_y S_B M}{l_y}; \quad R_y = \frac{l_y}{\sigma_y S_B M}, \quad (26)$$

где  $S_B$  — эквивалентная площадь сечения одного волокна;  $\epsilon_n$ ,  $\sigma_n$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\sigma_y$  — усредненные диэлектрические проницаемости и проводимости неувлажненной и увлажненной частей волокон.

В изоляции обычно  $\epsilon_y \approx \epsilon_n$ ;  $\sigma_y \gg \sigma_n$ . При этом выражения (23) и (24) с учетом (25) и (26) могут быть заменены приближенными соотношениями

$$i_a \approx \sigma_y \frac{l_y}{L} \frac{S_B}{L} M U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right); \quad (27)$$

$$\tau \approx \frac{\epsilon_n}{\sigma_n} \frac{\frac{\epsilon_y}{\epsilon_n} \left(1 - \frac{l_y}{L}\right) + \frac{l_y}{L}}{\frac{\sigma_y}{\sigma_n} \left(1 - \frac{l_y}{L}\right) + \frac{l_y}{L}}, \quad (28)$$

а средняя напряженность электрического поля в неувлажненной части увлажненных волокон может достигать наибольшей величины (в установившемся состоянии)

$$E_{\max} = \frac{U_0}{L \left(1 - \frac{l_y}{L}\right)}. \quad (29)$$

Из полученных соотношений следует, что наибольшая напряженность поля и постоянная времени зависят от относительной длины увлажненной части волокон, но не зависят от их количества, в то время как ток абсорбции, кроме того, зависит от общего числа  $M$  увлажненных волокон. Это подтверждает целесообразность определения постоянных времени при диагностике состояния изоляции.

Использованные выше выражения (23) и (24) описывают ток абсорбции в двухслойной изоляции при условии, что граница раздела слоев совпадает с эквипотенциальной поверхностью. В общем случае протяженной изоляции это условие не выполняется и при анализе процессов абсорбции необхо-

димо использовать эквивалентную схему замещения, приведенную на рис. 4. Здесь  $r_0$  — сопротивление единицы длины поверхности раздела слоев;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  — сопротивления и емкости единицы длины первого и второго слоев изоляции;  $R_1$  и  $R_2$  — сопротивления, шунтирующие первый и второй слои (сопротивления утечки по поверхности слоев или по объему в месте неоднородности изоляции).

Потенциал границы раздела диэлектрических сред двухслойной изоляции в общем случае переменен во времени и в пространстве. Если распределенные параметры слоев  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , а также удельное сопротивление  $r_0$  постоянны для всей изоляции, то справедливы дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ir_0; \quad (30)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -(C_1 + C_2) \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) u, \quad (31)$$

где  $i = i(x, t)$  — ток, протекающий вдоль границы раздела сред;  $u = u(x, t)$  — напряжение в рассматриваемой точке.

Дифференцируя (30) по  $x$  и учитывая (31), получаем дифференциальное уравнение параболического типа с частичными производными:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = r_0 (C_1 + C_2) \frac{\partial u}{\partial t} + r_0 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) u. \quad (32)$$

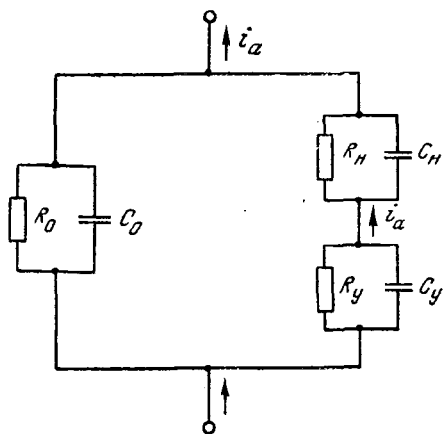


Рис. 3. Схема замещения частично увлажненной волокнистой изоляции.

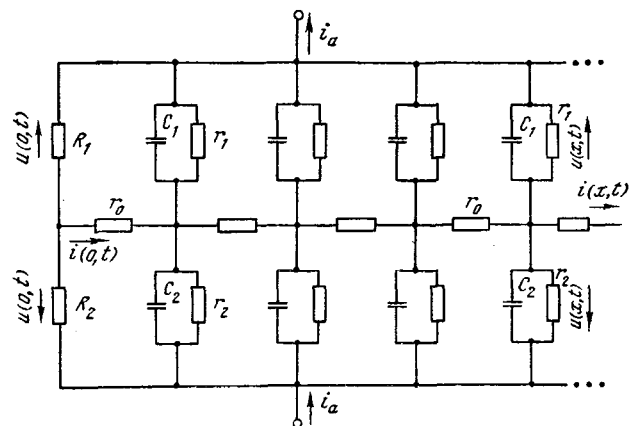


Рис. 4. Схема замещения протяженной двухслойной изоляции.

Ток абсорбции  $i_a$ , протекающий при закорачивании предварительно заряженной двухслойной изоляции (рис. 4), может быть определен из решения дифференциального уравнения (32) следующим образом:

$$i_a = \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) u_{x=0} + \int_0^{x_{\max}} \left[ (C_1 - C_2) \frac{du}{dt} + \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) u \right] dx. \quad (33)$$

При этом учтено, что напряжения на слоях равны по величине, но противоположны по знаку.

Аналитическое решение уравнения вида (32) известно [Л. 3] для случая  $r_0 \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = 0$ , что для рассматриваемой схемы (рис. 4) возможно при  $r_1 = \infty$  и  $r_2 = \infty$ . При этом для  $t > 0$  решение имеет вид:

$$u = \frac{A_0}{\sqrt{t}} \exp \left( - \frac{r_0 (C_1 + C_2) x^2}{4t} \right), \quad (34)$$

где  $A_0$  — постоянная величина.

Используя решение (34), ток абсорбции (33) можно выразить следующим образом:

$$i_a = \frac{A}{\sqrt{t}} + \frac{A_0 (C_1 - C_2)}{2t \sqrt{t}} \left[ 2\beta \int_0^{x_{\max}} x^2 \exp(-\beta x^2) dx - \int_0^{x_{\max}} \exp(-\beta x^2) dx \right], \quad (35)$$

где

$$A = \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) A_0; \quad \beta = \frac{r_0 (C_1 + C_2)}{4t}. \quad (36)$$

Входящие в (35) интегральные выражения при  $x_{\max} \rightarrow \infty$  принимают одинаковые значения [Л. 3]:

$$2\beta \int_0^{\infty} x^2 \exp(-\beta x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\beta}};$$

$$\int_0^{\infty} \exp(-\beta x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\beta}}.$$

Следовательно, в достаточно протяженной двухслойной изоляции при  $x_{\max} \rightarrow \infty$ ;  $r_1 \rightarrow \infty$ ;  $r_2 \rightarrow \infty$  ток абсорбции описывается простым выражением

$$i_a = \frac{A}{\sqrt{t}}, \quad (37)$$

где коэффициент  $A$ , согласно (36), зависит от сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , шунтирующих слоёв изоляции.

Выражение (37) соответствует экспериментальной формуле Кюри [Л. 5]  $i_a = At^{-n}$ , физический смысл которой до настоящего времени оставался не выясненным. Как следует из выполненного анализа, зависимость гиперболического типа характеризует ток абсорбции в протяженной двухслойной

изоляции, если граница раздела слоев не совпадает с эквипотенциальной поверхностью, например, в результате шунтирования слоев сосредоточенными сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 4).

Экспериментально установлено, что коэффициент  $A$  в формуле вида (37) может резко расти при увеличении содержания влаги в изоляции. Согласно (36) это связано с уменьшением сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , шунтирующих слоёв изоляции в результате протекания токов по поверхности увлажненной изоляции или в местах локальной неоднородности независимо от удельных сопротивлений слоев изоляции. Поэтому рост коэффициента  $A$  в общем случае не может служить объективным критерием состояния слоев изоляции. Если шунтирующие сопротивления велики ( $R_1 = \infty$ ;  $R_2 = \infty$ ) и граница раздела слоев совпадает с эквипотенциальной поверхностью ( $-\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ ), то выражение (33), определяющее ток абсорбции, принимает вид:

$$i_a = (C_1 - C_2) x_{\max} \frac{du}{dt} + \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) x_{\max} u. \quad (38)$$

При этом напряжение на границе раздела сред зависит только от времени и определяется, согласно (32), дифференциальным уравнением первого порядка:

$$(C_1 + C_2) \frac{du}{dt} + \left( \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) u = 0, \quad (39)$$

решение которого выражается формулой

$$u = u_0 \exp \left[ - \frac{(r_1 + r_2) t}{r_1 r_2 (C_1 + C_2)} \right], \quad (40)$$

где  $u_0$  — напряжение в начальный момент времени после закорачивания изоляции.

При отключении источника постоянного напряжения  $U_0$  и включении закорачивающей перемычки по ней практически мгновенно (по сравнению со временем разряда емкостей  $C_1$  и  $C_2$  на сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$ ) пройдет ток перезаряда емкостей. Учитывая, что до перезаряда сумма напряжений на слоях была равна  $U_0$ , после перезаряда равна нулю, а также исходя из условия сохранения разности зарядов на емкостях слоев после закорачивания изоляции, можно получить

$$u_0 = U_0 \frac{r_2 C_2 - r_1 C_1}{(r_1 + r_2) (C_1 + C_2)}. \quad (41)$$

Подставив в выражение (38) значение напряжения (40) с учетом (41), получим известное соотношение (23), что подтверждает справедливость предложенной математической модели процессов абсорбции.

**Выводы.** 1. Разработана математическая модель процессов абсорбции в неоднородной изоляции и получены дифференциальные уравнения, описывающие процессы перераспределения зарядов и электрического поля в неоднородных изотропных средах. При этом ток абсорбции определяется свободной составляющей напряженности электрического поля, обусловленной перераспределением зарядов в диэлектрике.

2. Процессы абсорбции отсутствуют, если параметры среды связаны между собой дифференциаль-

ным соотношением (4), частным решением которого является условие  $\varepsilon/\sigma = \text{const}$ .

3. Измерения тока абсорбции и скорости его спада (или постоянной времени) дают возможность получать информацию не только об интегральном состоянии, но и о локальных изменениях состояния, в частности, связанных с местным повышением напряженности электрического поля.

4. Для расчетов процессов абсорбции в общем случае должна быть применена трехмерная эквивалентная схема замещения неоднородной изоляции, ток абсорбции в которой представляет собой сумму экспоненциальных составляющих.

5. Применение двухмерной эквивалентной схемы замещения двухслойной протяженной изоляции позволило теоретически обосновать экспериментально установленную формулу Кюри, описываю-

щую изменение тока абсорбции во времени, и установить связь параметров изоляции с коэффициентами формулы Кюри.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иерусалимов М. Е. Исследование методов неразрушающих испытаний изоляции электрических машин и трансформаторов. Автореф. дис. из соиск. учен. степени д-ра техн. наук. — Киев, 1969. В надзаг.: М-во высш. и средн. спец. образования УССР, Киевский политехнический институт.
2. Негушил А. В., Поливанов К. М. Основы электротехники. Часть третья. Теория электромагнитного поля. — М.: Госэнергоиздат, 1956.
3. Маделунг Э. Математический аппарат физики. — М.: Физматгиз, 1961.
4. Иерусалимов М. Е. Постоянные времени тока абсорбции в неоднородной изоляции. — Вестник Киевского политехнического института. Серия электроэнергетики, 1973, № 10.
5. Вайда Д. Исследование повреждений изоляции. — М.: Энергия, 1968.

[06.05.80]

УДК 621.314.6.001.24

## Анализ электромагнитных процессов в однофазном одноконтном выпрямителе

ДАНИЛЕВИЧ О. И.

Харьков

Развитие магнитно-импульсных методов обработки металлов, использование импульсных разрядов емкостных накопителей в сейсморазведке и т. д. вызвали интерес к наиболее простой однофазной схеме выпрямления. Применение этой схемы в установках для магнитно-импульсной обработки металлов обусловлено не только ее простотой, но и возможностью отказа от использования высоковольтного коммутационного аппарата в цепи между емкостным накопителем и выпрямителем, что позволяет значительно уменьшить массу, габаритные размеры и стоимость установки. Благодаря указанным преимуществам мощность однофазного одноконтного выпрямителя (ООВ) в установках для магнитно-импульсной обработки металлов (в магнитно-импульсных установках) достигает 10 кВт и более.

В связи с использованием магнитно-импульсных установок в цехах, на поточных линиях и других объектах предъявляются повышенные требования к массе, габаритным размерам установки и ее к. п. д., зависящим в большой степени от параметров выпрямительного трансформатора установки, типовая мощность которого сравнительно большая. Поэтому одной из основных задач при разработке магнитно-импульсной установки, как и других устройств, в которых используется импульсный разряд емкостного накопителя, является определение оптимальных параметров выпрямителя и, прежде всего, его трансформатора.

Существующая методика определения параметров трансформатора ООВ не позволяет рассчитать выпрямительный трансформатор с достаточной для практических целей точностью. Так, погрешность при вычислении действующего тока первичной обмотки трансформатора превышает 50%.

Установим причины значительного расхождения расчетных параметров ООВ, определенных по существующей методике, и фактических значений токов и напряжений в выпрямителе. При этом будем рассматривать процессы в выпрямителе при токах нагрузки, существенно больших тока холостого хода выпрямительного трансформатора.

Исходным положением общепринятых представлений об электромагнитных процессах в ООВ (рис. 1) является равенство мгновенной м. д. с. первичной обмотки выпрямительного трансформатора, обусловленной нагрузочной составляющей  $i_{1н}$  тока  $i_1$  этой обмотки, и мгновенной м. д. с. вторичной обмотки, обусловленной переменной составляющей тока нагрузки выпрямителя [Л. 1—5].

При таком подходе к рассмотрению электромагнитных процессов в выпрямительном трансформаторе ток  $i_{1н}$  не содержит постоянной составляющей и оказывается нескомпенсированным размагничивающее действие постоянной составляющей  $I_d$  нагрузочного тока  $i_d$ , на котором в нагрузку поступает большая часть мощности, т. е. не определен источник этой мощности. На интервале нерабочей части периода напряжения  $u_1$  питающей сети, когда напряжение  $u_1$  положительно и диод  $V$  выпрямителя (рис. 1) выключен, согласно существующей теории нагрузочная составляющая  $i_{1н}$  должна представлять собою постоянный ток, а в выпрямительном трансформаторе должна быть накоплена определенная (значительная) энергия, которая в рабочую часть периода, при включенном диоде  $V$ , должна полностью поступать в нагрузку, дополняя энергию, непосредственно поступающую в нагрузку из питающей сети. Однако при выключенном диоде  $V$  выпрямительный трансформатор превращается в дроссель, и протекание в его первичной

обмотке постоянного тока, когда к ней подведено синусоидальное напряжение, и предполагаемое накопление значительной энергии в трансформаторе являются невозможными.

В соответствии с существующей теорией насыщения сердечника трансформатора ООВ может быть устранено путем увеличения площади поперечного сечения сердечника трансформатора. Однако, как показали экспериментальные исследования, даже увеличение площади сечения сердечника в 2—3 раза по сравнению с сечением сердечника, выбранным по заданным значениям действующего напряжения  $U_1$  питающей сети и расчетной мощности первичной обмотки трансформатора, не устраняет насыщения сердечника. Более того, при токах нагрузки, существенно больших тока холостого хода трансформатора, насыщение сердечника в нерабочую часть периода питающей сети является обязательным условием работы трансформатора ООВ (см. ниже).

Эти отклонения существующих теоретических представлений о процессах в ООВ от действительных приводят в конечном итоге, как нетрудно показать, к нарушению закона сохранения энергии, а разработанная на основании этих представлений методика определения параметров выпрямителя не позволяет произвести расчет с необходимой точностью.

Выявленные серьезные недостатки существующей теории электромагнитных процессов в ООВ требуют выполнения более строгого анализа этих процессов, который следует провести, основываясь

на принципе работы трансформатора [Л. 6]. С целью упрощения анализа будем считать, что число витков  $w_1$  первичной обмотки трансформатора равно числу витков  $w_2$  его вторичной обмотки.

В соответствии с принципом работы трансформатора (и принципом электромагнитной инерции [Л. 7]) в момент включения диода  $V$  выпрямителя (начало рабочей части периода напряжения  $u_1$  питающей сети) начинают протекать ток  $i_2$  во вторичной обмотке трансформатора и нагрузочная составляющая  $i_{1н}$  тока  $i_1$  первичной обмотки, причем  $i_{1н} = -i_2$ ; ток  $i_{1н}$  содержит, кроме переменной составляющей, и постоянную составляющую, равную  $I_d$ , и, следовательно, источником всей мощности, поступающей в нагрузку, в том числе и на постоянном токе, является питающая сеть.

В рабочую часть периода в первичной обмотке, помимо нагрузочной составляющей  $i_{1н}$  будет протекать намагничивающий ток  $i_{0р}$ , и тогда полный ток первичной обмотки в эту часть периода

$$i_{1р} = i_{1н} + i_{0р}.$$

В нерабочую часть периода ток  $i_{1х}$  в первичной обмотке будет определяться только намагничивающим током  $i_{0х}$ , т. е.  $i_{1х} = i_{0х}$ . Значение намагничивающего тока  $i_{0х}$ , как и тока  $i_{0р}$ , зависит от магнитной проницаемости  $\mu$  материала сердечника трансформатора и увеличивается с уменьшением  $\mu$ .

Поскольку питающая сеть не содержит источников постоянного напряжения, в установившемся режиме работы выпрямителя средний за период ток  $I_{1ср}$  первичной обмотки трансформатора должен быть равен нулю, т. е. среднее за период значение  $I_{1р,ср}$  тока  $i_{1р}$  должно быть равно среднему за период значению  $I_{1х,ср}$  тока  $i_{1х}$  с противоположным знаком. Отсюда вытекает, что в нерабочую часть периода в первичной обмотке должен протекать намагничивающий ток  $i_{0х}$ , близкий по абсолютной величине к полному току  $i_{1р}$  первичной обмотки в рабочую часть периода. Протекание такого намагничивающего тока в нерабочую часть периода возможно лишь при насыщенном сердечнике трансформатора, которому соответствуют сравнительно небольшие значения магнитной проницаемости материала сердечника (рис. 2) и собственной индуктивности первичной обмотки трансформатора. Очевидно, в рабочую часть периода намагничивающий ток  $i_{0р}$  должен быть значительно меньше намагничивающего тока  $i_{0х}$ . Следовательно, в эту часть периода сердечник трансформатора в основном должен быть ненасыщенным (рис. 2), и тогда незначительным намагничивающим током при ненасыщенном сердечнике можно пренебречь. Поскольку  $i_{0р} \ll i_{0х}$ , средний за период намагничивающий ток  $I_{0ср} = I_{0р,ср} + I_{0х,ср}$  отличается от нуля и равен  $I_d$ .

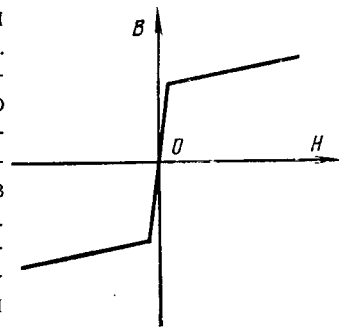


Рис. 2. Кривая намагничивания сердечника трансформатора.

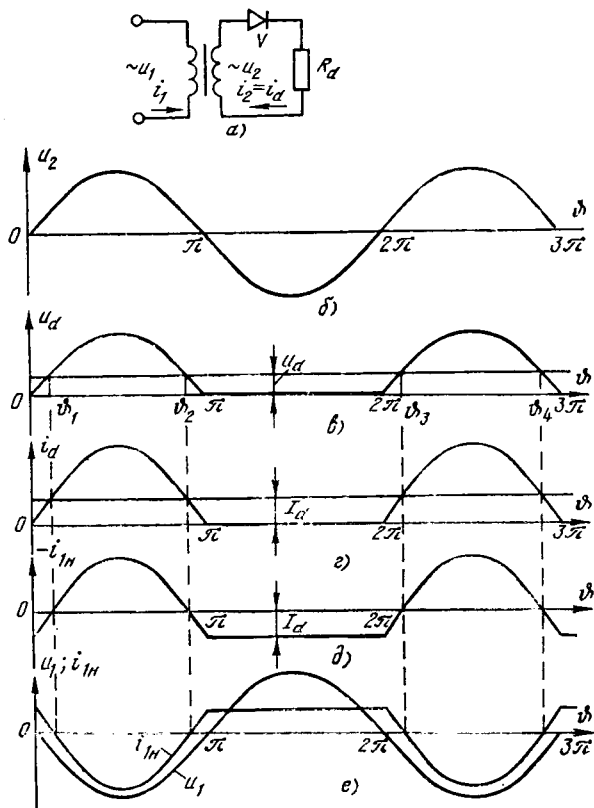


Рис. 1. Однофазный однотактный выпрямитель.

а — расчетная схема; б — е — кривые напряжений и токов, определенные по существующей теории.

Покажем, что в установившемся режиме работы ООВ действительно в каждый положительный полупериод напряжения  $u_1$  питающей сети, когда диод выпрямителя выключен, будет происходить насыщение сердечника трансформатора выпрямителя и вследствие этого — значительное увеличение намагничивающего тока трансформатора.

Допустим, что в первые периоды после включения выпрямителя сердечник выпрямительного трансформатора не насыщается. Тогда в рабочую часть периода в первичной обмотке трансформатора будут протекать, как показано выше, нагрузочная составляющая тока и пренебрежительно малый намагничивающий ток, а в нерабочую часть периода — только пренебрежительно малый намагничивающий ток. Вследствие этого средний за период напряжения питающей сети ток  $I_{1cp}$  первичной обмотки трансформатора будет примерно равен постоянной составляющей тока нагрузки с противоположным знаком. Определим при таком допущении приращение индукции  $\Delta B$  в сердечнике трансформатора за период. Для этого воспользуемся уравнением

$$u_1 = r_1 i_1 + \omega L_{s1} \frac{di_1}{d\theta} + \omega \omega_1 Q \frac{dB}{d\theta}, \quad (1)$$

где  $r_1$  — активное сопротивление первичной обмотки трансформатора;  $\omega$  — круговая частота напряжения питающей сети;  $L_{s1}$  — индуктивность рассеяния первичной обмотки трансформатора;  $Q$  — площадь поперечного сечения сердечника трансформатора;  $\theta$  — время (в угловых единицах).

Интегрируя уравнение (1) в пределах одного периода, получаем

$$\Delta B = - \frac{2\pi r_1 I_{1cp}}{\omega \omega_1 Q}.$$

Поскольку  $I_{1cp}$  — величина отрицательная, то приращение индукции  $\Delta B$  будет положительным, и каждый следующий период будет начинаться при большем значении индукции  $B$  в сердечнике трансформатора, чем предыдущий. Максимальная индукция в сердечнике (вблизи конца, положительного полупериода напряжения питающей сети) с каждым периодом будет повышаться и через несколько периодов после включения выпрямителя достигает значений, соответствующих насыщению сердечника.

В момент насыщения сердечника трансформатора в положительный полупериод напряжения  $u_1$  намагничивающий ток, незначительный при ненасыщенном сердечнике, резко возрастает, причем амплитуда тока будет тем больше, чем раньше на-

ступит насыщение сердечника. Возрастание намагничивающего тока при насыщении сердечника приводит к уменьшению тока  $I_{1cp}$  и приращения индукции  $\Delta B$ .

Очевидно, в установившемся режиме, при котором в каждый период будет происходить насыщение сердечника, средний ток  $I_{1cp}$  и приращение индукции  $\Delta B$  за период будут равны нулю. Следовательно, насыщение сердечника трансформатора ООВ является обязательным условием его работы при токах нагрузки, существенно больших тока холостого хода трансформатора, и не может быть устранено путем увеличения активной площади сечения сердечника.

Процесс постепенного увеличения намагничивающего тока выпрямительного трансформатора при включении ООВ подтверждается осциллограммой, представленной на рис. 3. Сердечник трансформатора изготовлен из стали марки Э41. Нагрузка выпрямителя — активное сопротивление. Действующее напряжение  $U_1$ , подведенное к первичной обмотке трансформатора, составляет около 30% номинального, что равносильно увеличению площади сечения сердечника трансформатора более чем в 3 раза.

Сопоставление осциллограммы рис. 3 с осциллограммой токов при включении этого же выпрямителя на номинальное напряжение  $U_{1н}$  показало, что увеличение площади сечения сердечника трансформатора (или снижение напряжения  $u_1$ ) приводит при одинаковом токе нагрузки к удлинению процесса перехода выпрямителя в установившийся режим работы, при котором и при сниженном, и при номинальном напряжении  $u_1$  наблюдается насыщение сердечника трансформатора.

Таким образом, проводя анализ электромагнитных процессов в ООВ, необходимо в отличие от существующей теории исходить из следующих основных положений, подтвержденных экспериментальными исследованиями.

1. Нагрузочная составляющая тока первичной обмотки выпрямительного трансформатора протекает только в рабочую часть периода напряжения питающей сети, когда включен диод выпрямителя, и содержит, помимо переменной составляющей, также постоянную составляющую, создающую м. д. с., уравнивающую м. д. с., обусловленную постоянной составляющей тока нагрузки выпрямителя.

2. В установившемся режиме работы выпрямителя, при токах нагрузки, существенно больших тока холостого хода выпрямительного трансформатора, в каждый положительный полупериод напряжения питающей сети происходит насыщение сердечника трансформатора и значительное возрастание намагничивающего тока трансформатора. Намагничивающий ток содержит постоянную составляющую, уравнивающую постоянную составляющую тока  $i_{1н}$  и равную  $I_d$ .

Учитывая изложенное, рассмотрим процессы в ООВ, используемых для заряда емкостных накопителей в различных устройствах и, в частности, в магнитно-импульсных установках. С целью получения высокого к. п. д. процесса заряда емкостного накопителя ограничение величины зарядного тока

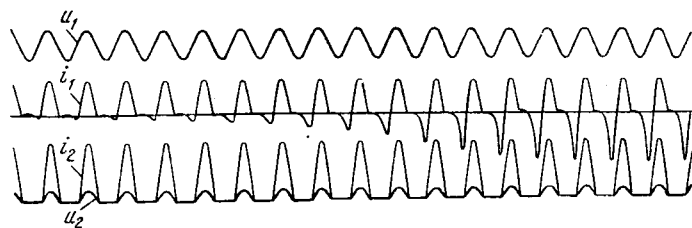


Рис. 3. Осциллограмма переходного процесса при включении однофазного однократного выпрямителя.

в таких выпрямителях, называемых обычно зарядными, достигается повышением индуктивного сопротивления обмоток трансформатора, по сравнению с которым активное сопротивление обмоток пренебрежительно мало [Л. 8 и 9].

Как показано в [Л. 8 и 9], при определении параметров мостового зарядного выпрямителя с индуктивным токоограничением используются зависимости между различными величинами в выпрямителе, работающем на э. д. с. Установим такие же соотношения для ООВ, нагрузкой которого является э. д. с.  $E_d$ . С целью упрощения анализа процессов в выпрямителе будем пренебрегать активным

сопротивлением обмоток выпрямительного трансформатора, поскольку значение его сравнительно невелико. Диод выпрямителя будем считать идеальным. Реальную кривую намагничивания сердечника трансформатора заменим тремя прямыми (рис. 4); на насыщенных участках индукция  $B = B_r + \mu H$  для положительных значений напряженности  $H$  магнитного поля и  $B = -B_r + \mu H$  для отрицательных значе-

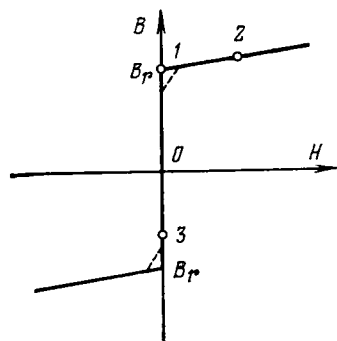


Рис. 4. Аппроксимированная кривая намагничивания сердечника трансформатора.

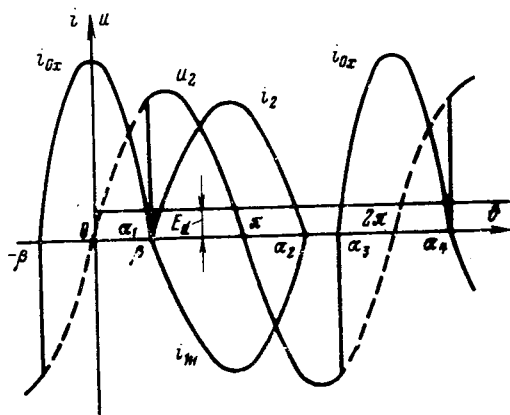


Рис. 5. Токи в обмотках трансформатора однофазного одноконтного выпрямителя при  $\beta \geq \arcsin E_d^*$ .

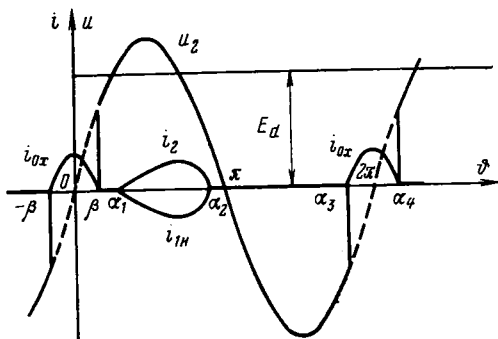


Рис. 6. Токи в обмотках трансформатора однофазного одноконтного выпрямителя при  $\beta \leq \arcsin E_d^*$ .

ний  $H$ , причем динамическая магнитная проницаемость  $\mu$  материала сердечника в насыщенной области — величина постоянная. С целью повышения точности расчета кривая намагничивания сердечника трансформатора может быть аппроксимирована пятью прямыми (на рис. 4 показаны пунктиром).

Процессы в выпрямителе начнем рассматривать в нерабочую часть периода, с момента насыщения сердечника трансформатора, которому соответствуют угол  $-\beta$ , отсчитываемый от момента перехода напряжения  $u_1$  питающей сети через нуль в область отрицательных значений (рис. 5 и 6), и остаточная индукция  $B_r$  (точка 1 на рис. 4). В момент насыщения сердечника собственная индуктивность первичной обмотки трансформатора, бесконечно большая на ненасыщенном участке кривой намагничивания сердечника, приобретает конечное значение  $L_{10}$  и вследствие этого в ней под воздействием напряжения питающей сети  $u_1 = -U_{1m} \sin \vartheta$ , где  $U_{1m}$  — его амплитуда, а  $\vartheta \geq -\beta$  — время в угловых единицах, начинает протекать намагничивающий ток

$$i_{ox} = \frac{U_{1m}}{\omega L_{10}} (\cos \vartheta - \cos \beta). \quad (2)$$

В момент времени, соответствующий концу положительной полуволны напряжения  $u_1$ , ток  $i_{ox}$  достигает максимального значения, а индукция в сердечнике — точки 2 на насыщенном участке магнитной характеристики (рис. 4). Затем ток  $i_{ox}$  и индукция в сердечнике начнут уменьшаться. Одновременно напряжение вторичной обмотки трансформатора, перейдя через нуль в область положительных значений, приобретает направление, совпадающее с направлением прямой проводимости диода  $V$ , который включится в момент, когда значение этого напряжения становится равным э. д. с.  $E_d$ .

В случае кривой намагничивания сердечника трансформатора, близкой к прямоугольной, диод  $V$  включится в промежутке времени, когда сердечник насыщен, лишь при небольших значениях  $E_d$ . Однако благодаря значительному ослаблению магнитной связи между обмотками трансформатора при работе на насыщенном участке 2—1 кривой намагничивания сердечника (рис. 4), значения напряжения  $u_2$  и тока  $i_2$  вторичной обмотки на этом участке сравнительно невелики и поэтому влиянием тока  $i_2$  на средние и действующие токи в обмотках трансформатора в первом приближении можно пренебречь.

Исходя из такого допущения, будем считать, что диод выпрямителя может включаться только тогда, когда сердечник трансформатора ненасыщен. Очевидно, переход сердечника трансформатора в ненасыщенное состояние происходит в момент времени  $\vartheta = \beta$  (рис. 5 и 6).

Если при  $\vartheta = \beta$  мгновенное напряжение вторичной обмотки  $u_2 = U_{2m} \sin \vartheta$  (где  $U_{2m}$  — его амплитуда) равно или больше э. д. с.  $E_d$  (рис. 5), то в этот момент диод  $V$  включится и во вторичной и первичной обмотках трансформатора начнут протекать токи  $i_2$  и  $i_1$ . Мгновенные токи  $i_2$  и  $i_1 = i_{1n}$  вычисля-

ются по выражению

$$i_2 = -i_1 = \frac{U_{2m}}{\omega L_s} [\cos \alpha_1 - \cos \vartheta - E^*_d (\vartheta - \alpha_1)], \quad (3)$$

где  $L_s$  — индуктивность рассеяния обмоток трансформатора;  $\alpha_1 = \beta$  — угол включения диода выпрямителя;  $E^*_d = \frac{E_d}{U_{2m}}$ ; время  $\vartheta = \alpha_1$ .

Если же при  $\vartheta = \beta$  мгновенное напряжение вторичной обмотки  $u_2 \geq \alpha_1$  (рис. 6), то на участке  $\beta \leq \vartheta \leq \alpha_1$ , где  $\alpha_1 = \arcsin E^*_d$ , токи в обмотках трансформатора не протекают. В момент времени, когда мгновенное напряжение вторичной обмотки становится равным э. д. с.  $E_d$ , диод выпрямителя включается, и мгновенный ток  $i_2 = -i_1$  определяется выражением (3), причем  $\alpha_1 = \arcsin E^*_d$ .

Ток  $i_2$  при  $\vartheta = \pi - \arcsin E^*_d$  достигает максимального значения и далее при угле  $\alpha_2$  выключения вентили, определяемом из уравнения

$$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 - E^*_d (\alpha_2 - \alpha_1) = 0, \quad (4)$$

становится равным нулю.

При больших значениях э. д. с.  $E_d$ , когда  $\alpha_2 \leq \pi$ , индукция в сердечнике трансформатора достигает минимального значения (точка 3 на рис. 4) в момент времени  $\vartheta = \pi$ , а при значениях  $\alpha_2 > \pi$  — в момент времени  $\vartheta_m$ , который определяется по выражению

$$\vartheta_m = \arcsin \left( -\frac{L_{s1}}{L_{s2}} E^*_d \right),$$

где  $L_{s2}$  — индуктивность рассеяния вторичной обмотки трансформатора.

Достигнув минимального значения, индукция в сердечнике трансформатора начинает возрастать. В момент времени, соответствующий углу  $\alpha_3 = 2\pi - \beta$  (рис. 5 и 6), индукция в сердечнике трансформатора снова достигает значения  $B_r$  (точка 1 на рис. 4), и далее процесс повторяется.

На участке  $\alpha_2 \leq \vartheta \leq \alpha_3$  (рис. 5 и 6) сердечник трансформатора перемагничивается напряжением  $u_1$ , а намагничивающий ток трансформатора равен нулю (сердечник ненасыщен).

Таким образом, при принятом допущении ( $\alpha_1 \geq \beta$ ) ток во вторичной обмотке трансформатора протекает на участке  $\alpha_1 < \vartheta < \alpha_2$ , а в первичной — на участках  $-\beta < \vartheta < \beta$  и  $\alpha_1 < \vartheta < \alpha_2$ . Значения углов  $\beta$  и  $\alpha_1$ , необходимые для вычисления токов в обмотках трансформатора, определяются из условия равенства нулю среднего тока первичной обмотки за период:

$$2 \frac{L_s}{L_{10}} (\sin \beta - \beta \cos \beta) = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cos \alpha_1 - \frac{E^*_d}{2} (\alpha_2 - \alpha_1)^2. \quad (5)$$

В случае, когда  $\sin \beta \geq E^*_d$  и, следовательно,  $\alpha_1 = \beta$ , выражение (5) принимает следующий вид:

$$2 \frac{L_s}{L_{10}} (\sin \alpha_1 - \alpha_1 \cos \alpha_1) = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cos \alpha_1 - \frac{E^*_d}{2} (\alpha_2 - \alpha_1)^2, \quad (6)$$

а в случае, когда  $\sin \beta < E^*_d$ ,

$$2 \frac{L_s}{L_{10}} (\sin \beta - \beta \cos \beta) = E^*_d - \sin \alpha_2 + (\alpha_2 - \arcsin E^*_d) \sqrt{1 - E_d^2} - \frac{E^*_d}{2} (\alpha_2 - \arcsin E^*_d)^2. \quad (7)$$

В первом случае угол  $\alpha_1$ , равный  $\beta$ , и угол  $\alpha_2$  вычисляются путем совместного решения уравнений (4) и (6). Во втором случае по известному углу  $\alpha_1 = \arcsin E^*_d$  определяется угол  $\alpha_2$  и затем из уравнения (7) — угол  $\beta$ .

Таким образом, полученные зависимости позволяют найти мгновенные токи в обмотках трансформатора. Затем можно вычислить средние и действующие токи в цепях выпрямителя и, следовательно, определить параметры выпрямителя, работающего на э. д. с.  $E_d$ .

Отметим, что поскольку средний на интервале времени  $\alpha_1 - \alpha_2$  (рис. 5 и 6) ток первичной обмотки трансформатора равен среднему на этом же интервале времени току вторичной обмотки, действующий ток первичной обмотки трансформатора за период более чем в два раза превышает действующий ток, определенный по существующей методике.

Параметры ООВ можно найти, пользуясь методом, примененным в [Л. 8].

Полученные зависимости были использованы для расчета ООВ магнитно-импульсной установки, типовая мощность трансформатора которого составила 13,5 кВт·А. Экспериментальные исследования разработанного выпрямителя в лабораторных условиях и в промышленности показали хорошее совпадение расчетных и опытных данных.

В тех случаях, когда кривая намагничивания сердечника трансформатора существенно отличается от прямоугольной или требуется более высокая точность вычисления, необходимо при сравнительно небольших значениях э. д. с.  $E_d$  нагрузки ( $E_d < U_{2m} \sin \beta$ ) учитывать включение диода выпрямителя при насыщенном сердечнике, и протекание тока  $i_{2s}$  во вторичной обмотке трансформатора и его влияние на токе  $i_{1s}$  в первичной обмотке (рис. 7). В этих условиях небольшая часть энергии, накопленной в трансформаторе и равной  $I_{10} \frac{L_{10m}^2}{2}$ ,

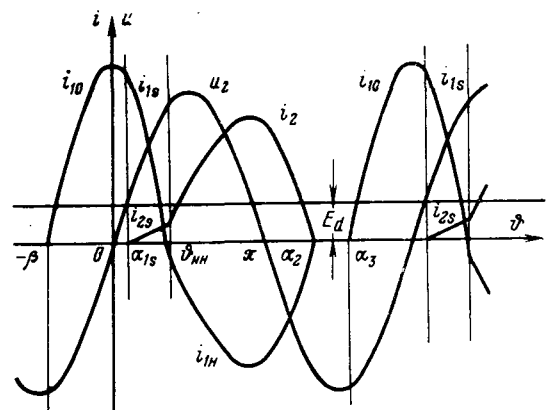


Рис. 7. Токи в обмотках трансформатора однофазного одноконтного выпрямителя с учетом включения диода выпрямителя при насыщенном сердечнике.

где  $I_{10m}$  — амплитуда тока  $i_{10}$ , поступает в нагрузку, а остальная, бо́льшая часть энергии возвращается в питающую сеть.

Полагая, что на участке насыщения магнитная проницаемость материала сердечника есть величина постоянная, представим процессы в выпрямительном трансформаторе на этом участке как процессы в двух замкнутых контурах с собственными индуктивностями  $L_{10}$  и  $L_{20}$  и взаимной индуктивностью  $M$ , равными соответственно собственным индуктивностям первичной и вторичной обмоток трансформатора и их взаимной индуктивности. Тогда угол  $\alpha_{1s}$  включения диода выпрямителя, отсчитываемый от момента перехода напряжения  $u_1$  в область отрицательных значений, находится на интервале времени, когда сердечник трансформатора насыщен, по выражению

$$\alpha_{1s} = \arcsin \frac{L_{10}}{M} \frac{E_d}{U_{1m}}, \quad (8)$$

а мгновенные токи  $i_{1s}$  и  $i_{2s}$  определяются в результате решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \omega L_{10} \frac{di_{1s}}{d\theta} + \omega M \frac{di_{2s}}{d\theta}; \\ E_d &= -\omega M \frac{di_{1s}}{d\theta} - \omega L_{20} \frac{di_{2s}}{d\theta}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Начальное значение тока  $i_{2s}$  равно нулю, а начальное значение  $I_{1s}(0)$  тока  $i_{1s}$  находится по выражению (1) для  $\theta = \alpha_{1s}$ .

Решая систему уравнений (9), находим:

$$i_{1s} = \frac{L_{20}}{\omega \Delta} U_{1m} (\cos \theta - \cos \alpha_{1s}) + \frac{M}{\omega \Delta} E_d (\theta - \alpha_{1s}) + I_{1s(0)}; \quad (10)$$

$$i_{2s} = \frac{M}{\omega \Delta} U_{1m} (\cos \alpha_{1s} - \cos \theta) - \frac{L_{10}}{\omega \Delta} E_d (\theta - \alpha_{1s}), \quad (11)$$

где

$$\Delta = L_{10}L_{20} - M^2, \text{ а } \theta > \alpha_{1s}.$$

Последние выражения будут справедливы до момента времени  $\theta_{\text{нн}}$ , при котором сердечник трансформатора перейдет из насыщенного состояния в ненасыщенное, т. е. до момента, когда будет выполнено условие

$$i_{1s}(\theta_{\text{нн}}) + i_{2s}(\theta_{\text{нн}}) = 0.$$

Последнее соотношение позволяет получить зависимость

$$U_{1m}(L_{20} - M)(\cos \theta_{\text{нн}} - \cos \alpha_{1s}) + E_d(M - L_{10})(\theta_{\text{нн}} - \alpha_{1s}) + \omega \Delta I_{1s}(0) = 0, \quad (12)$$

из которой можно определить значение  $\theta_{\text{нн}}$ .

Далее на интервале времени, когда сердечник трансформатора ненасыщен, величину тока  $i_2 = -i_1$

можно вычислить по выражению

$$i_2 = -i_1 = \frac{U_{2m}}{\omega L_s} [\cos \theta_{\text{нн}} - \cos \theta - E_d^* (\theta - \theta_{\text{нн}})] + i_{2s}(\theta_{\text{нн}}), \quad (13)$$

где  $\theta = \theta_{\text{нн}}$ .

Ток  $i_2 = -i_1$  становится равным нулю и диод выпрямителя выключится в момент времени  $\alpha_2$ , который может быть определен из уравнения

$$\frac{U_{2m}}{\omega L_s} [\cos \theta_{\text{нн}} - \cos \alpha_2 - E_d^* (\alpha_2 - \theta_{\text{нн}})] + i_{2s}(\theta_{\text{нн}}) = 0. \quad (14)$$

Затем сердечник трансформатора будет перемагничиваться положительным напряжением  $u_1$ , а ток в первичной обмотке будет пренебрежительно мал, поскольку сердечник трансформатора ненасыщен. В момент  $\alpha_3$  насыщения сердечника трансформатора начинает протекать ток в первичной обмотке, значение которого определяется по выражению (1), и далее процессы повторяются.

Таким образом, и в данном случае получены выражения для мгновенных токов в обмотках трансформатора на каждом интервале работы выпрямителя. Это позволяет, используя условие  $I_{1cp} = 0$ , найти момент  $-\beta$ , в который происходит насыщение сердечника, и далее вычислить все необходимые величины.

В случае активной или активно-индуктивной нагрузки ООВ, при которой также будет наблюдаться насыщение сердечника выпрямительного трансформатора, параметры выпрямителя определяются методом, аналогичным изложенному в данной статье при определении параметров ООВ, работающему на э. д. с.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Размадзе Ш. М. Преобразовательные схемы и системы. — М.: Высшая школа, 1967.
2. Филиппов Е. Нелинейная электротехника: Пер. с нем. — М.: Энергия, 1976.
3. Глязер А., Мюллер-Любек К. Теория электронных и нонных преобразователей тока. — М.: Трансжелдориздат, 1938.
4. Ясинский В. В. Явления в трансформаторе при работе на цепь с выпрямителем. — Электричество, 1937, № 2.
5. Каганов И. Л. Электронные и ионные преобразователи. Ч. 1. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1950.
6. Петров Г. Н. Трансформаторы. Т. 1. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1934.
7. Калантаров П. Л., Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники. Л.—М.: Госэнергоиздат, 1960.
8. Маевский О. А., Данилевич О. И., Гончаров Ю. П. Заряд конденсатора от выпрямителя с индуктивным ограничением тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1969, № 11.
9. Данилевич О. И. Учет влияния тока утечки на процесс заряда емкостного накопителя. — Электричество, 1974, № 5.

[22.01.80]

# К анализу переходных процессов в глубоконасыщенных трансформаторах тока при активной нагрузке

БАГИНСКИЙ Л. В., канд. техн. наук

Искажения вторичных токов, вносимые трансформаторами тока (ТТ) при насыщении сердечников в переходных процессах, являются основными возмущающими воздействиями на устойчивость функционирования [Л. 1] быстродействующих релейных защит, создавая возможность излишних срабатываний при внешних коротких замыканиях и значительных задержек в срабатывании—при внутренних. В ряде случаев такие защиты образуют активную нагрузку на ТТ. В полной мере последнее относится к дифференциальным (ДЗ) и дифференциально-фазным (ДФЗ) защитам сосредоточенных объектов. Чтобы иметь возможность объективно судить о степени влияния переходного процесса в ТТ на устойчивость функционирования рассматриваемых защит, о влиянии различных факторов на искажение входных сигналов, необходимы достоверная оценка интенсивности последних и определение их количественных зависимостей от этих факторов. Этой задаче посвящены многие исследования (например, [Л. 1—5]).

Наиболее достоверный результат дает применение ЦВМ для расчета искоемых сигналов [Л. 5]. Однако точность результата (и связанные с ней затраты труда) во многих случаях не может быть полезно использована из-за невысокой точности задания нужных для расчета исходных данных, особенно параметров кривой намагничивания. Поэтому наряду с упомянутым целесообразно иметь и более простые средства решения рассматриваемой задачи. Поскольку в данной статье рассматривается переходный процесс только при глубоких насыщениях ТТ, особый интерес представляет использование прямоугольной характеристики намагничивания для аппроксимации кривой намагничивания ТТ [Л. 2—4]. Наиболее обстоятельно переходные процессы в ТТ с использованием ПХН рассмотрены в [Л. 3]. Однако стремление к решению задачи в наиболее общем виде не позволило использовать все возможности, которые дает применение прямоугольной характеристики при активной нагрузке ТТ в отношении аналитического исследования процесса. В [Л. 4] нагрузка на ТТ принята активной, но не сделано попытки аналитического решения задачи. Поэтому результаты исследования переходных процессов в ТТ приведены в виде серий кривых, которые построены только для случая максимальной аperiodической слагающей и для второго и последующих периодов переходного процесса. Однако вероятность возникновения максимальной аperiodической слагающей весьма мала [Л. 6], а представление в виде серий кривых не дает ясно выраженной зависимости параметров переходного процесса от влияющих на них величин. Кроме того, для оценки устойчивости быстроты срабатывания необходим анализ переходного процесса в первом периоде.

Сосредоточенными объектами, на которых используется ДЗ и ДФЗ, являются основные элементы электрических станций и крупных подстанций: ошиновки, сборные шины, трансформаторы, генера-

торы, синхронные компенсаторы и высоковольтные двигатели. Ниже принято, что при коротком замыкании вблизи последних постоянные времени аperiodической слагающей  $T_a \geq 0,15$  с, а нагрузка ТТ практически активна.

На рис. 1 представлены графики начальной стадии переходного процесса в ТТ с преимущественно активной нагрузкой при начальном угле КЗ  $\alpha = 0$ . В качестве сигналов ДЗ при внутренних коротких замыканиях в данной статье рассматривается среднее значение выпрямленного вторичного тока (полезный сигнал) за период  $I_{c_{2n}}$ , где  $n$  — номер периода, а при внешних  $I_{c_{0n}}$  (максимальный ложный сигнал, равный току намагничивания насыщенного ТТ, т. е. максимально возможный ток небаланса). В качестве входного сигнала ДФЗ рассматривается длительность существования вторичного тока  $T_{2n}$  на заданном уровне формирования. При этом ложный сигнал определяется как  $T_{лн} = T_{1н} - T_{2н}$ , где  $T_{1н}$  — длительность существования соответствующей полуволны первичного тока. На рис. 1 эти величины обозначены в первом периоде  $I_{c_{21}}$ ,  $I_{c_{01}}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{л1}$  соответственно, а во втором —  $I_{c_{22}}$ ,  $I_{c_{02}}$ ,  $T_{22}$ ,  $T_{л2}$ , причем принято, что уровень формирования сигнала ДФЗ много меньше амплитуды первичного тока. В случае, если последние соизмеримы, величину  $T_{2н}$  необходимо уменьшить на время нарастания тока до уровня формирования, которое определяется непосредственно из уравнения первичного тока, а  $T_{1н}$  — на время нарастания до упомянутого уровня в начале полуволны и время убывания до нуля — в конце.

Кроме уже оговоренных выше, при математическом описании переходного процесса сделаны следующие допущения. Первичный ток принят состоящим только из синусоидальной составляющей основной частоты и аperiodической составляющей. Доаварийное значение первичного тока принято равным нулю. Математическая модель ТТ при принятых допущениях имеет вид:

$$i_1 = i_0 + i_2; \quad (1)$$

$$\psi = \psi_r + r \int_0^t i_2 dt; \quad (2)$$

$$i_0 = \begin{cases} 0 & \text{при } \psi < \psi_s; \\ i_1 & \text{при } \psi > \psi_s, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$i_1 = I_m \left[ -\cos(\omega t + \alpha) + \cos \alpha \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \right]. \quad (4)$$

Здесь  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  — мгновенные значения токов намагничивания первичного и вторичного;  $\psi_r$ ,  $\psi_s$ ,  $\psi$  — потокоцепления остаточное, насыщение и текущее;  $r$  — сопротивление вторичного контура;  $I_m$  — амплитуда периодической слагающей первичного тока, приведенного к вторичной стороне.

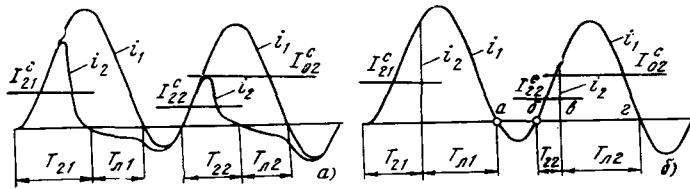


Рис. 1. Первичный и вторичный токи в начальной стадии переходного процесса реального трансформатора (а) и трансформатора тока с прямоугольной характеристикой намагничивания (б).

Решение системы уравнений (1)–(4) зависит от того, который период переходного процесса является периодом первоначального насыщения сердечника ТТ. Если им является  $k$ -й период, то решение имеет вид

$$\Delta\psi_{s*}A_z = \sin \alpha - \sin(\omega t_{sk} + \alpha) + \omega T_a \cos \alpha \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t_{sk}}{T_a}\right) \right], \quad (5)$$

где  $\Delta\psi_{s*} = \frac{\Delta\psi_s}{\psi_s}$ ;  $\Delta\psi_s = \psi_s - \psi_r$ ,

$A_z = \frac{\omega\psi_s}{I_m}$  — обобщенный параметр [Л. 3],

$t_{sk}$  — время насыщения ТТ в  $k$ -м периоде,

$\Delta\psi_{s*}A_z$  — переходный обобщенный параметр.

Тогда следующий  $(k+1)$ -й период будет периодом максимального насыщения сердечника, в котором ток намагничивания достигает наибольшего значения в данном переходном процессе. Исходя из соотношения приращений потокоцеплений на интервалах  $t_{ab}$  и  $t_{bs}$  (рис. 1)  $\Delta\psi_{bs} = -\Delta\psi_{ab}$ , — нетрудно получить выражение, аналогичное полученному в [Л. 4], для определения времени  $t_{sk+1}$ :

$$\begin{aligned} \omega T_a \cos \alpha \exp\left(-\frac{t_{sk+1}}{T_a}\right) + \sin(\omega t_{sk+1} + \alpha) = \\ = \omega T_a \cos \alpha \exp\left(-\frac{t_{ak}}{T_a}\right) + \sin(\omega t_{ak} + \alpha), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $t_{ak}$  — время прохождения первичного тока через нулевое значение в конце полуволн, вызвавшей насыщение ТТ в  $k$ -м периоде.

Поскольку процесс намагничивания ТТ на интервале времени  $t_{bs}$  полностью определяется  $\Delta\psi_{ab}$ , целесообразно ввести отсчет времени в  $(k+1)$ -м периоде (в период максимального насыщения и последующих) от времени  $t_{ak}$ , что и принято ниже.

Следует заметить, что здесь рассматривается только случай  $\alpha \geq 0$ , так как при  $\alpha < 0$  первая полуволна тока противоположна по полярности аperiodической составляющей и влияет на намагничивание сердечника аналогично тому, как влияет остаточный поток благоприятной полярности.

В последующих после периода максимального насыщения периодах время  $t_{sk+1}$  определяется также по выражению (6), но время  $t_{ak}$  определяется по моменту прохождения первичного тока через нулевое значение в конце последней полуволны, вызвавшей очередное насыщение ТТ.

Из выражения (5) следует, что степень искажения сигнала, а значит — входные сигналы ДФЗ и относительные значения сигналов ДЗ при насыщении ТТ в период первоначального насыщения существенно зависят от остаточного потока в сердечнике, нагрузки ТТ, кратности первичного тока, а также от содержания аperiodической слагающей в последнем. Выражение (6) подтверждает вывод, полученный в [Л. 4], о том, что степень искажения сигнала в период максимального насыщения и последующих периодах, зависит только от содержания аperiodической слагающей в первичном токе. Абсолютные значения входных сигналов ДЗ в период максимального насыщения и последующих периодах зависят от амплитуды первичного тока. Последнее объясняется тем, что время насыщения ТТ в период максимального насыщения и последующих периодах определяется площадью полуволны первичного тока, начинающейся с момента  $t_{ak}$ . Эта площадь определяется содержанием аperiodической слагающей в первичном токе и его амплитудой.

Из уравнения (4) нетрудно получить итерационную формулу для определения величины  $t_{ak}$ , а из (5) и (6) —  $t_{sk}$  и  $t_{sk+1}$ . Определение последних по таким формулам при помощи микрокомпьютеров (например, типа «Электроника БЗ-21») не требует больших затрат времени.

Значения  $t_{sk}$  и  $t_{sk+1}$  могут непосредственно служить в качестве исходных для определения полезного и ложного сигналов ДФЗ.

Для определения входных сигналов ДЗ найдем средние значения выпрямленных вторичных токов ТТ в периоды первоначального и максимального насыщения и тока намагничивания в период максимального насыщения:

$$\begin{aligned} I_{2k}^c \frac{I_{1n}^c}{4} \left\{ \Delta\psi_{s*}A_z - \sin(\omega t_{ak} + \alpha) + \sin(\omega kT + \alpha) - \right. \\ \left. - \omega T_a \cos \alpha \left[ \exp\left(-\frac{t_{ak}}{T_a}\right) - \exp\left(-\frac{kT}{T_a}\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I_{2k+1}^c \frac{I_{1n}^c}{4} \left\{ \sin(\omega t_{bk} + \alpha) - \sin(\omega t_{ak} + \alpha) - \right. \\ \left. - \omega T_a \cos \alpha \left[ \exp\left(-\frac{t_{ak}}{T_a}\right) - \exp\left(-\frac{t_{ak}}{T_a}\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $I_{1n}^c$  — среднее значение периодической слагающей первичного тока, приведенного ко вторичной стороне ТТ.

Максимально возможное значение ложного сигнала при наличии значительной аperiodической слагающей имеет место в период максимального насыщения, и среднее ее значение равно разности средних значений первичного и вторичного токов. После несложных преобразований выражение его принимает следующий вид:

$$I_{0k+1}^c = \frac{I_m \cos \alpha}{t_{ak+1} - t_{ak}} \left[ \exp\left(-\frac{t_{ak}}{T_a}\right) - \exp\left(-\frac{t_{ak+1}}{T_a}\right) \right], \quad (9)$$

где  $t_{ak+1}$  — эквивалентно  $t_u$  на рис. 1.

№ п/п.	ДЗ	ДФЗ
	<i>a</i>	<i>b</i>
1	$I_{c21} = \frac{I_c}{2} \left( \frac{\Delta\psi_{s*} A_z}{2} + \sin \omega t_{06} - \omega t_{06} G \cos \alpha \right)$	$T_{21} = \frac{2}{\omega} \sqrt{\Delta\psi_{s*} A_z (1 - 0,5 \sin 2\alpha)}$
2	$I_{c22} = I_{cn} (\sin \omega t_{06} - \omega t_{06} G \cos \alpha).$	$T_{22} = \frac{1}{\omega} \sqrt{1 - \left( \frac{2\omega t_{06} G \cos \alpha}{\sin \omega t_{06}} - 1 \right)^2}$
3	$I_{c22} = I_{cn} \sqrt{1 - G^2 \cos^2 \alpha} (1 - G \cos \alpha).$	$T_{22} = \frac{2}{\omega} \sqrt{G \cos \alpha (1 - G \cos \alpha)}.$
4	$I_{c02} = I_m \cos \alpha.$	$T_{n2} = t_{022} - T_{22}.$
5	—	$T_{21} = \frac{1}{\omega} \sqrt{2\Delta\psi_{s*} A_z}$

Важно отметить, что правая часть формулы (9) совпадает с выражением среднего значения аperiодической слагающей за период максимального насыщения. Для упрощения можно принять  $T = t_{ak+1} - t_{ak}$ , что практически не отразится на точности результата, так как при  $T_a \geq 0,15$  с в пределах периода экспонента почти не отличается от прямой.

Таким образом, максимальная величина среднего значения ложного сигнала в период максимального насыщения (среднее значение тока небаланса при отсутствии добавочных сопротивлений в дифференциальной цепи) практически равна среднему значению аperiодической слагающей первичного тока в данном периоде.

При анализе или прогнозировании поведения ДЗ и ДФЗ основных элементов электростанций в тяжелых переходных процессах, которые и представляют наибольший интерес, первый период, как правило, является периодом первоначального насыщения. В самом деле, предположив, что аperiодическая слагающая практически не затухает за время  $t_a$  (см. рис. 1), получим следующее значение обобщенного переходного параметра ТТ, при котором первый период является периодом первоначального насыщения.

$$\Delta\psi_{s*} A_z \leq 2[\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha]. \quad (10)$$

Поэтому даже при  $\alpha = 1,25$  искомое значение обобщенного переходного параметра довольно велико:  $\Delta\psi_{s*} A_z \leq 3,1$ . Это объясняется в значительной мере тем, что максимально возможное приращение потокосцепления в первом периоде ограничено величиной  $\Delta\psi_s$ , в то время как в установившемся процессе —  $2\psi_s$ , что всегда больше  $\Delta\psi_s$ . Поэтому в первом периоде даже при  $\alpha = \pi/2$  насыщение достигается при  $\Delta\psi_{s*} A_z = 2$ , в то время как в установившемся процессе насыщение достигается при  $A_z = 1$ . В свете сказанного следует заметить, что название «период максимального насыщения» является в известной мере условным, так как максимальное и первоначальное насыщения могут иметь место в первом периоде, если

$$\Delta\psi_{s*} A_z = \left| \sin(\omega t_a + \alpha) - \sin(\omega t_0 + \alpha) + \omega T_a \cos \alpha \left[ \exp\left(-\frac{t_a}{T_a}\right) - \exp\left(-\frac{t_0}{T_a}\right) \right] \right|. \quad (11)$$

В последующих периодах такого совпадения нет. Однако и в первом периоде при правильно выбранных ТТ лишь в весьма редких случаях может иметь место максимальное насыщение.

Как отмечалось выше, на электрических станциях, как правило, величина постоянной времени аperiодической слагающей довольно велика. Для таких условий можно внести ряд существенных упрощений при выводе формул определения входных сигналов ДЗ и ДФЗ, чтобы получить достаточно наглядные зависимости последних от всех основных факторов и избавиться от итерационных расчетов. С этой целью введем следующее дополнительное допущение. Примем аperiодическую слагающую незатухающей на интервале времени  $t_{ab}$  (см. рис. 2, [Л. 7]).

$$i_a(t_0) = G \cos \alpha; \quad (12)$$

$$G = \exp\left(-\frac{t_0}{T_a}\right). \quad (13)$$

Тогда с учетом соотношения

$$G \cos \alpha = \cos \omega t_{06} \quad (14)$$

(см. рис. 2), следующего из уравнения (4) при  $i_1 = 0$ , нетрудно получить формулы столбца (ДЗ) таблицы, в которой даны формулы расчета интенсивностей входных сигналов ДЗ и ДФЗ (столбец б).

Формулы таблицы в дальнейшем будем обозначать индексами строки и столбца.

Формула (1a) наглядно свидетельствует о том, что среднее значение вторичного тока в период первоначального насыщения существенно зависит не только от первичного тока и содержания аperiодической слагающей, но и от нагрузки ТТ и его остаточного потока. При пользовании этой формулой (как и последующими) имеется то неудобство, что величина  $t_{06}$ , строго говоря, должна быть вычисле-

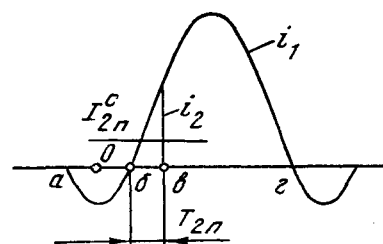


Рис. 2. К определению входных сигналов дифференциальной и дифференциально-фазной защиты.

на по уравнению (4) посредством итерации. Эти значения для разных токов могут быть подсчитаны однажды и сведены в таблицу. Однако невысокая точность результатов, получаемых при использовании формул таблицы, не оправдывает затраты времени на столь точное определение величины  $t_{06}$ . Поэтому целесообразно определять значение  $t_{06}$  из равенства (14):

$$t_{06} = \frac{1}{\omega} \arccos(G \cos \alpha), \quad (15)$$

где  $G = \exp(-T/T_a)$ .

Формула (2а) служит для определения среднего значения выпрямленного вторичного тока во втором периоде максимального насыщения.

Формулы (1а) и (2а) при  $\alpha \leq 60^\circ$  дают погрешность в пределах от 7 до 10% по отношению к результатам, полученным по формулам (7) и (8) соответственно.

Для оценочных расчетов и при  $\alpha \leq 45^\circ$ , полагая  $\sin \omega t_{06} \approx \omega t_{06}$ , нетрудно получить формулу (3а), погрешность которой достигает 20% по сравнению с данными расчета по формуле (8).

Используя то же допущение, получим формулу (4а) на основании формулы (9). При подстановке в формулу (4а)  $G = \exp(-T/T_a)$ , погрешность ее не превосходит 10% по сравнению с данными расчета по формуле (9) при  $\alpha \leq 60^\circ$ .

В таблице приведены величины входных сигналов ДФЗ для случая, когда уровень формирования сигнала значительно меньше амплитуды вторичного тока. Значения полезных сигналов в первом периоде переходного процесса, являющегося периодом первоначального насыщения, можно определить по формулам (16) и (5б). Необходимость прибегнуть к двум выражениям объясняется тем, что не удалось получить простую математическую зависимость от произвольного значения  $\alpha$ . Формула (16) предназначена для диапазона значений  $\alpha = (0 \div 45)^\circ$ , (16) и (5б) —  $\alpha = 90^\circ$ .

При получении (16) использовано допущение  $\sin 0,5\omega T_{21} = 0,5\omega T_{21}$ , и поэтому погрешность ее лежит в пределах 10% при  $T_{21} \leq 7$  мс. При выводе (5б) принято  $\sin \omega T_{21} = \omega T_{21}$ , а при  $T_{21} \leq 5$  мс она дает погрешность до 10%. В соответствии с формулой (5б) время насыщения сердечника при  $\alpha = 90^\circ$  меньше, чем при  $\alpha < 90^\circ$  и интересующих нас значениях параметра  $\Delta\psi_{*} A_2 = 1 \div 2$ . Однако в большинстве практически важных случаев не требуется, чтобы ДФЗ срабатывала в течение первых миллисекунд переходного процесса. Важно, чтобы она сработала в течение первой полуволны переходного процесса, сопровождающегося значительным апериодическим током, поскольку величина тока во многих последующих периодах может оказаться недостаточной для срабатывания. При  $\alpha = 90^\circ$  и насыщении ТТ к моменту начала второй полуволны тока величина потокосцепления достигает  $|\psi_s|$  и в течение последней может измениться на  $2|\psi_s|$ . Это эквивалентно увеличению  $\Delta\psi_{*}$  до  $\Delta\psi_{*} = 2$  в формуле (5б) и обеспечивает значительное время  $T_{21}$ , достаточное для срабатывания. При  $\alpha < 90^\circ$

аналогичная ситуация будет сохраняться до таких значений  $\alpha$ , пока продолжительность второй полуволны и величина тока в ней будут достаточны для срабатывания ДФЗ. Поэтому расчетной формулой для определения  $T_{21}$  является (16), а расчетное значение  $\alpha$  выбирается таким, при котором ДФЗ уже может срабатывать от второй полуволны тока.

Формула (26) и последующие получены при допущении  $\sin \omega T_{22} = \omega T_{22}$ , которое и вносит главную долю погрешности в результаты расчета при ранее принятых значениях постоянной времени  $T_a$ . Поэтому ее использование возможно тогда, когда погрешность упомянутой замены представляется допустимой. Формула (36) содержит еще одно допущение  $\sin \omega t_{06} = \omega t_{06}$  и применима лишь при весьма малых начальных углах  $\alpha$ .

Формулу (46), к сожалению, не удалось привести к более удобному виду, и она требует определения времени  $t_{64} = t_u - t_0$ , где  $t_u$  и  $t_0$  находятся из уравнения (4) итерационным расчетом.

Процессы в группах ТТ весьма сложны, и их анализ не может быть проведен теми же средствами, что и одиночных ТТ. Поэтому исследование процессов в группах ТТ должно являться предметом самостоятельной работы. Однако известно [Л. 3], что интенсивности сигналов в группах ТТ могут существенно отличаться от таковых для одиночного ТТ. Вследствие этого область использования формул таблицы как средства оценки уровней полезных и ложных сигналов ДЗ и ДФЗ в переходных процессах должна быть ограничена следующими условиями.

добавочные сопротивления в дифференциальной цепи должны отсутствовать, а нагрузка ТТ должна быть близкой к тому ее значению, которое соответствует предельной кратности;

рассматриваемые ТТ должны быть соединены по схеме «звезда». При этом влияние ТТ соседних фаз невелико и при больших погрешностях направлено, как правило, на некоторое увеличение уровня полезного сигнала и практически не влияет на ложный сигнал. Например, во время производственных испытаний защиты шин 500 кВ на Красноярской ГЭС максимальная полная погрешность ТТ типа ТФНКД-500-П составляла около 90%, причем доля вторичного тока, возникающего за счет влияния других фаз, — около 10% вторичного тока до его «срыва».

Перечисленные условия могут соблюдаться в ДЗ и ДФЗ сборных шин, высоковольтных двигателей, синхронных компенсаторов и ошинок. В некоторых случаях они могут соблюдаться и в ДЗ (ДФЗ) генераторов и трансформаторов, а также и в других защитах.

**Выводы.** 1. Использование прямоугольной характеристики намагничивания для анализа работы ТТ в переходных процессах дает возможность найти достаточно простые формулы, пригодные для оценки интенсивностей входных сигналов ДЗ и ДФЗ основных элементов электростанций и подстанций при постоянной времени апериодической слагающей не менее 0,15 с, с учетом влияния всех основных факторов, от которых зависят эти сигналы.

2. Максимально возможная величина среднего значения тока небаланса за период в переходном процессе практически равна среднему значению апериодической слагающей в токе короткого замыкания в том же периоде.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем. — М.: Энергия, 1976. — 559 с.
2. Дроздов А. Д. Электрические цепи с ферромагнитными сердечниками в релейной защите. — М.: Энергия, 1965. — 240 с.
3. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики. — М.: Энергия, 1978. — 264 с.
4. Универсальные характеристики трансформаторов тока в переходном режиме короткого замыкания/ Кузнецов С. Л.,

Иванков Ю. И., Колесникова Л. Д. и др. — Электричество, 1975, № 2, с. 9—13.

5. Багинский Л. В., Лещенко В. М. Влияние переходных процессов в каскадных трансформаторах тока на работу дифференциально-фазных защит. — Изв. вузов. Электромеханика, 1978, № 9, с. 976—981.

6. Вероятность возникновения больших погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах и оценка действия релейных защит/ Дроздов А. Д., Гармаш В. А., Беркович М. А., Ильиничин В. В. — Электричество, 1978, № 6, 24—39 с.

7. Багинский Л. В. К выбору принципа работы быстродействующей защиты основных элементов электрических станций и подстанций. — Электрические станции, 1978, № 5, 41—45 с.

[31.05.79]

УДК 621.37:[621.394.73:621.315.2]

## Электрические волны в мелкослоистых цилиндрических средах

ТАТУР Т. А., доктор техн. наук, ВАНСЛОВА Г. А., канд. техн. наук, СУДАЕВ А. И., ТУРУК В. К., инженеры

В настоящее время широко используются многослойные цилиндрические конструкции (кабели, волноводы). Их создание на базе чисто экспериментальных средств часто оказывается невозможным из-за необходимости одновременного учета многих взаимовлияющих факторов: радиусов поверхностей, электромагнитных характеристик. Разработка же аналитических методов исследования ставит задачу анализа и расчета электромагнитных процессов в слоистых цилиндрических структурах на базу единой математической модели, увязывающей геометрические размеры и свойства (магнитные, диэлектрические, поглощающие) всех сред.

До настоящего времени в известных публикациях эта задача не рассматривалась. Результаты же исследования волновых процессов в конструкциях с непрерывно изменяющимся неоднородным заполнением (чисто диэлектрическим или магнитным) [Л. 1—3] оказываются неприемлемыми для многослойных цилиндрических структур, в которых электромагнитные характеристики на границах сред изменяются скачком и, следовательно, описываются ступенчатыми функциями.

В данной статье рассматриваемая задача решалась в связи с конструированием технически новых кабелей с фильтрующими свойствами. Назначение этих кабелей не только в беспрепятственной передаче сигналов (до 100 кГц) от источника к потребителю, но и задерживании (т. е. значительном ослаблении) сигналов помех на частотах выше 100 кГц. Обеспечение фильтрующих свойств достигается многослойной конструкцией проводящих и изоляционных слоев кабеля, специальным подбором материалов с необходимыми частотными зависимостями их электромагнитных характеристик. Конкретная техническая применимость задачи определила содержание теоретической и экспериментальной частей статьи.

В многослойных цилиндрических структурах электромагнитные процессы зависят от свойств всех сред, между которыми происходит обмен энергия-

ми. Это означает, что у вектора Умова—Пойнтинга есть перпендикулярная границам сред компонента, т. е. векторы напряженности электрического поля на границах сред отличны от нуля. Следовательно, в отличие от коаксиальных структур с однослойным наполнением, в которых основным и низшим типом волны является чисто поперечная волна [Л. 4—6], в многослойных структурах ее существование вообще невозможно и энергия передается волнами электрического и магнитного типов. Наибольший технический интерес представляет симметричная электрическая волна, определяющая основные электромагнитные процессы в многослойном коаксиальном кабеле.

Динамический расчет электрической волны в коаксиальном кабеле выполняется на осесимметричной модели многослойной цилиндрической системы, поперечное сечение которой схематически изображено на рис. 1. В расчете приняты следующие допущения: 1) электромагнитные процессы в системе носят установившийся гармонический характер; 2) система бесконечно длинная, отраженные волны в ней отсутствуют; 3) внутренний и наружный цилиндрические слои системы идеально проводящие; 4) внутренние слои II, III, IV системы однородны, изотропны, диссипативны.

Третье допущение продиктовано конкретным техническим приложением задачи. Ниже мы кратко остановимся на влиянии проводников кабеля на затухание сигнала в нем. Электромагнитное поле замкнуто внутри коаксиальной системы, внутренняя структура трехслойная. Для расчета электромагнитных процессов в структурах с большим числом слоев предлагаемая методика также может быть использована, но математически задача, естественно, усложняется. Задача решается в цилиндрической системе координат с осями  $z$ ,  $r$ ,  $\varphi$ . Ось  $z$  совпадает с осью многослойной цилиндрической системы. Для радиусов внешних поверхностей сред системы приняты обозначения  $r_i$  ( $i=2, 3, 4$ ). Этими же индексами обозначаются диэлектрические  $\epsilon_i$  и

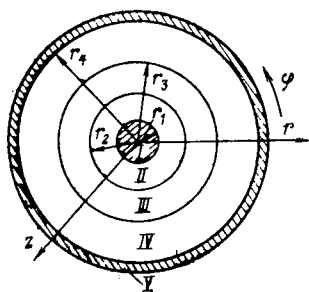


Рис. 1. Поперечное сечение многослойной структуры в цилиндрической системе координат  $z, r, \varphi$ .  
Заштрихованы идеальными проводящими слоями цилиндрической системы.

магнитные  $\mu_i$  проницаемости различных сред системы. Весь расчет выполняется комплексным методом.

Электрические волны содержат только компоненты  $\vec{E}_z, \vec{E}_r, \vec{H}_\varphi$ , которые имеют структуру цилиндрических волн, так как среды однородны. Полученные из уравнений Максвелла компоненты поля электрической волны имеют вид [Л. 4 и 5]:

$$\vec{E}_{zi} = [C_{1i} J_0(\eta_i r) + C_{2i} N_0(\eta_i r)] e^{i\omega z}; \quad (1)$$

$$\vec{E}_{ri} = -\frac{\gamma_0}{\eta_i} [C_{1i} J_1(\eta_i r) + C_{2i} N_1(\eta_i r)] e^{i\omega z}; \quad (2)$$

$$\vec{H}_{\varphi i} = j \frac{\varepsilon_i \omega}{\eta_i} [C_{1i} J_1(\eta_i r) + C_{2i} N_1(\eta_i r)] e^{i\omega z}, \quad i = 2, 3, 4, \quad (3)$$

где  $J_m, N_m$  — цилиндрические функции Бесселя 1-го и 2-го родов  $m$ -го порядка ( $m=0, 1$ );  $\gamma_0$  — коэффициент распространения волны в цилиндрической системе;

$$\gamma_0 = \alpha_0 + j\beta_0, \quad \alpha_0 \leq 0, \quad (4)$$

$\alpha_0$  — коэффициент ослабления;  $\beta_0$  — коэффициент фазы;  $C_{1i}, C_{2i}$  — постоянные интегрирования;  $\omega$  — угловая частота;

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \varepsilon'_i (1 - j \operatorname{tg} \delta_{\varepsilon i}) = \varepsilon_0 (\varepsilon'_i - j\varepsilon''_i); \quad (5)$$

$$\mu_i = \mu_0 \mu'_i (1 - j \operatorname{tg} \delta_{\mu i}) = \mu_0 (\mu'_i - j\mu''_i); \quad (6)$$

$\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума;  $\varepsilon'_i$  и  $\mu'_i$  — относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости  $i$ -й среды;  $\operatorname{tg} \delta_{\varepsilon i}, \operatorname{tg} \delta_{\mu i}$  — тангенсы углов диэлектрических и магнитных потерь в  $i$ -й среде;

$$\eta_i^2 = \omega^2 \varepsilon_i \mu_i + \gamma_0^2. \quad (7)$$

На решения уравнений (1)–(3) наложены граничные условия:

$$\vec{E}_{z2}(r_1) = \vec{E}_{z4}(r_4) = 0; \quad (8)$$

$$\vec{E}_{zk}(r_k) = \vec{E}_{z(k+1)}(r_k); \quad (9)$$

$$\vec{H}_{\varphi k}(r_k) = \vec{H}_{\varphi(k+1)}(r_k), \quad k = 2; 3. \quad (10)$$

Граничные условия (8)–(10) позволяют исключить из уравнений (1)–(3) постоянные интегрирования  $C_{1i}, C_{2i}$  и записать дисперсионное урав-

нение относительно постоянной распространения  $\gamma_0$ :

$$\frac{\frac{\eta_2 \varepsilon_3}{\eta_3 \varepsilon_2} N_1(\eta_3 r_2) a_1 - N_0(\eta_3 r_2) a_3}{\frac{\eta_2 \varepsilon_3}{\eta_3 \varepsilon_2} J_1(\eta_3 r_2) a_1 - J_0(\eta_3 r_2) a_3} = \frac{\frac{\eta_4 \varepsilon_3}{\eta_3 \varepsilon_4} N_1(\eta_3 r_4) a_3 - N_0(\eta_3 r_4) a_4}{\frac{\eta_4 \varepsilon_3}{\eta_3 \varepsilon_4} J_1(\eta_3 r_4) a_3 - J_0(\eta_3 r_4) a_4}, \quad (11)$$

где

$$a_1 = J_0(\eta_2 r_2) N_0(\eta_2 r_1) - J_0(\eta_2 r_1) N_0(\eta_2 r_2); \quad (12)$$

$$a_2 = J_0(\eta_4 r_4) N_0(\eta_4 r_4) - J_0(\eta_4 r_4) N_0(\eta_4 r_4); \quad (13)$$

$$a_3 = J_1(\eta_2 r_2) N_0(\eta_2 r_1) - J_0(\eta_2 r_1) N_1(\eta_2 r_2); \quad (14)$$

$$a_4 = J_1(\eta_4 r_4) N_0(\eta_4 r_4) - J_0(\eta_4 r_4) N_1(\eta_4 r_4). \quad (15)$$

Неявное уравнение (11) позволяет лишь приближенно определить коэффициент распространения  $\gamma_0$ . Так как уравнение (11) комплексное, итерационные методы практически не реализуемы. Для определения коэффициента распространения  $\gamma_0$  использовалось представление цилиндрических функций рядами. В кабелях реальных конструкций на частотах, не превышающих 30 МГц,

$$\gamma_0^2 < 10 \text{ м}^{-2}; \quad \omega^2 |\mu_i \varepsilon_i| < 10 \text{ м}^{-1}; \quad r_i < 10^{-2} \text{ м}, \quad i = 2, 3, 4.$$

Правильность этих оценок иллюстрируется графиками рис. 2 и данными табл. 1 и 2. В табл. 1 приведены геометрические размеры слоев конструкций многослойных коаксиальных кабелей, а в табл. 2 — электромагнитные характеристики ряда используемых материалов кабелей. Из указанных оценок следует, что в выражениях (11)–(15) аргументы цилиндрических функций малы ( $|\eta_i r_i| \approx 10^{-3} - 10^{-2}$ ), и в расчетах для практических целей допустимо ограничиться линейными членами в степенных рядах функций Бесселя первого рода и дву-

Таблица 1

№ кабеля	Материал слоя конструкции	Внешний радиус слоя, мм
I	Сердечник из медных проволок	0,47
	Повив из биметаллических проволок (медь—сталь)	0,77
	Ферропласт (ПВХ-пластикат, наполненный ферритовым порошком)	1,935
	ПВХ-пластикат	3,165
	Экран из медных проволок	3,315
II	Сердечник из медных проволок	0,48
	Повив из биметаллических проволок (медь—сталь)	0,8
	Сегнетопласт (ПВХ-пластикат, наполненный порошком сегнетокерамики)	1,9
	Ферропласт	2,72
	Экран из медных проволок	3,15

Таблица 2

Материал	Характеристики	Частоты, МГц					
		0,5	1	5	10	20	30
Биметаллическая проволока (медь—сталь)	$\epsilon/\epsilon_0$	1	1	1	1	1	1
Ферропласт	$\mu'$	15	14,6	11	7,7	5,2	3,6
	$\mu''$	1,85	2,2	5,13	5,4	4,4	4,2
	$\epsilon'$	1,3	18,2	16,5	15,7	15,1	14,6
ПВХ-пластикат	$\text{tg} \delta_e$	0,13	0,11	0,08	0,05	0,35	0,02
	$\mu'$	7,4	8,1	7,5	7,0	6,9	6,8
	$\mu''$	0,1	0,15	0,24	0,35	0,43	0,66
Сегнетопласт	$\epsilon'$	3,18	3,52	3,01	3,18	3,07	3,01
	$\text{tg} \delta_e$	0,096	0,08	0,04	0,033	0,014	0,012
	$\mu/\mu_0$	1	1	1	1	1	1
Медная проволока, $\alpha=57 \times 10^{-6}$ Ом/м	$\epsilon'$	17,5	16,9	15,3	14,8	14,3	13,8
	$\text{tg} \delta_e$	0,1	0,1	0,12	0,05	0,04	0,032
	$\mu/\mu_0$	1	1	1	1	1	1

мя первыми членами в рядах функций Бесселя второго рода

$$N_0(Z) = \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{Z}{2} + C \right); \quad N_1(Z) = -\frac{2}{\pi Z} + 0,477Z,$$

где  $Z$  — комплексный аргумент;  $C$  — постоянная Эйлера.

После замены цилиндрических функций членами их рядов уравнение (11) приобретает вид:

$$\sum_{i=2}^4 \frac{\eta_i^2}{\epsilon_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}} = 0. \quad (16)$$

Из этого уравнения с учетом (7) следует:

$$\gamma_0 = \pm j\omega \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^4 \frac{\mu_i}{\epsilon_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}{\sum_{i=2}^4 \frac{1}{\epsilon_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}}. \quad (17)$$

Учитывая, что коэффициент ослабления электрической волны в кабеле  $\alpha_0 = \text{Re} \gamma_0$ , из (17) можно получить явное выражение для коэффициента ослабления  $\alpha_0$ :

$$\alpha_0 = \pm \omega A \sin \varphi, \quad (18)$$

где

$$A = \frac{\sqrt{(A_1 A_2 - B_1 B_2)^2 + (A_1 B_2 + B_1 A_2)^2}}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}; \quad (19)$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{A_1 A_2 - B_1 B_2}; \quad (20)$$

$$A_1 = \mu_0 \sum_{i=2}^4 \mu'_i \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}; \quad (21)$$

$$A_2 = \epsilon_0 \sum_{i=2}^4 \frac{\epsilon'_i}{|\epsilon_i|^2} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}; \quad (22)$$

$$B_1 = \mu_0 \sum_{i=2}^4 \mu''_i \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}; \quad (23)$$

$$B_2 = \epsilon_0 \sum_{i=2}^4 \frac{\epsilon''_i}{|\epsilon_i|^2} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}, \quad i=2, 3, 4. \quad (24)$$

Знаки в формулах (17) и (18) выбираются из условия  $\alpha_0 \leq 0$ . Выражения (17) и (18) позволяют теоретически исследовать зависимость коэффициентов распространения и ослабления от частоты, электромагнитных характеристик и радиусов слоев трехслойной цилиндрической структуры.

Формулы (17) и (18) являются приближенными; в инженерных расчетах допустимо их использование при  $|\eta_j r_i| \leq 0,1$ . Это означает, что на высоких частотах ( $f > 1$  МГц) эти формулы пригодны только для расчетов многослойных цилиндрических коаксиальных структур малых толщин, иногда называемых в электродинамике мелкослоистыми средами [Л. 7]. При больших значениях аргументов цилиндрических функций в расчетах необходимо учитывать большее число членов рядов функций Бесселя. Однако в этом случае (11) преобразуется в сложное алгебраическое уравнение, из которого невозможно выразить в явном виде коэффициент распространения  $\gamma_0$ . В вычислительном смысле задача становится очень трудно разрешимой.

В конструкциях с тонкими средами

$$\Delta_{i,i-1} \ll r_1, \quad i=2, 3, 4 \quad (25)$$

формула (17) упрощается:

$$\gamma_0 = \pm j\omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}. \quad (26)$$

Черта над величиной означает ее арифметическое усреднение:

$$\overline{\epsilon} = \frac{\sum_{i=2}^4 \Delta_{i,i-1}}{\sum_{i=2}^4 \frac{\Delta_{i,i-1}}{\epsilon_i}}, \quad (27)$$

$$\overline{\mu} = \frac{\sum_{i=2}^4 \mu_i \Delta_{i,i-1}}{\sum_{i=2}^4 \Delta_{i,i-1}}, \quad (28)$$

где  $\Delta_{i,i-1} = r_i - r_{i-1}$ ,  $i=2, 3, 4$ .

Выразив постоянные интегрирования  $C_{1i}$ ,  $C_{2i}$ ,  $i=2, 3, 4$  из граничных условий (8) — (10) и любого дополнительного условия, например о равенстве  $U_0$  напряжения между внутренним и внешним проводниками кабеля при  $z=0$ , не трудно найти прибли-

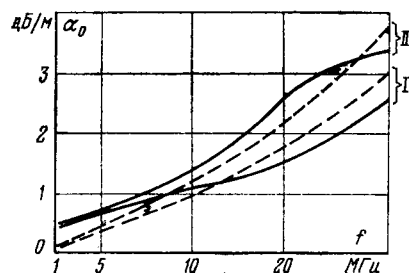


Рис. 2. Зависимость коэффициента ослабления коаксиальных кабелей (конструкция в соответствии с табл. 1) от частоты. — эксперимент; — — — расчет.

женные выражения для компонент поля электрической волны:

$$\dot{E}_{zi} = \frac{U_0 \varepsilon_3}{\varepsilon_i r} e^{\gamma_0 z}, \quad i = 2, 3, 4;$$

$$\dot{H}_{\varphi i} = -j \frac{U_0 \omega \varepsilon_3}{r \gamma_0} e^{\gamma_0 z}, \quad i = 2, 3, 4;$$

$$\dot{E}_{zi} = \frac{U_0 \gamma_i^2 \varepsilon_3}{\varepsilon_i \gamma_0} \ln \frac{r}{r_i} e^{\gamma_0 z}, \quad i = 2, 4;$$

$$\dot{E}_{z3} = \frac{U_0 \varepsilon_3}{\gamma_0} \left[ \frac{\gamma_2^2}{\varepsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\gamma_3^2}{\varepsilon_3} \ln \frac{r}{r_2} \right] e^{\gamma_0 z},$$

где

$$r_{i-1} \leq r \leq r_i;$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{\sum_{i=2}^4 \frac{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}{\varepsilon_i}}.$$

Как и следовало ожидать, из-за присутствия продольной компоненты  $\dot{E}_{zi}$  поле электрической волны не является потенциальным. Итак, мы получили расчет коэффициента ослабления, связанного с потерями в наполняющих средах кабеля. Известная структура поля позволяет также учесть влияние конечной проводимости проводников кабеля на его полный коэффициент ослабления. Так как методика определения общеизвестна [Л. 5], ограничимся лишь записью конечных формул для коэффициентов ослабления внутреннего ( $\alpha_{01}$ ) и внешнего ( $\alpha_{05}$ ) проводников:

$$\alpha_{01} = -0,5 \frac{\omega \sqrt{\mu_1' \omega \mu_0}}{\sqrt{2\sigma_1 r_1^2} \operatorname{Re}(f_r \gamma_0)}; \quad (29)$$

$$\alpha_{05} = -0,5 \frac{\omega \sqrt{\mu_5' \omega \mu_0}}{\sqrt{2\sigma_5 r_5^2} \operatorname{Re}(f_r \gamma_0)}, \quad (30)$$

где  $\sigma_1, \sigma_5$  — удельные проводимости внутреннего и внешнего проводников;

$$f_r = \frac{1}{r_1 \varepsilon_2} + \frac{1}{r_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2} \right) + \frac{1}{r_3} \left( \frac{1}{\varepsilon_4} - \frac{1}{\varepsilon_3} \right) - \frac{1}{r_4 \varepsilon_4}. \quad (31)$$

По формулам (17), (29) и (30) был выполнен расчет коэффициента распространения  $\gamma_0$  и коэффициентов ослабления  $\alpha_{01}, \alpha_{05}$  для коаксиальных кабелей I и II, конструкция и электромагнитные характеристики которых указаны в табл. 1 и 2. На рис. 1 пунктирными линиями показана расчетная зависимость  $\alpha_0(\omega)$ . Для сравнения сплошными линиями обозначены экспериментально определенные

зависимости коэффициентов ослабления тех же кабелей от частоты. Расчет показал, что в кабелях рассматриваемых конструкций коэффициенты  $\alpha_{01}$  и  $\alpha_{05}$  на 1—2 порядка меньше коэффициента  $\alpha_0$  и поэтому на результирующий коэффициент ослабления они не оказывают заметного влияния. Приведенные на рис. 1 экспериментальные и расчетные кривые свидетельствуют о хорошем соответствии расчетной модели реальной конструкции кабелей.

**Выводы.** 1. Получены приближенные, удобные для инженерной практики формулы определения коэффициентов распространения и компонент поля электрической волны в коаксиальном кабеле с трехслойным наполнением.

2. Слоистая структура наполняющих кабель сред приводит к появлению продольной составляющей электрического поля  $\dot{E}_z$ , которая в средах с  $|\varepsilon| > 10$  и  $|\mu| > 10$ , в рассматриваемом частотном диапазоне может оказаться соизмеримой с компонентой  $\dot{E}_r$ .

3. Характер поля электрической волны в общем случае не является потенциальным.

4. В конструкциях с очень тонкими средами ( $\Delta_{i,i-1} \ll r_1$ ) электромагнитные процессы определяются усредненными значениями электромагнитных характеристик сред, наполняющих кабель ( $i=2, 3, 4$ ); при этом последовательность расположения диэлектрических сред не оказывает существенного влияния на постоянную распространения электрических волн. В конструкциях с тонкими слоями  $\dot{E}_z \ll \dot{E}_r$  структура электрической волны близка к структуре волны ТЕМ и характер поля близок к потенциальному.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карташев В. Г. Распространение основной волны в коаксиальной линии с неоднородным диэлектрическим заполнением. — Радиотехника и электроника, 1965, № 6, с. 1057—1064.
2. Гинзбург В. М., Яковлева Е. А. Электромагнитное поле в коаксиальной линии, содержащей неоднородный изотропный диэлектрик. — Радиотехника и электроника, 1966, № 5, с. 850—859.
3. Terry Lewis. Propagation constant in a ferrite-filled coaxial waveguide. — Proc. IEEE, 1967, vol. 55, № 2.
4. Вольман В. И., Пименов Ю. В. Техническая электродинамика. — М.: Связь, 1971. — 487 с.
5. Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика. — М.: Наука, 1966. — 240 с.
6. Теоретические основы электротехники, т. II. Под ред. П. А. Ионкина. — М.: Наука, 1966. — 383 с.
7. Рытов С. М. Электромагнитные свойства мелкослойной среды. — Экспериментальная и теоретическая физика, 1955, т. 29, вып. 5 (II), с. 605.

[29.11.79]

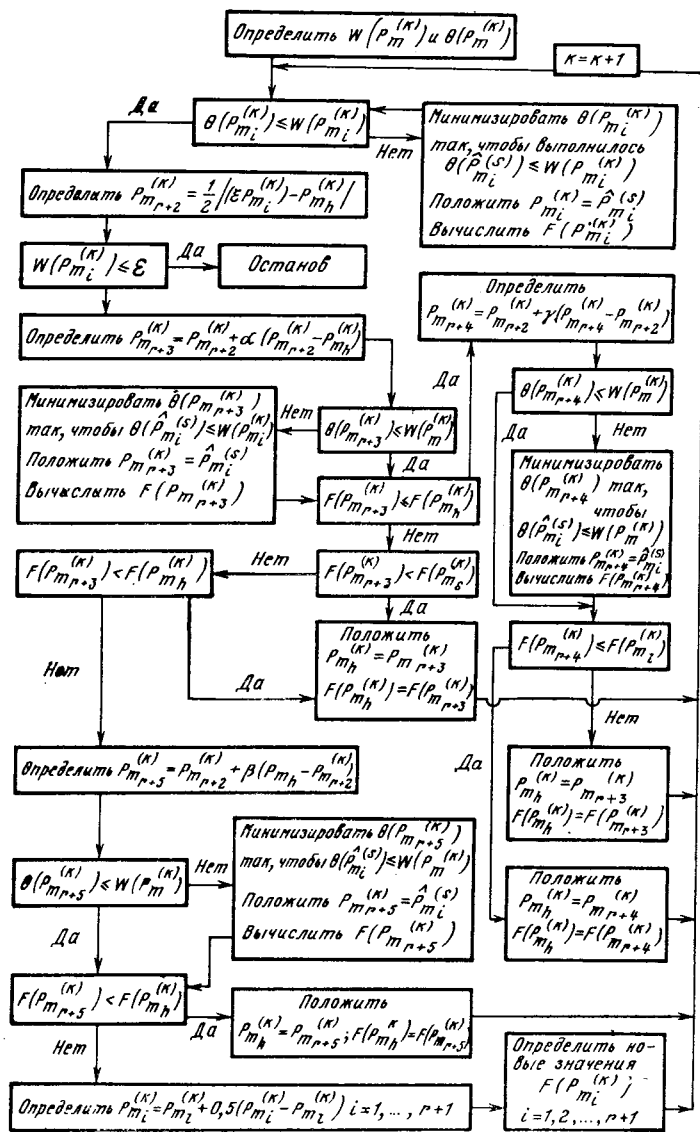
ХАЧАТРЯН В. С., доктор техн. наук, БАЛАБЕКЯН М. А., инж.

*Երևան*

Если энергосистема представляется в виде совокупности радиально связанных подсистем, задача оптимального распределения нагрузок между станциями системы в общей постановке формулируется следующим образом:

$$F(\mathbf{P}_m) = F_1(\mathbf{P}_{m1}) + F_2(\mathbf{P}_{m2}) + F_3(\mathbf{P}_{m3}) + \dots + F_N(\mathbf{P}_{mN}); \quad (1)$$

$$\mathbf{P}_{k1} + \mathbf{P}_{k2} + \dots + \mathbf{P}_{kN} + (\Pi_{a1} + \Pi_{a2} + \dots + \Pi_{aN}) -$$

$$-(\mathbf{P}_{m1} + \mathbf{P}_{m2} + \dots + \mathbf{P}_{mN}) = 0 \quad (2)$$
$$\left. \begin{aligned} P_{m1}^{\min} &\leq P_{m1} \leq P_{m1}^{\max}; \\ P_{m2}^{\min} &\leq P_{m2} \leq P_{m2}^{\max}; \\ P_{mN}^{\min} &\leq P_{mN} \leq P_{mN}^{\max}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$


Блок-схема алгоритма скользящего допущения.

где  $F(P_m)$  — суммарный расход топлива в системе;  $P_{k1}, \dots, P_{kN}$  — векторы активных мощностей нагрузочных узлов соответствующих подсистем;  $\Pi_{a1}, \dots, \Pi_{aN}$  — потери активных мощностей подсистем;  $P_{m1}, P_{mN}$  — векторы активных мощностей станционных узлов подсистем;  $N$  — число подсистем.

Метод скользящего допуска дает возможность задачу нелинейного программирования в общей постановке, в которой имеются  $\nu$ -ограничения в виде равенств и  $\mu$ -ограничения в виде неравенств, заменить более простой задачей минимизации целевой функции при единственном ограничении в виде неравенств, т. е. задача расчета по методу скользящего допуска формулируется следующим образом:

минимизировать

$$F(P_m) = F_1(P_{m1}) + F_2(P_{m2}) + \dots + F_N(P_{mN}); \quad (4)$$

при ограничении

$$W(P_m^{(k)}) - \theta(P_m^{(k)}) \geq 0, \quad (5)$$

где  $W(P_m^{(k)})$  — критерий допуска на  $k$ -м этапе минимизации;  $\theta(P_m^{(k)})$  — «мера» степени нарушения ограничений на  $k$ -м этапе минимизации.

В качестве  $W(P_m^{(k)})$  выбирается положительно определенная убывающая функция, координаты точек которой являются вершинами многогранника. Функция  $W(P_m^{(k)})$  представляется в следующем виде:

$$W(P_m^{(k)}) = \min \left\{ W(P_m^{(k-1)}), \frac{\nu+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} \|P_{mi}^{(k)} - P_{mi}^{(k-1)}\| \right\}; \quad (6)$$

$$W(P_m^{(0)}) = 2(\nu+1)t,$$

где  $t$  — параметр, характеризующий размер исходного многогранника;  $\nu$  — число ограничений в виде равенств (в данном случае  $\nu=1$ );  $P_{mi}^{(k)}$  — вектор, задающий положение  $i$ -й вершины многогранника;  $r = (n - \nu)$  — число степеней свободы целевой функции  $F(P_m)$ ;  $n$  — общее число неизвестных;  $P_{m(r+2)}^{(k)}$  — вектор, задающий положение вершины, которая соответствует центру тяжести рассматриваемого многогранника при  $n=r$ ;  $\|P_{mi}^{(k)} - P_{mi}^{(k-1)}\|$  — норма матрицы, представляющая собой длину вектора.

В качестве  $\theta(P_m^{(k)})$  выбирается следующая функция;

$$\theta(P_m^{(k)}) = + \left[ \sum_{i=1}^{\nu} h_i^2(P_m) + \sum_{i=1}^{\mu} U_i g_i^2(P_m) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

где  $h_i(P_m)$  — уравнения связи в виде равенств

$$h_i(P_m) = (P_{k1} + P_{k2} + \dots + P_{kN}) + (\Pi_{a1} + \Pi_{a2} + \dots + \Pi_{aN}) - (P_{m1} + P_{m2} + \dots + P_{mN}), \quad i = 1, \dots, \nu; \quad (8)$$

$g_i(P_m)$  — уравнения связи в виде неравенств:

$$\left. \begin{aligned} g_i(P_m) &= P_m - P_m^{\min}, \quad i = 1, 2, \dots, \mu/2; \\ g_i(P_m) &= P_m^{\max} - P_m, \quad i = \mu/2 + 1, \dots, \mu; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$U_i = \begin{cases} 0 & \text{при } g_i(P_m) \geq 0; \\ 1 & \text{при } g_i(P_m) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

Согласно разработанному алгоритму задача оптимального распределения нагрузок между станциями системы решается в три этапа. На первом этапе большая электроэнергетическая система автоматически разрабатывается на совокупность радиально связанных подсистем [Л. 6]. На втором этапе строится Z-расчетная матрица. На третьем этапе рассматривается задача расчета установившегося режима по методу декомпо-

зиции и оптимизируется режим по методу скользящего допуска. Алгоритм расчета установившегося режима энергосистемы описан в [Л. 7]. Однако в отличие от [Л. 7] в разработанном алгоритме после расчета численных значений искомым режимным параметрам отдельных подсистем определяются потери мощностей этих же подсистем [Л. 8]. Затем вычисляются потери мощностей энергосистемы, как суммы соответствующих потерь отдельных подсистем:

$$\left. \begin{aligned} P_a &= P_{a1} + P_{a2} + P_{a3} + \dots + P_{aN}; \\ P_p &= P_{p1} + P_{p2} + P_{p3} + \dots + P_{pN}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

и устанавливаются величины активных и реактивных мощностей балансирующего узла на основании баланса мощностей:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \sum_{i=1}^g P_i - \sum_{j=1}^n P_j - P_a; \\ Q_0 &= \sum_{i=1}^g Q_i - \sum_{j=1}^n Q_j - P_p, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $g$  — число станционных, а  $n$  — число нагрузочных узлов в энергосистеме.

Надо отметить, что для устранения колебательного характера сходимости при использовании алгоритма расчет установившегося режима энергосистемы предлагается способ усреднения напряжений на промежуточных этапах итерационного процесса. Сущность такого усреднения состоит в том, что при определении  $i$ -й итерации расчета установившегося режима в качестве расчетного вектора напряжений выбирается среднее арифметическое векторов узловых напряжений, определенных в предыдущих итерациях.

После расчета установившегося режима и потерь мощности в линиях энергосистемы проводится оптимизация установившегося режима по методу скользящего допуска и определяются новые значения  $P_{mi}$ . Принимая полученные значения  $P_{mi}$ , как исходные, вновь производится расчет установившегося режима и потерь мощностей и вновь производится оптимизация найденного установившегося режима до тех пор, пока не будут выполнены условия

$$\begin{aligned} P_{mi}^{(j+1)} - P_{mi}^j &\leq 0,01; \quad Q_{mi}^{(j+1)} - Q_{mi}^j \leq 0,01; \\ U_i^{(j+1)} - U_i^j &\leq 0,01. \end{aligned}$$

Оптимизация установившегося режима производится по следующей очередности:

1. Выбираются коэффициенты отражения ( $\alpha=1$ ), сжатия ( $\beta=0,5$ ) и растяжения ( $\gamma=2$ );

2. Рассчитывается параметр, характеризующий размер исходного многогранника, по формуле

$$t = \min \left\{ \left[ 0,2/n \sum_{i=1}^n (P_{mi}^{\max} - P_{mi}^{\min}) \right], (P_1^{\max} - P_1^{\min}), \dots, (P_n^{\max} - P_n^{\min}) \right\}.$$

В течение всего расчета величины  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $t$  остаются неизменными.

3. Значения активных мощностей стационарных узлов, полученные после расчета установившегося режима, принимаются как начальный вектор мощностей  $P_m^{(0)}$  и определяются

вершины исходного многогранника относительно  $P_m^{(0)}$ :

$$P_{mi}^{(0)} = P_m^{(0)} + D_i, \quad i = 1, 2, \dots, r+1,$$

где  $D_i$  — вектор-столбец, составляющими которого являются элементы  $i$ -го столбца матрицы  $D$ :

$$D = \begin{bmatrix} 0 & d_1 & d_2 & d_3 & \dots & d_r \\ 0 & d_2 & d_1 & d_3 & \dots & d_r \\ 0 & d_2 & d_2 & d_1 & \dots & d_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & d_2 & d_2 & d_2 & \dots & d_1 \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы  $D$  определяются по формулам:

$$d_1 = t(\sqrt{r+1} + r-1) r \sqrt{2};$$

$$d_2 = t(\sqrt{r+1} - 1) r \sqrt{2}.$$

4. Для всех вершин многогранника находятся значения целевой функции. Вершина, в которой значение  $F(P_m)$  максимально, обозначается через  $P_{mh}$ , а вершина, в которой значение  $F(P_m)$  минимально —  $P_{mi}$ .

5. Определяются координаты центра тяжести многогранника, в котором исключена вершина  $P_{mh}$ ,

$$P_{m(r+2)}^{(k)} = \frac{1}{r} \left| \left( \sum_{i=1}^{r+1} P_{mi}^{(k)} \right) - P_{mh}^{(k)} \right|.$$

6. Вектор  $P_{mh}^{(k)}$  проектируется через центр тяжести по формуле

$$P_{m(r+3)}^{(k)} = P_{m(r+2)}^{(k)} + \alpha (P_{m(r+2)}^{(k)} - P_{mh}^{(k)}).$$

Если  $F(P_{m(r+3)}^{(k)}) \leq F(P_{mi}^{(k)})$ , то вектор  $(P_{m(r+3)}^{(k)} - P_{m(r+2)}^{(k)})$  растягивается до величины

$$P_{m(r+4)}^{(k)} = P_{m(r+2)}^{(k)} + \gamma (P_{m(r+3)}^{(k)} - P_{m(r+2)}^{(k)}).$$

Если  $F(P_{m(r+4)}^{(k)}) \leq F(P_{mi}^{(k)})$ , то  $P_{mh}^{(k)}$  заменяется на  $P_{m(r+4)}^{(k)}$ , и процесс отыскания минимума целевой функции продолжается. В противном случае  $P_{mh}^{(k)}$  заменяется на  $P_{m(r+3)}^{(k)}$ . Если  $F(P_{m(r+3)}^{(k)}) < F(P_{ms}^{(k)})$ ,  $s \neq h$ , то  $P_{mh}^{(k)}$  заменяется на  $P_{m(r+3)}^{(k)}$ . Если же  $F(P_{m(r+3)}^{(k)}) > F(P_{mh}^{(k)})$ , то вектор  $(P_{m(r+3)}^{(k)} - P_{m(r+2)}^{(k)})$  снижается в соответствии с уравнением

$$P_{m(r+5)}^{(k)} = P_{m(r+2)}^{(k)} + \beta (P_{m(r+3)}^{(k)} - P_{m(r+2)}^{(k)}).$$

Затем  $P_{mh}^{(k)}$  заменяется на  $P_{m(r+5)}^{(k)}$  и поиск продолжается. В противном случае  $P_{mh}^{(k)}$  заменяется на  $P_{m(r+3)}^{(k)}$ .

Если  $F(P_{m(r+5)}^{(k)}) > F(P_{mi}^{(k)})$ , то все векторы  $(P_{mi}^{(k)} - P_{mh}^{(k)})$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, r+1$ , уменьшаются в 2 раза в соответствии с формулой

$$P_{mi}^{(k)} = P_{mi}^{(k)} + 0,5 (P_{mi}^{(k)} - P_{mh}^{(k)}).$$

В каждой вновь найденной точке (после операции отражения, растяжения или сжатия) вычисляется  $\theta(P_{mi}^{(k+1)})$ , которая сравнивается с  $W(P_{mi}^{(k)})$  (см. рисунок). При заданном  $W(P_{mi}^{(k)})$  в точке  $P_{mi}^{(k)}$  имеет место один из следующих случаев:

$$\theta(P_{mi}^{(k+1)}) \leq W(P_{mi}^{(k)})$$

(в этом случае вектор активных мощностей станционных узлов  $P_{mi}^{(k+1)}$  является допустимым, и соответствующее перемещение считается разрешенным);

$$\theta(P_{mi}^{(k+1)}) > W(P_{mi}^{(k)})$$

(в этом случае вектор активных мощностей станционных узлов считается недопустимым); чтобы перенести точки  $P_{mi}^{(k+1)}$  в допустимую область, проводится минимизация  $\theta(P_{mi}^{(k+1)})$  до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\theta(P_{mi}^{(k+1)}) \leq W(P_{mi}^{(k)}).$$

Для минимизации  $\theta(P_{mi}^{(k)})$  можно применять любой метод, не использующий производные. Так был использован метод Нельдера и Мида. В основе этого метода, как и в методе скользящего допуска, лежит принцип поиска минимума функции с помощью деформированного многогранника, с той лишь

разницей, что метод Нельдера и Мида минимизирует функцию без режимных ограничений. Поэтому использование метода Нельдера и Мида в сочетании с методом скользящего допуска дает возможность намного облегчить составление программы расчета оптимального режима энергосистемы.

При минимизации  $F(P_m)$  рассматриваются лишь  $r+1$  вершины многогранника, а при минимизации  $\theta(P_{mi}^{(k)})$  используются все  $n+1$  вершины. Чтобы не возникло путаницы, вершины многогранников, рассматриваемых в связи с процессом минимизации  $F(P_m)$  обозначаются через  $P_{mi}^{(k)}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, r+1$ ), вершины многогранника, рассматриваемые при отыскании допустимых точек путем минимизации  $\theta(P_{mi}^{(k)})$  — через  $P_{mi}^{(s)}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n+1$ ), где индекс  $s$  обозначает число полностью завершенных этапов процесса минимизации  $\theta(P_{mi}^{(k)})$ . В любой процедуре минимизации  $\theta(P_{mi}^{(k)})$  в качестве начальной берется точка  $\hat{P}_{mi}^{(0)} = P_{mi}^{(k)}$ , где  $P_{mi}^{(k)}$  — недопустимая вершина на  $k$ -м этапе процесса минимизации  $F(P_m)$ . Относительно  $\hat{P}_{mi}^{(0)}$  строится многогранник, и начинается минимизация  $\theta(\hat{P}_{mi})$  по методу Нельдера и Мида. Последняя вершина последовательности  $\hat{P}_{mi}^{(0)}, \hat{P}_{mi}^{(1)}, \dots, \hat{P}_{mi}^{(s)}$  считается достигнутой в том случае, когда для некоторого  $\hat{P}_{mi}^{(s)}$  выполняется условие  $\theta(\hat{P}_{mi}^{(s)}) \leq W(P_{mi}^{(k)})$ . При этом недопустимая вершина  $P_{mi}^{(k)}$  заменяется допустимой вершиной  $\hat{P}_{mi}^{(s)}$ , и поиск минимума целевой функции  $F(P_m)$  продолжается, как показано на рисунке.

Работа алгоритма скользящего допуска заканчивается, когда  $W(P_{mi}^{(k)}) \leq \epsilon$ . Это следует из определения функции  $W(P_{mi}^{(k)})$ , которая по мере приближения к оптимуму стремится к нулю. Если  $W(P_{mi}^{(k)}) \leq \epsilon$ , то выполняется и условие  $\epsilon - \theta(P_{mi}^{(k)}) \geq 0$ , т. е. при прекращении поиска суммарное значение функции  $\theta(P_{mi}^{(k)})$ , связанное с нарушенными ограничениями, не превышает  $\epsilon$ .

По разработанному алгоритму составлена программа на языке ФОРТРАН, которая позволяет рассчитать оптимальный установившийся режим электрической системы, содержащей свыше 500 узлов, используя только оперативную память машины. По составленной программе был реализован расчет оптимального установившегося режима нескольких конкретных энергосистем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Химмельблау Д. М. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975.
2. Rashed A. M., Kelly D. H. Optimal load flow solution using lagrangian multipliers and the Hessian matrix. — IEEE Trans. on PAS, 1974, vol. 93, № 5, p. 1292—1297.
3. Sasson A. M. Decomposition techniques applied to the nonlinear programming load-flow method. — IEEE Trans. on PAS, 1970, vol. 89, № 1, p. 78—83.
4. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм оптимизации режимов больших энергосистем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 5, с. 24—34.
5. Горнштейн В. М. Условия оптимального режима энергетической системы при учете режимных ограничений с помощью штрафных функций. — Электричество, 1965, № 8, с. 39—44.
6. Хачатрян В. С., Балабекян М. А. Автоматизация разбивки больших систем на радиально связанные оптимальные подсистемы. — Электричество, 1977, № 9, с. 15—20.
7. Хачатрян В. С. Решение уравнений установившихся режимов больших электрических систем с применением метода декомпозиции. — Электричество, 1976, № 6, с. 12—19.
8. Хачатрян В. С. Метод определения относительных приростов потерь в сетях больших электрических систем. — Изв. АН СССР, — Энергетика и транспорт, 1974, № 5, с. 138—144.

[11.03.79]

# Экранирующий эффект в системах мощных трехфазных токопроводов при различных схемах соединения экранов

МЕЕРОВИЧ Э. А., доктор техн. наук, ЧАЛБЯН К. М., канд. техн. наук

Целью статьи является определение роли экранов в по- фазно-экранированных токопроводах при различных соедине- ниях экранов. Работа проведена на основе применения мате- матической модели [Л. 1], численных расчетов электромаг- нитного поля токопроводов при трехфазном коротком замы- кании на шинах генератора [Л. 2], экспериментального исследования электромагнитных процессов в переходном ре- жиме [Л. 3].

Расчетные выражения для мгновенных значений токов в килоамперах трехфазного короткого замыкания на шинах генератора 800 МВт имеют вид [Л. 2]:

$$i_{\phi}^A = [39e^{-t/0,2} + 84e^{-t/1,3} + 13] \cos \omega t - 136e^{-t/0,3};$$

$$i_{\phi}^B = [39e^{-t/0,2} + 84e^{-t/1,3} + 13] \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + 68e^{-t/0,3};$$

$$i_{\phi}^C = [39e^{-t/0,2} + 84e^{-t/1,3} + 13] \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + 68e^{-t/0,3}.$$

Ток  $i_{\phi}^A$  в первые мгновения к. з. представляет собой почти однонаправленную кривую, т. е. имеет большую по- стоянную составляющую и переменную составляющую, коле- блющуюся около нее с промышленной частотой. Токи  $i_{\phi}^B$  и  $i_{\phi}^C$  имеют постоянные составляющие, равные половине по- стоянной составляющей тока фазы  $A$ , и колеблются относи- тельно нее с той же амплитудой, отличаясь по фазе на  $\mp 120^\circ$  соответственно.

Обычно электродинамические усилия (ЭДУ) имеют ха- рактер кривых двойной частоты, колеблющихся относительно некоторой постоянной слагающей. Однако в данном случае вследствие того, что исходные токи к. з. имеют большие по- стоянные составляющие, переменные составляющие сдвинуты по фазе и расположены пространственно на разном рассто- янии друг от друга, результирующие ЭДУ, возникающие меж- ду шинами при отсутствии экранов (различны для каждой фазы), имеют довольно сложный характер с преобладанием однонаправленных сил.

Для правильной оценки ЭДУ, возникающих на шинах по- фазно-экранированных токопроводов необходимо учесть роль экранов в создании этих усилий. При этом роль экранов раз- лична для разных схем соединения экранов.

Результирующие ЭДУ на шину данной фазы складываются из усилия от действия токов соседних двух шин и усилий,

возникающих в результате влияния токов экранов всех фаз. Электродинамические усилия между шинами при заданных токах в шинах имеют одинаковый характер независимо от способа соединения экранов токопроводов при условии ли- нейности среды.

**Токпровод с секционированными экранами.** На рис. 1 представлены кривые ЭДУ, действующих на шину фазы  $A$  данного токопровода. Как следует из рисунка, ЭДУ от взаи- модействия токов фазы  $B$  с током фазы  $A$  представляют со- бой кривую с большой постоянной составляющей силы и пе- ременной составляющей, колеблющейся около нее с промыш- ленной частотой. Электродинамические усилия от взаимодей- ствия токов фазы  $C$  с током фазы  $A$  носят такой же харак- тер, однако амплитуда этих усилий меньше из-за более уда- ленного по сравнению с фазой  $B$  расположения фазы  $C$ .

Токи в экранах токопроводов с секционированными экра- нами имеют чисто вихревой характер и замыкаются в самом экране.

Электродинамические усилия на шину фазы  $A$  от дей- ствия поля токов собственного экрана представляют собой кривую в основном промышленной частоты с большой по- стоянной составляющей, по максимуму несколько отлича- ющейся от максимальной величины усилий, создаваемых током фазы  $B$  и несколько сдвинутой во времени в сторону запаз- дывания по отношению к нему. При этом усилия от токов собственного экрана и токов шины  $B$  противоположно на- правлены. Токи в экране фазы  $A$  экранируют в основном воз- действие тока фазы  $B$ . Электродинамические усилия на шину фазы  $A$  от действия поля токов экрана фазы  $B$  складываются с усилиями, вызываемыми током фазы  $C$ , и участвуют в обра- зовании результирующей силы. Электродинамические усилия на шину фазы  $A$  от действия поля тока экрана  $C$  весьма ма- лозначительны. Результирующая сила однонаправлена и при- мерно равна сумме усилий, создаваемых током фазы  $C$  и экраном фазы  $B$ .

Коэффициент экранирования, определяемый как отноше- ние максимального ЭДУ при наличии экранов к максималь- ному ЭДУ при отсутствии экранов, находится из выражения

$$k_2 = F_{2 \max} / F_{6.2 \max}$$

и составляет 50%.

Особенно интересным представляется распределение ЭДУ на шину фазы  $B$  (рис. 2). Усилия от взаимодействия токов фаз  $A$  с током фазы  $B$  представляют собой кривую с большой постоянной составляющей силы промышленной частоты. Уси-

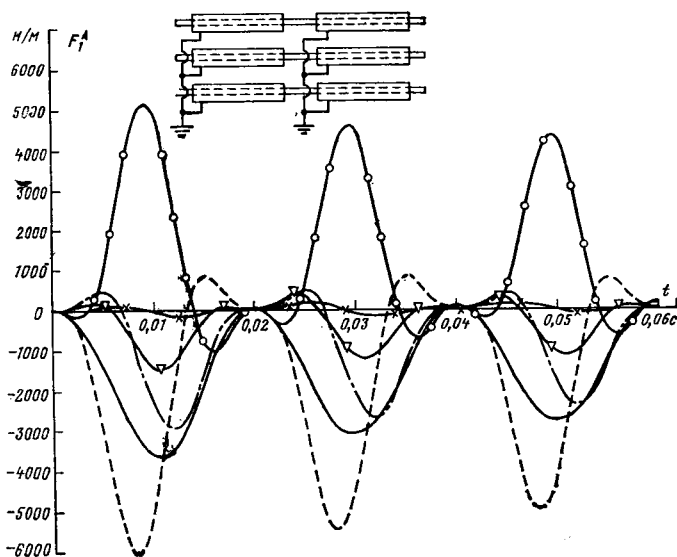


Рис. 1. Электродинамические усилия, действующие в токопро- воде с секционированными экранами на шину фазы  $A$ .

От экрана фазы  $A$  — 1 (—○—○—); от экрана фазы  $B$  — 2 (—▽—▽—); от экрана фазы  $C$  — 3 (—×—×—); от шины фазы  $B$  — 4 (—•—•—); от шины фазы  $C$  — 5 (—•—•—); результирующая сила — 6 (—•—•—).

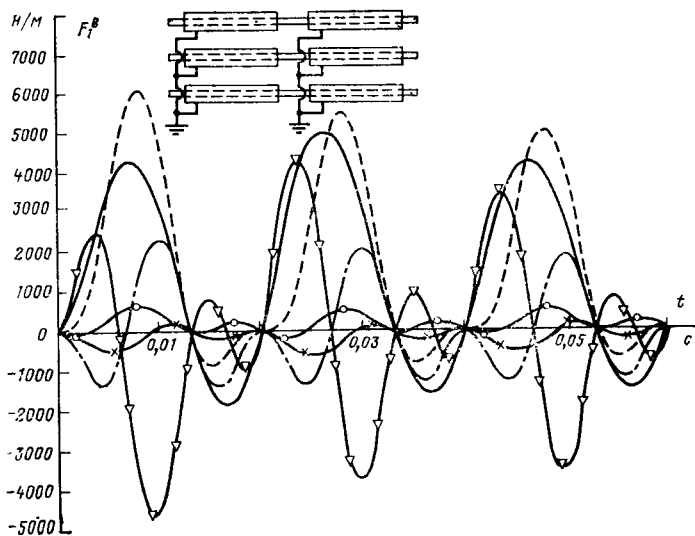


Рис. 2. Электродинамические усилия, действующие в токопро- воде с секционированными экранами на шину фазы  $B$ .

От экрана фазы  $A$  — 1 (—○—○—); от экрана фазы  $B$  — 2 (—▽—▽—); от экрана фазы  $C$  — 3 (—×—×—); от шины фазы  $A$  — 4 (—•—•—); от шины фазы  $C$  — 5 (—•—•—); результирующая сила — 6 (—•—•—).

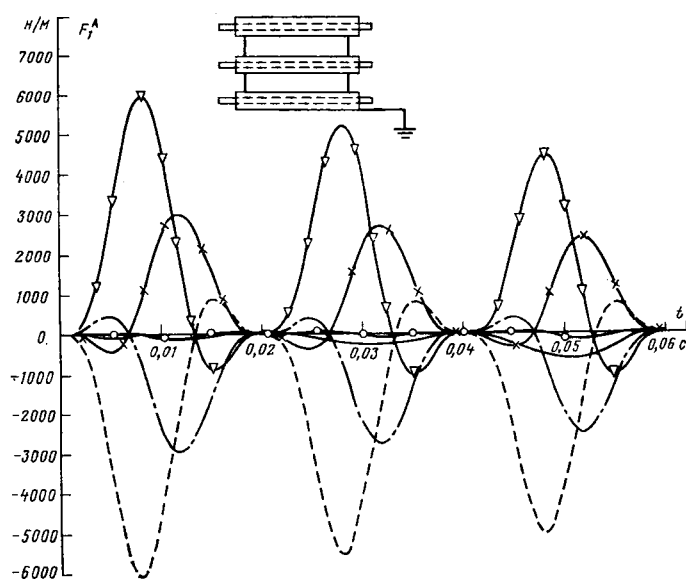


Рис. 3. Электродинамические усилия, действующие в токопроводе с непрерывными экранами на шину фазы А.

От экрана фазы А — 1 (—○—○—); от экрана фазы В — 2 (—▽—▽—); от экрана фазы С — 3 (—×—×—); от шины фазы В — 4 (— — —); от шины фазы С — 5 (— · — · —); результирующая сила — 6 (— — —).

лия же от взаимодействия токов фазы С с током фазы В представляют собой зависимость, содержащую значительную составляющую двойной частоты. При этом усилия от токов фаз А и С складываются.

Усилия на шину фазы В от действия поля токов собственного экрана представляют собой наложение кривых разных частот и носят сложный знакопеременный характер. Вследствие такого характера кривой усилия токов фаз А и С почти не компенсируются этим экраном. Усилия на шину фазы В от действия поля токов соседних экранов А и С незначительны.

Результирующая сила определяется усилиями от токов фаз А и С и полем тока собственного экрана. Обращает на себя внимание то, что максимум результирующих усилий по времени не совпадает с максимумом исходных токов к. з. Коэффициент экранирования равен 94%, т. е. в шине фазы В не наблюдается эффекта экранирования.

Усилия от взаимодействия токов фаз А с током фазы С представляют собой кривую с почти однонаправленной постоянной составляющей силы промышленной частоты. Усилия же от взаимодействия токов фазы В с током фазы С представляют собой кривые, содержащие значительную составляющую двойной частоты. При этом усилия от токов фаз А и В направлены противоположно.

Усилия на шину фазы С от действия поля токов собственного экрана представляют собой кривую промышленной частоты с большой постоянно направленной составляющей по максимуму, превосходящему максимальное усилие тока шины А, и сдвинутой во времени в сторону запаздывания по отношению к нему. Токи в экране фазы С экранируют в основном действие тока фазы А.

Электродинамические усилия на шину фазы С от экрана фазы В однонаправлены и складываются с усилиями от токов фазы А; усилия на шину фазы С от экрана фазы А малозначительны.

Результирующее ЭДУ на шину фазы С очень мало, т. е. имеет место эффект почти полного экранирования шины С. Коэффициент экранирования составляет 10%.

**Токпроводы с непрерывными экранами.** В экранах токопроводов протекают в основном продольные токи замыкающиеся по контуру, образованному экранами. Продольные токи в экранах почти полностью экранируют магнитное поле, создаваемое токами в шинах, так что внешнее поле почти совершенно отсутствует.

Как показывают расчеты, ЭДУ на шины А и В от действия полей собственных экранов практически отсутствуют. Усилия от действия полей соседних экранов равны усилиям от действия токов собственных фаз и находятся в противо-

фазе. Результирующая сила незначительна — так силы, действующие на шины, в 4—6 раз меньше сил, действующих на шины двух фаз токопроводов с секционными экранами, и в 7—8 раз меньше сил, действующих в токопроводах при отсутствии экранов. Коэффициент экранирования по расчету составил 12%, 15% и 11,5%.

Для иллюстрации на рис. 3 показаны кривые ЭДУ, действующих на шину А.

**Токпроводы с непрерывными экранами и двумя дросселями, включенными в цепь экранов крайних фаз.** Значение сопротивлений дросселей подобрано исходя из условия минимизации потерь в экранах в стационарном режиме [Л. 4]. В экранах таких токопроводов протекают и продольные и вихревые токи. Этот случай является промежуточным между двумя описанными выше случаями.

Как следует из расчетов, продольные токи только частично компенсируют поле собственных токов в шинах, и тогда на шину А оказывают влияние некомпенсированные токи соседних фаз. Кроме того поле собственного экрана также участвует в образовании результирующей силы. Максимальное значение результирующей силы в 2—3 раза больше сил, действующих на шины токопровода с непрерывными экранами, и почти в два раза меньше максимума результирующей силы соответствующей фазы в токопроводе с секционированными экранами. При этом характер результирующей кривой не меняется по сравнению с результирующей кривой сил в токопроводе с секционированными экранами, максимальное усилие на фазу В достигается также ко второму периоду. Коэффициенты экранирования для фаз А, В, С соответственно равны 26%, 53%, 5%. На рис. 4 представлены кривые ЭДУ, действующих на фазу А.

Экспериментальные исследования электромагнитных режимов в переходном процессе проводились на блоке трехфазного подфазно-экранированного токопровода ТЭН-300 при различных схемах соединения экранов [Л. 3]. Измерялись фазные токи в шинах, продольные токи в экранах, напряженность магнитного поля и плотность тока на наружных поверхностях экранов, напряжение между экранами и магнитный поток, пронизывающий магнитопровод реактора, когда экраны соединены через реакторы.

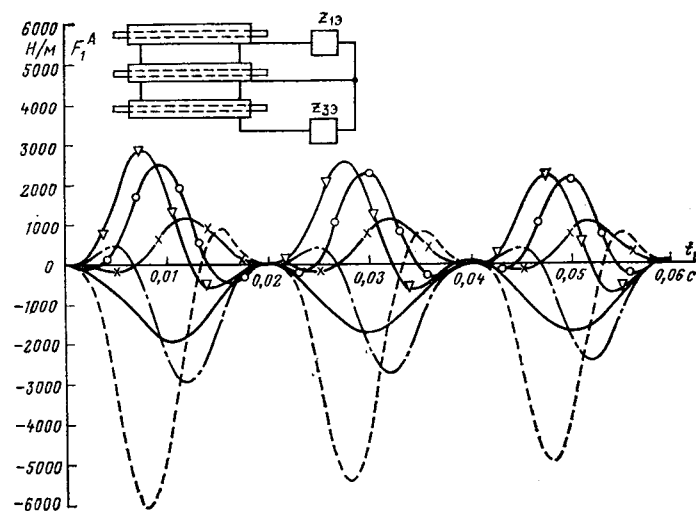
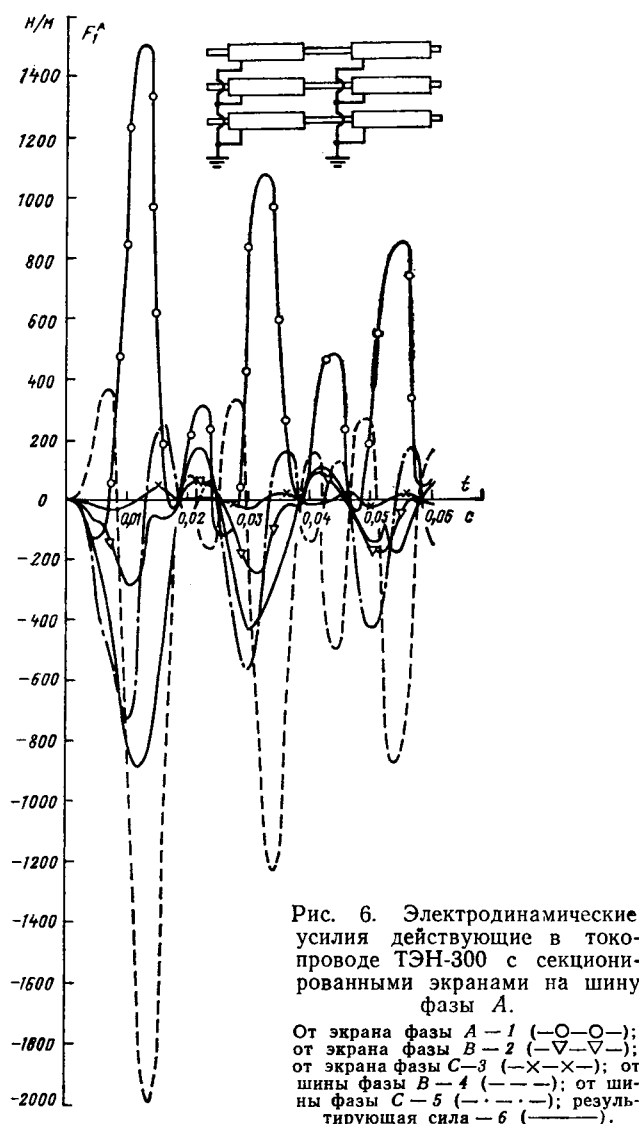


Рис. 4. Электродинамические усилия, действующие в токопроводе с непрерывными экранами с двумя дросселями, включенными в цепь экранов крайних фаз А и С.

От экрана фазы А — 1 (—○—○—); от экрана фазы В — 2 (—▽—▽—); от экрана фазы С — 3 (—×—×—); от шины фазы В — 4 (— — —); от шины фазы С — 5 (— · — · —); результирующая сила — 6 (— — —).



Рис. 5. Экспериментальные токи в фазах А, В, С в токопроводе ТЭН-300.



Проведено сопоставление данных измерений исследуемых параметров с результатами расчетов этих величин при экспериментальных токах к. з. в шинах на основе разработанной математической модели. Среднеквадратичная погрешность расчета переходных процессов находится в пределах 10%, что является достаточно хорошим результатом.

С помощью математической модели был произведен также численный расчет ЭДУ, действующих на шины и экраны такого токопровода при различных схемах соединения экранов и экспериментальных токах к. з. в шинах. В результате расчета получены зависимости исследуемых характеристик токопроводов в переходном режиме, определены коэффициенты экранирования.

Для токопровода с секционированными экранами при экспериментальных токах в шинах (рис. 5) были рассчитаны ЭДУ, действующие на шины от каждого экрана, соседних двух шин, и результирующие ЭДУ. Как следует из расчетов, в образовании результирующей силы на шину данной фазы участвуют главным образом те же слагаемые усилий, что и в случае трехфазного к. з. на шинах генератора 800 МВт. Так, для иллюстрации на рис. 6 приводятся кривые ЭДУ, действующих на фазу А. Как следует из рисунка, результирующая сила на шину фазы А образуется в основном из усилий, создаваемых экраном фазы В и током фазы С.

Расчетные значения коэффициентов экранирования в данном случае составляют  $k^A_s = 41\%$ ,  $k^B_s = 70\%$ ,  $k^C_s = 11\%$ . Следовательно, так же как и в случае трехфазного к. з. на шинах генератора 800 МВт, наихудшие условия экранирования в токопроводе с секционированными экранами имеют место на средней фазе.

Расчетные значения коэффициентов экранирования при экспериментальных токах в шинах в токопроводах с непрерывными экранами составляют  $k^A_s = 13\%$ ,  $k^B_s = 4\%$ ,  $k^C_s = 10\%$ . Следовательно и при этих токах имеет место почти полное экранирование.

**Выводы.** 1. Анализ кривых ЭДУ показал, что токопровод с секционированными экранами почти не экранирует ЭДУ в одной из фаз, а в другой экранирует лишь наполовину. Кроме того, потери мощности в таких токопроводах лишь не намного меньше потерь в токопроводах с непрерывными экранами.

В добавление к уже известному факту, что секционированные экраны не ослабляют внешнего магнитного поля, отмеченные выше обстоятельства указывают на неэффективность применения таких экранов с точки зрения улучшения электромагнитных режимов. Единственным обоснованием применения таких экранов может явиться улучшение эксплуатационных характеристик (вопросы техники безопасности и т. д.).

2. Наиболее надежным типом экранов являются непрерывные экраны полностью компенсирующие как в переходном, так и в стационарном режиме ЭДУ, действующие на токопроводы.

3. В том случае, когда ЭДУ, действующие на шины при к. з., не достигают критических значений, на передний план выдвигаются вопросы снижения потерь мощности в экранах при стационарном режиме. В связи с этим оказывается целесообразным введение реакторов в схему соединения экранов. При этом ЭДУ уменьшаются в наиболее слабо экранированной фазе примерно в два раза по сравнению с силами, действующими в токопроводах при отсутствии экранов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Меерович Э. А., Чальян К. М. Математическая модель для расчета переходных процессов в пофазно-экранированных токопроводах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 1.
2. Чальян К. М. Численный расчет электромагнитных режимов пофазно-экранированных токопроводов в переходном режиме. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 1.
3. Исследование переходных электромагнитных процессов в пофазно-экранированных токопроводах/ Э. А. Меерович, А. И. Сапаров, К. М. Чальян и др. — Электричество, 1980, № 4.
4. Меерович Э. А., Чальян К. М. Исследование вопросов оптимизации электромагнитных режимов экранированных токопроводов с учетом потерь в токоограничивающих реакторах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5 [22.11.79]

# Инженерный метод идентификации объектов с запаздыванием

КОРХИН А. С., канд. техн. наук

Днепропетровск

Метод построения моделей объектов управления с постоянным запаздыванием, который в отличие от других методов позволяет определить его величину с учетом всех точек кривой разгона или импульсной переходной функции, описан в [Л. 1]. При решении многих практических задач синтеза систем управления используются модели объектов, представляющие собой аperiodические звенья с запаздыванием, порядок которых  $n=1, 2$ . В том случае, когда модель объекта — аperiodическое звено 1-го порядка, выкладки очень просты, соответствующие формулы приведены в [Л. 1]. Они усложняются для  $n=2$ . В настоящей статье предлагается инженерный подход к построению моделей объектов в виде аperiodических звеньев второго порядка, развивающий результаты [Л. 1].

Передаточная функция выбранной модели объекта

$$W(s) = \frac{b_0 e^{-s\tau}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (1)$$

где  $T_1, T_2$  — постоянные времени;  $\tau = \text{const}$ ;  $b_0 = \text{const}$ .

Обозначим полученную экспериментально импульсную переходную функцию объекта  $h(t)$ ; нормируем ее, положив  $h^*(t) = b_0^{-1} h(t)$ . Согласно [Л. 1] существуют следующие зависимости между коэффициентами (1) и моментами нормированной функции:

$$T_1 + T_2 + \tau = M^*_1; \quad (2)$$

$$T_1^2 + T_2^2 = m^*_2; \quad (3)$$

$$2T_1^3 + 2T_2^3 = m^*_3, \quad (4)$$

где  $M^*_1$  — начальный момент первого порядка  $h^*(t)$ ,

$$M^*_1 = \int_0^\infty t h^*(t) dt;$$

$m^*_2$  и  $m^*_3$  — центральные моменты  $h^*(t)$  соответственно второго и третьего порядков,

$$m^*_l = \int_0^\infty (t - M^*_1)^l h^*(t) dt, \quad l = 2, 3;$$

$$m^*_2 = M^*_2 - (M^*_1)^2, \quad m^*_3 = M^*_3 - 3M^*_2 M^*_1 + 2(M^*_1)^3. \quad (5)$$

Наибольшую трудность при решении уравнений (2)–(4) представляет определение  $T_1$  и  $T_2$  из (3) и (4). Предлагается следующий способ решения (3), (4).

Введем относительные постоянные времени

$$\theta_1 = \frac{T_1}{\sqrt{m^*_2}}; \quad \theta_2 = \frac{T_2}{\sqrt{m^*_2}}. \quad (6)$$

С учетом (6) получим из (3) и (4)

$$\theta_1^2 + \theta_2^2 = 1; \quad (7)$$

$$\theta_1^3 + \theta_2^3 = \mu, \quad (8)$$

где

$$\mu = 0,5 \frac{m^*_3}{(m^*_2)^{1,5}}. \quad (9)$$

Из уравнения (7) получим  $0 < \theta_i \leq 1$ ,  $i=1, 2$ . Следовательно,  $0 < \mu \leq 1$ . С учетом этого факта построим графики функции (8) для значений  $\theta_i$ ,  $i=1, 2$  из указанного интервала. Для различных значений  $\mu$  они приведены на рисунке. Для определения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  необходимо найти точку пересечения кривой на этом рисунке, которая соответствует найденному из (9) значению  $\mu$ , с окружностью единичного радиуса. Затем  $T_1$  и  $T_2$  находятся из (6).

Таким образом, постоянные времени находятся просто при известных  $m^*_2$  и  $m^*_3$ . Для получения  $m^*_2$ ,  $m^*_3$  и  $\tau$  надо знать  $M^*_1$ ,  $l=1, 2, 3$  [см. (2) и (5)]. Очевидно, что  $M^*_1 = b_0^{-1} M_l$ ; причем  $b_0$  находится непосредственно из кривой разгона. Начальные моменты  $M_l$  определяются согласно [Л. 1] по  $h(t)$ . Однако, если в нашем распоряжении имеется кривая разгона  $x(t)$ , проще  $M_l$  определять по  $K_l$  ( $l=0, 1, 2$ ) — моментам функции

$$X(t) = b_0 - x(t). \quad (10)$$

Погрешности в вычислении этих моментов возрастают с ростом порядка  $l$  [Л. 2 и 3]. Для наших целей потребуется вычисление  $K_l$  невысокого порядка ( $l \leq 2$ ). Заметим, что моменты  $K_l$  используются для вычисления площадей в [Л. 3], по которым затем с хорошей точностью определяются коэффициенты передаточной функции.

Согласно определению

$$K_l = \int_0^\infty t^l X(t) dt. \quad (11)$$

Из свойств преобразования Лапласа получим

$$K_l = (-1)^l \left. \frac{d^l \tilde{X}(s)}{ds^l} \right|_{s=0}, \quad (12)$$

где  $\tilde{X}(s)$  — преобразование Лапласа  $X(t)$ . Из (10) следует

$$\tilde{X}(s) = s^{-1} [b_0 - W(s)]. \quad (13)$$

Используя правило Лопиталья, получим из (13)

$$\left. \frac{d^l \tilde{X}(s)}{ds^l} \right|_{s=0} = -\frac{1}{l+1} \left. \frac{d^{l+1} W(s)}{ds^{l+1}} \right|_{s=0}, \quad l=0, 1, 2. \quad (14)$$

Учитывая, что

$$M_l = (-1)^l \left. \frac{d^l W(s)}{ds^l} \right|_{s=0},$$

получим из (12) и (14)

$$M_{l+1} = (l+1) K_l, \quad l=0, 1, 2. \quad (15)$$

Остановимся теперь на вычислении  $M_l$  по кривой разгона. Разобьем время разгона на  $r$  отрезков  $\Delta t$ . Тем самым перейдем к дискретному времени  $t_j$ ,  $j=0, 1, \dots, r$ ;  $t_0=0$ . Причем,  $X(t_r) \approx 0$ . Используя формулу трапеций для численного интегрирования (11), получим из (15):

$$M_{l+1} = (l+1) \Delta t \left[ \sum_{j=0}^r t_j^l X(t_j) - 0,5 t_0^l X(t_0) - 0,5 t_r^l X(t_r) \right], \quad (16)$$

$$l=0, 1, 2.$$

Введем относительное время  $T_j = t_j / \Delta t$ . Тогда получим

$$M_{l+1} = \Delta t^{l+1} (l+1) P_l, \quad (17)$$

где

$$P_0 = \sum_{j=0}^r X(t_j) - 0,5 [b_0 + X(t_r)], \quad (18)$$

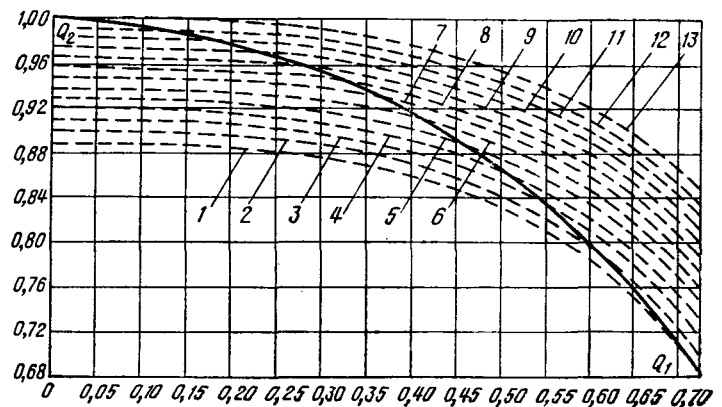


График функции  $\theta_1^3 + \theta_2^3 = \mu$ . Сплошной линией изображена окружность, уравнение которой определяется формулой (7). Пунктирной линией показаны кривые, задаваемые выражением (8).

1 —  $\mu=0,7$ ; 2 —  $\mu=0,725$ ; 3 —  $\mu=0,75$ ; 4 —  $\mu=0,775$ ; 5 —  $\mu=0,8$ ; 6 —  $\mu=0,825$ ; 7 —  $\mu=0,85$ ; 8 —  $\mu=0,875$ ; 9 —  $\mu=0,9$ ; 10 —  $\mu=0,925$ ; 11 —  $\mu=0,95$ ; 12 —  $\mu=0,975$ ; 13 —  $\mu=1$ .

Таблица 1

$t_j$	$\tilde{T}_j$	$x(\tilde{T}_j)$	$\chi_j X(\tilde{T}_j)$	$\chi_j \tilde{T}_j X(\tilde{T}_j)$	$\tilde{T}_j^2$	$\chi_j \tilde{T}_j^2 X(\tilde{T}_j)$
0	0	$x(0)$	$X(0)$	0	0	0
$\Delta t$	1	$x(1)$	$X(1)$	$X(1)$	1	$X(1)$
$2\Delta t$	2	$x(2)$	$X(2)$	$2X(2)$	4	$4X(2)$
$3\Delta t$	3	$x(3)$	$X(3)$	$3X(3)$	9	$9X(3)$
$4\Delta t$	4	$x(4)$	$X(4)$	$4X(4)$	16	$16X(4)$
$5\Delta t$	5	$x(5)$	$X(5)$	$5X(5)$	25	$25X(5)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(r-1)\Delta t$	$r-1$	$x(r-1)$	$X(r-1)$	$(r-1)X(r-1)$	$(r-1)^2$	$(r-1)^2 X(r-1)$
$r\Delta t$	$r$	$x(r)$	$0,5X(r)$	$0,5rX(r)$	$r^2$	$0,5r^2 X(r)$

$$P_l = \sum_{j=0}^r \tilde{T}_{lj} X(t_j) - 0,5 \tilde{T}_l X(t_r), \quad l=1, 2. \quad (19)$$

Схема вычисления  $P_l$  приведена в табл. 1. В ней коэффициенты  $\chi_j=1, j=0, 1, \dots, r-1, \chi_r=0,5$ . Сумма чисел в четвертой колонке за вычетом  $0,5b_0$  дает  $P_0$ . Суммы чисел в колонках 5 и 7 дают соответственно  $P_1$  и  $P_2$ .

Формулы (17)–(19) позволяют определять  $M_{l+1}, l=0, 1, 2$ , если вход объекта изменяется скачком. Однако такое воздействие не всегда можно осуществить. В ряде случаев более просто реализовать линейное изменение входа во времени. Покажем, как необходимо изменить (18) и (19) в этом случае.

Обозначим через  $z(t)$  отклонение выхода объекта от установившегося значения при подаче на вход сигнала  $gt$ , где  $g=\text{const}$ . Легко показать, что

$$x(t) = g^{-1}u(t), \quad (20)$$

где

$$u(t) = \frac{dz(t)}{dt}.$$

С учетом дискретного времени получим из (10) и (20)

$$X(t_j) = b_0 - g^{-1}u(t_j), \quad (21)$$

причем

$$u(t_j) = z(t_j) - z(t_{j-1}). \quad (22)$$

Подставим (21) в (18) и (19), изменив нижний предел суммирования в последних двух формулах с 0 на 1, так как  $u(t_j)$  определено согласно (22) для  $j \geq 1$ . После преобразования получим

$$P_0 = P_{01} + P_{02},$$

где

$$P_{01} = (r-1)b_0; \quad P_{02} = -g^{-1} \left[ \sum_{j=1}^r u(t_j) - 0,5u(t_r) \right];$$

$$P_l = P_{l1} + P_{l2} - 0,5 \tilde{T}_l X(t_r), \quad l=1, 2;$$

$$P_{l1} = \begin{cases} b_0 \frac{r(r+1)}{2} - 0,5rb_0, & l=1, \\ b_0 \frac{r(r+1)(2r+1)}{6} - 0,5r^2b_0, & l=2; \end{cases}$$

$$P_{l2} = -g^{-1} \left[ \sum_{j=1}^r \tilde{T}_{lj} u(t_j) - 0,5 \tilde{T}_l u(t_r) \right].$$

Из формулы (20)  $b_0 = g^{-1}u_{\text{уст}}$ , где  $u_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ . Зна-

чение  $u_{\text{уст}}$  находится из графика  $u(t)$ : согласно (20)  $u_{\text{уст}}$  равно максимальному значению  $u(t)$ , так как  $x(t)$  — монотонная функция. Значения  $P_{02}$  и  $P_{l2}$  вычисляются по схеме, которая аналогична приведенной для  $P_0$  и  $P_l, l=1, 2$  (см. табл. 1).

Таблица 2

$t_j$	$\tilde{T}_j$	$x(\tilde{T}_j)$	$\chi_j X(\tilde{T}_j)$	$\chi_j \tilde{T}_j X(\tilde{T}_j)$	$\tilde{T}_j^2$	$\chi_j \tilde{T}_j^2 X(\tilde{T}_j)$
0	0	0	1	0	0	0
2	1	0,007	0,993	0,993	1	0,993
4	2	0,255	0,745	1,490	4	2,980
6	3	0,435	0,565	1,695	9	5,085
8	4	0,585	0,415	1,660	16	6,64
10	5	0,7	0,3	1,5	25	7,5
12	6	0,785	0,215	1,29	36	7,74
14	7	0,845	0,155	1,085	49	7,595
16	8	0,888	0,112	0,896	64	7,168
18	9	0,92	0,08	0,72	81	6,48
20	10	0,943	0,057	0,57	100	5,7
22	11	0,959	0,041	0,451	121	4,961
24	12	0,97	0,03	0,36	144	4,32
26	13	0,979	0,021	0,273	169	3,549
28	14	0,985	0,015	0,21	196	2,84
30	15	0,989	0,011	0,165	225	2,475
32	16	0,992	0,008	0,128	256	2,048
34	17	0,996	0,002	0,034	289	0,578

Приведем примеры определения коэффициентов передаточной функции (1).

**Пример 1.** Вычислим коэффициенты  $W(s)$  для кривой разгона, приведенной в [Л. 2], где они находятся методами Ормана, Ольденбурга и Сарториуса. Тем самым сравним точность этих методов и предлагаемого. Исходные данные приведены ниже. Вычисления представлены в табл. 2. Для упрощения расчетов кривая разгона была преобразована делением ее ординат на 100. Кроме того, начало отсчета времени сдвинуто на 3 мин, так как согласно исходным данным запаздывание не меньше этой величины.

$t, \text{ мин}$	0	3	5	7	9	11	13	15	17	
$10^2 x(t)$	0	0	0,7	25,5	43,5	58,5	70	78,5	84,5	
$t, \text{ мин}$	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37
$10^2 x(t)$	88,8	92	94,3	95,9	97	97,9	98,5	98,9	99,2	99,6

В результате расчетов получаем  $P_0=4,265, P_1=13,52, P_2=78,652$ . В результате нормирования получим  $b_0=1$ , поэтому  $M^*_1=M_l, l=1, 2, 3$ . Тогда из (17) при  $\Delta t=2$  мин  $M^*_1=2P_0=8,53$  мин;  $M^*_2=2\Delta t^2 P_1=108,16$  мин<sup>2</sup>;  $M^*_3=3\Delta t^3 P_2=1887,648$  мин<sup>3</sup>.

Тогда согласно (5)  $m^*_2=35,3991$  мин<sup>2</sup>,  $m^*_3=361,1346$  мин<sup>3</sup>. Отсюда  $\mu=0,857$ . Из рисунка получаем  $\theta_1=0,368, \theta_2=0,929$ . Из формулы (6) имеем  $T_1=2,19$  мин,  $T_2=5,53$  мин,  $\tau=0,81$  мин. Учитывая, что начало отсчета времени было сдвинуто на 3 мин, окончательно получим  $\tau=3,81$  мин.

Оценим точность идентификации величиной

$$S = \sum_{j=0}^r [x(t_j) - \tilde{x}(t_j)]^2,$$

Таблица 3

$t_j$ , мин	$\tilde{T}_j$	$x(\tilde{T}_j)$	$x_j \tilde{x}(\tilde{T}_j)$	$x_j \tilde{T}_j \tilde{x}(\tilde{T}_j)$	$\tilde{T}_j^2$	$x_j \tilde{T}_j^2 \tilde{x}(\tilde{T}_j)$
0	0	0	1	0	0	0
1	1	0,0625	0,9375	0,9375	1	0,9375
2	2	0,0625	0,9375	1,875	4	3,75
3	3	0,3125	0,6875	2,0625	9	6,1875
4	4	0,5	0,5	2	16	8
5	5	0,75	0,25	1,25	25	6,25
6	6	0,75	0,25	1,5	36	9
7	7	0,7825	0,21875	1,53125	49	10,71875
8	8	0,8125	0,1875	1,49645	64	12
9	9	0,875	0,125	1,125	81	10,125
10	10	0,90625	0,09375	0,9375	100	9,375
11	11	1	0	0	121	0
12	12	1	0	0	144	0
13	13	0,9375	0,0625	0,8125	169	10,5625
14	14	0,9375	0,0625	0,875	196	12,25
15	15	1	0	0	225	0
16	16	1	0	0	256	0

где  $\tilde{x}(t)$  — переходная функция, соответствующая найденным коэффициентам модели.

Для полученных значений  $T_1$ ,  $T_2$  и  $\tau$   $S=3,35512 \cdot 10^{-3}$ .

Согласно [Л. 2] метод Ольденбурга и Сарториуса дает  $T_1=3,18$  мин,  $T_2=5,17$  мин. Величина  $\tau$  не определялась расчетом, а была задана равной 3 мин, исходя из вида кривой разгона. Соответствующее значение  $S=6,8574 \cdot 10^{-3}$ . Таким образом, расчет по предложенному методу позволяет уменьшить  $S$  в 2,04 раза. Такое повышение точности достигается потому, что при расчете  $T_1$ ,  $T_2$  и  $\tau$  учитывается  $(r+1)$  точка кривой разгона в моменты времени  $t_j$ ,  $j=0, 1, \dots, r$ , а не только одна точка как в методе Ольденбурга и Сарториуса, локализация которой достаточно субъективна. Уменьшая  $\Delta t$ , можно увеличить точность вычислений по предлагаемому методу.

Метод Орманна позволяет определять постоянные времени и  $\tau$  по некоторым трем [Л. 2] или двум [Л. 4 и 5] точкам кривой разгона; в последнем случае принимается  $T_1=T_2=T$ . Остальные точки не учитываются. Поэтому можно ожидать, что точность этого метода будет ниже нашего. Согласно [Л. 2] найденные по методу Орманна коэффициенты передаточной функции:  $T_1=3,38$  мин,  $T_2=5,05$  мин,  $\tau=2,88$  мин. При этом  $S=7,8972 \cdot 10^{-3}$ . В соответствии с [Л. 4 и 5] для  $T_1=T_2=T$  получено:  $T=4,217$  мин,  $\tau=2,88$  мин,  $S=7,7751 \cdot 10^{-3}$ . Таким образом, значения  $S$  для двух модификаций метода Орманна и для метода Ольденбурга и Сарториуса достаточно близки и заметно превышают  $S$ , соответствующее предлагаемому методу.

**Пример 2.** Описанный метод предложен для тех объектов, выход которых незначительно искажается шумами. В противном случае необходимо прибегать к более сложным статистическим методам. Однако, как следует из настоящего примера, в ряде случаев предлагаемый метод дает лучшие результаты для объектов, к выходу которых приложен аддитивный шум.

В табл. 3, где показан порядок расчета в безразмерных величинах, приведена кривая разгона промышленного объекта (третья колонка). Как видно из этой таблицы, уровень шума существенный.

Вычисления, необходимые для определения  $M_l$ ,  $l=0, 1, 2$  также представлены в табл. 3. Из нее получаем:  $P_0=4,8125$ ,  $P_1=16,4062$ ,  $P_2=99,1562$ . Согласно (17)  $M_1=P_0=4,8125$  мин,  $M_2=2P_1=32,8125$  мин<sup>2</sup>,  $M_3=3P_2=297,4686$  мин<sup>3</sup>. В нашем случае  $b_0=1$ , поэтому  $M^*_l=M_l$ ,  $l=1, 2, 3$ . Тогда из (5)

имеем:  $m^*_2=9,6523$  мин<sup>2</sup>,  $m^*_3=46,6545$  мин<sup>3</sup>. Следовательно,  $\mu=0,77788$ . Из рисунка получаем  $\theta_1=0,876$ ,  $\theta_2=0,485$ . Из формулы (6):  $T_1=2,721$  мин,  $T_2=1,5$  мин. Тогда из (2)  $\tau=0,592$  мин. Сумма квадратов отклонений  $S=0,03846$ .

Параметры объекта определялись также с помощью нелинейного метода наименьших квадратов. Переходная функция описывалась выражением

$$x(t) = 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t-\tau}{T_1}} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t-\tau}{T_2}}. \quad (23)$$

Величины  $T_1$ ,  $T_2$  и  $\tau$  определялись методом наименьших квадратов, т. е. из условия

$$S = \sum_{j=0}^{16} [x(t_j) - \tilde{x}(t_j)]^2 \rightarrow \min. \quad (24)$$

Задача (23) и (24) решалась методом Ньютона [Л. 6]. Было получено  $\tau \approx 0$ ,  $T_2=0,585$  мин,  $T_1=4,377$  мин. Соответствующее значение  $S=0,0938$ , что значительно превышает значение  $S$  для модели, определенной по предлагаемому методу.

Таким образом, казалось бы более точный метод дает большую погрешность. Такое явление, по-видимому, можно объяснить тем, что определение показателей экспонент и коэффициентов при них является неточным при использовании любых статистических методов из-за сильной чувствительности этих функций к малым изменениям исходных данных [Л. 7].

Следует отметить, что метод наименьших квадратов, на который мы ссылались, использовался для выравнивания переходной функции, полученной непосредственно из эксперимента. Сам по себе такой способ для шумящих объектов является неточным. Надо подавать на вход, например, гармонический сигнал или белый шум. Тогда коэффициенты  $W(s)$  могут быть определены точнее, чем по предлагаемому методу. Но в тех случаях, когда требуется невысокая точность расчетов или в качестве начального приближения, можно использовать предложенный метод для шумящих объектов, учитывая простоту проведения эксперимента и расчетов.

Приведенные примеры применения описанного алгоритма идентификации показывают, что он может быть использован в инженерных расчетах по определению математических моделей объектов управления. Алгоритм прост и позволяет находить коэффициенты модели достаточно точно. В частности, он может найти применение при проектировании автоматизированного электропривода, когда относительно легко осуществить активный эксперимент.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корхин А. С. Составление моделей объектов управления по экспериментальным данным. — Электричество, 1976, № 9, с. 33—38.
2. Дехтяренко П. И., Коваленко В. П. Определение характеристик звеньев систем автоматического регулирования. — М.: Энергия, 1973. 120 с.
3. Симою И. П. Определение коэффициентов передаточных функций линеаризованных звеньев и систем авторегулирования. — Автоматика и телемеханика, 1956, № 6, с. 514—528.
4. Круг Е. К., Минина О. М. Электрические регуляторы промышленной автоматики. — М.: Госэнергоиздат, 1962. 335 с.
5. Минина О. М. Определение динамических характеристик и параметров типовых регулируемых объектов. — М.: Изд. АН СССР, 1963.
6. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975. 534 с.
7. Лонцош К. Практические методы прикладного анализа. — М.: Физматгиз, 1961. 524 с.

[27.03.80]

# Деионизация разреженной плазмы во внешнем электрическом поле в секционированных газоразрядных приборах низкого давления

МУСИН А. К., доктор физ.-мат. наук, ТИМОФЕЕВА Г. Г., канд. физ.-мат. наук

Южно-Сахалинск

В [Л. 1] рассмотрены процессы деионизации разреженной плазмы в газоразрядных промежутках различной конфигурации при отсутствии внешнего электрического поля. В этих условиях рекомбинация электронов и ионов происходит на ограничивающих электродах, которых заряженные частицы достигают в режиме свободного пролета, не сталкиваясь с атомами газа и друг с другом. Были определены изменяющиеся во времени распределения заряженных частиц в деионизирующихся промежутках и ионные потоки на поглощающие электроды. Эти величины, вычисленные при отсутствии электрического поля, определяют минимальную скорость деионизации разреженной плазмы, что позволяет приближенно оценить скорость восстановления электрической прочности газоразрядных промежутков низкого давления.

При наложении внешнего электрического поля на деионизирующийся газоразрядный промежуток у обоих электродов образуются слои пространственного заряда, которые могут существенно повлиять на ход деионизации. Определяющую роль играет прикатодный слой, в котором сосредоточена большая часть приложенного напряжения. Будем считать, что условная граница прикатодного слоя делит все межэлектродные пространства на квазинейтральный плазменный промежуток и область пространственного заряда, в котором электронов практически нет. Это возможно при условии, что приложенное извне напряжение  $\varphi_0 \gg e_0^{-1} k T_e$ .

Вторичной ионно-электронной эмиссией и новой ионизацией ускоренными в прикатодном слое электронами пренебрежем, чтобы выяснить влияние внешнего электрического поля непосредственно на процесс деионизации.

**Концентрация и поток ионов на электродах.** Электроды, ограничивающие плоский слой разреженной плазмы, расположены в плоскостях  $x=0$  (катод) и  $x=x_0$  (анод). Будем считать, что любая точка деионизирующего промежутка представляет собой независимый источник разлетающихся частиц [Л. 1]. Пространственное распределение заряженных частиц определится в результате суперпозиции всей совокупности независимых мгновенных источников. Характер движения заряженных частиц, вылетающих из этих источников, зависит от функции распределения ионов по скоростям  $f_i(c)$ . Для определенности примем равновесную форму для  $f_i(c)$ . В этих условиях для мощности независимых источников в слое  $da$  с координатой  $x=\alpha$  можно написать:

$$\delta n_i = \frac{n_i(\alpha, 0)}{(\pi v_0^2)^{3/2}} \exp\left(-\left|\frac{c}{v_0}\right|^2\right) dc_x dc_y dc_z da, \quad (1)$$

где  $n_i(x, 0)$  — начальное пространственное распределение ионов (в момент включения внешнего электрического поля);  $v_0^2 = 2kT_i/m_i$ .

За время  $t$  ионы из слоя  $da$ , двигаясь в направлении  $x$  со скоростью  $c_x$ , достигнут слоев с координатой  $x=\beta$ , отстоящих от слоя  $da$  на расстояние  $|\alpha-\beta|=tc_x$ ; толщина этих слоев  $d\beta=tdc_x$ .

Концентрация ионов в слоях  $d\beta$  вычислится путем интегрирования в пространстве скоростей по  $c_y \in ]-\infty; \infty[$  и  $c_z \in ]-\infty; \infty[$ :

$$\begin{aligned} dn_i(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n_i}{\partial t dc_x} \Big|_{c_x=|\alpha-\beta|/t} = \\ &= \frac{n_i(\beta, 0)}{2\sqrt{\pi} v_0} \exp\left(-\left|\frac{\alpha-\beta}{tv_0}\right|^2\right) d\beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Действие независимых источников на концентрацию заряженных частиц в любой точке межэлектродного промежутка аддитивно, распределение концентрации заряженных частиц в деионизирующемся промежутке определится в ре-

зультате суперпозиции всех мгновенных источников:

$$n_i(x, t) = \int_{\delta(t)}^{x_0} \frac{n_i(\alpha, 0)}{2\sqrt{\pi} v_0 t} \exp\left(-\left|\frac{\alpha-x}{tv_0}\right|^2\right) d\alpha. \quad (3)$$

В отличие от [Л. 1] нижний предел интегрирования  $x_{\min} \neq 0$ , но  $x_{\min} = \delta(t)$ , где  $\delta(t)$  — координата движущейся границы прикатодного слоя пространственного заряда. Это обусловлено тем, что ионы, попавшие в прикатодный слой, безвозвратно захватываются полем слоя и не поступают в плазменный промежуток.

Полное число ионов, достигших границы слоя и покинувших деионизирующую область к моменту  $t$  (на единицу площади), можно определить как разность между числом ионов в момент начала деионизации и числом ионов, оставшихся в плазменном промежутке к моменту  $t$ :

$$\begin{aligned} N_i(t) &= \int_0^{x_0} \left\{ n_i(\alpha, 0) - \int_{\delta(t)}^{x_0} \frac{d\beta}{2\sqrt{\pi} v_0} \int_{\delta(t)}^{x_0} n_i(\alpha, 0) \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left(-\left|\frac{\alpha-\beta}{tv_0}\right|^2\right) d\alpha \right\} d\alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда следует, что скорость изменения потока ионов плотность ионного тока  $j_i(t) = e_0 \frac{dN_i}{dt}$  на отрицательный электрод

$$\begin{aligned} j_i(t) &= \frac{e_0}{2\sqrt{\pi} v_0} \left\{ \frac{d\delta}{dt} \left[ \int_{\delta(t)}^{x_0} n_i(\alpha, 0) \times \right. \right. \\ &\quad \times \exp\left(-\left|\frac{\alpha-\delta(t)}{tv_0}\right|^2\right) d\alpha + n_i(\delta, 0) tv_0 \times \\ &\quad \times \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi_0\left(\frac{x_0-\delta(t)}{tv_0}\right) \Big] + \int_{\delta(t)}^{x_0} t^{-1} d\beta \int_{\delta(t)}^{x_0} n_i \times \\ &\quad \times (\alpha, 0) \left(1 - 2 \left|\frac{\alpha-\beta}{tv_0}\right|^2\right) \exp\left(-\left|\frac{\alpha-\beta}{tv_0}\right|^2\right) d\alpha \Big\}; \\ &\quad \Phi_0(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-\alpha^2) d\alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения (3)–(5) позволяют вычислить изменение концентрации заряженных частиц в межэлектродном промежутке и поток ионов на электроды при произвольном начальном распределении заряженных частиц  $n_i(x, 0)$ .

В простейшем случае равномерного начального распределения  $n_i(x, 0) = n_{i0} \neq f(x)$  соотношения (3)–(5) приводятся к виду:

$$n_i(x, t) = \frac{1}{4} n_{i0} \left\{ \Phi_0\left(\frac{x_0-x}{tv_0}\right) + \Phi_0\left(\frac{x-\delta(t)}{tv_0}\right) \right\}; \quad (6)$$

$$N_i(t) = n_{i0} x_0 \left\{ 1 - (2x_0)^{-1} \int_{\delta(t)}^{x_0} \Phi_0\left(\frac{\alpha-\delta(t)}{tv_0}\right) d\alpha \right\}; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} j_i(t) &= n_{i0} e_0 \left\{ \frac{d\delta}{dt} \frac{1}{2} \Phi_0\left(\frac{x_0-\delta(t)}{tv_0}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v_0}{2\sqrt{\pi}} \left[ 1 - \exp\left(-\left|\frac{x_0-\delta(t)}{tv_0}\right|^2\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

**Граница ионного слоя.** В отличие от случая отсутствия внешнего поля, когда распределение концентрации заряженных частиц  $n_i(x, t)$ , число ионов, покинувших деионизирующую область  $N_i(t)$ , и плотность ионного тока на отрицательный электрод  $j_i(t)$  полностью определяют задачу о деионизации вакуумного промежутка, во внешнем электрическом поле соответствующие соотношения не дают всей необходимой информации о процессе распада разреженной плазмы. В самом деле, в рассматриваемых условиях появляется дополнительная характеристика процесса деионизации — граница ионного слоя (положительного пространственного заряда) у отрицательного электрода  $\delta = \delta(t)$ .

Исследование параметров ионного слоя в газоразрядном приборе в обратном полупериоде, когда после прохождения прямого тока через нуль к деионизируемому промежутку прикладывается круто нарастающее отрицательное напряжение, представляет существенный интерес при изучении процессов деионизации и восстановления электрической прочности высоковольтных вакуумных и электронно-ионных приборов, при конструировании подобных устройств и практической работе с ними [Л. 2].

Если внешнее напряжение изменяется достаточно медленно, так что  $\tau_\varphi \gg \delta_{\max}/v_0$ , где  $\tau_\varphi$  — характерное время изменения внешнего напряжения, с достаточной для практических целей точностью при определении границы ионного слоя можно пользоваться решениями для стационарных режимов. В случае настолько быстрого изменения напряжения, что оно заметно изменяется за время пролета ионом слоя пространственного заряда, задача значительно усложняется и требуется специальное рассмотрение. В данном рассмотрении будем предполагать, что внешнее напряжение изменяется достаточно медленно.

В простейшем случае полного отсутствия столкновений в ионном слое дополнительную связь между плотностью ионного тока и границей ионного слоя дает формула Чайлда — Ленгмюра [Л. 3]:

$$j_i(t) = \frac{1}{9\pi} \left( \frac{2e_0}{m_i} \right)^{1/2} \frac{\varphi_0^{3/2}(t)}{\delta^2(t)}. \quad (9)$$

Однако в реальных условиях в многоэлектродных секционированных приборах этот закон, выведенный в предположении, что толщина слоя пространственного заряда значительно меньше среднего свободного пролета ионов, остается справедливым лишь до тех пор, пока быстро расширяющийся ионный слой не достигает ближайшего промежуточного электрода. В этих условиях при определении параметров ионного слоя необходимо учитывать столкновения заряженных частиц с внутренними поверхностями, концентрация которых определяется величиной  $n_s \sim \lambda_{is}^{-1}$ , где  $\lambda_{is}$  —

длина свободного пробега ионов относительно столкновений с внутренними поверхностями [Л. 4]. Таким образом, величина  $n_s$  определяет интенсивность взаимодействия заряженных частиц с внутренними поверхностями в их хаотическом движении и в процессе переноса электрического тока.

Концентрацию внутренних поверхностей можно определить как  $n_s = S_{in}/(V_s - V_{in})$ , где  $S_{in}$  — полная поверхность внутренних электродов;  $V_{in}$  — их объем;  $V_s$  — полный объем гетерогенной газоразрядной области.

Средняя длина свободного пролета ионов  $\lambda_i$  в процессе переноса электрического тока в слое пространственного заряда в общем случае зависит от частот столкновений ионов с атомами газа и внутренними электродами:

$$\lambda_i = (n_a Q_{ia} + a_E n_s)^{-1}, \quad (10)$$

где  $n_s$  — концентрация внутренних поверхностей;  $n_a$  — концентрация атомов газа;  $Q_{ia}$  — сечение столкновений ионов с атомами;  $a_E$  — «коэффициент ориентации» внутренних поверхностей, учитывающий их конфигурацию и расположение относительно направления внешнего электрического поля  $\vec{E}$ . Коэффициент ориентации можно определить как отношение  $S_\perp/S_{in} = a_E$ , где  $S_\perp$  — площадь проекций внутренних поверхностей на плоскость, перпендикулярную вектору  $\vec{E}$ ;  $S_{in}$  — полная поверхность внутренних электродов. В общем случае величины  $n_s$  и  $a_E$  должны рассматриваться как локальные характеристики гетерогенной газоразрядной области, которая может быть неравномерно заполнена внутрен-

ними поверхностями различной конфигурации и ориентации [Л. 5 и 6]. В реальных условиях величина  $n_s$  изменяется от  $0,1 \text{ см}^{-1}$  в относительно «свободной» прикатодной зоне до  $[0,5; 1] \text{ см}^{-1}$  в существенно гетерогенной анодно-сеточной области и  $[1; 5] \text{ см}^{-1}$  в области сеток и фильтров. Что касается коэффициента ориентации  $a_E$ , то для направленного движения вдоль внешнего электрического поля (обычно параллельно центральной оси газоразрядной области) он остается, как правило, в пределах  $[0,25; 0,5]$ . При вычислении длины свободного пролета ионов  $\lambda_i$  в их хаотическом движении (например, в процессах рассеяния и поглощения ионов на внутренних поверхностях в отсутствие электрического поля [Л. 1]) следует принять, очевидно,  $a_E = 1$ .

В ионном слое пространственного заряда электроны практически отсутствуют ( $n_e \ll n_0$ ), поскольку при плотностях ионного тока  $j_i \geq j_e$  скорости ионов  $v_i \ll v_e$ . В силу этого распределение электрического поля в ионном слое определяется уравнением

$$\nabla^2 \varphi \approx - \frac{4\pi j_c}{v_i}. \quad (11)$$

В качестве граничных условий примем:

1) на границе ионного слоя и плазменного промежутка потенциал  $\varphi_\delta = \varphi|_{x=\delta(t)} \approx 0$  (точнее  $\varphi_\delta \sim e_0^{-1} kT_e \ll \varphi_0$ ); 2) на поверхности анода (название электрода, по традиции, сохраняется согласно той роли, которую он играл в процессе прохождения прямого тока до включения обратного напряжения)  $\varphi_0 = \varphi|_{x=0} \gg e_0^{-1} kT_e$ .

Для скорости ионов  $v_i$  с массой  $m_i$  можно написать:

$$v_i = \left| \frac{2e_0}{m_i (a_E n_s + n_a Q_{ia})} \right|^{1/2} <E>^{1/2}, \quad (12)$$

где  $<E> = \lambda_i^{-1} \int_x^{x+\lambda_i} E(\alpha) d\alpha$  — напряженность внешнего электрического поля, усредненная по отрезку  $\alpha \in [x, x+\lambda_i]$ . Полагая  $<E> = E(x)$  [это приводит к некоторому завышению правой части (11), поскольку  $E(x)$  монотонно возрастает, из (11) с учетом принятых граничных условий получаем соотношение, связывающее толщину ионного слоя пространственного заряда с плотностью ионного тока на анод:

$$\delta(t) = \left| \frac{2e_0}{m_i (a_E n_s + n_a Q_{ia})} \right|^{1/5} \left( \frac{5}{3} \right)^{3/5} \frac{\varphi_0(t)^{3/5}}{|6\pi j_i(t)|^{2/5}}. \quad (13)$$

Соотношение (13), учитывающее редкие столкновения ионов с внутренними поверхностями и атомами газа, существенно отличается от формулы (9), справедливой при полном отсутствии столкновений в ионном слое. В [Л. 2] экспериментально установлено, что в высоковольтных секционированных (многоэлектродных) электронно-ионных газоразрядных приборах наиболее вероятным механизмом, определяющим связь между толщиной ионного слоя, потенциалом анода и плотностью ионного тока на анод, является механизм редких столкновений захваченных слоев ионов с внутренними поверхностями.

Что касается пространственного распределения концентрации ионов в ионном слое, то она определяется выражением

$$n_i(x) = \frac{5\varphi_0}{18\pi e_0 \delta^{5/3}} (\delta - x)^{-1/3}; \quad x \in [0; \delta]. \quad (14)$$

На границе с плазмой ( $x \rightarrow \delta$ ), которая локализована с точностью до величины  $<r_i> \sim n_{i0}^{-1/3}$ , значение  $n_i$  близко к концентрации ионов в плазме, т. е.  $n_i|_{x \rightarrow \delta} \leq n_{i0}$ . Вблизи анода ( $x \rightarrow 0$ )

$$n_i(0) = 5\varphi_0/18\pi e_0 \delta^2 \ll n_{i0}. \quad (15)$$

Заметим, что в рассмотренных условиях напряженность электрического поля в окрестности анода  $E(0) = (5/3) \times (\varphi_0/\delta)$ , т. е. почти вдвое превышает напряженность поля при равномерном распределении потенциала.

Полученные в данной статье выражения для концентрации ионов и плотности ионного тока в сочетании с соотношением, связывающим ионный ток с толщиной ионного слоя пространственного заряда, позволяют решить вопрос об особенностях деионизации разреженной плазмы во внешнем электрическом поле. Эти данные необходимы при расчетах диэлектрических свойств и скорости восстановления электрической прочности широкого класса газоразрядных приборов низкого давления (вакуумные выключатели и другие коммутационные приборы, электронно-ионные преобразователи напряжения и тока и т. п.).

Следует заметить, что задача существенно упрощается в условиях резкого уменьшения скорости перемещения границы ионного слоя, неизбежно наступающем в конце процесса деионизации, когда выполняется условие  $d\delta/dt \ll v_0$ .

В этом случае динамическая составляющая плотности ионного тока  $j_i^{(d)}(t) \sim \frac{d\delta}{dt}$  становится малой по сравнению со статической составляющей, и в простейшем случае  $n_i(x, 0) \equiv n_{i0}$  становится возможным аналитическое описание процесса деионизации:

$$n_i(x, t) \approx \frac{n_{i0}}{2\sqrt{V\pi}} R_\delta(t); \quad (16)$$

$$N_i(t) \approx n_{i0}x_0 \left\{ 1 - \frac{tv_0}{2x_0\sqrt{V\pi}} R_\delta^2(t) \right\}; \quad (17)$$



$$j_i(t) \approx \frac{e_0 n_{i0} v_0}{2\sqrt{V\pi}} R_\delta^2(t). \quad (18)$$

$$\text{При этом } R_\delta(t) = \frac{|x_0 - \delta(t)|}{tv_0} < 1 \quad (t \gg 0, \delta(t) \rightarrow x_0).$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мусин А. К., Тимофеева Г. Г. Деионизация разреженной плазмы в газоразрядном промежутке. — Физика плазмы, 1977, т. 3, вып. 4.
2. Климов Н. С., Мусин А. К., Токарев В. П. Ионный слой в высоковольтном секционном ионном приборе. — Электричество, 1971, № 11.
3. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. — М.: Наука, 1971.
4. Мусин А. К., Тимофеева Г. Г. Деионизация газоразрядной плазмы в гетерогенной среде. — Физика плазмы, 1977, т. 3, вып. 4.
5. Грачев А. М., Клярфельд Б. Н., Степанов Н. П. Исследование распределения тока в высоковольтном секционированном вентиле. — Электричество, 1964, № 5.
6. Коненко О. Р., Мусин А. К., Шульман М. Х. Пародинамические процессы в газоразрядных приборах низкого давления. — ЖТФ, 1973, т. 43, № 10.

[09.02.78]

УДК 621.315.2.011.4.001.24

## Определение электрических потенциалов и емкости двух изолированных цилиндрических проводников

ТОВМАСЯН Н. Е., доктор физ.-мат. наук, МИРЗАБЕКЯН Ж. М., канд. техн. наук  
Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Для надежной и высококачественной передачи информации по кабельным линиям, а также для усовершенствования конструкции симметричных кабелей связи необходимо точное знание их первичных электромагнитных параметров, в том числе рабочих и частичных емкостей между изолированными проводниками. Используя некоторые моменты данной задачи, приведенные в [Л. 1 и 2], но заменяя при этом бесконечные ряды функциями, которые должны определяться в процессе решения, можно получить выражения для потенциалов и емкостей между двумя изолированными проводниками, достаточные для использования в инженерных расчетах.

**Определение потенциалов.** На рис. 1 показаны поперечные сечения изолированных проводников, области изоляции  $D_1$  и  $D_2$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  и внешняя область  $D_3$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ . Указаны также границы переходов от проводника к изоляции  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  и границы переходов от изоляции к окружающей среде  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$ .

Токи в этих проводниках одинаковы по величине и противоположны по направлению. Определим потенциалы электрического поля, которое создают эти проводники вокруг себя. Потенциалы в областях  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  обозначим через  $U_1(x, y)$ ,  $U_2(x, y)$  и  $U_3(x, y)$ . Они определяются из решения следующей задачи.

В областях  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  найти гармонические функции  $U_1(x, y)$ ,  $U_2(x, y)$ ,  $U_3(x, y)$ , удовлетворяющие граничным условиям:

$$U_1(x, y) = C \quad \text{на границе } \Gamma_1; \quad (1)$$

$$U_2(x, y) = -C \quad \text{на границе } \Gamma_3; \quad (2)$$

$$U_1(x, y) = U_3(x, y) \quad \text{на границе } \Gamma_2; \quad (3)$$

$$U_2(x, y) = U_3(x, y) \quad \text{на границе } \Gamma_4; \quad (4)$$

$$\epsilon_1 \frac{\partial U_1(x, y)}{\partial n_1} = \epsilon_2 \frac{\partial U_3(x, y)}{\partial n_1} \quad \text{на границе } \Gamma_2; \quad (5)$$

$$\epsilon_1 \frac{\partial U_2(x, y)}{\partial n_2} = \epsilon_2 \frac{\partial U_3(x, y)}{\partial n_2} \quad \text{на границе } \Gamma_4; \quad (6)$$

$$U_3(\infty) = 0, \quad (7)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — нормали к границам  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  в точке с координатами  $x, y$ .

Единственность решения данной задачи доказана в [Л. 3]. Решение ищем в виде

$$U_1(x, y) = \operatorname{Re} \left[ \varphi(z_1) - \varphi\left(\frac{r_0^2}{z_1}\right) \right] + C + C_0 \ln \left| \frac{z_1}{r_0} \right|; \quad (8)$$

$$U_2(x, y) = \operatorname{Re} \left[ \psi\left(\frac{1}{z_1}\right) - \psi\left(-\frac{1}{z_2}\right) \right] + C_1 \ln \left| \frac{z_2}{z_1} \right|. \quad (9)$$

$$U_2(x, y) = -U_1(-x, y), \quad (10)$$

$$\text{где } z_1 = \frac{z}{R} - 1; \quad z_2 = \frac{z}{R} + 1; \quad z = x + iy;$$

$$r_0 = \frac{r}{R};$$

$i$  — мнимая единица;  $C_0$  и  $C_1$  — действительные постоянные;  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  — аналитические функции в единичном круге  $|z| < 1$ , удовлетворяющие следующим условиям:

1) коэффициенты ряда Тейлора функций  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  в окрестности точки  $z=0$  действительны;

2)  $\varphi(0) = \psi(0) = 0$ . (11)

Легко убедиться, что  $U_1(x, y)$ ,  $U_2(x, y)$  и  $U_3(x, y)$ , заданные формулами (8)–(10), удовлетворяют условиям (1), (2) и (7). С другой стороны, если  $U_1(x, y)$  и  $U_3(x, y)$  удовлетво-

ряют условиям (3) и (5), то из (9) и (10) следует, что  $U_1(x, y)$  и  $U_3(x, y)$  удовлетворяют условиям (4) и (6).

Следовательно, чтобы решить рассматриваемую задачу, достаточно  $U_1(x, y)$  и  $U_3(x, y)$ , определенные формулами (8) и (9), подчинить условиям (3) и (5).

Подставляя (8) и (9) в условие (3), получаем

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left[ \varphi(z) - \varphi \left( \frac{r_0^2}{z_1} \right) \right] + C + C_0 \ln \frac{|z_1|}{r_0} = \\ & = \operatorname{Re} \left[ \psi \left( \frac{1}{z_1} \right) - \psi \left( -\frac{1}{z_2} \right) + C_1 \ln \left| \frac{z_2}{z_1} \right| \right] (x, y) \in \Gamma_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Ясно, что на границе  $\Gamma_2$

$$|z_1| = 1; \quad \frac{1}{z_1} = \bar{z}_1; \quad z_2 = 2 + z_1, \quad (13)$$

где  $\bar{z}_1$  — комплексно сопряженная величина с  $z_1$ .

Так как коэффициенты разложения в ряд Тейлора функций  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  действительны, то

$$\operatorname{Re} \varphi(\bar{z}) = \operatorname{Re} \varphi(z); \quad \operatorname{Re} \psi(\bar{z}) = \operatorname{Re} \psi(z). \quad (14)$$

(Черта над комплексным числом всегда означает переход к комплексно сопряженной величине).

Из (13) и (14) при  $(x, y) \in \Gamma_2$  имеем:

$$\operatorname{Re} \varphi \left( \frac{r_0^2}{z_1} \right) = \operatorname{Re} \varphi(r_0^2 \bar{z}_1) = \operatorname{Re} \varphi(r_0^2 z_1); \quad (15)$$

$$\operatorname{Re} \psi \left( \frac{1}{z_1} \right) = \operatorname{Re} \psi(\bar{z}_1) = \operatorname{Re} \psi(z_1); \quad (16)$$

$$\ln \frac{|z_1|}{r_0} = \ln \frac{1}{r_0}; \quad (17)$$

$$\operatorname{Re} \psi \left( -\frac{1}{z_2} \right) = \operatorname{Re} \psi \left( -\frac{1}{z_1 + 2} \right); \quad (18)$$

$$\ln \left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \ln |z_2| = \operatorname{Re} \ln z_2 = \operatorname{Re} \ln(2 + z_1). \quad (19)$$

Используя соотношения (15)–(19), равенство (12) можно написать в виде

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left[ \varphi(z_1) - \varphi(r_0^2 z_1) + C + C_0 \ln \frac{1}{r_0} \right] = \\ & = \operatorname{Re} \left[ \psi(z_1) - \psi \left( -\frac{1}{2 + z_1} \right) + C_1 \ln(2 + z_1) \right] \text{ при } |z_1| = 1. \end{aligned} \quad (20)$$

В (20) в квадратных скобках стоят аналитические функции в единичном круге. Так как на границе  $|z_1| = 1$  их реальные части равны и в точке  $z_1 = 0$  принимают действительные значения, то эти функции равны, т. е.

$$\begin{aligned} & \varphi(z) - \varphi(r_0^2 z) + C + C_0 \ln \frac{1}{r_0} = \psi(z) - \psi \left( -\frac{1}{2 + z} \right) + \\ & + C_1 \ln(2 + z) \text{ при } |z| < 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляя в (21)  $z = 0$  и имея в виду условие (11), можно написать, что

$$C + C_0 \ln \frac{1}{r_0} = -\psi \left( -\frac{1}{2} \right) + C_1 \ln 2. \quad (22)$$

Дифференцируя (21) по  $z$ , получаем:

$$\begin{aligned} & \varphi'(z) - r_0^2 \varphi'(r_0^2 z) = \psi'(z) - \frac{1}{(2 + z)^2} \psi' \left( -\frac{1}{2 + z} \right) + \frac{C_1}{2 + z}. \end{aligned} \quad (23)$$

В (23) и в дальнейшем  $\varphi'(r_0^2 z)$  и  $\psi' \left( -\frac{1}{2 + z} \right)$  означают производные функции  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  в точках  $r_0^2 z$  и  $-\frac{1}{2 + z}$  соответственно. Обозначим через  $\varphi_0(z)$  и  $\psi_0(z)$  производные

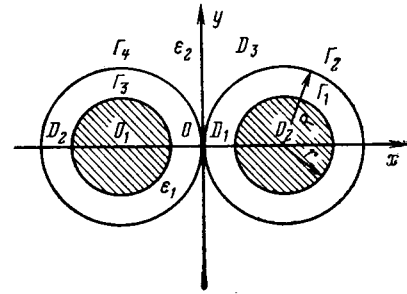


Рис. 1. Поперечные сечения изолированных проводников.

функции  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  т. е.

$$\varphi_0(z) = \varphi'(z); \quad \psi_0(z) = \psi'(z). \quad (24)$$

Тогда уравнение (23) напомним в виде

$$\begin{aligned} & \varphi_0(z) - \psi_0(z) = r_0^2 \varphi_0(r_0^2 z) - \frac{1}{(2 + z)^2} \psi_0 \left( -\frac{1}{2 + z} \right) + \\ & + \frac{C_1}{2 + z}, \quad |z| < 1. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (21) эквивалентно уравнению (25) с условием (22). Теперь подставляя (8) и (9) в граничное условие (5), получаем

$$\begin{aligned} & \epsilon \operatorname{Re} \left[ \varphi'(z_1) z_1 + \varphi' \left( \frac{r_0^2}{z_1} \right) \frac{r_0^2}{z_1} + C_0 \right] = \\ & = \operatorname{Re} \left[ -\psi' \left( \frac{1}{z_1} \right) \frac{1}{z_1} - \psi' \left( -\frac{1}{2 + z_1} \right) \frac{z_1}{(2 + z_1)^2} - \frac{2C_1}{2 + z_1} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

при  $(x, y) \in \Gamma_2$ ,

где  $\epsilon = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ .

Аналогично из (15) и (16) при  $(x, y) \in \Gamma_2$  получим

$$\operatorname{Re} \left[ \varphi' \left( \frac{r_0^2}{z_1} \right) \frac{r_0^2}{z_1} \right] = \operatorname{Re} [\varphi'(r_0^2 \bar{z}_1) r_0^2 \bar{z}_1] = \operatorname{Re} [\varphi'(r_0^2 z_1) r_0^2 z_1]; \quad (27)$$

$$\operatorname{Re} \left[ \psi' \left( \frac{1}{z_1} \right) \frac{1}{z_1} \right] = \operatorname{Re} [\psi'(\bar{z}_1) \bar{z}_1] = \operatorname{Re} [\psi'(z_1) z_1]. \quad (28)$$

Используя (27) и (28), равенство (26) запишем в виде

$$\begin{aligned} & \epsilon \operatorname{Re} [\varphi'(z) z + \varphi'(r_0^2 z) r_0^2 z + C_0] = \operatorname{Re} \left[ -\psi'(z_1) z_1 - \right. \\ & \left. - \psi' \left( -\frac{1}{z_1 + 2} \right) \frac{z_1}{(2 + z_1)^2} - \frac{2C_1}{z_1 + 2} \right] \text{ при } |z_1| = 1. \end{aligned} \quad (29)$$

В (29) в квадратных скобках записаны аналитические функции в случае  $|z_1| < 1$ . Так как их реальные части равны на границе, то

$$\begin{aligned} & \epsilon [\varphi'(z) z + \varphi'(r_0^2 z) r_0^2 z + C_0] = \\ & = -\psi'(z) z - \psi' \left( -\frac{1}{2 + z} \right) \frac{z}{(2 + z)^2} - \frac{2C_1}{z + 2} \text{ при } |z| < 1. \end{aligned} \quad (30)$$

Подставляя в (30)  $z = 0$ , получаем

$$\epsilon C_0 = -C_1. \quad (31)$$

Разделив обе части равенства (30) на  $z$ , с учетом (31) запишем

$$\begin{aligned} & \epsilon [\varphi'(z) + r_0^2 \varphi'(r_0^2 z)] = \left[ -\psi'(z) - \frac{1}{(2 + z)^2} \psi' \left( -\frac{1}{2 + z} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{C_1}{2 + z} \right] \text{ при } |z| < 1. \end{aligned} \quad (32)$$

Используя обозначения (24), уравнение (32) можно записать в виде

$$\varepsilon\varphi_0(z) + \psi_0(z) = \left[ -\varepsilon\varphi_0(r_0^2 z) r_0^2 - \psi_0\left(-\frac{1}{2+z}\right) \frac{1}{(2+z)^2} + \frac{C}{2+z} \right]. \quad (33)$$

Суммируя левые и правые части равенства (25) и (33), получаем

$$\varphi_0(z) = \left[ \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} r_0^2 \varphi_0(r_0^2 z) - \frac{2}{(1+\varepsilon)(2+z)^2} \psi_0\left(-\frac{1}{2+z}\right) + \frac{2C_1}{(1+\varepsilon)(z+2)} \right]. \quad (34)$$

Умножая обе части (25) на  $\varepsilon$  и суммируя левые и правые части полученного уравнения с соответствующими частями уравнения (33), можно написать

$$\psi_0(z) = \left[ -\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} r_0^2 \varphi_0(r_0^2 z) + \frac{\varepsilon-1}{(\varepsilon+1)(2+z)^2} \psi_0\left(-\frac{1}{2+z}\right) + \frac{(1-\varepsilon)C_1}{(1+\varepsilon)(z+2)} \right], \quad (35)$$

Решая уравнения (22) и (31) относительно  $C_0$  и  $C_1$ , получаем

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= -\frac{C + \psi\left(-\frac{1}{2}\right)}{\varepsilon \ln 2 + \ln \frac{1}{r_0}}; \\ C_1 &= \varepsilon \frac{C + \psi\left(-\frac{1}{2}\right)}{\varepsilon \ln 2 + \ln \frac{1}{r_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Из (24) и (11) имеем

$$\varphi(z) = \int_0^z \varphi_0(z) dz; \quad \psi(z) = \int_0^z \psi_0(z) dz. \quad (37)$$

Подставляя во вторую формулу (37)  $z = -\frac{1}{2}$ , получаем

$$\psi\left(-\frac{1}{2}\right) = \int_0^{-1/2} \psi_0(z) dz. \quad (38)$$

В дальнейшем будем предполагать, что в (36) величина  $\psi\left(-\frac{1}{2}\right)$  определяется формулой (38). В качестве нулевого

приближения принимаем  $\varphi_0(z) = \psi_0(z) = 0$ . Подставляя нулевое приближение в правую часть системы, получаем первое приближение, подставляя далее первое приближение в правую часть этой же системы получаем второе приближение и т. д. Таким образом, можно записать:

первое приближение

$$\varphi_0(z) = \frac{aC}{z+2}; \quad \psi_0(z) = \frac{bC}{z+2}; \quad (39)$$

второе приближение

$$\varphi_0(z) = \left[ -\frac{2b}{(1+\varepsilon)(z+2)(2z+3)} + \frac{(1-\varepsilon)ar_0^2}{(1+\varepsilon)(2+r_0^2 z)} - \frac{ab \ln \frac{3}{4}}{z+2} + \frac{a}{z+2} \right] C; \quad (40)$$

$$\psi_0(z) = \left[ \frac{(\varepsilon-1)b}{(1+\varepsilon)(z+2)(2z+3)} - \frac{2\varepsilon r_0^2 a}{(1+\varepsilon)(2+r_0^2 z)} - \frac{b^2 \ln \frac{3}{4}}{z+2} + \frac{b}{z+2} \right] C, \quad (41)$$

где

$$a = \frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)\left(\varepsilon \ln 2 + \ln \frac{1}{r_0}\right)}; \quad (42)$$

$$b = \frac{\varepsilon(\varepsilon+1)}{(1+\varepsilon)\left(\varepsilon \ln 2 + \ln \frac{1}{r_0}\right)}. \quad (43)$$

Ясно, что

$$\int_0^z \frac{dz}{z+2} = \ln \left(1 + \frac{z}{2}\right); \quad (44)$$

$$\int_0^z \frac{dz}{(z+2)(2z+3)} = \ln \frac{4z+6}{3z+6}; \quad (45)$$

$$\int_0^z \frac{dz}{2+r_0^2 z} = \frac{1}{r_0^2} \ln \left(1 + \frac{r_0^2 z}{2}\right). \quad (46)$$

Подставляя  $\varphi_0(z)$  и  $\psi_0(z)$  из (40) и (41) в (37) и учитывая формулу (44)–(46), получаем вторые приближения  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$ :

$$\varphi(z) = \left[ -\frac{2b}{1+\varepsilon} \ln \frac{4z+6}{3z+6} + \frac{(1-\varepsilon)a}{(1+\varepsilon)} \ln \left(1 + \frac{r_0^2 z}{2}\right) + \left(-ab \ln \frac{4}{3} + a\right) \ln \left(1 + \frac{z}{2}\right) \right] C; \quad (47)$$

$$\psi(z) = \left[ \frac{(\varepsilon-1)b}{(1+\varepsilon)} \ln \frac{4z+6}{3z+6} - \frac{3\varepsilon a}{1+\varepsilon} \ln \left(1 + \frac{r_0^2 z}{2}\right) + \left(b - b^2 \ln \frac{4}{3}\right) \ln \left(1 + \frac{z}{2}\right) \right] C; \quad (48)$$

$$C_0 = -a_0 C; \quad C_1 = \varepsilon a_0 C; \quad (49)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{\varepsilon \ln 2 + 2 \ln \frac{1}{r_0}} \left[ 1 + \frac{(\varepsilon-1)b}{(1+\varepsilon)} \ln \frac{8}{9} - \frac{2\varepsilon a}{1+\varepsilon} \ln \left(1 - \frac{r_0^2}{4}\right) + \left(b - b^2 \ln \frac{4}{3}\right) \ln \frac{3}{4} \right]; \quad (50)$$

$$r_0 = r/R.$$

Подставляя  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  из (47) и (48),  $C_0$  и  $C_1$  из (49) в (8) и (9), получаем второе приближение решения:

$$\begin{aligned} U_1(x, y) &= \left[ -\frac{2b}{1+\varepsilon} \ln \left| \frac{4z_1+6}{3z_1+6} \right| + \frac{(1-\varepsilon)a}{(1+\varepsilon)} \ln \left| 1 + \frac{r_0^2 z}{2} \right| + \left(ab \ln \frac{4}{3} + a\right) \ln \left| 1 + \frac{z_1}{2} \right| + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2b}{1+\varepsilon} \ln \left| \frac{4r_0^2+6z_1}{3r_0^2+6z_1} \right| - \frac{(1-\varepsilon)a}{1+\varepsilon} \ln \left| 1 + \frac{r_0^2}{2z_1} \right| + \right. \\ &\quad \left. + \left(ab \ln \frac{4}{3} - a\right) \ln \left| 1 + \frac{r_0^2}{2z_1} \right| + 1 - a_0 \ln \left| \frac{z_1}{r_0} \right| \right] C; \quad (51) \\ U_2(x, y) &= \left[ \frac{(\varepsilon-1)b}{1+\varepsilon} \ln \left| \frac{4+6z_1}{3+6z_1} \right| - \frac{2\varepsilon a}{1+\varepsilon} \ln \left| 1 + \frac{r_0^2}{2z_1} \right| + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left( b - b^2 \ln \frac{3}{4} \right) \ln \left| 1 + \frac{1}{2z_1} \right| - \frac{(\epsilon - 1)b}{\epsilon(1 + \epsilon)} \ln \left| \frac{4 + 6z_2}{3 + 6z_2} \right| +$$

$$+ \frac{2\epsilon a}{1 + \epsilon} \ln \left| 1 + \frac{r_0^2}{2z_2} \right| - \left( b - b^2 \ln \frac{4}{3} \right) \ln \left| 1 + \frac{1}{2z_2} \right| +$$

$$+ \epsilon a_0 \ln \left| \frac{z_2}{z_1} \right| \Big] C; \quad (52)$$

$$U_2(x, y) = -U_1(x, y), \quad (53)$$

где  $a, b, a_0$  определяются формулами (42), (43) и (50).

**Определение емкости проводов.** Если разность потенциалов на проводах  $U_0$ , количество заряда на единицу длины провода  $q$ , потенциалы на проводах  $c$  и  $-c$ , то

$$U_0 = 2c \quad (54)$$

и емкость

$$C = \frac{q}{U_0}. \quad (55)$$

Известно, что

$$\frac{q}{\epsilon_1} = \int_S E_n dS = - \int_S \frac{\partial U}{\partial n} dS. \quad (56)$$

Из (54), (55) и (56) имеем:

$$C = - \frac{\epsilon_1}{2c} \int_S \frac{\partial U}{\partial n} dS. \quad (57)$$

Из (8) следует:

$$\int_S \frac{\partial U}{\partial n} dS = \int_S \frac{\partial U_1}{\partial n} dS = C_0 \int_S \frac{\partial}{\partial n} \left( \ln \frac{z_1}{r_0} \right) dS = 2\pi C_0. \quad (58)$$

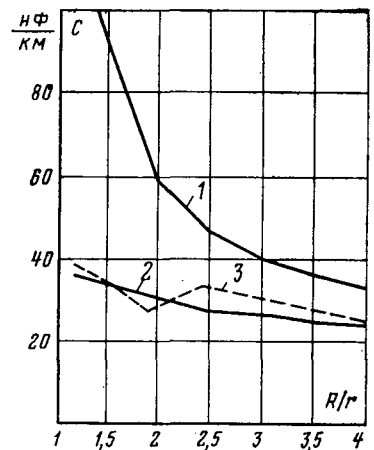
Тогда из (49), (57) и (58) можно получить

$$C = \pi \epsilon_1 a_0. \quad (59)$$

Подставляя  $a_0$  из (50) в (59) и учитывая (42) и (43), получаем окончательное выражение для определения емкости (нФ/км) между двумя изолированными проводами кабельной цепи:

$$C = \frac{\epsilon_1 10^{-9}}{36} \cdot \frac{1}{\epsilon \ln 2 + \ln \frac{R}{r}} \left\{ 1 - \frac{\epsilon(1 - \epsilon)^2 \ln \frac{8}{9} - 4\epsilon \ln \left( 1 - \frac{r^2}{4R^2} \right)}{(1 + \epsilon)^2 \left( \epsilon \ln 2 + \ln \frac{R}{r} \right)} \right\} +$$

Рис. 2. Зависимость  $C$  от  $R/r$ .  
1 — по [Л. 5]; 2 — по (60);  
3 — опыт.



$$+ \frac{\epsilon(1 - \epsilon) \ln \frac{3}{4}}{(1 + \epsilon) \left( \epsilon \ln 2 + \ln \frac{R}{r} \right)} \left[ 1 - \frac{\epsilon(1 - \epsilon) \ln \frac{4}{3}}{(1 + \epsilon) \left( \epsilon \ln 2 + \ln \frac{R}{r} \right)} \right] \Big\}. \quad (60)$$

Для того, чтобы убедиться в справедливости и точности рассмотренных выражений, достаточно подставить в (60)  $\epsilon = 1$ , т. е.  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ , тогда при  $\frac{1}{1,3} \leq r_0 \leq \frac{1}{3}$  выражение для емкости получается очень близким к известной формуле для определения емкости между двумя цилиндрами с одинаковой диэлектрической проницаемостью окружающей среды.

Экспериментальные исследования емкостей реальных образцов симметричных пар с полиэтиленовой изоляцией  $\epsilon = 2,3$  и различными соотношениями  $\frac{R}{r}$  (рис. 2) подтверди-

ли правильность уравнения (60) — расхождение результатов не превышает точности решения задачи.

Из рис. 2 следует также, что величина емкости определенная, по [Л. 5] не совпадает со значениями, вычисленными по (60), и данными эксперимента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов К. К., Алексеева Л. П. Электрическое поле и параметры многопроводных кабелей с неоднородным диэлектриком. — Тр. ВНИИ КП, 1975, вып. 18.
2. Ларина Э. Т., Семенов М. И., Пешков И. Б. Электрическое поле двух изолированных цилиндрических проводников. — Электричество, 1977, № 11.
3. Страттон Дж. Теория электромагнетизма. — М.: ГИТТЛ, 1948.
4. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. — М.: ГИТТЛ, 1951.
5. Кулешов В. Н. Теория кабелей связи, М.: Связьиздат, 1950.

[29.05.80]

УДК 621.372.001.24

## К определению градиента квадрата функции интегральной чувствительности цепи

БОНДАРЕНКО А. В.

Ленинград

Реализация цепей и систем с минимизацией функций частотной и (или) временной чувствительности к составляющим элементам продолжает оставаться одной из центральных проблем теоретической и прикладной электротехники. В [Л. 2—4] предложены процедуры расчета производных от функций чувствительностей, которые, как известно, могут быть положены в основу построения оптимизационных алгоритмов. Некоторые

общие и полезные теоремы и положения собраны в [Л. 5]. Однако в большинстве отмеченных публикаций методика определения производных от функций чувствительностей (исключая, разумеется, прямое дифференцирование) к варьируемым параметрам либо требует значительного числа анализов исходной, присоединенной и других производных схем [Л. 6], либо необходимости обращения матрицы всей цепи

(системы) [Л. 2] (можно показать [Л. 6 и 9], что в случае использования аппарата разреженных матриц анализ цепи — разложение на треугольные матрицы — предпочтительнее инверсии матрицы), либо, наконец, приложения специальных таблиц и волновых параметров, что не всегда удобно при построении схем оптимизации (например, активных интегральных цепей) [Л. 3, 7, 8].

С другой стороны, процедура минимизации цепей по чувствительности может быть построена по методике, не требующей предварительного определения, отдельных производных от функций чувствительностей, и необходимое решение получается в результате оптимизации в том или ином отношении общей функции интегральной чувствительности или ее квадрата. Последняя в данной статье определяется среднегеометрическим функций чувствительностей к отдельным параметрам или элементам с различными весовыми коэффициентами.

Целью настоящей статьи являются описание практического метода получения составляющих градиента квадрата функции интегральной чувствительности цепи (системы) и доказательство достаточности четырех анализов: — исходной цепи, присоединенной, и их несложных модернизаций при введении некоторых внешних гипотетических источников. Определение составляющих градиента, в свою очередь, послужит отправной точкой построения оптимизационных алгоритмов. Результаты работы могут быть сформулированы в виде следующей теоремы.

**Теорема.** Пусть  $[U_0^T, I_0^T]^T$  — транспонированный вектор-столбец комплексов напряжений и токов на выходных зажимах сложной активной многополюсной цепи;  $[\dot{U}_{Y_1}, \dot{U}_{Y_2}, \dots, \dot{U}_{Y_n}]^T$  — транспозиция вектора-столбца напряжений ветвей исходной и  $[\hat{U}_{Y_1}, \hat{U}_{Y_2}, \dots, \hat{U}_{Y_n}]^T$  — соответствующий вектор на-

пряжений ветвей присоединенной цепи ( $n$  — число ветвей);  $Y_i, i=1, 2, \dots, n$  — любой параметр цепи, чувствительность к которому должна быть оптимизирована с некоторым весовым коэффициентом  $k_i$ , тогда для определения градиента квадрата функции интегральной чувствительности

$$V\bar{P}, \text{ grad } P = \left[ \frac{\partial P}{\partial Y_1}, \frac{\partial P}{\partial Y_2}, \dots, \frac{\partial P}{\partial Y_n} \right]^T,$$

достаточно провести четыре анализа для следующих цепей: исходной, присоединенной, присоединенной с подключенными параллельно изменяющимся параметрам гипотетическими генераторами токов с величинами  $\dot{U}_{Y_i}^* / \hat{U}_{Y_i}^2$  и исходной с подключенными параллельно варьируемым параметрам гипотетическими генераторами токов с величинами  $\hat{U}_{Y_i} / \dot{U}_{Y_i}^2$ .

Далее положим, что для определенности рассмотрение будет производиться в однородном координатном базисе матриц проводимостей для цепей с зависимыми источниками токов, управляемыми напряжениями (учитывая взаимную преобразуемость источников энергии).

Для доказательства теоремы рассмотрим квадрат функции интегральной чувствительности  $V\bar{P}$ , определяемой следующим выражением

$$P = \sum_{i=1}^n k_i |S_{Y_i}^{U_0, I_0}|^2 = \sum_{i=1}^n k_i \left| \frac{\partial}{\partial Y_i} [U_0^T, I_0^T]^T \right|^2, \quad (1)$$

$$\text{где } S_{Y_i}^{U_0, I_0} = \frac{\partial}{\partial Y_i} [U_0^T, I_0^T]^T.$$

Для выбранной и подлежащей оптимизации схемы на основании теоремы Теллеждена [Л. 1 и др.] и ограничиваясь (без потери общности) характеристиками выходного напряжения, найдем:

$$P = \sum_{i=1}^n k_i |\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}|^2. \quad (2)$$

(Здесь значок  $\wedge$  над величинами напряжений указывает на присоединенную цепь.)

Любой элемент градиентной функции по параметру  $Y_j$  можно определить из (2) согласно выражению

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial Y_j} = \frac{\partial}{\partial Y_j} \left[ \sum_{i=1}^n k_i (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i} \dot{U}_{Y_i}^* \hat{U}_{Y_i}^*) \right] = \sum_{i=1}^n k_i \left[ \frac{\partial}{\partial Y_j} (\dot{U}_{Y_i}) \times \right. \\ \times (\hat{U}_{Y_i} \dot{U}_{Y_i}^* \hat{U}_{Y_i}^*) + \frac{\partial}{\partial Y_j} (\hat{U}_{Y_i}) (\dot{U}_{Y_i} \dot{U}_{Y_i}^* \hat{U}_{Y_i}^*) + \\ \left. + \frac{\partial}{\partial Y_j} (\dot{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) + \frac{\partial}{\partial Y_j} (\hat{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i} \dot{U}_{Y_i}^*) \right]. \quad (3) \end{aligned}$$

Делая подстановку произведений соответствующих напряжений из исходной и присоединенной цепей вместо производных в (3), найдем (сохраняя для ясности круглые скобки с выражениями производных):

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial Y_j} = \sum_{i=1}^n k_i \left[ (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) + (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) + \right. \\ \left. + (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) + (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) (\dot{U}_{Y_i} \hat{U}_{Y_i}^*) \right], \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\dot{U}_{Y_j}^i$  — комплекс напряжения на двухполюснике  $Y_j$  присоединенной цепи при единичном источнике тока, включенном параллельно в соответствии с выбранной ориентацией ветви с  $Y_i$ . Нетрудно показать [Л. 6], что

$$\dot{U}_{Y_j}^i = U_{Y_j}^i; \quad \hat{U}_{Y_j}^i = \dot{U}_{Y_j}^i. \quad (5)$$

Распространим результат (4) на  $n$  параметров цепи, тогда результирующее выражение градиентной функции примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial P}{\partial Y_1}, \frac{\partial P}{\partial Y_2}, \dots, \frac{\partial P}{\partial Y_n} \right]^T = [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_1 + \\ + [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_2 + [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_3 + [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_4, \quad (6) \end{aligned}$$

где  $[\dot{D}] = \text{diag} [k_1 \dot{U}_{Y_1}, k_2 \dot{U}_{Y_2}, \dots, k_n \dot{U}_{Y_n}]$ ,

$$[\dot{A}] = \begin{bmatrix} \dot{U}_{Y_1}^1 & \dot{U}_{Y_1}^2 & \dots & \dot{U}_{Y_1}^n \\ \dot{U}_{Y_2}^1 & \dot{U}_{Y_2}^2 & \dots & \dot{U}_{Y_2}^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{U}_{Y_n}^1 & \dot{U}_{Y_n}^2 & \dots & \dot{U}_{Y_n}^n \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} [\dot{U}]_1 = [\dot{U}_{Y_1} | \dot{U}_{Y_1}|^2, \dot{U}_{Y_2} | \dot{U}_{Y_2}|^2, \dots, \dot{U}_{Y_n} | \dot{U}_{Y_n}|^2]^T; \\ [\dot{U}]_2 = [\dot{U}_{Y_1} | \hat{U}_{Y_1}|^2, \hat{U}_{Y_2} | \hat{U}_{Y_2}|^2, \dots, \hat{U}_{Y_n} | \hat{U}_{Y_n}|^2]^T \end{aligned} \quad (8)$$

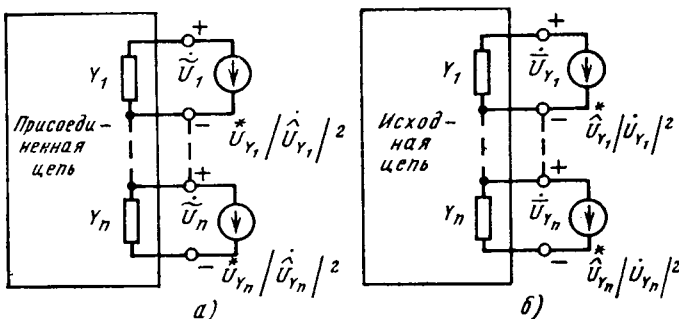


Рис. 1. Присоединенная (а) и исходная (б) цепи с гипотетическими источниками токов.

Из рассмотрения выражения (6) можно сделать следующие заключения: в выражении градиента  $P$  содержатся величины комплексов напряжений ветвей исходной цепи —  $[\dot{U}_{Y_1}, \dot{U}_{Y_2}, \dots, \dot{U}_{Y_n}]^T$ , определяемые из анализа исходной цепи,

и вектор-столбец  $[\dot{U}_{Y_1}, \dot{U}_{Y_2}, \dots, \dot{U}_{Y_n}]^T$ , определяемый из анализа присоединенной цепи.

Рассмотрим далее следующие две схемы на рис. 1, а и б. В случае зависимых источников (не показанных на рис. 1) на зажимах с  $Y_i$  появятся соответствующие источники токов, управляемые напряжениями.

По схеме рис. 1, а легко установить, что напряжение первого элемента  $Y_1$  согласно принципу наложения составляет

$$\dot{U}_{Y_1} = \sum_{i=1}^n (\dot{U}_{Y_i}^* |\dot{U}_{Y_i}|^2) \dot{U}_{Y_n}^i. \quad (9)$$

Для элемента  $n$   $Y_n$  соответственно определяется как

$$\dot{U}_{Y_n} = \sum_{i=1}^n (U_{Y_i} |\dot{U}_{Y_i}|^2) \dot{U}_{Y_n}^i.$$

Для цепи, показанной на рис. 1, б, получим аналогично:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{Y_1} &= \sum_{i=1}^n (\dot{U}_{Y_i}^* |\dot{U}_{Y_i}|^2) \dot{U}_{Y_n}^i; \\ \dot{U}_{Y_n} &= \sum_{i=1}^n (\dot{U}_{Y_i}^* |\dot{U}_{Y_i}|^2) \dot{U}_{Y_n}^i. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Таким образом, согласно (6) имеем:

$$\begin{aligned} [\dot{A}] \cdot [\dot{U}]_1 &= [\dot{U}_{Y_1}, \dot{U}_{Y_2}, \dots, \dot{U}_{Y_n}]^T; \\ [\dot{A}] \cdot [\dot{U}]_2 &= [\dot{U}_{Y_1}, \dot{U}_{Y_2}, \dots, \dot{U}_{Y_n}]^T. \end{aligned}$$

Выражения (8) и (9) наряду с (6) и (7) подтверждают требования теоремы. Достаточность следует из полноты всего класса напряжений ветвей как исходной цепи и ее присоединенной, так и двух модернизаций по рис. 1, а и б с измененными источниками для определения  $n$  составляющих градиентной функции, что и завершает доказательство теоремы.

**Следствие I.** Легко установить, что составляющие градиента в случае первых (без потери общности)  $\lambda$  ( $\lambda \leq n$ ) вещественных  $Y_i$  могут быть определены по формуле

$$\left[ \frac{\partial P}{\partial Y_1}, \frac{\partial P}{\partial Y_2}, \dots, \frac{\partial P}{\partial Y_\lambda} \right]^T = 2 \operatorname{Re} \{ [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_1 + [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_2 \}. \quad (11)$$

Тогда как для оставшихся  $(n-\lambda)$  мнимых величин  $Y_i$  получим:

$$\left[ \frac{\partial P}{\partial Y_{\lambda+1}}, \frac{\partial P}{\partial Y_{\lambda+2}}, \dots, \frac{\partial P}{\partial Y_n} \right]^T = 2 \operatorname{Im} \{ [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_1 - [\dot{D}] [\dot{A}] [\dot{U}]_2 \}. \quad (12)$$

**Следствие II.** В случае символьного описания источников следует достаточность двух анализов. Действительно, в теореме дважды используется исходная цепь и дважды — присоединенная. Принцип наложения позволяет получить необходимую информацию о составляющих градиента уже после двух последовательных анализов исходной и присоединенной цепей, если при этом ввести символьные обозначения источников и после каждого анализа из полученных соотношений выявить результаты сразу по двум пунктам теоремы.

Аналогичные рассуждения можно провести через параметры сопротивлений или гибридные параметры. Как сама теорема, так и следствие II позволяют построить несложные инженерные алгоритмы расчета искомого градиента.

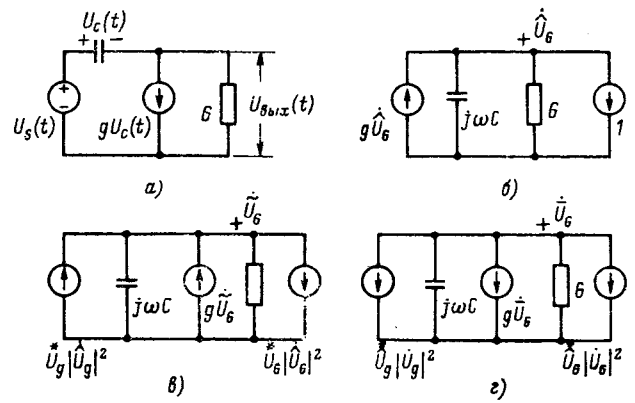


Рис. 2. Схемы, рассматриваемые в примере.  
а — исходная схема; б — присоединенная цепь; в — присоединенная цепь с добавочными источниками токов; г — исходная схема с дополнительными источниками токов.

**Пример.** Определить составляющие градиента функции интегральной чувствительности выходного напряжения для схемы, показанной на рис. 2, а, считая переменными параметры  $g$  и  $C$ .

Из рис. 2, а очевидно, что (приняв  $\dot{U}_s = U_s$ )  $\dot{U}_{вых} = \dot{U}_G$ ;  $\dot{U}_g = \dot{U}_C$ ;

$$U_G = U_s \frac{j\omega C - g}{G - g + j\omega C}; \quad \dot{U}_g = \dot{U}_s \frac{G}{G - g + j\omega C}.$$

Из рис. 2, б определим

$$\dot{U}_g = \dot{U}_G = \frac{-1}{G - g + j\omega C}.$$

Из рис. 2, в видно, что

$$\dot{U}_g = \dot{U}_G = U_s \frac{G + g + j\omega C}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2}.$$

И, наконец, расчет по рис. 2, г дает

$$\dot{U}_g = -\dot{U}_G = -U_s \frac{G^2 + g^2 + \omega^2 C^2}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2}.$$

Таким образом, приняв для простоты все весовые коэффициенты равными единице, получим требуемые составляющие градиентной функции от квадрата  $\sqrt{P}$  по (2):

$$\operatorname{grad} P = \left[ \frac{\partial P}{\partial G}, \frac{\partial P}{\partial g} \right]^T.$$

С учетом (11) найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial G} &= 2 \operatorname{Re} (\dot{U}_G \dot{U}_G + \dot{U}_G \dot{U}_G) = 2 U_s^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{-g + j\omega C}{G - g + j\omega C} \times \right. \\ &\times \left. \frac{G + g + j\omega C}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2} - \frac{1}{G - g + j\omega C} \frac{G^2 + g^2 + \omega^2 C^2}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2} \right] = \\ &= 2 U_s^2 \frac{-G^3 + (g^2 + \omega^2 C^2)(2g - G)}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^3}; \\ \frac{\partial P}{\partial g} &= 2 \operatorname{Re} (\dot{U}_g \dot{U}_g + \dot{U}_g \dot{U}_g) = 2 U_s^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{G}{G - g + j\omega C} \times \right. \\ &\times \left. \frac{G + g + j\omega C}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2} + \frac{1}{G - g + j\omega C} \frac{G^2 + g^2 + \omega^2 C^2}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^2} \right] = \\ &= 2 U_s^2 \frac{-g^2 + 2(G^2 + \omega^2 C^2)(2G - g)}{[(G - g)^2 + \omega^2 C^2]^3}. \end{aligned}$$

Аналогично может быть легко рассчитана составляющая градиента и по параметру емкостного элемента, согласно (12).

В заключение необходимо подчеркнуть, что приложение результатов доказанной теоремы для построения оптимизационных алгоритмов и программ, позволит добиться значительной экономии машинного времени и повышения точности расчетов (при сравнении, например, с методом приращений).

Другой привлекательной стороной предложенного метода является его универсальность — пригодность как для линейных (стационарных и переменных во времени) цепей, так и для нелинейных цепей — в силу известной приложимости метода присоединенных схем к анализу подобных цепей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tellegen B. D. H. A general network theorem with applications. — Philips Res. Rept., 1952, vol. 7.
2. Goddard P. J., Spence R. Efficient method for calculation of first—and second—order network sensitivities. — Electron. Lett., 1969, vol. 5.
3. Richards G. A. Second—derivative sensitivity using the concept of the adjoint network. — Electron. Lett., 1969, vol. 5.

4. Bandler J. W., Seviroa R. F. — Trans. on Microwave Theory and Tech., 1970, vol. 18, № 12.
5. Пенфилд П. и др. Энергет. теор. цепей. Энергия, 1974.
6. Calahan D. A. Computer—aided network design. Revised edition. McGraw—Hill, 1972.
7. Bandler J. W. Direct method for calculating scattering—matrix sensitivities. — Electron. Lett., 1970, vol. 6, № 24.
8. Bandler J. W. Wave sensitivities of network. — IEEE Trans. on MTT, 1972, vol. 20, № 2.
9. Director S. W., Rohrer R. A. The generalized adjoint network and network sensitivities. — IEEE Trans. on Circuit Theory, 1969, vol. 16.

[28.03.79]

УДК 621.372.018.782.3.001.24

## Рекуррентные системные методы численного расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях

СИГОРСКИЙ В. П., доктор техн. наук, КОЛЯДА Ю. В., инж.

Киев

Первостепенной проблемой при автоматизированном проектировании [Л. 1] является уменьшение времени решения на ЦВМ системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) <sup>1</sup>

$$\frac{dY}{dt} = f(t, Y); \quad Y(t_0) = Y_0, \quad (1)$$

где  $Y(t) = \text{colon} \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\}$ ;

$$f(t, Y) = \text{colon} \{f_1(t, Y), f_2(t, Y), \dots, f_m(t, Y)\};$$

$$t \in [t_0, t_k]; \quad f(t, Y) \in C_{t, Y}^{k+1}(D);$$

где  $D$  — замкнутая выпуклая по  $Y$  область;  $C_{t, Y}^{k+1}$  — математическая модель переходного режима нелинейной цепи. Несомненно, совершенство численных алгоритмов программ анализа электронных схем с помощью ЦВМ отмечается разработчиками интегральных схем. Выбору численного метода интегрирования уравнения (1), который удовлетворял бы требуемой точности вычислений, устойчивости численных решений и минимизации машинного времени, посвящена статья [Л. 2]. Неявные методы численного интегрирования, будучи эффективным [Л. 1 и 2] средством преодоления жесткости системы ОДУ (барьера постоянных времени цепи), являются весьма трудоемкими и требуют большого объема памяти ЦВМ. Число решаемых уравнений в задаче (1), а следовательно, сложность анализируемых цепей с помощью неявных методов известно намного меньше, чем при использовании алгоритмов явного интегрирования ОДУ. Поэтому заслуживает внимания разработка устойчивых и достаточно точных явных методов, которые были бы и экономичны и просты при реализации на ЦВМ. В этом отношении большой интерес представляет статья [Л. 3], в которой применительно к нелинейным электрическим цепям развиваются системные [Л. 4] методы интегрирования, получающиеся из выражения

$$Y_{n+1} = Y_n + \left[ \int_0^h \varphi^{-1}(t_n + \tau) d\tau + C \right] \varphi(t_{n+1}) \frac{dY}{dt} \Big|_{t=t_n} - C \varphi(t_n) \frac{dY}{dt} \Big|_{t=t_{n+1}} + \int_0^h \left[ \int_0^\tau \varphi^{-1}(t_n + \tau) d\tau + C \right] \times \\ \times \left[ \varphi(t_n + \tau) \frac{df(t, Y)}{dt} - \frac{d\varphi(t_n + \tau)}{d\tau} f(t, Y) \right]_{t=t_{n+1}-\tau} d\tau, \quad (2)$$

обобщающего известный ряд Тейлора для решения  $Y(t)$  на  $(n+1)$ -м шаге интегрирования.

<sup>1</sup> Здесь и далее приняты обозначения [Л. 3].

При соответствующем выборе неособенной квадратной матричной функции  $\Phi(t_n + \tau)$  и матрицы  $C$  размерностью  $m \times m$  (не зависящей от  $\tau$ ), обеспечивающим учет свойств исходной системы уравнений, приходим к системным методам, обобщающим классические процедуры Эйлера и Рунге—Кутта, вычислительная эффективность которых неоднократно обсуждалась, например [Л. 1 и 3].

Если соображения, используемые при построении системных методов, дополнить условием рекуррентности [Л. 5], ранее использовавшимся в одношаговых классических численных методах, то приходим к рекуррентным (по аналогии с [Л. 5]) системным алгоритмам явного интегрирования ОДУ. Не останавливаясь на выкладках, достаточно громоздких, но вполне очевидных [Л. 3—5], приведем сразу рекуррентные вычислительные формулы максимально возможного порядка точности:

$$x_{n+1,1} = x_n + \Phi(A, H) f(t_n, x_n); \\ x_{n+1,2} = x_n + \frac{\Phi(A, H)}{2} [k_{1n} + k_{2n}]; \\ x_{n+1,3} = x_n + \frac{\Phi(A, H)}{3} \left[ \frac{1}{2} (k_{1n} + k_{2n}) + 2k_{3n} \right],$$

где

$$k_{1n} = f(t_n, x_n); \\ k_{2n} = f \left[ t_n + \frac{H}{2}, x_n + \frac{\Phi(A, H)}{2} k_{1n} \right]; \\ k_{3n} = f \left[ t_n + \frac{H}{2}, x_n + \frac{\Phi(A, H)}{4} (k_{2n} + k_{1n}) \right].$$

Погрешности вычислений находятся по формулам

$$\varepsilon_{21} = \frac{\Phi(A, H)}{2} (k_{2n} - k_{1n});$$

Метод	Время, мин.
Эйлера	403
Рунге-Кутта с порядком точности от четвертого до шестого	практически неприемлемо
Неявный третьего порядка	37
Системный	от первого до третьего порядка
	рекуррентный
	25—20
	16

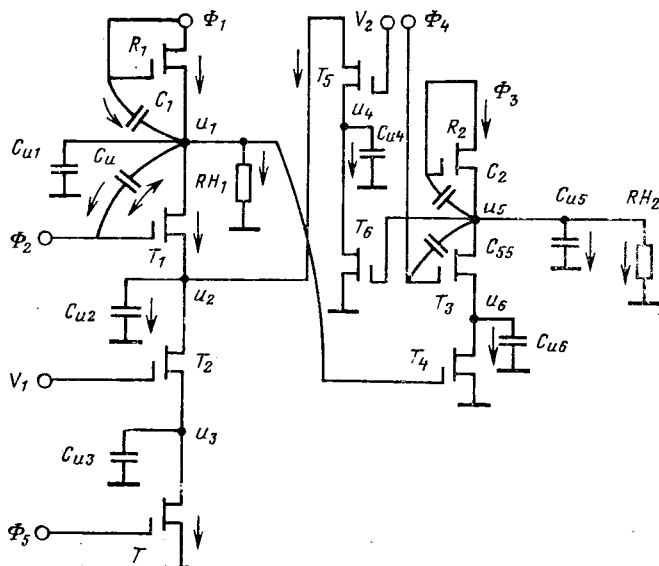


Рис. 1.

$$\varepsilon_{32} = \frac{\Phi(A, H)}{3} \quad 2k_{3n} - k_{2n} - k_{1n}.$$

Основные достоинства рекуррентных вычислительных методов заключаются в том, что

а) в процессе нахождения решения по методу высшего порядка последовательно получаются решения по методам низших порядков;

б) порядок точности вычислений является переменным, не требующим соответствующей перестройки машинной программы.

Указанными достоинствами не обладают ни классические численные алгоритмы, ни их известные [Л. 4] системные модификации.

Численный эксперимент проводился на примере нелинейной цепи (рис. 1), на входы которой подавались переменные сигналы (рис. 2). Состояние указанной транзисторной схемы описывается системой шести ОДУ [Л. 2]. В таблице приводятся данные о затратах машинного времени ЦВМ «Минск-22» при численном анализе переходного режима схемы.

Отметим некоторые особенности (в дополнение к известным [Л. 3 и 4]) реализации на ЦВМ системных методов. Во-первых, при численном нахождении матрицы Якоби использовались результаты [Л. 6] по нахождению итерационных матриц алгоритмов расчета статического режима, согласно которым не дифференцируются (не находятся частные производные  $\frac{\partial f(t, Y)}{\partial Y}$ ) исходные функции. Это позволяет проводить

вычисления при дискретном способе задания уравнений математической модели схемы. Во-вторых, при нахождении матриц  $\Phi^s$  использовались результаты [Л. 7] по аппроксимации и вычислению матричной экспоненты.

По нашему мнению, при численном интегрировании уравнения (1) не следует использовать системные методы высших порядков (больше 3) в силу значительного роста трудностей, связанных с обозримостью алгоритмов, громоздкостью про-

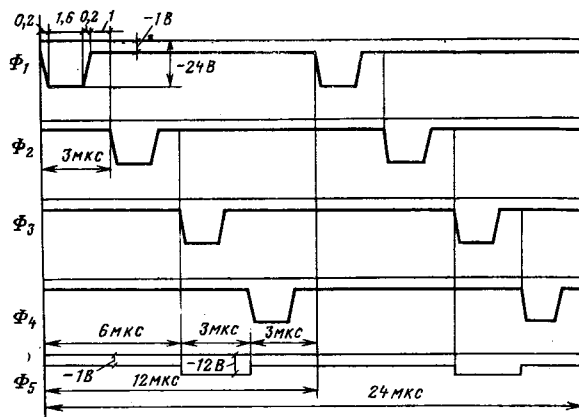


Рис. 2.

межуточных результатов при программировании и т. д. К тому же с ростом порядка системного метода затраты машинного времени не убывают в обратной пропорции, как этого следовало бы ожидать.

**Выводы.** 1. Сочетание свойств рекуррентности и системности позволяет значительно уменьшить время машинного анализа нелинейной цепи по отношению к системным алгоритмам [Л. 4]. Это объясняется оптимальной организацией вычислительного процесса, когда все предыдущие вычисления не отбрасываются, а уточняются.

2. Достигнутые результаты [Л. 3] по программированию системных методов без каких-либо затруднений используются при реализации на ЦВМ рекуррентных вычислительных формул (3). Более того, указанная в [Л. 3] формализация выбора численного метода решения исходной задачи несколько дополняется.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Советское радио, 1976, 476 с.
2. Табарный В. Г., Василюк В. Е., Коляда Ю. В. Некоторые методы численного интегрирования и их применение к машинному анализу нелинейных схем. — Теоретическая электротехника. — Изд-ние Львовского университета, 1972, вып. 14, с. 57—65.
3. Демирчян К. С., Волков В. М., Карташев Е. Н. Сравнительный анализ методов численного интегрирования при расчете переходных процессов в электрических цепях. — Электричество, 1976, № 9, с. 47—51.
4. Ракитский Ю. В. Новые численные методы решения систем обыкновенных и разностных уравнений. — Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1973, № 332, с. 88—97.
5. Котелевский А. Н. Рекуррентные методы типа Рунге—Кутты численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. — Тр. семинара «Основные и типовые программы для вычислительных машин и систем». — Киев: Изд-ние АН УССР, 1969, вып. 2, с. 37—47.
6. Коляда Ю. В., Сигорский В. П. Вычисление матричной экспоненты. — Автоматизация проектирования в электронике. — Киев: Техника, 1975, вып. 12, с. 50—52.
7. Коляда Ю. В., Сигорский В. П. Методы численного анализа математических моделей электронных цепей в статическом режиме. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1975, вып. 18, № 6, с. 50—59.

[16.05.77]

## ХЕРПИ М. АНАЛОГОВЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СХЕМЫ. ОПЕРАЦИОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ И АНАЛОГОВЫЕ УМНОЖИТЕЛИ. — Будапешт: Изд. Венгерской Академии наук, 1980. — 479 с.

Вышедшая в Венгрии монография Миклоша Херпи по операционным усилителям и аналоговым умножителям в интегральном исполнении является преобразованным вариантом его же книги, изданной в 1974 г. на венгерском языке. Последний вариант, изданный Венгерской Академией наук на английском языке, представляет фундаментальный труд и содержит 9 основных разделов (включая предисловие и введение), библиографию (зарубежных источников) и перечень используемых терминов.

Во введении автор справедливо отмечает, что монолитные интегральные аналоговые схемы в последние годы развиваются столь быстро, что литература едва ли может поспеть за ними, и инженер, ищущий решения поставленной перед ним задачи на современном уровне, вынужден обращаться непосредственно к фирменным материалам-инструкциям и спецификациям. Эти материалы, естественно, ориентированы на типовые решения, используемые в товарной продукции, и едва ли ими можно удовлетворить запросы индивидуальной творческой активности дизайнера.

По замыслу автора книга предназначена для удовлетворения именно таких запросов. В книге дается детальный обзор блоков, из которых строится интегральная схема. Описана внутренняя структура операционных усилителей и аналоговых умножителей. Даны общие методы анализа и практического проектирования подобных схем. Оригинальные материалы связаны с опытом работы автора в исследовательском институте телекоммуникации. Будучи лектором ряда учебных заведений, автор накопил определенный методический опыт и использовал его в построении книг в целях лучшего усвоения материала читателями. Так, автор считает, что включенные в его книгу некоторые классические примеры, которые по стандартам сегодняшнего дня могут показаться старомодными, являются в методическом плане необходимым базисом для последующего освоения как новичками, так и опытными читателями, новых подходов, диктуемых динамикой развития рассматриваемой области техники.

К словам автора по замыслу книг в целом следует добавить, что актуальность темы также не вызывает сомнения. Действительно, применение схемотехниками балансных схем, а технологами — монолитного их исполнения обеспечило естественное и стабильное согласование параметров каналов, существенно повысило точность аналоговых схем, сохранив им конкурентоспособность в необходимых случаях (например, в терминалах) по отношению к цифровой технике.

Технологический раздел ориентирован на типовую технологию изготовления таких элементов как транзисторы *pnp*, *npn* и полевые транзисторы, резисторы, конденсаторы и диоды. Изложен этот раздел достаточно кратко, но наглядно, с привлечением эквивалентных схем, поясняющих физику явлений. Обсуждаются вопросы совместимости биполярных транзисторов и транзисторов других типов, а также комплементарные структуры. Упоминается ионная плантация и гибридная мозаичная технология.

Анализ трансформаторных схем (третий раздел) уже относится к основному материалу книги. Он проведен на основе общей теории четырехполюсников с привлечением эквивалентных схем замещения. Рассмотрены условия возникновения и методы расчета температурного дрейфа транзисторов. Составлены модели генераторов шумов. Расчетные материалы сведены в удобные для обозрения таблицы.

Далее автор переходит к анализу блоков для формирования линейных интегральных схем. В этот раздел включены усилители Дарлингтона, дифференциальные усилители, композиционные (спаренные) схемы транзисторов, обеспечивающие повышение активных и параметрических свойств схем, таких как низкий коэффициент усиления по току и др. Дан анализ переходных характеристик усилителей. Рассмотрены генераторы тока, силовые выходные каскады. Представляет интерес

работа усилителей на малых сигналах, а также исследование температурного дрейфа и шумов.

В пятом разделе, посвященном операционным усилителям в интегральном исполнении, дан разбор до двух десятков типовых моделей США, а также обращено внимание на некоторые общие вопросы синтеза и настройки схем, а именно, установку рабочей точки, компенсацию самовозбуждения, выбор параметров.

Применение операционных усилителей иллюстрируется в шестом разделе на большом количестве интегральных схем. В их число входят: реверсирующие и неинвертирующие усилители с обратной связью, с анализом источников их погрешностей, дифференциальные усилители, суммирующие усилители, усилители переменного напряжения, генераторы тока одно- и двухфазные, интеграторы, схемы, фиксирующие мгновенные значения в заданные моменты времени, дифференциаторы, усилители с логарифмическими и экспоненциальными характеристиками, компараторы, различного рода выпрямители, в том числе типовые и работающие по среднеквадратическим значениям. Описаны генераторы синусоидальных колебаний и периодических процессов сложной формы колебаний, а также преобразователи температуры в ток. Даны примеры использования экспоненциально-нелинейных полупроводниковых триодов в схемах функционального преобразования. Дано много примеров, практически поясняющих синтез рассматриваемых устройств.

В седьмом разделе книги значительное внимание уделено активным RC-фильтрам. Существенная часть раздела посвящена исследованию основных передаточных функций фильтров низких и высоких частот до третьего порядка включительно и полосового фильтра с уравнением 2-го порядка. Описана реализация таких фильтров на основе дифференциальных операционных усилителей с положительным и отрицательным коэффициентами усиления. Приведены примеры расчета фильтров Баттерворта, Чебышева, Томпсона и Кауэра с помощью таблиц нормированных частотных характеристик. Даны также функции чувствительности и правила настройки.

Аналоговые умножители в интегральном исполнении (восьмой раздел) также рассмотрены достаточно детально с иллюстрацией их свойств на ряде типовых коммерческих моделей США. Кроме этих примеров, обращено внимание также на влияние неточности задания масштабных коэффициентов, на условия компенсации погрешностей и другие общие вопросы построения и эксплуатации умножителей.

На базе блоков умножения и в интегральном исполнении можно составить ряд функциональных схем. Автор описывает схемы деления, возведения в квадрат, извлечения корня квадратного, генерирования сложных кривых, выпрямления и модуляции. Рассмотрен также широкополосный усилитель с линейно-управляемым коэффициентом усиления.

Проведенный обзор материала по разделам показывает, что книга будет полезна широкому кругу читателей, не знакомых с линейными (аналоговыми) интегральными схемами. Книга знакомит читателей с технологией, схемотехникой элементов, блоков и конкретных схем. Каждый раздел снабжен расчетным примером и во многих случаях классификационными и расчетными таблицами. Принятые автором общедоступные обозначения облегчают ее чтение. Главными достоинствами книги являются: конкретный подход к проблеме, методическая обработка материала, а также блестящее качество издания, что особенно полезно для обучения.

Для сформировавшегося специалиста по электронным схемам эта книга также будет полезной в области многих интегральных схем в сочетании с дополнительной литературой с более широким освещением анализа погрешностей и самых последних достижений интегральной техники.

ШАТАЛОВ А. С., доктор техн. наук

## XVI Всесоюзное совещание «Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники»

(19—21 ноября 1979 г.)

Москва

В работе совещания, созванного Национальным комитетом СССР по автоматическому управлению и Институтом проблем управления, приняло участие более 500 представителей научных учреждений, предприятий и вузов страны. Было прочитано и обсуждено 148 докладов.

На пленарных заседаниях были сделаны обзорные доклады по ряду важных направлений развития магнитной техники. М. А. Розенблат, рассматривая современное состояние отечественной и зарубежной магнитной техники, выделил в качестве основных направления, связанные с интегрализацией (функциональной, физической и технологической) магнитной техники, с созданием новых материалов (малошумящих магнитных сплавов, материалов для магнитной записи, тонких магнитных пленок для доменных и магнитооптических устройств и приборов и др.) и с созданием запоминающих устройств (ЗУ). Особый интерес в настоящее время проявляется к запоминающим устройствам, носителями информации, в которых являются отдельные подвижные магнитные домены и даже физическое состояние (структура) их стенки. При микронных и субмикронных размерах доменов плотность размещения информации достигает  $10^7$  бит/см<sup>2</sup> и более при удельной стоимости, меньшей стоимости полупроводниковых ЗУ. Дальнейшее повышение плотности записи и экономичности доменных устройств возможно за счет использования одного уровня фотолитографии при изготовлении, использования состояния доменной стенки в качестве носителя информации, применения новых типов управляющих структур, управления продвижением доменов током в тонкопленочных проводниках, наносимых на носители доменов методом фотолитографии, создания устойчивых доменных структур без постоянного поля смещения, использования всего поля исходного кристалла. Многообещающим для построения быстродействующих интегральных запоминающих и логических устройств является использование сверхпроводящего эффекта Джозефсона.

Современному представлению с магнетизме материалов, применяемых в электронике, был посвящен доклад Е. И. Кондорского, который рассмотрел причины существования ферромагнетизма в металлах, окислах и порошках и возможность использования ряда физических явлений для дальнейшего усовершенствования магнитной техники.

В обзоре по элементной базе устройств внутренней памяти ЭВМ А. А. Крупский наибольшее внимание уделил особенностям отечественной вычислительной техники. Отметив, что основными видами элементов памяти в настоящее время являются полупроводниковые интегральные схемы и миниатюрные ферритовые сердечники, он указал на области целесообразного использования магнитных элементов различных типов, где они будут иметь несомненные преимущества перед полупроводниковыми, в частности, для построения ЗУ повышенной надежности при различных внешних воздействиях, ЗУ, обеспечивающих сохранность информации без потребления энергии и др.

Работа совещания протекала в пяти секциях.

На секции «Доменные и магнитооптические запоминающие устройства» большое внимание привлекли доклады, посвященные построению и применению устройств памяти на подвижных цилиндрических магнитных доменах, оптимизации параметров отдельных элементов и методам повышения плотности записи информации, повышению быстродействия и работоспособности этих устройств. Основными направлениями применения доменной памяти в микро-ЭВМ можно считать ее применение в качестве внешней памяти, расширителя оперативного ЗУ и управляющей памяти, совмещенной с памятью данных (Б. Н. Наумов, В. К. Раев, Г. И. Маркаров).

Повышение быстродействия устройств на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) возможно как посредством оптимизации их структуры (В. И. Потапов и др., Н. Л. Прохоров и др.), так и при помощи выбора эффективных алгоритмов обмена между различными уровнями памяти и выборки информации (М. А. Розенблат, А. А. Рубчинский).

Новые перспективные материалы с микронными и субмикронными размерами доменов, которые позволят значительно увеличить плотность записи информации, созданы, например, на основе галлий-замещенных феррит-гранатов с небольшим содержанием висмута и самария (А. В. Антонов и др.); создание пленок с высокой контрастностью доменных конфигураций достигается применением растворителя, обеспечивающего внедрение диамагнитного висмута в состав пленки (Л. И. Кошкин и Ю. Н. Зубков). Рассматривались магнитооптические и рентгенографические методы выявления слоистости в гранатовых пленках (И. Г. Аваева и др.). При использовании пленок в ЦМД-устройствах важной характеристикой является температурная зависимость магнитной анизотропии и коэрцитивной силы, исследованию которой в гранатовых пленках был посвящен доклад В. А. Яценко, В. А. Бокова и др.), а в аморфных — В. Ф. Бочкарева и др.

Вопросы динамики доменных стенок в феррит-гранатовых пленках и методы экспериментального исследования их подвижности по-прежнему являются весьма актуальными (П. Д. Ким, и др.; В. Г. Клепарский; С. Е. Юрченко; Л. П. Иванова и др.). При исследовании влияния на динамику было установлено, что скорость доменных стенок в области насыщения не зависит от намагниченности пленок и их толщины и обратно пропорциональна корню квадратному из константы одноосной анизотропии; увеличение параметра затухания материала приводит к росту скорости доменной границы в области насыщения.

Интерес вызвали вопросы оптимального конструирования и выбора параметров управляющих элементов для памяти на ЦМД большой емкости (Е. И. Ильяшенко и др. А. М. Романов и др.). Для этой же цели предложены методы математического моделирования взаимодействия ЦМД и металлических управляющих элементов (О. А. Цыганков; С. Н. Смирнов).

Значительно продвинулись работы по запоминающим устройствам на плоских магнитных доменах (ПМД), их технологии и усовершенствованию структур (Н. П. Васильева; А. С. Аливала и др., А. Г. Езупов и др.), материалам для ПМД-устройств (Н. Г. Решетникова и др.), вопросам работоспособности низкокоэрцитивных каналов и стабильности плоского магнитного домена. Интерес вызвало сообщение В. С. Семенова, показавшего, что для толстых пленок неправомерна одномерная модель стенки Блоха.

Большая группа докладов на этой секции была посвящена различным аспектам исследований и разработки класса запоминающих устройств с носителями информации в виде неподвижных магнитных доменов, в которых терромагнитная запись информации осуществляется световым (лазерным) лучом и используются магнитооптические методы считывания. Рассматривались процессы терромагнитной записи под действием света без теплового воздействия (Г. А. Говор и др.), режимы терромагнитной регистрации голограмм (Б. М. Абакумов и др.), записанных в отсутствие внешнего магнитного поля и при наличии его; указывается, что с введением малых добавок Вi в аморфных пленках Gd—Fe происходит усиление магнитооптических эффектов (Г. Ф. Долидзе и др.) А. Я. Червоненкис и др. предложили графо-аналитический метод оптимизации составов активной среды (различных классов материалов либо различных концентраций ингредиентов в сплош-

пом ряде твердых растворов) для пленок  $\text{Bi}$ -содержащих гранатов.

Секция «Запоминающие устройства» включала доклады по ЗУ на ферритовых сердечниках, тонких магнитных пленках и по цифровым магнитным устройствам и элементам. Рассматривались вопросы формирования полей из кольцевых микросердечников, их прошивки и контроля (С. С. Абатугов и др., П. П. Мяконосов и др.), влияния режимов работы на характеристики цилиндрических магнитных пленок и методы проверки их работоспособности (Э. Р. Пилипосян и др.). Методы математического моделирования для анализа работоспособности МОЗУ содержались в докладах Е. Е. Завьялова и др., Ю. В. Дроботова и др., А. О. Тимофеева и др.

Интерес вызвало сообщение об автоматизированном изготовлении обмоток магнитных логических элементов на кольцевых сердечниках  $K2 \times 1,4 \times 1$  и изготовлении платы с 80 сердечниками (В. М. Зуев, Т. К. Кракау, К. И. Смирнов).

В секции «Магнитная запись» рассматривались физические аспекты магнитной записи и разработки магнитных материалов для устройств магнитной записи (Л. К. Сафронов и В. А. Слаев, Т. Г. Дзагурова и др.). Разработаны алгоритмы моделирования и анализа цифровой магнитной записи с возможностью изменения функции анализа и увеличения их программы в зависимости от способа записи (Б. Я. Лихтчиндер и др.), методы повышения эффективности магнитной записи на основе  $p$ -кодов Фибоначчи (А. П. Стахов и др.). Вызвали интерес железо-алюминий-кремниевые сплавы для магнитных головок с добавками карбида титана, для которых характерна сильно измельченная структура и высокая износостойчивость (В. К. Григорович и др.).

Проблемы технической реализации барабанных и дисковых запоминающих устройств современных вычислительных машин обсуждались в докладах С. К. Каушиниса, А. С. Валиса и др.

Широкий круг магнитных аналоговых элементов и устройств был предметом обсуждения на секции «Магнитные измерительные, функциональные и силовые преобразователи». Большое внимание уделялось использованию новых физических явлений для построения преобразователей. Режим безгистерезисного намагничивания использовался для повышения чувствительности магнитных модуляторов и построенных на их основе датчиков (П. П. Вороничев; В. И. Лачин и др., В. М. Бладыко и др., В. Г. Гусев и др.). Эффект Баркгаузена применен для измерения скоростей вращения (Ю. М. Мерзляков и др.) и для преобразования измеряемой величины в цифровой код (А. А. Штин и Г. В. Ломаев). Магнитооптические эффекты и магнитодиодные преобразователи были рассмотрены в докладах М. Ф. Зарипова и др. Значительное повышение чувствительности квантовых датчиков магнитного потока ( $<10^{-16}$  Вб) и полей  $<10^{-12}$  Т достигнуто путем использования фазового метода съема информации на основе сверхпроводящего эффекта Джозефсона получено С. А. Белоноговым. Системы управления с терромагнитными элементами и их особенности были исследованы И. Ю. Петровой и др.

Ряд докладов содержал результаты теоретического и экспериментального исследования силовых магнитных элементов: устройств для управления вентильными преобразователями (Ю. В. Лобанов и др.), регулируемых источников постоянного тока (В. П. Обрусник и А. Д. Силкин), регулятор напряжения с промежуточным повышением частоты (Б. И. Коналов), автотрансформаторных преобразователей числа фаз (Р. А. Ахмеров и Т. И. Попова) и др.

На секции «Магнитные материалы, сердечники, магнитные измерения, процессы перемангничивания» большое внимание было уделено разработкам новых и усовершенствованных магнитных сплавов и пленок: магнитно-мягкого сплава 82 НМП (Т. И. Щербакова и др.) с высокой степенью прямоугольности петли гистерезиса и малым значением коэрцитивной силы (0,015 Э при толщине ленты 0,02 мк), сплава 50НП в микронных толщинах (В. Н. Веселкова и др.), сплавов с малой остаточной индукцией и перетянутой петлей гистерезиса (А. И. Зусман и З. М. Истратова), двухфазных магнитных материалов со смещенной частной петлей гистерезиса и воз-

можностях их применения в магнитных элементах, (например, в датчиках импульсов) (Б. В. Мологилев, В. В. Соснин и др.), аморфных сплавов (И. М. Пузей, Ю. А. Грацианоз и др.). Аморфные сплавы, имеющие высокие значения индукции насыщения, большую магнитную проницаемость и малые потери, найдут применение в головках для магнитной записи, в высокочастотных линиях задержки и многих других магнитных элементах как заменители пермаллоя и др.

Вопросы метрологии освещались в докладах А. В. Трушкова, Е. Ф. Бережнова и В. Д. Шашко и др. Рассматривались автоматы высокой производительности разбраковки сердечников разных типов.

Группа докладов была посвящена исследованию процессов перемангничивания. Рассматривались результаты применения магнитооптического метода исследования (А. Г. Шишков и др.), применения режима сползания для уменьшения низкочастотных магнитных шумов магнитных пленок (А. С. Абрамов и В. Э. Осуховский). В результате исследования внутреннего поля, возникающего при импульсном перемангничивании полукристаллических ферритов, О. С. Колотовым были объяснены наблюдаемые эффекты последствий. Физические и математические модели процессов перемангничивания были рассмотрены А. К. Малиной и др., Ю. М. Шамаевым и др., П. И. Бородай и др. при расчете процессов перемангничивания учитывали одновременно влияние вязкости и вихревых токов.

На заключительном пленарном заседании председатели секций Е. И. Ильяшенко, В. В. Бардиг, В. Г. Корольков, М. Ф. Зарипов и А. И. Пирогов подвели итоги работы секций. Было отмечено, что содержание докладов настоящего совещания свидетельствует о непрекращающемся развитии магнитной техники. В решении совещания были зафиксированы основные научные проблемы, имеющие большое значение для дальнейшего развития магнитной техники. К таким проблемам могут быть отнесены следующие:

создание более совершенных магнитных материалов с улучшенными и особыми физическими свойствами, в том числе с асимметричной петлей гистерезиса, с большим отношением поля трогания к коэрцитивной силе, с многими устойчивыми магнитными состояниями, с повышенными магнитно-упругими, терромагнитными, гальвано-магнитными и магнито-оптическими свойствами; магнитно-изотропных лент; перспективных аморфных магнитных сплавов с различными физическими свойствами;

создание более совершенных тонких пленок — носителей цилиндрических магнитных доменов, в том числе пленок с повышенными магнитооптическими свойствами для построения массовых доменных и магнитооптических запоминающих устройств;

разработка эффективных структур и элементов доменных запоминающих устройств, обладающих повышенными значениями плотности хранения информации, быстродействия и надежности;

повышение быстродействия и емкости, улучшение технологичности и снижение стоимости магнитных носителей информации (дисков, ленты и т. д.);

развитие современных методов массового производства и контроля магнитных сердечников, элементов и комплексных устройств, в первую очередь, запоминающих устройств, в том числе на ЦМД и ПМД с целью снижения их стоимости, повышения надежности и однородности характеристик;

совместное использование магнитных и полупроводниковых элементов, а также ферромагнитных явлений и других магнитных эффектов, например, гальвано-магнитных, магнитно-упругих, терромагнитных и магнитооптических, для построения новых эффективных технических средств автоматики и вычислительной техники, в том числе запоминающих устройств очень большой емкости;

разработка оптимальных методов структурной интеграции силовых магнитных элементов, основанной на использовании одних и тех же сердечников и обмоток для реализации различных функций и позволяющей значительно расширить функциональные возможности, уменьшить габариты и стоимость и повысить надежность элементов.

РОЗЕНБЛАТ М. А., доктор техн. наук, СУББОТИНА Г. В., канд. техн. наук

## ПЕТР АФАНАСЬЕВИЧ ИОНКИН

11 июля с. г. на 74 году жизни скоропостижно скончался один из крупнейших специалистов в области теоретических основ электротехники и электрофизики, лауреат Государственной премии СССР, член КПСС, доктор технических наук, профессор Петр Афанасьевич Ионкин.

Инженерная и педагогическая деятельность П. А. Ионкина началась в 1930 г. Окончив электротехнический факультет Московского института народного хозяйства, Петр Афанасьевич начал работать на Московском трансформаторном заводе и одновременно преподавал в различных высших учебных заведениях Москвы. С Московским энергетическим институтом связано почти 40 лет творческой жизни П. А. Ионкина. Здесь на кафедре теоретических основ электротехники, возглавляемой до 1952 г. К. А. Кругом, он начал работать в 1938 г.

Десять лет П. А. Ионкин вел обширную научную работу по различным вопросам теоретической электротехники. В 1941 г. он защитил кандидатскую диссертацию, в этом же году ему было присвоено ученое звание доцента.

В 140 научных трудах П. А. Ионкина основное место занимают проблемы расчета сложных электрических цепей, в том числе учитывающих магнитную связь, преобразования пассивных и активных многополюсников. Цикл работ по методам расчета нелинейных цепей завершился успешной защитой в 1958 г. докторской диссертации. Основное место в статьях и монографиях П. А. Ионкина в последние годы занимали основы топологии, теории графов, а также их применение для анализа и синтеза цепей с электронными узлами и элементами.

Большой опыт преподавания теоретических основ электротехники позволил ему стать соавтором и одним из инициаторов создания коллективного учебника по курсу ТОЭ, вышедшего в 1952 г., затем неоднократно переизданного и переведенного на английский язык.

По инициативе П. А. Ионкина в МЭИ была открыта новая специальность «Инженерная электрофизика» и под его руководством организована одноименная кафедра. С 1961 г. он заведовал сначала кафедрой инженерной



электрофизики, а с 1972 г. до последнего дня жизни объединенной кафедрой теоретических основ электротехники и электрофизики.

П. А. Ионкин много занимался редактированием переведенных книг по топологии, теории графов, структурным числам и их применению для анализа и синтеза цепей с электронными узлами и элементами. С целью популяризации указанных вопросов им в журнале «Электричество» была опубликована серия статей по расчету электрических цепей с помощью топологических методов и теории графов, а также читались циклы лекций по этим темам для преподавателей, аспирантов и студентов.

Постановке высшего заочного образования по курсам теоретических основ электротехники и общей электротехники П. А. Ионкин посвятил около тридцати лет. В 1954—1961 гг. он успешно руководил кафедрой ТОЭ и ТВН во Всесоюзном заочном политехническом институте. Его перу принадлежит большое количество методических и учебных пособий для заочников, одним из которых явился «Сборник типовых задач и примеров».

В 1965 г. коллектив авторов под руководством и при непосредственном

участии П. А. Ионкина выпустил в свет в издательстве «Высшая школа» новый учебник по теоретическим основам электротехники для дневных, заочных и вечерних высших электротехнических учебных заведений. Второе издание этого учебника, вышедшего в свет в 1976 г., было удостоено в 1979 г. Государственной премии СССР.

Научную и педагогическую деятельность П. А. Ионкин успешно сочетал с большой методической, административной и учебно-воспитательной работой сначала в качестве заместителя декана общетехнического и энергетического факультетов, а затем и. о. декана электро-энергетического факультета, заместителя и начальника учебного управления МЭИ. В 1958—1963 гг. П. А. Ионкин успешно работал сначала заместителем директора, затем проректором института по учебной работе, а в 1965—1970 гг. — проректором института по научной работе. В результате свыше двадцати работ, опубликованных П. А. Ионкиным, посвящены научно-методическим вопросам, связанным с улучшением учебной, воспитательной и методической работы высшей школы.

Многогранна общественно-политическая деятельность П. А. Ионкина. Она включает разработку предложений по улучшению высшего образования, активное участие в работе в качестве члена электротехнической и энергетической секции объединенного Научно-технического Совета МВ и ССО СССР и РСФСР, председателя Научно-методического Совета по теоретической электротехнике и инженерной электрофизике МВ и ССО СССР, члена экспертной комиссии ВАК, члена и председателя специализированных советов по присуждению ученых степеней.

За безупречную и многолетнюю работу в высшей школе П. А. Ионкин награжден орденом Октябрьской революции, двумя орденами Трудового Красного Знамени и медалями, а также Почетными грамотами Президиума Верховного Совета РСФСР и Чувашской АССР. В 1969 г. ему присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Светлая память о талантливом ученом, выдающемся педагоге и прекрасном человеке будет жить в сердцах его учеников, коллег, друзей.

Группа товарищей и учеников



**ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ МЕШКОВ**

20 мая с. г. на 77-м году жизни скончался один из основоположников советской светотехнической науки, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, доктор технических наук, профессор Владимир Васильевич Мешков.

В. В. Мешков начал трудовую деятельность с 1925 г. после окончания Института народного хозяйства имени Г. В. Плеханова. С 1934 г. он преподавал в МЭИ, где содействовал организации электрофизического факультета (ныне факультет электронной техники). С 1947 по 1975 гг. Владимир Васильевич — заведующий кафедрой светотехники МЭИ, многие годы он был деканом факультета, проректором МЭИ по научной работе.

В. В. Мешков принял самое активное участие в становлении системы советского светотехнического образования, оказал заметное влияние на формирование всех кафедр светотехники нашей страны. Многие из его учеников руководят в настоящее время крупными научными и производственными коллективами. При подготовке специалистов высшей квалификации В. В. Мешков одновременно формировал направления многих научных исследований, активно участвовал в становлении научных и инженерных коллективов.

Для В. В. Мешкова, ученого с мировым именем, всегда были характерны глубокое и активное проникновение в сущность явления, эрудиция — качества, необходимые для развития свето-



технической науки, находящейся на стыке современной физики и физиологии, техники и психологии.

Плодотворные научные исследования В. В. Мешкова, его преподавательская деятельность нашли отражение в многочисленных публикациях. Им опубликовано более 100 научных работ по актуальным проблемам светотехники и образования, учебные пособия и моно-

графии. Особое место занимают «Осветительные установки» и «Основы светотехники», ставшие действительно настольными книгами отечественных и зарубежных светотехников. Многогранна была общественно-научная деятельность В. В. Мешкова. Его участие во многих научно-технических и ученых советах, а также в ряде комиссий ГКНТ СССР во многом способствовало формированию и развитию отечественной светотехники. Многие годы В. В. Мешков был главным редактором журнала «Светотехника», входил в редакционную коллегию журнала «Электричество», как член национального комитета международной комиссии по освещению он оказывал большую помощь развитию светотехники в социалистических странах.

Многолетняя научная, педагогическая и общественная работа профессора В. В. Мешкова отмечена почетным званием заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, орденом Ленина, двумя орденами «Трудового Красного Знамени», орденом «Знак Почета» и медалями.

Владимира Васильевича Мешкова мы знали как выдающегося ученого, требовательного и доброго педагога, обаятельного и исключительно отзывчивого человека. Светлая память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей, коллег, учеников, редакция и редколлегия журнала «Электричество»

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора),  
Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А.,  
Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А.,  
Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М.,  
Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 15.08.80

Подписано в печать 25.09.80

Т-17809

Формат 60 × 90/8

Печать высокая

Усл. печ. л. 10,0

Уч.-изд. л. 12,37

Тираж 7617 экз. Заказ 731

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

# СОДЕРЖАНИЕ

Веников В. А., Ефремов И. С., Копылов И. П. — Развитие электроэнергетики и электромеханики в Московском энергетическом институте . . . . .	1
Совалов С. А., Баринов В. А. — Математические модели установившихся режимов электроэнергетических систем . . . . .	11
Хуторецкий Г. М., Городецкий В. В., Зубков Ю. С. — Особенности разработки системы автоматизированного проектирования крупных электрических машин . . . . .	18
Кицис С. И. — Переходные процессы в асинхронном самовозбуждающемся генераторе при внезапном трехфазном коротком замыкании . . . . .	23
Черновец А. К., Меркурьев Г. В., Солоненкин А. А., Гольдмани Д. — Быстродействие и селективность выявления потери возбуждения мощных турбогенераторов . . . . .	29
Иерусалимов М. Е., Ильенко О. С. — Математическая модель процессов абсорбции в неоднородной изоляции . . . . .	36
Данилевич О. И. — Анализ электромагнитных процессов в однофазном одноконтурном выпрямителе . . . . .	41
Багинский Л. В. — К анализу переходных процессов в глубоконасыщенных трансформаторах тока при активной нагрузке . . . . .	47
Татур Т. А., Ванслова Г. А., Судаев А. И., Турук В. К. — Электрические волны в мелкослойных цилиндрических средах . . . . .	51

## СООБЩЕНИЯ

Хачатрян В. С., Балабекян М. А. — К теории оптимизации режимов больших электроэнергетических систем . . . . .	55
Меерович Э. А., Чальян К. М. — Экранирующий эффект в системах мощных трехфазных токопроводов при различных схемах соединения экранов . . . . .	58
Корхин А. С. — Инженерный метод идентификации объектов с запаздыванием . . . . .	61
Мусин А. К., Тимофеева Г. Г. — Деионизация разреженной плазмы во внешнем электрическом поле в секционированных газоразрядных приборах низкого давления . . . . .	64
Товмасян Н. Е., Мирзабекян Ж. М. — Определение электрических потенциалов и емкости двух изолированных цилиндрических проводников . . . . .	66
Бондаренко А. В. — К определению градиента квадрата функции интегральной чувствительности цепи . . . . .	69
Сигорский В. П., Коляда Ю. В. — Рекуррентные системные методы численного расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях . . . . .	72
БИБЛИОГРАФИЯ . . . . .	74
ХРОНИКА . . . . .	75

# CONTENTS

The Development of Power Engineering and Electromechanics at the Moscow Power Institute — V. A. Venikov, I. S. Yefremov, I. P. Kopilov . . . . .	1
Mathematical Models for Power Systems in the Steady State — S. A. Sovalov, V. A. Barinov . . . . .	11
Special Features in Developing a System for Automatic Design of Large Electric Machines — G. M. Khutoretski, V. V. Gorodetski, U. S. Zubkov . . . . .	18
Three-Phase Fault Transients on an Asynchronous Self-Excited Generator — S. I. Kitsis . . . . .	23
Speed of Response and Selectivity in Determining Loss of Field Conditions in Large Turbo-Generators — A. K. Chernovets, G. V. Mercuriev, A. A. Solonenkin, D. Goldmann . . . . .	29
A Mathematical Model for Absorption Processes in Nonhomogenous Insulation — M. E. Yerusalimov, O. S. Ilyenko . . . . .	36
Analysis of Electromagnetic Processes in a Single-Phase Half-Wave Rectifier — O. I. Danilevitch . . . . .	41
On Analysis of Transients in Highly Saturated Current Transformers With a Resistance Burden — L. V. Baginski . . . . .	47
Electric Waves in Thin Layered Cylindrical Media — T. A. Tatur, G. A. Vanslova, A. I. Sudayev, V. K. Turuk . . . . .	51

## REPORTS

On the Theory of Optimum Operation of Large Electric Power Systems — V. S. Khatchatrian, M. A. Balabekian . . . . .	55
The Screening Effect in Systems of Large Three-Phase Current Carrying Conductors for Different Connection Schemes of the Screens — E. A. Meyerovitch, K. M. Chalian . . . . .	58
A Practical Method for Identifying Objects With a Time Delay — A. S. Korhkhin . . . . .	61
Deionization of Discharged Plasma in an External Electric Field in Sectionalized Low Pressure Gas Discharge Apparatus — A. K. Musin, G. G. Timofeyev . . . . .	64
Determining Electric Potentials and Capacitances of Two Insulated Cylindrical Conductors — N. E. Tovmasian, J. M. Mirzabekian . . . . .	66
On Determining the Gradient of the Square of the Integral Sensitivity Function for a Circuit — A. V. Bondarenko . . . . .	69
Recursive System Methods for Numerical Calculation of Transients in Non-Linear Circuits — V. P. Sigorski U. V. Koljada . . . . .	72
BIBLIOGRAPHY . . . . .	74
CHRONICLE . . . . .	75

## РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.001.57

Математические модели установившихся режимов электроэнергетических систем. Савалов С. А., Баринов В. А. — «Электричество», 1980, № 10.

Рассмотрены общие уравнения установившихся режимов электроэнергетических систем с учетом уравнений стационарного состояния синхронных и асинхронных машин и систем автоматического регулирования возбуждения и скорости генераторов. Выявлены условия применимости моделей, получаемых в результате введения дополнительных ограничений в том числе и модели потокораспределения для определения установившихся режимов электроэнергетических систем. Установлена связь областей физической реализуемости режимов, соответствующих математическим моделям при наличии и отсутствии шин неизменного напряжения и частоты. Библ. 16.

УДК 621.313.001.2

Особенности разработки системы автоматизированного проектирования крупных электрических машин. Хуторецкий Г. М., Зубов Ю. С., Городецкий В. В. — «Электричество», 1980, № 10.

Дается обзор современных требований к структуре, целям и средствам систем автоматизированного проектирования (САПР) применительно к условиям работы проектных подразделений электромашиностроительного предприятия с мелкосерийным и единичным производством. Показано, что внедрению оптимального проектирования должны предшествовать автоматизация выпуска рабочих чертежей и уточнение расчетно-теоретической базы. Делается вывод, что особенности проектирования для мелкосерийного электромашиностроительного производства требуют существенной переработки нормативной методологии САПР. Предлагается последовательность этапов построения САПР на базе современной теории управления. Библ. 6.

УДК 621.313.332.064.1.018.782.3.001.24

Переходные процессы в асинхронном самовозбуждающемся генераторе при внезапном трехфазном коротком замыкании. Кисис С. И. — «Электричество», 1980, № 10.

Получены соотношения для расчета текущих значений показателей затухания, угловых частот и амплитуд отдельных составляющих токов в статоре и роторе, модулей и аргументов (фаз) результирующих изображающих комплексов, а также мгновенных значений реальных токов в фазах, электромагнитного момента и потокосцеплений обмоток асинхронного самовозбуждающегося генератора. Библ. 8.

УДК 621.313.322—81.013.8.001.57

Быстродействие и селективность выявления потери возбуждения мощных турбогенераторов. Черновец А. К., Меркурьев Г. В., Солоненкин А. А., Гольдманн Д. — «Электричество», 1980, № 10.

Дан анализ быстродействия и селективности применяемых типов устройств выявления асинхронного режима турбогенератора; при этом использована математическая модель турбогенератора и элементов электрической системы. Библ. 13.

УДК 621.313/314.048.019.9

Математическая модель процессов абсорбции в неоднородной изоляции. Иерусалимов М. Е., Ильенко О. С. — «Электричество», 1980, № 10.

Разработана математическая модель процессов абсорбции для общего случая неоднородной изотропной изоляции. Показано, что ток абсорбции и скорость его спада позволяют получить информацию не только об интегральном состоянии изоляции, но и о локальном его изменении. Установлена целесообразность применения двухмерных и трехмерных эквивалентных схем замещения неоднородной изоляции для моделирования процессов абсорбции. Анализ процессов в прогнессивной двухслойной изоляции позволил теоретически обосновать экспериментальную формулу Кюри и установить связь коэффициентов этой формулы с параметрами изоляции. Библ. 6.

УДК 621.314.6.001.24

Анализ электромагнитных процессов в однофазном одноконтурном выпрямителе. Данилевич О. И. — «Электричество», 1980, № 10. Показано, что общепринятые представления об электромагнитных процессах в однофазном одноконтурном выпрямителе не согласуются с законом сохранения энергии. Исходя из действительной картины процессов в выпрямителе, получены выражения, позволяющие с достаточной для практических целей точностью определить параметры выпрямителя. Библ. 9.

УДК 621.314.652.2.001.57

Упрощенная импульсная модель вентиляльного преобразователя. Файнштейн Э. Г., Файнштейн В. Г. — «Электричество», 1980, № 10.

При использовании в качестве характеристики режима вентиляльного преобразователя среднего значения выпрямленного тока на интервале повторения вычислений и выборе в качестве этого интервала постоянного промежутка времени, кратного длительности интервала между моментами естественного зажигания вентилей, на основе Д-преобразования Лапласа разработана импульсная модель.

Модель позволяет осуществлять анализ и синтез импульсного цифрового устройства управления и расчет переходных процессов в вентиляльном преобразователе при произвольном характере изменения его режимных параметров. Приведены иллюстрирующие примеры. Библ. 11.

УДК 621.314.224.8.018.782.3.001.24

К анализу переходных процессов в глубоконасыщенных трансформаторах тока при активной нагрузке. Багинский Л. В. — «Электричество», 1980, № 10.

На основе прямоугольной характеристики намагничивания получены и исследованы аналитические зависимости вторичных токов трансформаторов тока в переходных процессах при различных фазах возникновения короткого замыкания. Приведены формулы определения интенсивностей входных сигналов дифференциальных и дифференциально-фазных защит основных элементов электрических станций и подстанций. Библ. 7.

УДК 621.37:[621.394.73:621.315.2]

Электрические волны в мелкослойных цилиндрических средах. Татур Т. А., Ванслова Г. А., Судаев А. И., Турук В. К. — «Электричество», 1980, № 10.

Исследуется вопрос распространения электрических волн в коаксиальном кабеле. Предложена методика расчета коэффициента распространения и компонент поля электрической волны в мелкослойных цилиндрических средах. Получены приближенные формулы для определения коэффициента распространения и компонент поля электрической волны в коаксиальном кабеле с трехслойной наполняющей структурой. Приведены формулы для расчета поправочных коэффициентов ослабления от влияния конечной проводимости проводников в коаксиальном кабеле. Выполнены расчеты и построены графики зависимости коэффициента ослабления от частоты для реальных фильтрующих кабелей с двухслойными внутренними проводниками и двуслойной изоляцией. Приведены экспериментальные кривые. Библ. 7.

УДК 621.311.001.24

К теории оптимизации режимов больших электроэнергетических систем. Хачатрян В. С., Балабекян М. А. — «Электричество», 1980, № 10.

Даны метод и алгоритм оптимизации режимов больших электроэнергетических систем по принципу декомпозиции. Для решения поставленной задачи применен метод скользящего допуска в сочетании с методом деформируемого многогранника. Библ. 8.

УДК 621.315.14.014.1.001.24

Экранирующий эффект в системах мощных трехфазных токопроводов при различных схемах соединения экранов. Меерович Э. А., Чалая К. М. — «Электричество», 1980, № 10.

Выясняется роль экранов в пофазно-экранированных токопроводах при различных схемах соединения экранов — с секционированными и непрерывными экранами, а также с непрерывными экранами при наличии двух токоограничивающих дросселей в цепях экранов крайних фаз. Исследование проводится на основе численного расчета электромагнитного поля токопроводов в переходном аварийном режиме и экспериментального исследования электромагнитных процессов в переходном режиме. Библ. 4.

УДК 62—83:621.3.078.001.57

Инженерный метод идентификации объектов с запаздыванием. Корхин А. С. — «Электричество», 1980, № 10.

Рассмотрен метод идентификации, основанный на связи коэффициентов передаточной функции модели с моментами кривой разгона, снятой экспериментально. В качестве модели выбрано апериодическое звено 2-го порядка с запаздыванием. Библ. 7.

УДК 621.315.2.011.4.001.24

Определение электрических потенциалов и емкости двух изолированных цилиндрических проводников. Томасян Н. Е., Мирзабекян Ж. М. — «Электричество», 1980, № 10.

Выводится общее аналитическое выражение для определения потенциалов и емкости между двумя круглыми изолированными проводниками. Результаты расчета по предлагаемым формулам значительно отличаются от данных экспериментов. Библ. 3.

УДК 621.372.001.24

К определению градиента квадрата функции интегральной чувствительности цепи. Бондаренко А. В. — «Электричество», 1980, № 10.

Доказывается теорема достаточности лишь четырех анализов исходной цепи, присоединенной и двух их модернизаций для расчета составляющих градиента квадрата функции интегральной чувствительности цепи. Функция интегральной чувствительности определяется как среднее геометрическое от функций чувствительности по отдельным параметрам или элементам с различными весовыми коэффициентами. Дается пример приложений выводов теоремы. Библ. 10.

УДК 621.372.018.782.3.001.24

Рекуррентные системные методы численного расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Сингорский В. П., Коляда Ю. В. — «Электричество», 1980, № 10.

Предлагаются экономичные формулы расчета на ЦВМ переходных процессов в нелинейных электрических цепях с помощью системных методов численного интегрирования. Библ. 7.