

УДК 061.22:621.31(091)

## VI (электротехнический) отдел Русского технического общества—прообраз НТО энергетики и электротехнической промышленности

*(К 100-летию образования VI отдела РТО)*

КОВАЛЕВ Н. Н., председатель ЦП НТОЭиЭП, КОЗАКОВ А. К., инструктор ЦП НТОЭиЭП

30 января 1880 г. состоялось первое собрание группы членов Русского технического общества (РТО)<sup>1</sup>, подписавших заявление о желании открыть новый отдел. 6 февраля 1880 г. по представлению Совета РТО был образован VI (электротехнический) отдел, приемником и продолжателем лучших традиций которого является Научно-техническое общество энергетики и электротехнической промышленности, а в июле 1880 г. представителями вновь созданного отдела был выпущен первый номер журнала «Электричество».

Среди основателей электротехнического отдела были основоположники русской электротехники: А. Н. Лодыгин, В. Н. Чиколев, П. Н. Яблочков, видные ученые — физики Д. А. Лачинов, О. Д. Хвольсон и др. В работе VI отдела и его секций принимали самое активное участие многие выдающиеся деятели русской и советской науки и техники: А. В. Виштер, Б. Е. Веденеев, Г. О. Графтио, В. В. Дмитриев, М. О. Доливо-Добровольский,

С. Я. Жук, Р. Э. Классон, Л. Б. Красин, Г. М. Кржижановский, Г. Ф. Макарьев, А. С. Попов, М. А. Шапелен, В. Г. Шухов и многие другие. На собраниях обсуждались доклады о достижениях отечественной и зарубежной науки и техники, читались лекции по теоретическим вопросам; при отделе создавались различные курсы.

Большое значение в деле развития отечественной электротехники имела первая в мире электротехническая выставка, организованная по инициативе и силами VI отдела в марте—апреле 1880 г. в Петербурге. В 1896 г. была открыта школа рабочих-электротехников<sup>2</sup>.

Постепенно VI отдел стал не только основным объединением русской электротехнической общечественности, но и наиболее авторитетной организацией по вопросам электротехники. На рассмотрение отдела выносятся вопросы выбора системы освещения, применения различного электрооборудования; в отдел обращаются за консультациями — и не только частные лица, но и правительственные учреждения, и также организации, расположенные далеко от Петербурга. С начала своей деятельности VI отдел стал заниматься проблемами производства электрической энергии, проблемами энергетики, о чем говорят не только регулярно публикуемые в журнале «Электричество» отчеты о заседании

<sup>2</sup> Решение об организации школы было принято отделом еще в 1880 г., однако понадобилось 16 лет, чтобы получить разрешение властей на ее создание. Ежегодный прием в школу составлял 150—200 чел. Курс обучения был двухгодичным. Несмотря на то, что школа готовила специалистов по гальванопластике, электротехнике и телеграфии, учащимся давали необходимые сведения для ухода за паровыми котлами, паровыми машинами и газовыми двигателями.

<sup>1</sup> Русское техническое общество — первое отечественное научно-техническое общество, объединившее в своих рядах широкий круг ведущих ученых и инженеров России. Образовано в 1866 г. для того, чтобы, согласно § 1 Устава, «содействовать развитию техники и технической промышленности в России». Основные средства для деятельности РТО и его отделов давали взносы его членов, пожертвования, сборы от публичных лекций, выставок, а также плата от правительства, частных лиц и обществ за исполнение разных поручений, решение технических вопросов. Необходимость иметь финансовую и другую поддержку приводила к тому, что в РТО в разное время наряду с такими виднейшими русскими учеными, как Д. И. Менделеев, А. С. Попов, Д. К. Чернов, А. М. Бутлеров, Н. Е. Жуковский и др., входили также крупные промышленники, влиятельные сановники (см. Полное собрание законов Российской империи. Собрание 2-е, т. XLI, 43219; т. XLIX, 53295).

ях отдела, но и энергетический профиль, который приобрел журнал.

Понимая значение съездов в деле объединения всех творческих сил электротехников и энергетиков, руководство VI отдела предполагало создать электротехнический съезд в 1886 г., но из-за препятствий со стороны царского правительства I Всероссийский электротехнический съезд был созван только в январе 1900 г. В работе съезда принимали участие более 500 чел, среди которых были выдающиеся деятели электротехники А. С. Попов, М. О. Дольво-Добровольский, П. А. Лачинов и др. На нем присутствовали ставшие затем широко известными ученые: один из основателей электротехнического образования в России М. А. Шателен, будущий строитель первенцев советской гидроэнергетики Г. О. Графтио, изобретатель котлов Т. Ф. Макарьев, один из основоположников теплофикации В. В. Дмитриев.

Не рассматривая детально работу первого съезда, укажем, что и последующие за ним съезды были также весьма авторитетны и представительны: в их работе принимали участие 500—700 делегатов от 70—100 городов страны, в числе делегатов были виднейшие ученые и инженеры, программы съездов охватывали широкий круг важнейших проблем. Всего с момента создания VI отдела до 1917 г. состоялось семь электротехнических съездов, на которых обсуждались комплекты норм и правил, вопросы электротехнического образования, применения электроэнергии в различных отраслях народного хозяйства, эксплуатации электрических установок, освещения, строительства электрических станций и др. Однако многие прогрессивные идеи и конкретные проекты — использование водной энергии и местных топлив, теплофикации и электрификации транспорта и т. д. — стали реальностью только после победы Октября, уничтожившего препятствия в развитии отечественной науки и техники.

Уже в 1918 г. ведутся первые работы по строительству Волховской и Свирских ГЭС, Каширской и Шатурской ТЭС. Следуя указаниям В. И. Ленина, Государственная комиссия по электрификации России, в состав которой вошли многие высококвалифицированные специалисты, представляющие лучшие силы электротехнической и энергетической общественности (И. Г. Александров, А. В. Винтер, М. А. Шателен, Г. О. Графтио, Р. Э. Классон и др.), менее чем за год составила первый единый план развития народного хозяйства страны на основе электрификации.

В 1921 г. VI отдел готовит проведение очередного VIII электротехнического съезда, созванного в связи с постановлением СНК РСФСР<sup>3</sup>. На съезде

были обсуждены технико-экономические вопросы, связанные с осуществлением плана ГОЭЛРО, его уточнением на основе учета специфики районов, достижений науки и техники, опыта лучших специалистов, а также вопросы широкого привлечения трудящихся к активному участию в деле электрификации народного хозяйства.

В. И. Ленин, избранный почетным председателем съезда, писал в приветствии<sup>4</sup>: «...Как ни мучительно медленно идет вперед электрификация у нас, а все же она идет вперед. При помощи Вашего съезда, при помощи всех электротехников России и ряда лучших, передовых ученых сил всего мира, при героических усилиях авангарда рабочих и трудящихся крестьян мы эту задачу осилим, мы электрификацию нашей страны создадим».

Оказывая поддержку научно-техническим объединениям, СНК РСФСР декретом от 25 августа 1921 г. «О мерах к поднятию уровня инженерно-технического знания в стране и к улучшению условий жизни инженерно-технических работников РСФСР» способствовал благоприятному влиянию на деятельность научно-технических обществ; VI отдел практически продолжал свою деятельность без перерыва, координируя свою работу с другими возникшими в тот период организациями электротехнической и энергетической общественности (Общество электриков в Москве, Постоянное Бюро трамвайных съездов, ВАИ).

В 1922 г. возобновляется издание журнала «Электричество», деятельность которого была временно приостановлена. Редакционный совет во главе с профессиональным революционером П. И. Воеводиныным ведет активную пропаганду электрификации страны, журнал становится проводником идей плана ГОЭЛРО. В 20-х годах публикуются серии статей по реализации плана ГОЭЛРО, авторами которых были Г. М. Кржижановский, А. В. Винтер, Р. Э. Классон, М. К. Поливанов, А. А. Горев, А. А. Смуров и др. Наряду с важнейшими инженерными статьями печатаются и теоретические работы, в частности, А. Ф. Иоффе, Д. В. Скобельцына; обсуждаются вопросы электротехнического образования и подготовки кадров, так необходимых в то время стране.

В условиях бурного роста народного хозяйства, появления советских кадров специалистов к концу 20-х годов потребовалось значительное расширение деятельности научно-технической общественности. Для мобилизации широких кругов энергетиков на реализацию решений Коммунистической партии по первому пятилетнему плану, а также учитывая, что на намечавшихся к созыву IX электротехническом и IV теплотехническом съездах будут рассмотрены общие вопросы, организации электротехнической и энергетической общественности в мае 1928 г. созывают Всесоюзный энергетический съезд. Он обсудил основные положения первого пятилетнего плана в области энергетики, дал рекомендации по досрочному его выполнению. Решением съезда был создан Всесоюзный энергетичес-

<sup>3</sup> Декрет СНК РСФСР от 8 февраля 1921 года. В нем, в частности, говорилось: «Во исполнение резолюции VIII съезда Советов Совет Народных комиссаров постановил: В целях всестороннего обсуждения технико-экономических вопросов, связанных с осуществлением плана электрификации России, а также привлечения широких народных масс к активному участию в делах электрификации народного хозяйства, созвать не позднее 1 апреля 1921 г. в Москве VIII Всероссийский Электротехнический съезд».

Этим решением Советское правительство признавало VIII электротехнический съезд преемником дореволюционных съездов.

<sup>4</sup> В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 44. с. 135—138.

кий комитет (ВЭК), на который в качестве основной была возложена задача всемерного организованного содействия очередным работам по составлению перспективных планов развития народного хозяйства СССР на энергетической базе. Организаторами и руководителями ВЭК были И. Г. Александров, Б. Е. Веденеев, Л. В. Винтер, Г. М. Кржижановский, М. А. Шателен и другие специалисты, бывшие активнейшими членами VI отдела.

Дальнейшее развитие народного хозяйства страны требовало и объединения всех сил научно-технической общественности. По решению партии в стране создаются научные инженерно-технические общества (НИТО)<sup>5</sup>.

В соответствии с этим постановлением основной организацией энергетической и электротехнической общественности, в которую вошли прежде всего представители VI отдела, с 1932 г. стало Всесоюзное научное инженерно-техническое общество энергетиков (ВНИТОЭ), возглавил которое академик А. В. Винтер. После ряда организационных перестроек ВНИТОЭ объединило в своих рядах энергетиков и электротехников, энергостроителей и торфяников.

В это же время и содержание журнала «Электричество» заметно перестраивается в сторону большего освещения пятилетних планов, вопросов технической реконструкции промышленности.

В дореволюционные годы и в начальный период советской власти научно-техническую общественность отраслей представляли главным образом ученые и специалисты Ленинграда, Москвы и отчасти Киева и Харькова. С индустриализацией страны, развитием энергетики, сооружением новых электростанций, предприятий электротехнической промышленности и созданием институтов значительно увеличилось число специалистов в разных районах страны, в которых ВНИТОЭ создал многочисленные республиканские отделения. Центр тяжести работы научно-технической общественности переместился в первичные организации общества.

В историю развития советской энергетики вписываются яркие страницы. В довоенный период была осуществлена в достаточно широких масштабах теплофикация Ленинграда (где по проекту Л. Л. Гинтера и В. В. Дмитриева был включен в работу первый в стране теплопровод общего пользования для теплоснабжения ряда жилых и общественных зданий) и Москвы, что явилось стимулом для развития теплофикации в Иванове, Казани, Киеве, Ростове, Харькове, Ярославле и др. С первых шагов своего развития теплофикация СССР пошла оригинальными путями, при этом решение многих принципиально новых задач облегчали дискуссии, организуемые научной инженерно-технической общественностью.

Члены общества, став достойными продолжателями лучших традиций VI (электротехнического) отдела РТО, вели активную деятельность по претворению в жизнь планов электрификации народного хозяйства, подготовке кадров, пропаганде

лучших достижений отечественной энергетики и электротехники, рационализации промышленности.

В годы Великой Отечественной войны общество перестраивает свою работу прежде всего для всемерной помощи фронту: создаются многочисленные бригады для выполнения заданий военного командования; открываются курсы по подготовке и переподготовке специалистов (прежде всего для промышленной энергетики). Из-за трудностей военного времени издание журнала «Электричество» было временно приостановлено<sup>6</sup>, однако общество не прекращает издательской деятельности: в эти годы оно издает серию брошюр «В помощь заводскому энергетик».

Ярким примером патриотической деятельности энергетиков является работа Ленинградской организации ВНИТОЭ (председатель С. В. Усов), сосредоточившей в этот период внимание на совершенствовании средств освещения, наладке бездымного горения на электростанциях и промпредприятиях, освоении сжигания местных топлив: фрезерного торфа, сланца, остатков угля или угольной смеси. Члены общества способствовали энергетическому прорыву блокады, проектировав и соорудив линию электропередачи с VI (Волховской) ГЭС через Ладожское озеро в Ленинград. В восточных районах страны решались задачи ускоренного монтажа эвакуированных предприятий, строительства новых станций. Особое внимание организации ВНИТОЭ уделяли экономии электро- и тепловой энергии: под их руководством проводились соревнования среди предприятий по экономии энергии. Начиная с 1943 г., перед ВНИТОЭ встали задачи восстановления разрушенного войной энергетического хозяйства. Обобщения опыта восстановительных работ были посвящены состоявшиеся во многих городах конференции.

В послевоенные годы деятельность общества была направлена на дальнейшее развитие энергетики и электротехники страны в соответствии с планами послевоенных пятилеток. На пленумах, конференциях, съездах обсуждались проблемы строительства тепловых станций, сооружения крупных гидростанций на Волге и Днестре, решались вопросы повышения давления в теплоэнергетике, развития газификации, электромашиностроения, теплофикации, добычи торфа и газа и др. Особенно острые дискуссии разгорелись по вопросам развития энергетического строительства и энергомашиностроения, теплivosнабжения и топливоиспользования. Общество решает вопросы дальнейшей электрификации страны, сооружения и эксплуатации мощных ГЭС, применения атомной энергии в народнохозяйственных целях, развитие теплофикации и другие.

В 1955 г. общество было переименовано в Научно-техническое общество энергетической промышлен-

<sup>5</sup> Постановление ЦК ВКП(б) от 19 ноября 1931 г. О реорганизации НТО СССР и общества «Техника — массам».

<sup>6</sup> Журнал возобновил свою деятельность в 1944 г., уделяя в этот период большое внимание восстановлению энергохозяйства и электропромышленности и одновременно начал публиковать статьи, освещающие новые направления в развитии энергетики и электротехники, повысил научный уровень публикаций.

ленности<sup>7</sup>, а с 1968 и по настоящее время оно носит название: Научно-техническое общество энергетики и электротехнической промышленности (НТОЭиЭП).

Новые задачи поставлены перед обществом решениями XXV съезда КПСС и главная из них: ускорение темпов научно-технического прогресса в отрасли в целях создания материально-технической базы коммунизма<sup>8</sup>. Организации НТОЭиЭП содействуют созданию сверхмощных гидравлических и тепловых станций на дешевом угле, опережающему развитию атомной энергетики, формированию энергокомплексов (АЭС — ГЭС — ГАЭС), созданию Единой энергетической системы СССР и др. В настоящее время общество объединяет в своих рядах более 360 тыс. членов — ведущих ученых, инженеров, специалистов и рабочих-новаторов отраслевой энергетики и электротехнической промышленности. В составе общества 110 правлений (более 3200 первичных организаций).

При Центральном правлении НТОЭиЭП, расположенном в Ленинграде<sup>9</sup>, работают 26 научно-технических секций и Совет содействия народным университетам технического прогресса и экономических знаний. Общество является соиздателем семи журналов («Электричество», «Теплоэнергетика», «Промышленная энергетика», «Энергетика», «Электрические станции», «Гидротехническое строительство», «Светотехника»). Старейших из них — журнал «Электричество», который одновременно является и одним из первых в мире электротехнических изданий. Выходящий практически регулярно с 1880 г. по настоящее время журнал «Электричество» оказал и продолжает оказывать немалое влияние на формирование и развитие русской и советской электротехники и энергетики, способствует воспитанию научных и инженерных кадров.

В целях осуществления решений XXV съезда партии, успешного выполнения комплексных программ по основным научно-техническим проблемам Центральное правление НТОЭиЭП, его областные, краевые и республиканские организации проводят научно-технические конференции, совещания, семинары, являющиеся действенной формой коллективного творчества по обобщению и обмену опытом. На конференциях и совещаниях обсуждаются и разрабатываются рекомендации по решению важнейших научно-технических и экономических проблем, способствующие техническому прогрессу в энергетике и электротехнической промышленности.

<sup>7</sup> В связи с Постановлением ЦК КПСС от 24 октября 1954 г. «О научных инженерно-технических обществах». Этим же Постановлением ЦК КПСС возложил руководство деятельностью научно-технических обществ на профсоюзы.

<sup>8</sup> XXV съезд КПСС отметил необходимость «всемерно развивать творческую активность трудящихся, новаторство, движение изобретателей и рационализаторов. Улучшать деятельность научно-технических обществ» (см. Материалы XXV съезда КПСС. М.: Политиздат, 1976, с. 170).

<sup>9</sup> В связи с тем, что развитие отечественной энергетики, электро- и энергомашиностроения берет свое начало именно в таком крупном промышленном центре России, каким в дореволюционное время являлся Петербург, бывший одновременно и крупнейшим научным центром страны, центральные организации электротехнической и энергетической общественности традиционно находятся в Ленинграде.

ности, координируются перспективные планы научных исследований.

Для примера укажем темы всесоюзных научно-технических совещаний и семинаров, проведенных обществом в 1972—1979 гг.:

основные научно-технические проблемы линий электропередач 1200 кВ;

автоматическое управление электроприводами и электромеханическими системами;

перспективы развития электротермин и электро-термического оборудования;

релейная защита и автоматика энергосистем СССР;

электрификация быта городского и сельского населения;

проблемы разработки и внедрения АСУ в энергетике;

проблемы развития электромашиностроения для энергетики;

пути повышения качества и надежности электрических аппаратов и их контактов;

опыт эксплуатации трансформаторных подстанций городских электрических сетей и многие другие.

На заседаниях секций рассматривались наряду с другими и такие вопросы:

применение передачи постоянного тока;

развитие и совершенствование систем электропривода;

состояние и развитие испытательных баз низковольтного и высоковольтного электроаппаратостроения;

качество крупного электромашиностроения;

искусственное освещение медицинских учреждений.

Аналогичные по тематике научно-технические совещания и семинары проводятся республиканскими, краевыми и областными правлениями НТОЭиЭП. Советы первичных организаций обсуждают задачи своих предприятий, КБ, НИИ.

Вырабатываемые на совещаниях рекомендации направляются для их реализации в соответствующие министерства, ведомства, хозяйственные организации.

Ежегодно всеми организациями Общества проводится около 10 тыс. семинаров, курсов и школ с числом обучающихся более 160 тыс. чел, читается около 30 тыс. лекций и докладов. Тематика семинаров, курсов, школ передового опыта отражает наиболее актуальные научно-технические и производственные вопросы, связанные с улучшением производства, комплексной автоматизацией производственных процессов и освоением новой технологии, научной организацией труда, улучшением качества продукции и повышением эффективности производства.

Весьма важные вопросы рассматриваются на пленумах Центрального правления, среди них: перспективы развития энергетики; защита окружающей среды от вредных выбросов энергоустановок; о перспективах развития топливно-энергетических комплексов; создание и освоение нового электротехнического и энергетического оборудования; о важнейших программах энергетики и электротехники.



Для мобилизации творческой активности энергетической общественности ежегодно проводятся конкурсы на лучшие предложения по экономии электрической и тепловой энергии, по внедрению научной организации труда, а также ряд целевых конкурсов по актуальной тематике, выдвигаемой Минэнерго СССР, Минэлектротехпромом и научно-техническими секциями. Ежегодно вместе с соответствующими министерствами проводится Всесоюзный общественный смотр выполнения планов по новой технике. В смотре участвуют до 1500 первичных организаций, подается до 50 тыс. предложений. Экономический эффект, получаемый от реализации внедренных предложений, колеблется в пределах 60—65 млн. руб.

Особенно важной и действенной формой участия членов общества в социалистическом соревновании является их работа по личным коллективным творческим планам. Экономический эффект от реализации этих планов составляет ежегодно примерно 90—100 млн. руб.

За последние годы расширились международные связи НТОЭиЭП с родственными НТО социалистических стран — членов СЭВ путем обмена издаваемыми журналами, совместного проведения научно-технических совещаний.

Дальнейшие задачи научно-технической общественности, ее организаций и членов НТО связаны с максимальным развитием электроэнергетики, являющейся основой всего народного хозяйства страны. В завершающем году X пятилетки и в последующие годы должно сооружаться все больше атомных электростанций, тепловых на дешевом топливе и гидроэлектростанций.

Электротехническая промышленность, характеризующаяся большой номенклатурой изделий, широкими связями с другими отраслями народного хозяйства, а также тесным взаимодействием науки с производством, должна оказывать все большее влияние на повышение эффективности народного хозяйства и удовлетворение его потребностей в высококачественном электрооборудовании, а также потребностей населения в изделиях бытовой электротехники.

Все организации НТОЭиЭП должны повышать качество своей работы, добиваться выполнения разрабатываемых решений и рекомендаций. Необходи-

димо постоянно обращать внимание на экономию сырья и материалов, помогать механизации и автоматизации производственных процессов, в первую очередь, тяжелых ручных работ.

Правления Общества и все члены НТО должны повысить свою творческую активность в решении задач выполнения планов новой техники, внедрения результатов научных исследований в народное хозяйство.

Надо оказывать помощь в совершенствовании планирования и выявлении и устранении причин, мешающих реализации отдельных плановых заданий.

Советам НТО первичных организаций необходимо и впредь развивать социалистическое соревнование за успешное выполнение программ по решению важнейших научно-технических проблем; участвовать в организации общественных обсуждений результатов отдельных этапов (технических заданий, проектов, технологии, хода производства и т. д.). При этом надо обращать особое внимание на достижение высокого технико-экономического уровня создаваемых машин, приборов, технологических процессов и материалов.

Члены НТО должны не только выступать борниками прогресса там, где рождаются новые научные идеи и технические решения, но и быть в первых рядах борцов за практические их решения.

Создатель и руководитель первого в мире социалистического государства В. И. Ленин оказал большое доверие энергетической общественности, поручив ей участие в работе по составлению долгосрочного государственного плана развития народного хозяйства страны на базе электрификации. За годы советской власти деятельность Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности получила большой размах. Основное ее направление всегда состояло в широком привлечении в развитии творческой инициативы ученых, инженеров, техников и рабочих, умелом использовании их опыта и инициативы в решении важнейших вопросов развития энергетики и электротехники. В мобилизации трудящихся отрасли на решение этих задач заключается почетный долг нашей научно-технической общественности.



УДК 621.316.1.014.38.001.24

## О вероятностных и статистических характеристиках токов коротких замыканий в системах электроснабжения

ХАЙН М. (Берлин), ГЛАЗУНОВ А. А. (Москва), кандидаты техн. наук

При проектировании и эксплуатации электрических систем значительное и решающее значение имеют расчеты токов коротких замыканий (к. з.). Изучение коротких замыканий необходимо как для составления достоверных представлений о причинах

возникновения и физической сущности этих процессов, так и для разработки практических критериев и методов их количественной оценки, разработки мероприятий по ограничению токов к. з. и т. д. — с тем, чтобы можно было предвидеть и за-

ранее предотвратить экономически неприемлемые последствия от протекания токов к. з.

Классическая теория и методика расчетов токов к. з. характеризуется детерминированным заданием всех исходных условий и, соответственно, детерминированной формой результатов расчетов токов к. з., а также рядом исходных условий расчетов, при которых определяются максимально возможные значения токов к. з., в том числе и расчетные их значения; по последним осуществляются выбор или проверка номинальных параметров оборудования большей части электроустановок [Л. 1 и 2].

Вместе с тем логический анализ подсказывает, а практика эксплуатации электроустановок подтверждает вероятностный характер возникновения к. з. в элементах электроустановок и величин протекающих при этом токов [Л. 3]. Поэтому капиталовложения в электроустановки, обусловленные выбором параметров основных элементов систем электроснабжения (выключатели, кабели и т. п.) по максимально возможным расчетным значениям токов к. з., оказываются для значительной части оборудования неиспользуемыми и, следовательно, могут быть экономически неоправданными.

Эти положения привели к фундаментальной постановке задачи выбора экономически целесообразных расчетных значений токов к. з. и к выполнению ряда нужных исследований в этой области [Л. 4 и 5]. При этом следует указать на то, что к настоящему времени уже имеются исследования, рассматривающие вероятностно-статистические характеристики токов к. з. и их использование для технико-экономического обоснования расчетных значений токов к. з. [Л. 6 и 7].

В настоящее время исследования по проблемам токов к. з. ведутся в следующих направлениях:

усовершенствование методики расчетов токов к. з., термического и динамического их воздействия, включая изучение применения вероятностно-статистических методов расчетов; в последнем случае осуществляется и выяснение вероятностно-статистических характеристик к. з. и связанных с ними токов;

выяснение экономически целесообразных (оптимальных) значений токов к. з. при традиционных способах их ограничения (реактивное, повышение напряжения к. з. трансформаторов и др.).

усовершенствование средств и способов ограничения токов к. з. и, в первую очередь, применение быстродействующих средств ограничения и отключения токов к. з.

Представляется необходимым специально подчеркнуть, что в настоящее время эти три направления исследований должны развиваться в тесной взаимозависимости и взаимосвязанности и не являются противоречащими или исключаящими друг друга. В частности, исследования первого из указанных выше направлений — разработка достоверного выбора расчетных условий для определения токов к. з. и их воздействий — является необходимой базой всех исследований и технико-экономических сопоставлений второго и третьего направлений.

В статье приводятся результаты исследований некоторых основных вероятностно-статистических характеристик к. з. и протекающих при этом то-

ках. Конкретные материалы частично имеют общий характер (вероятностные характеристики), а частично (статистические характеристики), относятся к распределительным сетям до 1000 В системы электроснабжения (на примере одного из крупных промышленных предприятий ГДР [Л. 8]).

При исследовании вероятностно-статистических характеристик токов к. з. необходимо, в первую очередь, знание таких характеристик для начального сверхпереходного, ударного и установившегося токов к. з. В связи с этим требуется выявление законов распределения и соответствующих числовых характеристик: прохождения напряжения через нулевое значение в момент к. з., совпадения э. д. с. всех источников питания, переходного сопротивления в месте к. з., количества к. з. за определенный период эксплуатации, вероятности различных видов к. з. и некоторых иных исходных параметров и условий.

При анализе токов к. з. с использованием их вероятностно-статистических характеристик, очевидно, сохраняются все функциональные соотношения и зависимости между отдельными величинами, обусловленные физикой явления; при дальнейшем рассмотрении используются также известные из [Л. 1 и 2] вспомогательные коэффициенты и соотношения (ударный коэффициент, постоянная времени цепи к. з. и др.).

**Общие положения получения вероятностно-статистических характеристик токов к. з.** Принимая сопротивление питающей системы постоянной и детерминированно-заданной величиной, статистические характеристики начального сверхпереходного тока к. з. для конкретной точки сети можно определить, например, следующим образом:

при отключении сети с помощью перемычек закорачиваются фазы или фаза и земля;

измеряются активное и реактивное сопротивление короткозамкнутой цепи  $r_k$  и  $x_k$  относительно определенной точки сети (например, относительно шин трансформаторной подстанции);

при каждом эксперименте меняются места к. з. и, следовательно, расстояние до рассматриваемой точки сети, чтобы собрать достоверный статистический материал (количество измерений по отдельным видам к. з. должно быть больше 100); при этом предполагается равномерное распределение точек к. з. в линиях распределительной сети;

из статистического материала для каждого измерения расчетами определяются:

постоянная времени цепи к. з.

$$T_a = \frac{x_k}{\omega r_k}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — угловая частота;

резльтирующее сопротивление цепи к. з.

$$z_k = r_k + jx_k \quad (2)$$

и начальный и сверхпереходный ток к. з.

$$I''_k = u_{k0} / z_k, \quad (3)$$

где  $u_{k0}$  — предшествующее напряжение в месте к. з. по [Л. 1].

С помощью известных статистических методов для случайных величин  $T_a$  и  $I''_k$  определяются

(относительно точки измерения и по видам к. з.):  
статистическое среднее

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}'' &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^k a(I''_{km}) h(I''_{km}) \\ \bar{T}_a &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^k a(T_a)_m h(T_a)_m \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и статистическое стандартное отклонение

$$\left. \begin{aligned} \sigma(I''_k) &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^k [h(I''_{km}) - \bar{I}''_k]^2 h(I''_{km})} \\ \sigma(T_a) &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^k [h(T_a)_m - \bar{T}_a]^2 h(T_a)_m} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $n$  — общее число статистических данных;  $k$  — количество разрядов;  $a_m$  — среднее значение  $m$ -го разряда;  $h_m$  — частота наступлений в  $m$ -м разряде.

На этой основе были определены статистические характеристики случайных величин  $T_a$  и  $I''_k$  для сети 380 В системы электроснабжения крупного химического комбината в ГДР, показанные на рис. 1 и 2. На основании этих материалов выявлено, что случайные величины распределяются по логарифмически-нормальному закону [Л. 9]. Логарифмически-нормальное распределение определяется тем, что, во-первых, непрерывные случайные величины ограничены интервалом от нулевого до максимального значения и, во-вторых, в этом случае имеется взаимодействие некоторых случайных величин. Проверка соответствия статистических функций распределения с теоретическими проводилась с помощью критерия «хи — квадрат»; в конкретных примерах было показано правдоподобие принятой гипотезы.

Остальные вероятностно-статистические характеристики токов к. з. определяются на основе статистических характеристик случайных величин  $T_a$  и  $I''_k$  и по законам теории вероятностей [Л. 8].

**Вероятностно-статистические характеристики токов коротких замыканий.** Основными источниками питания систем электроснабжения промышленных предприятий (ЭСПП) в настоящее время являются объединенные электроэнергетические системы и их линии и подстанции 35—220 кВ. В таком случае место к. з. всегда можно считать удаленным от питающих генераторов. Следовательно, статистические характеристики установившегося тока к. з. можно принимать равными статистическим характеристикам начального сверхпереходного тока к. з., т. е.:

$$\bar{I}_{\infty} \approx \bar{I}''_k; \quad (6)$$

$$\sigma(I_{\infty}) \approx \sigma(I''_k). \quad (7)$$

При определении статистических характеристик ударного тока к. з. надо учитывать, что некоторые случайные величины взаимосвязаны и взаимозависимы, т. е. между случайными величинами  $I''_k$  и  $T_a$

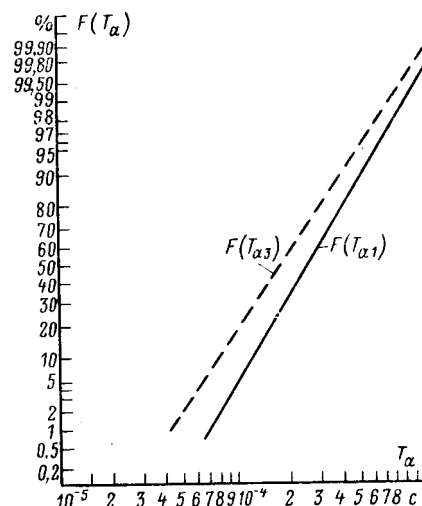


Рис. 1. Функции распределения значений постоянной времени цепи к. з. при однофазных  $[F(T_{a1})]$  и трехфазных  $[F(T_{a3})]$  к. з. для сети 380 В химического комбината.

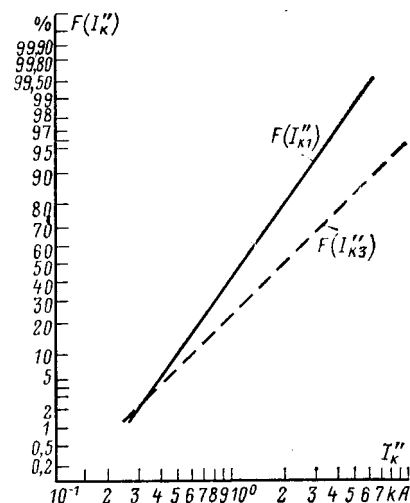


Рис. 2. Функции распределения значений начальных сверхпереходных токов при однофазных  $[F(I''_{k1})]$  и трехфазных  $[F(I''_{k3})]$  к. з. в сети 380 В химического комбината.

имеется положительная корреляционная связь, так же как и между  $I''_k$  и  $k_y$ . Это объясняется тем, что в системах ЭСПП наряду с индуктивными сопротивлениями весьма существенную или преобладающую роль играют активные сопротивления, например, кабельных линий. Если в таких линиях активное сопротивление заметно больше индуктивного, то величины  $T_a$  и  $I''_k$  уменьшаются с ростом результирующего сопротивления сети. С уменьшением  $T_a$  значение  $k_y$  также снижается.

Вместе с тем опыт показывает, что учет корреляционных связей приводит к погрешности в расчетных значениях  $T_a$  и  $I''_k$  менее 5% ввиду малости корреляционных коэффициентов или дисперсий рассматриваемых случайных величин [Л. 6]. В связи с этим установление статистических характеристик токов к. з. возможно без учета корреляционных связей, т. е. в практических расчетах можно принимать независимость случайных величин  $k_y$  и  $I''_k$ .

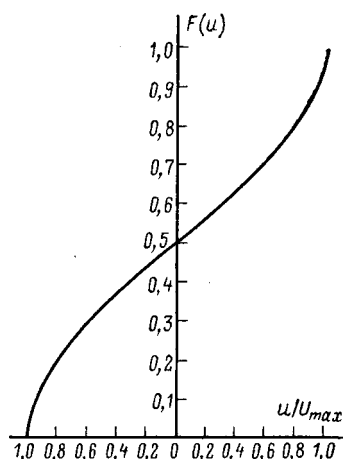


Рис. 3. Функция распределения мгновенного значения фазного напряжения в момент к. з.

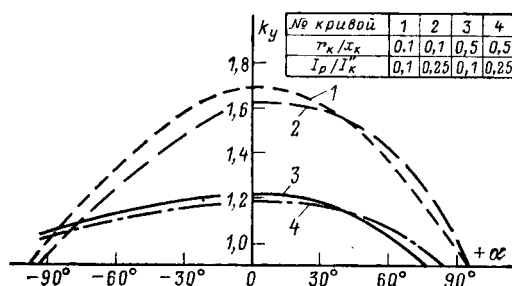


Рис. 4. Зависимость ударного коэффициента  $k_y$  от фазы включения  $\alpha$  для различных соотношений  $r_k/x_k$  и  $I_p/I'_k$  при  $I_p \approx 0,8I_{г.н}$  ( $I_{г.н}$  — номинальный ток питающих генераторов).

Статистические характеристики ударного тока к. з. определяются следующим образом [Л. 1]:

$$\bar{i}_y \approx \sqrt{2} (\bar{k}_y \bar{I}''_k); \quad (8)$$

$$\sigma(i_y) \approx$$

$$\approx \sqrt{2 [\sigma^2(k_y) \bar{I}''^2_k + (\bar{I}''_k)^2 \sigma^2(k_y) + (\bar{k}_y)^2 \sigma^2(I''_k)]}. \quad (9)$$

По классической методике расчетов токов к. з. максимальный ударный коэффициент определяется при условии, что в момент к. з. мгновенное значение напряжения равно нулю. Вместе с тем практика эксплуатации показывает, что пробой изоляции происходят при мгновенном значении напряжения, близком к максимуму. Фаза включения, которая характеризуется углом  $\alpha$ , является случайной величиной, равномерно распределенной в интервале от 0 до  $2\pi$ . Мгновенное значение напряжения связано с фазой включения следующим образом:

$$u = U_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (10)$$

Отсюда определяется функция распределения мгновенного значения фазного напряжения:

$$F(u) = \int_{-U_m}^u \frac{du}{\pi \sqrt{U_m^2 - u^2}}, \quad (11)$$

где  $u$  — мгновенное значение фазного напряжения;  $U_m$  — максимальное значение фазного напряжения.

В соответствии с этой функцией распределения, которая показана на рис. 3, вероятности попадания

мгновенного значения фазного напряжения в интервалы шириной  $\pm 0,1 U_m$  около нуля  $p_0 = 6,4 \cdot 10^{-2}$  максимума  $p_m = 2,9 \cdot 10^{-1}$ .

Следовательно, прохождение фазного напряжения через максимум в момент к. з. по сравнению с случаем, когда напряжение проходит через нуль является более вероятным; однако в случае трехфазной сети надо определять среднее значение угла включения в интервале  $0 \leq \alpha \leq 60^\circ$  или по условию  $0 \leq |u| \leq 0,5 U_m$ .

Влияние угла  $\alpha$  на величину  $k_y$  в зависимости от постоянной времени цепи к. з. и от значения начального сверхпереходного тока к. з. показано на рис. 4.

Таким образом, числовые характеристики функции распределения случайной величины  $k_y$  можно определять графически, если имеется достаточно количество кривых, подобных рис. 4, или аналитически, используя теорему Тейлора разложения функции в ряд и законы теории вероятностей. Статистическое среднее  $\bar{k}_y$  и дисперсия  $D(k_y)$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \bar{k}_y \approx & 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ (-1)^n \left\{ \frac{\left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)^{2n+1} (\bar{\alpha})^{2n} - \left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)^{2n} (\bar{\alpha})^{2n+1}}{(2n+1)! (2n)!} \right\} - \right. \\ & \left. - \frac{I_p}{I'_k} \left\{ 0,6 \frac{(\bar{\alpha})^{2n}}{(2n)!} - 0,8 \frac{(\bar{\alpha})^{2n+1}}{(2n+1)!} \right\} \right] \times \\ & \times \frac{n!}{\left( \frac{\pi}{2} - \bar{\alpha} + \bar{\varphi}_k \right) \left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)}; \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(k_y) \approx & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{[D(\varphi_k)]^{2n+1} [D(\alpha)]^{2n} - [D(\varphi_k)]^{2n} [D(\alpha)]^{2n+1}}{[(2n+1)!]^2 [(2n)!]^2} - \right. \\ & \left. - \frac{I_p^2}{D(I''_k)} \left( 0,36 \frac{[D(\alpha)]^{2n}}{[(2n)!]^2} - 0,64 \frac{[D(\alpha)]^{2n+1}}{[(2n+1)!]^2} \right) \right\} \times \\ & \times \frac{(n!)^2}{[D(\varphi_k) - D(\alpha)] D\left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)}, \quad (13) \end{aligned}$$

где  $I_p$  — рабочий ток условно принят равным  $0,8I_{г.н}$  ( $I_{г.н}$  — номинальный ток питающих генераторов);  $\varphi_k$  — угол сдвига тока в цепи к. з.

$$\bar{\varphi}_k \approx \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)^{2n+1}}{2n+1}; \quad (14)$$

$$D(\varphi_k) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{(2n+1)^2} \binom{n}{k} \left[ D\left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right) \right]^{2n+1-k} \left( \frac{\bar{r}_k}{x_k} \right)^{2k}. \quad (15)$$

Обычно в месте к. з. существует некоторое переходное сопротивление, состоящее из сопротивления возникшей электрической дуги и сопротивления прочих элементов пути тока от одной фазы к другой или от фазы на землю. Если учитывать, что в системах ЭСПП короткое замыкание в 80–95% случаев сопровождается электрической дугой [Л. 6], то учет сопротивления дуги может приво-

дуть к значительному снижению тока к. з. (в сетях до 1000 В — до 60%).

Активная составляющая сопротивления электрической дуги может в первом приближении определяться по выражению:

$$r_d = \frac{u_d l_d}{I''_k} 10^3, \quad (16)$$

где  $u_d$  — удельное напряжение электрической дуги, В/см;  $l_d$  — длина электрической дуги, см;  $I''_k$  — значение начального сверхпереходного тока к. з., кА.

При токах больше 1000 А удельное напряжение электрической дуги можно считать постоянным и равным 16 В/см, а длину равной удвоенному расстоянию между электродами [Л. 2]. При таких условиях в первом приближении длина дуги может считаться постоянной и для практического использования пригодны следующие численные характеристики случайной величины:

$$\bar{r}_d = \frac{3,2 \cdot 10^4 a}{I''_k}; \quad (17)$$

$$\sigma(r_d) = 3,2 \cdot 10^4 a \times \sqrt{\int_0^{I''_{k \max}} \left( \frac{1}{I''_k} \right)^2 p(I''_k) dI''_k - \left[ M \left( \frac{1}{I''_k} \right) \right]^2}, \quad (18)$$

где  $a$  — расстояние между электродами (а также между фазами, фазой и землей).

Величина  $a$  зависит в конкретном случае от уровня напряжения и от конструкции электроустановки. Она определяется по минимально допустимым и минимально возможным расстояниям от токоведущих частей до конструктивных деталей электроустановки.

Токи к. з. с учетом сопротивления электрической дуги определяются итерацией, т. е. вначале определяются токи к. з. без учета сопротивления дуги, а потом с их учетом. Обычно достаточно одной итерации, так как точность полученного результата уже удовлетворяет практическим требованиям. Активное сопротивление цепи к. з.  $r_k$  определяется суммой активного сопротивления проводникового материала в цепи к. з.  $r_{k.пр}$  и сопротивления дуги  $r_d$ , т. е.:

$$\bar{r}_k = \bar{r}_{k.пр} + \bar{r}_d k_d; \quad (19)$$

$$\sigma(r_k) \approx$$

$$\approx \sqrt{[\sigma(r_{k.пр})]^2 + [\sigma(r_d)]^2 k_d^2 + 2\rho(r_{k.пр}, r_d) \sigma(r_{k.пр}) \sigma(r_d)}, \quad (20)$$

где по [Л. 2]

$$k_d = \begin{cases} 3 & \text{— при однофазном к. з.,} \\ 1 & \text{— при двухфазном к. з.,} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \text{— при трехфазном к. з.;} \end{cases}$$

$\rho(r_{k.пр}, r_d)$  — коэффициент корреляции случайных величин  $r_{k.пр}$  и  $r_d$ , который при  $r_{k.пр} \gg r_{d.пр}$ , что имеет место в сетях до 1000 В, можно считать равным единице.

С учетом выражений (1), (2), (19) и (20) определяются статистические характеристики результирующего сопротивления и постоянной времени цепи к. з.

Как известно, источниками питания места к. з. в системах ЭСПП, кроме питающих генераторов, могут быть асинхронные и синхронные двигатели. Основную часть промышленной нагрузки обычно составляют асинхронные двигатели, но их влияние на величину тока к. з. целесообразно учитывать только в начальный момент к. з. и в тех случаях, когда они подключены в непосредственной близости к месту к. з.

Вероятность подпитки места к. з. двигателями  $p_n$  определяется как вероятность одновременного возникновения двух независимых и совместимых событий:

$$p_n = p_p p_v = \frac{G_k}{G_\Sigma} \sum_{i=1}^n \frac{t_{pi}}{8760}, \quad (21)$$

где  $p_v$  — вероятность того, что двигатель непосредственно подключен к месту к. з.;  $p_p$  — вероятность нахождения двигателя в работе в момент к. з.;  $G_k$  — число двигателей, непосредственно подключенных к месту к. з.;  $G_\Sigma$  — общее число двигателей, электрически соединенных с местом к. з.;  $t_{pi}$  — результирующее время работы  $i$ -го двигателя за год в часах.

Вероятность нахождения двигателей в рабочем состоянии зависит от конкретного технологического процесса производства и находится в интервале от 0,4 до 0,9 [Л. 6]. Условие непосредственного подключения асинхронных двигателей к месту к. з. может быть определено, например, по соотношению [Л. 10]:

$$z_c < 20(z_a + z_b), \quad (22)$$

где  $z_c$ ,  $z_a$ ,  $z_b$  — сопротивление по схеме рис. 5.

На основе [Л. 10] влияние двигателей можно учитывать следующим образом:

для сетей до 1000 В

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_{y\Sigma} &\approx i_y + p_n 10 \sum_1^n I_{д.н}; \\ \sigma(i_{y\Sigma}) &\approx \sigma(i_y); \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

для сетей выше 1000 В

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_{y\Sigma} &\approx \bar{i}_y + p_n 12 \sum_1^n I_{д.н}; \\ \sigma(i_{y\Sigma}) &\approx \sigma(i_y), \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где  $i_{y\Sigma}$  — суммарный ток к. з.;  $I_{д.н}$  — номинальный ток асинхронного двигателя.

Максимальное значение тока к. з. будет только в том случае, когда э. д. с. всех источников питания совпадают по фазе. Конкретные исследования показали, что сдвиг между векторами э. д. с. так мал, что его учет не приводит к погрешностям более  $\pm 5\%$  [Л. 1, 2 и 6].

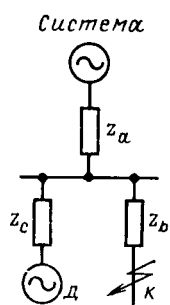


Рис. 5. К определению условия непосредственного подключения асинхронного двигателя к месту короткого замыкания.

Как известно, в основной период эксплуатации оборудования (за исключением периодов приработки и сработанного ресурса) наступление к. з. в элементах можно описать стационарным потоком с параметром отказов  $\lambda$ , а случайный процесс характеризуется законом Пуассона:

$$p_k(\tau) = \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^k}{k!}, \quad (25)$$

где  $p_k(\tau)$  — вероятность  $k$ -го к. з. за время  $\tau$ . Отсюда определяется вероятность того, что к. з. обязательно происходит за время  $\tau$ :

$$p_k(\tau) = 1 - p_0(\tau) = 1 - e^{-\lambda\tau}. \quad (26)$$

Параметр  $\lambda$  определяется по статистическим данным для отдельных элементов системы ЭСПП. Так, по [Л. 3] данный параметр для электроустановок до 1000 В составляет для кабельных линий около 0,12, для выключателей — 0,04 и для двигателей — 0,06 1/год.

**Прогнозирование роста токов короткого замыкания.** Для планирования развития и расширения системы ЭСПП необходимо знать ожидаемый уровень токов к. з. в сетях различных напряжений на перспективу. Это тем более важно, что с учетом всех вероятностных и статистических факторов расчетные значения токов к. з. принципиально будут меньше значений, определенных по классической методике. Вместе с тем ожидаемый уровень токов к. з. может иметь определенное влияние на ожидаемое количество повреждений элементов системы ЭСПП токами к. з.

Однако при прогнозировании развития систем электроснабжения на практике, как правило, недостаточно известны будущие точная структура систем и сетей, распределение нагрузок и источников электрической энергии, параметры отдельных элементов систем электроснабжения и т. п. В условиях неполноты исходной информации и неопределенности ряда параметров максимальный уровень токов к. з. на перспективу следует оценивать, принимая экспоненциальный закон роста уровня токов к. з. во времени [Л. 11], когда статистические характеристики определяются по выражениям:

$$I''_k(t) = I''_k(0) (\Delta I''_{km})^t; \quad (27)$$

$$\sigma[I''_k(t)] = \sigma[I''_k(0)] (\Delta I''_{km})^t, \quad (28)$$

где  $I''_k(t)$  — прогнозируемый уровень тока к. з. на период  $t$ ;  $I''_k(0)$  — существующий уровень тока к. з.;  $\Delta I''_{km}$  — годовой прирост максимального уровня тока к. з.

Годовой прирост тока к. з. определяется по конкретным данным развития уровня тока к. з. за прошедший период:

$$\Delta I''_{km} = \sqrt{\frac{I''_{km}(t_1)}{I''_{km}(0)}}, \quad (29)$$

где  $I''_{km}(t_1)$  — максимальный уровень тока к. з. в конце рассматриваемого срока времени;  $I''_{km}(0)$  — то же, в начале этого срока.

**Составление вероятностно-статистической математической модели расчетных значений токов короткого замыкания.** Стохастическая модель расчетных значений токов к. з. в системах ЭСПП с учетом найденных вероятностно-статистических характеристик по токам к. з. состоит из:

расчетного значения начального сверхпереходного тока к. з.

$$I_{к.р}(t) = \bar{I}''_k(t) + \beta\sigma[I''_k(t)]; \quad (30)$$

расчетного значения ударного тока к. з.

$$i_{y.р}(t) = \bar{i}_y(t) + \beta\sigma[i_y(t)]; \quad (31)$$

расчетного значения установившегося тока к. з.

$$I_{оп}(t) = \bar{I}_{\infty}(t) + \beta\sigma[I_{\infty}(t)], \quad (32)$$

где  $\beta$  — коэффициент, зависящий от принятой вероятности превышения расчетного тока к. з.

Исходя из того, что для проверки элементов систем ЭСПП на стойкость по условиям протекания токов к. з. требуется определение максимальных значений токов к. з., математическая модель расчетных значений токов к. з. определяет максимальные значения с доверительной вероятностью  $D = f(\beta)$ . Эти величины являются исходными для проверки электрической аппаратуры и проводников на динамическую и термическую стойкость по токам к. з.

В дальнейшем на основе математической модели, параметра потока отказов и ожидаемого времени простоя электроснабжения составляется технико-экономическая модель расчетных значений токов к. з. в виде суммарных приведенных затрат в функции расчетных значений токов к. з., параметра отказов и ожидаемого времени простоя. По этой модели определяется оптимальное значение коэффициента  $\beta_{опт}$  и экономически целесообразное расчетное значение тока к. з. для конкретного случая.

**Выводы.** 1. Необходима разработка методики расчетов токов к. з. с учетом вероятностно-статистических характеристик к. з. и протекающих при этом токов. Одной из актуальных задач дальнейших исследований в области токов к. з. является формирование математических и технико-экономических моделей для определения экономически целесообразных расчетных значений токов к. з. с учетом статистических и вероятностных характеристик.

2. Выбор параметров электрооборудования следует производить по расчетным значениям токов к. з., найденным на основе математической и тех-



нико-экономической модели расчетных значений токов к. з.

3. Для оценки обоснованности предложенной методики и определения экономически целесообразных расчетных значений токов к. з. необходим тщательный и полный сбор исходных статистических данных.

4. При определении вероятностно-статистических значений расчетных токов к. з. следует ожидать заметное снижение последних сравнительно с расчетами по классической методике и, следовательно, достижение определенного народнохозяйственного эффекта.

5. Стандартизированные шкалы номинальных параметров электрооборудования могут несколько снизить эффект от применения расчетных значений токов к. з. с учетом их вероятностно-статистических характеристик. Наибольший эффект достигается в граничных случаях, когда по рабочему режиму необходимо выбрать меньший номинальный параметр оборудования, а по условиям протекания токов к. з. — повышенный.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ульянов С. А. — Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. — М.: Энергия, 1970.

2. Kloeppel F. W., Fidler H. Kurzschluss in Elektroenergiesystem. — VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1969.

3. Tabellen zum Störungs- und Schadensgeschehen in den elektrischen Anlagen und Netzen der DDR. — Institut für Energieversorgung, Dresden, 1970.

4. Сыромятников И. А. К вопросу о целесообразных значениях токов коротких замыканий в распределительных сетях. — Электричество, 1966, № 1.

5. Kloeppel F. W. Vergleichende Beurteilung von Massnahmen der Gestaltung elektrotechnischer Anlagensysteme zur Begrenzung von Kurzschlussströmen in der Auswirkung. — Elektrie, 23 (1969), H. 9.

6. Hein M. Gedanken zur Kurzschlussfesten Dimensionierung elektrotechnischer Anlagen in industriellen Elektroenergiesystemen. — Elektrie, 31 (1977), H. 9.

7. Глазунов А. А., Шевченко Ж. И. Экономически целесообразные значения токов короткого замыкания на шинах 10 (6) кВ понижающих подстанций — центрах питания городских электрических сетей. — Электричество, 1977, № 7.

8. Kurzschlussimpedanzmessungen in einem 380 V-Netz des Petrochemischen Kombinats Schwedt. — Kombinatbetrieb Böhlen statistisches Material, Böhlen, 1968.

9. Streuber M. Statistische Untersuchungen über die Kurzschlussverhältnisse in industriellen Niederspannungsnetzen. — Elektrie, 21 (1967), H. 3.

10. DDR-Standard TGL200—0604, Ausgabe März 1976. Berechnung von Kurzschlussströmen.

11. Grabe G. Gestaltung des Verbundes der DDR. Aspekte der Kurzschlussentwicklung und der perspektivischen Aufgaben. — Das Verbundheft, 5 (1969), H. 14.

[01.06.79]

УДК 621.313.045.017.71.001.5

## Оценка локальных повышений температуры электрической обмотки на основе метода сопротивления

ГУРЕВИЧ Э. И., канд. техн. наук

Ленинград

Метод сопротивления получил широкое распространение при тепловых испытаниях электрических машин и аппаратов [Л. 1—3]. Его применение дает возможность связать среднее превышение температуры обмотки с квадратом тока или потерями при фиксированных интегральных значениях параметров теплообмена (общий расход, давление, физические свойства теплоносителя и т. п.). Однако при решении задач эксплуатационной диагностики или при оценке новых конструкций одной только средней температуры бывает недостаточно для суждения об исправности обмотки в тепловом отношении или об эффективности принятой системы охлаждения: остается в стороне вопрос о пиковых температурах, который в практике эксплуатации является важнейшим.

Частичный выход из положения находят в применении локальных датчиков температуры, что, к сожалению, бывает доступно лишь при исследовании немногих единичных образцов машин и аппаратов. В то же время имеются интересные возможности выявления сравнительно обширных очагов повышенного нагрева без применения локальных датчиков — на базе измерений средней температуры обмотки. В основе этих возможностей лежат следующие свойства температурных зависимостей:

в стационарном тепловом режиме зависимость превышения средней температуры обмотки от на-

грузочного параметра (потерь или квадрата тока) незначительна к неравномерности распределения температуры: чем эта неравномерность больше, тем в большей степени при прочих равных условиях данная зависимость отличается от прямолинейной;

в переходном тепловом режиме на теплоинерционные свойства обмотки оказывает влияние распределение интенсивности охлаждения, что отражается на форме безразмерной температурно-временной зависимости обмотки в целом.

Итак, для выявления факта существенной неравномерности нагрева обмотки недостаточно провести опыт при заданных условиях тепловыделения и охлаждения. Зафиксированное в таком опыте повышение средней температуры обмотки по сравнению с исходным значением, соответствующим заведомо исправному ее состоянию, может свидетельствовать как о равномерном (а потому мало опасном) ухудшении условий отвода тепла во всех точках, так и о значительном местном повышении температуры, угрожающем жизнеспособности конструкции. Более детальные сведения о тепловом состоянии обмотки могут быть получены в результате проведения серии опытов в установившихся тепловых режимах с различными электрическими нагрузками и опытов с внезапным изменением электрической нагрузки.

Ниже рассмотрены свойства указанных двух типов температурных зависимостей и проанализирована возможность практического применения метода сопротивления для диагностики повышенных местных нагревов обмоток с интенсивным охлаждением.

**Температурно-нагрузочная зависимость в стационарном режиме (общий случай).** В качестве модели обмотки примем прямолинейный одиночный проводник длиной  $L$  и сечением  $S$ , обтекаемый постоянным током  $i$ . Удельные потери в проводнике  $P'$ , Вт/м, зависят от температуры:

$$P'(\theta) = P'_0(1 + \beta\theta), \quad (1)$$

где  $P'_0 = i^2 \rho_0 / S$  — удельные потери, соответствующие температуре охлаждающей среды;  $\rho_0$  — удельное сопротивление материала проводника при этой температуре;  $\beta$  — температурный коэффициент сопротивления.

Теплообмен проводника с окружающей средой, имеющей постоянную температуру  $\theta_0$ , дается приведенным линейным коэффициентом теплопередачи  $K'(x)$ , Вт/м·К, изменяющимся вдоль проводника произвольным образом (рис. 1). Возможное на практике непостоянство температуры охлаждающей среды в такой постановке легко может быть учтено соответствующим воздействием на функцию  $K'(x)$ .

Если пренебречь передачей тепла вдоль проводника и считать функцию  $K'(x)$  свободной от температурных влияний, что справедливо при вынуж-

денном движении среды, то температура  $\theta$  проводника в произвольном сечении  $x$  будет:

$$\theta(x) = \frac{P'(x)}{K'(x)} = \frac{P'_0}{K'(x) - P'_0\beta} = \frac{\theta_0(x)}{1 - \beta\theta_0(x)}, \quad (2)$$

где  $\theta_0(x) = P'_0 / K'(x)$  — условная температура в сечении  $x$  при  $\beta = 0$ .

Вводя безразмерную координату  $\bar{x} = x/L$ , получаем для действительной и условной средних температур проводника:

$$\theta_{cp} = \int_0^1 \frac{\theta_0(\bar{x}) d\bar{x}}{1 - \beta\theta_0(\bar{x})} = P'_0 \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{K'(\bar{x}) - P'_0\beta}; \quad (3)$$

$$\theta_{0cp} = \int_0^1 \theta_0(\bar{x}) d\bar{x} = P'_0 \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{K'(\bar{x})}. \quad (4)$$

При заданном и не зависящем от нагрузки законе  $K'(\bar{x})$  среднееинтегральная величина  $\theta_{0cp}$  выступает как количественная мера удельной тепловой нагрузки  $P'_0$ . Это значит, что зависимость  $\theta_{cp} = f(\theta_{0cp})$  по форме повторяет кривую  $\theta_{cp} = f(i^2)$ , соответствующую некоторым фиксированным значениям коэффициентов  $A_j$  функции  $K'(\bar{x}, A_1, A_2, \dots)$ . Именно от этих коэффициентов зависят переменные  $\theta_{cp}(P'_0, \beta, A_1, A_2, \dots)$  и  $\theta_{0cp}(P'_0, A_1, A_2, \dots)$ , связанные между собой в виде неявных функций (3) и (4). Отсюда ясно, что при  $\beta \neq 0$  форма кривой  $\theta_{cp}(\theta_{0cp})$  или, что то же, кривой  $\theta_{cp}(i^2)$  зависит от вида и числовых параметров функции распределения  $K'(\bar{x})$ , т. е. связана со степенью неравномерности охлаждения проводника. Следовательно, в опытной зависимости  $\theta_{cp}(i^2)$  в принципе заключена информация о функции  $K'(\bar{x})$ , что и можно использовать на практике. Правда, имея дело с обратной задачей, решение которой базируется на опытных интегральных характеристиках, нельзя надеяться на получение подробных сведений о функции  $K'(\bar{x})$ . Ограничимся поэтому определением наиболее существенных параметров, в частности, коэффициента неравномерности охлаждения  $\kappa = K_{max} / K_{min}$ .

С учетом сделанной оговорки будем характеризовать форму исследуемой кривой  $\theta_{cp}(i^2)$  единственным числовым параметром — коэффициентом нелинейности  $k_1$ , которому можно дать следующее определение (рис. 2):

$$k_1 = \frac{\theta_{cp}^*}{2\theta_{cp1/2}^*} = \left[ \int_0^1 \frac{\theta_0^*(\bar{x}) d\bar{x}}{1 - \beta\theta_0^*(\bar{x})} \right] : \left[ \int_0^1 \frac{\theta_0^*(\bar{x}) d\bar{x}}{1 - 0,5\beta\theta_0^*(\bar{x})} \right] = \left[ \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{K'(\bar{x}) - \beta\theta_{06}} \right] : \left[ \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{K'(\bar{x}) - 0,5\beta\theta_{06}} \right], \quad (5)$$

где  $\theta_{06} = P'_0 / K'_{06}$ ;  $K'_{06}$  — базовое значение коэффициента теплопередачи, деление на которое функции  $K'(\bar{x})$  дает безразмерную функцию распределения  $\bar{K}'(\bar{x})$ .

<sup>1</sup> В дальнейшем термин «температура» будет употребляться в смысле: превышение температуры проводника над температурой охлаждающей среды (что эквивалентно допущению  $\theta_0 = 0$ ).

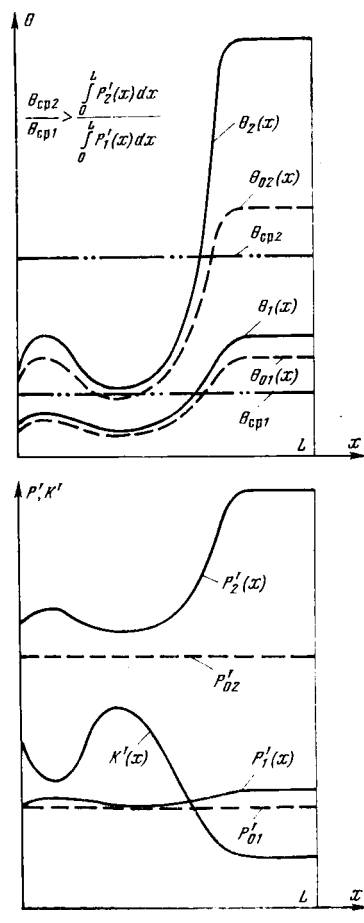


Рис. 1. Распределение теплопередачи, потерь и температуры по длине проводника (произвольный случай):

— действительные распределения; --- идеализация  $\beta = 0$ .

Решение (5) отвечает на вопрос, как изменяется коэффициент нелинейности  $k_1$  с изменением температуры  $\theta_{cp}$  при качественно известном характере функции отвода тепла  $\bar{K}'(\bar{x})$ . При этом, как можно видеть из (3), промежуточная переменная  $\theta_{об}$  связана с  $\theta_{cp}$  зависимостью:

$$\theta_{cp} = \theta_{об} \int_0^1 \frac{d\bar{x}}{\bar{K}'(\bar{x}) - \beta \theta_{об}}. \quad (6)$$

Что касается условий отвода тепла, то их влияние на кривую  $\theta_{cp}(i^2)$  формально дается зависимостью  $k_1$  от числовых коэффициентов  $b_j$  безразмерной функции  $\bar{K}'(\bar{x}, b_1, b_2, \dots)$ . Выдвинутые ранее реалистические соображения побуждают оперировать минимальным числом таких коэффициентов, т. е. выбирать простейшие аппроксимирующие функции  $\bar{K}'(\bar{x})$ . Рассмотрим в качестве примеров два вида распределений  $\bar{K}'(x)$  — линейное и гармоническое.

Линейному распределению  $K'_{max}(0)$ ,  $K'_{min}(1)$  при  $K'_0 = K'_{max}$ ,  $\kappa = K'_{max}/K'_{min}$  соответствует безразмерная функция

$$\bar{K}'(\bar{x}) = 1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \bar{x}.$$

Отсюда согласно (5) и (6) получим

$$k_1 = \left( \ln \left| \frac{\Psi_1}{1 - \Psi_1} \right| \right) : \left( \ln \left| \frac{\Psi_2}{1 - \Psi_2} \right| \right); \quad (5a)$$

$$\theta_{cp} = \theta_{об} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \ln \frac{\Psi_1}{1 - \Psi_1}, \quad (6a)$$

$$\text{где } \Psi_1 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (1 - \beta \theta_{об}); \quad \Psi_2 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (1 - 0,5 \beta \theta_{об}).$$

Синусоидальная функция  $K'(\bar{x}) = A + B \sin 2\pi \bar{x}$  при

$$A = \frac{K'_{max} + K'_{min}}{2}, \quad B = \frac{K'_{max} - K'_{min}}{2} \quad \text{и} \quad \kappa = \frac{K'_{max}}{K'_{min}}$$

приводится к безразмерной форме:

$$\bar{K}'(\bar{x}) = \frac{\kappa + 1}{2\kappa} + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \sin 2\pi \bar{x},$$

что дает для  $k_1$  и  $\theta_{cp}$ :

$$k_1 = \sqrt{\frac{1 - u^2}{\gamma^2 - u^2}}; \quad (56)$$

$$\theta_{cp} = \frac{\theta_{об} \omega}{\sqrt{\gamma^2 - u^2}}, \quad (66)$$

где

$$\gamma = \frac{1 + \kappa (1 - 2\beta \theta_{об})}{1 + \kappa (1 - \beta \theta_{об})};$$

$$u = \frac{\kappa - 1}{1 + \kappa (1 - \beta \theta_{об})}; \quad \omega = \frac{2\kappa}{1 + \kappa (1 - \beta \theta_{об})}.$$

Можно отметить значительную консервативность зависимости  $k_1(\theta_{cp}, \kappa)$  в исследованном температурном диапазоне: она довольно слабо реагирует на вид исходной функции  $\bar{K}'(\bar{x})$  не только для линейной и гармонической, но и для дополнительно рассмотренных степенных, показательных и некоторых полиномиальных распределений. Асимптоти-

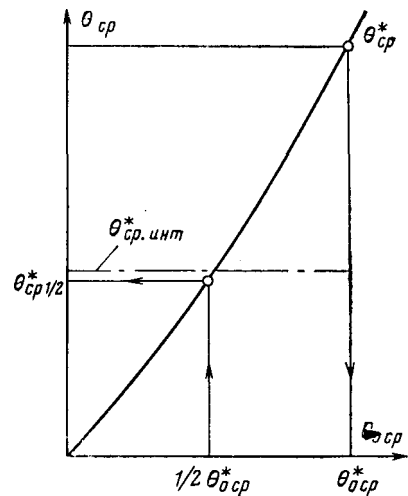


Рис. 2. К определению коэффициента нелинейности  $k_1$ .

ческое значение  $k_1$  при  $\kappa \rightarrow 1$  вычисляется по формуле:

$$k_{1*} = 1 + 0,5 \beta \theta_{cp}. \quad (7)$$

**Случай ступенчатого распределения  $K'(\bar{x})$ . Выявление очага повышенного нагрева.** Условия возникновения в обмотке сравнительно обширной области повышенного нагрева могут быть смоделированы ступенчатым графиком распределения коэффициента теплопередачи (рис. 3), причем в дополнение к уже рассмотренному коэффициенту неравномерности охлаждения  $\kappa = K'_2/K'_1$  здесь появляется еще один безразмерный параметр — относительный размер очага  $l = L_1/L$ .

Обозначив действительные температуры участков через  $\theta_1$  и  $\theta_2$  и условные (при  $\beta = 0$ ) через  $\theta_{01}$  и  $\theta_{02}$ , получим:  $\theta_1 = \theta_{01}(1 - \beta \theta_{01})$ ,  $\theta_2 = \theta_{02}(1 - \beta \theta_{02})$ . Средние температуры  $\theta_{cp} = \theta_1 l + \theta_2 (1 - l)$  и  $\theta_{0cp} = \theta_{01} l + \theta_{02} (1 - l)$  с учетом равенства  $\theta_{01} = \kappa \theta_{02}$  будут связаны между собой соотношением:

$$\theta_{cp} = \theta_{0cp} \frac{M^2 - \beta \kappa \theta_{0cp}}{(M - \beta \theta_{0cp})(M - \beta \kappa \theta_{0cp})}, \quad (8)$$

где  $M = 1 + (\kappa - 1)l$ .

Выражение (8) описывает в некотором масштабе функцию  $\theta_{cp}(i^2)$ ; отсюда можно получить зависимость  $k_1(\kappa, l, \theta_{cp})$  в соответствии с определением (5):

$$k_1 = \frac{\theta_{cp}^*}{2\theta_{cp}^{*/2}} =$$

$$= \frac{\theta_{cp}^* \left( M - \frac{1}{2} \beta \theta_{cp}^* \right) \left( M - \frac{1}{2} \beta \kappa \theta_{cp}^* \right)}{\theta_{cp}^{*/2} \left( M^2 - \frac{1}{2} \beta \kappa \theta_{cp}^* \right)}, \quad (9)$$

$$\text{где } \theta_{cp}^* = \frac{n - \sqrt{n^2 - 4mp}}{2m}; \quad p = M^2 \theta_{cp}^*;$$

$$m = \kappa \beta (1 + \beta \theta_{cp}^*); \quad n = M [M + (1 + \kappa) \beta \theta_{cp}^*].$$

На рис. 4 приведены семейства кривых  $k_1(\kappa, l)$  для медных проводников ( $\beta = 0,004$ ). С их помощью можно установить наличие и степень опасности термического дефекта обмотки, для которой имется температурно-нагрузочная зависимость. Пусть,

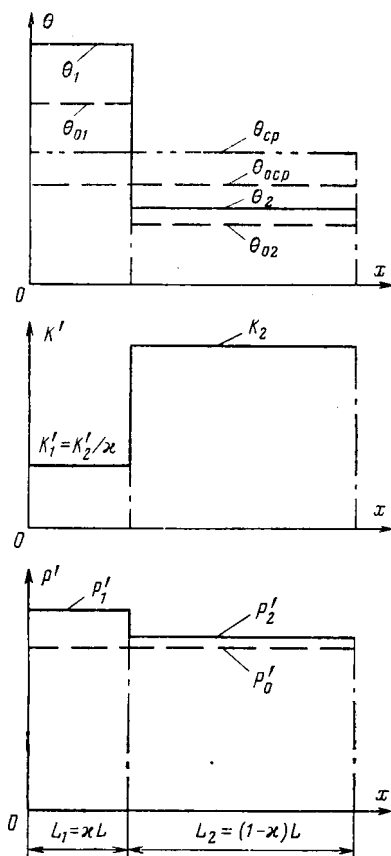


Рис. 3. Распределение потерь и температуры при ступенчатом графике  $K'(x)$ .

например, получена такая зависимость, изображенная в виде кривой 1 на рис. 5. Коэффициент нелинейности данной кривой найдем при  $\theta_{ср}^* = 60^\circ\text{C}$ . Этой температуре соответствует значение  $i^2 = 8,08 \text{ кА}^2$ . Находим по кривой 1 температуру  $\theta_{ср1/2}$ , соответствующую половине указанного значения: при  $i^2 = 4,04 \text{ кА}^2$  значение  $\theta_{ср1/2} = 24,8^\circ\text{C}$ . Отсюда искомый коэффициент  $k_1 = 60 : (2 \cdot 24,8) = 1,21$ . Полученное значение  $k_1$  заметно выше вычисленного по формуле (7) для условий  $\kappa \rightarrow 1$ , что указывает на наличие в обмотке очага повышенного нагрева. Далее, пользуясь рис. 4, получим попарно соответствующие друг другу значения параметров  $\kappa$  и  $l$ :  $\kappa = 3,7$  и  $l = 0,05$ ;  $\kappa = 3,5$  и  $l = 0,1$  и т. д. Ясно уже, что состояние обмотки характеризуется существенной неравномерностью, поскольку при  $k_1 = 1,21$  ни при каких  $l$  не существуют значения  $\kappa$ , меньшие 3,5.

Для однозначной оценки размеров очага и степени неравномерности нагрева необходимо располагать дополнительной экспериментальной информацией, например, температурно-нагрузочной зависимостью обмотки при заведомо исправном ее состоянии (результаты испытаний, проведенных до появления термического дефекта; опытные кривые, полученные на обмотках, однотипных с испытуемой, при условии незначительного рассеивания результатов, принадлежащих отдельным образцам, и т. п.). Допустим, что в этом исходном состоянии вся обмотка имеет температуру  $\theta_2 = \theta_{02} / (1 - \beta\theta_{02})$ ; в дефектном состоянии эту температуру сохраняет

только часть обмотки длиной  $(1-l)L$ , оставшаяся же часть приобретает температуру  $\theta_1 > \theta_2$ . Вопрос сводится к отысканию отношения средней температуры к исходной  $\theta_2$ :

$$k_2 = \frac{\theta_{ср}}{\theta_2} = (1-l) + \frac{\kappa l}{1 - \beta\theta_2(\kappa - 1)}. \quad (10)$$

С учетом  $\theta_2 = \theta_{ср} / k_2$  получим

$$k_2 = \frac{1}{2} [M + \beta\theta_{ср}(\kappa - 1)] + \sqrt{\frac{1}{4} [M + \beta\theta_{ср}(\kappa - 1)]^2 - \beta\theta_{ср}(\kappa - 1)(1-l)}. \quad (11)$$

Выражения (9) и (11) можно понимать как уравнения  $l = f_1(\kappa)$  и  $l = f_2(\kappa)$  при попарно фиксированных значениях параметров  $\theta_{ср}^*$  и  $k_1^*$ ,  $\theta_{ср}^*$  и  $k_2^*$ , при этом для  $l = f_2(\kappa)$  имеем в явном виде:

$$l = \frac{k_2 - 1}{\kappa - 1} \frac{k_2 - \beta\theta_{ср}(\kappa - 1)}{k_2 + \beta\theta_{ср}}, \quad (12)$$

а для вычисления  $l = f_1(\kappa)$  удобнее использовать неявную форму (9). Совместное решение этих уравнений дает точку  $l^*(\kappa^*)$ , координаты которой указывают относительный размер очага  $l^*$  и степень неравномерности охлаждения обмотки  $\kappa^*$ . Соответствующие графики приведены на рис. 6.

Обратимся вновь к затронутому примеру, дополнив его исходные данные кривой 2 на рис. 5. Получая при  $\theta_{ср} = 60^\circ\text{C}$  значение  $\theta_2 = 43^\circ\text{C}$ , имеем:  $k_2 = 60 : 43 = 1,4$ . По графику рис. 6, соответствующему  $\theta_{ср} = 60^\circ\text{C}$ , найдем точку пересечения кривых  $k_1 = 1,21$  и  $k_2 = 1,4$ , которая имеет координаты  $l^* = 0,07$  и  $\kappa^* = 3,6$ . Итак, в нашем примере участок обмотки, составляющий около 7% ее длины, имеет ослабленное в 3,6 раза охлаждение. Это значит, что максимальное превышение температуры достигает  $\theta_1 = \theta_{01} / (1 - \beta\theta_{01}) = \kappa\theta_2 / [1 - \beta\theta_2(\kappa - 1)] = (43 \times 3,6) : (1 - 0,004 \cdot 43 \cdot 2,6) = 280^\circ\text{C}$ . Состояние обмотки — по существу аварийное, и оно остается опасным, даже если ограничить ток до значения, обес-

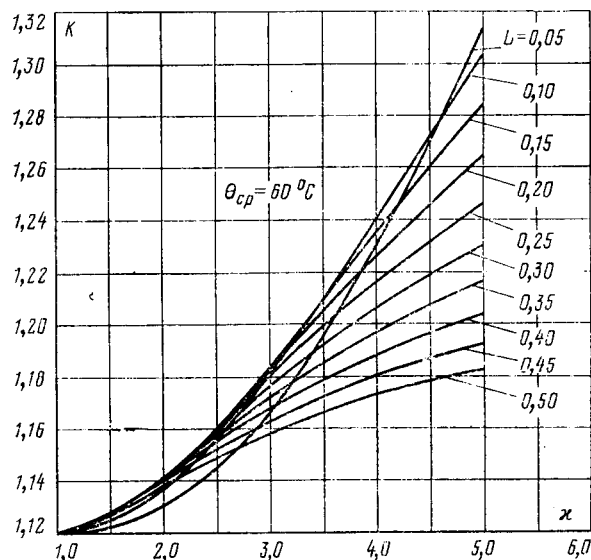


Рис. 4. Зависимость коэффициента нелинейности от относительного размера очага и степени неравномерности охлаждения при ступенчатом графике  $K'(x)$  и  $\theta_{ср} = 60^\circ\text{C}$ .

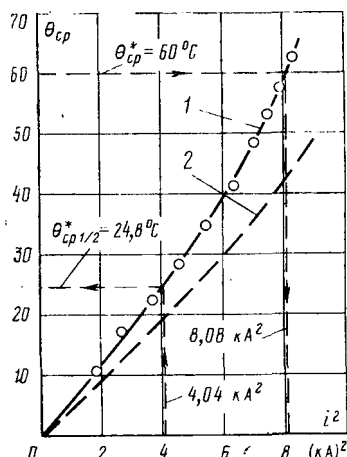


Рис. 5. Пример температурно-нагрузочной зависимости.

участков обмотки, кг;  $P_1$  и  $P_2$  — потери, выделяющиеся на этих участках, Вт.

Подставив (11) в (14) и решив полученное уравнение относительно  $l$ , получим:

$$l = \frac{(1 - a_2) [1 - a_2 (\kappa - 1) \beta \theta_{cp}]}{1 + a_2 (\kappa - 1)} \quad (15)$$

Пусть, например, в переходном тепловом режиме при сбросе нагрузки получена температурно-временная зависимость, аппроксимированная формулой:

$$\theta(t) = 16e^{-t/800} + 19e^{-t/250},$$

отсюда  $\kappa = T_1/T_2 = 800 : 250 = 3,2$ ;  $\theta_{cp} = 16 + 19 = 35^\circ C$ ;  $a_2 = 19 : 35 = 0,543$ . Согласно (15) имеем:  $l = 0,173 \approx 0,17$ . Обмотка имеет очаг повышенного нагрева с параметрами  $\kappa = 3,2$  и  $l = 0,17$ .

**Некоторые вопросы методики эксперимента.** Сформулируем требования к технике и процедуре диагностического эксперимента, основанного на применении метода сопротивления. Наша первоочередная цель, как ясно из всего вышеизложенного, — получить достоверные значения коэффициента  $k_1$  из кривой  $\theta_{cp}(i^2)$  и постоянных  $T_1$  и  $T_2$  из кривой  $\theta_{cp}(t)$ . Рассмотрим с этих позиций следующие основные факторы, влияющие на точность измерения температуры по сопротивлению.

1. Точность определения базового сопротивления  $R_\theta$  и базовой температуры  $\theta$ .
2. Точность определения отношения сопротивлений  $R_\theta/R_\theta$  в опыте (зависит от схемы измерения, переменных составляющих погрешностей электроизмерительных приборов, наличия в цепи переменных сопротивлений, паразитных источников э. д. с. и др.).
3. Истинность сведений о числовом значении температурного коэффициента сопротивления  $\beta$  для данного образца обмотки.

печивающего условие  $\theta'_{cp} = \theta_2 = 43^\circ C$  (при этом, как можно убедиться, максимальное превышение температуры составит  $165^\circ C$ ).

В силу того, что по результатам диагностики предстоит принимать ответственные решения, ее методика должна исключать грубые ошибки. С этой целью вывод, основанный на анализе температурно-нагрузочной зависимости, требует подтверждения иным, независимым методом. Обратимся в связи с этим к возможности определения термических дефектов на основе температурно-временных характеристик обмотки.

**Переходный тепловой режим при ступенчатом распределении  $K'(\bar{x})$ .** В большинстве конструкций обмоток с вынужденным (косвенным или непосредственным) охлаждением внезапному изменению тепловой нагрузки соответствуют практически экспоненциальные температурно-временные зависимости [Л. 4]. Благодаря этому свойству для средней температуры проводника, состоящего из двух неодинаково охлаждаемых участков, действительна следующая зависимость (случай сброса тепловой нагрузки):

$$\theta_{cp}(t) = \theta_1 e^{-t/T_1} + \theta_2 (1 - l) e^{-t/T_2},$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  — установившаяся температура первого и второго участков;  $T_1$  и  $T_2$  — постоянные времени нагрева этих участков.

Безразмерная температурно-временная зависимость:

$$\bar{\theta}_{cp}(t) = \frac{\theta_{cp}(t)}{\theta_{cp}} = a_1 e^{-t/T_1} + a_2 e^{-t/T_2}, \quad (13)$$

где

$$a_2 = \frac{\theta_2 (1 - l)}{\theta_{cp}} = \frac{1 - l}{k_2}. \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что функция (13) несет в себе всю необходимую информацию о характере дефекта. Действительно, следуя расширенной трактовке постоянной времени [Л. 3 и 4], имеем:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_1 c G_1 P_2}{P_1 \theta_2 c G_2} = \frac{\theta_1}{1 + \beta \theta_1} \frac{1 + \beta \theta_2}{\theta_2} = \frac{\theta_{01}}{\theta_{02}} = \kappa.$$

Здесь  $c$  — теплоемкость материала обмотки, Дж/(кг·К);  $G_1$  и  $G_2$  — массы первого и второго

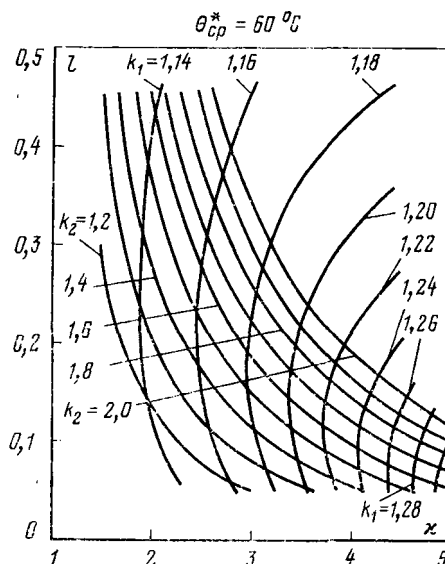


Рис. 6. Графики для определения параметров  $\kappa$  и  $l$  в условиях полной экспериментальной информации при  $\theta_{cp} = 60^\circ C$ .

4. Уровень стабильности коэффициента  $\beta$  в заданном температурном интервале.

5. Флуктуации действительной температуры обмотки (зависят от уровня неконтролируемых колебаний параметров тепловыделения и отвода тепла при проведении опытов).

Задачами диагностического эксперимента обусловлены высокие требования не столько к истинности измеренных температур, сколько к качеству температурных кривых  $\theta_{\text{ср}}(i^2)$  и  $\theta_{\text{ср}}(t)$ : нетрудно показать, что условием достоверного определения параметров  $k_1$ ,  $T_1$  и  $T_2$  является удовлетворительная дифференцируемость кривых, построенных по опытным точкам. При этом уровень постоянных составляющих систематической погрешности фактически не регламентирован. Поскольку это так, то к базовым измерениям (п. 1) и к достоверности сведений о значении  $\beta$  (п. 3) можно не предъявлять особых требований. Важно, чтобы для данного индивидуального образца была гарантирована высокая воспроизводимость коэффициента  $\beta$  при заданной температуре (п. 4). Судя по литературным данным [Л. 5 и 6], флуктуации коэффициента  $\beta$  для обмоточных материалов (медь, алюминий) весьма слабы в температурном интервале, соответствующем условиям эксплуатации обмоток.

Остается оценить требуемую точность измерения сопротивлений (п. 2) и уровень допустимых колебаний параметров режима (п. 5).

При определении сопротивления способом вольтметра и амперметра удовлетворительные результаты могут быть получены лишь на пределе возможностей магнитоэлектрических стрелочных приборов класса 0,2 и только с применением известных рандомизирующих приемов [Л. 1 и 3]. Полезно использовать в качестве показывающих приборов электронные цифровые вольтметры. Безусловное предпочтение, особенно в нестационарных опытах, следует отдать схемам повышенной чувствительности, например, с двумя милливольтметрами [Л. 3], на базе одинарного моста [Л. 7] и др. При этом, вообще говоря, автоматизированные схемы, содержащие звенья уравнивания, регистрации и др. [Л. 6—8], проигрывают по точности схемам, предусматривающим считывание показаний со шкалы или цифрового табло прибора.

Естественно, что самая точная регистрация выходных величин не избавляет от температурных колебаний, обусловленных нестабильностью исходных параметров режима. Известные требования к постоянству этих параметров [Л. 9 и 10] должны быть ужесточены для решения задач диагностики в 2—3 раза. В частности, относительные колебания тока в установившихся режимах должны уклады-

ваться в 0,5%, а колебания параметров системы охлаждения — в 1%.

Даже и при выполнении указанных условий температурная кривая  $\theta_{\text{ср}}(i^2)$  должна содержать не менее 10 точек. Сглаживание опытной зависимости по методу наименьших квадратов можно выполнять на базе аппроксимирующей функции  $\theta = A + Bi^2 + Ci^4$  с последующим отбрасыванием свободного члена для получения  $k_1$  согласно рис. 2.

Температурно-временная зависимость  $\theta(t)$  при измерении температуры по сопротивлению, как известно, свободна от динамических погрешностей термической природы, если в измерении участвует рабочий ток обмотки [Л. 3, 7]. Однако надежные измерения собственно омического сопротивления возможны только при условии полного затухания электрического переходного процесса в обмотке, поэтому с момента изменения тока до начала снятия характеристики  $\theta(t)$  требуется пауза, равная 2—3 постоянным времени электрического процесса.

**Заключение.** Изложенная выше методика, апробированная лабораторным экспериментом, может представить наибольший интерес при оценке теплового состояния обмоток индукторов, в которых локальные температуры недоступны для непосредственного измерения. Опыт обнаружения термических дефектов в обмотках роторов действующих турбогенераторов (мощностью 60 и 300 МВт) показал, что надежный вывод о наличии термического дефекта может быть получен лишь при условии разумного согласования результатов измерений в стационарных и нестационарных тепловых режимах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жерве Г. К. Промышленные испытания электрических машин. — Л.: Энергия, 1968.
2. Залесский А. М., Кукеков Г. А. Тепловые расчеты электрических аппаратов. — Л.: Энергия, 1967.
3. Гуревич Э. И. Тепловые испытания и исследования электрических машин. — Л.: Энергия, 1977.
4. Гуревич Э. И., Рыбин Ю. Л. Расчетные модели нестационарных тепловых процессов в обмотках электрических машин. — Электротехника, 1975, № 12.
5. Температура и ее измерение. — В кн.: Сборник докладов на III Международном симпозиуме по термометрии. Пер. с англ. Под ред. А. Арманда и К. Вульфсона. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
6. White J. P. Temperature Measurements of Rotor Having High Voltage Excitation. — Instruments and Kontrol Systems, 1966, vol. 39, May, № 5.
7. Воронков С. П. Регистрирующий прибор для измерения температуры роторов турбогенераторов. — Электрические станции, 1974, № 6.
8. Косар Д. М. Постоянный контроль температуры обмотки ротора. — Электрические станции, 1965, № 9.
9. Мышенкова Н. К. Методические указания по проведению испытаний на нагрев генераторов. — М.: СЦНТИ ОРГРЭС, 1970.
10. Гуревич Э. И. Тепловые испытания турбогенераторов большой мощности. — Л.: Энергия, 1969.

[22.11.78]





# Исследование входного тока непосредственного преобразователя частоты методами теории случайных процессов

БЫКОВ Ю. М., канд. техн. наук, ВАСИЛЕНКО В. С., инж.

Москва

Гармонический анализ первичного тока непосредственного преобразователя частоты показал, что если отношение частоты силовых питающих э. д. с.  $\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi/T_c$  к частоте управляющего напряжения  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$  представляет собой детерминированное рациональное число, то спектр первичного тока занимает определенные точки на оси частот в общем случае в области  $[0; \infty]$ , и достаточно небольшого (в пределах 1%) изменения этого отношения, чтобы произошло смещение спектра по оси частот и его деформация [Л. 1]. Так как на практике всегда наблюдаются флуктуации частот  $f_c$  и  $f_0$ , то неизвестно, какую из реализаций принять исходной при расчете электрической машины, питающей преобразователь. В статье предлагается одно из решений этой задачи с помощью теории случайных процессов [Л. 2 и 3]. При таком подходе производится усреднение по бесконечно большому числу реализаций и выявляется единственная характеристика первичного тока — энергетический спектр.

Общепринятая при детерминистическом подходе к расчету первичных токов модель непосредственного преобразователя показана на рис. 1,а. Нагрузка является источником тока  $i_n$ , а преобразователь — коммутатором  $K$ , распределяющим этот ток по фазам первичной электрической машины в соответствии с ее э. д. с.  $e_a, e_b, e_c$  и сигналом системы управления  $u_0$ . Эта модель также эффективна и при вероятностном подходе. Отличие заключается в том, что в зависимости от типа электротехнической установки с преобразователем ряд параметров или только один из них принимаются случайными функциями времени.

Рассмотрим систему электроснабжения подвижной установки, в которой с помощью непосредственного преобразователя частоты потребители имеют напряжение стабильной частоты  $f_0$  при переменной частоте  $f_c$  первичного напряжения. Наблюдаются два типа изменения  $f_c$ : «в малом» и «в большом». В первом случае некоторое среднее значение частоты силовых питающих э. д. с.  $f_{c.н}$  остается неизменным в течение отрезка времени, существенно большего периода управляющего напряжения  $T_0$ . Случайные колебания частоты ограничены относительно малыми пределами: от  $\pm 2$  до  $\pm 10\%$  среднего значения. При изменении «в большом»  $f_c$  изменяется в 2—4 раза, однако среднее значение  $f_{c.н}$  изменяется относительно медленно: время предельного изменения на несколько порядков больше  $T_0$ . Следовательно, все время можно разделить на интервалы, существенно превышающие  $T_0$ , на каждом из которых средняя частота принимается постоянной, а случайные колебания частоты ограничены малыми пределами. В результате при исследовании первичных токов преобразователя достаточно рассмотреть случай, когда наблюдаются случайные флуктуации частоты  $f_c$  в небольшом (относительно некоторого среднего значения) диапазоне [Л. 4].

Очевидно, в расчетной модели рис. 1,а для рассматриваемой установки:

а) управляющее напряжение, которое формируется с высокой стабильностью частоты генератором, принимается периодическим с периодом  $T_0$ ; ниже рассматривается только прямоугольное напряжение (рис. 1,б);

б) учитывается только основная гармоника тока нагрузки (пунктир на рис. 1,в — д), амплитуда  $J_{nm}$  и частота  $f_0$  которой, а также фазовый сдвиг  $\varphi_0$  относительно основной гармоники управляющего напряжения принимаются детерминированными величинами;

в) в первичной  $m$ -фазной системе каждая э. д. с.  $e_a, e_b, e_c$  представляет собой синусоидальную функцию времени с неизменной амплитудой и частотой  $f_c$ , являющейся случайной функцией времени.

Формирование первичного тока каждой из фаз в рабочем диапазоне изменения частоты  $f_c$ , когда  $f_c/f_0 > 5/3$ , показано на рис. 1,в — д. Для наглядности приняты нулевая схема и однофазная нагрузка, а также обычное допущение, что  $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$ , даже при  $\alpha_1 = 0$  ( $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — соответственно углы управления в выпрямительном и инверторном режимах). Как видно, первичный ток каждой фазы представляет собой последовательность импульсов сложной формы. Вертикальные линии, проведенные через точки скачкообразного изменения знака управляющего напряжения, т. е. через тактовые интервалы  $T_0/2$ , делят последовательность на пачки импульсов. Широкие импульсы, проходящие через границы пачек, появляются ввиду неполной управляемости вентилей. Заметим, что имеется три вида пачек импульсов (рис. 1,в — д).

Пачки первого вида содержат особый, широкий, импульс, остальные — «нормальные» (длительность  $T_c/m + \gamma/\omega_c$ , где  $\gamma$  — угол коммутации). В пачках остальных двух видов имеются только нормальные импульсы. При  $\alpha_1 \leq (m-2)\pi/2m$  каждый широкий импульс (рис. 2,а) можно представить в виде трех импульсов: первый и третий — нормальные (рис. 2,б), а второй имеет длительность, равную интервалу неполной управляемости  $\tau_n = \{[(m-2)\pi/2m] - (\alpha_1/\pi)\}T_c$ , увеличенному на время коммутации (рис. 2,в). Отнесем первый импульс к предыдущей пачке. Теперь пачки первого вида отличаются от остальных наличием особого импульса длительностью  $\tau_n + (\gamma/\omega_c)$ . При  $\alpha_1 = (m-2)\pi/2m$  значение  $\tau_n = 0$ . Если  $\alpha_1$  больше этого значения, широкий импульс разделяется аналогичным образом, но нормальные импульсы перекрывают друг друга, а особый изменяет свой знак на противоположный. Наконец, при  $\alpha_1 > \alpha_{1r} = (m-2)\pi/m$  широкий импульс целесообразно разделять на два: первый — особый, длительностью

$$\tau'_n = \frac{m-2}{2m} \left(1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_{1r}}{\pi/2 - \alpha_{1r}}\right) T_c,$$

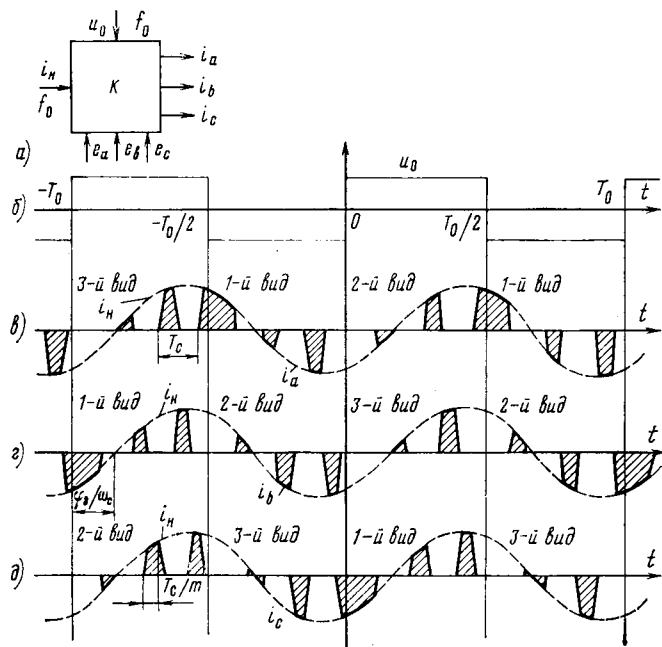


Рис. 1. Диаграмма входных токов преобразователя.

увеличенный на время коммутации, а второй — нормальный. Во всех случаях первый нормальный импульс в пачке каждого вида отстает от границы тактового интервала на временной интервал:

$$\Lambda_i = \begin{cases} \tau + \tau_n + (i-1) \frac{T_c}{m} & \text{при } 0 \leq \alpha_i \leq \alpha_{ir}; \\ -\tau + \tau'_n + (i-1) \frac{T_c}{m} & \text{при } \alpha_{ir} < \alpha \leq \pi/2; \end{cases} \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

где  $i$  — номер вида пачки.

Составляющая  $\tau$  появляется из-за того, что при флуктуациях  $f_c$  изменение знака  $u_0$  может произойти в любой точке интервала пульсации. Следовательно,  $\tau$  является случайной функцией времени, может принимать любые значения в диапазоне  $[0; T_c/m]$  и определяет непрерывную временную модуляцию начала первого нормального импульса пачки относительно границы ее тактового интервала. Часть  $(i-1) \frac{T_c}{m}$  также является случайной функцией времени вследствие случайности появления пачки того или иного вида на тактовом интервале и определяет дискретную временную модуляцию начала первого нормального импульса пачки относительно ее границы. Число импульсов в пачке зависит от отношения  $f_c/f_0$ . При фиксированном  $f_0$  и флуктуациях  $f_c$  в пределах  $\pm 10\%$  некоторого среднего значения  $f_{c.н}$  возможно появление различного числа  $L$  импульсов в пачке, т. е. этот параметр также является случайной функцией времени. Следует ожидать, что существует определенная корреляция параметров  $\Lambda$  и  $L$ .

Перейдем к рассмотрению импульсов первичного тока внутри одной пачки. Вследствие того, что  $f_c$  является случайной функцией времени, длительность импульсов и расстояние между их фронтами также являются случайными функциями времени.

Ясно, что при сложной форме импульсов, их разнохарактерности аналитический расчет энергетического спектра представляет существенные трудности. Поэтому введем упрощения. В первую очередь все импульсы тока следует привести к одному виду, для чего в пачках первого вида опускаем особый импульс (рис. 2, в). Далее упростим формы импульсов. Учитывая, что за время  $T_c/m + \gamma/\omega_c$  ток нагрузки изменяется незначительно и времена коммутации при включении и выключении вентиля примерно равны, реальные импульсы тока можно заменить импульсами той же длительности, но с вертикальными передними и задними фронтами. Явление коммутации учитывается тем, что упрощенные импульсы отстают относительно реальных на время  $\gamma/2\omega_c$  (рис. 2, г).

В результате любой из трех первичных токов может быть представлен следующим импульсным процессом. На каждом детерминированном тактовом интервале появляется пачка импульсов тока одного из трех видов, отличающихся в соответствии с (1) фазой их первого импульса относительно границы интервала  $T_0/2$ . Номер вида пачки является случайной функцией номера тактового интервала, т. е. времени. Каждая пачка состоит из некоторого числа импульсов с вершинами, соответствующими детерминированному току нагрузки на этом участке. Длительность каждого импульса и расстояние между их фронтами являются случайными функциями времени. Вследствие «малости» случайных колебаний частоты  $f_c$  относительно среднего значения  $f_{c.н}$  влияние последних функций на величину энер-

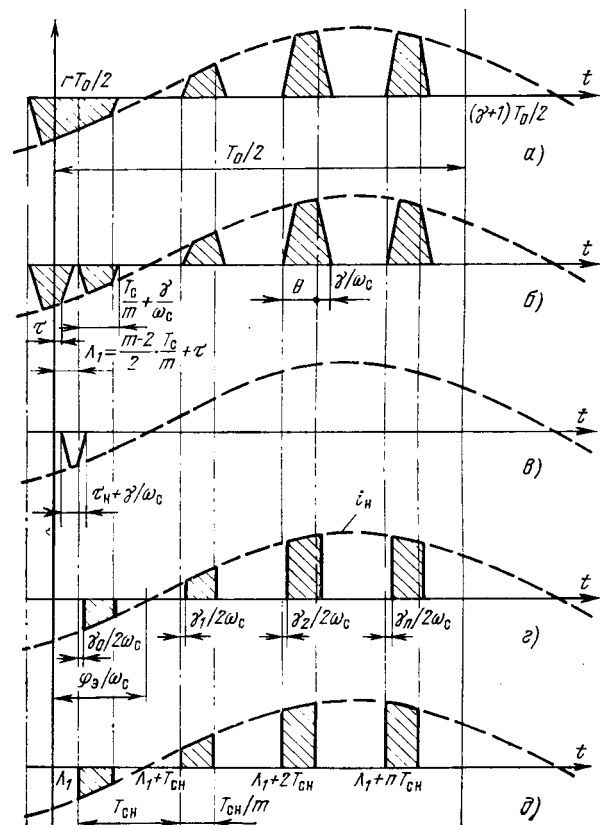


Рис. 2. Выделение и упрощение случайного процесса на входе преобразователя.

гетического спектра будет существенно меньше влияния, связанного со случайностью появления того или иного вида пачки. Следовательно, длительность импульсов пачки и расстояние между ними могут быть приняты детерминированными величинами, изменяющимися во времени при изменении времени коммутации.

Итак, небольшие случайные колебания частоты в течение тактового интервала  $T_0/2$  приводят к тому, что только с некоторой вероятностью, отличной от единицы, можно предсказать фазу (вид) пачки импульсов тока на следующем тактовом интервале. Именно случайность этой фазы во времени определяет импульсный случайный процесс и его основную характеристику — энергетический спектр. Что касается уже отмеченной случайности количества импульсов в пачке, то этот вопрос будет рассмотрен далее.

Перейдем к выводу формулы энергетического спектра, причем для простоты и наглядности принимаем, что коммутация тока с фазы на фазу происходит мгновенно (рис. 2,б).

Как известно [Л. 2], энергетический спектр импульсного случайного процесса с детерминированным тактовым интервалом  $T_0/2$

$$F(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{4/T_0}{2N+1} m_1 \{ |Z_N^k(\omega)|^2 \}, \quad (2)$$

где  $m_1\{X\}$  — оператор математического ожидания случайной функции  $X$ ;  $Z_N^k(\omega)$  — спектральная плотность  $k$ -й реализации процесса, состоящей из  $(2N+1)$  пачек импульсов.

Рассмотрим в  $k$ -й реализации процесса некоторую  $r$ -ю пачку импульсов (рис. 2,б). Она состоит из  $L_r^k$  импульсов одинаковой длительности  $T_{c.н}/m$ , следующих с периодом  $T_0$ . Спектральная плотность  $n$ -го импульса, имеющего абсциссу переднего фронта  $t_{нrn}^k$ , определяется следующим образом:

$$z_{rn}^k(\omega) = \int_{t_{нrn}^k}^{t_{нrn}^k + T_{c.н}/m} J_{нm} e^{-j\omega t} \sin(\omega_0 t - \varphi_3) dt.$$

После интегрирования и преобразования получим:

$$z_{rn}^k(\omega) = z_{rn*}^k(\omega - \omega_0) + z_{rn*}^k(\omega + \omega_0), \quad (3)$$

где

$$z_{rn*}^k(\omega \mp \omega_0) = \frac{J_{нm} e^{\mp j \left( \frac{\pi}{2} + \varphi_3 \right)}}{\omega \mp \omega_0} \times \times \sin \left[ (\omega \mp \omega_0) \frac{T_{c.н}}{2m} \right] \exp \left[ -j (\omega \mp \omega_0) \left( t_{нrn}^k + \frac{T_{c.н}}{2m} \right) \right]. \quad (4)$$

Спектральная плотность  $L_r^k$  импульсов  $r$ -й пачки

$$z_r^k(\omega) = \sum_{n=0}^{L_r^k-1} z_{rn}^k(\omega).$$

Подставляя в последнее выражение  $z_{rn}^k(\omega)$  из (3) и учитывая, что

$$t_{нrn}^k = rT_0/2 + \Lambda_{ri}^k + nT_{c.н};$$

$$\sum_{n=0}^{L_r^k-1} \exp \left[ -jn (\omega \mp \omega_0) T_{c.н} \right] = \frac{\sin [(\omega \mp \omega_0) L_r^k T_{c.н}/2]}{\sin [(\omega \mp \omega_0) T_{c.н}/2]} \times \times \exp \left[ -j (\omega \mp \omega_0) (L_r^k - 1) T_{c.н}/2 \right],$$

после преобразований имеем

$$z_{r*}^k(\omega) = z_{r*}^k(\omega - \omega_0) + z_{r*}^k(\omega + \omega_0), \quad (5)$$

где

$$z_{r*}^k(\omega \mp \omega_0) = \frac{J_{нm} e^{\mp j \left( \frac{\pi}{2} + \varphi_3 \right)}}{\omega \mp \omega_0} \exp \left[ -j (\omega \mp \omega_0) \left( r \frac{T_0}{2} + \Lambda_{ri}^k + L_r^k \frac{T_{c.н}}{2} - \frac{T_{c.н}}{m} \right) \right] \times \times \frac{\sin [(\omega \mp \omega_0) T_{c.н}/2m] \sin [(\omega \mp \omega_0) L_r^k T_{c.н}/2]}{\sin [(\omega \mp \omega_0) T_{c.н}/2]}. \quad (6)$$

Спектральная плотность

$$Z_N^k(\omega) = \sum_{r=-N}^N [z_{r*}^k(\omega - \omega_0) + \bar{z}_{r*}^k(\omega + \omega_0)]. \quad (7)$$

Квадрат модуля спектральной плотности

$$|Z_N^k(\omega)|^2 = \sum_{r=-N}^N \sum_{s=-N}^N [z_{r*}^k(\omega - \omega_0) + \bar{z}_{r*}^k(\omega + \omega_0)] \times \times [z_{s*}^k(\omega - \omega_0) + \bar{z}_{s*}^k(\omega + \omega_0)] = \zeta_*^k(\omega - \omega_0) + \zeta_*^k(\omega + \omega_0) + \xi_{**}^k(\omega), \quad (8)$$

где

$$\zeta_*^k(\omega \mp \omega_0) = \sum_{r=-N}^N \sum_{s=-N}^N z_{r*}^k(\omega \mp \omega_0) \bar{z}_{s*}^k(\omega \mp \omega_0); \quad (9)$$

$$\zeta_{**}^k(\omega) = \sum_{r=-N}^N \sum_{s=-N}^N [z_{r*}^k(\omega - \omega_0) \bar{z}_{s*}^k(\omega + \omega_0) + + z_{r*}^k(\omega + \omega_0) \bar{z}_{s*}^k(\omega - \omega_0)]. \quad (10)$$

Соответственно математическое ожидание квадрата спектральной плотности

$$m_1 \{ |Z_N^k(\omega)|^2 \} = m_1 \{ \zeta_*^k(\omega - \omega_0) \} + + m_1 \{ \zeta_*^k(\omega + \omega_0) \} + m_1 \{ \zeta_{**}^k(\omega) \}. \quad (11)$$

Как следует из (11) и (2), энергетический спектр рассматриваемого процесса содержит три слагаемых. Рассмотрим первое и второе слагаемые. Подставляя (5) в (9), получаем:

$$\zeta_*^k(\omega \mp \omega_0) = \frac{J_{нm}^2}{(\omega \mp \omega_0)^2} \frac{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.н}/2m]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.н}/2]} \times \times \left\{ \sum_{r=-N}^N \sin^2 [(\omega \mp \omega_0) L_r^k T_{c.н}/2] + \right.$$

$$+ \sum_{r=-N}^N \sum_{\substack{s=-N \\ r \neq s}}^N \sin \left[ (\omega \mp \omega_0) L_r^k \frac{T_{c.n}}{2} \right] \sin \left[ (\omega \mp \omega_0) \times \right. \\ \left. \times L_s^k \frac{T_{c.n}}{2} \right] \exp \left[ -j(\omega \mp \omega_0) (\Lambda_{ri}^k + L_r^k T_{c.n}/2) \right] \times \\ \times \exp \left[ +j(\omega \mp \omega_0) (\Lambda_{si}^k + L_s^k T_{c.n}/2) \right] \}. \quad (12)$$

В рассматриваемом рабочем диапазоне частот ( $f_{c.n}/f_0 > 5/3$ ) вероятностные характеристики  $\Lambda_{ri}^k$ ,  $L_r^k$ ,  $\Lambda_{si}^k$  и  $L_s^k$  можно считать не зависящими как от номеров ( $r$  и  $s$ ) пачек, так и от их разности ( $r-s$ ). В этом случае

$$m_1 \{ \zeta_{*}^k(\omega \mp \omega_0) \} = \frac{J_{nm}^2}{(\omega \mp \omega_0)^2} \frac{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/2m]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/m]} \times \\ \times \left\{ (2N+1) m_1 \left\{ \sin^2 \left[ (\omega \mp \omega_0) L_r^k \frac{T_{c.n}}{2} \right] \right\} + \right. \\ \left. + \left| m_1 \left\{ \exp \left[ -j(\omega \mp \omega_0) (\Lambda_{ri}^k + L_r^k \frac{T_{c.n}}{2}) \right] \sin \left[ (\omega \mp \omega_0) L_r^k \frac{T_{c.n}}{2} \right] \right\} \right|^2 \sum_{\substack{r=-N \\ r \neq s}}^N \sum_{\substack{s=-N \\ r \neq s}}^N e^{-j(\omega \mp \omega_0)(r-s) \frac{T_0}{2}} \right\}. \quad (13)$$

Обозначая

$$K_{*}(\omega \mp \omega_0) = m_1 \left\{ \frac{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) L_r^k T_{c.n}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \right\}; \quad (14)$$

$$K_{\infty}(\omega \mp \omega_0) = \left| m_1 \left\{ \frac{\sin [(\omega \mp \omega_0) L_r^k T_{c.n}/2]}{\omega \mp \omega_0} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp \left[ -j(\omega \mp \omega_0) (\Lambda_{ri}^k + L_r^k T_{c.n}/2) \right] \right\} \right|^2 \quad (15)$$

и раскрывая двойную сумму, получаем выражение (13) в следующем виде:

$$m_1 \{ \zeta_{*}^k(\omega \mp \omega_0) \} = J_{nm}^2 \frac{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/2m]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/2]} \times \\ \times \left\{ (2N+1) [K_{*}(\omega \mp \omega_0) - K_{\infty}(\omega \mp \omega_0)] + \right. \\ \left. + \frac{\sin^2 [(2N+1)(\omega \mp \omega_0) T_0/4]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_0/4]} \right\}. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (2) и вычисляя предел

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \frac{\sin^2 [(2N+1)(\omega \mp \omega_0) T_0/4]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_0/4]} = \\ = \frac{4\pi}{T_0} \sum_{l=0}^{\infty} \delta[\omega - (2l+1)\omega_0], \quad l=0, 1, 2, \dots,$$

получаем общие формулы первых двух слагаемых энергетического спектра первичных токов преобразователя:

$$F_{*}(\omega \mp \omega_0) = \frac{4J_{nm}^2}{T_0} \frac{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/2m]}{\sin^2 [(\omega \mp \omega_0) T_{c.n}/2]} \times \\ \times \left\{ [K_{*}(\omega \mp \omega_0) - K_{\infty}(\omega \mp \omega_0)] + \right.$$

$$\left. + \frac{4\pi}{T_0} K_{\infty}(\omega \mp \omega_0) \sum_{l=0}^{\infty} \delta[\omega - (2l+1)\omega_0] \right\}. \quad (17)$$

Для определения функций  $K_{*}(\omega \mp \omega_0)$  и  $K_{\infty}(\omega \mp \omega_0)$  необходимо провести исследования с целью определения вероятностных характеристик случайных величин  $L_r^k$  и  $\Lambda_{ri}^k$ . Напомним, что причиной возникновения случайного процесса в рассматриваемой системе электропитания подвижных объектов являются флуктуации первичной частоты  $f_c$  вокруг некоторого среднего значения  $f_{c.n}$ . Закон распределения  $f_c$  определяется на конкретной установке при ее работе и, как правило, приводится к нормальному, равномерному или иному характерному. В работе статистические исследования проводились с помощью цифровой модели на ЭВМ типа «Минск» при наиболее неблагоприятном равномерном распределении  $f_c$  и характерных для систем стабилизации частоты условиях:  $m=3$  и  $\alpha_1=0$ .

Цифровую модель можно представить в виде трех блоков. Первый блок содержит датчик случайных чисел и моделирует случайные флуктуации частоты сети  $f_c$  вокруг своего среднего значения  $f_{c.n}$ . Во втором блоке в результате непрерывного расчета определяются моменты появления импульсов первичного тока в каждой из трех входных фаз преобразователя, т. е. рассчитываются мгновенные значения трех сложных непериодических переключающих функций, определяемых логикой работы реального преобразователя частоты в режиме стабилизации выходной частоты  $f_0$ . Знания переключающих функций в рассматриваемой задаче вполне достаточно для определения вероятностных характеристик числа импульсов  $L_r^k$  первичного тока на интервале  $T_0/2$  и временного сдвига  $\Lambda_{ri}^k$  пачки импульсов относительно границы интервала.

В третьем блоке производится обработка всей информации о процессе за достаточно большое время  $10^4 T_0/2$ . Пачки импульсов (в каждой из трех фаз их количество составляет  $10^4$ ) сортируются по трем видам, отличающимся дискретной составляющей  $\Lambda_{ri}^k$  [см. формулу (1)]. Кроме того, пачки сортируются по числу импульсов  $L_r^k$  в пачке. Итак, в каждой фазе определяются число пачек данного вида и внутри вида — число пачек с разным количеством импульсов. В результате статистических исследований установлено следующее:

1. С большой степенью достоверности можно считать равными вероятности  $p_i$  появления пачки импульсов каждого из трех видов на  $r$ -м интервале  $T_0/2$ :

$$p_i = 1/3, \quad i=1, 2, 3. \quad (18)$$

2. При

$$f_{c.n}/f_0 = 2L+1/m, \quad L=1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

и случайных колебаниях  $f_c$  вплоть до  $\pm 10\% f_{c.n}$  с большой степенью достоверности можно считать, что в пачке каждого вида содержится одно и то же детерминированное число импульсов  $L$ .

Приведенные выводы иллюстрирует таблица, в которую сведены данные о количестве различных пачек импульсов, полученные на цифровой модели

L	Количество пачек импульсов для фаз								
	A			B			C		
	i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3
2	0	0	227	0	0	236	0	0	211
3	3210	3360	3084	3202	3329	3124	3227	3311	3118
4	119	0	0	109	0	0	133	0	0

при  $f_{с.н}/f_0=19/3$  и случайных колебаниях частоты в диапазоне  $\pm 10\% f_{с.н}$ .

При плавном уменьшении  $f_{с.н}/f_0$  от значения, определяемого (19), сначала увеличивается число пачек третьего вида с  $(L-1)$  импульсом за счет пачек этого вида с  $L$  импульсами. При дальнейшем уменьшении  $f_{с.н}/f_0$  аналогичная ситуация наблюдается в пачках второго и первого видов. Наконец, при  $f_{с.н}/f_0=2(L-1)+1/m$  в подавляющем большинстве пачек каждого вида снова содержится одно и то же число импульсов, но на единицу меньше, чем при  $f_{с.н}/f_0=2L+1/m$ . Ограниченный объем статьи не позволяет привести количественные закономерности, однако из приведенного качественного рассмотрения ясно, что в общем случае  $L$  является случайной величиной, коррелированной с  $i$  — номером вида пачки — другой случайной величиной.

Указанное обстоятельство делает аналитическое выражение энергетического спектра чрезвычайно громоздким. Поэтому ограничимся дискретным рядом отношений частот  $f_{с.н}/f_0$ , определяемым формулой (19). Тогда  $K_{0*}(\omega \mp \omega_0)$  в соответствии с (14) является детерминированной функцией:

$$K_{0*}(\omega \mp \omega_0) = \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2}. \quad (20)$$

Остается только одна случайная функция времени  $\Lambda_{ri}^k$ . Как видно из формулы (1), кроме дискретной случайной составляющей, вероятностные характеристики которой уже определены выражением (18),  $\Lambda_{ri}^k$  содержит непрерывную случайную составляющую  $\tau$ . Отдельное статистическое исследование на рассмотренной выше цифровой модели показало, что функцию распределения случайной величины  $\tau$  можно представить в следующем виде:

$$\omega(\tau) = m/T_{с.н}. \quad (21)$$

Учитывая, что случайные величины  $\tau$  и  $i$  — взаимозависимы, запишем (15) при характерных для систем стабилизации частоты условиях  $\alpha_1=0$  и  $m=3$  в виде:

$$\begin{aligned} K_{\infty*}(\omega \mp \omega_0) &= \left| m_1 \left\{ \frac{\sin[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{\omega \mp \omega_0} \times \right. \right. \\ &\times e^{-j(\omega \mp \omega_0)(\Lambda_{ri}^k + LT_{с.н}/2)} \left. \right\} \left|^2 = \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \times \right. \\ &\times m_1 \left\{ \left| e^{-j(\omega \mp \omega_0) \Lambda_{ri}^k} \right|^2 = \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \times \right. \\ &\times \left. \left| \sum_{i=1}^3 p_i \int_0^{T_{с.н}/m} e^{-j(\omega \mp \omega_0) \left[ \frac{m-2}{2} \frac{T_{с.н}}{m} + (i-1) \frac{T_{с.н}}{m} + \tau \right]} \omega(\tau) d\tau \right|^2 \right. \end{aligned} \quad (22)$$

Подставляя в (22) значения  $p_i$  из (18),  $\omega(\tau)$  из (21), производя интегрирование и суммирование,

после преобразований получаем:

$$K_{\infty*}(\omega \mp \omega_0) = \frac{4m^2}{9T_{с.н}^2} \times \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2] \sin^2[(\omega \mp \omega_0) T_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^4}. \quad (23)$$

Возвращаясь к выражению (17), заметим, что энергетический спектр токов содержит две составляющие — непрерывную  $F_{н*}(\omega \mp \omega_0)$  и дискретную  $F_{д*}(\omega \mp \omega_0)$ , которые с учетом (20) и (23) имеют вид:

$$\begin{aligned} F_{н*}(\omega \mp \omega_0) &= \frac{4J_{нм}^2}{T_0} \times \\ &\times \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) T_{с.н}/2m] \sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2 \sin^2[(\omega \mp \omega_0) T_{с.н}/2]} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{4m^2}{T_{с.н}^2} \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) T_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \right\}; \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{д*}(\omega \mp \omega_0) &= \frac{64\pi m^2 J_{нм}^2}{9T_0^2 T_{с.н}^2} \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) T_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \times \\ &\times \frac{\sin^2[(\omega \mp \omega_0) LT_{с.н}/2]}{(\omega \mp \omega_0)^2} \sum_{l=0}^{\infty} \delta[\omega - (2l+1)\omega_0]. \quad (25) \end{aligned}$$

Выражения (24) и (25) определяют составляющие первых двух слагаемых энергетического спектра токов [см. формулы (2) и (11)]. Вывод расчетных формул для непрерывной  $F_{н**}(\omega)$  и дискретной  $F_{д**}(\omega)$  составляющих чрезвычайно громоздкий, поэтому приведем их сразу в окончательном виде:

$$\begin{aligned} F_{н**}(\omega) &= -\frac{8mJ_{нм}^2}{3T_0 T_{с.н}} \times \\ &\times \frac{\sin[(\omega - \omega_0) T_{с.н}/2m] \sin[(\omega + \omega_0) T_{с.н}/2m]}{\omega^2 - \omega_0^2} \times \\ &\times \frac{\sin[(\omega - \omega_0) LT_{с.н}/2] \sin[(\omega + \omega_0) LT_{с.н}/2]}{\sin[(\omega - \omega_0) T_{с.н}/2] \sin[(\omega + \omega_0) T_{с.н}/2]} \times \\ &\times \cos \left[ 2\omega_0 T_{с.н} \left( \frac{L}{2} + \frac{1}{m} \right) - 2\varphi_9 \right] \left\{ \frac{\sin \omega_0 T_{с.н}}{\omega_0} - \right. \\ &\left. - \frac{4m}{3T_{с.н}} \frac{\sin[(\omega - \omega_0) T_{с.н}/2] \sin[(\omega + \omega_0) T_{с.н}/2]}{\omega^2 - \omega_0^2} \right\}; \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{д**}(\omega) &= -\frac{128\pi m^2 J_{нм}^2}{9T_0^2 T_{с.н}^2} \times \\ &\times \frac{\sin[(\omega - \omega_0) T_{с.н}/2m] \sin[(\omega + \omega_0) T_{с.н}/2m]}{\omega^2 - \omega_0^2} \times \\ &\times \frac{\sin \left[ (\omega - \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{2} \right] \sin \left[ (\omega + \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{2} \right]}{\omega^2 - \omega_0^2} \times \\ &\times \cos \left[ 2\omega_0 \left( \frac{L}{2} + \frac{1}{m} \right) T_{с.н} - 2\varphi_9 \right] \sum_{l=0}^{\infty} \delta[\omega - (2l+1)\omega_0]. \quad (27) \end{aligned}$$

Непрерывная и дискретная составляющие полного энергетического спектра первичных токов определяются алгебраическим суммированием всех трех слагаемых:

$$F_{н}(\omega) = F_{н*}(\omega - \omega_0) + F_{н*}(\omega + \omega_0) + F_{н**}(\omega); \quad (28)$$

$$F_{д}(\omega) = F_{д*}(\omega - \omega_0) + F_{д*}(\omega + \omega_0) + F_{д**}(\omega). \quad (29)$$

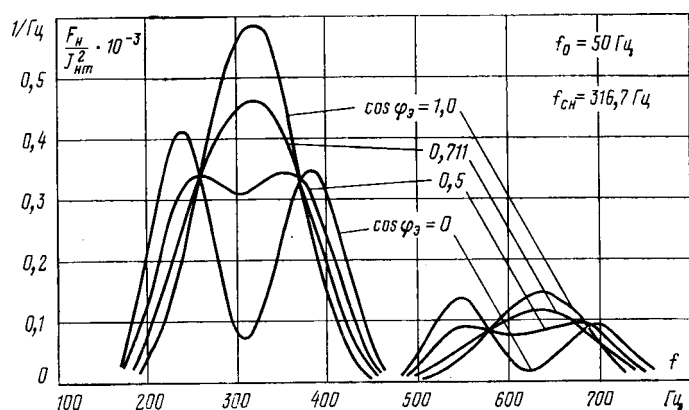


Рис. 3. Непрерывная составляющая энергетического спектра входных токов при различном характере нагрузки преобразователя.

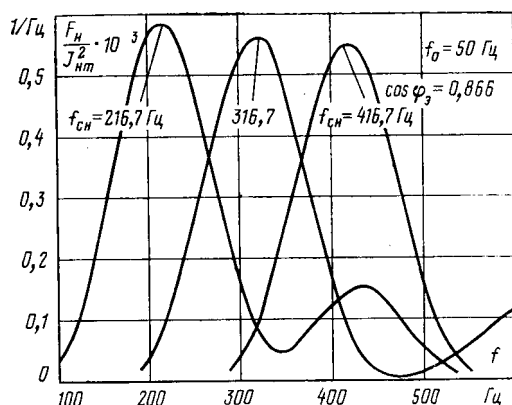


Рис. 4. Непрерывная составляющая энергетического спектра входных токов при различном отношении частот.

Результаты расчета  $F_n(\omega)$  при  $f_0=50$  Гц,  $f_{с.н}=316,67$  Гц и различных  $\cos \varphi_3$  представлены на рис. 3. Этот рисунок иллюстрирует зависимость непрерывной составляющей энергетического спектра от характера нагрузки преобразователя. Причина уменьшения спектральной плотности на частоте  $\omega_{с.н}$  при уменьшении  $\cos \varphi_3$  выявляется при детерминистическом рассмотрении пачки импульсов тока в двух случаях — чисто активной и чисто индуктивной нагрузках. Напомним, что в пределах одной пачки импульсы следуют строго с периодом  $T_{с.н}$ . Проведя синусоиду частоты  $\omega_{с.н}$  так, чтобы ее амплитудное значение наблюдалось в центре первого импульса пачки, заметим следующее. При активной нагрузке полярности каждого импульса пачки и соответствующего участка синусоиды совпадают. При индуктивной нагрузке это наблюдается только на первой половине тактового интервала  $T_0/2$ , а на второй полярности противоположны, что свидетельствует о подавлении гармоники  $\omega_{с.н}$ , т. е. в момент перехода тока  $i_n$  через нулевое значение происходит «опрокидывание фазы» колебаний. Это, как известно из теории сложной угловой модуляции, приводит к исчезновению гармоники  $\omega_{с.н}$  и появлению вместо нее двух боковых вдвое меньшей амплитуды с частотами  $\omega_{с.н}-\omega_0$  и  $\omega_{с.н}+\omega_0$  [Л. 3].

Зависимость  $F_n(\omega)$  от отношения частот при

$f_0=50$  Гц и  $\cos \varphi_3=0,866$  иллюстрируется рис. 4, из которого видно, что с увеличением  $f_{с.н}$  непрерывная часть сдвигается вправо без существенного изменения формы и максимального значения.

Результаты расчетов  $F_d(\omega)$  по формуле (29) показали, что следует учитывать только гармонику с частотой  $\omega_0$ , все остальные пренебрежимо малы. Решетчатая функция  $F_d(\omega)=f(f_0/f_{с.н})$  при  $f_0=50$  Гц и различном характере нагрузки преобразователя представлена на рис. 5. Для наглядности ее значения в точках существования соединены прямыми линиями. Как показал анализ, при  $f_0=50$  Гц вторым слагаемым в выражении (29) можно пренебречь (при этом ошибка не превышает 5%). Тогда дискретная составляющая энергетического спектра входных токов преобразователя определяется формулой

$$F_d(\omega) = \left[ \frac{4\pi L^2 J_{nm}^2}{(2mL+1)^2} - \frac{2L J_{nm}^2}{\pi m} \sin\left(\frac{2\pi}{2mL+1}\right) \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{2mL\pi}{2mL+1}\right) \cos\left(2\pi \frac{mL+2}{2mL+1} - 2\varphi_3\right) \right] \delta(\omega - \omega_0). \quad (30)$$

В предельном случае, когда  $\omega_0 \rightarrow 0$  и  $f_{с.н}/f_0 \rightarrow \infty$ , дискретная составляющая энергетического спектра сдвигается к началу координат и формула (30) принимает следующий вид:

$$\lim_{\substack{\omega_0 \rightarrow 0 \\ f_{с.н}/f_0 \rightarrow \infty}} F_d(\omega) = \frac{\pi}{9} J_{nm}^2 \delta(\omega). \quad (31)$$

При этом постоянная составляющая входного тока преобразователя

$$J_{\Phi_0} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \lim_{\substack{\omega_0 \rightarrow 0 \\ f_{с.н}/f_0 \rightarrow \infty}} F_d(\omega)} = 0,333 J_{nm},$$

что соответствует постоянной составляющей входного тока выпрямителя, включенного по трехфазной нулевой схеме.

Несложно также убедиться, что амплитуда эквивалентной гармоники, выделяющей мощность, рав-

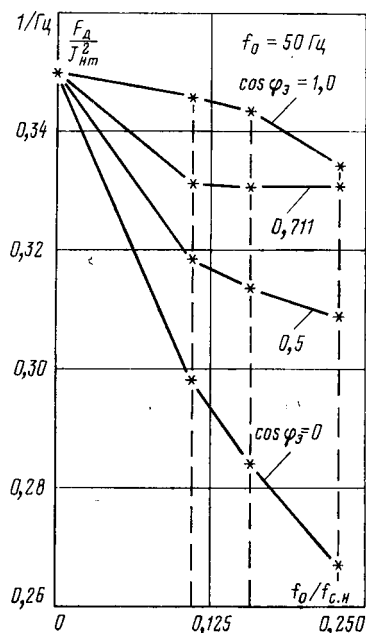


Рис. 5. Зависимость основной гармоники дискретной составляющей энергетического спектра входных токов преобразователя от отношения частот и характера нагрузки.



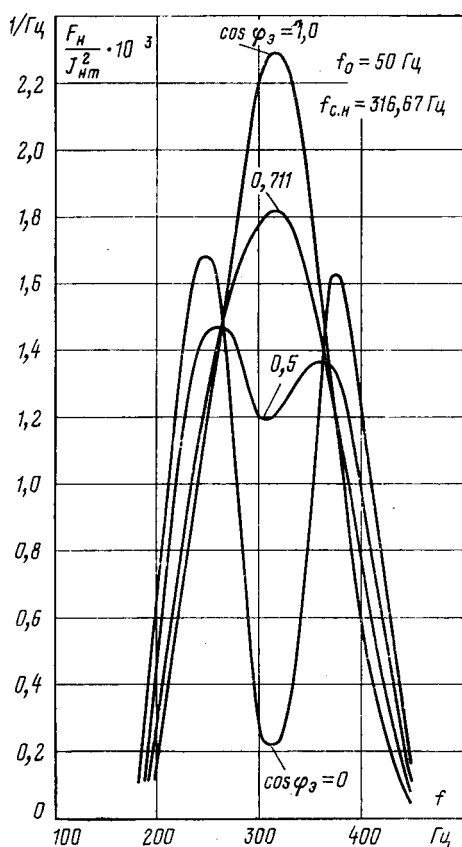


Рис. 6. Энергетический спектр входного тока в мостовой схеме преобразователя при различном характере нагрузки.

ную реальной мощности в окрестностях  $\omega_{с.н}$ , составляет примерно  $0,55J_{нм}$ , что соответствует основной гармонике входного тока выпрямителя, включенного по трехфазной нулевой схеме.

Нулевая  $m$ -фазная схема рассмотрена выше как более общий случай. Аналогичное исследование первичного тока в трехфазной мостовой схеме непосредственного преобразователя выявило упрощение энергетического спектра, заключающееся в исчезновении его дискретной составляющей. Выражения слагаемых в (28) для дискретного ряда отношений частот

$$f_{с.н}/f_0 = L + 1/m, \quad L = 1, 2, 3, \dots \quad (32)$$

имеют следующий вид:

$$F_*(\omega \mp \omega_0) = \frac{4J_{нм}^2}{T_0} \frac{\sin^2 \left[ (\omega \mp \omega_0) \frac{T_{с.н}}{2m} \right]}{(\omega \mp \omega_0)^2 \cos^2 \left[ (\omega \mp \omega_0) \frac{T_{с.н}}{4} \right]} \times \\ \times \frac{\cos^2 \left[ (\omega \mp \omega_0) L \frac{T_{с.н}}{4} \right]}{\sin^2 \left[ (\omega \mp \omega_0) L \frac{T_{с.н}}{4} \right]}, \quad \begin{matrix} L = 1, 3, 5, \dots; \\ L = 2, 4, 6, \dots; \end{matrix} \quad (33)$$

$$F_{**}(\omega) = -\frac{4mJ_{нм}^2}{3\pi T_{с.н}} A(\omega) \cos \left[ 2\omega_0 \left( \frac{T_{с.н}}{m} + \right. \right.$$

$$\left. + L \frac{T_{с.н}}{4} \right) - 2\varphi_3 \right] \sin \left( \omega_0 \frac{T_{с.н}}{2} \right), \quad (34)$$

где

$$A(\omega) = \frac{2 \sin \left[ (\omega - \omega_0) \frac{T_{с.н}}{2m} \right] \sin \left[ (\omega + \omega_0) \frac{T_{с.н}}{2m} \right]}{(\omega^2 - \omega_0^2) \cos \left[ (\omega - \omega_0) \frac{T_{с.н}}{4} \right] \cos \left[ (\omega + \omega_0) \frac{T_{с.н}}{4} \right]} \times \\ \times \frac{\cos \left[ (\omega - \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{4} \right]}{\sin \left[ (\omega - \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{4} \right]} \cdot \frac{\cos \left[ (\omega + \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{4} \right]}{\sin \left[ (\omega + \omega_0) \frac{LT_{с.н}}{4} \right]},$$

$$L = 1, 3, 5, \dots; \\ L = 2, 4, 6, \dots \quad (35)$$

Расчеты по приведенным формулам показали, что форма энергетического спектра практически такая же, как при нулевой схеме (рис. 3 и 4), а величина возрастает в четыре раза (рис. 6), что согласуется с известным, полученным при детерминистическом подходе результатом: в мостовой схеме преобразователя основная гармоника входного тока в два раза больше, чем в нулевой.

**Выводы.** 1. Методы теории случайных процессов, дополняя детерминистические, являются весьма эффективным средством анализа тока, потребляемого непосредственным преобразователем частоты от силового источника.

2. Исследование системы стабилизации частоты при случайных колебаниях первичной частоты «в малом» и прямоугольном законе управления выявило следующее:

а) при нулевых схемах в дискретной составляющей энергетического спектра входного тока преобразователя все гармоники, кроме имеющей частоту  $f_0$ , пренебрежимо малы; при мостовых схемах дискретная составляющая отсутствует;

б) в непрерывной составляющей энергетического спектра входного тока преобразователя основной является часть, расположенная в диапазоне частот  $[f_{с.н} - 2,67f_0; f_{с.н} + 2,67f_0]$ , при переходе к мостовой схеме форма непрерывной части практически не изменяется, а величина возрастает в четыре раза;

в) при нагрузке системы, близкой к активной, и неизменной  $f_0$  изменение  $f_{с.н}$  приводит к соответствующему смещению непрерывной части энергетического спектра входного тока без заметного изменения формы и величины;

г) характер нагрузки преобразователя оказывает существенное влияние на энергетический спектр тока, потребляемого преобразователем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быков Ю. М. Непосредственные преобразователи частоты с автономным источником энергии. — М.: Энергия, 1977.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Советское радио, 1969.
3. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Советское радио, 1971.
4. Быков Ю. М., Василенко В. С., Пар И. Т. Исследование случайных процессов на выходе непосредственного преобразователя частоты. — Электричество, № 1, 1978.

[11.04.79]

# Анализ электромагнитной связи между взаимно ортогональными контурами в нелинейной ферромагнитной среде

ПУГАЧЕВ В. А.

Физико-энергетический институт АН ЛатвССР

Известно, что между двумя взаимно ортогональными контурами, расположенными в среде с неизменными электрофизическими параметрами ( $\mu = \text{const}$ ,  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\gamma = \text{const}$ ) отсутствует электромагнитная связь. Если же эти контуры поместить в ферромагнитную среду ( $\mu \neq \text{const}$ ), то не только результирующая индукция  $B$ , но и магнитная индукция в каждом из направлений намагничивания окажутся зависимыми от напряженности обоих взаимно ортогональных полей.

Наличие такой зависимости показано в ряде экспериментальных и теоретических работ [Л. 1 и 2]. Более того, на практике находят применение аппараты, в которых используется возможность изменения индукции в одном из направлений намагничивания за счет изменения параметров магнитного поля в перпендикулярном направлении [Л. 3]. Из анализа опубликованной литературы следует, что к настоящему времени имеется много ценных сведений о специфике перемагничивания магнитных материалов в ортогональных полях. Однако эти сведения весьма разрознены, порой противоречивы, а систематическое рассмотрение такого перемагничивания и сопровождающих его эффектов отсутствует.

Целью настоящей статьи является исследование качественных особенностей процесса перемагничивания ферромагнетика в двух переменных взаимно ортогональных полях и анализ электромагнитной связи между намагничивающими контурами. Естественно, что все особенности перемагничивания не могут быть рассмотрены в данной статье, поэтому приводимые ниже результаты исследований не затрагивают таких вопросов, как изучение гистерезисных циклов перемагничивания, влияния анизотропии, динамики процесса перемагничивания.

При весьма медленном изменении параметров магнитного поля вектор намагниченности изотропного материала при пренебрежении магнитным гистерезисом полностью определяется вектором результирующей напряженности внешнего магнитного поля. При таких условиях направления обоих векторов совпадают друг с другом, а между их модулями существует однозначная нелинейная функциональная связь  $b = b(h)$ .

Модули векторов индукции и напряженности результирующего магнитного поля:

$$b = \sqrt{b_x^2 + b_y^2};$$

$$h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2},$$

где  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $h_x$  и  $h_y$  — параметры ортогональных магнитных полей.

Если известны напряженности внешних ортогональных полей  $h_x$  и  $h_y$ , то составляющие магнитной индукции могут быть определены в соответствии с выражениями:

$$b_x = \frac{h_x}{h} b(h); \quad (1)$$

$$b_y = \frac{h_y}{h} b(h). \quad (2)$$

Для анализа электромагнитной связи между взаимно ортогональными контурами наибольший интерес представляют зависимости  $b_x = f(h_x)$  и  $b_y = f(h_y)$ , так как по ним, во-первых, можно наблюдать постепенный переход от чисто продольного процесса перемагничивания к перемагничиванию взаимно перпендикулярными полями и, во-вторых, эти зависимости позволяют определить потокоцепления соответствующих намагничивающих контуров.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приводится ряд рассчитанных зависимостей  $b_x = f(h_x)$  и  $b_y = f(h_y)$  при аппроксимации кривой намагничивания гиперболическим синусом

$$h^* = \text{sh } b^* \quad (3)$$

и изменении напряженности магнитных полей  $h_x$  и  $h_y$  по синусоидальному закону с одинаковой частотой, т. е.

$$h_x = H_x \sin \vartheta; \quad (4)$$

$$h_y = H_y \sin (\vartheta + \psi). \quad (5)$$

В равенствах (3)–(5)  $h^* = h/\alpha$ ,  $b^* = \beta b$  — относительные величины результирующих напряженности и индукции магнитного поля;  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты аппроксимации;  $\vartheta = \omega t$  — относительное время;  $\omega$  — угловая частота;  $t$  — время;  $\psi$  — фазовый угол между напряженностями ортогональных полей.

Как следует из (1)–(5), искомые значения составляющих магнитной индукции  $b_x$  и  $b_y$  являются функцией трех параметров — амплитуд напряженностей  $H_x$  и  $H_y$  и фазового угла  $\psi$ .

Здесь и далее составляющие магнитной индукции  $b_x$  и  $b_y$  и напряженности магнитного поля  $h_x$  и  $h_y$  приводятся в относительных единицах, причем за базисные значения напряженности магнитного поля принят коэффициент  $\alpha = 4$  А/м, а за базисное значение магнитной индукции — величина  $1/\beta = 0,224$  Тл (электротехническая сталь Э-31).

Рассмотрим основные особенности представленных характеристик. При фазовом угле  $\psi = 0$  и неизменной амплитуде  $H_x$  с ростом интенсивности поперечного поля  $h_y$  уменьшается составляющая индукции  $b_x$ . Все эти зависимости в насыщенной части «параллельны» друг другу. По сравнению с поперечным подмагничиванием постоянным полем [Л. 1 и 3] эти кривые имеют более резкий загиб, что объясняется тем, что при синфазном перемагничивании с ростом напряженности поля  $h_x$  одновременно увеличивается напряженность ортогонального поля  $h_y$ . При малых значениях напряженностей ортогональных полей кривые  $b_x = f(h_x)$  совпадают с кривой намагничивания в продольном поле (кривая при  $H_y/H_x = 0$ ).

При фазовом угле  $\psi = \pi/2$  все характеристики одновременного намагничивания имеют три общие точки при  $h_x = 0$  и  $h_x = \pm H_x$ , так как при  $h_x = 0$   $b_x = 0$ , а при  $\vartheta = \pm 90^\circ$  напряженность поперечного по-

ля равна нулю. С увеличением напряженности поперечного поля зависимости  $b_x = f(h_x)$  спрямляются и при  $H_x = H_y$  становятся линейными. На возможность полной линеаризации кривой намагничивания обращено внимание в [Л. 5]. При дальнейшем увеличении напряженности поперечного поля зависимости  $b_x = f(h_x)$  становятся вновь нелинейными, причем в них появляются несвойственные кривым намагничивания перегибы.

Совсем иной характер зависимостей  $b_x = f(h_x)$  и  $b_y = f(h_y)$  наблюдается при фазовых углах  $\psi$ , находящихся в диапазоне  $0 < \psi < \pi/2$ . На рис. 1 представлены характеристики  $b_x = f(h_x)$  при  $\psi = \pi/4$ . Наиболее характерной особенностью этих зависимостей является неоднозначность, петлеобразный характер их изменения. Все характеристики  $b_x = f(h_x)$  так же имеют три общих точки с основной кривой намагничивания. Одна из этих точек, как при  $\psi = \pi/2$ , определяется начальным моментом времени  $\vartheta = 0$ , когда  $h_x = 0$  и  $b_x = 0$ . Две другие определяются из условия

$$h_y = H_y \sin\left(\vartheta + \frac{1}{4}\pi\right) = 0,$$

чему соответствуют  $\vartheta = 3/4\pi$  и  $\vartheta = 7/4\pi$ .

С увеличением  $H_y$  площади петель  $b_x = f(h_x)$  увеличиваются. В рассматриваемых режимах перемагничивания зависимости  $b_y = f(h_y)$  так же имеют петлеобразный вид (рис. 1) и в общем случае отличаются от характеристик  $b_x = f(h_x)$  как по форме, так и по направлению обхода. Если направление обхода зависимостей  $b_x = f(h_x)$  в течение полного цикла перемагничивания — по часовой стрелке, то направление обхода зависимостей  $b_y = f(h_y)$  — против часовой стрелки. Проведенные расчеты показывают, что несмотря на большое различие по форме площади петель  $b_x = f(h_x)$  и  $b_y = f(h_y)$  всегда равны между собой для любых фиксированных значений  $H_x$  и  $H_y$ . При  $H_x = H_y$  кривые  $b_x = f(h_x)$  и  $b_y = f(h_y)$  становятся одинаковыми по форме и различаются только направлением обхода. Указанные особенности кривых намагничивания имеют место и при других значениях фазовых углов, не кратных 0 или  $\pi/2$  (меняются только координаты общих точек).

Краткий анализ представленных зависимостей позволяет сделать вывод о том, что в любом из режимов перемагничивания ферромагнетика двумя ортогональными полями существует взаимное влияние одного из полей на другое.

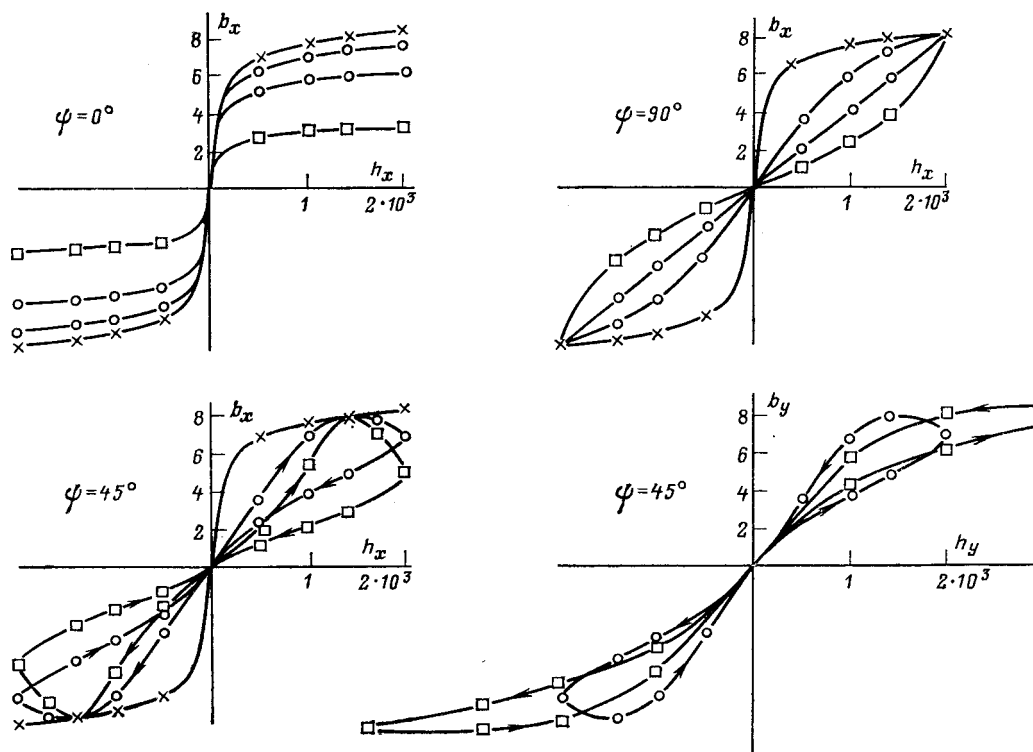


Рис. 1. Расчетные характеристики перемагничивания ферромагнетика в переменных ортогональных магнитных полях при различных значениях фазового угла  $\psi$ .

××× —  $H_y = 0$ ; ○○○ —  $H_y/H_x = 0.5$  и  $H_y/H_x = 1$ ; □□□ —  $H_y/H_x = 2$ .

Рассмотрим вопрос о влиянии поперечного подмагничивания переменным полем на форму кривых магнитной индукции в продольном направлении. На рис. 2 представлены расчетные зависимости  $b_x = f(\vartheta)$  при различных значениях  $H_y/H_x$ . Во всех исследуемых режимах величина напряженности продольного магнитного поля  $h_x$  изменяется по синусоидальному закону с постоянной амплитудой  $H_x$ . Как видно из представленных рисунков, при  $\psi = 0^\circ$  кривые  $b_x = f(\vartheta)$  с увеличением  $H_y$  уплощаются, а максимальные значения индукции при  $\vartheta = \pi/2$  уменьшаются.

При фазовом угле  $\psi = \pi/2$  и  $H_y < H_x$  форма индукции магнитного поля от уплощенной приближается к синусоидальной. При равных значениях амплитуд  $H_x$  и  $H_y$  имеем случай чисто вращательного перемагничивания, и в этом случае при синусоидальном характере изменения  $h_x = f(\vartheta)$  получим синусоидальный характер изменения  $b_x = f(\vartheta)$ . При дальнейшем увеличении амплитуды поперечного поля характер изменения  $b_x = f(\vartheta)$  вновь отклоняется от синусоидального и становится пикообразным. Максимальные значения  $b_x$  с увеличением  $h_x$  не меняются.

При  $\psi = \pi/4$  соответствующие зависимости  $b_x = f(\vartheta)$  имеют более сложный характер изменения с увеличением напряженности поперечного поля.

Рассмотрим основное отличие формы кривых  $b_x = f(\vartheta)$  данного случая от первых двух. Все зависимости  $b_x = f(\vartheta)$  при фазовых углах  $\psi = 0^\circ$  и  $\psi = 90^\circ$  обладают свойствами симметрии II и III рода:

$$f(-x) = -f(x);$$

$$f\left(x + \frac{T}{2}\right) = -f(x).$$

При разложении таких функций в ряде Фурье получим:

$$a_k = 0; b_{2k} = 0;$$

$$b_{2k+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} f(x) \sin(2k+1) \frac{2\pi x}{T} dx, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots,$$

т. е. постоянная составляющая, все косинусные и четные синусные члены в кривой разложения отсутствуют.

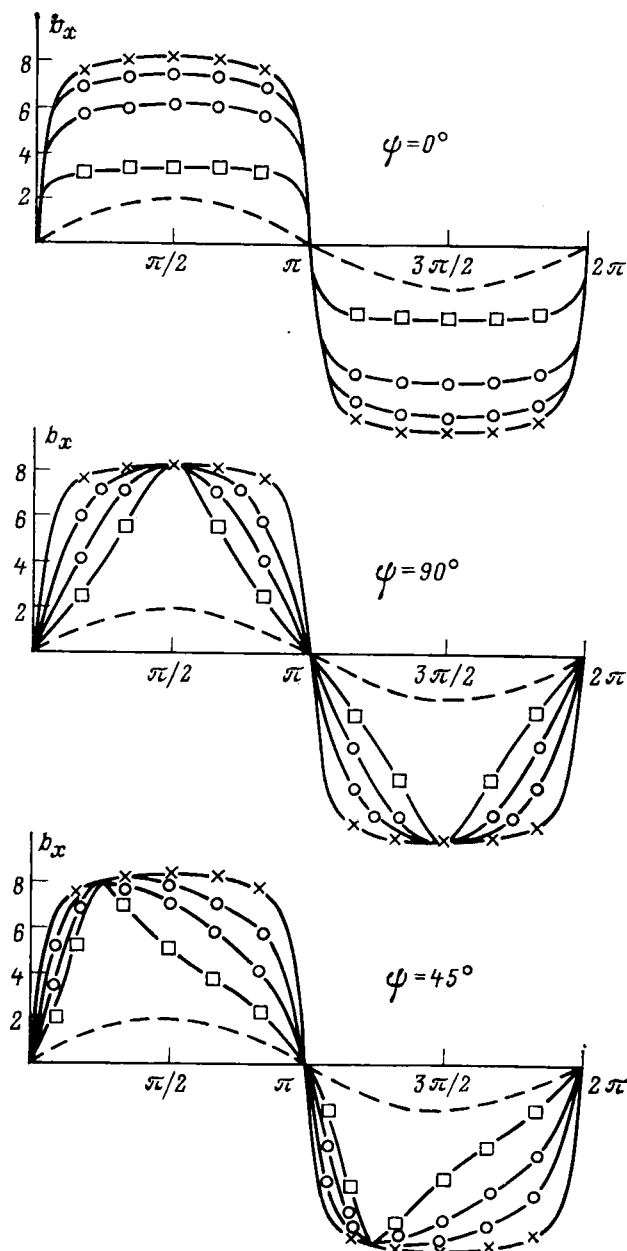


Рис. 2. Зависимости  $b_x = f(\varphi)$  при синусоидальной форме напряженности магнитного поля  $h_x$  и различных значениях фазового угла  $\varphi$ .

— — — форма кривой напряженности магнитного поля  $h_x$ ;  $\times \times \times$  — форма кривой индукции магнитного поля  $b_x$  при  $H_y/H_x = 0,5$  и  $H_y/H_x = 1$ ;  $\square \square \square$  — при  $H_y/H_x = 2$ .

Зависимости  $b_x = f(\varphi)$  при фазовых углах  $0 < \varphi < \pi/2$ , как это видно из семейства характеристик для  $\varphi = \pi/4$ , обладают свойством симметрии только III рода, т. е.

$$f\left(x + \frac{T}{2}\right) = -f(x).$$

В этом случае получим следующие коэффициенты разложения в ряд Фурье:

$$a_{2k} = 0;$$

$$a_{2k+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x) \cos(2k+1) \frac{2\pi x}{T} dx;$$

$$b_{2k} = 0;$$

$$b_{2k+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/2} f(x) \sin(2k+1) \frac{2\pi x}{T} dx,$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

т. е. в кривой разложения имеются нечетные синусные и косинусные члены. В этом случае амплитуды основных гармоник индукции определяются выражениями:

$$B_{x1} = \sqrt{a_{1x}^2 + b_{1x}^2},$$

$$B_{y1} = \sqrt{a_{1y}^2 + b_{1y}^2},$$

Следует обратить внимание также на появление фазового сдвига между основной гармоникой индукции и синусоидально изменяющейся напряженностью магнитного поля в соответствующем направлении намагничивания. Так, в рассматриваемом режиме намагничивания, когда

$$h_x = H_x \sin \vartheta$$

и

$$h_y = H_y \sin(\vartheta + \pi/4),$$

для основных гармонических индукции имеем:

$$b_{x1} = B_{x1} \sin(\vartheta + \varphi_{x1}); \quad (6)$$

$$b_{y1} = B_{y1} \sin(\vartheta + \pi/4 - \varphi_{y1}), \quad (7)$$

где  $\varphi_{x1}$  и  $\varphi_{y1}$  определяются из соотношений:

$$\operatorname{tg} \varphi_{x1} = a_{1x}/b_{1x} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi_{y1} = a_{1y}/b_{1y}.$$

Таким образом, при принятом значении фазового угла между напряженностями взаимно ортогональных полей  $\varphi = \pi/4$  основная гармоническая индукция продольного поля опережает  $h_x$  на угол  $\varphi_{x1}$ , а основная гармоническая индукция поперечного поля  $b_{y1}$  отстает от  $h_y$  на угол  $\varphi_{y1}$ . При равных значениях амплитуд ортогональных полей  $H_x = H_y$  основные гармоники индукций равны между собой ( $B_{x1} = B_{y1}$ ), а для фазовых углов  $\varphi_{x1} = \varphi_{y1}$ .

Наличие фазовых углов  $\varphi_{x1}$  и  $\varphi_{y1}$  между основными гармониками индукций и соответствующими основными гармониками напряженностей магнитных полей помогает выявить еще одну особенность взаимосвязи между намагничивающимися контурами, заключающуюся в возможности обмена электромагнитной энергией.

Эта особенность электромагнитной связи может быть пояснена на основе анализа характеристик одновременного намагничивания (рис. 1). Поскольку оба рассматриваемых контура являются источниками внешнего магнитного поля, уравнение баланса для работы намагничивания в дифференциальной форме имеет вид:

$$h_x db_x + h_y db_y = h d[b(h)]. \quad (8)$$

Работа намагничивания за один полный цикл согласно принятым допущениям к кривой намагничивания равна нулю:

$$\oint h_x db_x + \oint h_y db_y = \oint h d[b(h)] = 0. \quad (9)$$

Это равенство будет выполняться при условии, когда каждый из интегралов в левой части равен нулю, т. е.

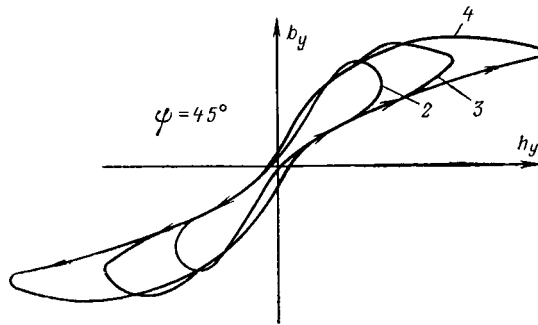
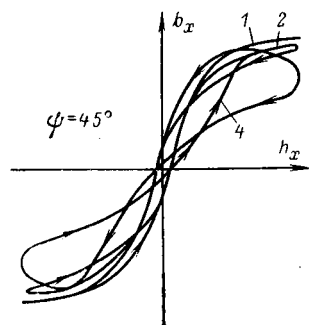
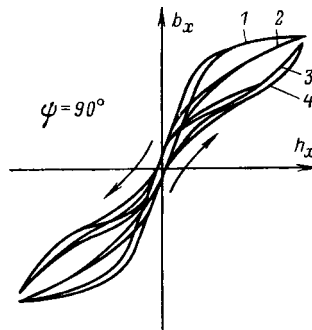
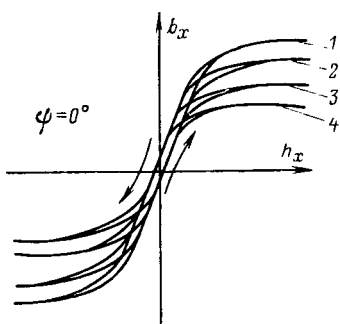
$$\oint h_x db_x = 0; \quad (10)$$

$$\oint h_y db_y = 0. \quad (11)$$

Последним уравнениям соответствуют такие режимы работы перемагничивания, когда между  $b_x$  и  $h_x$ , а также между  $b_y$  и  $h_y$  существует однозначная в общем случае нелинейная связь. Как видно из представленных на рис. 1 зависимостей, такими режимами являются режимы перемагничивания с фазовым углом  $\psi=0^\circ$  и  $\psi=90^\circ$ . Действительно, для  $\psi=0^\circ$  получим:

$$\oint h_x db_x = \frac{H_x^2}{H_x^2 + H_y^2} \oint \cos \vartheta d\{b[(H_x^2 + H_y^2) \cos \vartheta]\} = 0; \quad (12)$$

$$\oint h_y db_y = \frac{H_y^2}{H_x^2 + H_y^2} \oint \cos \vartheta d\{b[(H_x^2 + H_y^2) \cos \vartheta]\} = 0, \quad (13)$$



так как под интегралом периодическая нечетная функция.

Легко видеть, что условия (10) и (11) выполняются и для чисто вращательного перемагничивания, так как в этом случае  $\psi=\pi/2$ ,  $H_x=H_y$  и модули векторов индукции и напряженности магнитного поля остаются постоянными. В этом режиме

$$\oint h_x db_x = -\frac{b}{h} \frac{H_x^2}{2} \oint \sin 2\vartheta d\vartheta = 0; \quad (14)$$

$$\oint h_y db_y = -\frac{b}{h} \frac{H_y^2}{2} \oint \sin 2\vartheta d\vartheta = 0. \quad (15)$$

С другой стороны, равенство (9) выполняется и в том случае, если  $\oint h_x db_x \neq 0$  и  $\oint h_y db_y \neq 0$ , но выполняется условие:

$$\oint h_x db_x = -\oint h_y db_y. \quad (16)$$

Последнее выражение соответствует таким режимам перемагничивания, когда между  $b_x$  и  $h_x$ , а также между  $b_y$  и  $h_y$  имеется неоднозначная связь. Как следует из рассмотрения характеристик, представленных на рис. 1, неоднозначный характер зависимостей  $b_x=f(h_x)$  и  $b_y=f(h_y)$  имеет место при фазовом угле между напряженностями ортогональных полей  $\psi=\pi/4$ . Поскольку интегралы в (16) в элементарных функциях не выражаются, их величина для ряда значений  $H_x$ ,  $H_y$  и  $\psi$  была определена численным методом на ЦВМ в виде зависимостей  $\oint h_x db_x=f(\psi)$  при равных значениях амплитуд напряженностей ортогональных полей. Анализ зависимостей показал, что интегралы в (16) равны нулю только при  $\psi=0$ ,  $\psi=\pi/2$  и кратных им величинах, во всех остальных случаях эти интегралы отличаются от нуля. Последнее свидетельствует о том, что между ортогональными контурами происходит обмен электромагнитной энергией. Как следует из (16), во всех режимах перемагничивания

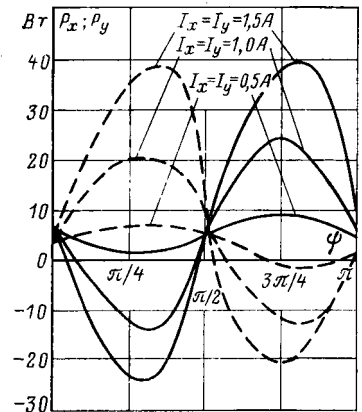


Рис. 4. Характеристики  $P_x=f(I_x; I_y)$  и  $P_y=f(I_x; I_y)$ .

Рис. 3. Осциллограммы характеристик  $b_x=f(h_x)$  и  $b_y=f(h_y)$  при одновременном перемагничивании ферромагнетика ортогональными магнитными полями.

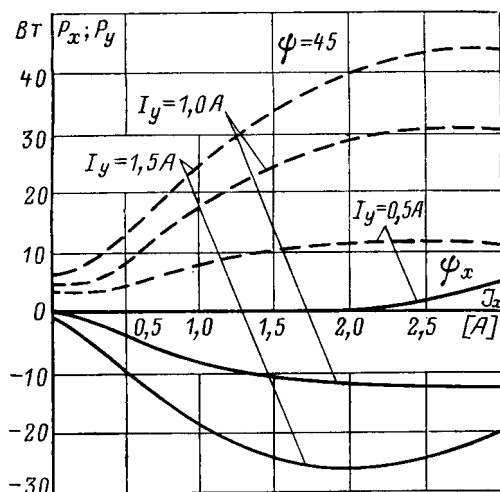


Рис. 5. Характеристики  $P_x=f(I_x; I_y)$  и  $P_y=f(I_x; I_y)$  при  $\psi=\pi/4$ .

имеем равенство площадей петель  $b_x=f(h_x)$  и  $b_y=f(h_y)$  и разное направление обхода этих петель в течение полного цикла перемагничивания. Поэтому, если (в соответствии с направлением обхода зависимостей  $b_x=f(h_x)$  и  $b_y=f(h_y)$ ) контур «у» является «приемником» электрической энергии, то контур «х» является «генератором» той же энергии.

Экспериментальное определение особенностей электромагнитной связи между взаимно ортогональными контурами проведено на ферромагнитном сердечнике типа ВІАХ [Л. 4], в котором два намагничивающих контура создают в магнитопроводе взаимно ортогональные поля. С целью уменьшения влияния гистерезиса и вихревых токов магнитопровод выполнен шихтованным. На рис. 3 представлены осциллограммы зависимостей  $b_x=f(h_x)$  и  $b_y=f(h_y)$  при одновременном намагничивании ферромагнетика (сталь Э-11,  $\Delta=0,5$  мм) ортогональными переменными магнитными полями для тех же, что и ранее, трех значений фазового угла  $\psi=0; 45; 90^\circ$ . Номера приведенных характеристик соответствуют следующим амплитудным значениям напряженностей магнитных полей:

характеристики 1 —  $H_x=80$  А/см,  $H_y=0$ ;  
характеристики 2 —  $H_x=80$  А/см,  $H_y=55$  А/см;  
характеристики 3 —  $H_x=80$  А/см,  $H_y=110$  А/см;  
характеристики 4 —  $H_x=80$  А/см,  $H_y=160$  А/см.

Сравнение характеристик, представленных на рис. 1 и рис. 3, свидетельствует о качественном совпадении расчетных и экспериментальных резуль-

татов. В экспериментально полученных характеристиках наглядно видна трансформация петли гистерезиса при поперечном подмагничивании переменным полем. Если при фазовых углах  $\psi=0^\circ$  и  $90^\circ$  восходящая и нисходящая ветви достаточно близки между собой, имеются так называемые безгистерезисные участки и традиционное для гистерезисных циклов направление обхода в течение полного цикла перемагничивания — против часовой стрелки, то при фазовом угле  $\psi=\pi/4$  площади этих потерь увеличиваются, а в зависимостях  $b_x=f(h_x)$  появляются замкнутые участки, в которых восходящие ветви лежат выше нисходящих (изменено направление обхода).

Качественное совпадение расчетных и экспериментальных характеристик одновременного намагничивания предопределило совпадение выявленных выше особенностей электромагнитной связи между ортогональными намагничивающими контурами. На рис. 4 представлены экспериментально полученные характеристики величины передаваемой контуром «у» активной мощности  $P_y$  (пунктирные линии) и принимаемой контуром «х» мощности  $P_x$  (сплошные линии) в зависимости от фазового угла  $\psi$  при равных намагничивающих токах в обмотках устройства. Некоторое отличие этих зависимостей от расчетных, заключающееся в нарушении симметрии относительно оси абсцисс, объясняется наличием потерь на гистерезис, которые не учитывались при расчете.

На рис. 5 представлены зависимости  $P_x$  и  $P_y$  от намагничивающих токов  $I_x$  и  $I_y$  при фазовом угле  $\psi=\pi/4$ , откуда видно, что с увеличением интенсивности поперечного подмагничивания величина электромагнитной энергии, передаваемая в контур «х» со стороны контура «у», увеличивается.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайцев И. А. Магнитные характеристики железа при наличии добавочного поперечного подмагничивания. — Тр. Ленингр. политехнич. ин-та, 1947, вып. 2, с. 109—120.
2. Нормализация характеристик намагничивания / Глухов В. П., Дроздов В. А., Пугачев В. А. и др. — Рига: Зинатне, 1974, 195 с.
3. Либкинд М. С. Управляемый реактор для линий передачи переменного тока. — М.: Изд-во АН СССР, 1961, 37 с.
4. Моисеев Л. Р., Пугачев В. А., Яблунский В. Д. Экспериментальное определение параметрической связи между двумя взаимно ортогональными контурами в нелинейной ферромагнитной среде. — Изв. АН Латв. ССР. Сер. физ.-техн. наук, 1975, № 5, с. 109—116.
5. Либкинд М. С. Методика расчета поперечного подмагничивания управляемого ферромагнитного устройства. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1964, № 5, с. 577—586.

[23.03.78]



# Формирование уравнений состояния цепи методом контурных токов

РОЗЕНФЕЛЬД А. С.

Одесса

Анализ электрической цепи методом переменных состояния целесообразно проводить на основе системы дифференциальных уравнений, порядок которой не превышает порядка цепи (порядка сложности цепи). Известные алгоритмы, например [Л. 1], не всегда позволяют это реализовать, поскольку не учитывают особенностей уравнений емкостных сечений, элементами которых являются только емкости и, возможно, источники токов, и индуктивных контуров, элементами которых являются только индуктивности и, возможно, источники напряжений [Л. 2].

В статье описаны алгоритмы преобразования уравнений, составленных для контурных токов или напряжений ветвей дерева, в систему дифференциальных уравнений для вектора состояний. Разработанные алгоритмы всегда позволяют формировать систему дифференциальных уравнений состояния минимального порядка; требуют выполнения операций с матрицами, порядок которых не превышает (обычно меньше) числа независимых контуров или сечений. Они могут применяться, если уравнения контурных токов (напряжений ветвей дерева) цепи представляют собой интегродифференциальные системы вида:

$$\frac{d}{dt}[Li_L] + Ri_R + S \int_{-\infty}^t i_S dt = e; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}[Cu_C] + Gu_G + \Gamma \int_{-\infty}^t u_T dt = j; \quad (2)$$

где  $L, R, S$  — матрицы контурных индуктивностей, сопротивлений и обратных емкостей;  $i_L, i_R, i_S$  — векторы токов контуров охватывающих индуктивности, активные сопротивления, емкости;  $e$  — вектор контурных напряжений;  $C, G, \Gamma$  — матрицы емкостей, проводимостей и обратных индуктивностей сечений;  $u_C, u_G, u_T$  — векторы напряжений емкостей, резистивных и индуктивных ветвей дерева;  $j$  — вектор задающих токов независимых источников сечений.

Рассмотрим алгоритм формирования дифференциальных уравнений состояния по матрицам системы (1) линейной цепи, представленной в виде соединения неавтономных двухполюсников и источников независимых напряжений. Контур цепи может содержать источники, индуктивности, активные сопротивления, емкости ( $LS$ -контур), но в составе некоторых контуров нет индуктивностей ( $SR$ -контур) или емкостей ( $LR$ -контур). Контуров, проходящих только по емкостям ( $SS$ -контур), сопротивлениям ( $RR$ -контур), индуктивностям ( $LL$ -контур), в цепи нет.

Для того чтобы порядок системы (1) не превышал порядка цепи, независимые контуры выберем так, чтобы в их состав вошли все  $SR$ - и  $LR$ -контуры [Л. 2]. Остальные независимые контуры выберем произвольно из группы  $LS$ -контуров. По отобран-

ными контурам составим систему (1), уравнения которой расположим в порядке чередования  $SR$ -,  $LS$ - и  $LR$ -контуров.

Выделим блоки элементов векторов  $i_L, i_R, i_S, e$  и матриц  $R, S$ , соответствующие  $SR$ -,  $LS$ - и  $LR$ -контурам:

$$\left. \begin{aligned} i_L &= [i_{LS} i_{LR}]^T; & i_R &= [i_{SR} i_L]^T; & i_S &= [i_{SR} i_{LS}]^T; \\ e_L &= [e_{LS} e_{LR}]^T; & e &= [e_{SR} e_L]^T; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Число строк в блоках  $i_{SR}, R_{11}, R_{12}, S_1$  равно числу  $SR$ -контуров, в блоках  $i_L, e_L, R_{21}, R_{22}$  — числу  $LS$ - и  $LR$ -контуров, в блоках  $i_{LS}, e_{LS}, S_2$  — числу  $LS$ -контуров. Блоки  $R_{11}$  и  $R_{22}$  — квадратные матрицы; остальные блоки матриц (4) в общем случае являются прямоугольными подматрицами.

Выделив блоки согласно (3) и (4), представим уравнение (1) в виде двух уравнений:

$$R_{11}i_{SR} + R_{12}i_L + S_1 q = e_{SR}; \quad (5)$$

$$\dot{\psi} + R_{21}i_{SR} + R_{22}i_L + S_2 q = e_L, \quad (6)$$

где

$$q = \int_{-\infty}^t i_S dt = [q_{SR} q_{LS}]^T, \quad \psi = Li_L.$$

Из уравнения (5) следует:

$$i_{SR} = -R_{11}^{-1}R_{12}L^{-1}\psi - R_{11}^{-1}S_1q + R_{11}^{-1}e_{SR}. \quad (7)$$

Блок  $i_{LS} = \dot{q}_{LS} = H_{LS}i_L = H_{LS}L^{-1}\psi$ , где  $H_{LS} = [1 \ 0]$  — прямоугольная матрица, в которой число строк и порядок единичной подматрицы равны числу  $LS$ -контуров. Подставляя эти выражения блоков  $i_{SR}$  и  $i_{LS}$  в вектор  $i_S = \dot{q}$ , получаем дифференциальное уравнение:

$$\dot{q} = A_{11}q + A_{12}\psi + j_K, \quad (8)$$

матрицы которого следующие:

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} -R_{11}^{-1}S_1 \\ 0 \end{bmatrix}; & A_{12} &= \begin{bmatrix} -R_{11}^{-1}R_{12} \\ H_{LS} \end{bmatrix} L^{-1}; \\ j_K &= \begin{bmatrix} R_{11}^{-1}e_{SR} \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

На основе (6) и (7) определим производную вектора:

$$\dot{\psi} = A_{21}q + A_{22}\psi + e_K, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &= R_{21}R_{11}^{-1}S_1 - S_2; & A_{22} &= R_{21}R_{11}^{-1}R_{12}L^{-1} - \\ &- R_{22}L^{-1}; & e_K &= e_L - R_{21}R_{11}^{-1}e_{SR}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Уравнения (8) и (10) совместно образуют систему дифференциальных уравнений для вектора

состояний  $x$ -цепи, сформированного из контурных зарядов  $q$  и потокосцеплений  $\psi$ :

$$x = Ax + f = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_K \\ e_K \end{bmatrix}. \quad (12)$$

В общем случае среди контуров цепи могут быть емкостные ( $SS$ ), резистивные ( $RR$ ) и индуктивные ( $LL$ ) контуры. Для того чтобы порядок системы (1) такой цепи не превышал ее порядка (сложности), формирование совокупности независимых контуров следует начать с отбора всех  $SS$ -,  $RR$ - и  $LL$ -контуров. Далее выбираются все  $SR$ - и  $LR$ -контуры, а остальные независимые контуры выбираются произвольно из группы  $LS$  [Л. 2]. Следуя такой методике, выбираем независимые контуры и составим систему (1), уравнения которой расположим по группам контуров  $SR$ ,  $LS$ ,  $LR$ ,  $LL$ ,  $RR$ ,  $SS$ . В соответствии с разбиением контуров на группы выделим блоки: контурных токов  $i_{SR}$ ,  $i_{LS}$ ,  $i_{LR}$ ,  $i_{LL}$ ,  $i_{RR}$ ,  $i_{SS}$ ; контурных напряжений  $e_{SR}$ ,  $e_{LS}$ ,  $e_{LR}$ ,  $e_{LL}$ ,  $e_{RR}$ ,  $e_{SS}$  и матриц

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & S_{11} \\ S_2 & S_{22} \\ S_3 & S_{33} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Элементами блоков  $R_{11}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $S_1$ ,  $S_{11}$  являются контурные сопротивления и обратные емкости  $SR$ -контуров; блоков  $L_{11}$ ,  $L_{12}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{23}$  — контурные индуктивности и сопротивления  $LS$ - и  $LR$ -контуров; блоков  $S_2$ ,  $S_{22}$  — обратные емкости  $LS$ -контуров; блоков  $L_{21}$ ,  $L_{22}$  — контурные индуктивности  $LL$ -контуров; блоков  $R_{31}$ ,  $R_{32}$ ,  $R_{33}$  — контурные сопротивления  $RR$ -контуров; блоков  $S_3$ ,  $S_{33}$  — контурные обратные емкости  $SS$ -контуров. Блоки главных диагоналей  $L$  и  $R$  и блок  $S_{33}$  — квадратные матрицы, остальные блоки матриц (13) — прямоугольные.

Взаимосвязи контурных зарядов и токов в  $RR$ -,  $SS$ -,  $LL$ -контурах определяются алгебраическими уравнениями. Для  $RR$ - и  $SS$ -контуров это очевидно, поскольку их контурные уравнения имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} R_{31}i_{SR} + R_{32}i_L + R_{33}i_{RR} &= e_{RR}; \\ S_3q + S_{33}q_{SS} &= e_{SS}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где

$$q = [q_{SR} q_{LS}]^T; \quad \dot{q}_{SS} = i_{SS}; \quad i_L = [i_{LS} i_{LR}]^T.$$

Слагаемыми уравнений  $LL$ -контуров являются производные потокосцеплений и блок напряжений  $e_{LL}$ . Проинтегрируем слагаемые этих уравнений на интервале  $(t_H=0, t)$ , внутри которого потокосцепления могут быть отличны от нуля, но являются ограниченными функциями времени. Таким путем для  $LL$ -контуров, потокосцепления которых при  $t < t_H$  равны нулю, составим уравнение

$$L_{21}i_L + L_{22}i_{LL} = \int_{t_H=0}^t e_{LL} dt = e_{LL}^0. \quad (15)$$

Определив  $i_{RR}$ ,  $q_{SS}$  и  $i_{LL}$  (по (14) и (15)), исключим эти блоки из уравнений  $SR$ -,  $LS$ - и  $LR$ -контуров. Уравнение (1) линейной цепи общего вида преобразуется таким путем в систему уравнений, кото-

рые по структуре аналогичны уравнениям (5) и (6) цепей, содержащих только  $SR$ -,  $LS$ - и  $LR$ -контуры. Блоки матриц коэффициентов преобразованных контурных уравнений цепи определяются по (13) согласно формулам:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{R}_{11} &= R_{11} - R_{13}R_{33}^{-1}R_{31}; \quad \tilde{R}_{12} = R_{12} - R_{13}R_{33}^{-1}R_{32}; \\ \tilde{R}_{21} &= R_{21} - R_{23}R_{33}^{-1}R_{31}; \quad \tilde{R}_{22} = R_{22} - R_{23}R_{33}^{-1}R_{32}; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\tilde{S}_1 = S_1 - S_{11}S_{33}^{-1}S_3; \quad \tilde{S}_2 = S_2 - S_{22}S_{33}^{-1}S_3; \quad (17)$$

$$\tilde{L} = L_{11} - L_{12}L_{22}^{-1}L_{21}. \quad (18)$$

Блоки контурных напряжений преобразованных уравнений имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{e}_{SR} &= e_{SR} - R_{13}R_{33}^{-1}e_{RR} - S_{11}S_{33}^{-1}e_{SS}; \\ \tilde{e}_L &= e_L - \frac{d}{dt} \{L_{12}L_{22}^{-1}e_{LL}^0\} - R_{23}R_{33}^{-1}e_{RR} - \\ &\quad - S_{22}S_{33}^{-1}e_{SS}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Если матрица  $L_{12}L_{22}^{-1} = \text{const}$ , то производная равна  $L_{12}L_{22}^{-1}e_{LL}$ .

По блокам (16)–(19) преобразованных уравнений  $SR$ -,  $LS$ -,  $LR$ -контуров уравнения состояния линейной цепи общего вида формируются согласно рассмотренному выше алгоритму для цепей, не содержащих  $SS$ -,  $RR$ - и  $LL$ -контуров. Блоки матрицы  $A$  и вектора  $f$  уравнения (12) определяются по формулам (9) и (11), в которые подставляются соответствующие блоки (16)–(19), отмеченные знаком «~».

Алгоритм формирования дифференциальных уравнений состояния по системе (1) рассматривался выше для цепей, компонентами которых являются линейные двухполюсники. Однако он может применяться и при исследовании цепей с нелинейными двухполюсниками, линейными и нелинейными многополюсниками, если: а) уравнения для контурных токов являются системой типа (1); б) независимые контуры составляют группы типа  $SR$ -,  $LS$ -,  $LR$ -,  $LL$ -,  $RR$ -,  $SS$ -контуров. При этом система (12) формируется по схеме, в которой все нелинейные компоненты заменены согласно теореме компенсации [Л. 3] источниками напряжений, и решается совместно с уравнениями нелинейных компонент.

Системы (1) и (2) дуальны, так что дифференциальные уравнения состояния (12) можно составлять и по матрицам системы (2). Рассмотрим такой алгоритм для цепей, компонентами которых являются источники токов и неавтономные линейные двухполюсники.

Множество независимых сечений состоит из групп сечений  $CG$ ,  $CG$ ,  $GG$ ,  $CC$ ,  $GG$ ,  $GG$ . Источники токов могут быть элементами любого сечения. В сечениях  $CG$  нет индуктивностей, а в сечениях  $GG$  емкостей. Сечения  $CG$  содержат емкости, индуктивности и, возможно, активные сопротивления. Сечения  $CC$ ,  $GG$ ,  $GG$  содержат соответственно только емкости, активные сопротивления и индуктивности.

Порядок системы (2) не превышает порядка цепи, если независимые сечения отобраны в такой последовательности: сначала выбраны все  $CC$ -,  $GG$ -,  $\Gamma\Gamma$ -сечения, потом все  $CG$ - и  $\Gamma G$ -сечения, а остальные произвольно из группы  $CG$ -сечений [Л. 2]. Сформируем такую совокупность сечений и соответствующее дерево. Для напряжений ветвей дерева составим систему (2), располагая уравнения в порядке следования сечений.  $CG$ ,  $CG$ ,  $\Gamma G$ ,  $CC$ ,  $GG$ ,  $\Gamma\Gamma$ . Элементы векторов напряжений ветвей и задающих токов объединим в блоки:

$$u_{CG}, u_{CG}, u_{GG}, u_{CC}, u_{GG}, u_{GG}, i_{CG}, i_{CG}, i_{GG}, i_{CC}, i_{GG}, i_{GG}.$$

Выделим блоки матриц

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_{11} \\ \Gamma_2 & \Gamma_{22} \\ \Gamma_3 & \Gamma_{33} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Коэффициенты уравнений  $CG$ - и  $CG$ -сечений образуют блоки  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{13}$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_{11}$ ; уравнений  $\Gamma G$ -сечений  $G_{21}$ ,  $G_{22}$ ,  $G_{23}$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_{22}$ ; уравнений  $CC$ -сечений —  $C_{21}$ ,  $C_{22}$ ; уравнений  $GG$ -сечений —  $G_{31}$ ,  $G_{32}$ ,  $G_{33}$ ; коэффициенты уравнений  $\Gamma\Gamma$ -сечений —  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_{33}$ .

Уравнения  $\Gamma G$ -,  $GG$ -,  $CC$ -сечений дуальны уравнениям (14) и (15) и позволяют исключить из уравнений  $CG$ -,  $CG$ -,  $\Gamma G$ -сечений блоки напряжений  $u_{GG}$ ,  $u_{GG}$ ,  $u_{CC}$ . Выполним такое преобразование и перейдем к системе уравнений цепи, не содержащей сечения  $\Gamma G$ ,  $GG$  и  $CC$ .

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} + \tilde{G}_{11}u_C + \tilde{G}_{12}u_{GG} + \tilde{\Gamma}_1\psi &= \tilde{j}_C; \\ \tilde{G}_{21}u_C + \tilde{G}_{22}u_{GG} + \tilde{\Gamma}_2\psi &= \tilde{j}_{GG}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Векторы заряда и потокосцепления определяются как

$$q = \tilde{C}u_C = \tilde{C} [u_{CG} u_{CG}]^T;$$

$$\psi = [\psi_{CG} \psi_{GG}]^T = \int_{t_H=0}^t [u_{CG} u_{GG}]^T dt, \quad (22)$$

а матрицы находим из выражений:

$$\tilde{C} = C_{11} - C_{12}C_{22}^{-1}C_{21};$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{G}_{11} &= G_{11} - G_{13}G_{33}^{-1}G_{31}; \quad \tilde{G}_{12} = G_{12} - G_{13}G_{33}^{-1}G_{32}; \\ \tilde{G}_{21} &= G_{21} - G_{23}G_{33}^{-1}G_{31}; \quad \tilde{G}_{22} = G_{22} - G_{23}G_{33}^{-1}G_{32}; \\ \tilde{\Gamma}_1 &= \Gamma_1 - \Gamma_{11}\Gamma_{33}^{-1}\Gamma_3; \quad \tilde{\Gamma}_2 = \Gamma_2 - \Gamma_{21}\Gamma_{33}^{-1}\Gamma_3. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Блоки задающих токов вычисляем по формулам:

$$\tilde{j}_C = j_C - \frac{d}{dt} \{C_{12}C_{22}^{-1}j_{CC}\} - G_{13}G_{33}^{-1}j_{GG} - \Gamma_{11}\Gamma_{33}^{-1}j_{\Gamma\Gamma}; \quad (24)$$

$$\tilde{j}_{GG} = j_{GG} - G_{23}G_{33}^{-1}j_{GG} - \Gamma_{21}\Gamma_{33}^{-1}j_{\Gamma\Gamma}.$$

$$\text{где } j_C = [j_{CG} \ j_{CG}]^T; \quad j_{CC} = \int_{t_H=0}^t j_{CC} dt.$$

Производная в (24) равна  $C_{12}C_{22}^{-1}j_{CC}$ , если  $C_{12}C_{22}^{-1} = \text{const}$ .

Имея систему (21), можно формировать, как и по (5), (6), матрицу  $A$  и вектор  $f = [j_y e_y]^T$  уравнений состояний (12).

Блоки матрицы  $A$  определяются как

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \tilde{G}_{12}\tilde{G}_{22}^{-1}\tilde{G}_{21}\tilde{C}^{-1} - \tilde{G}_{11}\tilde{C}^{-1}; \\ A_{12} &= \tilde{G}_{12}\tilde{G}_{22}^{-1}\tilde{\Gamma}_2 - \tilde{\Gamma}_1; \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} H_{CG} \\ -G_{22}^{-1}\tilde{G}_{21} \end{bmatrix} \tilde{C}^{-1}; \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ -G_{22}^{-1}\tilde{\Gamma}_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где  $H_{CG} = [1 \ 0]$  — прямоугольная матрица, число строк и порядок единичного блока которой равны числу  $CG$ -сечений.

Блоки вектора  $f$  вычисляются по выражениям

$$j_y = \tilde{j}_C - \tilde{G}_{12}\tilde{G}_{22}^{-1}\tilde{j}_{GG}; \quad e_y = \begin{bmatrix} 0 \\ G_{22}^{-1}i_{GG} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Алгоритм формирования дифференциальных уравнений состояний (12) по матрицам  $C$ ,  $G$ ,  $\Gamma$ ,  $j$  может применяться для исследования цепей, содержащих линейные и нелинейные двухполюсники и многополюсники, если: а) уравнения для напряжений ветвей дерева составляют систему типа (2); б) независимые сечения можно разделить на группы типа  $CG$ -,  $CG$ -,  $\Gamma G$ -,  $CC$ -,  $GG$ -,  $\Gamma\Gamma$ -сечений. При этом уравнения (12) формируются по схеме, в которой все нелинейные компоненты заменены источниками токов.

Дифференциальные уравнения (12), составленные по уравнениям для контуров (1) или сечений (2), определяют векторы состояний цепи, которые отличаются только составом элементов. Оба вектора в общем случае являются разрывными функциями времени, поскольку контурные заряды и потокосцепления, заряды емкостей и потокосцепления индуктивностей дерева могут изменяться скачком при коммутациях цепи, скачках задающих напряжений и токов. Скачок вектора состояния цепи можно определять по алгоритмам [Л. 2].

Порядок применения разработанных алгоритмов рассмотрим на двух примерах. Дифференциальные уравнения состояний цепи рис. 1 составим по матрицам  $C$ ,  $G$ ,  $\Gamma$ ,  $j$ , так как число независимых сечений меньше числа независимых контуров. Цепь рис. 2 характеризуется другой ситуацией, так что уравнения состояний (12) составим по матрицам  $L$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $e$ .

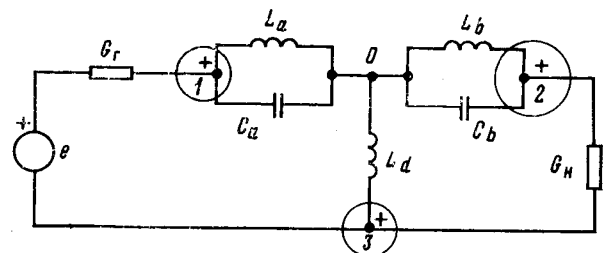


Рис. 1.

Выберем три независимых сечения (два типа СГ и одно ГГ) цепи рис. 1 (показано на схеме пунктиром). Согласно известным положениям метода узловых потенциалов составим матрицы проводимостей, обратных индуктивностей и емкостей сечений и выделим пунктиром в них блоки, необходимые для формирования уравнений состояний:

$$G = \begin{bmatrix} G_r & 0 \\ 0 & G_n \\ -G_r & -G_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -G_r \\ -G_n \\ G_r + G_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12} & G_{22} \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_a & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_b & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} C_a & 0 \\ 0 & C_b \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Блоки вектора задающих токов представим как

$$i_c = \begin{bmatrix} i \\ 0 \end{bmatrix}; \quad i_{\Gamma G} = -i, \quad (28)$$

где

$$j = eG_{\Gamma}.$$

Поскольку в цепи рис. 1 нет сечений типа СС, ГГ, ГГ, блоки, отмеченные в (23) и (24) знаком «~», совпадают с соответствующими блоками матриц (27) и (28).

Обозначим  $G_{22}^{-1} = (G_r + G_n)^{-1} = R$ . По матрице  $C$  составим  $C^{-1} = \begin{bmatrix} S_a & 0 \\ 0 & S_b \end{bmatrix}$ . По формулам (25) определим блоки матрицы  $A$ :

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \left\{ \begin{bmatrix} -G_r \\ -G_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} -G_r & 0 \\ 0 & G_n \end{bmatrix} \right\} \times \\ &\quad \times C^{-1} = G_r G_n R \begin{bmatrix} -S_a & S_b \\ S_a & -S_b \end{bmatrix}; \\ A_{12} &= \begin{bmatrix} -G_r \\ -G_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Gamma_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Gamma_a & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_b & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\Gamma_a & 0 & -G_r \Gamma_d \\ 0 & -\Gamma_b & -G_n \Gamma_d \end{bmatrix}; \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ R G_r & R G_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a & 0 \\ 0 & S_b \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} S_a & 0 \\ 0 & S_b \\ R G_r S_a & R G_n S_b \end{bmatrix}; \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R \Gamma_d \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Блоки вектора  $f$  определим по (26):

$$i_y = \begin{bmatrix} i \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -G_r \\ -G_n \end{bmatrix} R (-j) = R G_n \begin{bmatrix} i \\ -j \end{bmatrix}; \quad e_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R j \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Элементы матриц (29) и (30) определяют все коэффициенты и слагаемые системы дифференциальных уравнений состояний цепи рис. 1, порядок которой, как и порядок цепи, равен пяти.

Для составления дифференциальных уравнений состояний цепи рис. 2 по уравнениям для контурных токов независимые контуры выберем согласно принятой иерархии. Сначала отберем  $LL$ -,  $RR$ - и  $SS$ -контуры, потом все независимые  $LR$ -контуры, а остальные выберем из группы  $LS$ -контуров ( $SR$ -контуров в цепи нет) произвольно. Выбранные семь независимых контуров и направления их обхода показаны на схеме рис. 2 стрелками.

Расположив уравнения для контурных токов по группам контуров  $LS$ ,  $LR$ ,  $LL$ ,  $RR$ ,  $SS$ , по известным правилам соста-

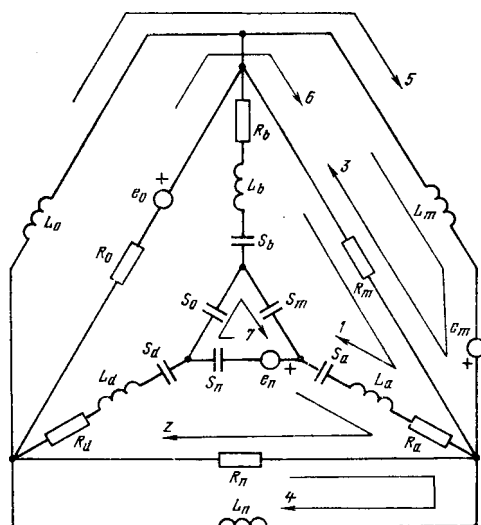


Рис. 2.

вим матрицы контурных индуктивностей, сопротивлений и обратных емкостей:

$$L = \begin{bmatrix} L_{k1} & -L_a & 0 & 0 & 0 \\ -L_a & L_{k2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{k5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}; \quad (31)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{k1} & -R_a & -R_m & 0 & R_m \\ -R_a & R_{k2} & 0 & -R_n & R_n \\ -R_m & 0 & R_m & 0 & -R_m \\ 0 & -R_n & 0 & R_n & -R_n \\ R_m & R_n & -R_m & -R_n & R_{k5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{22} & R_{23} \\ R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{k1} & -S_a & -S_m \\ -S_a & S_{k2} & -S_n \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -S_m & -S_n & S_{k7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 & S_{22} \\ S_3 & S_{33} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

где  $L_{k1} = L_a + L_b$ ;  $L_{k2} = L_a + L_d$ ;  $L_{k5} = L_o + L_m + L_n$ ;  $R_{k1} = R_a + R_b + R_m$ ;  $R_{k2} = R_a + R_d + R_n$ ;  $R_{k5} = R_o + R_m + R_n$ ;  $S_{k1} = S_a + S_b + S_m$ ;  $S_{k2} = S_a + S_d + S_n$ ;  $S_{k7} = S_o + S_m + S_n$ .

Поскольку в цепи рис. 2 нет  $SR$ -контуров, блоки  $R_{1\alpha}$  и  $R_{\alpha 1}$ ,  $\alpha = 1, 2, 3$ ,  $S_1$  и  $S_{11}$  являются нулевыми матрицами и поэтому исключены из матриц  $R$  и  $S$ .

Блоки вектора контурных напряжений определяем как

$$\left. \begin{aligned} e_{SR} &= 0; \quad e_{LS} = [0 \ e_n]^T; \quad e_{LR} = [e_m \ 0]^T; \\ e_{LL} &= e_m; \quad e_{RR} = e_o; \quad e_{SS} = -e_n. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Зная блоки коэффициентов уравнений для контурных токов, по формулам (16)–(18), определяем матрицы коэффициентов преобразованной системы уравнений:

$$\tilde{L} = L_{11} - L_{12} L_{22}^{-1} L_{21} =$$

$$= \begin{bmatrix} L_{k1} - L_a & 0 & 0 \\ -L_a & L_{k2} & 0 \\ 0 & 0 & L_m - L_m^2 L_{k5}^{-1} - L_n L_m L_{k5}^{-1} \\ 0 & 0 & -L_n L_m L_{k5}^{-1} & L_n - L_n^2 L_{k5}^{-1} \end{bmatrix}; \quad (35)$$

$$\tilde{R}_{22} = R_{22} - R_{23} R_{33}^{-1} R_{32} =$$

$$= \begin{bmatrix} R_{k1} - R_a - R_m & 0 \\ -R_a & R_{k2} & 0 - R_n \\ -R_m & 0 & R_m & 0 \\ 0 - R_n & 0 & R_n \end{bmatrix} - \frac{R_n R_m}{R_{k5}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} R_m G_n & 1 & -R_m G_n & -1 \\ 1 & R_n G_m & -1 & -R_n G_m \\ -R_m G_n & -1 & R_m G_n & 1 \\ -1 & -R_n G_m & 1 & R_n G_m \end{bmatrix}; \quad (36)$$

$$\tilde{S}_2 = S_2 - S_{22} S_{33}^{-1} S_3 = \begin{bmatrix} S_{k1} - S_m^2 S_{k7}^{-1} - S_a - S_n S_m S_{k7}^{-1} \\ -S_a - S_n S_m S_{k7}^{-1} & S_{k2} - S_n^2 S_{k7}^{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Остальные блоки коэффициентов преобразованных уравнений являются нулевыми матрицами, поскольку в цепи нет SR-контуров.

Блоки вектора контурных напряжений преобразованных уравнений определим согласно (19), полагая  $L_{12} L_{22}^{-1} = \text{const}$ . Блок  $\tilde{e}_{SR} = 0$ , поскольку в цепи нет SR-контуров.

Блок  $e_L = [\theta_{LS} e_{LR}]^T$ , а

$$\tilde{e}_L = \begin{bmatrix} 0 \\ e_n \\ e_m \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_m \\ L_n \end{bmatrix} L_{k5}^{-1} e_m - \begin{bmatrix} R_m \\ R_n \\ -R_m \\ -R_n \end{bmatrix} R_{k5}^{-1} e_0 -$$

$$- \begin{bmatrix} S_m \\ -S_n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} S_{k7}^{-1} (-e_0). \quad (38)$$

Определив матрицы  $L$ ,  $R_{22}$ ,  $S_2$  и вектор  $\tilde{e}_L$ , по формулам (9) и (11), составим следующие блоки:

$$A_{11} = [00]^T = 0; A_{12} = [0 H_{LS} L^{-1}]^T; j_k = [00]^T = 0; \left. \begin{aligned} A_{21} &= -\tilde{S}_2; A_{22} = -\tilde{R}_{22} \tilde{L}^{-1}; e_k = \tilde{e}_L, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\text{где } H_{LS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Зная блоки (39), составим уравнения состояний (12).

Порядок сформированной системы (12), как и порядок цепи рис. 2, равен шести. При формировании уравнений состояний цепи рис. 2 согласно известным алгоритмам, например [Л. 1], получим систему десятого порядка (из числа реактивных элементов следует вычесть число емкостных контуров и индуктивных сечений), поскольку не учитываются возможности понижения порядка за счет СС-сечений и LL-контуров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. М.: Советское радио, 1976.
2. Розенфельд А. С., Яхинсон Б. И. Переходные процессы и обобщенные функции. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1966.
3. Зелях Э. В. Обобщенные теоремы замещения (компенсации). — Радиотехника, 1976, т. 31, № 5.

[24.08.78]

УДК 621.372.001.24

## Расчет переходных процессов в цепях с кусочно-непрерывной воздействующей функцией

РУДЕНКО В. С., доктор техн. наук, ЖУЙКОВ В. Я., канд. техн. наук, КОРОТЕЕВ И. Е., инж.

Киевский политехнический институт

Определение в замкнутом виде переходных и установившихся значений токов и напряжений в линейных электрических цепях с кусочно-непрерывной периодической воздействующей функцией  $f(t)$  может быть проведено как методом отдельных составляющих [Л. 1], так и методами [Л. 2 и 3]. Для фиксированных интервалов во временной области все эти методы сводятся к вычислению выражений:

$$g_n(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \frac{F^*(p) A(p)}{B(p)} e^{pt} dp \Big|_{p=p_k, f_r} -$$

$$- \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \frac{F(p) A(p)}{B(p)} e^{pt} dp \Big|_{p=p_k};$$

$$g(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \frac{F(p) A(p)}{B(p)} e^{pt} dp \Big|_{p=p_k} +$$

$$(1)$$

$$+ \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \frac{F^*(p) A(p)}{B(p)} e^{pt} dp \Big|_{p=p_k, f_r} -$$

$$- \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \frac{F(p) A(p) c^{pt_1}}{B(p)} e^{pt} dp \Big|_{p=p_k},$$

$$t_1 \leq t \leq t_2,$$

где  $F^*(p)$  — изображение непрерывной функции, совпадающей с  $f(t)$  на интервале, в пределах которого отыскивается значение установившейся составляющей  $g_n(t)$  исследуемого тока (напряжения);  $F(p) = L\{f(t)\}$  — изображение  $f(t)$ ;

$$A(p) = \sum_{h=0}^K p^h a_h; B(p) = \sum_{h=0}^W p^h b_h;$$

$p_k$  —  $k$ -й корень многочлена  $B(p)$ ;  $f_r$  —  $r$ -й полюс функции  $F^*(p)$ ;  $g(t)$  — значение переходного тока

(напряжения) на интервале  $t_1 \leq t \leq t_2$  ( $t_2 = t_1 + \tau$ ), определяемое из решения дифференциального уравнения

$$\sum_{h=0}^W b_h \frac{d^h g(t)}{dt^h} = \sum_{h=0}^K a_h \frac{d^h f(t)}{dt^h}, \quad b_h \text{ и } a_h = \text{const.} \quad (2)$$

При большом числе интервалов непрерывности воздействующей функции процесс нахождения решения по (1) становится громоздким из-за необходимости применения теорем опережения или запаздывания для нахождения смещенных изображений  $F^*(p)$  и  $F(p)$  для каждого последующего интервала.

В отличие от указанных методов предлагаемая методика анализа использует идею разделения переходной и свободной составляющих решения уравнения (2) в комплексной области [Л. 4]. При доказательстве этой методики воспользуемся предположениями, которые практически не повлияют на общность полученных результатов.

Пусть корни  $p_k$  характеристического многочлена, соответствующего уравнению (2), различны, и воздействующая функция имеет вид:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n D_i e^{\varphi_i \sigma_i(t)} \gamma_i(t), \quad (3)$$

где  $D_i, \varphi_i$  — постоянные коэффициенты;  $n$  — число интервалов непрерывности воздействующей функции за период  $T$ ;  $\sigma_i(t)$  и  $\gamma_i(t)$  — функции, применение которых позволит получить решение в замкнутом виде одновременно для всех участков непрерывности воздействующей функции:

$$\sigma_i(t) = \begin{cases} t - t_i, & t_i + mT \leq t < t_{i+1} + mT; \\ 0, & \text{в противоположном случае;} \end{cases}$$

$$\gamma_i(t) = \begin{cases} 1, & t_i + mT \leq t < t_{i+1} + mT; \\ 0, & \text{в противоположном случае;} \end{cases}$$

$t_i$  — значение аргумента  $t$  в начале  $i$ -го интервала непрерывности функции  $f(t)$ .

В результате решения уравнения (2) при данных условиях можно получить: решение для кусочно-постоянной периодической воздействующей функции (полагая  $\varphi_i = 0$ ); решение для функции  $t^v$  ( $v=1, 2, \dots$ ) (дифференцируя по разным  $\varphi_i$  и затем полагая  $\varphi_i = 0$ ); решение для кусочно-синусоидальных функций и т. д. (используя теорему линейности [Л. 5] и полагая  $D_i, \varphi_i$  — комплексносопряженными).

С учетом (3) изображение функции  $g(t)$  имеет следующий вид:

$$G(p) = \frac{F(p) A(p)}{B(p)} \quad (4)$$

или

$$G(p) = \frac{A(p)}{(1 - e^{-pT}) B(p)} \times \sum_{i=1}^n D_i \frac{e^{-pt_i} - e^{-(p-\varphi_i)t_{i+1}-\varphi_i t_i}}{p - \varphi_i}. \quad (5)$$

Изображение свободной составляющей  $G_{св}(p)$

определим, применив прямое преобразование Лапласа к оригиналу свободной составляющей:

$$G_{св}(p) = \sum_{k=1}^W \frac{F(p_k) A(p_k)}{B'(p_k) (p - p_k)}, \quad (6)$$

где

$$F(p_k) = \sum_{i=1}^n D_i \frac{e^{-p_k t_i} - e^{-(p_k - \varphi_i)t_{i+1} - \varphi_i t_i}}{(1 - e^{-p_k T}) (p_k - \varphi_i)}.$$

Изображение установившейся составляющей  $G_{п}(p)$  находим вычитая из  $G(p)$  изображение свободной составляющей:

$$G_{п}(p) = G(p) - G_{св}(p). \quad (7)$$

Используя метод математической индукции, можно доказать, что выражение (7) с учетом (6) и (5) эквивалентно преобразуется в следующее:

$$G_{п}(p) = \sum_{k=1}^W \left\{ \sum_{i=1}^n \left\{ D_i \frac{A(\varphi_i) [e^{-pt_i} - e^{-(p-\varphi_i)t_{i+1}-\varphi_i t_i}]}{B(\varphi_i) (1 - e^{-pT}) (p - \varphi_i)} + \left[ - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \frac{A_j(p_k) e^{p_k(t_i - T)}}{B'(p_k) (p_k - \varphi_j) (1 - e^{-p_k T})} + D_i \frac{A(p_k) [1 - e^{-p_k T} - \rho_i e^{-p_k t_i}]}{B'(p_k) (p_k - \varphi_i) (1 - e^{-p_k T})} - \sum_{j=i+1}^n D_j \frac{A_j(p_k) e^{p_k t_i}}{B'(p_k) (p_k - \varphi_j) (1 - e^{-p_k T})} \right] \times \frac{e^{-pt_i} - e^{-(p-p_k)t_{i+1}-p_k t_i}}{(1 - e^{-pT}) (p - p_k)} \right\} \right\}, \quad (8)$$

где

$$\rho_i = e^{-p_k t_i} - e^{-(p_k - \varphi_i)t_{i+1} - \varphi_i t_i}; \quad A_j(p_k) = A(p_k) \rho_i.$$

В выражении (8) сомножителям вида  $\frac{e^{-pt_i} - e^{-(p-\xi_i)t_{i+1}-\xi_i t_i}}{p - \xi_i}$ ,  $\xi_i = \varphi_i$ ,  $p_k$  во временной области соответствуют сомножители  $e^{\xi_i \sigma_i(t)} \gamma_i(t)$ .

Тогда на основании теоремы единственности оригинала заключаем, что выражению (8) соответствует сумма функции, определяющая выражение установившейся составляющей на всей временной оси. Решения уравнения (2) для различных  $f(t)$  и различных и кратных корней характеристического уравнения представлены в таблице. Все решения уравнения (2), отличные от рассмотренного, получаются из последнего в результате применения теорем предельного перехода по параметру, дифференцирования по параметру и других теорем операционного исчисления.

Для получения решения уравнения (2) необходимо найти корни характеристического многочлена и коэффициенты  $\varphi_i, D_i, z_i$ , характеризующие воздействующую функцию и подставить их в соответствующую формулу таблицы. Таким образом, не требуется находить изображения воздействующей

Вид действующей функции на $i$ -м интервале	Значение установившейся составляющей исследуемого напряжения (тока)	
	Корни различные	Корни кратные
$D_i e^{\varphi_i \tau_i(t)} \gamma_i(t)$	$g_{ii}(t) = \sum_{i=1}^n \Psi(\varphi_i) e^{\varphi_i \tau_i(t)} \gamma_i(t) +$ $+ \sum_{k=1}^W \sum_{i=1}^n L(p_k, \varphi_i) e^{p_k \tau_i(t)} \gamma_i(t)$	$\sum_{l=1}^b \frac{1}{(N_l - 1)!} \frac{\partial^{N_l - 1} g_{ii}(t)}{\partial p_l^{N_l - 1}}$
$D_i t^z e^{\varphi_i \tau_i(t)} \gamma_i(t)$	$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^z g_{ii}(t)}{\partial \varphi_i^z}$	$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^z}{\partial \varphi_i^z} \sum_{l=1}^b \frac{1}{(N_l - 1)!} \frac{\partial^{N_l - 1} g_{ii}(t)}{\partial p_l^{N_l - 1}}$

Примечание.  $\Psi(\varphi_i) = D_i \frac{A(\varphi_i)}{B(\varphi_i)}$ ;  $W = \sum_{l=1}^b N_l$ ;  $L(p_k, \varphi_i) = - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \frac{A_j(p_k) e^{p_k(t_i - T)}}{(1 - e^{-p_k T})(p_k - \varphi_j) B'(p_k)} + D_i \frac{A(p_k) [1 - e^{-p_k T} - \varphi_i e^{p_k t_i}]}{(1 - e^{-p_k T})(p_k - \varphi_i) B'(p_k)} -$

$$- \sum_{j=i+1}^n D_j \frac{A_j(p_k) e^{p_k t_i}}{(1 - e^{-p_k T})(p_k - \varphi_j) B'(p_k)}.$$

функции на каждом новом интервале непрерывности [Л. 1—3] и в отличие от метода [Л. 6] не требуется интегрировать воздействующую функцию совместно с реакцией линейной системы на  $\delta$ -последовательность.

Выделение изображения установившейся составляющей целесообразно использовать при определении интегральных характеристик исследуемого процесса.

Постоянная составляющая  $G_0$  периодической функции  $g_{ii}(t)$  на интервале  $0 \rightarrow \tau$  вычисляется по формуле

$$G_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} g_{ii}(t) dt,$$

которую преобразуем следующим образом [Л. 7]:

$$G_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [g_{ii}(v) - g_{ii}^*(v)] dv, \quad (9)$$

где

$$g_{ii}^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \tau; \\ g_{ii}(t), & t > \tau. \end{cases} \quad (10)$$

Интегрирование выражения (9) производится для  $t \geq \tau$ . Пусть  $L\{g_{ii}(t)\} = G_{ii}(p)$ ;  $L\{g_{ii}^*(t)\} = G_{ii}^*(p)$ .

Тогда на основании теоремы интегрирования оригинала и предельной теоремы [Л. 5] получим

$$G_0 = \frac{1}{\tau} \lim_{p \rightarrow 0} [G_{ii}(p) - G_{ii}^*(p)]. \quad (11)$$

Для случая различных корней функция  $G_{ii}(p)$  определяется в результате подстановки выражений (4), (6) в выражение (7):

$$G_{ii}(p) = \frac{F(p) A(p)}{B(p)} - \sum_{k=1}^W \frac{M_k}{p - p_k}, \quad (12)$$

где  $M_k = \frac{F(p_k) A(p_k)}{B'(p_k)}$ .

Так как для функции (10) соответствующая воздействующая функция имеет вид

$$f^*(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \tau; \\ f(t), & t > \tau \end{cases}$$

изображение  $g_{ii}^*(t)$  равно:

$$G_{ii}^*(p) = \frac{F(p) A(p)}{B(p)} - \frac{S(p) A(p)}{B(p)} - \sum_{k=1}^W \frac{M_k - S_k}{p - p_k} e^{(p_k - p) \tau}, \quad (13)$$

где

$$S(p) = \int_0^{\tau} f(t) e^{-pt} dt; \quad S_k = \frac{S(p_k) A(p_k)}{B'(p_k)}.$$

Подставляя значения  $G_{ii}(p)$  и  $G_{ii}^*(p)$  в (11), получаем:

$$G_0 = \frac{1}{\tau} \lim_{p \rightarrow 0} \left\{ \frac{S(p) A(p)}{B(p)} - \sum_{k=1}^W \left[ \frac{M_k}{p - p_k} (1 - e^{(p_k - p) \tau}) - \frac{S_k}{p - p_k} e^{(p_k - p) \tau} \right] \right\}. \quad (14)$$

При  $\tau = T$  значение

$$G_0 = \frac{1}{T} \lim_{p \rightarrow 0} \frac{S(p) A(p)}{B(p)}. \quad (15)$$

Среднее значение (по модулю)  $G_{ср}$  исследуемой функции на интервале, в пределах которого  $\text{sign } g_{ii}(t) = \text{const}$ , следует определять по формулам (14) и (15). В противоположном случае необходимо сначала определить средние значения на интервалах, в пределах которых  $\text{sign } g_{ii}(t) = \text{const}$ , и затем суммировать модули полученных результатов.

Другой способ вычисления среднего значения заключается в получении изображения однополярной функции. Пусть  $\theta(t) = g_{ii}(t) - g_{ii}^*(t)$  и  $\sigma =$

единственная точка на исследуемом интервале, в которой эта функция изменяет свой знак. Используя теорему умножения оригиналов (в комплексной области получим свертку изображений), находим изображение однополярной функции:

$$\theta(p) * \frac{1 - 2e^{-p\tau}}{p},$$

где  $\theta(p) = L\{\theta(t)\}$ ;  $*$  — знак, обозначающий свертку функций в комплексной области.

Выражение

$$G^* = \frac{1}{\tau} \lim_{p \rightarrow 0} \left[ \theta(p) * \frac{1 - 2e^{-p\tau}}{p} \right] \quad (16)$$

определяет среднее значение на интервале  $0-\tau$ , т. е.  $G_{cp} = |G^*|$ .

При вычислении  $G_{cp}$  функции, оригинал которой не известен, значение  $\sigma$  не определено. Тогда значение  $G^*$ , вычисленное по формуле (16), является непрерывной функцией  $\sigma$ . Это выражение становится максимальным в точке, в которой функция  $\theta(t)$  изменяет знак. Таким образом, для вычисления среднего значения знакопеременной функции необходимо найти значение выражения (16), точку, в которой это выражение становится максимальным, и значение этого максимума.

Пусть число точек, в которых функция  $\theta(t)$  изменяет знак, неизвестно. Тогда выражение (16), являющееся непрерывной функцией параметра  $\sigma$ , имеет максимальные и минимальные значения в этих точках. Последовательно вычисляя выражение (16), для каждого интервала непрерывности воздействующей функции и исследуя его на экстремум, находим численные значения этих точек  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_\mu$  ( $\mu$  — число точек). Тогда среднее значение равно:

для  $\mu$  нечетного

$$G_{cp} = |G^*_{\sigma_1} - G^*_{\sigma_2} + G^*_{\sigma_3} - \dots + G^*_{\sigma_\mu}|;$$

для  $\mu$  четного

$$G_{cp} = |G^*_{\sigma_1} - G^*_{\sigma_2} + G^*_{\sigma_3} - \dots - G^*_{\sigma_\mu} + G_0|,$$

где  $G^*_{\sigma_1}, G^*_{\sigma_2}, G^*_{\sigma_3}, \dots, G^*_{\sigma_\mu}$  — значение функции (16) в точках  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_\mu$ .

Если число точек, в которых функция  $\theta(t)$  изменяет знак, и их значения известны,

$$G_{cp} = \frac{1}{\tau} \left| \lim_{p \rightarrow 0} \left[ \theta(p) * \frac{1 - 2e^{-p\tau_1} + 2e^{-p\tau_2} - \dots + (-1)^\mu 2e^{-p\tau_\mu}}{p} \right] \right|.$$

Вычисление свертки функций вида

$$\Phi_1(p) * \Phi_2(p) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} \Phi_1(q) \Phi_2(p-q) dq \quad (17)$$

при выполнении условий леммы [Л. 5], проводят с помощью теоремы о вычетах. Практически для рассматриваемых в данной статье функций  $\theta(p)$ ,

$(1 - 2e^{-p\tau})/p$  и других условия леммы не выполняются ни в левой, ни в правой полуплоскостях, разделяемых прямой  $\operatorname{Re} q = s$ .

Для вычисления свертки  $\Phi_1(p) * \Phi_2(p)$  представим интеграл (17) в виде суммы интегралов, в каждом из которых знаменатель функции совпадает со знаменателем  $\Phi_1(q) \Phi_2(p-q)$ , а числитель является одним из слагаемых произведения числителей функции  $\Phi_1(q) \Phi_2(p-q)$ . Каждый из интегралов может быть вычислен с помощью теоремы о вычетах, так как условия леммы выполняются в одной из полуплоскостей.

Задача нахождения отдельных интегралов для рассматриваемых функций эквивалентна задаче определения свертки двух непрерывных функций  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ , сдвинутых относительно начала координат соответственно на времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Тогда свертка в комплексной области этих функций может быть определена по формулам

$$L\{f_1(t - \tau_1) f_2(t - \tau_2)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} F_1(q) F_2(p - q) e^{-q\tau_1} e^{-(p-q)\tau_2} dq = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} F_2(q) e^{-q\tau_2} \times \\ \times e^{-(p-q)\tau_1} \left[ F_1(p-q) - \int_0^{\tau_2-\tau_1} f_1(t) e^{-(p-q)t} dt \right] dq, \quad (18)$$

где  $L\{f_1(t)\} = F_1(q)$ ;  $L\{f_2(t)\} = F_2(q)$ ;  $\tau_2 \geq \tau_1$ .

Доказательство этих формул проводится аналогично доказательству теоремы умножения оригиналов.

Действующее значение  $G$  на интервале  $0-\tau$  находится как

$$G = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau g_n^2(t) dt}. \quad (19)$$

Преобразуем подкоренное выражение [Л. 8]:

$$\int_0^\tau g_n^2(t) dt = \int_0^\tau [g_n(v) - g_n^*(v)] [g_n(v) + g_n^*(v)] dv. \quad (20)$$

Интегрирование проводится для любого момента времени  $t \geq \tau$ . Пусть

$$\left. \begin{aligned} Q_1(p) &= L\{g_n(t) - g_n^*(t)\} = G_n(p) - G_n^*(p); \\ Q_2(p) &= L\{g_n(t) + g_n^*(t)\} = G_n(p) + G_n^*(p). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Тогда на основании теоремы умножения оригиналов, теоремы интегрирования оригинала и предельной теоремы получим:

$$\int_0^\tau g_n^2(t) dt = \lim_{p \rightarrow 0} [Q_1(p) * Q_2(p)]. \quad (22)$$

Подставив (22) в (19), окончательно найдем:

$$G = \sqrt{\frac{1}{\tau} \lim_{p \rightarrow 0} Q_1(p) * Q_2(p)}. \quad (23)$$

В результате подстановки (12), (13) в (21) и вычисления свертки в (23) получим формулу для



расчета действующих значений для случая различных полюсов  $G_{\Pi}(p)$ :

$$G = \sqrt{\frac{1}{\tau} \lim_{p \rightarrow 0} \left[ \frac{S(p) A(p)}{B(p)} * \frac{S(p) A(p)}{B(p)} - \right.} \\ \rightarrow \left. - 2 \sum_{k=1}^W \frac{S(p-p_k) A(p-p_k)}{B(p-p_k)} M_k + \right. \\ \rightarrow \left. + \sum_{k,l=1}^W \frac{M_k M_l - Q_k Q_l e^{(p_k+p_l-p)\tau}}{p-p_k-p_l} \right], \quad (24)$$

где  $Q_k = M_k - S_k$ .

Если в (24) значение  $\tau = T$ , то

$$G = \sqrt{\frac{1}{T} \lim_{p \rightarrow 0} \left[ \frac{S(p) A(p)}{B(p)} * \frac{S(p) A(p)}{B(p)} - \right.} \\ \rightarrow \left. - 2 \sum_{k=1}^W \frac{S(p-p_k) A(p-p_k)}{B(p-p_k)} M_k \right]. \quad (25)$$

Аналогичным образом могут быть найдены формулы для расчета постоянных, средних и действующих значений для кратных полюсов функции  $G_{\Pi}(p)$ .

Вычисление действующих значений можно также проводить по формуле [Л. 9], однако этот путь является громоздким, так как при вычислении вычетов относительно полюсов, расположенных на мнимой оси (т. е. на пути интегрирования), необходимо учитывать дополнительные условия [Л. 10].

**Ряд Фурье.** Определение ряда Фурье периодической функции по ее изображению приведено в [Л. 11]. Предлагаемая методика нахождения изображения установившейся составляющей. Определение во временной области ряда Фурье функции  $g_{\Pi}(t)$  по ее изображению производится с помощью вычетов относительно полюсов  $f_l$  изображения воздействующей функции:

$$g_{\Pi}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} G(p) e^{pt} dp \Big|_{p=f_l}.$$

Изображение ряда Фурье для  $g_{\Pi}(t)$  найдем, используя методику доказательства теоремы умножения оригиналов:

$$G_{\Pi}(p) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} G(q) \frac{1}{p-q} dq \Big|_{q=f_l}$$

или

$$G_{\Pi}(p) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \text{Res} \left[ G(q) \frac{1}{p-q}, f_l \right].$$

В последних формулах вычеты относительно комплексно-сопряженных полюсов  $f_l, \bar{f}_l$  функций  $\frac{1}{1-e^{-pT}}$  или  $\frac{1}{1+e^{-pT/2}}$  определяют гармонические

составляющие ряда Фурье. Изображение  $i$ -й гармоники

$$G_i(p) = 2 \text{Re} \left\{ \text{Res} \left[ G(q) \frac{1}{p-q}, f_i \right] \right\} = \\ = 2 \text{Re} \left\{ \text{Res} \left[ G(q) \frac{1}{p-q}, \bar{f}_i \right] \right\}. \quad (26)$$

Коэффициент гармоник находится по формуле

$$K_r = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} G_i^2}}{G_1} \quad \text{или} \quad K_r = \frac{\sqrt{G^2 - G_1^2 - G_0^2}}{G_1},$$

где  $G_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) — действующие значения  $i$ -х гармоник исследуемой функции  $g_{\Pi}(t)$ . Выражения для  $G_0, G$  вычисляются по формулам (11) и (23). Значение  $G_i$  ( $G_1$ ) целесообразно находить из выражения

$$G_i = \sqrt{\frac{1}{T} \lim_{p \rightarrow 0} \{ [G_i(p)(1-e^{-pT})] * [G_i(p)(1-e^{-pT})] \}}, \quad (27)$$

которое выводится из (24) с учетом того, что оригинал  $G_i(p)$  — периодическая функция.

**Пример.** Определим значение  $K_r$  тока в цепи  $RL$ -нагрузки при воздействии на нее напряжения

$$u(t) = \begin{cases} E, & mT < t < mT + \tau; \\ -E, & \frac{2m+1}{2} T < t < \frac{2m+1}{2} T + \tau; \\ 0, & \frac{m}{2} T + \tau < t < \frac{m+1}{2} T, \end{cases}$$

где  $T$  — период  $u(t)$ ,  $m=0, 1, 2, \dots$

Изображение исследуемого тока

$$I(p) = \frac{E}{L} \frac{1 - e^{-p\tau}}{p(1 + e^{-pT})(p + \alpha)}.$$

Постоянную составляющую этого тока найдем по формуле (15). Так как

$$S(p) = \frac{E(1 - e^{-p\tau})}{p} \left( 1 - e^{-p \frac{T}{2}} \right); \\ \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{1}{L(p + \alpha)}; \quad \alpha = \frac{R}{L},$$

то

$$I_0 = \frac{1}{T} \lim_{p \rightarrow 0} \left[ \frac{E(1 - e^{-p\tau})(1 - e^{-pT/2})}{Lp(p + \alpha)} \right] = 0.$$

Определим действующее значение тока по формуле (25). Вычислим свертку:

$$C(p) = \frac{S(p) A(p)}{B(p)} * \frac{S(p) A(p)}{B(p)}.$$

Представим  $C(p)$  суммой выражений типа

$$\frac{Ee^{-p\xi_1}}{Lp(p + \alpha)} * \frac{Ee^{-p\xi_2}}{Lp(p + \alpha)},$$

где  $\xi_1, \xi_2$  могут быть равны нулю,  $\tau, T/2, \tau + T/2$ .

При  $\xi_1 \leq \xi_2$  ( $\xi_2 \leq \xi_1$ ) свертку следует вычислять относительно полюсов функции

$$\frac{Ee^{-p\xi_1}}{Lp(p + \alpha)} \left( \frac{Ee^{-p\xi_2}}{Lp(p + \alpha)} \right),$$

так как для нее выполняется условие леммы [Л. 5].

С учетом этого составим выражение для вычисления свертки:

$$\begin{aligned} C(p) &= \frac{E^2}{L^2} \Sigma \text{Res} \times \\ &\times \left[ \frac{1 + e^{-p\tau} + e^{-p\frac{T}{2}} + e^{-p\left(\frac{T}{2} + \tau\right)} - 2e^{-(p-q)\tau}}{q(q+\alpha)} \times \right. \\ &\rightarrow \frac{-2e^{-(p-q)\frac{T}{2}} \times 2e^{-(p-q)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)} + 2e^{-q\tau}}{(p-q)(p-} \\ &\rightarrow \frac{\times e^{-(p-q)\frac{T}{2}} - 2e^{-q\tau}e^{-(p-q)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)}}{-q + \alpha} \rightarrow \\ &\rightarrow \left. \frac{-2e^{-q\frac{T}{2}}e^{-(p-q)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)}}{-q + \alpha} \right] = \\ &= \frac{E^2}{L^2} \left[ \frac{1 - e^{-p\tau} + e^{-p\frac{T}{2}} - e^{-p\left(\frac{T}{2} + \tau\right)}}{\alpha p(p+\alpha)} - \right. \\ &\rightarrow \frac{1 + e^{-p\tau} + e^{-p\frac{T}{2}} + e^{-p\left(\frac{T}{2} + \tau\right)} - 2e^{-(p+\alpha)\tau}}{\alpha(p+\alpha)} \times \\ &\rightarrow \frac{-2e^{-(p+\alpha)\frac{T}{2}} + 2e^{-(p+\alpha)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)} + 2e^{\alpha\tau - (p+\alpha)\frac{T}{2}}}{-} \\ &\rightarrow \left. \frac{-2e^{\alpha\tau - (p+\alpha)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)} - 2e^{\alpha\frac{T}{2} - (p+\alpha)\left(\frac{T}{2} + \tau\right)}}{\times (p+2\alpha)} \right]. \end{aligned}$$

Так как

$$M_k = - \frac{E(1 - e^{\alpha\tau})}{R \left( 1 + e^{\alpha\frac{T}{2}} \right)},$$

действующее значение

$$I = \sqrt{\frac{2E^2}{TR^2} \left[ \tau - \frac{1 - e^{-\alpha\tau} + e^{-\alpha\left(\frac{T}{2} - \tau\right)} - e^{-\alpha\frac{T}{2}}}{\alpha \left( 1 + e^{-\alpha\frac{T}{2}} \right)} \right]}.$$

Изображение первой гармоники ряда Фурье найдем по формуле (26):

$$I_1(p) = C_1 \frac{p}{p^2 + \beta^2} + C_2 \frac{\beta}{p^2 + \beta^2},$$

где

$$C_1 = 4 \frac{E}{L} \frac{-\alpha \sin \varphi - \beta (\cos \varphi - 1)}{T\beta (\alpha^2 + \beta^2)};$$

$$C_2 = -4 \frac{E}{L} \frac{\beta \sin \varphi + \alpha (1 - \cos \varphi)}{T\beta (\alpha^2 + \beta^2)};$$

$$\beta = \frac{2\pi}{T}; \quad \varphi = \beta\tau.$$

Действующее значение первой гармоники определим по (27):

$$I_1 = \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{2}}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} K_T &= \sqrt{\frac{2E^2}{TR^2} \left( \tau - \frac{1 - e^{-\alpha\tau} + e^{-\alpha\left(\frac{T}{2} - \tau\right)} - e^{-\alpha\frac{T}{2}}}{\alpha \left( 1 + e^{-\alpha\frac{T}{2}} \right)} \right)} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{4E}{LT\beta} \times \\ &\rightarrow \frac{16E^2(1 - \cos \varphi)}{L^2T^2\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)} \rightarrow \\ &\rightarrow \times \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{\alpha^2 + \beta^2}}. \end{aligned}$$

**Выводы.** 1. Получены выражения, по которым значения установившейся и переходной составляющих находятся в замкнутом виде для любого момента времени.

2. Полученные интегральные характеристики исследуемой функции вычисляются без промежуточных операций, связанных с определением и интегрированием их мгновенных значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко В. С., Сенько В. И., Жуйков В. Я. Квазистационарные и переходные процессы при несинусоидальных периодических воздействующих напряжениях. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. — Киев: Наукова думка, 1974, вып. 45.
2. Waidehlich D. L. Proc. IRE, 1946, vol. 34, № 2.
3. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
4. Руденко В. С., Жуйков В. Я., Коротаев И. Е. О способах определения отдельных составляющих. — В кн.: Преобразование параметров электрической энергии. — Киев: Наукова думка, 1976, вып. 3.
5. Пчелин Б. К. Специальные разделы высшей математики. — М.: Высшая школа, 1973.
6. Шипило В. П. Применение Z-преобразования для нахождения фактора пульсаций в замкнутых системах с вентильными преобразователями. — Электричество, 1974, № 9.
7. Руденко В. С., Жуйков В. Я., Коротеев И. Е. Об одном методе определения постоянных и средних значений периодических функций. — Изв. вузов. Энергетика, 1976, № 4.
8. Руденко В. С., Жуйков В. Я., Коротеев И. Е. Анализ процессов в преобразовательных устройствах, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с кусочно-непрерывной периодической функцией в правой части. — В кн.: Современные задачи преобразовательной техники ИЭД АН УССР. — Киев, 1975, ч. 4.
9. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. — М.: Наука, 1965.
10. Мышкис А. Д. Математика для вузов. Специальные курсы. — М.: Наука, 1971.
11. Толстов Ю. Г., Теврюков А. А. Теория электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1971.

[28.03.79]

# Расчет индукторов для нагрева ферромагнитных цилиндрических тел

ПАВЛОВ Н. А., канд. техн. наук

Ленинградский электротехнический институт имени В. И. Ульянова (Ленина)

Для расчетов электрических параметров индукторов с ферромагнитной нагрузкой [Л. 1 и 2] используют формулы, полученные при исследовании распространения плоской электромагнитной волны в среде с переменной магнитной проницаемостью [Л. 3]. Если поверхностный эффект ярко выражен, т. е. глубина проникновения электромагнитного поля значительно меньше радиуса нагреваемого цилиндра, то кривизна фронта электромагнитной волны не оказывает заметного влияния на процесс затухания векторов поля и величины электрических сопротивлений.

Распределение напряженности магнитного поля и плотности индуктированного тока по радиусу цилиндра при существенном поверхностном эффекте в интервале значений радиальной координаты  $(R-\xi) \leq r \leq R$  определяется следующими выражениями:

$$\dot{H}_m = \dot{H}_{me} \left(1 - \frac{R-r}{\xi}\right)^\alpha; \quad (1)$$

$$\dot{\delta}_m = -\dot{H}_{me} \frac{\alpha}{\xi} \left(1 - \frac{R-r}{\xi}\right)^{\alpha-1}, \quad (2)$$

где  $\dot{H}_{me}$  — амплитуда напряженности магнитного поля у поверхности цилиндра;  $R$  — радиус цилиндра;  $r$  — радиальная координата (рис. 1).

Формулы (1) и (2) описывают одномерное электромагнитное поле, у которого вектор напряженности магнитного поля направлен вдоль оси цилиндра, а вектор плотности тока — по направлению полярной координаты  $\varphi$  (рис. 1).

Величины  $\alpha$  и  $\xi$  зависят от показателя степени параболы  $B_m = -kH_m^{1/n}$ , аппроксимирующей основную кривую намагничивания [Л. 3]:

$$\alpha = \frac{2n}{n-1} \left(1 + j \sqrt{\frac{n+1}{2n}}\right); \quad (3)$$

$$\frac{\xi}{\Delta_e} = \frac{\sqrt[4]{8n(3n+1)^2(n+1)}}{2(n-1)}, \quad (4)$$

где  $\Delta_e = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \mu_e \gamma}$  — глубина проникновения токов в однородную среду, рассчитанная по значению относительной магнитной проницаемости  $\mu_e$  поверхности цилиндра;

$f$  — частота;  $\gamma$  — удельная электропроводность.

Величина  $\xi$  по своему физическому смыслу является глубиной проникновения поля в ферромагнетик, так как  $\dot{\delta}_m = \dot{H}_m = 0$  при  $r = R - \xi$ , т. е. на расстоянии  $\xi$  от поверхности цилиндра. Закон изменения напряженности магнитного поля, выраженный формулами (1) и (3), однозначно предполагает зависимость магнитной проницаемости от координаты:

$$\mu = \mu_e \left(1 - \frac{R-r}{\xi}\right)^{-2}, \quad (R-\xi) < r < R. \quad (5)$$

В тех случаях, когда поверхностный эффект выражен несущественно, необходимо учитывать кри-

визну поверхности тела. Для этого используем дифференциальное уравнение одномерного магнитного поля, записанное в цилиндрической системе координат:

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\dot{H}_m}{dr} = j\omega \mu_e \gamma \dot{H}_m. \quad (6)$$

Предположим, что процесс затухания электромагнитного поля происходит таким образом, что только на оси цилиндра  $\dot{H}_m = 0$ . Тогда  $\xi = R$ , и координатная зависимость (5) магнитной проницаемости  $\mu = \mu_e (r/R)^{-2}$ . Подставляя это соотношение в уравнение (6) и представляя  $\eta = \ln(r/R)$ , находим решение:

$$\dot{H}_m = \dot{H}_{me} \left(\frac{r}{R}\right)^{(1+j) R/\Delta_e}. \quad (7)$$

Используя параболическую аппроксимацию кривой намагничивания, имеем:

$$\mu = \mu_e \left(\frac{H_m}{H_{me}}\right)^{(1-n)/n}.$$

Подставляя в данное выражение формулы (5) при  $\xi = R$  и (7), получаем

$$\frac{R}{\Delta_e} = \frac{\xi}{\Delta_e} = \frac{2n}{(n-1)}. \quad (8)$$

Сравнивая выражения (1) и (3) для распределения напряженности магнитного поля по радиусу цилиндра при ярком поверхностном эффекте ( $\xi \ll R$ ) и выражения (7), (8) при  $\xi = R$  можно заметить, что закон распределения модуля напряженности поля одинаков в обоих случаях, а при ослаблении поверхностного эффекта (когда  $\xi$  возрастет от нуля до  $R$ ) изменяется только закон распределения фазы напряженности поля. Исходя из этой особенности структуры поля в ферромагнитном цилиндре, запишем общие формулы для  $(R-\xi) \leq r \leq R$ :

$$\dot{H}_m = \dot{H}_{me} \left(1 - \frac{R-r}{\xi}\right)^{(1+j\beta) 2n/(n-1)}; \quad (9)$$

$$\dot{\delta}_m = -\frac{d\dot{H}_m}{dr} = -\dot{H}_{me} \frac{2n(1+j\beta)}{\xi(n-1)} \times \left(1 - \frac{R-r}{\xi}\right)^{\frac{(n+1)+j2n\beta}{n-1}}, \quad (10)$$

где  $0 < \xi \leq R$ .

Величина  $\beta$ , характеризующая закон распределения фазы векторов поля по радиусу цилиндра, должна зависеть от степени проявления поверхностного эффекта, т. е. от отношения  $\xi/R$  и ее значение должно заключаться в диапазоне  $(\sqrt{n+1}/2n; 1]$ . Отношение  $\xi/\Delta_e$  также зависит от степени проявления поверхностного эффекта и изменяется от величины, определяемой формулой (4) при  $\xi = 0$ , до значения, определяемого по (8) при  $\xi = R$ .

С помощью формул (9) и (10) находим сопротивление единичного квадрата поверхности цилиндра:

$$z_0 = \frac{\delta_{me}}{\gamma H_{me}} = r_0 + jx_0 = \frac{1}{\gamma \Delta_e} (\varphi + j\psi), \quad (11)$$

где

$$\varphi = \frac{2n}{n-1} \cdot \frac{\Delta_e}{\xi}; \quad \psi = \frac{2n\beta}{n-1} \cdot \frac{\Delta_e}{\xi}. \quad (12)$$

Далее вычисляем активную  $r_0$  и реактивную  $x_0$  составляющие сопротивления, используя связь этих компонент с активной мощностью  $P_1$  и энергией магнитного поля  $W_{1M}$ , приходящимися на единицу длины цилиндра:

$$r_0 = \frac{P_1}{\pi R H_{me}^2} = \frac{1}{R H_{me}^2} \int_{R-\xi}^R \frac{\delta_m^2}{\gamma} r dr;$$

$$x_0 = \frac{2\omega W_{1M}}{\pi R H_{me}^2} = \frac{\omega \mu_0}{R H_{me}^2} \int_{R-\xi}^R \mu H_m^2 r dr.$$

В результате получаем искомые зависимости величины  $\beta$  и отношения  $\xi/\Delta_e$  от степени проявления поверхностного эффекта:

$$\beta = \sqrt{\frac{2(n+1)/(n-1) + \xi/R}{4n/(n-1) - \xi/R}}; \quad (13)$$

$$\frac{\xi}{\Delta_e} = \frac{2n}{n-1} \sqrt{\frac{3n+1}{n-1}} \sqrt{\frac{2(n+1)/(n-1) + \xi/R}{[4n/(n-1) - \xi/R]^3}}. \quad (14)$$

Для магнитных полей напряженностью свыше 400 А/м показатель степени параболы, аппроксимирующей кривую намагничивания,  $n=4 \div 20$  [Л. 3]. При индукционном нагреве, когда применяются значительно более сильные магнитные поля, можно использовать ступенчатую аппроксимацию кривой намагничивания, т. е. принимать  $n=\infty$  [Л. 1]. В этом случае формулы (12)–(14) заметно упрощаются:

$$\varphi = 2 \frac{\Delta_e}{\xi}; \quad \psi = 2\beta \frac{\Delta_e}{\xi}; \quad \beta = \sqrt{\frac{2 + \xi/R}{4 - \xi/R}}; \quad (15)$$

$$\frac{\xi}{\Delta_e} = 2 \sqrt{3} \sqrt{\frac{2 + \xi/R}{(4 - \xi/R)^3}}. \quad (16)$$

При ярко выраженном поверхностном эффекте ( $\xi/R \ll 1$ ) отношение  $\xi/\Delta_e = 1,4565$ ;  $\varphi = 1,3732$ ;  $\psi = 0,971$ . В другом предельном случае ( $\xi/R = 1$ ) отношение  $\xi/\Delta_e = 2$ ;  $\varphi = \psi = 1$ . Отсюда видно, что значение  $\psi$  изменяется в очень узком диапазоне, и поэтому реактивное сопротивление ферромагнитного цилиндра практически не зависит от степени проявления поверхностного эффекта при  $\xi \leq R$ .

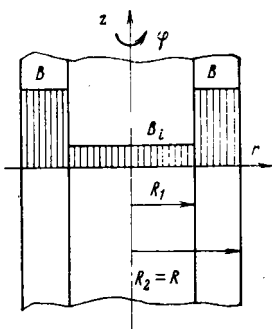


Рис. 1. Распределение модуля магнитной индукции по сечению цилиндрического тела при  $\xi \geq (R_2 - R_1)$ .

В приближенных расчетах можно принять  $\psi = 0,985$  во всем интервале  $0 < \xi/R \leq 1$ , и тогда из формул (15) и (16) находим:

$$\varphi = 0,6768 \left( 1 + \sqrt{1 - 1,4775 \frac{\Delta_e}{R}} \right). \quad (17)$$

Выражение (17) справедливо при  $\Delta_e/R \leq 0,5$  и его удобно использовать для расчета активного сопротивления, так как это отношение зависит только от магнитной проницаемости поверхности цилиндра и известно априори.

При ступенчатой аппроксимации кривой намагничивания магнитная индукция постоянна по модулю в пределах слоя  $\xi$ , как это следует из формул (5) и (9) при  $n=\infty$ , а в случае  $\xi=R$  она постоянна по всему поперечному сечению цилиндра. Такое распределение модуля магнитной индукции, очевидно, сохранится и при дальнейшем ослаблении поверхностного эффекта, когда из-за снижения частоты поля величины  $\xi$  и  $\Delta_e$  станут больше радиуса цилиндра.

Постоянство модуля магнитной индукции можно использовать для решения уравнения (6) в случае низких частот ( $\xi \geq R$ ) или, если перейти к рассмотрению полого цилиндра, при  $\xi \geq (R_2 - R_1)$ , где  $R_2$  и  $R_1$  — внешний и внутренний радиусы полого цилиндра (рис. 1). Следует отметить, что полученные ранее формулы применимы и для расчета сопротивлений труб из ферромагнитного материала, если только выполняется условие непрозрачности стенки трубы для электромагнитного поля:  $\xi \leq (R_2 - R_1)$ .

Относительная магнитная проницаемость  $\mu = B_m/\mu_0 H_m$  при постоянном модуле индукции  $B_m$  выражается через модуль напряженности магнитного поля двумя способами:  $\mu = \mu_e H_{me}/H_m$  или  $\mu = \mu_i H_{mi}/H_m$ , где индекс  $i$  характеризует принадлежность соответствующих величин к внутренней поверхности трубы ( $r=R_1$ ). При подстановке любого из этих выражений в уравнение (6) получаем нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого может быть получено только методами численного интегрирования. Выбор метода интегрирования во многом зависит от формы записи условий, которым должна подчиняться искомая функция на границах интервала определения. Так как во внутренней полости трубы магнитное поле однородно, амплитуда напряженности  $H_{mi}$  — постоянная величина, то условие равенства касательных составляющих напряженности электрического поля на внутренней поверхности трубы при  $r=R_1$  преобразуется к виду:

$$\frac{dH_m}{dr} = j\omega \mu_0 \gamma \frac{R_1}{2} H_{mi}. \quad (18)$$

Если в качестве второго условия использовать зависимость  $H_m = H_{me}$  при  $r=R_2$ , то задача оказывается краевой, а если использовать условие  $H_m = H_{mi}$  при  $r=R_1$ , то задача сводится к задаче Коши, так как оба условия действуют на одном конце интервала. Задача Коши решается намного проще, поэтому напряженность магнитного поля нормируем к величине  $H_{mi}$ , а в уравнение (6) подставим  $\mu = \mu_i H_{mi}/H_m$ .

Введем величины относительной напряженности поля  $\dot{y} = y_1 + jy_2 = H'_m/H_{mi} + jH''_m/H_{mi}$ , где  $H'_m$  и  $H''_m$  — вещественная и мнимая компоненты напряженности магнитного поля, и относительной координаты  $x = r/R_2$ , которая может изменяться в интервале  $[g; 1]$ . Здесь  $g = R_1/R_2 < 1$  — параметр, характеризующий форму поперечного сечения трубы. После подстановки относительных величин в уравнение (6) и разделения вещественной и мнимой частей получаем эквивалентную систему из двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy_1}{dx} &= - \frac{2s^2 y_2}{(1-g)^2 \sqrt{y_1^2 + y_2^2}}; \\ \frac{d^2 y_2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy_2}{dx} &= \frac{2s^2 y_1}{(1-g)^2 \sqrt{y_1^2 + y_2^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где  $s = \sqrt{\pi f \mu_0 \mu_i} (R_2 - R_1)$ .

Все необходимые краевые условия заданы на левом конце интервала  $[g; 1]$  при  $x = g$ :

$$y_1 = 1; \quad y_2 = 0; \quad \frac{dy_1}{dx} = 0; \quad \frac{dy_2}{dx} = \frac{gs^2}{\mu_i (1-g)^2}. \quad (20)$$

Последние два условия следуют из формулы (18).

Задача (19)–(20) легко решается методом Рунге–Кутты. Программа решения системы дифференциальных уравнений по этому методу входит в стандартное математическое обеспечение любой ЭВМ. Массив исходных данных включает величину  $g$  для известных размеров сечения трубы и наборы значений  $\mu_i$  и  $s$ . В конце вычислений фиксируются значения функций  $y(x)$  и их первых производных на правом конце интервала  $g \leq x \leq 1$  и находят следующие выходные величины:

1. Магнитная проницаемость внешней поверхности трубы

$$\mu_e = \mu_i / \sqrt{y_1^2 + y_2^2}.$$

2. Параметр, характеризующий степень проявления поверхностного эффекта в стенке трубы

$$q = (R_2 - R_1) / \Delta_e = s \sqrt{\mu_e / \mu_i}.$$

3. Значения функций  $\varphi$  и  $\psi$ , характеризующих зависимость активного и реактивного сопротивлений трубы из ферромагнитного материала от степени проявления поверхностного эффекта,

$$\varphi = (1-g) \left( y_1 \frac{dy_1}{dx} + y_2 \frac{dy_2}{dx} \right) / q (y_1^2 + y_2^2);$$

$$\psi = (1-g) \left( y_1 \frac{dy_2}{dx} - y_2 \frac{dy_1}{dx} \right) / q (y_1^2 + y_2^2).$$

В указанных выражениях все значения  $y$  и  $dy/dx$  берутся при  $x=1$ . Для удобства анализа результатов вычислений программа дополняется автоматической интерполяцией величин  $q$ ,  $\varphi$  и  $\psi$  по  $\mu_e$ .

На графиках рис. 2 и 3 представлены примеры расчетов функций  $\varphi$  и  $\psi$  в зависимости от параметра  $q = (R_2 - R_1) / \Delta_e$  для относительно тонкостенной трубы ( $g=0,9$ ) и сплошного цилиндра ( $g=0$ ). Эти графики демонстрируют частотную зависимость активного и реактивного сопротивлений во всем диапазоне частот, начиная от нуля, и удобны для

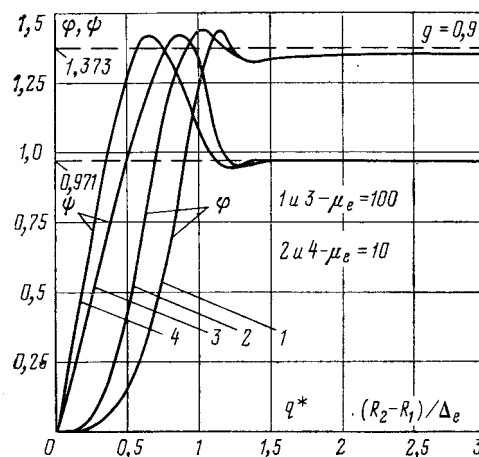


Рис. 2. Зависимость функций  $\varphi$  и  $\psi$  для трубы из ферромагнитного материала от отношения  $(R_2 - R_1) / \Delta_e$ .

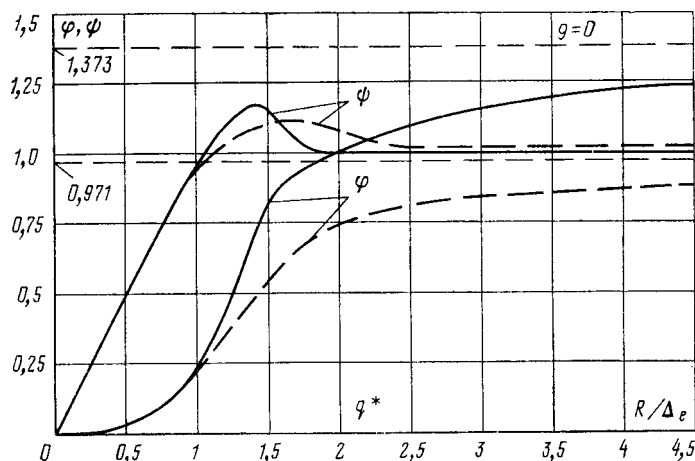


Рис. 3. Зависимость функций  $\varphi$  и  $\psi$  для ферромагнитного цилиндра (сплошные линии) и для цилиндра с постоянной магнитной проницаемостью (пунктирные линии) от отношения  $R / \Delta_e$ .

практических расчетов в сочетании с формулой (11).

В области низких частот  $[\xi > (R_2 - R_1)]$  расчет функций  $\varphi$  и  $\psi$  выполнялся численным методом, а как только стенка трубы становилась непрозрачной для электромагнитного поля  $[\xi \leq (R_2 - R_1)]$ , расчет выполняется по формулам (15). Граница перехода от численного расчета к аналитическому на графиках рис. 2 и 3 лежит в точке  $q = q^*$ . Последнюю величину находим из формулы (16), подставляя в нее  $\xi = R_2 - R_1$ :

$$q^* = \frac{2\sqrt{3}}{3+g} \sqrt{9-g^2}.$$

При  $g=0,9$  (рис. 2) значение  $q^* = 1,5$ . Для сплошного цилиндра (рис. 3) имеем  $g=0$  и  $q^* = 2$ .

В области низких частот ( $q < q^*$ ) сопротивления полого цилиндра, как это видно из рис. 2, зависят не только от величины  $q$ , но и от магнитной проницаемости  $\mu_e$ . При  $q = q^*$  семейство кривых  $\varphi$  или  $\psi$  сливается в одну общую линию, и зависимость от  $\mu_e$  исчезает, так как стенка трубы становится непрозрачной для электромагнитного поля,

и структура поля в поперечном сечении трубы не отличается от структуры поля в сечении сплошного цилиндра того же внешнего радиуса ( $R=R_2$ ). Из формул (19) и (20) видно, что для сплошного цилиндра ( $g=0$ ) магнитная проницаемость исчезает в явном виде и из формулировки задачи.

На рис. 3 приведены функции  $\varphi$  и  $\psi$  для сплошного цилиндра из ферромагнитного материала и такие же функции для цилиндра с постоянной магнитной проницаемостью  $\mu=\mu_e$ , приведенные в [Л. 1]. Кривые рис. 3 наглядно отражают существенное влияние ферромагнитных свойств материала на величину сопротивлений цилиндра и вид их зависимости от степени проявления поверхностного эффекта. Только при очень низких частотах поля, когда  $R/\Delta_e \leq 0,9$ , при расчете сопротивлений можно не учитывать изменение магнитной проницаемости по радиусу цилиндра.

Реальные конструкции индукторов для нагрева стальных труб или сплошных цилиндрических тел всегда имеют конечную длину и зазор между проводом индуктора и нагреваемым телом. При расчете эквивалентных параметров таких индукторов полученные в настоящей статье сопротивления загрузки следует учитывать в схеме замещения [Л. 1] или в системе уравнений с комплексными индуктивными связями [Л. 2]. Следует отметить, что предложенный в настоящей статье способ расчета сопротивлений ферромагнитного цилиндра не является единственным. Расчет сопротивлений можно выполнить путем решения дифференциального уравнения (6) конечно-разностными методами или разбиением сечения цилиндра на тонкие концентрические слои с последующим использованием рекуррентных формул для тонкостенных цилиндрических оболочек [Л. 4]. При этом магнитная проницаемость ступенчато изменяется от слоя к слою в зависимости от напряженности магнитного поля.

Сравнение результатов расчета проведем на конкретном примере. При частоте 50 Гц, удельном сопротивлении углеродистой стали  $\rho=5,2 \cdot 10^{-5}$  Ом $\times$ см и магнитной проницаемости  $\mu_e=10$  глубина проникновения  $\Delta_e=1,62$  см. Труба с внешним радиусом  $R_2=10$  см и внутренним  $R_1=9$  см ( $g=0,9$ ) имеет относительную толщину стенки  $(R_2-R_1)/\Delta_e=0,62$ . Из графика рис. 2 находим  $\varphi=0,73$  и  $\psi=1,4$ . Сопротивление единицы длины нагреваемой трубы  $z=2\pi R_2 z_0=2\pi R_2 \rho (\varphi+j\psi)/\Delta_e=(1,47+j2,82)10^{-3}$  Ом. Аналогичный расчет при  $\mu_e=40$  дает следующие значения:  $\Delta_e=0,81$  см;  $\varphi=1,36$ ;  $\psi=0,95$  и сопротивление  $z=(5,5+j3,82)10^{-3}$  Ом.

В расчете по методике [Л. 4] задаются несколькими значениями магнитной проницаемости на внутренней поверхности трубы  $\mu_i$  и результаты расчета интерполируют по величине  $\mu_e$ . В данном примере значению  $\mu_e=10$  соответствует  $\mu_i=12$ , а при  $\mu_e=40$  значение  $\mu_i=150$ . Число слоев, на которое разбивается стенка трубы, зависит от степени изменения магнитной проницаемости по толщине стенки [Л. 4]. В первом случае достаточно 5 слоев, а во втором необходимо 17. В результате вычислений находим, что при  $\mu_e=10$  сопротивление  $z=(1,39+j2,72)10^{-3}$  Ом, а при  $\mu_e=40$  сопротивление  $z=(5,38+j4,08)10^{-3}$  Ом. Из рассмотренного примера видно, что расхождение значений сопротивлений составляет не более 6%, однако методика [Л. 4] более трудоемка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слухоцкий А. Е., Рыскин С. Е. Индукторы для индукционного нагрева. — Л.: Энергия, 1974.
2. Карпенкова О. И., Павлов Н. А. Применение комплексных индуктивных связей для расчета параметров индуктора с нелинейной нагрузкой. — Электричество, 1977, № 10.
3. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — Л.: Госэнергоиздат, 1949.
4. Немков В. С. Индукционный нагрев цилиндрических оболочек с произвольной толщиной стенки. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 3.

[25.09.79]

УДК 538.311.001.24

## Экранирующее действие оболочек токопроводов, электрически связанных с проводящим корпусом

ЦИЦИКЯН Г. Н., ИГНАТЬЕВ В. И., МЕРКУРЬЕВ В. Г.

Ленинград

Индуктированные токи в проводящих телах обуславливают уменьшение результирующего электромагнитного поля в определенной, связанной с этими телами области пространства. Необходимость исследования индуктированных токов, замыкающихся целиком в теле экранов, вытекает из разнообразных практических задач. Однако в ряде других случаев экранирующее действие, обусловленное возникновением вихревых токов, не играет преобладающей роли, а экранирующий эффект создается благодаря индуктивно связанным контурам, к которым экраны принадлежат как составные элементы. Примером могут служить экраны кабелей, представляющих собой легкие плетеные конструкции или тонкостенные цилиндрические

оболочки, внешние диаметры которых не превосходят 60—70 мм. Поэтому при повышенной частоте (до 10 кГц) учет вихревых токов в экранах кабелей существенного значения не имеет [Л. 1]. Индуктивно связанные контуры появляются в экранированных кабельных линиях при соединении экранов кабелей к корпусу (земле) в двух и более точках. Образуется замкнутая цепь: экран, электрические перемычки, корпус (земля).

Наличие замкнутых на корпус цепей с экранами характерно для судовых и авиационных кабельных сетей, но их исследованию уделено сравнительно мало внимания. Можно указать на статьи [Л. 2 и 3], где излагается качественная сторона вопроса. Важное практическое значение имели бы и пра-

вильные количественные соотношения для строгого подхода к оценке мешающих влияний в кабельных сетях транспортных установок уже на ранних стадиях проектирования ввиду тенденций к сближению кабелей различного назначения и повышения чувствительности по напиржению элементов современных автоматизированных систем.

Для анализа влияния замкнутой цепи — экран, электрические перемишки, корпус (земля) — рассмотрим линию, по которой протекает ток  $I$  на расстоянии  $a$  от плоской поверхности сплошной проводящей массивной стенки с произвольной толщиной  $h$ , с магнитной проницаемостью  $\mu$ , в общем случае отличной от  $\mu_0$ , и удельной проводимостью  $\gamma$ . Стенке отведена роль корпуса или земли. Линия окружена соосным цилиндрическим экраном с внешним диаметром  $D$ . Экран на рис. 1 условно изображен прерывистой линией. Экран соединяется со стенкой с помощью перемишек. Расстояние между перемишками принято равным  $l$  ( $l \gg a$ ). Пренебрегая концевыми эффектами, сопротивления перемишек  $Z_{п1}$  и  $Z_{п2}$  будем считать известными сосредоточенными параметрами. Связанное с током  $I$  переменное магнитное поле пронизывает контур — корпус (земля), экран, перемишки, — в котором возникает ток  $I_0$ , в первом приближении распределенный равномерно по сечению экрана. При этом предположении массивная стенка находится в поле тока  $(I + I_0)$ , протекающего в оси линии на расстоянии  $a$  от плоской поверхности (рис. 1).

Поставим задачу рассчитать результирующее магнитное поле с учетом вихревых токов в стенке и ее намагничивания, что может быть выполнено с использованием результатов [Л. 4]. Для этого рассмотрим расчетную схему рис. 1, где на расстоянии  $a_1 = a$  от плоской поверхности стенки расположена линия с током  $(I + I_0)$ , а на расстоянии  $a_2$  — линия с током противоположного знака. Тогда нетрудно получить выражение для векторного потенциала, описывающего результирующее квазистационарное электромагнитное поле системы с током вблизи проводящей массивной стенки в среде с  $\mu = \mu_0$ . Индуцированная напряженность электрического поля  $E_{\text{инд}}$  в интересующем нас случае может быть получена путем предельного перехода  $a_2 \rightarrow \infty$  и определена выражением:

$$\dot{E}_{\text{инд}} = -j\omega \dot{A}_{\text{рез}} = -j \frac{\omega \mu_0 (I + I_0)}{2\pi} \int_0^\infty e^{-a\lambda} \lambda^{-1} (e^{-x\lambda} - W_\lambda e^{x\lambda}) \times \cos \lambda y d\lambda, \quad (1)$$

где  $\dot{A}_{\text{рез}}$  — результирующий векторный потенциал;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота;  $x, y$  — координаты произвольной точки  $M$ .

В формуле (1) величина  $W_\lambda$  описывается выражением:

$$W_\lambda = (K_\lambda^2 - 1) \text{sh } k_\lambda h [2K_\lambda \text{ch } k_\lambda h + (K_\lambda^2 + 1) \text{sh } k_\lambda h]^{-1}, \quad (2)$$

где

$$K_\lambda = \mu_0 \mu^{-1} \lambda^{-1} k_\lambda, \quad k_\lambda = \sqrt{j\omega \mu \gamma + \lambda^2}.$$

Коэффициент  $W_\lambda$  по форме не отличается от коэффициента  $W_n$ , приведенного в [Л. 5]. Разница заключается в том, что  $n$  — целое число, тогда как  $\lambda$  пробегает все значения от 0 до  $\infty$ .

Представляя

$$W_\lambda = \lambda g_\lambda + 1 \quad (3)$$

и учитывая косинус-преобразование, для индуцированной напряженности  $E_{\text{инд}}$  получим:

$$\dot{E}_{\text{инд}} = -j\omega \dot{A}_{\text{рез}} = - \frac{j\omega \mu_0 (I + I_0)}{2\pi} \times \times \left[ \ln \sqrt{\frac{y^2 + (a-x)^2}{y^2 + (a+x)^2}} - \int_0^\infty g_\lambda e^{-(a-x)\lambda} \cos \lambda y d\lambda \right]. \quad (4)$$

Первый член выражения (4) показывает, что индуцированная напряженность электрического поля обусловлена линейным током  $I + I_0$  и его зеркальным отображением в граничной плоскости YOZ с обратным знаком. Второй член выражения в виде интеграла с  $g_\lambda$  возникает при учете конечной проводимости материала стенки и стремится к нулю при  $\gamma \rightarrow \infty$ . В выражениях (1) и (4) ток  $I_0$  остается неизвестным.

Для определения тока  $I_0$  выделим замкнутый путь обхода 1, 2, 3, 4, 1 (рис. 2). Для интеграла вектора  $\vec{E}$  по замкнутому пути 1, 2, 3, 4, 1 получим:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \oint \vec{E}_{\text{инд}} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = U_{п1} + U_{п2} + + \int_2^3 \vec{E} d\vec{l} + \int_4^1 \vec{E} d\vec{l},$$

где  $\Phi$  — поток, сцепленный с контуром 1, 2, 3, 4, 1;  $U_{п1}$  и  $U_{п2}$  — падения напряжения на перемишках.

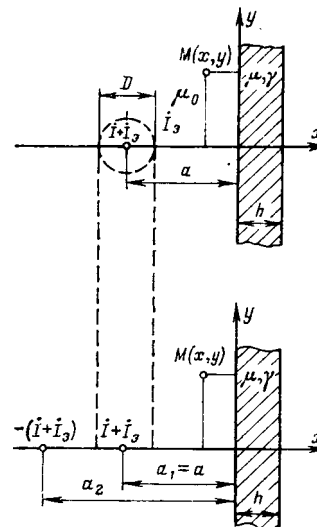


Рис. 1.

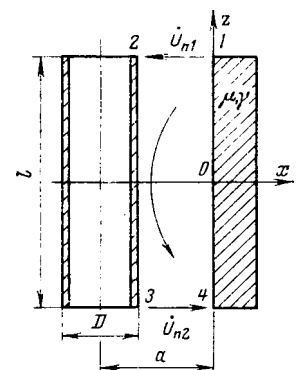


Рис. 2.

Используем известные соотношения в комплексной форме записи:

$$\int_2^3 \dot{E} dl_z = Z_{\text{внутр.э}} i_{\text{э}};$$

$$\int_4^1 \dot{E} dl_z = - \int_1^4 \dot{E}_{\text{инд}} dl_z = j\omega A_{\text{рез}} \Big|_{y=0}^{x=0} l;$$

$$\Phi = (\dot{A}_{\text{рез}} \Big|_{y=0}^{x=-a+D/2} - \dot{A}_{\text{рез}} \Big|_{y=0}^{x=0}) l.$$

Тогда найдем

$$-j\omega \dot{A}_{\text{рез}} \Big|_{y=0}^{x=-a+D/2} l = (Z_{\text{п1}} + Z_{\text{п2}} + Z_{\text{внутр.э}}) i_{\text{э}}, \quad (5)$$

где  $Z_{\text{п1}}$ ,  $Z_{\text{п2}}$  — сопротивления перемычек;  $Z_{\text{внутр.э}}$  — сопротивление экрана, практически равное «сопротивлению связи».

Для нахождения тока  $i_{\text{э}}$  подставим в (5) выражение (4) при  $x = -a + D/2$ ,  $y = 0$ . Решая относительно тока  $i_{\text{э}}$ , получим:

$$i_{\text{э}} = -I'_{\text{э}} l (Z_{\text{внутр.э}} + Z_{\text{п}} + Z'_{\text{э}} l)^{-1}, \quad (6)$$

где

$$Z_{\text{п}} = Z_{\text{п1}} + Z_{\text{п2}}, \quad (7)$$

$$Z'_{\text{э}} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \ln \frac{2a - D/2}{D/2} + \int_0^{\infty} (-g_{\lambda}) \exp [-(2a - D/2)\lambda] d\lambda \right\}. \quad (8)$$

Очевидно, что модуль отношения  $(i + i_{\text{э}})/i$  характеризует степень ослабления магнитного поля и индуцированных напряжений в окружающем пространстве. Обозначив это отношение через  $S_0$ , получим:

$$S_0 = (Z_{\text{внутр.э}} + Z_{\text{п}}) (Z_{\text{внутр.э}} + Z_{\text{п}} + Z'_{\text{э}} l)^{-1}. \quad (9)$$

С учетом степени ослабления магнитного поля э.д.с., действующая в прямоугольном контуре со стороной  $l$ , проходящем через точку  $M(x, y)$ , с обратным путем через корпус (землю), будет определяться формулой:

$$\dot{E}_{\text{инд}} l = -Z' l i, \quad (10)$$

где

$$Z' = \frac{j\omega\mu_0 S_0}{2\pi} \left\{ \ln \sqrt{\frac{y^2 + (a-x)^2}{y^2 + (a+x)^2}} + \int_0^{\infty} (-g_{\lambda}) \times \right. \\ \left. \times \exp [-(a-x)\lambda] \cos \lambda y d\lambda \right\}. \quad (11)$$

Величину  $Z'$  можно рассматривать как взаимное сопротивление на единицу длины линий, проходящих через точки с координатами  $(-a; 0)$  и  $(x; y)$  (рис. 1). Из формулы (11) при  $x = -(a - D/2)$ ,  $y = 0$  (рис. 1) получаем собственное сопротивление экранированной кабельной линии

$$Z'_{\text{внеш}} = S_0 Z'_{\text{э}}, \quad (12)$$

где  $Z'_{\text{э}}$  совпадает с выражением (8).

Как нетрудно видеть, наибольшую трудность для определения  $Z'_{\text{э}}$  составляет вычисление инте-

грала в выражении (8):

$$F = \int_0^{\infty} (-g_{\lambda}) \exp [-(2a - D/2)\lambda] d\lambda. \quad (13)$$

В общем виде взять этот интеграл нельзя. Поэтому рассмотрим ряд случаев, имеющих наибольшее практическое значение.

Толщина стенки из немагнитного материала значительно меньше эквивалентной глубины проникновения тока в материал  $\sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\gamma}}$ . Тогда выражение для  $g_{\lambda}$  упрощается и может быть представлено в виде:

$$g_{\lambda} = -(\lambda + j\beta)^{-1}; \quad \beta = \omega\mu_0\gamma h/2. \quad (14)$$

Применяя определение интегральной показательной функции  $E_1(z)$ ,

$$E_1(z) = \int_z^{\infty} e^{-y} y^{-1} dy, \quad -\pi < \arg z < \pi, \quad (15)$$

выражение для  $F$  получим в виде:

$$F = \exp [j(2a - D/2)\beta] E_1 [j(2a - D/2)\beta]. \quad (16)$$

Толщина стенки значительно больше эквивалентной глубины проникновения тока. Тогда  $g_{\lambda}$  определяется выражением:

$$g_{\lambda} = -2\mu_r (\mu_r \lambda + \sqrt{k^2 + \lambda^2})^{-1}, \quad (17)$$

где  $\mu_r = \mu/\mu_0$ ,  $k^2 = j\omega\mu\gamma$ .

Действительно, для получения формулы (17) достаточно выразить  $g_{\lambda}$  через  $W_{\lambda}$  в уравнении (3) и осуществить предельный переход при  $h \rightarrow \infty$ . Соответственно интеграл  $F$  принимает вид:

$$F = 2\mu_r \int_0^{\infty} \frac{\exp [-(2a - D/2)\lambda]}{\mu_r \lambda + \sqrt{k^2 + \lambda^2}} d\lambda. \quad (18)$$

При  $\mu_r = 1$  интеграл (18) допускает следующее аналитическое представление:

$$F = \pi \alpha^{-1} [H_1(\alpha) - Y_1(\alpha)] - 2\alpha^{-2}, \quad (19)$$

где  $\alpha = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma}(2a - D/2)$ ;  $H_1(\alpha)$  — функция Струве;  $Y_1(\alpha)$  — функция Бесселя второго рода.

Как следует из известных определений функций Струве и Бесселя второго рода, выражение (19) представляет собой знакопередающиеся степенные ряды по возрастающим степеням  $\alpha/2$ . При малых значениях  $\alpha/2$  вычисление рядов затруднений не представляет. Пример вычисления реальной части выражения (19) дан в [Л. 6]. Для модуля  $\alpha$ , значительно большего единицы, можно использовать асимптотическое представление разности  $[H_1(\alpha) - Y_1(\alpha)]$ , примененное в [Л. 4].

Рассмотрим интеграл (18) при  $\mu_r$ , значительно большем единицы. Соответствующий анализ при  $\mu_r > 1$  дан в [Л. 7], где показано, что если выполняется условие

$$v = \sqrt{\mu_r^2 - 1} \geq 10\sqrt{10},$$



то интеграл (18) без сколько-нибудь заметной ошибки может быть вычислен следующим образом:

$$F = \frac{2\mu_r^2}{\gamma^2} \exp[(2a - D/2)\gamma^{-1}k] E_1[(2a - D/2)\gamma^{-1}k]. \quad (20)$$

Поскольку с выполнением данного неравенства  $\gamma$  практически не отличается от  $\mu_r$ , то из (20) получаем:

$$F = 2 \exp[(2a - D/2)(1+j)\zeta] E_1[(2a - D/2)(1+j)\zeta], \quad (21)$$

где

$$\zeta = \sqrt{\omega\mu_0\mu_r^{-1}\gamma/2}. \quad (22)$$

Результат аналогичен по структуре формуле (16), представляющей собой произведение простой экспоненты на интегральную показательную функцию.

Следует отметить, что если в (18) под знаком корня пренебречь величиной  $\lambda^2$  по сравнению с  $k^2$ , то результат (21) получается непосредственно. Объясняется это тем, что указанное ограничение для  $\gamma$  обеспечивает быструю сходимость интеграла на верхнем пределе интегрирования.

Таким образом, выражение  $Z'_0$  может быть представлено в виде:

$$Z'_0 = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \left( \ln \frac{2a - D/2}{D/2} + F \right), \quad (23)$$

где  $F$  может определяться формулами (16), (19) и (21), вполне пригодными для инженерных расчетов.

Экспериментальная проверка полученных выражений производилась с реальным кабелем марки КНРЭ 19×1,5, экран которого представляет собой легкую плетеную конструкцию. Внешний диаметр кабеля  $D=30$  мм. Расстояние  $a$  от оси кабеля до поверхности листа из стали марки Ст. 3, выполняющего роль корпуса в эксперименте, взято равным 0,22 м. Относительная магнитная проницаемость Ст. 3 в ненасыщенном состоянии  $\mu_r=220$ , удельная проводимость  $\gamma=0,7 \cdot 10^7$  См/м. Толщина листа равнялась 3 мм. Сначала экспериментально определялось сопротивление экрана на частоте 500 и 1000 Гц, при которых в дальнейшем осуществлялась проверка формулы (9) для оценки степени ослабления поля в окружающем пространстве. Измерениями было установлено, что  $Z_{\text{внутр.э}}$  практически не изменяется в диапазоне частоты от 50 до 1000 Гц и остается только активной. Ее значение в эксперименте равно  $R_0=2,28 \cdot 10^{-3}$  Ом на длине 2 м.

При частоте 500 Гц и принятых значениях  $\mu_r$  и  $\gamma$  материала эквивалентная глубина проникновения тока, равная 0,6 мм, значительно меньше толщины листовой стали. Следовательно, можно воспользоваться формулой (21).

Экспериментально степень ослабления поля определялась по соотношению индуцированных э.д.с. в прямоугольном контуре, составленном из прямолинейного проводника, заземленного на од-

ном конце и измерительных проводников на другом (рис. 3). Индуцированная э.д.с. в контуре измерялась потенциометрической установкой типа У-5015 или К-509 отдельно для активной и индуктивной составляющих относительно заданного тока  $I$  в кабеле при токе  $I_0=0$  и отличном от нуля. Расстояние  $l_{\text{экс}}$  (рис. 3) выбиралось так, чтобы исключить влияние концевых эффектов. При  $f=500$  и 1000 Гц для соотношений э.д.с. экспериментально получено  $|S_0|=0,46$  и 0,29 соответственно с точностью до 0,01.

Расчетные значения  $S_0$  находились по выражению (9) с учетом (21) и (23) при данном значении  $Z_{\text{внутр.э}}$  в пренебрежении сопротивлением перемычек  $Z_{\text{п}}$ . Оказалось, что  $|S_0|$  равно 0,437 при  $f=500$  Гц и 0,248 при  $f=1000$  Гц. Таким образом, расчетные значения подтверждаются экспериментально.

Используем предшествующий анализ для определения индуцированных напряжений в судовой кабельной сети, поскольку затрагиваемый вопрос имеет важное практическое значение. Известно, что наибольшей индуктивностью обладает линия с обратным путем через землю или корпус. Эта линия может оказывать и наибольшее мешающее влияние на соседние линии, создавая в них индуцированные напряжения.

Режим однопроводной линии в судовой сети, у которой нейтраль соединена с корпусом через высокоомное сопротивление, наступает с возникновением тока однофазного замыкания, который может достигать 10 А и протекать длительное время [Л. 8]. При токе однофазного замыкания  $I=2$  А в сети с частотой  $f=400$  Гц определим индуцированные э.д.с. в линии длиной  $l=100$  м, проходящей через точку с координатами  $x, y$ . Положим  $x=-a, a=0,05$  м,  $y=0,05$  м. В качестве влияющей линии выберем кабель, уже рассмотренный в эксперименте. Предварительно займемся выводом расчетной формулы для  $Z'$ . Для этого в формулу (11) подставим (17) и будем считать, что под знаком корня величиной  $\lambda^2$  можно пренебречь. Тогда

$$g_\lambda = -2[\lambda + (1+j)\zeta]^{-1}, \quad (24)$$

где  $\zeta$  совпадает с (22). Учитывая (15), находим:

$$Z' = \frac{j\omega\mu_0 S_0}{2\pi} \left\{ \ln \sqrt{\frac{y^2 + (a-x)^2}{y^2 + (a+x)^2}} + e^{p_1} E_1(p_1) + e^{p_2} E_1(p_2) \right\}, \quad (25)$$

где  $p_{1,2} = \zeta(a-x \pm y) + j\zeta(a-x \mp y)$ .

Небольшой разброс значений  $\mu_r$  и  $\gamma$  для корпусных сталей типа АК дает основание принять  $\zeta=7,8$  м<sup>-1</sup> при  $f=400$  Гц. Осуществляя необходимые вычисления по формуле (25) при выбранных значениях  $a, x, y, \zeta$  и при  $S_0=1$ , получаем:  $Z'_1 = (0,56 + j1,67) \cdot 5 \cdot 10^{-4}$  Ом/м. При  $l=100$  м и токе  $I=2$  А индуцированное напряжение в линии  $U_1 = Z'_1 l = (0,056 + j0,167)$  В. В линии, проходящей через точку с координатами  $x=-a, a=0,05$  м и  $y=0,1$  м, индуцированное напряжение при той же длине было бы равно  $U_2 = Z'_2 l = (0,048 + j0,098)$  В.

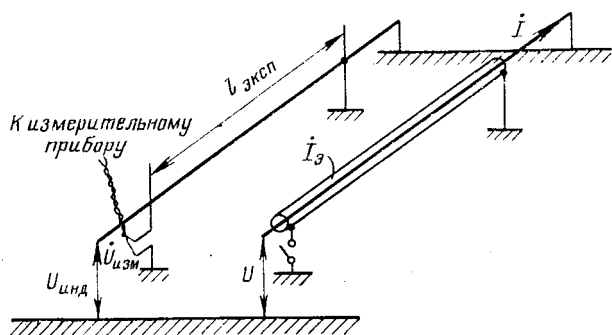


Рис. 3.

Модуль индуцированного напряжения в контуре, составленном из этих линий,  $|\dot{U}| = |\dot{U}_1 - \dot{U}_2| = 0,07 \text{ В}$ .

Предположим теперь, что  $S_0 < 1$ . Примем расстояние между перемычками экрана  $l = 100 \text{ м}$ . Сопротивлением перемычек  $Z_{\text{п}}$  будем пренебрегать. Подставляя в формулу (9) значение  $Z_{\text{внутр.з}}$ , данное экспериментом и пересчитанное на длину  $l = 100 \text{ м}$ , а также значение  $Z'_0$  с учетом (21) при  $a = 0,05 \text{ м}$ ,  $D/2 = 0,015 \text{ м}$  и  $\zeta = 7,8 \text{ м}^{-1}$ , находим:  $|S_0| = 0,556$ . Следовательно, индуцированные напряжения в линиях в данном случае должны быть уменьшены в 1,8 раза. Величина  $|S_0|$  слабо зависит от расстояния  $a$ ; при  $a = 0,22 \text{ м}$   $|S_0| = 0,515$ .

В этом случае индуцированные напряжения были бы меньше в 1,94 раза.

Дополнительный анализ выражения (25) при больших по модулю значениях аргумента интегральной показательной функции, т. е. при больших значениях  $\zeta$  и достаточном удалении от влияющей линии, приводит к простому выражению, если воспользоваться асимптотическим рядом для  $E_1(z)$  и

ограничиться первым членом разложения:

$$Z' = \frac{j\omega\mu_0 S_0}{2\pi} \left\{ \ln \sqrt{\frac{y^2 + (a-x)^2}{y^2 + (a+x)^2}} + \frac{2(a-x)(1-j)}{\zeta[(a-x+y)^2 + (a-x-y)^2]} \right\}. \quad (26)$$

При  $y = 0$  получим:

$$Z' = \frac{j\omega\mu_0 S_0}{2\pi} \left\{ \ln \sqrt{\frac{(a-x)^2}{(a+x)^2}} + \frac{(1-j)}{\zeta(a-x)} \right\}. \quad (27)$$

Выражения (26) и (27) могут быть полезными при определении той степени удаленности, при которой можно пренебречь индуцированными напряжениями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pearlston C.-B. Case and Cable Shielding, Bonding and Grounding Consideration Electromagnetic Interference. — IRE Trans., 1962, vol. RFI-4, № 3.
2. Mohr R. J. Coupling Between Open and Shielded Wire Lines Over a Ground Plane. — IEEE Trans. on EMC, 1967, vol. 9, № 2.
3. Gillies D. A., Ramberg H. C. Methods for Redu-Induced Voltages in Secondary Circuits. — IEEE Trans. on PAS, 1967, vol. 86, № 7.
4. Волинская Г. Д., Холин В. Н., Цицикян Г. Н. Об одной задаче расчета активной мощности в проводящих слоях и некоторых ее приложениях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 4.
5. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. — М.: Госэнергоиздат, 1957.
6. Г. Д. Волинская, Г. Н. Цицикян, В. Н. Эрнн. Некоторые вопросы расчета активной мощности в проводящих слоях. — «Теоретическая электротехника», вып. 22, 1077, с. 118—124.
7. Poritsky H., Jerrard R. P. Eddy-Current Losses in a Semy — Infinite Solid Due to a Nearly A. C. — Trans. AIEE (Commun. and Electr.), 1954, vol. 73, May.
8. IEEE Conference Record Annu. Pulp. and Pap. Ind. Techn. Vancouver, 1975. — New York, 1975, Part I—II.

[23.12.78]

#### ВНИМАНИЮ

#### РУКОВОДИТЕЛЕЙ ОРГАНИЗАЦИЙ И ПРЕДПРИЯТИЙ!

Издательство «Энергия» выпускает многокрасочные плакаты:

1. **ПО ОХРАНЕ ТРУДА** при эксплуатации электрооборудования и теплоэнергетических установок по следующим разделам:  
Электрическая часть станций и подстанций  
Воздушные и кабельные электрические сети  
Электроустановки сельскохозяйственных предприятий  
Электроустановки промышленных предприятий  
Защитные средства и предохранительные приспособления  
Промышленная теплоэнергетика  
Топливо-транспортные цехи  
Электротехническая промышленность  
Строительно-монтажные работы  
Электрическая и газовая сварка  
Бытовые электроустановки  
Оказание первой помощи  
(Плакаты разрабатываются в соответствии с действующими правилами техники безопасности и иллюстрируют их основные положения)
2. **ПО ЭКОНОМИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ**, призывающие экономить электроэнергию, топливо и показывающие средства их рационального расходования.

Для приобретения плакатов следует оформить бланк-заказ, который высылается издательством по запросам бесплатно. Обращаться по адресу: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая набережная, 10, издательство «Энергия». Отдел распространения.

Справки по телефону: 235-39-27.

Просим ускорить оформление заказов.

Издательство

## Индуктивный накопитель с электромагнитным умножением тока

ИВЛЕВ А. В., КИБАРДИН А. С., КОМИН А. В., КУЧИНСКИЙ В. Г.,  
ЛОБАНОВ К. М., МОРОЗОВ Ю. А.

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д. В. Ефремова

Для ряда физических исследований необходимы мощные импульсные источники питания на базе индуктивных накопителей. Одной из основных задач при создании таких накопителей является умножение тока источника накачки накопителя. Это связано с тем, что при требуемых величинах мощности и приемлемой величине напряжения на коммутаторах ток накопителя в несколько десятков раз превышает допустимые значения токов имеющихся конструкций источников накачки.

Умножение тока возможно проводить двумя способами: механическим и электромагнитным. В настоящее время общепринятой является схема механического умножения тока — переключение витков катушки из последовательного соединения в параллельное с помощью системы коммутации [Л. 2].

Известны также трансформаторные схемы индуктивных накопителей, в которых энергия запасается в магнитном поле индуктивности намагничивания [Л. 2].

Известны также трансформаторные схемы индуктивных накопителей, в которых энергия запасается в магнитном поле индуктивности намагничивания [Л. 2]. В этих схемах умножение тока накачки осуществляется в процессе размыкания первичной многовитковой обмотки за счет электромагнитной связи этой обмотки со вторичной обмоткой, к которой подсоединена нагрузка. По требуемому количеству размыкателей данная схема не отличается от схемы с механическим умножением тока.

Основным недостатком двух последних схем является большое число сложных элементов в системе коммутации, число которых определяется коэффициентом умножения тока, при этом весьма затруднительно обеспечить достаточную надежность работы всего источника питания. В данной статье будут рассмотрены индуктивный накопитель с электромагнитным умножением тока, его преимущества и недостатки по сравнению с накопителем с механическим умножением тока, имеющим лучшую удельную энергоемкость относительно массы проводника, чем трансформаторный индуктивный накопитель.

Накопитель с электромагнитным умножением тока (рис. 1) представляет собой многовитковую катушку с расположенным вблизи нее электромагнитным экраном, замкнутым через систему коммутации. При подключении источника тока накачки к многовитковой катушке в ее витках начинает возрастать ток, а в экране наводится суммарный ток от всех витков катушки и, таким образом, осуществляется магнитное умножение тока накачки. На этом этапе индуктивный накопитель представляет собой трансформатор с короткозамкнутой вторичной обмоткой (цель экрана).

Процесс накачки заканчивается в момент достижения тока экрана максимальной величины, при этом многовитковая катушка должна быть замкнута накоротко через источник тока накачки или с помощью дополнительного замыкателя. Энергия магнитного поля запасается в основном в зазоре между многовитковой катушкой и экраном.

Система коммутации (К) размыкает контур экрана, при этом индуктивность многовитковой катушки  $L_0$  возрастает до значения индуктивности незэкранированной катушки  $L_{нз}$ . При условии, что время коммутации накопителя (экрана) на нагрузку  $t_k$  много меньше постоянной времени накопителя  $\tau = \frac{L_{нз}}{R}$  (где  $R$  — сопротивление многовитковой катушки) маг-

нитный поток  $\Phi$ , связанный с многовитковой катушкой, можно считать постоянным в процессе коммутации. Увеличение индуктивности при постоянстве магнитного потока приводит к уменьшению энергии накопителя и выделению разницы энергий на нагрузке  $Z$  и системе коммутации К.

Накопитель с электромагнитным умножением тока конструктивно может быть выполнен в нескольких модификациях:

цилиндрическая катушка с экраном, расположенным снаружи или внутри (рис. 1, а), круговая катушка с тороидальным экраном (рис. 1, б) и т. д. Можно показать, что круговая катушка с тороидальным экраном является оптимальной с точки зрения наилучшего использования массы проводника для обеспечения электротехнических (максимальная энергия) и механических (максимальная механическая прочность) свойств конструкции. Проведем сравнение такого накопителя и накопителя с механическим умножением тока.

Основными достоинствами накопителя с электромагнитным умножением тока являются:

1. Упрощение системы коммутации — сокращение требуемого количества коммутаторов (в принципе система коммутации может состоять из одного коммутатора). При механическом умножении тока количество коммутаторов определяется коэффициентом умножения тока и может достигать нескольких десятков и даже сотен коммутаторов.

2. Упрощение систем крепления, обеспечивающих механическую прочность накопителя, что становится весьма важным обстоятельством при проектировании систем на большие количества энергии. Силовым стержнем конструкции может служить металл многовитковой катушки, механическую прочность которой при необходимости можно усилить специальным бандажом, уложенным вдоль витков. Экран может быть расположен так, что он будет уравновешен силой магнитного давления по большому радиусу тора. Магнитное давление действует на металл экрана только по малому радиусу, причем круговое течение может быть выполнено безмоментным.

3. Вихревая э. д. с. на многовитковой катушке в процессе коммутации не наводится вследствие того, что при условии  $t_k \ll \tau$  магнитный поток, связанный с многовитковой катушкой, практически не изменяется ( $\Phi = \text{const}$ ). В связи с этим отпадает необходимость в коммутаторах на многовитковой катушке. Это позволяет выполнить ее с любым числом витков, что, во-первых, упрощает согласование накопителя с источником накачки и, во-вторых, может существенно упростить и удешевить системы накачки накопителя за счет применения источников на большие напряжения и меньшие токи. Катушка может быть выполнена на рабочем напряжении, равное напряжению источника накачки.

4. Упрощение выполнения изоляции накопителя. Электрическая прочность между катушкой и экраном обеспечивается достаточно легко благодаря достаточно большой величине диэлектрического зазора между ними.

К основным недостаткам конструкций рассмотренных накопителей относятся:

1. Существенное увеличение массы металла проводника накопителя. Энергия, которая может быть запасена в накопителе с механическим умножением тока, определяется как (при времени накачки  $t \gg \tau$ )

$$W_{M1} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{RI_m^2}{2} \cdot \frac{L}{R} = \frac{P_n \tau}{2},$$

где  $P_n$  — мощность накачки;  $I_m$  — максимальное значение тока накопителя;  $\tau$  — постоянная времени накопителя;  $R$  и  $L$  — сопротивление и индуктивность накопителя.

В накопителе с электромагнитным умножением тока время накачки ограничено временем диффузии магнитного поля через экран и не должно существенно превосходить  $t = \tau$ . Принимая для оценок  $t = \tau$ , т. е.  $I = 0,63I_m$ , получаем:

$$W_{M2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{L (0,63I_m)^2}{2} = \frac{0,4I_m^2 R}{2} \cdot \frac{L}{R} = \frac{P_n \tau}{5}.$$

С учетом того, что к. п. д. передачи энергии в нагрузку у накопителя с электромагнитным умножением меньше 100% (допустим  $\eta = 50\%$ , подробнее см. ниже), при одинаковых  $\tau$  и  $P_n$  значение  $W_{м1}/W_{м2} = 5$ .

В зависимости от типа исполнения накопителя с механическим умножением тока масса металла для обеспечения одной и той же величины  $\tau$  различна. Так, для тороидального накопителя с механическим умножением тока  $3$ , конструктивное исполнение которого считается перспективным для мощных накопителей, требуется в 2 раза меньше металла, чем для накопителей с электромагнитным умножением тока. Таким образом при равенстве количеств энергии, выделяемых в нагрузку, для рассматриваемого накопителя требуется в 10 раз больше металла, чем для накопителя с механическим умножением тока.

2. Ухудшается к. п. д. передачи запасенной энергии в нагрузку, так как он зависит от отношения индуктивности экранированной катушки к индуктивности катушки без экрана  $L_3/L_{н3}$  (рис. 2), и для получения значений к. п. д., близких к 100%, необходимо значительно увеличить большой радиус тора ( $r_3$ , рис. 1,б) по сравнению с малым радиусом ( $r_2$ ), что приводит к ухудшению удельных характеристик источника питания.

Однако отмеченные недостатки не являются принципиальными. Для снижения массы проводников в таких системах перспективно охлаждать металл до низких температур, например до температуры жидкого азота ( $-196^\circ\text{C}$ ). При этом для алюминия сопротивление, а следовательно и масса уменьшаются в 6—7 раз.

Следует отметить, что для накопителей на большие количества энергии, когда экономически оправдано применение мощных источников накачки (типа ударных генераторов), металлоемкость конструкции определяется не только массой проводников, так как значительное количество металла будет приходиться на конструкцию силового корпуса. Поскольку обеспечение механической прочности в индуктивном накопителе с электромагнитным умножением тока существенно облегчено, это может снизить в несколько раз соотношение между металлоемкостями накопителей. Что касается к. п. д. накопителя с электромагнитным умножением тока, то при правильном выборе геометрии системы он может быть обеспечен достаточно высоким (65%).

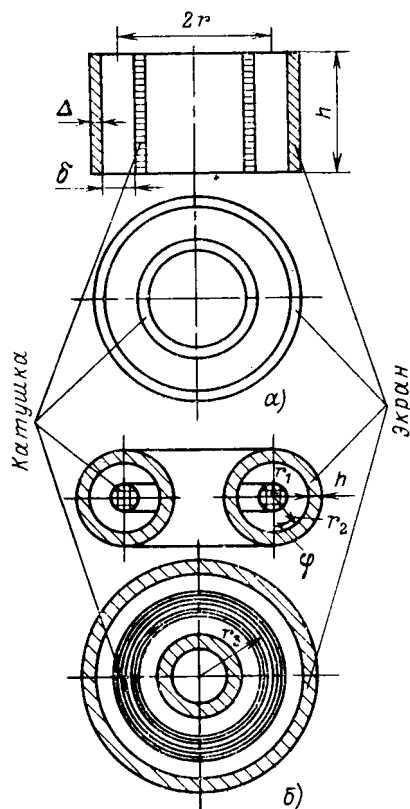


Рис. 1.

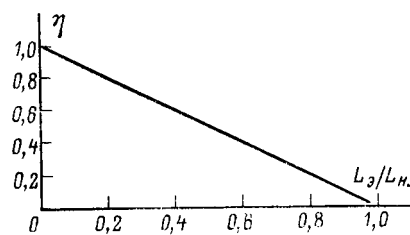


Рис. 2.

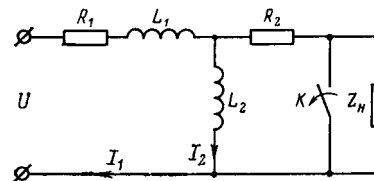


Рис. 3.

Соотношения между размерами накопителя тороидальной формы с электромагнитным умножением тока могут быть оптимизированы в случае постоянного объема проводника  $V_n$  по максимуму энергии  $W_m$ , которая может быть выделена из накопителя при срабатывании системы коммутации. Для этого проанализируем эквивалентную схему замещения накопителя, представленную на рис. 3, где  $R_1$  — сопротивление многовитковой катушки;  $R_2$  — сопротивление экранного витка (сопротивлением коммутационной аппаратуры пренебрегаем);  $L_1 = L_3$  — индуктивность многовитковой катушки в случае замкнутого экрана;  $L_1 + L_2 = L_{н3}$  — индуктивность многовитковой катушки в случае разомкнутого экрана;  $K$  — система коммутации;  $Z$  — сопротивление нагрузки (все параметры приведены к стороне экранного витка).

Считая, что ток равномерно распределен по толщине экрана, а толщина экрана  $h$  мала по сравнению с малым радиусом  $r_2$  накопителя, и пользуясь упрощенными формулами для индуктивностей, можно выразить параметры через геометрические размеры [1. 3]:

$$L_1 = \mu_0 r_3 \ln \frac{r_2}{r_1}; \quad L_2 = \mu_0 r_3 \ln \frac{r_3}{r_2};$$

$$R_1 = \rho \frac{2r_3}{r_1^2}; \quad R_2 = \rho \frac{r_3}{r_2 h},$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление материала проводника;  
 $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Г/м.

Введем обозначения (параметры):

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1}; \quad \beta = \frac{L_2}{L_1}.$$

Тогда геометрические размеры накопителя  $r_1$ ;  $r_2$ ;  $h$  запишем как:

$$r_1 = \sqrt{\frac{V_n \alpha}{2\pi^2 r_3 (1 + \alpha)}}; \quad r_2 = r_1 \left( \frac{r_3}{r_1} \right)^{\frac{1}{1+\beta}}; \quad h = \frac{r_1^2}{2\alpha r_2},$$

а объем проводника накопителя  $V_n = 2\pi^2 r_3 (2r_2 h + r_1^2)$ .

Максимальная энергия, которая может быть выведена из накопителя при размыкании системой коммутации токового контура экрана, при условии  $t_k \ll \tau$ , определится из условия постоянства магнитного потока при коммутации:

$$W_k = W_{нач} - W_{кон} = \frac{\Phi_1^2}{2L_1} + \frac{\Phi_2^2}{2L_2} - \frac{(\Phi_1 + \Phi_2)^2}{2(L_1 + L_2)} =$$

$$= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - \frac{(L_1 I_1 + L_2 I_2)^2}{2(L_1 + L_2)} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \frac{I^2}{2}, \quad (1)$$

где  $I = I_1 - I_2$  — ток экрана.

Пусть напряжение на выходе постоянно:  $U = \text{const}$  (в частности, этот случай соответствует накачке накопителя

от ЛЭП через выпрямитель). Система уравнений, описывающая процесс накачки для эквивалентной схемы (рис. 3), может быть представлена в виде

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_1 I_1 = U;$$

$$L_2 \frac{dI_2}{dt} = R_2 (I_1 - I_2).$$

Решая эту систему, можно найти максимальное значение тока экрана и соответственно  $W_K$  в зависимости от параметров схемы и напряжения источника накачки:

$$I_m = -\frac{U}{R_1} \frac{x^{\frac{x}{1-x}}}{p_2}, \quad (2)$$

где

$$x = -\frac{p_1}{p_2}; \quad p_{1,2} = -0,5 [(1 + \alpha + y) \mp \sqrt{(1 + \alpha + y)^2 - 4y}];$$

$$y = \frac{\alpha}{\beta}.$$

При проектировании накопителей в большинстве случаев ограничение на параметры накопителя накладывается не по напряжению, а по допустимой мощности источника накачки  $P_H$ . При этом накачка происходит до того момента, когда мощность, потребляемая от источника тока накачки, не сравняется по величине с  $P_H$ , после чего накачка прекращается. Для дальнейшего анализа удобнее иметь зависимость энергии накопителя (1), от  $P_H$ . Преобразовывая (1) и (2), получаем

$$W_K = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\mu_0}{\rho} \frac{P_H V_H}{r_3} \ln \frac{r_3}{r_1} \Phi(\alpha, \beta),$$

где

$$\Phi(\alpha, \beta) = \frac{\alpha\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)^2 \left[ 1 - \frac{y+p_1}{y(1-x)} x^{\frac{x}{1-x}} \left( 1 - \frac{y+p_2}{y+p_1} x^2 \right) \right]}.$$

Выражение для энергии  $W_K$  можно оптимизировать по параметрам при фиксированных  $V_H$  и  $P_H$ . Эта задача была решена на ЭВМ, в результате чего получены следующие значения:

$$\alpha_{\text{опт}} = 0,5; \quad \beta_{\text{опт}} = 1,8; \quad r_{3\text{опт}} \approx \sqrt[3]{V_H},$$

что позволяет определить оптимальные соотношения между геометрическими размерами накопителя:

$$r_1 : r_2 : r_3 : h = 1 : 2 : 8 : 0,5.$$

В результате проведенного анализа получена оценочная формула для  $W_K$  при оптимальном соотношении между размерами накопителя (при этом к. п. д. накопителя  $\eta = 64\%$ ):

$$W_K = 7,5 \cdot 10^{-10} P_H V_H^{2/3} \rho^{-1}. \quad (3)$$

При полученном соотношении между толщиной экрана и зазором  $h/(r_2 - r_1) = 0,5$  в расчетах следует учитывать диффузию магнитного поля в металл экрана в процессе накачки. Решение уравнения диффузии магнитного поля в металл экрана (в цилиндрическом приближении  $r_3 \rightarrow \infty$ )

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \kappa \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right),$$

где  $\kappa = \rho/\mu_0$  и  $r$  — текущий радиус экрана, было выполнено при следующих начальных и граничных условиях.

1. Начальное значение  $H_\varphi(0, r) = 0$ .

2. Для внутренней поверхности экрана:

$$U = I_1 R_1 + L_1 \frac{\partial I_1}{\partial t} - j_i 2\pi r_3 \rho = 2\pi r_2 R_1 H_i +$$

$$+ L_1 2\pi r_2 \frac{\partial H_i}{\partial t} - \frac{1}{r_2} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) \Big|_{r=r_2} 2\pi r_3 \rho,$$

где  $R_1 = \rho \frac{2r_3}{r_1^2}$  и  $L_1 = \mu_0 r_3 \left( \ln \frac{r_3}{r_1} + 0,25 \right)$  — сопротивление и индуктивность экранированной катушки [Л. 2];  $I_1 = 2\pi r_2 H_i$  — ток катушки;  $j_i = \frac{1}{r_2} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \Big|_{r=r_2}$  — плотность тока на внутренней поверхности экрана;  $H_i$  — поле на внутренней поверхности экрана.

3. Для наружной поверхности экрана:

$$-\frac{\partial H_e}{\partial t} = \frac{1}{r_e} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \Big|_{r=r_e} \frac{r_3 \rho}{r_e L_2} = j_e \frac{r_3 \rho}{r_e L_2},$$

где  $j_e = \frac{1}{r_e} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \Big|_{r=r_e}$  — плотность тока на наружной поверхности экрана;  $r_e = r_2 + h$  — наружный радиус экрана;  $H_e$  — поле на наружной поверхности экрана;  $L_2$  — индуктивность экрана [Л. 2], определяемая как

$$L_2 = \mu_0 r_3 \left[ \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{r_e^2}{r_3^2} \ln \left( \frac{8r_3}{r_e} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{5}{2} \frac{r_e^2}{r_3^2} \right) \ln \left( \frac{8r_3}{r_e} \right) - 2 - \frac{33}{16} \frac{r_e^2}{r_3^2} \right].$$

В расчете учитывались зависимости удельного сопротивления и коэффициента диффузии от энерговыделения:

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta_T q); \quad \kappa = \kappa_0 (1 + \beta_T q),$$

где  $q$  — удельное энерговыделение  $\left( \frac{dq}{dt} = j^2 \rho \right)$ ;  $\beta_T$  — тепловой коэффициент.

По результатам этого расчета была уточнена зависимость (3) энергии  $W_K$  от параметров системы  $P_H$ ,  $V_H$ ,  $\rho$  при заданном соотношении между геометрическими размерами:

$$W_{K.M} = 6,6 \cdot 10^{-10} P_H V_H^{2/3} \rho^{-1}. \quad (4)$$

**Выводы.** 1. Рассмотрен принцип работ схемы индуктивного накопителя с электромагнитным умножением тока.

2. Применение такого накопителя позволяет существенно уменьшить число элементов в системе коммутации и устранить коммутаторы на многовитковой катушке, но при этом требуется большой расход металла проводника.

3. Получены оптимальные соотношения геометрических размеров тороидального накопителя:  $r_1 : r_2 : r_3 : h = 1 : 2 : 8 : 0,5$ , а также оценочная формула для энергии, выделенной в нагрузку.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Побережский Л. П. Об индуктивных накопителях энергии. — Труды МЭИ, 1963, вып. 45.
2. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивных. Л.: Энергия, 1970.

{03.11.78}

# Заряд емкостного накопителя постоянной мощностью

КОФМАН Д. Б.

Москва

При разработке устройств для зарядки емкостных накопителей от сетей соизмеримой мощности решается задача обеспечения более равномерного отбора энергии с целью сохранения качества напряжения (форма кривой и пульсации). Известно, что при заряде конденсатора от источника неизменного напряжения потребление энергии происходит весьма неравномерно. При этом максимальное значение токов превышает двойной средnezарядный в цепях без индуктивности либо близок к двойному средnezарядному значению в цепях с индуктивностью. Коэффициент полезного действия таких зарядных процессов относительно невысок. Для его повышения заряд емкости осуществляется от источника тока, но и в этом случае потребляемая мощность непостоянна и к концу заряда превышает двойную средnezарядную.

Для обеспечения равномерного отбора мощности в ходе зарядного процесса строят зарядные устройства по принципу источника мощности, основу которых составляют промежуточные накопители энергии, либо дозаторы энергии [Л. 1]. Такие устройства обладают тем недостатком, что требуют промежуточного преобразования энергии и установку дополнительных элементов.

Режим источника мощности можно обеспечить также применением регулируемых зарядных устройств, в которых осуществляется либо стабилизация тока потребления, либо регулирование напряжения на входе зарядного контура. В первом случае имеет место широтно-импульсная аппроксимация требуемого закона регулирования, во втором — амплитудно-импульсная либо амплитудно-широтно-импульсная аппроксимация. Преимущество такого пути построения источника с постоянным потреблением мощности заключается в том, что отпадает необходимость в дополнительных индуктивностях и конденсаторах, масса которых значительна.

Исследование процесса заряда емкостного накопителя в режиме равномерного потребления мощности [Л. 2] проводилось в предположении, что сопротивлением зарядного контура можно пренебречь. В таком случае начальные значения тока и напряжения на входе зарядного контура стремятся к бесконечности, и их реализация становится невозможной. В настоящей статье определяются законы регулирования и показатели зарядного процесса в режиме потребления неизменной мощности с учетом активного сопротивления безындуктивного зарядного контура (рис. 1). Если предположить, что накопительная емкость  $C_n$  за время  $t_3$  должна быть заряжена от напряжения  $u_0$  до напряжения  $u_{CK}$ , а процесс заряда должен сопровождаться потреблением неизменной мощности  $P_n$ , то из уравнения равновесия напряжений для последовательной  $rC$ -цепи получим:

$$P_n = u_n i_C = i_C^2 r + u_C i_C = r C_n^2 \left( \frac{du_C}{dt} \right)^2 + C_n u_C \frac{du_C}{dt}. \quad (1)$$

Подстановкой  $p = \frac{du_C}{dt}$  равенство (1) приводится к алгебраическому квадратному уравнению, решение которого

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{u_C}{2rC} \left( -1 \pm \sqrt{1 + \frac{4rP_n}{u_C^2}} \right). \quad (2)$$

В разрядном режиме напряжение на конденсаторе должно расти и его производная должна быть положительной. Поэтому в качестве решения берется положительное значение равенства (2):

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{u_C}{2rC} \left( \sqrt{1 + \frac{4rP_n}{u_C^2}} - 1 \right). \quad (3)$$

Разделив переменные в (3) и проведя соответствующие преобразования, получим решение уравнения (1) в виде:

$$t = \frac{C_n u_C^2}{8P} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4rP_n}{u_C^2}} \right)^2 +$$

$$+ r C_n \ln \frac{u_C}{2 \sqrt{r P_n}} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4rP_n}{u_C^2}} \right) + A. \quad (4)$$

Найдя постоянную интегрирования  $A$  из условия  $u_C = u_0$  при  $t = 0$ , получим окончательно:

$$t = \frac{C_n}{4P} [u_C (u_C + \sqrt{u_C^2 + 4rP}) - u_0 (u_0 + \sqrt{u_0^2 + 4rP})] + r C_n \ln \frac{u_C + \sqrt{u_C^2 + 4rP}}{u_0 + \sqrt{u_0^2 + 4rP}}. \quad (5)$$

Учитывая, что при  $t = t_3$   $u_C = u_{CK}$ , из (5) можно получить выражение для определения потребляемой мощности:

$$\ln \frac{1 + \sqrt{1 + 2(1 - \lambda^2) \tau \tilde{P}}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2(1 - \lambda^2) \tau \tilde{P}}} = \frac{2(1 - \lambda^2) P - (1 + \sqrt{1 + 2(1 - \lambda^2) \tau \tilde{P}}) + \lambda (\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2(1 - \lambda^2) \tau \tilde{P}})}{2(1 - \lambda^2) \tau \tilde{P}}, \quad (6)$$

где  $\tilde{P} = \frac{P_n}{P_{cp}}$  — относительное значение потребляемой мощности;  $P_{cp} = C_n (u_{CK}^2 - u_0^2) / 2t_3$  — средnezарядная мощность;  $\lambda = \frac{u_0}{u_{CK}}$  — относительное значение начального напряжения на накопителе;  $\tau = \frac{r C_n}{t_3}$  — относительная постоянная времени зарядного контура.

Решение уравнения (6) приведено на рис. 2 для случаев  $\lambda = 0$  и  $\lambda = 0,5$ , из которого следует, что уменьшение активного сопротивления контура и наличие начального напряжения на конденсаторе снижает уровень потребляемой мощности, причем для практических расчетов равенство (6) можно аппроксимировать уравнением:

$$\tilde{P} = 1 + 2,15 \tau \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}. \quad (7)$$

Допустимая при этом погрешность иллюстрируется данными таблицы, в которой приведены расчеты относительного значения потребляемой мощности по формулам (6) и (7) для  $\lambda = 0$  и  $\lambda = 0,5$ .

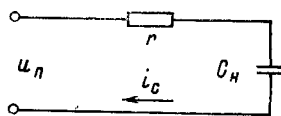


Рис. 1.

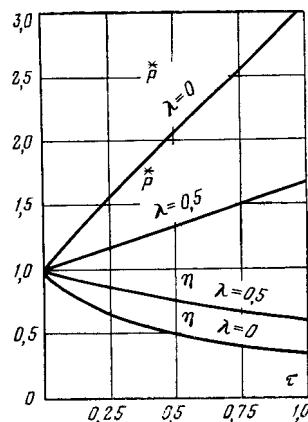


Рис. 2.

$\tau$	Значения $\dot{P}$			
	$\lambda=0$		$\lambda=0,5$	
	по формуле (6)	по формуле (7)	по формуле (6)	по формуле (7)
0,1	1,24	1,22	1,075	1,672
0,2	1,44	1,43	1,14	1,14
0,4	1,85	1,86	1,27	1,28
0,6	2,22	2,23	1,41	1,43
0,8	2,62	2,72	1,53	1,57
1,0	3,00	3,15	1,66	1,72

Используя (3), можно получить следующую зависимость для мгновенного значения заряда тока:

$$i_c = C_n \frac{du_c}{dt} = \frac{\sqrt{u_G^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}u_c^2 - u_c}}{2r} \quad (8)$$

Напряжение питания зарядного контура при равномерном потреблении мощности с учетом (8)

$$u_n = 0,5(u_c + \sqrt{u_c^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}u_c^2}) \quad (9)$$

Полученные соотношения показывают, что напряжение питания и ток зарядного безындуктивного контура в режиме равномерного потребления мощности являются нелинейными функциями времени. Использование полученных соотношений затруднено тем, что исходное уравнение (5) является трансцендентным, в связи с чем временные координаты становятся неудобными для анализа процесса. Поэтому перейдем к относительным значениям

$$\dot{P}^*, \quad t^* = t/t_3 \quad \text{и} \quad u_n^* = u_n/u_{cK},$$

а в качестве независимой переменной примем относительное напряжение на накопителе  $n = u_c/u_{cK}$ . Тогда из (5), (8) и (9) получим:

$$\left. \begin{aligned} n(n + \sqrt{n^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}) - \\ t^* = \frac{-\lambda(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*})}{2(1-\lambda^2)\dot{P}^*} + \\ + \tau \ln \frac{n + \sqrt{n^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}}; \\ u_n^* = 0,5(n + \sqrt{n^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}); \\ i_{cK}^* = \frac{i_G}{i_{cP}} = \frac{(1+\lambda)\dot{P}^*}{n + \sqrt{n^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $i_{cP} = C_n u_{cK}(1-\lambda)/t_3$  — средnezарядный ток.

В системе (10) величина  $n$  изменяется в пределах от  $\lambda$  до 1. При  $n=\lambda$  — начало зарядного процесса ( $t^*=0$ ), а соответствующие значения  $u_n^*$  и  $i_{cK}^*$  определяют начальные значения напряжения питания и зарядного тока. При  $n=1$  — конец зарядного процесса, а соответствующие значения  $u_n^*$  и  $i_{cK}^*$  определяют значения напряжения питания и тока в конце заряда. Коэффициент полезного действия зарядного процесса определяем по отношению энергий:

$$\eta_p = \frac{W_c}{W_n} = \frac{n^2 - \lambda^2}{(1-\lambda^2)t^*\dot{P}^*} \quad (11)$$

Для полного зарядного цикла ( $t^*=1$  и  $n=1$ ) получим:

$$\eta_p = \frac{1}{\dot{P}^*} \approx \frac{1}{1 + 2,15\tau \frac{1-\lambda}{1+\lambda}} \quad (12)$$

На рис. 3 представлены кривые, характеризующие ход зарядного процесса в относительных координатах для  $\tau=0,1$  при  $\lambda=0$  (рис. 3,а) и  $\lambda=0,5$  (рис. 3,б).

Интересно отметить, что наличие начального напряжения на накопителе ( $\lambda \neq 0$ ) уменьшает диапазон изменения напряжения и тока на входе зарядного контура и повышает к. п. д.

Сравним теперь показатели зарядного процесса  $P_n = \text{const}$  и заряда неизменным током (максимум к. п. д.). Для заряда неизменным током в безындуктивном контуре легко получить по аналогии с [Л. 3] следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} u_{n\eta}^* &= \tau + t^* - \lambda(\tau + t^* - 1); \\ \dot{P}_{n\eta}^* &= \frac{2}{1+\lambda}[\tau + t^* - \lambda(\tau + t^* - 1)]; \\ \eta_{\eta} &= \frac{1+\lambda}{1+\lambda+2\tau(1-\lambda)}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Действующее значение потребляемой мощности за зарядный цикл

$$\dot{P}_{\eta}^* = \frac{P_{\eta}}{P_{cP}} = \frac{2}{1+\lambda} V \sqrt{(1-\lambda)^2(\tau^2 + 1/3) + (1-\lambda^2)\tau + \lambda} \quad (14)$$

Данные рис. 2 и равенства (10), (12), (13) и (14) позволяют определить соотношения между показателями зарядного процесса обоих режимов в виде следующих отношений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} = \frac{P}{P_{\eta}} &= \frac{(1+\lambda)\dot{P}^*}{2V \sqrt{(1-\lambda)^2(\tau^2 + 1/3) + \tau(1-\lambda^2) + \lambda}}; \\ \bar{\eta} = \frac{\eta_p}{\eta_{\eta}} &= \frac{1+\lambda+2\tau(1-\lambda)}{(1+\lambda)\dot{P}^*} \approx \\ &\approx \frac{1+\lambda+2\tau(1-\lambda)}{1+\lambda+2,15(1-\lambda)\tau}; \\ \bar{u}_{n\eta}^* = \frac{u_{n,p\max}}{u_{n\eta}^*} &= 0,5 \frac{1 + \sqrt{1 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}}{1 + \tau(1-\lambda)}; \\ \bar{i}_{c\max} = \frac{i_{c\max p}}{i_{c\max \eta}} &= \frac{(1+\lambda)\dot{P}^*}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2(1-\lambda^2)\tau\dot{P}^*}}; \\ \bar{P}_{\max} = \frac{P_n}{P_{n\max \eta}} &= 0,5 \frac{(1+\lambda)\dot{P}^*}{1 + \tau(1-\lambda)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Анализ этих соотношений для различных относительных постоянных времени зарядного контура показывает: по к. п. д. оба режима заряда практически равноценны. Преимущества режима неизменного тока проявляются заметно лишь в зарядных процессах, где  $\tau > 1$ . При  $\tau < 0,5$  режим равномерного по-

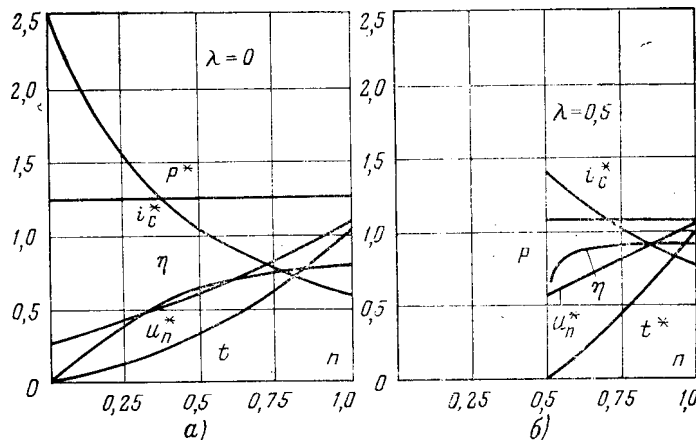


Рис. 3.

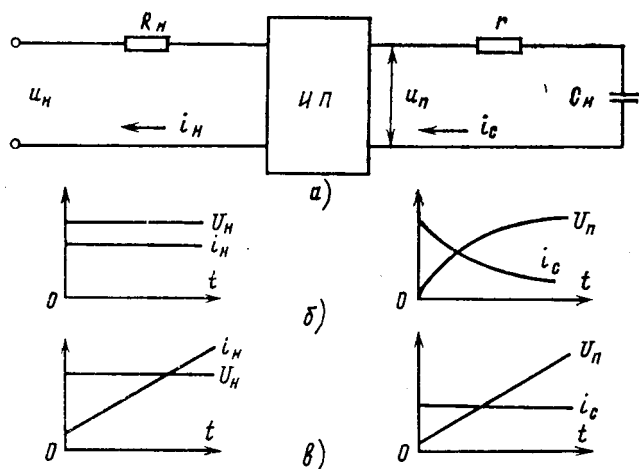


Рис. 4.

требления мощности можно считать предпочтительным, так как он имеет меньшую расчетную и максимальную мощности.

Приведенное сопоставление показателей зарядных процессов справедливо не только для собственного зарядного контура но и для всего зарядного устройства, если питание осуществляется от сетей несоизмеримой мощности, и потерями энергии в последней можно пренебречь.

Проведем теперь сравнение исследуемых зарядных устройств при питании от первичного источника неизменного напряжения соизмеримой мощности. Предположив, что преобразователь неизменного напряжения питания в изменяющееся напряжение на входе зарядного контура является идеальным (ИП), а потери энергии в нем и в сети учитываются сопротивлением  $R_H$ , получим схему замещения зарядного устройства, представленную на рис. 4,а. Для участка цепи, передающей энергию от сети в зарядный контур (ЗК), можно из выражения

$$u_H i_H t_3 = \frac{W_{C_H}}{\eta_{ЗК} \eta_H}, \quad (16)$$

где  $\eta_H$  — к. п. д. участка с сопротивлением  $R_H$ ;  $\eta_{ЗК}$  — к. п. д. зарядного контура;  $u_H$  — напряжение источника питания;  $W_{C_H}$  — энергия зарядки конденсатора, определить средний ток потребления  $i_H$ , по нему — потери энергии в сопротивлении  $R_H$  —  $W_{R_H}$ , а затем и к. п. д. зарядного устройства  $\eta_{З.у.}$ :

$$\eta_{З.у.} = \frac{\eta_{ЗК}}{1 + \frac{W_{R_H}}{W_H}} = \eta_{ЗК} (0,5 \pm \sqrt{0,25 - M}), \quad (17)$$

где  $M = \bar{R} \frac{k^2 \phi}{\eta_{ЗК}}$ ;  $\bar{R} = \frac{R_H}{R_3}$  — относительная величина сопротивления зарядного устройства;  $R_3 = \frac{u_H^2}{P_{cp}}$  — эквивалентное сопротивление

емкостного накопителя в конце заряда;  $W_H$  — энергия, переданная в зарядный контур;  $k \phi$  — коэффициент формы тока потребления. Знак плюс соответствует случаю, когда потери энергии в сопротивлении  $R_H$  меньше  $W_H$ .

В режиме равномерного потребления мощности (рис. 4,б) потребляемый ток неизменен; тогда  $k \phi = 1$ , поэтому [см. (12)]

$$M_p = \bar{R}^*$$

и к. п. д. зарядного устройства

$$\eta_{З.у.р} = \frac{1}{\bar{R}^*} (0,5 + \sqrt{0,25 - M_p}). \quad (18)$$

В режиме максимального к. п. д. (рис. 4,в) форма тока потребления повторяет форму напряжения питания зарядного контура, поэтому, используя (13), получим:

$$M_\eta = \left(1 + 2\tau \frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) \bar{R} \frac{(1-\lambda)^2 (\tau^2 + 1/3) + \tau (1-\lambda^2) + \lambda}{[(1-\lambda)\tau + 0,5(1+\lambda)]^2},$$

а к. п. д. зарядного устройства в этом режиме

$$\eta_{З.у.г} = \frac{1+\lambda}{1+\lambda+2\tau(1-\lambda)} (0,5 + \sqrt{0,25 - M_\eta}). \quad (19)$$

Используя (7), (13), (14) и (19), можно определить среднюю  $P_{н.ср}$ , действующую  $P_H$  и максимальную  $P_{н.мах}$  мощности, потребляемые зарядным устройством в каждом режиме заряда, а их сравнительные характеристики представить следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\eta}_{З.у.} &= \frac{\eta_{З.у.р}}{\eta_{З.у.г}} = \frac{1+\lambda+2\tau(1-\lambda)}{(1+\lambda)\bar{R}^*} \times \\ &\times \frac{0,5 + \sqrt{0,25 - M_p}}{0,5 + \sqrt{0,25 - M_\eta}}; \\ \bar{P}_{н.ср} &= \frac{P_{н.ср}}{P_{н.ср\eta}} = \frac{1}{\eta_{З.у.}}; \\ \bar{P}_H &= \frac{P_{н.р}}{P_{н\eta}} = \\ &= \frac{(1-\lambda)\tau + 0,5(1+\lambda)}{\eta_{З.у.} \sqrt{(1-\lambda)^2 (\tau^2 + 1/3) + \tau (1-\lambda^2) + \lambda}}; \\ \bar{P}_{н.мах} &= \frac{P_{н.р}}{P_{н.мах\eta}} = \frac{0,5(1+\lambda) + \tau(1-\lambda)}{\eta_{З.у.} [1 + \tau(1-\lambda)]}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при питании от источников соизмеримой мощности, зарядные устройства с равномерным потреблением обладают лучшими энергетическими характеристиками, особенно при  $\tau < 0,4$ . Амплитуда тока потребления регулируемых зарядных устройств с равномерным потреблением мощности ниже соответствующего значения тока зарядных устройств, работающих в режиме максимального к. п. д. Использование неполного разряда конденсатора ( $\lambda > 0$ ) является действенным средством улучшения энергетических показателей зарядных устройств, способствует более равномерному потреблению мощности и ведет к снижению массы и габаритов устройства. Так, при  $\tau = 0,1$  и  $\lambda = 0,5$  потребляемая мощность снижается, а к. п. д. возрастает в 1,16 раза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панфилов Д. И. Сравнение энергетических показателей зарядных устройств, работающих в режимах стабилизации мощности и стабилизации зарядного тока. — Проблемы технической электродинамики, 1977, № 62.
2. Полищук Ю. А. К исследованию системы заряда емкостных накопителей от источника постоянной мощности. Устройства преобразовательной техники. — Киев, 1969 г.
3. Волков И. В., Вакуленко В. М. Источники питания лазеров. — Киев.: Техника, 1976.

[11.12.78]



# Индукционная зарядка жидкости в электрическом поле цилиндрического конденсатора

БУРАЕВ Т. К., СЛАНОВ В. М.

Горский сельскохозяйственный институт

Определенное место в некоторых видах электронно-ионной технологии занимают процессы, связанные с зарядкой жидкости в электрическом поле. К таким процессам, осуществляемым в воздушной среде, относятся нанесение покрытий в электрическом поле, обработка жидкими заряженными аэрозолями растений, животных и птиц. В каждом конкретном случае предъявляются определенные требования как к зарядным устройствам, так и к самой технологии.

Одним из используемых на практике видов зарядки жидкостей является индукционная зарядка, основанная на разделении зарядов под действием сил электрического поля. Для создания эффективных зарядных устройств необходимо иметь сведения о физике процесса, влиянии технологических параметров, свойств материала и среды на степень зарядки жидкости. Многообразие зарядных систем электродов, используемых при исследованиях, и сложность расчета электрических полей, несмотря на большой экспериментальный опыт, не всегда позволяют проанализировать влияние отдельных технологических параметров, различных свойств жидкости и сред на процесс зарядки. Для таких анализов представляется удобной система коаксиальных цилиндров, которая позволяет получить относительно простые соотношения между параметрами электродов, свойствами жидкости, среды и зарядом, приобретаемым жидкостью.

Рассмотрим процесс зарядки жидкости в постоянном электрическом поле цилиндрического конденсатора без учета краевого эффекта (рис. 1). Будем считать, что жидкость имеет относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_1$ , удельную проводимость  $\gamma_1$  и покрывает внутренний электрод радиуса  $r_1$  равномерным слоем толщиной  $r_2 - r_1$ . Обозначим радиус внешнего цилиндра через  $r_3$ . Между поверхностью жидкости и внешним электродом находится среда с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  и электропроводностью  $\gamma_2$ . Если к электродам приложить постоянное напряжение  $U$  конденсатор начнет заряжаться. Обозначим через  $\tau_1$  заряд на единицу длины внутреннего цилиндрического электрода, а через  $\tau_2$  — заряд на единицу длины цилиндрической граничной поверхности жидкости и среды. Тогда напряженность электрического поля в жидкости определяется выражением

$$E_1 = \frac{\tau_1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 r}, \quad (1)$$

где  $r$  — текущий радиус,  $r_1 \leq r \leq r_2$ .

Напряженность поля в среде рассчитывается по выражению

$$E_2 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 r}, \quad (2)$$

где  $r_2 \leq r \leq r_3$ .

На границе раздела жидкости и среды нормальные составляющие напряженностей  $E_1$  и  $E_2$  определяются как

$$E_{1n} = \frac{\tau_1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 r_2}; \quad E_{2n} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 r_2}. \quad (3)$$

Напряжение, приложенное к обкладкам конденсатора, можно представить в виде

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E_1 dr + \int_{r_2}^{r_3} E_2 dr = \frac{\tau_1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \ln \frac{r_3}{r_2} = E_{1n} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + E_{2n} r_2 \ln \frac{r_3}{r_2}. \quad (4)$$

Тогда

$$E_{2n} = \frac{U - E_{1n} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_2 \ln \frac{r_3}{r_2}}. \quad (5)$$

Запишем уравнение непрерывности плотности полного тока на границе раздела жидкости и среды:

$$\gamma_2 E_{2n} + \epsilon_0 \epsilon_2 \frac{dE_{2n}}{dt} = \gamma_1 E_{1n} + \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{dE_{1n}}{dt}. \quad (6)$$

На основании уравнений (5) и (6) можно записать

$$E_{1n} + \frac{dE_{1n}}{dt} \epsilon_0 \frac{\epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}{\gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\gamma_2 U}{r_2 \left( \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} \right)}. \quad (7)$$

Постоянная времени зарядки

$$\tau_3 = \frac{\epsilon_0 \left( \epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1} \right)}{\gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} + \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) запишем в виде

$$E_{1n} = E_{1n\infty} + (E_{1n0} - E_{1n\infty}) \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right), \quad (9)$$

где  $E_{1n0}$  и  $E_{1n\infty}$  — нормальные составляющие напряженности в жидкости на границе раздела жидкости и среды при  $t=0$  и  $t \rightarrow \infty$  после включения постоянного напряжения  $U$ .

Если пренебречь временем установления диэлектрической поляризации, то при  $t=0$  на границе раздела жидкости и среды имеется лишь связанный заряд, а свободный заряд отсутствует:

$$\epsilon_0 (\epsilon_2 E_{2n0} - \epsilon_1 E_{1n0}) = 0; \quad E_{2n0} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} E_{1n0}. \quad (10)$$

Тогда при  $t=0$  напряжение на конденсаторе

$$U = E_{1n0} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + E_{1n0} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} r_2 \ln \frac{r_3}{r_2}, \quad (11)$$

а из уравнений (10) и (11) величина  $E_{1n0}$  определится как

$$E_{1n0} = \frac{\epsilon_2 U}{r_2 \left( \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)}. \quad (12)$$

При  $t \rightarrow \infty$

$$\gamma_1 E_{1n\infty} = \gamma_2 E_{2n\infty}, \quad E_{2n\infty} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} E_{1n\infty}. \quad (13)$$

а напряжение на конденсаторе

$$U = E_{1n\infty} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + E_{1n\infty} \frac{\gamma_1}{\gamma_2} r_2 \ln \frac{r_3}{r_2}. \quad (14)$$

Из уравнений (13) и (14) следует

$$E_{1n\infty} = \frac{\gamma_2 U}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)}. \quad (15)$$

Таким образом

$$E_{1n} = \frac{\gamma_2 U}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} +$$

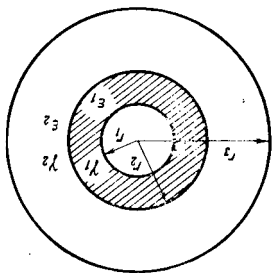


Рис. 1.

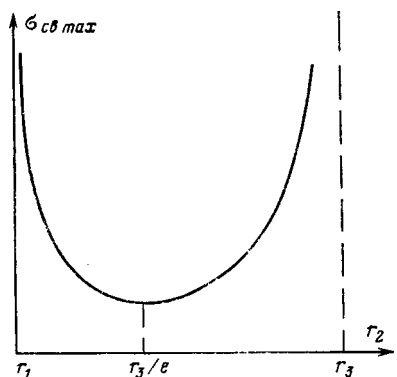


Рис. 2.

$$+ \left[ \frac{\epsilon_2 U}{r_2 \left( \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} - \frac{\gamma_2 U}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} \right] \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right). \quad (16)$$

Аналогичным образом можно получить решение для  $E_{2n}$ :

$$E_{2n} = \frac{\gamma_1 U}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} + \left[ \frac{\epsilon_1 U}{r_2 \left( \epsilon_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \epsilon_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} - \frac{\gamma_1 U}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)} \right] \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right). \quad (17)$$

При распылении жидкости заряд образующихся капель определяется величиной свободного заряда, уносимого жидкостью. Поэтому необходимо знать зависимость поверхностной плотности свободного заряда от различных параметров. Для границы раздела жидкости и среды справедливо соотношение:

$$\sigma_{св} = \epsilon_0 (\epsilon_2 E_{2n} - \epsilon_1 E_{1n}). \quad (18)$$

Подставим в (18) значения  $E_{1n}$  и  $E_{2n}$  из уравнений (16) и (17) и получим:

$$\sigma_{св} = \frac{\epsilon_0 U (\gamma_1 \epsilon_2 - \gamma_2 \epsilon_1) \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right) \right]}{r_2 \left( \gamma_2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \gamma_1 \ln \frac{r_3}{r_2} \right)}. \quad (19)$$

Одним из путей повышения предельного свободного заряда является выполнение условия  $\gamma_1 \gg \gamma_2$ . Обычно на практике это условие выполняется, например, при зарядке жидкости в воздушной среде. В этом случае поверхностная плотность свободного заряда

$$\begin{aligned} \sigma_{св} &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 U}{r_2 \ln \frac{r_3}{r_2}} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right) \right] = \\ &= \sigma_{св \max} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_3} \right) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\tau_3 = \frac{\epsilon_0}{\gamma_1} \left( \epsilon_1 + \epsilon_2 \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \right). \quad (21)$$

Из (20) следует, что предельное значение  $\sigma_{св \max}$  зависит только от приложенного напряжения и технологических параметров. Если обозначить через  $l_1 = r_2 - r_1$  толщину слоя жидкости, а через  $l_2 = r_3 - r_2$  толщину слоя среды, то в случае двухслойного плоского конденсатора при  $r_1 \rightarrow \infty$  значение  $\sigma_{св \max}$  стремится к предельной поверхностной плотности заряда:

$$\lim_{r_1 \rightarrow \infty} \sigma_{св \max} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 U}{l_1 + l_2}, \quad (22)$$

а постоянная времени зарядки  $\tau_3$  — к постоянной времени для случая плоского конденсатора:

$$\lim_{r_1 \rightarrow \infty} \tau_3 = \frac{\epsilon_0}{\gamma_1} \left( \epsilon_2 \frac{l_1}{l_2} + \epsilon_1 \right). \quad (23)$$

Значение  $\sigma_{св \max}$  не зависит от  $r_1$  и  $l_1$ , а определяется только их суммой:  $r_1 + l_1 = r_2$ .

График зависимости  $\sigma_{св \max} = f(r_2)$  при неизменных  $U$  и  $r_3$  приведен на рис. 2. Минимальное значение  $\sigma_{св \max}$  имеет место при  $r_{2\min} = r_3/\epsilon$ . Как видно из графика, для  $r_2 < r_{2\min}$  с уменьшением  $r_2$  увеличивается поверхностная плотность свободного заряда  $\sigma_{св \max}$ , а следовательно, и напряженность  $E_2$  у границы жидкости и среды. Верхний предел  $\sigma_{св \max}$  для каждого значения  $r_2$  определяется в этом случае начальной напряженностью, значение которой также растет с уменьшением  $r_2$ .

При  $r_2 = r_{2\min}$  средняя напряженность поля в среде

$$E_{ср} = \frac{U}{r_3 - r_2} = \frac{eU}{r_3(e-1)}, \quad (24)$$

а напряженность поля у границы жидкости и среды, равная

$$E_2 = eU/r_3, \quad (25)$$

остается выше средней напряженности:

$$E_2/E_{ср} = e - 1 = 1,718. \quad (26)$$

При  $r_2 > r_{2\min}$  поле является слабонеоднородным, и при выполнении условия самостоятельности разряда происходит пробой промежутка. Согласно зависимости  $\sigma_{св \max} = f(r_2)$  должен происходить рост значения  $\sigma_{св \max}$ , однако с ростом  $r_2$  напряженность, а следовательно и  $\sigma_{св \max}$ , уменьшается и в случае однородного поля стремится к пробивной прочности промежутка. При постоянном  $r_2$  с ростом  $l_2$  уменьшается величина  $\sigma_{св \max}$ . Это снижение можно компенсировать увеличением напряжения  $U$ , так как каждому значению  $r_2$  соответствует свое значение начальной напряженности.

Таким образом, для получения большей  $\sigma_{св \max}$  необходимо выбирать возможно меньшее значение  $r_2$ . Если в зарядном устройстве время зарядки  $t > 3\tau_3$ , то жидкость практически приобретает предельный заряд. В этом случае поверхностная плотность свободного заряда  $\sigma_{св}$  не зависит от свойств жидкости, а определяется значением приложенного напряжения  $U$  и параметрами  $r_2$  и  $r_3$ . В том случае, когда жидкость не успевает зарядиться до предельного заряда, т. е.  $t < 3\tau_3$ , существенное значение на степень зарядки оказывают свойства жидкости, среды и технологические параметры  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ . Из (21) для  $\tau_3$  следует, что увеличение электропроводности  $\gamma_1$

<sup>1</sup> Основы электрогазодинамики дисперсных систем/ И. П. Верещагин, В. И. Левитов, Г. З. Мирзабекян, М. М. Пашин. — М.: Энергия, 1974.

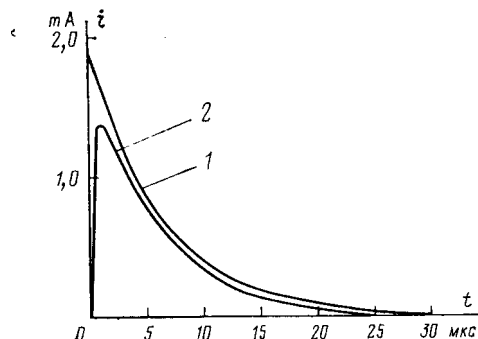


Рис. 3.

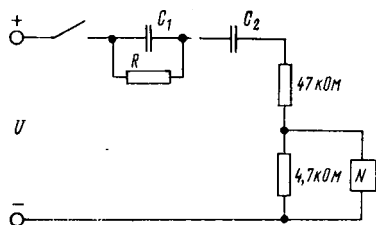


Рис. 4.

жидкости и уменьшение ее диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1$  приводит к уменьшению  $\tau_3$ , а тем самым, к увеличению  $\sigma_{св}$ . Выполнение условия

$$\epsilon_2 \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \ll \epsilon_1 \quad (27)$$

позволяет получить минимальную постоянную времени зарядки  $\tau_3$ . На практике, например, при электроокраске  $\epsilon_1 = 4 \div 7$ ;  $\epsilon_2 = 1$ ;  $r_2/r_1 < 1,1$ ;  $r_3/r_2 > 250$  и поэтому

$$\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{r_3}{r_2}} < 0,2 \ll \epsilon_1. \quad (28)$$

Следовательно, для определения  $\tau_3$  можно пользоваться выражением

$$\tau_3 = \epsilon_0 \epsilon_1 / \gamma_1. \quad (29)$$

Для экспериментальной проверки процесса зарядки жидкости снималась осциллограмма тока при включении двухслойного цилиндрического конденсатора на постоянное напряжение  $U = 100$  В. В качестве исследуемой жидкости был взят технический диметилфталат, имеющий удельную проводимость  $\gamma_1 = 2,46 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$  и относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_1 = 21$ . Жидкость заполняла пространство между

внутренним электродом с  $r_1 = 1,65 \cdot 10^{-2}$  м и цилиндрическим слоем полиметилметакрилата  $\epsilon_2 = 3$  и  $\gamma_2 < 10^{-14} \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ . Гра-

ница раздела жидкости и полиметилметакрилата имела  $r_2 = 1,75 \cdot 10^{-2}$  м, радиус внешнего электрода  $r_3 = 1,85 \cdot 10^{-2}$  м, длина измерительного электрода  $l = 4,5 \cdot 10^{-2}$  м.

Для снятия осциллограммы тока в зарядную цепь было включено два резистора (47 и 4,7 кОм). Напряжение на вход осциллографа подавалось с сопротивления 4,7 кОм. Резистор сопротивлением 47 кОм необходим для исключения искажения кривой тока входной емкостью 50 пФ осциллографа типа С 8-2 и емкостью подводящего кабеля 33 пФ.

Осциллограмма зарядного тока приведена на рис. 3 (кривая 2). Расчетная схема зарядки конденсатора приведена на рис. 4. Емкость слоя жидкости

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 890 \text{ пФ},$$

сопротивление утечки

$$R = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\gamma_1 l} = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Ом}.$$

Емкость слоя полиметилметакрилата

$$C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 l}{\ln \frac{r_3}{r_2}} = 134 \text{ пФ},$$

а сопротивлением утечки его можно пренебречь. Расчет переходного процесса показал, что зарядный ток изменяется по закону:

$$i = 1,92 \cdot 10^{-3} \exp(-1,68 \cdot 10^5 t) + 0,02 \cdot 10^{-3} \exp(-1,12 \cdot 10^4 t).$$

Расчетная кривая тока приведена на рис. 3 (кривая 1). Различие между расчетной и экспериментальной кривыми тока на начальном участке обусловлено влиянием индуктивности соединительных проводов при большой скорости изменения тока. Анализ данных расчета и эксперимента показал их удовлетворительное соответствие: предельный заряд на границе раздела двух сред отличается не более чем на 15%.

[28.12.78]



## ПОПРАВКА

Рисунки к статье инж. Шмидта А. Я. (см. «Электричество», 1979, № 10, с. 72—74) должны иметь следующий вид:

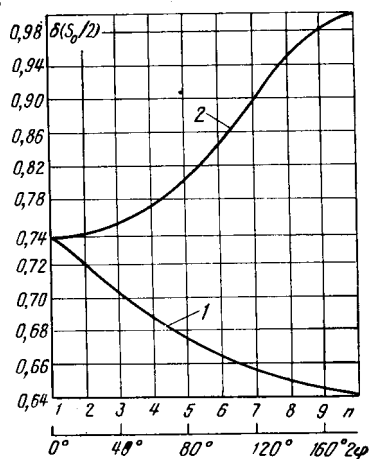


Рис. 1.

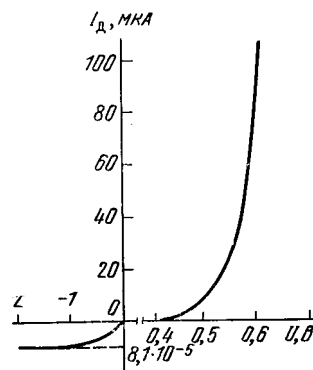


Рис. 2.

## Определение реактивной мощности синхронных машин методом планирования эксперимента

ВЕРШИННИН П. П., БУГАЕНКО А. В., ВОЙЦЕХ В. С.

Днепропетровский индустриальный институт

Одним из параметров, характеризующих режим синхронных двигателей как источников реактивной мощности, является располагаемая реактивная мощность  $\alpha$ . К настоящему времени разработано несколько методов расчета реактивной мощности синхронных двигателей при переменных значениях нагрузки на валу  $\beta$ , напряжении на зажимах  $\bar{U}$  и токе возбуждения  $i_f$  [Л. 1—3].

Наиболее точные результаты расчетов реактивной мощности могут быть получены по методу [Л. 2], хотя и здесь погрешность достигает 30% номинального значения реактивной мощности, а в некоторых режимах (например, при  $\beta > 1$ ,  $i_f = 1$ ) — 70%. Некоторые усовершенствования этого метода [Л. 3] позволили снизить погрешность получаемых результатов до 17%.

Причинами больших погрешностей известных методов являются применение нормальных (стандартных) характеристик холостого хода двигателя, приближенный характер учета насыщения элементов магнитной цепи и др. Следует отметить, что описанные методы расчета недостаточно подтверждены экспериментальными данными. Для двигателей с неодинаковыми характеристиками ( $U_n$ ,  $\cos \varphi_n$  и т. д.) расчет по одним и тем же формулам приводит к различным ошибкам, поэтому опытная проверка выведенных формул должна быть многократной.

При сопоставлении результатов расчета и опыта должно учитываться еще одно обстоятельство — разброс параметров однотипных двигателей, который во многих случаях соизмерим с погрешностью расчета. Многократные испытания однотипных двигателей, изготовленных в разные годы одним и тем же заводом, показывают, что разброс параметров, влияющих на уровень реактивной мощности, достигает 20—30%. Разброс значений тока возбуждения при номинальном напряжении по характеристикам холостого хода также достигает уровня 30%. Поэтому для опытной проверки точности аналитического метода должен быть выбран двигатель, паспортные данные которого использовались в расчете.

В связи с введением в нашей стране в 1975 г. «Указаний по компенсации реактивной мощности в распределительных сетях» возросли требования к точности определения реактивной мощности синхронного двигателя. Весьма эффективным в решении этой задачи может оказаться применение аппарата теории планирования эксперимента. При этом сложные уравнения, связывающие конструктивные параметры электрической машины с режимными параметрами, используемые в аналитических методах расчета, заменяются простым алгебраическим выражением вида:

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + \dots + B_n X_n + \dots + B_{11} X_1^2 + \dots + B_{nn} X_n^2 + \dots + B_{12} X_1 X_2 + \dots + B_{n-1,n} X_{n-1} X_n, \quad (1)$$

непосредственно связывающим режимные параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\bar{U}$  и  $i_f$  между собой. Для получения этих выражений необходимы дополнительные экспериментальные данные, которые могут быть получены во время типовых испытаний двигателей на заводе-изготовителе или в условиях эксплуатации.

В общем случае функцию реактивной мощности синхронного двигателя в относительных единицах  $\alpha = Q/Q_n$  или, как будем ее называть, функцию цели можно записать в виде:

$$\alpha = F(i_f, \beta, \bar{U}), \quad (2)$$

где  $i_f = I_f/I_{fn}$ ;  $\beta = P_1/P_{1n}$ ;  $\bar{U} = U/U_n$  — независимые переменные, называемые факторами.

В частных случаях, например при стабильном напряжении в сети или неизменной нагрузке на валу двигателя, задача может быть двухфакторной:

$$\alpha = F(i_f, \bar{U})_{\beta=\text{const}}, \quad (3)$$

или

$$\alpha = F(i_f, \beta)_{\bar{U}=\text{const}}. \quad (4)$$

Исследования при выборе плана эксперимента показали, что для отыскания  $\alpha$  наибольшую точность при ограниченном числе опытов дают центральные композиционные планы второго порядка [Л. 4 и 5]. Причем, в решении трех факторных задач вследствие большой точности предпочтительнее ротативный план, а в решении двух факторных задач наряду с ним может быть применен и ортогональный план. Полный  $2^n$ , а также дробный  $2^{n-k}$  факторные эксперименты не обеспечивают адекватность аппроксимирующего полинома, что объясняется наличием существенной нелинейности функции (2).

План 2-го порядка получают путем достраивания плана полного факторного эксперимента  $2^n$  добавлением к нему центральной точки и двух «звездных» точек для каждого фактора. Общее число опытов в таком плане для двух факторов составляет  $N = 2^n + 2n + 1 = 9$ , а для трех факторов  $N = 15$ , что вполне приемлемо для практической реализации.

Для выполнения операции кодирования факторов очень важно правильно выбрать область определения функции (2), т. е. задаться граничными значениями изменения каждого фактора  $X_{i\max}$  и  $X_{i\min}$ . Кодированные значения факторов и истинные связываются соотношениями:

$$x_i = \frac{(X_i - X_{icp})\gamma}{X_{i\max} - X_{icp}} = \frac{(X_i - X_{icp})\gamma}{X_{icp} - X_{i\min}}, \quad (5)$$

где  $X_{icp} = 0,5(X_{i\max} - X_{i\min})$ ;  $\gamma$  — звездное плечо. При этом в уравнении (1) коэффициенты  $B$  заменяются на  $b$ , а независимые переменные  $X$  — на  $x$ . При стремлении расширить диапазон варьирования факторов, т. е. расширить диапазон варьирования факторов, т. е. расширить область экспериментирования, граничные значения некоторых факторов могут совпадать с предельными, определяемыми техническими условиями работы двигателя. Экспериментальные точки в этих случаях не должны выходить за границы, определяемые предельными значениями факторов. Если испытание проводится на заводе-изготовителе, целесообразно выбрать следующие пределы регулирования параметров:  $\beta = 0,05-1$ ;  $i_f = 0,4-1$  (нижний предел определяется по условию устойчивости);  $\bar{U} = 0,95-1,1$ .

При испытаниях действующих установок пределы регулирования  $\beta$  и  $\bar{U}$  определяются местными условиями работы приводного механизма и сети. Для регулирования напряжения сети возможно использование установленных в узле нагрузки компенсирующих устройств.

Для иллюстрации в табл. 1 представлены пределы варьирования трех факторов ротативного плана со звездным плечом  $\gamma = 1,68$ , реализованного при стендовых испытаниях синхронной машины МСА 72/4А,  $P_n = 12$  кВт,  $U_n = 400$  В,  $I_n = 21,6$  А,  $\cos \varphi_n = 0,8$ ,  $n = 1500$  об/мин,  $I_{fn} = 21$  А. Матрица планирования трехфакторного эксперимента приведена в табл. 2, где каждое значение  $\alpha$  определено как среднее арифметическое наименьшего и наибольшего, полученных по восходящей и нисходящей кривым частного цикла намагничивания машины, соответствующего практически допустимому диапазону изменения тока возбуждения от 0,4 до 1,1. Здесь отклонение  $\alpha$  от среднего значения носит случайный характер и подчиняется равномерному закону распределения случайных погрешностей в силу того, что ток возбуждения может устанавливаться в допустимых пределах произвольно, обуславливает этим ширину петли частных циклов намагничивания. Дисперсия вос-

Таблица 1

$X_i$	$X_i \min$		$X_i \text{ ср. } x_i=0$	$X_i \max$	
	$x_i=-1,68$	$x_i=-1$		$x_i=+1$	$x_i=+1,68$
$X_1=\beta$	0,18	0,364	0,633	0,903	1,086
$X_2=\dot{U}$	0,903	0,942	1	1,058	1,097
$X_3=i_f$	0,531	0,623	0,762	0,899	0,993

Таблица 2

№ опыта	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\alpha$	$Y$	$A, \%$
1	+1	-1	-1	0,423	0,441	-1,8
2	+1	+1	-1	0,079	0,073	1,6
3	-1	+1	-1	0,179	0,185	-0,6
4	-1	-1	-1	0,627	0,633	-0,6
5	+1	-1	+1	1,226	1,223	0,3
6	+1	+1	+1	0,854	0,855	-0,1
7	-1	+1	+1	0,885	0,875	1,0
8	-1	-1	+1	1,315	1,323	-0,8
9	0	0	+1,68	1,360	1,365	-0,5
10	0	0	-1,68	0,140	0,128	1,1
11	0	+1,68	0	0,308	0,319	-1,1
12	0	-1,68	0	1,020	1,005	1,5
13	+1,68	0	0	0,620	0,618	0,2
14	-1,68	0	0	0,800	0,796	0,4
15	0	0	0	0,775	0,775	0

производимости опытов при этом  $S^2_Y = 0,2 \cdot 10^{-4}$  при среднем квадратичном отклонении 0,45% номинальной реактивной мощности. При таком отклонении можно принять  $S^2_Y = 0$  и вместо требуемых шести точек в центре ротатбельного плана использовать одну.

Поэтому коэффициенты полинома подсчитаны по формулам [Л. 4] с добавлением пяти одинаковых точек  $Y_0$  в центре плана:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= 0,16634 \left( \sum_{j=1}^{15} Y_j + 5Y_0 \right) - 0,05679 \sum_{i=1}^3 \times \\ &\quad \times \sum_{j=1}^{15} x_{ji}^2 Y_j; \\ b_i &= 0,07322 \sum_{j=1}^{15} x_{ji} Y_j, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ b_{ii} &= 0,0625 \sum_{j=1}^{15} x_{ji}^2 Y_j + 0,00689 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{15} x_{ji}^2 Y_j - \\ &\quad - 0,05679 \left( \sum_{j=1}^{15} Y_j + 5Y_0 \right); \\ b_{ik} &= 0,125 \sum_{j=1}^{15} x_{ji} x_{jk} Y_j, \quad k \neq i, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $j$  — номер опыта;  $i$  — номер фактора.

Выражение (1) в кодированных значениях факторов примет вид:

$$Y = 0,775 - 0,053x_1 - 0,204x_2 + 0,368x_3 - 0,024x_1^2 - 0,04x_2^2 - 0,01x_3^2 + 0,02x_1x_2 - 0,001x_2x_3 + 0,023x_1x_3. \quad (7)$$

Значимость коэффициентов полинома (7) определялась из неравенства

$$|b| > k_p S(b), \quad (8)$$

где  $k_p$  — коэффициент, зависящий от вероятности попадания значения измеряемой величины в данный доверительный интервал при известном законе распределения погрешностей;

$S(b)$  — среднее квадратичное отклонение коэффициентов полинома.

Дисперсии коэффициентов для трехфакторного ротатбельного плана определялись по формулам [Л. 4]:

$$\left. \begin{aligned} S^2(b_i) &= 0,0732S^2_Y; \\ S^2(b_{ii}) &= 0,0694S^2_Y; \\ S^2(b_{ik}) &= 0,125S^2_Y. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Ввиду хорошей воспроизводимости опытов существенное влияние на точность аппроксимации оказывает класс точности измерительных приборов. Чтобы его учесть, в расчет искусственно вносится дисперсия погрешности комплекса приборов, которая определяется по его погрешности  $\pm A\%$ , принимаемой за доверительный интервал при принятой в технических задачах 95% вероятности [Л. 5]:

$$S^2_Y = \left( \frac{A\alpha}{k_p \cdot 100} \right)^2. \quad (10)$$

Погрешность комплекса приборов, использованных при измерении реактивной мощности синхронной машины (измерительные приборы класса 0,5; измерительные трансформаторы и шунт класса 0,2) составила 2% ее номинального значения. Так как распределение погрешности комплекса приборов по мере увеличения количества приборов приближается к нормальному закону, при котором  $k_p = 2$ ,  $S^2_Y = 10^{-4}$ . Проверка значимости коэффициентов полинома (7) по условию (8) показала, что все коэффициенты, кроме  $b_{23}$ , значимы.

Наибольшая погрешность аппроксимации после отбрасывания незначимого коэффициента  $b_{23}$  составила 1,8% номинальной реактивной мощности, принятой за 1 (см. табл. 2), что вполне приемлемо для практических расчетов, в то время как при реализации ортогонального плана на этом же объекте наибольшая ошибка составила 4—5%. Проверка адекватности по критерию Фишера дала отрицательный результат в силу малости среднего квадратичного отклонения при повторении опытов. Поэтому формальное применение статистического аппарата для проверки адекватности полученной модели становится неприемлемым. Хорошая воспроизводимость опытов делает излишним повторение каждого из них.

Выражение (7) при значимых коэффициентах и истинных значениях факторов согласно (5) примет вид:

$$\alpha = -9,06 - 1,551\beta + 19,921\dot{U} + 3,093i_f - 0,332\beta^2 - 12,142\dot{U}^2 - 0,533i_f^2 + 1,302\beta\dot{U} + 0,621\beta i_f.$$

В решении двухфакторных задач вследствие простоты реализации при одинаковой точности расчетов предпочтительнее ортогональный план второго порядка (в этом плане при двух факторах звездное плечо совпадает с пределами варьирования, т. е.  $\gamma=1$ ).

План эксперимента при двух независимых переменных  $\beta$  и  $i_f$  был реализован для синхронного двигателя эксгаустера

Таблица 3

$X_i$	$X_i \min, x_i = -1$	$X_i \text{ ср. } x_i = 0$	$X_i \max, x_i = +1$
$X_1 = i_f$	0,622	0,811	1
$X_2 = \beta$	0,214	0,535	0,856

Таблица 4

№ опыта	$x_1$	$x_2$	$\alpha$	$Y$	$A, \%$
1	-1	-1	0,3	0,305	-0,5
2	+1	-1	1,315	1,340	-2,5
3	-1	+1	-0,351	-0,331	-2,0
4	+1	+1	1,04	1,043	-0,3
5	-1	0	0,08	0,086	-0,6
6	+1	0	1,284	1,290	-0,6
7	0	-1	0,85	0,822	2,8
8	0	+1	0,38	0,356	2,4
9	0	0	0,7	0,688	1,2

ДСП 140/74—4:  $P_n=2000$  кВт,  $U_n=6$  кВ,  $I_n=225$  А,  $\cos \varphi_n=0,9$ ,  $I_{fn}=450$  А. Пределы варьирования факторов представлены в табл. 3, а матрица планирования — в табл. 4. Уровень третьего фактора был неизменным ( $U=1,01$ ). После нахождения коэффициентов полинома и их значимости выражение для реактивной мощности в кодированных значениях факторов примет вид:

$$Y=0,688+0,602x_1-0,233x_2-0,099x_2^2+0,085x_1x_2.$$

Коэффициенты полинома вычислялись по формулам, выведенным для двух факторов:

$$b_0 = \frac{1}{9} \sum_{j=1}^{15} Y_j - \frac{2}{3} \sum_{i=1}^3 b_{ii};$$

$$b_i = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^{15} x_{ji} Y_j, \quad i=1, 2;$$

$$b_{ik} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{15} x_{ji} x_{jk} Y_j, \quad i \neq k;$$

$$b_{ii} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{15} \left( x_{ji}^2 - \frac{2}{3} \right) Y_j.$$

Дисперсии коэффициентов полинома:

$$S^2(b_0) = \frac{5}{9} S^2_Y;$$

$$S^2(b_i) = \frac{1}{6} S^2_Y;$$

$$S^2(b_{ik}) = \frac{1}{4} S^2_Y;$$

$$S^2(b_{ii}) = \frac{1}{2} S^2_Y.$$

Дисперсия воспроизводимости опытов  $S^2_Y$  определялась исходя из 6% погрешности комплекса приборов при классе точности щитовых измерительных приборов 1,5 и трансформаторов 0,5.

Из табл. 4 следует, что максимальная ошибка аппроксимации не превышает 2,8% номинальной реактивной мощности. Это позволяет рекомендовать применение модели в расчетах режимов возбуждения синхронных двигателей.

**Выводы.** В расчетах реактивной мощности синхронных машин в режимах, отличных от номинальных, целесообразно использовать опытные данные, полученные методом планирования эксперимента. При этом ввиду хорошей воспроизводимости опытов степень точности расчета определяется лишь величиной результирующей погрешности применяемых измерительных приборов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никулин И. А., Трошин В. А., Тюханов Ю. М. Расчет режима возбуждения синхронных двигателей, обеспечивающих минимум потерь электроэнергии. — Электричество, 1965, № 4.
2. Согомонян С. В. Располагаемая реактивная мощность двигателя при различных режимах его работы. — Труды ВНИИЭ, 1967, вып. XXX.
3. Константинов Б. А., Лыков Ю. Ф. Расчеты потерь и тока возбуждения в синхронных двигателях в зависимости от нагрузки реактивной мощности и напряжения сети. — В кн.: Материалы конференции «Компенсация реактивных нагрузок в электрических сетях промпредприятий», МДНТП им. Ф. Э. Дзержинского, 1973.
4. Зедгинидзе И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. — М.: Наука, 1976, 390 с.
5. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. В., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. — М.: Энергия, 1975, 184 с.

[11.04.77]



УДК 621.316.1.014.38.001.24

## Метод автоматической коррекции шунтирующего влияния нагрузки на токи короткого замыкания в сельских распределительных сетях

ДУЛУБ И. С., ОСТРОВСКИЙ В. А., СЕЛИВАХИН А. И., кандидаты техн. наук

Известные способы дистанционного измерения расстояния до точки короткого замыкания (к. з.)  $l_k$  на линиях электропередачи 6—10 и 35 кВ не дают возможности точного определения  $l_k$  на линиях сельскохозяйственного назначения ввиду шунтирующего влияния нагрузки на результаты измерения [Л. 1]. Это является основным препятствием сокращения количества устройств дистанционного измерения  $l_k$  на подстанции путем замены индивидуальных устройств на каждой линии одним устройством на вводе к шинам.

Для повышения точности результаты измерения необходимо корректировать с учетом тока нагрузки [Л. 2]. Учет нагрузки в расчетных схемах представляет известные трудности, которые обусловлены сложностью поведения при к. з. асинхронных электродвигателей и других потребителей, а значительная рассредоточенность потребителей в сельской местности еще более усложняет решение задачи.

В данной статье с целью учета влияния нагрузки на измерения  $l_k$  проводится анализ сельской распределительной сети при трехфазном к. з. в установившемся аварийном режиме для двух видов замера — по реактивному и по полному сопротивлению к. з. при установке одного комплекта устройств

дистанционного измерения на вводе до шин 10 кВ при следующих условиях:

в связи с тем, что замер аварийных параметров  $U_k$  и  $I_k$  проводится в момент времени  $t=0,1$  с после начала к. з., когда переходный процесс в электрической сети 6—10 кВ закончился, а электромеханический переходный процесс в двигателях еще не сказался; принимается, что сопротивление нагрузки за время измерения не изменяется и равно сопротивлению нагрузки режима, предшествующего к. з.;

поскольку для воздушных линий 6—10 и 35 кВ фазовый угол сопротивления линии близок к фазовому углу сопротивления нагрузки, расчет ведем по модулям сопротивлений;

нагрузка неповрежденных линий заменена обобщенной, подключенной к шинам подстанции и равной входному сопротивлению этих линий, а нагрузка поврежденной линии принята рассредоточенной вдоль линии; такое представление нагрузки увеличивает точность расчета за счет приближения расчетной схемы к реальной.

Учитывая первое допущение, для анализа шунтирующего влияния нагрузки на измерение  $l_k$  в момент времени 0,1 с целесообразно исследовать симметричный трехфазный режим

к. з. Различие влияния нагрузки при двух- и трехфазном к. з. определяется неравенством сопротивлений прямой и обратной последовательностей у электродвигателей, поскольку у всех других видов нагрузки эти сопротивления равны.

Следует указать также, что при удаленных к. з., поиск которых наиболее затруднен, часть нагрузки с существенной несимметрией напряжения незначительна. Следовательно, и различие влияния нагрузки при двух- и трехфазных к. з. незначительно. При близких к. з. это различие больше, однако, учитывая существенное снижение напряжения, величина скорректированного тока нагрузки, как это будет показано, мала по сравнению с большим током близкого к. з.

На рис. 1, а представлена схема электроснабжения, а на рис. 1, б — схема замещения электрической сети в установившемся режиме трехфазного к. з., где  $z_1, z_2, \dots, z_n$  — сопротивления участков линии между узлами нагрузок;  $z_{H1}$  — сопротивление нагрузки неповрежденных линий;  $z_{H2}, z_{H3}, \dots, z_{Hn}$  — сопротивления нагрузок поврежденной линии;  $I_1$  — ток нагрузки неповрежденных линий в режиме к. з.;  $I_2, I_3, \dots, I_n$  — токи нагрузок поврежденной линии в режиме к. з.;  $I_{nK}$  — ток короткого замыкания в  $n$ -й точке к. з.

В общем случае для линии, содержащей  $n$  участков магистрали и  $n$  узлов нагрузки, входное сопротивление поврежденной линии будет определяться следующим выражением:

$$z_{вх} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{1 + \frac{1}{U_K} \sum_{i=1}^n I_{Hi} \sum_{l=i}^n z_l}, \quad (1)$$

где  $z_l$  — сопротивление линии от  $i$ -го узла нагрузки до  $n$ -й точки к. з.

Аналогичное выражение может быть получено для реактивного входного сопротивления линии:

$$x_{вх} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \sin \psi_i}{1 + \frac{1}{U_K} \sum_{i=1}^n I_{Hi} \sum_{l=i}^n z_l \sin (\varphi_i + \psi_i)}. \quad (2)$$

Для более точного определения  $z_{вх}$  необходимо учитывать различие фазовых углов сопротивлений магистрали линии и узлов нагрузки. В этом случае выражение (1) запишется в следующем виде:

$$z_{вх} = \frac{z_{Kn}}{1 + \sum_{i=1}^n K_i}, \quad (3)$$

где  $z_{Kn} = z_1 + z_2 + \dots + z_n$  — сопротивление участков линии до  $n$ -й точки к. з.;

$$z_1 = r_1 + jx_1; z_2 = r_2 + jx_2, \dots, z_n = r_n + jx_n;$$

$$\sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{U_K} \sum_{i=1}^n I_{Hi} \sum_{l=i}^n z_l e^{-j(\varphi_i + \psi_i)} \text{ — коэффициент,}$$

учитывающий шунтирующее влияние нагрузки;  $\varphi_i$  — фазовый угол сопротивления в  $i$ -м узле нагрузки;  $\psi_i$  — фазовый угол сопротивления линии от  $i$ -го узла нагрузки до  $n$ -й точки к. з.

Числитель выражения (3) представляет собой сопротивление линии до места к. з., а второй член знаменателя характеризует погрешность, вносимую током каждой  $i$ -й нагрузкой, причем наибольшее влияние оказывает суммарная нагрузка неповрежденных линий  $I_{H1}$

$$K_1 = \frac{I_1 (z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n)}{U_K} e^{-j(\varphi_1 + \psi_1)} \quad (4)$$

и нагрузка в начале поврежденной линии

$$K_2 = \frac{I_2 (z_2 + z_3 + \dots + z_n)}{U_K} e^{-j(\varphi_2 + \psi_2)}. \quad (5)$$

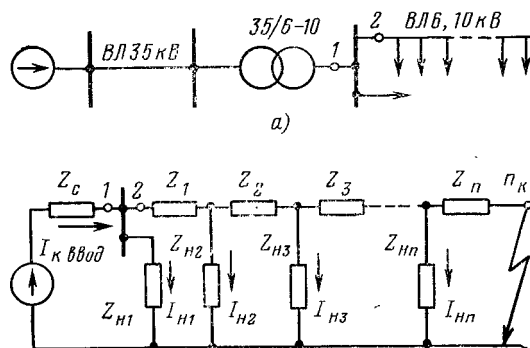


Рис. 1. Схема электроснабжения (а) и схема замещения (б) электрической сети сельской подстанции в режиме трехфазного к. з.

Выражения (1), (2) и (3) позволяют определять параметры аварийного режима с учетом шунтирующего влияния нагрузки, что необходимо для более точного определения расстояния до точки к. з., однако некоторые величины, использованные в этих выражениях ( $n$ ;  $i$ ;  $\varphi_i$ ;  $\psi_i$ ), носят случайный характер и трудно учитываются.

Достоверную информацию о месте повреждения можно получить по расстоянию до точки к. з.

$$l_K = \frac{z}{z_{уд}} = \frac{x_K}{x_{уд}}, \quad (6)$$

где  $z_{уд}$  и  $x_{уд}$  — полное и реактивное удельные сопротивления линии.

Для поврежденной линии с рассредоточенной нагрузкой с учетом (4) получим:

$$z_K = \frac{z_{вх}}{1 - \frac{z_{вх}}{z_{H\Sigma}}} \times \left\{ 1 - \frac{[I_{H2}z_1 + I_{H3}(z_1 + z_2) + \dots + I_{Hn}(z_1 + z_2 + \dots + z_n)]}{U_K} \right\}, \quad (7)$$

где  $z_{H\Sigma} = \frac{U_{н.пр}}{I_{н.пр}}$  — сопротивление нагрузки линии в режиме,

предшествующем к. з.;  $U_{н.пр}$ ,  $I_{н.пр}$  — напряжение на шинах подстанции и ток на вводе до шин 6—10 кВ в режиме, предшествующем к. з.

Полагая, что  $z_{вх} = \frac{U_K}{I_{K \text{ ввода}}}$  и пренебрегая вторым множителем, выражение (7) можно представить следующим образом:

$$z_K = \frac{U_K}{I_{K \text{ ввода}} - I_{н.пр} \frac{U_K}{U_{н.пр}}} \quad (8)$$

или

$$x_K = \frac{U_K \sin \varphi_K}{I_{K \text{ ввода}} - I_{н.пр} \frac{U_K \sin \varphi_K}{U_{н.пр} \sin \varphi_{н.пр}}}. \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) представляют собой закон коррекции, на основании которого предложено устройство дистанционного измерения  $l_K$ , позволяющее автоматически исключать шунтирующее влияние нагрузки на результаты измерения и повысить его точность [Л. 3].

Автоматическая коррекция шунтирующего влияния нагрузки в предложенном устройстве осуществляется путем запоминания тока нагрузки предшествующего режима  $I_{н.пр}$  и рабочего напряжения на шинах подстанции  $U_{н.пр}$ , которые изменяются в течение суток в широких пределах. Ток нагрузки при коротком замыкании зависит также от удаленности точки к. з., поэтому он корректируется по напряжению на

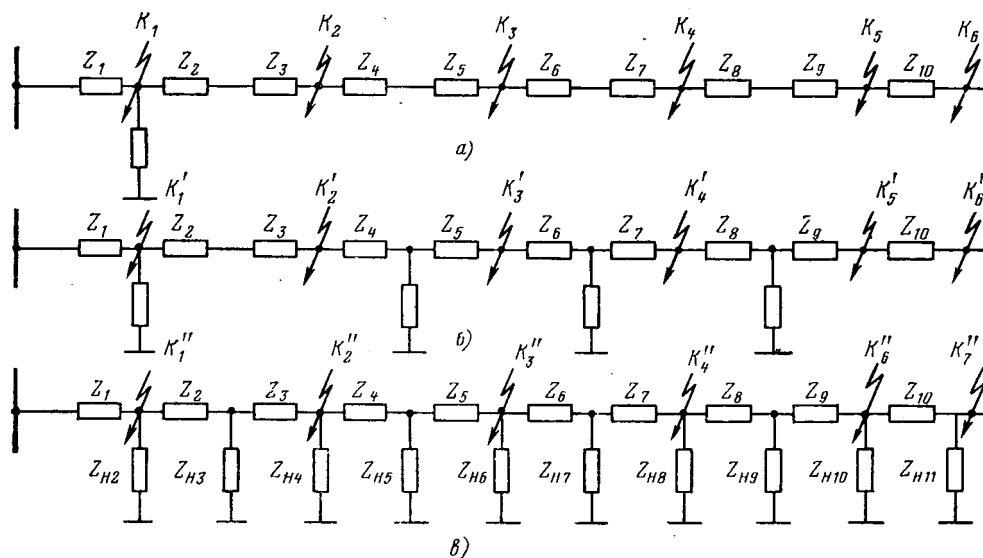


Рис. 2. Схема замещения линии 10 кВ при различном размещении нагрузки и  $S=900$  кВ·А.

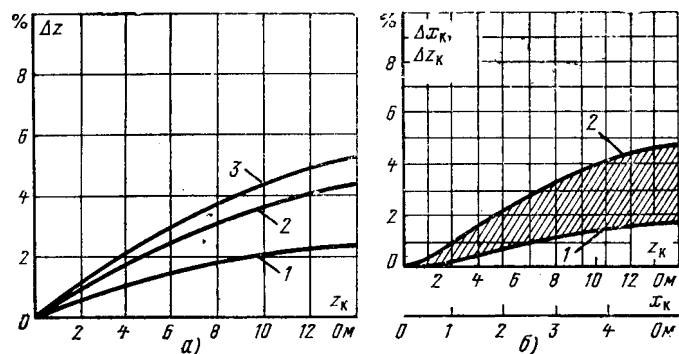


Рис. 3. Оценка погрешностей.

а — рассредоточенный характер нагрузки ( $S_H=900$  кВ·А):  
1 — нагрузка по схеме рис. 2,а; 2 — нагрузка по схеме рис. 2,б; 3 — нагрузка по схеме рис. 2,в;  
б — неучет нагрузки за точкой короткого замыкания:  
1 —  $S_H=200$  кВ·А; 2 —  $S_H=900$  кВ·А.

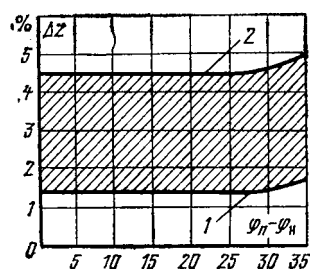


Рис. 4. Зависимость погрешностей от фазового сдвига сопротивлений линии и нагрузки.  
 $S_H=2480$  кВ·А;  $z_K=14$  Ом; 1 —  $S_H=200$  кВ·А; 2 —  $S_H=900$  кВ·А.

шинах подстанции при к. з.  $I_{н.пр} \frac{U_K}{U_{н.пр}}$ . Скорректированный таким образом ток нагрузки вычитается из замеренного тока на вводе в соответствии с выражением (8).

Однако, как показывает выражение (7), способу присущи некоторые погрешности измерения. Оценим эффективность предложенного способа коррекции при использовании его для целей измерения  $I_K$  в сельской распределительной сети.

Выражение (4) получено из условия, что точка к. з. находится в конце контролируемой линии. В общем случае при к. з. в  $i$ -й точке электрической сети

$$z_{Ki} = \frac{z_{BK} i}{\sum_{l=1}^n I_{nl}} (1 - m_i), \quad (10)$$

$$1 - z_{BK} i \frac{1}{U_{BK}} (1 - K_i)$$

где  $K_i = \frac{\sum_{l=1}^n I_{nl}}{\sum_{l=1}^n I_{nl}}$  — отношение тока нагрузки за точкой к. з. к

нагрузке всей подстанции;  $m_i = \frac{1}{U_K} \sum_{l=2}^{i-1} I_{nl} \sum_{m=2}^{i-1} z_{m-1}$  — состав-

ляющая погрешности от рассредоточенного характера нагрузки поврежденной линии.

Анализ выражений (8), (9) и (10) показывает, что измеряемое сопротивление до места к. з. больше истинной величины за счет неполной коррекции падения напряжения до места к. з. от токов нагрузки поврежденной линии.

Коэффициент  $K$  учитывает погрешность от нагрузки поврежденной линии, расположенной за точкой к. з., а коэффициент  $m$  — от рассредоточенного характера нагрузки поврежденной линии.

При отсутствии нагрузки на поврежденной линии коэффициенты  $K$  и  $m$  равны нулю, при этом погрешности также будут равны нулю. При к. з. в конце контролируемой линии и наличии нагрузки  $K=0$ , а  $m$  принимает максимальное значение. По мере приближения точки к. з. к шинам подстанции  $m$  уменьшается, а  $K$  увеличивается и будет иметь максимальное значение при к. з. на шинах подстанции, однако погрешность в этом случае равна нулю, так как  $z_{BK}=0$ . Наибольшая погрешность будет в том случае, когда вся нагрузка поврежденной линии расположена за точкой к. з. и имеет максимальное значение.

Согласно [Л. 4] наибольшая длина первого участка линии равна 5 км при математическом ожидании 1,52 км, что соответствует для провода АС-35 значениям 4,5 и 1,4 Ом. Погрешность в этом случае 5 и 1,5%.

Дальнейший анализ погрешностей способа выполнен для выявления влияния нагрузки неповрежденных линий на результаты измерения  $I_K$  зависимости погрешностей от нагрузки поврежденных линий, от рассредоточенного характера нагрузки, влияния соф нагрузки при трехфазном металлическом к. з. с учетом следующих условий:

размещение нагрузки в схеме замещения принято согласно статистической модели сети [Л. 4] (рис. 2); расчетные мощности изменялись от 200 до 900 кВ·А при этом охватывался возможный диапазон исследуемых линий;

изменение состава нагрузки учитывалось изменением коэффициента мощности от 0,7 до 1. Более низкий коэффициент мощности соответствует минимальной нагрузке, при которой погрешности малы;

при исследовании влияния распределенного характера нагрузки на погрешности измерения  $I_K$  полное сопротивление линии согласно [Л. 4] принималось от 1 до 14 Ом.



Результаты расчетов погрешностей измерения  $I_k$  приведены в виде графиков на рис. 3 и 4. При этом можно отметить следующее:

нагрузка неповрежденных линий не оказывает заметного влияния на результаты измерения при  $\cos \varphi_n = \cos \varphi_d$ ; при изменении  $\cos \varphi_n$  от 0,7 до 1 погрешность несколько увеличивается и находится в пределах от 1 до 2%;

максимальные погрешности имеют место при к. з. в конце контролируемых линий и находятся в пределах от 1,5 до 5% при расчетных мощностях от 200 до 900 кВ·А; по мере приближения точки к. з. к шинам подстанции погрешности снижаются;

при равенстве фазовых углов нагрузки и линии, как при замере полного, так и при замере индуктивного сопротивлений погрешности практически одинаковы.

Экспериментальная проверка устройства, разработанного на основании этого способа проведена путем натурных испытаний в электрических сетях 6—10 кВ. Погрешность при этом не превышала 5% длины контролируемой линии. Устройство установлено в опытно-промышленную эксплуатацию в энергосистеме Башкирэнерго.

**Выводы.** 1. Приведенная методика учета шунтирующего влияния нагрузки на параметры аварийного режима обеспечивает построение более точных расчетных характеристик устройств дистанционного измерения расстояния до места к. з.

2. Предложенный способ дистанционного измерения расстояния до места междуфазных к. з. по полному и индуктивному сопротивлениям к. з. с последующей коррекцией результатов замера по параметрам предшествующего режима и удаленности точки к. з., значительно повышает точность измерения  $I_k$ , вследствие чего сокращается зона поиска междуфазных

к. з. до 5% и повышается эффективность применяемых устройств на подстанции путем установки одного устройства на вводе до шин 6—10 кВ вместо индивидуальных на каждой линии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пронникова М. И., Дулуб И. С. Анализ влияния нагрузки при коротком замыкании в сельских распределительных сетях 6—10 кВ на замер расстояния до места повреждения. — Сборник научных трудов МИИСП, 1974, т. XI, вып. 1.
2. Пронникова М. И., Дулуб И. С. Разработка и исследование методов учета и автоматической коррекции влияния нагрузки на замер расстояния до места повреждения в линиях с ответвлениями. — В кн.: Проблемы электроснабжения, эксплуатации и электробезопасности сельских электроустановок. — М.: Изд-во ВИЭСХ, 1975.
3. А. с. 523369 (СССР). Устройство дистанционного измерения расстояния до точки короткого замыкания/ Пронникова М. И., Дулуб И. С. Оpubл. в Б. И. 1976, № 28.
4. Дулуб И. С. Статистическая модель сельской сети 10 кВ перспективных схем электроснабжения для выбора параметров устройств дистанционного измерения расстояния до места повреждения. — Сборник научных трудов МИИСП, 1974, т. XI, вып. 1.
5. Дулуб И. С., Селивахин А. И. Измерение расстояния до места короткого замыкания в электрических сетях. — Энергетик, 1977, № 12.

[24.01.79]

УДК 621.316.995.001.24

## Об учете неэквипотенциальности заземляющих устройств при расчете их электрических параметров

ЯКОБС А. И., доктор техн. наук, КОНОБЕЕВА Т. Т., инж.

ВИЭСХ

Сооружение весьма крупных трансформаторных подстанций и открытых распределительных устройств высокого и сверхвысокого напряжения (330—1150 кВ) обусловило необходимость разработки метода расчета электрических параметров сложных заземлителей с учетом собственного «продольного» сопротивления их горизонтальных элементов. Новый метод расчета был разработан на основе теории линейных электрических цепей с распределенными параметрами<sup>1</sup>. Для расчета токораспределения между элементами сложного заземлителя была введена схема замещения в виде разветвленной электрической цепи с распределенными параметрами. «Поперечный» параметр элементов — их проводимость растекания, определяли по методу наведенных потенциалов при допущении эквипотенциальности заземлителя. Естественно, что введение этого допущения приводило к методической погрешности как при определении «поперечных» параметров элементов, так (и это наиболее важно) при расчете сопротивления заземляющего устройства и напряжения прикосновения. Величина этой погрешности оценена не была.

Между тем, оценка точности алгоритма в настоящее время приобретает не только теоретический, но и практический интерес. Дело в том, что в 1977 г. были введены временные нормы на напряжение прикосновения для распределительных устройств и трансформаторных подстанций напряжением 110 кВ и выше, и теперь расчет крупных заземляющих устройств будет безусловно выполняться, исходя из допустимых напряжений прикосновения. При этом возможные погрешности расчета могут оказывать, при прочих равных условиях, заметное влияние на надежность электрозащитных свойств

заземляющих устройств и на их стоимость. В ряде же случаев приходится рассчитывать электрические параметры заземляющих устройств при токах повышенной частоты, увеличивающей влияние собственного «продольного» сопротивления горизонтальных элементов, а, следовательно, и методическую погрешность.

В связи с указанным была поставлена задача разработать наиболее простой метод количественного учета влияния на «поперечные» параметры элементов сложного (многоэлементного) заземляющего устройства его фактической неэквипотенциальности и оценить погрешность, вносимую допущением об эквипотенциальности сложных заземляющих устройств при определении «поперечных» параметров их элементов.

Идея алгоритма количественного учета неэквипотенциальности заземляющих устройств при определении «поперечных» параметров их элементов заключается в организации итерационного процесса расчета проводимости растекания элементов заземлителя при последовательном использовании двух различных математических моделей, описывающих токораспределение между элементами заземлителя: системы уравнений с собственными и взаимными сопротивлениями<sup>2</sup> и матричного уравнения узловых потенциалов, отображающего представление заземляющего устройства разветвленной электрической цепью с распределенными параметрами.

Условимся, что частота тока, стекающего с заземлителя в землю, такова, что электрическое поле в земле, обусловленное этим током, может рассматриваться как квазистационарное.

<sup>1</sup> Якобс А. И., Петров П. И. Об учете «продольного» сопротивления горизонтальных элементов крупных заземляющих устройств. — Электричество, 1974, № 1.

<sup>2</sup> Якобс А. И., Коструба С. И., Живаго В. Т. Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЭЦВМ. — Электричество, 1967, № 8.

Разбиваем заземлитель на  $n$  таких элементов, чтобы их линейные размеры позволяли ввести допущение об эквипотенциальности каждого элемента (при прочих равных условиях, чем меньше длина каждого из элементов, тем меньшая погрешность вносится принимаемым допущением). Каждому  $i$ -му элементу ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) соответствует свое значение потенциала  $\varphi_i$  и стекающего в землю тока  $I_i$ . При этом  $G_i$  — проводимость растекания («поперечная» проводимость)  $i$ -го элемента — по определению равна отношению тока, стекающего с элемента, к потенциалу элемента:

$$G_i = \frac{I_i}{\varphi_i} \quad (1)$$

Связь между токами  $I_i$  и потенциалами  $\varphi_i$  элементов установлена системой уравнений с собственными ( $i=j$ ) и взаимными ( $i \neq j$ ) сопротивлениями  $\alpha_{ji}$ :

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{ji} I_i = \varphi_j \quad (j=1, 2, 3, \dots, n). \quad (2)$$

Укажем, что в этой модели потенциалы элементов сложного заземлителя в общем случае принимаются изменяющимся скачком. В этом и заключается определенная неадекватность данной модели действительности.

Понятно, что токи  $I_i$  могут быть найдены лишь при известных  $\alpha_{ji}$  и  $\varphi_j$ . В то же время, если  $\alpha_{ji}$  в случаях однородной или двухслойной электрической структур земли могут быть рассчитаны, то значения  $\varphi_j$  неизвестны (это кстати и явилось причиной того, что для расчета было введено допущение об эквипотенциальности заземлителя). Однако при известных распределенных параметрах элементов заземлителя (удельные «продольные» активное сопротивление и индуктивность, а также «поперечная» проводимость) значения потенциалов элементов заземлителя могут быть рассчитаны общезвестными методами, например методом узловых потенциалов, при введении модели заземляющего устройства (схемы замещения) в виде разветвленной электрической цепи с распределенными параметрами и при заданном токе  $I$ , стекающем с заземлителя в землю. При этом за значение  $\varphi_i$  принимаем среднее из потенциалов двух узловых точек, между которыми расположен элемент с номером  $i$ .

Рассмотрим обе модели совместно. В первой модели известны потенциалы элементов. Во второй — поперечные проводимости элементов. Этим объясняется целесообразность и организация итерационного процесса.

В первом приближении (первая итерация) принимаем сложный заземлитель эквипотенциальным ( $\varphi_j = \varphi_0$ ), решаем относительно токов  $I_i$  систему уравнений (2), а затем по (1) находим поперечные проводимости элементов. Найденные значения  $G_i^{(1)}$  (верхний индекс обозначает номер итерации) используем для построения схемы замещения заземляющего

устройства. При заданном токе  $I$  находим в комплексной форме узловые потенциалы и по ним значения  $\dot{\varphi}_j^{(1)}$ . На этом первая итерация заканчивается.

Во втором приближении в систему уравнений (2) подставляем потенциалы элементов, найденные в конце первой итерации. Далее в том же порядке, что и в первой итерации, определяем значения  $\dot{\varphi}_j^{(2)}$  и т. д.

Итерационный процесс продолжаем до получения устойчивых значений  $\varphi_j$ . Затем определяем токи, стекающие с элементов заземлителя в землю, входное сопротивление заземлителя (относительно места «ввода тока»), потенциалы в заданных точках на поверхности земли и напряжение прикосновения. Эти значения и используем для оценки погрешности, вызванной допущением об эквипотенциальности заземлителя при определении «поперечных» параметров их элементов.

По изложенному выше алгоритму был выполнен расчет электрических характеристик протяженного четырехэлементного заземлителя длиной 200 м, расположенного на глубине 0,8 м от поверхности однородной земли с удельным сопротивлением 10 Ом·м (столь низкое удельное сопротивление было выбрано с целью усиления влияния собственного продольного сопротивления горизонтальных элементов и соответственно для получения оценки погрешности «сверху»). Точки на поверхности земли, в которых рассчитывали потенциал и напряжение прикосновения, были приняты непосредственно над элементами заземлителя. Место ввода тока, равного 200 А, располагалось в начале заземлителя.

Устойчивые значения  $\varphi_j$  были получены после пятой итерации. Были найдены следующие значения погрешностей: входного сопротивления относительно места ввода тока — 4,8% потенциалов на поверхности земли — до 27%, напряжений прикосновения — от 9 до 60% (большая погрешность — по мере удаления от места ввода тока).

Следует иметь в виду, что на значение погрешности, обусловленной допущением об эквипотенциальности заземлителя при расчете поперечных параметров его элементов, также оказывают определенное влияние допущения о том, что удельная (погонная) внешняя индуктивность горизонтальных элементов может быть найдена по известным формулам Карсона — Полячека и о пренебрежении взаимной индуктивностью параллельных элементов. Однако это влияние должно быть незначительным, так как значение удельной внешней индуктивности сравнительно коротких горизонтальных элементов меньше, чем определяемая по формулам для бесконечно длинных проводников, а взаимная индуктивность параллельных горизонтальных элементов при их согласном включении наоборот увеличивает общее удельное реактивное сопротивление горизонтальных элементов, и принятое в расчетах удельное реактивное сопротивление этих элементов изменится незначительно. Следовательно, почти не изменится и найденная погрешность.

[17.08.79]

УДК 621.3.083.8:621.314.2

## Точность индуктивного датчика угла в схеме с двойным преобразованием напряжения

ЛАХОВ А. В., ЛЕВКОВИЧ М. И.

Москва

Линейные индуктивные датчики угловых перемещений (ИД) нашли широкое применение в современных системах автоматики. Простота конструкции и отсутствие контактов позволяют создавать на их базе устройства, обладающие высокой надежностью и долговечностью. В связи с этим представляет несомненный интерес анализ работы ИД в схеме с преобразованием входного и выходного напряжений. Входным напряжением такой схемы является напряжение постоянного тока, что особенно важно для оборудования, в котором отсутствует источник переменного тока (например, на транспортных объектах). Выходной сигнал в виде напряжения постоянного тока также весьма удобен для дальнейшего преобразования.

На рис. 1 приведена схема включения ИД, выполненная на минимальном количестве элементов. Схема содержит гене-

ратор колебаний синусоидальной формы (частота 10—60 кГц), ИД, фазочувствительный демодулятор и фильтр-усилитель. Применение ИД значительно упрощает схему фазочувствительного детектора, которая не требует опорного напряжения.

Генератор работает от источника постоянного тока напряжением  $\pm 15$  В и построен на одном операционном усилителе У1 (интегральная микросхема типа 140УД6Б или 153УД1). Фазосдвигающая цепочка в цепи обратной связи У1 по отрицательному входу обеспечивает автоколебания синусоидальной формы с помощью нелинейных ограничивающих элементов — диодов). Напряжение генератора поступает на мостовую схему, двумя плечами которой являются половины обмоток ИД. Часть мостовой схемы, состоящая из диодов и резисторов представляет собой однополупериодный фазочувствительный

демодулятор, напряжение с которого поступает на активный фильтр. Фильтр-усилитель У2 с дифференциальным входом, построенный на интегральной микросхеме 140УДБ или 140УД7, выделяет постоянную составляющую сигнала, пропорциональную углу поворота ротора ИД.

Отличительной особенностью схемы является возможность питания ИД напряжением высокой частоты, что позволяет значительно уменьшить потребляемую им мощность и габариты. Все это наряду с применением современных интегральных микросхем и радиоэлементов позволяет объединить устройства схемы в моноблочную конструкцию с достаточно малыми габаритами и массой.

Линейность зависимости выходного напряжения этой схемы от угла поворота ротора ИД определяется функциональной ошибкой самого ИД, функциональной ошибкой, связанной с нелинейностью вольт-амперной характеристики диодов, а также стабильностью выходного напряжения при изменении внешних условий: температуры окружающей среды, параметров электропитания и величины нагрузки.

Определим вначале стабильность выходного напряжения при изменении температуры окружающей среды. Выходное напряжение схемы найдем, как выходное напряжение операционного усилителя на холостом ходу с дифференциальным входом. Принимая, что операционный усилитель работает в линейном режиме, имеет бесконечно большое входное сопротивление и в обратной связи его применены конденсаторы с весьма малыми потерями, в соответствии с [Л. 1] можно записать:

$$U_{\text{вых}} = U_{C5} \frac{R_{14} + R_{15}}{R_{12}} \frac{1 + R_{13}/R_{11}}{1 + \frac{R_{14} + R_{15}}{R_{12}}} - U_{C6} \frac{R_{13}}{R_{11}} \quad (1)$$

где  $U_{C5}$  и  $U_{C6}$  — средние значения напряжений на конденсаторах  $C5$  и  $C6$ , определяемые как

$$U_{C5} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_{D5} R_9 dt; \quad U_{C6} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_3}^{\theta_4} i_{D6} R_{10} dt;$$

$i_{D5}$  и  $i_{D6}$  — мгновенное значение токов, протекающих через диоды  $D5$  и  $D6$ ;  $\theta_1 - \theta_4$  — углы отсечки диодов.

После преобразований и с учетом того, что сопротивления диодов в открытом состоянии постоянны по величине и  $R_{D5} \ll R_9$ ,  $R_{D6} \ll R_{10}$  имеем:

$$U_{C5} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{U_r Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_r} \sqrt{1 + (\omega C_5 R_9)^2} [1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)] - U_{D5}(\theta_2 - \theta_1) \right\}, \quad (2)$$

$$U_{C6} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{U_r Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_r} \sqrt{1 + (\omega C_6 R_{10})^2} [1 - \cos(\theta_4 - \theta_3)] - U_{D6}(\theta_4 - \theta_3) \right\}, \quad (3)$$

где  $U_r = \frac{R_6}{R_5} E_n + \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) U_{D1} - \frac{R_6}{R_5} U_{D2}$  — выходное напряжение (амплитудное значение) генератора;  $Z_r$  — выходное сопротивление генератора;

$Z_1 = R_{1d} + jX_{1s} + jX_{01} \left(1 \pm \frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$  и  $Z_2 = R_{2d} + jX_{2s} + jX_{02} \times \left(1 \mp \frac{\alpha}{\alpha_0}\right)$  — полные сопротивления полуобмоток ИД;  $R_{1d}$ ,

$R_{2d}$ ,  $X_{1s}$ ,  $X_{2s}$  — активные сопротивления и индуктивные сопротивления рассеяния полуобмоток ИД;  $X_{01}$  и  $X_{02}$  — индуктивные сопротивления намагничивания полуобмоток ИД в положении электрического нуля;  $\alpha_0$  — исследуемый диапазон линейности характеристики ИД;  $\alpha$  — угол поворота ротора ИД;  $U_{D1} - U_{D6}$  — падение напряжения на диодах  $D1 - D6$  в открытом состоянии.  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота колебаний напряжения генератора.

Подставляя выражения (2) и (3) в (1) и учитывая, что

$$\frac{R_{14} + R_{15}}{R_{12}} = \frac{R_{13}}{R_{11}},$$

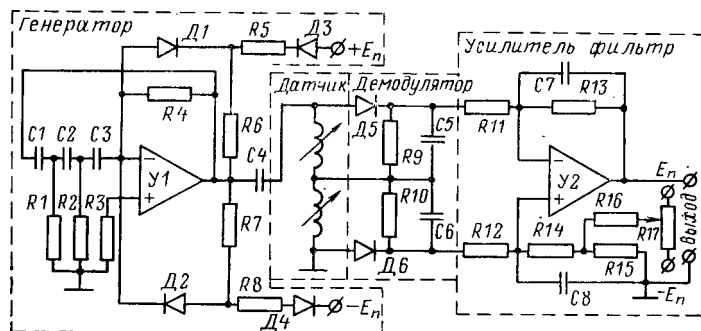


Рис. 1.

после преобразований получаем:

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_{13}}{R_{11}} \frac{U_r}{Z_1 + Z_2 + Z_r} \{ Z_1 \sqrt{1 + (\omega C_5 R_9)^2} [1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)] - Z_2 \sqrt{1 + (\omega C_6 R_{10})^2} [1 - \cos(\theta_4 - \theta_3)] - U_{D5}(\theta_2 - \theta_1) + U_{D6}(\theta_4 - \theta_3) \}. \quad (4)$$

Пользуясь соотношением (4), определим изменение  $U_{\text{вых}}$  при изменении сопротивлений ИД, а также при изменении величин  $R$  и  $C$  демодулятора вследствие изменения температуры окружающей среды. Для этого предположим, что  $C5 = C6 = C$ ;  $R9 = R10 = R$ ;  $\theta_2 - \theta_1 = \theta_4 - \theta_3 = \Delta\theta$ ;  $U_{D5} = U_{D6} = U_d$ ;  $(\omega CR)^2 \gg 1$ ;  $X_{1s} = X_{2s} = X_s$ ;  $X_{01} = X_{02} = X_0$ , а также будем пренебрегать потерями в стали магнитопровода ИД и выходным сопротивлением генератора, так как  $Z_r \ll Z_1 + Z_2$ .

Тогда

$$U_{\text{вых}} = \pm A \frac{jX_0 \frac{\alpha}{\alpha_0}}{R_d + jX_s + jX_0}, \quad (5)$$

где  $A = \frac{R_{13}}{R_{11}} U_r \frac{\omega RC}{2\pi} (1 - \cos \Delta\theta)$  — величина, не зависящая от параметров ИД.

Отсюда изменение  $U_{\text{вых}}$

$$\Delta U_{\text{вых}} = A \left( \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial R_d} \Delta R_d + \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial X_0} \Delta X_0 \right) = \left\{ \pm \frac{jX_0 \frac{\alpha}{\alpha_0} \Delta R_d}{(R_d + jX_s + jX_0)^2} \pm \frac{\left[ (R_d + jX_s + jX_0) \frac{\alpha}{\alpha_0} - jX_0 \frac{\alpha}{\alpha_0} \right] \Delta X_0}{(R_d + jX_s + jX_0)^2} \right\}, \quad (6)$$

где  $\Delta R_d = R_{d1} - R_{d0}$  и  $\Delta X_0 = X_{01} - X_{00}$  — изменение активного и индуктивного сопротивлений обмотки ИД при изменении температуры окружающей среды.

Угловую погрешность ИД, вызванную изменением сопротивлений обмотки ИД при изменении температуры окружающей среды, найдем по следующей формуле:

$$\Delta \alpha_d = \pm Re \left[ \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}} \right] 100\%. \quad (7)$$

Подставляя (5) и (6) в (7) и производя необходимые преобразования, получаем:

$$\Delta \alpha_d = \pm \left( 2\delta X_0 + \frac{2\delta X_0}{X_s} + \frac{\delta X_0}{Q^2} + \frac{\delta R_d}{Q^2} \right) 100\%, \quad (8)$$

где

$$\delta R_d = \frac{\Delta R_d}{R_{d0}} \quad \text{и} \quad \delta X_0 = \frac{\Delta X_0}{X_{00}}$$

— относительное изменение активного и индуктивного сопротивлений обмотки ИД;

$$Q = \frac{X_S + X_0}{R_d} \text{ — добротность обмотки ИД;}$$

$\delta X_0$  — величина весьма малая и членами, содержащими ее, можно пренебречь, как величинами второго порядка малости.

Тогда

$$\Delta \alpha_d \approx \pm \frac{\delta R_d}{Q^2} 100\%.$$

Таким образом, в первом приближении можно считать, что угловая ошибка ИД от изменения сопротивления обмотки ИД при вариациях температуры окружающей среды обратно пропорциональна квадрату добротности обмотки.

Определим изменение выходного напряжения из-за изменения величин сопротивлений  $R_9$  и  $R_{10}$ , входящих в демодулятор:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{вых}} &= \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial R_9} \Delta R_9 + \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial R_{10}} \Delta R_{10} = \frac{R_{13}}{R_{11}} \frac{\omega C}{2\pi} U_r (1 - \cos \Delta \theta) \times \\ &\times \frac{\left( \pm jX_0 \frac{\alpha}{\alpha_0} \right)}{R_d + jX_S + jX_0} \Delta R_9 + \frac{R_{13}}{R_{11}} \frac{\omega C}{2\pi} U_r (1 - \cos \Delta \theta) \times \\ &\times \frac{\left( \pm jX_0 \frac{\alpha}{\alpha_0} \right)}{R_d + jX_S + jX_0} \Delta R_{10}. \end{aligned} \quad (9)$$

Угловая погрешность от изменения сопротивлений  $R_9$  и  $R_{10}$ :

$$\Delta \alpha_R = \delta U_{\text{вых}} R = \frac{\Delta U_{\text{вых}} R}{U_{\text{вых}}} 100\%,$$

где  $\Delta U_{\text{вых}}$  и  $U_{\text{вых}}$  определяются в соответствии с (9) и (5).

После подстановки и преобразований, получим:

$$\Delta \alpha_R \approx (\pm \delta R_9 \mp \delta R_{10}) 100\%, \quad (10)$$

$$\text{где } \delta R_9 = \frac{\Delta R_9}{R_9}; \quad \delta R_{10} = \frac{\Delta R_{10}}{R_{10}}.$$

Аналогичным образом может быть получено выражение для угловой погрешности от изменения значений конденсаторов, входящий в демодулятор:

$$\Delta \alpha_C \approx (\pm \delta C_9 \mp \delta C_{10}) 100\%, \quad (11)$$

где

$$\delta C_9 = \frac{\Delta C_9}{C_9}; \quad \delta C_{10} = \frac{\Delta C_{10}}{C_{10}}.$$

Как следует из (10) и (11), для уменьшения угловой ошибки ИД, вызываемой изменением температуры окружающей среды, в демодуляторе следует применять сопротивления и конденсаторы с малым ТКС и ТКЕ или изготовленные методом напыления на одной подложке, при котором обеспечивается высокая стабильность их отношения. Следует также отметить, что для обеспечения стабильности выходного сигнала генератора  $U_r$  и характеристик активного фильтра такие же требования предъявляются к сопротивлениям  $R5-R8$ , а также  $R11-R15$ .

Кроме рассмотренных погрешностей, вызванных влиянием дестабилизирующих факторов, имеется функциональная погрешность (погрешность в линейности) ИД, обусловленная в основном технологическими погрешностями, возникающими в процессе изготовления ИД. Как показывает практика, большое влияние на погрешность в линейности оказывает неравномерность воздушного зазора вследствие эллипсности или эксцентриситета рабочих поверхностей ротора и статора ИД.

Влияние эксцентриситета на погрешность рассмотрим на примере известной конструкции ИД типа «микросин» [Л. 2].

Преобразуем выражение (4), запишем уравнение для выходного напряжения схемы:

$$U_{\text{вых}} = A \frac{j(X'_{02} - X'_{01})}{2(R_d + jX_S) + j(X'_{02} + X'_{01})} =$$

$$= \pm A \frac{j\omega W_n^2 (G_2 - G_1)}{2R_d + j\omega W_n^2 / (2G_S + G_1 + G_2)}, \quad (12)$$

где  $W_n$  — число витков обмотки ИД на полюс статора;  $G_S$  — суммарная проводимость потоков рассеяния четных или нечетных полюсов статора;  $G_2$  и  $G_1$  — суммарные проводимости основного потока соответственно для четных и нечетных полюсов статора.

Последние величины определяются как

$$G_1 = \sum_{i=1}^{i=p/2-1} g'_0; \quad G_2 = \sum_{i=1}^{i=p/2-1} g''_0, \quad (13)$$

где  $p$  — число пар полюсов ИД;  $g'_0$  и  $g''_0$  — проводимости основного потока на пару полюсов соответственно для нечетных и четных полюсов.

Например, для четырехполюсного ИД

$$g'_0 = \frac{g_1 g_3}{g_1 + g_3}; \quad g''_0 = \frac{g_2 g_4}{g_2 + g_4}, \quad (14)$$

где  $g_1, g_2, g_3, \dots, g_i$  — проводимости воздушного зазора под половиной соответствующего полюса статора.

Для нахождения  $g_i$  необходимо учесть эксцентриситет статора и биение ротора. Как известно [Л. 3], в этом случае эквивалентный зазор может быть выражен следующим образом:

$$\delta_s = \delta_0 [1 - q_p \cos(\alpha - \alpha_c) + q_c \cos \alpha_c],$$

где  $q_p = \frac{e_p}{\delta_0}$  и  $q_c = \frac{e_c}{\delta_0}$  — соответственно относительные значения биения ротора и эксцентриситета статора;  $e_p$  — максимальное значение биения ротора;  $e_c$  — максимальное значение эксцентриситета статора;  $\delta_0$  — средняя величина воздушного зазора. Тогда проводимость воздушного зазора под  $i$ -м полюсом

$$g_i = \frac{\mu_0 I_p \pi D}{\delta_0 360^\circ} \int_{\varphi_i + \alpha_{ci}}^{\alpha_0 \pm \alpha - \varphi_i + \alpha_{ci}} \frac{d\alpha_{ci}}{1 - q_p \cos(\alpha - \alpha_c) + q_c \cos \alpha_c}, \quad (15)$$

где  $D$  и  $I_p$  — диаметр расточки и длины магнитопровода ИД;  $\alpha_c$  — угол между осью эксцентриситета статора и линией, проходящей через центр вращения и точку, расположенную на  $i$ -м полюсе статора, в которой определяется зазор;  $\varphi_i$  — угол сдвига идентичных точек статора и ротора, возникающий из-за эксцентриситета и биения;  $\delta_0$  — средняя величина воздушного зазора.

Сумма  $[q_p \cos(\alpha - \alpha_c) + q_c \cos \alpha_c] < 1$ , поэтому подынтегральное выражение в (15) представляет собой сумму бесконечно убывающей прогрессии и тогда его можно преобразовать (ограничиваясь первыми двумя членами ряда):

$$g_i = B \int_{\varphi_i + \alpha_i}^{\alpha_0 \pm \alpha + \varphi_i + \alpha_{ci}} \frac{1 + q_p \cos(\alpha - \alpha_{ci}) + q_c \cos \alpha_{ci}}{d\alpha_{ci}},$$

$$\text{где } B = \frac{\mu_0 I_p \pi D}{\delta_0 360^\circ}.$$

Интегрируя, подставляя значения проводимостей в (13) и (14) и производя необходимые преобразования, получаем:

$$G_1 = \frac{B}{2} \left\{ \frac{\pi}{4} \left( 1 \pm \frac{\alpha}{\alpha_0} \right) + 2,8 \sin \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2p} \times \right. \\ \left. \times \left[ q_c \cos \left( \frac{\alpha_0 \mp \alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + q_p \cos \left( \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \right\}; \quad (16)$$

$$G_2 = \frac{B}{2} \left\{ \frac{\pi}{4} \left( 1 \mp \frac{\alpha}{\alpha_0} \right) + 2,8 \sin \frac{\alpha_0 \mp \alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2p} \times \right. \\ \left. \times \left[ q_c \cos \left( \frac{\alpha_0 \mp \alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + q_p \cos \left( \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \right\}. \quad (17)$$

Как видно из уравнений (16) и (17) под влиянием эксцентриситета статора и биения ротора появляются со-

ставляющие проводимостей  $\Delta G_{01}$  и  $\Delta G_{02}$ , нелинейно зависящие от угла поворота ротора ИД и определяющие погрешность выходного напряжения. Таким образом, суммарные проводимости могут быть представлены как

$$G_1 = G_{01} + \Delta G_{01}; \quad G_2 = G_{02} + \Delta G_{02},$$

где  $G_{01}$  и  $G_{02}$  — составляющие суммарных проводимостей, линейно зависящие от угла поворота ротора.

Тогда на основании (12) выражение для погрешности выходного напряжения может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \delta \dot{U}_{\text{вых}} &= \frac{\Delta \dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вых max}}} = \\ &= \frac{j\omega W^2_{\text{п}} (\Delta G_{02} - \Delta G_{01}) [2R_{\text{д}} + j\omega W^2_{\text{п}} (2G_{\text{с}} + G_{02 \text{ max}})]}{[2R_{\text{д}} + j\omega W^2_{\text{п}} (2G_{\text{с}} + G_{01} + G_{02})] j\omega W^2_{\text{п}} G_{02 \text{ max}}} = \\ &= \frac{(\Delta G_{02} - \Delta G_{01}) [2R_{\text{д}} + j\omega W^2_{\text{п}} (2G_{\text{с}} + G_{02 \text{ max}})]}{[2R_{\text{д}} + j\omega W^2_{\text{п}} (2G_{\text{с}} + G_{01} + G_{02})] G_{02 \text{ max}}}, \end{aligned}$$

где  $G_{02 \text{ max}}$  — значение  $G_{02}$  при  $\alpha = \alpha_{\text{max}}$ .

Угловая погрешность от влияния эксцентриситета

$$\Delta \alpha = \text{Re} \delta \dot{U}_{\text{вых}} = \frac{(\Delta G_{02} - \Delta G_{01}) \left(1 + \frac{2G_{\text{с}}}{G_{02 \text{ max}}}\right)}{(G_{02} + G_{01}) \left(1 + \frac{2G_{\text{с}}}{G_{02} + G_{01}}\right)} 100\%.$$

Подставляя значения проводимостей из (16) и (17) и принимая

$$G_{01} = G_{02} = G_{\text{с}} = \frac{1}{2} G_{02 \text{ max}},$$

а также пренебрегая  $R_{\text{д}}$  и учитывая, что  $2R_{\text{д}} \ll j\omega W^2_{\text{п}} (2G_{\text{с}} + G_{01} + G_{02})$  получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \frac{2 \text{ctg} \frac{\pi}{2p} \left[ q_p + 1,41 q_{\text{с}} \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha_0 \right) \right] \sin \alpha}{\frac{\pi}{2} + 2 \text{ctg} \frac{\pi}{2p} \left\{ q_{\text{с}} \left[ \cos \alpha + 1,41 \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha_0 \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 1 \right] + q_p \left[ \cos \alpha - 1,41 \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha_0 \right) \right] \right\}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Рассмотрим влияние эллиптичности внутреннего диаметра статора на угловую погрешность ИД. Будем по-прежнему рассматривать конструкцию типа «микросин».

Как известно, для случая эллиптичности воздушный зазор может быть представлен следующим образом:

$$\delta_s = \delta_0 \left( 1 + q \cos \frac{2x}{R_p} \right)$$

где  $q = \frac{\Delta R_p}{R_p}$  — относительное значение эллиптичности;  $R_p$  — радиус расточки.

Тогда проводимость воздушного зазора под  $i$ -м полюсом

$$g_i = \frac{\mu_0 l_{\text{п}}}{\delta_0} \int \frac{dx}{1 + q \cos \frac{2x}{R_p}} = \frac{\mu_0 l_{\text{п}}}{\delta_0} \int \left( 1 - q \cos \frac{2x}{R_p} \right) dx$$

или, переходя к угловым координатам,

$$g_i = \frac{\mu_0 l_{\text{п}}}{\delta_0} \frac{\pi D}{360^\circ} \int_{\beta + 2i\alpha_0}^{\beta + \alpha_0 + 2i\alpha_0} \left( 1 - q \cos \frac{2\pi}{180^\circ} \alpha_i \right) d\alpha_i.$$

После интегрирования, подстановок и преобразований, аналогичных тем, которые были проведены для случая эксцентриситета статора, получим:

$$\Delta \alpha = \text{Re} \delta \dot{U}_{\text{вых}} =$$

$$= \frac{2q \cos \frac{\pi}{2p} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{180^\circ} \beta + \frac{3}{4} \frac{\pi}{p} \right) \sin \alpha}{\frac{\pi}{2} - 4 \cos \frac{\pi}{2p} \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{180^\circ} \beta + \frac{3}{4} \frac{\pi}{p} \right)} 100\%. \quad (19)$$

Как следует из (18) и (19) из-за влияния эксцентриситета и эллиптичности в конструкции ИД типа «микросин» появляется угловая ошибка, которая может достигать значительных величин. В связи с этим целесообразно рассмотреть новую конструкцию ИД с Ш-образным ротором [Л. 4], которая, как будет показано ниже, менее чувствительна к технологическим погрешностям. Принципиальная конструктивная схема нового ИД представлена на рис. 2. Закрепленный в корпусе 1 статор ИД имеет каркас 2 из электроизоляционного материала, на торце которого выполнены два кольцеобразных паза. Обмотка датчика состоит из двух катушек 5 подковообразной формы, соединенных последовательно и расположенных в кольцеобразных пазах. Ротор 3 состоит из трех полуколец, выполненных из магнитомягкого материала и скрепленных на валу 4 в Ш-образный сердечник. При повороте ротора за счет изменения потокоцепления происходит изменение индуктивных сопротивлений катушек. Определим для новой конструкции ИД угловую погрешность, вызванную эксцентриситетом статора и биением ротора. Для упрощения рассмотрим только одну из полуобмоток ИД и найдем угловую погрешность, соответствующую нелинейности выходного напряжения на этой полуобмотке. Пренебрегая потерями в стали магнитопровода, запишем уравнение для контура полуобмотки по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{\text{п}} = R_{\text{д}} \dot{I}_1 + jX_{\text{с}} \dot{I}_1 + jX_0 \dot{I}_1 = \dot{I}_1 [R_{\text{д}} + j\omega W^2_{\text{п}} (G_{\text{с}} + G_0)], \quad (20)$$

где  $G_{\text{с}}$  — проводимость потоков рассеяния;

$$G_0 = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2} + \frac{g_3 g_4}{g_3 + g_4}$$

— суммарная проводимость основного потока, обусловленная наличием воздушных зазоров;  $g_1, g_2, g_3, g_4$  — соответственно проводимости воздушных зазоров  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ .

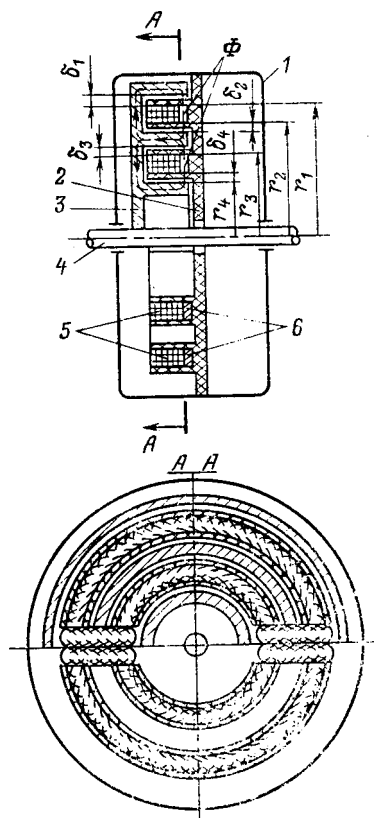


Рис. 2.



Рис. 3.

Выражая эквивалентный воздушный зазор при эксцентриситете и биении ротора в соответствии с (15), после подстановки и преобразований получаем

$$G_0 = 2B \left\{ (a+b) \left( \alpha_0 \pm \alpha \right) - 4 \left( q_p \sin \frac{\alpha - \alpha_0}{2} + q_c \sin \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} \right) \left[ a \sin \left( \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} - \psi_1 \right) + b \sin \left( \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} - \psi_2 \right) \right] \right\}, \quad (21)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные коэффициенты, зависящие от радиусов  $r_1$ — $r_4$ ,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — углы между осью симметрии и линиями, соединяющими центр вращения и центры окружностей, на которых расположены рабочие части обмотки.

Как следует из (21), под влиянием эксцентриситета появляется составляющая проводимости  $\Delta G_0$ , нелинейно зависящая от угла поворота ротора ИД. По аналогии с предыдущим определим угловую погрешность:

$$\Delta \alpha = \text{Re} \Delta U_n = \text{Re} \frac{\Delta \dot{U}_n}{\dot{U}_{n \max}} 100\%,$$

где  $\Delta \dot{U}_n$  — изменение напряжения на полуобмотке, вызванное составляющей проводимости  $\Delta G_0$ ;  $\dot{U}_{n \max}$  — максимальное значение напряжения на полуобмотке.

После подстановки (21) в (20), соответствующих преобразований, а также пренебрегая величинами второго порядка малости, получаем:

$$\Delta \alpha \approx \pm \frac{2}{\alpha_0} \left( q_p \sin \frac{\alpha - \alpha_0}{2} + q_c \sin \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} 100\%. \quad (22)$$

Аналогичным образом (вывод здесь не приводится) может быть получено выражение угловой погрешности для конструкции ИД типа «микросин»; вызванной изменением напряжения на полуобмотке из-за эксцентриситета:

$$\Delta \alpha = \pm 1,2 \sin \frac{\alpha_0 \pm \alpha}{2} \cos \left( \frac{5}{2} \alpha_0 \pm \frac{3}{2} \alpha \right) (q_c + q_p) 100\%. \quad (23)$$

По уравнениям (22) и (23) построены зависимости угловой погрешности от угла поворота ротора для новой конструкции ИД и для конструкции типа «микросин» (рис. 3). При этом задавались близкими к практическим значениями эксцентриситетов  $q_p=0,02$  и  $q_c=0,03$ .

**Выводы.** 1. При работе линейного индуктивного датчика угла в схеме с двойным преобразованием напряжения погрешность в линейности, соответствующая изменению выходного сигнала схемы при изменении температуры окружающей среды, обратно пропорциональна квадрату добротности ( $X/R$ ) обмотки датчика и прямо пропорциональна алгебраической сумме относительных значений изменений сопротивлений и емкостей конденсаторов демодулятора.

2. Эксцентриситет и эллиптичность рабочих поверхностей ротора и статора датчика вызывают угловую погрешность, которая в новой конструкции с Ш-образным ротором значительно меньше, чем в конструкции типа «микросин».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проектирование и применение операционных усилителей. Под ред. Дж. Грэма, Дж. Тоби, Л. Хьюльсмана. — М.: Мир, 1974.
2. Одинцов А. А. Проектирование электроэлементов гирометрических устройств. — М.: Высшая школа, 1962.
3. Зверев А. Е., Максимов В. П., Мясников В. А. Преобразователи угловых перемещений в цифровой код. М.: Энергия, 1974.
4. А. с. 661238 (СССР). Датчик угла поворота вала/ В. Н. Дуранин, А. В. Лахов, М. И. Левкович. Оpubл. в Б. И., 1979, № 17.

[12.03.79]

УДК 621.3.044.3:538.311.001.24

## Взаимодействие импульсного магнитного поля с «полупространством», движущимся с постоянной скоростью

КАЛИХМАН С. А., канд. техн. наук

Чувашский государственный университет

В последнее время в различных областях техники находят применение процессы и устройства, использующие ускорение проводников в импульсном магнитном поле. Упомянутые устройства рассчитывают методами теории цепей на основе схем замещения, причем эквивалентные параметры определяют обычно для неподвижной системы. Однако полный анализ электромагнитных процессов и выбор схемы замещения может быть произведен только с учетом движения массивного тела.

В качестве расчетной принята идеализированная одномерная модель, в которой массивное ускоряемое тело, представленное элементом «полупространства» единичной площади поперечного сечения, движется с постоянной скоростью между токоподводящими рельсами (рис. 1).

Пренебрегая токами смещения, в системе координат, связанной с «полупространством», уравнение нестационарной

диффузии магнитного поля имеет вид [Л. 1]:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v} \times \vec{B}] + \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta \vec{B},$$

где  $\vec{B}$  — вектор индукции магнитного поля;  $\vec{v}$  — скорость;  $\sigma$  и  $\mu_0$  — проводимость и магнитная проницаемость «полупространства»,  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м.

В рассматриваемом случае  $\vec{B} = -\vec{k}B$ ;  $\vec{v} = \vec{i}v$ ,  $\vec{J} = -\vec{j}J$ , где  $\vec{J}$  — вектор плотности тока;  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  — единичные орты по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

Таким образом,

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = v \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{1}{\sigma \mu_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Для исключения дифференциальных операций по времени применим к (1) интегральное преобразование Лапласа

$$\bar{F}(p, x) = \int_0^\infty f(t, x) \exp(-pt) dt.$$

Тогда преобразованное уравнение для изображения

$$-p\bar{B} = v \frac{d\bar{B}}{dx} - \frac{1}{\sigma\mu_0} \frac{d^2\bar{B}}{dx^2}. \quad (2)$$

Решение (2), конечное при  $x \rightarrow \infty$ , имеет вид:

$$\bar{B} = \bar{b} \exp(kx), \quad (3)$$

где

$$k = \frac{\sigma\mu_0 v}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma\mu_0 v}{2}\right)^2 + \sigma\mu_0 p}.$$

В формуле (3) постоянная  $\bar{b}$  равна значению индукции  $B_0$  на границе полупространства (при  $x=0$ ).

Рассмотрим частные случаи. Так, примем, что на границе полупространства возбуждается постоянное магнитное поле  $B_0(p) = B_0/p$ . Тогда из (3)

$$\bar{B} = B_0 \frac{\exp\left[-x \sqrt{\left(\frac{\sigma\mu_0 v}{2}\right)^2 + \sigma\mu_0 p}\right]}{p} \exp\left(x \frac{\sigma\mu_0 v}{2}\right).$$

Переходя к оригиналу [Л. 2], найдем индукцию магнитного поля

$$B(x, t) = \frac{B_0}{2} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}} - \frac{v}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}}\right) + \exp(x\sigma\mu_0 v) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}} + \frac{v}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}}\right) \right],$$

где  $\operatorname{erfc} z = 1 - \operatorname{erf} z$ ,  $\operatorname{erf} z$  — функция ошибок Гаусса, или

$$B^*(\xi, \lambda) = \frac{B(x, t)}{B_0} = \frac{1}{2} [\operatorname{erfc}(\xi - \lambda) + \exp(4\xi\lambda) \operatorname{erfc}(\xi + \lambda)],$$

$$\text{где } \xi = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}}, \quad \lambda = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{t}}.$$

Дифференцируя по  $x$ , найдем плотность тока

$$J^* = \frac{J}{J_1} = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\pi\mu_0 t}} \operatorname{erfc}(\xi + \lambda) - \exp[-(\xi - \lambda)^2], \quad (4)$$

где

$$J_1 = \frac{B_0}{\mu_0} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi\mu_0 t}}.$$

Зависимость относительной плотности тока  $J^*$  от безразмерных переменных  $\xi$  и  $\lambda$  приведена на рис. 2. Анализ соотношения (4) показывает, что благодаря движению «полупространства» возникает дополнительная э. д. с., приводящая к вытеснению тока в глубь проводника. При больших скоростях ( $\lambda > 3$ ) максимум плотности тока достигается при  $\xi = \lambda$ .

Если на границе «полупространства» возбуждается синусоидальное магнитное поле с круговой частотой  $\omega$ ,

$$\bar{B}_0(p) = B_0 \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}.$$

В этом случае из (3) получаем:

$$\bar{B} = \frac{B_0 \omega}{p^2 + \omega^2} \exp\left\{x \left[ \frac{\sigma\mu_0 v}{2} - \sqrt{\sigma\mu_0 p + \left(\frac{\sigma\mu_0 v}{2}\right)^2} \right]\right\}.$$

Применяя обратное преобразование Лапласа [Л. 3], после преобразований найдем:

$$B = B_0 \left\{ \exp[\varepsilon(\sqrt{2R} - \sqrt{\sqrt{1+R^2} + R})] \sin(\tau - \varepsilon \sqrt{\sqrt{1+R^2} - R}) + \frac{1}{\pi} \exp(\varepsilon \sqrt{2R} - R\tau) \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^\infty \frac{\sin \varepsilon \sqrt{2z}}{1 + (R+z)^2} e^{-z\tau} dz \right\}, \quad (5)$$

где  $R = \frac{\sigma\mu_0 v^2}{4\omega}$  — параметр, аналогичный магнитному числу Рейнольдса;  $\tau = \omega t$ ;  $\varepsilon = \frac{x}{\Delta_0}$ ;  $\Delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu_0 \omega}}$  — эквивалентная глубина проникновения.

Продифференцировав выражение для напряженности магнитного поля, найдем плотность тока:

$$J^* = \frac{J}{J_2} = \exp[\varepsilon(\sqrt{2R} - \sqrt{\sqrt{1+R^2} + R})] [(\sqrt{2R} - \sqrt{\sqrt{1+R^2} + R}) \sin(\tau - \varepsilon \sqrt{\sqrt{1+R^2} - R}) - \sqrt{\sqrt{1+R^2} - R} \cos(\tau - \varepsilon \sqrt{\sqrt{1+R^2} - R})] + \frac{1}{\pi} \exp(\varepsilon \sqrt{2R} - R\tau) \left[ \sqrt{2R} \int_0^\infty \frac{\sin \varepsilon \sqrt{2z}}{1 + (R+z)^2} e^{-z\tau} dz + \int_0^\infty \frac{\sqrt{2z} \cos \varepsilon \sqrt{2z}}{1 + (R+z)^2} e^{-z\tau} dz \right], \quad (6)$$

где  $J_2 = \frac{B_0}{\mu_0 \Delta_0}$  — базисное значение плотности тока.

Сравнение соотношений (5) и (6) с известными из [Л. 4] выражениями для проникновения импульсного магнитного поля в неподвижное «полупространство» показывает, что движение приводит к уменьшению затухания и фазного угла векторов, характеризующих электромагнитное поле.

Определим оперативное сопротивление единичного элемента полупространства:

$$Z(p) = \frac{\bar{E}_0(p)}{\bar{H}_0(p)},$$

где  $\bar{E}_0$  и  $\bar{H}_0$  — изображения напряженности электрического и магнитного поля на границе.

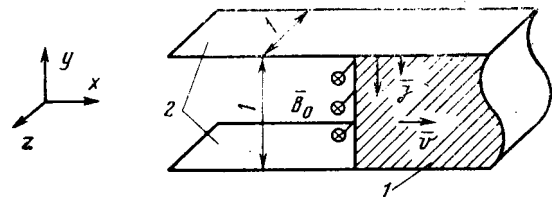


Рис. 1. Модель для расчета индукции магнитного поля.  
1 — элемент движущегося полупространства, 2 — токоподводящие рельсы.

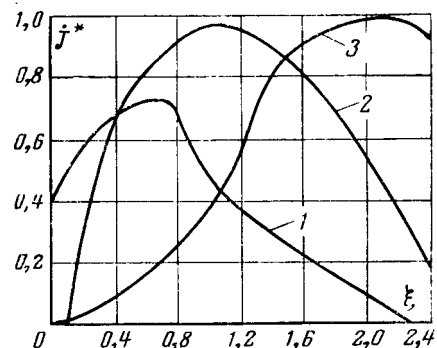


Рис. 2. Зависимость относительной плотности тока  $J^*$  от  $\xi$  и  $\lambda$ .  
1 —  $\lambda=0,2$ ; 2 —  $\lambda=1$ ; 3 —  $\lambda=2$ .

Используя (3), после преобразования получим:

$$Z(p) = -\frac{\mu_0 v}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu_0 v}{2}\right)^2 + \frac{\mu_0 p}{\sigma}} \quad (7)$$

Подставляя в (7)  $j\omega$  вместо комплексного оператора  $p$ , найдем эквивалентное сопротивление рассматриваемой системы в квазистационарном режиме:

$$Z(j\omega) = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\sigma}} \left( \sqrt{j + \frac{\mu_0 \sigma v^2}{4\omega}} - \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma v^2}{4\omega}} \right) - \\ = \frac{\sqrt{2}}{\sigma \Delta_3} (\sqrt{j + R} - \sqrt{R}).$$

Рассмотрим предельные случаи.

При  $R \gg 1$  преобладает диффузия магнитного поля:

$$Z(j\omega) = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\sigma}} \left[ \left( 1 - \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma v^2}{2\omega}} \right) + j \right] = \frac{1}{\sigma \Delta_3} [(1 - \sqrt{2R}) + j].$$



УДК 538.26.001.24

## Аналитический метод расчета характеристик электромагнитного формирователя—распределителя импульсов

ЧАГРОВ А. И.

Ульяновск

Электромагнитный формирователь-распределитель импульсов выполнен на базе магнитных цепей с распределенными электрическими и магнитными параметрами [Л. 1]. Для его работы не нужен, предварительный формирователь тактовых импульсов, а в цепях связи отсутствуют диоды, резисторы и конденсаторы, что отличает рассматриваемый формирователь-распределитель от аналогичных устройств [Л. 2].

Формирователь-распределитель импульсов (рис. 1, а) состоит из замкнутого прямоугольного магнитопровода 3, обмотки возбуждения 1, установленной на ярме магнитопровода, ряда вторичных обмоток 2, расположенных вдоль полюсов магнитопровода. Витки каждой вторичной обмотки пронизывают соответствующий тороидальный сердечник 4 с прямоугольной петлей гистерезиса. В целом формирователь-распределитель представляет замкнутую магнитную линию (МЛ) с множеством сосредоточенных вторичных обмоток, установленных вдоль ее полюсов. Импульсные сигналы снимаются с вторичных обмоток тороидальных сердечников 4.

Сдвиг фаз импульсных сигналов в конкретном устройстве зависит только от места нахождения вдоль полюса МЛ соответствующих вторичных обмоток 2, следовательно, при проектировании и расчете формирователя-распределителя необходимо знать не только величину магнитного потока в каждом сечении полюса магнитопровода МЛ, но и фазу этого потока. Принципиальная электрическая схема формирователя-распределителя импульсов дана на рис. 1, б.

Рассматриваемый формирователь-распределитель импульсов позволяет из однофазного синусоидального напряжения за один период формировать несколько десятков импульсов (рис. 2, а), что может быть использовано наряду с системами телемеханики, также в устройствах синхронизации и релейной защиты. На рис. 2, б дана осциллограмма импульсных сигналов, снятых с выходов формирователя-распределителя, откуда видно, что импульсные сигналы имеют прямоугольную форму и хорошую селективность.

Теория и методы расчета магнитных цепей с распределенными параметрами [Л. 3—5] не позволяют с помощью известных уравнений описать основные характеристики формирователя-распределителя — изменения амплитуды и фазы магнитного потока вдоль полюсов МЛ. Так, в [Л. 5] дан расчет аналогичных устройств методом замещения отдельных участков магнитной цепи четырехполюсниками, однако при множестве вторичных обмоток этот расчет очень сложен.

Экспериментальные и аналитические исследования магнитной линии с множеством вторичных обмоток дают основания рассматривать устройство рис. 1, а как МЛ с равномерно распределенной вторичной обмоткой эквивалентной сосредоточенно-распределенной обмотке.

При  $R \gg 1$  преобладает «конвекция»:

$$Z(j\omega) = -j \frac{\omega}{\sigma v} \text{ и } L_0 = -\frac{1}{\sigma v}.$$

Таким образом, движущееся «полупространство» обладает меньшим эквивалентным активным сопротивлением, а при достаточно большой скорости ( $R > 10$ ) в схеме замещения необходимо учитывать только эквивалентную индуктивность.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шерклиф Дж. Курс магнитной гидродинамики. — М.: Мир, 1967.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М. — Высшая школа, 1967.
3. Левинштейн М. С. Операционное исчисление в задачах электротехники. — Л.: Энергия, 1972.
4. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.

{13.09.78}

Такое представление основано на том, что вторичные обмотки 2 расположены вдоль полюсов магнитопровода на одинаковом расстоянии, соизмеримом с шириной намотки каждой катушки, и имеют между собой сильную магнитную связь. Кроме того, обмотки 2 имеют равное количество витков одного и того же провода.

Представление рассматриваемого устройства в виде МЛ с равномерно распределенной вторичной обмоткой позволяет описать мгновенные значения магнитного потока в линии через известное дифференциальное уравнение [Л. 3], что дает возможность получить уравнения основных характеристик устройства.

С этой целью определяется эквивалентное электрическое сопротивление  $z_0$  вторичной обмотки на единицу длины полюса МЛ. При аналитическом исследовании учитывается магнитное сопротивление магнитопровода линии, проводимость рассеяния, потери на гистерезис и вихревые токи. Заданным считается ток в обмотке возбуждения и ее электрические параметры. Рассматриваемая магнитная цепь принимается цельной. Величина магнитной индукции в магнитопроводе соответствует линейному участку кривой намагничивания, что позволяет считать магнитную проницаемость на всех участках магнитной цепи неизменной.

Уравнение для мгновенных значений магнитного потока МЛ с равномерно распределенными параметрами имеет вид [Л. 3]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial x^2} - g R_\mu \Phi_x + g p \frac{\partial \Phi_x}{\partial t} - g i_0 = 0, \quad (1)$$

где  $g$  — удельная (приходящаяся на единицу длины МЛ) проводимость воздушного зазора;  $R_\mu$  — активное удельное магнитное сопротивление МЛ,  $p$  — удельный коэффициент потерь в формирователе;  $\Phi_x$  — мгновенное значение магнитного потока в магнитопроводе в сечении  $X$ ;  $i_0$  — мгновенное значение тока вторичной обмотки на единицу длины магнитопровода МЛ.

Согласно закону электромагнитной индукции

$$i_0 = -\frac{1}{z_0} \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad (2)$$

где  $z_0$  — полное электрическое сопротивление эквивалентной равномерно распределенной вторичной обмотки на единицу длины магнитопровода,

$$z_0 = r_0 + jx_0, \quad (3)$$



где  $r_a$  — эквивалентное активное электрическое сопротивление вторичной обмотки на единицу длины МЛ,  $x_a$  — эквивалентное реактивное электрическое сопротивление вторичной обмотки на единицу длины МЛ.

Подставляя (2) в (1), получим:

$$\frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial x^2} = g R_{\mu} \Phi_x + g \left( p + \frac{1}{z_g} \right) \frac{\partial \Phi_x}{\partial t}. \quad (4)$$

Граничное условие для магнитного потока в начале цепи [Л. 4]:

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} = g R_{\mu 0} \Phi_0 + g p_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} - g \omega_1 i_1, \quad (5)$$

где  $\Phi_0$  — мгновенное значение потока в начале цепи;

$R_{\mu 0}$  — активное магнитное сопротивление яра начала МЛ;

$p_0$  — удельный коэффициент потерь в яре начала МЛ;

$\omega_1$  — число витков обмотки возбуждения.

Граничное условие в конце магнитной цепи:

$$\frac{\partial \Phi_l}{\partial x} + g R_{\mu l} + p_l \frac{\partial \Phi_l}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

где  $\Phi_l$  — мгновенное значение магнитного потока в яре конца МЛ;  $R_{\mu l}$  — активное магнитное сопротивление яра конца МЛ;  $p_l$  — удельный коэффициент потерь в яре конца МЛ.

Переходя от уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям для комплексной амплитуды потока, уравнение (4) запишем так:

$$\frac{d^2 \Phi_x}{dx^2} = g z_{\mu} \Phi_x, \quad (7)$$

где  $\Phi_x$  — комплексное значение потока в сечении  $x$  МЛ;  $z_{\mu}$  — комплексное удельное магнитное сопротивление МЛ;

$$z_{\mu} = R_{\mu} + j x_{\mu}; \quad R_{\mu} = R'_{\mu} + \frac{\omega x_a}{z_g}; \quad x_{\mu} = x'_{\mu} + \frac{\omega r_a}{z_g}.$$

Здесь  $x'_{\mu}$  — реактивное удельное магнитное сопротивление магнитопровода;  $R'_{\mu}$  — активное удельное магнитное сопротивление магнитопровода;  $x_{\mu}$  — полное реактивное удельное сопротивление МЛ;  $R_{\mu}$  — полное активное удельное сопротивление МЛ [Л. 5].

Решение уравнения (7) имеет вид:

$$\Phi_x = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x}, \quad (8)$$

где  $A$  и  $B$  — комплексные постоянные интегрирования;  $\gamma$  — комплексная постоянная распространения магнитного потока. Постоянная распространения определяется по уравнению:

$$\gamma = \sqrt{z_{\mu} g} \quad (9)$$

или

$$\gamma = \alpha + j \beta, \quad (10)$$

где  $\alpha$  — коэффициент затухания;  $\beta$  — коэффициент фазы магнитного потока;  $z_{\mu}$  — модуль магнитного сопротивления.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  для МЛ определяются по уравнениям [Л. 6]:

$$\alpha = \sqrt{0,5 g (|z_{\mu}| + R_{\mu})}; \quad (11)$$

$$\beta = \sqrt{0,5 g (|z_{\mu}| - R_{\mu})}. \quad (12)$$

Из уравнения (5) запишем граничные условия для комплексной амплитуды магнитного потока в начале МЛ:

$$\frac{d \Phi_0}{dx} = g z_{\mu 0} \Phi_0 - \omega_1 g i_1, \quad (13)$$

где  $\Phi_0$  — комплексное значение магнитного потока в начале цепи;  $i_1$  — комплексное значение тока в катушке возбуждения;  $z_{\mu 0}$  — комплексное магнитное сопротивление яра в начале магнитной цепи.

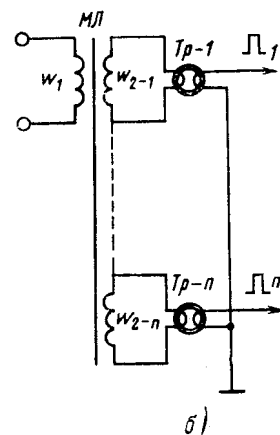
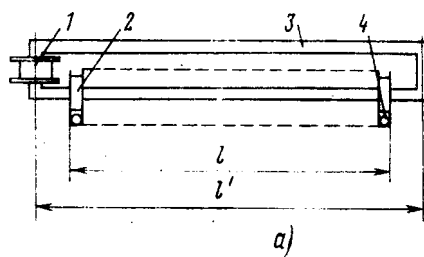


Рис. 1. Общий вид (а) и электрическая принципиальная схема (б) формирователя-распределителя импульсов.

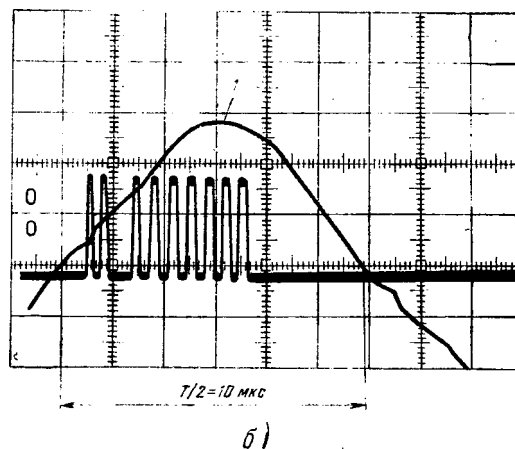
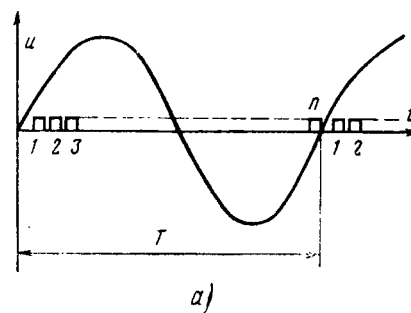


Рис. 2. Временное распределение импульсов (а) и осциллограмма импульсных сигналов (б) на выходе формирователя-распределителя.

Граничные условия для комплексной амплитуды магнитного потока в конце цепи получим из (6):

$$\frac{\partial \Phi_l}{\partial x} + g z_{\mu l} \Phi_l = 0; \quad (14)$$

где  $z_{\mu l}$  — комплексное магнитное сопротивление яра в конце линии.

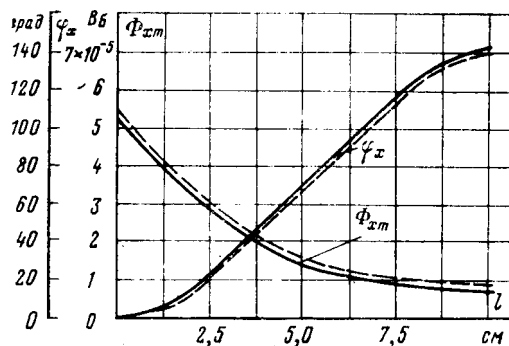


Рис. 3. Зависимости  $\Phi_x$  и  $\varphi_x$  от координаты  $X$  вдоль полюсов МЛ формирователя-распределителя.

Выразив волновое сопротивление МЛ через  $\dot{\gamma}$  и  $g$  [Л. 6]  $z_a = \dot{\gamma}g^{-1}$ , введем его в уравнения (13) и (14) и, подставляя значение  $\Phi_x$  из (8), получим систему уравнений:

$$(z_b + z_{\mu 0}) \dot{A} - (z_b - z_{\mu 0}) \dot{B} = w_1 \dot{I}_1;$$

$$(z_b - z_{\mu l}) \dot{A} e^{-\dot{\gamma}l} - (z_b + z_{\mu l}) \dot{B} e^{\dot{\gamma}l} = 0.$$

Решая эту систему уравнений, определим значение коэффициентов  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{A} &= \frac{w_1 (z_b + z_{\mu l}) \dot{I}_1 e^{\dot{\gamma}l}}{[(z_b + z_{\mu 0})(z_b + z_{\mu l}) e^{\dot{\gamma}l} - (z_b - z_{\mu 0})(z_b - z_{\mu l}) e^{-\dot{\gamma}l}]} \\ \dot{B} &= \frac{w_1 (z_b - z_{\mu l}) \dot{I}_1 e^{-\dot{\gamma}l}}{[(z_b + z_{\mu 0})(z_b + z_{\mu l}) e^{\dot{\gamma}l} - (z_b - z_{\mu 0})(z_b - z_{\mu l}) e^{-\dot{\gamma}l}]} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Уравнение (8) для комплексной амплитуды магнитного потока с учетом (15) примет вид:

$$\dot{\Phi}_x = \frac{\dot{I}_1 w_1 [(z_b + z_{\mu l}) e^{\dot{\gamma}(l-x)} + (z_b - z_{\mu l}) e^{-\dot{\gamma}(l-x)}]}{[(z_b + z_{\mu 0})(z_b + z_{\mu l}) e^{\dot{\gamma}l} - (z_b - z_{\mu 0})(z_b - z_{\mu l}) e^{-\dot{\gamma}l}]}.$$

Пренебрегая магнитным сопротивлением яра начала и конца МЛ ввиду их малости ( $z_{\mu 0} = z_{\mu l} \ll z_b$ ) это уравнение можно записать так:

$$\dot{\Phi}_x = \frac{\dot{I}_1 w_1 g}{\dot{\gamma}} \frac{\text{ch } \dot{\gamma}(l-x)}{\text{sh } \dot{\gamma}l}. \quad (16)$$

Из уравнения (16) выделим амплитуду потока и его фазу. Амплитуда магнитного потока в поперечном сечении  $X$

полюса магнитопровода МЛ определится следующим образом:

$$\Phi_x = \frac{\sqrt{2} \dot{I}_1 w_1 g}{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)(\text{sh}^2 \alpha l + \sin^2 \beta l)}} \sqrt{\text{sh}^2 \alpha (l-x) + \cos^2 \beta (l-x)}. \quad (17)$$

Фаза магнитного потока в сечении  $X$  полюса магнитопровода МЛ определится выражением:

$$\varphi_x = \arccos \frac{\text{ch } \alpha (l-x) \cos \beta (l-x)}{\sqrt{\text{sh}^2 \alpha (l-x) + \cos^2 \beta (l-x)}}. \quad (18)$$

Значения начальных фаз магнитных потоков, взятых в поперечных сечениях  $X$  магнитопровода МЛ, определяются относительно фазы напряжения питания  $u_1$ .

Фаза магнитного потока  $\Phi_0$ , взятого в начале МЛ, находится по уравнению:

$$\varphi_0 = \arccos \frac{\text{ch } \alpha l \cos \beta l}{\sqrt{\text{sh}^2 \alpha l + \cos^2 \beta l}}. \quad (19)$$

Разность фаз магнитных потоков в различных сечениях  $X$  полюсов МЛ определится по уравнению:

$$\Delta \varphi_{x_1-x_2} = \varphi_{x_2} - \varphi_{x_1}. \quad (20)$$

Интервалы времени между импульсами на выходе формирователя-распределителя соответствуют разности фаз магнитных потоков в соответствующих поперечных сечениях полюсов магнитопровода, над которым установлены вторичные обмотки МЛ.

При сопоставлении аналитического расчета  $\Phi_x$  и  $\varphi_x$  с экспериментальными данными (рис. 3) можно видеть, что отличие составляет 5–6%, что удовлетворяет требованию инженерного расчета. Точность расчета может быть повышена путем более строгого задания физических констант МЛ. В реальном устройстве имеется возможность производить подстройку значений амплитуды и фазы выходного сигнала в пределах  $\pm 3\%$  номинального значения путем смещения выходных обмоток МЛ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 519849 (СССР). Электромагнитный формирователь-распределитель/ Чагров А. И., Байгозин В. И. Оpubл. в Б. И., 1976, № 24.
2. Митюшкин К. Г. Расчет и анализ магнитных гистерезисных элементов телемеханических устройств. — М.: Энергия, 1972, 207 с.
3. Белый М. И., Федоров А. В. Метод аналитического исследования нелинейных магнитных цепей с распределенными параметрами. — Электричество, 1973, № 1, с. 61–64.
4. Белый М. И., Федоров А. В. Применение приближенных методов к аналитическому исследованию нелинейных магнитных цепей с распределенными параметрами. — Тр. Ульяновского политехн. ин-та, 1972, т. VIII, вып. II, с. 57–67.
5. Буль Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей. — М.; Л.: Энергия, 1964. 464 с.
6. Афанасьев Г. В., Белый М. И., Федоров А. В. Волновые процессы в магнитных цепях. Ученые записки Ульяновского педагогич. ин-та, 1970, т. XXIV, вып. 3, с. 156–184.

[26.02.79]

## Погрешности работы трансформаторов тока при трансформации неустановившихся токов

(по статьям Сироты И. М., Стогния Б. С. — «Электричество», 1978, № 4, с. 36—39 и Казанского В. Е. — «Электричество», 1978, № 4, с. 40—42)

ПОДГОРНЫЙ Э. В., канд. техн. наук ДРОЗДОВ А. Д., доктор техн. наук

Новочеркасский политехнический институт

Как следует из [Л. 1 и 2], необходимость оценки точности трансформаторов тока (ТТ) релейной защиты в переходных режимах возникает в следующих случаях: при определении требований, которым должны удовлетворять разрабатываемые ТТ, при исследовании вопросов функционирования быстродействующей релейной защиты, при сравнении и выборе ТТ для конкретной релейной защиты. Перечисленные положения рассматриваются в данной статье применительно к серийно выпускаемым ТТ и новым ТТ с различными зазорами в магнитопроводе.

Оценка погрешности ТТ при трансформации неустановившихся токов в процессе их производства. Такая оценка необходима, чтобы характеризовать вторичный ток ТТ при возбуждении в его первичной обмотке переходного тока короткого замыкания (к. з.), состоящего из периодической принужденной и апериодической слагающих. Так как принужденная слагающая — это синусоидальный ток, то при анализе погрешностей ТТ по принужденной (индекс «пр») составляющей (с помощью выражений (2)—(4) и (7)—(9) [Л. 1]) допустимо использовать векторную диаграмму для первых гармонических тока. Из рисунка на основании теоремы косинусов для треугольника токов имеем:

$$\varepsilon_{\text{пр}}^2 = 100^2 + (100 + f_{\text{пр}})^2 - 200(100 + f_{\text{пр}}) \cos \delta_{\text{пр}}; \quad (1)$$

$$(100 + f_{\text{пр}})^2 = 100^2 + \varepsilon_{\text{пр}}^2 - 200\varepsilon_{\text{пр}} \sin(\alpha + \gamma), \quad (2)$$

где  $\alpha = \arctg \frac{x_{\text{обм}} + x_{\text{нг}}}{r_{\text{обм}} + r_{\text{нг}}}$  — угол сопротивления вторичной цепи

ТТ в схеме замещения;  $\gamma$  — угол, обусловленный потерями в стали сердечника.

В соответствии с (1) следует указывать две, а не три, как это предлагается в [Л. 1], погрешности. Если же известны углы  $\alpha$  и  $\gamma$ , то на основании (2) достаточно знать одну погрешность. Таким образом, предложения [Л. 1] избыточны.

При выборе рекомендуемой к использованию погрешности необходимо стремиться к тому, чтобы она имела такую же структуру, как полная погрешность, т. е. не противоречила ГОСТ. Этому требованию удовлетворяют оценки точности ТТ, сформулированные в [Л. 2]: мгновенный ток полной погрешности  $i_{\text{г}}$ , амплитудная  $e_{\text{а}}$  и среднеквадратичная полные погрешности. Однако понятие мгновенного тока полной погрешности, полезное при анализе осциллограмм, не может в виде одной кривой отразить все многообразие переходных режимов работы ТТ и поэтому непригодно для каталогов на ТТ. Максимальное значение амплитудной полной погрешности при достаточно больших постоянных времени первичной цепи и активной нагрузке, выбранной по кривым предельной кратности, известно, и не надо ставить опытов для ее определения (при измерении полного тока  $e_{\text{а max}} \approx K_{\text{г}} \cdot 100\%$ , где  $K_{\text{г}}$  — ударный коэффициент тока к. з.; при измерении только принужденной слагающей  $e_{\text{а max}} = 100\%$ ).

Регламентация среднеквадратичной полной погрешности принципиальных возражений не встречает, но так как измерительные органы современных быстродействующих релейных защит часто имеют частотные фильтры для выделения принужденной слагающей, то считаем целесообразным рекомендовать к использованию другой частный случай полной погрешности: полную погрешность по принужденной слагающей

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{100}{I_{\text{нпр}}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} i_{\text{г пр}}^2 dt}. \quad (3)$$

Отметим, что выражение (3) сходно с формулами (11) [Л. 2] и (3) [Л. 1], но в отличие от последних пределы ин-

тегрирования выбраны такими, что апериодическая слагающая фиксируется в середине периода. Это соответствует щеприятной методике расчета переходного тока к. з. [Л. 3]. Расхождение в выражениях (3) и (11) [Л. 2] заключается в том, что  $i_{\text{г пр}} = ni_{2\text{пр}} - i_{1\text{пр}}$ , где  $i_{2\text{пр}}$  — первая гармоническая вторичного тока ТТ, а с [Л. 1] — в том, что расчетный период переходного процесса, для которого должна рассматриваться погрешность серийного ТТ с замкнутым сердечником, известен (для достаточно больших постоянных времени это второй период, если нагрузка ТТ выбрана по кривым предельной кратности).

Принимая во внимание погрешности при расчетах переходного тока к. з., а также с целью упрощения испытаний, считаем возможным эквивалентировать апериодическую слагающую переходного тока к. з. постоянной, т. е. в качестве испытательного тока ТТ взять сумму синусоидального и постоянного токов [Л. 4]. Конкретное значение  $\varepsilon_{\text{пр}}$ , указываемое в каталогах ТТ, будет отражать возможности технологии изготовления ТТ и определяться на основе компромисса между затратами на производство ТТ и измерительных приборов релейной защиты с заданными характеристиками, подключаемых к этим трансформаторам.

Учет переходных режимов в серийных ТТ при анализе функционирования релейной защиты. Основная цель учета — оценка влияния переходных процессов в ТТ на время и ток срабатывания защиты. Принимать во внимание переходные режимы работы ТТ в других случаях, например при проведении анализа работы защиты по невыясненным причинам, следует весьма осторожно. Обусловлено это тем, что правильно спроектированная защита по принципу действия должна быть селективной, так как выбор схем и параметров защиты отражает многолетний опыт эксплуатации и в необходимых случаях корректируется с помощью эксплуатационных циркуляров. В результате случаи, указанные, например [Л. 5], когда защита работает неселективно, вызваны повреждениями в трансформаторах, реле, ошибками обслуживающего персонала, а не переходными режимами работы ТТ.

Использование описанных в [Л. 1 и 2] погрешностей для учета влияния переходных режимов ТТ на функционирование релейной защиты затруднено, во-первых, тем, что сформулированные в указанных работах оценки точности, предназначенные для одиночных ТТ и, во-вторых, отличия динамических характеристик реле от статических. Так как поведение большинства измерительных органов релейных защит (дифференциальных, дистанционных, высокочастотных, токовых нулевой последовательности) зависит от комбинации токов нескольких ТТ, то разрешение первого затруднения эквивалентно учету взаимной связи между ТТ в различных группах соединений. Разрешение второго затруднения, а это чрезвычайно существенно (например, среднеквадратичное значение одиночного импульса тока, при котором реле РТ-40 одновременно срабатывает в 1,4—1,9 раз больше действующего значения синусоидального тока срабатывания [Л. 6]), эквивалентно регламентации динамических характеристик реле. По сути дела, подобный подход, назовем его традиционным, предлагается в Руководящих указаниях по релейной защите, когда при расчете токов небаланса вводятся коэффициенты однотипности и апериодичности. Использовался он и авторами при проведении анализа дифференциальных защит и защит нулевой последовательности [Л. 7].

Основной недостаток традиционного учета переходных режимов серийных ТТ при рассмотрении функционирования релейной защиты заключается в грубости получаемых оценок. В связи с этим более перспективным представляется отказ от регламентации погрешностей серийных ТТ для целей анализа функционирования релейной защиты в переход-

ных режимах и регламентирование типовых параметров ТТ, в частности, кривых намагничивания сердечников и сопротивлений вторичных обмоток (данное предложение выдвигалось В. Е. Казанским и В. Л. Фабрикантом на одном из совещаний по ТТ). Используя эти данные, можно с помощью ЦВМ рассчитать токи, подводимые к реле защиты, и испытать защиты совместно с измерительными органами в целом [Л. 7]. Возможно также и процессы в схеме реле рассчитывать на ЦВМ, но это будет более трудоемко, так как для каждого нового реле требуется разработка новой программы. Конечными результатами расчетов будут оценки селективности действия защиты и времени ее срабатывания.

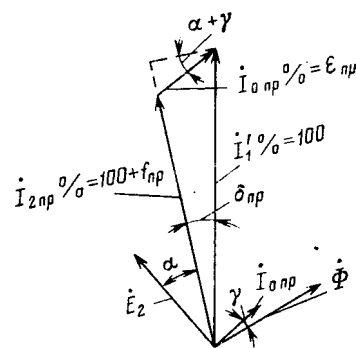
Несмотря на возражения заводов-изготовителей, задача регламентации типовых параметров ТТ (по сути дела, схемы замещения для рассматриваемого процесса) представляется разрешимой, так как ранее [Л. 8] типовые кривые намагничивания приводились; активное сопротивление вторичной обмотки ТТ может быть указано достаточно точно. Трудности возникают при оценке индуктивности рассеяния вторичной обмотки, однако, такая задача уже решена методом обратного пересчета [Л. 9]. Можно также отметить, что предложения о регламентации одновременно токовой и полной погрешностей, выдвинутые в [Л. 1], эквивалентны заданию сопротивления рассеяния вторичной обмотки ТТ. Таким образом, данное предложение поддерживается большинством специалистов по ТТ. Регламентация параметров схемы замещения ТТ является полезным требованием, которое позволит произвести всесторонний анализ функционирования релейной защиты при переходных режимах к. з. с учетом насыщения сердечников серийных ТТ.

**Требования к специальным трансформаторам тока.** К таким трансформаторам относятся [Л. 1] ТТ, трансформирующие полный ток с небольшой погрешностью, и линейные ТТ. Очевидно, что вторичный ток ТТ практически равен приведенному первичному, если ток намагничивания незначителен, поэтому работу ТТ, воспроизводящих полный первичный ток, следует характеризовать амплитудной полной погрешностью  $\epsilon_a = i_{\text{max}} / i_{\text{тп}} \cdot 100\%$  (терминология [Л. 2]), причем регламентируемая величина погрешности должна быть мала ( $\epsilon_a \leq 5\%$ ). Вследствие малого абсолютного значения допустимой погрешности для этих ТТ можно не ставить требование о регламентации параметров схемы замещения. Для снижения стоимости и габаритов ТТ, трансформирующих полный ток, релейные устройства, включаемые в их вторичные цепи, должны иметь потребление существенно меньше эксплуатируемых. При больших постоянных времени первичной цепи ( $T > 0,1$  с) этого может оказаться недостаточным. В связи с этим целесообразно, чтобы указанная амплитудная полная погрешность регламентировалась только в течение времени, достаточного для правильного функционирования релейной защиты. Интересно отметить, что при таком определении обычные эксплуатируемые ТТ (без зазора) при повышенном быстродействии защиты и малой нагрузке могут рассматриваться как ТТ, трансформирующие полный ток.

Назначение линейных ТТ — достаточно точное воспроизведение принужденной слагающей первичного тока, поэтому при проведении анализа их переходных режимов целесообразно использовать векторную диаграмму (см. рисунок) и формулы (1) и (2). В качестве регламентируемой погрешности примем полную среднеквадратичную погрешность по принужденной слагающей (3). Это позволит сравнивать линейные и серийные ТТ с замкнутым сердечником. Реле, включаемые во вторичные цепи линейных ТТ, должны иметь фильтры или другие устройства, не пропускающие токи с частотой, отличной от 50 Гц. Для этих реле должна оговариваться динамическая погрешность. Анализ функционирования релейной защиты при переходных режимах к. з. с использованием только погрешностей по принужденной слагающей в общем случае затруднителен даже при использовании линейных ТТ.

В качестве примера рассмотрим расчет тока в нулевом проводе линейных ТТ, соединенных по схеме полной звезды, при трехфазном к. з. в сети с сосредоточенными параметрами:

$$\begin{aligned} i_{\text{нб}} &= i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = i'_{\text{тп}A} (1 + f_A) + i'_{\text{тп}B} (1 + f_B) + \\ &+ i'_{\text{тп}C} (1 + f_C) + i_{2A \text{ апер}} + i_{2B \text{ апер}} + i_{2C \text{ апер}} = \\ &= \sum_{j=A, B, C} i'_{\text{тп}j} f_j + \sum_{j=A, B, C} i_{2j \text{ апер}}. \end{aligned}$$



Пусть

$$f_A = f_B = f, \quad f_C = f - \Delta f.$$

Тогда

$$i_{\text{нб}} = -i'_{\text{тп}} \Delta f + \sum_{j=A, B, C} i_{2j \text{ апер}}. \quad (4)$$

Как видно из (4), ток небаланса на выходе такого фильтра определяется нестабильностью (от образца и образцу) токовой погрешности и нестабильностью трансформации апериодической слагающей тока к. з. Для полного его описания требуется либо регламентация частотных характеристик ТТ, либо регламентация схемы замещения ТТ с последующим расчетом защиты аналитически, либо с помощью ЦВМ. Последнее наиболее предпочтительно, так как позволяет одновременно учесть динамические характеристики реле.

**Выводы.** 1. В каталогах на ТТ следует указывать полную среднеквадратичную погрешность по принужденной слагающей тока при подаче в обмотки ТТ одновременно постоянного и синусоидального токов.

2. Для всестороннего анализа функционирования любой релейной защиты в переходных режимах к. з. с учетом характеристик измерительных трансформаторов тока считаем целесообразным регламентировать параметры схемы замещения ТТ.

3. Для ТТ, предназначенных воспроизводить полный первичный ток, достаточно регламентировать амплитудную полную погрешность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сирота И. М., Стогний Б. С. О погрешностях трансформаторов тока в переходных режимах. — Электричество, 1978, № 4.
2. Казанский В. Е. К оценке точности трансформатора тока для релейной защиты. — Электричество, 1978, № 4.
3. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. — М.: Энергия, 1970.
4. Дроздов А. Д., Подгорный Э. В. О требованиях к трансформаторам тока для релейной защиты с учетом переходных режимов. — Электрические станции, 1971, № 2.
5. Дроздов А. Д. Причины неправильной работы дифференциальных защит генераторов, трансформаторов и сборных шин. — Электрические станции, 1968, № 3.
6. Богдан А. В. Срабатывание электромеханического токового реле при импульсе тока. Изв. вузов. Электромеханика, 1972, № 11.
7. Подгорный Э. В., Хлебников С. Д. Моделирование и расчет переходных процессов в цепях релейной защиты. — М.: Энергия, 1974.
8. Барзилович В. М. Высоковольтные трансформаторы тока. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
9. Королев Е. П., Либерзон Э. М. Расчет сечений жил контрольных кабелей в токовых цепях релейной защиты. — Электрические станции, 1975, № 8.

[10.07.79]

## Перенапряжения и защита от них в распределительных сетях и сетях генераторного напряжения

(Заседание секции IV «Теоретические проблемы электрофизики высоких напряжений» Научного Совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики», июнь 1979 г., Куйбышев)

В заседании приняли участие 90 представителей 32 организаций из 17 городов. Были заслушаны и обсуждены 52 доклада и сообщения.

В обзорных докладах, представленных Ленинградским политехническим институтом (ЛПИ), Союзтехэнерго, Куйбышевским политехническим институтом (КПТИ), Новосибирским электротехническим институтом (НЭТИ) показана актуальность рассматриваемых вопросов. В последние годы достигнуты значительные успехи в области грозозащиты и защиты от внутренних перенапряжений электрических сетей высокого, сверхвысокого и ультравысокого напряжения. В этих сетях в результате работ, проведенных ведущими научными организациями СССР, улучшена эффективность защиты от перенапряжений, повышена надежность и снижена аварийность вследствие воздействия перенапряжений, разработаны новые схемы защиты от перенапряжений и защитные аппараты.

Как показывает анализ повреждаемости изоляции в сетях средних классов напряжения, перенапряжения, и здесь во многих случаях являются причинами повреждений изоляции, поэтому повышение надежности работы этих сетей может быть обеспечено лишь при соответствующей защите их изоляции от грозовых и внутренних перенапряжений. В то же время вопросы защиты от перенапряжений сетей средних классов напряжения (генераторные сети, сети собственных нужд электростанций, распределительные сети 6—35 кВ) разработаны недостаточно, а внимание специалистов к вопросам ограничения перенапряжений в сетях средних классов напряжения несколько ослаблено. Свидетельством этого служит, в частности, упразднение служб грозозащиты и перенапряжений в ряде энергосистем СССР. Вопросы защиты от перенапряжений сетей средних классов напряжения недостаточно освещаются в научной печати. Этим важным проблемам и посвятил свое очередное заседание Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики».

Обсуждались доклады и сообщения по четырем основным направлениям.

**Перенапряжения и защита от них в распределительных сетях.** По этой теме доклады и сообщения сделали представители КПТИ (В. Г. Гольдштейн, В. А. Стеблев и др.), ЛПИ (М. В. Костенко и его сотрудники), ВНИИЭ (С. М. Попов), Ивановского энергетического института (Е. П. Милосердов, В. В. Пучковский), АзНИИЭ (Г. А. Миронов), Иркутского политехнического института (А. А. Гольдштейн и др.), Кольского филиала АН СССР (И. М. Зархи) и ряда энергосистем СССР (К. Д. Вольфов, А. З. Манафзаде, В. Д. Соболев, Л. Г. Маврицкий, В. Л. Толоверья, Ф. Г. Алиев, Д. И. Панасюк и др.).

В докладах отражены результаты специальных экспериментов, проведенных в распределительных сетях 6—110 кВ, которые наряду со статистическими данными эксплуатации позволили получить эмпирические зависимости для оценки и прогнозирования уровня внешней и внутренней изоляции силовых трансформаторов 6—10 кВ при воздействии волн грозовых перенапряжений. Предложена и внедрена система мероприятий по предотвращению феррорезонанса в сетях 6—10—35 кВ с малыми емкостными токами замыкания на землю путем компенсации емкостных токов до 1,5—2 А с помощью специально разработанных дугогасящих катушек, подключаемых к трехобмоточным трансформаторам собственных нужд.

При выборе изоляции 6—10 кВ показана необходимость учета не только дуговых, но и коммутационных и ферроре-

зонансных перенапряжений. Рассмотрены причины возникновения значительных внутренних перенапряжений при коммутации линий вакуумными выключателями и показана необходимость усовершенствования их конструкции.

Экспериментально определены значения кратностей внутренних перенапряжений при коммутациях силовых трансформаторов и линий с трансформаторами, позволяющие разработать меры защиты нейтрали трансформаторов. По данным опыта эксплуатации большого числа энергосистем получены усредненные параметры составляющих годовых приведенных затрат с целью оптимизации схем грозозащиты подстанций 35 и 110 кВ.

**Перенапряжения и защиты от них в сетях генераторного напряжения и собственных нужд электростанций.** Эта проблема освещена в докладах и сообщениях ЛПИ (М. В. Костенко и др.), НЭТИ (К. П. Каломская и ее сотрудники), ВНИИЭ (В. Н. Бовисов), МЭИ (В. В. Базуткин, И. Ш. Цуладзе), КПТИ (В. П. Милованов, Н. А. Полякова и др.), Куйбышевэнерго и Донбассэнерго (В. Л. Толоверья, С. И. Запорожченко, Р. Н. Гобрей и др.).

Приводятся результаты экспериментальных исследований и расчетов перенапряжений на электрооборудовании сетей генераторного напряжения и сетей собственных нужд электростанций. Показано, что при коммутациях оборудования в этих сетях в ряде случаев возникают перенапряжения, амплитуда которых превышает уровень изоляции оборудования. Кроме того, опасность для изоляции генераторного оборудования могут представлять перенапряжения, переходящие через трансформатор блока со стороны высокого напряжения (как коммутационные, так и грозовые при отсутствии на стороне высокого напряжения вентильных разрядников первой группы). Проведенные исследования позволили сформулировать требования к характеристикам защитных аппаратов.

**Об аварийности в сетях 6—10 кВ, вызываемой перенапряжениями.** Эти вопросы затронуты в докладах Союзтехэнерго (Ф. А. Лихачев), ЛПИ (И. М. Богатенков, Ф. Х. Халилов и др.), ВНИИЭ (Б. В. Кулаковский, Ю. Н. Самородов), КПТИ (Л. П. Савков и др.), ТПИ (Ф. А. Гиндуллин и А. А. Дульзон), Куйбышевэнерго, Свердловэнерго, Донбассэнерго (Л. Г. Маврицкий, В. Д. Соболев, В. Д. Катсон, К. Д. Вольфов и др.).

Отмечалась значительная аварийность электрооборудования, вызванная воздействием перенапряжений. Существующие защитные аппараты не обеспечивают необходимого ограничения этих перенапряжений. Требуется более глубоко ограничивать перенапряжения, для чего необходимы разработка и изготовление новых защитных аппаратов. В ряде сообщений приводятся результаты исследования электрических характеристик высокоомных оксидноцинковых резисторов, на базе которых могут быть созданы ограничители перенапряжений для сетей средних классов напряжения. Такие резисторы обладают высокой пропускной способностью при грозовых коммутационных импульсах. Опыт эксплуатации ограничителей в сетях высших классов напряжений, анализ перенапряжений, возникающих в сетях средних классов, и исследования характеристик резисторов показывают реальность создания таких аппаратов для сетей с изолированной нейтралью.

**Теория и методы моделирования процессов возникновения, распространения и воздействия перенапряжений.** В докладах по данному направлению, представленных ЛПИ (Б. В. Ефимов и др., Гавриков В. И. и др., В. Л. Иванов), КПТИ (В. В. Матинцев и др., А. В. Покровский), ЦНИИ СЭТ (В. А. Курилов), ИПИ (А. А. Гольдштейн и др.), обсужде-

ны вопросы разработки теоретических методов исследования и моделирования волновых процессов в средах со сложными сочетаниями проводящих и изолирующих элементов и участков при наличии разнообразных влияющих факторов и воздействий.

В частности, исследования, связанные с созданием математической модели молнии, позволили определить параметры волны тока молнии в точке контакта канала молнии и оболочки подземного кабеля. Рассмотрена также возможность применения приближенных соотношений для расчета электрического поля в земле, создаваемого вертикальным каналом молнии. Эти соотношения в сочетании с данными экспериментальных наблюдений могут быть использованы для оценки индуктированных напряжений в кабельных сетях и кабелях связи. Предложена физическая модель механизма прорыва разрядов молнии в пространство между двумя заземленными электродами, позволяющая решать прямую и обратную задачи — определять вероятность прорыва при заданном расстоянии между молниеотводами и находить предельное значение этого расстояния при заданной вероятности прорыва.

Большой интерес и широкое обсуждение вызвали методика и алгоритм учета деформации волн в каналах длинной молнии при произвольных соотношениях параметров на основе теории цифровых фильтров. Наряду с этим подробно исследованы способы расчета перенапряжений на основе волнового метода, предполагающие при практической реализации замену частотно-зависимых погонных сопротивлений проводов линии схемами с постоянными параметрами и наличие дискретно включенных динамических емкостей, учитывающих корону. Экспериментальные и теоретические исследования заземлителей позволяют уточнить их схемы замещения и конструкцию на основе этих схем. Разработаны практические рекомендации по уменьшению требований к сопротивлению и протяженности заземлителей, а также методика расчета волновых процессов в сетях и заземлителях сложной структуры.

Доклады и дискуссии по ним показали актуальность рассматриваемых проблем и возросший уровень требований к надежности защиты оборудования сетей средних классов от перенапряжений. Вместе с тем совещание отметило следующее.

В настоящее время уделяется недостаточное внимание вопросам перенапряжений и защиты от них в сетях генераторного напряжения, в сетях собственных нужд электростанций и распределительных сетях, в которых по данным опыта эксплуатации, имеет место большая аварийность, приводящая к существенным народно-хозяйственным потерям.

В распределительных сетях неудовлетворительно скоординированы характеристики защитных аппаратов с возникающими в нейтрали силовых трансформаторов 110 кВ перенапряжениями и уровнем изоляции. Вследствие этого зачастую выходят из строя вентиляльные разрядники для защиты нейтрали. Неудовлетворительно положение с компенсацией емкостных токов в сетях 6—35 кВ, что приводит к высокой аварийности при развитии замыканий на землю в многоместные повреждения в сетях. Катушки на токи свыше 10 А выпускаются в недостаточном количестве, а совершенно необходимые катушки на токи ниже 10 А в СССР не изготавливаются совсем, что приводит к массовым повреждениям трансформаторов напряжения. Существующие устройства автоматической компенсации емкостных токов недостаточны, так как не обладают быстродействием и не допускают регулирования настройки под ток.

Имеет место высокая повреждаемость трансформаторов 6—20 кВ при воздействии волн различной формы, имеющих большую крутизну. Существующие устройства не обеспечивают надежной грозозащиты продольной изоляции. Наблюдаются случаи длительных замыканий на землю на железобетонных опорах.

В сетях 6—10 кВ имеет место нарушение координации между пробивным напряжением фарфора и стекла и разрядными напряжениями по поверхности, что приводит к много-

численным повреждениям линейных изоляторов 6—10 кВ. Методы определения мест повреждения в сетях 6—35 кВ недостаточно эффективны.

Существующая аппаратура в ряде случаев не обеспечивает надежной защиты от перенапряжений (нейтрали трансформаторов, сети генераторные и собственных нужд, силовые трансформаторы 6—35 кВ). Возникает необходимость разработки и опытной эксплуатации новых более эффективных средств защиты от перенапряжений (ОПН, дугогасительные трансформаторы, быстродействующие автоматические дугогасящие катушки и др.).

В области теоретических исследований, связанных с разработкой методов математического моделирования физических процессов возникновения, распространения и воздействия перенапряжений, отмечается необходимость разработки единых требований к программной реализации названных методов для современных средств вычислительной техники. Недостаточно разработаны теория и методы расчета волновых процессов в средах со сложными сочетаниями проводящих и изолирующих элементов и участков, в том числе параметров влияющих факторов и воздействий (например, параметров тока молнии).

Заседание сочло целесообразным:

1. Одобрить инициативные работы ГИО «Союзтехэнерго», Донбассэнерго и Краснодарэнерго по разработке и внедрению малоомощных дугогасительных аппаратов для распределительных сетей 6—10 кВ с емкостными токами замыкания на землю менее 10 А. Просить Минэлектротехпром СССР организовать серийное производство дугогасительных трансформаторов и катушек с автоматами на одном из трансформаторных заводов.

2. Для определения форм и уровней перенапряжений, возникающих на электродвигателях собственных нужд и на генераторном напряжении при различных видах эксплуатационных воздействий, а также для выявления эффективности защитных мероприятий провести исследования на действующих установках вместе с численными расчетами на ЦВМ и специальными опытами.

3. Считать целесообразным для защиты от атмосферных перенапряжений продольной изоляции обмоток трансформаторов 6—10 кВ применение электростатических экранов, присоединяемых к линейному вводу.

4. Обратиться в Главтехуправление Минэнерго с просьбой составить технические требования на нелинейные ограничители перенапряжений 6—35 кВ, согласовать их с Минэлектротехпромом.

5. ЛПИ, МЭИ, СибНИИЭ, КПИ и Иркутскому политехническому институту провести работы по координации и стандартизации требований к моделям математического обеспечения для моделирования на ЭВМ третьего поколения волновых процессов распространения перенапряжения в электрических сетях.

6. Обратиться в Главтехуправление Минэнерго с просьбой восстановить частично упраздненные в некоторых энергосистемах службы грозозащиты и испытания изоляции, а также разработать и выпустить в ближайшее время руководящие указания по защите от перенапряжений распределительных сетей.

7. Обратиться в Методический Совет МВ и ССО СССР с предложением включить в типовые учебные планы курсов техники высоких напряжений разделы «Перенапряжения на изоляции электрооборудования и защита от них в сетях генераторного напряжения и собственных нужд электростанций».

8. Одобрить работы Таллинского политехнического института по координации характеристик перекрытия и пробоя стеклянных штыревых изоляторов; ЛПИ по проведению систематических исследований электрической прочности электрооборудования сетей генераторного напряжения при волнах, эквивалентных эксплуатационным воздействиям; КПИ по определению места повреждения в сетях 6—35 кВ. Считать необходимым доведение этих работ до реализации в Куйбышевэнерго и других энергосистемах.

БОГАТЕНКОВ И. М., ГОЛЬДШТЕЙН В. Г., ХАЛИЛОВ Ф. Х., кандидаты техн. наук



# Международная выставка «Электротехнология-80» — путь к совершенствованию производства

Быстрый рост советской электротехнической промышленности предопределяет прогресс ее технологического оснащения. Имея большой арсенал технологического оборудования, советские электротехники интересуются зарубежным оборудованием. Поэтому Торгово-промышленная палата СССР, по предложению Министерства электротехнической промышленности СССР, проводит в Москве с 15 по 24 октября 1980 г. специализированную выставку «Технологическое оборудование для производства электротехнических изделий» — «Электротехнология-80». Предполагается, что в этой выставке примет участие несколько сот фирм и будет проведен симпозиум.

Задачи выставки: показ новейших достижений в области создания машин, оборудования, приборов, материалов и другой продукции, отвечающей тематике выставки; обмен научно-техническим опытом; содействие представителям советских и иностранных деловых кругов в установлении контактов и расширении торговых, экономических и научно-технических связей.

По мнению советских специалистов, на выставке будет много интересного и нового. Можно надеяться, что среди экспонентов будут крупнейшие электротехнические фирмы и концерны мира.

В современном технологическом оборудовании находят отражение тенденции научно-технической революции — максимальная автоматизация, механизация и автоматизация технологических процессов с использованием роботов и АСУ для сборочных процессов сборочно-монтажных работ.

Будет предоставлено технологическое оборудование почти всех направлений электротехники.

Оборудование для производства электрических машин, трансформаторов и электрических аппаратов, в том числе:

оборудование обмоточно-изолирующее для намотки статоров, роторов и якорей электрических машин со вспенными обмотками; изолирования секций (полусекций, стержней) пазных жестких обмоток и полюсных катушек; изолирования пазов магнитопроводов; опрессовки и термообработки корпусной изоляции секций (полусекций, стержней) пазных жестких обмоток и полюсных катушек; намотки полюсных катушек электрических машин и обмоток трансформаторов; изолирования и отделки обмоток трансформаторов; намотки и изолирования катушек низковольтной аппаратуры;

оборудование формовочно-бандажирующее для формования секций (полусекций, стержней) пазных жестких обмоток электрических машин (для растяжки, гибки, рихтовки лобовых и пазных частей, опрессовки); формования и бандажирования лобовых частей обмоток статоров, роторов и якорей;

оборудование пропиточно-сушильное для пропитки и сушки обмоток статоров, роторов, якорей и полюсов электрических машин и обмоток трансформаторов; пропитки и сушки обмоток с термореактивной изоляцией; пропитки и сушки катушек электрических аппаратов;

оборудование для изготовления листов магнитопроводов, короткозамкнутых роторов, витых магнитопроводов трансформаторов, а также оборудование для сборочных работ и для регулирования контроля электрических, механических испытаний и для балансировки изделий.

Оборудование для производства источников тока, применяемое в сушке композиционных материалов, размолке и перемешивании композиционных материалов и масс, смешивании композиционных материалов, изготовлении электродов, электроугльных заготовок и изделий, термообработке, электроугльных и металлокерамических изделий, сборке источников тока, формовке источников тока, контроле и испытаниях.

Оборудование для производства кабельных изделий, применяемое при изготовлении проволоки (волочильное), наложении на кабель металлических оболочек, скрутки, бронирования, изолировании и оплетки кабельных изделий, изготовлении эмалированных проводов, наложении на кабель резиновой и пластмассовой изоляции, контроле и испытаниях, производстве оптических кабелей, в том числе для изготовления стекловолокна, скрутке и перемотке кабелей, а также оборудованию экструзионное для механической защиты стекловолокна.

Оборудование для производства конденсаторов, применяемое в намотке секций силовых конденсаторов, сборке и

опрессовке пакетов, термовакуумной опрессовке, а также для контроля и испытаний.

Оборудование для производства силовых полупроводниковых приборов, применяемое в механической обработке монокристаллов кремния, резке монокристаллов на пластины, шлифовании и полировании пластин, профилировании монокристаллов кремния, прессовании металлокерамики и металлокерамки, химической и физико-химической обработке, травлении и защите фаски, сборке выпрямительного элемента с термокомпенсатором, обработке термокомпенсаторов, механической обработке корпуса основания, контроле и испытаниях.

Оборудование для производства электрических ламп, применяемое к сборке нормально-осветительных, автомобильных и миниатюрных ламп, сборке люминесцентных ламп, изготовлению спиралей, электродов, цоколей, выдувании колб и вытягивании стеклотрубок, изготовлении керамических разрядных трубок, очистке и смешивании газов, измерений электрических, световых, цветовых параметров, контроле и изменении параметров (механических, срока службы).

Оборудование для производства светотехнических изделий, применяемое в сборке электроустановочных изделий, профилировании корпусов светильников люминесцентных ламп, обработке хрустальных элементов светотехнической аппаратуры.

Оборудование для производства электротермических установок.

Оборудование для производства печатных плат, применяемое в изготовлении фотошаблонов, получении и обработке поверхности заготовок печатных плат, нанесении фоторезиста, сеткографических, фотохимических процессах, механической обработке плат, химико-гальванических процессах, контроле и испытаниях.

Оборудование для производства электроизоляционных материалов, применяемое в пропитке и сушке наполнителей, нарезке заготовок, опрессовке собранных пакетов, намотке цилиндров, трубок и т. д., термообработке намоточных изделий, изготовлении композиционных материалов, изготовлении профилированных стеклопластиков, контроле и испытаниях.

Оборудование для производства электрокерамических изделий и материалов, применяемое в оформлении полуфабрикатов, переработке сырьевых материалов, сушке, глазурировании, обжиге, шлифовании и армировании, контроле и испытаниях.

Оборудование общепромышленное для производства электротехнических изделий, применяемое в механизации и автоматизации технологических процессов (промышленные роботы), сборочно-сварочных работах, штамповке и выдавливании, гальванических, химических и лакокрасочных покрытиях, изготовлении деталей из пластмасс, металлокерамических и изоляционных материалов, упаковке изделий, а также специальный инструмент и штамповая оснастка, оборудование литейное и для механообработки, оборудование и приспособления, применяемые при слесарно-сборочных операциях.

Оборудование и приспособления для электро- и радио-монтажных работ, применяемое при входном контроле радиокомпонентов, подготовке радиокомпонентов к установке, установке радиокомпонентов, автоматизированной пайке, монтаже накруткой, контроле собранных печатных плат и узлов.

Средства малой механизации при радиомонтажных работах, механизации для собранных плат, а также для автоматической сборки узлов и для подготовки проводов при автоматической сборке узлов по программе.

Автоматическая система управления сборочных процессов, сборочно-монтажных работ.

Автоматизированное оборудование и среды для промывки и очистки печатных плат в сборе.

Оборудование для контроля качества после промывки. Оборудование и материалы влагозащиты печатных плат и для контроля качества влагозащиты.

На выставке создается Коммерческий центр из представителей Министерства внешней торговли и соответствующих всесоюзных внешнеторговых объединений для проведения переговоров, деловых встреч, бесед и заключения торговых сделок.

Продажа экспонатов и оборудования на выставке, а также заключение торговых сделок в соответствии с действующим



# АНДРЕЙ ГЕОРГИЕВИЧ ЗАХАРИН

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения одного из ведущих советских электроэнергетиков Андрея Георгиевича Захарина.

В 1930 г. он окончил электромеханический факультет Тбилисского политехнического института. С 1927 по 1932 г. занимался проектированием и строительством электрических станций и промышленных электроустановок в Грузии и Азербайджане. В 1932 г. перешел на научную работу во Всесоюзный институт электрификации сельского хозяйства (ВИЭСХ), где успешно проводил широкие теоретические исследования по созданию научных основ распределения электрической энергии в сельских районах. Наиболее значительные из них — разработка теоретических основ проектирования и расчета систем электропередачи «два провода — земля» и трехфазно-однофазной системы распределения электроэнергии, а также исследование широкого круга вопросов, связанных с созданием системы регулирования напряжения в сельских распределительных сетях.

С 1944 г. А. Г. Захарин работает в Энергетическом институте им. Г. М. Кржижановского в должности старшего научного сотрудника, руководителя группы Отдела энергетики. В 1948 г. он успешно защитил докторскую диссертацию, посвященную созданию научных основ развития электроэнергетической базы сельских районов. Под его руководством и при непосредственном участии были разработаны методы построения рациональных схем и систем электроснабжения районов с малой плотностью нагрузки, включая вопросы выбора источников электроснабжения сельских районов и параметров распределительных сетей. По инициативе и под руководством А. Г. Захарина проводились исследования по топливно-энергетическому балансу сельских районов, в которых впервые выявлены размеры и структура потребности сельских районов в топливе и энергии.



В ЭНИН им. Г. М. Кржижановского А. Г. Захарин с 1959 по 1964 г. заведует Отделом общей энергетики, а с 1964 г. — сектором общеметодических вопросов и прогнозов в энергетике. В этот период проводятся работы по перспективам развития полной электрификации страны на 20 лет, которые послужили основой при разработке перспективного плана развития народного хозяйства в области энергетики.

А. Г. Захарин одним из первых в нашей стране возглавил научные работы по применению экономико-математических методов моделирования при решении комплексных проблем развития топливно-энергетического хозяйства и его электроэнергетической отрасли (распределительная модель для оптимизации топливно-энергетического баланса, динамические модели для оптими-

зации структуры атомных электростанций по типам реакторов, выбору единичных мощностей энергоблоков и станций и других параметров).

Им и возглавляемым им коллективом выполнены исследования по методике технико-экономических расчетов при сравнении вариантов с использованием критерия минимума приведенных затрат; проведены работы по оценке эффективности новой энергетической техники, по анализу условий и факторов, способствующих повышению эффективности МГД электростанций, по технико-экономическому обоснованию направлений развития атомной энергетики, по проблеме дальнего прогнозирования в энергетике и др.

А. Г. Захарин возглавлял межведомственные научно-исследовательские работы по заданиям ГКНТ СССР, посвященные техническому прогрессу в энергетике и перспективам развития атомной энергетики до 2000 г. Являясь одним из ближайших учеников академика Г. М. Кржижановского, он успешно развивает применительно к новому этапу электрификации страны методы комплексного общенергетического исследования, начало которым было положено в плане ГОЭЛРО. Им опубликовано свыше 100 научных работ, в том числе 4 монографии. В течение многих лет он является ответственным редактором трудов ЭНИН по общей энергетике, ведет большую работу по подготовке научных кадров. В течение 10 лет он был членом экспертной комиссии ВАК. В настоящее время является заместителем председателя общенергетического специализированного совета при Государственном научно-исследовательском энергетическом институте им. Г. М. Кржижановского.

За плодотворную научную деятельность А. Г. Захарин награжден орденами Трудового Красного Знамени, «Знак Почета» и медалями, а также почетным знаком «Отличник энергетики и электрификации».

Группа товарищей



щим в СССР законодательством осуществляется только через всесоюзные внешнеторговые объединения.

Передача проданных экспонатов со стендов в период действия выставки и розничная продажа образцов не допускаются.

Выставка рекламируется в печати, по радио, телевидению.

Пресс-центр выставки оказывает экспоненту содействие в организации пресс-конференций, встреч с представителями советской и зарубежной прессы и издает пресс-бюллетени,

в которых освещается ход подготовки и проведения выставки.

К открытию выставки издается официальный каталог.

В период работы выставки экспоненту предоставляется возможность выступить с лекциями и показать кинофильм по тематике выставки.

Участники выставки знают, что в Москве будут установлены деловые контакты, способствующие развитию производства.

Гришин В. Ф., Соколовский С. М.



## СЕРГЕЙ АНДРОННИКОВИЧ ВОЛОТКОВСКИЙ

(К 75-летию со дня рождения)

23 января с. г. исполняется 75 лет со дня рождения видного советского ученого в области электрификации и автоматизации горной промышленности, доктора технических наук, профессора кафедры электрификации горных работ и промышленных предприятий Днепропетровского горного института Сергея Андронниковича Волотковского.

После окончания в 1930 г. Днепропетровского горного института он был оставлен для научной и педагогической работы при кафедре горной электротехники. С 1930 по 1941 г. С. А. Волотковский работал в ДГИ вначале ассистентом, а затем доцентом. В 1935 г. ему были присвоены ученая степень кандидата наук и ученое звание доцента.

В годы Великой Отечественной войны С. А. Волотковский трудился в угольной промышленности Урала, в дальнейшем в течение 15 лет руководил кафедрой горной электротехники в Свердловском горном институте.

В конце 1950 г. Сергей Андронникович защитил докторскую диссертацию и вскоре получил степень доктора технических наук и звание профессора. В 1959 г. он перешел в Днепропетровский горный институт, в котором с 1959 по 1976 г. руководил кафедрой электрификации горных работ и промышленных предприятий.

За годы своей деятельности С. А. Волотковский получил 34 авторских свидетельства и опубликовал свыше 360 научных трудов, в том числе 34 учебника, учебных пособия и монографии по электроприводу, автоматике и телемеханике, рудничному транспорту, карьерным экскаваторам, электрификации и автоматизации горных работ. Ряд книг и научных статей опубликован за рубежом. На угольных шах-



тах Советского Союза получили широкое внедрение полупроводниковые автоматизированные устройства для зарядки электровозных аккумуляторных батарей, созданы и испытываются на шахтах Донбасса тиристорные преобразователи для питания бесконтактных электровозов повышенной частоты. Все это оборудование создано под руководством С. А. Волотковского, серийно выпускается нашими заводами и получило высокую оценку промышленности.

По инициативе Сергея Андронниковича в ДГИ создана отраслевая научно-исследовательская лаборатория электробезопасности на горных предприятиях, которая ведет работы по созданию средств защиты от поражения электрическим током в карьерных распределительных сетях и по внедрению прогрес-

сивных полупроводниковых схем управления на карьерных и шахтных электровозах.

А. С. Волотковский с юношеских лет принимает активное участие в общественной жизни. Комсомолец двадцатых годов, он в 1927 г. вступает в члены КПСС. В послевоенные годы неоднократно избирается в состав Жовтневого районного комитета КП Украины (г. Днепропетровск), председателем Жовтневой районной организации и членом президиума правления Днепропетровской областной организации общества «Знание». В 1967—1970 гг. он руководит областным правлением и является членом президиума республиканского правления научно-технического горного общества, с 1971 г. возглавляет Днепропетровскую областную организацию Украинского общества охраны памятников истории и культуры, является членом президиума республиканского правления этого общества.

С. А. Волотковский — ответственный редактор межведомственного научно-технического сборника «Горная электромеханика и автоматика», член редколлегии журнала «Известия вузов. Горный журнал», член научно-технических советов ряда министерств.

Коммунистическая партия и Советское государство высоко оценили научную, педагогическую и общественную деятельность С. А. Волотковского, наградив его орденами Ленина, «Знак Почета», медалями, нагрудными знаками «Шахтерская слава» (II и III степени) и «Почетный горняк». Президиум Верховного Совета СССР за выдающиеся заслуги в развитии советской науки и подготовку кадров присвоил ему почетное звание заслуженного деятеля науки и техники СССР. За заслуги перед комсомолом он награжден почетной грамотой ЦК ВЛКСМ.

Группа товарищей

## ХАСИЛ ФАЗЫЛОВИЧ ФАЗЫЛОВ

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения крупного ученого-энергетика, академика АН УзССР, заслуженного деятеля науки и техники Узбекистана, доктора технических наук, профессора Хасила Фазыловича Фазылова.

В 1934 г. Хасил Фазылович окончил Среднеазиатский индустриальный институт, еще будучи студентом которого написал популярную книгу «Начальная электротехника» на узбекском языке, переизданную в 1949 г.

В 1937 г. Х. Ф. Фазылов поступил в аспирантуру Ленинградского политехнического института, которую успешно закончил, защитив диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук.

В тяжелых условиях военного времени Х. Ф. Фазылов провел важные экспериментальные исследования по улучшению режима работы энергосистемы Узбекистана. Совместно с академи-



ком М. П. Костенко им был поднят ряд важнейших вопросов, связанных с повышением мощности генераторов Чирчикского каскада ГЭС и увеличением пропускной способности электропередачи, построенной по условиям военного времени на недостаточное напряжение.

В послевоенные годы Х. Ф. Фазылов занимается планомерным изучением и разработкой вопросов установившихся и переходных режимов электроэнергетических систем. В 1946 г. в журнале «Электричество» им была опубликована программная статья «Обобщенный метод потокораспределения мощностей в сложных цепях», вызвавшая дискуссию в центральной печати с участием ведущих электроэнергетиков страны и положившая начало исследованиям режимов сложных энергосистем на основе строгой научной теории.

В 1953 г. Х. Ф. Фазылов защитил докторскую диссертацию на тему: «Теор-

рия и методы расчета электрических систем», которая в том же году вышла отдельной монографией. В это же время им были впервые созданы алгоритмы решения задач установившихся режимов электрических систем, ставшие теперь классическими. Программы оптимизации суточных режимов, разработанные под руководством Хасила Фазыловича и внедренные в ОДУ Средней Азии, отмечены премиями Минэнерго СССР. В последние годы под руководством Х. Ф. Фазылова проводятся интенсивные исследования по актуальной проблеме применения крупных асинхронных генераторов в современных энергосистемах.

В 1956 г. Х. Ф. Фазылов избирается действительным членом АН УзССР и до

1962 г. являлся главным ученым секретарем академии, а до 1963 г. председателем Отделения технических наук. С 1958 по 1977 г. он руководит объединенным Ученым Советом технического отделения академии по присуждению ученых степеней. С 1957 по 1962 г. и с 1968 г. по настоящее время является главным редактором журнала «Известия АН УзССР. Серия технических наук».

С 1940 г. по настоящее время Х. Ф. Фазылов ведет научно-педагогическую работу в Ташкентском политехническом институте. Работая в должностях доцента, профессора, а затем заведующего кафедрой электрических систем, он разработал ряд оригинальных курсов по методам режимных рас-

четов, оптимизации режимов энергосистем, был одним из организаторов и до 1956 г. директором Энергетического института АН УзССР. Им опубликовано свыше 100 работ.

Х. Ф. Фазылов является членом Научного Совета по энергетике Госкомитета СССР по науке и технике, членом Совета Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР, членом постоянной Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ) и ее национального комитета СССР.

Х. Ф. Фазылов награжден двумя орденами «Знак Почета», Почетными грамотами Верховного Совета УзССР, дипломами и знаками отличия Минэнерго и Минвуза СССР.

Группа товарищей

## АБРАМ БОРИСОВИЧ ЧЕРНИН

4 сентября 1979 г. в возрасте 74 лет после тяжелой продолжительной болезни скончался доктор технических наук, профессор Абрам Борисович Чернин.

А. Б. Чернин начал свою инженерную деятельность в 1929 г. в тресте «Энергострой» после окончания Московского института народного хозяйства им. Плеханова и прошел путь от рядового инженера до одного из крупнейших специалистов в области релейной защиты и автоматизации энергетических систем.

В течение многих лет А. Б. Чернин возглавлял в институте «Теплоэлектропроект», а позже в институте «Энергосетьпроект» созданный им коллектив, разрабатывающий методические и типовые материалы в области релейной защиты и автоматики.

Под руководством и при непосредственном участии А. Б. Чернина был возобновлен и успешно осуществлен выпуск имеющих всеобщее значение и уникальных по своему содержанию руководящих указаний по релейной защите, выполнен ряд важных типовых и методических работ. А. Б. Черниным были проведены многочисленные ис-



следования методов вычисления электрических величин при электромагнитных переходных процессах. В последние годы под его руководством и при не-

посредственном участии были впервые в СССР разработаны руководящие указания по расчетам токов короткого замыкания для релейной защиты в сетях 110—750 кВ. До последнего дня своей жизни А. Б. Чернин продолжал работать над созданием последующих выпусков руководящих указаний.

А. Б. Чернин в течение 40 лет вел большую преподавательскую работу в Московском энергетическом институте, где подготовил много инженеров и научных работников. Перу А. Б. Чернина принадлежит более 50 печатных работ, в том числе четыре крупные монографии, получившие широкую известность в СССР и за рубежом. Заслуги А. Б. Чернина отмечены орденом Трудового Красного Знамени, медалями и почетным знаком «Отличник энергетики и электрификации СССР».

Исключительное трудолюбие и работоспособность, необычайная преданность делу и отзывчивость, широкие знания и большой опыт снискали А. Б. Чернину глубокое уважение окружающих. Светлая память о нем всегда будет жить в наших сердцах.

Группа товарищей

## СОДЕРЖАНИЕ

Ковалев Н. Н., Козаков А. К. — VI (электротехнический) отдел Русского технического общества — прообраз ИТО энергетики и электротехнической промышленности . . . . .	1	Кофман Д. Б. — Заряд емкостного накопителя постоянной мощностью . . . . .	50
Хайн М., Глазунов А. А. — О вероятностных и статистических характеристиках токов коротких замыканий в системах электроснабжения . . . . .	5	Бураев Т. К., Сланов В. М. — Индукционная зарядка жидкости в электрическом поле цилиндрического конденсатора . . . . .	53
Гуревич Э. И. — Оценка локальных повышений температуры электрической обмотки на основе метода сопротивления . . . . .	11	<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Быков Ю. М., Василенко В. С. — Исследование входного тока непосредственного преобразователя частоты методами теории случайных процессов . . . . .	17	Вершинин П. П., Бугаенко А. В., Войцех В. С. — Определение реактивной мощности синхронных машин методом планирования эксперимента . . . . .	56
Пугачев В. А. — Анализ электромагнитной связи между взаимно ортогональными контурами в нелинейной ферромагнитной среде . . . . .	24	Дулуб И. С., Островский В. А., Селивахин А. И. — Метод автоматической коррекции шунтирующего влияния нагрузки на токи короткого замыкания в сельских распределительных сетях . . . . .	58
Розенфельд А. С. — Формирование уравнений состояния цепи методом контурных токов . . . . .	29	Якобс А. И., Конобеева Т. Т. — Об учете неэквипотенциальности заземляющих устройств при расчете их электрических параметров . . . . .	61
Руденко В. С., Жуйков В. Я., Коротеев И. Е. — Расчет переходных процессов в цепях с кусочно-непрерывной воздействующей функцией . . . . .	33	Лахов А. В., Левкович М. И. — Точность индуктивного датчика угла в схеме с двойным преобразованием напряжения . . . . .	62
Павлов Н. А. — Расчет индукторов для нагрева ферромагнитных цилиндрических тел . . . . .	39	Калихман С. А. — Взаимодействие импульсного магнитного поля с «полупространством», движущимся с постоянной скоростью . . . . .	66
Цицикян Г. Н., Игнатьев В. И., Меркурьев В. Г. — Экранирующее действие оболочек токопроводов, электрически связанных с проводящим корпусом . . . . .	42	Чагров А. И. — Аналитический метод расчета характеристик электромагнитного формирователя-распределителя импульсов . . . . .	68
<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>		<b>ДИСКУССИИ</b> . . . . .	71
Ивлев А. В., Кибардин А. С., Комин А. В., Кучинский В. Г., Лобанов К. М., Морозов Ю. А. — Индуктивный накопитель с электромагнитным умножением тока . . . . .	47	<b>ХРОНИКА</b> . . . . .	73

## CONTENTS

The VI <sup>th</sup> (Electrical Engineering) Department of the Russian Technical Society—the Forerunner of the Scientific and Technical Society for Power Engineering and the Electrical Manufacturing Industry of Today— N. N. Kovalyev, A. K. Kozakov . . . . .	1	<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
On the Probabalistic and Statistical Characteristics for Short Circuit Currents in Power Supply Systems— M. Hein, A. A. Glazunov . . . . .	5	An Inductive Accumulator Having Electromagnetic Current Multiplication—A. V. Ivlev, A. S. Kibardin, A. V. Komin, V. G. Kuchinski, K. M. Lobanov, U. A. Morozov 47	
Estimating Hot Spots in an Electrical Winding By a Resistance Method—E. I. Gurevitch . . . . .	11	The Charge in a Capacitance Bank of Constant Power— D. B. Kaufman . . . . .	50
A Study of the Input Current to a Direct Frequency Converter By Means of Stochastic Process Methods— U. M. Bikov, V. S. Vasilyenko . . . . .	17	Inductance Charging of a Fluid in the Electrical Field of a Cylindrical Condenser—T. K. Burayev, V. M. Slanov 53	
Analysis of Electromagnetic Coupling Between Mutually Orthogonal Loops in a Nonlinear Ferromagnetic Medium—V. A. Pugachev . . . . .	24	<b>REPORTS</b>	
Forming the State Equations for a Circuit By the Loop Current Method—A. S. Rosenfeld . . . . .	29	Determining the KVARs of Synchronous Machines By a Planned Experiment Method—P. P. Vershinin, A. V. Bugayenko, V. S. Voitsek . . . . .	56
Calculating Transients in Circuits With a Piecewise Continuous Driving Function—V. S. Rudenko, V. J. Djuiikov, I. E. Koroteyev . . . . .	33	A Method Automatically Correcting for the Shunting Effect of the Load on the Short Circuit Current in Rural Distribution Networks—I. S. Dolub, V. A. Ostrovski, A. I. Selivakhin . . . . .	58
Calculating Inductors for Heating Ferromagnetic Cylindrical Bodies—N. A. Pavlov . . . . .	39	Accounting for Nonoquipotentiality of Grounding Devices in Calculations of Their Electrical Parameters— A. I. Jacobs, T. T. Konobeyeva . . . . .	61
The Screening Effect of Conductor Sheaths Connected Electrically to a Conducting Casing.—G. N. Tsitsikian, V. I. Ignatyev, V. G. Merkuriev . . . . .	42	The Accuracy of an Inductive Angle Measuring Element in a Double Voltage Conversion Circuit—A. V. Lakhov, M. I. Levkovitch . . . . .	62
		Interaction of a Magnetic Pulse Field With a «Half Space» Moving at Constant Velocity—S. A. Kalikhman . . . . .	66
		An Analytical Method for Calculating the Characteristics of an Electromagnetic Shaper—Pulse Distributer— A. I. Chagrov . . . . .	68
		<b>DISCUSSION</b> . . . . .	71
		<b>CHRONICLE</b> . . . . .	73

# РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.316.1.014.38.001.24

О вероятностных и статистических характеристиках токов коротких замыканий в системах электроснабжения. Хайп М., Глазун А. А. — «Электричество», 1980, № 1.  
Представлены вероятностные характеристики основных исходных условий и величин токов к. з. Определены статистические характеристики токов к. з. в сетях 380 В крупного промышленного предприятия. Составлены вероятностно-статистические модели ударного и установившегося токов к. з. и формулируются основные вопросы оптимизации их расчетных значений. Библ. 11.

УДК 621.313.045.017.71.001.5

Оценка локальных повышений температуры электрической обмотки на основе метода сопротивления. Гуревич Э. И. — «Электричество», 1980, № 1.

Исследовано влияние неравномерности распределения температуры на форму кривых зависимости средней установившейся температуры обмотки от потерь и неустановившейся температуры в переходном тепловом режиме от времени. Показана возможность практического использования свойств температурно-нагрузочных и температурно-временных зависимостей для диагностики очагов повышенного нагрева в обмотках электрических машин и аппаратов. Библ. 10.

УДК 621.314.26.001.5:519

Исследование входного тока непосредственного преобразователя частоты методами теории случайных процессов. Быков Ю. М., Василенко В. С. — «Электричество», 1980, № 1.

Анализ спектрального состава входного тока непосредственного преобразователя частоты детерминистическими методами показал, что достаточно небольшого изменения отношения частот на входе и выходе преобразователя, чтобы произошло как количественное, так и качественное изменение спектра. Так как на практике всегда наблюдаются флуктуации частот, то неизвестно, какую из возможных реализаций принимать исходной при расчете силового источника, питающего преобразователь. В статье рассмотрено решение этой задачи с помощью теории случайных процессов для систем, в которых потребители обеспечиваются напряжением стабильной частоты при переменной частоте первичного напряжения.

Для анализа энергетического спектра входных токов использована расчетная модель, в которой нагрузка представлена источником тока, а преобразователь — коммутатором, распределяющим этот ток по фазам силового источника. Библ. 4.

УДК 538.245.001.5

Анализ электромагнитной связи между взаимно ортогональными контурами в нелинейной ферромагнитной среде. Пугачев В. А. — «Электричество», 1980, № 1.

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований процессов перемагничивания ферромагнетика в двух взаимно ортогональных магнитных полях и дан анализ электромагнитной связи между намагничивающими контурами. Показано, что в любом из режимов поперечного подмагничивания ферромагнетика переменным магнитным полем происходит существенное изменение параметров магнитного поля в продольном направлении. Определены режимы перемагничивания, в которых существует процесс обмена электромагнитной энергией между намагничивающими контурами, создающими ортогональные магнитные поля. Библ. 5.

УДК 621.372.001.24

Формирование уравнений состояния цепи методом контурных токов. Розенфельд А. С. — «Электричество», 1980, № 1.

Изложены алгоритмы формирования дифференциальных уравнений состояния электрических сетей по матрицам уравнений для контурных токов (напряжений ветвей дерева).

В отличие от известных разработанных алгоритмов всегда позволяют составить систему уравнений состояния минимального порядка. Они могут применяться для анализа линейных цепей, состоящих из двухполюсников и многополюсников, и некоторых классов нелинейных цепей. Библ. 3.

УДК 621.372.001.24

Расчет переходных процессов в цепях с кусочно-непрерывной воздействующей функцией. Руденко В. С., Жуков В. Я., Коротеев И. Е. — «Электричество», 1980, № 1.

Предложены методы анализа токов и напряжений в линейных электрических цепях, основанные на выделении установившейся составляющей в комплексной области. Получены выражения, позволяющие находить установившиеся значения искомых функций в замкнутой форме одновременно для всех интервалов непрерывности воздействующей функции. Постоянная составляющая, средние, действующие значения и коэффициент гармоник определяются по изображению исследуемых функций. Применение предлагаемых методов иллюстрируется примером. Библ. 11.

УДК 621.3.044.3.001.24

Расчет индукторов для нагрева ферромагнитных цилиндрических тел. Павлов Н. А. «Электричество», 1980, № 1.

Предложен метод расчета электрических сопротивлений сплошного и полого цилиндров из ферромагнитного материала, находящихся в продольном магнитном поле. Исследовано влияние ферромагнитных свойств стали на структуру электромагнитного поля и значение сопротивлений при различной степени проявления поверхностного эффекта. Сочетание аналитического и численного методов решения позволило получить обобщенные частотные характеристики сопротивлений в удобной для практического использования форме. Библ. 4.

538.311.001.24

Экранирующее действие оболочек токопроводов, электрически связанных с проводящим корпусом. Цицикин Г. Н., Игнатьев В. И., Меркурьев В. Г. — «Электричество», 1980, № 1.

Экранирующее действие оболочек токопроводов, электрически связанных с корпусом в двух и более точках, анализируется с учетом вихревых токов и намагничивания в массивной стенке, выполняющей роль корпуса или земли. Получено выражение для количественной оценки степени ослабления квазистационарного магнитного поля и индуцированных напряжений в окружающем пространстве. Библ. 8.

УДК 538.527.001.24

Индуктивный накопитель с электромагнитным умножением тока. Ивлеев А. В., Кибардин А. С., Кокин А. В., Кучинский В. Г., Лобанов К. М., Морозов Ю. А. — «Электричество», 1980, № 1.

Приводится сравнение схемы индуктивного накопителя с электромагнитным умножением тока с индуктивным накопителем, выполненным по схеме механического умножения тока. Приводятся оптимизация геометрии и упрощенный расчет индуктивного накопителя с электромагнитным умножением тока с учетом диффузии магнитного поля в стенку экрана. Библ. 2.

УДК 537.22.001.5

Заряд емкостного накопителя постоянной мощностью. Кофман Д. Б. — «Электричество», 1980, № 1.

Определен закон регулирования напряжения и тока на входе безындуктивного зарядного контура, обеспечивающий заряд емкостного накопителя с равномерным потреблением мощности. Дано сравнение регулируемых зарядных устройств, работающих в режиме равномерного потребления мощности и в режиме максимального к. п. д. Библ. 3.

УДК 621.319.48.001.24

Индукционная зарядка жидкости в электрическом поле цилиндрического конденсатора. Бураев Т. К., Сланов В. М. — «Электричество», 1980, № 1.

Рассчитывается кинетика зарядки жидкости с учетом электропроводности и диэлектрической проницаемости в электрическом поле цилиндрического конденсатора. Установлено влияние свойств жидкости, среды и технологических параметров на процесс зарядки. Дана оценка предельных параметров электрического поля при зарядке жидкости.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Маликонянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Слежановский О. В., Сомалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (редактор отдела), А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адреса для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 14.11.79

Подписано в печать 29.12.79

T-21578

Формат 60×90/8

Печать высокая

Усл. печ. л. 10,0

Уч.-изд. л. 12,45

Тираж 7747

Заказ 351

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

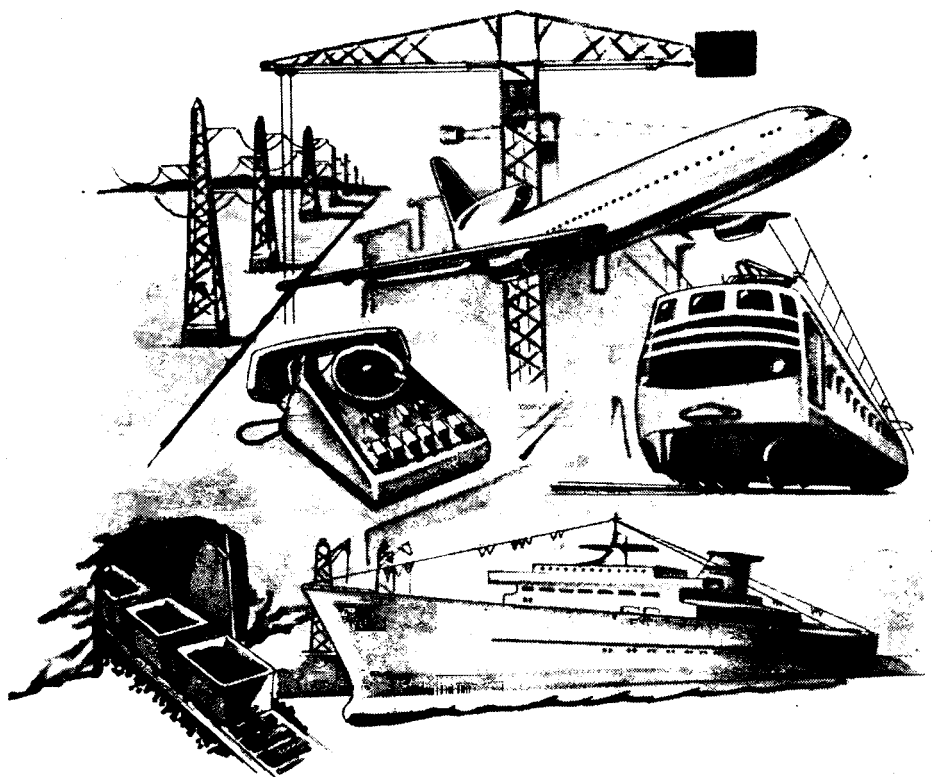
## В ПРОМЫШЛЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БЕЗОПАСНОСТЬ ЯВЛЯЕТСЯ НЕПРЕМЕННОМ УСЛОВИЕМ

Первой в Италии, начиная с 1924 г., технику безопасности ввела фирма «Элеттрокондuttore», распространив ее как на системы передачи электроэнергии, так и на все остальные виды своей производственной деятельности.

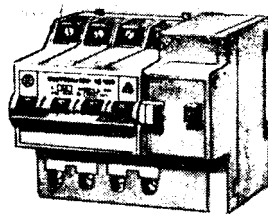
С тех пор постоянное развитие технологических процессов позволило «Элеттрокондuttore» утвердиться в качестве лидирующей марки на европейском уровне.

Сконструированные с учетом наиболее передовых достижений двух- и четырехполярные дифференциальные переключатели «Элеттростоп», обеспечивающие максимальную защиту от поражения током и возникновения пожара, а также одно-, двух-, трех- и четырехполярные термомагнитные переключатели, защищающие от перегрузок и коротких замыканий, достигли в наши дни высокой степени надежности и безопасности в работе в сочетании с их функциональным разнообразием и миниатюрностью.

Использование их крупнейшими итальянскими государственными и частными компаниями (ENEL, SNAM PROGETTI, MONTEDISON, ITALCANTIERI, FERROVIE DELLO STATO, SIP) служит подтверждением признания за ними жизненно важной роли, которую играет «Элеттрокондuttore» в совершенствовании техники безопасности в электроэнергетике, безопасности, которая служит не только защите человеческой жизни, но и расширению производства и росту его эффективности.



Безопасность — на службу  
производству.  
Elettroconduttore S. p. A.—Via  
dei Valtorta, 43/45 —  
20127 Milano (Italia)  
Telex 320486 Elcond I



Приобретение товаров у иностранных фирм осуществляется организациями и предприятиями в установленном порядке через министерства и ведомства, в ведении которых они находятся.

Запросы на проспекты и каталоги следует направлять по адресу: 103074, Москва, пл. Ногина, 2/5. Отдел промышленных каталогов Государственной публичной научно-технической библиотеки СССР.

Ссылайтесь на № 3707—9/126/335/11 В/О «Внешторгреклама»

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Электричество, 1980, № 1, 1—80