

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА  
СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

МОСКВА

8  
1979  
АВГУСТ

ЭНЕРГИЯ

УДК 621.315.1.001.24

## Определение расстояния до места короткого замыкания по двум значениям электрических величин

ЖИДКИХ Н. М., канд. техн. наук

Москва

При повреждении линий электропередачи и последующем их отключении весьма важно максимально уменьшить время аварийного простоя и тем сократить недоотпуск электроэнергии, для чего необходимо иметь возможность быстро определить место повреждения.

Разработано большое число методов определения расстояния до места короткого замыкания, основанных на различных принципах [Л. 1—3]. При этом в основном используются модули симметричных составляющих токов и напряжений нулевой последовательности. Параметры обратной последовательности используются значительно реже, что объясняется сравнительно высокой погрешностью в определении места повреждения из-за несимметрии параметров проводов ВЛ и некоторых других факторов.

Известные методы базируются на использовании четырех показаний фиксирующих приборов — двух токов и двух напряжений по концам поврежденной линии. Между тем в реальных условиях отдельные показания нередко отсутствуют, во многих случаях ВЛ 110—220 кВ не оборудованы полным комплектом фиксирующих приборов для одновременного измерения токов и напряжений с двух сторон поврежденной ВЛ.

Таким образом, актуальной является задача определения расстояния до места к. з. по двум показаниям фиксирующих приборов (токов, напряжений) в любых сочетаниях без каких-либо ограничений на топологические особенности современных электрических сетей. В такой постановке метод определения расстояния до места к. з. рассматривается в данной статье. При этом получаются наи-

более общие решения в предположении задания параметров аварийного режима (токов, напряжений) в любых участках сети на любом удалении от поврежденной линии, из которых вариант задания электрических величин по концам поврежденной линии вытекает как частный случай. Такой метод позволяет определять место повреждения на линиях, не оборудованных фиксирующими приборами, по показаниям последних на соседних линиях (при обеспечении неселективной работы фиксирующих приборов), а также в случае отказа приборов на поврежденной ВЛ.

Разработанный метод принципиально пригоден для определения расстояния до места к. з. по параметрам нулевой и обратной последовательностей, однако в оперативных расчетах при использовании обратной последовательности могут возникнуть затруднения на этапе подготовки исходных данных, поскольку не всегда имеются точные сведения о значениях нагрузок обратной последовательности в момент к. з.

**Исходные положения метода.** При определении расстояния до места к. з. только по двум показаниям фиксирующих приборов необходим учет схемы данной последовательности (нулевой или обратной) в виде эквивалентных параметров. В расчетных соотношениях используются эквивалентные параметры в виде элементов  $Z_{ij}$  матрицы узловых сопротивлений  $Z_y$ :

$$Z_{ii} = \dot{U}_i^{(j)} \Big|_{i_s=1; s \neq j} = \dot{U}_j^{(i)} \Big|_{i_s=1; s \neq i}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_i^{(j)}$  ( $\dot{U}_j^{(i)}$ ) — напряжение узла  $i$  ( $j$ ) при единичном задающем токе в узле  $j$  ( $i$ ) и отключенных

источниках тока во всех остальных узлах схемы [Л. 4]; для их определения имеются эффективные методы и программы счета на ЦВМ [Л. 4—8].

Задачу определения расстояния до места к. з. будем решать исходя из теории расчета электрических величин при к. з. в промежуточных точках линий без введения в исходной схеме узлов в точках к. з. [Л. 7 и 8]. Для общности будем рассматривать к. з. на линии  $m-p$  с ответвлениями (рис. 1), участки которой  $m-f, \dots, a-b, \dots, h-p$  имеют электромагнитную связь с произвольным числом ветвей. Напряжения обратной и нулевой последовательностей при к. з. в узле  $K$  выражаются с помощью элементов  $Z_{ik}$   $k$ -го столбца матрицы  $Z_y$  и тока  $I_k$  в месте короткого замыкания:

$$\dot{U}_i = Z_{ik}(-I_k) = \dot{U}_i^{(k)}(-I_k), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Если к. з. на относительном расстоянии  $l = L_{ak}/L_{ab}$  от узла  $a$  участка  $a-b$  ( $L_{ab}$  — длина всего участка  $a-b$ ,  $L_{ak}$  — расстояние до места к. з., рис. 1), то при равномерном распределении взаимоиндукции вдоль  $a-b$  независимо от числа взаимоиндуктирующих ветвей для элементов  $Z_{ik}$  справедливо соотношение [Л. 6—8]:

$$Z_{ik} = Z_{ia} - l(Z_{ia} - Z_{ib}), \quad i = 1, 2, \dots, n; i \neq k, \quad (3)$$

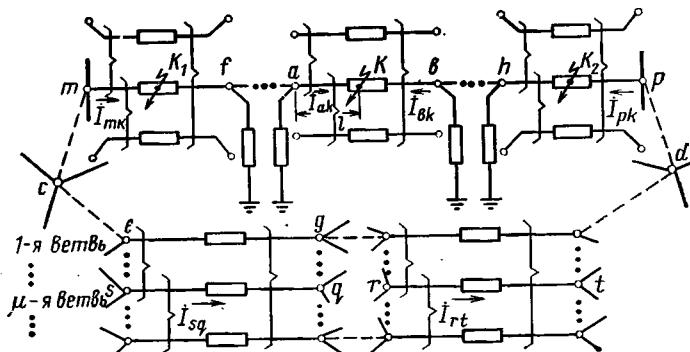
позволяющее определить узловые сопротивления, соответствующие промежуточной точке  $K$  на ветви  $a-b$ , с помощью узловых сопротивлений, соответствующих концевым точкам  $a$  и  $b$ . Из выражений (1) и (3) получим:

$$\dot{U}_i^{(k)} = \dot{U}_i^{(a)} - l(\dot{U}_i^{(a)} - \dot{U}_i^{(b)}), \quad i = 1, 2, \dots, n; i \neq k, \quad (4)$$

где  $\dot{U}_i^{(s)}$  — напряжение узла  $i$  при единичном задающем токе в узле  $s$  и отключенных источниках тока во всех остальных узлах схемы ( $s=k, a, b$ ).

Ток  $I_{sq}$  в  $\mu$ -й по счету ветви из данной группы электромагнитно связанных ветвей  $e-g, \dots, s-q, \dots$  (рис. 1) выражается с помощью  $y_{\mu i}$   $\mu$ -й строки матрицы собственных и взаимных проводимостей взаимоиндуктирующих ветвей, обратной матрице собственных и взаимных сопротивлений этих ветвей:

$$I_{sq} = y_{\mu 1}(\dot{U}_e - \dot{U}_g) + \dots + y_{\mu \mu}(\dot{U}_s - \dot{U}_q) + \dots$$



отключенных источниках тока во всех узлах схемы, кроме узла  $k$ , в котором последовательно с переходным сопротивлением подключается источник единичного тока, исключающий влияние переходного сопротивления на указанные величины.

#### Основные соотношения для определения относительного расстояния до места к. з.:

по напряжениям в двух узлах схемы ( $c$  и  $d$  на рис. 1). В рассматриваемом случае  $F=|\dot{U}_c|$  и  $H=|\dot{U}_d|$  — модули симметричных составляющих напряжений нулевой (обратной) последовательности. Подставляя в (10) вместо  $F=|\dot{U}_c|$  и  $H=|\dot{U}_d|$  значения по (2) и принимая во внимание (4), находим:

$$\alpha = \frac{|\dot{U}_c^{(k)}|}{|\dot{U}_d^{(k)}|} = \frac{|\dot{U}_c^{(a)} - l(\dot{U}_c^{(a)} - \dot{U}_c^{(b)})|}{|\dot{U}_d^{(a)} - l(\dot{U}_d^{(a)} - \dot{U}_d^{(b)})|}. \quad (11)$$

В целях получения решений при сочетаниях величин в (10) введем столбцы величин  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$ ,  $i$ -й элемент которых ( $i=1, 2, \dots, n$ ) соответствует электрической величине (напряжению, току в заданной ветви) при единичном источнике тока только в узле  $i$  и отключенных источниках во всех остальных узлах схемы. В рассматриваемом случае элементами столбцов  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$  будут напряжения в узлах  $c$  и  $d$  при единичных источниках тока последовательно в узлах  $1, 2, \dots, n$  схемы и нулевых задающих токах в остальных узлах:

$$\dot{F}_i = \dot{U}_c^{(i)} = Z_{ci}; \quad \dot{H}_i = \dot{U}_d^{(i)} = Z_{di}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

На основании равенств (1) элементы столбцов  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$  можно интерпретировать также как напряжения узлов  $1, 2, \dots, n$  при единичном задающем токе в узлах  $c$  и  $d$  соответственно.

Подставим (12) в (11):

$$\alpha = \frac{|\dot{U}_c^{(a)} - l(\dot{U}_c^{(a)} - \dot{U}_c^{(b)})|}{|\dot{U}_d^{(a)} - l(\dot{U}_d^{(a)} - \dot{U}_d^{(b)})|}. \quad (13)$$

В этом соотношении параметр  $\alpha$  вычисляется по (10) с помощью заданных модулей симметричных составляющих электрических величин  $F$  и  $H$  нулевой (обратной) последовательности;  $F_i, H_i (i=a, b)$  определяются по (12). Таким образом, выражение (13) можно рассматривать как уравнение с одним неизвестным — относительным расстоянием  $l=L_{ak}/L_{ab}$  до места к. з. (рис. 1). Возведем (13) в квадрат и воспользуемся тождеством, справедливым для произвольных комплексных чисел  $\dot{X}=x'+jx'', \dot{Y}=y'+jy''$ :

$$|\dot{X} \pm \dot{Y}|^2 = |\dot{X}|^2 + |\dot{Y}|^2 \pm 2\operatorname{Re}(\dot{X}\dot{Y}),$$

где  $\dot{X}$  — комплексно-сопряженное число. Тогда

$$\alpha^2 = \frac{(1-l)^2 |\dot{F}_a|^2 + l^2 |\dot{F}_b|^2 + 2l(1-l) \operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b)}{(1-l)^2 |\dot{H}_a|^2 + l^2 |\dot{H}_b|^2 + 2l(1-l) \operatorname{Re}(\dot{H}_a \dot{H}_b)}, \quad (14)$$

откуда получаем квадратное уравнение для определения  $l$ :

$$(1-l)^2 A + 2l(1-l) C + l^2 B = 0. \quad (15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha^2 |\dot{H}_a|^2 - |\dot{F}_a|^2; \\ B &= \alpha^2 |\dot{H}_b|^2 - |\dot{F}_b|^2; \\ C &= \alpha^2 \operatorname{Re}(\dot{H}_a \dot{H}_b) - \operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Умножим (15) на  $A$  и прибавим к обеим частям полученного равенства слагаемое  $l^2 C$ :

$$[(1-l)A + lC]^2 = l^2(C^2 - AB),$$

откуда находим

$$l = \frac{A}{A - C \pm \sqrt{C^2 - AB}}. \quad (17)$$

По условию задачи  $0 < l < 1$  ( $l=0$  и  $l=1$  при к. з. на шинах). Но, так как  $l$  может как угодно близко приближаться к концевым точкам интервала  $(0, 1)$ , то в практических расчетах, неизбежно связанных с округлениями при выполнении арифметических операций, будем допускать значения  $l=0$  и  $l=1$ . Таким образом, по (17) искомым является то значение  $l$ , которое принадлежит отрезку  $[0, 1]$ , включая  $l=0$  и  $l=1$ , получаемые при  $A=0$  и  $B=0$  соответственно. При  $A=0$  второе значение неопределенно, однако из (15) для этого случая имеем

$$l = \frac{2C}{2C - B}. \quad (18)$$

Формально оба корня квадратного уравнения могут принадлежать отрезку  $[0, 1]$ . Это значит, что при к. з. в двух точках участка  $a-b$  линии с ответвлениями (рис. 1) отношение  $F$  и  $H$  будет одним и тем же. Однако, если ни одно из значений  $l$  по (17) и (18) не удовлетворяет условию  $0 \leq l \leq 1$ , то это означает, что к. з. произошло не на участке  $a-b$  линии с ответвлениями.

В этом случае необходимо перейти к новому участку  $a-b$  и провести вычисления по (17) и (18), используя элементы столбцов  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$ , соответствующие новым значениям  $a, b$ .

Итак, для определения по (17) и (18) расстояние  $l$  до места к. з. при задании напряжений в двух произвольных точках  $c$  и  $d$  схемы требуются лишь два столбца матрицы  $\mathbf{Z}_y$  нулевой (обратной) последовательности — соответственно  $c$  и  $d$  и отношение заданных напряжений  $\alpha$ . В целях исключения возможного появления больших чисел при счете по (16) целесообразно в качестве точки  $c$ , которой соответствует столбец  $\mathbf{F}$ , брать ту, для которой заданное напряжение наименьшее, что приводит к значению  $a \leq 1$ .

По току и напряжению (ток  $I_{sq}=F$  в ветви  $s-q$ , напряжение  $U_d=H$  в узле  $d$ , рис. 1). Подставляя в (10)  $F=I_{sq}$  и  $H=U_d$  и их выражения соответственно по (5) и (2), а также учитывая при этом (7) и (4), получаем следующее уравнение для определения относительного расстояния  $l$  от узла  $a$  до места к. з. (рис. 1):

$$\alpha = \frac{|I_{sq}|}{|\dot{U}_d|} = \frac{|\dot{I}_{sq}^{(a)} - l(\dot{I}_{sq}^{(a)} - \dot{I}_{sq}^{(b)})|}{|\dot{U}_d^{(a)} - l(\dot{U}_d^{(a)} - \dot{U}_d^{(b)})|}. \quad (19)$$

Из (19) получаем (13) при

$$\dot{F}_i = \dot{I}_{sq}^{(i)}; \quad \dot{H}_i = \dot{U}_d^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, a, \dots, b, \dots, n, \quad (20)$$

решением которого является  $l$  по (17) или (18).

Если вместо произвольной ветви  $s-q$  ток задан в поврежденной линии  $m-p$ , то при к. з. на первом участке ( $m-f$  на рис. 1) вид  $F_m$  по (20) изменится, поскольку выражение для тока  $I_{mk}$  по (8) отличается от выражения для тока в неповрежденной ветви  $s-q$  [см. (7)]. В этом случае, подставляя в (19) вместо  $I_{sq}$  выражение по (8), получаем (13) при следующих обозначениях:

$$F_i = I_{mf}^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, n, i \neq m; \quad F_m = I_{mf}^{(m)} - 1. \quad (21)$$

Таким образом, при использовании тока в ветви  $s-q$  для определения расстояния до места к. з. от фиксированной точки  $a$  на участке  $a-b$  требуется вычислить по (6) значения токов в ветви  $s-q$  при  $K=a, b$ , из которых составляется столбец  $F$ , и произвести счет по (17) и (18) последовательно для каждого из участков поврежденной линии с ответвлениями. В частном случае задания тока в поврежденной ветви на первом участке  $m-f$ , примыкающем к узлу  $m$ , в полученном столбце  $F$  дополнительно корректируется по (21) один  $m$ -й элемент.

По двум токам ( $I_{sq}=F$  в ветви  $s-q$  и  $I_{rt}=H$  в ветви  $r-t$ , рис. 1). В данном случае в (10) подставим  $F=I_{sq}$  и  $H=I_{rt}$  и их выражения по (5). Учитывая при этом (7), получаем следующее уравнение для определения  $l$ :

$$\alpha = \frac{|I_{sq}^{(a)} - l(I_{sq}^{(a)} - I_{sq}^{(b)})|}{|I_{rt}^{(a)} - l(I_{rt}^{(a)} - I_{rt}^{(b)})|}.$$

Это выражение приводится к виду (13) при

$$F_i = I_{sq}^{(i)}, \quad H_i = I_{rt}^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (22)$$

Следовательно, и в рассматриваемом случае относительное расстояние  $l$  от точки  $a$  до места к. з.  $K$  определяется по (17) и (18) с использованием (16).

Таким образом, для выполнения расчета по заданным двум токам необходимо последовательно вычислить значения токов в ветвях  $s-q, r-t$  при единичных задающих токах соответственно в концевых точках  $m, p$  поврежденной линии и отпаечных узлах ( $a, b$  на рис. 1) при отключенных источниках во всех остальных узлах схемы.

Если вместо произвольной ветви  $s-q$  задан ток в ветви  $m-K_1$  поврежденной ВЛ (рис. 1), то при к. з. на первом участке  $m-f$  аналитическое выражение для  $I_{mk}$  по (8) отличается от  $I_{sq}$  по (7), а потому по аналогии с рассмотренным выше величина  $F_m$  должна быть вычислена по (21). Точно так же при задании тока в ветви  $p-K_2$  (рис. 1) вместо  $r-t$  и при к. з. на последнем участке  $h-p$  линии  $m-p$  с ответвлениями должна быть скорректирована величина  $H_p$  [см. (22)], соответствующая концевой точке  $p$ :

$$H_p = I_{rt}^{(p)} + 1.$$

**Практический способ вычисления относительных значений электрических величин.** В полученных соотношениях используются относительные значения токов и напряжений  $F_i$  и  $H_i$ , получаемые при единичном задающем токе  $I_i=1$  в узле  $i$  и отключенных источниках во всех остальных узлах схемы

( $i=0, j \neq i$ ). При этом требуется вычислить одну и ту же величину при подключении единичного источника тока поочередно в различные узлы. При использовании матрицы  $Z_y$  это достигается выбором соответствующей строки  $i$ . При выполнении вычислений по (6) для ( $i=1, 2, \dots, n$ ) получается столбец, равный линейной комбинации столбцов  $Z_e, Z_g, \dots, Z_s, Z_q, \dots$  матрицы  $Z_y$  с коэффициентами  $y_{\mu 1}, -y_{\mu 1}, \dots, y_{\mu \mu}, -y_{\mu \mu}, \dots$  соответственно.

При использовании вместо  $Z_y$  математической модели сети в форме матрицы  $G$  можно известным способом [Л. 5 и 6] определить каждый столбец  $Z_y$ , однако такой путь неэффективен из-за необходимости хранения большого объема информации. Можно показать, что линейная комбинация произвольного числа столбцов  $Z_j$  матрицы  $Z_y$  с коэффициентами  $N_j$

$$T = N_1 Z_1 + N_2 Z_2 + \dots + N_n Z_n$$

получается с помощью матрицы  $G$  преобразованием по рекуррентным соотношениям [Л. 5 и 6] столбца  $N$ , составленного из коэффициентов  $N_j$ :

$$N = [N_1 N_2 \dots N_n]_t,$$

где  $t$  — транспонирование. В [Л. 6] этот подход использован для получения отдельных элементов  $T_i$  столбца  $T$ . В частности, при реализации (6)

$$N = [0 \dots y_{\mu 1} \dots -y_{\mu 1} \dots y_{\mu \mu} \dots -y_{\mu \mu} \dots 0]_t,$$

где местоположение ненулевых элементов  $y_{\mu j}$  определяется концевыми точками взаимоиндуктирующих ветвей  $e-g, \dots, s-q, \dots$  одной группы (рис. 1).

**Особенности разработанного метода.** Проведем качественное исследование квадратного уравнения (15) и его решений по (17) и (18) с целью установления области применения метода. Прежде всего отметим, что для определения  $\alpha$  необходимо, чтобы, по крайней мере, одно из показаний фиксирующих приборов было отлично от нуля, которое и принимается в качестве  $H$ , если второе равно нулю ( $F=0$ ).

Коэффициенты  $A, B, C$  зависят от сопротивлений всех ветвей схемы данной последовательности [см. (16)] и могут принимать самые различные значения. В то же время вычисление  $l$  возможно лишь в том случае, когда знаменатель хотя бы одного из выражений (17) отличен от нуля. Одновременное обращение в нуль знаменателей в (17) имеет место только при  $A=B=C$ , что возможно лишь при  $A=0, B=0, C=0$  [см. (15)].

Покажем, что случай  $A=B=C=0$  в принципе возможен и возникает тогда, когда  $\alpha$  не зависит от  $l$ , т. е. отношение модулей симметричных составляющих заданных электрических величин остается постоянным при движении точки к. з. вдоль поврежденного участка  $a-b$  (рис. 1). Что такое положение может иметь место, следует из рассмотрения схемы рис. 2 при  $Z_0=\infty$ . Если  $F$  и  $H$  задать с одной стороны от точки к. з., например, взять  $F=|I_{om}|, H=|I_{mk}|$  или  $F=|I_{mk}|, H=|U_m|$ , то в первом случае  $\alpha=F/H=1$ , а во втором —  $\alpha=F/H=1/|Z_{m0}|$  при к. з. в любой точке  $m-p$ .

Представим следующим образом выражение (13), дающее зависимость  $\alpha$  от  $l$ :

$$\alpha = \left| \frac{\dot{F}_a}{H_a} + \frac{\dot{M}}{H_a(H_a - H_b)} + \frac{\dot{M}}{(H_a - H_b)[(1-l)H_a + lH_b]} \right|, \quad (23)$$

где

$$\dot{M} = \dot{F}_a H_b - \dot{F}_b H_a.$$

Из (23) следует, что  $\alpha$  не зависит от  $l$  при  $\dot{M}=0$ , т. е. при

$$\frac{\dot{F}_a}{H_a} = \frac{\dot{F}_b}{H_b}, \quad (24)$$

причем в этом случае  $\alpha = |\dot{F}_a| / |H_a|$ , а следовательно, и  $\alpha = |\dot{F}_b| / |H_b|$ . Подставляя эти значения  $\alpha$  в (16) и учитывая (24), получаем  $A=B=C=0$ .

Соотношение (13) не изменится, если выражение  $(1-l)\dot{F}_a + l\dot{F}_b$  заменить на комплексно-сопряженное. При этом получим, что  $\alpha$  не зависит от  $l$  также при

$$\frac{\dot{F}_a^*}{H_a} = \frac{\dot{F}_b^*}{H_b}. \quad (25)$$

Замена в (13) выражений в числителе и знаменателе на комплексно-сопряженные в других сочетаниях не приводит к условиям, независимым от полученных выше. Таким образом, равенства  $A=B=C=0$  объединяют оба условия (24) и (25), которые, вообще говоря, неэквивалентны, т. е. одно из другого в общем случае не вытекает. Можно доказать и обратное: если  $A=B=C=0$ , то параметр  $\alpha$  по (13) не зависит от местоположения точки к. з. на поврежденном участке  $a-b$ . Таким образом, одновременное обращение в нуль всех коэффициентов квадратного уравнения (15) наряду с условиями (24) и (25) является математическим выражением независимости параметра  $\alpha$  от расстояния до места к. з.

Условия (24) и (25) позволяют установить топологические особенности схемы, когда параметр  $\alpha$  не зависит от расстояния до места к. з., и тем самым отсутствует возможность определения места повреждения по двум показаниям фиксирующих приборов. Можно показать, что подобное положение возникает, если поврежденная ветвь связывает две подсхемы, образующие в совокупности исходную схему данной последовательности, при отсутствии обходных связей между ними, причем замеры электрических величин  $F$  и  $H$  фиксирующими приборами произведены в одной из подсхем (рис. 3). Для выполнения расчета в этом случае необходимо изменить исходную информацию, взяв одну из электрических величин в другой подсхеме (по другую сторону от точки к. з.).

Если обходная связь существует, но является очень слабой, то  $\alpha$ , когда  $F$  и  $H$  замерены с одной стороны от места повреждения, при движении точки к. з. вдоль линии изменяется незначительно. Следовательно, двум близким значениям  $\alpha$  при односторонних измерениях электрических величин и очень слабой обходной связи соответствуют точки к. з., отстоящие на значительном расстоянии друг от друга. Это значит, что даже при незначи-

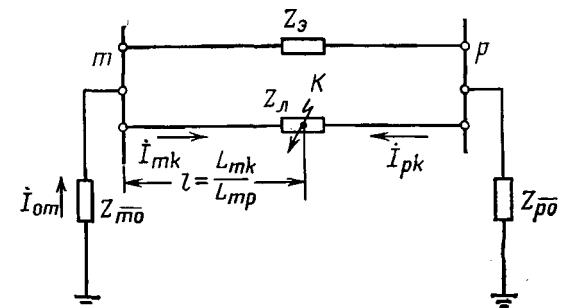


Рис. 2. Схема для иллюстрации особенностей разработанного метода.

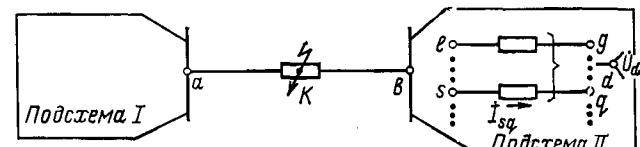


Рис. 3. Вариант задания электрических величин в схеме без обходной связи между концевыми точками поврежденной линии, когда их отношение не зависит от места к. з. на линии  $a-b$ .

тельных погрешностях в определении  $\alpha$  можно получить большое расхождение в результатах расчета относительного расстояния до места повреждения. В таблице приведены результаты расчета расстояния до места к. з. в одном из сетевых районов по току и напряжению, заданным с одной стороны от точки к. з., полученные с помощью М-222\* (рис. 2). Вычисленное по параметрам нулевой последовательности значение  $l$  отличается от точного потому, что сопротивление обходной связи  $Z_a$  более чем в 100 раз превосходит сопротивление  $Z_L$  поврежденной линии. Для обратной последовательности отношение  $|Z_a| / |Z_L|$  значительно меньше, поэтому результат расчета является точным.

Отметим, что, принимая в качестве исходных токи и напряжения (в любых сочетаниях) с разных сторон от точки к. з., относительное расстояние  $l$  по (17) вычисляется точно, независимо от соотношения между  $Z_a$  и  $Z_L$ .

\* Программа определения места повреждения на базе данного метода разработана на ЦВМ Мосэнерго инж. Григорьевой Т. Б. с участием автора.

Схема	$Z_{m\bar{0}}$	$Z_{p\bar{0}}$	$Z_s$	$Z_L$	Электрические величины при однофазном к. з. на относительном расстоянии $l=0,750$ от узла $m$ (рис. 2)		Значение $l$ вычис-ленное на ЦВМ по формуле (17)
					$I_{mk}$ кА	$U_m$ кВ	
нулевой последовательности	$j17,68$	$j1,67$	$j5546$	$j53,5$	1,1436	19,767	0,649
обратной по-следователь-ности	$j21,89$	$j1,95$	$+j154,1$	$j16,7$	0,8633	17,693	0,750

Рассмотрим другие возможные ситуации, которые могут возникать в зависимости от значений коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$ , формально исследуя квадратное уравнение (15) и его решения по (17) и (18). Отсутствие корней на отрезке  $[0, 1]$  означает, что значение  $\alpha$  по (10) не соответствует ни одной точке к. з. на рассматриваемой линии. Наличие двух корней свидетельствует о том, что  $F/H$  сохраняет постоянное значение при к. з. в двух точках данной линии. В этом случае двух электрических величин недостаточно для однозначного определения расстояния до места повреждения. Представляет интерес выяснить, когда возможны подобные ситуации, а также вероятность их появления в реальных условиях. Для этого обратимся к геометрической интерпретации корней  $l_1$  и  $l_2$  уравнения (15). В плоскости  $l$ ,  $\alpha$  равенство  $\alpha=F/H$  определяет прямую, параллельную оси  $l$  и отстоящую от начала координат на расстоянии  $F/H$ . Выражение (13), представляющее отношение модулей двух одночленов, определяет неотрицательную функцию  $\alpha(l)$  действительного аргумента  $l$ . Поведение  $\alpha(l)$  существенно зависит от соотношения между  $\dot{F}_a$ ,  $\dot{F}_b$ ,  $\dot{H}_a$ ,  $\dot{H}_b$ , определяемых по (12), (20) и (22). В частности, если параметры схемы таковы, что  $\dot{H}_b/\dot{H}_a$  — действительное число, то  $\alpha(l)$  по (13) терпит разрыв при  $l=1/\left(1-\frac{\dot{H}_b}{\dot{H}_a}\right)$ , когда знаменатель (13) обращается в нуль.

Корни  $l_1$  и  $l_2$  уравнения (15) являются абсциссами точек пересечения кривой  $\alpha(l)$  с прямой  $\alpha=F/H$ . Из геометрических соображений ясно, что если в интервале  $(0,1)$  оси  $l$  функция  $\alpha(l)$  монотонна, то с прямой  $\alpha=F/H$  она может пересекаться лишь в одной точке. Следовательно, неоднозначность в определении  $l$  может быть лишь тогда, когда в указанном интервале имеет место смена возрастания и убывания  $\alpha(l)$ , а это возможно только в случае, если  $\alpha(l)$  достигает экстремума или терпит разрыв во внутренней точке этого интервала (рис. 4). Таким образом, условия неоднозначности в определении расстояния до места к. з. могут быть получены из требования принадлежности точек экстремума или точки разрыва  $\alpha(l)$  интервалу  $(0,1)$ .

Точки экстремума являются корнями уравнений  $\alpha'(l)=0$ ,  $1/\alpha'(l)=0$  [Л. 9], где  $\alpha'(l)$  — производная

функции  $\alpha(l)$ . Дифференцируя (14) и решая уравнение  $\alpha'(l)=0$ , находим:

$$l = \frac{f_1}{f_1 + f_3 \pm \sqrt{f_3^2 + f_1 f_2}}, \quad (26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= |\dot{F}_a|^2 \operatorname{Re}(\dot{H}_a \dot{H}_b) - |\dot{H}_a|^2 \operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b); \\ f_2 &= |\dot{F}_b|^2 \operatorname{Re}(\dot{H}_a \dot{H}_b) - |\dot{H}_b|^2 \operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b); \\ f_3 &= \frac{1}{2} (|\dot{F}_b|^2 |\dot{H}_a|^2 - |\dot{F}_a|^2 |\dot{H}_b|^2). \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Корнями уравнения  $1/\alpha'(l)=0$  являются:

$$l = \frac{1}{1 - \dot{F}_b/\dot{F}_a}; \quad l = \frac{1}{1 - \dot{H}_b/\dot{H}_a}. \quad (28)$$

Значения  $l$  по (28) попадают в интервал  $(0,1)$  только в том случае, если  $\dot{F}_b/\dot{F}_a$  и  $\dot{H}_b/\dot{H}_a$  являются отрицательными действительными числами, т. е.:

$$\frac{\dot{F}_b}{\dot{F}_a} = -k^2; \quad \frac{\dot{H}_b}{\dot{H}_a} = -m^2. \quad (29)$$

Отметим, что при выполнении какого-либо из равенств (29) соответствующее значение  $l$  по (28) является частным случаем  $l$  по (26), так что особых точек функции  $\alpha(l)$  по (13) будет только две, обобщенно представляемых выражением (26). Укажем также, что  $\alpha(l)$  пересекается с прямой  $\alpha=F/H$  не более чем в двух точках (рис. 4), так как квадратное уравнение (15), полученное из (13) тождественными преобразованиями, имеет не более двух различных корней.

Условия (29), накладываемые на обобщенные параметры схемы, весьма специфичны, а их выполнение в современных электрических сетях практически невозможно. Еще более специфичны условия принадлежности  $l$  по (26) интервалу  $(0,1)$ . К этому следует добавить, что даже при выполнении условий типа (29), обеспечивающих появление одного и того же значения  $\alpha$  при к. з. в двух различных точках данной линии, неоднозначность в определении  $l$  будет не при всех значениях  $\alpha$ , а лишь в некоторой окрестности экстремальных точек. Так, на рис. 4 неоднозначность будет при  $\alpha_{\min} < \alpha \leq |\dot{F}_a|/|\dot{H}_a|$  и  $\alpha \geq |\dot{F}_b|/|\dot{H}_b|$  (нужно иметь также в виду, что  $\alpha \leq 1$ ). При  $|\dot{F}_a|/|\dot{H}_a| < \alpha < |\dot{F}_b|/|\dot{H}_b|$  расстояние до места к. з. всегда определяется однозначно.

Итак, исследование показывает, что в принципе могут быть ситуации, когда по двум значениям электрических величин расстояние до места к. з. определяется неоднозначно. Это общее положение, оно не зависит от метода расчета, а определяется исключительно некоторыми весьма специфическими соотношениями между сопротивлениями ветвей нулевой (обратной) последовательности. Их выполнение в реальных электрических сетях практически невозможно, а потому теоретически возникающая неоднозначность в определении  $l$  не приводит к ограничениям области применения разработанного метода. При этом следует также иметь в виду возможность замены взятых для расчета электрических величин на другие (в других частях схемы).

**Погрешность метода.** Практическая ценность любого численного метода в значительной мере

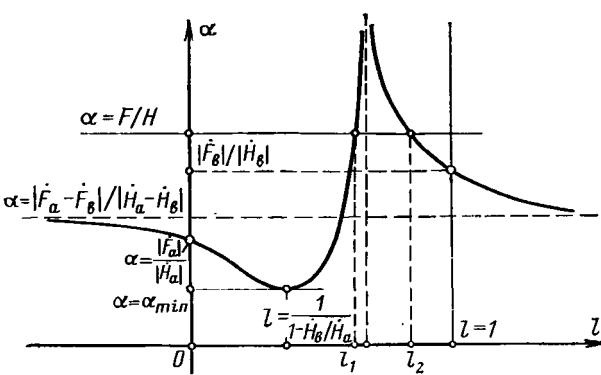


Рис. 4. График зависимости параметра  $\alpha$  от относительного расстояния  $l$  до места к. з.

определяется точностью получаемых результатов. Оценим погрешность определения расстояния до места к. з. в зависимости от погрешности в показаниях фиксирующих приборов.

Обозначим относительную погрешность величины  $a$  через  $\delta_a$ , причем

$$\delta_a = \frac{\bar{a} - a}{a},$$

где  $\bar{a}$  — точное значение приближенного числа  $a$ ,  $\bar{a} - a = \Delta a$  — абсолютная погрешность [Л. 10]. Тогда для точных значений  $\bar{F}$  и  $\bar{H}$  заданных электрических величин, фиксируемых приборами, можно написать:

$$\bar{F} = (1 + \delta_F) F; \bar{H} = (1 + \delta_H) H,$$

и точное значение коэффициента  $\alpha$  по (10):

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{F}}{\bar{H}} = \frac{1 + \delta_F}{1 + \delta_H} \alpha = (1 + \delta_a) \alpha,$$

где

$$\left. \begin{aligned} |\delta_a| &= \left| \frac{\delta_F - \delta_H}{1 + \delta_H} \right| \leq \frac{2\delta}{1 - \delta}; \\ \delta &= \max \{ |\delta_F|, |\delta_H| \}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Относительная погрешность в определении расстояния до места к. з. (рис. 1)

$$\delta_L = \frac{\bar{L}_{ak} - L_{ak}}{L_{ak}} = \frac{\bar{I}L - IL}{IL} = \frac{\Delta I}{I} = \delta_I, \quad (31)$$

где  $\Delta I$  — абсолютная погрешность относительного расстояния  $I$ . Однако на практике обычно для оценки точности вычисления абсолютную погрешность  $\Delta L = \bar{L}_{ak} - L_{ak}$  сопоставляют со всей длиной  $L$  поврежденной линии. В этом случае

$$\delta_L = \frac{\bar{I}L - IL}{L} = \Delta I. \quad (32)$$

Оценим  $\delta_L$ . При этом полученная оценка  $\Delta I$  может быть использована для определения погрешности  $\delta_L$  по (31).

Поскольку коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  [см. (16)] являются функциями параметра  $\alpha$ , то  $I$  по (17) также является функцией этого параметра, тогда по формуле Тейлора, ограничиваясь первым членом, получим

$$\Delta I = \frac{dI}{d\alpha} \Delta \alpha = \frac{dI}{d\alpha} \alpha \delta_a, \quad (33)$$

где производная  $dI/d\alpha$  берется в точке  $\xi = a + \theta \Delta a$ ,  $0 < \theta < 1$  [Л. 9].

Из (33) следует, что абсолютная погрешность может быть весьма значительной при  $dI/d\alpha \rightarrow \infty$ . Но  $dI/d\alpha = 0$  в тех точках, в которых  $d\alpha/dI = 0$ , т. е. в точках экстремума функции  $\alpha(I)$ , определяемых по (26), когда параметр  $\alpha = F/H$  принимает экстремальное значение  $\alpha_{\text{экстр}}$ . При этом прямая  $\alpha = \alpha_{\text{экстр}}$  касается кривой  $\alpha(I)$  (рис. 4). Но точка касания является в то же время точкой пересечения прямой  $\alpha = \alpha_{\text{экстр}}$  с кривой  $\alpha(I)$ ; абсцисса этой точки, как отмечалось выше, является решением квадратного уравнения (15), т. е. в рассматриваемом случае определяет искомое расстояние до места к. з. Других точек пересечения прямой  $\alpha = \alpha_{\text{экстр}}$  с  $\alpha(I)$  нет, следовательно, абсцисса точки касания является кратным корнем уравнения (15).

Это возможно только при  $C^2 - AB = 0$  [см. (17)]. Полученное условие связывает параметры схемы нулевой (обратной) последовательности [см. (16)] и экстремальное значение  $\alpha_{\text{экстр}}$ . Отметим, что такое положение возможно лишь для схем, обобщенные параметры которых по (27) удовлетворяют условиям, обеспечивающим попадание точки экстремума в интервал (0,1). Таким образом, условия неоднозначности в определении расстояния до места к. з. имеют непосредственное отношение к точности вычисления  $I$ .

Получим теперь количественную оценку погрешности, пригодную для практического использования при вычислении  $I$  по (17) на ЦВМ. При определении погрешностей функций с помощью (33) обычно предполагается, что производные можно вычислить при приближенных значениях аргументов, т. е. в точке  $\xi = a$  [Л. 10]. Принимая это допущение и дифференцируя (17), находим

$$\frac{dI}{d\alpha} = \frac{\alpha [(-C \pm \sqrt{C^2 - AB})^2 + \dot{H}_a]^2 + A^2 |\dot{H}_b|^2 + 2A (-C \pm \sqrt{C^2 - AB}) \operatorname{Re}(\dot{H}_a \dot{H}_b)}{\pm \sqrt{C^2 - AB} (A - C \pm \sqrt{C^2 - AB})}$$

или

$$\frac{dI}{d\alpha} = \frac{\alpha [(1 - I) \dot{H}_a + I \dot{H}_b]^2}{\pm \sqrt{C^2 - AB}}. \quad (34)$$

Теперь нетрудно получить оценку  $\delta_L$  по (32). Принимая во внимание (33), (34), а также (13) и (30), имеем:

$$|\delta_L| \leq 2 \frac{|(1 - I) \dot{H}_a + I \dot{H}_b|^2}{\sqrt{C^2 - AB}} \frac{\delta}{1 - \delta}. \quad (35)$$

Полученное выражение позволяет по известной максимальной погрешности  $\delta$  в показаниях фиксирующих приборов оценить точность определения расстояния до места к. з. с помощью вычисленного значения  $I$ . Оценку  $|\delta_L|$  можно сделать и независимой от  $I$ . Полагая

$$\beta = \max \{ |\dot{F}_a|^2, |\dot{F}_b|^2, |\operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b)| \}$$

и учитывая, что

$$|(1 - I) \dot{F}_a + I \dot{F}_b|^2 = (1 - I)^2 |\dot{F}_a|^2 + I^2 |\dot{F}_b|^2 + 2I(1 - I) \operatorname{Re}(\dot{F}_a \dot{F}_b) \leq \beta,$$

находим из (35):

$$|\delta_L| \leq \frac{23\delta}{(1 - \delta) \sqrt{C^2 - AB}}. \quad (36)$$

Здесь  $\beta$  — расчетная величина, зависящая от сопротивлений всех ветвей нулевой (обратной) последовательности. Полученные оценки  $|\delta_L|$  дают количественное подтверждение сделанного выше вывода о том, что при  $C^2 - AB = 0$  расстояние до места к. з. определяется с большой погрешностью даже при весьма малых погрешностях в значениях электрических величин  $F$  и  $H$ . Поскольку условие  $C^2 - AB = 0$  связывает обобщенные параметры схемы и экстремальное значение  $\alpha_{\text{экстр}}$ , то из него вытекает один практический вывод: нецелесообразно задавать для определения места повреждения электрические величины, равные нулю, так как в про-

тивном случае будем иметь  $a=0$ , что является экстремальным значением (именно минимумом неотрицательной функции  $a/l \geq 0$ ).

Выше был получен качественно вывод о том, что при малых значениях коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  (обходная связь между концевыми точками поврежденной линии слабая, а заданные электрические величины  $F$  и  $H$  замерены с одной стороны от точки к. з.) погрешность определения расстояния до места к. з. будет значительной. Теперь и этот факт получил строгое математическое обоснование в виде условия  $C^2 - AB = 0$ .

Найдем оценку (снизу) выражения  $C^2 - AB$ , обеспечивающую получение  $l$  с наперед заданной точностью  $(|\delta_l| < \epsilon)$ . Для этого достаточно потребовать, чтобы правая часть (36) не превосходила  $\epsilon$ :

$$\frac{2\delta}{(1-\delta)\sqrt{C^2 - AB}} \leq \epsilon,$$

откуда

$$C^2 - AB \geq \frac{4\delta^2 \epsilon^2}{(1-\delta)^2 \epsilon^2}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малый А. С., Шалыт Г. М., Айзенфельд А. И. Определение мест повреждения линий электропередачи по параметрам аварийного режима. — М.: Энергия, 1972.

2. Айзенфельд А. И., Шалыт Г. М. Определение мест короткого замыкания на линиях с ответвлениями. — М.: Энергия, 1977.

3. Методические указания по использованию различных способов определения мест повреждения воздушных линий электропередачи напряжением 110 кВ и выше с помощью фиксирующих приборов. Решение № Э-18/75. СПО ОРГРЭС, 1976.

4. Чернин А. Б., Лосев С. Б. Основы вычислений электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах. — М.: Энергия, 1971.

5. Жидких Н. М., Лосев С. Б. Метод расчета на ЭЦВМ токов короткого замыкания, эффективно использующий матрицу узловых проводимостей. — Электричество, 1968, № 11.

6. Жидких Н. М. Исследование и разработка методов вычислений на ЦВМ токов короткого замыкания для релейной защиты в сложных многоузловых сетях: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1975. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Моск. энергетический ин-т.

7. Крылов В. А. Разработка расчетных методов и алгоритмов определения при помощи ЦВМ токов короткого замыкания в сложных электрических сетях энергосистем. Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. Киев, 1970. В надзаг.: АН УССР, Институт электродинамики.

8. Жидких Н. М., Лосев С. Б. Алгоритм и универсальная программа для комплексного расчета на АЦВМ «Урал-2» всех видов коротких замыканий в сложных сетях. — Электричество, 1967, № 5.

9. Смирнов В. И. Курс высшей математики. — М.: Гостехиздат, 1957, т. 1.

10. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. — М.: Физматгиз, 1962, т. 1.

[31.03.78]



УДК 621.373.001.24

## Расчет спирального генератора импульсного напряжения

ЖЕЛТОВ К. А., канд. техн. наук

Москва

Спиральный генератор (СГ) импульсного напряжения является компактным устройством, позволяющим заряжать емкостную нагрузку до сотен киловольт и выше. В частности, СГ используется для зарядки формирующих линий сильноточных ускорителей электронов [Л. 2] или в рентгеновской

аппаратуре [Л. 3]. Конструктивно СГ представляет собой свернутую полосковую линию, а по существу это конденсатор с парой обкладок, закорачиваемых малоиндуктивным разрядником по входу, например, с одного края обкладок.

Электрическая схема генератора показана на рис. 1, а, где для наглядности одна из обкладок изображена сплошной, а другая пунктирной линией. Зарядное напряжение прикладывается между обкладками. Емкостная нагрузка  $C_2$  подключается между внешним и внутренним витками СГ, где после коммутации возбуждается высокое напряжение. Как следует из приведенной схемы, обкладки с разделяющей их изоляцией образуют две находящиеся одна внутри другой полосковые линии, но с несимметричным подключением к разряднику. Одна из линий, называемая согласно [Л. 1] активной, подсоединенна к разряднику  $K$  непосредственно, и вторая — пассивная — через индуктивность первого (по схеме внешнего) витка. Благодаря несимметрии схемы процессы в полосковых линиях после срабатывания разрядника протекают с различной частотой, что приводит к генерации между внешним и внутренним витками СГ выходного напряжения в виде разности двух гармонических колебаний.

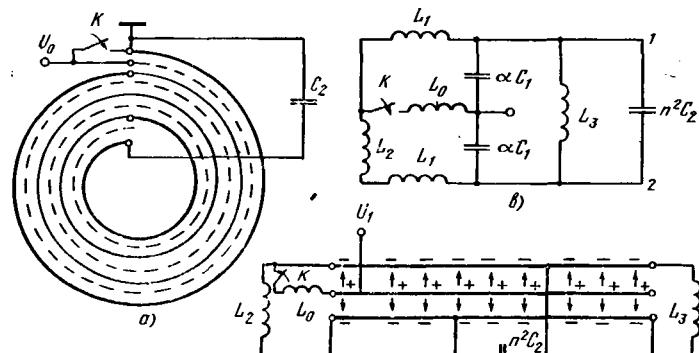


Рис. 1. Схема генератора (а); эквивалентная схема СГ в виде развертки (б); эквивалентная схема СГ с сосредоточенными параметрами (в).

Выходное напряжение возникает вследствие суммирования напряжений на каждом витке, емкости которых соединены последовательно. Причем до коммутации и в начальный момент времени разность потенциалов между крайними витками равна нулю, так как напряженности электрического поля в соседних витках равны по величине и противоположны по знаку. Определение выходного напряжения сводится к нахождению временной зависимости разности потенциалов между обкладками в каждом витке и последующему их сложению. Этой цели служат предлагаемые эквивалентные схемы (схемы замещения) СГ, первая из которых показана на рис. 1,б. Схема замещения СГ представляет собой развертку спиральной обмотки, состоящую из активной и пассивной полосковых линий с сопротивлениями на входе и выходе. Активная полосковая линия замкнута по входу ключом через индуктивность  $L_0$  разрядника, пассивная — через индуктивность  $L_2$  первого витка. На выходе обе линии шунтированы индуктивностью  $L_3$  последнего витка.

Наличие этой индуктивности оказывает существенное влияние на характер процессов, протекающих в спиральном генераторе. Ее воздействие проявляется главным образом в снижении коэффициента трансформации напряжения, причем это воздействие тем значительнее, чем больше разница в диаметрах внешнего и внутреннего витков обмотки.

Эквивалентная схема СГ в виде развертки пригодна для расчетов при условии строгого определения входного напряжения  $u_1$ , которое является функцией зарядного напряжения  $u_0$ , числа витков  $n$ , отношения внешнего  $D_1$  и внутреннего  $D_2$  диаметров обмотки и емкостной нагрузки  $C_2$ . Последняя умножается на квадрат числа витков, поскольку рассматривается по существу одновитковая схема замещения. Упрощая эквивалентную схему, заменим полосковые линии, как цепи с распределенными параметрами, колебательными контурами с емкостью  $\alpha C_1$ , где  $C_1$  — емкость активной (пассивной) линии генератора, а  $\alpha$  — коэффициент, меньший единицы, учитывающий уменьшение выходной емкости СГ за счет разницы в диаметрах крайних витков. Обоснованием перехода к схеме с сосредоточенными параметрами является идентичность процессов, протекающих в колебательном контуре при разряде емкости на индуктивность и в отрезке длинной линии, закорачиваемой с одного конца. Эквивалентная схема с сосредоточенными параметрами (см. рис. 1,в) позволяет достаточно строго определить собственные частоты выходного напряжения. Не приводя общего решения, остановимся на рассмотрении двух наиболее характерных частных случаев этой задачи, но предварительно определим параметры, входящие в схему замещения.

Емкость  $C_1$  при известной длине  $l$  и ширине  $b$  полосковой линии и изоляции толщиной  $d_1$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  определяется по известной формуле плоского конденсатора:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon l b}{d} \quad (1)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

или же по известной внешнему  $D_1$  и внутреннему  $D_2$  диаметрам обмотки числу витков  $n$ :

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon (D_1 + D_2) n}{2d_1} \quad (2)$$

Коэффициент  $\alpha$ , учитывающий отличие выходной емкости активной (или пассивной) линии от  $C_1/n^2$  при последовательном включении емкостей витков, находится из формулы последовательного соединения емкостей:

$$\frac{n^2}{\alpha C_1} = \frac{1}{C_{b1}} + \frac{1}{C_{b2}} + \dots + \frac{1}{C_{bk}} + \dots + \frac{1}{C_{bn}} = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{C_{bk}}, \quad (3)$$

где  $C_{b1}, C_{b2}, \dots, C_{bn}$  — емкости каждого из  $n$  витков полосковой линии, соединенных последовательно.

Но

$$C_{bk} = \frac{\epsilon_0 \epsilon b \pi [D_2 + 4(k-1)d_2]}{d_1}, \quad (4)$$

где  $d_2$  — толщина полосковой линии:

После несложных преобразований получаем:

$$\frac{n^2}{\alpha C_1} = \frac{d_1}{\pi \epsilon_0 \epsilon l D_2} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{1 + \frac{4(k-1)d_2}{D_2}} = \frac{d_1}{\pi \epsilon_0 \epsilon b} \frac{\ln \left( 1 + \frac{4nd_2}{D_2} \right)}{4d_2}. \quad (5)$$

Поскольку удвоенная толщина обмотки  $4nd_2 = D_1 - D_2$ , то

$$\frac{n^2}{\alpha C_1} = \frac{nd_1}{\epsilon_0 \epsilon l b} \frac{D_1 + D_2}{D_1 - D_2} \frac{\ln \frac{D_1}{D_2}}{2}, \quad (6)$$

откуда

$$\alpha = \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} \frac{2}{\ln \frac{D_1}{D_2}}. \quad (7)$$

Индуктивность  $L_1$  колебательного контура, замещающего полосковую линию, определяется из условия равенства полупериода колебаний контура удвоенной длине линии:

$$\pi \sqrt{L_1 \alpha C_1} = \frac{2l}{V}, \quad (8)$$

где  $V = C_1 / \sqrt{\epsilon_0 \epsilon}$  — скорость электромагнитной волны в полосковой линии с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

Тогда индуктивность линии с учетом (1) запишется в виде соотношения:

$$L_1 = \frac{4l^2}{\pi^2 V^2 \alpha_1 C_1} \approx 5,1 \cdot 10^{-7} \frac{l d_1}{\alpha b}. \quad (9)$$

Индуктивность  $L_2$  первого витка, так же как и последнего, определяется по формуле для индуктивности тонкого цилиндрического проводника, обтекаемого током по азимуту [Л. 4]:

$$L_2 (L_3) \approx \frac{20 D_1 (D_2)}{2b} \frac{1}{1 + \frac{D_1 (D_2)}{D_1 (D_2)}}. \quad (10)$$

Первый частный случай исполнения СГ (при  $L_3 \gg L_1$ ) характеризуется высоким к. п. д. зарядки

емкостной нагрузки и достаточно высоким коэффициентом трансформации. Соотношение  $L_3 \gg L_1$  имеет место при сравнительно малых по отношению к диаметру внутреннего витка толщинах обмотки ( $2nd_2 \ll D_2$ ). При этом индуктивность  $L_3$  практически не оказывает влияния на процесс, что позволяет исключить ее из эквивалентной схемы (см. рис. 2,а). Индуктивность  $L_0$  можно перенести в контур активной линии, поскольку вследствие  $L_2 \gg L_0$  ее влияние на контур пассивной линии ничтожно. Кроме того, емкостная нагрузка  $n^2C_2$  поровну распределяется между линиями, что следует из самого принципа работы СГ. Подключение емкостной нагрузки происходит в схеме замещения в начале процесса, что находит отражение в синхронном замыкании обоих ключей.

В преобразованной схеме замещения два контура являются независимыми, и поэтому напряжения на каждом из них описываются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} u_{2A} &= u_A \cos \omega_A t; \\ u_{2n} &= u_n \cos \omega_n t, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_A^2 &= \left[ (L_0 + L_1) \left( C_1 + \frac{1}{2} n^2 C_2 \right) \right]^{-1}; \\ \omega_n^2 &= \left[ (L_1 + L_2) \left( C_1 + \frac{1}{2} n^2 C_2 \right) \right]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Напряжение на выходе СГ при холостом ходе или на нагрузке равно разности потенциалов между точками 1 и 2 схемы, т. е. разности напряжений на емкости контуров с усредненной амплитудой колебаний:

$$u_2 = \frac{u_A + u_n}{2} (\cos \omega_n t - \cos \omega_A t). \quad (13)$$

Для определения амплитуды колебаний выходного напряжения произведем суммирование разности потенциалов на каждом витке при их последовательном соединении с учетом емкостной нагрузки. При этом следует иметь в виду, что в активной и пассивной линиях витковые напряжения существенно различны вследствие различия входных сопротивлений линий, влияющих на характер разряда. Активная линия разряжается практически на коротко, поскольку индуктивность  $L_0$  невелика, тогда как пассивная замыкается через достаточно большую индуктивность  $L_2$  первого витка. По этой причине всплески напряжения по длине активной

линии изменяют свою длительность. Так, например, на входе активной линии в предположении идеальной коммутации разность потенциалов равна нулю, поскольку замкнутым ключом закорачивается вход, на конце линии возникает знакопеременное напряжение с амплитудой  $u_0$  и периодом  $4\pi$  (рис. 2,б), а на текущем расстоянии  $l_x$  от коммутатора имеет вид чередующихся с паузами разнополярных всплесков с той же амплитудой и длительностью  $2l_x/V$  (рис. 2,в). При суммировании витковых напряжений необходимо оперировать средним напряжением  $u_x$ , имеющим одинаковую форму кривой во всех точках линии. Нетрудно показать, что среднее напряжение (пунктир на рис. 2,в) линейно нарастает от коммутатора к концу линии по закону:

$$u_x = \frac{U_0}{\tau V} l_x. \quad (14)$$

Используем это выражение для определения витковых напряжений  $u_{x1}, u_{x2}, u_{x3}, \dots, u_{xk}, \dots, u_{xn}$ , имея в виду, что для первого витка  $l_x = \pi D_1$ , для второго —  $l_x = \pi (2D_1 - 4D_2)$ , соответственно для  $k$ -го витка  $l_x = \pi \{kD_1 - 4d_2[1+2+3+\dots+(k-1)]\}$ , откуда выходное напряжение активной линии будет равно их сумме:

$$\begin{aligned} u_A &= \sum_{k=1}^{k=n} u_{xk} = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{u_0 \pi}{\tau V} \{kD_1 - 4d_2[1+2+\dots+(k-1)]\} = \\ &= \frac{u_0 \pi}{\tau V} \left[ \frac{n(n+1)}{2} (D_1 + 2d_2) - d_2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{3} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

Учитывая, что  $\tau = \frac{l}{V} = \frac{\pi (D_1 + D_2) n}{2V}$ ,  $4nd_2 = D_1 - D_2$  и  $n \gg 1$ ,

получим выражение для  $u_A$ , являющееся функцией зарядного напряжения  $u_0$ , числа витков  $n$  и отношения диаметров обмотки:

$$u_A = \frac{1}{3} n u_0 \left( 1 + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \right). \quad (16)$$

В рассматриваемом частном случае условие  $L_3 \gg L_1$ , как уже отмечалось, выполняется при достаточно малой толщине обмотки, а именно,  $2nd_2 \ll \ll D_2$ , что равносильно  $D_1 \approx D_2$ . Поэтому в режиме холостого хода

$$u_A \approx \frac{1}{2} n u_0, \quad (17)$$

а при подключении нагрузки с учетом перераспределения заряда по емкостям:

$$u_A = \frac{1}{2} n u_0 - \frac{C_1}{C_1 + \frac{1}{2} n^2 C_2}. \quad (18)$$

В пассивной линии, разряжающейся через большую индуктивность  $L_2$ , напряжение вдоль ее длины сохраняется практически таким же, что и на открытом конце, поэтому амплитуда  $u_n$  в режиме холостого хода равна  $nu_0$ , а на нагрузке

$$u_n = n u_0 C_1 / \left( C_1 + \frac{n^2}{2} C_2 \right). \quad (19)$$

Сумма  $u_A + u_n$  определяет максимальный размах колебаний выходного напряжения в спираль-

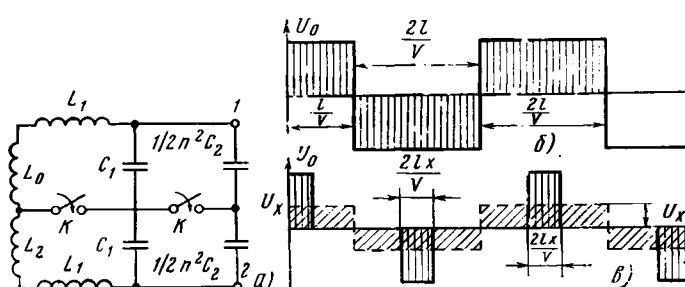


Рис. 2. Эквивалентная схема СГ при  $L_1 \ll L_3$  (а), эпюра напряжений на конце активной полосковой линии (б), то же на расстоянии  $l_x$  от коммутатора (в).

ном генераторе. Выражение этого напряжения с учетом усредненной амплитуды  $u_1 = (u_A + u_n)/2$  имеет вид:

$$u_2 \approx \frac{3}{4} n u_0 (\cos \omega_n t - \cos \omega_A t). \quad (20)$$

Анализ выражения (20) позволяет сделать следующие выводы. Наибольшее выходное напряжение, а также максимум к. п. д. СГ отвечают такому соотношению частот, при котором разность косинусов равняется двум, в частности при  $\omega_A = 2\omega_n$ . Последнее условие ввиду малости индуктивности коммутатора ( $L_0 < L_1$ ) выполняется при  $L_2 \approx 3L_1$ . Теоретический максимум выходного напряжения СГ, наблюдаемый при  $\omega_n = 2\omega_A$  во втором квазиполупериоде, составляет на холостом ходу  $u_2^{\max} = \frac{3}{2} n u_0$  против  $2 n u_0$ , указанного в [Л. 1]. Соответственно при емкостной нагрузке:

$$u_2^{\max} \approx \frac{3}{2} n u_0 C_1 / \left( C_1 + \frac{n^2}{2} C_2 \right). \quad (21)$$

Формирование выходного напряжения с более высокой амплитудой второго квазиполупериода, осуществляемое при  $\omega_A > 3\omega_n$ , не всегда желательно по соображениям электрической прочности или из-за повышенных требований к стабильности пробоя высоковольтных коммутаторов. Иногда возникает необходимость в получении выходного напряжения, у которого амплитуда в первом квазиполупериоде выше всех последующих. Это возможно при  $\omega_A < 3\omega_n$ , что равносильно условию  $L_3 > 8L_1$ , которое выполняется на СГ с достаточно малой толщиной обмотки по сравнению с диаметром внутреннего витка. При этом максимальное напряжение несколько меньше следующего из (21).

Обоснованность выбранной схемы замещения и вытекающих из нее соотношений подтверждена измерениями на образцах СГ, выполненных на одинаковых полосковых линиях, но с различным диаметром  $D_2$  внутреннего витка. Варьирование  $D_2$  позволяет в широких пределах изменять индуктивности  $L_2$  и  $L_3$  по отношению к  $L_1$ , которая во всех случаях сохранялась примерно постоянной. Основные данные полосковых линий: длина  $l = 10$  м, ширина  $b = 85$  мм, толщина линии  $d_2 = 0,5$  мм, диэлектрик — полиэтиленовая пленка. Другие параметры СГ, в том числе емкостная нагрузка и характерные периоды активного и пассивного контуров, приведены ниже, причем величины  $D_1, D_2, L_2, L_3, C_1, C_2, n$  предварительно измерены, остальные — определены расчетом:

$D_2$ , мм	$D_1$ , мм	$n$	$L_0$ , нГ	$\alpha$	$L_1$ , нГ	$L_2$ , нГ	$L_3$ , нГ	$C_1$ , нФ	$C_2$ , пкФ	$\frac{2\pi}{\omega_A} \cdot \frac{2\pi}{\omega_n}$
136	174	20	5	1	27	200	140	36	—	215 580
						90	270	730		
216	243	14	5	1	27	300	270	36	—	215 690
						160	260	830		

Регистрация выходных напряжений производилась на осциллографе с помощью резистивного делителя, не вносящего искажения в исследуемый процесс. Зарядка полосковых линий производилась постоянным напряжением с  $u_0 = 300$  В. Результаты

расчета и эксперимента представлены в виде графиков, причем рис. 3 относится к образцу СГ, где соблюдено условие  $\omega_A > 3\omega_n$  ( $D_2 = 136$  мм), а рис. 4 показывает выходное напряжение модели  $\omega_A < 3\omega_n$  ( $D_2 = 216$  мм). Сопоставление кривых свидетельствует об удовлетворительном совпадении первого и второго квазиполупериодов как при расчете, так и в эксперименте. Расчетные амплитуды превышают измеренные, что, по-видимому, объясняется пренебрежением шунтирующего воздействия индуктивности последнего витка, понижающего напряжение как на концах линий, так и по их длине.

Влияние емкостной нагрузки, проявляющееся в растягивании кривой выходного напряжения, удовлетворительно описывается приведенными выше уравнениями и подтверждается экспериментом. Так, например, снижение амплитуды хорошо согласуется с амплитудным коэффициентом  $C_1 / (C_1 + \frac{n^2}{2} C_2)$  в выражении (15), а увеличение длительности квазиполупериодов следует соотношениям (12).

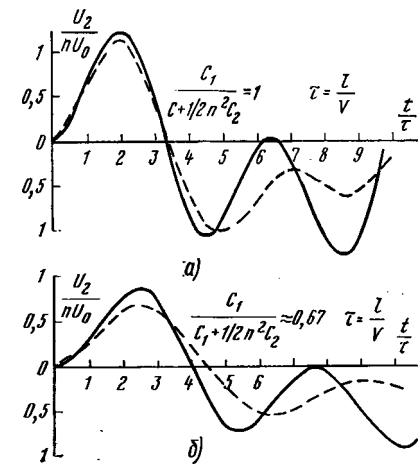


Рис. 3. Зависимость выходного напряжения СГ от времени при  $D_2 = 136$  мм в режиме холостого хода (а) и при емкостной нагрузке (б).

— расчет; — эксперимент.

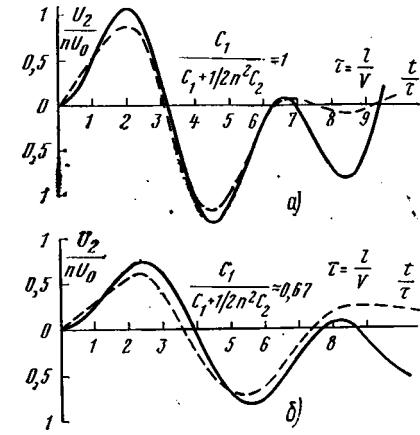


Рис. 4. Зависимость выходного напряжения СГ от времени при  $D_2 = 216$  мм в режиме холостого хода (а) и при емкостной нагрузке (б).

— расчет; — эксперимент.

Второй частный случай имеет место при  $L_3 \ll L_1$ . Характерен для СГ с весьма малым по сравнению с толщиной обмотки диаметром внутреннего витка ( $2nd_2 \gg D_2$ ), благодаря чему активная и пассивная линии соединяются по выходу практически накоротко, образуя как бы одну линию удвоенной длины. Процессы, протекающие в таком СГ, описываются более сложными эквивалентными схемами, что обусловлено двумя особенностями разряда линий. Во-первых, обе линии разряжаются накоротко на коммутатор, причем пассивная — через обкладки активной, во-вторых, пассивная линия и соединенная с нею по выходу активная сравнительно медленно разряжаются через индуктивность  $L_2$  первого витка. Сильная связь линий в этом случае и влияние  $L_2$  затрудняют точное определение витковых напряжений в СГ, поэтому мы ограничимся приближенными оценками с последующей экспериментальной проверкой.

Воспользуемся эквивалентной схемой СГ в виде развернутой полосковой линии (см. рис. 5, а). Замещение полосковых линий колебательными контурами позволяет преобразовать схему к виду (см. рис. 5, б), удобному для составления уравнений, из которых определяются характеристические частоты. Индуктивность  $L_2$  из схемы исключена, поскольку  $L_2 \gg L_1$ , но ее влияние учитывается в дальнейшем при определении витковых напряжений и их суммы.

Опуская решение системы уравнений, составленных для рассматриваемой схемы, приведем выражения для частот:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{2\lambda + 1 \pm \sqrt{1 + 4\lambda^2}}{2(L_0 + L_1) \left( \alpha C_1 + \frac{n^2}{2} C_2 \right)}; \quad \omega_{\pm}^2 = \frac{2\lambda + 1 \mp \sqrt{1 + 4\lambda^2}}{2(L_0 + L_1) \left( \alpha C_1 + \frac{n^2}{2} C_2 \right)}, \quad (22)$$

где  $\lambda = \frac{L_0 + L_1}{L_1 + L_3}$ .

Так же, как и в предыдущем случае, напряжение  $u_1$  схемы замещения определим полусуммой

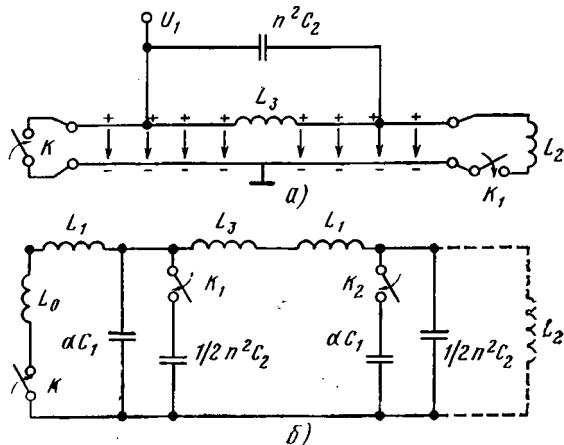


Рис. 5. Эквивалентная схема СГ в виде развертки при  $L_1 \gg L_3$  (а) и эквивалентная схема с сосредоточенными параметрами (б).

средних витковых напряжений активной и пассивной линий. Имея в виду соединение обеих линий как бы в одну двойной длины, получим по аналогии с (15) следующее значение для сумм витковых напряжений:

$$u_A = \sum_{k=1}^n u_{xk} = \sum_{k=1}^n \frac{u_0}{2V} \{ kD_1 - 4d_2 [1 + 2 + \dots + (k-1)] \} = \frac{1}{3} n u_0; \quad (23)$$

$$u_n = \sum_{k=n+1}^{2n} u_{xk} = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{u_0}{2V} \frac{(D_1 + D_2)n}{2} \{ kD_1 - 4d_2 [1 + 2 + \dots + (k-1)] \} = \frac{2}{3} n u_0.$$

На самом деле  $u_A$  и  $u_n$  будут несколько меньше вследствие разряда линий через индуктивность  $L_2$  первого витка. Оценим эту поправку. Пусть волновое сопротивление линии  $\rho$ , тогда за время пробега волны  $\tau$  напряжение снизится на  $\exp\left(-\frac{\rho}{L_2} \tau\right)$ .

Но, поскольку  $\rho = \tau/C_1$ , то

$$\exp\left(-\frac{\rho}{L_2} \tau\right) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{L_1 C_1}\right).$$

С учетом поправки, соотношений (23) и емкостной нагрузки выходное напряжение СГ можно записывать в виде следующей разности гармонических колебаний:

$$u_2 = \frac{1}{2} n u_0 \frac{\alpha C_1}{\alpha C_1 + \frac{n^2}{2} C_2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \exp\left(-\frac{\tau^2}{L_1 C_1}\right). \quad (24)$$

Отсюда следует теоретический максимум выходного напряжения, наблюдаемый во втором квазиполупериоде при  $\omega_1 = 2\omega_2$ :

$$u_1^{\max} \approx n u_0 \frac{\alpha C_1}{\alpha C_1 + \frac{n^2}{2} C_2} \exp\left(-\frac{\tau^2}{L_1 C_1}\right). \quad (25)$$

Сравнение максимумов  $u_2$  двух частных случаев [выражения (21) и (25)] свидетельствует в пользу первого. Действительно, СГ с относительно большим диаметром внутреннего витка ( $L_3 \gg L_1$ ) отличаются высоким коэффициентом трансформации, примерно равным (или больше) числу витков обмотки, а следовательно, высоким к. п. д. Напротив, на СГ с малым диаметром внутреннего витка ( $L_3 \ll L_1$ ) коэффициент трансформации существенно меньше числа витков обмотки, поэтому к. п. д. такого генератора невысок.

Экспериментальное подтверждение полученных выводов для второго частного случая проводилось на модели СГ с диаметром внутреннего витка  $D_2 = 38$  мм. Характеристики полосковой линии были теми же, что и у рассмотренной выше. Основные параметры приведены ниже, причем  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $n$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  предварительно изменены, прочие — рассчитаны:

$D_2$	$D_1$	$n$	$L_0$	$\alpha$	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$C_1$	$C_2$	$\frac{2\pi}{\omega_1}$	$\frac{2\pi}{\omega_2}$
38	118	40	5	0,89	30	100	23	38	—	115	360

Результаты расчета и эксперимента приведены на графиках (рис. 6), где наряду с режимом холостого хода СГ (верхний график) показано выходное напряжение при емкостной нагрузке (нижний график). Из рисунков следует, что расчетные и экспериментальные кривые схожи по форме в пределах первых двух квазиполупериодов. Расхождение в амплитудах не превышает 30%, что можно считать приемлемым с учетом принятых допущений.

Емкостная нагрузка приводит к снижению амплитуды и характерных частот, причем и то и другое коррелирует с членом  $\frac{n^2}{2} C_2$ , входящим в выражения (22) и (24), и тем самым подтверждает предлагаемую методику расчета спиральных генераторов.

Как уже отмечалось выше, обмотка с высоким значением индуктивности  $L_3$  последнего витка способствует увеличению коэффициента трансформации напряжения. Одним из путей повышения  $L_3$ , помимо увеличения внутреннего диаметра обмотки, является использование ферромагнитного сердечника, располагаемого непосредственно вблизи последнего витка. Наличие такого сердечника позволяет увеличить индуктивность  $L_3$  в несколько раз. В подобных конструкциях СГ полезно также применение сердечника вблизи поверхности первого витка с целью повышения его индуктивности (индуктивности  $L_2$ ), благодаря чему режим работы СГ будет ближе к рассмотренному первому частному случаю.

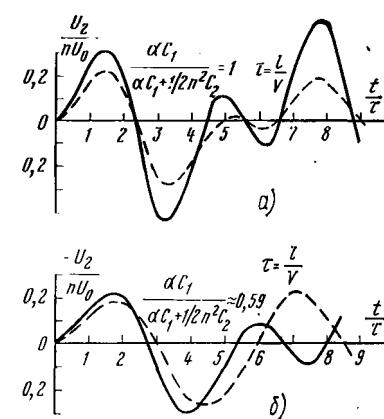


Рис. 6. Зависимость выходного напряжения СГ от времени при  $D_2=38$  мм в режиме холостого хода (а) и при емкостной нагрузке (б).

— расчет; — эксперимент.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fitch R. A., Howel V. T. S. Novel Principle of Transient High-Voltage Generation. — Proc. IEEE, 1964, vol. 3, № 4.
2. Наносекундный ускоритель электронов/ Желтов К. А., Матаков В. И., Малыгин А. В., Шалиманов В. Ф. — Приборы и техника эксперимента, 1976, № 6.
3. Пат. 3 681 604 (США). Портативный источник рентгеновского излучения.
4. Месяц Р. А., Насибов А. С., Кремнев В. В. Формирование наносекундных импульсов высокого напряжения. — М.: Энергия, 1970.

[19.03.79]

УДК 621.316.933.3

## Определение статистических характеристик токовых нагрузок и расходуемых ресурсов нелинейных ограничителей перенапряжений при коммутационных перенапряжениях

БРОНФМАН А. И., канд. техн. наук (Ленинград),  
ЛЕВИНШТЕЙН М. Л., доктор техн. наук, ЧЕРНОВА Г. В., канд. техн. наук  
(Новосибирск), ШУР С. С., доктор техн. наук (Ленинград)

Одним из способов глубокого ограничения перенапряжений является использование нелинейных ограничителей перенапряжений из активных сопротивлений на основе окиси цинка, обладающих настолько резко нелинейной вольт-амперной характеристикой, что оказывается возможным непосредственное включение их в сеть без последовательных искровых промежутков [Л. 1 и 2]. Срок службы нелинейного ограничителя перенапряжений определяется совокупностью воздействий на аппарат напряжения в нормальном эксплуатационном режиме, а также резонансных, коммутационных и атмосферных перенапряжений.

Физические процессы, происходящие в резисторах, существенно зависят от длительности воздействий. При грозовых перенапряжениях, имеющих длительность порядка  $10^{-5}$  с, повреждения резисторов, как правило, имеют характер перекрытий по

боковой поверхности или сколов; при коммутационных перенапряжениях длительностью порядка  $10^{-2}$  с процессы в активных сопротивлениях носят обычно адиабатический характер и повреждения связаны со сквозным пробоем; при резонансных перенапряжениях (длительностью порядка нескольких секунд) процессы в активных сопротивлениях определяются неустановившимся тепловым состоянием и повреждения обусловлены возможным превышением некоторой предельно допустимой температуры; наконец, в нормальном эксплуатационном режиме при длительном воздействии рабочего напряжения имеет место старение материала, выражющееся в монотонном росте тока через сопротивление.

Для каждого из указанных воздействий можно ввести понятие располагаемого ресурса, под которым будем понимать способность ограничителя

выдерживать определенное число воздействий данного вида некоторой интенсивности в определенных условиях эксплуатации. Накопленный экспериментальный материал позволяет полагать, что связи между различными типами воздействий имеют второстепенный характер. Поэтому в статье анализируется только режим коммутационных перенапряжений, который по современным представлениям играет определяющую роль при оценке срока службы ограничителей перенапряжений.

В качестве показателя надежности работы ограничителя целесообразно принять гарантированный срок его службы, понимая под ним такой срок его работы в заданных условиях эксплуатации, превышение которого обеспечивается с заранее выбранной (гарантированной) вероятностью. Определение гарантированного срока службы сводится к установлению закона распределения вероятностей расположенного ресурса ограничителя, определяемого законом распределения разрушающего тока единичных сопротивлений при некотором числе воздействий, и сравнению этого закона с законом распределения расходуемого ресурса, отвечающего тому или иному сроку работы ограничителя [Л. 3].

В настоящей статье рассматривается вопрос определения закона распределения расходуемого ресурса ограничителя при воздействии на него потока коммутационных перенапряжений. При этом согласно [Л. 2 и 4] предполагается, что ресурс, расходуемый при единичном воздействии током с амплитудой  $I$ , определяется как  $A = I^\gamma$ , где  $\gamma$  — параметр. Кроме того, предполагается, что расходуемый ресурс обладает аддитивным свойством, т. е. суммарный расходуемый ресурс при  $N$  воздействиях может быть определен как сумма ресурсов, расходуемых при каждом воздействии.

Запишем ресурс, расходуемый ограничителем за время  $t$  при осуществлении коммутации какого-либо вида:

$$A(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} A_i, \quad (1)$$

где  $A_i$  — ресурс, расходуемый во время единичной  $i$ -й коммутации рассматриваемого вида;  $N(t)$  — число коммутации за время  $t$ .

В последнем выражении величины  $A_i$  и  $N(t)$  являются случайными, причем возможные значения расходуемого во время единичной коммутации ресурса  $A_i$  зависят как от параметров сети, так и от вида и условий осуществления рассматриваемой коммутации. Если рассматривать достаточно длительный срок работы ограничителя (20—30 лет), то суммарный расходуемый ресурс  $A(t)$  согласно (1) представляется в виде суммы достаточно большого числа одинаково распределенных независимых слагаемых. Поэтому закон распределения суммарного расходуемого ресурса можно считать при таких значениях  $t$  нормальным, и для его определения достаточно располагать значениями математического ожидания  $\bar{A}(t)$  и дисперсии  $\sigma^2_{A(t)}$  этого ресурса. Так как число слагаемых в выражении (1) случайно, получим [Л. 5]:

$$\bar{A}(t) = \bar{N}(t) \bar{A}_i; \quad \sigma^2_{A(t)} = \bar{N}(t) \sigma^2_{A_i} + D[N(t)] \bar{A}^2_i, \quad (2)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

где  $A_i$  и  $\sigma_{A_i}$  — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение ресурса, расходуемого во время единичной коммутации;  $\bar{N}(t)$  и  $D[N(t)]$  — математическое ожидание и дисперсия числа коммутаций за время  $t$ .

Если принять, что поток коммутаций является простейшим с интенсивностью  $\lambda$  (коммутаций в год), то  $\bar{N}(t) = D[N(t)] = \lambda t$  и, следовательно,

$$\bar{A}(t) = \lambda t \bar{A}_i; \quad \sigma^2_{A(t)} = \lambda t (\sigma^2_{A_i} + \bar{A}^2_i). \quad (3)$$

Таким образом, задача определения закона распределения ресурса, расходуемого ограничителем за время  $t$ , при воздействии перенапряжений, обусловленных коммутацией некоторого вида, сводится к определению математического ожидания и среднего квадратического отклонения ресурса, расходуемого во время единичной коммутации. Необходимо отметить, что отличительной особенностью работы нелинейных ограничителей перенапряжений по сравнению с условиями работы традиционных разрядников является воздействие на них любых по величине перенапряжений, а не только превышающих пробивное напряжение разрядников. Это обстоятельство необходимо учитывать при определении числовых характеристик закона распределения ресурса, расходуемого во время единичной коммутации.

При определении этих характеристик можно, вообще говоря, идти двумя путями. Первый путь заключается в использовании метода статистических испытаний и в моделировании случайных условий осуществления коммутаций на ЦВМ при наличии ограничителей перенапряжений. При достаточном объеме испытаний и учете естественных демпфирующих факторов этот способ, в принципе, дает возможность получения искомых характеристик с любой заданной степенью точности. Недостатком метода статистических испытаний является необходимость проведения весьма большого числа расчетов и повторения их при изменении параметров сети или ограничителей. Второй способ основывается на использовании статистических характеристик перенапряжений, полученных при отсутствии устройства для их ограничения. Изложенная в [Л. 6] методика определения таких характеристик дает возможность их получения при практически любых параметрах сети и, что весьма существенно, с учетом демпфирующих свойств сети, поскольку основывается на данных обработки натурных экспериментов. Поэтому ниже статистические характеристики токовых нагрузок и расходуемых ресурсов ограничителей перенапряжений определяются исходя из статистических характеристик неограниченных перенапряжений. Метод статистических испытаний используется при этом как контрольный для проверки точности получаемых результатов.

При использовании данных [Л. 6] для определения математического ожидания и среднего квадратического отклонения ресурса, расходуемого в ограничителе во время той или иной коммутации, возникает трудность, связанная с тем, что в указанной методике статистические характеристики неограниченных перенапряжений даются применительно к наибольшему (так называемому определяю-

щему) максимуму перенапряжений. Числовые характеристики этого максимума находятся путем обработки серий фазных осцилограмм, в каждой из которых выбираются максимальные напряжения на фазах. В то же время, если переходный процесс при отсутствии ограничителей характеризуется на какой-либо фазе такими колебаниями напряжения, что определяющему максимуму перенапряжений на этой фазе предшествует меньший по величине максимум полуволны, достаточной, однако, для «срабатывания» ограничителя, т. е. протекания через него значительного тока, то определяющий максимум тока в ограничителе будет отвечать именно этому максимуму перенапряжений, а не определяющему, наибольшему, максимуму. Поскольку, как показывают расчеты, вероятность того, что ограничитель «срабатывает» не на определяющем максимуме перенапряжений, а на меньшем, предшествующем ему максимуме, достаточно высока и равна 0,4—0,85 в зависимости от вида коммутации и уровня ограничения, расчет числовых характеристик расходуемых ресурсов, исходя из статистики определяющих максимумов перенапряжений, должен дать завышенные значения токовых нагрузок ограничителей, а следовательно, и расходуемых ресурсов.

В связи с этим были проведены серии расчетов на ЦВМ перенапряжений в различных коммутациях при случайных условиях их осуществления и отсутствии ограничителей. В расчетных осцилограммах, отвечающих какой-либо детерминированной коммутации, в кривой напряжения на каждой фазе выделялся определяющий максимум  $U_m$ , а также предшествующий ему и последующий за ним (рис. 1, а и б). Если предшествующий максимум превышал последующий, то в качестве двух полуволн, описывающих кривую перенапряжений, выбиралась полуволна, предшествующая определяющей (с максимумом  $U_{m1}$ ), и определяющая (с максимумом  $U_{m2}=U_m$ ,  $U_{m1} < U_{m2}$ ). Если же в данной расчетной осцилограмме оказывалось, что последующий максимум превышал предшествующий, то в качестве двух полуволн выбирались определяющая полуволна (с максимумом  $U_{m1}=U_m$ ) и последующая полуволна (с максимумом  $U_{m2}$ ,  $U_{m1} > U_{m2}$ ).

Обработка выборок максимумов  $U_{m1}$  и  $U_{m2}$  показала, что они на достаточном уровне значимости (0,3—0,8 в зависимости от вида коммутации и параметров электропередачи) могут считаться распределенными по усеченному нормальному закону. Эта же обработка показала, что гипотеза о некоррелированности величин  $U_{m1}$  и  $U_{m2}$  удовлетворяется на уровне значимости порядка 0,95, а корреляционные отношения для указанных величин имеют тот же порядок, что и коэффициент корреляции (0,1—0,2). Поэтому максимумы  $U_{m1}$  и  $U_{m2}$  можно считать статистически независимыми.

Рассмотрение статистических оценок числовых характеристик этих максимумов также показало, что с достаточной точностью они могут быть связаны линейными зависимостями с соответствующими числовыми характеристиками определяющего максимума перенапряжений, коэффициенты которых зависят от вынужденной в составляющей перенапряжения длины полуволны  $\tau$ .

В конец ВЛ и практически совпадают (в области значений  $U_{\Phi} < \bar{U}_{\text{вын}} < 1,4U_{\Phi}$ ) для всех рассмотренных видов коммутаций.

Обработка полученных результатов дала следующие связи между математическими ожиданиями ( $\bar{K}_{m1}$ ,  $\bar{K}_{m2}$ ,  $\bar{K}_n$ ) и средними квадратическими отклонениями ( $\sigma_{K_{m1}}$ ,  $\sigma_{K_{m2}}$ ,  $\sigma_{K_n}$ ) коэффициентов перенапряжений, отвечающих соответственно максимумам  $U_{m1}$ ,  $U_{m2}$  и  $U_n$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{K}_{m1}}{\bar{K}_n} &= 1,33 - 0,4\bar{U}_{\text{вын}}; \quad \frac{\bar{K}_{m2}}{\bar{K}_n} = 0,43 + 0,4\bar{U}_{\text{вын}}; \\ \frac{\sigma_{K_{m1}}}{\sigma_{K_n}} &= -0,33 + 1,45\bar{U}_{\text{вын}}; \\ \frac{\sigma_{K_{m2}}}{\sigma_{K_n}} &= 2,6 - 1,08\bar{U}_{\text{вын}}. \end{aligned} \right\} (4)$$

Выражения (4) позволяют определить числовые характеристики максимумов двух полуволн колебаний, действующих на ограничитель, по известным из [Л. 6] числовым характеристикам определяющей полуволны.

Отметим, что выражения (4) отображают известное положение, заключающееся в том, что при увеличении вынужденной составляющей перенапряжений определяющий максимум перенапряжений перемещается с первого максимума колебаний на второй, что объясняется уменьшением основной частоты собственных колебаний с увеличением  $U_{\text{вын}}$ . Приведенные выражения также показывают, что с ростом  $U_{\text{вын}}$  наблюдается увеличение разброса максимумов первой полуволны колебаний и увеличение второй полуволны.

Введем далее напряжение «срабатывания» ограничителя, понимая под ним напряжение, отвечающее достаточно большому току ограничителя, такому, что появление его на неопределяющей полуволне колебаний, предшествующей определяющей полуволне, снимает эффект последней. Если воспользоваться выражением для вольт-амперной характеристики ограничителя в виде  $u_R = u_o i_R^{\alpha}$ , где  $u_o$  — уровень ограничения, равный (в относительных единицах) напряжению при токе ограничителя  $i_R=1$ , то расчеты на ЦВМ показывают, что, если ток, протекающий через ограничитель на первой, неопределяющей, полуволне колебаний, превышает  $i_R^{\alpha}=0,3$ , то во всех рассмотренных случаях последующая полуволна тока имеет максимум, существенно меньший максимума первой полуволны. Поэтому напряжение «срабатывания» ограничителя  $i_R^{\alpha}$  может быть определено как  $i_R^{\alpha} = u_o i_R^{\alpha}$ .

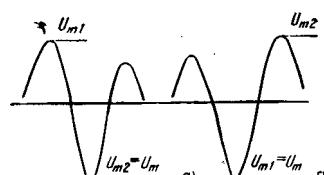


Рис. 1. Описание коммутационной волны перенапряжения длиной полуволны  $\tau$ .

Так, при уровне ограничения  $u_0 = 1,8$  и коэффициенте нелинейности  $a = 0,0485$   $u^* = 1,7U_\Phi$ .

После введения напряжения «срабатывания» закон распределения напряжения  $U$ , действующего на ограничитель во время какой-либо коммутации и определяющего максимальное значение протекающего через него тока, может быть определен из соотношений:

если  $U_{m1} > u^*$ , то  $U = U_{m1}$ ;

если  $U_{m1} < u^*$ , то  $\begin{cases} U = U_{m1} & \text{при } U_{m1} > U_{m2}, \\ U = U_{m2} & \text{при } U_{m1} < U_{m2}. \end{cases}$

Вводя гипотезы

$$H = (U_{m1} > u^*), \bar{H} = (U_{m1} < u^*),$$

$$G = (U_{m1} > U_{m2}), \bar{G} = (U_{m1} < U_{m2}),$$

можно записать:

$$(U < u) = (U < u) [H + \bar{H} (G + \bar{G})]$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(U < u) = & \mathcal{P}(H) \mathcal{P}(U < u | H) + \\ & + \mathcal{P}(\bar{H}) \mathcal{P}(G) \mathcal{P}(U < u | \bar{H}G) + \\ & + \mathcal{P}(\bar{H}) \mathcal{P}(\bar{G}) \mathcal{P}(U < u | \bar{H}\bar{G}). \end{aligned}$$

Отсюда находим:

$$F_U(u) = p_1 F_{U_{m1}}(u) + p_2 F_{U_{m2}}(u),$$

где

$$p_1 = \mathcal{P}(U_{m1} > u^*) +$$

$$+ \mathcal{P}(U_{m1} < u^*) \mathcal{P}(U_{m1} > U_{m2});$$

$$p_2 = \mathcal{P}(U_{m1} < u^*) \mathcal{P}(U_{m1} < U_{m2}) = 1 - p_1.$$

Расчеты показывают, что при определении числовых характеристик токовых нагрузок ограничителей и, в особенности, расходуемых ресурсов необходимо учитывать усеченность справа максимумов действующих перенапряжений. Неограниченным справа значениям этих максимумов, несмотря на малость вероятностей появления перенапряжений, превышающих достаточно большое значение, отвечают завышенные значения математических ожиданий и дисперсий токовых нагрузок и расходуемых ресурсов вследствие резкой зависимости тока в ограничителе от максимума неограниченных перенапряжений.

Расчеты на ЦВМ и данные натурных испытаний [Л. 7] показывают, что при коммутациях ВЛ выключателями, не дающими опасных повторных зажиганий, ни в одном случае не наблюдается значений перенапряжений, превышающих на  $(2,2-2,3)\sigma$  их математическое ожидание. Поэтому, принимая с некоторым запасом  $U_{\max} = \bar{U} + 2,5\sigma_U$ , окончательно функцию распределения действующих перенапряжений запишем в виде:

$$F_U(u) = \frac{p_1 F_{U_{m1}}(u) + p_2 F_{U_{m2}}(u)}{p_1 F_{U_{m1}}(U_{\max}) + p_2 F_{U_{m2}}(U_{\max})}, \quad u < U_{\max}. \quad (6)$$

Расчет числовых характеристик расходуемого ресурса во время единичной коммутации некоторого вида может быть осуществлен путем определения зависимости максимальных токов, протекающих через ограничитель, от максимума воздействующего напряжения с помощью известного соотношения:

$$U = U_B + Z_R i_R. \quad (7)$$

где  $U_R$  — напряжение на ограничителе при протекании через него тока  $i_R$ , определяемое вольт-амперной характеристикой  $i_R = u_R i_R^\alpha$ ;  $Z_R$  — эквивалентное волновое сопротивление ВЛ, определяемое с учетом режима работы всех фаз ВЛ.

Остановимся на определении  $Z_R$ , пренебрегая при этом влиянием реактора, который может быть подключен параллельно ограничителю (характеристики перенапряжений определяются, очевидно, с учетом этого влияния). Например, в случае успешного трехфазного АПВ при протекании через ограничитель какой-либо фазы максимального тока токи в ограничителях остальных фаз оказываются пренебрежимо малыми. Поэтому при определении максимального тока в ограничителе какой-либо фазы остальные фазы ВЛ можно считать разомкнутыми и, следовательно,  $Z_R$  определяется собственным волновым сопротивлением фазы  $z_{aa}$  и при идеально транспортированной ВЛ имеет вид:

$$Z_R = z_{aa} = \frac{1}{3} (2z + z_0), \quad (8)$$

где  $z$  и  $z_0$  — волновое сопротивление прямой и нулевой последовательностей ВЛ.

В случае успешного ОАПВ или трехфазного отключения двухполюсного на землю короткого замыкания, а также неуспешного ТАПВ при сохранившемся на ВЛ двухполюсном коротком замыкании на землю неаварийные фазы можно считать короткозамкнутыми. В этом случае  $Z_R$  определяется как собственным  $z_{aa}$ , так и взаимным волновым сопротивлением фаз  $z_{ab}$  согласно выражению:

$$Z_R = z_{aa} - \frac{2z^2_{ab}}{z_{aa} + z_{ab}} = \frac{3z z_0}{z + 2z_0}. \quad (9)$$

В случае трехфазного отключения однополюсного короткого замыкания или неуспешного ТАПВ при сохранившемся на ВЛ однополюсном коротком замыкании, принимая одну из фаз короткозамкнутой, а вторую разомкнутой, получим:

$$Z_R = z_{aa} - \frac{z^2_{ab}}{z_{aa}} = \frac{z(z + 2z_0)}{2z + z_0}. \quad (10)$$

Таким образом, расчет числовых характеристик ресурса, расходуемого во время единичной коммутации какого-либо вида, сводится к расчету функциональной зависимости максимума тока в ограничителе от максимума действующих перенапряжений  $U$  согласно выражению (7) и вычислению искомых характеристик из соотношений:

$$\bar{A}_i = \int_0^{U_{\max}} i_R^\gamma(u) dF_U(u);$$

$$\sigma^2_{A_i} = \int_0^{U_{\max}} [i_R^\gamma(u) - \bar{A}_i]^2 dF_U(u). \quad (11)$$

С целью выяснения правомочности предлагаемой методики были проведены расчеты на ЦВМ серий переходных процессов, в каждой из которых выбиралась определенная совокупность случайных факторов, определяющих осуществление данной коммутации, и различным образом моделировались

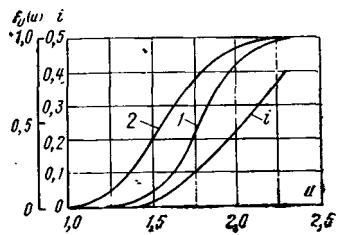
естественные демпфирующие факторы: коронирование проводов ВЛ и частотная зависимость параметров земли. В качестве иллюстрации в табл. 1 приведены значения числовых характеристик ресурса, расходуемого во время единичной коммутации незаряженной ВЛ конкретной электроподачи 500 кВ: при  $\mu_0=1,8$   $U_{\text{вын}}=1,12U_{\Phi}$ . При проведении расчетов предполагалось, что включение ВЛ осуществляется выключателем типа ВВБ, обеспечивающим равномерное распределение моментов включения. В качестве базисного тока принято  $I_0=1,5$  кА (амплитудное значение).

Из табл. 1 следует, что учет естественных демпфирующих факторов приводит к существенному (более чем на порядок) снижению оценок числовых характеристик расходуемых ресурсов и, следовательно, при расчетах на ЦВМ такой учет является обязательным. Из табл. 1 также следует, что ограничители перенапряжений, расположенные в начале ВЛ, находятся в значительно более легких условиях, чем ограничители на разомкнутом конце ВЛ. Ресурсы, расходуемые в рассматриваемой коммутации в ограничителях, расположенных в начале ВЛ, составляют менее 0,5% расходуемых ресурсов ограничителей, установленных в конце ВЛ.

Исходя из изложенного и учитывая относительно высокую стоимость сопротивлений, применяемых в ограничителях перенапряжений, представляется целесообразной схема защиты, предусматривающей использование ограничителей перенапряжений двух типов: линейного, устанавливаемого по концам ВЛ, и подстанционного, монтируемого вблизи трансформаторов и шин подстанции. Линейный ограничитель перенапряжений должен обладать пропускной способностью, достаточной для работы в режимах, когда аппарат оказывается включенным в конце ВЛ. Подстанционный ограничитель перенапряжений меньшей пропускной способности должен быть рассчитан на коммутации подстанционного оборудования, а также длиной линии в режиме, когда защитный аппарат оказывается включенным в начале ВЛ.

В табл. 2 приведены результаты аналитических расчетов числовых характеристик расходуемых ре-

Рис. 2. Функции распределения действующих ограничитель перенапряжений при использовании статистики определяющих максимумов (кривая 1) и статистики двух полуволн (кривая 2).



сурсов ограничителей, установленных в конце ВЛ, полученные исходя из статистики определяющих максимумов перенапряжений в одном случае и из статистики двух полуволн в другом.

Из табл. 2 следует, что при использовании статистики двух максимумов двух полуволн результаты аналитических расчетов и расчетов на ЦВМ оказываются достаточно близкими. Так, расхождение в математическом ожидании расходуемого ресурса составляет 3,5%, а в среднем квадратическом его отклонении — 8,7%. В то же время при использовании статистики определяющих максимумов эти расхождения составляют соответственно 68 и 127%.

Полученное различие в расчетах определяется поведением функции распределения действующих перенапряжений на «хвосте распределения». На рис. 2 приведены функции распределения определяющего максимума перенапряжений и действующего напряжения при представлении коммутационной волны в виде двух полуволн. Здесь показана зависимость максимума тока через ограничитель от максимума перенапряжений. Из кривых рис. 2 видно, что в области максимальных значений токов плотности распределения вероятностей действующих перенапряжений оказываются существенно меньше при описании коммутационной волны в виде двух полуволн, что и определяет меньшие значения числовых характеристик расходуемого ресурса по сравнению со случаем их определения, исходя из статистики определяющих максимумов.

**Выводы.** 1. Числовые характеристики расходуемых ресурсов ограничителей перенапряжений могут быть с достаточной точностью определены на основе описания коммутационной волны в виде двух полуволн, одна из которых является определяющей. В то же время использование статистики определяющих максимумов перенапряжений приводит к недопустимо большому завышению расходуемого ресурса (в 1,6—1,7 раза).

2. При определении числовых характеристик расходуемого ресурса ограничителя какой-либо фазы необходимо учитывать режим работы остальных фаз, а также усеченность справа закона распределения действующих перенапряжений.

3. При использовании ЦВМ для определения статистических характеристик расходуемых ресурсов ограничителей необходимо тщательное моделирование естественных демпфирующих факторов, в первую очередь коронирования проводов ВЛ и частотной зависимости сопротивления земли.

4. С экономической точки зрения целесообразна постановка вопроса о схеме защиты, предусматривающей использование ограничителей перенапряжений двух типов: линейного, устанавливаемого по концам ВЛ, и подстанционного, меньшей пропуск-

Таблица 1

Вариант расчета	Ограничитель в начале ВЛ		Ограничитель в конце ВЛ	
	$\bar{A}_1$	$\sigma_{A_1}$	$\bar{A}_1$	$\sigma_{A_1}$
Без учета демпфирующих факторов	$0,110 \cdot 10^{-4}$	$0,252 \cdot 10^{-4}$	$0,116 \cdot 10^{-1}$	$0,290 \cdot 10^{-1}$
С учетом коронирования проводов ВЛ	$0,331 \cdot 10^{-5}$	$0,177 \cdot 10^{-4}$	$0,212 \cdot 10^{-2}$	$0,514 \cdot 10^{-2}$
С учетом коронирования и частотных характеристик сопротивления земли	$0,283 \cdot 10^{-5}$	$0,147 \cdot 10^{-4}$	$0,856 \cdot 10^{-3}$	$0,171 \cdot 10^{-2}$

Таблица 2

Вариант расчета	$A_1$	$\sigma_{A_1}$
Использование статистики определяющих максимумов	$0,144 \cdot 10^{-2}$	$0,389 \cdot 10^{-2}$
Использование статистики максимумов двух полуволн	$0,886 \cdot 10^{-3}$	$0,186 \cdot 10^{-2}$
Расчеты на ЦВМ	$0,856 \cdot 10^{-3}$	$0,171 \cdot 10^{-2}$

ной способности, монтируемого вблизи трансформаторов и шин подстанций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сокращение размеров и стоимости распределительных устройств 110—500 кВ за счет применения нелинейных ограничителей перенапряжений/ Ласло В. Ф., Неровный М. Т., Яковлев О. И. и др.— Электрические станции, 1978, № 6.

2. Parafoudres destines a une limitation appreciable des surtensions dans les reseaux 110—500 kV/ Aleksandrov G. N., Bronfman A. J., Laslo V. F. e. a.— Coference Internationale des Grands Réseaux a Haute Tension, 1978, 33—06.

3. О надежности нелинейных ограничителей напряжения/

Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Табарданова М. П., Шур С. С.— Электричество, № 1979, № 5.

4. Бронфман А. И. Режимы работы вентильных разрядников при грозовых перенапряжениях. Л.: Энергия, 1977.

5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Физматгиз, 1965.

6. Руководящие указания по защите от внутренних и грозовых перенапряжений сетей 3—750 кВ (проект).— Труды НИИПТ, 1975, вып. 21—22. Л.: Энергия.

7. Результаты коммутационных перенапряжений в сетях с эффективно заземленной нейтралью/ Петрова Л. В., Струнина Г. Н., Артемьев Д. Е. и др.— Изв. НИИПТ, 1967, вып. 13. Л.: Энергия.

[29.05.78]



УДК 621.313.3.013.001.24

## Аналитическое решение уравнений магнитного поля в дискретных структурах явнополюсных электрических машин

ИНКИН А. И.

Новосибирский электротехнический институт

Теория электрических машин с явно выраженным полюсами предполагает обязательное решение фундаментальной задачи об исследовании магнитного поля в активном объеме машины. Комплексное решение этой задачи (моделирование полей, численные, приближенные и аналитические методы) отражено в многочисленных научных статьях, монографиях и учебной литературе. Аналитические решения задачи базируются на различных методах математической физики, преимущественно таких, как метод конформных преобразований и метод разделения переменных.

В [Л. 1] впервые методом разделения переменных решена весьма актуальная задача о распределении магнитного поля в активном объеме машины с односторонней зубчатостью при конечном произвольном значении магнитной проницаемости полюса, позволившая с высокой степенью точности исследовать электромагнитные процессы в высокопропицаемой электрической машине. Аналитическое решение этой задачи указывает на преимущество метода разделения переменных в теории высокопропицаемых явнополюсных машин. Вместе с тем применение этого метода в силу необходимости «стыковки» решений в рядах на границах раздела сред приводит к бесконечной системе алгебраических уравнений с неизвестными постоянными интегрирования. Очевидно, что для определения постоянных принципиально необходимо осуществить бесконечное количество операций. Практически же могут быть получены лишь приближенные значения постоянных при решении ограниченного числа уравнений, при этом точность расчета определяется порядком ограниченной системы.

Традиционный поиск частных решений в виде гладких собственных функций обеспечивает удовлетворительную точность расчета при весьма высоких порядках (несколько десятков) этой системы, что целиком исключает возможность качественного ана-

лиза и требует обязательного применения вычислительной техники.

В настоящей статье предлагается метод расчета безвихревого магнитного поля в дискретной структуре явнополюсной машины, использующий собственные кусочно-непрерывные функции и позволяющий существенно сократить число операций при определении постоянных интегрирования [Л. 2]. Сущность этого метода поясним на примере следующей задачи. Необходимо рассчитать распределение магнитного поля в воздушном зазоре и зубцово-пазовой зоне электрической машины рис. 1,а, если:

- при  $y=0 \varphi=0$ ;
- при  $y=h+\delta \varphi=U_0$ .

Геометрия и физические свойства сред указаны на рис. 1,а.

Предварительно исследуемый объем разделим на две области I и II, первая из которых представляет собой совокупность перемежающихся вдоль координаты  $x$  ферромагнитных ( $\mu_1$ ) зубцов и немагнитных ( $\mu_0$ ) пазов и ограничена плоскими поверхностями  $y=0$  и  $y=h$ , а вторая — немагнитный зазор с границами  $y=h$  и  $y=h+\delta$ .

Приступим далее к анализу магнитного поля в зубцово-пазовой зоне I.

Поле исследуемой зоны является безвихревым и описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \bar{B}_1 &= 0; \\ \bar{H}_1 &= -\operatorname{grad} \varphi_1; \\ \operatorname{rot} \bar{H}_1 &= 0; \\ \bar{B}_1 &= \mu(x) \bar{H}_1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

совместное решение которой приводит к уравнению для скалярного магнитного потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(x) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(x) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\mu(x)$  есть известная функция координаты  $x$ . График  $\mu(x)$  приведён на рис. 1, б.

Решение (2) будем искать, используя разделение переменных. Согласно этому методу

$$\varphi_i = \sum_n X_n(x) Y_n(y), \quad (3)$$

где функции  $X_n(x)$  и  $Y_n(y)$  удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{1}{\mu(x)} \frac{d}{dx} \left( \mu(x) \frac{dX_n}{dx} \right) = -n^2 X_n; \quad (4)$$

$$\frac{d^2 Y_n}{dy^2} = n^2 Y_n, \quad (5)$$

а  $n$  — некоторые неизвестные числа.

Решение  $X_n$  должно удовлетворять следующим требованиям.

В области паза должна соблюдаться симметрия относительно оси  $Oy$ :

$$X_n(x) = X_n(-x). \quad (6)$$

В области зубца решение  $X_n$  должно быть симметричным относительно оси зубца, определяемой уравнением  $x=t$ :

$$X_n(t-x') = X_n(x'-t). \quad (7)$$

Всюду, за исключением окрестности границы «зубец—паз», решение  $X_n$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 X_n}{dx^2} = -n^2 X_n. \quad (8)$$

При переходе через границу  $x=b$  решение  $X_n$  должно быть непрерывным:

$$X_n(b-0) = X_n(b+0) \quad (9)$$

и удовлетворять условию:

$$\mu_0 \frac{dX_n(x)}{dx} \Big|_{x=b-0} = \mu_f \frac{dX_n(x)}{dx} \Big|_{x=b+0},$$

т. е. на границе  $x=b$  должен быть либо излом функции  $X_n$ , либо ее экстремум.

В соответствии с требованиями (6) и (8) решение (4) представляется в виде:

$$X_n = \begin{cases} C_{1n} \cos nx & \text{при } 0 \leq x \leq b; \\ C_{2n} \cos n(t-x) & \text{при } b \leq x \leq t. \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 2 качественно изображено одно из решений  $X_n$ .

Согласно условию (9) из (10) может быть образована однородная относительно неизвестных  $C_{1n}$  и  $C_{2n}$  система уравнений:

$$C_{1n} \cos nb - C_{2n} \cos n(t-b) = 0; \quad (11)$$

$$C_{1n} \sin nb + C_{2n} \frac{\mu_f}{\mu_0} \sin n(t-b) = 0,$$

имеющая ненулевое решение при определенных значениях параметра  $n$ , обращающих в нуль ее главный определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos nb & -\cos n(t-b) \\ \sin nb & \frac{\mu_f}{\mu_0} \sin n(t-b) \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

К решению (12) сводится, как известно, задача Штурма—Лиувилля по отысканию чисел  $n$ , однако здесь каждое собственное число несет в себе ин-

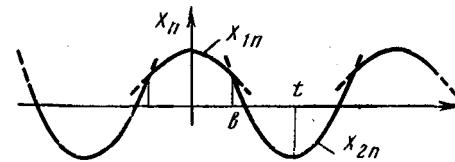


Рис. 1.

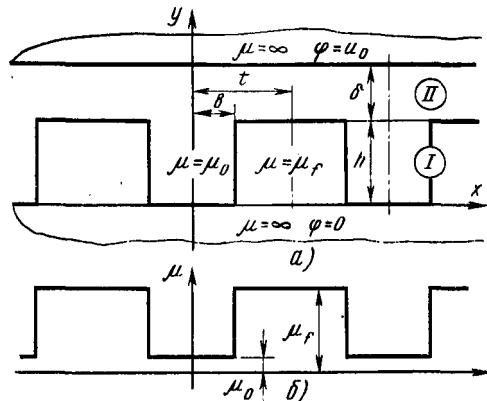


Рис. 2.

формацию одновременно о двух (зубец и паз) исследуемых областях.

Корни уравнения (12) могут быть найдены одним из известных численных методов [Л. 3]. При этом уравнение (12) удобно представить в виде:

$$\mu^* \operatorname{tg} nt(1-b^*) = -\operatorname{tg} nt b^*,$$

где  $\mu^* = \mu_f / \mu_0$ ;  $b^* = b/t$ .

Грубые значения корней  $n$  могут быть определены графически по абсциссам точек пересечения кривых, определяемых уравнениями  $f_1(n) = -\mu^* \operatorname{tg} nt(1-b^*)$  и  $f_2(n) = \operatorname{tg} nt b^*$ . Известно, что каждому корню (12) соответствует бесконечное множество решений системы (11).

С учетом этого уравнения (10) принимают вид:

$$X_n = \begin{cases} C_n \cos nx & \text{при } 0 \leq x \leq b; \\ K_n C_n \cos n(t-x) & \text{при } b \leq x \leq t. \end{cases} \quad (13)$$

С учетом граничного условия (при  $y=0 \varphi=0$ ) решением (5) является:

$$Y_n = F_n \operatorname{sh} ny.$$

Определим далее решения для  $X^{(0)}$ ,  $Y^{(0)}$ ,  $\varphi^{(0)}$ , соответствующие  $n=0$ :

$$\left. \begin{array}{l} X^{(0)} = N_0 = \text{const} \quad \text{при } 0 \leq x \leq t; \\ Y^{(0)} = F_0 y; \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$\varphi^{(0)} = F_0 N_0 y = C_1 y, \quad (15)$$

и общее решение для потенциала в зубцовом-пазовой зоне:

$$\varphi_1 = \begin{cases} \varphi_0 = C_1 y + \sum_n A_n \cos nx \operatorname{sh} ny & \text{при } 0 \leq x \leq b; \\ \varphi_3 = C_1 y + \sum_n A_n K_n \cos n(t-x) \operatorname{sh} ny & \text{при } b \leq x \leq t. \end{cases} \quad (16)$$

Из (16) найдем выражения для  $y$ -компоненты вектора магнитной индукции в зоне I:

$$B_{1y} = \begin{cases} B_{1y} = -\mu_0 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = -\mu_0 \left( C_1 + \right. \\ \left. + \sum_n A_n n \cos nx \operatorname{ch} ny \right) \text{ при } 0 \leq x \leq b; \\ B_{1y} = -\mu_f \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = -\mu_f \left[ C_1 + \right. \\ \left. + \sum_n A_n n K_n \cos n(t-x) \operatorname{ch} ny \right] \text{ при } b \leq x \leq t. \end{cases} \quad (17)$$

В области воздушного зазора потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа и может быть охарактеризован известным выражением:

$$\varphi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} P_m \cos \frac{m\pi}{t} x \operatorname{sh} \frac{m\pi}{t} (h + \delta - y) + C_3 y + C_4. \quad (18)$$

Для  $y$  — составляющей индукции в зоне II имеем:

$$B_{2y} = -C_3 \mu_0 + \mu_0 \sum_{m=1}^{\infty} P_m \frac{m\pi}{t} \cos \frac{m\pi}{t} x \operatorname{ch} \frac{m\pi}{t} (h + \delta - y). \quad (19)$$

Для определения постоянных интегрирования решения (16) и (17) на границе  $y=h$  представим в виде рядов:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(x, h) &= \psi_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m \cos \frac{m\pi}{t} x; \\ B_{1y}(x, h) &= D_0 + \sum_{m=1}^{\infty} D_m \cos \frac{m\pi}{t} x. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Коэффициенты  $\psi_0$ ,  $\psi_m$ ,  $D_0$ ,  $D_m$  есть амплитуды гармонических составляющих, полученные при разложении решений (16) и (17) в тригонометрические ряды, и описываются следующими соотношениями:

$$\psi_0 = \frac{1}{t} \int_0^t \varphi_1(x, h) dx = C_1 h + \sum_n A_n Q_{0,n}, \quad (21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q_{0,n} &= \frac{1}{t} \operatorname{sh} nh \left[ \int_0^b \cos nx dx + K_n \int_b^t \cos n(t-x) dx \right]; \\ \psi_m &= \frac{2}{t} \int_0^t \varphi_1(x, h) \cos \frac{m\pi}{t} x dx = \sum_n A_n Q_{m,n}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q_{m,n} &= \frac{2}{t} \operatorname{sh} nh \left[ \int_0^b \cos nx \cos \frac{m\pi}{t} x dx + \right. \\ &\quad \left. + K_n \int_b^t \cos n(t-x) \cos \frac{m\pi}{t} x dx \right]. \end{aligned} \right\}$$

$$D_0 = \frac{1}{t} \int_0^t B_{1y}(x, h) dx = -C_1 N_0 - \sum_n A_n M_{0,n}, \quad (23)$$

где

$$N_0 = \frac{1}{t} [\mu_0 b + \mu_f (t-b)];$$

$$\left. \begin{aligned} M_{0,n} &= \frac{1}{t} n \operatorname{ch} nh \left[ \mu_0 \int_0^b \cos nx dx + \right. \\ &\quad \left. + \mu_f K_n \int_b^t \cos n(t-x) dx \right]. \end{aligned} \right\}$$

$$D_m = \frac{2}{t} \int_0^t B_{1y}(x, h) \cos \frac{m\pi}{t} x dx = -C_1 N_m - \sum_n A_n M_{m,n}, \quad (24)$$

где

$$\left. \begin{aligned} N_m &= \frac{2}{t} \left[ \mu_0 \int_0^b \cos \frac{m\pi}{t} x dx + \mu_f \int_0^t \cos \frac{m\pi}{t} x dx \right]; \\ M_{m,n} &= \frac{2}{t} n \operatorname{ch} nh \left[ \mu_0 \int_0^b \cos nx \cos \frac{m\pi}{t} x dx + \right. \\ &\quad \left. + \mu_f K_n \int_b^t \cos n(t-x) \cos \frac{m\pi}{t} x dx \right]. \end{aligned} \right\}$$

Исходя из условия непрерывности потенциала и нормальной составляющей индукции на границе  $y=h$  из (18) — (20) с учетом (21) — (23) получим систему:

$$\left. \begin{aligned} C_3(h + \delta) + C_4 &= U_0; \\ C_3 h + C_4 &= \psi_0 = C_1 h + \sum_n A_n Q_{0,n}; \\ -C_3 \mu_0 &= D_0 = -C_1 N_0 - \sum_n A_n M_{0,n}; \\ P_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{t} \delta &= \psi_m = \sum_n A_n Q_{m,n}; \\ \mu_0 \frac{m\pi}{t} P_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{t} \delta &= D_m = -C_1 N_m - \sum_n A_n M_{m,n}, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

решение которой приводит к следующему уравнению:

$$\sum_n A_n \left\{ \mu_0 \frac{m\pi}{t} Q_{m,n} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{t} \delta + M_{m,n} \times \frac{\mu_0 Q_{0,n} + M_{0,n} \delta}{\mu_0 h + N_0 \delta} \right\} = -\frac{U_0 \mu_0 N_m}{\mu_0 h + N_0 \delta}. \quad (26)$$

Если выражение в фигурной скобке (26) обозначить  $a_{m,n}$ , а правую часть его через  $U_m$ :

$$\sum_n A_n a_{m,n} = U_m, \quad (27)$$

то из (27) представляется возможным составить теоретически бесконечную систему алгебраических



# Характеристики и параметры явнополюсных синхронных машин с насыщенным магнитопроводом

КАНТЕР В. К.

Физико-энергетический институт, Рига

Обычно явнополюсные синхронные машины (ЯСМ) работают как генератор или двигатель в режиме при заданных и постоянных напряжениях и частоте питающей сети:  $U_1 = \text{const}$  и  $f_1 = \text{const}$  [Л. 1]. Особыми являются, например, режимы: при заданном постоянном токе статора  $I_1$  и постоянной частоте  $f_1$  ( $I_1 = \text{const}$  и  $f_1 = \text{const}$ ); при  $U_1 = \text{const}$ ,  $\theta' = \text{const}$ ,  $f_1 = \text{var}$ ; при  $U_1 = \text{const}$ ,  $\epsilon = \text{const}$ ,  $f_1 = \text{var}$  и др. (углы  $\theta'$  и  $\epsilon$  см. на рис. 1, б).

Статические характеристики ЯСМ [в том числе реактивных синхронных машин (РСМ)] отличаются весьма большим разнообразием. Особенно много характеристик и зависимостей надо приводить для полного описания свойств ЯСМ с насыщенной (нелинейной) магнитной цепью. Известно, что характеристики и электромагнитные параметры — сопротивления реакции якоря  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  — являются сложными функциями степени насыщения магнитной цепи, режима работы и угла нагрузки машины [Л. 3].

В связи с изложенным представляется целесообразным выявить тот необходимый и достаточный минимум информации об ЯСМ, а точнее о ее магнитной цепи, из которого сравнительно просто можно было бы получить значения электромагнитных параметров и все статические характеристики (угловые механические, геометрические места токов и напряжений и т. д.) ЯСМ, работающей в различных режимах, с учетом изменяющейся степени насыщения магнитной цепи.

Такую информацию содержат характеристики намагничивания ЯСМ при различных положениях вектора тока намагничивания относительно продольной оси ротора. Покажем это на примере РСМ, схематически изображенной на рис. 1, а.

\* В отличие от общепринятых обозначений  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  в настоящей статье приняты обозначения  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$ , чтобы подчеркнуть зависимость этих параметров от насыщения магнитной цепи.

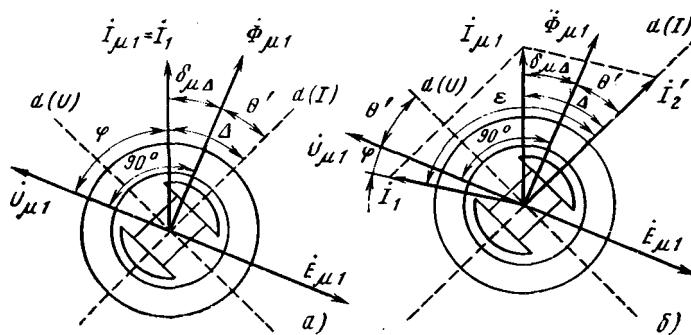


Рис. 1. Векторные диаграммы реактивной синхронной машины (а) и явнополюсной синхронной машины с электромагнитным возбуждением (б) в предположении, что  $U_1 = U_{\mu 1}$ .

Величина и направление вектора магнитного потока  $\Phi_{\mu 1}$  и соответствующего ему вектора внутреннего напряжения фазы статора  $\vec{U}_{\mu 1}$  зависят от тока намагничивания  $\vec{I}_{\mu 1} = \vec{I}_1$  и угла  $\Delta$ . Ток намагничивания  $I_{\mu 1}$  теоретически может меняться от нуля до бесконечности, практически же ток  $I_{\mu 1}$  принимает значения от нуля до некоторого максимального значения, определяемого дополнительными условиями, в частности, условиями охлаждения обмоток статора. Угол  $\Delta$  может меняться от 0 до  $360^\circ$ , но для РСМ достаточно рассмотреть диапазон изменения  $\Delta$  от 0 до  $90^\circ$ .

РСМ отличаются друг от друга отношением ненасыщенных значений сопротивления реакции якоря  $k_{dq} = x_{ad}/x_{aq} = k_d/k_q$ , где  $k_d$  и  $k_q$  — коэффициенты формы поляя реакции якоря по продольной и поперечной осям ротора. Отношение  $k_{dq}$  практически меняется от 1 до 4 (от 1 до 2 — в ЯСМ с возбуждением).

Тогда зависимости  $\Phi_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  и  $\theta' = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  при  $k_{dq} = \text{const}$  или зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  и  $\theta' = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  при  $k_{dq} = \text{const}$ , полученные во всем диапазоне изменения  $I_{\mu 1}$ ,  $\Delta$  и  $k_{dq}$ , содержат всю информацию о характеристиках РСМ и ее параметрах.

При  $\Delta = 0$  и  $\Delta = 90^\circ$  векторы  $\vec{\Phi}_{\mu 1}$  и  $\vec{I}_{\mu 1}$  совпадают по направлению, а векторы  $\vec{U}_{\mu 1}$  и  $\vec{I}_{\mu 1}$  находятся в квадратуре. Поэтому достаточно иметь зависимости между модулями  $\Phi_{\mu 1}$  и  $I_{\mu 1}$  (или  $U_{\mu 1}$  и  $I_{\mu 1}$ ). Эти зависимости представляют собой кривые намагничивания РСМ по продольной и поперечной осям, которыми, характеризуя магнитную цепь РСМ, в настоящее время обычно и ограничиваются.

Если  $\Delta \neq 0$  и  $\Delta \neq 90^\circ$ , векторы  $\vec{\Phi}_{\mu 1}$  и  $\vec{I}_{\mu 1}$ , как показано в [Л. 4 — 6], по направлению не совпадают (это несовпадение вызвано явнополюсностью магнитной цепи), а векторы  $\vec{U}_{\mu 1}$  и  $\vec{I}_{\mu 1}$  не находятся в квадратуре, дополнительно к зависимостям между модулями  $\Phi_{\mu 1}$ ,  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  при  $k_{dq} = \text{const}$  должны быть даны зависимости  $\theta' = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  при  $k_{dq} = \text{const}$ , определяющие направление векторов  $\vec{\Phi}_{\mu 1}$  и  $\vec{U}_{\mu 1}$ .

Зависимости  $\Phi_{\mu 1}(I_{\mu 1}, \Delta)$ ,  $U_{\mu 1}(I_{\mu 1}, \Delta)$  и  $\theta'(I_{\mu 1}, \Delta)$  при  $k_{dq} = \text{const}$ , устанавливающие связь между комплексными величинами — током намагничивания и магнитным потоком — могут быть названы комплексными характеристиками намагничивания (к. х. н.) РСМ [Л. 4]. В настоящее время комплексные характеристики намагничивания применяются только для характеристики магнитных цепей с пере-

менным током [Л. 7]. В этом случае угол между векторами тока намагничивания и магнитного потока обусловлен потерями на перемагничивание и гистерезис в стали магнитопровода.

Рассмотрим характеристики намагничивания ЯСМ с электромагнитным возбуждением. На рис. 1, б показана ЯСМ с возбуждением с такой же магнитной цепью, как у РСМ рис. 1, а, и ее векторная диаграмма. Ток намагничивания  $\vec{I}_{\mu 1}$  в этом случае равен геометрической сумме тока статора  $\vec{I}_1$  и приведенного тока возбуждения (ротора)  $\vec{I}'_2$ , т. е.  $\vec{I}_{\mu 1} = \vec{I}_1 + \vec{I}'_2$  (в случае РСМ  $\vec{I}_{\mu 1} = \vec{I}_1$ ). На основе векторной диаграммы рис. 1, б можно сделать вывод, что в случае ЯСМ с возбуждением необходимую и достаточную информацию о ее характеристиках и параметрах содержат зависимости

$$U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta) \text{ при } k_{dq}, I_2 = \text{const}$$

и  $\theta' = f(I_{\mu_1}, \Delta)$  при  $k_{dq}, I'_2 = \text{const.}$

Такие зависимости по аналогии с соответствующими зависимостями РСМ могут быть названы характеристиками намагничивания (к. х. н.) ЯСМ с возбуждением [Л. 3]. От аналогичных характеристик РСМ последние отличаются наличием еще одной переменной — током возбуждения.

В случае ЯСМ с возбуждением угол  $\Delta$  необходимо изменять в диапазоне от 0 до  $180^\circ$ . Практически необходимый диапазон изменения тока возбуждения  $I_2'$  можно определить исходя из относительных регулировочных характеристик. Следует отметить, что к. х. н. не являются единственно возможными зависимостями, содержащими всю информацию о магнитной цепи РСМ или ЯСМ с возбуждением.

В принципе, любые зависимости, связывающие величины и направления векторов токов  $I_{\mu 1}$ ,  $I_1$ ,  $I'_{\mu 2}$  с величиной и направлением вектора напряжения  $\dot{U}_{\mu 1}$ , содержат такую информацию. Примером могут являться зависимости  $x_{\mu d}(\theta', U_{\mu 1})$  и  $x_{\mu q}(\theta', U_{\mu 1})$  при  $k_{de} = \text{const}$  и  $I'_{\mu 2} = \text{const}$ .

Экспериментально характеристики намагничивания могут быть получены на модели (или самом оригинале) синхронной машины в статическом положении, т. е. при заторможенном роторе методом, описанным в [Л. 6]. Этот метод позволяет непосредственно измерить ток статора  $I_1$ , ток возбуждения  $I_2$ , угол между ними  $\epsilon$ , основную гармонику магнитного потока  $\Phi_{\mu 1}$  и угол  $\theta'$ . Затем определяются графически или рассчитываются  $I'_2$ ,  $I_{\mu 1}$ ,  $\Delta$ ,  $U_{\mu 1}$  и др. Комплексные характеристики намагничивания РСМ экспериментально были получены на моделях с  $k_{dq}=1,4; 1,8; 2; 2,45; 3; 3,65$  (модели выполнены на базе бесконтактных двигателей опытной серии СО 52-4; диаметр расточки статора  $D=158$  мм, длина пакета статора  $L=67$  мм, скос полюсных наконечников на зубцовое деление статора, номинальный ток статора  $I_{1n}=6$  А, номинальный ток возбуждения  $I'_{2n}=6$  А). областная универсальная научная библиотека

В качестве примера на рис. 2 приводится один комплект к. х. н. Как видно из этого рисунка зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  имеют линейный участок при небольших токах и нелинейный участок при больших токах (нелинейности при весьма малых токах не учитываются). Зависимости же  $\theta' = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  имеют явно выраженные нелинейные участки как при малых, так и при больших токах (практически важно учитывать нелинейность только при больших токах).

Обращает на себя внимание внешнее сходство кривых зависимостей  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$  моделей РСМ, имеющих различное  $k_{dq}$  и конструктивное исполнение ротора. Представляет несомненный теоретический и практический интерес, не отражают ли эти кривые одну и ту же функциональную связь между  $U_{\mu 1}$  и  $I_{\mu 1}$ , т. е. не являются ли они подобными.

Геометрическое подобие кривых можно установить с помощью известного из аналитической геометрии метода аффинного преобразования координат исследуемых кривых. Такой метод был успешно использован для нормализации (обобщения) характеристик намагничивания электротехнических сталей [Л. 8] и характеристик поляризации сегнетоэлектриков [Л. 9]. Согласно методу анализируемые кривые должны быть приведены к безразмерному виду. Если кривые, представленные в различных абсолютных системах координат, выражают одну функциональную зависимость, то в относительных координатах такие кривые идентичны.

Обобщенная кривая намагничивания  $\Phi_{\mu 1}^* = f(\vec{I}_{\mu 1})$  или  $\vec{U}_{\mu 1} = f(\vec{I}_{\mu 1}^*)$ , выражаясь собой функцию намагничивания (насыщения) РСМ, одновременно является

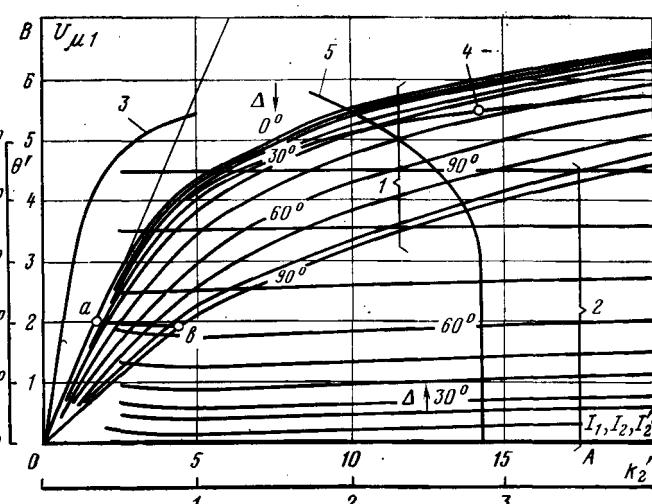


Рис. 2. Комплексные характеристики намагничивания модели РСМ с  $k_{dq} = 2,45$ .  
 1—зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1}, \Delta)$ ; 2—зависимости  $\theta' = f(I_{\mu 1}, \Delta)$ . Характеристики модели ЯСМ с возбуждением и  $k_{dq} = 2,45$ ; 3—зависимость  $U_{\mu 1} =$

также обобщенной зависимостью потокосцепления от тока  $\Psi = f(I_{\text{вн}})$  [Л. 4 и 5].

Зависимости  $\theta' = f(I_{\mu_1}, \Delta)$  также могут быть представлены в относительных координатах, причем в качестве базовых значений тока  $I_{\mu_1}$  принимаются те же значения, что при обобщении соответствующих зависимостей  $U_{\mu_1} = f(I_{\mu_1}, \Delta)$ . Путем параллельного переноса можно совместить базовые точки зависимостей  $\theta' = f(I_{\mu_1}, \Delta)$  при соответствующих значениях угла  $\Delta$ . Тогда можно видеть, что эти зависимости также выражают одни и те же функциональные зависимости.

Для проверки влияния геометрии магнитной цепи РСМ на относительную (обобщенную) характеристику намагничивания были исследованы модели РСМ с различными магнитными цепями (роторами), начиная от самой простой — явнополюсной — и кончая самой сложной — усовершенствованной сегментной — конструкцией ротора [Л. 4 и 5]. Были получены характеристики намагничивания бесконтактной синхронной машины с когтеобразными полюсами и внешним магнитопроводом (работающей без возбуждения), т. е. машины с очень сложной магнитной цепью, и РСМ, имеющих различную степень насыщения зубцового слоя и ярма статора. Нарушения подобия относительных кривых намагничивания при этом не были обнаружены.

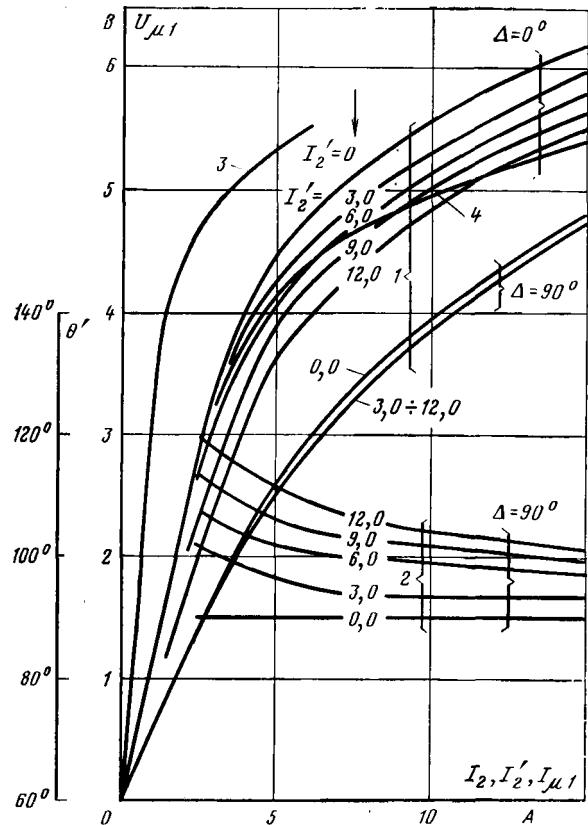


Рис. 3. Комплексные характеристики намагничивания модели ЯСМ с  $k_{dq}=2$  при  $\Delta=0^\circ$ ,  $\Delta=90^\circ$  и различных токах возбуждения.

1—зависимости  $U_{\mu 1}=f(I_{\mu 1}, \Delta, I'_{\mu 2})$ ; 2—зависимости  $\theta'=f(I_{\mu 1}, \Delta, I'_{\mu 3})$ ; 3—зависимость  $U_{\mu 1}=f(I_{\mu 2})$ ; 4—зависимость  $U_{\mu 1}=f(I'_{\mu 3})$ .

Таким образом, можно прийти к выводу, что в пределах точности эксперимента и графических построений кривые намагничивания РСМ с различными магнитными цепями подобны и могут быть сведены к одной обобщенной характеристике. Подробно физические причины такого подобия анализируются в [Л. 3—5, 8 и 9]. Там же оговорены пределы изменения значений токов статора и геометрии магнитной цепи, при которых это подобие не нарушается.

Магнитные цепи ЯСМ с возбуждением и РСМ похожи, поэтому практически удобно использовать для исследования те же модели синхронных машин, которые ранее исследовались как РСМ. Это дает возможность более наглядно показать особенности к. х. н. ЯСМ с возбуждением.

Экспериментально были получены к. х. н. на моделях ЯСМ, имеющих отношение  $k_{d\varphi} = 1,4, 2$  и  $2,45$ . При этом угол  $\Delta$  принимал значения от  $0$  до  $180^\circ$ ; ток намагничивания  $I_{\mu 1} = 2,5, 5, 7,5, 10, 15$  и  $20$  А; приведенный ток возбуждения  $I'_2 = 0, 3, 6, 9$  и  $12$  А.

Рассмотрим более подробно характеристики намагничивания по продольной оси модели ЯСМ с  $k_{dq}=2$  (рис. 3). Зависимость  $U_{\mu 1}=f(I_2)$  при  $I_1=0$  (кривая 3 на рис. 3 и рис. 2) представляет собой кривую намагничивания ЯСМ, которой, характеризуя магнитную цепь ЯСМ, в настоящее время обычно ограничиваются. Зависимость  $U_{\mu 1}=f(I_1)$  при  $I_2=0$  представляет собой уже известную нам характеристику намагничивания РСМ при  $\Delta=0$ . Эти две характеристики дают возможность по их линейной части определить коэффициент приведения  $k'_2$  (рис. 2) тока возбуждения к току статора по формуле [Л. 2]:

$$k'_{\text{2}} = \frac{I_1}{I_2} = 0,37 \frac{\omega_2 k_f}{\omega_1 k_{\omega_1} k_d},$$

где  $w_1$  — число витков фазы обмотки статора;  $k_{w1}$  — обмоточный коэффициент обмотки статора;  $w_2$  — число витков обмотки возбуждения;  $k_f$  — коэффициент формы поля возбуждения. В свою очередь это позволяет найти приведенный ток возбуждения  $I'_2 = k'_2 I_2$  и построить зависимость  $U_{\mu 1} = f(I'_2)$  при  $I_1 = 0$  (кривая 4 на рис. 3 и 2).

Заметим, что характеристики, снятые со стороны ротора и со стороны статора (кривые 1 и 4 рис. 3), совпадают только в линейной части. Это объясняется тем, что магнитный поток рассеяния ротора отличается от потока рассеяния статора.

Очевидно, кривая 1 (рис. 3) при  $\Delta=0$  подобна обобщенной кривой намагничивания РСМ [Л. 5]. Анализ показывает, что кривая 4 не может быть сведена к этой обобщенной кривой. В то же самое время такие кривые, т. е. зависимости  $U_{\mu 1} = f(I'_2)$  трех упомянутых моделей ЯСМ, некоторых других синхронных машин, в том числе бесконтактных синхронных машин с когтеобразными полюсами и внешним магнитопроводом, подобны друг другу и могут быть сведены к одной обобщенной характеристике намагничивания ЯСМ со стороны ротора. Последняя, в свою очередь, подобна нормальной характеристике намагничивания синхронных ма-

шин, приводимой в учебниках и пособиях по проектированию электрических машин [Л. 10].

Рассмотрим зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1} = I'_2 + I_1)$  при  $I'_2 = \text{const}$ . Заметим, что они пересекают кривую  $U_{\mu 1} = f(I'_2)$  при  $I_1 = 0$  в точках, где  $I_{\mu 1} = I'_2$ , т. е. в точках, где  $I_1 = 0$ . Необходимо отметить также, что при значениях тока намагничивания  $I_{\mu 1}$  меньше приведенного тока возбуждения  $I'_2$ , ток статора  $I_1$  направлен встречно току  $I'_2$ , (угол  $\Delta = 180^\circ$ ).

Зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1})$  при  $I'_2 = \text{const}$  могут быть сведены (в пределах точности эксперимента и графических построений) к обобщенной характеристике намагничивания РСМ. Последнее обстоятельство дает возможность построить зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1})$  при  $I'_2 = \text{const}$  по продольной оси при любом значении  $I'_2$  по двум характеристикам намагничивания — снятой со стороны ротора при  $I_1 = 0$  и снятой со стороны статора при  $I'_2 = 0$ . Для этого через соответствующие точки на кривой 4 рис. 3 необходимо построить кривые, подобные обобщенной характеристике намагничивания РСМ.

Перейдем к рассмотрению характеристик намагничивания по поперечной оси ротора ( $\Delta = 90^\circ$ ). Как видно на рис. 4, ток возбуждения мало влияет на магнитный поток и напряжение  $U_{\mu 1}$  (в отличие от продольной оси), но оказывает заметное влияние на направление векторов  $\vec{\Phi}_{\mu 1}$  и  $\vec{U}_{\mu 1}$ . При  $I'_2 = 0$  (случай РСМ) направление вектора магнитного потока совпадает с направлением вектора тока намагничивания  $\vec{I}_{\mu 1} = \vec{I}_1$ . При  $I'_2 \neq 0$  эти направления не совпадают. Зависимости  $U_{\mu 1} = f(I_{\mu 1})$  при  $I'_2 = \text{const}$  по поперечной оси, а также при других значениях угла  $\Delta$ , подобны и могут быть сведены к обобщенной характеристике намагничивания РСМ, приведенной в [Л.-5].

Из рис. 4 видно, что влияние тока возбуждения  $I_2 = \text{const}$  на напряжение  $U_{\mu 1}$  и угол  $\theta'$  зависит от угла  $\Delta$ . Наибольший практический интерес представляет диапазон изменения угла  $\Delta$  примерно от 0 до  $60^\circ$  (угол  $\theta'$  при этом меняется от 0 до  $40^\circ$ ), так как в этом диапазоне изменения  $\Delta$  и  $\theta'$  находится область устойчивой работы ЯСМ. В диапазоне изменения угла  $\Delta$  от  $90$  до  $180^\circ$  характеристики намагничивания ЯСМ с возбуждением практически совпадают с соответствующими характеристиками РСМ.

Таким образом, мы приходим к выводу, что для полной характеристики магнитной цепи ЯСМ необходимо использование целого семейства кривых намагничивания. Оказывается возможным найти одну функциональную зависимость между током намагничивания и магнитным потоком ЯСМ различной конструкции. Эта зависимость в расчетах нелинейных магнитных цепей может играть такую же роль, как аналитические выражения и формулы в расчетах линейных цепей.

Для построения векторных диаграмм и геометрических мест тока статора модели ЯСМ, работающей в режиме  $U_{\mu 1} = \text{const}$  (в случае крупных машин, близком к режиму  $U = \text{const}$ ), необходимо

по рис. 2 и 4 при заданном  $U_{\omega_1}$  и при значениях угла  $\Delta$ , для которых имеются характеристики намагничивания, определить значения тока намагничивания  $I_{\omega_1}$  и угла  $\theta'$ . В случае ЯСМ с возбуждением дополнительно надо определить по векторной диаграмме ток статора  $I_1$  и его направление — угол  $\varepsilon$ . Затем можно построить угловые механические характеристики  $M_{\text{эм}} = f(\theta')$ . Более подробно методика построения расчета характеристик ЯСМ, работающих в различных режимах, изложена в [Л. 3—6].

Удобными при расчетах зависимостями оказываются также зависимости сопротивлений  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  от угла  $\theta'$  при заданных значениях напряжения  $U_{\mu 1}$  и тока возбуждения (рис. 5). Как видно из рис. 5,  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  ЯСМ с возбуждением являются функциями не только угла  $\theta'$  и напряжения  $U_{\mu 1}$ , но и тока возбуждения  $I_2'$  (в пределах изменения угла  $\theta'$  от  $90^\circ$  до  $180^\circ$  для сопротивления  $x_{\mu d}$  удается дать только область значений), т. е. для полной характеристики магнитной цепи по осям необходимо использование семейства зависимостей  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  от  $\theta'$  и  $U_{\mu 1}$ . Такие зависимости приводятся в [Л. 11].

Зависимости  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  от  $\theta'$  и  $U_{\mu 1}$  ЯСМ с возбуждением сходны с соответствующими зависимостями РСМ. Это облегчает их расчет. Например, зависимости  $x_{\mu d}$  от угла  $\theta'$  в диапазоне изменения  $\theta'$  от 0 до  $50 \div 60^\circ$  можно построить, перемещая вниз параллельно самим себе на расстояние, определяемое по кривым 1 рис. 3, соответствующие зависимости РСМ. По рис. 3 можно определить сопротивление  $x_{\mu d}$  при  $\theta' = 0^\circ$  и заданном значении тока возбуждения. Отметим, что методика расчета сопротивлений  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$ , приведенная в пособии по проектированию [Л. 10], не дает возможность рассчитать семейства зависимостей  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  от  $\theta'$  и  $U_{\mu 1}$ .

Таким образом, расчет характеристик и параметров проектируемой ЯСМ может быть основан

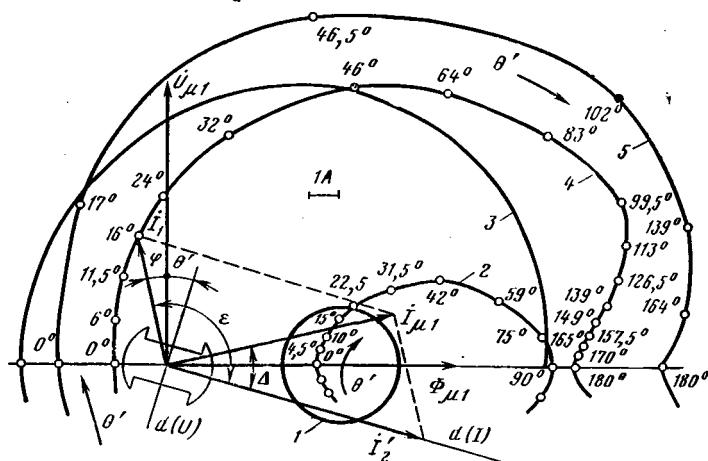


Рис. 4. Геометрические места тока статора модели ЯСМ

—при  $U_{\mu 1} = 2$  В и  $I'_{\mu 2} = 0$  А; 2—при  $U_{\mu 1} = 4,5$  В и  $I'_{\mu 2} = 0$ ; 3—при  $U_{\mu 1} = 2$  В

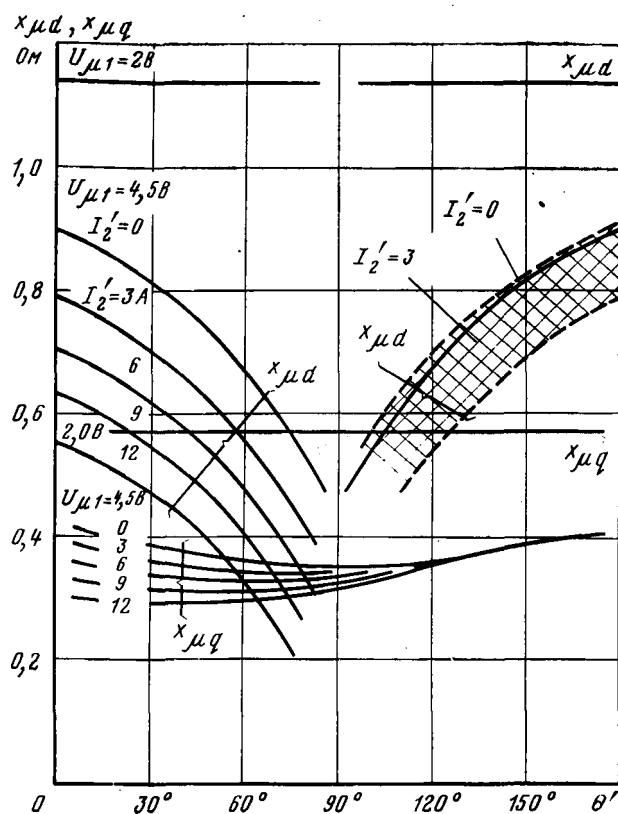


Рис. 5. Зависимости сопротивлений  $x_{\mu d}$  и  $x_{\mu q}$  модели ЯСМ с  $k_{dq} = 2$  от угла нагрузки  $\theta'$  при различных значениях напряжения  $U_{\mu 1}$  и тока возбуждения  $I'_2$ .

на применении ее к. х. н. Задача же расчета самих к. х. н. может быть решена несколькими путями [Л. 3—5]. В частности, полезными для расчетов оказываются экспериментально полученные комплексы характеристики намагничивания как РСМ, так и ЯСМ с возбуждением при различных  $k_{dq}$ . Тогда две крайние характеристики намагничивания по продольной и поперечной осям проектируемой машины рассчитываются методами поля (например, численными), а промежуточные определяются путем интерполяции. Такая методика расчета к. х. н., основанная на использовании подобия характеристик намагничивания, позволяет значительно сократить объем вычислений, а также объем работы при их экспериментальном определении.

**Выводы.** 1. Для полной характеристики магнитной цепи явнополюсной синхронной машины необходимо использовать семейство зависимостей — комплексные характеристики намагничивания (к. х. н.). Комплексные характеристики намагничивания позволяют рассчитать все статические характеристики и электромагнитные параметры ЯСМ с учетом насыщения магнитной цепи и режима работы.

2. В пределах ошибок эксперимента, обработки экспериментальных данных и в пределах практически встречающихся значений токов статора и

возбуждения зависимости магнитного потока (напряжения) от тока намагничивания при заданном постоянном значении тока возбуждения (в том числе нулевом значении) подобны и могут быть сведены к одной обобщенной характеристике намагничивания. Вторую группу подобных между собой характеристик образуют зависимости магнитного потока и напряжения от тока возбуждения при нулевом значении тока статора — они также могут быть сведены к одной характеристике намагничивания (подобной известной в теории синхронных машин нормальной характеристике намагничивания).

3. Весьма существенные вариации соотношений геометрических размеров магнитной цепи машины не приводят к нарушению подобия характеристик намагничивания.

4. В пределах рабочего диапазона изменения угла нагрузки (от 0 до  $50 \div 60^\circ$ ) зависимости  $x_{\mu d} = f(\theta', U_{\mu 1})$  при  $I'_2 = \text{const}$  можно считать подобными.

5. Подобие характеристик намагничивания и подобие зависимостей  $x_{\mu d} = f(\theta', U_{\mu 1})$  позволяют сократить объем вычислений при расчете характеристик и параметров ЯСМ, а также объем работы при их экспериментальном определении.

6. Целесообразно проведение дальнейших исследований подобия характеристик намагничивания явнополюсных синхронных машин, а также других типов электрических машин, аппаратов и устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эквивалентные схемы и параметры бесконтактных электрических машин, работающих в особых режимах/ Витолиньш Я. А., Иванов Г. Г., Калейс М. Я. и др. Рига: Зинатне, 1975.
2. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины. Ч. II. Л.: Энергия, 1973.
3. Кантер В. К. К учету насыщения в явнополюсных синхронных машинах. — Изв. АН Латв.ССР. Серия физ. и техн. наук, 1978, № 2.
4. Кантер В. К. Комплексные характеристики синхронных реактивных машин. — Изв. АН Латв.ССР. Серия физ. и техн. наук, 1976, № 5.
5. Кантер В. К. Исследование сопротивлений реакции якоря синхронных реактивных машин с насыщенным магнитопроводом. — Изв. АН Латв.ССР. Серия физ. и техн. наук, 1976, № 4.
6. Витолиньш Я. А., Кантер В. К., Кузевалов В. М. О комплексном сопротивлении реакции якоря синхронной явнополюсной машины. Ч. II. Рига: Зинатне, 1972.
7. Костраускас П. И., Григайтис Э. А. Расчет комплексных характеристик намагничивания массивных листовых ферромагнитиков. — Изв. вузов. Энергетика, 1971, № 12.
8. Нормализация характеристик намагничивания/ Глухов В. П., Дроздов В. А., Пугачев В. А. и др. Рига: Зинатне, 1974.
9. Гаварс П. Э. Нормализация основных кривых поляризации сегнетоэлектриков. — Изв. АН Латв.ССР. Серия физ. и техн. наук, 1975, № 4.
10. Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горянин Ф. А. Проектирование электрических машин. М.: Энергия, 1970.
11. Цирлин Ю. А. Синхронные реактивные сопротивления явнополюсных машин. — В кн.: Сборник «Электросила». М.: Л.: Энергия, 1966, № 25.



# Применение метода проводимостей зубцовых контуров к расчету переходных процессов в ненасыщенных электрических машинах

ВЛАСОВ А. И., инж., ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., доктор техн. наук  
Московский энергетический институт

Основой для анализа электромагнитных процессов в электрических машинах является система дифференциальных уравнений, записанных для всех электрических цепей машины по второму закону Кирхгофа [Л. 1]:

$$Ri + \frac{d}{dt} \Psi = u, \quad (1)$$

где  $U$  — матрица-столбец напряжений на отдельных ветвях;

$R$  — матрица активных сопротивлений ветвей;

$i$  — матрица-столбец токов ветвей;

$\Psi$  — матрица-столбец потокосцеплений ветвей.

Обычно полученную таким образом систему дифференциальных уравнений стремятся преобразовать к системе дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Однако при этом делается ряд допущений и преобразований, приводящих к довольно приближенному учету таких факторов, как двухсторонняя зубчатость машины, дискретность структуры обмоток, насыщение [Л. 2].

В случае, когда влиянием этих факторов пренебречь нельзя, возникает необходимость в решении системы (1) непосредственно, без дополнительного преобразования. При этом необходимо иметь зависимости потокосцеплений ветвей обмоток как от токов, так и от взаимного положения сердечников машины. Такие зависимости можно получить, рассчитав электромагнитное поле машины. Полный и достаточно точный учет всех факторов, влияющих на поле, возможен при расчете его на ЦВМ численными методами, однако включение решения полевой задачи на ЦВМ в алгоритм решения дифференциальных уравнений требует значительных затрат машинного времени и пока превышает возможности вычислительной техники.

Попытки частичного решения данной проблемы, в частности учета нелинейности ферромагнитных участков машины, отображены в [Л. 3].

Новые возможности учета влияния двухсторонней зубчатости сердечников и насыщения на электромагнитные процессы в электрических машинах дает разработанный в последнее время метод проводимостей зубцовых контуров (ПЗК) [Л. 4 и 5]. Метод позволяет с небольшими затратами машинного времени и с достаточной точностью рассчитывать потокосцепления обмоток электрической машины при достаточно близкой к реальной картине поля в зубцовой зоне.

В статье рассматриваются вопросы применения метода ПЗК к расчету переходных процессов в электрических машинах переменного тока при допущении о бесконечности магнитной проницаемости стали сердечников. Применение метода ПЗК позволяет вести расчет с учетом влияния двухсторонней зубчатости сердечников и дискретности структуры обмоток.

**Исходные уравнения.** Будем считать, что в результате мгновенного изменения режима работы машины переменного тока образовалось  $n$  электрических ветвей и  $m$  контуров. При этом к ветвям отнесем обмотки или их части (например, фазы обмоток или участки, образовавшиеся при внутренних коротких замыканиях), а к контурам — контуры демпферных систем синхронных или беличих клеток асинхронных машин. Записывая уравнения по второму закону Кирхгофа для ветвей и по методу контурных токов для контуров, получаем систему дифференциальных уравнений, аналогичную системе (1):

$$\left. \begin{aligned} R_B i_B + \frac{d}{dt} \Psi_B &= u_B; \\ R_k i_k + \frac{d}{dt} \Psi_k &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $R_k$  — матрица активных сопротивлений ветвей, имеющая диагональную структуру:

$$R_B = \begin{vmatrix} R_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & R_n \end{vmatrix};$$

$R_k$  — матрица активных сопротивлений контуров:

$$R_k = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & R_{32} & R_{33} & R_{34} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_{m1} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{mm} \end{vmatrix};$$

$i_B$ ,  $i_k$ ,  $\Psi_B$ ,  $\Psi_k$ ,  $u$  — матрицы-столбцы соответствующих токов ветвей, токов контуров, потокосцеплений ветвей и контуров, напряжений ветвей. Потокосцепления ветвей и контуров складываются из потокосцеплений, обусловленных всеми токами машины и в случае допущения о линейности магнитной цепи определяются через индуктивности следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_B &= L_B i_B + L_{B, k} i_k; \\ \Psi_k &= L_{k, B} i_B + L_k i_k, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $L_B$  — матрица самоиндуктивностей и взаимоиндуктивностей ветвей;

$L_{B, k}$  — матрица взаимоиндуктивностей ветвей и контуров;

$L_k$  — матрица самоиндуктивностей и взаимоиндуктивностей контуров.

Так как контурные токи  $i_k$  совпадают с контурными токами зубцовых контуров, принятыми в ме-

тогда ПЗК, элементами матрицы индуктивностей контуров  $L_k$  являются индуктивности, рассчитанные при допущении о существовании поля только в области возбужденного зубцового контура и равенстве бесконечности проводимости остальной части зазора [Л. 6]. При этом в большинстве встречающихся электрических машин зубцовый контур имеет индуктивную связь лишь с соседними контурами. В связи с этим матрицы индуктивностей  $L_k$  является сильно разреженной и имеет следующий вид:

$$L_k = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ L_{m1} & 0 & \dots & 0 & & L_{mm-1} & L_{mm} \end{vmatrix},$$

В системе (2) напряжения на ветвях  $u_b$  неизвестны. Они определяются через заданные напряжения  $u_3$  и э. д. с. ветвей  $\frac{d}{dt} \Psi$  в результате расчета электрической схемы соединения ветвей. После подстановки полученных таким образом напряжений ветвей  $u_b$  в систему (2) получим новую систему дифференциальных уравнений. В каждое уравнение этой системы э. д. с. ветвей и заданные напряжения будут входить с определенным коэффициентом, зависящим от схемы соединения ветвей

$$R_b i_b + A' \frac{d}{dt} \Psi_b = B' u_3; \quad R_k i_k + \frac{d}{dt} \Psi_k = 0, \quad (4)$$

где  $A'$ ,  $B'$  — матрицы коэффициентов, определяемых при расчете электрической схемы. В случае, когда отдельные ветви машины электрически независимы, матрицы  $A'$  и  $B'$  — единичные, т. е. напряжения ветвей заданы и  $u_b = u_3$ .

Порядок системы (4) значительно уменьшается, если электрическая машина удовлетворяет условиям, при которых расчет магнитного поля можно производить на половине периода [Л. 7]. В этом случае контурные токи повторяются каждые полпериода с противоположным знаком, т. е.

$$i_k = \begin{vmatrix} i_{11}, i_{22}, \dots, i_{m/2 m/2}, -i_{11}, \dots, i_{m/2 m/2} \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} i_{k/2} \\ \vdots \\ -i_{k/2} \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где  $T$  — знак транспонирования.

Индуктивности контуров через половину периода повторяются, и матрицу  $L_k$  с учетом (5) можно представить в виде:

$$L_k = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & -L_{1m/2} & 0 & \dots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & & & & \\ -L_{m/2 1} & \dots & \dots & L_{m/2 m/2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & L_{11} & \dots & -L_{1m/2} \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -L_{m/2 1} & \dots & L_{m/2 m/2} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} L_{k/2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & L_{k/2} \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где  $L_{k/2}$  — матрица индуктивностей контуров, находящихся в пределах полюсного деления. Матрица взаимоиндуктивностей ветвей и контуров при смещении на половину периода изменяет свой знак на противоположный:

$$L_{b,k} = \|L_{b,k/2} - L_{b,k/2}\|. \quad (7)$$

Представляя (7), (6) и (5) в (3), а затем в (4), получаем систему с числом уравнений для контуров вдвое меньшим, чем в (4):

$$\left. \begin{aligned} R_b i_b + A' \frac{d}{dt} (L_b i_b + 2L_{b,k/2} i_{k/2}) &= B' u_3; \\ R_{k/2} i_{k/2} + \frac{d}{dt} (L_{k/2} i_b + L_{k/2} i_b) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Объединяя оба матричных уравнения в одно, получаем окончательно:

$$Ri + A \frac{d}{dt} Li = Bu, \quad (9)$$

где

$$R = \begin{vmatrix} R_b & 0 \\ 0 & R_{k/2} \end{vmatrix}; \quad i = \begin{vmatrix} i_b \\ i_{k/2} \end{vmatrix}; \quad A = \begin{vmatrix} A' & 0 \\ 0 & E \end{vmatrix};$$

$$L = \begin{vmatrix} L_b & 2L_{b,k/2} \\ L_{k/2} & L_{k/2} \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} B' & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix},$$

где  $E$  — единичная матрица.

Таким образом, расчет электромагнитных процессов в электрических машинах переменного тока при принятых допущениях и постоянной скорости вращения сводится к решению системы дифференциальных уравнений (9).

**Расчет индуктивностей.** Матрица индуктивностей  $L$  при произвольном взаимном положении сердечников машины рассчитывается методом ПЗК. В соответствии с этим методом магнитное поле в зубцовой зоне представляется в виде суммы полей от отдельных зубцовых контуров, образованных проводами обмотки, лежащими в соседних пазах [Л. 4], при этом расчет потокосцеплений можно свести к расчету схемы замещения, элементами которой являются м. д. с., равные контурным токам зубцовых контуров, проводимости пазового рассеяния и проводимости взаимоиндукции между зубцовыми контурами статора и ротора [Л. 5]. Зависимости проводимостей взаимоиндукции зубцовых контуров от взаимного положения статора и ротора рассчитываются заранее методами теории поля и хранятся в памяти вычислительной машины.

Расчет схемы замещения, полученный в соответствии с методом ПЗК, можно значительно упростить, если учесть, что в большинстве электрических машин индуктивности, обусловленные полями рассеяния, можно считать не зависящими от взаимного положения сердечников машин. Эти индуктивности можно рассчитать методом ПЗК по схеме за-

мешения, из которой исключены проводимости взаимоиндукции зубцовых контуров.

Для расчета индуктивностей, обусловленных полем, пересекающим зазор, вводится система коэффициентов  $F_{ij}$ , каждый из которых равен контурному току  $i$ -го зубцового контура при возбуждении единичным током  $j$ -й ветви. Контурные токи при этом удобнее рассчитывать не с учетом решения системы уравнений, как в [Л. 8], а по следующему алгоритму:

принимая контурный ток произвольного зубцового контура равным нулю, определяем последующие контурные токи путем прибавления к каждому предыдущему току в пазу следующего;

определяем невязку, равную отношению суммы всех контурных токов к числу контуров;

найденные контурные токи уменьшаем на величину невязки и таким образом получаем их действительные значения.

Далее вводятся коэффициенты  $C_{ij}$ , каждый из которых равен кратности, с которой потокосцепление  $i$ -го контура входит в потокосцепление  $j$ -ветви [Л. 4].

При каждом взаимном положении статора и ротора определяются проводимости взаимоиндукции  $\Lambda_{ij}$  между  $i$ -м зубцовым контуром ротора и  $j$ -м статора. После этого взаимоиндуктивность между  $m$ -й и  $l$ -й ветвями, обусловленная потоком, пересекающим зазор, рассчитывается по формуле:

$$L_{ml} = \mu_0 l_z \sum_j C_{jl} \sum_i \Lambda_{ij} F_{im},$$

где  $l_z$  — расчетная длина воздушного зазора. Суммирование производится по всем контурам соответствующих сердечников. Взаимоиндуктивность между  $m$ -й ветвью и  $l$ -м контуром рассчитывается по формуле:

$$L_{ml} = \mu_0 l_z \sum_i F_{il} \Lambda_{mi}.$$

Ввиду того, что между коэффициентами  $C_{ij}$  и  $F_{ij}$  существует соотношение

$$w_i C_{ij} = F_{ij},$$

где  $w_i$  — число витков катушки  $i$ -й ветви, взаимоиндуктивности ветвей и контуров обладают свойством взаимности, т. е.

$$L_{ml} = L_{lm} = \mu_0 l_z w_m \sum_i C_{mi} \Lambda_{il}.$$

Самоиндуктивности контуров, обусловленные потоком, пересекающим зазор:

$$L_{mm} = \mu_0 l_z \sum_i \Lambda_{mi}.$$

Взаимоиндуктивности между соседними контурами короткозамкнутых обмоток определяются только полем рассеяния и рассчитываются по соответствующим проводимостям. Проводимости лобового рассеяния рассчитываются обычным способом и прибавляются к проводимостям пазового рассеяния, рассчитанным методом ПЗК. Проводимости рассеяния лобовых частей демпферных обмоток можно также рассчитать по более точным соотношениям, приведенным в [Л. 9].

**Решение системы уравнений.** Система (9) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Ввиду того, что порядок системы довольно высок и матрица индуктивностей задается не аналитически, а рассчитывается методом ПЗК на ЦВМ, решение системы возможно лишь численными методами с применением ЦВМ.

Решим систему (9) относительно производной, учитывая при этом, что  $\mathbf{i} = \mathbf{L}^{-1} \Psi$ . В результате получим систему

$$\mathbf{A} \frac{d}{dt} \Psi = -\mathbf{R} \mathbf{L}^{-1} \Psi + \mathbf{B} \mathbf{i}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что при использовании для решения системы стандартных методов (например, метода Рунге — Кутта) необходимо на каждом шаге расчета многократно обращать матрицу индуктивностей  $\mathbf{L}$ , что ввиду ее высокого порядка требует значительных затрат машинного времени. Более удобно воспользоваться конечно-разностной схемой, полученной в результате замены производной ее конечно-разностной аппроксимацией. Разбив временную ось на равные интервалы с шагом  $\tau$ , запишем производную на  $j$ -м шаге [Л. 10]:

$$\frac{d}{dt} \Psi_j = \frac{1}{\tau} \sum_{p=0}^q \alpha_p \Psi_{j-p}, \quad (11)$$

где  $q+1$  — число точек расчета производной;  $\alpha_p$  — коэффициенты выбранной формулы дифференцирования. Подставляя (11) в (10), получаем:

$$\mathbf{A} \sum_{p=0}^q \alpha_p \Psi_{j-p} = \tau (\mathbf{B} \mathbf{i}_j - \mathbf{R} \mathbf{L}_j^{-1} \Psi_j)$$

или, решая относительно токов на  $j$ -м шаге, имеем:

$$(\mathbf{R} + \alpha_0 \mathbf{A} \mathbf{L}_j) \mathbf{i}_j = \tau \mathbf{B} \mathbf{i}_j - \mathbf{A} \sum_{p=1}^q \alpha_p \Psi_{j-p}. \quad (12)$$

Система линейных алгебраических уравнений (12) представляет собой неявную конечно-разностную схему системы (9). Для получения достаточной точности решения число точек расчета производной  $q+1$  необходимо взять достаточно большим (5—6). При расчете начального отрезка первый шаг осуществляется по методу Эйлера, а затем число точек расчета производной последовательно увеличивается до окончательного.

**Расчет врачающего момента.** Вращающий электромагнитный момент может быть рассчитан по формуле [Л. 1]:

$$M = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \left( \frac{d\mathbf{L}}{d\gamma} \right) \mathbf{i}. \quad (13)$$

Однако при расчете момента по формуле (13) необходимо на каждом шаге вычислять производную от индуктивностей по углу поворота ротора  $\gamma$ . Для более точного расчета этой производной приходится хранить матрицу индуктивностей в нескольких расчетных точках, что приводит к дополнительному увеличению необходимого для решения задачи объема памяти вычислительной машины. Более удобно рассчитывать момент непосредственно

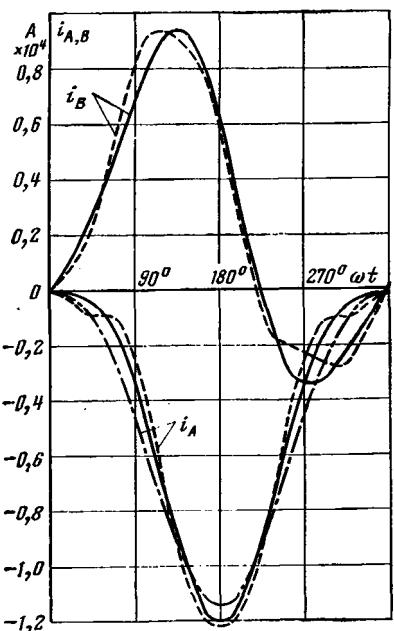


Рис. 1. Токи трехфазного короткого замыкания  
— к. з. на зажимах; --- к. з. на нейтраль;  
расчет по [Л. 11].

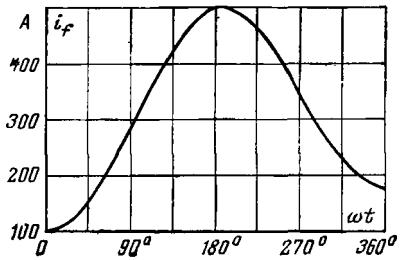


Рис. 2. Ток ротора.

ственno из приращения механической энергии  $dW_{\text{мех}}$ :

$$M = \frac{dW_{\text{мех}}}{d\gamma} = \frac{dW_s - dW_m}{d\gamma},$$

где  $dW_s$  — изменение подведенной электрической энергии за вычетом потерь;

$dW_m$  — изменение энергии, запасенной в магнитном поле машины.

Учитывая известные соотношения для электрической и магнитной энергий, получаем:

$$M = \frac{1}{\omega} (i_3^T u - \sum i^2 R) - \frac{1}{2} \frac{d}{d\gamma} (i^T \Psi), \quad (14)$$

где  $\omega$  — скорость вращения ротора;  $i_3$  — точки в источниках электрической энергии.

**Результаты расчетов.** В качестве примера использования изложенных теоретических положений рассчитывались переходные процессы идеализированного турбогенератора с параметрами обмоток

ТВВ 200-2, при этом полагалось, что вихревые токи в массиве ротора протекают по контурам, геометрически совпадающим с пазовыми клиньями.

Таким образом, расчет велся для четырех ветвей, образованных тремя фазами обмотки статора и обмоткой ротора, и 36 роторных контуров. Учет периодичности поля привел к системе дифференциальных уравнений 22-го порядка. Время счета на ЦВМ «Минск-32» переходного процесса в течение времени, соответствующего одному обороту ротора, составляет 4 мин. Шаг интегрирования при этом соответствует повороту ротора на угол  $6^\circ$ . При расчете основная часть времени (около 90%) тратилась на решение системы уравнений (12). Формирование матрицы индуктивностей  $L$  методом ПЗК требует небольших затрат времени.

На рис. 1 и 2 представлены результаты расчета трехфазного короткого замыкания турбогенератора ТВВ 200-2. В мгновение короткого замыкания ось фазы  $A$  совпадала с осью большого зуба, а ток возбуждения равнялся 100 А. На рис. 1 изображены токи фаз  $A$  и  $B$ , рассчитанные при коротких замыканиях на зажимах и на нейтраль. Здесь же представлен ток фазы  $A$ , рассчитанный по методике, изложенной в [Л. 11]. Токи ротора (рис. 2) для обоих случаев короткого замыкания практически совпадают.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хэнкок Н. Матричный анализ электрических машин. М. Энергия, 1967.
2. Казовский Е. Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. АН СССР, 1962.
3. Фильц Р. В., Глухицкий Л. И., Лябук Н. Н. Основы магнитно-нелинейной теории явнополюсной синхронной машины в фазных координатах. — Электромеханика, 1973, № 4.
4. Иванов-Смоленский А. В. Метод проводимостей зубцовых контуров и его применение к электромагнитному расчету ненасыщенной электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников. Электричество, 1976, № 9, с. 18—28.
5. Иванов-Смоленский А. В., Кузнецов В. А., Хвостов В. А. Применение метода проводимостей зубцовых контуров к расчету магнитного поля и потокосцеплений насыщенной электрической машины с учетом двухсторонней зубчатости сердечников. Изв. вузов. Электромеханика, 1977, № 7, с. 771—783.
6. Иванов-Смоленский А. В. Анализ магнитного поля контура в электрической машине с двухсторонней зубчатостью сердечников. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 4, с. 37—51.
7. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. М.: Энергия, 1969.
8. Синельников Д. Е. Расчет магнитного поля машин переменного тока с произвольными обмотками на статоре на ЦВМ. Изв. вузов. Электромеханика, 1963, № 2, с. 193—204.
9. Силин Л. Ф. Определение коэффициентов магнитной проводимости для расчета индуктивностей лобовых частей контуров демпферной обмотки синхронной машины методом физического моделирования. В кн. Оптимизация режимов работы электрооборудования. Красноярск, 1974.
10. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. М.: Наука, 1966.
11. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. Под редакцией Иванова Н. П. и Лютера Р. А. Л.: Энергия, 1967.

12.01.79



# Оценка качества многоскоростных обмоток электродвигателей

ДАРТАУ А. А., канд. техн. наук

ВНИИЭлектромаш

Среди известных общих методов составления схем многоскоростных обмоток наибольшей популярностью пользуются метод полюсно-амплитудной модуляции, предложенный Роклиффом, и метод смещения фаз или фазной модуляции, предложенный Иассамом и Лэсвейтом. Обмотки, составленные модуляционными методами, являются дробными при всех включениях, и их м. д. с. содержат низшие, средние и высшие гармоники всех порядков, кратных  $v_n$  и некратных числу фаз  $m$ , где  $v_n$  — общий наибольший делитель числа пар полюсов  $p_i$  на данном включении и числа пазов  $z$ . Автор этих строк предложил универсальный метод составления схем целых многоскоростных обмоток [Л. 1—3], основанный на правильном использовании свойств звезды м. д. с. и рациональном выборе состава фаз, не связанный с идеями полюсно-амплитудной и фазной модуляций; м. д. с. обмоток, составленных по методу автора, содержат только высшие гармоники порядков, кратных рабочему числу пар полюсов  $p_i$  на каждом из включений.

Обилие и разнообразие возможных вариантов исполнения многоскоростной обмотки с заданным соотношением чисел полюсов затрудняют выбор пригодного для практического использования варианта и тормозят внедрение результатов исследований в практику. Между тем вопрос об оценке качества многоскоростных обмоток остается дискуссионным. Некоторые авторы, например [Л. 4], считают основными критериями качества значения обмоточных коэффициентов рабочих гармоник и вслед за [Л. 5] полагают, что присутствие низших, средних и высших гармоник порядков, некратных рабочим числам пар полюсов, даже весьма значительных по величине, может не учитываться при оценке качества обмотки. Другие, например [Л. 6], полагают, что значение коэффициента дифференциального рассеяния статора дает правильную характеристику качества обмоток.

Возможность практического использования многоскоростной обмотки определяется многими факторами, среди которых условие максимальности обмоточных коэффициентов рабочих гармоник на всех скоростях не играет решающей роли и, даже наоборот, зачастую противоречит условиям оптимального использования магнитопривода. В этом смысле имеют значение: соответствие мощностей на ступенях скорости заданным приводимым механизмам; достаточно хорошее использование активных материалов на всех скоростях; допустимое и, по возможности, малое содержание сторонних гармоник в кривых м. д. с.

По мнению такого высокоавторитетного специалиста, как А. М. Харитонов [Л. 7], «максимальное использование активных материалов многоскоростного двигателя при низшей скорости является решающим по сравнению с другими факторами». По-

этому многоскоростная обмотка должна иметь максимальный возможный обмоточный коэффициент на низшей скорости, что же касается обмоточных коэффициентов на остальных скоростях, то их значения обеспечивают оптимальное использование магнитопривода при возможной в данной обмотке схеме переключения.

В первом приближении оптимальному использованию магнитопровода на всех скоростях соответствует постоянство индукции в воздушном зазоре. Очевидно, максимальное использование меди статорной обмотки на низшей скорости может быть достигнуто, если многоскоростная обмотка на этой скорости будет иметь тот же коэффициент распределения, что и односкоростная обмотка с тем же числом пазов и полюсов. Такие условия имеют место в разработанных автором целых многоскоростных обмотках [Л. 3], если число катушечных групп на пару полюсов и фазу  $c_i=2$  или 1, что достигается надлежащим выбором числа катушечных групп почти при всех употребительных соотношениях чисел полюсов.

Многоскоростные модификации серийных двигателей выполняются в тех же габаритах, что и односкоростные, по возможности, без изменения роторов и их обмоток и при соответственно пониженных номинальных моментах. Значение номинального момента является функцией максимального  $M_m$  и допустимого по нагреву  $M_\theta$  моментов.

Первого — по условиям экономичности (достаточно малое значение номинального скольжения) и обеспечения заданной перегрузочной способности, а второго — по условиям теплосъема, обеспечивающим заложенной в конструкцию системной вентиляции. При достаточно большом  $M_m$  значение  $M_\theta$  может быть увеличено, например, посредством устройства независимой вентиляции. Этот путь неизбежен, если, например, диапазон регулирования скорости велик. Поэтому можно утверждать, что из двух упомянутых величин  $M_m$  является более существенной.

Стоимость и характеристики двигателей зависят от соотношения масс стали и меди, израсходованных на их изготовление, поэтому представляется, что наиболее универсальными характеристиками качества многоскоростных обмоток могут явиться значения максимального и допустимого по нагреву моментов, обеспечиваемые этими обмотками в двигателях с одними и теми же габаритами магнитоприводов и объемами меди статорных обмоток. Поскольку при заданных числах полюсов и габаритах магнитопривода шаг катушек обмотки в линейной мере не может варьироваться в широких пределах, можно утверждать, что объем меди статорной обмотки остается постоянным, если суммарная площадь пазов статора неизменна при изменении их числа.

Желая сравнить варианты исполнения двухскоростной обмотки и принимая упомянутые критерии и условия сравнения, выберем в качестве базового исполнения высокоиспользованный односкоростной двигатель с числом полюсов, соответствующим высшей скорости сравниваемых обмоток. Будем полагать, что неизменными во всех вариантах исполнения остаются: ротор и его обмотка, полная площадь пазов статора и их высота. Отсюда следует, что все поперечные размеры пазов статора меняются обратно пропорционально их числу. Примем эффективные числа витков обмотки статора на высшей скорости во всех вариантах исполнения равными эффективному числу витков базового исполнения:

$$\omega_0 k_{wo} = w_0 k_{wb},$$

где величины с индексом «б» относятся к базовому исполнению, величины с индексом «о» — к включению рассматриваемой обмотки на высшую скорость. Это условие обеспечивает оптимальное использование магнитопривода в режиме высшей скорости, соответствующей максимуму отдаваемой двигателем мощности.

Надлежащим выбором шага катушек и комбинации сопряжений фаз на высшей и низшей скоростях можно обеспечить получение примерно такой же индукции в воздушном зазоре на низшей скорости, как и на высшей, и оптимальное использование магнитопривода при большем числе полюсов. Для асинхронных двигателей мощностью 10 кВт и выше справедливо следующее приближенное выражение максимального момента:

$$M_m = \frac{mpU^2}{2\omega_1 x_k},$$

поэтому относительное значение максимального момента в любом из сравниваемых вариантов исполнения

$$\frac{M_m}{M_{mb}} = \frac{p}{p_0} \left( \frac{U}{U_0} \right)^2 \frac{x_{k,b}}{x_k} = \frac{p}{p_0} \left( \frac{U}{U_0} \right)^2 \frac{1}{X_k}.$$

В этих формулах  $w$  — число витков в фазе обмотки;  $k_w$  — обмоточный коэффициент;  $U$  — фазное напряжение;  $x_k$  — реактивное сопротивление короткого замыкания; относительное значение реактивного сопротивления короткого замыкания вычисляется по формуле:

$$X_k = \frac{x_{p,b} X_p + x_{d,b} X_d + x_{l,b} X_l + x'_{2b} X'_{2b}}{x_{k,b}}.$$

Здесь малыми буквами обозначены значения сопротивлений в омах, а большими — их относительные значения. Используя известные [Л. 8 и 9] выражения составляющих реактивного сопротивления короткого замыкания, получаем следующие формулы для вычисления относительных значений этих составляющих:

реактивное сопротивление пазового рассеяния статора

$$X_p = \frac{x_p}{x_{p,b}} = \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( \frac{p_0}{p} \right)^2 \left( \frac{k_{wb}}{k_{wo}} \right)^2 \frac{k_b}{k_{b,b}};$$

реактивное сопротивление дифференциального рассеяния статора

$$X_d = \frac{x_d}{x_{d,b}} = \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( \frac{p_0}{p} \right)^2 \left( \frac{k_w}{k_{wo}} \right)^2 \frac{\sigma}{\sigma_0} k;$$

приведенное к статору реактивное сопротивление ротора

$$X'_{2b} = \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( \frac{k_w}{k_{wo}} \right)^2 X$$

$$X = x_{p,2b} + x_{d,2b} \left( \frac{p_0}{p} \right)^2 \frac{k_{b,b}}{k_b} \frac{\sigma_0}{\sigma_{2b}} + x_{l,2b} \left( \frac{p_0}{p} \right)^2.$$

Для вычисления реактивного сопротивления лобовых частей целых односкоростных обмоток обычно [Л. 9] используются эмпирические выражения коэффициентов проводимости вида:

$$x_l = k_1 \frac{q_1}{l_0} (l_{l1} - k_2 \tau),$$

где коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  зависят от конструкции катушек обмотки и проверены многолетней практикой расчетов и испытаний двигателей. Можно полагать, что реактивное сопротивление лобового рассеяния пропорционально реактивному сопротивлению воздушного зазора [Л. 8]:

$$x_o = x_h (1 + \sigma),$$

поскольку и то и другое вызываются вращающимися м. д. с., создаваемыми одними и теми же токами в фазах статора, поэтому можно принять относительные значения этих сопротивлений одинаковыми и написать:

$$X_h = \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( \frac{p_0}{p} \right)^2 \left( \frac{k_w}{k_{wo}} \right)^2 \frac{1 + \sigma}{1 + \sigma_0}.$$

Тогда, вычислив реактивное сопротивление  $x_{l,2b}$  по вполне надежным эмпирическим формулам, можно определить реактивное сопротивление лобового рассеяния многоскоростного двигателя, пользуясь приведенной формулой.

В этих формулах  $a$  — число параллельных ветвей в фазе статора;

$$k_h = \frac{\lambda'_{\pi} k_b + \lambda''_{\pi} k'_b + \lambda_{\pi}}{\lambda'_{\pi} k_{b,b} + \lambda''_{\pi} k'_{b,b} + \lambda_{\pi}};$$

$\lambda'_{\pi}$ ,  $\lambda''_{\pi}$ ,  $\lambda_{\pi}$  — составляющие коэффициента проводимости пазового рассеяния базового двигателя;

$$k_b = \frac{5 + 3g}{8}, \quad k'_b = \frac{1 + g}{2}$$

— коэффициенты, учитывающие взаимоиндукцию между сторонами катушек,ложенными в одни и те же пазы;

$$g = \frac{\sum_{i=1}^{z/v_n} w_{oi} w_{ii} \cos \gamma_i}{\sum_{i=1}^{z/v_n} w_{oi} w_{ii}};$$

$w_{oi}$  и  $w_{ii}$  — числа активных проводников в верхней и нижней катушечных сторонах  $i$ -го паза (для катушек со смешанным включением витков  $w_i = w' - w''$ , где  $w'$  и  $w''$  — числа витков в полукатушках);  $\gamma_i$  — фазовый сдвиг между токами в верхней и нижней катушечных сторонах;  $v_n$  — общий на-

больший делитель числа пазов  $z$  и рабочего числа полюсов  $p_p$

$$k_b = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i (\omega' - \omega'')^2 + \left( \frac{z}{v_H} - \sum_{i=1}^n \Delta_i \right) \omega_c^2}{\frac{z}{v_H} \omega_c^2}$$

— коэффициент, учитывающий уменьшение реактивного сопротивления самоиндукции вследствие смешанного включения витков в части катушек;  $n$  — число разновидностей катушек с смешанным включением витков;  $\Delta_i$  — число катушек каждой из разновидностей;  $\omega_c$  — число витков в катушке;  $\sigma$  — коэффициент дифференциального рассеяния, без учета демпфирования;

$$k = \frac{\rho k_{\text{ш}} k_{\delta\delta}}{\rho_b k_{\text{ш},6} k_{\delta}}$$

$\rho = f \left( \frac{z_2}{p_p}, q_1 \right)$  — коэффициент демпфирования, определяемый из таблицы [Л. 9];

$$k_{\text{ш}} = 1 - 0,033 \frac{b_{\text{ш},6}^2}{t_{16}\delta} \frac{z_6}{z}$$

$k_{\delta} = \frac{t_{16} \frac{z_6}{z}}{t_{16} \frac{z_6}{z} - \gamma \delta}$  — составляющая коэффициента воздушного зазора для пазов статора;  $\gamma = \frac{\left( \frac{b_{\text{ш}}}{\delta} \frac{z_6}{z} \right)^2}{5 + \frac{b_{\text{ш}}}{\delta} \frac{z_6}{z}}$

$t_{16}$ ,  $b_{\text{ш},6}$  — зубцовый шаг и ширина базового двигателя;  $\delta$  — воздушный зазор;  $x_h$  — главное реактивное сопротивление статора.

Коэффициенты дифференциального рассеяния статоров вычисляются по формуле:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{z/v_H} v_i^2}{\frac{z}{2v_H} V_p^2} - 1$$

где  $\sum_{i=1}^{z/v_H} v_i^2$  — сумма квадратов ординат ступенчатой кривой м. д. с., построенной на протяжении участка, равного двойному полюсному делению гармоники порядка  $v_H$  в предположении, что амплитуда тока катушечной стороны равна единице;

$$V_p = \frac{z k_{\omega}}{\pi P_p}$$

— амплитуда рабочей гармоники в этой кривой.

В случае малой несимметрии обмоток, когда амплитуды м. д. с. только двух фаз одинаковы и сдвинуты относительно м. д. с. третьей фазы на равные, но противоположные по знаку углы, сумма квадратов ординат в первом члене формулы для  $\sigma$  является функцией времени. В этих случаях упо-

мянутая сумма заменяется ее средним за период значением, определяемым по формуле:

$$\sum_{i=1}^{z/v_H} v_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{z/v_H} A v_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{z/v_H} B v_i^2}{3},$$

где

$$\sum_{i=1}^{z/v_H} A v_i^2 \text{ и } \sum_{i=1}^{z/v_H} B v_i^2$$

— суммы квадратов ординат кривой м. д. с., построенных для моментов максимума тока в фазах  $A$  и  $B$  соответственно, причем амплитуды м. д. с. фаз  $B$  и  $C$  одинаковы. Такие условия имеют место в предлагаемых нами обмотках [Л. 3] при  $c_i$ , кратных трем, и в обмотках Роклиффа, образованных посредством несимметричной модуляции [Л. 10]. Для вычисления  $X_d$  может быть использована другая, уточненная формула:

$$X_d = \left( \frac{a_5}{a} \right)^2 \left( \frac{p_b}{p} \right)^2 \left( \frac{k_m}{k_{\omega\omega}} \right)^2 \frac{\sigma'}{\sigma'_b}$$

В этой формуле

$$\sigma' = \sum_{\substack{v=v_H \\ v \neq p_p}} \left( \frac{k_{\omega v} P_p}{k_{\omega p} v} \right)^2 \frac{D_v}{D_p}$$

— коэффициент дифференциального рассеяния с учетом демпфирования;

$$D_v = \sqrt{\frac{r_{2v}^2 + s_{v,2_{3v}}^2}{r_{2v}^2 + s_{v,(2_{2v} + x_{hv})}^2}}$$

— коэффициент демпфирования гармоники порядка  $v$ ;  $x_{hv}$ ,  $r_{2v}$ ,  $x_{2_{2v}}$  — главное реактивное сопротивление, активное и реактивное сопротивление ротора для гармоники порядка  $v$ ;  $s_v$  — скольжение ротора относительно гармоники порядка  $v$ .

Однако вычисления по этим формулам требуют использования ЦВМ. Поскольку потери в стали, равно как и сумма механических и вентиляционных потерь на высшей скорости, во всех сравниваемых вариантах одинаковы, равенство полных потерь и превышений температуры изоляции имеет место при равенстве потерь в меди статоров. Поскольку массы меди статора при равенстве полных площадей пазов статоров также одинаковы, требуется равенство плотностей тока в статорах, следовательно, токи статоров, допустимые по нагреву, пропорциональны обмоточным коэффициентам:

$$I_b = I_{n,6} \frac{k_{\omega}}{k_{\omega\omega}}$$

где  $I_{n,6}$  — номинальный ток базового двигателя.

Моменты  $M_b$ , допустимые по нагреву, определяются по известным токам из упрощенных круговых диаграмм, диаметры которых, как известно, равны  $D = \frac{U}{x_k}$ , а углы наклона линий момента к горизонтам определяются как

$$\beta = \arctg \frac{r_{16}}{x_{k,6}} \frac{R_1}{X_k},$$

№	z	y	Характеристика обмотки и источник	p <sub>1</sub> =4			p <sub>2</sub> =3			
				k <sub>w</sub>	σ·10 <sup>2</sup>	M <sub>m</sub>	k <sub>w</sub>	σ·10 <sup>2</sup>	M <sub>m</sub>	M <sub>θ</sub>
1	36	5	Т. Г. Сорокер, В. Х. Нутов	0,946	4,59	0,338	0,622	16,2	0,26	0,55
2			c <sub>1</sub> =3; c <sub>2</sub> =4; s=1	0,593	10,1	0,53	0,683	2,84	0,70	0,69
3		7	Т. Г. Сорокер, В. Х. Нутов	0,933	2,28	0,43	0,624	28,5	0,156	0,41
4	48	9	1-3-3-1-1-3-3-1 0-3-3-2-0-3-3-2 2-3-3-0-2-3-3-0	0,636	5,4	1,07	0,784	6,6	0,451	0,76
5	54	8	Т. Г. Сорокер, В. Х. Нутов	0,914	4,31	0,378	0,630	13,3	0,282	0,54
6	60	11	2-3-3-2-2-3-3-2 1-3-3-3-1-3-3-3 3-3-3-1-3-3-3-1	0,697	4,07	0,765	0,688	13,9	0,279	0,58
7		10	Т. Г. Сорокер, В. Х. Нутов	0,932	1,03	0,474	0,616	10,3	0,322	0,55
8	72	13	2-4-4-2-2-4-4-2 1-3-5-3-1-3-5-3 3-5-3-1-3-5-3-1	0,713	2,43	0,951	0,746	2,56	0,704	0,76
9		10	c <sub>1</sub> =3; c <sub>2</sub> =4; s=2	0,618	4,38	0,864	0,677	0,89	0,928	0,70
10			c <sub>1</sub> =6; c <sub>2</sub> =8; s=1	0,593	1,87	1,07	0,631	1,12	0,868	0,65
11	84	15	2-5-5-2-2-5-5-2 1-5-4-4-1-5-4-4 4-4-5-1-4-4-5-1	0,712	4,11	0,815	0,727	4,76	0,541	0,71
12	96	17	2-6-6-2-2-6-6-2 0-6-6-4-0-6-6-4 4-6-6-0-4-6-6-0	0,709	3,99	0,998	0,793	3,01	0,683	0,82
13	108	19	2-7-7-2-2-7-7-2 1-6-7-4-1-6-7-4 4-7-6-1-4-7-6-1	0,734	3,09	0,946	0,781	3,66	0,693	0,81
14		15	c <sub>1</sub> =3; c <sub>2</sub> =4; s=3	0,617	2,9	1,00	0,676	0,56	1,00	0,70

где  $R_i = \left(\frac{k_{w5}}{k_{w0}}\right)^2$  — относительное значение активного сопротивления статора.

В таблице приведены результаты расчетов по описанной методике для четырнадцати известных в настоящее время вариантов исполнения двухскоростной обмотки, переключаемой с 8 на 6 полюсов. Шесть вариантов (поз. 4, 6, 8, 11, 12 и 13) составлены по методу полюсно-амплитудной модуляции [Л. 10] и характеризуются чередованиями катушечных групп в фазах. Четыре варианта предложены Т. Г. Сорокером и В. Х. Нутовым (поз. 1, 3, 5 и 7). Остальные четыре варианта (поз. 2, 9, 10 и 14) составлены по нашему методу [Л. 3] и характеризуются числом катушек в катушечной группе  $s$  и числом лучей в звездах м. д. с. катушечных групп порядков 4 и 3 на фазу

$$c_1 = \frac{z}{12s}, \quad c_2 = \frac{z}{9s}.$$

Переключение чисел полюсов во всех вариантах исполнения проводится по схеме  $\Delta/YY$  с помощью шести выводов на переключатель. Поскольку плот-

ность тока в статорной обмотке при переключении на низшую скорость уменьшается по сравнению с плотностью тока на высшей скорости в отношении, примерно равном

$$\frac{p_2 U_2 a_2}{p_1 U_1 a_1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1,73} = 0,87,$$

не следует опасаться недопустимого превышения температуры при  $p_1=4$ , если оно не наблюдается при  $p_2=3$ . В качестве базового исполнения в расчетах фигурировал односкоростной шестиполюсный двигатель мощностью 250 кВт, 380/660 В, 50 Гц, подробно рассчитанный в [Л. 9]. Упрощенные круговые диаграммы показаны на рисунке. Цифры, проставленные на окружностях, в центрах и на линиях момента, соответствуют номерам вариантов исполнения таблицы.

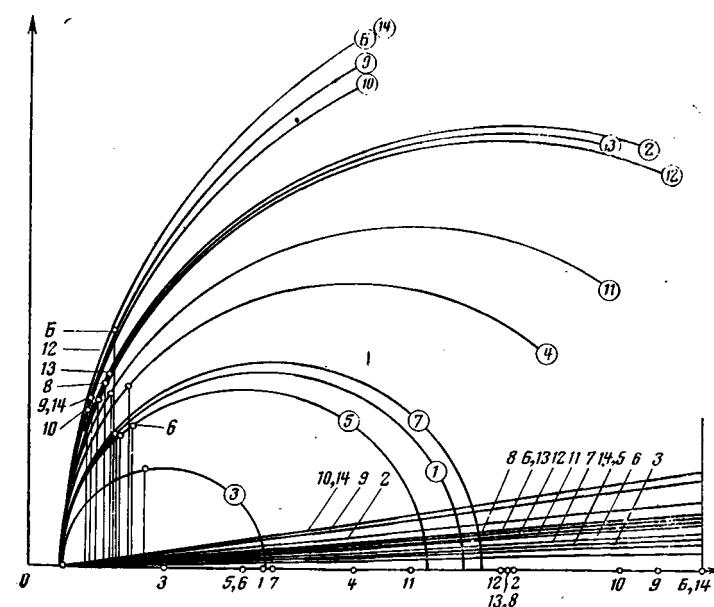
Таблица показывает, что по максимальным моментам в заданном габарите на обеих скоростях лучшими являются: при  $z \leq 36$  — вариант 2, при  $z \leq 72$  — вариант 9 и при  $z \leq 108$  — вариант 14. Этот результат объясняется тем, что обмотки с сравнительно малым дифференциальным рассеянием и

пониженными обмоточными коэффициентами имеют также пониженное пазовое рассеяние вследствие уменьшения коэффициентов  $k_b$  и  $k'_b$ , учитывающих взаимоиндукцию между катушечными сторонами.

Таким образом, у этих обмоток существенно уменьшаются две наибольшие составляющие реактивного сопротивления статора. По значениям моментов  $M_b$ , допустимых по нагреву, казалось бы, имеют известное преимущество вариант 8 при  $z \leq 72$  и вариант 12 при  $z \leq 108$ , однако следует помнить, что при определении  $M_b$  совершенно игнорировались добавочные потери от сторонних гармоник м. д. с., которые составляют от 1 до 8% подводимой мощности [Л. 6] и в среднем понижают к. п. д. соответствующих двигателей на 3% по сравнению с односкоростными. Поэтому при надлежащем учете этих потерь различие в допустимых по нагреву моментах у конкурирующих вариантов 9, 14 и 8, 12 вряд ли окажется существенным. Общеизвестно также вредное влияние сторонних гармоник порядков, не кратных рабочему числу пар полюсов, на характеристики двигателей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дартау А. А. Общая методика составления схем многофазных двухскоростных обмоток. — Электричество, 1970, № 3.
2. Дартау А. А. К вопросу о составлении схем многофазных полюсопереключаемых обмоток. — В кн.: Электрические машины малой мощности. Л.: Наука, 1970.
3. Дартау А. А. Усовершенствование обмоток многоскоростных асинхронных двигателей. — Электричество, 1979, № 6.
4. Захаров М. К., Радимов И. Н. Теория и метод построения полюсно-модулированных обмоток. — Электротехника, 1973, № 1.
5. Rawcliffe G. H., Fong W. Sum and Difference Winding



Modulation with Special Reference to the Design of 4/6 Poles  
P. A. M. Windings. — Proc. IEE, 1970, 117 A, № 9.

6. Хабиб Заки Тадрос. Исследование многоскоростных асинхронных двигателей с переключением обмоток по методу полюсно-амплитудной модуляции: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. Л., 1974.

7. Харитонов А. М. Многоскоростные электродвигатели. М.: Госэнергоиздат, 1954.

8. Рихтер Р. Электрические машины. М.: ОНТИ, 1935, т. 1, 1939, т. 4.

9. Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. Проектирование электрических машин. М.: Энергия, 1969.

10. Rawcliffe G. H., Fong W. Two Speed Induction Motors Using Fractional-Slot Windings. — Proc. IEE, 1965, 111 A, № 10.

[01.02.79]

УДК 621.314.632:62-5

## О динамических свойствах асинхронных систем импульсно-фазового управления вентильными преобразователями

ПОЗДЕЕВ А. Д., доктор техн. наук

Чебоксары

За последние годы разными авторами предложен ряд принципов построения систем импульсно-фазового управления (СИФУ) вентильными преобразователями переменного тока в постоянный (ВП), отличающихся от широко распространенных СИФУ с вертикальным управлением, в которых используется система синхронизированных с сетью опорных напряжений, отсутствием этой синхронизации в нормальных эксплуатационных режимах [Л. 1—8]. Появление таких СИФУ было вызвано в первую очередь стремлением избежать нежелательных явлений, вызванных влиянием питающей сети на работу СИФУ, вследствие возможных искажений формы опорных напряжений, вносимых самим ВП, и проявляющихся в возникновении так называемой «гармонической» неустойчивости

[Л. 1], в особенности в установках большой мощности. Для обеспечения управляемости такие системы требуют обратной связи по одному из параметров (напряжению, току ВП), т. е. входят в замкнутую систему автоматического регулирования (САР), и вследствие этого рядом авторов были названы «следящими» СИФУ [Л. 4 и 5]. Поскольку в современных установках ВП, как правило, входят составной частью в САР, то определяющим для описываемых систем следует считать не наличие контура регулирования, а факт отсутствия синхронизирующих напряжений и более логично называть их асинхронными СИФУ.

Несмотря на то, что вопросы сравнительного анализа динамических свойств различных типов СИФУ частично рассмотрены в литературе [Л. 3,

6 и 8] и показаны преимущества синхронных СИФУ, работающих по вертикальному принципу управления, а из асинхронных СИФУ — системы пропорционально-интегрального типа, продолжают изучаться свойства асинхронных СИФУ с интегральным управлением, а также «следящих» СИФУ с пропорционально-интегральным управлением [Л. 5]. Причем в последней работе «следящие» СИФУ предлагаются положить в основу унификации систем управления ВП, поскольку при этом имеется возможность «реализовать теоретически неограниченный коэффициент усиления регулятора без нарушения условий устойчивости» и этим самым «полностью реализовать предельные динамические возможности ВП как в режиме источника напряжения, так и в режиме источника тока». К сожалению, эти выводы сделаны на основе общих рассуждений, не подтверждаемых ни теоретическими, ни экспериментальными исследованиями. Поэтому представляется целесообразным сделать сравнительный обзор динамических свойств различных типов СИФУ с тем, чтобы у специалистов, работающих в области преобразовательной техники, сформировалось правильное мнение по вышеупомянутому вопросу.

Наиболее строго поддаются теоретическому исследованию переходные процессы в системах с ВП при малых отклонениях от установившегося положения [Л. 9]. Для этого случая, применяя математический аппарат теории импульсных систем ( $z$ -

преобразование), удалось обосновать динамические модели ВП с различными типами СИФУ [Л. 3, 6 и 8]. Изучение поведения системы в режиме малых возмущений оказывается достаточным для целей сравнительного анализа. Настоящая статья является обобщением и дальнейшим развитием основных выводов, полученных в [Л. 3 и 8].

Во-первых, следует отметить, что широко распространенная синхронная СИФУ с вертикальным управлением является безынерционной, а ВП при малых отклонениях от установившегося положения и угле коммутации вентилей  $\psi=0$  может быть представлен в режиме непрерывного тока идеальным импульсным элементом с коэффициентом передачи  $k_{\text{ин}}$  (рис. 1) [Л. 9]. Основой асинхронных СИФУ является управляемый генератор частоты. Управление этим генератором может быть выполнено различными методами, и в зависимости от этого СИФУ обладают различными динамическими свойствами.

Структура асинхронной СИФУ, основанной на сравнении интегральных значений управляющего напряжения и сигнала обратной связи, изображена на рис. 2, а. На вход нуль-органа  $HO$ , управляющего генератором импульсов  $\Gamma$ , подается разность напряжения с интегратора  $u_{\text{и}}$  и напряжения  $u_2(t)$ , а на вход интегратора — управляющее напряжение  $u_1(t)$ . В момент равенства  $u_{\text{и}}=u_2$   $HO$  срабатывает, на выходе генератора возникает импульс, передающийся через пересчетное устройство  $PU$  на вентили и осуществляющий сброс до нуля показаний интегратора. Управление ВП может выполняться изменением как  $u_1(t)$ , так и  $u_2(t)$ . Эти напряжения могут входить в замкнутые контуры регулирования (тока, напряжения ВП). При управлении по входу  $I$  СИФУ обладает астатизмом 1-го порядка, и без обратной связи ВП не может управляться.

Математическое обоснование импульсной динамической модели такой СИФУ (рис. 2, б) выполнено в [Л. 8]. Здесь  $\Delta\bar{u}_{10}$ ,  $\Delta\bar{u}_{20}$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\bar{u}_d$  — приращения сигналов управления, угла управления и выпрямленного напряжения ВП в относительных единицах;

$$F_u = \frac{1}{1 + \frac{u_{1c}(n)}{\omega_0 T_u}} \quad (1)$$

— фактор пульсаций, учитывающий влияние стационарной помехи, поступающей по каналу обратных связей на вход  $I$ ;  $u_{1c}(n)$  — значение этой помехи в момент формирования импульса управления (слева от этого момента) в относительных единицах;  $T_u$  — постоянная времени интегратора;

$$F = \frac{1}{1 - F_u \left( \frac{du_{2c}}{d\varphi} \right)} \quad (2)$$

— коэффициент, учитывающий влияние пульсаций в узле сравнения  $II$ ;  $\left( \frac{du_{2c}}{d\varphi} \right)$  — левое значение производной помехи на входе  $II$ . Знак минус в знаменателе соотношения для  $F$  обусловлен тем обстоятельством, что положительным приращением угла управления  $\Delta\theta$  соответствуют отрицательные значения  $\Delta\bar{u}_{20}$  ( $\varphi=\omega_0 t$ ).



Рис. 1. Динамическая модель ВП, управляемого синхронной СИФУ с вертикальным принципом управления и включенным в контур регулирования тока нагрузки.  $k_{\text{ин}}=T \sin \alpha$ ;  $T_u=L_u/r_u$  — постоянная времени цепи нагрузки;  $k_{\text{ко}}$  — коэффициент передачи СИФУ;  $F$  — фактор пульсаций;  $W_p(p)$  и  $K_{oc}(p)$  — передаточные функции регулятора и звена обратной связи.

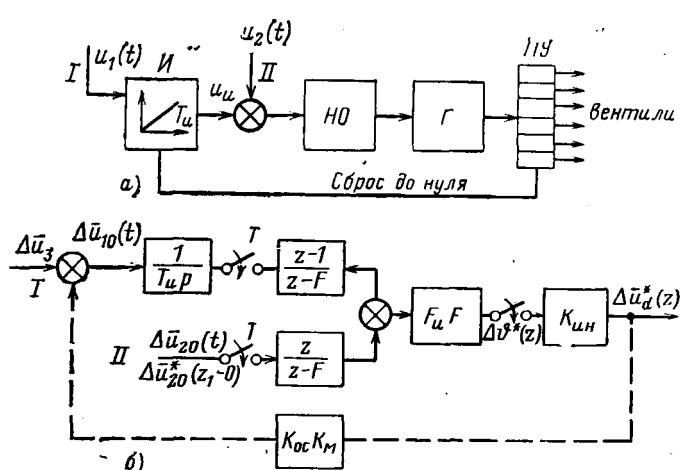


Рис. 2. Структура асинхронной СИФУ с интегральными характеристиками (а) и ее динамическая модель (б).

Из рис. 2,б следует, что при управлении по каналу I СИФУ в контуре регулирования содержит интегральное звено. Заметим, что  $z$ -преобразованию вида  $z/(z-F)$  соответствует в канале управления II при  $F < 1$  апериодическое звено вида:

$$W(p) = \frac{1}{T_{FP} + 1}; \quad T_F = \frac{T}{\ln \frac{1}{F}}. \quad (3)$$

При  $F=1$  это звено также становится интегральным, а при  $F>0$  — звеном с отрицательным самовыравниванием.

Из сравнения структур по рис. 1 и 2 априори можно сделать вывод, что описываемая асинхронная СИФУ вследствие наличия инерционных звеньев будет уступать по своим динамическим характеристикам СИФУ с вертикальным принципом управления, превосходя, естественно, последнюю в части влияния искажений питающей сети на работу СИФУ. Наличие этой инерционности создает дополнительные трудности в обеспечении устойчивости замкнутых САР. В этом при желании можно убедиться, если для анализа устойчивости использовать модели по рис. 1 и рис. 2,б. Детальное изучение этого вопроса не входит в задачу настоящей статьи. Но уже сравнение структур динамических моделей этих типов СИФУ и практический опыт говорят о том, что асинхронная СИФУ с интегральным управлением оказывается мало пригодной для построения быстродействующих САР, в особенностях систем (в частности, электроприводов) с предельным быстродействием [Л. 9], в которых в максимальной степени используются динамические возможности ВП. Этот вывод можно в определенной степени отнести и к системам с изменяемыми структурами, предложенными в [Л. 7], поскольку в некоторых из этих структур применяются асинхронные СИФУ с интегральным управлением, называемые авторами системами с фазовой модуляцией 2-го рода.

Имеется возможность создать асинхронную СИФУ, за которой остаются преимущества в части влияния искажений сети, с динамическими характеристиками, приближающимися к характеристикам СИФУ с вертикальным принципом управления, так называемую асинхронную СИФУ со свойствами ПИ-регулятора [Л. 2 и 3] (рис. 3,а).

В ней на входе  $HO$  сравнивается напряжение управления  $u_y = u_3 - u_{oc}$  и пилообразное напряжение интегратора  $u_4$ , на вход которого наряду с фиксированным сигналом  $U_0$  подается с коэффициентом передачи  $k$  и сигнал управления  $u_y$ . Последний содержит в своем составе также сигнал периодической помехи  $u_{c,y}$ , обусловленный пульсациями выпрямленного напряжения, поступающими на вход в замкнутых САР по цепям обратных связей. В момент равенства  $u_y = u_4$  происходит формирование импульса и сбрасывание напряжения интегратора на постоянную величину  $\Delta u_y = U_0 T / T_{pi}$ . Динамическая модель такой СИФУ, математически обоснованная в [Л. 8], изображена на рис. 3,б. Она содержит в своей структуре пропорционально-интегральное звено с постоянной времени интегратора  $T_{pi} = T_{pi}/k$  и также обладает астатизмом 1-го порядка вследствие наличия канала интегрирования,

благодаря чему в установившихся режимах всегда обеспечивается синхронизация частот генератора и питающей сети при возможном дрейфе частоты сети и параметров элементов схемы, условно обозначенном на рис. 3,а сигналом  $\Delta f_2$ . Однако в отличие от структуры по рис. 2,б она содержит еще пропорциональную часть, что позволяет ей мгновенно обрабатывать быстрые изменения управляющего напряжения в первый период квантования по аналогии с СИФУ, работающей по принципу вертикального управления. Непрерывная функция, описывающая изменение угла управления в соответствии со структурой СИФУ,

$$\Delta \theta(p) = F \left[ \left( 1 + \frac{k}{T_{up}} \right) \Delta u_y(p) + \frac{\Delta f_2(p)}{T_{up}} \right], \quad (4)$$

где  $F$  — коэффициент, учитывающий влияние стационарной помехи на коэффициент передачи СИФУ [Л. 8].

Отсюда следует, что при работе ВП с такой СИФУ в замкнутой САР установившаяся ошибка будет определяться только величиной дрейфа

$$\Delta u_y(\infty) = -\frac{\Delta f_2(\infty)}{k}.$$

К подобной структуре, но с переменными коэффициентами передачи можно привести СИФУ, предложенную в [Л. 2].

Очевидно (рис. 2 и 3), пропорционально-интегральная СИФУ по сравнению с асинхронной СИФУ с интегральным управлением обладает существенными преимуществами в области динамических характеристик. Имеются принципиальные возможности построения на ее базе в быстродействующих вентильных системах (например, вентильных электроприводах), ПИ-регулятора тока, где варьированием параметра можно изменять параметры регулятора. Несмотря на эти безусловные преимущества асинхронной СИФУ пропорционально-интегрального типа по сравнению с асинхронными СИФУ с интегральным управлением, указанные еще в [Л. 3], в последующих статьях [Л. 4, 6 и 10] продолжает уделяться внимание исследованию свойств СИФУ последующего типа. Нам представляется своеувре-

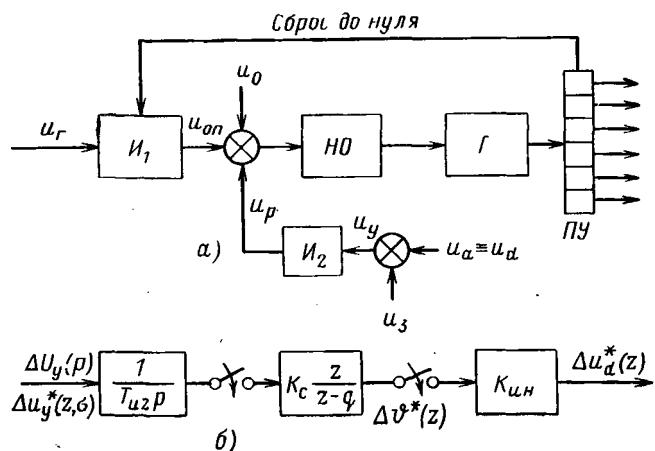


Рис. 3. Структура и динамическая модель асинхронной СИФУ с характеристиками ПИ-регулятора.

менным обратить внимание специалистов на безусловные преимущества асинхронной СИФУ (см. рис. 3) по сравнению с другими типами асинхронных СИФУ.

Перейдем теперь к исследованию СИФУ, которые были названы авторами «следящими» [Л. 4 и 5]. В СИФУ, «следящей» за мгновенными значениями напряжения ВП, импульс управления вырабатывается в момент равенства управляющего напряжения  $u_y(t)$  и напряжения обратной связи  $u_{oc}(t)$ , пропорционального выпрямленному напряжению ВП [см. рис. 4 при  $W_{oc}(p)=k_{oc}$ ,  $k_y=0$ ,  $u_{\text{вых}}(t)=u_d(t)$ ]. Вполне очевидно, что такая СИФУ по принципу работы идентична синхронной СИФУ с вертикальным управлением с тем отличием, что в ней опорным напряжением является синусоида питающего напряжения горящей фазы. Возможный диапазон изменения угла управления в такой СИФУ меньше  $180^\circ$   $\pi/m \leq \alpha \leq \pi$ , так как при  $\alpha < -\pi - \pi/m$  вследствие изменения знака производной синусоиды опорного напряжения обратная связь из отрицательной становится положительной, а система оказывается неработоспособной. В реальных СИФУ с вертикальным управлением вследствие смещения кривой опорного напряжения на угол  $\varphi = -\pi/m$  относительно синусоиды напряжения сети этот недостаток отсутствует.

В СИФУ, «следящих» за мгновенным значением тока нагрузки, импульс управления вырабатывается в момент равенства значений управляющего напряжения и напряжения обратной связи  $u_{oc}(t)$ , пропорционального току нагрузки (см. рис. 4 при  $W_{oc}(p) \approx k_{oc}$ ,  $k_y=0$ ;  $u_{\text{вых}}(t) \equiv i_d$ ). По своим динамическим характеристикам такая СИФУ при малых отклонениях также близка к СИФУ с вертикальным управлением, но роль синхронизирующего здесь выполняет периодическое напряжение  $u_{oc}$ , пропорциональное току нагрузки. По своей структуре динамическая модель такой СИФУ идентична модели ВП с синхронной СИФУ и вертикальным управлением, работающего в контуре регулирования тока, и пропорциональным регулятором [см. рис. 1 при  $W_p(p)=k_p$ ]. Однако в отличие от последнего случая в данной модели варьирование коэффициента обратной связи  $k_{oc}$  приводит к изменению коэффициента передачи СИФУ  $k_{oc}$ , так что произведение  $k_{oc} k_{co}$  оказывается независимым от глубины обратной связи  $k_{oc}$ . Вследствие этого, как показано в [Л. 8], СИФУ, «следящая» за мгновенными значениями тока нагрузки, оказывается неработоспособной в инверторном режиме ( $\alpha > \pi/2$ ) вследствие потери устойчивости и возникновения автоколебаний на основной субгармонике.

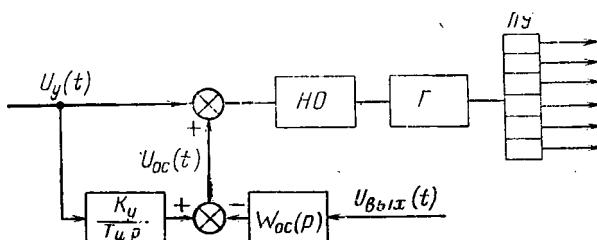


Рис. 4. Обобщенная структура «следящих» СИФУ.

Рассмотрим теперь «следящую» СИФУ с пропорционально-интегральным регулятором напряжения. Она согласно [Л. 5] выполнена в соответствии с рис. 4 при  $u_{\text{вых}}(t)=u_d(t)$ :

$$W_{CC}(p) = k_{OC} \left( 1 + \frac{1}{T_u p} \right) \quad (5)$$

и имеет в общем случае следующий алгоритм управления:

$$u_y \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] - k_{CC} u_{\text{вых}} \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] - \\ - \frac{1}{T_u} \int_{nT + \frac{\Delta \alpha_n}{\omega_0}}^{(n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0}} \left[ k_{OC} u_{\text{вых}}(t) - k_y u_y(t) \right] dt = 0, \quad (6)$$

где

$$u_{\text{вых}} \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right]; \quad u_y \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right]$$

— значения напряжений в  $(n+1)$ -й момент сравнения слева;  $k_{OC}$  и  $k_y$  — коэффициенты передачи в цепи обратной связи и интегральной составляющей канала управления;  $T_u$  — постоянная времени интегратора.

При малых отклонениях справедливо:

$$u_{\text{вых}} \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] = u_{\text{вых}}(nT) + \\ + \left( \frac{du_{\text{вых},c}}{d\varphi} \right) \Delta \alpha_{n+1}; \quad \left. \begin{array}{l} u_y \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] = U_{y0} + \\ + \left( \frac{du_y,c}{d\varphi} \right) \Delta \alpha_{n+1} + \Delta u_y \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right], \end{array} \right\} \quad (7)$$

где

$$\left( \frac{du_{\text{вых},c}}{d\varphi} \right) = -U_m \sin \left( \frac{\pi}{m} + \alpha \right), \quad \left( \frac{du_y,c}{d\varphi} \right)$$

— производные стационарной составляющей выходного сигнала и стационарной помехи в сигнале управления  $u_y(t)$  в моменты  $t=nT$  слева;  $U_{y0}$  — постоянная составляющая сигнала управления;

$$\Delta u_y \left[ (n+1)T + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] = \Delta u_y(n+1)$$

— приращение управляющего сигнала в  $(n+1)$ -й момент сравнения слева.

В области малых отклонений угла управления от установившегося состояния с точностью до членов второго порядка малости можно принять:

$$u_{y,c}(t) = u_y(nT) = \text{const.}$$

Здесь  $u_y(nT)$  — установившееся значение стационарной помехи по каналу управления в моменты  $t=nT$  слева, а значения выходного напряжения ВП справа и слева от этого момента:

$$u_{\text{вых}}(t)_+ = u_{\text{вых},c}(nT)_+ = U_m \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} \right);$$

$$u_{\text{вых}}(t)_- = u_{\text{вых},c}(nT)_- = U_m \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} \right).$$

Тогда, разбивая интеграл (6) на сумму интегралов, найдем:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T_u} \int_{nT + \frac{\Delta\alpha_0}{\omega_0}}^{(n+1)T + \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{\omega_0}} [k_{CC}u_{\text{вых}}(t) - k_y u_y(t)] dt = \\ & = \frac{1}{T_u} \int_{nT}^{(n+1)T} [k_{CC}u_{\text{вых}}(t) - k_y (U_{y0} + u_{y,c})] dt + \\ & + \frac{k_{OC}}{T_u} \left[ u_{\text{вых}}(nT) - \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{\omega_0} - u_{\text{вых},c}(nT) + \frac{\Delta\alpha_n}{\omega_0} \right] - \\ & - \frac{k_y}{T_u} \left\{ \int_{nT}^{(n+1)T} \Delta u_y(t) dt + [u_{y,c}(nT) - \right. \\ & \left. + U_{y0}] \left( \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{\omega_0} - \frac{\Delta\alpha_n}{\omega_0} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

В установившемся режиме имеет место соотношение:

$$k_{OC}u_{\text{вых},c}(nT) = U_{y0} - \frac{1}{T_u} \int_{nT}^{(n+1)T} k_{CC}u_{\text{вых}}(t) - \\ - k_y (U_{y0} + U_{y,c}) dt. \quad (9)$$

Тогда из (6) — (9) найдем:

$$-\Delta\alpha_{n+1}A + \Delta\alpha_nB = \Delta u_y(n+1) + \int_{nT}^{(n+1)T} \Delta u_y(t) dt, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} A = & -k_{OC} \left( \frac{du_{\text{вых},c}}{d\varphi} \right)_- + \left( \frac{du_{y,c}}{d\varphi} \right)_- - \\ & - \frac{k_{CC}}{\omega_0 T_u} u_{\text{вых},c}(nT) + \frac{k_y}{\omega_0 T_u} [u_{y,c}(nT) + U_{y0}]; \\ B = & - \frac{k_{OC}}{\omega_0 T_u} u_{\text{вых},c}(nT) + \frac{k_y}{\omega_0 T_u} [u_{y,c}(nT) + U_{y0}]. \end{aligned} \quad (11)$$

Кроме того, из (9) можно найти:

$$k_{OC}U_m \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} \right) = U_{y0} - \frac{T}{T_u} k_{CC}k_m U_m \cos \alpha + \\ + \frac{T}{T_u} k_y u_y. \quad (12)$$

Так как  $\frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} u_{\text{вых}}(t) dt = U_d = k_m U_m \cos \alpha$ ,

где  $k_m = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}$ , то

$$U_{y0} = k_{CC}U_m \frac{\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} \right) + \frac{T}{T_u} k_m \cos \alpha}{1 + \frac{T}{T_u} k_y}. \quad (13)$$

Разностное уравнение (8) описывает процесс в рассматриваемой структуре при малых возмущениях  $\Delta u_y(t)$ . В принципе по аналогии с [Л. 3 и 8]

к этому уравнению можно применить  $z$ -преобразование и построить импульсную динамическую модель ВП с СИФУ, пригодную для анализа процессов в более сложных структурах. Об устойчивости и характере процессов в самом ВП можно судить непосредственно по уравнению (10).

Одним из условий работоспособности ВП является требование  $A > 0$ , чтобы положительным приращением управляющего напряжения соответствовали значения  $\Delta u < 0$ . Анализ соотношения (11) показывает, что это условие можно выполнить в требуемом диапазоне углов управления  $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Области устойчивости в малом определяются параметром  $q = B/A$ , при  $u_{y,c}(t) = 0$  выражаемым следующим образом:

$$q = \frac{-\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{m} \right) + k_y U_{y0}}{\omega_0 T_u \sin \left( \frac{\pi}{m} + \alpha \right) - \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} \right) + k_y U_{y0}}. \quad (14)$$

Критерий устойчивости:  $|q| < 1$ . Первое условие устойчивости  $q < 1$  приводит к соотношению:

$$-2 \sin \alpha \sin \frac{\pi}{m} < \omega_0 T_u \sin \left( \frac{\pi}{m} + \alpha \right), \quad (15)$$

которое может не выполняться лишь при углах  $\alpha > \left( \pi - \frac{\pi}{m} \right)$  и больших значениях  $T_u$ , что приводит к неустойчивым расходящимся процессам в ВП, переходящим в низкочастотные автоколебания. Второе условие устойчивости  $q > -1$  дает:

$$\begin{aligned} & \frac{2k_y}{1 + \frac{T}{T_u} k_y} \left[ \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{m} \right) + \frac{T}{T_u} k_m \cos \alpha \right] + \\ & + \omega_0 T_u \sin \left( \frac{\pi}{m} + \alpha \right) - 2 \cos \frac{\pi}{m} \cos \alpha > 0. \end{aligned} \quad (16)$$

При нарушении этого условия возбуждаются автоколебания на основной субгармонике  $\omega = m\omega_0/2$ . Из теории импульсных систем известно, что при  $0 < q < 1$  и единичном возмущении переходные процессы в такой САР 1-го порядка близки к экспоненциальному с эквивалентной постоянной времени

$$T_s = \frac{T}{\ln \frac{1}{q}}, \quad (17)$$

а при  $-1 < q < 0$  будут иметь место затухающие колебательные процессы с периодом  $2T$ . Таким образом, утверждение в [Л. 5], что ВП с рассматриваемой «следящей» СИФУ обладает свойствами безынерционного звена, является неверным. Естественно, что по динамическим свойствам такая СИФУ будет уступать синхронной СИФУ, работающей по вертикальному принципу управления, так как при наличии последней установившееся значение напряжения ВП наступает в первый период квантования после подачи управляющего сигнала.

Аналогично обстоит дело и в «следящей» СИФУ с пропорционально-интегральным регулятором тока [см. рис. 4 при  $u_{\text{вых}}(t) = i_d(t)$ ]. Для нее остается справедливым алгоритм управления, описываемый соотношением (6), где в качестве  $u_{\text{вых}}(t)$  сле-

дует принять напряжение, пропорциональное току нагрузки. Кроме того, следует учесть, что поскольку здесь в кривой установившегося выходного напряжения  $u_{\text{вых.с}}(t)$  отсутствуют разрывы 1-го рода, то  $u_{\text{вых.с}}(nT) = u_{\text{вых.с}}(nT)_+$ . Однако выходное напряжение в  $(n+1)$ -й момент сравнения записывается в виде (см. рис. 5, а):

$$u_{\text{вых.с}} \left[ nT + \frac{\Delta \alpha_{n+1}}{\omega_0} \right] = u_{\text{вых.с}}(nT) + \\ + \left( \frac{du_{\text{вых.с}}}{d\varphi} \right)_- \Delta \alpha_{n+1} + \Delta u_{\text{вых.с}}(n+1)_-, \quad (18)$$

где  $\Delta u_{\text{вых.с}}(n+1)_-$  — импульсная составляющая приращения выходного напряжения в  $(n+1)$ -й момент сравнения слева.

С учетом этих изменений аналогично вышеизложенному можно получить разностное уравнение:

$$-\alpha_{n+1} + \Delta \alpha_n B + k_{oc} \Delta u_{\text{вых.с}}(n+1)_- = \\ = \Delta u_y(n+1)_- + \int_{nT}^{(n+1)T} \Delta u_y(t) dt, \quad (19)$$

где коэффициенты  $A$  и  $B$  описываются соотношением (11) с учетом равенства  $u_{\text{вых.с}}(nT) = u_{\text{вых.с}}(nT)_+$ .

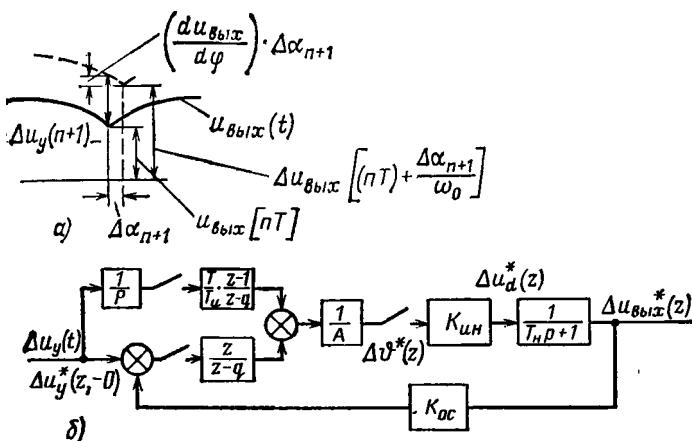


Рис. 5. Динамическая модель ВП с СИФУ, «следящей» за мгновенными значениями тока нагрузки.

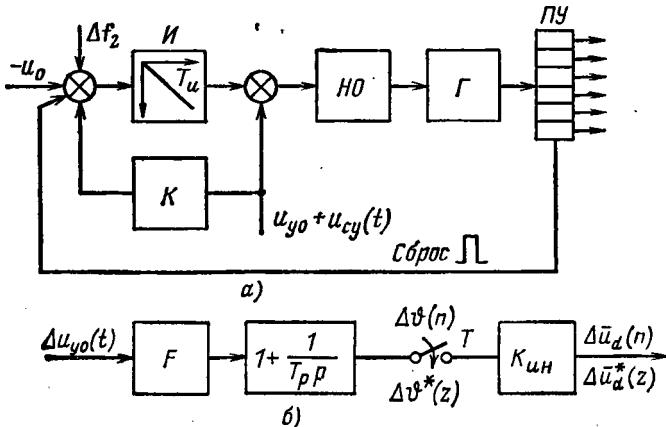


Рис. 6. Диаграммы напряжений в узле сравнения «следящей» СИФУ с ПИ-регулятором тока (а) и динамическая модель такой СИФУ (б).

Из уравнения установившегося режима, подобного соотношению (12), найдем при  $u_{\text{вых.с}}(t) = 0$ :

$$U_{y_0} = k_{oc} \frac{u_{\text{вых.с}}(nT) + \frac{T}{T_u} U_{cp}}{1 + \frac{T}{T_u} k_y}, \quad (20)$$

где  $u_{\text{вых.с}}(nT) = i_d(nT)$ , а  $U_{cp} = i_{dcp}$  (среднее за период значение выпрямленного тока нагрузки).

Применив к уравнению (19)  $z$ -преобразование и введя новое значение угла управления,  $\vartheta = \pi/2 - \alpha$  ( $\Delta\vartheta = -\Delta\alpha$ ), найдем [Л. 3 и 8]:

$$\Delta \vartheta^*(z)(z - q) = \frac{1}{A} \left[ z \Delta u_y^*(z_1 - 0) + \right. \\ \left. + \frac{T}{T_u} (z - 1) Z \left\{ \frac{\Delta u_y(p)}{p} \right\} - k_{oc} z \Delta u_{\text{вых.с}}^*(z_1 - 0) \right], \quad (21)$$

где  $\Delta u_y^*(z_1 - 0)$  и  $\Delta u_{\text{вых.с}}^*(z_1 - 0)$  описывают значения приращений сигнала управления и выходного напряжения в моменты открытия вентилей слева в  $z$ -преобразованном виде.

Соотношению (21) соответствует в режиме непрерывного тока динамическая модель структуры согласно рис. 5, б. В ней  $\delta$ -импульсный коэффициент передачи  $UV$ , равный здесь отношению вольт-секундной площади приращения импульсной составляющей выходного напряжения  $UV$  к величине

$$k_{uv} = \frac{S}{\Delta\vartheta} = \frac{u_{\text{вых.с}}(nT)_+ - u_{\text{вых.с}}(nT)_-}{\omega_0} = T k_m U_m \sin \alpha. \quad (22)$$

Тогда согласно рис. 5, б и таблицам  $z$ -преобразований следует:

$$\Delta u_{\text{вых.с}}^*(z_1 - 0) = r_u i_d^*(z_1 - 0) = \frac{k_{uv}}{T_u} \frac{d}{z - d} \Delta \vartheta^*(z), \quad (23)$$

где  $d = e^{-T/T_u}$ . Из уравнений (21) — (23) и аналогично из структуры рис. 6, б найдем:

$$[z^2 - z(d + q - k) + qd] \Delta u_{\text{вых.с}}^*(z_1 - 0) = \\ = \frac{k_{uv} d}{A T_u} \left[ z \Delta u_y^*(z_1 - 0) + \frac{T}{T_u} (z - 1) Z \left\{ \frac{\Delta u_y(p)}{p} \right\} \right], \quad (24)$$

где  $k = \frac{k_{oc} k_{uv} d}{T_u A}$ . Из этого уравнения видно, что

ВП со «следящей» системой управления и предлагаемым в [Л. 5] ПИ-регулятором тока также не является безынерционным, а переходные процессы при этом описываются уравнением 2-го порядка. При определенных условиях здесь могут быть нарушены условия устойчивости, которые можно найти известными методами. В то же время процессы в структуре с ВП, управляемым синхронной СИФУ с вертикальным принципом управления, и ПИ-регулятором тока (рис. 1) с

$$W_p(p) = k_p \frac{T_p p + 1}{T_p p} \text{ при } T_p = T_u \quad (25)$$

описываются уравнением 1-го порядка, что оказывается предпочтительнее.

Наконец, следует остановиться на одной из самых поздних работ, посвященных рассматриваемому вопросу [Л. 10]. Здесь предпочтение по быстродействию отдается асинхронной СИФУ, названной в [Л. 10] АСИ, в которой  $HO$  срабатывает в мо-

мент равенства пилообразного напряжения на выходе интегратора  $u_{op}$  и напряжения регулятора некоторому постоянному напряжению  $u_r$ , причем напряжение регулятора принимается пропорциональным интегралу разности задающего напряжения и напряжения обратной связи (рис. 6,а). Алгоритм управления СИФУ:

$$\frac{1}{T_{n1}} \int_{nT + \frac{\Delta\alpha_n}{\omega_0}}^{(n+1)T + \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{\omega_0}} U_r dt + \frac{1}{T_{n2}} \int_0^{(n+1)T + \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{\omega_0}} u_y(t) dt = U_o, \quad (26)$$

где  $T_{n1}$  и  $T_{n2}$  — постоянные времена интеграторов  $I_1$  и  $I_2$ ;  $u_y(t) = U_3 - u_{oc}(t) = u_{y,c}(t) + \Delta u_y(t)$  — напряжение управления;  $u_{y,c}$  — стационарная составляющая этого напряжения;  $\Delta u_y$  — его приращение.

В установившемся режиме справедливо соотношение:

$$\frac{1}{T_{n1}} \int_{nT}^{(n+1)T} U_r dt + \frac{1}{T_{n2}} \int_0^{(n+1)T} u_{y,c}(t) dt = U_o. \quad (27)$$

Тогда с учетом (27) из (26) для малых приращений, найдем:

$$\begin{aligned} \frac{U_r}{T_{n1}\omega_0} (\Delta\alpha_{n+1} - \Delta\alpha_n) + \frac{\Delta\alpha_{n+1}}{T_{n2}\omega_0} U_{y,c}(n) + \\ + \frac{1}{T_{n2}} \int_0^{(n+1)T} \Delta u_y(t) dt = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

где  $U_{y,c}(n)$  — значение стационарной составляющей напряжения управления в моменты  $t=nT$  (слева).

Применим к этому соотношению  $z$ -преобразование. Тогда

$$\begin{aligned} \left[ (z-1) \frac{U_r}{T_{n1}\omega_0} + z \frac{U_{y,c}(n)}{T_{n2}\omega_0} \right] \Delta\alpha^*(z) + \\ + \frac{Tz}{T_{n2}} Z \left\{ \frac{\Delta u_y(p)}{p} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Вводя новое значение угла управления  $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  ( $\Delta\alpha = -\Delta\vartheta$ ), окончательно получаем:

$$\Delta\vartheta^*(z) = k_c \frac{z}{z-q} Z \left\{ \frac{\Delta u_y(p)}{T_{n2}p} \right\}, \quad (30)$$

где

$$q = \frac{1}{1 + \frac{T_{n1}}{T_{n2}} \frac{u_{y,c}(n)}{U_r}}; \quad k_c = qT;$$

$\Delta u_y = \frac{\Delta u_y \omega_0 T_{n1}}{U_r}$  — напряжение управления в относительных единицах.

Соотношению (30) соответствует динамическая модель СИФУ по рис. 6,б. По сравнению с моделью рис. 2,б, управляемой по входу  $I$ , рассматриваемая модель содержит дополнительно последовательно включенное звено с  $z$ -преобразованием вида  $z/(z-q)$ , которое при  $0 < q < 1$  соответствует непрерывному апериодическому звено с постоянной времени  $T_o$  согласно (17). Таким образом, предлагае-

мая в [Л. 10] АСИ является структурно отнюдь не лучше обычной асинхронной СИФУ с интегральным управлением АСИ). Как АСИ, так и АСИ, а также «следящая» АСИ (по классификации [Л. 10]) — это все СИФУ одного класса асинхронных интегральных СИФУ с вышеуказанными недостатками. Поэтому сделанный в [Л. 10] вывод о том, что АСИ является наиболее предпочтительной с точки зрения быстродействия по сравнению с АСИ, а также синхронной СИФУ с вертикальным управлением и асинхронной СИФУ со свойствами ПИ-регулятора (рис. 3,б) является необоснованным. Кстати, для регулирования напряжения ВП синхронная СИФУ вообще не требует обратной связи по напряжению, а проблема устойчивости контура напряжения, рассматриваемая в [Л. 10], при этом в принципе отсутствует. Вопросы же устойчивости сложных динамических САР с такой СИФУ упрощаются по сравнению со случаями использования интегральных асинхронных СИФУ.

Таким образом, по динамическим свойствам асинхронные СИФУ с интегральным управлением и СИФУ «следящего» типа уступают синхронным СИФУ с вертикальным принципом управления (в многоканальном либо одноканальном исполнении) и асинхронным СИФУ, содержащим в структуре пропорциональную часть. Предельное быстродействие вентильного преобразователя может быть реализовано только при управлении ВП от таких СИФУ и наличии дополнительно адаптивных регуляторов, оптимизирующих переходные процессы в режиме прерывистого тока [Л. 9]. Причем асинхронные СИФУ, как наиболее сложные (ибо требуется дополнительно решать вопросы ограничения углов управления  $\alpha_{min}$  и  $\alpha_{max}$ , что просто решается в синхронных СИФУ), целесообразно применять лишь в установках большой мощности, соизмеримых с мощностью питающей сети, где в максимальной степени проявляется влияние искажений питающей сети на работу узла синхронизации СИФУ (линий передачи постоянного тока, вентильный электропривод большой мощности).

Основные принципы синтеза вентильных САР предельного быстродействия изложены в [Л. 9]. На базе этих принципов, в частности, разработаны и освоены промышленные серий быстродействующих вентильных электроприводов (реверсивных и нереверсивных) с полосой пропускания частот замкнутого контура скорости до 50 Гц. Аналогично могут быть синтезированы преобразователи частоты с непосредственной связью и естественной коммутацией.

Для систем, где не требуется высокого быстродействия, оказываются целесообразными СИФУ, реагирующие на средние за определенный период времени значения управляющего напряжения, обладающие повышенной помехоустойчивостью и весьма просто реализуемые на базе однопереходных транзисторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ainsworth J. D. Harmonic Instability between Controlled Static Convertors and A. C. Networks. — Proc. IEE, 1967, vol. 14, № 17.

2. Holtz J. Ein neues Zündsteuerverfahren für Stromrichtern am schwachen Netz. — ETZ-A, 1970, Jg A91, № 6.

3. Поздеев А. Д. Динамические модели асинхронных систем импульсно-фазового управления выпрямителями при малых отклонениях. — ЭП. Электропривод, 1975, вып. 9 (44).

4. Исследование динамики вентильных преобразователей частоты. — В кн.: Динамика систем управления. Кишинев: Штница, 1975, ч. II. Грабовецкий Г. В.

5. Грабовецкий Г. В. Системы управления тиристорными преобразователями частоты с непосредственной связью и естественной коммутацией. — Электротехника, 1977, № 8.

6. Наталкин А. В., Колоколкин А. М. Применение метода  $\mathcal{Z}$ -преобразования для анализа замкнутых вентильных систем с асинхронной одноканальной системой управления. — Электротехника, 1976, № 10.

7. Морговский Ю. Я. Импульсные системы управляемой структуры с тиристорными преобразователями. М.: Энергия, 1976.

8. Поздеев А. Д. Динамические свойства вентильных преобразователей с асинхронными системами импульсно-фазового управления. — Электротехника, 1977, № 9.

9. Динамика вентильного электропривода постоянного тока / Под ред. А. Д. Поздеева. М.: Энергия, 1975.

10. Абрамов А. Н. Сравнение динамических показателей вентильных преобразователей с различными системами управления. — Электротехника, 1978, № 6.

[13.07.78]



УДК 621.314.572

## Особенности работы инвертора с многотактной широтно-импульсной модуляцией

ИВАНОВ А. В., КЛИМОВ В. И., КРУТЬЯКОВ Е. А., ЛЕВИН В. Н.

Ленинград

В настоящее время одним из наиболее перспективных способов регулирования напряжения в системах электроснабжения и электропривода считается способ, использующий принцип широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [Л. 1]. Инверторы с однотактной ШИМ имеют ряд недостатков, связанных с необходимостью иметь достаточно высокую несущую частоту — частоту переключения управляемых элементов (тиристоров). Увеличение несущей частоты приводит к увеличению потерь в инверторе и к уменьшению возможного диапазона регулирования напряжения. Кроме того, коммутация полного тока нагрузки в однотактных инверторах с ШИМ обусловливает высокий уровень излучаемых помех, что ограничивает применение таких инверторов в мощных установках. Указанных недостатков в значительной мере лишены инверторы с многотактной ШИМ [Л. 2]. Принцип многотактной ШИМ заключается в совмещении в одном устройстве нескольких однотактных силовых модуляторов, работающих с равным взаимным фазовым сдвигом на несущей частоте, что позволяет, сохранив суммарную установленную мощ-

ность управляемых ключей, существенно улучшить характеристики инвертора: уменьшить искажение тока в питающей сети, улучшить качество выходного тока и напряжения, снизить массо-габаритные показатели фильтров инвертора, повысить быстродействие, улучшить использование применяемых переключаемых элементов и уменьшить уровень помех.

Преимущества рассматриваемой схемы в значительной мере обеспечиваются введением дополнительных  $m$ -стержневых трансформаторов. В связи с этим необходимо рассмотреть особенности работы многотактного инвертора и получить расчетные соотношения для сравнительной оценки влияния числа тактов и величины несущей частоты на основные показатели системы инвертор — нагрузка.

Схема трехфазного инвертора с многотактной ШИМ ( $m=3$ ), предназначенного для регулирования скорости двигателей переменного тока, приведена на рис. 1 [Л. 2]. Каждая фаза инвертора состоит из  $m$  переключателей (каждый переключатель образован двумя тиристорами с соответствующими коммутирующими устройствами) и  $m$ -стержневого однообмоточного трансформатора, включенного в соответствии с приведенной схемой. Тиристоры переключаются с несущей частотой, причем скважность (на несущей частоте) напряжения на выходе переключателя определяется задающим синусоидальным (модулирующим) сигналом низкой выходной частоты инвертора. Задающие напряжения для трех фаз сдвинуты на  $120^\circ$  относительно друг друга. Открытию состоянию каждого верхнего тиристора соответствует закрытое состояние нижнего и наоборот. Принцип формирования выходного напряжения одной фазы инвертора поясняется на рис. 2 для случая двухсторонней ШИМ 1-го рода.

Напряжение на выходе каждого переключателя не зависит от направления и величины тока нагрузки и процессов в других прерывателях схемы и может быть представлено (в случае двухсторон-

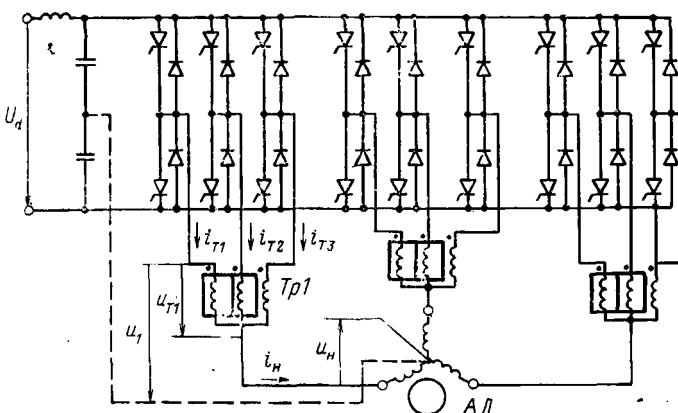


Рис. 1. Принципиальная схема трехфазного инвертора с трехтактной ШИМ

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

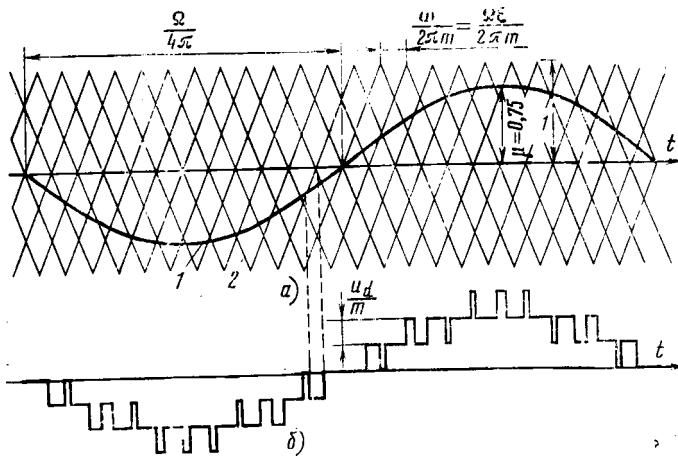


Рис. 2. Построение кривой фазных напряжений инвертора с  $m$ -тактной двухсторонней ШИМ 1-го рода.  
а — модулирующий сигнал (кривая 1) и опорные напряжения несущей частоты (кривые 2); б — фазное напряжение инвертора при  $m=6$ ,  $e=4$ ,  $\mu=0.75$ .

ней ШИМ 1-го рода [Л. 3]) в виде:

$$u_k = \mu \frac{U_d}{2} \sin(\Omega t + y_0) + \\ + \frac{U_d}{\pi} \sum_{\sigma=1}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{\sigma} - (-1)^{\tau}}{\sigma} J_{\tau} \left( \mu \frac{\pi}{2} \sigma \right) \times \\ \times \sin \left[ \sigma \omega t + \tau \Omega t + \tau y_0 - \sigma \frac{2\pi}{m} (k-1) \right], \quad (1)$$

где  $U_d$  — напряжение источника постоянного тока;  $\Omega$  — циклическое значение выходной частоты инвертора;  $\omega = e\Omega$  — циклическое значение несущей частоты инвертора;  $e$  — кратность несущей частоты по отношению к выходной;  $\mu$  — коэффициент глубины модуляции;  $y_0$  — начальная фаза модулирующего напряжения по отношению к тактовому моменту времени, принятому за начало отсчета;  $J$  — функция Бесселя 1-го рода;  $k=1, 2, \dots, m$  — порядковые номера прерывателей.

Для упрощения предположим наличие нулевого провода между общей точкой фаз нагрузки и средней точкой источника питания. Тогда источник питания вместе с переключателями одной фазы инвертора можно рассматривать в качестве генератора  $m$ -фазной системы несинусоидальных напряжений  $u_1, u_2, \dots, u_m$  (в общем случае несимметричной), питающего соответствующую фазу нагрузки через  $m$ -фазный однообмоточный трансформатор.

Для одной фазы инвертора можно записать следующую систему операторных уравнений:

$$\bar{u}_t = Z_t \bar{i}_t; \\ \bar{u}_t = \bar{u} - \left. \begin{array}{c} 1 \left( \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{array} \right) \\ 2 \left( \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{array} \right) \\ \vdots \\ m \left( \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{array} \right) \end{array} \right\}; \quad (2)$$

$$i_u = i_{t1} + i_{t2} + \dots + i_{tm}.$$

где

$$\bar{u} = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \right] \left( \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{array} \right); \quad \bar{u}_t = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \right] \left( \begin{array}{c} u_{t1} \\ u_{t2} \\ \vdots \\ u_{tm} \end{array} \right); \quad \bar{i}_t = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \right] \left( \begin{array}{c} i_{t1} \\ i_{t2} \\ \vdots \\ i_{tm} \end{array} \right); \quad (3)$$

$\bar{u}, \bar{u}_t, \bar{i}_t$  — матрицы выходных напряжений прерывателей, фазных напряжений и токов фаз трансформатора соответственно.

$$Z_t = \left[ \begin{array}{cccc} R_{11} + pL_{11} & -pM_{12} & \dots & -pM_{1m} \\ -pM_{21} & R_{22} + pL_{22} & \dots & -pM_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -pM_{m1} & -pM_{m2} & \dots & R_{mm} + pL_{mm} \end{array} \right], \quad (4)$$

где  $R_{11}, R_{22}, \dots, R_{mm}$  — активные сопротивления фаз обмотки трансформатора;  $L_{11}, L_{22}, \dots, L_{mm}$  — полные индуктивности фаз обмотки;  $M_{12}, M_{21}, \dots, M_{m-1, m}$  — взаимные индуктивности между соответствующими фазами обмотки;  $p = d/dt$  — оператор.

Предполагая цепь линейной, для  $m$ -фазной системы напряжений и токов, выражая их через  $m$  симметричных составляющих, получим:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u} = S_m \bar{u}^s; \\ \bar{u}_t = S_m \bar{u}_t^s; \\ \bar{i}_t = S_m \bar{i}_t^s; \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u}^s = S_m^{-1} \bar{u}; \\ \bar{u}_t^s = S_m^{-1} \bar{u}_t; \\ \bar{i}_t^s = S_m^{-1} \bar{i}_t; \end{array} \right\} \quad (6)$$

Здесь  $\bar{u}^s, \bar{u}_t^s, \bar{i}_t^s$  — матрицы симметричных составляющих фазных напряжений и токов;  $S_m$  — матрица преобразования симметричных составляющих:

$$S_m = \left[ \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & \dots & m-1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 1 & a & a^2 & \dots & a^{m-1} \\ 3 & 1 & a^2 & a^4 & \dots & a^{2(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 1 & a^{m-1} & a^{2(m-1)} & \dots & a^{(m-1)^2} \end{array} \right];$$

$$a = e^{-j \frac{2\pi}{m}}.$$

Согласно [Л. 4] обратная матрица

$$S_m^{-1} = \frac{1}{m} \hat{S}_m^*, \quad (7)$$

где  $\mathbf{S}_m^*$  — сопряженная транспонированная матрица.

Применяя обратное преобразование (7) к уравнениям системы (3), получим:

$$\bar{u}_s^* = \bar{u}^* - \frac{1}{m} \mathbf{S}_{m*}^* \quad \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \quad \begin{array}{c} u_n \\ u_n \\ \vdots \\ u_n \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ m-1 \end{array} \quad \begin{array}{c} U_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array}$$

или  $\bar{u}_s^* = u_s - \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \quad \begin{array}{c} u_n \\ u_n \\ \vdots \\ u_n \\ u_n \end{array} \quad \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \quad \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$

Отсюда

$$u_n = u^{(0)} - u_t^{(0)}; \quad (8)$$

$$\left. \begin{array}{l} u_t^{(1)} = u^{(1)}; \\ u_t^{(2)} = u^{(2)}; \\ \vdots \\ u_t^{(m-1)} = u^{(m-1)}; \end{array} \right\} \quad (9)$$

Из (9) следует, что все симметричные составляющие, кроме нулевых, являются основными составляющими фазных напряжений трансформатора, т. е. определяют характер изменения и величину основного магнитного потока. Напряжение же на нагрузке определяется только нулевыми составляющими систем напряжений  $\bar{u}$  и  $\bar{u}_t$  уравнения (8). Причем, если  $u^{(0)}$  определено задающим сигналом и видом модуляции, то  $u_t^{(0)}$  зависит как от параметров трансформатора, так и от тока нагрузки.

Предполагая трансформатор симметричным, т. е.

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_{22} = \dots = R_{mm} = R; \\ L_{11} &= L_{22} = \dots = L_{mm} = L; \\ M_{12} &= M_{21} = \dots = M_{m-1, m} = M, \end{aligned}$$

можем записать матрицу сопротивлений для симметричных составляющих в виде:

$$\begin{aligned} Z_s^* &= \mathbf{S}_m^{-1} \mathbf{Z}_s \mathbf{S}_m = \frac{1}{m} \mathbf{S}_{m*}^* \mathbf{Z}_s \mathbf{S}_m = \\ &= \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & \dots & m-1 & \\ \hline 0 & Z_{00} & 0 & \dots & 0 & \\ 1 & 0 & Z_{11} & \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ m-1 & 0 & 0 & \dots & Z_{m-1, m-1} & \end{array}, \quad (10) \end{aligned}$$

где

$$Z_{00} = R + pL - (m-1)M;$$

$$Z_{11} = Z_{22} = \dots = Z_{m-1, m-1} = R + p(L+M).$$

Так как  $L = L_s + (m-1)M$ , где  $L_s$  — индуктивность рассеяния фазы обмотки трансформатора, получим:

$$Z_{00} = R + pL_s; \quad (11)$$

$$Z_{11} = Z_{22} = \dots = Z_{m-1, m-1} = R + p(L_s + mM).$$

Вологодская областная научная библиотека

Из уравнений систем (6) и (2) легко получить:

$$i_t^{(0)} = \frac{i_n}{m}. \quad (12)$$

Тогда для напряжения нагрузки в окончательном виде получим:

$$u_n = u^{(0)} - Z_{00} i_t^{(0)}$$

или

$$u_n = u^{(0)} - \frac{R + pL_s}{m} i_n. \quad (13)$$

Разложение токов обмотки трансформатора на симметричные составляющие с учетом (12) позволяет рассматривать ток каждой фазы обмотки как сумму нагрузочной (нулевая последовательность) и намагничивающей (все остальные последовательности) составляющих:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{array} \quad \begin{array}{c} i_n \\ i_n \\ \vdots \\ i_n \end{array} \quad \bar{i}_t = \bar{i}_n + \frac{1}{m} \cdot \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array}, \quad (14)$$

где

$$i_{n1} = \frac{u^{(1)} + u^{(2)} + \dots + u^{(m-1)}}{R + p(L_s + mM)} = \frac{u_1 - u^{(0)}}{R + p(L_s + mM)}$$

и т. д.

Выражение (13) показывает, что сопротивление трансформатора для токов нулевой последовательности может быть отнесено к сопротивлению нагрузки фазы инвертора. Поэтому за выходное напряжение инвертора целесообразно принять  $u'_n = u^{(0)}$ , для которого (принимая  $y_0 = 0$ ), получим из (1):

$$u'_n = u \frac{U_d}{2} \sin \Omega t + \\ + \frac{2U_d}{\pi m} \sum_{\sigma=1}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{m\sigma}}{\sigma} J_{\tau} \left( \mu \frac{\pi}{2} m\sigma \right) \sin (\varepsilon m\sigma + \tau) \Omega t, \quad (15)$$

где  $m\sigma + \tau \neq \pm 2s$ ;  $s = 0, 1, 2, \dots$

Из (15) следует, что повышение  $m$  приводит к увеличению порядка и уменьшению амплитуды высших гармоник в кривых напряжения на зажимах нагрузки.

Далее, учитывая уравнения системы (2), для фазного напряжения трансформатора получим:

$$u'_{n1} = u_1 - u^{(0)} = \\ = \frac{2U_d}{\pi} \sum_{\sigma=1}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{\sigma}}{\sigma} J_{\tau} \left( \mu \frac{\pi}{2} \sigma \right) \sin \left( \sigma + \frac{\tau}{\varepsilon} \right) \omega t, \quad (16)$$

где  $\sigma + \tau \neq \pm 2s$ ;  $\sigma \neq ms$ ;  $s = 0, 1, 2, \dots$

Анализ выражения (16) показывает, что при достаточно большом  $\varepsilon$  основная гармоника фазного напряжения трансформатора имеет частоту, близкую к несущей частоте  $\omega$ , следовательно, основная волна потока и индукция в стержнях также имеют частоту, близкую к несущей.

Для расчета трансформатора необходимо определить максимальную величину среднего значения напряжения обмотки трансформатора за полупериод несущей частоты. Можно показать, что при достаточно большом  $\mu$  искомое среднее напряжение имеет максимум при  $\mu=0$ :

$$U_{\text{т.ср}} = \begin{cases} \frac{U_d}{2} & \text{при четном } m; \\ \frac{U_d}{2} \frac{m^2 - 1}{m^2} & \text{при нечетном } m. \end{cases} \quad (17)$$

Таким образом, расчетным режимом трансформатора (по загрузке магнитной цепи) является холостой ход инвертора ( $\mu=0$ ). В этом случае гармонический состав фазного напряжения трансформатора определяется выражением:

$$u'_t = \frac{2}{\pi} U_d \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s} \sin \omega t = \sum_{s=1}^{\infty} U_{ts} \sin \omega t, \quad (18)$$

где  $s \neq 2s$ ,  $s \neq ms$ ,  $s=0, 1, 2, \dots$

Для действующего значения напряжения обмотки

$$U_t = \begin{cases} \frac{U_d}{2} & \text{при четном } m; \\ \frac{U_d}{2} \sqrt{\frac{m^2 - 1}{m^2}} & \text{при нечетном } m. \end{cases} \quad (19)$$

Действующее значение основной гармоники фазного напряжения трансформатора не зависит от  $m$ :

$$U_{t1} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d. \quad (20)$$

Расчетное (по основной волне) действующее значение тока фазы обмотки трансформатора, очевидно, определяется номинальным током нагрузки  $I_N$  инвертора в соответствии с (12)

$$I_{t1} = I_N/m. \quad (21)$$

Действующее значение полной нагрузочной составляющей тока фазы обмотки трансформатора будет больше ввиду наличия высших гармоник тока, определяемых гармоническим составом напряжения  $u'_t$  и характером нагрузки:

$$I'_t = \frac{1}{m} I_N \left( 1 + \sqrt{ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{J_{tn}}{I_N} \right)^2 } \right). \quad (22)$$

Для трехфазного инвертора с нагрузкой, соединенной в звезду без нулевого провода, фазное напряжение (при целом  $\epsilon$ ) определяется выражением:

$$u'_{\text{н.ф}} = \frac{U_d}{2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin n\Omega t, \quad (23)$$

где

$$c_n = c'_1 \mu + \frac{4}{\pi m} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^{ms}}{s} \left\{ J_{n-ms} \left( \mu \frac{\pi}{2} ms \right) - J_{-n-ms} \left( \mu \frac{\pi}{2} ms \right) \right\};$$

$$c'_1 = \begin{cases} 1 & \text{при } n=1, n+ms(\epsilon-1) \neq 2s, \\ 0 & \text{при } n \neq 1, n-ms \neq \pm 3s, s=0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$c_n$  — амплитуда гармоники порядка  $n$ , отнесенная к  $\frac{U_d}{2}$ .

Если нагрузкой является асинхронный двигатель, то для высших гармоник тока справедливо (без учета активных сопротивлений):

$$\frac{I_{tn}}{I_N} = \frac{1}{\mu_N x_k^*} \frac{c_n}{n}, \quad (24)$$

где  $x_k^* = \frac{x_1 + x'_2 + \Omega \frac{L_s}{m}}{Z_N}$ ;  $Z_N = \frac{U_N}{I_N}$ ;  $x_1, x'_2$  — индуктивные сопротивления рассеяния обмоток двигателя;  $U_N$  — номинальное значение напряжения двигателя.

Расчетная мощность трансформаторов (на три фазы инвертора) при пренебрежении высшими гармониками токов и напряжений

$$P_{t1} = 3 \frac{m I_{t1} U_{t1}}{2} = \frac{2}{\pi} \frac{P_N}{\mu_N \eta_N \cos \varphi_N}, \quad (25)$$

где  $\cos \varphi_N$  — номинальный коэффициент мощности двигателя;  $\eta_N$  — номинальный к. п. д. двигателя.

Увеличение габаритной мощности трансформатора вследствие несинусоидальности токов и напряжений при условии сохранения суммарных потерь можно оценить по следующему выражению:

$$P_t = P_{t1} \left( \frac{m I'_{t1}}{I_N} \right)^2 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \sqrt[3]{1+\Delta}, \quad (26)$$

где  $\Delta = \sum_s s^{\alpha-2\beta}$ ,  $\alpha \neq 1$ ,  $\alpha \neq 2s$ ,  $\alpha \neq ms$ ,  $s=0, 1, 2, \dots$

$\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты (показатели степеней), учитывающие изменение удельных потерь в стали в зависимости от изменения частоты и магнитной индукции [Л. 5];  $\omega$ ,  $\omega_1$  — сравниваемые значения несущей частоты инвертора.

Учет намагничивающей составляющей тока трансформатора может быть произведен расчетом действующего значения намагничивающего тока с помощью (14) и (16):

$$I_{\mu} = \sqrt{ \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{U_{ts}^2}{R^2 + s^2 \omega^2 (L_s + mM)^2} }, \quad (27)$$

где  $U_{ts}$  определяется из (18).

При учете (27) в выражение (26) необходимо подставить

$$I'^2_{t1} = \sqrt{I_{t1}^2 + I_{\mu}^2}. \quad (28)$$

При проектировании трансформаторов для инверторов с многотактной ШИМ нужно учитывать наличие потоков, замыкающихся по воздуху и частично проходящих по сердечнику, обусловленных токами нулевой последовательности (нагрузочными составляющими тока) обмоток. Относительная величина этих потоков при номинальном токе нагрузки определяется в первом приближении относительным значением индуктивности рассеяния фазы обмотки:

$$\Phi_0 \approx \frac{L_s}{mM}. \quad (29)$$

При проектировании системы «инвертор — асинхронный двигатель» важен рациональный выбор значений несущей частоты  $\omega$  и числа тактов модуляции  $m$ . Одним из критериев оптимальности выбора указанных параметров является минимум суммарных потерь в системе. Для определения исходных зависимостей необходимо выделить составляющие потерь, зависящие от частоты  $\omega$  и числа тактов  $m$ .

В инверторе с искусственной коммутацией (каким является рассматриваемая схема с многотактной ШИМ) такими потерями являются коммутационные потери, которые можно считать изменяющимися пропорционально несущей частоте  $\omega$ :

$$\Delta P_k^* \approx A \frac{\omega}{\Omega} = A \varepsilon, \quad (30)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от схемы и параметров коммутирующего контура и времени восстановления управляемости применяемых тиристоров.

Следует отметить, что в рассматриваемой схеме величина  $A$  зависит также от намагничивающего тока трансформатора и от величины токов высших гармоник двигателя. Расчетный коммутируемый ток

$$I_k = \frac{V\sqrt{2}}{m} I_N + I_{\mu \max} + I_{r \max}, \quad (31)$$

где  $I_{\mu \max} = \frac{\pi}{2} \frac{U_{t, \text{ср}}}{\omega m M}$  — наибольшее мгновенное значение намагничивающего тока обмотки трансформатора;  $U_{t, \text{ср}}$  определяется по (17);

$$I_{r \max} = \frac{V\sqrt{2}\pi}{2m^2} \frac{1}{\mu_N \varepsilon_N^* x_k^*} I_N$$

— наибольшее мгновенное значение тока двигателя от высших гармонических напряжения.

Кроме коммутационных потерь в инверторе, переменными потерями в системе являются потери в меди трансформаторов и двигателя от высших гармоник тока, которые приближенно определяются следующим соотношением:

$$\Delta P_r^* \approx \frac{1}{\mu_N^2 \gamma_N \cos \varphi_N} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{r_n^*}{r_n^* + x_n^*} C_n^2, \quad (32)$$

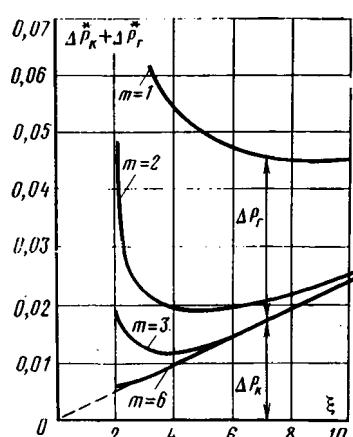


Рис. 3. Зависимости потерь от высших гармоник тока в системе «инвертор — асинхронный двигатель» от отношения несущей частоты к выходной.

где

$$r_n^* = \begin{cases} r_{kn}^* & \text{при } m=1; \\ r_{kn}^* + r_{tp}^* & \text{при } m > 1 \end{cases}$$

— активные сопротивления для высших гармоник тока нагрузки;

$$x_n^* = \begin{cases} x_{kn}^* & \text{при } m=1; \\ x_{kn}^* + x_{tp}^* & \text{при } m > 1 \end{cases}$$

— индуктивные сопротивления для высших гармоник

\*  $r_{kn}^*$ ,  $x_{kn}^*$  — относительные активные и индуктивные сопротивления двигателя для гармоник тока порядка  $n$  с учетом вытеснения тока;  $r_{tp}^* = \frac{R}{Z_N m}$  — относительное активное сопротивление обмотки трансформатора;  $x_{tp}^* = \frac{\Omega L_{sn}}{Z_N m}$  — относительное индуктивное сопротивление рассеяния обмотки трансформатора для высшей гармоники порядка  $n$ .

Для определения оптимального значения несущей частоты и числа тактов  $m$  необходимо определить зависимость суммы потерь  $\Delta P_k^* + \Delta P_r^*$  от  $\varepsilon$  и  $m$ .

На рис. 3 приведены расчетные зависимости указанных потерь применительно к системе «инвертор — асинхронный двигатель» мощностью 320 кВт (A03-355-4М).

Приведенные зависимости показывают, что при  $m=1$  и при  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{опт}} = 8$  в рассматриваемом двигателе дополнительные потери в меди составляют  $0,02 P_N$  и соизмеримы с основными потерями в меди, которые равны  $0,021 P_N$ , что говорит об очень плохом использовании двигателя. Улучшение использования двигателя может быть достигнуто за счет выбора  $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{опт}}$ , однако это приведет к заметному снижению к. п. д. системы и к увеличению габаритной мощности преобразователя как из-за увеличения коммутационных потерь, так и из-за уменьшения наибольшей глубины модуляции [Л. 1]. Расчеты показывают, что при проектировании частотно-регулируемых приводов большой мощности с использованием однотактной ШИМ трудно получить приемлемые массо-габаритные и энергетические показатели.

Увеличение числа тактов модуляции инвертора приводит к резкому снижению потерь от токов высших гармоник в двигателе (см. рис. 3), поэтому введение в схему дополнительных  $m$ -стержневых трансформаторов (проектируемых на частоту  $\varepsilon \Omega_N = 50\varepsilon$ ) оказывается оправданным в связи с лучшим использованием двигателя. Кроме того, увеличение  $m$  приводит к уменьшению оптимального значения кратности несущей частоты, что, в свою очередь, обуславливает снижение коммутационных потерь в инверторе и, следовательно, суммарных потерь в системе.

Следует отметить, что в инверторе с многотактной ШИМ величина одновременно коммутируемого тока в  $m$  раз меньше, чем при однотактной ШИМ [см. выражение (31)], что обуславливает также

снижение пульсаций входного тока инвертора. Это приводит к соответствующему снижению энергии магнитного поля индуктивных элементов схемы и, как следствие, к меньшему уровню проводных и излучаемых помех.

Экспериментальные исследования, выполненные на лабораторных макетах инверторов с многотактной ШИМ, подтвердили эффективность увеличения числа тактов модуляции инвертора при работе его на двигатель переменного тока.

**Выводы.** 1. Рассмотренные особенности работы инвертора с многотактной ШИМ позволяют оценить влияние параметров инвертора ( $t$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ) на технико-экономические показатели системы «инвертор — двигатель» с учетом наличия дополнительных  $t$ -стержневых однообмоточных трансформаторов.

2. Усложнение схемы инвертора в случае систем средней и большой мощности оказывается оправданным благодаря существенному улучшению использования двигателя, снижению суммарных потерь в системе и уменьшению уровня помех.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сандлер А. С., Гусицкий Ю. М. Тиристорные инверторы с широтно-импульсной модуляцией. М.: Энергия, 1968.
- А. с. № 381144 (СССР). Левин В. Н., Климов В. И., Иванов А. В. Опубл. в Б. И., 1973, № 21.
- Иванов А. В. Способ улучшения формы кривой выходного напряжения инверторов с ШИМ. — ЭП. Преобразовательная техника, 1973, № 12.
- Кениг Г., Блекуэлл В. Теория электромеханических систем. М.: Л.: Энергия, 1965.
- Васильева И. К., Кузнецов С. А., Кофман Д. Б. Расчет потерь в стали при несинусоидальной форме кривой напряжения питания. — Электротехника, 1970, № 11.

[26.10.78]



УДК 62-83-503.55

## Выбор оптимального закона торможения позиционной электромеханической системы

ЛУРЬЕ З. Я., ФЛАНЧИК Б. С., кандидаты техн. наук

Харьков

При создании новых высокопроизводительных механизмов и машин, представляющих в большинстве случаев электромеханические системы, возникает необходимость в постановке и решении оптимальных в некотором смысле задач программирования законов движения. Исследуемые объекты содержат тиристорный электропривод постоянного тока с малоинерционным электродвигателем и механическую передачу, представляющую многомассовой упругой механической системой. Тиристорный преобразователь выполнен по реверсивной схеме с нулевым выводом и имеет согласованное управление.

В большинстве работ, связанных с поиском оптимальных законов движения электромеханических систем, рассматривается цикл позиционирования в целом [Л. 1 и 3], однако такой подход не учитывает различия технических требований к каждому из этапов цикла позиционирования. Если на этапе разгона нужно обеспечить безударные движения механизма в начальный период, ограничения динамических нагрузок и минимальную колебательность упругой системы (что необходимо для минимизации времени разгона), то в установившемся режиме важна стабилизация скорости перемещения.

Процесс торможения представляет наибольшую сложность, так как именно в конце этого процесса управляемый механизм приходит в заданное положение. Кроме того, оптимизируя процесс торможения по быстродействию, нельзя не учитывать заданную точность, что должно найти отражение в выбранном функционале и граничных условиях.

Попытка учесть некоторыми авторами эту особенность позиционных систем привела к тому, что для обеспечения сочетания требований по быстродействию и точности потребовалось ввести ограничение на величину пути торможения  $s_t$ , т. е. косвенный контроль перерегулирования [Л. 8]. Недостаток этой методики состоит в том, что при неизвестной экстремали нельзя с достаточной точностью задать величину тормозного пути.

Кроме того, несмотря на полученные в ряде работ [Л. 2—6] результаты, все еще сохраняется необходимость в дальнейшем обосновании и выборе критерия оптимальности и его весовых коэффициентов, в определении связи выбранного критерия с математической моделью объекта управления, в выборе математического метода решения задачи в целом.

В статье предложен критерий оптимальности и приняты граничные условия, учитывающие упрогость звеньев механической системы и точность позиционирования, обсуждается необходимость введения производной искомой экстремали, порядок которой равен порядку исходной модели системы, для обеспечения качества процесса торможения и возможности технической реализации оптимальных управлений. Соответствующее управляющее воздействие определяется путем поэтапного решения уравнений звеньев системы от конечного к начальному и полученного оптимального закона движения исполнительного механизма.

Задача решается применительно к оптимизации позиционных электромеханических систем, осущест-

вляющих перемещения исполнительных механизмов дыропробивного пресса. Аналогичные вопросы возникают при автоматизации специальных сверлильных станков, машин точечной электросварки.

В функционировании исследуемых систем можно выделить два принципиально отличных с точки зрения управления режима:

автоматическое управление скоростью позиционирования при разгоне и установившемся движении механизма;

управление в функции пути на участке торможения при подходе к заданной позиции.

В последнем из перечисленных режимов осуществляется рекуперативное торможение электропривода.

К позиционным приводам исследуемых электромеханических систем предъявляются следующие требования: точность позиционирования, которая может быть весьма высокой, особенно для приводов специальных сверлильных станков, предназначенных для изготовления печатных плат; высокая производительность, которая обеспечивается повышением как скорости перемещения, так и быстродействия переходных процессов торможения.

Опыт экспериментально-теоретических исследований динамических процессов электромеханических систем ряда станков и кузнечно-прессовых машин показал, что основные свойства системы (сответственные частоты колебаний, резонансные амплитуды, характер и время переходных процессов, точность позиционирования) с достаточной для практики точностью могут быть учтены при представлении реального объекта двухмассовой математической моделью вида:

$$\left. \begin{array}{l} k_t u_y = u_t; \\ u_t = k_t \omega_1 + \frac{R}{k_M} (T_s p + 1) M_1; \\ J_1 p \omega_1 + M_2 + M_{c1} = M_1; \\ J_2 p \omega_2 + M_{c2} = M_2; \\ M_2 = \left(1 + \frac{\beta_{12}}{c_{12}} p\right) M_{12}; \\ M_{12} = (\omega_1 - \omega_2) \frac{C_{12}}{p}; \\ s = \frac{k_s}{p} \omega_2 \end{array} \right\} \quad (1)$$

и ограничениями  $u_t \leq u_{t \max}$ ,  $M_1 \leq M_{1 \max}$ ,  $M_2 \leq M_{2 \max}$ ,  $M_{12} \leq M_{12 \max}$ , которые определяются конкретными требованиями к реальным звеньям системы.

Здесь  $u_y$ ,  $u_t$ ,  $k_t$  — входное (управляющее) и выходное напряжения, коэффициент усиления тиристорного преобразователя;  $k_E$ ,  $k_M$ ,  $R$ ,  $T_s$  — постоянные коэффициенты двигателя, сопротивление и постоянная времени якорной цепи двигателя;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $J_1$ ,  $J_2$  — угловая скорость и момент инерции ведомого и ведущего звеньев;  $\beta_{12}$ ,  $c_{12}$  — коэффициенты жесткости и сопротивления между массами ведущего и ведомого звеньев;  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}$  — моменты сил сопротивления;  $M_1$  — вращающий момент ведущего звена;  $s$ ,  $k_s$  — путь и коэффициент ведомого звена.

Приведение реального объекта к двухмассовой модели основано на эквивалентном преобразовании парциальных систем, при этом критерием приведения является сохранение динамических характеристи-

стик объекта и модели в заданном частотном диапазоне. Такой моделью могут быть с достаточной для практики степенью точности представлены многие механизмы станков и кузнечно-прессовых машин.

Для обоснования выбора функционала сформулируем цепь управления. Высокая производительность исследуемого оборудования, в частности дыропробивных прессов, обусловливает малую длительность цикла позиционирования, поэтому один из путей повышения производительности оборудования — минимизация времени торможения. Если процесс торможения происходит без перерегулирования, то путь, проходимый исполнительным механизмом, можно рассмотреть как некоторую меру быстродействия. Таким образом, цель управления оптимальной в указанном выше смысле электромеханической системой состоит в минимизации пути торможения. Вместе с тем, как показано в [Л. 9], для реализации оптимальной траектории необходимо ввести в критерий оптимальности слагаемое, пропорциональное старшей производной искомой экстремали. В противном случае точная реализация оптимального закона требует изменить скачком в момент  $t=0$  ряд фазовых координат, что практически невозможно.

Следует отметить, что в критерий оптимальности целесообразно ввести также слагаемые, пропорциональные первой и второй производной экстремали. Это эквивалентно введению ограничений по ускорению и производной ускорения, что позволяет ограничить ток, рывки и удары в механизмах.

С учетом изложенного зашлем критерий оптимальности в виде функционала

$$I = \int_0^T (\omega_2 + k_1 \omega_2^2 + k_2 \omega_2^2 + k_3 \omega_2^2 + k_4 \omega_2^2) dt. \quad (2)$$

Оптимальный в смысле минимума функционала (2) закон изменения скорости в процессе торможения исполнительного механизма электромеханической позиционной системы определяется решением вариационной задачи с подвижным правым концом, что расширило класс допустимых функций  $\omega_2(t)$ . Для нахождения функциональной зависимости скорости от времени, доставляющей минимум функционалу (2), необходимо решить уравнение Эйлера — Пуассона [Л. 10], которое для поставленной нами задачи имеет вид:

$$(k_4 p^8 - k_3 p^6 + k_2 p^4 - k_1 p^2) \omega_2 = -\frac{1}{2}, \quad (3)$$

при этом используются следующие граничные условия:  $\omega_2(0) = \omega_{20}$ ;  $p \omega_2(0) = p^2 \omega_2(0) = p^3 \omega_2(0) = p \omega(T) = p^2 \omega_2(T) = p^3 \omega_2(T) = 0$ ;  $\omega_2(T) = \omega_{2k}$ , где  $\omega_{20}$  — установившаяся скорость исполнительного механизма;  $\omega_{2k}$  — скорость в конце процесса торможения, при которой исполнительный орган с нулевым сигналом управления проходит путь, определенный допустимым значением точности позиционирования.

На выборе величины  $\omega_{2k}$  следует остановиться особо. В [Л. 7] впервые обращено внимание на необходимость учета точности при решении задачи

быстродействия. Величина  $\omega_{2k}$  как раз выбирается из этих условий. Если  $\omega_{2k}$  больше допустимого значения, то при торможении возникает перерегулирование, на отработку которого затрачивается дополнительное время, в результате снижается производительность. Допустимое значение  $\omega_{2k}$  определяется из выражения:

$$\omega_{2k} = \frac{4\pi l_k M_{ce} i}{J_{\Sigma} h}, \quad (4)$$

где  $l_k$  — путь выбега;  $M_{ce}$ ,  $J_{\Sigma}$  — суммарные статический момент сопротивления и момент инерции, приведенные к валу двигателя;  $i$  — передаточное отношение редуктора;  $h$  — шаг ходового винта.

Таким образом, оптимальное управление осуществляет снижение скорости от значения  $\omega_{20}$  до значения  $\omega_{2k}$  за время  $T$ .

Для определения времени процесса торможения  $T$  используется условие трансверсальности [Л. 10], которое применительно к решаемой задаче записывается в виде выражения:

$$p^4 \omega_2 |_{t=T} = \sqrt{\frac{\omega_{2k}}{k_4}}. \quad (5)$$

Общее решение (3) при  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{k_3}{k_4} = k$ :

$$\begin{aligned} \omega_2(t) = & \frac{1}{4k_1} t^2 + C_1 + C_2 t + C_3 e^{\sqrt{k_1} t} + C_4 e^{-\sqrt{k_1} t} + \\ & + C_5 e^{\varphi t} \sin \varphi t + C_6 e^{\varphi t} \cos \varphi t + C_7 e^{-\varphi t} \sin \varphi t + \\ & + C_8 e^{-\varphi t} \cos \varphi t. \end{aligned} \quad (6)$$

В (6)  $(C_1 \div C_8)$  — постоянные интегрирования;  $\varphi = \sqrt{\frac{k}{4}}$ .

Решение уравнения Эйлера — Пуассона (6) дает необходимое условие экстремума функционала (2). Легко показать путем проверки условий Лежандра и Якоби [Л. 10], что экстремаль (6) удовлетворяет также и достаточным условиям существования экстремума.

Постоянные интегрирования  $C_1 \div C_8$  и время торможения определялись путем решения трансцендентных алгебраических уравнений, полученных при четырехкратном дифференцировании выражения (6), и условия трансверсальности. Приближенное решение этих уравнений получено в результате реализации на ЦВМ предложенной итеративной вычислительной процедуры.

Назначая величины  $k_1$  и  $k_4$  и задавая априори  $T_i$  (с наименьшего значения), решаем систему линейных уравнений, при этом определяем постоянные интегрирования  $C_1 \div C_8$ . Если найденные значения  $C_1$  и  $C_8$  и время  $T_i$  удовлетворяют условию трансверсальности, то первый этап определения числовых значений экстремали (6) окончен. В противном случае время увеличивается, и вычислительный процесс циклически повторяется.

Следует отметить, что поставленная задача может быть решена известными методами, например, обобщенным методом Ньютона, но в этом смысле необходимо задать начальное приближение, т. е. начальные значения  $C_1 \div C_8$  и  $T_i$ . При этом от точ-

ности задания указанных величин зависит сходимость вычислительных алгоритмов и в конечном итоге возможность получения результатов. Однако на этапе проектирования разработчик, как правило, не располагает информацией, необходимой для точного задания  $C_1 \div C_8$ . При пользовании предложенной процедурой в качестве начального приближения нужно задать время позиционирования  $T_i$ , что может быть сделано на основе опыта разработчика.

Следующие этапы предусматривают определение переходных процессов фазовых координат системы согласно уравнениям (1) при наличии ограничений. Если максимальное значение  $M_{12}$  больше допустимого  $M_{12\text{доп}}$  на величину  $\Delta_1$  (значение допуска), следует уменьшить быстродействие процесса торможения. Последнее может быть достигнуто путем увеличения коэффициентов  $k_1 \div k_4$ . При  $M_{12\text{max}} < M_{12\text{доп}} + \Delta_1$  коэффициенты  $k_1 \div k_4$  необходимо уменьшить. В обоих случаях необходимо вернуться к первому этапу, определив новое значение  $T_i$ .

На рис. 1 изображены семейства зависимостей скоростей  $\omega_2$  и ускорений  $\dot{\omega}_2$ , характеризующие оптимальные законы торможения при изменении весовых коэффициентов критерия (3). Анализ кривых показывает, что вариацией коэффициентов  $k_1 \div k_4$  можно получить необходимую экстремаль, обеспечивающую допустимую динамическую нагрузку и минимальное в смысле критерия (3) значение времени торможения.

Переходные процессы фазовых координат двухмассовой системы (1) (при ограничениях  $M_{12\text{доп}}$ ,  $M_{1\text{доп}}$ ,  $u_{\text{т.доп}}$ ), соответствующие времени  $T=0,15$  с (кривая 4, рис. 1), приведены на рис. 2.

На основе этих исследований выбираются весовые коэффициенты критерия (3) и уточняются параметры звеньев механизма. При таком подходе

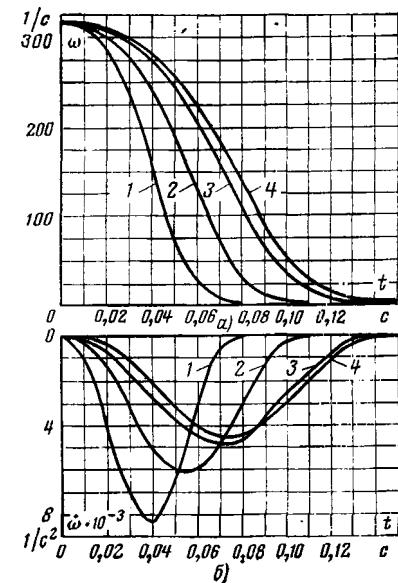


Рис. 1. Графики скоростей (а) и ускорений (б) оптимальных движений электромеханической системы при различных весовых коэффициентах.

1 —  $k_1 = 10^{-7}$  с<sup>3</sup>,  $k_2 = 10^{-11}$  с<sup>5</sup>,  $k_3 = 10^{-12}$  с<sup>7</sup>,  $k_4 = 10^{-17}$  с<sup>9</sup>; 2 —  $k_1 = 10^{-7}$  с<sup>3</sup>,  $k_2 = 10^{-11}$  с<sup>5</sup>,  $k_3 = 10^{-12}$  с<sup>7</sup>,  $k_4 = 10^{-10}$  с<sup>9</sup>; 3 —  $k_1 = 10^{-7}$  с<sup>3</sup>,  $k_2 = 10^{-10}$  с<sup>5</sup>,  $k_3 = 10^{-16}$  с<sup>7</sup>,  $k_4 = 10^{-15}$  с<sup>9</sup>; 4 —  $k_1 = 10^{-6}$  с<sup>3</sup>,  $k_2 = 10^{-9}$  с<sup>5</sup>,  $k_3 = 10^{-12}$  с<sup>7</sup>,  $k_4 = 10^{-15}$  с<sup>9</sup>.

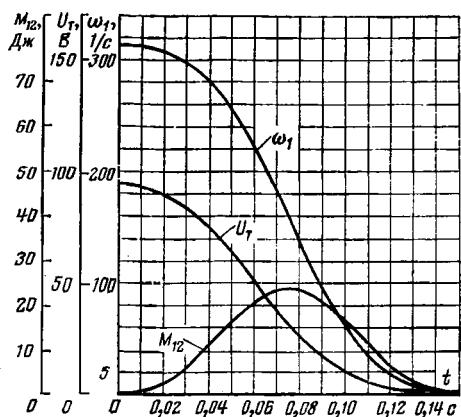


Рис. 2. Переходные процессы фазовых координат  $M_{12}$ ,  $\omega_1$ ,  $u_t$  в оптимальной системе.

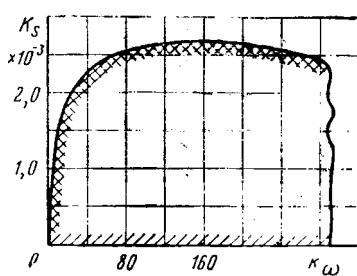


Рис. 3. Область устойчивости замкнутой системы в плоскости коэффициентов  $k_s$  и  $k_\omega$ .

интегрирование системы уравнений заменяется дифференцированием и совокупностью алгебраических операций, что существенно облегчает вычисления, делает обозримым постановку задачи и физический смысл отдельных этапов решения.

Следующими этапами синтеза оптимальной позиционной системы являются: переход от разомкнутой системы к замкнутой по пути; уточнение параметров обратных связей из условий устойчивости; определение соответственно выбранному оптимальному закону характеристики нелинейного преобразователя управляющего устройства (НП).

Дифференциальное уравнение движения ведомого звена в приращениях для исследования вопросов устойчивости системы представляется следующим выражением (без учета диссипативных сил):

$$\left[ T_1 T_3 \frac{1}{q v^2} p^5 + T_1 \frac{1}{q v^2} p^4 + \left( T_1 T_3 + \frac{1}{q v^2} + \frac{k_t m_1}{k_E} \frac{1}{q v^2} + T_2 T_3 \right) p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + \right. \\ \left. + \left( 1 + \frac{k_t m_1}{k_E} \right) p + \frac{m m_2 m_3 k_t}{k_E} \right] \Delta s_2(p) = \frac{m m_3 k_t}{k_E} \Delta u_3(p),$$

где  $T_1 = J_1 R / k_M k_E$ ;  $T_2 = J_2 R / k_M k_E$  — электромеханические постоянные времени ведущего и ведомого звеньев;  $m_1$ ,  $m_2$  — коэффициенты усиления обратных связей;  $m_3$  — линеаризованный коэффициент характеристики НП в положении равновесия;  $m$  — коэффициент отношения углового перемещения вала двигателя к величине  $s_2$ .

Область устойчивости в плоскости двух параметров — коэффициента усиления по скорости веду-

щего звена  $k_\omega = \frac{k_t}{k_E} m$  и коэффициента усиления по пути ведомого звена  $k_s = \frac{k_t}{k_E} m m_2 m_3$  — определяется уравнениями:

$$k_\omega = \frac{(T_1 T_3 q v^2 + T_2 T_3 q v^2 + 1) \omega^2 - q v^2 - T_1 T_3 \omega^4}{q v^2 - \omega^2};$$

$$k_s = \frac{q v^2 (T_1 + T_2) \omega^2 - T_1 \omega^4}{q v^2};$$

$$k_s = 0.$$

На рис. 3 показана область устойчивости, рассчитанная по уравнениям (9) для исследуемого объекта с электродвигателем типа ПГТ-1 (1 кВт, 60 В, 3000 об/мин). Построение выполнено при следующих данных:  $T_1 = 0,2$  с;  $T_2 = 0,14$  с;  $T_3 = 0,01$  с;  $q v^2 = 1,92 \cdot 10^4$  1/c<sup>2</sup>;  $J_1 = 0,8 \cdot 10^{-2}$  Дж·с/рад;  $J_2 = 0,52 \cdot 10^{-2}$  Дж·с<sup>2</sup>/рад;  $k_E = k_M = 0,175$  В·с/рад;  $R = 0,8$  Ом. Учет диссипативных сил качественно не меняет конфигурации области.

Анализ кривой рис. 3 показывает, что при определенном выборе коэффициента усиления по скорости  $k_\omega$  можно значительно повысить коэффициент усиления по пути  $k_s$  (для обеспечения точности позиционирования), не нарушая устойчивости системы. После выбора из условия устойчивости коэф-

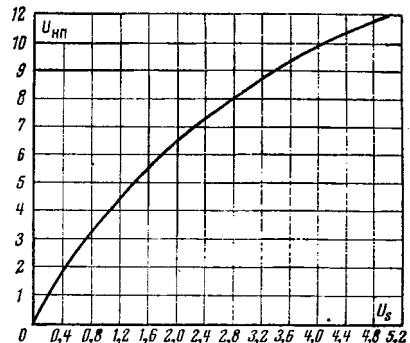


Рис. 4. Характеристика нелинейного преобразователя.

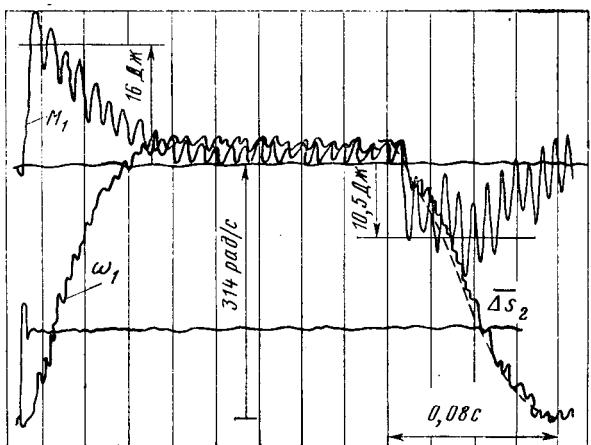


Рис. 5. Осциллограмма переходного процесса в замкнутой оптимальной позиционной электромеханической системе;  $\Delta s_2$  — сигнал наличия рассогласования по пути в цифровом управляющем устройстве, превышающего дискретность системы 0,1 мм.

фициентов  $k_w$  и  $k_s$  на ЦВМ уточняются весовые коэффициенты критерия, определяются управляющие воздействия и характеристика нелинейного преобразователя.

На рис. 4 показана характеристика нелинейного преобразователя НП в функции остатка пути, позволяющая реализовать оптимальный закон движения механизма (6). Начальная скорость торможения, равная установившейся скорости позиционирования, поддерживается практически постоянной, так как система работает в режиме регулятора скорости с большим коэффициентом усиления.

Если заданный путь позиционирования характеризуется величиной, при которой угловая скорость не достигает установившегося значения, т. е.  $\omega(t) < \omega_{20}$ , то и в этом случае процесс торможения остается оптимальным в смысле критерия (2).

Предложенная в статье методика определения оптимальных законов движения и построения оптимальной позиционной системы получила экспериментальное подтверждение и была использована при создании головного образца гаммы дыропробивных прессов.

На рис. 5 изображена осциллограмма разгона, движения на установившейся скорости и торможения, полученная на реальном объекте — одном из механизмов дыропробивного пресса. Время торможения составляет 0,08 с при дискретности системы по пути 0,1 мм и установившейся угловой скорости 314 рад/с.

Процесс торможения происходит монотонно без перебега, чем достигается при прочих равных усло-

виях его высокое быстродействие. Технически это реализуется характеристикой НП, которая учитывает динамические свойства механизма, электропривода и устройств управления. Пунктиром на рис. 5 нанесена расчетная кривая скорости при торможении. Наблюдаемое отклонение объясняется тем, что управляющее воздействие определено без учета периодической составляющей ( $f=150$  Гц) выходного напряжения тиристорного преобразователя.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Ю. П. Оптимальное управление электроприводом. М.: Энергия, 1971.
2. Пейсах Э. М. Полиномы с экстремальными свойствами и их применение в качестве кинематических функций ведомого звена кулачкового механизма. — В кн.: Теория механизмов и машин. ХГУ, 1972, вып. 12.
3. Хитрик В. Э. К выбору движения механизма по динамическим критериям. — Машиноведение, 1971, № 1.
4. Борисенко Л. Н., Геронимус Я. Л. О некоторых методах выбора оптимальных законов движения. — В кн.: Современные проблемы теории машин и механизмов. М.: Наука, 1965.
5. Левитский Н. Н. Кулачковые механизмы. М.: Машиностроение, 1964.
6. Тартаковский И. И. К выбору законов движения механизма по динамическим критериям. — Машиноведение, 1971, № 2.
7. Булгаков А. А. Автоматическое управление пакетными устройствами прокатных станов. — Вестник электропромульности. 1936, № 1—2.
8. Зусман В. Г., Мейтель А. М., Херсонский Ю. И. Автоматизация позиционных электроуправляемых. М.: Энергия, 1970.
9. Лурье З. Я., Ломакин В. П. Оптимизация движения электромеханической системы в режиме позиционирования. — В кн.: Теория машин и механизмов. 1977, вып. 22.
10. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1961.

[30.01.78]



### ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

#### ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ЭНЕРГИЯ»

Галахова О. П., Колтик Е. Д., Кравченко С. А. Основы фазометрии. — 1976. — 256 с. с ил. — 1 р. 17 к.

Рассматриваются вопросы проектирования и анализа аппаратуры, применяемой при измерении фазовых соотношений в электро- и радиотехнических целях. Приводятся принципы построения фазоизмерительных приборов для диапазона от инфразвуковых до сверхзвуковых частот. Рассматриваются и анализируются практические схемы приборов, даются рекомендации по повышению точности. Обсуждаются вопросы построения поверочных схем в области фазометров.

Рассчитана на специалистов, занимающихся разработкой, проектированием и исследованием электронной и электромеханической фазометрической аппаратуры; она будет полезна студентам и аспирантам, изучающим проблемы повышения точности и помехоустойчивости измерительной аппаратуры.

Книгу можно приобрести в следующих магазинах:

191040 Ленинград, ул. Пушкинская, 2, магазин «Техническая книга».

103050 Москва, ул. Медведева, 1, магазин № 8 «Книга почтой».

Импульсные магнитные элементы и устройства/

Колосов В. Г., Леонтьев А. Г., Мелехин В. Ф. и др. — 1976. — с ил. — В пер. — 91 к.

В книге рассматриваются вопросы проектирования и расчета элементов, функциональных узлов и комплексов автоматики дискретного действия, использующих магнитные сердечники с прямоугольной петлей гистерезиса. Особое внимание уделяется вопросам проектирования вычислительно-логических устройств, по однородности и экономичности приближающихся к магнитным оперативным запоминающим устройствам, в которых сердечники матриц и магнитные переключатели схем управления используются многофункционально.

Книга предназначена для студентов высших учебных заведений в качестве учебного пособия по курсу «Электромагнитные устройства автоматики» и может быть полезна инженерам, специализирующимся в области средств автоматики и вычислительной техники.

Приобрести эту книгу можно в магазинах Книготорга. В случае отсутствия заказ можно направить по адресам:

103050 Москва, ул. Медведева, 1, магазин № 8 «Книга почтой».

196066 Ленинград, Московский проспект, 189, магазин № 92.

## Выбор компенсирующих и регулирующих устройств в распределительных сетях

АРИОН В. Д., канд. техн. наук

Кишиневский политехнический институт

Задача компенсации реактивной мощности (КРМ) в распределительных сетях тесно связана с обеспечением экономичного режима напряжения у электроприемников и повышением показателей работы систем электроснабжения.

Совместный выбор компенсирующих (КУ) и регулирующих устройств (РУ) представляет собой достаточно сложную задачу [Л. 1]. Сложность ее обусловлена большим числом подлежащих учету факторов и связей, дискретным изменением мощностей КУ и уставок РУ, переменным характером нагрузки. Существующие рекомендации по совместному расчету КУ и РУ касаются в основном выбора ответвлений распределительного трансформатора и мощности КУ, размещаемой за ним. Эти рекомендации зачастую носят общий характер и исходят из условия обеспечения технически приемлемого режима напряжения. Представляет интерес комплексное решение рассматриваемой задачи с позиции минимума народнохозяйственных затрат, ориентированное на случай разветвленной сети, а не отдельных ее узлов.

Инженерное решение этой проблемы должно основываться на использовании упрощенных оптимизационных моделей применительно ко вновь проектируемым, действующим и реконструируемым сетям. Однако прежде чем говорить о таких моделях, необходимо дать количественную оценку принимаемым допущениям как в отдельности, так и в комплексе, оценить силу связей данной задачи с другими задачами с помощью более сложных расчетов.

В данной статье рассмотрен метод совместного выбора КУ и РУ с помощью динамического программирования (ДП). Он позволяет выполнить указанные исследования и при некоторых упрощениях служить практическим методом решения рассматриваемой комплексной задачи.

Выбор КУ и РУ осуществляется по критерию минимума расчетных затрат с учетом ущерба  $U$  от некачественного напряжения  $U$  у потребителей. Целевая функция затрат

$$Z = Z_{KU}(Q_k) + Z_{PY} + I(Q_k, U) + U(U), \quad (1)$$

где  $Z_{KU}$  и  $Z_{PY}$  — затраты на установку и эксплуатацию соответственно КУ и РУ;  $Q_k$  — мощность КУ;  $I$  — издержки, связанные с потерями электроэнергии в сети.

Если считать, что все распределительные трансформаторы РТ снабжены устройством ПВБ и в центре питания ЦП установлены трансформаторы с РПН, то рассматриваемая задача в наиболее общей постановке сводится к определению наивыгоднейших мест размещения, параметров и графиков работы КУ низкого и среднего напряжений, коэффициентов трансформации РТ и закона регулирования в ЦП, обеспечивающих минимум суммарных затрат (1) за весь расчетный период:  $Z(Q_k, K_t) \rightarrow \min$ .

Сначала покажем, что минимизация целевой функции (1) с двумя параметрами состояния  $Q_t$  и  $K_t$  может быть осуществлена с использованием базового алгоритма выбора источников реактивной мощности одномерным динамическим программированием [Л. 2].

Формулировка задачи в терминах одномерного ДП. При выборе источников реактивной мощности в системах электроснабжения методом ДП выполняется пошаговое экономическое эквивалентирование элементов сети с помощью рекуррентного соотношения:

$$Z^i_t(Q_{ki}) = \min \{Z_t(Q_{ki}) + Z^i_{t-1}(Q_{ki} - Q_{ki})\}, \quad i \in M, \quad (2)$$

где  $Q^i_{ki} = \sum_{v=1}^i Q_{kv}$  — суммарная мощность источников реактив-

ной мощности участка сети, рассматриваемого на  $i$ -м шаге;  $Z^i_t(Q_{ki})$  — затраты на данном участке при оптимально выбранных мощностях  $Q_{ki}, \dots, Q_{ki}$ ;  $Z^i_t(Q_{ki})$  — затраты на  $i$ -м ветви с источниками мощностью  $Q_{ki}$  [Л. 2].

В случае совместного выбора КУ и РУ уравнение для определения функции состояния на  $i$ -м шаге будет иметь более сложный вид, соответствующий двумерному ДП:

$$\begin{aligned} Z^i_t(Q_{ki}, K_{ti}) = \min_{Q_{ki}, K_{ti}} & \{Z_t(Q_{ki}, K_{ti}) + \\ & + Z^i_{t-1}(Q_{ki} - Q_{ki}, K^i_{t-1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Решение задачи в данной формулировке связано со значительным увеличением объема вычислений по сравнению с задачей (2), так как минимизация (3) должна выполняться для всех возможных комбинаций значений мощности  $Q^i_{ki}$  и ответвлений РТ рассматриваемого участка сети.

Процесс оптимизации существенно упростится, если условно принять, что изменение  $K_t$  РТ не приводит к изменению режима напряжения сети среднего напряжения. Это позволит, во-первых, определять условно-оптимальные значения  $K_{ti}$  ( $i \in M$ ) лишь по минимуму затрат на соответствующие ветви с РТ, а во-вторых, привести функциональное уравнение (3) к уравнению одномерного ДП, аналогичного (2):

$$Z^i_t(Q_{ki}) = \min_{Q_{ki}} \{Z_t(Q_{ki}, K_{ti}) + Z^i_{t-1}(Q_{ki} - Q_{ki})\}. \quad (4)$$

Запись  $Z_t(Q_{ki}, K_{ti})$  означает, что характеристика затрат  $Z_t(Q_{ki})$  построена при оптимально выбранных ответвлении РТ. Покажем, как можно обеспечить указанную предпосылку. Анализ влияния изменения  $K_t$  РТ на сеть среднего напряжения был выполнен с помощью ЦВМ и стола переменного тока УРМЭС-2. Исследования показали, что рассматриваемое влияние несущественно; оно мало сказывается на экономических характеристиках  $Z^i_t(Q_{ki})$  и на решении задачи в целом. Например, для схемы, представленной на рис. 1, предельное снижение  $K_{t1}$  на 10% приводит к уменьшению  $U_4$  лишь на 0.5%. Эта величина достигает 1.2% при совместном изменении  $K_{t1}$  и  $K_{t2}$  на то же значение и 15%-ной перегрузке соответствующих РТ.

Однако несмотря на приемлемые условия прямого учета режима напряжения при оптимизации в предлагаемом алгоритме был принят другой, косвенный, способ.

Для удобства обеспечения технических ограничений целесообразно учет фактических значений напряжений выполнять итерационными расчетами. Это означает, что в пределах одного оптимизационного расчета напряжения в общих узлах схемы считаются заданными и не корректируются. Результаты текущего расчета принимаются как исходные для последующей итерации. Примечательно, что окончательное решение задачи с достаточной точностью по напряжению обычно достигается уже на второй итерации.

Следует отметить, что принятый способ сведения двухмерной задачи ДП к одномерной в сущности эквивалентен случаю совместного применения динамического программирования и множителей Лагранжа [Л. 3]. Важно, что для данной

задачи условной оптимизации этот способ дает весьма эффективную вычислительную процедуру, а в отличие от рассмотренного выше способа позволяет и строго выполнить требования, положенное в основу (4) и обеспечить марковское свойство моделируемого многошагового процесса.

Прежде чем изложить общий алгоритм оптимизации, опишем порядок построения экономических зависимостей  $\mathcal{Z}_i(Q_{ki}, K_{ti})$ ,  $i \in \mathcal{M}$ .

Построение характеристик висячих ветвей расчетной схемы сети среднего напряжения. В качестве такой ветви рассмотрим для простоты отходящую из ЦП линию с РТ, пытающую низковольтную нагрузку переменного характера (рис. 2). Рассмотрим широко применяемые батареи конденсаторов (БК). Предварительно предположим, что установка БК 0,38 кВ намечается только на шинах низшего напряжения РТ и в ЦП известен закон регулирования.

Необходимо найти для всех исследуемых значений устанавливаемой мощности БК  $Q_{ki}$  оптимальный закон ее регулирования, а также номер ответвления РТ по минимуму затрат на данную ветвь.

Допустимая область изменения мощности  $Q_{ki}$  в общем случае определяется из условия обеспечения технически приемлемого режима сети. Отметим, что рассматриваемая зависимость  $\mathcal{Z}_i(Q_{ki}, K_{ti})$  является эквивалентной характеристикой затрат  $i$ -й ветви и в дальнейшем будет использоваться в (4) для получения решения по всей сети в целом.

Поиск наилучшего решения для некоторого заданного дискретного значения мощности  $Q_{ki}$  ведется следующим образом.

1. Поочередно рассматриваются все ответвления РТ. Коэффициент трансформации определяется выражением:

$$K_t = K_{t, \text{ном}} (1 + s \Delta K_t),$$

где  $K_{t, \text{ном}}$  — номинальный коэффициент трансформации, определяемый как отношение высшего номинального напряжения РТ к низшему;  $\Delta K_t$  — ширина ступени регулирования в долях  $K_{t, \text{ном}}$ ;  $s$  — номер ответвления относительно основного.

2. Для каждого ответвления определяется допустимость режима по всем ступеням  $t$  графика нагрузки при учете регулирующего эффекта БК с располагаемой мощностью  $Q_{ki}$ . При этом напряжение  $U_0$  в узле примыкания данной ветви к остальной сети в пределах одной итерации считается известным и заданным по всем характерным режимам. Если для данного сочетания  $Q_{ki}$  и  $K_{ti}$  допустимое напряжение у потребителя не может быть обеспечено хотя бы для одной ступени графика нагрузки, то переходят к другому значению  $K_{ti}$ .

3. Для допустимого сочетания  $Q_{ki}$  и  $K_{ti}$  определяются затраты за расчетный период:

$$\mathcal{Z}_i(Q_{ki}, K_{ti}) = \sum_{t=1}^f [Y_{it}(Q_{ki}, U_{it}) + Y_{it}(U_{it})] + \mathcal{Z}_{kyi}(Q_{ki}), \quad (5)$$

где  $f$  — количество ступеней графика нагрузки.

4. Если для заданного  $Q_{ki}$  просмотрены все допустимые ответвления РТ, то фиксируется оптимальное значение коэффициента трансформации  $K_{ti}$  (или надбавки напряжения  $E_{ti}$ ), закон регулирования БК, обеспечивающий рациональную компенсацию реактивной мощности и регулирования напряжения, и минимальные затраты в ветви  $\mathcal{Z}_i(Q_{ki}, K_{ti})$ ; затем переходят к новому значению  $Q_{ki}$ , выполняя расчет аналогично.

Использование характеристик ущерба  $Y(U)$  позволяет более широко подходить к решению данной задачи. Кроме оптимизации режима внутри заданных пределов изменения напряжения, можно экономически обосновать границы допустимых отклонений напряжения у потребителя. Так, в ряде случаев может оказаться выгоднее пойти на некоторое ухудшение  $U$  в отдельных узлах, добиваясь при этом повышения его качества у большинства потребителей.

Уместно отметить, что при выполнении п. 2 имеется возможность учесть различные факторы: статические характеристики нагрузки, действительную мощность БК в функции  $U$ , дискретность ответвлений РТ, различие в стоимости регулируемых (РБК) и нерегулируемых (НБК) батарей конденсаторов. Последнее осуществляется следующим образом: если для всех ступеней графика нагрузки включенная мощность окажется одинаковой (и равной установленной мощности), то с помощью составляющей  $\mathcal{Z}_{kyi}(Q_{ki})$  в (6) будут учтены затраты на установку именно НБК. Здесь же можно допус-

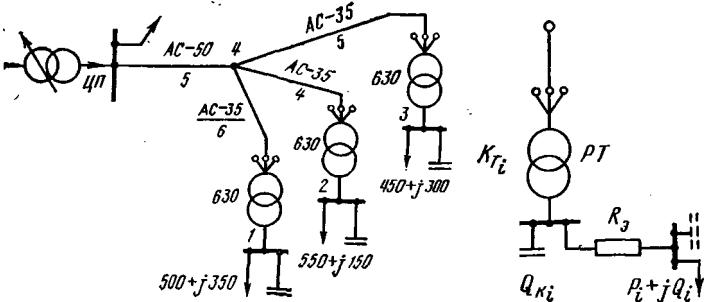


Рис. 1. Принципиальная схема распределительной сети.

Рис. 2. Расчетная схема  $i$ -й ветви.

тить, что режим работы БК известен и задан с достаточной точностью [Л. 4] и требуется определить для каждого значения  $Q_{ki}$  только номера наивыгоднейших ответвлений РТ. Далее можно рассматривать целесообразность применения трансформаторов с РПН как в ЦП, так и у потребителей. Реализация перечисленных факторов не связана с какими-либо серьезными алгоритмическими трудностями.

Изложенный способ построения зависимостей  $\mathcal{Z}_i(Q_{ki}, K_{ti})$  и  $R_{ti}(Q_{ki})$  приемлем и при размещении БК непосредственно в сети низкого напряжения. В таком случае сеть и БК предварительно эквивалентируются и представляются характеристикой минимальных затрат  $\mathcal{Z}(Q_{k, \text{пп}})$ , а в расчетах вместо  $Q_{ki}$  будем оперировать величиной суммарной мощности  $Q_{k, \text{пп}}$ .

Структурная схема построения характеристик висячей ветви такова. Имеются четыре основных вложенных друг в друга цикла. Внешний цикл 1 — по возможным значениям установленной мощности БК. В нем вложен цикл 2 по ответвлению РТ. Далее следует цикл 3 по режимам нагрузки (ступеням графика нагрузки). В случае строгой оптимизации режима работы БК по каждому режиму  $t$  находится целесообразная величина включенной мощности  $Q_{ki}(t)$  (цикл 4 — по возможным значениям  $Q_{ki}(t) \in Q_{ki}$ ). Организация циклов здесь зависит от конкретной задачи: предполагается ли осуществить переключение ответвлений РТ по сезону или один раз в году или управление режимом происходит с помощью РТ с РПН. В частности, в последнем случае цикл 2 по  $K_t$  уже должен быть вложенным в цикл по режимам, так как устройство РПН осуществляет непрерывное изменение  $K_t$ .

Алгоритм оптимизации состоит из традиционного прямого и обратного хода ДП. На прямом ходе, как отмечалось выше, осуществляется пошаговое технико-экономическое эквивалентирование сети с помощью уравнения (4) — при совместном рассмотрении очередной висячей ветви и предыдущего участка сети с источником реактивной мощности и уравнения (6) — при эквивалентировании двух отдельных участков сети:

$$\mathcal{Z}^*_{i-1}(Q_{ki}) = \min_{Q_{kL}} \{ \mathcal{Z}^*_{i-1}(Q_{kL}) + \mathcal{Z}^*_{i-1}(Q_{ki} - Q_{kL}) \}, \quad (6)$$

где  $L$  и  $(i-1)$  — индексы участков, примыкающих к одному и тому же узлу сети.

Оптимальные мощности КУ  $\hat{Q}_{k1}, \hat{Q}_{k2}, \dots, \hat{Q}_{kt}$  непосредственно находятся на обратном ходе алгоритма ДП [Л. 2]. Зная их, для каждого РТ отыскивается наивыгоднейшее значение коэффициента трансформации  $\hat{K}_{ti}$  с помощью зависимостей  $\hat{K}_{ti}(Q_{ki})$ ,  $i \in \mathcal{G}$ , построенных на прямом ходе:  $\hat{K}_{ti} = \hat{K}_{ti}(\hat{Q}_{ki})$ .

Следует подчеркнуть дополнительно к [Л. 2], что общие ветви схемы при эквивалентировании учитываются путем корректировки характеристик затрат участков, питаемых через них. Для достоверного определения потерь (и издержек) в этих ветвях должна быть известна фактическая нагрузка ранее рассмотренной части сети при найденных условно-оптимальных значениях мощностей БК и ответвлений РТ. В связи с этим наряду с зависимостью  $\mathcal{Z}_i(Q_{ki})$  в ЦВМ фиксируются и потоки активной и реактивной мощностей на головном участке  $i$ -й ветви в функции от  $Q_{ki}$ , причем при переходе от шага к шагу эти зависимости записываются на одно и то же место памяти машины.

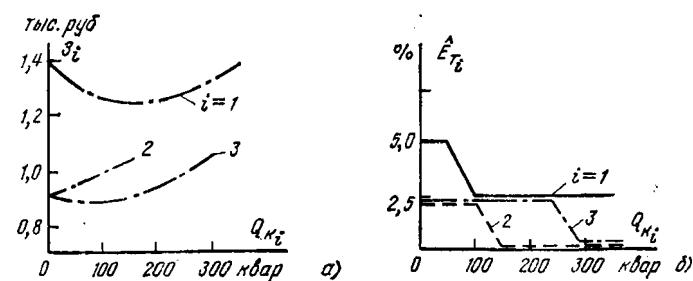


Рис. 3. Характеристики висячих ветвей. Зависимости затрат (a) и надбавок РТ (б) от мощности БК 0,38 кВ.

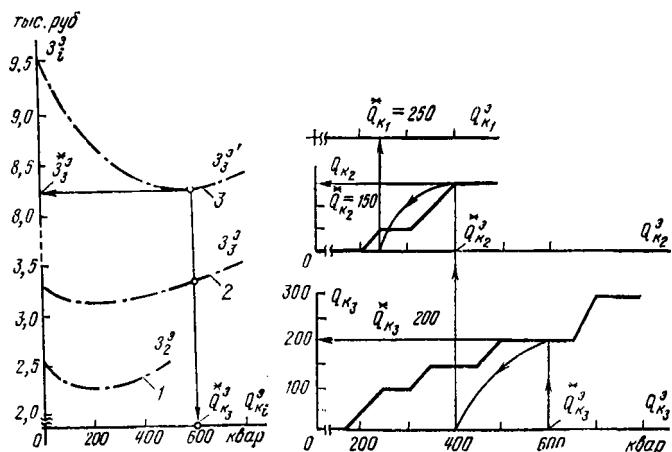


Рис. 4. Эквивалентные характеристики затрат для двух ветвей (1), трех ветвей (2) и всей сети (3).

Рис. 5. Определение оптимальных мощностей источников реактивных мощностей.

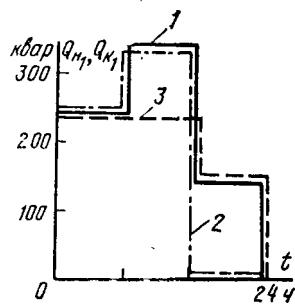


Рис. 6. Целесообразные режимы работы РБК.

1 — график нагрузки; 2 — закон регулирования при учете ущерба; 3 — закон регулирования без учета ущерба.



На примере схемы, представленной на рис. 1, покажем работоспособность метода. Было принято, что все РТ снабжены ПВВ и имеют по пять ответвлений (возможная надбавка напряжения составляет  $+5 \times 2,5\%$ ). Нагрузки узлов однородны и изменяются по трехступенчатому графику с соотношением ступеней  $1:0,8:0,5$  — для активных мощностей и  $1:0,7:0,4$  — для реактивных. Значения мощностей для максимального режима указаны на схеме. Принято также, что в ЦП поддерживается неизменное напряжение, равное 10,5 кВ, и что допустимые отклонения напряжения у потребителей составляют  $\pm 5\%$ . Найдем наивыгоднейшие надбавки РТ, мощности БК 0,38 кВ и закон их регулирования по минимуму суммарных расчетных затрат при условии обеспечения технических ограничений по всем рассматриваемым режимам.

Расчеты выполнялись при стоимости потерь 1 коп (кВт·ч) и удельной стоимости БК 6 руб/квар. Зависимости  $Z_i(Q_{Ki}, R_{Ti})$  и  $E_{Ti}(Q_{Ki})$  ( $i=1, 2$  и  $3$ ), построенные с шагом дискретности, равным 50 квар, приведены на рис. 3. Результаты эквивалентирования висячих ветвей даны на рис. 4, где кривая 3 получена путем пересчета кривой 2 с учетом затрат на генерацию и передачу реактивной мощности из энергосистемы в узел 4 (см. рис. 1).

По минимуму затрат определяем оптимальное значение суммарной мощности БК  $Q_{K\Sigma} = Q_{K3}^* = 600$  квар, а затем, обращаясь к зависимостям  $\hat{Q}_{Ki}(Q_{Ki})$  (рис. 5), находим распределение этой мощности между узлами:  $Q_{K1} = 250$ ,  $Q_{K2} = 150$  и  $Q_{K3} = 200$  квар. Далее при известных мощностях БК с помощью характеристик  $\hat{E}_{Ti}(Q_{Ki})$ , представленных на рис. 3, б, определяем оптимальные надбавки РТ:  $\hat{E}_{T1}^* = 2,5\%$ ;  $\hat{E}_{T2}^* = 0$ ;  $\hat{E}_{T3}^* = 2,5\%$ . Это решение соответствует случаю без учета ущерба  $U$  ( $U$ ) и получено на второй итерации расчета с точностью по напряжению 0,03%.

О допустимости данного решения по режиму напряжения можно судить по данным таблицы. В этой же таблице приведены и результаты расчетов, выполненных с учетом ущерба от некачественного напряжения:

$$Y_{it} = 0,1 P_i [(U_{it}/U_{\text{ном}} - 1) \cdot 100]^2.$$

Номер узла	Оптимальные мощности БК (квар) и надбавки РТ (%)	Напряжения в узлах (В) и их отклонения по режимам		
		максимальный	средний	минимальный
Без учета ущерба				
1	$Q_{K1} = 250$ $E_{T1} = +2,5$	365,4 -3,84	378,7 -0,33	390,1 +2,66
2	$Q_{K2} = 150$ $E_{T2} = 0$	361,6 -4,83	370,7 -2,44	380,9 +0,25
3	$Q_{K3} = 200$ $E_{T3} = +2,5$	368,4 -3,05	380,5 +0,14	390,5 +2,76
С учетом ущерба				
1	$Q_{K1} = 350$ $E_{T1} = +2,5$	370,9 -2,40	378,2 -0,48	380,0 0
2	$Q_{K2} = 150$ $E_{T2} = +2,5$	372,9 -1,87	379,7 -0,07	384,5 +1,19
3	$Q_{K3} = 300$ $E_{T3} = +2,5$	373,8 -1,63	380,0 0	382,4 +0,64

Примечание. Над чертой даны значения напряжения, под чертой — отклонение напряжений.

В данном случае оказалась целесообразной полная компенсация по узлам сети. Заметно изменился оптимальный закон регулирования мощности БК (см. рис. 6). Из таблицы видно, что при учете ущерба существенно улучшилось качество напряжения у потребителей, особенно в минимальном режиме.

Описанный метод реализован в виде экспериментальных программ на входном языке ЦВМ «Мир-2» и на языке «Фортран-4».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аберсон М. Л. Оптимизация регулирования напряжения. М.: Энергия, 1975.
2. Журавлев В. Г., Арион В. Д. Размещение и выбор источников реактивной мощности в распределительных сетях методом динамического программирования. — Изв. вузов. Энергетика, 1976, № 5.
3. Арис Р. Дискретное динамическое программирование. М.: Мир, 1969.
4. Баркан Я. Д. Автоматическое управление режимом батарей конденсаторов. М.: Энергия, 1978.

# Диаграммы тока и свойства синхронной машины при постоянном угле рассогласования

КУЦЕВАЛОВ В. М., ИВАНОВ Г. Г., ДИРБА Я. А.

Рига

В теории машин переменного тока, как известно, широкое применение находят геометрические места (диаграммы) тока якоря, однако при анализе выпильных машин (ВМ), исполнительным элементом которых также является машина переменного тока, подобные диаграммы в настоящее время практически не применяются [Л. 1—4]. Вместе с тем метод исследования общих свойств и характеристик машины, основанный на использовании диаграмм тока, отличается исключительной наглядностью.

В данной статье рассматриваются диаграммы тока и на базе их проводится анализ свойств синхронного явнополюсного двигателя (СД), работающего совместно с инвертором напряжения и датчиком положения ротора. В этом случае угол рассогласования  $\theta$  между основными гармониками векторов фазного напряжения  $U_1$  и э. д. с. холостого хода  $E_0$  можно считать постоянным. Частота вращения СД при этом, естественно, может быть переменной.

Выбор данного режима в качестве исследуемого объясняется тем, что свойства СД, работающего совместно с инвертором напряжения, изучены значительно меньше по сравнению с СД, работающим с инвертором тока.

Предполагается, что инвертор напряжения является полностью управляемым, магнитная цепь машины ненасыщена, а фазные токи и напряжения синусоидальны.

Анализ работы инвертора напряжения [Л. 5] показывает, что можно выделить участки его цепей, в которых протекает ток, пропорциональный активной, реактивной или алгебраической сумме обеих составляющих тока якоря  $I_1$ . Это обстоятельство позволяет применять в вентильтом двигателе (ВД) несколько обмоток возбуждения, а закон управления током возбуждения, приведенным к обмотке якоря, в общем случае выразить в форме:

$$I'_2 = I'_{2c} + I_1 (k_1 \cos \varphi + k_2 \sin \varphi), \quad (1)$$

где  $I'_{2c}$  — постоянная составляющая тока возбуждения, обеспечивающая, например, независимым источником питания;  $k_1$ ,  $k_2$  — коэффициенты пропорциональности, зависящие от схемы преобразователя и от коэффициента приведения обмотки возбуждения к обмотке якоря.

Уравнения диаграммы тока. Из векторной диаграммы Блонделя для явнополюсной синхронной машины (СМ) с учетом (1) можно получить уравнение тока якоря в прямоугольной системе координат [Л. 6]:

$$a_{11} I_{1a}^2 + 2a_{12} I_{1a} I_{1p} + a_{22} I_{1p}^2 + 2a_{13} I_{1a} + 2a_{23} I_{1p} + a_{33} = 0, \quad (2)$$

где  $I_{1a}$  и  $I_{1p}$  — активная и реактивная составляющие тока якоря;  $(a_{11} \div a_{33})$  — коэффициенты общего уравнения кривой:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= r_1 \left[ 1 + \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin^2 \theta \right]; \\ a_{12} &= \frac{r_1}{2} \left[ \frac{L_{ad}}{L_q} (k_1 \cos \theta - k_2 \sin \theta) - \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin 2\theta \right]; \\ a_{22} &= r_1 \left[ 1 + \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \cos^2 \theta + \frac{L_d}{L_q} \cos \theta \right]; \\ a_{13} &= \frac{U_1}{2} \left[ \frac{L_d}{L_q} k_1 \sin \theta - \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin^2 \theta + 1 \right] - r_1 \frac{L_d}{L_q} I'_{2c} \sin \theta; \\ a_{23} &= \frac{U_1}{2} \left[ \frac{L_d}{L_q} k_2 \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin 2\theta \right] + r_1 \frac{L_d}{L_q} I'_{2c} \cos \theta; \\ a_{33} &= U_1 I'_{2c} \frac{L_d}{L_q} \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $L_d$ ,  $L_q$  — индуктивности, соответствующие синхронным сопротивлениям по продольной и поперечной осям машины;  $L_{ad}$  — индуктивность, соответствующая сопротивлению реакции якоря по продольной оси машины;  $r_1$  — активное сопротивление обмотки якоря.

Из (2) и (3) видно, что геометрическое место тока якоря СМ, работающей в данном режиме, представляет собой кривую второго порядка, на форму которой значительно влияют коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ .

Анализ диаграммы тока. Анализ общих свойств ВМ по диаграмме тока покажем на примере частного случая, когда машина имеет одну обмотку возбуждения, включенную последовательно на входе преобразователя без дополнительного потребителя реактивной энергии [Л. 7]. При этом полагаем, что падение напряжения в обмотке возбуждения по сравнению с фазным напряжением  $U_1$  мало, а включение обмотки возбуждения на входе инвертора напряжения не нарушает работы последнего.

Очевидно, выражения (1) и (3) справедливы для данного случая, если в них положить  $k_2 = 0$  и  $I'_{2c} = 0$ . Уравнение (2) в этом случае также представляет собой кривую второго порядка, свойства которой удобно характеризовать инвариантами  $A$ ,  $I$ ,  $D$ , координатами ее центра  $X_0$ ,  $Y_0$ , эксцентрикитетом  $e$  и углом наклона  $\alpha$  одной из ее осей:

$$A = - \left[ 1 + \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin^2 \theta - k_1 \frac{L_{ad}}{L_q} \sin \theta \right] \times \times (L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta) \frac{1}{L_q}; \quad (4)$$

$$I = 1 + \frac{1}{L_q} (L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta); \quad (5)$$

$$D = \frac{1}{L_q} \left[ (L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta) - \frac{1}{4L_q} (L_{ad} k_1 \cos \theta)^2 \right]; \quad (6)$$

$$X_0 = \frac{U_1 \left[ L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta - \frac{1}{2r_1} (L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta) - \frac{1}{2} \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) L_{ad} k_1 \sin \theta \cos^2 \theta \right]}{- \frac{1}{L_q} \left( \frac{1}{2} L_{ad} \cos \theta \right)^2}; \quad (7)$$

$$Y_0 = \frac{-U_1 L_{ad} \cos \theta \left[ 1 + \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \sin^2 \theta - \frac{L_{ad}}{L_q} \sin \theta \right]}{4r_1 \left[ L_d - L_{ad} k_1 \sin \theta - \frac{1}{L_q} \left( \frac{1}{2} L_{ad} \cos \theta \right)^2 \right]}; \quad (8)$$

$$e = \sqrt{\frac{2 \sqrt{\left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right)^2 - 2 \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \frac{L_{ad}}{L_q} \times \times k_1 \sin \theta + \left( \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \right)^2}}{1 + \frac{L_d}{L_q} - \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \sin \theta + \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \cos \theta}} + \sqrt{\left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right)^2 - 2 \left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \sin \theta + \left( \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \right)^2}}; \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\left(\frac{L_d}{L_q} - 1\right) \sin 2\theta - \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \cos \theta}{\left(\frac{L_d}{L_q} - 1\right) \cos 2\theta + \frac{L_{ad}}{L_q} k_1 \sin \theta}. \quad (10)$$

Параметры, определяемые формулами (4)–(10), зависят от коэффициента  $k_1$ , поэтому целесообразно выделить и рассмотреть отдельно ряд граничных значений этого коэффициента.

Во-первых,

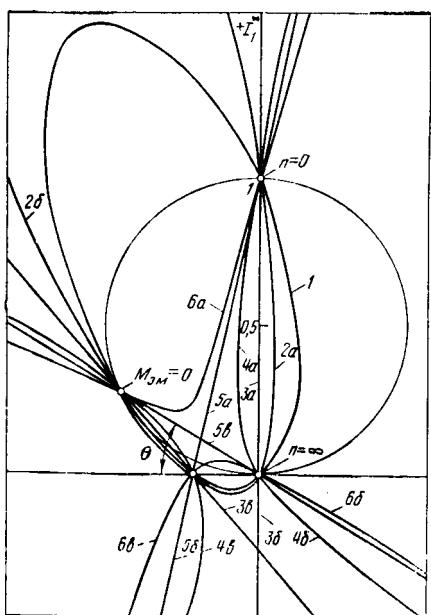
$$0 < k_1 < \frac{\sqrt{\sin^2 \theta + \frac{L_d}{L_q} \cos^2 \theta} - \sin \theta}{\frac{1}{2} \frac{L_{ad}}{L_q} \cos^2 \theta}.$$

При этом  $D > 0$ ,  $A/I < 0$ , а диаграмма тока якоря представляет собой эллипс (рис. 1, кривая 1) \*. На рис. 2 представлена соответствующая механическая характеристика, рассчитанная по известным выражениям:

$$\left. \begin{aligned} M_{3M} &= mp \left[ L_{ad} I' \cos (\theta - \varphi) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{I^2}{2} (L_d - L_q) \sin 2(\theta - \varphi) \right]; \\ n &= \frac{30}{\pi} \frac{m (U_1 I_1 \cos \varphi - I^2 r_1)}{M_{3M}}, \end{aligned} \right\}$$

где  $\varphi$  — угол сдвига фаз между током  $I_1$  и напряжением; ВМ в этом случае может работать как в режиме электромагнитного тормоза, так и в режиме генератора.

\* На рис. 1 ток якоря представлен в относительных единицах, при этом  $I_{10} = U_1/r_1$ .



значений электромагнитной мощности  $P_{\text{эм}}$  [Л. 6]. В точках пересечения годографа тока с этой окружностью  $P_{\text{эм}}=0$ .

На рис. 3 в качестве примера приведены расчетные и экспериментальные механические характеристики ВД, выполненного на базе машины С051-4, при нескольких значениях угла  $\theta$  и  $k_1=k_{10}$ . Как видно из рисунка, приведенные характеристики похожи на соответствующие характеристики коллекторного двигателя с последовательным возбуждением. Регулировочные характеристики  $n=f(U_1)$  таких ВД получаются практически линейными, когда синхронные индуктивные сопротивления машины значительно больше активного сопротивления  $r_1$ . Возможно также регулирование частоты вращения данного ВД изменением  $\theta$ ,  $k_1$  и  $r_1$ .

Практическое построение диаграммы тока. В теории машин переменного тока диаграммы находят применение не только для анализа общих свойств, но и для определения рабочих характеристик. В связи с этим представляет значительный интерес разработка практической методики построения годографа тока якоря и соответствующих шкал для определения основных электромагнитных величин, используемых при построении характеристик ВД. Рассмотрим эти вопросы на примере явнополюсного ВД с параллельным возбуждением ( $I_2'=\text{const}$ ), работающего при неизменном значении угла  $\theta$ . Годограф тока якоря ВМ в этом случае представляет собой эллипс [Л. 6], эксцентриситет которого зависит только от соотношения индуктивностей ВМ, причем

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{L_q}{L_d}}, \quad (11)$$

где  $a$ ,  $b$  — полуоси эллипса.

Построить эллипс можно с помощью двух окружностей, имеющих общий центр и различные радиусы-векторы  $R_1$  и  $R_2$ , вращающиеся в противоположные стороны. Выбрав произвольно  $R_1=AP$  (рис. 4), из условия (11) определяем  $R_2=AH$ . Затем выбираем направление осей эллипса и соответствующим суммированием векторов  $R_1$  и  $R_2$  строим годограф.

Для определения осей координат комплексной плоскости используем известные выражения центра эллипса на координатной плоскости и угла наклона главной оси  $\alpha$ . Согласно общей теории геометрических мест [Л. 8] в данном случае можно построить линейную шкалу частоты вращения (см. рис. 4, прямая  $n^*, n^*$ ). Для определения  $\cos\varphi$ , к. п. д.  $\eta$ , электромагнитной  $P_{\text{эм}}$  и активной составляющей  $P_1$  мощностей можно использовать окружность электромагнитной мощности, а в качестве линейной шкалы взять ось действительных величин.

Полная диаграмма тока изображена на рис. 4. В качестве примера на диаграмме сделаны необходимые построения для произвольной точки  $B$ . Электромагнитной мощности  $P_{\text{эм}}^*$  соответствует отрезок прямой  $NM$ , потерям в меди  $\Delta p^* = ON$ ,  $\cos\varphi = OK$ ,  $\eta = DF$ .

Выше рассмотренная методика определения электромагнитных величин по диаграмме тока применима и для ВД с последовательным возбуждением или с несколькими обмотками возбуждения, если диаграммой является эллипс. В случае, когда диаграмма тока представляет собой гиперболу, параболу или пару пересекающихся прямых, также возможно построение шкал для определения основных электромагнитных величин, однако шкала частоты вращения при этом получается нелинейной.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубенский А. А. Бесконтактные двигатели постоянного тока. М.: Энергия, 1967.
2. Овчинников И. Е., Лебедев Н. И. Бесконтактные двигатели постоянного тока автоматических устройств. М.: Наука, 1966.

Рис. 3. Расчетные и экспериментальные механические характеристики вентильной машины.

— расчет;  
— эксперимент.

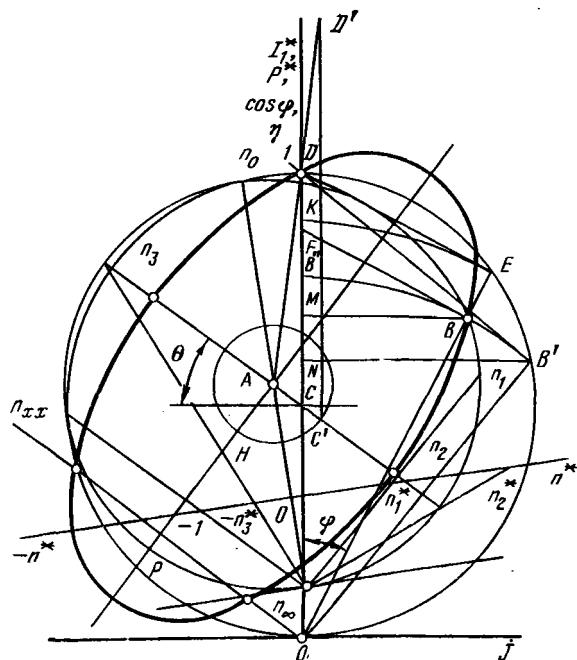
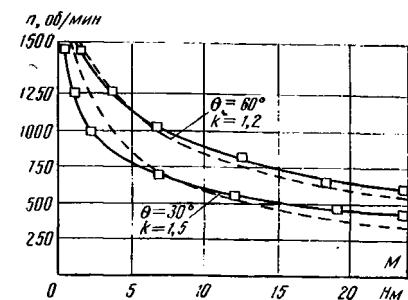


Рис. 4. Построение полной диаграммы тока вентильной машины.

3. Аракелян А. К., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором. М.: Энергия, 1977.

4. Лугидзе Ш. И. Основы теории электрических машин с управляемым полупроводниковым коммутатором. М.: Наука, 1968.

5. Полупроводниковые преобразователи электрической энергии/ Кроперис А. Ф., Рашевиц К. К., Рутманис Л. А. и др. — Рига: Зинатне, 1969.

6. Иванов Г. Г. Диаграмма тока синхронной машины, работающей в специальном режиме при постоянном угле расхождения. — В кн.: Бесконтактные электрические машины. Рига: Зинатне, 1976, № 15.

7. Иванов Г. Г., Дирба Я. А., Куцевалов В. М. Годограф тока вентильной машины с последовательным возбуждением. — Изв. АН Латв. ССР. Серия физических и технических наук, 1977, № 1.

8. Костенко М. П. Электрические машины. Специальная часть. М.: Госэнергоиздат, 1949.

[22.06.78]



# Моделирование режимов работы вентильных двигателей

МАКАРОВ И. В., инж., СИДЕЛЬНИКОВ Б. В., канд. техн. наук

Ленинградский политехнический институт

В статье описан способ моделирования на ЦВМ режимов вентильного двигателя, выполненного по схеме рис. 1 [Л. 1 и 2] на основе синхронной машины (СМ) зависимого инвертора (тиристоры  $T_1-T_6$ ), управляемого датчиком положения ротора (ДПР). Основные переменные, характеризующие работу ВД, определяются после решения системы дифференциальных уравнений синхронной машины вида [Л. 3]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_k}{dt} &= u_k - i_k r_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{H_j} (m_{\omega m} - m_c), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\psi_k$ ,  $i_k$ ,  $r_k$  — полные потокосцепления, токи и активные сопротивления отдельных контуров;  $H_j$ ,  $\omega$  — инерционная постоянная и частота вращения ротора;  $m_{\omega m}$ ,  $m_c$  — электромагнитный момент ВД и момент сопротивления привода;  $t$  — синхронное время.

Все параметры и переменные в (1) целесообразно представить в относительных единицах, причем базисные величины индуктора выбрать из условия равенства взаимных индуктивностей эквивалентного демпферного контура с обмотками якоря и возбуждения [Л. 3 и 4].

Напряжение  $u_k$ , подведенное к фазам якорной обмотки СМ, за счет работы тиристорного преобразователя изменяется во времени периодически с интервалом повторяемости  $2\pi/6$  и по модулю зависит от напряжения  $u_d$  источника питания. Если считать тиристоры идеальными, имеющими достаточно малое сопротивление в проводящем состоянии и постоянное сопротивление  $R$  в запертом, можно представить единую систему уравнений, описывающую любой временной интервал, в виде:

$$\frac{d\psi_{ab}}{dt} = a|j, 1|u + a|j, 2|\frac{R}{2}i_a + a|j, 3|\frac{R}{2}i_b - (i_a - i_b)r; \quad (2)$$

$$\frac{d\psi_{bc}}{dt} = b|j, 1|u + b|j, 2|\frac{R}{2}i_a + b|j, 3|\frac{R}{2}i_b - (i_a + 2i_b)r; \quad (3)$$

$$\frac{d\psi_{ca}}{dt} = -\frac{d\psi_{ab}}{dt} - \frac{d\psi_{bc}}{dt}; \quad i_a + i_b + i_c = 0. \quad (4)$$

$$\frac{d\psi_f}{dt} = u_f - i_f r_f; \quad (5)$$

$$\frac{d\psi_{qd}}{dt} = -i_{qd} r_{qd}; \quad (6)$$

$$\frac{d\psi_{eq}}{dt} = -i_{eq} r_{eq}; \quad (7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{H_j} \left[ \frac{2}{3\sqrt{3}} (\psi_{bc}i_a + \psi_{ca}i_b + \psi_{ab}i_c) + m_c \right]. \quad (8)$$

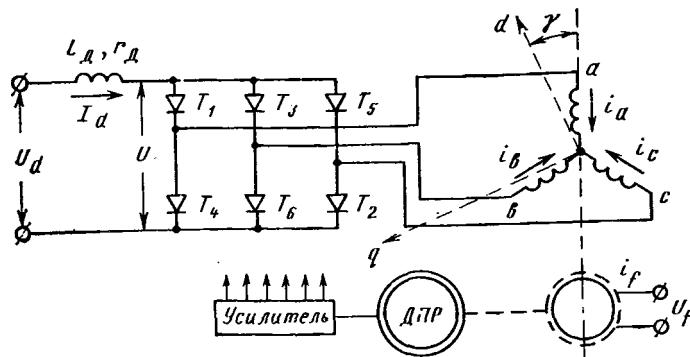


Рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

Здесь первые три уравнения соответствуют попарно включенным фазам  $ab$ ,  $bc$ ,  $ca$  трехфазной обмотки якоря, причем потокосцепления  $\psi_{ab}$ ,  $\psi_{bc}$  и  $\psi_{ca}$  равны:

$$\psi_{ab} = \psi_a - \psi_b; \quad \psi_{bc} = \psi_b - \psi_c; \quad \psi_{ca} = \psi_c - \psi_a,$$

где  $\psi_a$ ,  $\psi_b$ ,  $\psi_c$  — полные потокосцепления с фазами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Сопротивление тиристоров в запертом состоянии  $R$  с точки зрения точности результатов и устойчивости решения можно выбирать в пределах  $R=200-500$  о. е. Уравнения (5) — (8) характеризуют процессы в обмотке возбуждения ( $f$ ), эквивалентных демпферных контурах продольной ( $qd$ ) и поперечной ( $eq$ ) осей и движение ротора в исследуемом режиме.

При наличии дросселя в якорной цепи двигателя ток источника питания рассчитывается по выражению:

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (u_d - u - r_d I_d), \quad (9)$$

где  $L_d$ ,  $r_d$  — индуктивность и активное сопротивление дросселя.

Для определения напряжения  $u$ , подводимого к преобразователю (рис. 1), можно воспользоваться следующим выражением:

$$u = (I_d - c|j, 2|i_a - c|j, 3|i_b) \frac{R}{c|j, 1}. \quad (10)$$

В уравнениях (2), (3) и (10) изменение структуры якорной цепи вследствие работы инвертора учитывается с помощью матриц состояний  $a|j, i|$ ,  $b|j, i|$ ,  $c|j, i|$ , которые в зависимости от рассматриваемого интервала принимают фиксированные значения (см. приложение). Переход от предыдущей строки матрицы  $j$  к последующей ( $j+1$ ) осуществляется по знаку тока  $i_n$  соответствующего тиристора ( $n=1, 2, 3, \dots, 6$ ) или в функции угла  $\psi_1 = \gamma + \beta_0 - 210^\circ$  (см. таблицу), где  $\gamma$  — текущий угол между осью фазы  $a$  и продольной осью  $d$  СМ, причем  $\frac{d\gamma}{dt} = \omega$ ;  $\beta_0$  — угол опережения отпирания тиристоров, определяемый установкой датчика положения ротора.

Первая строка матриц состояний отображает межкоммутационный режим (мк) при  $0 < \psi_1 < 60^\circ$ , когда ток проводят тиристоры  $T_1$  и  $T_6$  (рис. 1), при этом  $a|1, 1|=1$ ,  $a|1, 2|=a|1, 3|=0$ , согласно уравнению (2) напряжение  $u$  уравновешивается линейной э. д. с.  $e_{ab} = -\frac{d\psi_{ab}}{dt}$  фаз  $ab$  синхронной машины и падением напряжения в активных сопротивлениях обмоток  $\Delta u = (i_a - i_b)r$ . Все остальные элементы преобразователя находятся в запертом состоянии, что учитывается после подстановки в (3) значений  $b|1, 1|=-0.5$ ,  $b|1, 2|=b|1, 3|=-1$  членом вида  $\frac{u + R(i_a + i_b)}{2}$ , представляющим собой падение напряжения на тиристоре  $T_5$ .

Обратим внимание, что при определенных условиях, особенно в переходных процессах, может наблюдаться режим прерывистых токов преобразователя (РПТ), который на рассматриваемом интервале будет иметь место при

$$i_6 = u/R - i_b \leq 0, \quad (11)$$

поэтому на каждом шаге интегрирования системы (2) — (10) проводится расчет тока  $i_6$  тиристора  $T_6$  и при выполнении неравенства (11) реализуется переход ко второй строке матриц состояний. В последнем случае, как следует из (2) и (3), при  $a|2, 1|=0.5$ ;  $a|2, 2|=0$ ;  $a|2, 3|=1$ ;  $b|2, 1|=-0.5$ ;  $b|2, 2|=b|2, 3|=-1$  токи фаз  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ , замыкаясь по цепям с сопротивлением  $R$ , весьма малы, а электромагнитный момент  $m_{\omega m}$  близок к нулю.

При  $\psi_1=60^\circ$  от датчика положения ротора подается сигнал на управляющий электрод  $T_2$  и начинается режим коммутации токов с фазы  $b$  на  $c$ , который в представленной модели воспроизводится с помощью тех же уравнений (2) — (10) подстановкой в них коэффициентов третьей строки матриц. Окончание коммутации  $T_6$  и переход к следующему межкоммутационному режиму  $T_1-T_2$  будет иметь место, когда  $i_6 \leq 0$ .

Очередность работы элементов преобразователя и граничные условия для соответствующего режима описаны в таблице.

Для решения системы (2)–(10) необходимо иметь выражения, связывающие токи и потокосцепления отдельных контуров СМ, которые далее записаны при известных допущениях [Л. 3].

Анализ различных способов определения токов  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  через потокосцепления  $\Psi_{ab}$ ,  $\Psi_{bc}$ ,  $\Psi_f$ ,  $\Psi_{ad}$ ,  $\Psi_{eq}$  показал, что наиболее рациональный алгоритм можно построить на базе преобразований вида:

$$\Psi_d = \frac{2}{3} [\Psi_{ab} \cos \gamma - \Psi_{bc} \cos (\gamma + 120^\circ)]; \quad (12)$$

$$\Psi_q = -\frac{2}{3} [\Psi_{ab} \sin \gamma - \Psi_{bc} \sin (\gamma + 120^\circ)]; \quad (13)$$

$$\Psi_{ad} = \frac{\frac{\Psi_d}{x_a} + \frac{\Psi_f}{x_f} + \frac{\Psi_{eq}}{x_{eq}}}{\frac{1}{x_{ad}} + \frac{1}{x_a} + \frac{1}{x_f} + \frac{1}{x_{eq}}}; \quad (14)$$

$$\Psi_{eq} = \frac{\frac{\Psi_q}{x_a} + \frac{\Psi_{eq}}{x_{eq}}}{\frac{1}{x_{eq}} + \frac{1}{x_a} + \frac{1}{x_f}}; \quad (15)$$

$$i_u = \frac{\Psi_d - \Psi_{ad}}{x_a}; \quad i_q = \frac{\Psi_q - \Psi_{eq}}{x_a}; \quad i_f = \frac{\Psi_f - \Psi_{ad}}{x_f}; \quad \left. \right\} \quad (16)$$

$$i_{ad} = \frac{\Psi_{ad} - \Psi_{eq}}{x_{ad}}; \quad i_{eq} = \frac{\Psi_{eq} - \Psi_{ad}}{x_{eq}}; \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} i_a = i_d \cos \gamma - i_q \sin \gamma; \quad i_c = -i_a - i_b; \\ i_b = i_d \cos (\gamma - 120^\circ) - i_q \sin (\gamma - 120^\circ). \end{array} \right\} \quad (17)$$

где  $\Psi_{ad}$ ,  $\Psi_{eq}$ ,  $x_{ad}$ ,  $x_{eq}$  — потокосцепления с якорной обмоткой и индуктивные сопротивления, обусловленные полем взаимоиндукции в продольной и поперечной осях;  $x_a$ ,  $x_f$ ,  $x_{ad}$ ,  $x_{eq}$  — индуктивные сопротивления рассеяния обмоток якоря, возбуждения и эквивалентных демпферных контуров.

Блок-схема модели вентильного двигателя показана на рис. 2. Здесь дополнительных пояснений требуют блоки контроля режима работы преобразователя.

В результате анализа текущего значения угла  $\gamma_1$  (блок 4) при  $\gamma_1 \leq m60^\circ$  ( $m = 1, 2, 3, \dots, 6$ ) осуществляется переход от межкоммутационного к коммутационному состоянию схемы путем изменения номера  $j$  используемой строки матриц состояний на  $j = 3m$ .

Блоки 10 и 11 контролируют знак тока тиристора  $i_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, 6$ ), вступающего в коммутацию (см. таблицу).

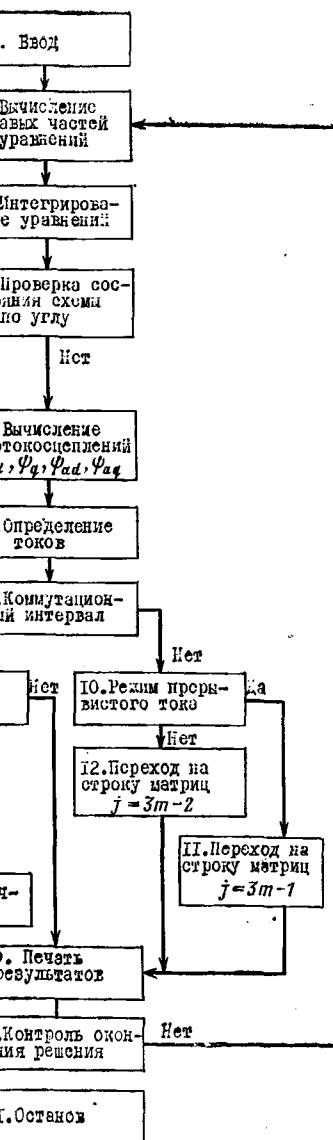


Рис. 2.

Очередность работы элементов инвертора рис. 1

Строка матрицы состояний	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Номера тиристоров, проводящих ток	$T_1$ $T_6$		$T_1$ $T_6$ $T_2$	$T_1$		$T_1$ $T_3$ $T_2$	$T_3$ $T_2$ $T_4$		$T_3$ $T_2$ $T_4$		$T_3$ $T_5$ $T_4$	$T_5$ $T_4$ $T_6$		$T_5$ $T_6$	$T_5$ $T_6$		$T_5$ $T_1$ $T_6$	
Режим работы преобразователя	МК	РПТ	К	МК	РПТ	К	МК	РПТ	К	МК	РПТ	К	МК	РПТ	К	МК	РПТ	К
Условие окончания режима	$\gamma_1 = 60^\circ$ $i_6 \leq 0$	$i_6 > 0$	$i_6 \leq 0$	$\gamma_1 = 120^\circ$ $i_1 > 0$	$i_1 \leq 0$	$\gamma_1 = 180^\circ$ $i_2 \leq 0$	$i_2 > 0$	$i_2 \leq 0$	$\gamma_1 = 240^\circ$ $i_3 \leq 0$	$i_3 > 0$	$i_3 \leq 0$	$\gamma_1 = 300^\circ$ $i_4 \leq 0$	$i_4 > 0$	$i_4 \leq 0$	$\gamma_1 = 360^\circ$ $i_5 \leq 0$	$i_5 > 0$	$i_5 \leq 0$	
Значение $m$	1			2			3		4			5			6			

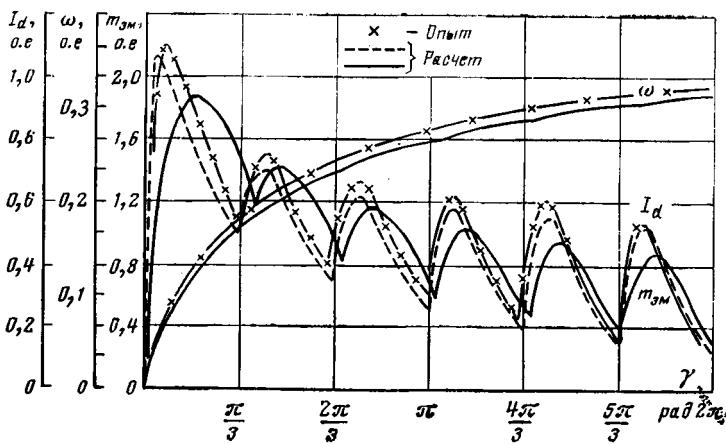


Рис. 3.

В случае смены знака в межкоммутационном интервале имеет место режим прерывистых токов (РПТ), соответствующий  $j = 3m - 1$ . Если аналогичные результаты имеют место в коммутационном интервале, необходимо реализовать следующий межкоммутационный режим, увеличивая  $m$  на единицу

#### Приложение. Матрицы состояний:

№ столбца $i$	1	2	3	1	2	3	1	2	3	№ строки $j$
	1	0	0							
$a   j, i   =$	0,5	0	1	-0,5	-1	-1	2	0,5	0	2
	1	0	0	0,5	0	0	3	1	0	3
	0,5	0	1	0,5	0	-1	2,5	1	0,5	4
	0	-1	1	0,5	0	-0,5	2	0,5	0,5	5
	0	0	0	1	0	0	3	1	1	6
	-0,5	-1	0	1	0	0	2,5	0,5	1	7
	-0,5	-1	0	0,5	-1	-1	2	0	0,5	8
	-1	0	0	1	0	0	3	0	1	9
	-1	0	0	0,5	-1	-1	2,5	-0,5	0,5	10
	-0,5	0	1	0	-1	-2	2	-0,5	0	11
	-1	0	0	0	0	0	3	-1	0	12
	-0,5	0	1	-0,5	0	-1	2,5	-1	0,5	13
	0	-1	1	-0,5	0	-1	2	-0,5	0	14
	0	0	0	-1	0	0	3	-1	-1	15
	0,5	-1	0	-1	0	0	2,5	-0,5	-1	16
	0,5	-1	0	-0,5	-1	-1	2	0	-0,5	17
	1	0	0	-1	0	0	3	0	-1	18

**Выводы.** 1. Предложенная математическая модель вентильного двигателя позволяет исследовать установившиеся и переходные режимы с учетом наиболее характерных особенностей рассматриваемых систем. Расчеты, проведенные по параметрам экспериментального макета вентильного двигателя, подтвердили правильность теоретических положений и работоспособность алгоритма.

2. Принципы, положенные в основу при построении описанной математической модели, могут быть использованы при анализе различных машино-вентильных каскадов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аракелян А. К., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором. М.: Энергия, 1977.

(блок 14) и принимая  $j = 3m - 2$  (блок 18). Предельное значение  $m$  равно шести. При  $m > 6$  переменной присваивается значение  $m = 1$  (блок 16), за счет чего осуществляется периодизация процесса. Блок 12 используется для возвращения в межкоммутационный режим при окончании РПТ к моменту, когда  $\gamma_1 < m60^\circ$ .

Описанный алгоритм заменой лишь одного блока 7 без существенного усложнения модели в целом позволяет учесть насыщение СМ по путям потока взаимоиндукции, при этом для определения  $\Psi_{ad}$ ,  $\Psi_{aq}$  можно рекомендовать метод, представленный в [Л. 4].

Предложенная для анализа режимов работы ВД модель реализована на ЦВМ Минск-32 в виде ФОРТРАН-программы, в которой интегрирование дифференциальных уравнений выполнялось методом Эйлера. Шаг интегрирования  $h$  выбирался автоматически по заданной точности счета и в приведенных далее примерах изменялся в пределах  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  рад.

В качестве иллюстрации работы программы на рис. 3 приведены расчетные зависимости для электромагнитного момента ( $m_{3M}$ ), тока источника питания ( $I_d$ ) и частоты вращения ( $\omega$ ) экспериментального ВД мощностью  $P_n = 4,2$  кВт ( $x_d = x_q = 1,664$ ;  $r = 0,098$ ;  $x_f = 0,2$ ;  $r_f = 0,039$ ;  $r_{ad} = r_{aq} = 0,388$ ;  $x''_d = 0,26$ ;  $x''_q = 0,3145$ ;  $H_j = 100$  рад) при пуске через сопротивление  $r_d = 1$  о. е. ( $L_d = 0,001$  о. е.) и угол опережения отпирания тиристоров  $\beta_0 = 50^\circ$ . Там же для сравнения представлены соответствующие опытные кривые для  $I_d$  и  $\omega$ . Время, необходимое для расчета процесса, составило 2 мин.

2. Деров А. Н., Сидельников Б. В., Фетисов В. В. Математическое моделирование вентильного двигателя постоянного тока. — РЖ. Электротехника и энергетика, 1975, № 6 (6И209 ДЕП).

3. Важнов А. И. Основы теории переходных процессов синхронной машины. Л.: Госэнергоиздат, 1960.

4. Сидельников Б. В. Анализ переходных процессов насыщенных синхронных машин с помощью ЭЦВМ. — В кн.: Теоретические и экспериментальные исследования турбо- и гидрогенераторов большой мощности. М.: Наука, 1968.

# Об электромагнитном процессе и схеме замещения трансформатора тока

**ПУЙЛО Г. В., РАСТОРГУЕВА Т. Е., кандидаты техн. наук,  
ШЕВЧЕНКО В. П., инж.**  
*Одесса*

Определение параметров трансформаторов тока (т. т.) с достаточной точностью невозможно без четкого представления о характере электромагнитного поля. Сложность реального поля трансформатора, его нелинейная зависимость от режимов работы приводят к необходимости применения при расчете параметров ряда допущений. К таким допущениям относится предположение о равномерности распределения магнитной индукции по средней длине магнитопровода  $B(l_{cp}) = \text{const}$ . Применение этого допущения не обеспечивает достаточной точности, так как не учитывает ряда особенностей электромагнитных процессов, обусловленных спецификой конструкции и режимов работы т. т.

Так, в отличие от силового трансформатора вторичный ток т. т. практически зависит не от сопротивления вторичной цепи, а от изменения первичного тока. С изменением первичного тока от номинального значения до высоких кратнностей индукция в магнитопроводе может изменяться в широком диапазоне (от сотых долей тесла до насыщения). Вместе с тем в режиме короткого замыкания и при малых значениях сопротивления нагрузки основной поток взаимоиндукции в магнитопроводе, соответствующий э. д. с., уравновешивающей падение напряжения во вторичной цепи, мал. Значение этого потока практически во всем диапазоне изменения первичного тока до области насыщения соизмеримо с потоками рассеяния, которые возникают при любой асимметрии первичной и вторичной обмоток.

Потоки рассеяния, проходя частично по воздуху, частично по стали, вызывают значительную неравномерность распределения индукции вдоль средней линии магнитопровода, неучет которой ведет к существенным погрешностям при расчете параметров т. т. Именно поэтому допущение  $B(I_{cp}) = \text{const}$  и основанная на этом допущении Т-образная схема замещения приемлемы только для тех конструкций т. т., в которых отсутствуют потоки рассеяния обмоток, проходящие частично по стали. Такая конструкция может быть названа идеальной, ей соответствует т. т. с гороидальным магнитопроводом и полной симметрией первичной и вторичной обмоток. Конструкции т. т. с любой асимметрией обмоток могут быть названы реальными конструкциями.

Применение в существующих методиках расчета [Л. 1] Т-образной схемы замещения для определения параметров т. т. реальных конструкций не позволяет учесть влияние потоков рассеяния первичной и вторичной обмоток на распределение индукции вдоль магнитопровода. В результате возникло необоснованное представление о том, что ток намагничивания, а следовательно, и погрешности в таких т. т. зависят от сопротивления, обусловленного потоками рассеяния только вторичной обмотки [Л. 1]. При этом ставится задача об определении рассеяния вторичной обмотки, а влияние потоков рассеяния первичной обмотки не принимается во внимание.

В данной статье на основании экспериментальных исследований уточняется характер электромагнитного процесса для т. т. с асимметричными обмотками и обосновывается соответствующая схема замещения. При рассмотрении электромагнитного процесса анализ ведется для двух групп конструкций трансформаторов тока: идеальной и реальной.

Примером т. т. идеальной конструкции может служить встроенный т. т. со вторичной обмоткой, намотанной равномерно по всей длине тороидального магнитопровода. В магнитопроводе такого т. т. проходит только поток взаимоиндукции

дукции  $\Phi_m$ , который обуславливает э. д. с.  $E_m$ , уравновешивающую падение напряжения на сопротивлении вторичного контура. Части полных потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , пронизывающих контуры первичной и вторичной обмоток, не участвуют в процессе взаимоиндукции и образуют соответствующие потоки рассеяния  $\Phi_{s1}$  и  $\Phi_{s2}$ . Из-за полной симметрии первичной и вторичной обмоток т. т. идеальной конструкции потоки рассеяния не влияют на насыщение магнитопровода, так как могут проходить только в воздухе, т. е.

$$\dot{\Phi}_{g1} = \dot{\Phi}_{g1B}; \quad \dot{\Phi}_{g2} = \dot{\Phi}_{g2B}.$$

Величина этих потоков зависит от числа слоев обмоток и от размеров каналов между ними и магнитопроводом.

На рис. 1,а приведена схема магнитной цепи т. т. идеальной конструкции. Эта схема описывается уравнениями, в которых для удобства анализа процессов внутри т. т. все параметры приведены к базисным виткам  $w_0 = w_1$ :

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_{\text{elB}} + \dot{\Phi}_M = I_1 w_1 G_{\text{elB}} + \frac{I_0 w_1}{Z_u}; \quad \quad \quad (1)$$

$$\dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_{\sigma 2s} + \dot{\Phi}_M = I'_{\sigma 2} w_1 G_{\sigma 2s} + \frac{I_0 w_1}{Z_{\sigma 2}}; \quad (2)$$

$$\dot{\Phi}_M Z_u = I_1 w_1 + I'_2 w_1 = I_0 w_1, \quad (3)$$

где  $I'_2 = I_2 \frac{w_2}{w_1}$ ;  $Z_\mu = \frac{l_{cp}}{S_\mu} = \frac{l_{cp}}{S_\mu e^{-j\psi}}$  — магнитное сопротивление цепи;  $l_{cp}$ ,  $S$  — средняя длина и сечение магнитопровода;  $\mu = \mu_0 e^{-j\psi}$  — комплекс магнитной проницаемости стали магнитопровода;  $\psi$  — угол потерь в стали;  $G_{o1B} = \frac{\mu_0 S_{o1B}}{l_{o1B}}$ ;  $G_{o2B} =$

$\frac{\mu_0 S_{\text{с2в}}}{l_{\text{с2в}}}$  — магнитные проводимости потоков рассеяния;  $S_{\text{с1в}}, S_{\text{с2в}}$  — поперечные сечения потоков рассеяния;  $l_{\text{с1в}}, l_{\text{с2в}}$  — длины силовых линий потоков рассеяния;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  — магнитная проницаемость воздуха, Г/м.

Схема магнитной цепи по правилам дуального преобразования цепей [Л. 2] может быть преобразована в известную Т-образную схему замещения (рис. 1,б), которая при  $Z_B=0$  описывается уравнениями равновесия:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_{\text{elB}} - \dot{E}_M = j\omega w_1 \dot{\Phi}_{\text{elB}} + j\omega w_1 \dot{\Phi}_M = j\omega w_1 G_{\text{elB}} I_1 + j \frac{\omega w_1^2}{Z} I_{01} = jx_{\text{elB}} I_1 + Z_{01} I_{01}; \quad (4)$$

$$0 = r'_2 \dot{I}'_2 + (-\dot{E}'_{o2s} - \dot{E}_M) = r'_2 \dot{I}'_2 + j\omega w_1 \dot{\Phi}_{o2s} + j\omega w_1 \dot{\Phi}_M = r'_2 \dot{I}'_2 + j\omega w^2_1 G_{o2s} \dot{I}'_2 + j \frac{\omega w^2_1}{Z_\mu} \dot{I}_{o1} = r'_2 \dot{I}'_2 + jx'_2 \dot{I}'_2 + Z_{o1} \dot{I}_{o1} \quad (5)$$

где  $I'_{21} = I_2 \frac{w_2}{w_1}$ ;  $r'_{21} = r_2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2$ ;  $x'_{22} = x_{22} \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2$ ;  $Z_{21} = j \frac{\omega w_{21}^2}{Z_\mu} = \frac{\omega w_{21}^2}{Z_\mu} e^{j(90-\phi)}$  — электрическое сопротивление, соот-

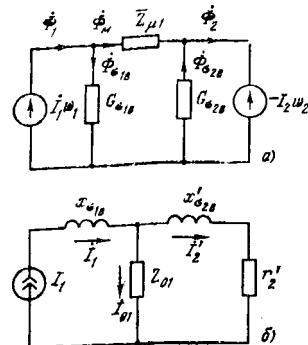


Рис. 1. Схема магнитной цепи (a) и схема замещения (b) т. т. идеальной конструкции.

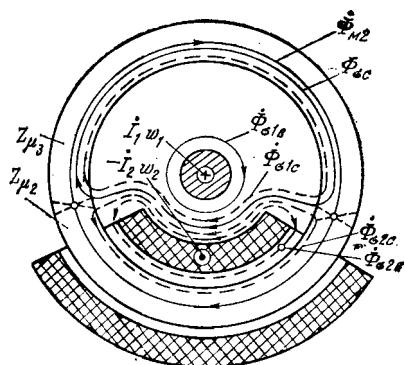


Рис. 2. Схема распределения потоков в т. т. реальной конструкции.

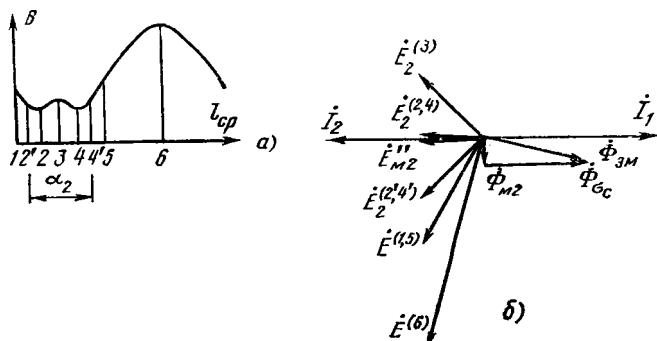


Рис. 3. Распределение магнитной индукции по средней длине магнитопровода (a) и векторная диаграмма э. д. с. и потоков (b) для ТВТ-110 при  $Z_\mu=0$ ,  $I_1=I_{11}$  и угле расположения вторичной обмотки  $\alpha_2=120^\circ$ .

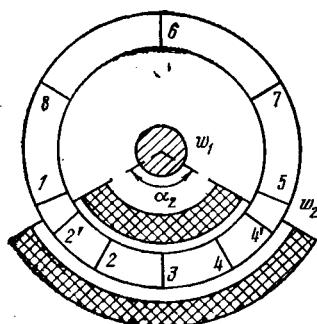


Рис. 4. Схема расположения рабочих и измерительных обмоток модели ТВТ-110 ( $w_1$ ,  $w_2$  — рабочие обмотки первой и второй цепи; 1—8 — измерительные обмотки).

ветствующее комплексному магнитному сопротивлению магнитопровода  $Z_\mu$ ;  $x_{11B} = \omega w_{11}^2 G_{11B}$ ,  $x_{22B} = \omega w_{22}^2 G_{22B}$  — электрические реактивные сопротивления рассеяния.

К т. т. реальной конструкции следует отнести все типы трансформаторов с асимметричным расположением обмоток.

Упрощенная картина распределения потоков в т. т. реальной конструкции на основании анализа результатов экспериментальных исследований, проведенных авторами статьи, представляется следующей (рис. 2).

Во встроенном т. т. при вторичной обмотке, намотанной на части магнитопровода, возникает поток рассеяния вторичной обмотки. Так как вторичная обмотка расположена непосредственно на магнитопроводе, практически все линии этого потока, стремясь выбрать путь наименьшего сопротивления, проходят по стали участка магнитопровода под вторичной обмоткой. Число линий потока рассеяния, проходящих только в воздухе, можно принять равным нулю ( $\Phi_{22B}=0$ ), т. е.

$$\dot{\Phi}_{22} = \dot{\Phi}_{22B} + \dot{\Phi}_{22c} = \dot{\Phi}_{22c}.$$

Поток рассеяния  $\dot{\Phi}_{22c}$ , оказывая размагничивающее действие, вытесняет часть линий потока взаимоиндукции на пути рассеяния. На участке под вторичной обмоткой в магнитопроводе остается результирующий поток взаимоиндукции  $\dot{\Phi}_{M2}$ , необходимый для уравновешивания падения напряжения на вторичном контуре. Поток  $\dot{\Phi}_{M2}$  проходит по всей длине магнитопровода, но при этом

$$\dot{\Phi}_{M2} = \dot{\Phi}_M - \dot{\Phi}_{22c} < \dot{\Phi}_M, \quad (6)$$

где  $\dot{\Phi}_M$  — поток взаимоиндукции т. т. идеальной конструкции.

На участке магнитопровода, свободном от вторичной обмотки, часть потока рассеяния первичной обмотки  $\dot{\Phi}_{11}$ , стремясь пройти по пути наименьшего сопротивления, проходит по стали. Этот поток вместе с силовыми линиями потока взаимоиндукции, вытесненными на пути рассеяния,  $\dot{\Phi}_{22c} = \dot{\Phi}_M - \dot{\Phi}_{M2}$  образуют полный поток рассеяния в стали

$$\dot{\Phi}_{sc} = \dot{\Phi}_{11c} - \dot{\Phi}_{22c}. \quad (7)$$

Полный поток рассеяния, подмагничивая свободный от обмотки участок магнитопровода, вызывает неравномерность распределения индукции по его длине, при этом результирующий поток взаимоиндукции  $\dot{\Phi}_{M2}$  не усиливается.

На рис. 3, a и б представлены зависимости распределения магнитной индукции  $B(l_{cp})$  по средней длине магнитопровода и векторная диаграмма э. д. с. и потоков, полученные экспериментально для ТВТ-110. Векторы э. д. с.  $\dot{E}_2^{(1)} \div \dot{E}_2^{(6)}$ , наводимых потоком на участках 1—6 магнитопровода (рис. 4), определялись потенциометром Р-56 с помощью измерительных обмоток, намотанных равномерно ( $w_h = 10$ ) на соответствующие участки. Как видно из диаграммы, на всех участках э. д. с. отличаются по модулю и фазе; э. д. с.  $\dot{E}_2^{(3)}$  соответствует середине участка магнитопровода под вторичной обмоткой, где значение потока рассеяния  $\dot{\Phi}_{22c}$  максимально. На участках 2 и 4 поток рассеяния  $\dot{\Phi}_{22c}$  уменьшается, фаза и модуль  $\dot{E}_2^{(2)}$  и  $\dot{E}_2^{(4)}$  изменяются. Результирующая э. д. с.  $\dot{E}_{M2}$ , наводимая результирующим потоком  $\dot{\Phi}_{M2}$ , проходящим на всем участке магнитопровода под вторичной обмоткой (2—3—4), совпадает по фазе с током  $I_2$  и равна:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{M2}'' = \dot{E}_{M2} \frac{w_h}{w_2} &= \dot{E}_2^{(3)} + \dot{E}_2^{(2)} + \dot{E}_2^{(4)} + \dot{E}_2^{(2')} + \dot{E}_2^{(4')} = \\ &= j\omega w_h \dot{\Phi}_{M2} = r_2 \left[ \frac{w_h}{w_2} \right]^2 I_2 \frac{w_2}{w_h} = r_2 I_2 \frac{w_h}{w_2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\dot{E}_{M2}''$  — э. д. с. вторичной обмотки, приведенная к числу витков измерительной обмотки.

Из (8) следует, что на участке под вторичной обмоткой результирующая индукция  $B_{M2}$  может быть определена в режиме к. з. по формуле:

$$B_{M2} = \frac{I_2 r_2}{4 f k_\phi w_h S}. \quad (9)$$

Электродвижущая сила  $\dot{E}^{(6)}$  соответствует середине свободного участка магнитопровода, где поток рассеяния  $\Phi_{oc}$  максимален. Это следует из того, что геометрическая разность векторов  $\dot{E}^{(6)}$  и  $\dot{E}''_{M2}$  находится в квадратуре с вектором  $\dot{E}_{oc}$  и является ни чем иным, как э. д. с.  $\dot{E}_{oc}$ , наводимой полным потоком рассеяния в стали:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{oc} &= \dot{\Phi}_{oc1c} - \dot{\Phi}_{oc2c}; \\ \dot{E}^{(6)} &= \dot{E}''_{M2} + j\dot{E}_{oc} = I_{2r} \frac{w_n}{w_2} - j\omega w_n \dot{\Phi}_{oc}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Если, исходя из конструкции т. т., определить значение полного потока рассеяния  $\Phi_{oc}$  по (7), то можно найти максимальное значение индукции на свободной части магнитопровода:

$$B^{(6)} = \frac{E^{(6)}}{4fk\omega_n S}. \quad (11)$$

В [Л. 4] экспериментально установлено, что вдоль свободной части магнитопровода индукция распределяется по закону, близкому к параболическому (рис. 3, а). Зная максимальное значение индукции и закон распределения ее по длине магнитопровода, можно с достаточной для практических расчетов точностью [Л. 3 и 4] определить результирующее интегральное значение индукции на свободном участке магнитопровода.

Для упрощенного расчета параметров т. т. реальной конструкции при вторичной обмотке, расположенной на части магнитопровода, можно, учитывая изложенное выше, предположить, что магнитопровод состоит из двух участков. На участке под вторичной обмоткой длиной  $l_2$  при  $Z_{\mu2}=0$  действует поток  $\Phi_{M2}=I_{2r}r_2$ , которому соответствует индукция  $B_{M2}$  и магнитное сопротивление

$$Z_{\mu2} = \frac{l_2}{\mu_2 S} = \frac{l_2}{\frac{B_2}{H_2} S}. \quad (12)$$

На участке магнитопровода длиной  $l_3$ , свободном от вторичной обмотки, индукция  $B_{3m}$  обусловлена суммарным действием потоков  $\Phi_{M2}$  и  $\Phi_{oc}$ ; магнитное сопротивление этого участка

$$Z_{\mu3} = \frac{l_3}{\mu_3 S} = \frac{l_3}{\frac{B_3}{H_3} S}. \quad (13)$$

Схема магнитной цепи для ненасыщенного магнитопровода, соответствующая предложенным представлениям, приведена на рис. 5, а и может быть описана уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} I_1 w_1 + I_2 w_2 &= \dot{\Phi}_3 Z_{\mu3} + \dot{\Phi}_2 Z_{\mu2} = I_{01} w_1 = (I_{02} + I_{03}) w_1; \\ \dot{\Phi}_1 &= \dot{\Phi}_{oc1c} + \dot{\Phi}_3 = I_1 w_1 G_{oc1c} + \frac{I_{03} w_1}{Z_{\mu3}}; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_{oc2c} + \dot{\Phi}_{M2} = I_2 w_2 G_{oc2c} + \frac{I_{02} w_1}{Z_{\mu2}}; \quad (15)$$

$$\dot{\Phi}_3 = \dot{\Phi}_{oc} + \dot{\Phi}_{M2} = (I_1 - I_{03}) w_1 G_{oc} + \frac{I_{02} w_1}{Z_{\mu2}}, \quad (15a)$$

где  $G_{oc} = G_{oc1c} + G_{oc2c} = \frac{\mu_0 S_{oc}}{l_{oc1c}} + \frac{\mu_0 S_{oc2c}}{l_{oc2c}} = \frac{\mu_0 S_{oc}}{l_{oc}}$  — магнитная проводимость полного потока рассеяния, проходящего частично по воздуху, частично по стали;  $l_{oc1c}$ ,  $l_{oc2c}$ ,  $l_{oc}$  — длины пути силовых линий потоков рассеяния в воздухе;  $S_{oc}$  — площадь полного потока рассеяния.

Таким образом, в т. т. реальной конструкции результирующая м. д. с.  $\Sigma I w$ , а следовательно, и погрешности зависят не только от сопротивления вторичного контура, но и от состояния насыщения участков магнитопровода.

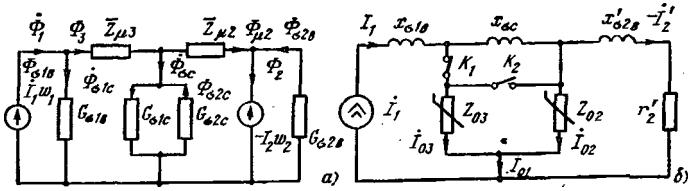


Рис. 5. Схема магнитной цепи (а) и схема замещения (б) т. т. реальной конструкции.

Электрическая схема замещения, полученная преобразованием схемы магнитной цепи для т. т. реальной конструкции, приведена на рис. 5, б. Уравнения равновесия, описывающие эту схему при  $Z_n=0$ , следующие:

$$I_1 + I'_2 = I_{02} + I_{03} = I_{01}, \quad (16)$$

где  $I_{02}$ ,  $I_{03}$  — составляющие результирующего тока намагничивания, обусловленные наличием участков магнитопровода с различным насыщением;

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_{oc1c} - \dot{E}_3 = j\omega w_1 \dot{\Phi}_{oc1c} + j\omega w_1 \dot{\Phi}_3 = \\ &= j\omega w_1 G_{oc1c} I_1 + j \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu3}} I_{03} = jx_{oc1c} I_1 + Z_{03} I_{03}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} 0 &= I'_2 r'_2 + (-\dot{E}'_{oc2c} - \dot{E}'_{M2}) = I'_2 r'_2 + j\omega w_1 \dot{\Phi}_{oc2c} + \\ &+ j\omega w_1 \dot{\Phi}_{M2} = I'_2 r'_2 + j\omega w_1 G_{oc2c} + j \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu2}} I_{02} = \\ &= I'_2 r'_2 + jx'_{oc2c} I'_2 + Z_{02} I_{02}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_3 &= -\dot{E}_{oc} - \dot{E}_{M2} = \frac{\omega_1}{w_2} = j\omega w_1 \dot{\Phi}_{oc1c} - j\omega w_1 \dot{\Phi}_{oc2c} + j\omega w_1 \dot{\Phi}_{M2} = \\ &= j\omega w_1 \dot{\Phi}_{oc} + j\omega w_1 \dot{\Phi}_{M2} = j\omega w_1^2 G_{oc} (I_1 - I_{03}) + \\ &+ j \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu2}} I_{02} = jx_{oc} (I_1 - I_{03}) + Z_{02} I_{02}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$Z_{03} = j \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu3}} = \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu3}} e^{j(90-\psi_3)};$$

$$Z_{02} = j \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu2}} = \frac{\omega w_1^2}{Z_{\mu2}} e^{j(90-\psi_2)};$$

$\psi_2$ ,  $\psi_3$  — углы потерь в стали для соответствующих участков магнитопровода;  $Z_{02}$ ,  $Z_{03}$  — электрические сопротивления участков магнитопровода, соответствующие комплексным магнитным сопротивлениям (эти сопротивления нелинейны и изменяются с изменением первичного тока).

Рассеяние потока  $\dot{\Phi}_{oc}$  и насыщение магнитопровода, зависящие от значения и длины пути прохождения этого потока по стали ( $l_{oc}$ ), изменяются с изменением первичного тока. Сопротивление рассеяния

$$x_{oc} = \frac{\omega w_1^2 \mu_0 S_{oc}}{l_{oc}}. \quad (20)$$

При ненасыщенном магнитопроводе это сопротивление практически определяется только длиной пути потока  $\dot{\Phi}_{oc}$  в воздухе ( $l_{oc,b}$ ), так как  $\mu_c \gg \mu_0$ , поэтому значением сопротивления, обусловленного частью потока  $\dot{\Phi}_{oc}$ , проходящего по пути в стали ( $l_{oc,c}$ ), можно пренебречь.

При неизменном расположении первичной и вторичной обмоток длина пути потока  $\dot{\Phi}_{oc}$  остается практически постоянной в широком диапазоне изменения первичного тока (вплоть до насыщения) [Л. 4].

При высоких кратностях первичного тока относительно номинального  $I_{1n}$ , резко увеличивается поток  $\dot{\Phi}_{M2}$ , влияние  $\dot{\Phi}_{oc}$  на состояние насыщения магнитопровода уменьшается и рас-

пределение индукции по длине магнитопровода выравнивается.

В режиме насыщения ( $\mu_c \rightarrow \mu_0$ ) потоки рассеяния, проходящие по стали, вытесняются в воздух  $\Phi_{sc} \rightarrow \Phi_{в.нас.}$ :

$$\Phi_{нас} = \Phi_{1в.нас} - \Phi_{2в.нас}.$$

Следует отметить, что, так как на свободных от обмотки участках магнитопровода индукция в номинальном режиме в несколько раз превышает значение индукции на участке под вторичной обмоткой, свободные участки насыщаются быстрее, чем участки под вторичной обмоткой. Вследствие этого результирующее значение индукции насыщения т. т. реальной конструкции  $B_{sp}$  отличается от значения индукции насыщения т. т. идеальной конструкции  $B_{sh}$ , определяемого по характеристике намагничивания холостого хода либо по характеристике намагничивания рабочего режима [Л. 4].

При полном насыщении распределение индукции по всей длине магнитопровода практически равномерно (на рис. 5, б ключ  $K_1$  разомкнут, а ключ  $K_2$  замкнут).

Индуктивное сопротивление обусловливается полным потоком рассеяния  $x_{sc} \rightarrow x_{нас}$  и определяется по (20) с учетом изменения длины пути потока  $\Phi_{нас}$  в воздухе ( $l_{sc,в}$ ). Схема замещения преобразуется в Т-образную, где в ветвь намагничивания включено сопротивление

$$Z_{нас} = \frac{Z_{02нас} Z_{03нас}}{Z_{02нас} + Z_{03нас}}.$$



УДК 62-83.531.3.001.5

## Оценка параметров автоматизированных электроприводов корабельных систем

ФРЕЙДЗОН И. Р., БУЛАТОВ В. И., СЕМУХИН Ю. А., ЯУРЕ А. Г.

В настоящее время процесс автоматизации охватил многие корабельные системы, в том числе важнейшие палубные: корабль — веер — трап, корабль — цепи — палубный механизм, корабль — трос — банка и др. Приводы этих систем используются для выполнения траловых, швартовых, буксирных и прочих палубных работ. Исследуемые корабельные системы представляют собой совокупность двух специфических объектов, соединенных механической гибкой связью (ГС), длина которой и усилие в ней регулируются с помощью автоматизированного электропривода (АЭП). Такие системы характеризуются многообразием связей отдельных параметров, большим числом влияющих на них внешних воздействий, повышенными требованиями к приводу, сложностью протекания переходных процессов изменения усилий в гибкой связи.

Внутри ГС внешнее воздействие может трансформироваться неоднозначно, так что в каждом конкретном случае требуется соответствующая реакция электропривода, нагрузка на валу которого может иметь резко выраженный переменный или колебательный характер. Изменения нагрузки в большинстве случаев отрицательно влияют на работу АЭП, вызывая повышение динамических составляющих, уменьшение точности отработки и, как следствие, уменьшение надежности, снижение безопасности и долговечности работы устройства и электропривода. При этом ухудшается устойчивость работы АЭП и появляются дополнительные трудности при формировании требуемого качества переходного процесса.

При определенных сочетаниях параметров системы, а также благодаря взаимодействию ГС и электропривода последний может успешно демпфировать колебания усилий в гибкой связи. Демпфирующее действие электропривода является дополнительным резервом в борьбе с динамическими нагрузками. Для наиболее полного использования демпфирующего свой-

Таким образом, с помощью рассмотренной схемы замещения может быть с достаточной точностью описан электромагнитный процесс в т. т. реальной конструкции, поскольку она учитывает изменение магнитного сопротивления магнитопровода во всех режимах его работы.

На основе рассмотренных выше представлений о характере электромагнитного процесса т. т. реальной конструкции и схемы замещения разработана методика расчета параметров встроенных т. т., положенная в основу программы для ЦВМ «Минск-22». Расчеты, проведенные для серий ТВТ-110 и ТВТ-35М, позволили получить результаты, практически совпадающие с результатами эксперимента, и указали на возможность модернизации существующих конструкций.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бачурин Н. И. Трансформаторы тока. М.: Энергия, 1964.
2. Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974.
3. Балашов К. К., Растворгева Т. Е. К определению погрешностей трансформаторов тока. — Электричество, 1974, № 3.
4. Растворгева Т. Е., Неня И. И., Байдак Ю. В. Экспериментальное исследование электромагнитных процессов и параметров трансформаторов тока. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1976.

[28.03.79]

Комплексное машинное исследование и проектирование АЭП на базе использования вычислительных машин (ВМ) позволяет сравнительно быстро решить задачу анализа при минимальной затрате ручного труда. На основании анализа полученных результатов выбирается электропривод с оптимальными параметрами, устанавливается влияние параметров системы и АЭП на протекающие процессы. Машинное исследование и проектирование включает проведение совокупности работ, выполнение которых позволит вводить в ВМ исходные данные в том виде, в каком они содержатся в техническом задании. При этом следует выделить три основных этапа работы: математическое обеспечение задачи: ввод исходных данных и вывод конечных результатов; обработка полученной информации и выбор следующего расчетного варианта.

Один из вариантов блок-схемы машинного исследования и проектирования для рассматриваемых корабельных систем представлен на рис. 1. В общем случае алгоритм решения  $i$ -го варианта системы может быть разбит на отдельные блоки, при этом каждому операционному блоку  $N_j$  соответствует свой логический блок  $L_j$ , в котором проверяется логическое условие работы ВМ по  $j$ -й подпрограмме. После расчета  $i$ -го варианта и вывода необходимой информации в блоке  $L_k$  оценивается общее число рассмотренных вариантов, если используется метод проб, либо определяется значение заданной целевой функции  $F(x)$  при использовании метода последовательного приближения. Результатом такой оценки может оказаться: проведенное решение является окончанием исследования (проектирования) в случае рассмотрения всех предложенных вариантов или определен оптимальный вариант до окончания полного перебора, такой, что оставшиеся непрочитанные будут заведомо хуже; необходимо выбирать новый расчетный вариант.

Предложенный алгоритм машинного исследования был применен для решения задачи управления электроприводом якорного устройства и выбора оптимальной скорости выбирания якорной цепи и пускового момента приводного электродвигателя при снятии корабля с якоря.

Математическое описание системы «корабль — якорная цепь — якорный механизм» представим аналогично [Л. 1 и 2] системой дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} D \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= F_x(l_2, x_2) - F_p \left( \frac{dx_1}{dt} \right), \\ 2\pi J \frac{dn}{dt} &= M(n) - M_c(l_2, x_2); \\ \frac{dl_1}{dt} &= c_{ll} n; \\ l_1(t) + l_2(t) + l_3(t) &= L; \\ x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) &= X, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $D$  — водоизмещение корабля, кг;  $F_x$  — горизонтальная составляющая силы натяжения якорной цепи у клюза;  $F_p$  — равнодействующая внешних сил сопротивления (воды, ветра);  $N$ ;  $J$  — момент инерции привода, приведенный к валу двигателя, кгм<sup>2</sup>;  $M(n)$  — момент движущих сил, Н·м;  $M_c$  — момент сил сопротивления, Н·м;  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$  — текущие значения длины цепи выбранной части, провисающей и лежащей на грунте;  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  — проекции длии цепи  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$  соответственно.

Скорость выбирания якорной цепи  $dl_1/dt$  выражается через частоту вращения двигателя:

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{R_{38}}{0,16i} n = c_{ll} n.$$

Длина всей вытравленной цепи  $L$  и расстояние якоря от клюза корабля по горизонтали  $X$  определяются в момент вре-

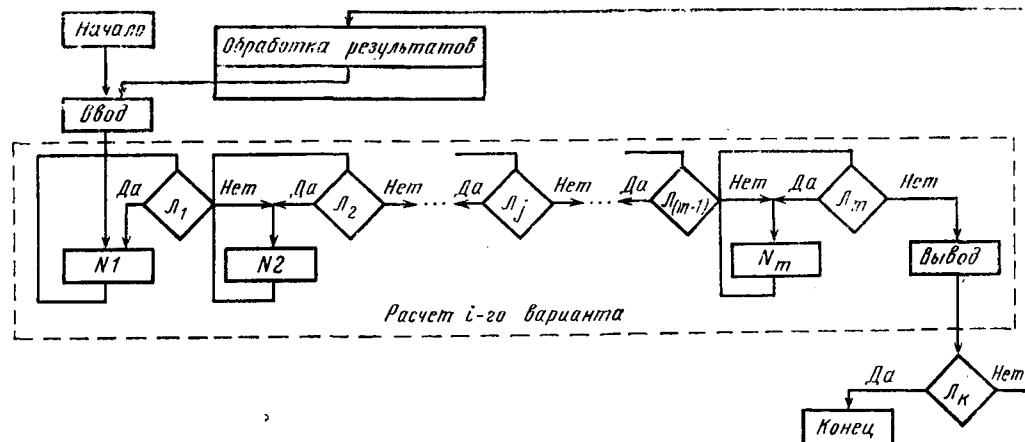


Рис. 1. Блок-схема машинного исследования корабельных систем.

мени  $t=0$  из двух последних уравнений системы (1). Система (1) справедлива для промежутка времени  $0 \leq t \leq T$ , где  $T$  — такой момент времени, при котором длина провисающей части цепи  $l_2$  становится равной глубине стоянки корабля  $H$ . Система (1) содержит шесть неизвестных функций:  $x_1(t)$ ,  $l_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $x_3(t)$ ; для ее решения необходимо иметь дополнительное соотношение, которое может быть получено при введении ограничений на характер движения.

Для упрощения расчетов принят процесс снятия корабля с якоря разбить условно на три периода. Первый заканчивается в момент времени  $T_1$ , при этом  $l_3(T_1) = 0$ . Предполагается, что в течение всего первого периода в точке отрыва цепи от грунта цепная линия обладает горизонтальной касательной. Это делает возможным определить  $x_2(t)$  [Л. 1].

Во время второго периода длина части цепи, лежащей на дне, равна нулю, точка отрыва цепи от грунта совпадает с точкой крепления якоря, а  $l_3(t) = 0$ . Второй период заканчивается в момент времени  $T_2$ , когда

$$l_2(T_2) = \sqrt{H^2 + x_2^2(T_2)}.$$

Третий период является заключительной частью второго периода, и отдельное рассмотрение его вызвано тем, что при спрямлении провисающей части цепи ее параметры  $l_2(t)$ ,  $x_2(t)$  не могут быть определены из уравнений для цепной линии и находятся из новых соотношений. Заканчивается третий период при прохождении корабля над местом заложения якоря при  $l_2(T_3) = H$ .

Большое число зависимых переменных, неявное задание искомых функций, наличие нелинейностей в дифференциальных уравнениях системы (1) делают поставленную задачу трудноразрешимой. Для определения текущих значений переменных параметров целесообразно применить один из методов численного решения задачи с использованием ВМ (в зависимости от требований к точности решения можно использовать метод последовательных интервалов Эйлера, Рунге — Кутта и др.).

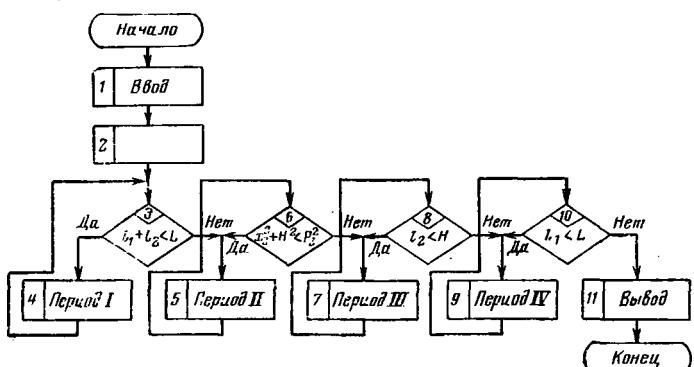


Рис. 2. Обобщенная блок-схема алгоритма съемки корабля с якоря.

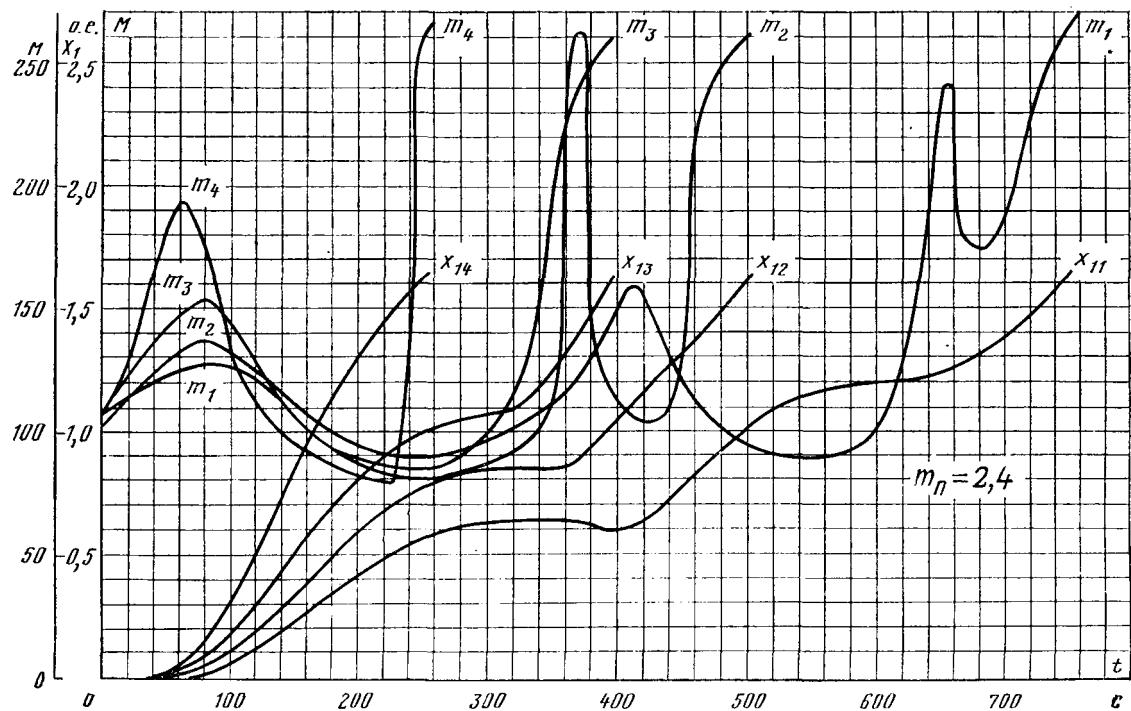


Рис. 3. Нагрузочные диаграммы привода при съемке корабля с якоря с  $m_n=2,4$ .

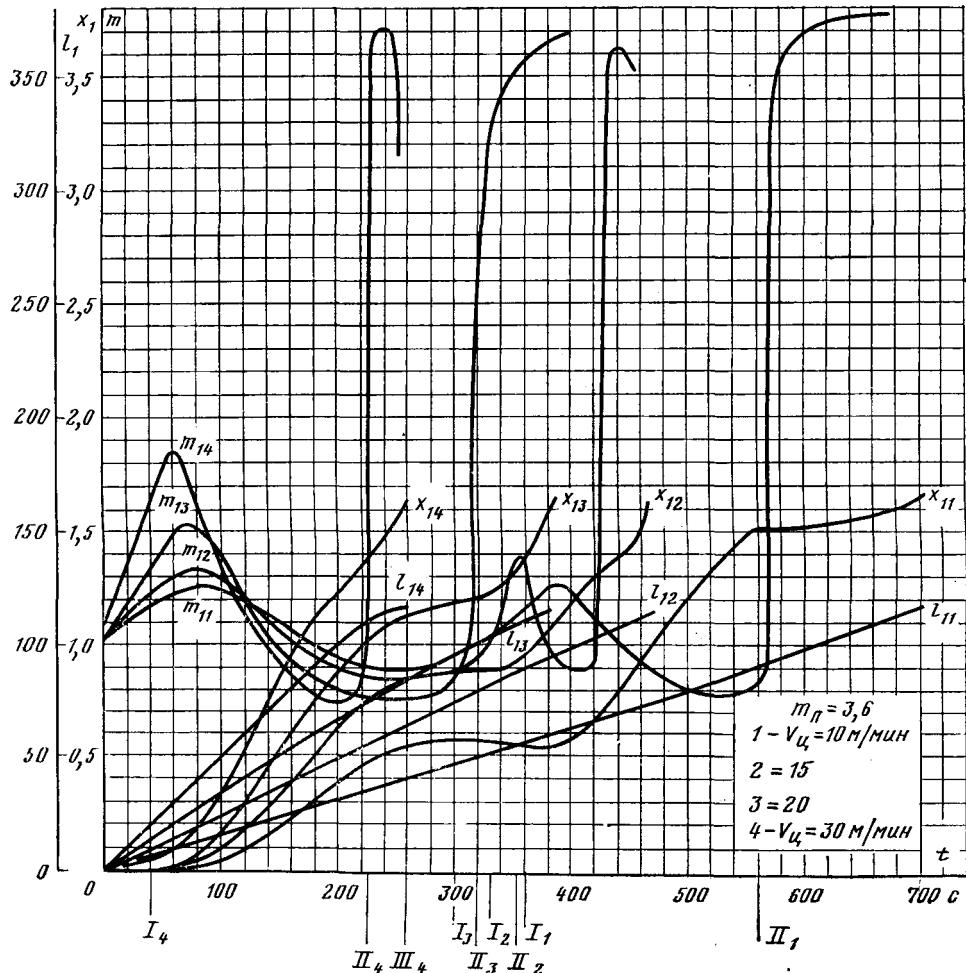


Рис. 4. Кривые изменения момента на валу привода, пути корабля и выбранной длины цепи с  $m_n=3,6$ .

Вологодская областная универсальная научная библиотека

В системе (1) дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее движение корабля, заменим эквивалентной системой двух уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_k}{dt} &= \frac{1}{D} (F_x - F_p); \\ \frac{dx_1}{dt} &= V_k. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Момент инерции электродвигателя якорного механизма значительно меньше инерции корабля. При рассмотрении процесса снятия корабля с якоря, который длится десятки минут, можно пренебречь инерцией электропривода. Второе уравнение в системе (1) является уравнением с малым параметром при старшей производной, поэтому при небольшой производной  $dn/dt$  можно пренебречь членом  $2\pi J \frac{dn}{dt}$  и рассматривать упрощенное уравнение  $M(n) = M_c$ , которое в окончательном виде записывается следующим образом:

$$M(n) = c_m F_k - M_0, \quad (3)$$

где  $F_k$  — усилие натяжения цепной линии у клюза;  $M_0$  — момент, создаваемый частью цепи, свисающей в цепном ящике.

Полная система уравнений, описывающая первый период процесса снятия корабля с якоря, может быть записана в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_k}{dt} &= \frac{1}{D} (F_x - F_p); \\ \frac{dx_1}{dt} &= V_k; \\ M(n) &= c_m F_k - M_0; \\ \frac{dl_1}{dt} &= c_u n; \\ l_2 - \frac{l_2^2 - H^2}{2H} \ln \frac{l_2 + H}{l_2 - H} &= L - X - l_1 + x_1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для решения полученной системы дифференциальные уравнения заменим уравнениями в конечных приращениях:

$$x_1(t + \Delta t) = x_1(t) + \Delta t V_k(t);$$

$$V_k(t + \Delta t) = V_k(t) + \Delta t \frac{1}{D} \{F_x - F_p[V_k(t)]\};$$

$$l_1(t + \Delta t) = l_1(t) + \Delta t c_u n(t).$$

Зная начальные значения функций для исходного состояния системы, выберем шаг интегрирования  $\Delta t$ , затем можно последовательно определить значения искомых функций для моментов времени  $t_1 = 0$ ;  $t_2 = 0 + \Delta t$ ;  $t_3 = 0 + 3\Delta t$  и т. д. на всем промежутке интегрирования для первого периода. Находятся значения параметров  $X$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $x_2$ , характеризующие состояние системы в момент времени  $t = 0$  [начальные условия:  $x_1(0) = -l_1(0) = V_k(0) = 0$ ].

Так как в процессе съемки с якоря постоянно меняется форма цепной линии при переходе от одного периода к другому, то для исследования второго и третьего периодов последнее уравнение системы (4) записывается соответственно:

$$\frac{sh z}{z} = \frac{V l_2^2 - H^2}{x_2} \quad (\text{для второго периода});$$

$$l_2 = \sqrt{H^2 + x_2^2} \quad (\text{для третьего периода}).$$

На основании представленных уравнений и изложенной выше методики был составлен алгоритм решения задачи съемки корабля с якоря при работе электропривода якорного устройства, обобщенная блок-схема которого приведена на рис. 2. При расчете на ВМ кривые двигателя  $v = f(m)$  и  $v = f(i)$  заменяются их аналитическими аппроксимациями. Так, характеристики электродвигателя были заменены интерполяционными полиномами Ньютона, совпадающими с указанными функциями в  $k$  узлах [Л. 3].

Анализ результатов расчетов и исследований, проведенных на ЦВМ, свидетельствует о том, что система «корабль — якорная цепь — якорный механизм» имеет тенденцию к колебаниям, которые носят весьма сложный характер и в общем

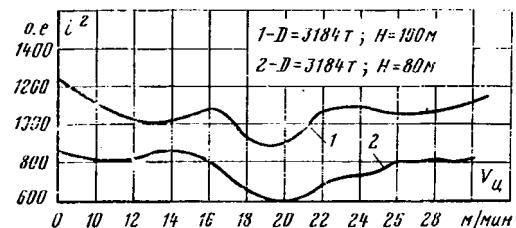


Рис. 5. Зависимость  $i^2 = f(V_u)$ .

случае зависят от инерции корабля, силы ветра и течения воды, глубины стоянки, параметров якорной цепи и шпилля.

Были исследованы процессы съемки с якоря кораблем четырех различных водоизмещений: 3184, 6033, 12 074 и 19 400 т, при этом расчеты велись для восьми значений скоростей выбирания цепи: 10; 12,5; 15; 17,5; 20; 25; 30 м/мин и для двух значений кратности пускового момента двигателя.

На рис. 3 и 4 представлены графики переходных процессов для сухогруза водоизмещением 3184 т: нагружочная диаграмма электропривода, рассчитанная на ЦВМ, график пути  $x_1$ , пройденного кораблем при съемке с якоря, и график выбранной длины цепи  $l_1$ . Кривые изменения момента на валу привода, пути корабля и выбранной длины цепи ( $m_1, m_2, m_3, m_4, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, l_{11}, l_{12}, l_{13}, l_{14}$ ) представлены для четырех вариантов с различными значениями средней скорости выбирания якорной цепи: 10, 15, 20 и 30 м/мин соответственно.

Графики переходных процессов (рис. 3 и 4) показывают, что уменьшение коэффициента передачи ведет к сокращению общей продолжительности съемки корабля с якоря, которая снижается более замедленно, чем происходит изменение коэффициента передачи (увеличение скорости выбирания). Время третьего периода съемки корабля с якоря сильно зависит от скорости выбирания цепи. Расчеты позволили оценить с точки зрения минимальных тепловых потерь в электроприводе значения скорости выбирания якорной цепи. Для большинства исследованных вариантов интеграл

$$Q_{\text{дв}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_0^T i^2 dt$$

достигает минимума при средних значениях частоты вращения привода, соответствующих средним значениям скорости выбирания цепи, которые лежат в диапазоне 18—21 м/мин.

Зависимость  $i^2 = f(V_u)$  при  $H = 80$  и 100 м представлена на рис. 5 ( $D = 3184$  т). При скорости выбирания цепи 10 м/мин продолжительность третьего периода является удовлетворительной, однако общее время переходного процесса значительно затягивается и, следовательно, увеличивается патрек двигателя.

С уменьшением кратности пускового момента двигателя увеличиваются крутизна и наклон его механической характеристики. В связи с этим при одинаковом тяговом усилии у двигателя с меньшим пусковым моментом  $m_p = 2,4$  частота вращения будет ниже, чем у двигателя с  $m_p = 3,6$ . Следовательно, продолжительность процесса съемки корабля с якоря увеличивается при уменьшении кратности пускового момента двигателя.

Проведенные исследования показали, что применение предложенного метода расчета параметров комплекса «корабль — якорная цепь — якорный механизм» позволяет наиболее эффективно использовать исполнительный электродвигатель. Следовательно, для заданных параметров якорного спускания корабля может быть реализовано оптимальное время проведения операции по съемке его с якоря при наименьшем потреблении электроэнергии.

Поскольку решение задачи по предложенному алгоритму может обеспечить минимум затрат энергии на выполнение операции (как один из вариантов оптимизации), то в практическом приложении при конкретных разработках электроприводов якорно-швартовых механизмов можно обеспечить уменьшение размеров исполнительного электродвигателя на один габарит за счет правильного выбора расчетного времени стоянки под током.

Предложенный метод проектирования может быть рекомендован к применению при исследовании и разработке слож-

ных электромеханических систем общепромышленного назначения, описываемых совокупностью линейных дифференциальных уравнений с высоким суммарным порядком в сочетании с нелинейными и трансцендентными уравнениями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрейдзон И. Р. Судовые автоматизированные электроприводы и системы. Л.: Судостроение, 1974.

2. Яуре А. Г., Покрас И. И., Белый В. А. Электроприводы палубных механизмов. Л.: Судостроение, 1967.

3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. М.: Физматгиз, 1970.

[02.02.78]

УДК [621.313.333.1:621.87].621.337.5

## Динамическое торможение с самовозбуждением кранового асинхронного электродвигателя с фазным ротором

МАРИНОЧКИН В. П., АНТОНОВ В. А., ЧЕРКАСОВ А. П.

Москва

В схемах управления крановыми асинхронными двигателями для получения малых посадочных скоростей нашел применение известный принцип динамического торможения. Он позволяет довольно просто и надежно получить малые посадочные скорости для точной остановки. С помощью тока возбуждения можно изменить значение критического момента, что важно для ограничения ударных нагрузок в переходных режимах, однако жесткость механических характеристик сильно уменьшается с увеличением сопротивления цепи ротора, а эффективность такого принципа торможения для больших скоростей спуска недостаточна. Для получения удовлетворительной перегрузочной способности значение тока возбуждения должно составлять 2—2,5 номинального тока статора. В этом случае необходимо иметь сравнительно мощный источник постоянного тока. При отсутствии регулирования возбуждения в функции тока нагрузки обмотки статора оказываются в тяжелом тепловом состоянии.

С развитием полупроводниковой техники появилась возможность совершенствования режима динамического торможения за счет самовозбуждения электродвигателя. Принципиальная электрическая схема динамического торможения с самовозбуждением изображена на рис. 1. Так как всегда имеется остаточное намагничивание, то при опускании груза по мере нарастания частоты вращения  $n$  увеличиваются э. д. с. и ток  $I_2$  ротора, выпрямленный ток  $I_{1b}$  и поток  $\Phi$  статора, асинхронный двигатель самовозбуждается. При взаимодействии тока ротора  $I_2$  с потоком  $\Phi$  появляется тормозной электромагнитный момент  $M$ , который уравновешивает момент опускаемого груза  $M_g$ . Выпрямленный ток  $I_{1b}$  пропорционален току (моменту) ротора, что значительно улучшает тепловой режим обмотки статора и обеспечивает высокую жесткость механических характеристик в широком диапазоне. Таким образом, режим динамического торможения с самовозбуждением существенно отличается от работы асинхронной машины в двигательном режиме при питании переменным трехфазным током и в режиме динамического торможения при возбуждении постоянным током.

В реальной схеме процесс самовозбуждения начинается при остаточной э. д. с. машины  $E_0$ , которая имеет один порядок с падением напряжения  $E_{\text{пр}}$  на выпрямительном устройстве. С учетом известных допущений [Л. 1—3], а также нелинейности характеристики вентиля и значительно сопротивления у него в начальный момент найдем условия самовозбуждения асинхронного двигателя и определим его харак-

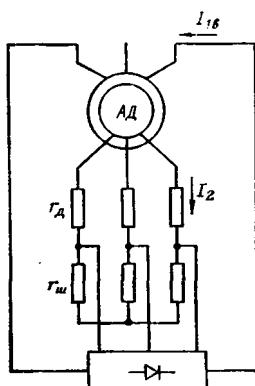


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема при динамическом торможении с самовозбуждением.

теристики в режиме динамического торможения с самовозбуждением.

Выпрямленный ток статора  $I_{1b}$  и ток ротора  $I_2$  связаны соотношением:

$$I_{1b} = \frac{k_d}{k_{\text{сх}}} k_n k_{\text{ш}} I_2 = k I_2, \quad (1)$$

где  $k_{\text{сх}}$  — коэффициент схемы выпрямления;  $k_d = r_d/r_{d,k}$  — коэффициент дифференциального выпрямления;  $r_d$  — дифференциальное сопротивление при установившемся предельном токе;  $k_n$  — коэффициент потенциометрического деления напряжения в цепи ротора;  $k_{\text{ш}}$  — коэффициент шунтирования.

Пользуясь (1), легко показать, что намагничивающий ток статора  $I_{1b}$  связан с током ротора  $I_2$  соотношением:

$$I_{1b} = \frac{I_2}{k_U} (k k_U - 1), \quad (2)$$

из которого видно, что самовозбуждение возможно при условии

$$k_U > \frac{1}{k}, \quad (3)$$

где  $k_U$  — коэффициент трансформации по напряжению.

При переносе местами статора и ротора условие самовозбуждения будет обеспечиваться при

$$k_U < \frac{1}{k}. \quad (4)$$

Для схемы рис. 2 можно получить уравнения:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= I_{1b} (r_1 + r_{d1}) + \frac{dL_1 I_{1b}}{dt} = I_{1b} \Sigma r_1 + \frac{dL_1 I_{1b}}{dt}; \\ U_2 &= k_{\text{в}} E \left[ E_2 - I_2 \left( r_2 + jx_2 \frac{n}{n_c} + r_{d2} + r_{\text{в}} \right) \right] = \\ &= k_{\text{в}} E \left[ E_2 - I_2 \Sigma r_2 - jI_2 x_2 \frac{n}{n_c} \right], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $r_{d1}(r_{d2})$  — добавочное сопротивление в цепи статора (ротора);  $r_1(r_2)$  — активное сопротивление цепи статора (ротора) с учетом шунтировки;  $L_1$  — индуктивность обмотки статора;  $x_2$  — индуктивное сопротивление цепи ротора;  $n_c$  — синхронная частота вращения двигателя;  $r_{\text{в}}$  — сопротивление выпрямительного устройства;  $k_{\text{в}} E$  — коэффициент выпрямления по напряжению.

Решение (5) при условии самовозбуждения  $\frac{dL_1 I_{1b}}{dt} > 0$  с учетом (1) имеет вид:

$$k_{\text{в}} E \left( E_2 - I_2 \Sigma r_2 - jI_2 x_2 \frac{n}{n_c} \right) - I_2 k \Sigma r_1 > 0. \quad (6)$$

Для начала процесса самовозбуждения необходимо, чтобы

$$n > \frac{I_2 (k \Sigma r_1 + k_{BE} \Sigma r_2)}{k_{BE} \left( c_E \Phi - j x_2 - \frac{1}{n_c} \right)}. \quad (7)$$

В установившемся режиме динамического торможения с самовозбуждением уравнение (7) с учетом (2) примет вид:

$$n = \frac{I_0 k_U (k_{BE} \Sigma r_2 + k \Sigma r_1)}{k_{BE} (k k_U - 1) \sqrt{(c_E \Phi)^2 + \left[ \frac{x_2 k_U I_0}{(k k_U - 1) n_c} \right]^2}}, \quad (8)$$

или

$$n = \frac{I_0 k_U (k_{BE} \Sigma r_2 + k \Sigma r_1)}{k_{BE} (k k_U - 1) \sqrt{(c_E \Phi k_3)^2 + \left[ \frac{x_2 k_U I_0}{(k k_U - 1) n_c} \right]^2}}, \quad (9)$$

где  $I_0$  — действующее значение намагничивающего трехфазного тока статора;  $k_3$  — коэффициент приведения э. д. с. и потока ( $c_E \Phi$ ) кривой намагничивания переменного тока к кривой на постоянном токе.

Учитывая, что  $(c_E \Phi k_3)^2 \gg \left[ \frac{I_0 k_U x_2}{(k k_U - 1) n_c} \right]^2$ , то уравнение

(9) будет иметь вид:

$$n = \frac{I_0 k_U (k_{BE} \Sigma r_2 + k \Sigma r_1)}{k_{BE} (k k_U - 1) c_E \Phi k_3}. \quad (10)$$

Уравнение тормозного электромагнитного момента с учетом (2), (5) и (6) для режима динамического торможения с самовозбуждением примет вид:

$$M = 28,6 \frac{I^2_0 k^2 U \left[ \Sigma r_2 + \frac{2}{3} k^2 \Sigma r_1 \right]}{(k k_U - 1)^2 n}. \quad (11)$$

Для построения механической характеристики необходимо с помощью кривой намагничивания холостого хода асинхронного двигателя получить по (9) или (10) так называемую скоростную характеристику  $n = f(I_0)$ , по которой при заданной  $n$  определяется  $I_0$ , а затем  $M = f(n)$ . Механические характеристики (11) строятся по кривым намагничивания холостого хода асинхронного двигателя с учетом приведения ее скоростной характеристики к (9) или (10).

Кривая намагничивания  $E_0/n = c_E \Phi = f(I_0)$  на переменном 1 и постоянном 2 токе и приведенная обратная скоростная характеристика 3 краново-металлургического двигателя типа МТФ 111-6 изображены на рис. 2, а расчетные и опытные механические характеристики представлены на рис. 3 (естественная характеристика при  $r_1 = 1,94$  Ом;  $r_2 = 0,466$  Ом, а искусственная при  $r_1 = 1,865$  Ом;  $r_2 = 0,484$  Ом;  $r_{d2} = 10,2$  Ом).

Для анализа механических характеристик находим экстремальные значения уравнения (11):

$$\frac{dM}{dn} = -28,6 \frac{I^2_0 k^2 U \left[ \Sigma r_2 + \frac{2}{3} k^2 \Sigma r_1 \right]}{(k k_U - 1)^2 n^2} = 0. \quad (12)$$

Условие (12) выполняется при  $\Phi = 0$ , когда асинхронный двигатель полностью размагнчен, нет остаточного потока  $\Phi_0 = 0$ ; в других случаях ( $\Phi \neq 0$ ) экстремум может появиться при

$$\frac{\Sigma r_2 + \frac{2}{3} k^2 \Sigma r_1}{(k k_U - 1)^2 n^2} = \frac{\frac{\Sigma r_2}{k^2} + \frac{2}{3} \Sigma r_1}{\left( k_U - \frac{1}{k} \right)^2 n^2} = 0. \quad (13)$$

В (13) члены  $\Sigma r_2$  и  $\frac{2}{3} \Sigma r_1$  имеют конечные значения, определяемые параметрами асинхронного двигателя, коэффициент  $k^2$  в начале процесса самовозбуждения при  $E_0 < E_{up}$

стремится к бесконечно большой величине  $k \equiv k_d \rightarrow \infty$ , а в конце самовозбуждения  $k_d \rightarrow 1$ , поэтому по всем случаям числитель (13) не равен нулю:

$$\Sigma r_2 + \frac{2}{3} k^2 \Sigma r_1 \neq 0. \quad (14)$$

Однако при  $E_0 < E_{up}$  и  $k_d \rightarrow \infty$  условия (6) и (7) не выполняются, ток в роторе  $I_0 \approx 0$ , магнитный поток остается на уровне  $\Phi_0$ , тормозной момент на валу практически отсутствует, груз быстро (бросок частоты вращения  $n \rightarrow 0$ ) раскручивает асинхронный двигатель до частоты вращения, при которой  $E_2 \gg E_{up}$  — выполнено условие (13). После этого падение напряжения на вентилях незначительно, они обеспечивают практически линейную зависимость выпрямленного тока  $I_{1B}$  от э. д. с., а также  $I_2 \gg 0$ ,  $\Phi \gg \Phi_0$  — условия (6) и (7) выполняются. В асинхронном двигателе произошел электромагнитный переходный процесс, машина самовозбудилась, появился электромагнитный тормозной момент  $M$ , превышающий момент нагрузки  $M_r$ , — наступает электромеханический переходный процесс. За счет несоответствия во времени электромагнитного и электромеханического переходных процессов при  $M \gg M_r$  в системе возникают динамические удары, которые могут вывести из строя электродвигатель и рабочий механизм.

На рис. 4 приведена осциллограмма процесса разгона краново-металлургического электродвигателя типа МТФ 111-6 в режиме динамического торможения с самовозбуждением с помощью электродвигателя постоянного тока. Участок 1—2 характеризуется нарастанием скорости до самовозбуждения, после точки 2 наступает резкое увеличение потока и электромагнитного момента — электромеханический динамический удар (участок 2—3). Медленное нарастание скорости на участке 3—4 определяется электромеханической постоянной времени приводного двигателя и инерционных масс лабораторной установки, которая много больше постоянной свободно падающего груза. В зоне A (рис. 3), где выполняются условия (13) — (15), наблюдается неустойчивая с электромеханическими ударами работа асинхронного двигателя при динамическом торможении с самовозбуждением.

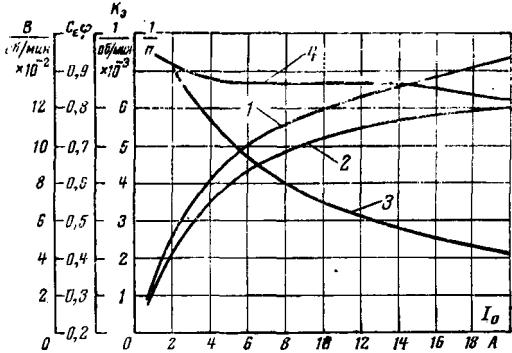


Рис. 2. Кривые намагничивания и обратная скоростная характеристика краново-металлургического двигателя типа МТФ 111-6.

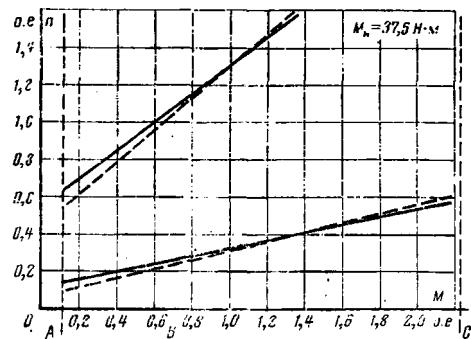


Рис. 3. Механические характеристики двигателя типа МТФ 111-6 в режиме динамического торможения с самовозбуждением

— расчет; —— опыт.

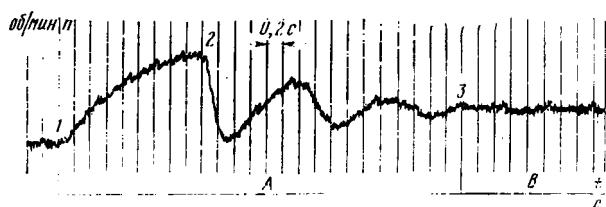


Рис. 4. Оциллограмма процесса разгона электродвигателя типа МТФ 111-6 в режиме динамического торможения с самовозбуждением.

При достижении равновесия  $M = M_r$  машина переходит в условную зону  $B$  (рис. 3). Ширина этой зоны определяется установленной теплоподъемностью асинхронного двигателя, механические характеристики в ней обладают большой жесткостью и практически линейны, что важно для обеспечения посадочных скоростей и эффективного торможения.

В зоне  $C$  момент теоретически неограничен, характеристики продолжают оставаться жесткими, линейными, однако практическое использование асинхронного двигателя возможно только с помощью дополнительного форсированного отвода тепла.

Расчет естественных механических характеристик проводится согласно (10) и (11) по уравнениям:

$$n_e = \frac{I_0 k_U (k_{BE} r_2 + 2kr_1)}{k_{BE} (kk_U - 1) c_E \Phi k_3}; \quad (10')$$

$$M_e = 28,6 \frac{I^2 c_E k^2 U \left[ r_2 + \frac{2}{3} k^2 r_1 \right]}{(kk_U - 1)^2 n_e}. \quad (11')$$

Искусственные механические характеристики (кривые 2 на рис. 3) строятся по естественной путем пересчета частоты вращения

$$n_u = n_e \frac{k_{BE} (r_2 + r_{d2}) + 2kr_1}{k_{BE} r_2 + 2kr_1}, \quad (15)$$

и момента

$$M_u = M_e \frac{\left[ r_2 + r_{d2} + \frac{2}{3} k^2 r_1 \right]}{\left( r_2 + \frac{2}{3} k^2 r_1 \right) n_u}. \quad (16)$$

Практически  $M_u = M_e$ , поэтому для построения искусственной характеристики достаточно провести пересчет только частот вращения по (15).

При построении механических характеристик по (10') и (11'), (15) и (16) и кривым рис. 2 учитываются практически реальные активные и индуктивные сопротивления, нелинейность стали и полупроводниковых вентилей. Дифференциальные сопротивления вентилей и кривая намагничивания асинхронного двигателя определяются экспериментально на серийных обзатах (известны из каталогов), поэтому точность предложенного метода достаточно высока. Технологический разброс значений дифференциального сопротивления вентилей и магнитных свойств асинхронного двигателя вносит некоторую погрешность при расчете механических характеристик, особенно в зоне  $A$ , которая при построении схем электропривода в режиме динамического торможения с самовозбуждением должна исключаться. Расхождение расчетных и опытных характеристик вызвано также принятыми в расчете значениями постоянных коэффициентов  $k_{BE} = 2,34$ ;  $k_d = 0,865$ ;  $k_{cx} = 0,666$ ;  $k_d = 1$ ;  $k_U$ , а также погрешность установки и электрических методов измерения.

В реальных условиях коэффициент эквивалентности  $k_d$  для МТФ 111-6 не является величиной постоянной (рис. 2, кривая 4), а  $k_{cx}$  для принятой схемы изменяется от 0,65 до 0,7 соответственно для естественной и искусственной характеристики, неизменным является и коэффициент выпрямления по напряжению ( $k_{BE} = 2-2,2$  вместо 2,34). Наибольшая точность при построении механических характеристик обеспечивается расчетом по нагрузочным кривым вместо кривых намагничивания.

Для случая (3) с помощью потенциометрических делителей, схемы соединения и шунтирующих сопротивлений на определенном этапе теоретически возможно ограничение момента — обеспечение  $M = \text{const}$  (мягких механических характеристик). Однако при этом нарушается само условие (3); при неизменной схеме соединений оно превращается в (4). Для привода с ограничением момента лучше выбрать машину с условием (4), а возбуждение осуществлять по схеме рис. 1.

Конструктивное невыполнение условий (2) — (4) в электродвигателе при неизменных схемах включения (так называемый невозбуждаемый вариант) обуславливает наличие дополнительного источника подпитки для самовозбуждения асинхронной машины. Самовозбуждение наступает, когда между э. д. с. подпитки  $E_d$  и параметрами цепи возбуждения выполняется условие

$$E_d - \left| \frac{dL_1 I_{1B}}{dt} \right| \geq 0.$$

В этом случае справедливы уравнения (5) — (10), механические характеристики сохраняют прежний вид (рис. 3), однако требуется регулируемый источник подпитки большой мощности. В противном случае необходимо изменение схемы включения статора и ротора в соответствии с новыми условиями (2) — (4).

С помощью подпитки и при невозбуждаемом варианте также возможно получение условия  $E_d - \left| \frac{dL_1 I_{1B}}{dt} \right|$  большим, меньшим или равным нулю и механических характеристик с ограничением момента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вещеневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе. М.: Энергия, 1977.
2. Bolt J. A. Dynamic Braking of Wound-Rotor Induction Motors External without Supply. — Holecchnick, 1974, № 1.
3. Динамическое торможение с самовозбуждением в новых электроприводах переменного тока/ Богословский А. П., Певзнер Е. М., Голев С. П., Абрамов А. И. — Электротехника, 1976, № 1.
4. Краново-металлургические электродвигатели/ Баталов П. М., Белый В. А., Иоффе А. Б. и др. — М.: Энергия, 1967.

{26.02.79}



# О демпфировании потока пазового рассеяния обмотки статора в генераторах ударной мощности

**БАКЛИН В. С., КУТАРЕВ А. М., СИПАЙЛОВ Г. А., ХОРЬКОВА В. З.,  
ХОРЬКОВ К. А.**

Томский политехнический институт

Одним из средств повышения мощности ударных генераторов является всесмерное снижение индуктивности обмотки статора. С этой целью пазы статора выполняют по возможности широкими и малой глубины по сравнению со статорными пазами турбогенераторов. Уменьшение высоты паза сопровождается увеличением плотности тока в обмотке до  $300 \text{ A/mm}^2$ ; дальнейшее уменьшение высоты пазов статора встречает ограничение по тепловому состоянию статорной обмотки.

Эффективным способом снижения индуктивности пазового рассеяния является демпфирование потока рассеяния с помощью токопроводящих экранов, размещенных в пазах [Л. 1 и 2]. Однако конструкция таких токопроводящих экранов не обеспечивает демпфирования потока пазового рассеяния в области клина, а сами экраны, являясь источниками дополнительного тепла, ухудшают тепловое состояние статорной обмотки. Эти недостатки устранены в конструкции токопроводящих экранов, предложенных в [Л. 3]. Здесь пазовый поток рассеяния однослойной однофазной обмотки статора генератора ударной мощности демпфируется токопроводящими экранами, расположенными в специальных пазах, высштампованных в зубцах статора. При узких зубцах статора экраны располагаются по центрам зубцов, при широких зубцах выполняется два экрана, приближенных к стенкам основных пазов статора.

В генераторах ударной мощности целесообразно выполнять ширину зубцов, равную  $0,6-0,7$  зубцового деления статора. Это позволяет разместить два экрана по ширине зубца статора, обеспечивающих наиболее эффективное демпфирование потоков поперечно-пазового рассеяния. При наличии токопроводящих экранов в зубцах статора картина электромагнитного поля в пределах фазной зоны периодически повторяется на каждом зубцовом делении, что дает возможность ограничиться исследованиями электромагнитного поля на зубцовом делении статора.

Расчет электромагнитного поля проводим методом конечных разностей при двухмерной постановке задачи в декартовой системе координат [Л. 4] с использованием комплексного векторного потенциала. Исходное уравнение электромагнитного поля имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} \right) = j_z, \quad (1)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды;  $J_z$  — плотность тока, причем  $J_z = j$  при рассмотрении поля в области сечения стержня обмотки статора и  $J_z = j_b$  при рассмотрении поля в области сечения токопроводящего экрана.

При гармоническом изменении электромагнитного поля во времени, преиебрежении влиянием краевых эффектов на концах экранов (в области торцевых поверхностей статора) и при условии, что значение полного тока в поперечном сечении экрана равно нулю, плотность вихревого тока равна:

$$\dot{J}_B = -j\omega\gamma \left( \dot{A}_z - \frac{1}{s} \int_s \dot{A}_z ds \right) = j\omega\gamma (\dot{A}_s - \dot{A}_z), \quad (2)$$

где  $\gamma$  — электрическая проводимость материала;  $s$  — площадь поперечного сечения экрана;  $\omega$  — угловая частота стороннего тока;  $A_s$  — среднеинтегральное значение векторного потенциала в сечении токопроводящего экрана.

Распределение плотности стороннего тока  $J$  в поперечном сечении транспонированного стержня однослоиной обмотки статора принято постоянным.

Метод конечных разностей предполагает аппроксимацию исходного уравнения (1) системой конечно-разностных уравнений. Для узла сетки  $i, k$  (рис. 1) конечно-разностное уравнение, полученное с использованием закона полного тока в интегральной форме, имеет вид:

$$\dot{A}^{n+1}(i, k) = \frac{1}{M(i, k) + i\omega F(i, k)} \{N(i, k) \dot{A}^n(i, k+1) +$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

$$+ N(i, k-1) \bar{A}^{n+1}(i, k-1) + S(i, k) \bar{A}^n(i+1, k) + \\ + S(i-1, k) \bar{A}^{n+1}(i-1, k) + I(i, k)\}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
 N(i, k) &= \frac{1}{2q(k)} \left[ \frac{p(i)}{\mu(i, k)} + \frac{p(i-1)}{\mu(i-1, k)} \right]; \\
 S(i, k) &= \frac{1}{2p(i)} \left[ \frac{q(k)}{\mu(i, k)} + \frac{q(k-1)}{\mu(i, k-1)} \right]; \\
 k) &= N(i, k) + N(i, k-1) + S(i, k) + S(i-1, k); \\
 e) &= 0.25 [\gamma(i, k) p(i) q(k) + \gamma(i-1, k) p(i-1) q(k-1) + \\
 &\quad + \gamma(i, k-1) p(i) b(k-1)];
 \end{aligned} \tag{4}$$

*n* — порядковый номер итерации.

### В области стороннего тока

$$I(i, k) = 0.25J(i, k)p(i)q(k) + J(i, k-1)p(i)q(k-1) + \\ + J(i-1, k-1)p(i-1)q(k-1) + J(i-1, k)p(i-1)q(k). \quad (5)$$

В области токопроводящего экрана

$$I(i, k) = j\omega F(i, k) A_s. \quad (6)$$

При решении системы копечко-разностных уравнений использовался метод верхней релаксации. Для выбора оптимальной величины коэффициента верхней релаксации ( $1 \leq \beta \leq 2$ ), обеспечивающего удовлетворительную сходимость итерационного процесса, проводилась после каждой итерации его автоматическая корректировка. В начале расчета принимали  $\beta = 1,75$ . В ходе итераций рассчитывался коэффициент

$$C = \frac{\sum_i \sum_k \text{abs}[A_1^{n+1}(i, k) - A_1^n(i, k)]}{\sum_i \sum_k \text{abs}[A_1^n(i, k) - A_1^{n-1}(i, k)]}, \quad (7)$$

где  $A_1(i, k)$  — вещественная часть комплексной величины векторного потенциала.

Если  $C > 1$ , то  $\beta^{n+1} = \beta^n - (0,01 - 0,015)$ ; если  $C < 1$ , то  $\beta^{n+1} = \beta^n + (0,002 - 0,003)$ .

После каждой итерации пересчитывалось среднее значение векторного потенциала в поперечном сечении экрана по фор-

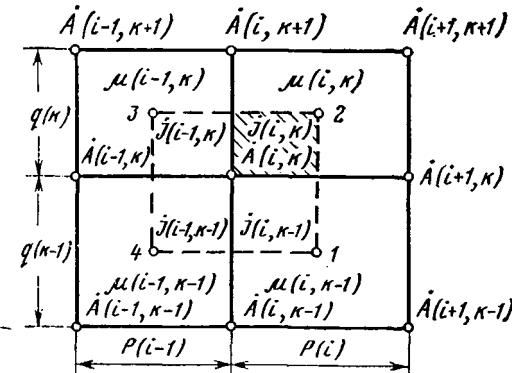


Рис. 1. Расчетный узел сетки

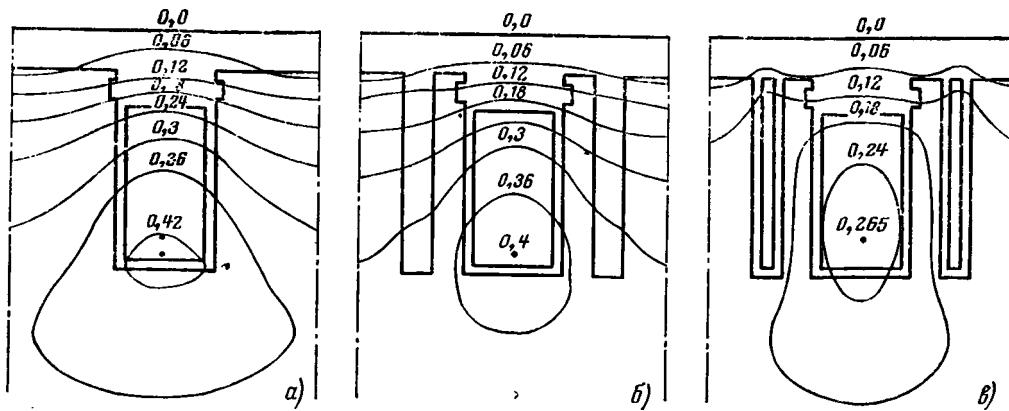


Рис. 2. Картинки магнитного поля при различном исполнении зубцовой зоны.

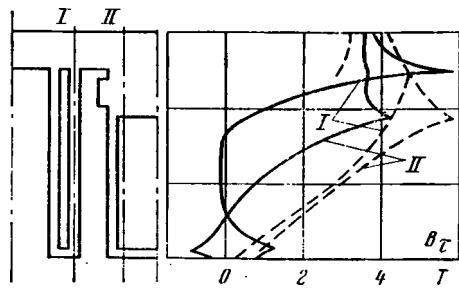


Рис. 3. Изменение тангенциальной составляющей индукции по высоте зубца в сечениях I и II.

— без экранов; — экраны в зубцах.

мule:

$$\vec{A}_s = \frac{\sum \sum [\vec{A}(i, k) + \vec{A}(i+1, k) + \vec{A}(i+1, k+1) + \dots + \vec{A}(i, k+1)] p(i) q(k)}{4 \sum \sum p(i) q(k)} \rightarrow \quad (8)$$

и корректировалось значение магнитной проницаемости в каждой ячейке сетки ферромагнитной области.

Расчеты магнитного поля проведены при следующих геометрических размерах зубцовой зоны: зубцовое деление статора  $t_z = 0,15$  м; ширина паза статора  $b_p = 0,05$  м; высота клина  $h_k = 0,5b_p$ ; ширина паза под экран  $b'_p = 0,015$  м; ширина зубца между экраном и основным пазом статора  $b''_z = 0,015$  м; воздушный зазор  $\delta = 0,04$  м. Высота пазов статора (основных и под экраны) изменялась в пределах  $h_p = (1 \div 5)b_p$ .

На рис. 2 представлены картины магнитного поля при  $h_p = 2b_p$  и  $J = 150 \text{ A/mm}^2$  для момента времени, когда ток в обмотке статора достигает максимального значения.

Для оценки влияния токопроводящих экранов на поток пазового рассеяния расчет магнитного поля проводился при отсутствии в зубцах дополнительных пазов (рис. 2,а), при наличии дополнительных пазов в зубцах с экранами (рис. 2,в) и без экранов (рис. 2,б). На рисунках показаны линии равного векторного магнитного потенциала (силовые линии магнитного поля). Цифрами указаны значения векторных потенциалов магнитного поля в момент максимума тока обмотки статора. На представленных картинах магнитного поля видно влияние экранов на поток пазового рассеяния. При отсутствии медных экранов в зубцах только незначительная часть потока рассеяния замыкается через дно паза (рис. 2,а и б). При наличии в зубцах экранов вихревые токи вытесняют поток рассеяния в узкую часть зубца, расположенную между пазом и экраном, вследствие чего существенно изменяются картина

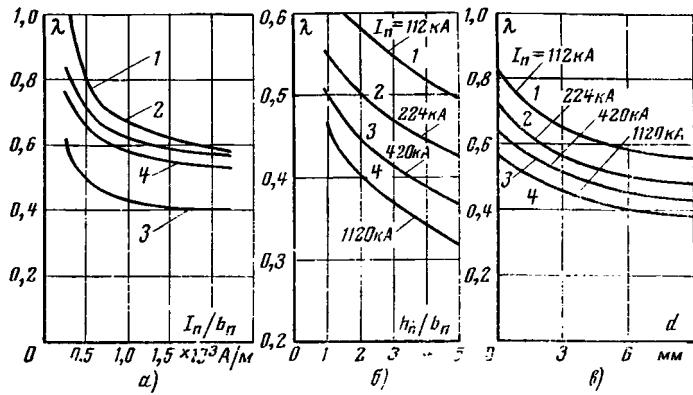


Рис. 4. Проводимость рассеяния активной части обмотки статора.

а — для различной геометрии зубцовой зоны в функции тока в пазу; б — при наличии экранов в зависимости от отношения  $h_p/b_p$ ; в — в зависимости от толщины экранов.

магнитного поля в зубце (рис. 2,в) и максимальное значение векторного потенциала. Действие экранов проявляется особенно эффективно при насыщении магнитной цепи.

На рис. 3 представлены кривые распределения тангенциальной составляющей индукции в различных сечениях зубцового деления при  $h_p = 2b_p$  для момента времени, когда ток в пазу достигает максимума (плотность тока 150 A/mm<sup>2</sup>). Наиболее насыщенными участками являются верхняя часть зубцов (по высоте клина) и основание зубца между пазом и экраном.

Размещение экранов в зубцах снижает проводимость рассеяния обмотки статора. Зависимости проводимости рассеяния активной части обмотки статора от тока в пазу при отсутствии и наличии медных экранов в зубцах статора представлены на рис. 4,а для  $h_p = 2b_p$ . Кривая 1 показывает зависимость проводимости рассеяния от токовой нагрузки в пазу при обычной геометрии зубцовой зоны генератора (рис. 2,а). Наличие токопроводящих экранов в зубцах (кривая 3) приводит к резкому снижению проводимости рассеяния — на 30—40% по сравнению с вариантом зубцовой зоны обычной конструкции. Для сравнения на рисунке показана кривая проводимости рассеяния при увеличении ширины паза статора на ширину пазов под экраны (кривая 4). Сравнение кривых 3 и 4 показывает эффективность демпфирования потока рассеяния токопроводящими экранами в зубцах статора.

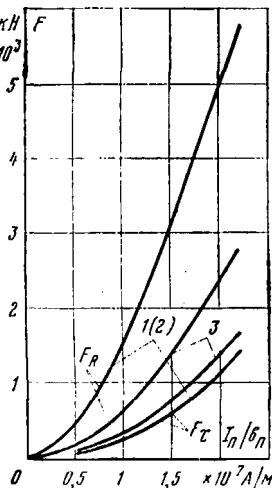
Отличительной особенностью генератора ударной мощности с токопроводящими экранами в зубцах является уменьшение проводимости пазового рассеяния обмотки статора при увеличении глубины пазов (рис. 4,б). Объясняется это влиянием насыщения узких зубцов между экранами и пазами статора. Чем глубже паз, тем больше магнитное сопротивление потоку рассеяния, замыкающемуся через узкие зубцы. Расчеты показывают, что при постоянной токовой нагрузке в пазу увеличение высоты паза от  $h_p/b_p = 1$  до  $h_p/b_p = 5$  сопровождается

Рис. 5. Силы, действующие на проводники с током в пазу.  
1 — обычная конструкция зубцовой зоны статора; 2 — с пазами в зубах; 3 — с экранами в зубах.

снижением проводимости рассеяния в 1,2—1,5 раза (больший эффект для большего тока). Это позволяет увеличить глубину пазов статора ударного генератора по сравнению со случаем отсутствия экранов и, следовательно, существенно снизить плотность тока обмотки статора, разгрузив ее в тепловом отношении.

Влияние толщины токопроводящих экранов на проводимость рассеяния можно проследить по кривым рис. 4,в. Очевидно, увеличение суммарной толщины экранов на один зубец статора более глубины проникновения электромагнитного поля в токопроводящее тело на основной частоте (0,0094 м) не дает сколько-нибудь существенного снижения проводимости рассеяния.

Наличие токопроводящих экранов существенно влияет на электродинамические усилия (э. д. у.), действующие на стержни обмотки статора (рис. 5). Радиальная составляющая уси-



лия, прижимающая проводник ко дну паза, снижается до 50% по сравнению с обычной конструкцией зубцовой зоны. Тангенциальная составляющая усилия, сжимающая проводник, неизначительно увеличивается (менее чем на 15%). При насыщенной магнитной цепи увеличение высоты паза (при сохранении неизменным тока в пазу) при наличии в зубах токопроводящих экранов сопровождается снижением э. д. у., действующих на стержень обмотки. Например, при увеличении высоты паза от  $2b_p$  до  $4b_p$  и соответствующем снижении плотности тока в пазу с  $400 \text{ A/mm}^2$  до  $165 \text{ A/mm}^2$  тангенциальная составляющая усилия уменьшается на 47%, а радиальная на 62%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рюденберг Р. Переходные процессы в электроэнергетических системах. М.: Изд-во иностр. литературы, 1955.
2. Dunlop B. R. Improvements Relating to Dinamoelctric Machines. Патент (Англия), кл. 35. № 908818, 24.10.1962.
3. А. С. 365768 [СССР]. Статор ударного генератора/ Спайлов Г. А., Хорькова В. З. Опубл. в Б. И., 1973, № 6.
4. Reichert K. Die numerische Berechnung der Nutenstreuung und der Wirbelströme in Nutenleitern elektrischer Maschinen. — Arch. für Elektr., 1969 Bd 53, № 2.
5. К выбору зубцовой зоны статора ударного генератора/ Спайлов Г. А., Хорькова В. З., Хорьков К. А. и др. — Изв. ТПИ, 1970, т. 21.1.

[05.10.77]

УДК 621.3.016.4:62-501.222.001.5

## Влияние диффузии магнитного поля на процесс зарядки индуктивного накопителя от генератора с маховиком

ЗОТОВА Э. А., ИВАНОВ И. А., ТРУХИН В. А.

Москва

Одно из направлений развития импульсных энергосистем основано на применении индуктивных накопителей энергомощностью масштаба  $10^9$  Дж с мощностью разряда импульса, достигающей  $10^{14}$  Вт [Л. 1]. Для обмоток из обычных материалов (не из сверхпроводника) потребуются зарядные устройства мощностью около  $10^9$  Вт. Их функции могут выполнять генераторы с маховиком, например, униполярные генераторы. При таких больших энергиях особый интерес представляют режимы зарядки с энергией индуктивного накопителя, составляющей не менее половины начальной кинетической энергии зарядного агрегата. В этих случаях, даже при времени диффузии магнитного поля в глубь проводника обмотки, сравнимом с временем нарастания зарядного тока до максимума [Л. 2], процесс зарядки нельзя описывать уравнением с постоянными индуктивностью и активным сопротивлением.

В [Л. 3] исследовался разряд конденсатора на массивный длинный соленоид при характерной толщине скин-слоя, значительно меньшей его внутреннего радиуса  $b$ . Была предложена цепь замещения из бесконечного числа или параллельных элементов, состоящих из последовательно соединенных индуктивности и активного сопротивления, или последовательных элементов, содержащих индуктивность и активное сопротивление, включенных параллельно.

Уравнение цепи [Л. 3] можно использовать и для анализа процесса зарядки индуктивного накопителя от генератора с маховиком, если выходное напряжение  $U$  генератора зависит только от его кинетической энергии  $K$  (в этом случае ток возбуждения постоянен и равен максимальному; в [Л. 2] показано, что такой режим зарядки является оптимальным).

В статье получены аналитические решения этого уравнения с эквивалентной емкостью зарядного агрегата, равной  $2K_0/U_0^2$  ( $K_0, U_0$  — начальные значения  $K, U$ ). Найденные решения справедливы только до момента первого максимума тока. Рассматривается зарядка длинного соленоида с одно-

слойной обмоткой из витков прямоугольного сечения и коэффициентом заполнения, близким к единице, без учета влияния краевых эффектов. Такая конструкция является одним из возможных вариантов секционированного индуктивного накопителя и поэтому представляет практический интерес.

В общем виде систему уравнений, описывающих передачу энергии из инерционного накопителя в индуктивный, удобно записать в виде:

$$\frac{dK}{dt} + \frac{d}{dt} (LI^2/2) + P = 0; \quad (1)$$

$$\frac{dK}{dt} + U(t) I(t) = 0; \quad (2)$$

$$U(t) = U_0 (K/K_0)^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где  $L$  — индуктивность, соответствующая магнитной энергии вне проводника;  $P$  — поток вектора Пойнтинга через его поверхность;  $I$  — зарядный ток.

Для рассматриваемого случая, когда магнитное поле вдоль оси считается однородным,

$$P = -2\pi b N D I(t) \frac{\partial B}{\partial r} (b, t); \quad (4)$$

$$L = \frac{\mu_0 \pi b^2 N^2}{l}, \quad (5)$$

где  $l$  — длина соленоида;  $N$  — число витков;  $D = 1/\mu_0 \sigma$  — коэффициент диффузии поля.

Подставив в (1) выражения (4), (5) и  $dK/dt$  из (2), после сокращения на  $I(t)$  получим:

$$L \frac{dI(t)}{dt} - 2\pi b N D \frac{\partial B}{\partial r} (b, t) = U(t). \quad (6)$$

Дифференцируя, исключаем  $dU/dt$  с помощью соотношения

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{U^2_0}{2K_0} I(t),$$

которое следует из (2) и (3). Уравнение зарядной цепи принимает вид:

$$L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} - 2\pi b N D \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial t}(b, t) + \frac{U^2_0}{2K_0} I(t) = 0. \quad (7)$$

В начальный момент  $t=0$  магнитная индукция  $B(r, 0) = 0$  и  $\partial B / \partial r = 0$  при любом  $r$ , поэтому в соответствии с (6) при  $t=0$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L}. \quad (8)$$

Производная  $\partial^2 B / \partial r \partial t$  при  $r=b$  определяется из решения задачи:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} = \frac{1}{D} \frac{\partial B}{\partial t}; \quad (9)$$

$$B(r, 0) = 0; B(b, t) = \frac{\mu_0 N I(t)}{l}; B(b+d, t) = 0,$$

где  $d$  — ширина витков по радиусу.

Для изображений Лапласа

$$Y(p) = \int_0^\infty I(t) e^{-pt} dt; h(r, p) = \int_0^\infty B(r, t) e^{-pt} dt$$

(7) и (9) дают систему уравнений:

$$L(p^2 Y - I(0)) + \frac{U^2_0}{2K_0} Y - 2\pi b N D p \frac{\partial h}{\partial r}(b, p) = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{p}{D} h \quad (11)$$

с граничными условиями

$$h(b, p) = \frac{\mu_0 N Y(p)}{l}; h(b+d, p) = 0$$

и выражением (8) для  $I(0)$ .

Решение задачи о диффузии поля зависит от  $b, d$  и характерной толщины токового слоя  $\delta_0$ . Введем величину

$$P_0 = U_0 I_0,$$

где  $I_0$  — максимальное значение зарядного тока, ограниченное предельным током зарядного генератора. Если полная энергия индуктивного накопителя сравнима с  $K_0$ , то время зарядки должно быть порядка  $K_0/P_0$ , тогда

$$\delta_0 = \left( D \frac{K_0}{P_0} \right)^{1/2}.$$

В общем случае, когда  $d \approx b \approx \delta_0$ , воспользовавшись известным решением уравнения (11), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial r}(b, p) &= \frac{\mu_0 N Y}{l} \sqrt{\frac{p}{D}} \times \\ &\times \frac{I_1 \left( \sqrt{\frac{p}{D}} b \right) K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{D}} (b+d) \right] +}{I_0 \left( \sqrt{\frac{p}{D}} b \right) K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{D}} (b+d) - \right.} \\ &\rightarrow \frac{+ I_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{D}} (b+d) \right] K_1 \left( \sqrt{\frac{p}{D}} b \right)}{- I_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{D}} (b+d) \right] K_0 \left( \sqrt{\frac{p}{D}} b \right)}, \end{aligned}$$

где  $I_0, I_1, K_0, K_1$  обозначают модифицированные бесселевые функции.

Подставив это выражение в (10), найдем  $Y(p)$ . Однако при таком общем подходе из-за сложного вида оригинала  $I(t)$  аналитическое представление решения утрачивает свои преимущества. В рассмотренных ниже частных случаях

представляющих практический интерес, поиск оригинала и его вид существенно упрощаются.

Пусть  $\delta_0 \ll d, d \ll b$ . Решая уравнение

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{p}{D} h$$

при  $h(b, p) = \mu_0 N Y(p) / l; h(b+d, p) = 0$ , получаем

$$\frac{\partial h}{\partial r}(b, p) = -\frac{\mu_0 N Y(p)}{l} \sqrt{\frac{p}{D}} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{p}{D}} d.$$

Из (10) следует, что в этом случае

$$Y(p) = \frac{I(0)}{p^2 + 4 \sqrt{\frac{p}{D}} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{p}{D}} d + \omega^2}. \quad (12)$$

Здесь для удобства введены обозначения:

$$\sqrt{\frac{p}{D}} = \frac{V_D}{2b}; \quad \omega^2 = \frac{P_0^2}{4K_0 W},$$

где  $W = L I_0^2 / 2$ .

При  $\delta_0 \ll d$  значения стоящего в знаменателе выражения (12)  $\operatorname{cth}(pd^2/D)^{1/2}$  до момента максимума тока ограничено сверху величиной, равной примерно единице, так как его аргумент  $(pd^2/D)^{1/2} \geq 1$ . Отношение второго члена знаменателя к первому является, таким образом, величиной порядка  $\delta_0/b \ll \ll 1$ . Такой же порядок имеет и отношение  $(\gamma/\omega)^{1/2} = = (W/4K_0)^{1/4}(\delta_0/b)$ , поэтому корни знаменателя могут быть найдены методом последовательных приближений. Вычисление поправок первого порядка к двум корням нулевого приближения, равным  $\pm i\omega$ , дает следующий результат:

$$p_{1,2} = -\sqrt{\frac{2\gamma\omega}{\omega}} F_1 \left( d \sqrt{\frac{\omega}{2D}} \right) \pm i\omega \left[ 1 - \sqrt{\frac{2\gamma}{\omega}} F_2 \left( d \sqrt{\frac{\omega}{2D}} \right) \right]. \quad (13)$$

Значения функций

$$F_{1,2}(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x \pm \sin 2x}{\operatorname{ch} 2x - \cos 2x}$$

при  $x > 2$  близки к единице. Нетрудно убедиться, что значения  $F_1 = F_2 = 1$  соответствует случаю, когда  $\delta_0 \ll d$ . Таким образом, приближение тонкого по сравнению с толщиной пакетки скин-слоя справедливо при

$$d/\delta_0 > 4(W/K_0)^{1/4}.$$

Полагая

$$\begin{aligned} \frac{1}{p^2 + 4 \sqrt{\frac{p}{D}} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{p}{D}} d + \omega^2} &= \\ &= \frac{1}{p_1 - p_2} \left( \frac{1}{p - p_1} - \frac{1}{p - p_2} \right), \end{aligned}$$

где  $p_1$  и  $p_2$  определяются формулами (13), получаем оригинал

$$I(t) = I(0) \frac{\sin(\omega - \sqrt{2\gamma\omega} F_2) t}{\omega - \sqrt{2\gamma\omega} F_2} \exp(-\sqrt{2\gamma\omega} F_2 t). \quad (14)$$

Ток нарастает по синусоидальному закону, возмущенному слабо спадающей экспонентой. Как и в случае постоянных индуктивности и сопротивления с добротностью зарядного контура больше единицы [Л. 2], такой режим зарядки характеризуется высокой эффективностью передачи энергии из инерционного накопителя в индуктивный.

До момента первого максимума тока выражению (14) можно придать более простой вид, разлагая по малому параметру  $(\gamma/\omega)^{1/2}$ . С точностью до малых первого порядка

$$I(t) = \frac{I(0)}{\omega} \left[ 1 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\omega}} (F_2 - F_1 \omega t) \sin \omega t - \sqrt{\frac{2\gamma}{\omega}} F_2 \omega t \cos \omega t \right].$$

Пусть  $\delta_0 \ll b \ll d$ . Решение задачи

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{p}{D} h; \quad h(b, p) = \frac{\mu_0 N}{l} Y(p);$$

$$h(\infty, p) = 0$$

приводит к следующему результату:

$$\frac{\partial h}{\partial r}(b, p) = -\frac{\mu_0 N}{l} Y(p) \sqrt{\frac{p}{D}} \frac{K_1\left(\sqrt{\frac{p}{D}} b\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{p}{D}} b\right)}.$$

Соответственно

$$Y(p) = \frac{I(0)}{p^2 + \frac{2V\bar{D}}{b} p^{3/2} \frac{K_1\left(\sqrt{\frac{p}{D}} b\right)}{K_0\left(\sqrt{\frac{p}{D}} b\right)} + \frac{P^2_0}{4K_0 W}}. \quad (15)$$

Поскольку  $\delta_0 \ll b$ , при определении оригинала  $I(t)$  вплоть до момента максимума тока аргумент стоящих в знаменателе бесселевых функций  $K_0$  и  $K_1$  превосходит единицу, то при  $x \geq 1$  с помощью известных асимптотических формул

$$K_0(x) \approx \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} e^{-x} \left(1 - \frac{1}{8x}\right);$$

$$K_1(x) \approx \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} e^{-x} \left(1 + \frac{3}{8x}\right)$$

отношение этих функций можно выразить следующим образом:

$$\frac{K_1(x)}{K_0(x)} \approx 1 + \frac{1}{2x}.$$

Воспользовавшись этой формулой (ее относительная погрешность при  $x=1$  не превышает 5% и уменьшается до 1% при  $x \geq 2$ ), приведем (15) к виду:

$$Y(p) = \frac{I(0)}{p^2 + 4V\gamma p p + 4V\gamma p + \omega^2}.$$

Полученное выражение может быть записано в виде суммы простых дробей

$$Y(p) = I(0) \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\sqrt{p - x_k}} \quad (16)$$

с коэффициентами

$$A_k = \frac{1}{\prod_{j \neq k} (x_k - x_j)}, \quad (17)$$

где

$$x_k = -V\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 + i\omega} \quad (18)$$

— точные значения корней уравнения четвертой степени

$$z^4 + 4V\gamma z^3 + 4V\gamma z^2 + \omega^2 = 0,$$

при этом имеют место соотношения:

$$\sum_{k=1}^4 A_k = 1; \quad \sum_{k=1}^4 A_k x_k = 0; \quad \sum_{k=1}^4 A_k x_k^2 = 0;$$

$$\sum_{k=1}^4 A_k x_k^3 = 1. \quad (19)$$

Представив каждое слагаемое суммы (16) в виде

$$\frac{1}{\sqrt{p - x_k}} = p \frac{1}{\sqrt{p(p - x_k^2)}} + \frac{x_k}{p - x_k^2},$$

находим оригинал

$$I(t) = I(0) \sum_{k=1}^4 A_k \left[ x_k e^{x_k^2 \frac{t}{2\omega}} + \frac{1}{V\pi} \times \right. \\ \left. \times \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{e^{x_k^2 \frac{\theta}{2\omega}} d\theta}{Vt - \theta} \right].$$

После несложных преобразований, принимая во внимание соотношения (19), получаем

$$I(t) = I(0) \sum_{k=1}^4 A_k x_k e^{x_k^2 \frac{t}{2\omega}} [1 + \operatorname{erf}(x_k V\sqrt{t})]. \quad (20)$$

Производная тока

$$I'(t) = I(0) \sum_{k=1}^4 A_k x_k^3 e^{x_k^2 \frac{t}{2\omega}} [1 + \operatorname{erf}(x_k V\sqrt{t})].$$

Если ввести обозначение  $\lambda = V\sqrt{1 + \omega^2/4\omega^2}$ , то в соответствии с (18)

$$x_1 = -V\gamma \left(1 + \sqrt{\frac{\lambda+1}{2}} + i\sqrt{\frac{\lambda-1}{2}}\right);$$

$$x_2 = -V\gamma \left(1 + \sqrt{\frac{\lambda+1}{2}} - i\sqrt{\frac{\lambda-1}{2}}\right);$$

$$x_3 = -V\gamma \left(1 - \sqrt{\frac{\lambda+1}{2}} + i\sqrt{\frac{\lambda-1}{2}}\right);$$

$$x_4 = -V\gamma \left(1 - \sqrt{\frac{\lambda+1}{2}} - i\sqrt{\frac{\lambda-1}{2}}\right).$$

Подставив эти значения в (17), получим:

$$A_1 = -A_4 = \frac{V\sqrt{\lambda-1} + i\sqrt{\lambda+1}}{4\lambda\omega V\sqrt{2\gamma}};$$

$$A_2 = -A_3 = \frac{V\sqrt{\lambda-1} - i\sqrt{\lambda+1}}{4\lambda\omega V\sqrt{2\gamma}}.$$

При  $\omega/\gamma \approx 1$  изменение тока описывается громоздким выражением, которое приводить здесь не имеет смысла. Для того, чтобы получить представление о характере паразитания тока при  $\delta_0 \approx b$  рассмотрим случай, когда отношение  $\gamma/\omega$  мало. Такой случай реализуется, например, при  $\delta_0 \approx 0,5b$  и  $W \ll 0,5K_0$ .

В пренебрежении членами  $(\gamma/\omega)^2$  по сравнению с единицей параметр  $\lambda \approx \omega/\gamma$ , и в формулах для корней  $\sqrt{\lambda \pm 1} \approx \approx (\omega/\gamma)^{1/2}$ . После несложных, но длинных выкладок выражение (20) принимает вид:

$$I(t) = I(0) \frac{1}{\omega V\sqrt{2}} \left[ u_1 V\sqrt{2\gamma\omega t} + \sqrt{\frac{\gamma}{2\omega}} u_2 (V\sqrt{2\gamma\omega t}) - \right. \\ \left. - \frac{2}{V\pi} \left(\frac{\gamma}{2\omega}\right)^{1/4} u_3 (V\sqrt{2\gamma\omega t}) \right],$$

где

$$u_1(x) = e^{\sqrt{\frac{\gamma}{2\omega}} x} \sin x; \\ u_2(x) = e^{\sqrt{\frac{\gamma}{2\omega}} x} (\sin x - \cos x); \\ u_3(x) = \int_0^x \frac{u_1(\xi) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{2\omega}} u_2(\xi)}{\sqrt{x-\xi}} d\xi.$$

**Выводы.** 1. Уравнения, описывающие зарядку индуктивного накопителя от генератора с маховиком с учетом диффузии магнитного поля, можно получить, используя теорему Пойнгтинга. Для соленоида с силовыми линиями, параллельными

границе проводника, вывод и вид уравнения цепи существенно упрощаются. В двух случаях ( $\delta_0 \ll d \ll b$ ,  $\delta_0 \ll b \ll d$ ) удается получить его аналитическое решение до момента времени, соответствующего первому максимуму тока.

2. Наибольший практический интерес представляет такой режим зарядки, когда  $\delta_0 \ll d \ll b$ , характеризуемый высокой эффективностью передачи энергии из инерционного накопителя в индуктивный и незначительной долей энергии в объеме проводника. Для его реализации требуются достаточно мощные генераторы с  $K_0/P_0 \ll 1$  с.

3. При  $\delta_0 \ll b \ll d$  большая часть энергии запасается внутри проводника и затем рассеивается вихревыми токами,

однако в этом случае индуктивный накопитель можно зарядить сравнительно маломощным генератором.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А. Проблемы генерирования электрической энергии. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 2.

2. Зарядка индуктивных накопителей электромашинными агрегатами/ Э. А. Зотова, И. А. Иванов, А. Н. Каравесов, В. А. Трухин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 4.

3. Михайлов В. М. Переходный процесс в разрядном контуре конденсатора с массивным одновитковым соленоидом. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 2.

[25.01.79]

УДК 538.248.001.24

## К расчету коэрцитивной силы ферромагнитных материалов

НАБИЕВ М. А., канд. техн. наук, АЗИЗОВ Б. М., инж.

Сумгаит

Нами была предложена формула<sup>1</sup> для определения коэрцитивной силы одной группы ферромагнитных материалов:

$$H_c = \frac{B_k B_m}{B_k + B_m} \frac{1}{\mu_n \left[ 7 \pm \left( 1 - \frac{B_m}{B_s} \right)^2 \right]} \quad (1)$$

Несмотря на то, что эксперименты показывают достаточную для практики точность этой формулы при  $B_m < B_s$ , необходимо отметить одну ее принципиальную некорректность.

Опытами установлено, что во всех ферромагнитных материалах по мере роста значений  $B_m$  возрастает и коэрцитивная сила  $H_c$ , однако после достижения некоторого значения  $B_m$  коэрцитивная сила уже не меняется, остается постоянной и равной коэрцитивной силе предельной петли гистерезиса. Изменение же коэрцитивной силы по формуле (1) происходит иначе: начиная с некоторого значения, она уменьшается с уве-

<sup>1</sup> Набиев М. А., Адыгезалов Ф. С., Азизов Б. М. Аналитический метод определения коэрцитивной силы ферромагнитных материалов. — Электричество, 1978, № 5.

личением магнитной индукции  $B_m$ , что явно противоречит опытам. Кроме того, формула (1) неудобна тем, что содержит индукцию насыщения  $B_s$ , которая должна быть найдена из основной кривой намагничивания, а это требует проведения дополнительных графоаналитических расчетов.

Здесь предлагается более точная и удобная для практики формула:

$$B_c = -B_k \frac{1 - \mu_n \frac{H_k}{B_k}}{\left( 1 + \frac{H_k}{H_m} \right) \left( 1 + \frac{B_k}{B_m} \right)} \quad (2)$$

где  $B_k$ ,  $H_k$  — магнитная индукция и напряженность поля в точке, где основная кривая намагничивания и касательная к ней, проведенная из начала координат, соприкасаются (рис. 1);  $B_m$ ,  $H_m$  — максимальные индукции и напряженность поля данного гистерезисного цикла;  $\mu_n$  — магнитная проницаемость в начальной точке основной кривой намагничивания.

Заметим, что формулой (2) прямо определяется не коэрцитивная сила, а некоторая магнитная индукция  $B_c$ , по которой из основной кривой намагничивания находится уже соответствующее значение  $H_c$ .

Проиллюстрируем это на примере расчета коэрцитивной силы гистерезисной петли, представленной на рис. 1. Там же изображена и основная кривая, из которой определяем начальную магнитную проницаемость. Для этого к основной кривой в ее начале проводим касательную и получаем:

$$\mu_n = \frac{AD}{OA} = \frac{0,05092}{850} = 0,0599 \cdot 10^{-3} \text{ Г/м.}$$

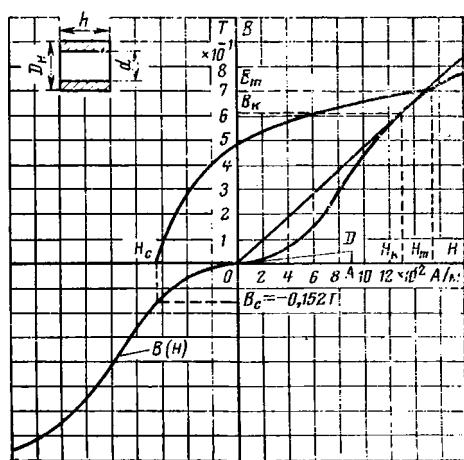


Рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru



Рис. 2.

## ЮРИЙ КОНСТАНТИНОВИЧ ВАСИЛЬЕВ

(к 60-летию со дня рождения)

Лауреату Государственной премии СССР, доктору технических наук, профессору Юрию Константиновичу Васильеву в мае с. г. исполнилось 60 лет.

Ветеран Великой Отечественной войны Ю. К. Васильев трудовую и инженерную деятельность начал на предприятиях Ташкента в 1942 г. после тяжелого ранения. Окончив в 1944 г. Средне-Азиатский политехнический институт, он работал старшим инженером строительства алюминиевого комбината. После окончания аспирантуры в 1950 г. был ассистентом и доцентом кафедры «Электрические машины» в Киевском политехническом институте, где защитил кандидатскую диссертацию в 1951 г. В период проектирования новой серии крупных двигателей переменного тока Ю. К. Васильев в качестве ответственного исполнителя провел сложные испытания крупных синхронных и асинхронных двигателей в условиях эксплуатации.

В 1958 г. он был приглашен во вновь созданный Киевский институт автоматики, где создал и возглавил лабораторию электромашинных средств автоматики. Основное научное направление работ Ю. К. Васильева — электрические машины для автоматики: шаговые двигатели, малоинерционные двигатели и тахогенераторы постоянного тока и тепловые процессы в электрических машинах. Им опубликовано более 100 научных трудов, для которых характерна тесная связь с практикой.

Под научным руководством Ю. К. Васильева впервые в СССР разработана и



сдана Государственной комиссии серия наиболее быстродействующих шаговых двигателей, разработан ГОСТ на шаговые двигатели.

В 1967 г. Ю. К. Васильеву в числе других ведущих разработчиков шаговых двигателей была присуждена Государственная премия СССР.

Ю. К. Васильев внес крупный вклад в теорию и практику беспазовых электрических машин. Комплексный анализ электрических, магнитных и тепловых процессов этого нового класса электри-

ческих машин позволил создать надежную методику их расчетов и предложить оригинальные конструктивные решения.

Широко известны фундаментальные работы Ю. К. Васильева в области исследования тепловых процессов и создания методов тепловых расчетов электрических машин. Особенно значителен его вклад в разработку теории переходных тепловых процессов. Работы в этой области Ю. К. Васильев обобщил в докторской диссертации «Теория и инженерные методы расчетов тепловых процессов в электрических двигателях», успешно защищенной в 1969 г.

Ю. К. Васильев зарекомендовал себя как руководитель научной школы, достижения которой получили широкое применение. Им воспитана большая группа высококвалифицированных научных работников, многие из которых руководят научными подразделениями, успешно развивая научное направление, основанное Ю. К. Васильевым.

Юрий Константинович ведет научно-общественную работу, являясь членом научно-технических советов ряда организаций, научным редактором периодического сборника трудов «Электромашинные средства автоматики», членом редколлегии других сборников; он активно сотрудничает в обществе «Знание».

Разносторонность знаний, трудолюбие и принципиальность снискали юбиляру заслуженный авторитет и уважение.

Группа товарищей

Подставив  $\mu_n = 0,0599 \cdot 10^{-3}$  Г/м;  $H_m = 1540$  А/м;  $B_m = 0,7$  Т;  $H_k = 1320$  А/м;  $B_k = 0,609$  Т в (2), будем иметь  $B_c = -0,152$  Т. По этому значению из основной кривой намагничивания находим коэрцитивную силу данной гистерезисной петли  $H_c = 625$  А/м; экспериментальное ее значение  $629$  А/м.

Формула (2) была подвергнута многократной экспериментальной проверке. Эксперименты проводились на образцах цилиндрической формы, изготовленных из различных марок стали. Расхождение между экспериментальными и расчетными значениями невелико. Для наглядности на рис. 2 изображены расчетные и экспериментальные зависимости коэрцитивной

силы от максимальной напряженности поля для одной марки стали.

Положив в (2)  $H_m = \infty$ ,  $B_m = \infty$ , получим магнитную индукцию

$$B_c = -B_k \left( 1 - \mu_n \frac{H_k}{B_k} \right), \quad (3)$$

по которой из основной кривой находим коэрцитивную силу предельной петли гистерезиса.

Последнюю формулу пока экспериментально проверить не удалось, ибо для этого требуется создание очень сильных полей.

[20.04.73]

## ВАДИМ ИВАНОВИЧ ГОРУШКИН

В октябре 1978 г. в возрасте 66 лет скончался доктор технических наук, профессор В. И. Горушкин. Творческая жизнь Вадима Ивановича связана с Энергетическим институтом имени Г. М. Кржижановского, сотрудником которого он был 38 лет, с Московским энергетическим институтом, где он 16 лет читал специальный курс лекций по электрическим системам, Народным университетом технического прогресса и экономических знаний, общественным ректором которого он был много лет.

В. И. Горушкин окончил с отличием Московский энергетический институт в 1940 г., защитил кандидатскую диссертацию — в 1944 г., докторскую — в 1954 г.

Научные труды Вадима Ивановича охватывают широкий круг вопросов в области автоматического регулирования возбуждения синхронных машин, вычислительных методов теории электрических цепей, применения ЭВМ для решения технических и экономических задач развития энергетики, автоматического регулирования частоты и активной мощности в энергосистемах. Его перу принадлежит более 50 работ, в том числе дважды издававшееся учебное посо-



бие «Энергетические расчеты с помощью вычислительных машин». Исследованиям В. И. Горушкина свойственна четкая постановка задачи, ясное изложение результатов и области их применимости, использование адекватного математиче-

ского аппарата. Эти качества ученого он передавал и студентам, и начинающим научным работникам.

Член КПСС с 1944 г., В. И. Горушкин всегда был общественным работником. В годы войны он избирался секретарем комитета ВЛКСМ Академии наук СССР в Казани. В течении нескольких лет был председателем местного комитета профсоюзов и секретарем партийной организации Энергетического института им. Г. М. Кржижановского, избирался в состав Ленинского райкома КПСС г. Москвы, много лет был членом правления городского отделения общества «Знание». На посту ректора Народного университета технического прогресса и экономических знаний в полной мере раскрылись педагогические и организационные способности В. И. Горушкина.

В. И. Горушкин награжден медалью «За трудовую доблесть» и другими медалями и почетными грамотами, почетным знаком «Отличник энергетики и электрификации СССР».

В память тех, кто знал Вадима Ивановича, навсегда сохранится облик строгого к себе ученого, благожелательного и скромного человека.

Группа товарищей

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федореев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (редактор отдела), А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, К-12, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 14.06.79  
Усл. печ. л. 10,0

Подписано в печать 01.08.79  
Уч.-изд. л. 11,82

Т-13173

Формат 60×90<sup>1/8</sup>  
Тираж 8533 экз.

Печать высокая  
Заказ 189

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

# СОДЕРЖАНИЕ

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ	
Жидких Н. М. — Определение расстояния до места короткого замыкания по двум значениям электрических величин . . . . .	1
Желтов К. А. — Расчет спирального генератора импульсного напряжения . . . . .	8
Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Чернова Г. В., Шур С. С. — Определение статистических характеристик токовых нагрузок и расходуемых ресурсов и линейных ограничителей перенапряжений при коммутационных перенапряжениях . . . . .	13
Инкин А. И. — Аналитическое решение уравнений магнитного поля в дискретных структурах явнополюсных электрических машин . . . . .	18
Кантер В. К. — Характеристики и параметры явнополюсных синхронных машин с насыщенным магнитопроводом . . . . .	22
Власов А. И., Иванов-Смоленский А. В. — Применение метода проводимостей зубцовых контуров к расчету переходных процессов в ненасыщенных электрических машинах . . . . .	27
Дартау А. А. — Оценка качества многоскоростных обмоток электродвигателей . . . . .	31
Поздеев А. Д. — О динамических свойствах асинхронных систем импульсно-фазового управления вентильными преобразователями . . . . .	35
Иванов А. В., Климов В. И., Крутиakov Е. А., Левин В. Н. — Особенности работы инвертора с многотактной широтно-импульсной модуляцией . . . . .	42
Лурье З. Я., Фланчик Б. С. — Выбор оптимального закона торможения позиционной электромеханической системы . . . . .	47
СООБЩЕНИЯ	
Пуйло Г. В., Растро-груева Т. Е., Шевченко В. П. — Об электромагнитном процессе и схеме замещения трансформатора тока . . . . .	51
Фрейдзон И. Р., Булатов В. И., Семухин Ю. А., Яуре А. Г. — Оценка параметров автоматизированных электроприводов корабельных систем . . . . .	55
Мариночкин В. П., Антонов В. А., Черкасов А. П. — Динамическое торможение с самовозбуждением кранового асинхронного электродвигателя с фазным ротором . . . . .	61
Баклин В. С., Кутарев А. М., Сипайлов Г. А., Хорькова В. З., Хорьков К. А. — О демпфировании потока пазового рассеяния обмотки статора в генераторах ударной мощности . . . . .	64
Зотова Э. А., Иванов И. А., Трухин В. А. — Влияние диффузии магнитного поля на процесс зарядки индуктивного накопителя от генератора с маховиком . . . . .	71
Набиев М. А., Азизов Б. М. — К расчету коэрцитивной силы ферромагнитных материалов . . . . .	76
ХРОНИКА	

## CONTENTS

FROM OPERATING EXPERIENCE	
Determining the Distance to the Fault Point Using Two Electrical Quantities — N. M. Djidkikh . . . . .	1
Calculating a Pulse Voltage Spiral Generator — K. A. Djeltov . . . . .	8
Determining the Statistical Characteristics of Current Loads and Expended Resources of Non-Linear Overvoltage Limiters During Switching Surges — A. I. Bronfman, M. L. Levinstein, G. V. Chernova, S. S. Shur . . . . .	13
An Analytical Solution of the Magnetic Field Equations for Discrete Structures of Salient-Pole Machines — A. I. Inkin . . . . .	18
The Characteristics and Parameters of Salient-Pole Synchronous Machines With a Saturated Magnetic Circuit — V. K. Kanter . . . . .	22
Application of a Tooth Circuit Admittance Method in Calculating Transients in Unsaturated Electric Machines — A. I. Vlasov, A. V. Ivanov-Smolenski . . . . .	27
Evaluating the Quality of Multi-Speed Windings for Electric Motors — A. A. Dartau . . . . .	31
The Dynamic Characteristics of Asynchronous Systems of Phase — Pulse — Control for Electronic Converters — A. D. Pozdeev . . . . .	35
Special Features of Inverter Operation With Multi-Step Pulse-Width Modulation — A. V. Ivanov, V. I. Klimov, E. A. Krutiakov, V. N. Levin . . . . .	42
The Optimum Relationship for Braking in an Electro-Mechanical Positional System — Z. J. Lurie, B. S. Flanchik . . . . .	47
REPORTS	
On Electromagnetic Transients and an Equivalent Circuit for a Current Transformer — G. V. Puilo, T. E. Rastorgueva, V. P. Shevchenko . . . . .	51
Evaluating the Parameters of Automated Electric Drives for Shipboard Systems — I. R. Freidson, V. I. Bulatov, U. A. Semukhin, A. G. Jaure . . . . .	61
Dynamic Braking With Self-Excitation of an Induction Crane Motor Having a Phase-Wound Rotor — V. P. Marinochkin, V. A. Antonov, A. P. Cherkasov . . . . .	68
On Damping of the Slot Leakage Flux in the Stator Winding of Surge Generators — V. S. Baklin, A. M. Kutarev, G. A. Sipailov, V. Z. Khorkova, K. A. Khorkov . . . . .	71
How Diffusion of the Magnetic Field Influences the Charging Process of an Inductive Store From a Generator With a Flywheel — E. A. Zотова, I. A. Ivanov, V. A. Trukhin . . . . .	73
On Calculating the Coercive Force of Ferromagnetic Materials — M. A. Nabiiev, B. M. Azizov . . . . .	76
CHRONICLE	

# РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.315.1.001.24

**Определение расстояния до места короткого замыкания по двум значениям электрических величин.** Жидких Н. М. — «Электричество», 1979, № 8.

Разработан общий метод определения расстояния до места короткого замыкания по любой из комбинаций электрических величин аварийного режима: напряжения в производном узле и тока в производной ветви схемы, из которого вариант задания напряжения и тока в поврежденной ветви (наиболее распространенный на практике) вытекает как частный случай. Расчетные соотношения получены применительно к математической модели сети в форме матрицы узловых сопротивлений. Разработан способ реализации этих соотношений с помощью матрицы  $G$ , широко используемой в настоящее время для анализа сложных многоузловых сетей. Метод позволяет учитывать без ограничений различные топологические особенности сети: производное число электромагнитно связанных ветвей в одной группе, наличие любого количества отпак, различных неоднородностей и т. д. Полученные расчетные соотношения не зависят от величины переходного сопротивления в месте короткого замыкания и вида повреждения. Библ. 10.

УДК 621.373.001.24

**Расчет спирального генератора импульсного напряжения.** Желтов К. А. — «Электричество», 1979, № 8.

В статье предложен метод расчета спирального генератора импульсного напряжения, как в режиме холостого хода, так и с емкостной нагрузкой, в основу которого положены эквивалентные схемы в виде разверток спиральной обмотки, состоящей из двух полосковых линий с сопротивлениями на концах. Полосковые линии замещаются колебательными контурами с полупериодом, равным двойной электрической длине линий, благодаря чему эквивалентные схемы преобразуются в виду, удобному для определения характерных частот генератора. Библ. 4.

УДК 621.316.933.3

**Определение статистических характеристик токовых нагрузок и расходуемых ресурсов нелинейных ограничителей перенапряжений при коммутационных перенапряжениях.** Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Чернова Г. В., Шур С. С. — «Электричество», 1979, № 8.

В статье рассматривается определение расходуемого ресурса нелинейных ограничителей перенапряжений при воздействии потока плавниковых и аварийных коммутационных перенапряжений с использованием статистических характеристик неограниченных перенапряжений. Показано, что использование только определяющего максимума неограниченных перенапряжений приводит к недопустимо большим погрешностям. Для правильного определения расходуемого ресурса необходимо применять статистические характеристики двух полуволн коммутационной волны, одна из которых является определяющей. Библ. 7.

УДК 621.313.3.013.001.24

**Аналитическое решение уравнений магнитного поля в дискретных структурах явнополюсных электрических машин.** Инкин А. И. — «Электричество», 1979, № 8.

В статье излагается метод аналитического решения уравнений магнитостатики в зубцово-пазовой структуре и воздушном зазоре электрической машины при граничных условиях первого рода. В отличие от известных этот метод использует двухзонную (воздушный зазор и дискретно-неоднородная зубчатая зона) расчетную модель и с достаточной степенью точности может быть реализован без применения вычислительной техники. Библ. 3.

УДК 621.313.32.012.001.24

**Характеристики и параметры явнополюсных синхронных машин с насыщенным магнитопроводом.** Кантер В. К. — «Электричество», 1979, № 8.

Показано, что для полной характеристики магнитной цепи явнополюсной синхронной машины необходимо использовать комплексные характеристики намагничивания. Последние позволяют рассчитать все статические характеристики и электромагнитные параметры машины с учетом насыщения магнитной цепи и режима работы. Библ. 11.

УДК 621.313.018.782.3.001.24

**Применение метода проводимостей зубцовых контуров к расчету переходных процессов в ненасыщенных электрических машинах.** Власов А. И., Иванов-Смоленский А. В. — «Электричество», 1979, № 8.

Показано, что переходные процессы в ненасыщенных электрических машинах с учетом двусторонней зубчатости сердечников в дискретности структуры обмоток можно рассчитывать с применением метода проводимостей зубцовых контуров (ПЗК). Выявляются дифференциальные уравнения переходного процесса, учитывающие особенности метода ПЗК, приводятся формулы расчета индуктивностей машины, дается конечно-разностная схема численного решения полученной системы дифференциальных уравнений. Приведен пример, иллюстрирующий возможности изложенных теоретических положений. Библ. 11.

УДК 621.313.045.001.2

**Оценка качества многоскоростных обмоток электродвигателей.** Драгутин А. А. — «Электричество», 1979, № 8.

Предлагается принять значения максимального и допустимого по нагрузке моментов осуществимые в заданном габарите магнитопривода и при заданном объеме меди статорной обмотки, в качестве критерия качества многоскоростных обмоток.

Приводится методика сравнительных расчетов этих критерии. Показано, что обмотки с малыми значениями дифференциального рассеяния предпочтительны по этим критериям. Библ. 10.

УДК 621.314.632.62-5

**О динамических свойствах асинхронных систем импульсно-фазового управления вентильными преобразователями.** Поздеев А. Д. — «Электричество», 1979, № 8.

Дан анализ и проведено сравнение динамических свойств асинхронных систем импульсно-фазового управления, выполненных на основе различных законов управления генератором задающей частоты. Сделан вывод о преимуществах пропорционально-интегральной системы. Библ. 10.

УДК 621.311.572

**Особенности работы и свойства инвертора с многотактной широтно-импульсной модуляцией.** Иванов А. В., Климон В. И., Крутиков Е. А., Левин В. И. — «Электричество», 1979, № 8.

Рассматривается перспективная схема инвертора с многотактной широтно-импульсной модуляцией, отличающаяся улучшенной формой кривой выходного напряжения. Приводятся основные соотношения, позволяющие производить оценку энергетических показателей и установленной мощности элементов инвертора с учетом наличия в схеме дополнительных многостержневых трансформаторов. Показана целесообразность применения рассматриваемой схемы для регулирования двигателей переменного тока средней и большой мощности. Библ. 5.

УДК 62-83-503.55

**Выбор оптимального закона торможения позиционной электромеханической системы.** Лурье З. Я., Фланчик Б. С. — «Электричество», 1979, № 8.

Рассмотрена оптимизация законов движения электромеханической системы (программирование оптимальных траекторий), предложен критерий оптимальности, слагаемый пропорционально обобщенной работе фазовых координат, содержащий производную искомой экстремали, равную порядку исходной модели системы для обеспечения гладкости и монотонности процесса торможения. Задача решена методами классического вариационного исчисления, разработан вычислительный алгоритм, позволяющий учесть ограничения фазовых координат, приведены практические рекомендации по выбору весовых коэффициентов. Библ. 10.

УДК [621.316.722:621.311.4].001.24

**Выбор компенсирующих и регулирующих устройств в распределительных сетях.** Арион В. Д. — «Электричество», 1979, № 8.

Описан метод совместного выбора наивыгоднейших надбавок распределительных трансформаторов, мощностей источников реактивной мощности и законов их регулирования с использованием математического аппарата динамического программирования. Задача решается по критерию минимума расчетных затрат с учетом ущерба от некачественного напряжения. Библ. 4.

УДК [621.313.32+621.314.572]:012.1.001.24

**Диаграммы тока и свойства синхронной машины при постоянном угле рассогласования.** Кудлевцов В. М., Иванов Г. Г., Дирбя Я. А. — «Электричество», 1979, № 8.

Рассмотрены диаграммы тока якоря синхронной явнополюсной машины, работающей совместно с инвертором напряжений. Обоснована возможность применения таких диаграмм для анализа общих свойств и определения рабочих характеристик вентильных двигателей. Показано, что диаграмма тока вентильной машины может представлять собой кривую второго порядка, т. е. эллипс, параболу, гиперболу или пару пересекающихся прямых. Библ. 8.

УДК [621.313.32+621.314.572]:001.57

**Моделирование режимов работы вентильных двигателей постоянного тока.** Макаров И. С., Сидельников Б. В. — «Электричество», 1979, № 8.

Разработана и реализована на ЦВМ математическая модель вентильного двигателя, рассматриваемого как единую машиновентильную систему. Моделирование тиристорного преобразователя, выполненного из идеальных элементов, предложено проводить с помощью матриц состояний, фиксированные значения элементов которых даны в приложении.

Приведены и сопоставлены с опытными данными результаты расчета установившихся и переходных режимов ВД. Библ. 4.

УДК 621.314.224.012.8.001.24

**Об электромагнитном процессе и схеме замещения трансформатора тока.** Пуйло Г. В., Расторгуев Т. Е., Шевченко В. П. — «Электричество», 1979, № 8.

На основе анализа экспериментальных исследований приводится описание электромагнитных процессов в трансформаторах тока (т. т.). Получена схема магнитной цепи и эквивалентная электрическая схема замещения, позволяющая при расчете параметров т. т. учесть влияние потоков рассеяния первичной и вторичной обмоток на первичность распределения индукции по длине магнитопровода. Библ. 5.

УДК [621.313.333.1.621.87]:621.337.5

**Динамическое торможение с самовозбуждением кранового асинхронного двигателя с фазным ротором.** Мариночкин В. П., Аитопов В. А., Черкасов А. П. — «Электричество», 1979, № 8.

Рассмотрены вопросы самовозбуждения асинхронного кранового электродвигателя, построения его механических характеристик и ограничения электромеханических ударов в режиме динамического торможения с самовозбуждением. Библ. 4.

УДК [621.313.32:538.311].001.21

**О демпфировании потока пазового рассеяния обмотки статора в генераторах ударной мощности.** Баклин В. С., Кутаев А. М., Сипайллов Г. А., Хорькова В. З., Хорьков К. А. — «Электричество», 1979, № 8.

На основании расчетов электромагнитного поля методом конечных разностей с использованием комплексного векторного потенциала анализируется влияние токопроводящих экранов, расположенных в специальных пазах между зубьями статора генератора ударной мощности, на параметры активной части обмотки статора. Установлено, что при экранировании потока пазового рассеяния целесообразно увеличение высоты пазов статора, при этом снижаются проводимость рассеяния обмотки статора и электродинамические усилия, действующие на ее активную часть, а при неизмененных значениях тока в пазах уменьшаются тепловые нагрузки обмотки статора. Библ. 5.