

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

*Да здравствует 1 Мая—День междуна-
родной солидарности трудящихся в борьбе
против империализма, за мир, демократию
и социализм!*

(Из Призывов ЦК КПСС к 1 Мая 1979 года)

1979



• ЭНЕРГИЯ •

5

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

МОСКВА

5
1979
МАЙ

ЭНЕРГИЯ

УДК 621.315.624.027.89.001.4

Электрическая прочность гирлянд изоляторов и воздушных промежутков на опоре 1150 кВ*

ГУТМАН Ю. М., канд. техн. наук, ТИХОДЕЕВ Н. Н., чл.-корр. АН СССР
(НИИПТ, СССР), ЯНГ Ф. (ЭПРИ, США), ШНЕЙДЕР Г., доктор (Дженерал Электрик, США)

За последнее десятилетие в ряде крупных высоковольтных лабораторий мира были выполнены широкие исследования воздушной и линейной изоляции при импульсах, имитирующих коммутационные перенапряжения в электрических сетях СВН и УВН. Исследования на открытых площадках при самых больших испытательных напряжениях в США выполнялись с помощью ГИН с фронтом импульсов от 1,5 до 1000 мкс [Л. 1], а в СССР — на каскадах испытательных трансформаторов с фронтом импульсов 3000—5000 мкс [Л. 2]. Однако в этих работах практически не было испытаний на полномасштабных макетах опор 1150 кВ. Кроме того, лишь отдельные опыты проводились при предразрядных временах более 500 мкс и напряжениях более 2 МВ. Наконец, расхождения в результатах опубликованных исследований при сопоставимых условиях получились довольно значительными [Л. 3].

При подготовке к сооружению в СССР и США воздушных линий УВН переменного тока был принят во внимание очень широкий диапазон возможных в процессе эксплуатации коммутационных перенапряжений на линиях. Для координации изоляции требовалось получить заново вольт-секундные характеристики воздушной и линейной изоляции на опоре линии 1150 кВ во всем возможном диапазоне предразрядных времен. К началу работ по совместной программе ни та, ни другая из двух заинтересованных стран не могла выполнить исследование во всем диапазоне предразрядных времен из-за отсутствия полного комплекса испытательного оборудования. Программа совместных советско-американских исследований предоставила уникальную возможность получить такие данные. В США работы по этой программе финансировались ЭПРИ

(НИИ электроэнергетики) и выполнялись компанией Дженерал Электрик в г. Питсфилд (штат Массачусетс). Американская часть программы охватывала диапазон предразрядных времен от 100 до 1200 мкс и выполнялась с помощью открытого ГИН. Советская часть программы была выполнена в лаборатории ТВН НИИПТ с использованием открытого каскада испытательных трансформаторов. При этом объекты испытаний в обеих высоковольтных лабораториях были одними и теми же.

Объекты испытаний и методика опытов. Объекты для совместных испытаний были выбраны с учетом возможных технических решений для первых линий 1150 кВ в СССР [Л. 2] и 1200 кВ в США [Л. 4]. При разработке программы совместных исследований большое внимание было уделено обеспечению идентичности условий испытаний. С этой целью регламентировались: высота опоры и провода, конфигурация и линейные размеры опоры и ее элементов, конструкция макета расщепленного провода. Совместные испытания проводились на макетах промежуточной опоры, подобных реальным опорам, намеченным к использованию на воздушных линиях электропередачи 1150 кВ (рис. 1). В НИИПТ для проведения опытов была разработана и изготовлена специальная экспериментальная опора. Для американских опытов был сконструирован макет окна опоры для подвески между стойками имеющейся экспериментальной порталльной опоры [Л. 1]. Вертикальные гирлянды крайней фазы подвешивались на наружной части траверсы той же опоры и на

* Статья публикуется в соответствии с рекомендацией Координационного советско-американского комитета по сотрудничеству в области исследования, проектирования и эксплуатации электропередач сверх- и ультравысокого напряжения.

Таблица 1

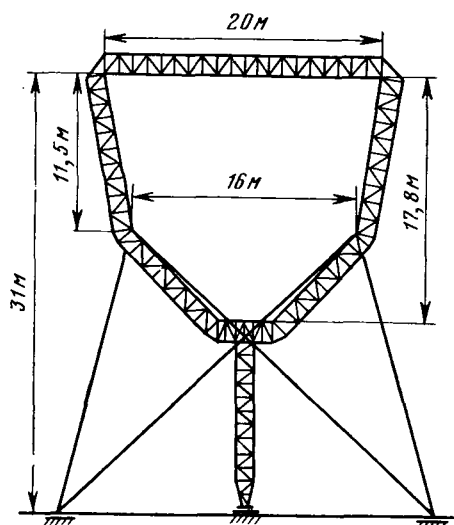


Рис. 1. Макет опоры 1150 кВ.

макете опоры тех же размеров, образованном фермами самоходного подъемного крана.

Высота опоры до траверсы на первом этапе исследований была принята равной 30,5 м в соответствии с высотой имеющейся американской экспериментальной опоры. Макеты расщепленного провода воспроизводили конфигурацию провода линии 1150 кВ (восемь составляющих и радиус расщепления 0,75 м). Арматура крепления проводов к гирляндам не имела экранных колец. Нижние изоляторы гирлянд находились примерно на одном уровне с двумя ближайшими составляющими провода. Гирлянды изоляторов на опоре испытывались при нескольких одинаковых расстояниях от провода до траверсы: от 6 до 8 м для вертикальных гирлянд и от 5 до 8 м для V-образных. Вертикальная гирлянда, поддерживающая крайнюю фазу, подвешивалась на расстоянии 8 и 10 м от стойки опоры. Для обеспечения идентичности испытаний в двух лабораториях были подобраны советские и американские изоляторы, имеющие близкое значение $H/D \approx 0,55$, что должно было обеспечить одинаковые условия не только для сухоразрядных, но и для мокроразрядных испытаний. Небольшие отличия в объектах испытания, которые видны из табл. 1, по мнению авторов, не могли повлиять на результаты опытов.

Колебательные (косинусоидальные) импульсы положительной полярности с временем подъема напряжения от 2000 до 6000 мкс, использованные в советских опытах, генерировались путем разряда конденсаторных батарей на обмотки низшего напряжения каскада трансформаторов $3 \times 600 \sqrt{2}$ кВ [Л. 5]. Испытания гирлянд в США были проведены при аperiodических (экспоненциальных) импульсах 100×3500 , 225×4000 , 500×3800 и 1200×4800 мкс от ГИН 6000 кВ, 300 кДж [Л. 1]. Методика проведения опыта и измерения высокого напряжения в обеих лабораториях была аналогичной. Разрядные характеристики получались в виде зависимости вероятности разряда от амплитуды импульса путем приложения к объекту по 20 импульсов напряжения с одинаковой амплитудой на каж-

Элемент испытываемого объекта	Параметры испытываемых объектов	
	СССР	США
Объемные решетчатые фермы опоры	1,4×1,4 м	1,2×1,2 м
Диаметр составляющих провода	2,4 см	3,1 см
Длина макета провода	60 м	30 м
Тип изоляторов	Стекланный ПС-12А $H = 138$ мм, $D = 260$ мм, $L = 325$ мм	Фарфоровый $H = 146$ мм, $D = 254$ мм, $L = 280$ мм
Тип гирлянд	Одиночные	Сдвоенные, 45 см между параллельными ветвями

дой из 4—8 ступеней напряжения, следующих через равные интервалы. По экспериментальным значениям относительных частот разряда вычислялись параметры гауссова закона распределения: U — амплитуда импульса, соответствующая вероятности разряда 50%, и σ — среднеквадратичное отклонение.

Контрольные опыты для воздушного промежутка «стержень — плоскость». Целью контрольных опытов было достижение единообразия в методике экспериментов и измерений разрядного напряжения в обеих лабораториях на простейшем воздушном промежутке «стержень — плоскость» длиной 6 и 10 м. Опыты проводились на открытых испытательных площадках при достаточно близких условиях.

На рис. 2 приведены вольт-секундные характеристики воздушных промежутков «стержень — плоскость» длиной 6 и 10 м в зависимости от полного времени подъема напряжения от нулевого значения до амплитуды коммутационного импульса τ_0 . Для промежутка «стержень — плоскость» длиной 6 м имеется ярко выраженный минимум вольт-секундной характеристики при коммутационном импульсе с временем подъема около 200 мкс. Для промежутка длиной 10 м минимум вольт-секундной характеристики менее отчетлив. Слабая зависимость вольт-секундной характеристики от крутизны фронта для промежутка длиной 10 м приводит к тому, что отличие в форме аperiodического и колебательного (косинусоидального) импульсов не влияет на величину разрядных напряжений, которые хорошо стыкуются между собой, образуя плавную зависимость. Расхождение в результатах двух серий американских испытаний промежутка 10 м при одной и той же форме импульса, по-видимому, обусловлено влиянием абсолютной влажности воздуха аналогично отмеченному в [Л. 6].

Некоторое отличие разрядных напряжений промежутков 6 м, полученных в двух лабораториях при импульсах с $\tau_0 = 1200 \div 2000$ мкс, можно объяснить более высокой крутизной фронта колебательных импульсов по сравнению с экспоненциальными при одинаковом полном времени подъема напряжения. Подобное же отличие разрядных напряжений промежутка «стержень — плоскость» длиной 2 м при колебательных и экспоненциальных импульсах

с $\tau_0 = 1000$ мкс, достигающее 20%, отмечалось ранее з [Л. 7]. Лучшая сходимость данных обеих лабораторий при разных формах импульса получается при использовании критерия, учитывающего специфику формы импульсов. Этот критерий основан на анализе интервала времени, определяемого как «активная часть» фронта импульса, т. е. такого интервала времени, в пределах которого возможно возникновение разряда. Такой подход приемлем в том случае, когда разряд происходит до амплитуды коммутационного импульса, что у воздушных промежутков «стержень — плоскость» длиной 6—10 м имеет место при положительной полярности импульсов с фронтами более 250 мкс.

Из опытов многих лабораторий известно, что минимальное напряжение, при котором еще возможно наступление разряда, будет ниже, чем \bar{U} примерно на 3σ . В качестве примера укажем, что в советских опытах для импульсов с временем подъема до амплитуды 2000 мкс и 5000 мкс наименьшее фактическое напряжение разряда составило соответственно $0,83\bar{U}$ и $0,78\bar{U}$. Для большинства форм импульса, имеющих практическое значение, все возможные значения σ укладываются в диапазон от 5 до 10%. Таким образом, «активная часть» фронта импульса не может быть ниже точки, относящейся к 70% амплитуды импульса, соответствующего 50%-ной вероятности разряда. Это позволяет определять активную часть импульса как участок фронта импульса между $0,7\bar{U}$ и \bar{U} , которому соответствует интервал предразрядных времен $\tau_{0,7}$.

Такой подход к оценке формы перенапряжений в электрических сетях и испытательных импульсов при лабораторных испытаниях уже предлагался ранее [Л. 1 и 2]. Его достоинство заключается в удобстве приближенного эквивалентирования импульсов, отличающихся по форме, большим соответствием представлениям о механизме разряда и обоснованном игнорировании той области фронта импульса (менее $0,7\bar{U}$), которая не играет решающей роли при развитии разряда. Как видно из осциллограмм рис. 3, несмотря на заметное отличие формы колебательных ($\tau_0 = 1800$ мкс) и экспоненциальных ($\tau_0 = 1000$ мкс) импульсов при малых значениях напряжения, их «активные части» фронта $\tau_{0,7}$ достаточно близки между собой, чем и обусловлена небольшая разница в разрядных напряжениях. Оценка формы импульса по времени $\tau_{0,7}$ значительно улучшила сходимость вольт-секундных характеристик промежутка длиной 6 м (рис. 4): максимальное расхождение данных при близких формах импульса в обеих лабораториях не превосходит 5%.

Вольт-секундные характеристики сухих вертикальных и V-образных гирлянд. Полученные зависимости разрядных напряжений от полного τ_0 и «активного» $\tau_{0,7}$ времени подъема напряжения коммутационного импульса для различных воздушных промежутков от провода до траверсы опоры при V-образной гирлянде в окне опоры представлены на рис. 5 и 6. Минимум вольт-секундной характеристики выделяется при полном предразрядном времени около 200 мкс и менее, причем это время сокращается с уменьшением длины промежутка. При удлинении времени подъема напряжения импульса от 200 мкс при минимуме вольт-секундной

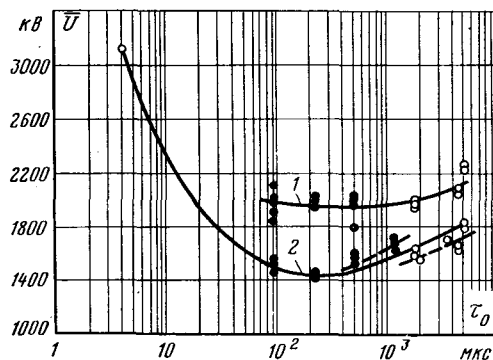


Рис. 2. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(\tau_0)$ воздушного промежутка «стержень — плоскость». 1 — 10 м; 2 — 6 м; темные точки — данные США, светлые — данные СССР.

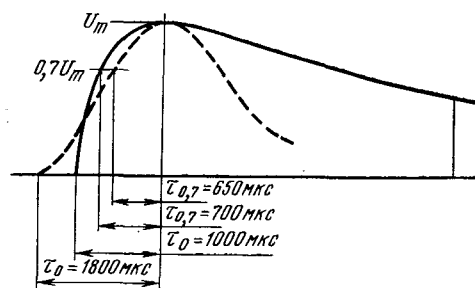


Рис. 3. Аперидический ($\tau_0 = 1000$ мкс) и колебательный ($\tau_0 = 1800$ мкс) импульсы с практически одинаковой «активной частью» фронта.

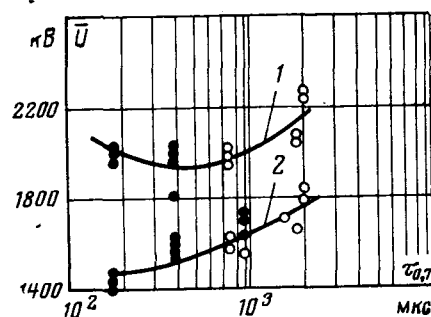


Рис. 4. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(\tau_{0,7})$ воздушного промежутка «стержень — плоскость» в зависимости от «активной части» фронта импульса. Обозначения те же, что на рис. 3.

характеристики до 6000 мкс увеличение электрической прочности воздушных промежутков составило около 20%.

Соответствующие вольт-секундные характеристики вертикальных гирлянд в зависимости от τ_0 и $\tau_{0,7}$ (рис. 7 и 8) аналогичны по своему виду приведенным на рис. 5 и 6. Минимум характеристики можно отнести к временам между 100 и 200 мкс. Разрядное напряжение вертикальной гирлянды длиной 6 м при увеличении времени подъема напряжения от 250 до 4600 мкс возрастало примерно на 25%. Разрядные напряжения вертикальной гирлянды на крайней фазе обычно были несколько выше, чем у V-образных гирлянд в окне опоры. При импульсах с $\tau_0 = 225 \div 500$ мкс эта разница со-

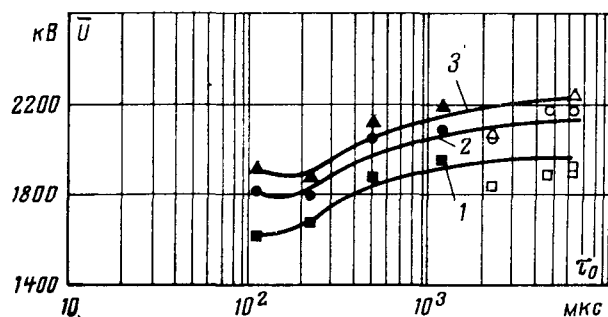


Рис. 5. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(t_0)$ воздушного промежутка между проводом и траверсой опоры для сухой V-образной гирлянды в окне опоры.

1 — расстояние от провода до траверсы 5 м; 2 — 6 м; 3 — 7 м; темные точки — данные США, светлые — данные СССР.

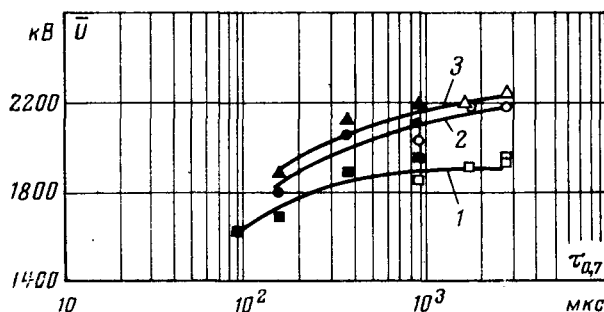


Рис. 6. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(t_{0.7})$ в зависимости от «активной части» фронта импульса для тех же условий, что на рис. 5.

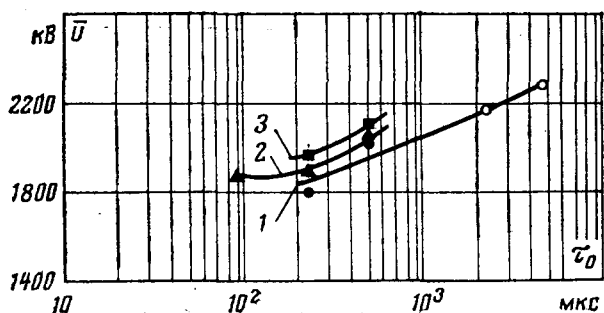


Рис. 7. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(t_0)$ сухой вертикальной гирлянды (крайняя фаза).

1 — расстояния от провода до траверсы 6 м; 2 — 7 м; 3 — 8 м; темные точки — данные США, светлые — данные СССР.

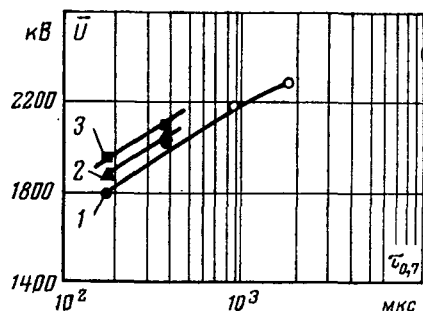


Рис. 8. Вольт-секундная характеристика $\bar{U}(t_{0.7})$ в зависимости от «активной части» фронта импульса для тех же условий, что на рис. 7.

ставила в среднем около 2%, а при импульсах, имеющих t_0 от 1200 до 4600 мкс, — в среднем 6%.

Дополнительное исследование влияния осадков. Известно, что разрядные напряжения при импульсах отрицательной полярности для воздушных промежутков и гирлянд изоляторов в сухом состоянии выше, чем соответствующие разрядные напряжения при положительной полярности [Л. 1]. Однако для оценки влияния осадков испытания вертикальных и V-образных гирлянд изоляторов в США при искусственном увлажнении ливневым дождем и естественных осадках — дожде и снеге — проводились при коммутационных импульсах обеих полярностей. Опыты при осадках проводились на тех же объектах и в тех же условиях, как и в сухом состоянии, за исключением того, что в опытах при естественном увлажнении использовался метод «вверх — вниз». Дождевальная установка для увлажнения искусственным дождем помещалась в траверсе опоры. Струи дождя падали на испытываемые промежутки вертикально вниз. Интенсивность дождя от установки была отрегулирована примерно на 4 мм/мин в безветренную погоду. Фактическое увлажнение испытываемого промежутка при ветре, по-видимому, было меньше и не столь равномерно. Кроме того, отдельные испытания проводились при естественных осадках. При импульсах положительной полярности, использованных в опытах при осадках, время подъема напряжения коммутационного импульса до амплитуды влияет на электрическую прочность воздушных изоляционных промежутков и гирлянд изоляторов примерно так же, как при испытаниях их в сухом состоянии.

Для V-образных гирлянд самые низкие разрядные напряжения в условиях увлажнения относятся к положительной полярности импульса; испытания при отрицательной полярности импульсов всегда приводили к более высоким разрядным напряжениям, чем при положительной полярности импульсов в сухих условиях. Снижение электрической прочности промежутков в «окне» опоры при искусственном увлажнении по сравнению с сухоразрядным было незначительным и составило в среднем около 2%. Разрядные напряжения вертикальных гирлянд при искусственном увлажнении и положительной полярности импульса всегда были ниже сухоразрядных напряжений. В тех же условиях при импульсах отрицательной полярности разрядные напряжения иногда были ниже как сухоразрядных, так и мокроразрядных напряжений при положительной полярности. Снижение мокроразрядного напряжения при искусственном увлажнении при обеих полярностях по сравнению с сухоразрядным при положительной полярности составило в среднем 5%. При естественных увлажнении дождем и снегом разрядные напряжения вертикальных и V-образных гирлянд практически не отличались от сухоразрядных: снижение электрической прочности не превосходило 2%.

Приложение. Применение полученных результатов для координации изоляции воздушной линии 1150 кВ**. Данные, полученные в настоящих испыта-

** Работы по координации изоляции ВЛ 1150 кВ выполнены Ю. М. Гутманом, Н. Н. Тиходевым.

Таблица 2

Гирлянда	Длина гирлян- ды, м	$\tau_{0,7}$, мкс	Значения P_n и P'_n для изоляции ВЛ 1150 кВ							
			\bar{k}_{n1}	\bar{K}_{n1}	\bar{k}_{n2}	\bar{K}_{n2}	Δ	$P_n = F(\Delta)$	δ	$F_0(\delta)$
Вертикаль- ная	7	600	2,20	1,73	—	—	0,59	0,72	—0,3	0,38
	8		2,28	1,79	—	—	0,29	0,61	—0,85	0,20
V-образная	7	600	—	—	1,90	1,59	1,27	0,9	1,1	0,86
	8		—	—	2,02	1,69	0,78	0,78	0,1	0,54
										$P'_n = F_0(\delta) F(\Delta)$
										0,20
										0,10
										0,75
										0,40

ниях, могут быть использованы для координации изоляции линии 1150 кВ с ожидаемыми коммутационными перенапряжениями. Разработанная для этого в [Л. 8] статистическая методика учитывает большое число отдельных изоляционных элементов на линии и статистические характеристики как электрической прочности изоляции, так и воздействующих на нее перенапряжений. При статистической координации уровней изоляции с коммутационными перенапряжениями необходимо учесть, что особое место среди всех коммутаций принадлежит АПВ. Вероятность перекрытия изоляции линии при АПВ после короткого замыкания, вызванного перекрытием при рабочем напряжении одной из увлажненных гирлянд, следует определять по 50%-ному разрядному напряжению также слабо загрязненной увлажненной гирлянды.

При АПВ после короткого замыкания, вызванного грозой, поразившим линии, обычно совпадающим с ливневым дождем, вероятность перекрытия изоляции линии определяется по 50%-ному мокроразрядному напряжению гирлянды в этом же состоянии. Для линий 1150 кВ длина гирлянд определяется прежде всего по рабочему напряжению и составит 7—8 м. Из-за недостаточного объема данных, полученных при естественном дожде, принимаем для определения уровней изоляции величины разрядных напряжений, полученные при искусственном увлажнении, $k_n = \bar{U}_2 / u_{ф \max}$, которые согласно данным [Л. 9] для слабо загрязненных гирлянд практически совпадают.

Для V-образных гирлянд, имеющих более короткие промежутки между проводом и траверсой опоры, координация изоляции должна выполняться для этих воздушных промежутков с уровнями изоляции, обозначенными как $k_0 = \bar{U}_2 / u_{ф \max}$. Для воздушной линии без разрядников вероятность перекрытия линейной изоляции в одной коммутации может быть оценена по формуле

$$P_n \approx F\left(\frac{\bar{k} - \bar{K}_n}{c_k \bar{k}}\right) = F(\Delta). \quad (1)$$

Здесь принято, что кратности коммутационных перенапряжений следуют нормальному закону с параметрами \bar{k} и $c_k \bar{k}$, а уровень изоляции линии в целом \bar{K} вычисляется по уровню изоляции одного элемента \bar{k}_n следующим образом: $\bar{K}_n = (1 - a c_n) \bar{k}_n$, где коэффициент a зависит от числа изоляционных элементов на линии [Л. 9]. Для воздушной линии, защищенной разрядниками, вероятность перекрытия хотя бы одного элемента изоляции в одной коммутации может быть оценена по формуле

$$P'_n \approx F_0 \left[\frac{\bar{k}_0 - \bar{K}_n}{V(c_0 \bar{k}_0)^2 + (b c_n \bar{k}_n)^2} \right] F(\Delta) = F_0(\delta) F(\Delta), \quad (2)$$

где первый множитель характеризует эффективность защиты изоляции разрядником с уровнем пробивного напряжения \bar{k}_0 и среднеквадратичным разбросом пробивных напряжений $c_0 \bar{k}_0$, $c_0 = 0,04$, а b отражает снижение разбросов разрядных напряжений у изоляции линии в целом по сравнению с разбросами разрядных напряжений $c_n = \sigma / \bar{U}$ одного элемента.

Для опытно-промышленной линии электропередачи 1150 кВ Итат—Новокузнецк намечено использовать единичные вертикальные и V-образные гирлянды и защиту изоляции линии разрядниками с $\bar{k}_0 = 1,7$ [Л. 2]. На линии с воздушными выключателями, 100%-ной компенсацией реакторами и включением на паузу АПВ последовательно с каждым реактором резистора для разряда здоровых фаз линии за паузу АПВ перенапряжения при коммутации АПВ можно охарактеризовать следующим образом: параметры распределения кратностей — средний ударный коэффициент $\kappa = 1,61$, $c_\kappa = c_k = 0,11$ [Л. 9]; среднее значение вынужденной составляющей перенапряжений промышленной частоты при АПВ $\bar{v} = 1,15$; $\bar{k} = \kappa \bar{v} = 1,61 \cdot 1,15 = 1,85$; низкая частота свободных колебаний $\beta_1 = (3+4)\omega$.

По предварительным оценкам ожидаемое удельное число аварийных отклонений на ВЛ 1150 кВ составит 0,25 (0,15 при грозах и 0,1 при рабочем напряжении). Длина линии 270 км. Следовательно, на этой линии ожидается около одного перекрытия в год, и достаточно эффективное АПВ будет обеспе-

чено даже при вероятности перекрытия линейной изоляции при коммутации АПВ $P_n \approx 0,1$. Для линии с реакторами по концам и первой частотой свободных колебаний $\beta_1 = (3+4)\omega$ можно принять: $a = 2,7$ и $b = 0,32$ [Л. 8]. Учитывая наложение этих колебаний на напряжения промышленной частоты, $\tau_{0,7}$ составит соответственно 1000 мкс (3ω) и 600 мкс (4ω). Для мокроразрядных напряжений вертикальных гирлянд в этом случае $c_n = 8\%$, для V-образных — $c_n = 6\%$.

В табл. 2 на основе данных рис. 6 и 8, относящихся к $\tau_{0,7} = 600$ мкс (что соответствует более низкой прочности, чем при $\tau_{0,7} = 1000$ мкс) с учетом полученного в опытах снижения электрической прочности вертикальных k_{n1} и V-образных гирлянд k_{n2} при осадках проведены оценки вероятностей перекрытия обоих типов гирлянд при коммутации АПВ для ВЛ 1150 кВ, не защищенной и защищенной ($k_0 = 1,7$) разрядниками. На ВЛ 1150 кВ с вертикальными гирляндами длиной 8 м в случае применения разрядников достигается высокая эффективность АПВ. Для вертикальной гирлянды длиной 7 м и обоих вариантов V-образных гирлянд необходимы дополнительные меры по более глубокому ограничению перенапряжений, так как уровень изоляции вертикальной гирлянды длиной 7 м и обеих V-образных гирлянд значительно ниже. Аналогичная ситуация имеет место на подстанциях 1150 кВ, где необходимо считаться с высокочастотными коммутационными перенапряжениями, у которых $\tau_{0,7} \geq 50$ мкс, и снижением электрической прочности гирлянд и воздушных промежутков до 20% в зоне минимума вольт-секундных характеристик. В последнем случае можно пойти также на удлинение гирлянд и промежутков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Transmission Line Reference Book 345 kV and Above. New York, EPRI, 1975.
2. Крюков К. П., Мерхалев С. Д., Тиходеев Н. Н. Электрическая прочность больших воздушных промежутков и выбор изоляционных промежутков воздушных линий. Доклад на советско-американском симпозиуме. Вашингтон, 1975, февраль.
3. Фатеева И. В., Шеренцис А. Н. Выбор изоляционных расстояний на линиях электропередачи ультравысокого напряжения. — Электричество, 1978, № 1.
4. Янг Ф. Я. Электрическая прочность больших воздушных промежутков и выбор изоляционных промежутков воздушных линий. Доклад на советско-американском симпозиуме. Вашингтон, 1975, февраль.
5. Филиппов А. А. Методы получения волн напряжений с амплитудой до 2 МВ, соответствующих по форме внутренним перенапряжениям на линиях переменного и постоянного тока. — Изв. НИИПТ, 1961, № 8.
6. Busch W. Air Humidity: an Important Factor for UHV Design: Paper F 78030—9 Presented at the IEEE PES Winter Meeting, New York, 1978, Jan. 29—Feb. 3.
7. Colombo A., Sartorio G., Taschini A. Phase-to-Phase Air Clearances in EHV Substation as Required by Switching Surges. — CIGRE, 1972, Rep. 33—11.
8. Артемьев Д. Е., Тиходеев Н. Н., Шур С. С. Координация изоляции линий электропередачи. М.: Энергия, 1966.
9. Руководящие указания по защите от внутренних и грозных перенапряжений сетей 3—750 кВ (проект). — Изв. НИИПТ, 1975, № 21—22.

[03.11.78]

О надежности нелинейных ограничителей напряжения

БРОНФМАН А. И., канд. техн. наук, ЛЕВИНШТЕЙН М. Л., доктор техн. наук,
ТАБАРДАНОВА М. П., инж., ШУР С. С., доктор техн. наук

Ленинград, Новосибирск

Нелинейные ограничители перенапряжений, комплектуемые из окисно-цинковых резисторов, обладающих резко нелинейной вольт-амперной характеристикой [Л. 1], имеют настолько малые токи при рабочем напряжении, что могут подключаться к сети непосредственно, без последовательных искровых промежутков.

Окисно-цинковые резисторы выпускаются в виде дисков диаметром 28 мм и высотой около 9 мм. Отдельные диски собираются последовательно в колонки; несколько колонок, соединенных параллельно, образуют блок ограничителя; наконец, несколько последовательно соединенных блоков, заключенных в герметизированный фарфоровый корпус, образуют ограничитель.

Поскольку материал окисно-цинковых резисторов подвержен эффекту кумулятивного накопления элементарных дефектов по мере увеличения числа воздействий, то при некотором числе воздействий, зависящем от их интенсивности, наступает разрушение какого-либо диска ограничителя. Выход из строя одного диска в колонке ограничителя сопровождается увеличением интенсивности последующих воздействий, увеличением возможности выхода из строя второго диска и так далее вплоть до выхода из строя всей колонки, а затем и всего ограничителя.

Задачей настоящей статьи является оценка надежности работы ограничителя в зависимости от условий его комплектации. При этом в условия комплектации входит выбор числа дисков в колонке, числа колонок в блоке и числа блоков, а также степень отбраковки дисков по параметрам их вольт-амперной характеристики.

Исходные положения. Обработка результатов испытания дисков показала, что в области значений токов, отвечающих коммутационным воздействиям, вольт-амперная характеристика некоторого диска может быть с достаточной точностью описана выражением вида

$$u_d = C_d i^\alpha, \quad (1)$$

где u_d и i — напряжение на диске и протекающий через него ток, отнесенные к некоторым базисным величинам U_0 и I_0 ; C_d и α — параметры.

Если каждая колонка блоков ограничителя состоит из s дисков, то в предположении идентичности и неслучайности параметров всех дисков колонки ее вольт-амперная характеристика будет иметь вид:

$$u = s C_d i^\alpha. \quad (2)$$

Наконец, если каждый блок ограничителя состоит из q колонок и ограничитель содержит r блоков, то вольт-амперная характеристика ограничителя в целом может быть представлена в виде

$$u_R = \frac{rs}{q^\alpha} C_d i_R^\alpha = u_0 i_R^\alpha, \quad (3)$$

где u_0 — защитный уровень, определяемый как напряжение на ограничителе u_R при протекании через него тока i_R , равного единице.

Из выражения (2) следует, что при выходе из строя k дисков в колонке ограничителя степень увеличения протекающего через нее тока при условии приложения неизменного напряжения определится как

$$\kappa_k = \frac{i_k}{i_0} = \left(\frac{1}{1 - \frac{k}{s}} \right)^{1/\alpha}, \quad (4)$$

где i_0 — ток в колонке из s полностью исправных дисков; i_k — ток в колонке при вышедших из строя k дисков.

При многократном протекании через диск некоторого тока с амплитудой i число воздействий N , приводящее к его разрушению, допустимо определять из соотношений:

$$N i^\gamma = n_0 i_{p/n_0}^\gamma = A, \quad (5)$$

где i_{p/n_0} — разрушающий ток при n_0 воздействиях; γ — параметр.

Величина A , являющаяся располагаемым ресурсом диска, оказывается величиной случайной, распределение которой определяется законом распределения разрушающего тока i_{p/n_0} в генеральной совокупности дисков. Этот закон может быть принят в виде усеченного слева нормального распределения. В этом случае функция распределения располагаемого ресурса диска определится в виде

$$F_A(x) = \left\{ \frac{\Phi_0 \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{x}{n_0} \right)^{1/\gamma} - \frac{m}{\sigma} \right] - \Phi_0 \left(\frac{1}{\sigma} i_{p/n_0 \min} - \frac{m}{\sigma} \right)}{\frac{1}{2} - \Phi_0 \left(\frac{1}{\sigma} i_{p/n_0 \min} - \frac{m}{\sigma} \right)} \right. \\ \left. \begin{array}{l} \text{при } x < n_0 i_{p/n_0 \min}^\gamma \\ \text{при } x > n_0 i_{p/n_0 \min}^\gamma \end{array} \right\} \quad (6)$$

где $\Phi_0(x)$ — функция Лапласа; $i_{p/n_0 \min}$ — параметр усечения закона распределения разрушающего тока; m и σ — параметры усеченного закона распределения разрушающего тока, функционально связанные с его математическим ожиданием \bar{i}_{p/n_0} и средним квадратическим отклонением $\sigma_{i_{p/n_0}}$.

Вероятность выхода из строя ограничителя. Положим, что колонка, состоящая из s дисков, подвергается многократным воздействиям заданным напряжением u . Тогда вероятность выхода из строя некоторого числа l дисков колонки при n воздействиях напряжением u будет определяться величиной располагаемого ресурса наиболее слабого диска колонки A_1 , располагаемого ресурса следующего за ним диска A_2 и так далее или, иначе, — функ-

циями распределения располагаемых ресурсов дисков, расположенных в порядке их возрастания $F_{A_m}(x)$, $m=1, 2, \dots, s$, где $F_{A_m}(x)$ — функция распределения m -го члена упорядоченной выборки объема s из генеральной совокупности располагаемых ресурсов дисков, которые могут быть выражены через функцию распределения $F_A(x)$ в виде [Л. 2]:

$$F_{A_m}(x) = z^m [C_{s-1}^{s-m} (1-z)^{s-m} + C_{s-2}^{s-m-1} (1-z)^{s-m-1} + \dots + C_m^1 (1-z) + 1], \quad (7)$$

причем $z=F_A(x)$.

Можно показать, что функции распределения $F_{A_m}(x)$ удовлетворяют рекуррентному соотношению, которое удобно использовать в практических расчетах:

$$F_{A_{m+1}}(x) = F_{A_m}(x) - \varphi_m(x), \quad m=1, 2, \dots, s-1, \quad (8)$$

где

$$\varphi_m(x) = \frac{s-m+1}{m} \frac{F_A(x)}{1-F_A(x)} \varphi_{m-1}(x),$$

причем

$$F_{A_1}(x) = 1 - [1 - F_A(x)]^s, \quad \varphi_0(x) = 1 - F_{A_1}(x).$$

При определении вероятности выхода из строя того или иного числа дисков будем вначале исходить из предположения, что параметры вольт-амперной характеристики дисков не случайны и совпадают между собой. Тогда при приложении к колонке из s дисков напряжения u через нее будет протекать детерминированный ток i_0 , и до выхода из строя первого диска расходуемый в каждом диске ресурс при единичном воздействии будет равен $a_1 = i_0^T$. Вероятность $P_0(a_n)$ невыхода из строя ни одного диска при n воздействиях определяется как

$$P_0(a_n) = P(ni_0^T < A_1) = 1 - F_A(ni_0^T) = 1 - F_{A_1}(a_n), \quad (9)$$

где $a_n = ni_0^T$.

Вероятность выхода при n воздействиях одного диска будет

$$P_1(a_n) = \sum_{k=1}^n [F_{A_1}(a_k) - F_{A_1}(a_{k-1})] [1 - F_{A_2}(a_{k,n-k})], \quad (10)$$

где $a_k = ki_0^T$, $a_{k,n-k} = ki_0^T + (n-k)i_1^T$, причем i_1 есть ток в колонке при выходе из строя одного из s ее дисков.

Общее выражение для вероятности выхода из строя l дисков может быть записано в виде:

$$P_l(a_n) = \sum_{v_1, v_2, \dots, v_l} \Delta F_{A_1}(a_{v_1}) \Delta F_{A_2}(a_{v_1, v_2-v_1}) \dots \Delta F_{A_l}(a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{l-1}-v_{l-2}}) [1 - F_{A_{l+1}}(a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{l-1}-v_{l-2}, n-v_l})] \times (11)$$

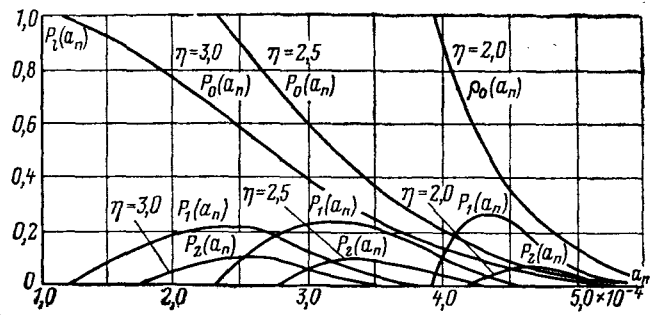


Рис. 1. Зависимость вероятности выхода из строя различного числа дисков колонки ограничителя от расходуемого ресурса и усечения закона распределения разрушающего тока.

$s=80$, $\tau=4$; $i_{p/n_0}=0,1$; $\sigma_{i_p/n_0}=0,0167$; $I_0=1,4$ кА.

где

$$\Delta F_{A_m}(a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{m-1}-v_{m-2}}) = F_{A_m}(a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{m-1}-v_{m-2}}) - F_{A_m}(a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{m-1}-v_{m-2}-1}),$$

$$a_{v_1, v_2-v_1, \dots, v_{m-1}-v_{m-2}} = \sum_{k=1}^m (v_k - v_{k-1}) i_{k-1}^T, \quad v_m = v_{m-1}, v_{m-1} + 1, \dots, n.$$

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены кривые зависимости вероятности $P_l(a_n)$ при различных усечениях закона распределения разрушающего тока дисков, определяемого параметром η : $\eta = (\bar{i}_{p/n_0} - i_{p/n_0 \min}) / \sigma_{i_p/n_0}$.

Вероятность выхода из строя колонки $P_{\text{кол}}(a_n)$ определится из выражения (11) при $l=s$. Поскольку при выходе из строя некоторого числа дисков последующие воздействия сопровождаются резким увеличением протекающего через колонку тока вследствие сугубо нелинейной вольт-амперной характеристики дисков ($\alpha \approx 0,0485$), то выход из строя колонки имеет место при выходе из строя относительно малого числа дисков. Расчеты показали, что при числе дисков в колонке, равном $s=80$, вероятность выхода из строя колонки может быть определена как вероятность выхода из строя более трех ее дисков. При $s=10$ вероятность выхода из строя колонки практически определяется как вероятность выхода из строя хотя бы одного ее диска.

Вероятность выхода из строя блока ограничителя $P_{\text{бл}}(a_n)$ определяется как вероятность выхода из строя хотя бы одной колонки из полного числа колонок q :

$$P_{\text{бл}}(a_n) = 1 - [1 - P_{\text{кол}}(a_n)]^q.$$

Наконец, вероятность выхода из строя всего ограничителя $P_R(a_n)$ может быть определена, если заметить, что вероятность $P_{\text{бл}}(a_n)$ может рассматриваться как функция распределения располагаемого ресурса генеральной совокупности блоков. Тогда вероятность $P_R(a_n)$ определится с помощью выражений, аналогичных (11), если в последних вместо функций распределения $F_{A_m}(x)$ понимать функции распределения членов выборки объема r

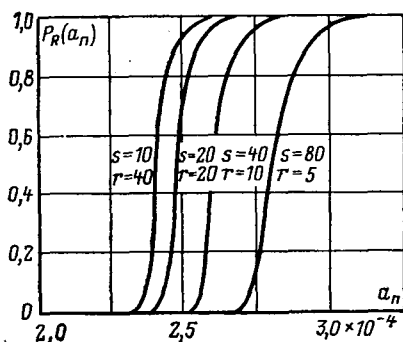


Рис. 2. Зависимость вероятности выхода из строя ограничителя от расходуемого ресурса дисков и числа дисков в колонке.

$\gamma = 4$; $\eta = 2,5$; $\bar{i}_p/n_0 = 0,1$; $\sigma_i/n_0 = 0,0167$; $q = 15$.

располагаемых ресурсов блоков, расположенных по мере их увеличения $F_{A_{\text{бл}}}(x)$, определяемые по известной функции распределения генеральной совокупности $F_{A_{\text{бл}}}(x) = P_{\text{бл}}(x)$.

Расчеты показали, что при изменении степени усечения η закона распределения разрушающего тока от 3 до 2 число воздействий, приводящее при одном и том же токе i_0 к практически достоверному выходу из строя ограничителя, увеличивается вдвое. Увеличение математического ожидания разрушающего тока на 50% приводит к увеличению такого числа воздействий примерно в 4 раза. Также в 4 раза увеличивается указанное число воздействий при уменьшении величины γ от 4 до 3,5.

Одним из факторов, определяющих надежность работы ограничителя, является способ его комплектации. Из вида вольт-амперной характеристики ограничителя (3) следует, что если при изменении значений s , q и r положить, что ток ограничителя i_R при приложении неизменного напряжения u_R должен оставаться неизменным, то эти параметры необходимо подчинить условию $rs/q^a = \text{const}$.

На рис. 2 приведены зависимости вероятности выхода из строя ограничителя при $q = \text{const}$ и $rs = \text{const}$. Из этого рисунка следует, что при неизменном числе колонок в блоках ограничителя q наилучшим вариантом комплектации ограничителя является вариант, отвечающий максимально возможному из конструктивных соображений числу дисков в его колонках и соответственно минимальному числу блоков.

Влияние случайности параметров вольт-амперной характеристики дисков оценим исходя из предположения, что колонки ограничителя представляют собой выборки объема s из некоторой генеральной совокупности дисков. Вольт-амперная характеристика колонки (при полном числе дисков) запишется в виде:

$$u = \sum_{j=1}^s C_{dj} i_0^{\alpha_j}. \quad (12)$$

Поскольку коэффициенты изменчивости параметров C_d и α относительно малы, то полагая

$$C_{dj} = \bar{C}_d + \dot{C}_{dj}, \quad \alpha_j = \bar{\alpha} + \dot{\alpha}_j, \quad i_0 = \bar{i}_0 + \dot{i}_0,$$

вводя ток i_0 из соотношения

$$u = \sum_{j=1}^s \bar{C}_d \bar{i}_0^{\bar{\alpha}} = s \bar{C}_d \bar{i}_0^{\bar{\alpha}},$$

разлагая правую часть (12) в ряд по степеням \dot{C}_{dj} , $\dot{\alpha}_j$, \dot{i}_0 и ограничиваясь линейными членами, найдем:

$$\dot{i}_0 = -\frac{\bar{i}_0}{s \bar{C}_d \bar{\alpha}} \left(\sum_{j=1}^s \dot{C}_{dj} + \bar{C}_d \ln \bar{i}_0 \sum_{j=1}^s \dot{\alpha}_j \right).$$

Принимая, что случайные величины C_{dj} и α_j независимы, получим

$$\sigma_{i_0}^2 = \left(\frac{\bar{i}_0}{\sqrt{s} \bar{C}_d \bar{\alpha}} \right)^2 [\sigma_{C_d}^2 + (\bar{C}_d \ln \bar{i}_0 \sigma_{\alpha})^2],$$

где σ_{C_d} и σ_{α} — средние квадратические отклонения параметров C_d и α .

Вводя коэффициенты изменчивости этих параметров $\sigma_{C_d}^* = \sigma_{C_d} / \bar{C}_d$, $\sigma_{\alpha}^* = \sigma_{\alpha} / \bar{\alpha}$ и тока $\sigma_{i_0}^* = \sigma_{i_0} / \bar{i}_0$, будем иметь

$$\sigma_{i_0}^* = \frac{1}{\sqrt{s}} \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{\alpha}} \sigma_{C_d}^* \right)^2 + (\ln \bar{i}_0)^2 \sigma_{\alpha}^{*2}}. \quad (13)$$

Аналогично можно получить следующее выражение для коэффициента изменчивости тока i_k , отвечающего выходу из строя k дисков в колонке ограничителя:

$$\sigma_{i_k}^* = \frac{1}{\sqrt{s-k}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{C_d}^*}{\bar{\alpha}} \right)^2 + \left(\ln i_0 + \frac{1}{\bar{\alpha}} \ln \frac{s}{s-k} \right)^2 \sigma_{\alpha}^{*2}}. \quad (14)$$

Из приведенных выражений следует, что при малом относительном числе вышедших из строя дисков k/s случайность коэффициента нелинейности α практически не сказывается на вариации токов по колонкам ограничителя. При реальных значениях $k/s = 0,03 \div 0,04$, которым отвечают токи колонок 70—200 А, математическое ожидание коэффициента нелинейности $\bar{\alpha}$ изменяется в пределах от 0,046 до 0,051. Поэтому с достаточной точностью можно положить

$$\sigma_{i_k}^* = \frac{1}{\sqrt{s-k}} \frac{\sigma_{C_d}^*}{\bar{\alpha}} \quad (15)$$

и не учитывать зависимость $\bar{\alpha}$ от тока, протекающего через колонки ограничителя.

Определение вероятности выхода из строя ограничителя сводится к усреднению по возможным значениям тока i_0 полученной выше вероятности $P_R(a_n)$, которая может рассматриваться как условная вероятность при заданном значении i_0 . Если принять закон распределения тока i_0 нормальным с параметрами \bar{i}_0 и σ_{i_0} , определенными согласно (14), то результат такого усреднения будет являться функцией $\bar{a}_n = n \bar{i}_0^{\bar{\alpha}}$.

На рис. 3 приведена зависимость от \bar{a}_n вероятности выхода из строя ограничителя $\bar{P}_R(\bar{a}_n)$ при различных значениях коэффициента изменчивости $\sigma_{C_d}^*$, полученная путем усреднения вероятности $P_R(a_n)$. Из этого рисунка следует, что учет неравномерности распределения тока по колонкам ограничителя приводит к увеличению вероятности выхода его из строя при малых значениях расходуемых ресурсов и уменьшению этой вероятности при больших значениях расходуемого ресурса по сравнению со случаем равномерного распределения тока. Поэтому, если исходить из малой вероятности выхода из строя ограничителя, учет неравномерности распределения тока по его колонкам приводит к ограничению допустимого числа воздействий при заданной величине среднего тока колонок, или, что то же самое, к ограничению допустимого значения среднего тока при заданном числе воздействий. Такое ограничение оказывается тем больше, чем больше коэффициент изменчивости $\sigma_{C_d}^*$ и чем меньше дисков в колонках ограничителя.

Увеличение надежности работы ограничителя достигается увеличением числа дисков в колонке (при соответствующем сокращении числа блоков) до величины, диктуемой технологическими соображениями, и отбраковкой дисков, обеспечивающей минимальный разброс параметра C_d . При неизменной надежности работы ограничителя отбраковка дисков, отвечающая минимальному значению σ_{C_d} позволяет сократить число колонок в блоках ограничителя при несущественном увеличении числа дисков в колонках. Очевидно, что отбраковка дисков, представляющая известные затруднения в производственных условиях, может быть заменена отбраковкой колонок, исходя из требования обеспечения допустимого разброса в токах испытуемых колонок при приложении к ним равного напряжения.

Гарантированный ток ограничителя. Характеристикой располагаемого ресурса ограничителя, содержащего q колонок, может являться значение его гарантированного тока $I_{\text{гар}/n_0}$, n_0 воздействий которого приводит к вероятности выхода из строя ограничителя, не превышающей допустимого значения $P_{\text{доп}}$. Принимая, кроме того, некоторый коэффициент запаса k_3 , получим

$$\bar{P}_R(\bar{a}_n) = \bar{P}_R(n_0 k_3^2 I_{\text{гар}/n_0}^2) = P_{\text{доп}}.$$

На рис. 4 приведена зависимость гарантированного тока от коэффициента изменчивости $\sigma_{C_d}^*$ и числа дисков в колонках s применительно к классу напряжения 500 кВ при уровне ограничения $u_0=1,8$. Из приведенного рисунка следует, что гарантированные токи ограничителя при рассматриваемом числе его колонок оказываются меньше гарантированного тока разрядника РВМК-500, который при двадцати воздействиях одной полуволновой тока составляет 1,5 кА.

Обеспечение такого же значения гарантированного тока может быть достигнуто увеличением чис-

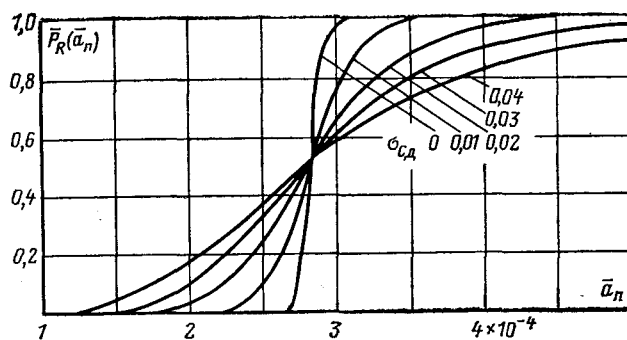


Рис. 3. Зависимость вероятности выхода из строя ограничителя от a_n и $\sigma_{C_d}^*$.

$\gamma = 4$; $\eta = 2,5$; $i_{p/n_0} = 0,1$; $\sigma_{i_{p/n_0}} = 0,0167$; $s = 80$; $q = 15$; $r = 5$.

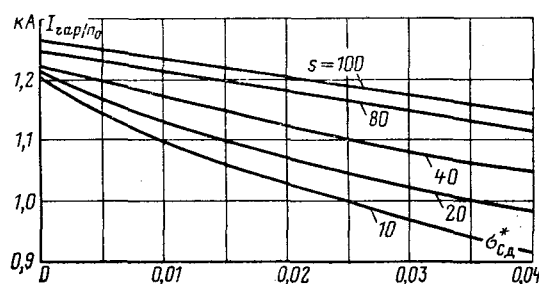


Рис. 4. Гарантированные токи ограничителя при двадцати воздействиях, отвечающие вероятности выхода из строя $P_{\text{доп}}=0,1$. $\gamma=4$; $\eta=2,5$; $q=15$; $k_3=1,1$; $I_{p/n_0}=150$ А; $\sigma_{I_{p/n_0}}=25$ А.

ла колонок ($q=19$ при $s=100$ и $\sigma_{C_d}^*=0,04$) либо использованием дисков с повышенным значением разрушающего тока, обеспечиваемых сниженным значением рабочего градиента дисков. Так, использование дисков с рабочим градиентом 1,4 кВ/см (при токе 100 А) вместо дисков с градиентом 1,6 кВ/см (что отвечает $I_{p/n_0}=220$ А, $\sigma_{I_{p/n_0}}=40$ А) дает возможность обеспечить при $\sigma_{C_d}^* \leq 0,04$ гарантированный

ток ограничителя 1,5 кА при всех вариантах его комплектации. Отметим, что такая степень отбраковки дисков эквивалентна отбраковке колонок, при которой неравномерность распределения токов в колонках не превышает 10% среднего тока.

Экспериментальное определение распределения токов по колонкам ограничителя. Экспериментальное исследование распределения импульсных токов по параллельным колонкам тока ограничителя было выполнено на макете, состоящем из шести параллельных колонок, скомплектованных таким образом, что остающееся напряжение на колонке при токе 100 А волны 3/8 мс составляло 140 кВ. В каждой из пяти колонок находилось по 100 единичных резисторов, в шестой — на один меньше.

Источником импульсного напряжения служил ГИИ 4,3 МВ с емкостью в ударе 16,3 нФ. Исследования производились при положительной и отрица-

тельной полярности импульса напряжения в грозовом диапазоне воздействующих перенапряжений. При этом длина фронта импульса изменялась от 3 до 20 мкс, длительность — от 30 мкс до 10 мс, амплитуда тока, протекающего через отдельную колонку — от 60 до 900 А.

В процессе испытаний измерялись две величины: ток, протекающий через единичную колонку и падение напряжения на параллельных колонках резисторов. Импульсный ток измерялся посредством малоиндуктивного трубчатого шунта, напряжение — с помощью емкостного делителя напряжения и осциллографа типа ОК-17М. Максимальную погрешность при измерении токов можно оценить величиной 4—5%, при измерении напряжения 3—4%.

Испытания резисторов производились по следующей методике. При каждом заданном уровне тока к макету прикладывалось не менее 10 импульсов напряжения, и из полученных осциллограмм определялось среднее значение максимального тока через колонку и максимального остающегося напряжения. Распределение токов по колонкам оценивалось по коэффициенту неравномерности δ , представляющему собой относительное отклонение фактических измеренных токов от теоретического среднего.

Коэффициент неравномерности δ_i i -й колонки

$$\delta_i = \left| \frac{I_i - I_{cp}}{I_{cp}} \right|, \quad I_{cp} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q I_i.$$

Выборка суммарного коэффициента неравномерности образовывалась как объединенная выборка коэффициентов неравномерности при всех воздействующих импульсах.

Для выбранного макета было проведено два цикла исследований. В первом цикле было проверено влияние полярности и длины фронта импульса на распределение токов по отдельным колонкам. Анализ полученных результатов показал, что независимо от полярности и длины фронта импульса коэффициент неравномерности в основном изменяется от 0 до 10%. Поэтому во втором цикле иссле-

дования проводились только при положительной полярности импульса. При этом было проверено влияние наличия в одной из колонок дефектного диска на распределение токов по всем колонкам.

При общем количестве дисков в колонке $s=100$ значимого изменения в распределении токов по колонкам по сравнению со случаем симметричных колонок обнаружено не было. Также не было обнаружено и зависимости числовых характеристик объединенной выборки коэффициентов неравномерности токов всех колонок от значения среднего тока колонок и его формы.

На рис. 5 приведена полученная в экспериментах гистограмма распределения коэффициентов неравномерности δ . Принимая нормальный закон распределения тока по колонкам, можно показать, что теоретический закон распределения коэффициента неравномерности имеет вид:

$$F_{\delta}(x) = P(\delta < x) = 2\Phi_0\left(\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\bar{\delta}}\right). \quad (16)$$

где $\Phi_0(x)$ — функция Лапласа и $\bar{\delta}$ — математическое ожидание коэффициента неравномерности,

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2(q-1)}{\pi q}} \sigma_{\delta}^*. \quad (17)$$

Гистограмма распределения коэффициента неравномерности, отвечающая (16), приведена на рис. 5. Коэффициент изменчивости δ , отвечающий закону распределения (16):

$$\sigma_{\delta}^* = \sqrt{\frac{\pi-2}{2}} = 0,7555 \quad (18)$$

и не зависит от числа колонок и параметров вольт-амперной характеристики дисков. Экспериментальная гистограмма, приведенная на рис. 5, дает коэффициент изменчивости $\sigma_{\delta}^* = 0,7601$, т. е. весьма близкий к теоретическому. Отметим также, что из полученных данных вытекает, что коэффициент изменчивости параметра C_d близок к $\sigma_{C_d}^* = 0,04$.

Таким образом, на основании выполненных исследований можно сделать вывод, что в грозовом диапазоне воздействующих перенапряжений токи по параллельным колонкам распределяются достаточно равномерно при широком варьировании протекающих через колонку токов (от 50 А до 1 кА).

Выводы. 1. Вид закона распределения разрушающего тока дисков нелинейных ограничителей перенапряжений и его параметры существенно влияют на оценку надежности ограничителей. Это же относится и к значению параметров, определяющих при заданном числе воздействий и заданном токе ресурс, расходуемый в его дисках. Так, изменение оценки усечения закона распределения разрушающего тока дисков (при неизменных величинах его математического ожидания и среднего квадратического отклонения) от $3\sigma_p$ до $2\sigma_p$ приводит к изменению вдвое числа воздействий, отвечающих практически достоверному выходу из строя ограничителя. Увеличение математического ожидания разрушающего тока на 50% приводит к увеличению такого числа воздействий примерно в 4 ра-

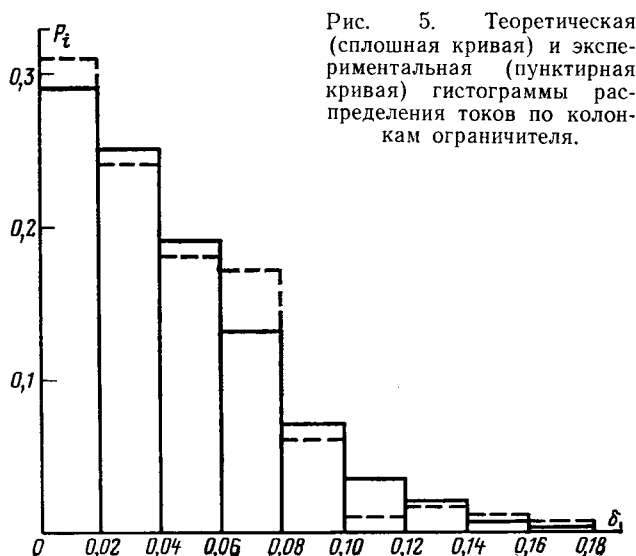


Рис. 5. Теоретическая (сплошная кривая) и экспериментальная (пунктирная кривая) гистограммы распределения токов по колонкам ограничителя.

за. Также в 4 раза увеличивается указанное число воздействий при уменьшении параметра γ от 4 до 3,5.

2. Разбросы в параметрах вольт-амперной характеристики дисков утяжеляют условия работы ограничителя, поэтому желательно осуществлять комплектацию ограничителя из дисков, обладающих минимальными значениями коэффициентов изменчивости параметров их вольт-амперной характеристики или из колонок с минимальным значением вариации токов по колонкам.

3. Увеличение гарантированного тока ограничителя может быть достигнуто путем увеличения его колонок и числа дисков в колонках, отбраковкой дисков и использованием дисков с повышенным значением разрушающего тока.

Гарантированный ток 1,5 кА при двадцати воздействиях ограничителя 500 кВ может быть достиг

нут при математическом ожидании разрушающего тока $\bar{I}_{p/n_0=20} = 150$ А при $s=100$, $q=19$, $\sigma_{\epsilon_d}^* = 0,04$.

Увеличение значения \bar{I}_{p/n_0} до 220 А позволит сократить число колонок до 15.

4. Теоретически и экспериментально показано, что в режимах ограничения перенапряжения ток распределяется по параллельным колонкам ограничителя достаточно равномерно. Коэффициент неравномерности токов колонок в широком диапазоне протекающих токов с вероятностью 0,95 не превышает значения 0,1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Керамические резисторы с высоким коэффициентом нелинейности на основе окиси цинка/ Авдеенко Б. К., Бронфман А. И., Караченцев А. Я. и др. — Электричество, 1976, № 9.
2. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1965. [4.7.1978]



УДК 621.316.542.019.3.001.57

Анализ математических моделей, применяемых для расчета надежности высоковольтных выключателей

ОБОСКАЛОВ В. П., канд. техн. наук, доц.

Уральский политехнический институт

Из наименее развитых направлений математического обеспечения энергетических систем можно отметить планирование и прогнозирование работы электрооборудования, что обусловлено недостаточностью математических моделей, которые бы позволили учесть все характерные особенности реальных режимов эксплуатации. При этом дополнительные трудности появляются в связи с учетом вероятностного характера внешних воздействий.

Задачи планирования основываются на прогнозе ряда данных. К их числу относится функция надежности, количественное выражение которой — вероятность безотказной работы оборудования в течение некоторого периода времени. Как правило, энергетическое оборудование подчиняется модели накапливающихся повреждений с ограниченным ресурсом. На примере дугогасительного устройства (ДУ) высоковольтного выключателя в статье анализируется функция надежности в условиях неравномерного дискретного износа.

Силовой выключатель отключает к. з. на некотором множестве элементов системы, при этом величина износа r_i будет зависеть от электрической удаленности элемента i от источника питания. Функциональная зависимость r_i от тока к. з. обычно считается известной, так же как и максимальный ресурс дугогасительных устройств R , определяемый либо допустимым числом отключений к. з., либо предельной массой контактов.

Формула полной суммы. Существует математическая модель расчета вероятности $P(R, t)$ безотказ-

ной работы ДУ выключателя, основанная на разбиении совокупности значений токов к. з. на некоторое конечное число k классов. Так, в [Л. 1] k равно трем, а в [Л. 2] — шести. Обобщая модель на произвольное число дискретных классов, можно записать:

$$P(R, t) = \sum_{k_1=0}^{K_1} \dots \sum_{k_n=0}^{\bar{K}_n} \frac{(\lambda_1 t)^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{(\lambda_n t)^{k_n}}{k_n!} e^{-\lambda_\Sigma t}, \quad (1)$$

где $\lambda_\Sigma = \sum \lambda_i$; $\sum k_i r_i < R$; λ_i — интенсивность потока к. з. i -го класса; r_i — величина разового износа ДУ.

Выражение (1), условно именуемое ниже как формула полной суммы, представляет собой суммарную вероятность появления к. з. различных сочетаний классов (k_1 — первого типа, k_2 — второго, k_n — n -го типа), при которых суммарный износ ДУ не превышает величины ресурса.

Использование (1) затруднено тем, что при программной реализации необходимо исходить из максимального возможного числа классов. В то же время практика выдвигает требование разбиения к. з. на все более мелкие подмножества. В общем случае рассмотрения тока к. з. как непрерывной величины число вложений в (1) стремится к бесконечности, что делает невозможным применение (1). Дополнительно к этому необходимо отметить, что машинное время и погрешность при расчетах на ЦВМ резко возрастают с увеличением числа

вложенных сумм. Все это заставляет искать другие математические модели расчета надежности ДУ выключателей, несмотря на относительную точность моделей полной суммы для конечного числа классов к. з.

Физическое эквивалентирование потоков к. з. Поток к. з. каждого класса может быть представлен как простейший стационарный, пуассоновский с постоянной во времени интенсивностью λ_i , которую можно интерпретировать как вероятное число появления к. з. класса i в единицу времени, причем единичное к. з. вызывает износ ДУ на величину r_i , где $i=1, \dots, n$. Учитывая, что сумма пуассоновских потоков эквивалентна потоку с суммарной интенсивностью, а средняя величина износа в единицу времени определяется как средневзвешенная от r_i с весами λ_i , совокупность действительных потоков можно эквивалентировать единым пуассоновским с параметрами

$$\lambda_0 = \sum \lambda_i; r_0 = (\sum \lambda_i r_i) / (\sum \lambda_i). \quad (2)$$

Математическое эквивалентирование потока к. з. Математический аппарат теории восстановления [Л. 3] позволяет оценить для модели сложной суммы математическое ожидание $M\{r(t)\}$ и дисперсию $D\{r(t)\}$ суммарного за время t износа $r(t)$ дугагательного устройства, при этом (см. приложение 1)

$$\begin{cases} M\{r(t)\} = \sum r_i \lambda_i t; \\ D\{r(t)\} = \sum r_i^2 \lambda_i t. \end{cases} \quad (3)$$

В случае единственного стационарного пуассоновского потока с параметрами λ_0, r_0 аналогичные характеристики имеют вид:

$$\begin{cases} M_0\{r(t)\} = r_0 \lambda_0 t; \\ D_0\{r(t)\} = r_0^2 \lambda_0 t. \end{cases} \quad (4)$$

При эквивалентировании замещающий поток выбирается таким образом, чтобы математическое ожидание и дисперсия износа ДУ как функция времени были бы равны соответствующим величинам сложной суммы. Приравнявая правые части (3) и (4), имеем:

$$\begin{cases} r_0 = (\sum r_i^2 \lambda_i) / (\sum r_i \lambda_i); \\ \lambda_0 = (\sum r_i \lambda_i)^2 / (\sum r_i^2 \lambda_i). \end{cases} \quad (5)$$

В таком виде эквивалентные параметры отличаются от таковых, полученных исходя из физической трактовки процесса износа.

Распределение вероятностей для эквивалентных потоков. Математическая модель износа технического устройства с заданным ресурсом при воздействии пуассоновского стационарного потока отказов имеет гамма-распределение вероятности безотказной работы с параметрами λ_0 и α [Л. 4]. В узловых точках целочисленных значений α гамма-распределение переходит в распределение Эрланга:

$$P_0(t) = \sum_{k=0}^{\alpha} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (6)$$

где $\alpha = R/r_0$ физически представляет число эквивалентных к. з., вызывающих полный износ ДУ.

Реализация (6) на ЦВМ не представляет затруднений, поэтому в случае нецелых α гамма-распределение целесообразно заменить интерполяцией распределения Эрланга на отрезке ближайших целочисленных значений.

При $\alpha > 10$ практически приемлемое решение дает аппроксимация сложной суммы нормальным распределением с математическим ожиданием времени безотказной работы T_0 и дисперсией σ_T^2 :

$$\begin{cases} T_0 = R/r_0 \lambda_0; \\ \sigma_T^2 = R/r_0 \lambda_0^2. \end{cases} \quad (7)$$

при этом

$$P_{нр}(t) = 1 - \Phi\left(\frac{t - T_0}{\sigma_T}\right). \quad (8)$$

Применение нормального распределения для описания износа как случайной величины при математическом моделировании дает:

$$P_{нр}(t) = \Phi\left(\frac{R - M\{r(t)\}}{\sigma\{r(t)\}}\right). \quad (9)$$

Как распределение Эрланга, так и нормальное, позволяют, не прибегая к ЦВМ, с помощью таблиц оценить вероятность отказа ДУ выключателя за время эксплуатации t . Предлагаемые модели можно использовать в самом общем случае функциональной зависимости износа ДУ от непрерывно изменяющегося параметра (тока к. з.). Примером может служить ЛЭП электропередач с непрерывно изменяющимся током к. з. от максимального значения в начале линии до минимального в конце (см. приложение 2).

Комбинированное распределение. Представление математического ожидания суммарного износа ДУ за время t в виде (3) позволяет оценить удельный вес каждого из потоков к. з. и пренебречь теми, произведение $r_i \lambda_i$ которых меньше некоторого наперед заданного уровня, например,

$$(r_i \lambda_i) / (\sum \lambda_i r_i) < \varepsilon / n, \quad (10)$$

где ε — точность расчета.

Дальнейшее сокращение числа вложенных сумм в формуле полной суммы можно выполнить заменой ряда малозначимых потоков к. з. единым эквивалентным. Для этого имеющиеся в наличии потоки к. з. устанавливаются в ряд по убыванию произведений $r_i \lambda_i$.

Пусть β — оценка максимальной погрешности аппроксимации формулы полной суммы распределением Эрланга с некоторыми эквивалентными параметрами r_0, λ_0 . Коэффициент γ определяет удельный вес хвостовой части ряда, которая заменяется эквивалентным потоком;

$$\gamma = \left(\sum_{i=q+1}^n r_i \lambda_i \right) / \left(\sum_{i=1}^n r_i \lambda_i \right). \quad (11)$$

С увеличением q коэффициент γ уменьшается, поэтому можно выбрать q настолько малым, чтобы выполнялось соотношение $\gamma \beta < \varepsilon$. Вероятность слож-

ной суммы при этом трансформируется к виду:

$$P(R, t) = \sum_{k_1=0}^{\bar{K}_1} \dots \sum_{k_q=0}^{\bar{K}_q} \sum_{k_3=0}^{K_3} \frac{(\lambda_1 t)^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{(\lambda_q t)^{k_q}}{k_q!} \times \\ \times \frac{(\lambda_3 t)^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3 t}. \quad (12)$$

Формула существенно упрощается и становится приемлемой для расчетов на ЦВМ. Расчеты показывают, что реально нужно выделять не более одного-двух потоков к. з. (подстанции без выключателей на стороне высокого напряжения, расположенные недалеко от головного выключателя, линия электропередачи, близкие к. з.).

Применимость предлагаемых моделей к расчетам основных показателей качества. Затраты на эксплуатацию выключателей зависят от выбора ремонтной стратегии. В качестве модели оптимальной профилактики целесообразно применять такую, при которой плановые и аварийные ремонты полностью восстанавливают выключатель, причем последние начинаются сразу же после возникновения отказа. В этом случае математическое ожидание приведенных затрат на эксплуатацию определяется выражением [Л. 5]:

$$Z(t) = \frac{PP(t) + AQ(t)}{\int_0^t P(t) dt}, \quad (13)$$

$$Z_{\min} = (A - P) \lambda(\tau_0), \quad (13a)$$

где A , P — соответственно затраты на послеаварийный и плановый ремонт; $\lambda(t)$ — интенсивность появления отказа как функция времени; $Q(t)$ — вероятность отказа ДУ.

Коэффициент готовности

$$K = \frac{1}{1 + (T_a + T_n) \lambda(\tau)}, \quad (14)$$

где T_a , T_n — соответственно средняя длительность аварийного и планового ремонта.

Оптимальный межремонтный период τ_0 определяется как корень уравнения:

$$C = -Q(t) + \lambda(t) \int_0^t P(x) dx, \quad (15)$$

где $C = P/(A - P)$ при расчете (13) и $C = T_n/(T_a - T_n)$ при расчете (14).

При представлении вероятности безотказной работы ДУ в любом из описанных выше виде решение (15) [следовательно, (13) и (14)] в явном виде затруднено, так как интеграл и производная $P(t)$ не меняют структуру выражения по существу. Так, определенный интеграл от функции нормального распределения не может быть представлен аналитическим выражением. Для его решения необходимо применение численных методов либо разложение интеграла Гаусса в ряд. И то, и другое не дает возможности явного выражения τ_0 .

Интегрирование либо функции распределения полной суммы, либо распределения Эрланга не

уменьшает число вложенных сумм, что снова не решает задачу отыскания оптимального межремонтного периода прямым методом. Для определения τ_0 необходимо использование итерационных методов минимизации функции одной переменной. В большинстве случаев представление (13a) с этой точки зрения является более предпочтительным, причем параметр τ_0 можно заменить произвольной переменной t , так как минимум затрат имеет место в точке $t = \tau_0$. Представление интенсивности как функции времени для распределения полной суммы и для распределений комбинированного и Эрланга дано в приложении 3.

Учет вероятностного характера располагаемого ресурса R . Величина ресурса ДУ оценивается заводом-изготовителем на основании результатов испытаний некоторого числа выключателей и выражается, как правило, через допустимое число отключений (ДЧО) токов к. з. При этом ДЧО представляется в виде детерминированной функциональной величины.

Развитие теории надежности выключателей настоятельно требует, чтобы ресурс представлялся не как детерминированная, а как случайная величина с некоторым законом распределения. Большое число факторов, определяющих ДЧО (последовательность отключений токов к. з., промежутки времени между отключениями, длительность нахождения выключателя под напряжением, электромагнитные поля и др.), позволяет предположить, что данный закон является нормальным с математическим ожиданием R и дисперсией σ^2_R .

Вероятность безотказной работы ДУ в этом случае представляется как вероятность некоторого множества независимых событий, каждое из которых должно обеспечивать выполнение двух условий: за время t израсходовано r_t единиц ресурса ДУ; ресурс ДУ не меньше r_t . Число таких событий определяется множеством допустимых значений r_t .

Наиболее простое решение задачи заключается в композиции законов распределения нормального и Пуассона, при этом поток к. з. представляется как однородный и стационарный с эквивалентными параметрами λ и r :

$$P(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \left[1 - \Phi\left(\frac{kr - \bar{R}}{\sigma_R}\right) \right], \quad (16)$$

где $\Phi(x)$ — функция нормального распределения.

Поскольку сумма сходится, то расчеты прекращаются, если изменение вероятности с увеличением k меньше некоторого наперед заданного ε .

Более сложной в расчетном отношении является такая композиция распределений суммы и нормального:

$$P(t) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \dots \sum_{k_n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{(\lambda_n t)^{k_n}}{k_n!} \times \\ \times e^{-\lambda_2 t} \left[1 - \Phi\left(\frac{\sum k_i r_i - \bar{R}}{\sigma_R}\right) \right]. \quad (17)$$

Для комбинированного распределения с числом вложенных сумм не более двух представление (17) в расчетном отношении является приемлемым.

Результаты расчетов. Для сравнения предлагаемых математических моделей была выполнена серия расчетов с произвольно выбранными параметрами потоков к. з. и ресурсом ДУ. В качестве критерия оценки рассматривалось отклонение исследуемого распределения вероятностей от распределения полной суммы, принимаемого как эталонное. Расчеты показали, что аппроксимация сложной суммы нормальным законом дает заниженное значение вероятности, а распределение Эрланга завышенное.

Максимальное отклонение нормального распределения при математическом моделировании (9) во всех рассмотренных случаях было меньше, чем при физическом (8) (в среднем 8,4% по сравнению с 12,4% вероятности). Это дает право говорить о предпочтительности модели (9). Максимальное отклонение (9) соответствует, как правило, среднему времени безотказной работы ДУ в форме (7). Вид кривой отклонения подобен кривой плотности нормального распределения. Величина максимального отклонения тем меньше, чем больше T_0 . Найти функциональную зависимость отклонения вероятности (9) от параметров потоков к. з. и располагаемого ресурса ДУ пока не удалось, поэтому поправочные коэффициенты не вводятся.

Распределение Эрланга в основном обеспечивает более точную аппроксимацию, чем нормальное (максимальное отклонение при физическом в среднем составило 3,92%, а при математическом 2,93% вероятности), поэтому предпочтение следует отдать математическому эквивалентированию, хотя в ряде случаев физическое эквивалентирование имело более хорошие результаты. Погрешность распределения Эрланга заметно уменьшалась, если учитывалась поправка на величину реально используемого ресурса r_{\max} в модели сложной суммы. Действительно, за счет дискретности r_i величина r_{\max} в модели (1) почти всегда меньше R , в то время как при эквивалентировании $r_{\max} = R$.

Комбинированная модель при выделении одной группы к. з. с максимальным произведением $r_i \lambda_i$ и эквивалентировании всех остальных групп в рассматриваемых случаях обеспечила погрешность, не превышающую в среднем 2% вероятности.

Приложение 1. Суммарная величина износа ДУ $r(t)$ за время t представляет сумму износов от к. з. i -го типа для всех $i=1, \dots, n$:

$$r(t) = \sum w_i,$$

где w_i — случайная величина, принимающая дискретные значения k с вероятностями

$$\frac{(\lambda_i t)^k}{k!} e^{-\lambda_i t}; \quad k = 0, 1, \dots, \infty.$$

Производящая функция моментов для величины w_i :

$$*q(p) = M\xi^{-pw_i} = \sum \xi^{pkr_i} \frac{(\lambda_i t)^k}{k!} e^{-\lambda_i t} = \exp(\xi^r \lambda_i t - \lambda_i t),$$

где $\xi = e^{-p}$.

В силу суммируемости $r(t)$ соответствующая производная функция $*l(p)$ представляется в виде произведения производящих функций составляющих:

$$*l(p) = \prod_{i=1}^n *q_i(p) = \exp \left[\sum_{i=1}^n (\lambda_i \xi^r t - \lambda_i t) \right].$$

Математическое ожидание $M\{r(t)\}$ и дисперсию $D\{r(t)\}$ можно определить через семинварианты соответственно первого κ_1 и второго κ_2 порядков, причем κ_k определяется при разложении в ряд $\ln(*l(\xi))$ как коэффициенты при $(-1)^k p^k / k!$, при этом

$$M\{r(t)\} = \kappa_1 = \sum r_i \lambda_i t;$$

$$D\{r(t)\} = \kappa_2 = \sum r_i^2 \lambda_i t,$$

коэффициент асимметрии

$$\gamma = \frac{\kappa_3}{\kappa_2^{3/2}} = \frac{r^3 \lambda_i t}{(r^2 \lambda_i t)^{3/2}}.$$

Приложение 2. Пример расчета эквивалентных параметров для ЛЭП. Рассмотрим радиальную ЛЭП, удаленную от источника бесконечной мощности с напряжением U на сопротивление x_c . Значение тока трехфазного к. з. как функция удаленности к. з. от начала ЛЭП определяется выражением

$$I_{к.з.} = U / (x_c + x_0 l),$$

где x_0 — сопротивление единицы длины ЛЭП.

При r , записанном в виде

$$r = C I_{к.з.}^\alpha,$$

средний разовый износ определяется интегралом:

$$r_{\text{ЛЭП}} = \frac{1}{L} \int_0^L C \left(\frac{U}{x_c + x_0 l} \right)^\alpha dl = \\ = \frac{CU^\alpha}{x_0 L (1 - \alpha)} [(x_c + x_0 L)^{1-\alpha} - x_c^{1-\alpha}].$$

В случае линейной зависимости $r(I_{к.з.})$, т. е. $\alpha=1$, имеем:

$$r_{\text{ЛЭП}} = \frac{CU}{x_0 L} \ln \left(1 + \frac{x_0 L}{x_c} \right).$$

Обычно для ЛЭП интенсивность задается в расчете на 1 км, поэтому $\lambda_{\text{ЛЭП}} = \lambda_0 l$.

Далее при эквивалентировании в процессе определения характеристик надежности ЛЭП входит как отдельный элемент с дискретными параметрами $r_{\text{ЛЭП}}$, $\lambda_{\text{ЛЭП}}$.

Приложение 3. Интенсивность $\lambda(t)$ отказов ДУ и интеграл от функции надежности $P(t)$. В общем случае интенсивность выражается через функцию надежности и плотность распределения

$$\lambda(t) = -P'(t)/P(t). \quad (\text{ПЗ-1})$$

Распределение Эрланга. Учитывая, что распределение Эрланга является частным случаем гамма-распределения (ГР), производную $P'(t)$ можно записать через плотность ГР:

$$P'(t) = -\lambda \frac{(\lambda t)^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} e^{-\lambda t}, \quad (\text{ПЗ-2})$$

тогда

$$\lambda(t) = \lambda (\lambda t)^\alpha \left/ \left[\Gamma(\alpha + 1) \sum_{k=0}^{\alpha} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \right] \right. \quad (\text{ПЗ-3})$$

Интегрируя по частям (6), получаем:

$$\int_0^t P(t) dt = \frac{1}{\lambda} \left[\sum_{k=0}^{\alpha} \lambda^k \left(1 - \sum_{m=0}^k \frac{t^m}{m!} e^{-\lambda t} \right) \right]. \quad (\text{ПЗ-4})$$

Распределение полной суммы. Производная (1) по времени определяется как сумма произведений:

$$P'(t) = -e^{-\lambda \Sigma t} \left[\lambda \Sigma \sum_{k_1}^{K_1} \dots \sum_{k_n}^{K_n} (\dots) - \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\lambda_1 \sum_{k_1=0}^{K_1-1} \sum_{k_2=0}^{K_2} \dots \sum_{k_n=0}^{K_n} (\dots) - \lambda_2 \sum_{k_1=0}^{K_1} \sum_{k_2=0}^{K_2-1} \dots \sum_{k_n=0}^{K_n} (\dots) - \dots - \\
& - \lambda_n \sum_{k_1=0}^{K_1} \sum_{k_2=0}^{K_2} \dots \sum_{k_n=0}^{K_n} (\dots) \Big]. \quad (\text{ПЗ-5})
\end{aligned}$$

Здесь суммируемые члены аналогичны (1), поэтому для наглядности они опущены. Интенсивность отказов ДУ получается из (ПЗ-1), если представить знаменатель в виде (1). Интегрирование (1) по частям дает:

$$\int_0^t P(t) dt = \sum_{k_1} \dots \sum_{k_n} \frac{\lambda_1^{K_1}}{K_1!} \dots \frac{\lambda_n^{K_n} (\sum K_i)!}{K_n! \lambda_\Sigma} \left(1 - \sum_{m=0}^{\sum K_i} \frac{t^m}{m!} e^{-\lambda_\Sigma t} \right). \quad (\text{ПЗ-6})$$

Выводы. 1. В инженерных расчетах вероятности безотказной работы дугогасительного устройства выключателей распределение полной суммы целесообразно заменить либо комбинированным распределением (для уточненных расчетов), либо распределением Эрланга (в большинстве случаев), либо

нормальным распределением в форме (9) (если этого требует специфика задач).

2. Максимальная погрешность аппроксимации моделей может быть оценена на основании проверочных расчетов и составляет 1,5—2% вероятности для комбинированной модели, 4—6% для распределения Эрланга и 8—10% для нормального распределения.

3. Математическое эквивалентирование может быть рекомендовано как основное.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прогнозирование надежности высоковольтных выключателей с помощью математической модели отказов/ Гук Ю. Б., Довжик Л. Б., Мессерман Г. Т., Никифорова В. Ф. — Электричество, 1969, № 11.
2. Тамбовский В. Ю. Вопросы оптимального управления профилактическими ремонтами оборудования электрических систем. Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. Свердловск, 1973. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Уральский политехнический ин-т.
3. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Советское радио, 1967.
4. Герцбах И. Б., Кордонский Х. Б. Модели отказов. М.: Советское радио, 1966.
5. Козлов Б., Ушаков И. Справочник по расчету надежности. М.: Советское радио, 1975.

[3.11.1978]

УДК 621.311.016.35.001.24

Исследование ресинхронизации синхронных машин при применении коммутаторов в статорных цепях

КУЧУМОВ Л. А., РЫЖКОВ В. П., кандидаты техн. наук
Ленинград, Павлодар

Существующие способы ресинхронизации в энергосистемах обычно требуют действий противоаварийной автоматики, связанных с разгрузкой линий электропередачи, отключением потребителей, значительным изменением частоты в системе, разгрузкой привода синхронных двигателей (СД) и повторным их пуском. Применение несинхронных АПВ часто ограничивается из-за опасности появления больших электромагнитных моментов на валах машин и недопустимости длительного асинхронного хода.

В последние годы появился целый ряд работ, в которых исследовались способы улучшения процесса ресинхронизации за счет специального регулирования тока возбуждения синхронных машин (СМ) или регулирования обобщенного сопротивления статорной цепи [Л. 1—3].

Авторами рассмотрен способ ресинхронизации, основанный на применении в статорных цепях продольно включенных регулируемых индуктивных сопротивлений и быстродействующих коммутаторов. Суть способа заключается в изменении сопротивления таким образом, чтобы обеспечить максимально возможные значения синхронизирующей электромагнитной мощности в каждый момент времени [Л. 2 и 4]. Для пояснения рассмотрим обычно при-

меняемую при анализе асинхронных режимов двухмашинную схему, в которой электромагнитная мощность СМ может быть представлена в виде трех составляющих: собственной P_{11} , асинхронной $P_{ac}(s_{12})$ и взаимной $P_{12} \sin \delta_{12}$. Если пренебречь собственной и асинхронной мощностями, то, вводя в статорные цепи большое индуктивное сопротивление (или вообще разрывая их) при углах $\pi < \delta < 2\pi$ в случае энергоизбыточности части системы I, имеем вместо знакопеременной электромагнитной мощности, не способствующей уменьшению разности частот, знакопостоянную мощность

$$P_{\text{рег}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_{12} \sin \delta_{12} d\delta_{12} = \frac{P_{12}}{\pi}. \quad (1)$$

Для ресинхронизации мощность $P_{\text{рег}}$ должна превышать мощность первичного двигателя $P_{\text{рег}} > P_T$, что обеспечивается при $P_{12} > \pi P_T$.

В качестве регулируемой индуктивности в статорных цепях могут быть применены, например, реакторно-вентильные устройства [Л. 2]. Наиболее полное использование возможностей предлагаемого регулирования достигается при применении управляемой бесконтактной коммутации (реакторно-вентильных устройств, тиристорных выключателей и

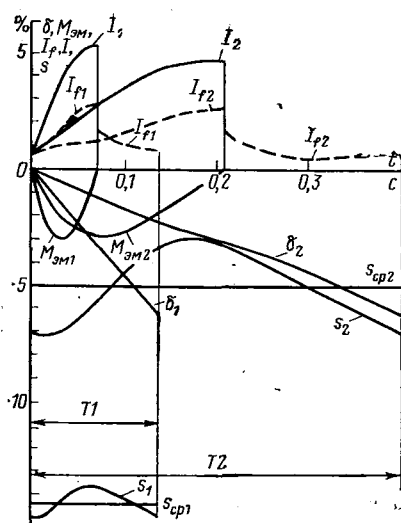


Рис. 1. Изменение переменных на цикле асинхронного хода СД типа ДСК-260 при $x_{вн}=0,1$ и $U_f=1,5U_{f\text{ ном}}$.

близких к ним по техническим характеристикам коммутаторов).

Законы управления быстродействующими коммутаторами. Применительно к ресинхронизации удаленной станции, работающей на мощную систему без промежуточных отборов мощности и ресинхронизации СД, питающегося от системы, алгоритм регулирования продольно включенного индуктивного сопротивления может быть представлен в виде [Л. 2]:

$$x_{\text{рег}} = -k_s |s_{12}| \text{sign } P s_{12}; \quad x_{\text{рег}} \geq 0, \quad (2)$$

где $x_{\text{рег}}$ — добавочное сопротивление, вносимое в статорную цепь СМ; k_s — некоторый коэффициент усиления в канале регулирования; P — электромагнитная мощность линии (или СД).

Алгоритм (2) работоспособен при ресинхронизации как энергоизбыточной ($s_{12} > 0$), так и энергодефицитной ($s_{12} < 0$) частей системы. Последний случай типичен для СД.

Однако построение системы управления по (2) с коэффициентом $k_s \rightarrow \infty$, когда непрерывное регулирование заменяется релейным, невозможно, так как в процессе регулирования исчезает параметр, с использованием которого ведется управление: на время, соответствующее разомкнутому состоянию статорной цепи, электромагнитная мощность линии равна нулю. В этом случае момент очередного отключения цепи может определяться, как и в (2), по факту смены знака произведения $P s_{12}$, полученного при использовании данных измерений текущих параметров режима, а момент очередного включения — по факту смены знака произведения $P_{\text{расч}} s_{12}$, где $P_{\text{расч}}$ — мощность, которая протекала бы по цепи после включения коммутатора. Эту мощность можно рассчитать, например, представляя в виде функции измеряемого в переходном процессе угла δ_{12} .

В общем случае, когда нельзя принять допущения о консервативности и позиционности модели системы, синтез закона управления коммутатором

может быть произведен с использованием находящегося все большее применение «управления с моделью». Его суть здесь заключается в проведении на вычислительной машине параллельного расчета эквивалентной электромагнитной мощности части системы, идущей асинхронно с мощной системой для состояний коммутатора «включено» P_v и «отключено» P_o по известной текущей информации об угловых положениях роторов эквивалентных генераторов, уровнях напряжения, нагрузках и т. п. Выработка команд на включение и отключение коммутатора формируется в моменты равенства мощностей P_v и P_o с тем, чтобы электромагнитная мощность оказывалась наиболее благоприятной для быстрой ресинхронизации. Алгоритм такого управления можно выразить следующим образом: коммутатор включен при $\text{sign}(P_v - P_o) s_{12} > 0$; } (3)
коммутатор отключен при $\text{sign}(P_v - P_o) s_{12} < 0$.

Рассматриваемое управление соответствует минимизации приобретенного во время аварии избытка (или недостатка) кинетической энергии в системе, иначе, минимизации абсолютной величины взаимного скольжения.

Указанный принцип управления был реализован в алгоритме программ ЦВМ, с помощью которой были получены все приведенные ниже количественные характеристики оптимального регулирования в расчетной схеме «СМ — шины бесконечной мощности».

Расширение областей результирующей устойчивости. Для оценки эффективности регулирования и для более полного представления о процессах, связанных со спецификой переключений в статорных цепях, рассмотрим характер изменения переменных на цикле установившегося асинхронного хода. На рис. 1 приведены полученные на ЦВМ без учета быстропереходных процессов в статорных цепях кривые изменения переменных для двух режимов работы СД типа ДСК-260, отличающихся средними значениями скольжения: $s_{ср1} = -5\%$ и $s_{ср2} = -14,3\%$. Уравнения СМ записывались в форме Парка — Горева. Параметры двигателя: $S = 770 \text{ кВ} \cdot \text{А}$; $\cos \varphi = 0,9$; $x_{ад} = 0,942$; $x_{а\varphi} = 0,513$; $x_{\varphi} = 0,32$; $x_{1\varphi} = 0,114$; $x_{1а} = 0,128$; $r_{1а} = 0,0524$; $r_{1\varphi} = 0,0447$; $x_{а} = 1,076$; $x_{\varphi} = 0,647$; $r_f = 0,005$; $T_f = 0,8 \text{ с}$; $T_j = 5 \text{ с}$.

На рис. 1 I — токи статора; I_f — токи возбуждения в единицах, отнесенных к номинальному току возбуждения; s — значения скольжений на цикле проворотов; $s_{ср}$ — средние значения скольжений; δ — значения углов в радианах; $M_{эм}$ — электромагнитные моменты в относительных единицах; T — длительности циклов асинхронных проворотов в секундах.

Начало каждого из циклов совпадает с моментом включения статорной цепи в процессе регулирования. В соответствии с требованиями оптимальности регулирования переключения статорной цепи возбужденной СМ, рассчитанные на ЦВМ с использованием алгоритма (3) для данной расчетной схемы, происходят при смене знака электромагнитного момента. Заметим, что момент включения практически совпадает с моментом достижения

углом значения $2k\pi$ ($k=1, 2, \dots$), а момент отключения несколько отличается от значения $\delta=(k+1)\pi$. Длительность включенного состояния статорной цепи, как видно из рис. 1, составляет примерно половину цикла асинхронного проворота.

Проведенные расчеты при наличии и при отсутствии специального регулирования показывают принципиальную возможность существенного увеличения среднего за цикл проворота значения электромагнитного момента при использовании предлагаемого принципа управления.

Приведем количественную оценку расширения областей существования установившегося режима асинхронного хода, которые, очевидно, и характеризуют области результирующей устойчивости. Уравнение моментов, действующих на вал эквивалентной СМ при установившемся асинхронном ходе ($s_{cp}=\text{const}$):

$$M_{\text{мех}}=M_{\text{эм,ср}},$$

где $M_{\text{эм,ср}}$ — среднее за цикл проворота значение электромагнитного момента:

$$M_{\text{эм,ср}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{\text{эм}}(\delta) d\delta.$$

Рассчитанная на ЦВМ в интересующем нас диапазоне средних скольжений зависимость $M_{\text{эм,ср}}=f(s_{cp})$ представляет собой статическую механическую характеристику СМ, по которой можно судить об эффективности предлагаемого управления.

На рис. 2 приведены зависимости $M_{\text{эм,ср}}=f(s_{cp})$, соответствующие областям параметров установившегося асинхронного режима возбужденного синхронного двигателя ДСК-260, имеющего неблагоприятные характеристики при ресинхронизации (малое значение входного момента). Характеристики $M_{\text{эм,ср}}=f(s_{cp})$ при наличии регулирования в статорных цепях названы граничными кривыми. Кружком на них обозначены точки, соответствующие критическому скольжению $s_{кр}$, при котором мгновенное скольжение внутри цикла асинхронного проворота проходит нулевое значение и наступает ресинхронизация. Отвечающее скольжению $s_{кр}$ значение среднего за цикл электромагнитного момента и, следовательно, механического момента обозначено через $M_{\text{мех,кр}}$.

Кривые рис. 2 являются статическими характеристиками асинхронного режима. Успешность ресинхронизации при анализе по этим характеристикам гарантируется, если зависимость механического момента на валу СМ от скольжения лежит ниже граничной кривой во всем диапазоне скольжений от $s=1$ до $s=s_{кр}$.

Естественные асинхронные характеристики, показанные на рис. 2, получены, как и граничные кривые, для возбужденной машины, но при отсутствии регулирования в статорной цепи. Они также обрываются при координатах $M_{\text{мех,кр}}$ и $s_{кр}$, соответствующих границе области синхронизации. Наличие возбуждения при учете активных сопротивлений статорных цепей приводит, как известно, к появлению дополнительной составляющей асинхронного момента и, следовательно, некоторой деформации зависимостей $M_{\text{эм,ср}}=f(s_{cp})$.

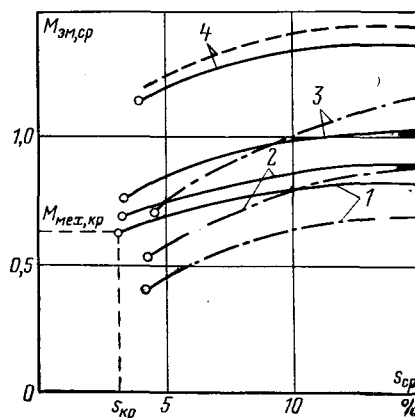


Рис. 2. Области устойчивости асинхронного режима двигателя ДСК-260.

1 — $x_{вн}=0,1$, $U_f=U_{f\text{ном}}$; 2 — $x_{вн}=0,05$, $U_f=U_{f\text{ном}}$; 3 — $x_{вн}=0$, $U_f=U_{f\text{ном}}$; 4 — $x_{вн}=0$, $U_f=1,5U_{f\text{ном}}$.
— — — граничные кривые; - - - - асинхронные характеристики; - - - - аналитический расчет.

Граничные кривые рис. 2 при регулировании в области скольжений $s_{cp}<10\%$, где в основном и существуют трудности с естественной ресинхронизацией, идут значительно выше асинхронных характеристик, обеспечивая большую эффективность по сравнению со случаем отсутствия регулирования в статорных цепях. Как видно из приведенных на рис. 3 зависимостей $M_{\text{мех,кр}}$ от уровней напряжения возбуждения СД и внешнего сопротивления, обобщающих серию расчетов граничных кривых, положительный эффект от применения предлагаемого регулирования проявляется в некоторых случаях уже при возбуждении, соответствующем $U_f>0,5U_{f\text{ном}}$, а при $U_f>1,5U_{f\text{ном}}$ практически даже для наихудших параметров внешней сети можно обеспечить успешную синхронизацию при номинальном механическом моменте.

Для расчетных схем с синхронными генераторами, внешнее сопротивление которых до шин системы обычно больше, чем в схеме с СД, следует ожидать меньших областей результирующей устойчивости. Тем не менее эффективность регулирования в статорной цепи и здесь очевидна, так как при отсутствии регулирования во многих случаях можно пренебречь средней за цикл мощностью, передаваемой по линии, а при наличии регулирования перетока и допущении постоянства напряжений по концам ВЛ ($U_1=\text{const}$, $U_2=\text{const}$) эта средняя мощность составляет $P_{\text{эм,ср}}=P_{12}/\pi$, где $P_{12}=U_1U_2/x_{ВЛ}$ — предел передаваемой по линии мощности. Отметим, что $P_{\text{эм,ср}}$ характеризует мощность, которую при отсутствии предлагаемого регулирования следовало бы обеспечить для осуществления ресинхронизации за счет регулирования мощности на электростанциях или отключения части нагрузки.

Воздействующие на СМ электромагнитные моменты и токи. Характер изменения переменных на цикле проворота и их максимальные значения в значительной степени определяют опасные воздействия на синхронную машину и допустимость предлагаемого способа регулирования. Расчеты

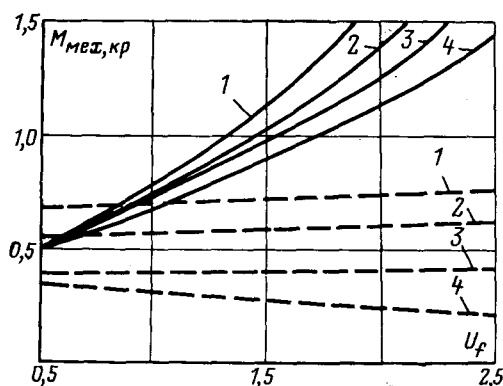


Рис. 3. Зависимости допустимых механических моментов при ресинхронизации двигателя ДСК-260 от напряжения возбуждения при регулировании (сплошные линии) и его отсутствии (пунктирные линии).

1 — $x_{вн}=0, r_{вн}=0$; 2 — $x_{вн}=0,05, r_{вн}=0$; 3 — $x_{вн}=0,1, r_{вн}=0$; 4 — $x_{вн}=0,1, r_{вн}=0,02$.

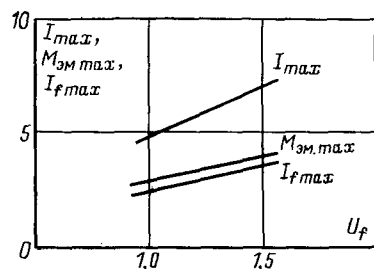


Рис. 4. Наибольшие значения токов и моментов СД типа ДСК-260 на цикле асинхронного проворота при наличии регулирования ($x_{вн}=0, s_{ср}=5\%$).

циклов асинхронного хода на ЦВМ, выполненные при уровнях напряжения возбуждения, необходимых для наступления ресинхронизации при заданном механическом моменте на валу машины, позволили оценить максимальные значения моментов, токов и э. д. с. Их зависимости от напряжения возбуждения приведены на рис. 4. Они получены для фиксированного среднего скольжения $s_{ср}=5\%$, но, как видно из рис. 1, зависимость максимальных значений переменных от скольжения проявляется довольно слабо, и поэтому можно считать, что эти максимальные значения отвечают всему исследуемому диапазону скольжений ($s_{ср}=5-15\%$).

Электромагнитный момент по условиям механической прочности не должен превышать момента, возникающего при коротком замыкании на выводах машины и обычно равного (5—7)-кратному номинальному моменту. В этой связи обратим внимание на максимальные моменты, возникающие в процессе регулирования при достаточном для ресинхронизации возбуждений. Например, для двигателя ДСК-260 при ресинхронизации с номинальным механическим моментом и $x_{вн}=0$ необходимое напряжение возбуждения $U_f=1,3$ (рис. 3). При этом согласно рис. 4 максимальное значение $M_{эм}$ составляет $3,1M_{эм, ном}$, что существенно меньше момента короткого замыкания, $M_{кз}=5,5M_{эм, ном}$.

Следует отметить, что амплитуда электромагнитного момента может быть существенно снижена при уменьшении механического момента на валу машины. Например, при коэффициенте загрузки синхронного двигателя $k_a=0,6-0,8$ напряжение воз-

буждения может быть снижено до $U_{ф, ном}$, при этом амплитуда электромагнитного момента будет составлять $(1,9-2,5)M_{эм, ном}$.

Известно, что мгновенные значения электромагнитных моментов, возникающих при несинхронных включениях машины со значениями углов $\delta_0 \geq 30^\circ$, могут превышать допустимые пределы [Л. 5]. Этот факт следует иметь в виду при наличии разбросов по фазе включения коммутаторов в процессе регулирования.

При применении бесконтактных коммутирующих аппаратов можно обеспечить включение при углах δ_0 , близких к нулю, а также иметь управляемость коммутатора по фазе включения или параметрическое ограничение аperiodических составляющих токов, что позволяет существенно снизить возникающие при включениях знакопеременные составляющие электромагнитных моментов и ориентироваться на оценку допустимости режима по максимальным на цикле асинхронного проворота значениям момента, рассчитываемым без учета быстропереходных процессов в статорных цепях.

Оценка допустимости применения предлагаемого способа регулирования для СД по максимальным значениям токов статора показывает, что максимальные на цикле значения этих токов в процессе регулирования в основном значительно меньше предельно допустимых токов несинхронного включения, равных для двигателей мощностью $P \leq 2$ МВт $1,7I_{пуск}$ [Л. 6], где $I_{пуск}$ — пусковые токи. Так, для двигателя ДСК-260 при успешной ресинхронизации с номинальным моментом на валу и внешним сопротивлением $x_{вн}=0,1, I=4,5I_{ном}$, т. е. токи в процессе регулирования не превосходят даже пусковой ток двигателя, протекающего в статорной цепи иногда в течение секунд, не вызывая каких-либо повреждений.

Моделирование процессов. Наглядную физическую картину динамики процесса ресинхронизации при использовании коммутаторов в статорных цепях дают исследования, проведенные на электродинамической установке. Была создана модель типовой расчетной схемы «синхронный генератор — шины» с тиристорным коммутатором.

Характер процесса ресинхронизации показан на осциллограмме переходного процесса (рис. 5). Устойчивость генератора была нарушена в цикле АПВ. За время разрыва связи генератора с системой скольжение машины достигло $4,5\%$, и синхронизация в первом цикле асинхронного проворота не наступила. Первое включение и дальнейшие коммутации в статорной цепи производились в моменты времени, соответствующие угловому положению ротора $\delta = k\pi$, что отвечает алгоритму, описанному при выводе формулы (1).

Под воздействием этого регулирования и некоторого снижения механической мощности P_t устанавливается баланс сил, действующих на ротор. Отметим, что в случае отсутствия регулирования состояние равновесия здесь обеспечивается только при полной разгрузке машины, так как для параметров модели асинхронная и собственная мощности близки к нулю. После осуществления форсировки возбуждения амплитуда электромагнитной

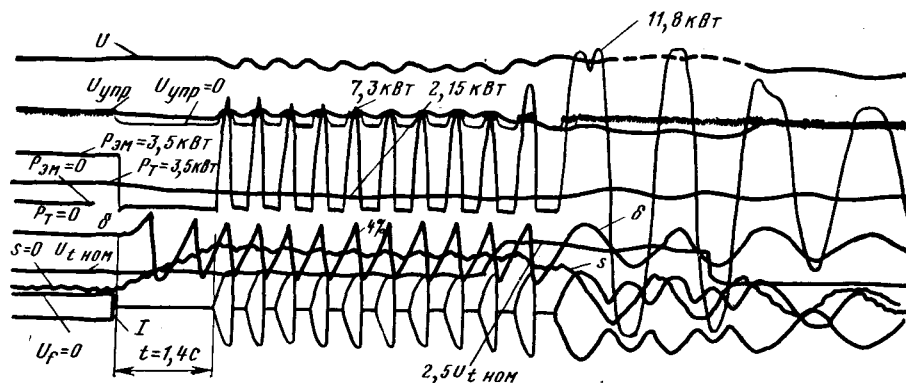


Рис. 5. Осциллограмма процесса ресинхронизации модельного генератора.

мощности увеличивается. Среднее значение ее за цикл становится больше, чем механическая мощность, скольжение за два цикла асинхронного хода проходит нулевое значение, отключается релейное регулирование в статорной цепи, и происходит ресинхронизация. Прекращение регулирования в области малых скольжений устраняет также нежелательный автоколебательный режим непрерывных переключений в статорной цепи с частотой, зависящей от инерционности каналов управления коммутатором и зоны нечувствительности регулятора. Обращает внимание совпадение характера изменения переменных при физическом моделировании рис. 5 и при расчете на ЦВМ (рис. 1) на цикле асинхронного проворота.

Были проведены также исследования на АВМ и ЦВМ динамики процессов ресинхронизации СД и синхронного генератора при учете действия регуляторов возбуждения и скорости, которые подтвердили высокую эффективность регулирования и позволили сформулировать требования к устройствам ресинхронизации [Л. 4]. Например, ресинхронизация СД, даже с номинальным механическим моментом на валу и величиной скольжения при выбеге 10–15% обычно наступает через 2–4 цикла регулирования (коммутаций).

Устройства ресинхронизации частей энергосистемы и отдельных СМ могут быть построены с использованием стандартных элементов автоматики и существующих измерительных и вывешивательных органов. В частности, для функционирования устройства ресинхронизации СД достаточно использования просто измеряемых параметров мощности,

углового положения ротора при отключенном коммутаторе и скольжения.

При практической реализации предлагаемого способа в настоящее время следует ориентироваться на применение быстродействующих коммутаторов, созданных на базе силовой полупроводниковой техники. Технично-экономические трудности, возникающие при создании высоковольтной коммутирующей аппаратуры, в настоящее время представляются преодолимыми. Уже ставится вопрос о внедрении таких коммутаторов в схемах электро-

снабжения, в частности взамен выключателей некоторых СД. Рассчитанные на рабочие и длительные перегрузочные режимы работы, полупроводниковые коммутаторы, выполняя многоцелевые функции (частые коммутации нагрузки, ограничение и быстрое отключение токов короткого замыкания), могли бы быть оснащены устройствами, реализующими предлагаемое регулирование с целью обеспечения результирующей устойчивости СД без разгрузки привода. Перегрузочная способность полупроводниковых выключателей, выбранных по условиям рабочих режимов СД, как показано в [Л. 4], является вполне достаточной и для проведения ресинхронизации рассмотренным выше способом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов Н. И., Сумцов И. А., Кременецкий А. М. Ресинхронизация синхронных двигателей многократной форсировкой возбуждения. — Электричество, 1975, № 5.
2. Кучумов Л. А., Евдокунин Г. А., Рыжов В. П. Улучшение протекания аварийных режимов в электрических системах путем применения бесконтактных токоограничивающих и регулирующих аппаратов. — В кн.: Сборник докладов III Всесоюзной конференции «Устойчивость и надежность энергосистем СССР». М.: Энергия, 1973.
3. Веников В. А., Зеленохат Н. И. Об управлении результирующей устойчивостью с применением методов кибернетики. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 6.
4. Рыжов В. П. Исследование условий ресинхронизации при использовании быстродействующих коммутирующих устройств в статорных цепях синхронных машин. Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. Л. 1975. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Лен. политехнический ин-т.
5. Хачатуров А. А. Несинхронные включения и ресинхронизация в энергосистемах. М.: Энергия, 1964.
6. Голоднов Ю. М., Хоренян А. Х. Самозапуск электродвигателей. М.: Энергия, 1974.

[13.12.78]



УДК 621.313.17-193.001.24

Рабочие характеристики обобщенного колебательного электродвигателя

ЛУКОВНИКОВ В. И., канд. техн. наук

Томский политехнический институт

Использование работающих в колебательном режиме электродвигателей перспективно для рационального построения управляемых безредукторных

колебательных приводов (виброприводов) [Л. 1]. Отсутствие общих выражений для рабочих характеристик, позволяющих в каждом конкретном слу-

чае простыми аналитическими средствами получить их расчетные соотношения, затрудняет расчет и проектирование электроприводов с подобными колебательными электродвигателями. В данной статье получены такие выражения, а также найдены на их основе конкретные расчетные соотношения характеристик асинхронного колебательного электродвигателя.

Рабочие характеристики колебательного двигателя обычно представляются силовыми и кинематическими амплитудно-фазо-частотными зависимостями, нахождение которых должно осуществляться путем решения дифференциального уравнения колебательного движения, поскольку нагрузка электродвигателя даже в установившемся режиме колебаний определяется не только статическими, но и динамическими усилиями.

Если рассматривать обобщенную электрическую машину в виде идеализированной модели с двухфазными симметричными ротором и статором [Л. 2] и дополнительно к общепринятым допущениям положить, что в машине коэффициент погружения вторичного элемента в первичный равен единице, а краевые эффекты отсутствуют, то такая модель оказывается пригодной для одновременного описания электродвигателей вращательного и прямолинейного движения, т. е. машина будет обобщенной и по характеру движения вторичного элемента.

В системе координат α, β жестко связанной с осями фазных обмоток первичного элемента (статора или индуктора), обобщенный в указанном смысле электродвигатель описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_{\alpha s} &= i_{\alpha s} r_s + L_s \frac{di_{\alpha s}}{dt} + M \frac{di_{\alpha r}}{dt}; \\ u_{\beta s} &= i_{\beta s} r_s + L_s \frac{di_{\beta s}}{dt} + M \frac{di_{\beta r}}{dt}; \\ u_{\alpha r} &= i_{\alpha r} r_r + L_r \frac{di_{\alpha r}}{dt} + M \frac{di_{\alpha s}}{dt} + \xi (M i_{\beta s} + L_r i_{\beta r}); \\ u_{\beta r} &= i_{\beta r} r_r + L_r \frac{di_{\beta r}}{dt} + M \frac{di_{\beta s}}{dt} - \xi (M i_{\alpha s} + L_r i_{\alpha r}); \\ q_{\text{эм}} &= k_q M (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) = \\ &= q_n \left(q_0, \int \xi dt, \xi, \frac{d\xi}{dt}, q_{\text{тр}} \operatorname{sign} \xi \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $u_{\alpha s}, u_{\beta s}, u_{\alpha r}, u_{\beta r}; i_{\alpha s}, i_{\beta s}, i_{\alpha r}, i_{\beta r}; r_s, r_r; L_s, L_r; M$ — соответственно напряжения, токи, активные сопротивления, полные индуктивности фазных обмоток и взаимная индуктивность между обмотками первичного s и вторичного r элементов; ξ — скорость изменения обобщенной координаты подвижного элемента; $q_{\text{эм}}, q_n, q_0, q_{\text{тр}}$ — соответственно обобщенная электромагнитная сила, полное нагрузочное усилие, силы постоянного сопротивления и сухого трения; k_q — обобщенный силовой коэффициент.

Для угловых колебаний ротора двигателей вращательного движения $\xi = \omega_r = \frac{d\varphi}{dt}$, $k_q = 1$, а для прямолинейных колебаний бегуна линейного двигателя $\xi = \frac{\pi}{\tau} v = \frac{\pi}{\tau} \frac{dx}{dt}$, $k_q = \pi^2 / \tau^2$, где φ и x — угловая и ли-

нейная координаты подвижного элемента двигателя, τ — полюсное деление. Все обмотки приведены к фазной обмотке αs .

Если питающие напряжения или токи являются балансно-модулированными по амплитуде, частоте или линейно-модулированными по фазе периодическими сигналами [Л. 1], то система (1) описывает колебательный режим обобщенного электродвигателя, и ее последнее уравнение представляет собой уравнение колебательного движения подвижного элемента. Запись уравнения движения в явном виде и его аналитическое решение — достаточно сложные задачи, поскольку в общем случае, во-первых, невозможно получить в точном виде выражение для обобщенной электромагнитной силы $q_{\text{эм}}$ из первых четырех уравнений, которые даже в установившемся режиме нелинейны из-за периодичности ξ , а, во-вторых, обобщенная нагрузка q_n на валу или штоке электродвигателя колебательного движения является сложной функцией параметров движения, привода и нагрузки. Следовательно, в общем случае расчет рабочих характеристик электродвигателей колебательного движения следует осуществлять путем решения всей системы (1) с помощью ЦВМ, используя, например, бикомплексный метод [Л. 3]. В ряде частных случаев удастся составить и аналитически решить уравнения движения более простыми средствами.

Так, например, для асинхронных двигателей с немагнитным подвижным элементом, использование которых целесообразно в длинноходовых вибростендах, при нагружении инерционной, демпфирующей и позиционной силами, система (1) из-за $u_{\alpha r} = u_{\beta r} = q = q_{\text{тр}} = 0$ и $L_r \approx M$ преобразуется к виду:

$$\left. \begin{aligned} u_{\alpha s} &= i_{\alpha s} r_s + L_s \frac{di_{\alpha s}}{dt} + M \left(\frac{di_{\alpha r}}{dt} + \frac{di_{\alpha s}}{dt} \right); \\ u_{\beta s} &= i_{\beta s} r_s + L_s \frac{di_{\beta s}}{dt} + M \left(\frac{di_{\beta r}}{dt} + \frac{di_{\beta s}}{dt} \right); \\ 0 &= i_{\alpha r} r_r + M \left(\frac{di_{\alpha s}}{dt} + \frac{di_{\alpha r}}{dt} \right) + \xi M (i_{\beta s} + i_{\beta r}); \\ 0 &= i_{\beta r} r_r + M \left(\frac{di_{\beta s}}{dt} + \frac{di_{\beta r}}{dt} \right) - \xi M (i_{\alpha s} + i_{\alpha r}); \\ k_q M (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) &= L_{\text{мех}} \frac{d\xi}{dt} + \\ &+ R_{\text{мех}} \xi + C_{\text{мех}}^{-1} \int \xi dt, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $C_{\text{мех}}^{-1}, R_{\text{мех}}, L_{\text{мех}}$ — обобщенные коэффициенты позиционной, демпфирующей и инерционной сил двигателя и нагрузки; L_s — индуктивность рассеяния фазных обмоток первичного элемента.

При питании от источника напряжения двигатель становится вибровозбудителем, т. е. источником колебательного углового или прямолинейного перемещения [Л. 1], и фазные напряжения $u_{\alpha s}$ и $u_{\beta s}$ являются при этом известными функциями времени.

Тогда из системы (2) при $r_s = 0, L_s = 0$ получим уравнение движения:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = \frac{k_q}{r_r} \left\{ u_{as} \int u_{as} dt - u_{as} \int u_{\beta s} dt - \frac{d\gamma}{dt} \left[\left(\int u_{as} dt \right)^2 + \left(\int u_{\beta s} dt \right)^2 \right] \right\}, \quad (3)$$

где $\gamma = \int \xi dt$ — обобщенная координата положения подвижного элемента двигателя.

Если двигатель питается от источника тока, то он становится вибрационным силовозбудителем, т. е. приобретает свойства источника колебательного момента или усилия [Л. 4], и фазные токи i_{as} и $i_{\beta s}$ являются при этом известными функциями времени.

Система (2) при $\frac{di_{ar}}{dt} \approx 0$, $\frac{di_{\beta r}}{dt} \approx 0$ (даже при $r_s \neq 0$, $l_s \neq 0$) дает уравнение движения, подобное (3):

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = \frac{k_q M^2}{r_r} \left[i_{as} \frac{di_{\beta s}}{dt} - i_{\beta s} \frac{di_{as}}{dt} - \frac{d\gamma}{dt} (i_{as}^2 + i_{\beta s}^2) \right]. \quad (4)$$

При низкочастотных колебаниях можно считать в первых четырех уравнениях системы (2) $\xi = \frac{d\gamma}{dt} = \text{const}$ по сравнению с высокочастотными питающими величинами и тогда в комплексном виде они запишутся для v -й гармоники следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{asv} &= z_{sv} i_{asv} + jx_v (i_{arv} + i_{asv}); \\ \dot{U}_{\beta sv} &= z_{sv} i_{\beta sv} + jx_v (i_{\beta rv} + i_{\beta sv}); \\ 0 &= r_r i_{arv} + jx_v (i_{arv} + i_{asv}) + \xi M (i_{\beta rv} + i_{\beta sv}); \\ 0 &= r_r i_{\beta rv} + jx_v (i_{\beta rv} + i_{\beta sv}) - \xi M (i_{arv} + i_{asv}), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $z_{sv} = r_s + j\omega v l_s$; $x_v = \omega v M$; ω — основная частота питающих величин.

Решение системы (5) относительно тока имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} i_{asv} &= \frac{\dot{U}_{asv}}{z_{sv}} + \frac{-\dot{U}_{\beta sv} (\xi M \dot{A}) \dot{A} r_r j x_v}{z_{sv}^2 [1 + (\xi M \dot{A})^2]}; \\ i_{\beta sv} &= \frac{\dot{U}_{\beta sv}}{z_{sv}} + \frac{\dot{U}_{asv} (\xi M \dot{A}) \dot{A} r_r j x_v}{z_{sv}^2 [1 + (\xi M \dot{A})^2]}; \\ i_{arv} &= -\frac{\dot{U}_{asv}}{z_{sv}} - \frac{\dot{U}_{\beta sv} (\xi M \dot{A}) \dot{A} r_r (z_{sv} + j x_v)}{z_{sv}^2 [1 + (\xi M \dot{A})^2]}; \\ i_{\beta rv} &= -\frac{\dot{U}_{\beta sv}}{z_{sv}} - \frac{\dot{U}_{asv} (z_{sv} + j x_v) (\xi M \dot{A}) \dot{A} r_r}{z_{sv}^2 [1 + (\xi M \dot{A})^2]}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\dot{A} = z_{sv} [r_r z_{sv} + j x_v (z_{sv} - r_r) - 2x_v^2]^{-1}$. Выражения (6) при известных $u_{as}(t)$ и $u_{\beta s}(t)$ (питание от источника напряжения) дают возможность установить временные зависимости для фазных токов и записать уравнение движения:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = k_q M \text{Re} \left\{ \sum_{v=0}^N \sum_{\mu=0}^N i_{\beta sv} \times \right. \\ \left. \times [i_{ar\mu}^* e^{j\Omega(v-\mu)t} - i_{ar\mu} e^{j\Omega(v+\mu)t}] - i_{asv} [i_{\beta r\mu}^* \times \right. \\ \left. \times e^{j\Omega(v-\mu)t} + i_{\beta r\mu} e^{j\Omega(v+\mu)t}] \right\}, \quad (7)$$

где N — наибольшее число гармоник в питающих напряжениях.

Для случая питания от источника тока из (5) получаем:

$$\left. \begin{aligned} i_{arv} &= -i_{asv} - \frac{i_{asv} \dot{A} r_r z_{sv} [(z_{sv} + \dot{A} r_r j x_v) \times \\ &\times (\xi M \dot{A})^2 + \dot{A} z_{sv} (r_r + j x_v) - i_{\beta sv} \dot{A} r_r z_{sv} (\xi M \dot{A}) \{z_{sv} [\dot{A} (r_r + j x_v) + \\ &+ (\xi M \dot{A})^2 + \dot{A} r_r j x_v\} - (\dot{A})^2 r_r^2 x_v^2 (\xi M \dot{A})^2]}{z_{sv}^2 [\dot{A} (r_r + j x_v) + (\xi M \dot{A})^2] - (\xi M \dot{A})^2}; \\ i_{\beta rv} &= -i_{\beta sv} - \frac{i_{\beta sv} \dot{A} r_r z_{sv} [(z_{sv} + \dot{A} r_r j x_v) \times \\ &\times (\xi M \dot{A})^2 + \dot{A} z_{sv} (r_r + j x_v) + i_{asv} \dot{A} r_r z_{sv} (\xi M \dot{A}) \{z_{sv} [(\xi M \dot{A})^2 + \\ &+ \dot{A} (r_r + j x_v) + \dot{A} r_r j x_v\} - (\dot{A})^2 r_r^2 x_v^2 (\xi M \dot{A})^2]}{z_{sv}^2 [\dot{A} (r_r + j x_v) + (\xi M \dot{A})^2] - (\xi M \dot{A})^2}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

а уравнение движения по форме точно совпадает с (7).

Иногда в целях упрощения при составлении уравнения колебательного движения можно пользоваться соотношениями для среднего колебательного момента или усилия, которые можно получить из (6) и правой части (7) и которые совпадают с известными выражениями механических характеристик для частных случаев [Л. 5]. Такой прием эффективен, например, [Л. 1] при исследовании колебательного режима, возбуждаемого балансно-амплитудной или линейной фазовой модуляцией, если за основу взять выражение механической характеристики двигателя при амплитудно-фазовом управлении [Л. 5].

Уравнение движения в случае фазной модуляции при равных амплитудах питающих напряжений имеет вид:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = A \left(\frac{d\gamma}{dt} \right) [1 + \sin \Omega t] - B \left(\frac{d\gamma}{dt} \right) [1 - \sin \Omega t], \quad (9)$$

а в случае амплитудной модуляции

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = A \left(\frac{d\gamma}{dt} \right) [1 + \sin \Omega t]^2 - B \left(\frac{d\gamma}{dt} \right) [1 - \sin \Omega t]^2, \quad (10)$$

где $A \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)$, $B \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)$ — известные функции параметров схемы замещения двигателя и обобщенной скорости колебаний $\xi = d\gamma/dt$; Ω — частота модуляции. Сравнительный анализ полученных уравнений (3), (4), (7), (9) и (10) показывает, что общий вид уравнения колебательного движения обобщенного электродвигателя в рассмотренных частных случаях:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = F \left(\frac{d\gamma}{dt}, t \right). \quad (11)$$

Раскладывая $F \left(\frac{d\gamma}{dt}, t \right)$ в ряд по степеням $\frac{d\gamma}{dt}$ и ограничиваясь линейным приближением:

$$F \left(\frac{d\gamma}{dt}, t \right) \approx F_1(t) - F_2(t) \frac{d\gamma}{dt},$$

уравнение (11) можно представить в виде:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + [R_{\text{мех}} + F(t)] \frac{d\gamma}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \gamma = F_1(t), \quad (12)$$

причем периодические функции $F_1(t)$ и $F_2(t)$ имеют равные периоды $2\pi/\Omega$. Запись уравнения движения в форме (12) точно совпадает с (3) и (4) и дает небольшую погрешность для (7), (9) и (10) ввиду малости коэффициентов разложения при степенях выше первой, как это, например, показано при исследовании колебательного режима работы двухфазных асинхронных двигателей с полым ротором [Л. 6].

Если ввести относительные величины обобщенных координат положения $\theta = \gamma/\gamma_0$, скорости $v = \xi_{\text{сн}}^{-1} \frac{d\gamma}{dt}$ и усилий $f_1(t) = \frac{F_1(t)}{q_{\text{э.к0}}}$, $f_2(t) = \xi_{\text{сн}} \frac{F_2(t)}{q_{\text{э.к0}}}$, где $\xi_{\text{сн}}$ — номинальная синхронная обобщенная скорость; $q_{\text{э.к0}}$ — пусковое обобщенное электромагнитное усилие при круговом поле, а γ_0 — базовый геометрический размер в положении ротора (бегуна), то (12) можно преобразовать к виду:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + [\varepsilon + f_2(t)] \frac{1}{\tau} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho}{\tau} \theta = \frac{\xi_{\text{сн}}}{\gamma_0 \tau} f_1(t),$$

где $\tau = L_{\text{мех}} \xi_{\text{сн}} / q_{\text{э.к0}}$ — электромеханическая постоянная времени; $\varepsilon = R_{\text{мех}} \xi_{\text{сн}} / q_{\text{э.к0}}$, $\rho = \xi_{\text{сн}} / C_{\text{мех}} q_{\text{э.к0}}$ — относительные коэффициенты демпфирующей и позиционной сил.

Полученное уравнение имеет периодический коэффициент при $d\theta/dt$, и решить его можно путем преобразования к уравнению Хилла, однако такой путь дает громоздкие и малоприменимые для инженерных расчетов соотношения.

Поскольку обычно глубина модуляции периодического коэффициента невелика, можно учитывать

только его постоянную составляющую, и тогда уравнение движения запишется в виде:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + (\varepsilon + f_0) \frac{1}{\tau} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho}{\tau} \theta = \frac{\xi_{\text{сн}}}{\gamma_0 \tau} f_1(t), \quad (13)$$

где $f_0 = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} f_2(t) dt$ — постоянная составляющая.

Для 1-й гармоники колебаний ротора (бегуна) $\theta = \theta_m \sin(\Omega t + \gamma)$, установившееся решение уравнения (13):

$$\theta_m = \frac{f_1}{\gamma_0 \Omega_0 (f_0 + \varepsilon) \sqrt{1 + z^2(\Omega_0)}}; \quad (14)$$

$$\gamma = \alpha_1 - \arctg[z^{-1}(\Omega_0)] \text{ при } \rho_0 > \Omega_0 T_0;$$

$$\gamma = \alpha_1 + \pi - \arctg[z^{-1}(\Omega_0)] \text{ при } \rho_0 < \Omega_0 T_0,$$

где $T_0 = \xi_{\text{сн}} \tau$; $\rho_0 = \rho \xi_{\text{сн}}^{-1}$; $\Omega_0 = \Omega \xi_{\text{сн}}^{-1}$ — относительные электромеханическая постоянная времени, коэффициент позиционной силы, частота модуляции; f_1 , α_1 — амплитуда и фаза первой гармонической составляющей

усилия $f_1(t)$; $z(\Omega_0) = \frac{\rho_0 - \Omega_0 T_0}{f_0 + \varepsilon}$ — относительный частотнозависимый нагрузочный коэффициент.

При этом первая гармоника колебательного относительного электромагнитного усилия

$$f(t) = f_1(t) - f_2(t) \gamma_0 \xi_{\text{сн}}^{-1} \frac{d\theta}{dt} = f_m \sin(\xi_{\text{сн}} \Omega_0 t + \delta),$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_m &= f_1 \sqrt{1 - \frac{f_0(f_0 + 2\varepsilon)}{(f_0 + \varepsilon)^2 [1 + z^2(\Omega_0)]}}; \\ \delta &= \alpha_1 - \arctg \left\{ \frac{f_0 z(\Omega_0)}{(f_0 + \varepsilon) [1 + z^2(\Omega_0)] - f_0} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Соотношения (14) и (15) представляют собой общие рабочие характеристики обобщенного колебательного электродвигателя. Они имеют вид резонансных кривых.

Поскольку $\tau_{\text{дв}}$, $\xi_{\text{сн}}$, $q_{\text{э.к0}}$ являются паспортными данными электродвигателя, то основными параметрами, определяющими рабочие характеристики при заданной нагрузке, являются относительные коэффициенты демпфирования f_0 и амплитуда пускового электромагнитного усилия f_1 электродвигателя. Они зависят от параметров r_i , x_i , схемы замещения асинхронного двигателя и способа возбуждения колебательного режима. Определим их для наиболее употребительного в колебательных приводах двухфазного асинхронного двигателя с немагнитным вторичным элементом. Для определенности будем рассматривать вращательное движение. При необходимости от полученных соотношений можно легко перейти к формулам для двигателя прямолинейного движения соответствующей заменой угловых кинематических и силовых координат на линейные.

На основе соотношений (6) и (8) и правой части уравнения (7), а также используя результа-

Способы возбуждения колебаний	Относительные коэффициенты демпфирования и амплитуды электромагнитных пусковых моментов			
	Потенциальное питание		Токовое питание	
	f_0	f_1	f_0	f_1
Линейная фазовая модуляция с постоянной скоростью	$2k_{r1}(1 + \gamma_0^2)$	γ_0	$2k_{r4}(1 + \gamma_0^2)$	γ_0
Балансная амплитудная синусоидальная модуляция	$k_{r1}(2 + \gamma_0^2)$	$\gamma_0 \sin \varphi_0$	$k_{r4}(2 + \gamma_0^2)$	$\gamma_0 \sin \varphi_0$
Балансная частотная синусоидальная модуляция	$k_{r3} \gamma_0^2$	$k_{r2} \alpha_0 \gamma_0^2 \sin \varphi_0$	$2k_{r4}(1 + \gamma_0^2)$	$\alpha_0 \gamma_0$
Балансная амплитудно-частотная синусоидальная модуляция				

ты [Л. 7], можно получить, что относительное электромагнитное усилие двигателя при питании от источника напряжений

$$u_{as} = \gamma_2 U_{\beta sm, N} \sin(\alpha \omega_N t + \varphi_{as}), u_{\beta s} = \gamma_1 U_{\beta sm, N} \times \sin(\alpha \omega_N t + \varphi_{\beta s}).$$

$$m = \frac{M}{M_{э.ко}} = 0,25 [r_1^2 + x_1^2 + (d^2 + l^2) r_2^2 + 2r_1 r_2] \times$$

$$\times \left\{ \frac{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2\gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi) (\alpha - v)}{(r_1^2 + x_1^2 \alpha^2) (\alpha - v)^2 + 2r_1 r_2 \alpha (\alpha - v) + (d^2 + l^2 \alpha^2) r_2^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi) (\alpha + v)}{(r_1^2 + x_1^2 \alpha^2) (\alpha + v)^2 + 2r_1 r_2 \alpha (\alpha + v) + (d^2 + l^2 \alpha^2) r_2^2} \right\}, \quad (16)$$

где $d = r_1/x_m$; $l = 1 + x_1/x_m$;

$$\gamma_1 = U_{\beta sm}/U_{\beta sm, N}; \gamma_2 = U_{asm}/U_{\beta sm, N};$$

$$\Delta \varphi = \varphi_{as} - \varphi_{\beta s}; \alpha = \omega/\omega_N; v = \omega_r/\omega_{cN};$$

ω_r, ω_{cN} — текущая и синхронная угловая скорость ротора. Индекс N в обозначениях означает, что данная величина номинальная.

При питании от источника тока $i_{as} = \gamma_2 I_{\beta sm, N} \times \sin(\omega_N t \alpha + \varphi_{as})$; $i_{\beta s} = \gamma_1 I_{\beta sm, N} \sin(\alpha \omega_N t + \varphi_{\beta s})$;

$$m = 0,25 (r_2^2 + x_m^2) \times$$

$$\times \left[\frac{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2\gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi) (\alpha - v) \alpha^2}{\alpha^2 r_2^2 + (\alpha - v)^2 x_m^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi) (\alpha + v) \alpha^2}{\alpha^2 r_2^2 + (\alpha + v)^2 x_m^2} \right]. \quad (17)$$

При разложении (16) и (17) в ряд по степеням v , получим при потенциальном питании:

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \alpha \gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi \times \\ &\times \frac{r_1^2 + x_1^2 + (d^2 + l^2) r_2^2 + 2r_1 r_2}{(r_1^2 + x_1^2 \alpha^2) \alpha^2 + 2r_1 r_2 \alpha^2 + (d^2 + l^2 \alpha^2) r_2^2}; \\ f_2(t) &= 0,5 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) [(d^2 + l^2 \alpha^2) r_2^2 - \\ &- (r_1^2 + x_1^2 \alpha^2) \alpha^2] \times \\ &\times \frac{r_1^2 + x_1^2 + (d^2 + l^2) r_2^2 + 2r_1 r_2}{(r_1^2 + x_1^2 \alpha^2) \alpha^2 + 2r_1 r_2 \alpha^2 + (d^2 + l^2 \alpha^2) r_2^2}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

а при токовом питании:

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \alpha \gamma_1 \gamma_2 \sin \Delta \varphi; \\ f_2(t) &= 0,5 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) \frac{r_2^2 - x_m^2}{r_2^2 + x_m^2}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

При возбуждении колебаний [Л. 1] методами линейной фазовой модуляции:

$$\alpha = \gamma_1 = 1; \gamma_2 = \gamma_0 - \text{const}; \Delta \varphi = \Omega t + \alpha_1;$$

амплитудной модуляции

$$\alpha = \gamma_1 = 1; \Delta \varphi = \varphi_0 - \text{const}; \gamma_2 = \gamma_0 \sin(\Omega t + \alpha_1);$$

частотной модуляции

$$\gamma_1 = 1, \gamma_2 = \varphi_0 - \text{const}, \Delta \varphi = \varphi_0 - \text{const},$$

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\Omega t + \alpha_1);$$

амплитудно-частотной модуляции

$$\Delta \varphi = \varphi_0 - \text{const}; \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_0 \sin(\Omega t + \alpha_1);$$

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\Omega t + \alpha_1); \gamma_0/\alpha_0 - \text{const}.$$

Подстановкой этих условий в (18) и (19) и можно найти выражения $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и далее определить f_0 и f_1 .

Результаты аналитических выкладок сведены в таблицу, которая в совокупности с соотношениями (14) и (15) может служить основой для расчета рабочих характеристик колебательного асинхронного двигателя при различных способах возбуждения колебаний. В таблице обозначено:

$$k_{r1} = 0,25 \frac{[r_1^2 + (x_1 + x_m)^2] r_2^2 - (r_1^2 + x_1^2) x_m^2}{[r_1^2 + (x_1 + x_m)^2] r_2^2 + (r_1^2 + x_1^2) x_m^2 + 2r_1 r_2 x_m^2};$$

$$k_{r2} = \frac{[r_1^2 + (x_1 + x_m)^2 r_2^2 + (r_1^2 + x_1^2) x_m^2 + 2r_1 r_2 x_m^2]}{[2r_1^2 + (x_1 + x_m)^2 \alpha_0^2] r_2^2 + (r_1^2 + 0,5 x_1^2 \alpha_0^2) x_m^2 + 2r_1 r_2 x_m^2 \alpha_0^2};$$

$$k_{r3} = k_{r2} \frac{[2r_1^2 \alpha_0^{-2} + (x_1 + x_m)^2] r_2^2 - (r_1^2 + 0,5 \alpha_0^2 x_1^2) x_m^2}{[2r_1^2 \alpha_0^{-2} + (x_1 + x_m)^2] r_2^2 + (r_1^2 + 0,5 x_1^2 \alpha_0^2) x_m^2 + 2r_1 r_2 x_m^2} \quad (20)$$

$$k_{r4} = (r_2^2 - x_m^2)/4(r_2^2 + x_m^2).$$

Необходимые для расчета рабочих характеристик в абсолютных величинах параметры τ и $M_{э.ко}$ при отсутствии их в паспортных данных можно рассчитать по формулам:

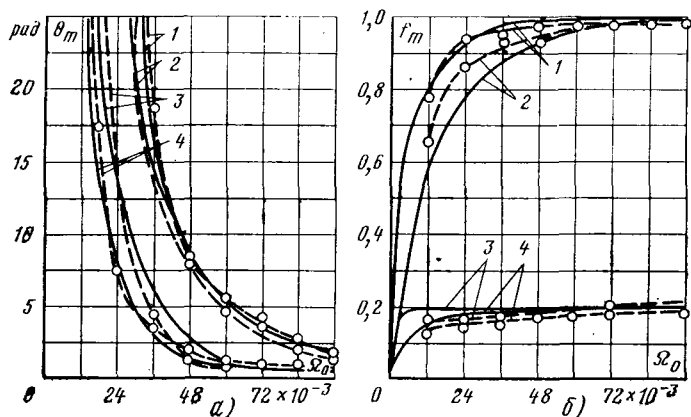
$$\tau_{дв} = J_{дв} \omega_{cN}/M_{э.ко}; \quad (21)$$

$$M_{э.ко} = \frac{2U_{\beta s}^2 N^2 r_2 x_m^2}{\omega_{cN} \{ [r_1^2 + (x_1 + x_m)^2] r_2^2 + (r_1^2 + x_1^2) x_m^2 + 2r_1 r_2 x_m^2 \}} \quad (22)$$

при потенциальном питании и

$$M_{э.ко} = \frac{2I_{\beta s}^2 N^2 r_2 x_m^2}{\omega_{cN} (r_1^2 + x_1^2)} \quad (23)$$

при токовом питании,



Кинематические (а) и силовые (б) амплитудно-частотные характеристики двигателя-сканатора при потенциальной (2, 4) и токовой (1, 3) фазовой модуляции питания.

— расчетные кривые; --- экспериментальные кривые; 1, 2 — $\gamma_0=1$; 3, 4 — $\gamma_0=0.2$

где $J_{дв}$, $\omega_{сн}$ — момент инерции ротора и синхронная угловая скорость электродвигателя. Если размерности угла и скорости колебаний — радиан и радиан в секунду соответственно, то $\gamma_0=1$.

Хорошее совпадение представленных на рисунке экспериментальных и рассчитанных по полученным соотношениям силовых и кинематических амплитудно-частотных характеристик электродвигателя-сканатора оптикокорреляционных ориентаторов,

построенных на основе серийного двигателя АДП-263 [Л. 1], убеждает в практической полезности найденных выражений рабочих характеристик.

Отметим, что эти выражения легко позволяют получить и другие виды характеристик, описывающих колебательный электродвигатель, например, механические амплитудные $\theta_m(f_m)$ или управления $\theta_m(\gamma_0, \alpha_0)$, $f_m(\gamma_0, \alpha_0)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луковников В. И. Разработка и исследование электромеханических сканирующих устройств для некоторых типов оптических корреляторов: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М.: 1971. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Институт инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии.
2. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. М.: Энергия, 1973.
3. Луковников В. И. Символический метод расчета характеристик электродвигателя колебательного движения. — Электричество, 1978, № 4.
4. Луковников В. И., Варламов В. И. Линейный асинхронный двигатель в режиме вибрационного силового возбуждения. — Электротехника, 1978, № 8.
5. Васильев А. И., Анисимов А. С. Оптимальные процессы в электроприводах. М.: Энергия, 1966.
6. Луковников С. А. Исследование электромеханических переходных процессов при колебательном режиме электродвигателей серий ДИД, АДП, ЭМ. — Изв. Томского политех. ин-та, 1975, т. 267.
7. Сандлер А. С., Сарбатов Р. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. М.: Энергия, 1974. [03.10.78]



УДК 621.313.001.2

Проектирование электрических машин как многокритериальная задача оптимизации

АЛИЕВСКИЙ Б. Л., канд. техн. наук

Московский авиационный институт

Проектирование электрических машин как научная дисциплина включает теоретические основы и методы решения комплекса задач электромагнитных, механических, тепловых и экономических расчетов, а также задач конструирования. В качестве рабочего процесса проектирование состоит в практической реализации решения перечисленных задач, анализе и синтезе компоновочных схем электрических машин на стадии определения их основных параметров и в выполнении конструкторской разработки. В итоге создается технический проект машины.

Современные методы проектирования в различных областях техники [Л. 1] основаны на системном анализе, предполагающем иерархическое подчинение частных задач проектирования общим целям системы. Главные характерные особенности этого подхода: исследование большого числа вариантов решения проектных задач; разделение процесса разработки проекта на внешнее и внутрен-

нее проектирование. Первая особенность определяет использование машинного проектирования, под которым понимается автоматизация обработки расчетной информации и выполнения графических вариантов конструкции. Эти принципы применимы и в электромеханике [Л. 2].

Вторая особенность предполагает рассмотрение электрической машины как многоцелевой подсистемы, имеющей разнообразные условия функционирования, многоканальные связи с внешней системой. Определение входных воздействий и выходных характеристик (статических и динамических) электрической машины, обусловленных доминирующим влиянием и требованиями этой системы, относится к внешнему проектированию. Формирование общего облика машины и ее элементов, а также заданных внешним проектированием выходных характеристик принадлежит к внутреннему проектированию, которое проводится на базе оптимизационных расчетов. Электрическая машина как подсистема ха-

рактируется рядом различных показателей качества (эффективности), по которым оцениваются итоги внутреннего и внешнего проектирования.

Проектный расчет электрической машины как категории исследования операций формулируется в виде одной из задач математического программирования и с помощью соответствующих методов реализуется посредством ЦВМ для получения оптимизированных показателей, доставляющих экстремум целевой функции [Л. 3—5]. Адекватные для расчета электрических машин формализованные модели соответствуют разделу математического программирования — нелинейному программированию. В общем случае критерий качества машины — целевая функция — нелинейно зависит от аргументов оптимизации, а ограничительные условия, формулируемые в виде системы равенств и неравенств, содержат нелинейные функции проектных параметров.

В большинстве работ по оптимальному проектированию электрических машин их эффективность оценивается по какому-либо одному критерию качества. Остальные важнейшие технико-экономические показатели включаются в число ограничений или получаются в результате расчета (в зависимости от постановки задачи). Даже выбор единичного критерия испытывает влияние внешней системы: для машин передвижных объектов обычно минимизируют массу или определяющий габаритный размер; для машин общепромышленного применения — потери мощности или стоимость.

В ряде специальных случаев критерии оптимизации должны отражать динамические либо информационные характеристики электрических машин. Для электродвигателей с частыми реверсами минимизируется момент инерции ротора, для машин автоматики — электромеханическая постоянная времени. Проектируя информационные электрические машины, минимизируют погрешность функциональной характеристики: относительную ошибку выходного сигнала вращающегося трансформатора [Л. 5]; неточность индикации сельсинов, которая учитывается посредством удельного статического синхронизирующего момента [Л. 4]; для тахометрических генераторов можно минимизировать отклонение от линейного закона выходной характеристики. Но эти специальные критерии мало чувствительны к массо-габаритным, энергетическим и экономическим показателям качества, не имеют достаточной общности.

При системном подходе к проектированию электрической машины целесообразно выбирать некоторые обобщенные критерии либо учитывать последовательно ряд различных критериев. Это открывает возможности более уверенного выбора эффективного варианта, а также возможности унификации алгоритмов оптимизационных расчетов.

Критерии оптимизации. Среди известных обобщенных критериев в определенной мере требованиям внешней системы отвечают приведенные годовые затраты. Их минимум удовлетворяет условию высокой экономичности, так как эти затраты учитывают и стоимость изготовления (материалов и труда), и стоимость потерь мощности при эксплуа-

тации (энергетические показатели машины). Приведенные затраты — распространенный критерий для оценки качества электрических машин общепромышленного назначения. Данный критерий применен, например, при проектировании единой серии асинхронных двигателей [Л. 6]. Укажем, что для ответственных случаев в состав приведенных годовых затрат целесообразно включать дополнительно стоимость ущерба из-за перерывов в эксплуатации электрической машины, связанных с ее отказами. Последние прогнозируются по показателям надежности.

Специфика работы электрических машин на различных подвижных объектах определяет особые формы их критериев оптимальности. Например, для авиационных генераторов применяются критерии «полетная масса» [Л. 7] и «полетный к. п. д.» [Л. 8]. Сравнительные оценки электрических машин для транспортных средств, не относящихся к летательным аппаратам, также целесообразно производить с помощью аналогичных критериев. Например, в развитие [Л. 8] можно записать выражение «транспортного к. п. д.»:

$$\eta_{\text{т}} = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{н}} + \Sigma P + \Delta P_{\text{с}} + \Delta P_{\text{т.м}} + \Delta P_{\text{м}} + \Delta P_{\text{т}}}. \quad (1)$$

В выражении (1) $P_{\text{н}}$ и ΣP — номинальная мощность и суммарные потери электрической машины. Величины ΔP с соответствующими индексами учитывают приращения мощности первичного двигателя транспортного средства, которые вызваны: $\Delta P_{\text{с}}$ — возрастанием лобового гидродинамического сопротивления вследствие установки электрической машины; $\Delta P_{\text{т.м}}$ — транспортированием массы этой машины; $\Delta P_{\text{м}}$ и $\Delta P_{\text{т}}$ — транспортированием дополнительных масс корпуса и силовой установки транспортного средства (индекс «м») и топлива (индекс «т»), необходимых для компенсации номинального расхода мощности первичного двигателя на функционирование и транспортировку электрической машины.

В [Л. 9] предложена форма записи критерия качества, достоинство которой состоит в возможности применения для оценки технико-экономической эффективности электрических машин различного назначения. Критерий построен в виде обобщающей линейной функции, которая включает массы и потери мощности основных конструктивных узлов машины. Данная функция легко трансформируется в частные критерии: стоимость, приведенные годовые затраты, массу, потери мощности (к. п. д.). Это позволяет проводить оптимизацию по любому из названных частных критериев с помощью единой программы (алгоритма) для ЦВМ.

Все же опыт применения описанного комбинированного критерия показал, что простое сведение к единичным, частным критериям затрудняет объективную оценку технического совершенства (качества) и отбор варианта проектируемой машины. В порядке иллюстрации на рис. 1 приведены выборочные результаты заключительного этапа оптимизационных расчетов, выполненных при четырех независимых варьируемых переменных для униполярной электрической машины — генератора боль-

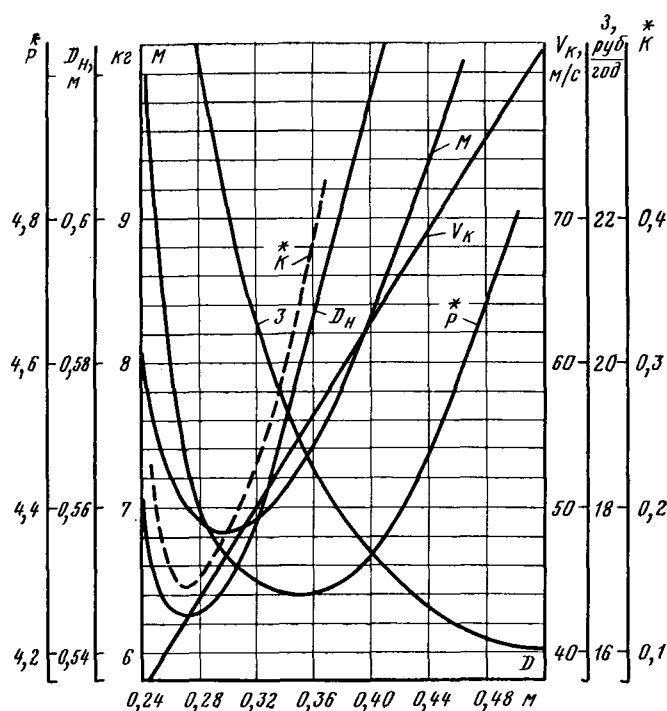


Рис. 1.

шого постоянного тока с жидкометаллическими подвижными контактами (840 кВт, 60 кА, 3000 об/мин) [Л. 10]. Из графиков следует, что наименьшие значения массы M , габаритного размера (наружного диаметра D_H), относительных потерь мощности $\dot{P} = \Sigma P / P_H = (1 - \eta) / \eta$ (P_H — номинальная мощность генератора, η — его к. п. д.), приведенных годовых затрат Z , а также линейной скорости V_K в подвижном контакте достигаются при различных значениях главного размера машины — диаметра якоря D . В перечисленные критерии внесена окружная скорость V_K , поскольку ее снижение существенно для некоторых исполнений токоъемного аппарата униполярных машин. Графики рис. 1 демонстрируют разнообразный характер критериальных зависимостей: с экстремумами внутри допустимой области изменения D ; с граничным экстремумом для Z ; в виде линейной функции для V_K .

Итак, даже при сведении задачи к одномерному поиску по D окончательный выбор главного размера, характеризующего машину в целом, получается совсем не тривиальным. Проектировщик при стремлении удовлетворить противоречивые требования к показателям эффективности не имеет формальных обоснований для принятия решения.

Преодолеть возникающие затруднения в оценке качества электрических машин можно при переходе к целевым функциям, построенным как многокритериальные (или поликритериальные) соотношения.

Обобщенная целевая функция. Совокупность частных критериев $\{K_\alpha\}$, $\alpha = 1, 2, \dots, n$ образует комплексный, обобщенный критерий эффективности $K = K(K_1, K_2, \dots, K_n)$. Полагаем качество электрической машины тем предпочтительнее, чем меньше каждый из n критериев K_α .

Таким образом, для электрической машины под K_α следует понимать значения массы, габаритного размера, потерь мощности, стоимости и иных показателей из разряда простых критериев, а также системные критерии — приведенные затраты, «транспортную массу», «транспортный к. п. д.» и др. Все названные критерии могут входить в функцию K совместно.

В общем случае существование критериев K и $K_\alpha = K_\alpha(x_1, \dots, x_s)$ определяют три группы факторов: группа x_ν ($\nu = 1, 2, \dots, k$) элементов решения или варьируемых аргументов оптимизации; группа x_ν ($\nu = k + 1, \dots, m$) известных условий или заданных ограничений и группа x_ν ($\nu = m + 1, \dots, s$) факторов, значения которых нельзя предсказать или задать заранее (она переводит оптимизационный расчет в класс задач, решаемых в условиях неопределенности). Факторы x_ν могут представлять собой числа, функции или связи типа уравнений либо неравенств [Л. 3]. Для проектирования электрических машин характерны детерминированные случаи, когда третья группа факторов не учитывается. Исключение составляют, например, ситуации с неизвестной конъюнктурой цен, дефицитностью материалов, отсутствием данных по надежности новых исполнений машин и их элементов. В этих обстоятельствах вместо K_α следует выбирать его среднее значение — математическое ожидание \tilde{K}_α .

Вследствие различной физической природы критериев K_α перейдем к безразмерным величинам \tilde{K}_α для представления обобщенной целевой функции в нормированной форме.

По рекомендациям [Л. 11] показатель \tilde{K}_α максимизируется даже в случае инверсной постановки задачи (при улучшении качества с уменьшением K_α). В отличие от [Л. 11] примем более отвечающую физическому содержанию решаемой задачи минимизационную концепцию: качество электрической машины тем предпочтительнее, чем меньше \tilde{K}_α и K_α . При выводе формулы для расчета безразмерного комплексного критерия назовем также дополнительные ограничения для показателей K_α . Рассмотрим рис. 2, где обозначено: K_α^m и K_α^b — наименьшее и наибольшее технически допустимые для данного типа электрических машин значения α -го критерия; K_α^p и K_α^r — экстремальное (или минимальное) и предельное (граничное, обусловленное техническим заданием, составленным по итогам внешнего проектирования) значения α -го критерия в конкретной задаче оптимизации проектируемой машины. Величины K_α^r должны коррелироваться между собой.

В линейном приближении можно принять пропорциональные зависимости 1 либо 2 (рис. 2) для функции $\tilde{K}_\alpha = f(K_\alpha)$: во всем диапазоне (K_α^m, K_α^b) или на рабочем интервале (K_α^p, K_α^r), соответственно.

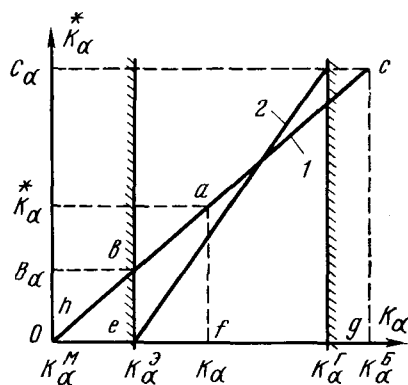


Рис. 2.

На преобразование $K_\alpha^* \propto K_\alpha$ накладываются связи:

$$K_\alpha^* = \begin{cases} 0 & \text{при } K_\alpha = K_\alpha^m; \\ B_\alpha & \text{при } K_\alpha = K_\alpha^z; \\ C_\alpha & \text{при } K_\alpha = K_\alpha^b \text{ или } K_\alpha = K_\alpha^r. \end{cases}$$

Физический смысл весовых коэффициентов B_α и C_α состоит в характеристике вклада каждого критерия K_α в показатель качества «идеальной» машины (с минимизированными n критериями K_α , причем все K_α^z определяются одним и тем же набором параметров x_{z0}) и «предельной» машины (с критериями $K_\alpha = K_\alpha^b$ или $K_\alpha = K_\alpha^r$) соответственно.

Составим по рис. 2 (для случая прямой 1) пропорцию:

$$\frac{bc}{he} = \frac{af}{he + ef} = \frac{cg}{he + eg}$$

и исключим he . Переходя к другим обозначениям, найдем:

$$K_\alpha^* = \frac{B_\alpha (K_\alpha^b - K_\alpha) + C_\alpha (K_\alpha - K_\alpha^z)}{K_\alpha^b - K_\alpha^z}. \quad (2)$$

Чувствительность преобразования (крутизна dK_α^*/dK_α) в заданных границах для каждого K_α будет наибольшей, если для случая прямой 2 в уравнении (2) принять $B_\alpha = 0$ и подставить вместо K_α^b значение K_α^r , тогда:

$$K_\alpha^* = \frac{C_\alpha (K_\alpha - K_\alpha^z)}{K_\alpha^r - K_\alpha^z}. \quad (3)$$

При $B_\alpha \neq 0$ согласно пропорциям рис. 2 можно записать:

$$\frac{B_\alpha}{C_\alpha} = \frac{K_\alpha^z - K_\alpha^m}{K_\alpha^b - K_\alpha^m}. \quad (4)$$

таким образом, если найдены K_α^m , K_α^b , K_α^z и C_α , по (4) вычисляется B_α .

Значения K_α^m , K_α^b можно оценить приближенными инженерными методами. Экстремум K_α^z (или наименьшее значение K_α^o) находится с помощью пред-

варительной оптимизации по частным критериям. Для определения C_α известны различные эвристические подходы, основанные на принципах квалиметрии с использованием экспертных оценок по методу ранговой корреляции [Л. 1 и 11]. В частности, при $n \leq 5$ удобен итерационный способ последовательных сопоставлений, предполагающий коррекцию весовых коэффициентов C_α и их нормирование.

В нормированной форме обобщенная целевая функция определяется линейной комбинацией:

$$K^* = \sum_{\alpha=1}^n K_\alpha^* = \sum_{\alpha=1}^n C_\alpha K_\alpha'. \quad (5)$$

Нормированный критерий, соответствующий (2) и (3), имеет вид:

$$K_\alpha' = \begin{cases} \frac{B_\alpha}{C_\alpha} \frac{K_\alpha^b - K_\alpha}{K_\alpha^b - K_\alpha^z} + \frac{K_\alpha - K_\alpha^z}{K_\alpha^r - K_\alpha^z}; \\ \frac{K_\alpha - K_\alpha^z}{K_\alpha^r - K_\alpha^z}. \end{cases} \quad (6)$$

Нормированный весовой коэффициент

$$C_\alpha = C_\alpha^k / \sum_{\alpha=1}^n C_\alpha^k, \quad (7)$$

где C_α^k — скорректированное значение весового коэффициента согласно ранжированию критериев K_α .

Многокритериальные задачи. Имея обобщенную целевую функцию (5), можно сформулировать следующую задачу оптимизации электрической машины: найти вектор $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, удовлетворяющий системе ограничений $\varphi_i(\mathbf{X}) \leq g_i, i=1, 2, \dots, N$, и доставляющий экстремум (минимум) функции $K^*(K_1^*, K_2^*, \dots, K_n^*)$, где $K_\alpha^* = K_\alpha^*(\mathbf{X})$.

Зависимости K_α^* и φ_i от x_j устанавливает математическая модель электрической машины. Лимитеры φ_i определяются сочетанием размерных (геометрических), механических (прочностных, жесткостных), тепловых, электромагнитных, конструктивно-технологических, эксплуатационных (функциональных) и экономических факторов.

Поставленная задача предполагает оптимизацию машины по одному комплексному критерию K^* . В процессе формирования K^* для обоснованного назначения K_α^z (или K_α^o) проводится оптимизация и по частным критериям, что обеспечивает более корректную постановку задачи, чем в [Л. 11]. Решение задачи выполняется с помощью указанных выше методов [Л. 3].

В качестве начального приближения можно принять набор параметров x_j , полученный на основе применения коэффициентов использования активного объема электрических машин или их «машинных постоянных» и традиционных способов расчета. Далее при варьировании некоторого ряда аргументов x_j производится уточнение (оптимизация) параметров машины на ЦВМ. Автор придерживается

позиции полезного сочетания классических и машинных методов проектирования, которые взаимно дополняют сильные стороны обоих подходов [Л. 9]. В итоге получается совокупность оптимальных параметров X_0 , для которой имеет место $\min K^*$.

Алгоритм решения задачи методически целесообразно разделить на следующие три стадии.

1. На ЦВМ производится перебор по всем аргументам x_i в допустимом диапазоне их изменения. На каждом шаге вычисляются значения критериев K_α . Запоминаются не только K_α^0 (или минимумы K_α^0 на границе) и соответствующие им x_i , но и остальные точки перебора.

2. На основе полученных значений K_α^0 (либо K_α^0) и предварительно найденных постоянных C_α , K_α^r (или B_α , K_α^r , K_α^0) формируется критериальная (целевая) функция типа (5).

3. Осуществляется перебор по всем аргументам x_i , соответствующим наиболее широкому интервалу (K_α^0 , K_α^r). Здесь значения K_α уже не вычисляются, а выбираются из оперативной памяти ЦВМ для определения по (5) $\hat{K}(K_1^*, K_2^*, \dots, K_n^*)$, отвечающих каждому набору x_i . Фиксируется набор x_{i0} , для которого получается $\min \hat{K}$. В случае недостаточного объема памяти ЦВМ возможна модификация алгоритма: промежуточные точки перебора не запоминаются на 1-й стадии, а вычисляются на 3-й стадии. Данный алгоритм применяется ко всем альтернативным вариантам конструктивных схем электрических машин. При переборе схем в машинном проектировании возможно использование дисплея. Окончательный выбор схемы и параметров производят в результате сопоставления экстремумов (минимумов) $\min \hat{K}$.

Другая постановка многокритериальной задачи оптимизации электрической машины может быть сформулирована в соответствии с методом последовательных уступок [Л. 12]. Она применима, если возможно ранжирование частных критериев оптимизации в лексикографической последовательности: строго в порядке убывания важности K_α (для наиболее ценного критерия $\alpha=1$, для наименее существенного критерия $\alpha=n$).

Согласно минимизационной концепции оптимальные значения x_{i0} получаются в результате решения завершающей задачи из следующей последовательности задач:

- 1) найти $\min K_1 = K_1^0$;
- 2) найти $\min K_2 = K_2^0$ при $K_1 \leq K_1^0 + \Delta K_1$;
- 3) найти $\min K_3 = K_3^0$ при $K_1 \leq K_1^0 + \Delta K_1$;
 $K_2 \leq K_2^0 + \Delta K_2$;
- ...
- n) найти $\min K_n = K_n(X_0) = K_n^0$ при $K_\alpha \leq K_\alpha^0 + \Delta K_\alpha$; $\alpha = 1, 2, \dots, n$.

(8)

Здесь ΔK_α — допустимое увеличение α -го критерия, называемое уступкой. Каждая из n записанных задач оптимизации (8) решается при заданной системе ограничений $\varphi_i(X) \leq g_i$, причем условия $K_{\alpha-1} \leq K_{\alpha-1}^0 + \Delta K_{\alpha-1}$ выступают как добавочные ограничения.

Рассмотрим некоторые возможные алгоритмы решения поставленной многокритериальной задачи.

Алгоритм I. В соответствии с нумерацией частных задач в (8) выполняются следующие этапы решения.

1. Решается задача оптимизации по K_1 соответствующим известным методом. В процессе решения запоминаются экстремум $K_1 = K_1^0$ или граничный минимум $K_1 = K_1^0$ и соответствующие значения x_{i0} .

2. Варьируются аргументы x_i в двух диапазонах ($x_i < x_{i0}$ и $x_i > x_{i0}$) при достижении на предыдущем этапе экстремума K_1^0 либо в одном (допустимом) диапазоне, если был достигнут минимум K_1^0 . Вычисляются значения критериев K_1 и K_2 . Поскольку при этом возрастание K_1 не должно превышать допустимое значение уступки ΔK_1 , расчет проводится до получения экстремума K_2^0 (если выполняется строгое неравенство $K_1 < K_1^0 + \Delta K_1$) или до получения минимума K_2^0 (в том случае, если $K_1 = K_1^0 + \Delta K_1$). Запоминаются значения K_2^0 или K_2^0 и отвечающие им новые параметры x_{i0} .

3. В одном или двух диапазонах варьируются аргументы x_i , вычисляются K_1 , K_2 , K_3 и запоминаются K_3^0 или K_3^0 и x_{i0} .

Далее следуют «рекуррентные» этапы вплоть до вычисления на n -м этапе набора параметров x_{i0} , при котором получаются K_n^0 или K_n^0 . Этот набор определяет оптимальную электрическую машину.

Основной недостаток описанного алгоритма — неоднократное повторение вычислений одних и тех же параметров проектируемой машины. Достоинство алгоритма — малый требуемый объем оперативной памяти ЦВМ. Его можно рекомендовать для расчета электрических машин с относительно простой математической моделью.

Алгоритм II отличается тем, что устраняются повторяющиеся вычисления. 1-й этап выполняется так же, как в предыдущем алгоритме.

2. В окрестности экстремума K_1^0 , определяемой допустимым значением уступки ΔK_1 , осуществляется перебор по x_i с малым шагом. Вычисляются все n критериев K_α и запоминаются их значения на каждом шаге изменения аргументов.

3. Вновь производится перебор по x_i в указанной окрестности и определяются K_2^0 или K_2^0 , но вычисления не делаются, а используются данные 2-го этапа.

4. Варьируются с малым шагом аргументы x_i в окрестности K_2^0 или K_2^0 ; с использованием результатов расчета 2-го этапа определяются K_3^0 либо K_3^0 .

Последующие этапы, построенные аналогично, приводят к получению K_{α}^0 или K_{α}^0 и $x_{\alpha 0}$.

Вследствие ограничений по допустимым значениям уступок в этом алгоритме тоже могут получаться излишние вычисления несмотря на сокращение их общего объема.

При смещении экстремумов всех критериев K_{α}^0 , $\alpha \geq 2$, в одну сторону заведомо не потребуется ряд точек перебора по x_{α} , проведенного на 2-м этапе. В алгоритме II задействован больший объем оперативной памяти ЦВМ, чем в алгоритме I.

Алгоритм III представляет собой комбинированный вариант двух предшествующих алгоритмов. Здесь реализуется алгоритм I, но с запоминанием всех критериев на каждом шаге изменения x_{α} . При переходе к новым вариациям аргументов следует обращение к памяти ЦВМ: если вычисления были уже проделаны, они не повторяются, а используются хранимые результаты. Достоинства алгоритма — более высокое быстродействие, чем в алгоритме I, и меньший объем размещаемой в памяти ЦВМ информации, чем в алгоритме II. Недостатки алгоритма III — необходимость пошаговой проверки, были ли выполнены соответствующие расчеты на предыдущих шагах, и более сложная структура, чем в двух первых алгоритмах. Однако из опыта применения подобных комбинированных алгоритмов следует, что их достоинства практически превалируют над недостатками. Характер конкретных задач и применяемый язык программирования определяют возможности рациональной реализации алгоритма III.

В алгоритмах решения важно правильно выбрать значения ΔK_{α} , которые можно интерпретировать как меры отклонения приоритета K_{α} от заданной жесткой последовательности ценности критериев качества электрической машины. Очевидно, что должно выполняться условие $\Delta K_{\alpha} \leq K_{\alpha}^r - K_{\alpha}^0$. Ситуация с $\Delta K_{\alpha} = 0$ для всех $\alpha \geq 2$ сводит задачу к оптимизации только по критерию K_1 . При достаточно больших ΔK_{α} для всех $\alpha \neq \beta$ оптимизация должна проводиться лишь по критерию K_{β} . В общем же случае рекомендуется задавать несколько пробных значений ΔK_{α} на каждой очередной ступени из (8) [Л. 12]. В отдельных случаях анализ зависимости $K_{\alpha+1} = f(\Delta K_{\alpha})$ позволяет выявить степень приближения $K_{\alpha+1}$ к $K_{\alpha+1}^0$ при увеличении ΔK_{α} . Значения ΔK_{α} и $K_{\alpha+1}$ фиксируются, когда дальнейшее возрастание ΔK_{α} перестает существенно влиять на $K_{\alpha+1}$ (либо становится недопустимо большим). Расчет начинается с $\alpha = 1$ и продолжается вплоть до решения n -й задачи из (8).

Целесообразно формализовать оценку ΔK_{α} . Можно предложить приближенное соотношение для подбора уступки:

$$A_{\alpha} \frac{\Delta K_{\alpha}}{K_{\alpha}^r - K_{\alpha}^0} \lesssim A_{\alpha+1} \frac{K_{\alpha+1}^n - K_{\alpha+1}}{K_{\alpha+1}^r - K_{\alpha+1}^n}, \quad (9)$$

α	K_{α}	K_{α}^r	K_{α}^0	C_{α}
1	V_k , м/с	71	38	0,5
2	M , кг	965	682	0,2
3	D_n , м	0,66	0,545	0,15
4	\dot{P} , о. е.	0,05	0,0428	0,1
5	Z , р/год	$28 \cdot 10^3$	$16,5 \cdot 10^3$	0,05

где $K_{\alpha+1}^n$ соответствует значению K_{α}^0 , а $K_{\alpha+1}$ — значению $K_{\alpha}^0 + \Delta K_{\alpha}$; коэффициенты A_{α} и $A_{\alpha+1}$ (нормированные значения) учитывают относительную важность критериев K_{α} и $K_{\alpha+1}$.

Реализация расчетных алгоритмов. Примером осуществления 1-й стадии решения многокритериальной задачи могут служить графики рис. 1.

На 2-й стадии решения критерий \dot{K} строится на базе следующей расчетной информации. По условиям проектирования машины $\dot{P} \leq [\dot{P}] = 0,05$ и $V_k \leq [V_k] = 71$ м/с диаметр якоря согласно рис. 1 ограничен диапазоном $0,243 \leq D \leq 0,45$ м. Ниже записаны (по принятому в этой задаче порядку убывающей важности) критерии K_{α} , $\alpha \leq n = 5$, и их граничные (верхние), а также экстремальные значения в соответствии с рис. 1. Для V_k и Z даны пограничные минимумы K_{α}^0 . Коэффициенты C_{α} получены по методу последовательных сопоставлений [Л. 1]. Согласно рис. 2 (прямая 2) принято $B_{\alpha} = 0$. При вычислениях применяются соотношения (3) — (7).

По методу перебора реализуется 3-я стадия алгоритма — оптимизируется диаметр D в результате поиска $\min \dot{K}$. Полученная в ходе вычислений зависимость $\dot{K} = f(D)$ построена на рис. 1 (пунктирная линия). Минимуму обобщенного критерия $\dot{K} = 0,143$ соответствует оптимальный размер $D = 0,27$ м.

Алгоритмы I и III метода последовательных уступок реализованы при использовании того же примера (рис. 1). Учитывались дополнительные ограничения, задаваемые неравенствами из (8), и применялось соотношение (9).

Было принято $A_{\alpha} = C_{\alpha}$. Получены следующие значения уступок: $\Delta K_1 = \Delta V_k \approx 7,3$ м/с; $\Delta K_2 = \Delta M \approx 4$ кг; $\Delta K_3 = \Delta D_n \approx 0,015$ м и $\Delta K_4 = \Delta \dot{P} = 0$. Последнее равенство обусловлено ограничением $K_1 \leq K_1^0 + \Delta K_1$ из (8). Оптимальное значение диаметра якоря $D = 0,29$ м, найденное данным методом, на 7,4% отличается от вычисленного по алгоритму обобщенной функции цели диаметра $D = 0,27$ м. Таким образом, достигается удовлетворительное соответствие расчетных результатов по различным рассмотренным алгоритмам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов В. А. Автоматизированные электроэнергетические системы судов. Л.: Судостроение, 1977.
2. Копылов И. П. Создание автоматизированной системы проектирования электрических машин. — Электротехника, 1975, № 11.
3. Зайченко Ю. П. Исследование операций. Киев: Вища школа, 1975.
4. Аветисян Д. А., Соколов В. С., Хан В. Х. Оптимальное проектирование электрических машин на ЭВМ. М.: Энергия, 1976.
5. Бертинов А. И., Синева Н. В., Никитин Ю. М. Проектирование электрических машин с применением ЭВМ. Изд. МАИ, 1977.
6. Расчет серии асинхронных двигателей на АЦВМ/Артомонова Л. М., Мордвинов Ю. В., Пладьяло Е. В., Сорочер Т. Г. М.: ЦИТИ ЭПИП, 1962.
7. Морозовский В. Т., Синдеев И. М., Рунов К. Д. Системы электроснабжения летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1977.
8. Бертинов А. И. Авиационные электрические генераторы. М.: Оборонгиз, 1959.

Аналитическое исследование магнитного поля в активном объеме электрической машины с постоянными магнитами

ИНКИН А. И., канд. техн. наук

Новосибирский электротехнический институт

Одной из актуальных задач магнитостатики является задача об анализе магнитного поля в периодических структурах с постоянными магнитами, требующая решения при исследовании электромагнитных процессов в ряде электротехнических устройств, в частности, в электрических машинах. Ввиду сложности физических процессов в материале магнита строгое аналитическое решение этой задачи пока не осуществлено.

В последнее время в отечественной промышленности появились весьма перспективные магниты (SmCo_5) с линейной характеристикой размагничивания, в которых при реально существующих режимах работы сохраняется практически неизменным направление намагниченности. Указанными свойствами обладает также и ряд других магнитов на рабочих участках характеристик $B(H)$.

Настоящая статья посвящена аналитическому расчету поля в зубцово-пазовой структуре [немагнитный паз и зубец в виде постоянного магнита с линейной характеристикой $B(H)$] и воздушном зазоре электрической машины в режиме холостого хода. В основу исследований поля положено применение кусочно-непрерывных решений для потенциала. Задача решается при следующих допущениях:

магнитная проницаемость гладких магнитопроводов бесконечно велика;

согласно широко известным из теории ферромагнетиков положениям [Л. 1] материал магнита представляется в виде однородной, изотропной среды ($\mu = \mu_0$), в которой определенным образом ориентированы микроток, обуславливающие намагниченность вещества;

материал магнита активен в продольном (в сторону неизменного по направлению вектора намагниченности) и пассивен в поперечном направлении.

На рис. 1 качественно изображены характеристики магнита для продольного и поперечного направлений. На рис. 2 изображена двухзонная расчетная модель, в которой первая зона представляет собой совокупность периодически чередующихся немагнитных пространств (пазы) и областей, занятых материалом магнита (зубцы), и имеет границы $y=0$ и $y=h$, а вторая — гладкий воздушный зазор, ограниченный поверхностями $y=h$ и $y=h+\delta$.

Расчет поля в области I (рис. 2). В материале магнита уравнения магнитостатики

имеют вид:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$B_y = B_0 + \frac{B_0}{H_0} H_y; \quad (2)$$

$$B_x = \mu_0 H_x; \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0; \quad (4)$$

$$H_x = -\frac{\partial \varphi^{(M)}}{\partial x}; \quad (5)$$

$$H_y = -\frac{\partial \varphi^{(M)}}{\partial y}. \quad (6)$$

Совместное решение этой системы приводит к уравнению для магнитного потенциала:

$$\frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\partial^2 \varphi^{(M)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(M)}}{\partial y^2} = 0, \quad (7)$$

где

$$\mu_y = \frac{B_0}{H_0}. \quad (8)$$

Будем искать выражение для скалярного магнитного потенциала в зоне I, состоящей из паза ($0 \leq x \leq b$; $0 \leq y \leq h$) и магнита ($b \leq x \leq t$; $0 \leq y \leq h$), в следующем виде:

$$\varphi(x, y) = \sum_n X_n(x) Y_n(y) = \begin{cases} \sum_n X_n^{(n)} Y_n^{(n)} - \text{паз}; \\ \sum_n X_n^{(M)} Y_n^{(M)} - \text{магнит}. \end{cases} \quad (9)$$

Функции $X_n^{(n)}$ определяются из решения обыкновенного однородного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 X_n^{(n)}}{dx^2} + n^2 X_n^{(n)} = 0, \quad (10)$$

которое получается из уравнения Лапласа для $\varphi_1^{(n)}$, и при $\varphi_1^{(n)}(0, y) = 0$ имеют вид:

$$X_n = C_{1n} \sin nx. \quad (11)$$

9. Выбор главных размеров сверхпроводниковых униполярных электрических машин/ Бертинов А. И., Алиевский Б. Л., Орлов В. Л. и др. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 6.

10. Бертинов А. И., Алиевский Б. Л., Троицкий С. Р. Униполярные электрические машины с жидкометаллическим током. М.; Л.: Энергия, 1966.

11. Гук Ю. Б. Основы надежности электроэнергетических установок. Изд. ЛГУ, 1976.

12. Подиновский В. В., Гаврилов В. М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М.: Советское радио, 1975.

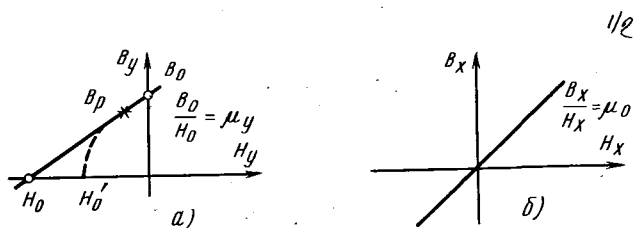


Рис. 1.

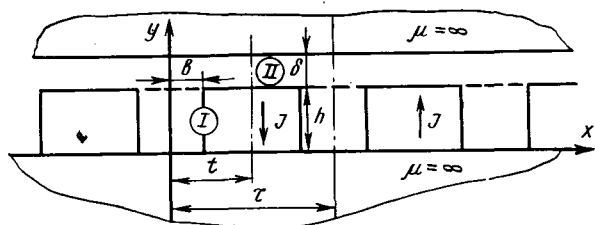


Рис. 2.

Функции $X_n^{(m)}$ являются решением уравнения

$$\frac{d^2 X_n^{(m)}}{dx^2} + n^2 \frac{\mu_y}{\mu_0} X_n^{(m)} = 0, \quad (12)$$

получающегося из (7) при разделении переменных и с учетом условия

$$\left. \frac{dX_n^{(m)}}{dx} \right|_{x=t} = 0, \quad (13)$$

описываются соотношением

$$X_n^{(m)} = C_{2n} \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - x). \quad (14)$$

Покажем, что каждая пара решений $X_n^{(n)}$ и $X_n^{(m)}$ с одинаковыми n при определенных условиях образует собственную кусочно-непрерывную функцию:

$$X_n = \begin{cases} X_n^{(n)} & \text{— (паз);} \\ X_n^{(m)} & \text{— (магнит),} \end{cases} \quad (15)$$

характеризуемую собственным числом n , а функции $Y_n^{(n)}$ и $Y_n^{(m)}$ тождественны. Чисел n при этом должно существовать бесконечное множество и среди них не должно быть чисел мнимых. Действительно, исходя из условия непрерывности потенциала на границе зубец — паз, из (9) имеем:

$$\sum_n X_n^{(n)} \Big|_{x=b-0} Y_n^{(n)} = \sum_n X_n^{(m)} \Big|_{x=b+0} Y_n^{(m)}. \quad (16)$$

Суммы членов рядов в (16) будут одинаковы, если равны их члены, соответствующие одному и тому же числу n , т. е. при условии

$$X_n^{(n)} \Big|_{x=b-0} Y_n^{(n)} = X_n^{(m)} \Big|_{x=b+0} Y_n^{(m)}. \quad (17)$$

В свою очередь, (17) справедливо при любом y , если

$$X_n^{(n)} \Big|_{x=b-0} = X_n^{(m)} \Big|_{x=b+0}; \quad (18)$$

$$Y_n^{(n)}(y) = Y_n^{(m)}(y). \quad (19)$$

Аналогично можно показать, что условие непрерывности x -компоненты вектора магнитной индукции на границе зубец — паз приводит к уравнению

$$\left. \frac{dX_n^{(n)}}{dx} \right|_{x=b-0} = \left. \frac{dX_n^{(m)}}{dx} \right|_{x=b+0} \quad (20)$$

Из (18) и (20) после подстановки в них (11) и (14) образуется однородная система двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} C_{1n} \sin nb - C_{2n} \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - b) &= 0; \\ C_{1n} \cos nb - C_{2n} \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} \sin n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - b) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

имеющая нулевое решение при условии

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sin nb - \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - b) \\ \cos nb - \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} \sin n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - b) \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

или

$$\sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} \operatorname{tg} n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - b) = \operatorname{ctg} nb. \quad (22a)$$

Решение полученного уравнения позволяет отыскать теоретически бесконечный ряд собственных чисел n , каждое из которых определенным образом характеризует геометрию и физические свойства одновременно двух (зубец — паз) областей и обеспечивает нетривиальное решение системы (21) в виде

$$C_{2n} = K_n C_{1n}. \quad (23)$$

После расчета корней (22) (числа n) и системы (21) из (18) и (19) может быть получено частное n -е решение для функции X_n :

$$X_n = \begin{cases} C_n \sin nx, & -b \leq x \leq b; \\ C_n K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - x), & b \leq x \leq 2t - b. \end{cases} \quad (24)$$

Если потенциал магнитопровода принять равным нулю, то из (9) с учетом (19) получим:

$$Y_n = F_n \operatorname{sh} ny. \quad (25)$$

Так как ввиду симметрии поля относительно оси абсцисс постоянные составляющие в нем, соответствующие $n=0$, отсутствуют, общее решение для потенциала в области I принимает вид:

$$\varphi_1 = \begin{cases} \sum_n A_n \sin nx \operatorname{sh} ny & \text{— паз;} \\ \sum_n A_n K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t - x) \operatorname{sh} ny & \text{— магнит.} \end{cases} \quad (26)$$

Здесь

$$A_n = F_n C_n.$$

Из (2) с учетом (6) и (26) определим решение для y -компоненты вектора магнитной индукции в области I:

$$B_{y1} = \begin{cases} -\mu_0 \sum_n A_n n \sin nx \operatorname{ch} ny - \text{паз}; \\ B_0 - \mu_y \sum_n A_n K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t-x) \operatorname{ch} ny - \text{магнит}. \end{cases} \quad (27)$$

Решения (26) и (27) запишем для $y=h$:

$$\varphi_1(x, h) = \begin{cases} \sum_n A_n \sin nx \operatorname{sh} nh - \text{паз}; \\ \sum_n A_n K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t-x) \operatorname{sh} nh - \text{магнит}; \end{cases} \quad (28)$$

$$B_{y1}(x, h) = \begin{cases} -\mu_0 \sum_n A_n n \sin nx \operatorname{ch} nh - \text{паз}; \\ B_0 - \mu_y \sum_n A_n K_n n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t-x) \operatorname{ch} nh - \text{магнит}. \end{cases} \quad (29)$$

В области воздушного зазора с учетом симметрии поля при нулевом значении потенциала на поверхности магнитопровода потенциал и y -компонента вектора индукции описываются известными выражениями:

$$\varphi_2 = \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} P_m \sin \frac{m\pi}{\tau} x \operatorname{sh} \frac{m\pi}{\tau} (h + \delta - y);$$

$$B_{2y} = \mu_0 \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{m\pi}{\tau} P_m \sin \frac{m\pi}{\tau} x \operatorname{ch} \frac{m\pi}{\tau} (h + \delta - y). \quad (30)$$

Постоянные интегрирования P_m и A_n определяются из условия непрерывности потенциала и нормальной к зазору компоненты вектора индукции:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(x, h) &= \varphi_2(x, h); \\ B_{1y}(x, h) &= B_{2y}(x, h). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Предварительно решения (28) и (29) представим в виде рядов, аналогичных (30):

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(x, h) &= \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} D_m \sin \frac{m\pi}{\tau} x; \\ B_{1y}(x, h) &= \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} B_m \sin \frac{m\pi}{\tau} x. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Здесь с учетом симметрии поля

$$\left. \begin{aligned} D_m &= \frac{2}{t} \int_0^t \varphi_1(x, h) \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx; \\ B_m &= \frac{2}{t} \int_0^t B_{1y}(x, h) \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx, \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

или

$$D_m = \frac{2}{t} \sum_n A_n \operatorname{sh} nh \varphi_{nm}, \quad (34)$$

где

$$\varphi_{nm} = \int_0^b \sin nx \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx + \int_b^t K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t-x) \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx, \quad (35)$$

$$B_m = \frac{4B_0}{m\pi} \cos \frac{m\pi}{\tau} b - \frac{2}{t} \mu_y \sum_n A_n n \operatorname{ch} nh Q_{nm}, \quad (36)$$

где

$$Q_{nm} = \int_0^b \frac{\mu_0}{\mu_y} \sin nx \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx + \int_b^t K_n \cos n \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_0}} (t-x) \sin \frac{m\pi}{\tau} x dx. \quad (37)$$

Далее из (30) — (32) имеем:

$$\left. \begin{aligned} D_m &= P_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{\tau} \delta; \\ B_m &= \mu_0 \frac{m\pi}{\tau} P_m \operatorname{ch} \frac{m\pi}{\tau} \delta, \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

откуда, исключая P_m , с учетом (34) — (37) находим:

$$\sum_n A_n \operatorname{sh} nh \left(\frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{m\pi}{\tau} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \varphi_{nm} + n \operatorname{ch} nh Q_{nm} \right) = \frac{H_0 \tau}{m\pi} \cos \frac{m\pi}{\tau} b \quad (39)$$

или

$$\sum_n A_n \alpha_{nm} = U_m. \quad (40)$$

Выражение (39) позволяет составить систему алгебраических уравнений и при ограниченном порядке разрешить ее относительно неизвестных коэффициентов A_n .

После расчета A_n из (34) определяется D_m , из (36) — B_m и из (38) — P_m , что соответствует окончательному решению поставленной задачи.

Приведем частные примеры расчета полей в периодических структурах электрических машин с постоянными магнитами.

Таблица 1

Порядок системы уравнений	Значения амплитуд гармонических составляющих индукции									
	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	B_{13}	B_{15}	B_{17}	B_{19}
1	0,6331									
3	0,6301	—0,2039	—0,1205							
5	0,6296	—0,2044	—0,11953	0,0800	0,0607					
7	0,62947	—0,2046	—0,1193	0,0803	0,0601					
9	0,62939	—0,2047	—0,11918	0,0804	0,0599	—0,0457	—0,0372	0,0296	0,0256	
50	0,62922	—0,2049	—0,1190	0,0806	0,0597	—0,0460	—0,0368	0,030	0,0252	—0,0211

Таблица 2

Порядок системы уравнений	Значения амплитуд гармонических составляющих индукции									
	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	B_{13}	B_{15}	B_{17}	B_{19}
1	0,2941									
3	0,2889	—0,0694	—0,0302							
5	0,28837	—0,0898	—0,0296	0,0114	0,00582					
7	0,28823	—0,0699	—0,0295	0,0115	0,00573	—0,00243	—0,00132			
9	0,28817	—0,0699	—0,0294	0,0115	0,0057	—0,00245	—0,00130	0,000581	0,000327	
50	0,28807	—0,0700	—0,0294	0,0116	0,0057	—0,00247	—0,00130	0,000591	0,000321	—0,000153

Пример 1. Линейная часть характеристики $B(H)$ некоторых постоянных магнитов характеризуется тем, что для нее (рис. 1,а) в области рабочих точек (B_p):

$$\mu_y = \frac{B_0}{H_0} \approx \mu_0.$$

Можно показать, что для таких магнитов на рабочих участках намагниченность есть величина постоянная:

$$I = H_0.$$

Для рассматриваемого случая: уравнение (7) обращается в уравнение Лапласа; решением (22) является:

$$n = \frac{\nu\pi}{\tau}, \quad \nu = 1, 3, 5, \dots;$$

решение системы (21) имеет вид:

$$C_{1\nu} = C_{2\nu} \sin \frac{\nu\pi}{2};$$

из (35) и (37) следует:

$$\psi_{nm} = \psi_{\nu m} = \psi_{mm} = Q_{mm} = \frac{t}{2};$$

уравнение (39) для каждого m принимает вид:

$$A_m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{\tau} h \left(\operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta + \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} h \right) \frac{m\pi}{\tau} \frac{t}{2} = \frac{H_0 \tau}{m\pi} \cos \frac{m\pi}{\tau} b,$$

откуда следует:

$$A_m = \frac{4H_0 \tau \cos \frac{m\pi}{\tau} b}{(m\pi)^2 \left(\operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta + \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} h \right) h \frac{m\pi}{\tau} h}.$$

Далее из (27) получим;

$$B_{y1} = B_0 - \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} A_m \frac{m\pi}{\tau} \sin \frac{m\pi}{\tau} x \operatorname{ch} \frac{m\pi}{\tau} y,$$

и, наконец, из (30) с учетом (34) и (38)

$$B_{2y} = \frac{4\mu_0 H_0}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{m\pi}{\tau} h \cos \frac{m\pi}{\tau} b \sin \frac{m\pi}{\tau} x \operatorname{ch} \frac{m\pi}{\tau} (h + \delta - y)}{m \operatorname{sh} \frac{m\pi}{\tau} (h + \delta)}.$$

Полученные соотношения, описывающие магнитное поле в средах с идеализированными постоянными магнитами, достаточно просты, целиком согласуются с представленными в [Л. 2] и позволяют исследовать электромагнитные процессы в ряде электрических машин.

Пример 2. Данные:

Магнит SmCo5:

$B_0 = 0,8$ Вб/м²; $H_0 = 4400$ А/см; $\mu_y = B_0/H_0 = 1,45\mu_0$.

Геометрия системы:

$\tau = 6,72$ см; $b = t/2 = \tau/4$; $h = 0,6$ см; $\delta = 0,06$ см; $\delta = 0,6$ см.

Аналитический расчет поля. При $b = t/2$ из (35) и (37) с учетом (21) после преобразований находим:

$$\psi_{nm} = \frac{n^2 \left(\frac{\mu_y}{\mu_0} - 1 \right)}{\left[n^2 - \left(\frac{m\pi}{\tau} \right)^2 \right] \left[n^2 \frac{\mu_y}{\mu_0} - \left(\frac{m\pi}{\tau} \right)^2 \right]} \times$$

$$\times \left(\frac{m\pi}{\tau} \sin n \frac{t}{2} \cos \frac{m\pi}{4} - n \cos n \frac{t}{2} \sin \frac{m\pi}{4} \right);$$

$$Q_{nm} = \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{(m\pi)^2}{n^2 \tau^2} \psi_{nm}.$$

После подстановки ψ_{nm} и Q_{nm} в (39) получаем:

$$\sum_n A_n \alpha_{nm} = U_m.$$

Здесь

$$\alpha_{nm} = \operatorname{sh} n h \psi_{nm} \left(\operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta + \frac{m\pi}{n\tau} \operatorname{cth} n h \right);$$

$$U_m = H_0 \frac{\tau^2}{(m\pi)^2} \frac{\mu_y}{\mu_0} \cos \frac{m\pi}{4}.$$

дов и принять его течение в горизонтальных зазорах толщиной δ плоским.

Анализ показывает, что при движении пластины действие сильфонов, оказываемое на жидкий металл, эквивалентно действию поршней, роль которых выполняют торцевые части, движущихся в цилиндрических каналах диаметром, равным среднему диаметру $d_{ср}$ (гофрированной части сильфонов). Модель канала линейного двигателя дана на рис. 3.

Жидкий металл является несжимаемым, поэтому средняя скорость его движения в зазорах канала находится в прямой зависимости от соотношения поперечных сечений жидкости в сильфонах $S_{ж.сф}$ и канале $S_{ж.к}$. При этом, поскольку скорость движения торцевых частей сильфонов равна скорости движения пластины, справедливо следующее равенство:

$$v_n S_{ж.сф} = v_{ж} S_{ж.к},$$

откуда следует:

$$v_{ж} = \frac{S_{ж.сф}}{S_{ж.к}} v_n = \alpha v_n, \quad (1)$$

где v_n — скорость движения пластины; $v_{ж}$ — средняя скорость движения жидкости в зазорах канала.

Эквивалентная схема замещения кондукционного линейного электродвигателя приведена на рис. 4, где для мгновенных значений величин приняты следующие обозначения: e_n и e_δ — э. д. с., индуцируемые соответственно в пластине и горизонтальных слоях жидкого металла; u_δ и u_n — напряжения на электродах канала и компенсирующей шине; i_n и i_δ — токи в пластине и горизонтальных слоях жидкого металла; r_n — активное сопротивление пластины, включающее сопротивления прилегающих к ее боковым поверхностям вертикальных слоев жидкого металла; r_δ — активное сопротивление компенсирующей шины; r_δ — активное сопротивление горизонтальных слоев жидкого металла.

Предполагая размагничивающее действие реакции якоря скомпенсированным и принимая магнитную индукцию в канале двигателя величиной постоянной, в соответствии с законами Кирхгофа можно записать:

$$u_\delta = i_\delta r_\delta + a_n B_0 \alpha v_n = i_\delta r_\delta + k_1 \alpha v_n; \quad (2)$$

$$u_n = i_n r_n + a_n B_0 v_n = i_n r_n + k_1 v_n; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} i &= i_n + 2i_\delta; \\ u &= u_n + u_\delta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из (2) — (4) следует:

$$u = iR + k_1 v_n \bar{R}, \quad (5)$$

где

$$R = \frac{r_\delta r_n}{r_\delta + 2r_n} + r_\delta = R_k + r_\delta; \quad \bar{R} = \frac{r_\delta + 2\alpha r_n}{r_\delta + 2r_n};$$

$$r_\delta = \frac{1}{\sigma} \frac{a_k}{\delta l_a}; \quad r_n = \frac{1}{b_n l_a} \left[\frac{(a_k - a_n)}{\sigma} + \frac{a_n}{\sigma_n} \right].$$

Уравнения движения пластины и жидкого металла в канале могут быть записаны следующим образом:

$$(m_n + m_p) \frac{dv_n}{dt} = F_n - (p_1 - p_4) S_{ж.сф} - F_{сф} -$$

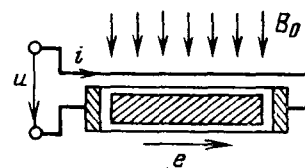


Рис. 1.

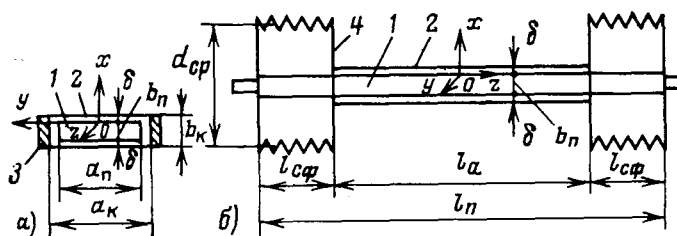


Рис. 2.

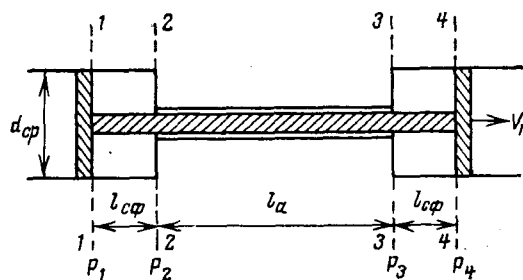


Рис. 3.

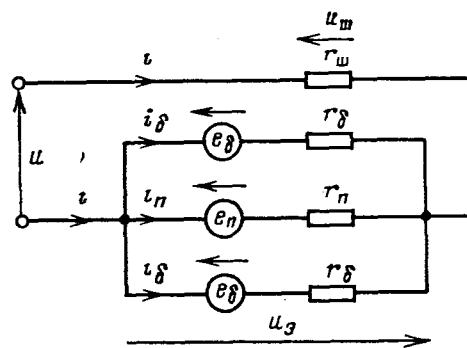


Рис. 4.

$$- 2a_n I_a \tau_0 - F_c; \quad (6)$$

$$\frac{dv_{ж.л}}{dt} = P'(t) + v \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} + M r_\delta \frac{v}{a_k \delta} \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} i_\delta + \frac{M^2 v}{\delta^2} \alpha v_n - \frac{M^2 v}{\delta^2} v_{ж.л}; \quad (7a)$$

$$\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial t} = P''(t) + v \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial y^2} + \frac{i_n B_0}{\rho l_a b_n}, \quad (7b)$$

где m_n и m_p — массы пластины и рабочего органа механизма; $(p_1 - p_4) S_{ж.сф}$ — силы, обусловленные давлением жидкости на торцевые части сильфонов; $F_{сф}$ — сила сопротивления сильфонов; $\tau_0 = -\eta \times \left(\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial x} \right)_{x=0}$ — касательное напряжение на движущейся пластине.

щейся пластине в активной зоне; F_c — сила полезного сопротивления; $v_{ж.л}$ — локальная скорость течения жидкости; $P'(t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z}$ и $P''(t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p''}{\partial z}$ — продольные градиенты давления в зазорах канала; $M = \delta B_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$ — число Гартмана; ρ , σ , η и ν — соответственно плотность, электропроводность, динамическая и кинематическая вязкости жидкого металла.

Электромагнитная сила, действующая на пластину, определяется известным соотношением:

$$F_{\Pi} = a_{\Pi} B_0 i_{\Pi} = k_1 i_{\Pi}. \quad (8)$$

Сила сопротивления сильфонов в значительном диапазоне рабочего хода может быть принята линейной функцией от пути движения пластины s :

$$F_{сф} = k_2 s = k_2 \int_0^t v_{\Pi} dt, \quad (9)$$

где k_2 определяется по линейному участку нагрузочной характеристики конкретного сильфона.

Для определения разности давлений $(p_1 - p_4)$ воспользуемся моделью двигателя, приведенной на рис. 3. Применительно к данной гидродинамической системе для ограниченных штриховыми линиями областей можно составить следующие уравнения равновесия:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_{ж}^2}{2} - \frac{\rho v_{\Pi}^2}{2} + \rho \frac{dv_{\Pi}}{dt} l_{1-2}(t); \quad (10)$$

$$p_2 - p_3 = \rho l_a \frac{dv_{ж}}{dt} - 2\eta l_a \frac{a_{\Pi}}{S_{ж.к}} \int_0^{\delta} \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} dx - 2i_{\delta} B_0 \frac{a_{\Pi}}{S_{ж.к}} - i_{\Pi} B_0 \frac{(a_{\kappa} - a_{\Pi})}{S_{ж.к}}; \quad (11)$$

$$p_3 - p_4 = \frac{\rho v_{\Pi}^2}{2} - \frac{\rho v_{ж}^2}{2} + l_{3-4}(t) \rho \frac{dv_{\Pi}}{dt}. \quad (12)$$

Отметим, что уравнение (11) непосредственно вытекает из (7а) и (7б). При этом мы воспользовались следующим осреднением давления в сечениях 2—2 и 3—3 $p_i = [p'_i 2a_{\Pi} \delta + p''_i b_{\Pi} (a_{\kappa} - a_{\Pi})] / S_{ж.к}$.

Складывая левые и правые части уравнений (10) — (12), получим:

$$p_1 - p_4 = \rho l_a \frac{dv_{ж}}{dt} - 2\eta l_a \frac{a_{\Pi}}{S_{ж.к}} \int_0^{\delta} \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} dx - 2i_{\delta} B_0 \frac{a_{\Pi}}{S_{ж.к}} - i_{\Pi} B_0 \frac{(a_{\kappa} - a_{\Pi})}{S_{ж.к}} + \rho [l_{1-2}(t) + l_{3-4}(t)] \frac{dv_{\Pi}}{dt}. \quad (13)$$

Учитывая, что

$$l_{1-2}(t) + l_{3-4}(t) = 2l_{сф} = \text{const},$$

а также воспользовавшись условием (1), уравнение (13) можно привести к виду:

$$(p_1 - p_4) S_{ж.сф} = (\alpha^2 m_{ж.к} + m_{сф}) \frac{dv_{\Pi}}{dt} - 2\alpha \eta l_a a_{\Pi} \int_0^{\delta} \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} dx - 2\alpha a_{\Pi} B_0 i_{\delta} - \alpha a_{\Pi} B_0 i_{\Pi} \left(\frac{a_{\kappa}}{a_{\Pi}} - 1 \right), \quad (14)$$

где $m_{ж.к}$ и $m_{ж.сф}$ — масса жидкого металла в канале и сильфонах.

Уравнение (6) с учетом (8), (9) и (14) приводится к следующему:

$$m \frac{dv_{\Pi}}{dt} = k_1 \Lambda_1 i_{\Pi} + 2\alpha k_1 i_{\delta} - k_2 \int_0^t v_{\Pi} dt - F_m - F_c, \quad (15)$$

где

$$m = m_{\Pi} + m_p + \alpha^2 m_{ж.к} + m_{ж.сф};$$

$$\Lambda_1 = 1 + \alpha \left(\frac{a_{\kappa}}{a_{\Pi}} - 1 \right);$$

$$F_m = -2a_{\Pi} l_a \eta \left[(1 - \alpha) \left(\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial x} \right)_{x=0} + \alpha \left(\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial x} \right)_{x=\delta} \right]. \quad (16)$$

Как будет показано ниже, для силы сопротивления F_m может быть принята линейная зависимость от скорости движения пластины:

$$F_m = k_3 v_{\Pi}. \quad (17)$$

Изменение силы полезного сопротивления F_c при движении пластины линейного электродвигателя зависит от исполнительного механизма. Будем предполагать, что F_c линейно зависит от v_{Π} :

$$F_c = k_4 v_{\Pi}. \quad (18)$$

Следует полагать, что напряжение, подводимое к электродвигателю, изменяется во времени по синусоидальному закону:

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (19)$$

тогда уравнение (15) с учетом (2) — (5) и (17) — (19) приводится к уравнению вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2 v_{\Pi}}{dt^2} + A \frac{dv_{\Pi}}{dt} + D v_{\Pi} = W \cos \omega t, \quad (20)$$

где

$$A = \frac{1}{m} \left\{ k^2_1 (\Lambda_1 - \alpha) \frac{[r_{\delta} \bar{R} + 2R(1 - \alpha)]}{R(r_{\delta} + 2r_{\Pi})} + \alpha k^2_1 \frac{\bar{R}}{R} + k_3 + k_4 \right\}; \quad D = \frac{k_2}{m}; \quad W = \frac{U_m \omega k_1}{Rm} \left[\alpha + \frac{(\Lambda_1 - \alpha) r_{\delta}}{r_{\delta} + 2r_{\Pi}} \right].$$

Принимая начальные условия для тока i и скоростей движения пластины и жидкости нулевыми, получим:

$$v_{\Pi} = 0, \quad \frac{dv_{\Pi}}{dt} = 0 \quad \text{при } t = 0. \quad (21)$$

Как известно [Л. 3], в зависимости от дискриминанта λ уравнение (20) имеет три частных случая решения:

а) $\lambda^2 = A^2 - 4D > 0$

$$v_n(t) = C_1 e^{-\frac{A+\lambda}{2}t} + C_2 e^{-\frac{A-\lambda}{2}t} + \frac{2W}{\lambda} \int_0^t \cos \omega t_1 \times \\ \times e^{\frac{A}{2}(t_1-t)} \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2}(t-t_1) dt_1; \quad (22)$$

б) $\lambda^2 = 4D - A^2 > 0$

$$v_n(t) = e^{-\frac{A}{2}t} \left(C_1 \cos \frac{\lambda}{2}t + C_2 \sin \frac{\lambda}{2}t \right) + \\ + \frac{2W}{\lambda} \int_0^t \cos \omega t_1 e^{\frac{A}{2}(t_1-t)} \sin \frac{\lambda}{2}(t-t_1) dt_1; \quad (23)$$

в) $A^2 = 4D$ ($\lambda = 0$)

$$v_n(t) = e^{-\frac{A}{2}t} (C_1 t + C_2) + \\ + W \int_0^t (t-t_1) \cos \omega t_1 e^{\frac{A}{2}(t_1-t)} dt_1. \quad (24)$$

Из полученных решений с учетом начальных условий (21) для всех случаев следует:

$$C_1 = C_2 = 0.$$

После интегрирования решения принимают вид:

$$а) v_n(t) = \frac{2W}{\lambda} \left[\frac{\delta_{2a}}{\cos \varphi_1} \sin(\omega t + \varphi_1) + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_1}{2q_{1a}} e^{-\alpha_1 t} - \frac{\alpha_2}{2q_{2a}} e^{-\alpha_2 t} \right], \quad (25)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{A+\lambda}{2}; \quad \alpha_2 = \frac{A-\lambda}{2}; \quad q_{1a} = \alpha_1^2 + \omega^2; \quad q_{2a} = \\ = \alpha_2^2 + \omega^2; \\ \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\delta_{1a}}{\delta_{2a}}; \quad \delta_{1a} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_2}{q_{2a}} - \frac{\alpha_1}{q_{1a}} \right); \quad \delta_{2a} = \\ = \frac{\omega}{2} \left(\frac{1}{q_{2a}} - \frac{1}{q_{1a}} \right);$$

$$б) v_n(t) = \frac{2W}{\lambda} \left\{ \frac{\delta_{2b}}{\cos \varphi_2} \sin(\omega t + \varphi_2) - \right. \\ \left. - \frac{A}{4} e^{-\frac{A}{2}t} \left[\frac{\sin\left(\frac{\lambda}{2}t + \varphi_1\right)}{q_{1b} \cos \varphi_1} + \frac{\sin\left(\frac{\lambda}{2}t + \varphi_2\right)}{q_{2b} \cos \varphi_2} \right] \right\}, \quad (26)$$

где

$$q_{1b} = \frac{A^2}{4} + \left(\frac{\lambda}{2} + \omega \right)^2; \quad q_{2b} = \frac{A^2}{4} + \left(\frac{\lambda}{2} - \omega \right)^2;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\delta_{1b}}{\delta_{2b}}; \quad \delta_{1b} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\lambda}{2} + \omega}{q_{1b}} + \frac{\frac{\lambda}{2} - \omega}{q_{2b}} \right); \\ \delta_{2b} = \frac{A}{4} \left(\frac{1}{q_{2b}} - \frac{1}{q_{1b}} \right); \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\lambda + 2\omega}{A}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\lambda - 2\omega}{A}; \\ в) v_n(t) = W \left[\frac{A\omega}{q_{1c}^2 \cos \varphi_3} \sin(\omega t + \varphi_3) - \right. \\ \left. - e^{-\frac{A}{2}t} \frac{A}{q_{1c}} \left(\frac{A}{2}t + \frac{q_{2c}}{q_{1c}} \right) \right], \quad (27)$$

где

$$q_{1c} = \frac{A^2}{4} + \omega^2; \quad q_{2c} = \frac{A^2}{4} - \omega^2; \quad \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{q_{2c}}{A\omega}.$$

В установившемся режиме работы электродвигателя ($t \rightarrow \infty$) для всех трех случаев

$$v_n(t) = V_{mi} \sin(\omega t + \varphi_i), \quad (28)$$

где $i=1, 2, 3$.

Из выражения (28) видно, что в установившемся режиме скорость движения пластины изменяется во времени по синусоидальному закону со сдвигом по фазе на угол φ_i относительно приложенного напряжения.

Для определения коэффициента k_3 необходимо проинтегрировать уравнение (7а). Это удобно сделать сначала построив решение для случая $v_n = \text{const}$, а затем полученное решение с помощью интеграла Дюамеля обобщить на случай заданного изменения во времени скорости движения пластины.

Течение жидкого металла в обоих горизонтальных зазорах канала двигателя является идентичным, поэтому достаточно рассмотреть его течение в одном из них. Граничные условия для локальной скорости течения жидкости должны быть приняты следующими (рис. 2):

$$v_{ж.л}(0, t) = v_n(t); \quad (29)$$

$$v_{ж.л}(\delta, t) = 0. \quad (30)$$

При $v_n = \text{const}$ $v_{ж.л} = \text{const}$. Интегрируя (7а) в пределах от 0 до δ , получим:

$$P(t) = -\frac{\nu}{\delta} \int_0^\delta \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} dx - Mr_\delta \frac{\nu}{a_k \delta} \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} i_\delta. \quad (31)$$

С учетом (31) уравнение (7а) принимает вид:

$$\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial t} = -\frac{\nu}{\delta} \int_0^\delta \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} dx + \nu \frac{\partial^2 v_{ж.л}}{\partial x^2} + \frac{M^2 \nu}{\delta^2} \alpha v_n - \\ - \frac{M^2 \nu}{\delta^2} v_{ж.л}. \quad (32)$$

Введем новую переменную

$$z = v_{ж.л} - \alpha v_n. \quad (33)$$

Подставив (33) в (32), получим:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\nu}{\delta} \int_0^\delta \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx + \nu \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{M^2 \nu}{\delta^2} z. \quad (34)$$

Граничные условия для z следующие:

$$z(0, t) = (1 - \alpha) v_n; \quad z(\delta, t) = -\alpha v_n. \quad (35)$$

Решение уравнения (34) при $v_n = \text{const}$ строится методом Фурье [Л. 4]. С учетом (33) решение для $v_{ж.л}$ имеет вид:

$$v_{ж.л}(x, t) = v_n \Psi(x, t) = v_n \left[\alpha + F(x) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\alpha_n^2 t} L(x) \right], \quad (36)$$

где

$$F(x) = C_3 \left(\text{ch} \frac{Mx}{\delta} - \frac{\text{sh} M}{M} \right) + C_4 \left[\text{sh} \frac{Mx}{\delta} - \frac{1}{M} (\text{ch} M - 1) \right];$$

$$C_3 = \frac{(1 - \alpha) M}{(M - \text{sh} M)} + \frac{(\text{ch} M - 1) [\text{sh} M - M \text{ch} M - \alpha M (1 - \text{ch} M)]}{(2 - 2 \text{ch} M + M \text{sh} M) (M - \text{sh} M)};$$

$$C_4 = \frac{\text{sh} M - M \text{ch} M - \alpha M (1 - \text{ch} M)}{(2 - 2 \text{ch} M + M \text{sh} M)};$$

$$\alpha_n^2 = \frac{M^2 \nu}{\delta^2} + \nu \beta_n;$$

$$C_n = -\frac{C_3 I_1 + C_4 I_2}{I_2}; \quad L(x) = \frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2} \sin \sqrt{\beta_n} x + \cos \sqrt{\beta_n} x - 1;$$

$$I_1 = \frac{\delta}{M^2 + \delta^2 \beta_n} \left[M \text{sh} M + 2 \text{ch} M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2} - 2 \left(1 + \frac{\delta^2 \beta_n}{4} \right) \text{ch} M \cos \sqrt{\beta_n} \delta \right] - \frac{\delta}{M} \text{sh} M; \quad I_2 = \frac{\delta}{M^2 + \delta^2 \beta_n} \left[M \text{ch} M + 2 \text{sh} M - M - 2 \left(1 + \frac{\delta^2 \beta_n}{4} \right) \text{sh} M \cos \sqrt{\beta_n} \delta \right] - \frac{\delta}{M} (\text{ch} M - 1);$$

$$I_3 = \frac{\delta}{2} \left[\left(\frac{\delta^2 \beta_n}{4} - 1 \right) \left(1 - \frac{\sin 2 \sqrt{\beta_n} \delta}{2 \sqrt{\beta_n} \delta} \right) + \sin^2 \sqrt{\beta_n} \delta \right].$$

Собственные значения β_n определяются из трансцендентного уравнения

$$\frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2} = \text{tg} \frac{\delta \sqrt{\beta_n}}{2}. \quad (37)$$

Отметим, что при $\alpha = 0$ полученное решение соответствует случаю движения пластины линейного двигателя в канале с сальниками [Л. 1]. Таким образом построенное решение обобщает ранее полученное на произвольные значения α .

При $M \gg 1$, что для жидких металлов, как правило, выполняется,

$$C_n \approx -\frac{8(1 - 2\alpha)}{\delta^2 \beta_n} \left[\frac{M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2}}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)} - \frac{1}{M} \right]. \quad (38)$$

Интеграл Дюамеля, обобщающий полученное решение на случай произвольного изменения во времени скорости движения пластины, может быть записан следующим образом:

$$v_{ж.л}(x, t) = \int_0^t v'_n(t_1) \Psi(x, t - t_1) dt_1. \quad (39)$$

При изменении во времени скорости движения пластины по синусоидальному закону ($v_n = V_m \sin \omega t$) с учетом (39) решение принимает вид:

$$v_{ж.л}(x, t) = V_m \left\{ [\alpha + F(x)] \sin \omega t + \omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n L(x)}{\alpha_n^2 + \omega^2} \times \right. \\ \left. \times (\alpha_n^2 \cos \omega t + \omega \sin \omega t - \alpha_n^2 e^{-\alpha_n^2 t}) \right\}. \quad (40)$$

Для установившегося режима ($t \rightarrow \infty$)

$$v_{ж.л}(x, t) = V_m \left\{ [\alpha + F(x)] \sin \omega t + \right. \\ \left. + \Omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n L(x)}{[(M^2 + \delta^2 \beta_n)^2 + \Omega^2]} [(M^2 + \delta^2 \beta_n) \cos \omega t + \Omega \sin \omega t] \right\}, \quad (41)$$

где $\Omega = \frac{\omega \delta^2}{\nu}$ — безразмерный параметр.

При $M \gg 1$ и $\omega \leq 100$ можно принять

$$(M^2 + \delta^2 \beta_n)^2 \gg \Omega^2. \quad (42)$$

С учетом (38) и (42) градиент скорости течения жидкости определится следующим выражением:

$$\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial x} = V_m \left\{ \frac{M}{\delta} \left(C_3 \text{sh} \frac{Mx}{\delta} + C_4 \text{ch} \frac{Mx}{\delta} \right) \sin \omega t - \right. \\ - 8\Omega (1 - 2\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\delta^2 \beta_n} \left[\frac{(M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2})}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)^3} - \frac{1}{M (M^2 + \delta^2 \beta_n)^2} \right] \times \\ \times \left(\frac{\delta^2 \beta_n}{2} \cos \sqrt{\beta_n} x - \sqrt{\beta_n} \sin \sqrt{\beta_n} x \right) [(M^2 + \delta^2 \beta_n) \cos \omega t + \\ \left. + \Omega \sin \omega t] \right\}. \quad (43)$$

Определяя $\frac{\partial v_{ж.л}}{\partial x}$ на движущейся ($x = 0$) и неподвижной ($x = \delta$) границах и учитывая приближенные выражения для следующих сумм,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)} \approx \frac{1}{4M}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)^2} \approx \frac{1}{4M^3};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2})}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)^2} \approx \frac{1}{16M}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M + \frac{\delta^2 \beta_n}{2}}{(M^2 + \delta^2 \beta_n)^3} \sim O\left(\frac{1}{M^4}\right).$$

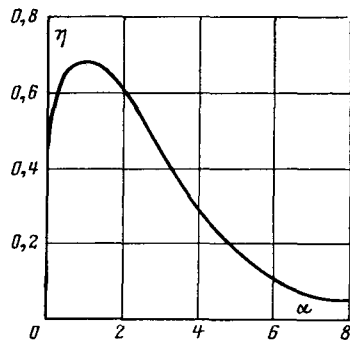


Рис. 5.

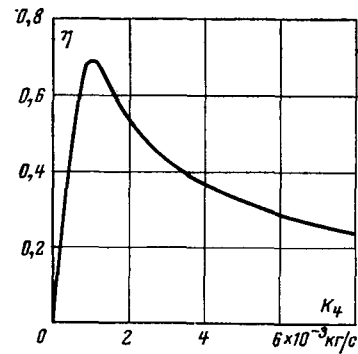


Рис. 6.

В соответствии с (16) для F_m получим:

$$F_m \approx -2a_n I_a \eta \frac{1}{\delta} [\alpha(1 - \alpha M) - (1 - \alpha)^2 M] v_n + \frac{m_{ж.к}}{4M} (1 - 2\alpha)^2 \frac{\partial v_n}{\partial t}, \quad (44)$$

откуда следует:

$$k_s = -2a_n I_a \eta \frac{1}{\delta} [\alpha(1 - \alpha M) - (1 - \alpha)^2 M]. \quad (45)$$

Второй член выражения (44) должен учитываться в виде поправки к массе m в уравнении движения (15).

При периодических процессах оперируют средними значениями мощностей за период $T=2\pi/\omega$:

$$N = \frac{1}{T} \int_0^T N(t) dt.$$

При синусоидальном изменении во времени скорости движения пластины потери мощности на преодоление сил F_m определяются следующим выражением:

$$N_T = \frac{k_s}{T} \int_0^T v_n^2 dt = k_s V^2, \quad (46)$$

где $V = V_T/\sqrt{2}$ — действующее значение скорости движения пластины.

Из (45) и (46) следует, что при $V = \text{const}$ минимуму N_m соответствует $\alpha \approx 0.5$.

Потребляемая двигателем электрическая мощность за период с учетом (5) и (19)

$$N_1 = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{U^2}{R} - k_1 \frac{\bar{R}}{R} UV \cos \varphi_i, \quad (47)$$

где U — действующее значение подведенного напряжения.

Учитывая, что для рассматриваемого случая полезная мощность $N_2 = k_4 V^2$, к. п. д. двигателя без учета потерь на возбуждение может быть представлен следующим выражением:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{k_4 R \frac{V^2}{U^2}}{1 - k_1 \frac{\bar{R}}{R} \frac{V}{U} \cos \varphi_i}, \quad (48)$$

где V/U определяется из решений (25) — (27).

Отметим, что определению потерь мощности на возбуждение должны предшествовать исследования оптимальных соотношений между магнитной индукцией в канале и геометрическими размерами якоря двигателя, как это делается для магнитогидродинамических насосов [Л. 5].

В соответствии с полученными теоретическими зависимостями были выполнены расчеты к. п. д. по формуле (48) применительно к линейному электродвигателю со следующими исходными данными: $l_n = 580$ мм; $a_n = 36$ мм; $b_n = 6,25$ мм; материал пластины — электротехническая медь ($\rho_m = 8,93 \times 10^3$ кг/м³; $\sigma_m = 5,73 \cdot 10^7$ 1/Ом·м); $l_k = l_a = 400$ мм; $a_k = 40$ мм; $b_k = 8,5$ мм; $\delta = 1,125$ мм; $l_{сф} = 90$ мм.

Для осуществления жидкометаллического токоподвода предусматривается использование сплава 67% Ga; 20,5% In; 12,5% Sn, имеющего температуру плавления 10,6°C. (Параметры сплава при $t = 20^\circ\text{C}$ — $\rho = 6397$ кг/м³; $\sigma = 3,3 \cdot 10^6$ 1/Ом·м; $\nu = 4,65 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$ Н·с/м².)

Из исходных данных следует: $m_n = 1,2$ кг; $S_{ж.к} = 115$ мм²; $m_{ж.к} = 0,3$ кг; $r_n = 7,3 \cdot 10^{-7}$ Ом; $r_\delta = 267 \cdot 10^{-7}$ Ом; $R_k = 6,92 \cdot 10^{-7}$ Ом; $M = 55$.

Расчеты к. п. д. производились при $B_0 = 1,5$ Т; $f = 5$ Гц ($\omega = 31,4$); $m_p = 1,66$ кг; $k_2 = 23,7 \cdot 10^3$ кг/с²; $r_{ш} = 6,92 \cdot 10^{-7}$ Ом и различных значениях α и k_4 .

На рис. 5 и 6 приведены соответственно зависимости $\eta(\alpha)$ при $k_4 = 10^3$ кг/с и $\eta(k_4)$ при $\alpha = 1$.

Применительно к рассматриваемому двигателю максимум к. п. д. получен при $\alpha = 1$ и $k_4 = 10^3$ кг/с.

В реальных конструкциях двигателя условие $\alpha \approx 1$ может быть достигнуто путем использования сильфонов, изготовленных из эластичных материалов.

В заключение отметим, что в качестве источника питания якоря электродвигателя может быть использован тиристорный преобразователь частоты без звена постоянного тока с разделительным понижающим трансформатором. Указанный преобразователь позволяет получить на выходе разделительного трансформатора требуемую величину напряжения регулируемой низкой частоты. При этом при использовании Ш-образного сердечника магнитопроводы системы возбуждения двигателя и трансформатора могут быть объединены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хожанов А. И., Кузнецов С. Е., Рыскина Н. Б. Исследование кондукционного линейного электродвигателя

Динамическое торможение линейных асинхронных двигателей с ферромагнитной вторичной цепью

ПЕТЛЕНКО Б. И., ДЕРГАЧЕВ А. Е.

Московский автомобильно-дорожный институт

Использование массивных ферромагнитных вторичных цепей при торможении привода с линейным асинхронным двигателем (ЛАД) в ряде случаев оказывается оправданным и обеспечивает достаточно плавное и эффективное торможение, что обусловлено автоматическим изменением приведенного сопротивления вторичной цепи из-за различной степени проявления поверхностного эффекта.

Учет непостоянства магнитной проницаемости вторичной цепи и гистерезисных потерь при аналитическом определении тормозных усилий динамического торможения в общем случае слабых и сильных магнитных полей и широкого диапазона изменения скоростей весьма затруднен и наталкивается на серьезные математические трудности. Однако при определенных допущениях усилия, возникающие при динамическом торможении ЛАД с ферромагнитной вторичной цепью, тем не менее могут быть найдены аналитически.

В статье рассматривается один из возможных подходов к аналитическому определению тормозных сил при динамическом торможении ЛАД с ферромагнитной вторичной цепью, основанный на решении уравнений Максвелла для области вторичной цепи при аппроксимации кривой намагничивания и комплексной магнитной проницаемости вторичной цепи уравнениями [Л. 1].

Рассмотрим линейный асинхронный двигатель при питании его обмоток постоянным током, движущийся над ферромагнитной вторичной цепью.

Примем следующие допущения: электромагнитное поле в зазоре — плоскопараллельное; магнитная проницаемость шихтованного индуктора — бесконечно большая; вдоль индуктора создается синусоидальная волна линейной плотности тока $J_m e^{-j\alpha x}$; ток индуктора сосредоточен в тонком слое, а воздушный зазор реального двигателя увеличен на коэффициент зубчатости; эффект «входа — выхода» и поперечный краевой эффект во вторичной цепи отсутствуют.

Указанная идеализация оправдана следующими обстоятельствами. При допущении плоскопараллельности поля в зазоре и пренебрежении поперечным краевым эффектом не учитываются: изменение магнитной индукции у краев индуктора по его ширине, уменьшение полезной составляющей тока во вторичной цепи, снижающее электромагнитное усилие, а также появление продольной составляющей плотности тока во вторичной цепи, вызывающей поперечное усилие. Исследованию этих явлений по-

священо много работ, часть которых отмечена в [Л. 2], где показано, что идеализированная модель приближается к реальному ЛАД при использовании различных поправочных коэффициентов. В частности, уменьшение полезной составляющей тока учитывается поправочным коэффициентом, увеличивающим расчетное значение удельного сопротивления вторичной цепи, как это делается и во вращающихся машинах с полным ротором [Л. 3], а изменение индукции по ширине машины учитывается изменением реального зазора на величину поправочного коэффициента [Л. 2]. Аналогично учитывается и конечное значение магнитной проницаемости индуктора — увеличением реального зазора в число раз, соответствующее коэффициенту насыщения [Л. 2].

Эффект «входа — выхода», как показывает теория и практика [Л. 4 и 5] проявляется весьма слабо в низкоскоростных ЛАД, особенно с числом полюсов, большим шести, поэтому его можно не учитывать при анализе, в первую очередь, машин именно такого типа.

С учетом указанных допущений расчетная модель ЛАД в режиме динамического торможения приведена на рис. 1.

Уравнение Максвелла для области I вторичной цепи (рис. 1) в системе координат, жестко связанной с движущимся со скоростью \bar{u}_x индуктором, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H} &= \bar{J}; \\ \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \\ \bar{J} &= \sigma [\bar{u}_x \times \bar{B}]; \\ \operatorname{div} \bar{B} &= 0; \\ \bar{B} &= \mu \bar{H}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где σ , μ — удельная электропроводность и магнитная проницаемость вторичной ферромагнитной цепи.

Решение системы (1) для напряженностей магнитного поля будем искать в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} H_x &= H_{0x} e^{-j\alpha x}; \\ H_z &= H_{0z} e^{-j\alpha x}, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где H_{0x} , H_{0z} — комплексные амплитуды составляющих напряженности магнитного поля, по осям X и Z , зависящие от координаты z ; $\alpha = \pi/\tau'$ — полюсное деление индуктора.

с жидкометаллическим токоподводом. — Электричество, 1974, № 10.

2. А. с. № 535678 [СССР]. Линейная электрическая машина переменного тока/ Хожанов А. И., Питулайнин Н. М., Кузнецов С. Е. Оpubл. в Б. И. 1976, № 42.

3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1965.

4. Хожанов А. И. Нестационарное магнитодинамическое течение Куэтта с нулевым расходом жидкости. — ЭТФ АН СССР, 1972, № 2.

5. Бирзвалк Ю. А. Основы теории и расчета кондукционных МГД-насосов постоянного тока. Рига: Зинатне, 1968.

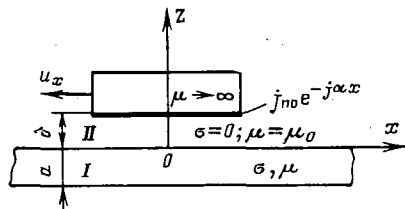


Рис. 1. Расчетная модель линейного асинхронного двигателя в режиме динамического торможения.

Из уравнений Максвелла последовательно трудно получить:

$$\frac{\partial H_{0x}}{\partial z} + (j\alpha + u_x \sigma \mu) H_{0z} = 0. \quad (3)$$

С другой стороны, компоненту H_{0x} можно выразить через H_{0z} , если воспользоваться выражением для дивергенции \vec{B} в системе (1), или

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Уравнение для комплексной магнитной проницаемости μ при напряженностях, больших тех значений, при которых проницаемость максимальна, имеет вид [Л. 1]:

$$\mu = \frac{\mu_e e^{-j\psi}}{(1 + z/z_k)^2}, \quad (5)$$

где μ_e — магнитная проницаемость, определяемая по действующему значению напряженности магнитного поля, на поверхности ферромагнитной вторичной цепи; ψ — среднее значение угла гистерезисных потерь; z_k — фиксированное значение переменной z , определяемое в [Л. 1].

Так как

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \mu H_x; \\ B_z &= \mu H_z; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

то последовательной подстановкой (5) в (6) и в (4) получаем:

$$H_{0x} = \frac{1}{j\alpha} \left[-\frac{2}{z_k} \frac{1}{(1 + z/z_k)} H_{0z} + \frac{\partial H_{0z}}{\partial z} \right]. \quad (7)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{0x}}{\partial z} &= \frac{dH_{0x}}{dz} = \frac{1}{j\alpha} \left[\frac{2}{z_k^2} \frac{1}{(1 + z/z_k)^2} H_{0z} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{z_k} \frac{1}{(1 + z/z_k)} \frac{dH_{0z}}{dz} + \frac{d^2 H_{0z}}{dz^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив (8) в (3) получаем уравнение для нахождения H_{0z} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{j\alpha} \left[\frac{2}{z_k^2} \frac{1}{(1 + z/z_k)^2} H_{0z} - \frac{2}{z_k} \frac{1}{1 + z/z_k} \frac{dH_{0z}}{dz} + \right. \\ \left. + \frac{d^2 H_{0z}}{dz^2} \right] + \left[j\alpha + u_x \sigma \frac{\mu_e e^{-j\psi}}{(1 + z/z_k)^2} \right] H_{0z} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Вводя новую переменную

$$\tau = 1 + \frac{z}{z_k} \quad (10)$$

и подставляя ее в (9), получаем после некоторых преобразований

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_{0z}}{d\tau^2} - \frac{2}{\tau} \frac{dH_{0z}}{d\tau} + \\ + \left[-\alpha^2 z_k^2 + \frac{2 + jz_k^2 \alpha u_x \mu_e e^{-j\psi}}{\tau^2} \right] H_{0z} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Рассмотрим область изменения u_x , где справедливо соотношение

$$\frac{|2 + jz_k^2 \alpha u_x \mu_e e^{-j\psi}|}{\alpha^2 z_k^2} \gg 1. \quad (12)$$

Поскольку величина τ изменяется от нуля до единицы в пределах толщины скин-слоя, то неравенство (12) будет иметь место и в том случае, если правую часть умножить на τ^2 , поэтому для значений u_x , удовлетворяющих (12), уравнение (11) принимает вид уравнения Эйлера [Л. 6]:

$$\frac{d^2 H_{0z}}{d\tau^2} - \frac{2}{\tau} \frac{dH_{0z}}{d\tau} + \frac{\lambda}{\tau^2} H_{0z} = 0, \quad (13)$$

где $\lambda = 2 + jz_k^2 \alpha u_x \mu_e e^{-j\psi}$.

Будем искать решение уравнения (13) в виде

$$H_{0z} = \tau^n. \quad (14)$$

Определив производные H_{0z} по τ , получим характеристическое уравнение

$$n^2 - 3n + \lambda = 0, \quad (15)$$

корни которого равны:

$$n_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \lambda} = \frac{3}{2} \pm (u + jv), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} u &= \left[\frac{1/4 - z_k^2 \gamma u_x \sin \psi +}{2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1/16 - \frac{1}{2} z_k^2 \gamma u_x \sin \psi + z_k^4 \gamma^2 u_x^2} \right]^{1/2}, \quad (16a) \\ v &= \left[\frac{-1/4 + z_k^2 \gamma u_x \sin \psi +}{2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1/16 - \frac{1}{2} z_k^2 \gamma u_x \sin \psi + z_k^4 \gamma^2 u_x^2} \right]^{1/2}; \end{aligned} \quad (16b)$$

$$\gamma = \alpha \mu_e. \quad (16b)$$

Для определенности корень n_1 будем брать со знаком плюс, а n_2 — с минусом перед вторым слагаемым. Общее решение для H_{0z} и H_{0x} запишем с учетом (13), (14), (16) и (7) в виде

$$\left. \begin{aligned} H_{0z} &= C_1 \tau^{n_1} + C_2 \tau^{n_2}, \\ H_{0x} &= \frac{1}{j\alpha z_k} [C_1 (n_1 - 2) \tau^{n_1-1} + C_2 (n_2 - 2) \tau^{n_2-1}]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Из условия ограниченности решения принимаем $C_2 = 0$.

Решение для составляющих H_{0x} и H_{0z} в области II зазора имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} H_{0z} &= C_3 e^{az} + C_4 e^{-az}; \\ H_{0x} &= \frac{1}{j} (C_3 e^{az} - C_4 e^{-az}). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Постоянные интегрирования C_1, C_3, C_4 найдем из граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} H_{0x}|_{z=\delta} &= -J_{п0}; \\ H_{0x}|_{z=0} &= H_{0x}|_{z=0}; \\ \mu_0 H_{0z}|_{z=0} &= \mu H_{0z}|_{z=0}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где $J_{п0}$ — амплитуда линейной плотности тока на поверхности индуктора ЛАД.

Отсюда следует с учетом (18) и (17):

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{j} (C_3 e^{a\delta} - C_4 e^{-a\delta}) &= -J_{п0}; \\ \frac{1}{j} (C_3 - C_4) &= \frac{1}{ja z_k} C_1 (n_2 - 2); \\ \mu_0 (C_3 + C_4) &= C_1 \mu_e e^{-j\psi}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решая систему (20), определяем

$$C_1 = \frac{j 2 z_k a \mu_0 J_{п0} e^{-a\delta}}{\mu_e a z_k (e^{-2a\delta} - 1) e^{-j\psi} - \mu_0 [e^{-2a\delta} + 1] (n_1 - 2)}. \quad (21)$$

Объемная плотность силы, действующей на вторичную ферромагнитную цепь:

$$f_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (J_{0y} \bar{B}_{0z}), \quad (22)$$

где плотность индуктированных токов

$$J_{0y} = -u_x \sigma B_{0z} = -u_x \sigma \mu H_{0z}. \quad (23)$$

С учетом (23) получаем

$$f_x = -\frac{u_x \sigma}{2} |B_{0z}|^2, \quad (24)$$

а принимая во внимание (16) и (17), имеем

$$\begin{aligned} f_x &= -\frac{u_x \sigma}{2} |\mu_e e^{-j\psi} C_1 \tau^{n_1-2}|^2 = -\frac{u_x \sigma}{2} \mu_e^2 |C_1|^2 |\tau^{n_1-2}|^2 = \\ &= \mu_e^2 |C_1|^2 \tau^{2u-1} \left(-\frac{u_x \sigma}{2} \right). \end{aligned} \quad (24a)$$

Для определения полной силы проинтегрируем (24a) по активному объему вторичной цепи ($a \geq z_k$):

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{(V)} f_x dV = -\frac{\sigma u_x}{2} \int_{(V)} |B_{0z}|^2 dV = \\ &= -\frac{\sigma u_x S}{2} \int_0^{z_k} |B_{0z}|^2 dz, \end{aligned} \quad (25)$$

где S — площадь активной поверхности индуктора. С учетом (24a)

$$F_x = -\frac{u_x \sigma}{2} \mu_e^2 S |C_1|^2 \int_0^{z_k} (1 + z/z_k)^{2u-1} dz =$$

$$= \frac{u_x \sigma}{2} \mu_e^2 S |C_1|^2 \frac{z_k}{2u} = \frac{u_x \sigma}{2} \mu_e^2 S |C|^2 \frac{z_k}{2u}, \quad (25a)$$

где $|C|^2 = \left| \frac{C_1}{4} \right|^2$.

Такое же значение тормозного усилия получается при его определении через вектор Пойнтинга:

$$\bar{\Pi} = [\bar{E} \times \bar{H}].$$

Действительно, [Л. 7]

$$\oint_{(S')} \bar{\Pi} d\bar{S} = \sigma \int_{(V)} E^2 dV,$$

где S' поверхность, охватывающая активный объем V вторичной цепи.

Учитывая, что

$$J_{0y} = \sigma E_{0y} = -\sigma u_x \mu H_{0z},$$

имеем

$$E_{0y} = -u_x \mu H_{0z},$$

тогда

$$|E_{0y}|^2 = u_x^2 |\mu|^2 |H_{0z}|^2 = u_x^2 |B_{0z}|^2. \quad (25b)$$

Активная мощность, выделяемая во вторичной цепи, равна

$$P = F_x u_x = \frac{1}{2} \sigma \int_{(V)} |E_{0y}|^2 dV,$$

откуда с учетом (25) следует:

$$F_x = \frac{P}{u_x} = \frac{\sigma u_x}{2} \int_{(V)} |B_{0z}|^2 dV,$$

что совпадает с (25).

Величина z_k может быть выражена аналитически через скорость движения u_x и параметры вторичной цепи, если воспользоваться следующим приемом.

Из (5) получаем

$$\left| \frac{\mu}{\mu_e} \right| = \frac{1}{(1 + z/z_k)^2}. \quad (26)$$

Выражение (17) позволяет выразить отношение составляющих напряженностей по оси X на глубине $z(H_{0x})$ и на поверхности ($H_0, z=0$) следующим образом:

$$\frac{H_{0x}}{H_0} = \tau^{n_1-1} \quad (27)$$

или с учетом (16)

$$\left| \frac{H_{0x}}{H_0} \right|^2 = \left(\frac{1}{\tau^2} \right)^{-\frac{2u+1}{2}}. \quad (28)$$

Следовательно,

$$\frac{1}{(1 + z/z_k)^2} = \left| \frac{H_{0x}}{H_0} \right|^{-\frac{4}{2u+1}}. \quad (29)$$

С другой стороны, кривую намагничивания ферромагнитного материала можно аппроксимировать параболой [Л. 1]:

$$|B_{0x}| = K |H_{0x}|^{1/h}, \quad (30)$$

Поэтому

$$|\mu| = \frac{|B_{0x}|}{|H_{0x}|} = K |H_{0x}|^{-\frac{h-1}{h}} \quad (31)$$

или

$$\left| \frac{\mu}{\mu_e} \right| = \left| \frac{H_{0x}}{H_0} \right|^{-\frac{h-1}{h}}. \quad (32)$$

Сравнивая (29) и (32), получаем

$$-\frac{h-1}{h} = \frac{4}{2u+1}, \quad (33)$$

откуда находим z_k с учетом (16а)

$$z_k^2 = \frac{2v \sin \psi}{\gamma u_x \cos^2 \psi} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4v-1}{4v} \operatorname{ctg}^2 \psi} \right], \quad (34)$$

где

$$v = u^2 = \left(\frac{2h}{h-1} - \frac{1}{2} \right)^2. \quad (35)$$

В частном случае при пренебрежимо малых потерях на гистерезис ($\psi=0$) и достаточно большом h , когда можно допустить

$$v = \left(\frac{2h}{h-1} - \frac{1}{2} \right)^2 \approx \frac{9}{4}, \quad (36)$$

выражение (34) упрощается и принимает вид

$$z_k^2 = \frac{3\sqrt{2}}{\gamma u_x},$$

а

$$u = 3/2, \quad \{v = \sqrt{2}, \quad k = \frac{\mu_e}{\mu_0}.$$

Соответственно упрощается выражение для тормозной силы:

$$F_x = \frac{\alpha S J_{\text{по}}^2 e^{-2\alpha \delta}}{0,73k^2 \alpha^2 (e^{-2\alpha \delta} - 1)^{1/2} (\gamma u_x)^{-1/2} + 0,291k\alpha (e^{-4\alpha \delta} - 1) + 0,517(e^{-2\alpha \delta} + 1)^2 (\gamma u_x)^{1/2}}. \quad (37)$$

Детальный анализ показывает, что погрешность при определении силы, вызванная допущением (36), при $h \geq 10$ не превышает 5%.

Выражения (25), (21) и (34) позволяют рассчитать тормозные усилия динамического торможения ЛАД. На рис. 2 для примера приведены рассчитанные на ЦВМ зависимости тормозных усилий динамического торможения в относительных единицах $F_* = F_x / J_{\text{по}}^2$ ЛАД с параметрами: $\tau' = 0,4$ м; $S = 0,72$ м²; $\sigma = 5 \cdot 10^6$ Ом·м; $\delta = 11 \cdot 10^{-3}$ м; $a = 8 \cdot 10^{-2}$ м при выполнении вторичной цепи из различных ферромагнитных материалов: 1— $h=4$; $\sin \psi=0,038$; 2— $h=14$; $\sin \psi=0,0248$.

На кривых пунктиром обозначены участки характеристик, где полученное выражение тормозного усилия дает значительную погрешность из-за нарушения условия $z_k \leq a$, используемого при решении исходных уравнений.

Отметим, что приведенные на рис. 2 механические характеристики динамического торможения,

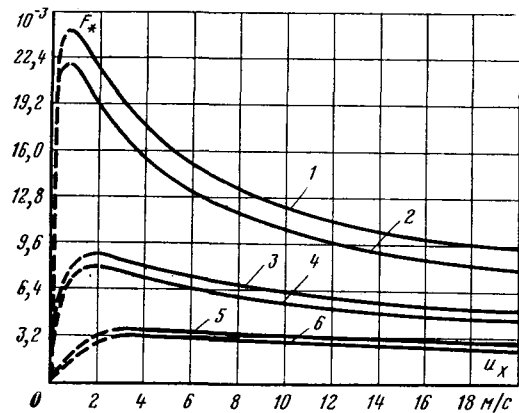


Рис. 2. Тормозные усилия динамического торможения ЛАД при различных ферромагнитных материалах вторичной цепи (1, 3, 5— $h=14$; $\sin \psi=0,0248$; 2, 4, 6— $h=4$; $\sin \psi=0,038$) и проницаемостях (1, 2— $\mu_e=30\mu_0$; 3, 4— $\mu_e=10\mu_0$; 5, 6— $\mu_e=\mu_0$).

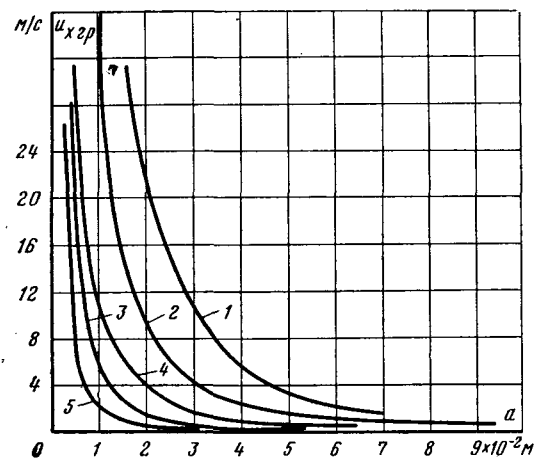


Рис. 3. Зависимости граничных значений скоростей динамического торможения от толщины ферромагнитной ($h=14$; $\sin \psi=0,0248$) вторичной цепи, при различной проницаемости: 1— $\mu_e=10\mu_0$; 2— $\mu_e=30\mu_0$; 3— $\mu_e=70\mu_0$; 4— $\mu_e=200\mu_0$; 5— $\mu_e=500\mu_0$.

построенные при постоянстве μ_e во всем исследуемом диапазоне скоростей, являются идеализированными и отличаются от реальных, так как изменение скорости торможения приводит в ЛАД к изменению магнитного потока в зазоре. Это, в свою очередь, вызывает изменение магнитного состояния вторичного тела и, следовательно, его μ_e .

Значение $J_{\text{по}}$ определяется величиной постоянного тока в обмотках ЛАД и зависит от способа их соединения.

Рассмотренные выражения будут справедливы при $z_k \leq a$, поэтому представляет интерес оценить минимальную граничную скорость $u_{\text{хгр}}$, при которой справедливо соотношение. Наиболее просто это сделать при отсутствии гистерезисных потерь ($\psi=0$), когда предел z_k стремится к величине

$$z_k^2 = \frac{v}{\gamma u_x},$$

поэтому

$$\frac{v}{\gamma u_{\text{хгр}}} \leq a^2,$$

и нижняя граница скоростей, для которых приведенные выше соотношения оказываются справедливыми, определится так:

$$u_{хгр} \geq \frac{v}{\gamma a^2}.$$

В реальном случае с учетом гистерезисных потерь

$$u_{хгр} \geq \frac{2v \sin \psi}{\gamma a^2 \cos^2 \psi} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4v-1}{4v} \operatorname{ctg}^2 \psi} \right]. \quad (38)$$

Представление о значениях нижних граничных скоростей при выполнении вторичной цепи из ферромагнитного материала с $h=14$, $\sin \psi=0,0248$ и различных значениях μ_e дает рис. 3, где приведены рассчитанные по (38) на ЦВМ значения $u_{хгр}$ в функции толщины ферромагнитной цепи.

В заключение укажем, что рассмотренный в статье подход к определению тормозного усилия может быть распространен на режим противовключения ЛАД с ферромагнитной вторичной цепью при соответствующей модификации решений уравнений Максвелла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. М.: Госэнергоиздат, 1949.
2. Баранов Г. А., Глухих В. А., Кириллов И. Р. Расчет и проектирование индукционных МГД-машин с жидкометаллическим рабочим телом. М.: Атомиздат, 1978.
3. Лопухина Е. М., Сомихина Г. С. Асинхронные микромашины с полым ротором. М.: Энергия, 1967.
4. Вольдек А. И., Толвинская Е. В. Основы теории и методики расчета характеристик линейных асинхронных машин. — Электричество, 1975, № 9, с. 29—36.
5. Ижеля Г. И., Ребров С. А., Шаповаленко А. Г. Линейные асинхронные двигатели. Киев: Техника, 1975.
6. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976.

[28.06.78]

УДК 621.313.323.018.782.3.001.24

Уравнения движения синхронного электродвигателя с катящимся ротором

ВАРЛЕЙ В. В., канд. техн. наук

Москва

Малоинерционные синхронные электродвигатели с катящимся ротором (ДКР) обычно предназначены для использования в приводе исполнительных механизмов, работу которых в значительной мере характеризует неустановившийся режим. Поэтому практический интерес представляют исследования переходных процессов при работе синхронных ДКР. На основании такого исследования могут быть определены величины, характеризующие динамические и энергетические показатели электродвигателей в рассматриваемом случае, и установлены количественные соотношения между параметрами питающей сети и двигателя, с одной стороны, и указанными показателями, с другой. В результате представляется возможность для рационального выбора параметров электродвигателя при работе его в приводе исполнительного механизма.

Известны две методики исследования переходных процессов синхронных ДКР. Одна учитывает конструктивную особенность синхронных ДКР, которая обусловлена возможностью перемещения ротора по радиальной координате, что допустимо при работе двигателя в неустановившихся режимах. Однако при этом закон изменения токов якоря принимается заданным и, по существу, опускается рассмотрение электромагнитных переходных процессов в электрических контурах обмотки якоря электродвигателя [Л. 1 и 2].

Вторая методика предполагает, что при работе двигателя относительный эксцентриситет положения ротора и статора остается неизменным не толь-

ко в установившемся режиме, но и в переходном. Сложный характер движения ротора двигателя (обкатывание и вращение вокруг своей оси) учитывается соответствующей величиной приведенного момента инерции. Уравнения баланса напряжений при этом представляются для продольного и поперечного контуров обмотки якоря, а уравнение механического равновесия — для приведенных значений моментов, действующих относительно оси расточки статора [Л. 2]. Отмеченный подход при достаточной теоретической строгости с точки зрения исследования переходных процессов электро-механического преобразователя может быть с полным основанием использован лишь для конструктивной схемы электродвигателя с ротором на эксцентриковом валу, имеющей весьма ограниченное применение.

Таким образом, принятые в [Л. 1—3] математические модели для анализа переходных процессов синхронных ДКР имеют определенные ограничения и не отражают в полной мере особенностей режимов работы и конструкции исследуемых машин.

По принципу электро-механического преобразования энергии электродвигатели с катящимся ротором являются синхронными машинами параметрического типа. Рассматриваемые электродвигатели с магнитоэлектрическим возбуждением относятся к классу синхронных индукторных машин. Изменение проводимости рабочего зазора активной зоны происходит с синхронной частотой вращения поля

якоря. С этой же частотой перемещаются вдоль расточки активной зоны 1-я гармоника поля возбуждения, индуцирующая в обмотке якоря э. д. с. основной частоты.

В работающем электродвигателе с катящимся ротором отсутствуют подвижные элементы, обладающие значительной кинетической энергией. Последнее обеспечивает существенное улучшение динамических характеристик электродвигателя и определяет хорошие пусковые свойства рассматриваемой синхронной машины без каких-либо дополнительных устройств. Малая «механическая инерционность» синхронного ДКР обуславливает соизмеримость во времени электромагнитных и электромеханических процессов и, как следствие, приводит к необходимости совместного анализа уравнений электрического и механического равновесия в неустановившемся режиме работы.

Явления, происходящие в синхронном ДКР в неустановившемся режиме (в частности, при пуске или реверсе), весьма многогранны, и полное их аналитическое описание в общем виде затруднительно. По сравнению с синхронными электрическими машинами классического типа исследование затрудняется из-за сложного движения ротора исследуемых электродвигателей и особенно из-за возможного «скачка» ротора [Л. 1]. Поэтому при анализе используем допущения, которые обычно применяют в теории электрических машин при составлении математических моделей и которые предполагают замену действительной машины идеализированной.

Принимаем, что насыщение магнитной цепи электродвигателя отсутствует, и при исследовании возможно использовать принцип суперпозиции; фазы обмотки якоря образуют симметричную систему; высшие гармоники полей якоря и возбуждения, а также поля рассеяния не оказывают существенного влияния на рабочие процессы электродвигателя.

Указанная идеализация электромеханического преобразователя позволяет при анализе режимов работы синхронных ДКР использовать метод двух реакций [Л. 4]. Поскольку синхронные ДКР, как правило, выполняются с возбуждением от постоянных магнитов, то уравнение и соответствующие составляющие падений напряжения, связанные с изменением поля возбуждения, математической модели машины с достаточным для инженерной практики основанием могут быть исключены из рассмотрения. Вместе с тем в магнитоэлектрическом электродвигателе с катящимся ротором имеет место равенство индуктивных сопротивлений реакции якоря по продольной и поперечной осям машины [Л. 4].

При работе электродвигателя на ротор, совершающий эксцентрическое вращение, действует сила одностороннего магнитного притяжения, вектор которой перемещается с синхронной круговой частотой Ω . Эту силу можно представить в виде двух составляющих, одна из которых действует по оси d , проходящей через центр системы и минимальный зазор, а вторая — по оси q , опережающей первую в сторону вращения поля на $\pi/2$ рад. Сила, действующая по оси d , обуславливает давление на

опору в зоне контакта на поверхности обкатывания. Сила, действующая по оси q , соответствует электромагнитному моменту электродвигателя и обуславливает вращение центра ротора относительно центра статора. Обе силы во время переходного процесса изменяются, и возникает необходимость анализа электромагнитных сил, действующих по осям d и q , в функции токов, э. д. с. и параметров обмотки якоря.

Значения сил, как и прочие, целесообразно представить в безразмерной форме, при этом за базовые принимаем: амплитудные значения номинального фазного напряжения U_{\max} и тока якоря I_{\max} ; полное сопротивление фазы обмотки якоря $Z = U_{\max}^{-1} I_{\max}^{-1}$; синхронную круговую частоту. Базовое значение момента M соответствует номинальной вольт-амперной мощности и синхронной круговой частоте, т. е. $M = 1,5 U_{\max} I_{\max} \Omega^{-1}$.

Базовое значение силы P соответствует базовому моменту и номинальному значению эксцентриситета положения ротора e_n . Другими словами, значение P равно силе, действующей по поперечной оси при базовом значении момента, т. е.

$$P = 0,75 Z I_{\max}^2 (\pi f \delta e_n)^{-1},$$

где f — частота тока обмотки якоря; δ — средний радиальный зазор в активной зоне машины; e_n — номинальное значение относительного эксцентриситета положения ротора, причем $e_n = e_n \delta^{-1}$.

В синхронном ДКР с магнитоэлектрическим возбуждением электромагнитная сила, действующая вдоль оси d и обуславливающая давление на опору, может быть представлена суммой трех составляющих, первая из которых обусловлена полем якоря, вторая — полем возбуждения, третья — взаимодействием полей якоря и возбуждения [Л. 5]. Относительные значения соответствующих составляющих сил с учетом [Л. 6] представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} P_{d1} &= 0,5 f_{d1} x_{ad} (i_d^2 + i_q^2); \\ P_{d2} &= 0,5 f_{d2} x_{ad}^{-1} E_0^2; \\ P_{d3} &= f_{d3} i_d E_0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} f_{d1} &= (1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}) f_{d3}; & f_{d2} &= (1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2})^{-1} \varepsilon^2 f_{d3}; \\ f_{d3} &= (1 - \varepsilon^2)^{0,5} f_q; & f_q &= \varepsilon_n \varepsilon^{-1}; \end{aligned}$$

i_d, i_q — относительные мгновенные значения токов в продольном и поперечном контурах обмотки якоря; x_{ad} — относительное индуктивное сопротивление реакции якоря по продольной оси; E_0 — относительное значение э. д. с. холостого хода контура обмотки якоря; ε — относительный эксцентриситет положения ротора. Помимо составляющих электромагнитной силы на ротор вдоль оси d действует центробежная сила, а также в общем случае составляющая сила веса.

С учетом вышесказанного относительное значение результирующей силы, действующей на ротор по оси d , будет равно:

$$P_d = P_{d1} + P_{d2} + P_{d3} + P_{\text{ц}} + P_g,$$

где $P_{\text{ц}} = \varepsilon \varepsilon_{\text{н}}^{-1} F v^2$, $P_g = G \cos vt$ — относительные значения центробежной и составляющей силы веса, действующих на ротор; v — относительная частота вращения центра ротора электродвигателя вокруг оси статора; $t = \Omega t_1$ — синхронное время; t_1 — действительное время; $F = m_0 e_{\text{н}} \Omega^2 P^{-1}$; $G = m_0 g P^{-1}$; m_0 — масса ротора; g — ускорение свободного падения.

Если результирующее значение силы, действующей на ротор по оси d , обеспечивает контакт на поверхностях качения, другими словами, если выполняется соотношение $P_d > 0$, то эксцентриситет положения ротора и статора равен номинальному значению и имеет место режим «обкатывания» при работе синхронного ДКР.

С учетом [Л. 2 и 4] уравнения движения синхронного ДКР для режима «обкатывания», соответствующего постоянной кинематической связи на поверхностях качения, представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} p i_d &= -\frac{\sin \theta}{x_d} - \frac{r}{x_d} i_d + i_q v; \\ p i_q &= \frac{\cos \theta}{x_d} - \frac{r}{x_d} i_q - i_d v - \frac{E_0}{x_d} v; \\ p v &= \frac{E_0}{h} i_q - \frac{m}{h}; \\ p \theta &= 1 - v, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где r , x_d — относительные значения активного и синхронного индуктивного сопротивлений контуров обмотки якоря; $x_d \approx 1,1 - 1,25 x_{ad}$; θ — угол, определяемый положением изображающего вектора напряжения питающей сети относительно поперечной оси и характеризующий в установившемся режиме нагрузку машины; h — приведенное относительное значение момента инерции ротора и нагрузки двигателя; m — приведенное относительное значение момента сопротивления; p — оператор дифференцирования по синхронному времени.

Особенностью ДКР является то, что электромагнитный момент, развиваемый в активной зоне, может быть реализован лишь при отсутствии проскальзывания на поверхностях качения. С учетом этого запишем условие передачи момента на вал:

$$k_{\text{п}} P_d \geq |\eta_{\text{эм}} P_q|, \quad (3)$$

где $k_{\text{п}}$ — коэффициент сцепления на поверхностях качения; $\eta_{\text{эм}}$ — электромагнитный к. п. д. двигателя; P_q — относительное значение электромагнитной силы, действующей по оси q и соответствующей электромагнитному моменту, причем с учетом [Л. 6] можно записать:

$$P_q = f_q i_q E_0. \quad (4)$$

При выполнении условия (3) происходит вращение выходного вала двигателя, угол поворота которого φ определяется соотношением:

$$p \varphi = k_c i^{-1} v, \quad (5)$$

где k_c — коэффициент кинематической связи на поверхностях качения; i — коэффициент редукции, причем k_c следует считать равным единице при отсутствии проскальзывания и равным нулю, если условие (3) не выполняется.

При анализе системы (2) необходимо иметь в виду, что величина, характеризующая приведен-

ный момент сопротивления, в общем случае в течение переходного процесса будет переменной. Это происходит вследствие изменения результирующей силы, обуславливающей давление на опору в механическом контакте на поверхностях качения. Значение расчетного момента сопротивления в неустановившемся режиме при фиксированном значении коэффициента сцепления на поверхностях качения, кроме прочего, определяется характером нагрузки, которую в дальнейшем с учетом особенностей работы исполнительного механизма будем считать результатом «сухого» и «вязкого» трения. В соответствии с этим при анализе неустановившегося режима работы синхронного ДКР принимаем:

$$m = m_c \operatorname{sign} v + m_b v, \quad (6)$$

причем, если $P_d < P_{dy}$, то

$$|m_c \operatorname{sign} v + m_b v| \leq m_c P_d P_{dy}^{-1} + k_3 m_b P_d P_{dy}^{-1};$$

если $P_d \geq P_{dy}$, то

$$|m_c \operatorname{sign} v + m_b v| \leq m_c + k_3 m_b P_d P_{dy}^{-1}.$$

Здесь m_c , m_b — коэффициенты приведенных моментов сопротивления, обусловленных соответственно «сухим» и «вязким» трением; k_3 — коэффициент запаса реализуемого момента, обусловленного «вязким» трением при установившемся режиме работы; P_{dy} — результирующая сила, действующая на ротор вдоль оси d в установившемся режиме.

Система, включающая уравнения (2), (5) и условие (3), соответствует режиму «обкатывания» синхронного магнитоэлектрического ДКР, причем этот режим имеет место в том случае, если результирующая сила, обуславливающая давление на опору, положительна. Из приведенных выражений следует, что математическая модель синхронного ДКР для режима «обкатывания» представляет систему нелинейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интегрирование таких уравнений, а значит и исследование соответствующего режима работы, удобнее с помощью ЦВМ как непрерывного, так и дискретного действия.

Во время переходного процесса электромагнитная сила, действующая на ротор синхронного ДКР вдоль оси d , может измениться не только по значению, но и по знаку. Если результирующая сила, направленная в сторону минимального зазора и обуславливающая давление на опору, принимает отрицательное значение, то происходит нарушение кинематической связи между ротором и статором и появляется возможность движения ротора в точке активной зоны по радиальной координате. В последнем случае ротор совершает так называемый «скачок», в процессе которого механический контакт на поверхностях качения отсутствует и электромагнитный момент, развиваемый в активной зоне машины, на выходном валу не реализуется. При этом не происходит вращения выходного вала, и реакция сил моментом нагрузки, обусловленным «сухим» и «вязким» трением, на роторе электродвигателя не проявляется.

В процессе «скачка» происходят изменение эксцентриситета положения ротора и поворот центра ротора относительно центра статора (поворот осей d и q). Движение ротора в этом случае целесообразно представить в виде перемещений по двум взаимно перпендикулярным осям, в качестве которых следует принять продольную и поперечную оси активной зоны машины. Эти перемещения во время «скачка» являются результатом действия выше названных сил, а также динамических сил. Относительные значения последних, направленных соответственно по продольной и поперечной осям, будут равны:

$$P_{d0} = \epsilon_n^{-1} F p^2 d_0; \quad P_{q0} = \epsilon_n^{-1} F p^2 q_0, \quad (7)$$

где d_0 и q_0 — относительные значения перемещений соответственно по продольной и поперечной осям, причем за базовое значение перемещения принята величина среднего радиального зазора в активной зоне.

Кинетическая энергия системы во время «скачка» определяется суммой кинетических энергий, соответствующих движению центра ротора по осям d и q . Каждая из составляющих изменяется во времени пропорционально квадрату скорости движения по соответствующей оси. При завершении «скачка» в момент образования нового места контакта пар качения кинетическая энергия движения по продольной оси, равная $0,5m_0(p d_0)^2$, преобразуется в работу деформации на поверхностях катков и направляющих, а кинетическая энергия движения по поперечной оси, равная $0,5m_0(p q_0)^2$, будет соответствовать энергии вращения центра ротора вокруг центра статора.

Уравнения движения синхронного ДКР с магнитоэлектрическим возбуждением для режима «скачка» ротора с учетом предыдущего представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} p i_d &= -\frac{\sin \theta}{x_d} - \frac{r}{x_d} i_d + i_q v; \\ p i_q &= \frac{\cos \theta}{x_d} - \frac{r}{x_d} i_q - i_d v - \frac{E_0}{x_d} v; \\ p \theta &= 1 - v; \\ p v &= -\epsilon_n \frac{P'_d}{F} - \epsilon_n \frac{G}{F} \cos vt - \epsilon v^2; \\ p v &= \frac{\epsilon_n}{\epsilon} \frac{P_q}{F}; \\ p d_0 &= v; \\ p q_0 &= \epsilon v, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где v — относительная скорость перемещения центра ротора по продольной оси; $P'_d = P_{d1} + P_{d2} + P_{d3}$.

Поскольку значения E_0 , x_d , P'_d , P_q являются еще и функциями относительного эксцентриситета положения ротора, то приведенная математическая модель синхронного ДКР представляет систему нелинейных дифференциальных уравнений с переменными (даже с учетом использования d , q -преобразования координат) коэффициентами. Исследование синхронного ДКР в режиме «скачка» на

базе полученных уравнений практически может быть выполнено с помощью метода последовательных интервалов на ЦВМ. Начальными условиями для переменных (токов, угла, скоростей) служат на каждом интервале соответствующие значения в конце предыдущего интервала интегрирования. Значения перемещений по соответствующим осям целесообразно в начале интервалов принимать равными нулю, тогда перемещения по осям в течение рассматриваемого интервала будут служить основанием для определения значений эксцентриситета положения ротора в конце этого интервала.

Изменяющиеся в процессе «скачка» ротора значения э. д. с. и индуктивного сопротивления реакцией якоря с учетом [Л. 4 и 7] определяются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= E \frac{1 - \sqrt{1 - \epsilon^2}}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2}} \frac{\epsilon_n \sqrt{1 - \epsilon_n^2}}{1 - \sqrt{1 - \epsilon_n^2}}; \\ x_a &= x \frac{1 - \sqrt{1 - \epsilon^2}}{\epsilon^2} \frac{\epsilon_n^2}{1 - \sqrt{1 - \epsilon_n^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где E , x — относительные значения э. д. с. холостого хода и индуктивного сопротивления реакции якоря при номинальном значении относительного эксцентриситета ($\epsilon = \epsilon_n$).

Заключение. Приведенные уравнения позволяют провести исследования неустановившихся режимов синхронных ДКР с учетом электромагнитных переходных процессов и возможного нарушения кинематической связи между статором и ротором на поверхностях качения. В последнем случае имеет место движение ротора по радиальной координате или режим «скачка». Переходный процесс синхронного ДКР также может протекать без нарушения кинематической связи на поверхностях качения (режим «обкатывания»). Условие существования указанных режимов устанавливается знаком изменяющейся во время переходного процесса силы, действующей на ротор в сторону минимального зазора и обуславливающей давление на опору.

Математическая модель для режима «обкатывания», представленная в системе d , q -координат, содержит уравнения, аналогичные известным уравнениям динамики синхронной машины. Некоторую особенность имеет уравнение механического равновесия, учитывающее сложное движение ротора и содержащее приведенные значения моментов, действующих относительно оси расточки статора. При этом момент сопротивления является переменной величиной, что обусловлено изменением в переходном процессе электромагнитных и механических сил давления на опору. Поскольку в рассматриваемых электрических машинах происходит кинематическая передача между выходным валом и ротором электродвигателя, то систему дополняет уравнение, определяющее угол поворота выходного вала. Вращение последнего возможно при отсутствии проскальзывания на поверхностях качения, что устанавливается соотношением сил, действующих на ротор.

Математическая модель для режима «скачка» наряду с уравнениями равновесия напряжения для электрических контуров, представленных также

в системе d, q -координат, содержит уравнения механического движения центра ротора по продольной и поперечной осям машины под действием соответствующих электромагнитных и механических сил. Эта модель не имеет аналогов, известных в теории электромеханических преобразователей, и отражает характерные конструктивные особенности, которые могут проявляться в неустановившемся режиме работы исследуемых электрических машин.

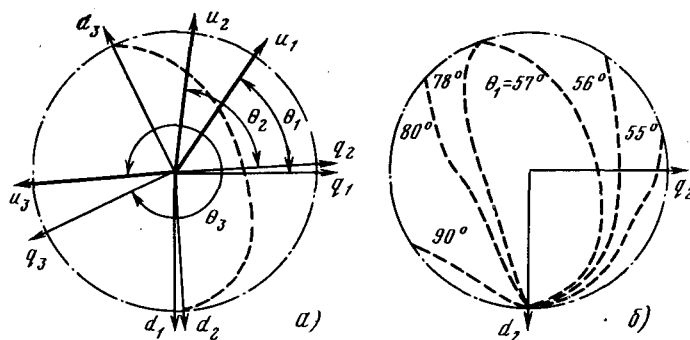
В качестве примера проведены расчёты переходных процессов запуска синхронного ДКР с нагрузкой на валу, обусловленной «сухим» и «вязким» трением. Угол, характеризующий фазу напряжения питания в момент включения θ_1 , варьировался в диапазоне $0-2\pi$ рад.

В результате расчетов установлено, что угол θ_1 , при котором в процессе запуска электродвигателя с выбранными параметрами происходит «скачок», лежит в диапазоне значений $55-100^\circ$, причем продолжительность и траектория движения центра ротора при «скачке» существенно зависят от фазы включения напряжения питания.

На рисунке представлены траектории движения центра ротора при «скачке» в процессе запуска электродвигателя для двух различных значений начальной фазы напряжения питания.

Изменения в процессе запуска частоты вращения центра ротора и токов в контурах обмотки якоря практически (в инженерном плане) завершаются по истечении времени, соответствующего $3-5$ периодам T напряжения сети. Интенсивность затухания колебаний отмеченных величин заметно зависит от присутствия в нагрузке составляющей момента, обусловленной «вязким» трением. Мгновенная частота вращения центра ротора может приобретать не только положительные, но и отрицательные значения, при этом в зависимости от фазы включения величина γ по модулю может превышать установившееся значение в 4 раза. Большие абсолютные мгновенные значения соответствуют начальным фазам напряжения питания, при которых имеют место «скачки» ротора. Несмотря на возможность значительных отрицательных бросков частоты вращения центра ротора, «обратное» перемещение выходного вала электродвигателя относительно мало (не превышает значений порядка 10^{-2} рад) и продолжается в течение долей периода напряжения питания.

Время достижения установившейся частоты вращения выходным валом электродвигателя существенно зависит от фазы включения напряжения сети. Так, при $\theta_1=0$ вал синхронного ДКР вращается практически с установившейся скоростью по истечении времени менее, чем $0,5T$. Наибольшая



К определению траектории движения центра ротора синхронного ДКР.

— — — траектория движения центра ротора при «скачке»; — — — траектория движения центра ротора при «обматывании»; индекс «1» определяет соответствующие углы, векторы и оси в момент включения, «2» — в момент начала «скачка», «3» — в момент завершения «скачка».

$a - \theta_1 = 57^\circ$; $b -$ относительные траектории движения центра ротора при различных значениях.

продолжительность времени достижения установившейся скорости выходным валом при запуске составляет $2,5T$ и отмечается в случае, если фаза напряжения питания в начальный момент равна примерно $\pi/2$ рад. В процессе разгона выходного вала наблюдаются участки длительностью $0,15-0,25T$, в течение которых поворота вала электродвигателя не происходит, что является следствием проскальзывания на поверхностях качения в соответствующие моменты времени.

Токи в контурах обмотки якоря в течение переходного процесса при запуске могут в 4 раза превысить установившиеся значения. Они наблюдаются в основном в первом полупериоде питающего напряжения, однако имеют относительно малую продолжительность и практически не могут перегреть обмотки электродвигателя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев-Мохов С. Н. Пуск двигателя с катящимся ротором. — Электротехника, 1966, № 2.
2. Бертинов А. И., Варлей В. В. Пуск электродвигателя с катящимся ротором. — Электротехника, 1966, № 12.
3. Алексеев-Мохов С. Н., Столяров А. И., Ковалик В. Г. Расчет и проектирование двигателей с катящимся ротором. Изд. Смоленского филиала МЭИ, 1974.
4. Бертинов А. И., Варлей В. В. Электрические машины с катящимся ротором. М.: Энергия, 1969.
5. Бертинов А. И., Варлей В. В., Мизюрин С. Р. Электромагнитные силы в двигателе с катящимся ротором. — Электричество, 1964, № 8.
6. Варлей В. В. Максимальная электромагнитная мощность электрических машин с электромеханической редукцией скорости. — Электричество, 1976, № 2.
7. Варлей В. В. Учет высших гармоник линейной нагрузки якоря при анализе рабочих процессов в синхронных машинах с электромеханической редукцией скорости. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 3.

[25.10.78]

К расчету магнитной проводимости рассеяния полузакрытого паза с массивным проводником прямоугольной формы

ТЕРЗЯН А. А.

Ереван

В современной расчетной практике удельная магнитная проводимость рассеяния пазов электрических машин определяется как сумма проводимостей области, занятой проводником с током, областей паза, не занятых проводником, и проводимости рассеяния по головкам зубцов. В полузакрытом пазу прямоугольной конфигурации проводимость рассеяния области высотой h_1 (рис. 1), занимаемой проводником, рассчитывается по выражению, полученному для открытого паза в предположении о прямолинейности магнитных линий. Проводимости области над проводником высотой h_2 и пазового раскрытия (шлица) определяются отношением высоты области к ширине или тем же отношением с соответствующими поправками [Л. 1].

Проводимость прямоугольной области паза с проводником может быть определена с использованием теоремы Умова — Пойнтинга. Согласно этой теореме полная мощность S , выделяемая внутри некоторого объема, ограниченного замкнутой поверхностью F , будет равна:

$$S = P + jQ = - \oint [\dot{E}\dot{H}] dF,$$

где P , Q — активная и реактивная составляющие полной мощности; \dot{E} — комплексное действующее значение напряженности электрического поля на поверхности F ; \dot{H}^* — сопряженный комплекс действующего значения напряженности магнитного поля на поверхности F .

Если охватить поверхностью F прямоугольник сторонами $(h_1 + h_2)$ и $b_{\text{ш}}$ (рис. 1), то, учитывая, что $Q = \omega Li$, и принимая магнитную проницаемость участков магнитопровода, окружающих паз $\mu_{\text{ст}} \rightarrow \infty$, получим удельную магнитную проводимость рассеяния указанной области в виде:

$$\Lambda_{1,2} = \frac{Q}{\omega \mu_0 i \dot{I}} = - \frac{\gamma}{|\xi|^2 \dot{I}} \text{Im} \left\{ \int_{b_{\text{ш}}/2}^{b_{\text{ш}}/2} \dot{E} |_{y=h_1+h_2} \dot{H}_x^* |_{y=h_1+h_2} dx \right\}, \quad (1)$$

где i — комплексное действующее значение тока проводника; L — индуктивность, обусловленная потоком в области, ограниченной поверхностью F ; $\xi = \sqrt{j\omega \mu_0 \gamma} = \frac{1+j}{\Delta}$ — глубина проникновения поля в проводник; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота тока i ; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м — магнитная постоянная; γ — удельная электропроводность материала проводника.

Аналогично может быть определена магнитная проводимость рассеяния области высотой h_1 . Для ее определения иногда используется другой метод, в основу которого положено понятие внутренней индуктивности проводника.

Внутренний и внешний потоки, созданные током проводника, при условии симметрии поля относительно оси паза (оси y) разделяются в точке с координатами $x=0$, $y=h_1$. Следовательно, реактивное сопротивление проводника, обусловленное внутренним потоком, равно:

$$X_i = \omega L_i = \text{Im} \left\{ \frac{\dot{U}}{i} \right\} = \text{Im} \left\{ \frac{1}{i} \dot{E} \Big|_{x=0} \Big|_{y=h_1} \right\},$$

где L_i — внутренняя индуктивность проводника; \dot{U} — напряжение на единицу длины.

Отсюда проводимость рассеяния области высотой h_1

$$\Lambda_1 = \frac{L_i}{\mu_0} = - \frac{\gamma}{|\xi|^2} \text{Im} \left\{ \frac{1}{i} \dot{E} \Big|_{x=0} \Big|_{y=h_1} \right\}. \quad (2)$$

Применительно к одномерным задачам поля оба метода равноценны, но примененные к решениям двумерных задач могут дать различные результаты.

Решения двумерных задач поля рассеяния проводника в полузакрытом пазу с учетом вытеснения тока приводят к выражениям, требующим применения ЭВМ. Неудобство использования их в инженерных расчетах могло быть в некоторой степени восполнено представлением результатов в графическом виде. Однако в известных автору подобных работах [Л. 2 и 3] графические зависимости носят, скорее, иллюстративный характер и охватывают ограниченное число частных случаев.

Исследованию полей рассеяния паза в области шлица и рабочего зазора посвящены работы [Л. 4—7]. В [Л. 4—6] методом конформных преобразований для Т-образной области с бесконечно протяженным зазором и бесконечно глубоким пазом постоянной ширины получены идентичные решения. При этом в [Л. 4 и 5] проводимость рассеяния по головкам зубцов Λ_r рассматривается как корректирующее слагаемое к проводимости рассеяния по шлицу $\Lambda_{\text{ш}} = h_{\text{ш}}/b_{\text{ш}}$, полученной в предположении о прямолинейности магнитных линий в раскрытии паза.

В [Л. 6] к потоку рассеяния по головкам зубцов отнесены магнитные линии, находящиеся между точками V и W в плоскости рис. 1. Различный подход к разделению потоков рассеяния приводит к тому, что в решениях одно и то же слагаемое в первом случае включается в Λ_r , а во втором добавляется к проводимости рассеяния по шлицу $h_{\text{ш}}/b_{\text{ш}}$. В результате при полной идентичности решений кривые Λ_r , полученные в [Л. 4 и 5], отличаются от соответствующей кривой [Л. 6]. В обоих случаях Λ_r изменяет знак, становясь отрицательной с увеличением отношения $b_{\text{ш}}/\delta'$ (при различных его значениях). В [Л. 6], например, Λ_r отрицательна при $b_{\text{ш}}/\delta' > 2$, что означает уменьшение проводимости рассеяния по шлицу за счет потока,

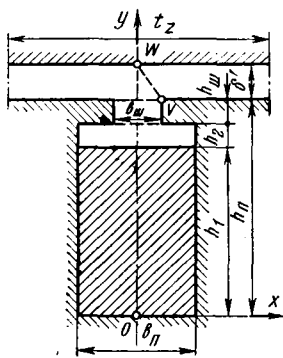


Рис. 1. Исследуемая область.

Как и в предыдущих работах, поток рассеяния условно разделяется на несколько составляющих. Одна из них — поток рассеяния головок зубцов, магнитные линии которого замыкаются над пазами, вдоль зазора, не пересекая его. Поскольку такой поток существует только при $b_{\text{ш}}/\delta' < 2$, то и соответствующая ему магнитная проводимость имеет смысл только в этой области. Кривая Λ_r по [Л. 6] при $b_{\text{ш}}/\delta' < 2$ совпадает с зависимостью, полученной в [Л. 7].

В [Л. 8] методом отображений решена задача поля рассеяния по головкам зубцов с учетом влияния соседних пазов. В отличие от [Л. 4—7] поле рассматривается только в зазоре, на границе же со шлицем принято условие постоянства тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля H_x . Здесь проводимость рассеяния по головкам зубцов определяется интегралом от H_x на оси паза в области зазора $[0, \delta']$. Таким образом, имеем еще одно толкование понятия рассеяния по головкам зубцов и, как следствие, результат, не совпадающий ни с одним из предыдущих.

При вычислении проводимости рассеяния паза суммированием частичных проводимостей, определяемых, в свою очередь, в результате решения отдельных задач, возможны неточности, обусловленные как приближенным заданием граничных условий на промежуточных границах, так и различным истолкованием понятий частичных проводимостей. Эти неточности могут быть исключены, если определять полную проводимость рассеяния паза (включая рассеяние по головкам зубцов) как единое целое. Такую возможность предоставляет метод Фурье в совокупности с методом Бубнова — Галеркина [Л. 9].

Исследуемая область поля синусоидального тока массивного проводника, помещенного в паз ротора (рис. 1), разбивается на несколько однородных прямоугольных частичных областей, в каждой из которых решение ищется методом Фурье. На границах частичных областей различной ширины (при $y=h_1+h_2$ и $y=h_{\text{н}}$) коэффициенты граничных функций определяются из системы линейных алгебраических уравнений по методу Бубнова — Галеркина. Принято, что поток рассеяния паза не проникает в статор и ограничен магнитной линией, касательной гладкой поверхности расточки статора в точке W (рис. 1), а на оси зубца ($|x|=t_z/2$) от-

сутствует составляющая напряженности магнитного поля H_x .

В результате получаем следующее выражение для полной удельной проводимости рассеяния паза:

$$\Lambda_z = \text{Re} \left\{ \frac{\text{cth}(\xi h_1)}{\xi b_{\text{н}}} \right\} + \frac{h_2}{b_{\text{н}}} + \frac{1}{\pi} \sum_i \frac{1}{n} \times \\ \times \text{Re} \left\{ \frac{1 + (\dot{\alpha}_n/\beta_n) \text{th}(\beta_n h_2)}{\dot{\alpha}_n/\beta_n + \text{th}(\beta_n h_2)} \right\} \frac{\sin(\beta_n b_{\text{ш}}/2)}{\beta_n b_{\text{ш}}/2} \times \\ \times \left[1 + \sum_i P_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_n)^2} \right] + \frac{h_{\text{ш}}}{b_{\text{ш}}} + \frac{1}{2\pi} \sum_l \frac{P_l + Q_l}{l} \times \\ \times \left[\text{cth}(\beta_l h_{\text{ш}}) - \frac{1}{\text{sh}(\beta_l h_{\text{ш}})} \right] + \frac{2}{\pi} \sum_m \frac{1}{m} \left[\text{cth}(\beta_m \delta') - \right. \\ \left. - \frac{1}{\text{sh}(\beta_m \delta')} \right] \frac{\sin(\beta_m b_{\text{ш}}/2)}{\beta_m b_{\text{ш}}/2} \left[1 + \sum_i Q_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_m)^2} \right], \quad (3)$$

где $\beta_n = 2n\pi/b_{\text{н}}$ ($n=1, 2, 3, \dots, N$); $\dot{\alpha}_n = \sqrt{\beta_n^2 + \xi^2}$; $\beta_l = 2l\pi/b_{\text{ш}}$ ($l=1, 2, 3, \dots, L$); $\beta_m = m\pi/t_z$ ($m=1, 3, 5, \dots, M$); $\beta_i = 2i\pi/b_{\text{ш}}$ ($i=1, 2, 3, \dots, I$); P_i, Q_i — коэффициенты граничных функций на линиях $y=h_1+h_2$ и $y=h_{\text{н}}$ соответственно, определяемые из системы линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{1}{k} \left[\frac{Q_k}{\text{sh}(\beta_k h_{\text{ш}})} - \frac{P_k}{\text{th}(\beta_k h_{\text{ш}})} \right] = 4 \sum_n \frac{1}{n} \frac{1 + (\dot{\alpha}_n/\beta_n) \text{th}(\beta_n h_2)}{\dot{\alpha}_n/\beta_n + \text{th}(\beta_n h_2)} \times \\ \times \left[\frac{\sin(\beta_n b_{\text{ш}}/2)}{\beta_n b_{\text{ш}}/2} \right]^2 \frac{(-1)^k}{1 - (\beta_k/\beta_n)^2} \left[1 + \sum_i P_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_n)^2} \right]; \quad (4)$$

$$\frac{1}{k} \left[\frac{Q_k}{\text{th}(\beta_k h_{\text{ш}})} - \frac{P_k}{\text{sh}(\beta_k h_{\text{ш}})} \right] = -8 \sum_m \frac{1}{m} \text{cth}(\beta_m \delta') \times \\ \times \left[\frac{\sin(\beta_m b_{\text{ш}}/2)}{\beta_m b_{\text{ш}}/2} \right]^2 \frac{(-1)^k}{1 - (\beta_k/\beta_m)^2} \left[1 + \sum_i Q_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_m)^2} \right], \quad (5)$$

где $\beta_k = 2k\pi/b_{\text{ш}}$ ($k=1, 2, 3, \dots, K$).

В (3)–(5) при $\beta_i = \beta_n$ и $\beta_i = \beta_m$ имеем $\sin(\beta_n b_{\text{ш}}/2) = 0$, $\sin(\beta_m b_{\text{ш}}/2) = 0$, вследствие чего в (3), а также в системе (4)–(5) при $k=i$ имеют место неопределенности вида $0/0$, разрешаемые с использованием свойства периодичности синуса и разложением его в степенной ряд.

Умножив и поделив отношения $\dot{\alpha}_n/\beta_n$ на высоту проводника h_1 , получим, в частности:

$$\dot{\alpha}_n h_1 = h_1 \sqrt{\beta_n^2 + \xi^2} = \sqrt{(2n\pi h_1/b_{\text{н}})^2 + j^2 (h_1/\Delta)^2}.$$

Таким образом, полная проводимость рассеяния паза определяется семью безразмерными переменными: отношениями линейных размеров $h_1/b_{\text{н}}$, $h_2/b_{\text{н}}$, $b_{\text{ш}}/b_{\text{н}}$, $b_{\text{ш}}/t_z$, δ'/t_z и относительной высотой проводника, равной отношению высоты проводника к глубине проникновения h_1/Δ . Из приведенных отношений легко получить и другие, например, более употребительное отношение $b_{\text{ш}}/\delta' = (b_{\text{ш}}/t_z)/(\delta'/t_z)$.

Для численной оценки влияния различных переменных на величину проводимости рассеяния паза была составлена программа на алгоритмическом языке фортран-IV с использованием стандартной подпрограммы решения системы линейных алгебраических уравнений. Ряды обрывались при: $I = L = 20$; N и M , достаточно удаленных от максимальных значений $n = lb_{\text{ш}}/b_{\text{ш}}$ и $m = 2lt_z/b_{\text{ш}}$, для которых имеют место неопределенности.

При определении полной проводимости рассеяния паза по разработанной программе на основе (3) — (5) отпадает необходимость в разделении потока рассеяния паза на составляющие и введении самих понятий частичных проводимостей рассеяния ($\Lambda_{1,2}$, $\Lambda_{\text{ш}}$, Λ_r). Учитывая, однако, сложность реализации изложенного метода в инженерной практике, были рассчитаны также и составляющие полной проводимости рассеяния (которые нетрудно было выделить из решения более общей задачи поля) с учетом возможного уточнения их. Так, если аналогично [Л. 6] относить к рассеянию по головкам зубцов поле, магнитные линии которого пересекают отрезок VW (рис. 1), то соответствующую магнитную проводимость следует вычислять по выражению:

$$\begin{aligned} \Lambda_r &= \frac{\gamma}{|\xi|^2} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{i} \left[\dot{E} \Big|_{x=0, y=h_{\text{ш}}+\delta'} - \dot{E} \Big|_{x=b_{\text{ш}}/2, y=h_{\text{ш}}} \right] \right\} = \\ &= \frac{2}{\pi} \sum_m \frac{1}{m} \left[\frac{\cos(\beta_m b_{\text{ш}}/2)}{\operatorname{th}(\beta_m \delta')} - \frac{1}{\operatorname{sh}(\beta_m \delta')} \right] \times \\ &\times \frac{\sin(\beta_m b_{\text{ш}}/2)}{\beta_m b_{\text{ш}}/2} \left[1 + \sum_i Q_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_m)^2} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Некоторые из зависимостей проводимости рассеяния по головкам зубцов представлены на рис. 2. Зависимость Λ_r от $b_{\text{ш}}/t_z$, проявляющаяся только при малых $b_{\text{ш}}/\delta'$ (рис. 2,б), справедлива в широком диапазоне изменений остальных пяти переменных. В отличие от нее зависимость Λ_r от h_1/Δ (рис. 2,а) действительна лишь для указанных в подписи к рисунку относительных размеров. В частности, последняя зависимость, явно выраженная при $h_2 = h_{\text{ш}} = 0$, ослабевает с погружением проводника в паз, вырождаясь в кривую для $h_1/\Delta = 0$, которая практически совпадает с [Л. 6], а в области положительных значений — и с [Л. 7]. На рис. 2,б показаны также кривая 6 по [Л. 8] и соответствующая ей кривая 7, полученная в настоящей работе. Сравнение их позволяет составить представление о погрешности, вносимой допущением [Л. 8] о постоянстве H_x в раскрытии паза на границе сзором.

Подобно тому, как Λ_r является функцией относительной высоты проводника h_1/Δ (рис. 2,а), имеет место зависимость Λ_r и от других переменных, не фигурирующих в (6), но, тем не менее, влияющих на ее величину посредством коэффициентов Q_i . В частности, при прочих равных условиях величина Λ_r полузакрытого паза больше величины Λ_r открытого ($\Lambda_{r,0}$), о чем можно судить по рис. 3, где $s_{\Delta} = \frac{\Lambda_r - \Lambda_{r,0}}{|\Lambda_{r,0}|}$.

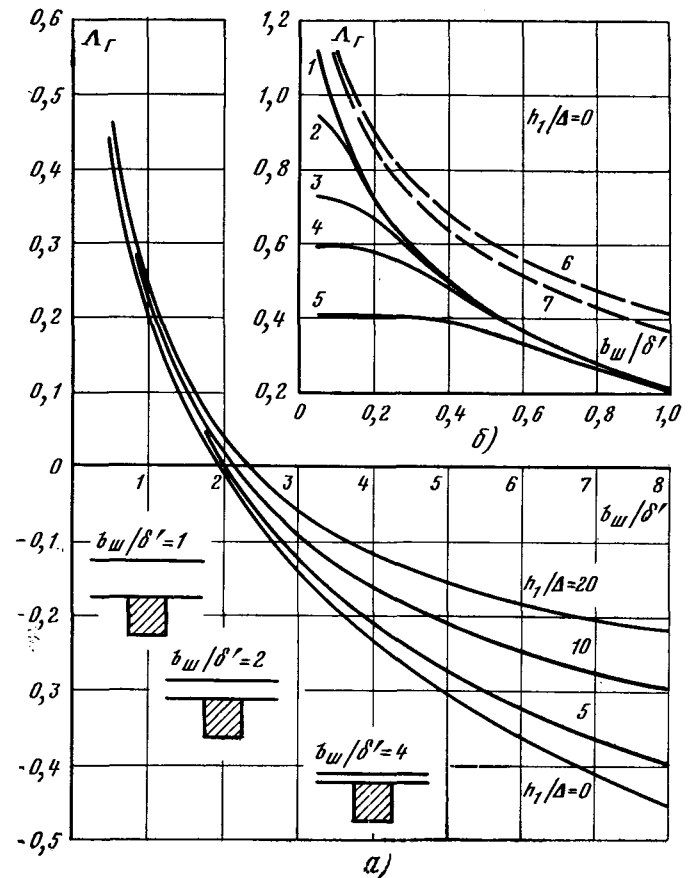


Рис. 2. Зависимости $\Lambda_r = f(b_{\text{ш}}/\delta')$ при $h_1/b_{\text{ш}}=1$; $h_2=0$; $b_{\text{ш}}/b_{\text{ш}}=1$; $h_{\text{ш}}=0$; а — $b_{\text{ш}}/t_z=0,05$; б — $1 - b_{\text{ш}}/t_z=0,05$; 2 — $b_{\text{ш}}/t_z=0,1$; 3 — $b_{\text{ш}}/t_z=0,2$; 4 — $b_{\text{ш}}/t_z=0,3$; 5 — $b_{\text{ш}}/t_z=0,5$; 6 — Λ_r по [Л. 8] ($b_{\text{ш}}/t_z=0,05$); 7 — соответствующая 6 зависимость по настоящей работе.

Проводимость рассеяния области паза с проводником, ограниченной линией $y=h_1+h_2$, по (1)

$$\begin{aligned} \Lambda_{1,2} &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{\operatorname{cth}(\xi h_1)}{\xi b_{\text{ш}}} \right\} + \frac{h_2}{b_{\text{ш}}} + \frac{1}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \times \\ &\times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1 + (\alpha_n/\beta_n) \operatorname{th}(\beta_n h_2)}{\alpha_n/\beta_n + \operatorname{th}(\beta_n h_2)} \right\} \left\{ \frac{\sin(\beta_n b_{\text{ш}}/2)}{\beta_n b_{\text{ш}}/2} \times \right. \\ &\times \left. \left[1 + \sum_i P_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_n)^2} \right] \right\}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Проводимость области высотой h_1 по (2)

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{\operatorname{cth}(\xi h_1)}{\xi b_{\text{ш}}} \right\} + \frac{2}{b_{\text{ш}}} \sum_n \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\alpha_n} \right\} \frac{\sin(\beta_n b_{\text{ш}}/2)}{\beta_n b_{\text{ш}}/2} \times \\ &\times \left[1 + \sum_i P_i \frac{(-1)^i}{1 - (\beta_i/\beta_n)^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Первое слагаемое в (7) и (8) представляет собой проводимость рассеяния области, занимаемой проводником, в открытом пазу в предположении о прямолинейности магнитных линий. Обозначив ее через Λ_0 , получим известное выражение:

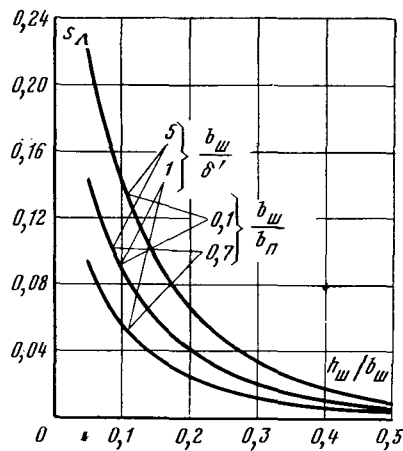


Рис. 3. Зависимости $s_A = f(h_m/b_m)$ при $b_m/h_1=0,1$; $h_2=0$; $b_m/t_z=0,05$; $h_1/\Delta=0$.

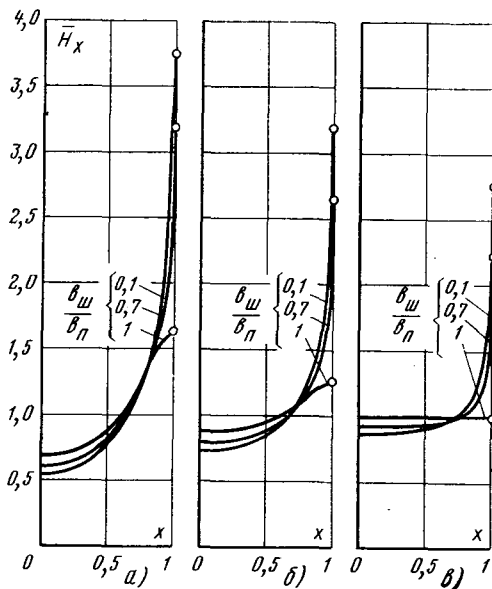


Рис. 4. Зависимости $\bar{H}_x = f(\bar{x}b_m/2)$ при $h_1/\Delta=0$; $b_m/h_1=0,1$; $h_2=0$; $b_m/t_z=0,05$.
а — $h_m/b_m=0,1$; $b_m/\delta=5$; б — $h_m/b_m=0,1$; $b_m/\delta=1$; в — $h_m/b_m=2$; $b_m/\delta=1 \div 5$.

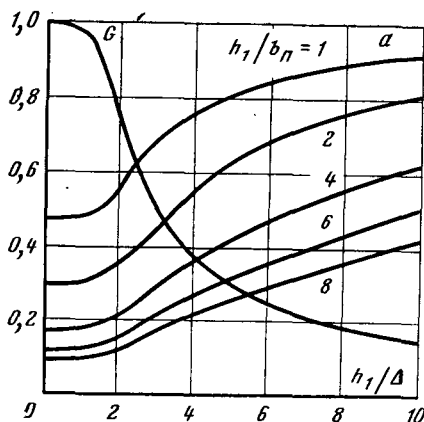


Рис. 5. Зависимости $G=f(h_1/\Delta)$ и $a=f(h_1/\Delta)$.

$$\Lambda_0 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\operatorname{cth}(\xi h_1)}{\xi b_n} \right\} = \frac{h_1}{3b_n} G, \quad (9)$$

$$\text{где } G = \frac{3}{g} \frac{\operatorname{sh}(g) - \sin(g)}{\operatorname{ch}(g) - \cos(g)}; \quad g = \frac{2h_1}{\Delta}.$$

Коэффициент G учитывает уменьшение индуктивности проводника и магнитной проводимости области, занимаемой им, вследствие вытеснения тока.

Касательная к линии $y=h_1+h_2$ составляющая напряженности магнитного поля в области шлица

$$\dot{H}_x|_{y=h_1+h_2} = \frac{I}{b_m} \bar{H}_x,$$

где безразмерная величина

$$\bar{H}_x = 1 + \sum_i P_i \cos(\beta_i x).$$

Из кривых \bar{H}_x , приведенных на рис. 4, усматривается зависимость характера кривой, по меньшей мере, от трех относительных размеров: b_m/b_n , h_m/b_m , b_m/δ . При изменении относительной высоты проводника в пределах $h_1/\Delta=0-10$ максимальное различие в ординатах \bar{H}_x составляет около 5%; \bar{H}_x постоянна (как это часто принимается в качестве граничного условия) только в случае открытого паза ($b_m=b_n$) и достаточно большой удаленности проводника от рабочего зазора. В то же время характер зависимости \bar{H}_x от координаты x оказывает незначительное влияние на величину проводимости пазового рассеяния. В частности, при $b_m/b_n=0,1$ и $h_2=0$ уменьшение h_m/b_m от 2 до 0,1 приводит к уменьшению Λ_1 всего на 2% в случае вычисления ее по (7), и на 7% — по (8).

В инженерных расчетах для Λ_1 в случае $h_2=0$ можно предложить следующее простое выражение:

$$\Lambda_1 = \Lambda_0 (b_n/b_m)^a = (h_1/3b_n) G (b_n/b_m)^a, \quad (10)$$

где коэффициент G и показатель степени a определяются из рис. 5.

Семейство кривых $\Lambda_1=f(b_m/b_n)$ по (7) для 259 различных сочетаний b_m/b_n , h_1/b_n и h_1/Δ , при этом средняя погрешность определения Λ_1 по (10) составила 3,1%.

При наличии над проводником неэлектропроводной области высотой h_2 расчет $\Lambda_{1,2}$ можно вести по выражению:

$$\Lambda_{1,2} = \Lambda_1 + \Lambda_2 = \Lambda_0 (b_n/b_m)^a + h_2/b_n, \quad (11)$$

которое обеспечивает удовлетворительную точность и лишь при значительном совместном возрастании h_1/Δ и h_2/b_n дает по сравнению с (7) несколько заниженные значения $\Lambda_{1,2}$.

В (11) информация о пазовом раскрытии учтена только в Λ_1 по (10), в то время как проводимость области, непосредственно примыкающей к шлицу (Λ_2), определяется обычным способом независимо от величины раскрытия. Удовлетворительные результаты, получаемые по (11), позволяют предположить, что выражение (10) может быть успешно использовано в ходе расчета проводимости

Соотношения исследуемой области							$\Delta_1 + \Delta_2$		$\Delta_{ш} + \Delta_r$					$\Delta_{\Sigma} = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_{ш} + \Delta_r$					Δ_{Σ} по (3)–(5)
$\frac{h_1}{b_{ш}}$	$\frac{h_2}{b_{п}}$	$\frac{b_{ш}}{b_{п}}$	$\frac{h_{ш}}{b_{ш}}$	$\frac{b_{ш}}{t_z}$	$\frac{b_{ш}}{\delta'}$	$\frac{h_1}{\Delta}$	по (11)	по [Л. 1]	по [Л. 6] и рис. 2	по [Л. 1]	по [Л. 4– Л. 6]	по [Л. 7]	по [Л. 8]	по (11), [Л. 6] и рис. 2	по [Л. 1]	по [Л. 1] и [Л. 4– Л. 6]	по [Л. 1] и [Л. 7]	по [Л. 1] и [Л. 8]	
6	0	0,4	1	0,2	2	0	2,232	2	1,133	1,457	1,14	1,233	1,24	3,365	3,457	3,14	3,233	3,24	3,326
						10	0,474	0,3						1,607	1,757	1,44	1,533	1,54	1,625
2	0,5	0,2	1	0,05	1	0	1,563	1,167	1,325	1,655	1,331	1,301	1,417	2,888	2,822	2,498	2,468	2,584	2,892
						10	0,868	0,6						2,193	2,255	1,931	1,901	2,017	2,325
4	0	1	0,5	0,1	3	0	1,333	1,333	0,539	0,913	0,546	0,628	0,656	1,872	2,246	1,879	1,961	1,989	1,88
						10	0,2	0,2						0,739	1,113	0,746	0,828	0,856	0,747
1	0	1	0	0,5	0,2	0	0,333	0,333	0,511	1	0,831	0,817*	0,72	0,844	1,333	1,164	1,15	1,053	0,858
						10	0,05	0,05						0,561	1,05	0,881	0,867	0,77	0,567
				0,05	0,5	0	0,333	0,333	0,537	0,769	0,542	0,533*	$\frac{0,622}{0,577^{**}}$	0,87	1,102	0,875	0,866	$\frac{0,955}{0,91^{**}}$	0,876

* — с учетом поправки на выгибание магнитных линий, замыкающихся поперек паза, в сторону зазора;

** — Δ_r по кривой 7 (рис. 2, б).

рассеяния паза с любой другой формой области между проводником и шлицем.

Таким образом, при вычислении полной проводимости рассеяния паза как суммы частных проводимостей для $\Delta_{1,2}$ в диапазоне $h_1/b_{п}=1-8$ и $h_1/\Delta=0-10$ можно предложить формулы (10), (11) и семейство кривых рис. 5; Δ_r при $b_{ш}/\delta' \leq 8$ и $b_{ш}/t_z=0,05-0,5$ может быть определена из рис. 2; проводимость рассеяния по шлицу при этом должна рассчитываться по [Л. 6].

Значения полных и частных проводимостей рассеяния, полученных в настоящей статье и рассчитанных по [Л. 1, 4–8] для нескольких характерных сочетаний размеров зубцовых зон электрических машин, представлены в таблице.

Значения Δ_{Σ} , полученные суммированием частных проводимостей, целесообразно сопоставить с соответствующими значениями по (3)–(5) как наиболее точными при прочих равных условиях (в том числе при допущениях, общих для всех рассматриваемых работ, как-то: $\mu_{ст} \rightarrow \infty$, симметрия поля относительно оси паза и др.). Сравнение показывает, что значения Δ_{Σ} , полученные суммированием частных проводимостей по зависимостям настоящей работы, в целом достаточно точны.

Для полузакрытых пазов (за исключением случаев, аналогичных четвертой строке таблицы), а при больших $b_{ш}/t_z$ и для открытых, они более точны, чем значения Δ_{Σ} , полученные остальными методами.

При малых $b_{ш}/t_z$ более близкие к Δ_{Σ} по (3)–(5) значения можно получить суммированием $\Delta_{1,2}$ по (11) с $\Delta_{ш}$ и Δ_r , найденными по [Л. 4–6]. В случае далеко отстоящих пазов применимы также зависимости [Л. 7]. Расчет Δ_{Σ} полностью по [Л. 1] при малых и больших $b_{ш}/\delta'$ дает завышенные значения, по видимому, вследствие ошибки, вносимой составляющей Δ_r . Она же, будучи определена по кривой 7 (рис. 2, б), приводит к меньшей погрешности в ве-

личине Δ_{Σ} , чем по [Л. 8], но большей, чем по кривой для $h_1/\Delta=0$ (рис. 2, а) или [Л. 4–6].

Как известно, выражение (9) можно представить в виде:

$$\Delta_0 = \frac{h_r}{3b_{п}} G = \frac{h_{1a}}{3b_{п}},$$

где $h_{1a}=h_1 G$ — высота области паза, занимаемой проводником с равномерно распределенным по сечению током, которая имеет такую же проводимость рассеяния Δ_0 , как и исходная область высотой h_1 .

Аналогично может быть преобразовано выражение (10):

$$\Delta_1 = \frac{h_1}{3b_{ш}} G \left(\frac{b_{ш}}{b_{п}} \right)^{1-a} = \frac{h'_{1a}}{3b_{ш}},$$

где $h'_{1a}=h_1 G (b_{ш}/b_{п})^{1-a}$ — высота области в открытом пазу с шириной, равной ширине шлица $b_{ш}$ исходного паза, занимаемой проводником с равномерно распределенным по сечению током. В таком пазу высота области между проводником и шлицем $h'_2=h_2 b_{ш}/b_{п}$.

Подобное преобразование допустимо в тех случаях, когда конфигурация области в полузакрытом пазу, занимаемой проводником, не оказывает заметного влияния на поле рассеяния по головкам зубцов (рис. 3), равно как и на другие составляющие поля в зазоре. Тем самым полузакрытый паз с массивным проводником заменяется эквивалентным с точки зрения пазового рассеяния открытым пазом с шириной, равной ширине шлица полузакрытого паза, и проводником, в котором не проявляется эффект вытеснения тока.

В заключение следует отметить, что согласно [Л. 10 и 11] при достаточно больших $h_{ш}/b_{ш}$ и t_z/δ' проводимость рассеяния паза должна быть уменьшена на постоянную величину, равную $\ln 2/\pi$, вследствие несимметрии поля контура относительно оси паза.

Выводы. 1. Программа на основе решения задачи электромагнитного поля позволяет более точно рассчитывать полную проводимость рассеяния полузакрытого и открытого пазов прямоугольной формы для любых практически возможных сочетаний линейных размеров и степени вытеснения тока в проводнике.

2. Полученное семейство кривых дает возможность достаточно просто рассчитывать проводимость рассеяния области в полузакрытом пазу, занимаемой проводником, в зависимости от ширины шлица и других параметров.

3. Графические зависимости проводимости рассеяния по головкам зубцов, приведенные в статье, дополняют известные результаты и позволяют определять рассеяние с учетом влияния соседних пазов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. Л.: Энергия, 1968.
2. Swann S. A., Salmon J. W. Effective Resistance and Reactance of a Rectangular Conductor Placed a Semi-Closed Slot. — Proc. IEE, 1963, vol. 110, № 9.
3. Bahr K. Zur Theorie der Stromverdrängung in einer Ma-

schinnennut von rechteckigem Querschnitt.—ETZ, 1965, Bd A-86, N. 21.

4. Вольдек А. И. Рассеяние по коронкам зубцов в электрических машинах. — Вестник электропромышленности, 1961, № 1.

5. Данилевич Я. Б. О расчете рассеяния по головкам зубцов в электрических машинах. В кн.: Сборник работ по вопросам электромеханики. Изд. АН СССР, 1960, вып. IV.

6. Назарян А. Г. О магнитной проводимости рассеяния по головкам зубцов и по шлицу в электрических машинах. — Изв. АН Арм. ССР, Серия технических наук, 1970, № 5, т. XXV.

7. Клоков Б. К. Картина поля рассеяния в воздушном зазоре электрических машин. — Изв. вузов. Электромеханика, 1963, № 10.

8. Canay M. Beitrag zur Berechnung des Zahnkopfstreuleitwertes und der gesamten Streureaktanz. Elektrotechnik und Maschinenbau, 1970, 87 Jg, N. 11.

9. Зечихин Б. С., Терзян А. А. Поле рассеяния полузакрытого паза с массивным прямоугольным проводником. — Изв. АН Арм. ССР. Серия технических наук, 1978, № 6, т. XXXI.

10. Сорокер Т. Г. Поле в зазоре асинхронного двигателя и связанные с ним реактивные сопротивления. — Труды ВНИИЭМ, 1976, т. 45.

11. Иванов-Смоленский А. В. Анализ магнитного поля контура в электрической машине с двухсторонней зубчатостью сердечников. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 4.

[12.10.77]



УДК 621.3.048.015.51.001.4

Типовые кривые вероятности аварийных пробоев изоляции обмоток статоров генераторов

БЕЛОВА Л. А., канд. техн. наук, МАМИКОНЯНЦ Л. Г., доктор техн. наук,
ТУТУБАЛИН В. Н., доктор физ.-мат. наук

ВНИИЭ

В статье речь идет о статистическом описании аварийности изоляции обмоток статоров крупных генераторов, в частности, наиболее представительной по объему фактических данных группы машин с микалентной компаундированной изоляцией, работающей в воздушной или водородной среде. Принципиальная сторона задачи рассматривалась в [Л. 1 и 2], данная статья представляет результаты дальнейших исследований изоляции и опирается на гораздо более обширный материал, чем предыдущие публикации.

Кривые вероятности отказов, приведенные в [Л. 1 и 2], были построены по материалам исследования 684 генераторов общей площадью изоляции $962 \times 100 \text{ м}^2$, а данная работа учитывает данные по 1919 генераторам общей площадью изоляции $3434 \times 100 \text{ м}^2$.

Обработка такого обширного материала с учетом накопленного в процессе работы опыта [Л. 3] позволила выделить так называемые типовые кривые вероятности аварийного пробоя микалентной изоляции отдельно для ее работы в воздушной и водородной средах. В результате в рекомендации [Л. 1 и 2] внесены существенные изменения.

1. Рассматриваемая авторами статистическая модель для количественного описания аварийности изоляции остается той же, что и в [Л. 1—3]. Ко-

ротко резюмируем ее. Основным является предположение о статистической однородности исследуемой совокупности изоляции, которое дает возможность говорить о вероятности аварийного пробоя изоляции за определенный (заданный или рассматриваемый) промежуток рабочего времени. Вторым является предположение о статистической независимости числа аварий как на разных машинах, так и на одной и той же машине, но за различные периоды времени. Последнее требует пояснения. Конечно, авария и последующий ремонт как-то меняют состояние всей обмотки: часть стержней заменяется новыми, а изоляция прочих, вообще говоря, страдает. Однако в большинстве случаев ремонт касается сравнительно небольшого количества стержней (в тех же случаях, когда обмотка перематывается полностью, мы учитываем ее как новую), поэтому представление о независимости является приемлемым приближением к реальности.

Изложенные предположения влекут за собой следующую математическую модель, подробнее обоснованную в [Л. 2]. Существует функция $h(t)$, называемая интенсивностью потока аварий (отказов), такая, что математическое ожидание λ числа аварий на совокупности генераторов с суммарной площадью изоляции S при их эксплуатации за время от t до T (учитываем лишь рабочее время) под-

считывается по формуле:

$$\lambda = S \int_0^T h(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Само же число отказов является случайной величиной, имеющей распределение Пуассона с параметром λ .

Во избежание недоразумений следует заметить, что наша концепция несколько отличается от обычно рассматриваемой в теории надежности модели (см., например, [Л. 4]). Дело в том, что обычно имеют дело с надежностью полностью восстанавливаемых изделий (в случае изоляции это отвечало бы такому положению, когда обмотка полностью перематывалась бы после каждой аварии). В нашем же случае, как правило, происходит лишь частичное восстановление обмотки. Математически разница выражается в том, что функцию $h(\tau)$ из (1) мы не пытаемся извлекать из какого-либо стандартного распределения теории надежности (показательного, Вейбулла и т. д.), считая более обоснованным ее прямое определение по фактическим данным. Точнее говоря, определялись величины

$$p(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} h(\tau) d\tau \times 100 \text{ м}^2, \quad (2)$$

где $t_i = i \times 10^4$ ч, $i = 1, 2, \dots$

Из-за малости величины (2) (они составляют примерно 0,01—0,03), будучи формально математическими ожиданиями числа аварий, с вполне достаточной точностью совпадают с вероятностями аварийного пробоя единицы площади изоляции 100 м² при ее эксплуатации в интервале $[t_{i-1}, t_i]$ рабочего времени. Определение этих величин проводилось сглаживанием фактических частот аварий. Сначала с этой целью был использован (см. [Л. 1]) несколько специфический вариант метода наименьших квадратов, основанный на преобразовании частот, выравнивающим их дисперсии (чтобы исключить неизвестные веса наблюдений). Однако, получив в процессе исследования оценки величин (2), естественно, было признано возможным применить их для определения весов наблюдений и в дальнейшем перейти к почти классическому варианту метода наименьших квадратов. Но рассматриваемая ситуация несколько проще классической. Дело в том, что в классическом варианте веса наблюдений являются параметрами задачи, вообще говоря, никак не связанными с истинной гладкой зависимостью, которая и находится методом наименьших квадратов. В нашем же случае (закона Пуассона) дисперсия числа аварий равна его математическому ожиданию, т. е. является новым параметром задачи. Поэтому процедура оценки ошибок коэффициентов, находимых методом наименьших квадратов, может быть сделана более эффективной, чем в классическом случае. В приложении дан порядок расчета и приведены реальные фактические данные.

2. Применяя любые вероятностные модели, в первую очередь стремятся к тому, чтобы реальные статистически неоднородные данные описывались более или менее удовлетворительно с помощью

концепции статистически однородной совокупности. Особенно важным при этом является классификация первичного статистического материала. Так как задачей данного исследования является изучение собственно изоляции, то в настоящей работе в рассмотрение не вводились те случаи аварий, при которых повреждение главной статорной изоляции произошло по причинам, от нее не зависящим (если такое заключение можно с несомненностью сделать на основании аварийного акта). Сомнительные случаи учитывались как аварии по вине собственно изоляции, что, конечно, может при правомерности сомнения ухудшить совпадение полученных результатов исследования с действительностью. Однако в этом случае при необходимости в процессе исследования можно вернуться к ним для дополнительного анализа.

В аварийности собственно изоляции следует различать, по крайней мере, два вида аварий: аварии, возникновение которых определяется физической сущностью самой изоляции (ее структурой) и регламентируется также достаточно строгим соблюдением принятых за норму правил ее изготовления и эксплуатации; аварии, которые произошли за счет нарушения принятых правил изготовления и эксплуатации (ошибка конструирования, нарушение технологии производства или выполнения ремонта, нарушение правил эксплуатации и т. п.). Последние являются источником возникновения в рассматриваемой совокупности резко неоднородных групп.

Принципиально проверка статистической однородности состоит в вычислении математического ожидания λ числа аварий на той или иной совокупности машин путем суммирования величин, необходимых для каждой машины по формуле (1) и сравнении этого ожидаемого числа с фактическим числом аварий μ . Фактически вычисление интеграла (1) сводится к суммированию однажды найденных методом наименьших квадратов величин (2).

Проверка же статистической значимости различия между λ и μ , вообще говоря, требует использования таблиц закона Пуассона, но при λ порядка двух-трех десятков и более закон Пуассона с параметром λ близок к нормальному закону, математическое ожидание и дисперсия которого равны λ .

Иными словами, разница $|\lambda - \mu|$ между λ и μ , не превосходящая $\sqrt{\lambda}$, вполне допустима; разница в $2\sqrt{\lambda}$ вызывает сомнение, а разница в $3\sqrt{\lambda}$ и более практически указывает на нарушение предпосылок модели. Сформулированное простое правило для определения существенности различия между λ и μ подлежит, впрочем, корректировке, если таких сравнений проводится много (в одном случае из примерно двадцати разница в $2\sqrt{\lambda}$ может возникнуть за счет чисто случайных причин).

Впервые величины (2) были определены в [Л. 1], а в [Л. 2] была проверена статистическая однородность путем различных перегруппировок части материала, использованного в [Л. 1]. Эти перегруппировки делались по принципу объединения машин с одной, двумя и тремя авариями с расчетом ожидаемых количеств таких машин и срав-

Таблица 1

Характеристика	Общая совокупность		В том числе					
	воздушная	водородная	лучшая группа		средне-статистическая группа		худшая группа	
			воздушная	водородная	воздушная	водородная	воздушная	водородная
Площадь изоляции в 100 м ²	1683 (100%)	1751 (100%)	236 (11,4%)	110 (6,3%)	1288 (77,6%)	1267 (72,7%)	159 (9%)	374 (21%)
Число аварий (фактическое)	299 (100%)	127 (100%)	23 (7,7%)	7 (5,5%)	163 (54,5%)	61 (48%)	113 (37,8%)	59 (46,5%)
Математическое ожидание числа аварийных пробоев	253,1241	97,7710	63,4186	11,4455	164,2330	71,0014	25,4725	15,3541

нением их с фактическими (подробнее см. [Л. 2]). Перегруппировки указывали на наличие некоторых отклонений от статистической однородности в исследуемом материале, впрочем немногочисленных и объяснимых с точки зрения технического анализа. Поэтому неоднородные группы из текущей кривой вероятности в то время не исключались.

Затем величины (2), определенные в [Л. 1], были применены к группе только водородных машин¹ [Л. 3], причем обнаружилось отсутствие совпадения ожидаемых и фактических количеств аварий (отмечалась как бы нехватка аварий). Было высказано предположение о том, что старение изоляции в машинах с водородным охлаждением происходит гораздо медленнее, чем в машинах с воздушным охлаждением.

Таким образом, на основании [Л. 2 и 3] стало ясно, что величины (2) должны определяться отдельно для «воздушных» и «водородных» машин на основе достаточно представительных статистически однородных совокупностей.

Как отмечалось выше, любая реальная совокупность изоляции, принятая для исследования, в том числе и рассматриваемая в этой работе (3434×100 м², в том числе 1683×100 м² работает в воздушной среде и 1751×100 м² — в водородной среде), статистически неоднородна. Для этой исходной совокупности в табл. 1 приведено ожидаемое общее число аварий, вычисленное по методике [Л. 2], и соответствующие фактические численности. В таблице наблюдается несомненное отклонение фактических численностей от ожидаемых. Ожидаемое общее число аварий — 350,9; фактическое — 426. Отклонение (426—350,9) далеко превосходит $3\sqrt{350,9}$, т. е. высоко значимо. Приведенные значения подтверждают неоднородность исходного материала и указывают на необходимость выделения однородной совокупности.

В результате расчетов было установлено, что в исследуемой исходной совокупности содержалось 25,5% резко отклоняющихся групп (10% имели отклонение в лучшую сторону и 15,5% — в худшую). Количественная характеристика исследуемой совокупности с разделением на средне-статистическую и на выделенные нами отклоняющиеся груп-

пы приведена также в табл. 1. Как видно из таблицы, принятая на основании предварительных расчетов как статистически однородная совокупность (1288×100 м² в воздушной среде и 1267×100 м² в водородной) по площади изоляции преобладает, а по числу аварий дает примерно половину общего числа. Для этой очень большой (представляющейся по предварительным расчетам статистически однородной) совокупности (в сумме 2555×10 м²) были получены (раздельно для воздушного и водородного охлаждения) кривые вероятности аварийного пробоя. После этого указанная совокупность была подвергнута дополнительной проверке на однородность путем перегруппировки исходного материала по различным признакам. В качестве таких признаков были приняты: учет технологии изготовления (группировка по заводам), конструктивного исполнения (группировка по типам), эксплуатационного обслуживания (группировка по электростанциям).

Перегруппировки делались для того, чтобы выявить, не имеет ли место в анализируемом материале «скрадывание» эффекта неоднородности за счет взаимного уравнивания отклоняющихся в луч-

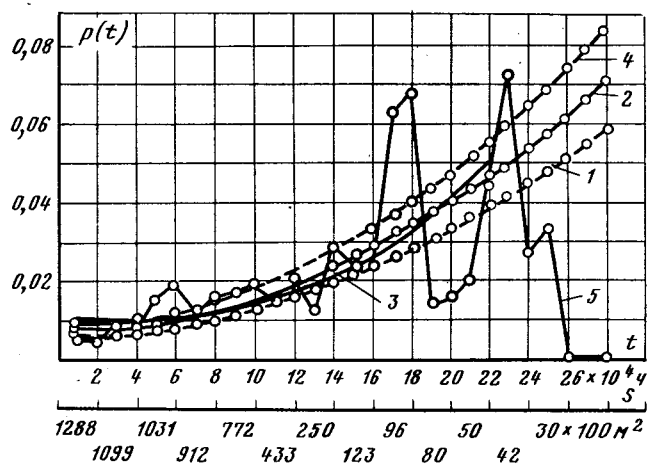


Рис. 1. Типовая кривая вероятностей аварийного пробоя микалентной изоляции генераторов, имеющих воздушное охлаждение.

1 — $p_1(t)$; 2 — $p_2(t)$; 3 — $p_2(t)$; 4 — $p_3(t)$; 5 — данные эксплуатации ($p_2(t)$ — типовая кривая; $p_1(t)$ и $p_3(t)$ — доверительные границы для нее, $p_2(t)$ — кривая из [Л. 1] по меньшей совокупности).

¹ Срок эксплуатации наиболее старых «водородных» машин к этому времени возрос до 18×10^4 ч.

шую или худшую сторону групп. Подобных группировок было выполнено более 150, во всех случаях вновь получаемые текущие кривые вероятности аварийного пробоя практически совпадали с первоначально полученным положением кривых. Контроль путем сравнения ожидаемого и фактического числа аварийных пробоев по отдельным группам также не обнаружил практически никаких нарушений однородности. Это позволило считать принятый экспериментальный материал статистически однородным, а положение кривых — типовыми, характерными для большей части машин с данным видом охлаждения. Типовая зависимость $p(t_i)$ для воздушных машин, способ получения которой дан в приложении, приведена на рис. 1*. Поскольку по нашим данным до настоящего времени для изоляции водородных машин не обнаруживается заметного старения (при сроке службы более 20×10^4 ч, зависимость (2) для этих машин сводится к постоянной величине

$$p(t_i) \approx 0,007, \quad (3)$$

найденной по фактическим данным. Для единообразия зависимость (3) дана на рис. 2.

Кривые вероятности аварийного пробоя для машин, отнесенных к лучшим и худшим группам, даны на рис. 3. Очевидно, эти кривые существенно отличаются от типовых. Причем, если типовые кривые, характеризующие среднестатистическую нормальную изоляцию при любых ее наборах (по количеству, времени эксплуатации и т. п.), будут всегда стабильно сохранять практически одно и то же положение, то для отклоняющихся групп положение кривых вероятности аварийного пробоя в аналогичных сочетаниях будет произвольным образом меняться, не подчиняясь никаким закономерностям. Безусловно, интересно выполнить подробный технический анализ выделяющихся групп машин, однако это выходит за рамки настоящей статьи.

3. Справедливость результатов всей работы может быть подтверждена рядом проверок, которые были сделаны после получения типовых кривых.

Первая проверка основывается на контрольном тесте о независимости числа аварий на разных машинах по вышеописанному способу сравнения ожидаемых и фактических данных. Ожидаемое число аварий рассчитывается по типовым кривым. Результаты проверки для совокупности, принятой нами за статистически однородную, и для групп, отклоняющихся в худшую и лучшую сторону, приведены также в табл. 1. Согласие между ожидаемыми и фактическими численностями для однородной

* На рис. 1 показано также положение общей (для воздушных и водородных машин) кривой вероятности аварийного пробоя $p_2(t)$, полученной по состоянию на 1.01.1962 г. [Л. 2]. Она мало отличается от предлагаемой типовой кривой. Это подтверждается данными [Л. 2] и говорит о том, что в рассмотренной совокупности генераторов в тот период времени содержался очень небольшой процент неоднородности (5,4%), и положение текущей кривой случайно оказалось близким к типовой кривой вероятности аварийного пробоя для машин с воздушным охлаждением. Водородные машины в то время имели еще малый срок эксплуатации и не оказывали существенного влияния на положение указанной общей кривой.

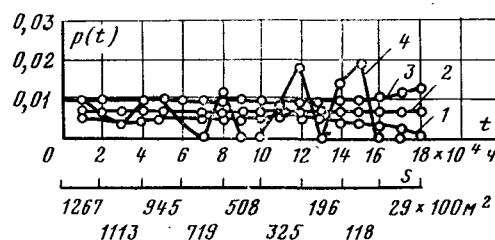


Рис. 2. Типовая кривая вероятностей аварийного пробоя микалентной изоляции генераторов, имеющих водородное охлаждение.

1 — $p_1(t)$; 2 — $p_2(t)$; 3 — $p_3(t)$; 4 — данные эксплуатации ($p_2(t)$ — типовая кривая; $p_1(t)$ и $p_3(t)$ — доверительные границы для нее).

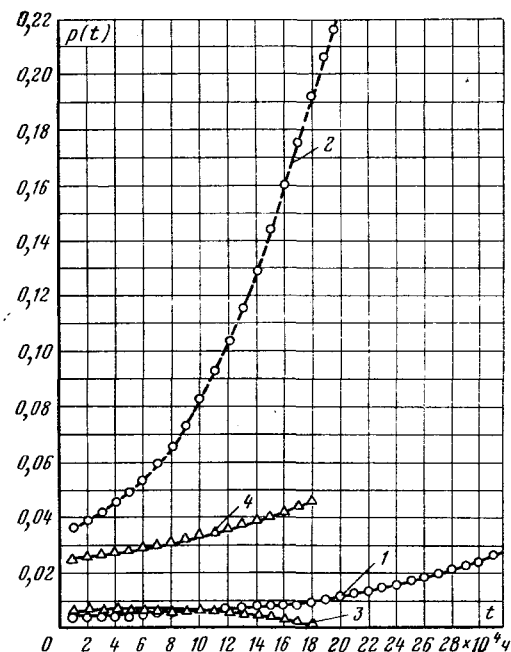


Рис. 3. Кривые вероятностей аварийного пробоя (основные, без указания границ доверительных областей) отклоняющихся совокупностей микалентной изоляции.

1 — $p_2(t)$ — в лучшую сторону, охлаждение — воздушное; 2 — $p_2(t)$ — в худшую сторону, охлаждение — воздушное; 3 — $p_2(t)$ — в лучшую сторону, охлаждение — водородное; 4 — $p_2(t)$ — в худшую сторону, охлаждение — водородное.

совокупности — хорошее; для отклоняющихся групп отмечается резкое расхождение сравниваемых величин.

Вторая проверка основывается на контрольном тесте о независимости возникновения аварий на разных интервалах эксплуатации одной и той же машины. Если появление одной аварии повышает вероятность возникновения следующих, то это должно проявиться в том, что фактическое число аварий (у машин, имевших одну аварию), которые последовали за первой, будет больше ожидаемого, рассчитанного по типовым показателям. Применение указанного критерия позволяет уточнить, за счет каких конкретных машин возникает отмеченное выше несоответствие.

Результаты расчета сведены в табл. 2. Умеренно значимое расхождение имеется для гидрогенераторов 13,8 кВ и для турбогенераторов 6,3 кВ. Анализ данных показывает, что при первоначальной

Таблица 2

Группа генераторов	Число аварий, следующих за первой	
	ожидаемое	фактическое
Воздушные гидрогенераторы		
15,75 кВ	5,0	6
13,8 кВ	28,9	40
6,3 кВ	1,7	0
Воздушные турбогенераторы		
15,75 кВ	0,4	0
10,5 кВ	7,6	7
6,3 кВ	1,7	5
Всего по воздушным	45,3	58
Всего по водородным турбогенераторам	3,6	3

Примечание. Водородные машины даны суммарно из-за малости цифр по отдельным группам.

классификации части так называемых «сомнительных» случаев из-за условности их отнесения за счет собственно изоляции, очевидно, была допущена неточность; для них полезно выполнить дополнительный анализ непосредственно на месте эксплуатации соответствующей машины.

В итоге результаты расчетов, по-видимому, следует оценить так, что совокупность, выделенная нами как статистически однородная, на самом деле может быть не абсолютно однородна (что касается воздушных машин). Однако в целом с достаточной степенью точности она может быть использована в качестве экспериментального материала для получения типовых характеристик. Кроме того, для подтверждения полученных результатов было проведено еще около 50 переборов исходной информации по генераторам, входящим в состав однородной совокупности. Подтвержденная при этом устойчивость кривых рис. 1 и 2 по отношению к разным вариантам текущих кривых позволяет достаточно уверенно считать, что типовые кривые с допустимой точностью характеризуют состояние среднестатистической нормальной изоляции и рекомендуются к использованию для сравнительных оценок состояния изоляции.

Приложение. После отбрасывания некоторой группы генераторов, резко выделяющихся по своей аварийности (рис. 1), осталась практически однородная совокупность машин. Площади изоляции машин этой группы, эксплуатировавшиеся в интервалах времени $[t_{i-1}, t_i]$, $t_i = i \cdot 10^4$ ч, обозначены через S_i , соответствующие фактические числа аварий — через μ_i . Введена замена временной переменной $x_i = i/N$, причем $N = 28$ — число интервалов времени, для которых имеются данные. Зависимость $p_i = p(t_i)$ ищется в виде:

$$p_i = a_0 + a_1 x_i^2,$$

поскольку ранее было установлено, что определять более двух коэффициентов методом наименьших квадратов в рассматриваемых задачах нецелесообразно и что член x_i^2 обеспечивает несколько лучшую точность, чем x_i и x_i^3 .

Следовательно, речь идет о сглаженной зависимости вида:

$$\frac{\mu_i}{S_i} \approx a_0 + a_1 x_i^2. \quad (\text{П-1})$$

Из предыдущих расчетов [Л. 1 и 2] известны примерные значения \hat{p}_i величин p_i , поэтому дисперсия величин μ_i/S_i суть примерно \hat{p}_i/S_i . Умножая обе части (П-1) на $\sqrt{S_i/\hat{p}_i}$,

получаем:

$$\frac{\mu_i}{\sqrt{S_i/\hat{p}_i}} \approx a_0 \sqrt{\frac{S_i}{\hat{p}_i}} + a_1 x_i^2 \sqrt{\frac{S_i}{\hat{p}_i}}, \quad (\text{П-2})$$

причем дисперсия левой части есть примерно 1.

Обозначая буквами \vec{H} , \vec{E} , \vec{F}_2 векторы с компонентами соответственно

$$\left\{ \frac{\mu_i}{\sqrt{S_i/\hat{p}_i}} \right\}, \quad \left\{ \sqrt{\frac{S_i}{\hat{p}_i}} \right\}, \quad \left\{ x_i^2 \sqrt{\frac{S_i}{\hat{p}_i}} \right\}, \quad (\text{П-3})$$

перепишем (П-2) в виде:

$$\vec{H} \approx a_0 \vec{E} + a_1 \vec{F}_2,$$

так что задача нахождения a_0 и a_1 сводится к проектированию вектора \vec{H} на линейную оболочку векторов \vec{E} и \vec{F}_2 . Получаемые так оценки коэффициентов \vec{E} и \vec{F}_2 будут коррелированы; удобнее перейти к ортогональным векторам

$$\vec{E}, \vec{G}_2 = \vec{F}_2 - \frac{(\vec{E}, \vec{F}_2)}{(\vec{E}, \vec{E})} \vec{E}$$

и к записи (5) в форме

$$\vec{H} \approx b_0 \vec{E} + b_1 \vec{G}_2, \quad (\text{П-4})$$

где

$$a_1 = b_1, \quad a_0 = b_0 - \frac{(\vec{E}, \vec{F}_2)}{(\vec{E}, \vec{E})} b_1. \quad (\text{П-5})$$

Из (П-4) имеем оценки \hat{b}_0 и \hat{b}_1 для b_0 и b_1 :

$$\hat{b}_0 = \frac{(\vec{H}, \vec{E})}{(\vec{E}, \vec{E})}, \quad \hat{b}_1 = \frac{(\vec{H}, \vec{G}_2)}{(\vec{G}_2, \vec{G}_2)}. \quad (\text{П-6})$$

Как известно, дисперсия оценок (П-6) суть соответственно

$$D\hat{b}_0 = (\vec{E}, \vec{E})^{-1} \quad \text{и} \quad D\hat{b}_1 = (\vec{G}_2, \vec{G}_2)^{-1}.$$

Принимая для величин (П-5) гауссовское распределение, получаем, что с вероятностью около 50% истинное значение пары (b_0, b_1) лежит внутри прямоугольника с вершинами

$$(\hat{b}_0 \pm \Delta \hat{b}_0, \hat{b}_1 \pm \Delta \hat{b}_1), \quad \Delta \hat{b}_i = \sqrt{D\hat{b}_i}, \quad i = 1, 2. \quad (\text{П-7})$$

Вопрос состоит в том, чтобы превратить доверительную область (П-7) для чисел b_0 и b_1 в доверительную область для кривой $a_0 + a_1 x_i^2$. Поскольку a_i связаны с b_i линейной заменой (П-5), то $a_0 + a_1 x_i^2$ есть в конечном счете при каждом линейная функция от b_0, b_1 . Простейший способ разыскания ее минимума и максимума на прямоугольнике (П-7) состоит в вычислении ее значений в вершинах этого прямоугольника и в выборе наибольшего и наименьшего из этих четырех чисел. Исходные данные для расчета, т. е. S_i, μ_i, \hat{p}_i , найденные значения p_i (средняя кривая на рис. 1) и границы примерно 50%-ной доверительной области, обозначены на рис. 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. Вероятность аварийного пробоя изоляции обмоток статоров турбогенераторов в зависимости от длительности работы. — Электричество, 1965, № 4.
- Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. О статистической однородности корпусной изоляции статоров турбогенераторов. — Электричество, 1967, № 6.
- Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. Сравнение повреждаемости корпусной изоляции турбогенераторов с воздушным и водородным охлаждением. — Электричество, 1972, № 8.
- Беляев Ю. К., Гнеденко Б. В., Соловьев А. Д. Математические методы теории надежности. М.: Наука, 1965.
- Янко Я. Математико-статистические таблицы. М.: Госстатиздат, 1961.

[24.01.79]

Уточненная методика расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора

ПОСТНИКОВ И. М., ВАСЬКОВСКИЙ Ю. Н.

Киев

Исследованиям добавочных потерь на массивном роторе турбогенератора и разработке методов их расчета посвящено значительное количество работ, например [Л. 1]. При проектировании новых типов турбогенераторов большой мощности возникает потребность в уточнении расчетных формул, приведенных в этих работах. Это особенно важно для турбогенераторов с уменьшенными зазорами [Л. 2]. Добавочные потери на поверхности ротора таких турбогенераторов, рассчитанные по общепринятым формулам, могут быть преувеличены, что приведет к неправильным выводам о рабочих свойствах этих турбогенераторов.

Неточность расчетных формул связана с неполнотой исходной математической модели, используемой при их выводе (рис. 1). Так, расположение за линейной нагрузкой идеального магнитного зеркала ($\mu_s = \rho_s = \infty$) означает, что электромагнитное поле в направлении зубцов и яра статора не распространяется. В действительности же происходит рассеяние поля от всех гармоник в статоре. Кроме того, вынесение к расточке статора тока паза означает существенное его приближение к ротору, поскольку линейная нагрузка создается всеми нитями тока, расположенными по высоте паза. В расчетной модели поверхность ротора принимается гладкой. В действительности же ротор обладает сложной поверхностью, поскольку на ней располагаются зубцы и составные по длине клинья. Не учитывается также кривизна поверхностей статора и ротора, т. е. задача рассматривается в декартовой системе координат.

Кроме того, в используемых расчетных выражениях есть неточности, которые приводят к существенным погрешностям. Например, в [Л. 3] при выводе формулы для расчета потерь на поверхности ротора не учитывается, что коэффициент реакции вихревых токов ротора k_{rv} зависит от магнитной проницаемости ротора μ'_R .

В предлагаемой статье приводятся уточненные формулы, полученные на основе более полной математической модели (рис. 2) в цилиндрической системе координат. Эта модель состоит из коаксиальных цилиндрических слоев, моделирующих отдельные области машины. Область зубцов статора представляется эквивалентным магнитоанизотропным слоем с параметрами: $\rho_s = \infty$ (шихтованное железо статора); магнитная проницаемость слоя в тангенциальном направлении $\mu_\varphi = \mu_0(1 + b_z/b_{\pi 1})$, где b_z и $b_{\pi 1}$ — ширина соответственно зубца и паза статора на высоте, равной половине высоты паза; магнитная проницаемость в радиальном направлении μ_r , которая выбирается по усредненному значению индукции основной гармоники в зубце статора. Такое представление широко используется при расчете параметров массивного ротора [Л. 2]. Различаются две области зубцов статора: необмотанная, которая моделирует область клиньев статора, и обмотанная, где располагается ток статора. Ток статора представлен плотностью тока, равномерно заполняющей слой. За областью зубцов статора расположено бесконечное в радиальном направлении ярмо статора с параметрами $\rho_j = \infty$ и μ_j , определяемым из условия насыщения ярма статора 1-й гармоникой поля.

Область ротора предполагается вначале гладкой. Задачу расчета добавочных потерь на поверхности гладкого ротора обычно решают при постоянном значении μ_R . Это объясняется тем, что потери выделяются в очень тонком поверхностном слое, который насыщен сильной 1-й гармоникой до некоторого значения магнитной проницаемости, определяемой по кривой намагничивания материала ротора. Целесообразно использовать представление магнитной проницаемости ротора в цилиндрической системе координат в виде: $\mu_R = \mu_e(R/r)^2$, где μ_e — магнитная проницаемость на поверхности ротора, R — радиус ротора [Л. 4].

Для каждого из слоев может быть записана система уравнений Максвелла, из которой получены дифференциальные уравнения для составляющих электромагнитного поля. Математическая модель имеет бесконечную длину в аксиальном направлении ввиду малости полюсного деления гармоник по отношению к длине ротора турбогенератора. При этом $E_\varphi = E_r = H_z = 0$, $\partial/\partial z = 0$. Предполагается также, что все векторы поля изменяются синусоидально вдоль окружности ротора, т. е. $E(t, \varphi, r) = \tilde{E}(r) \exp[j(\omega_s t - p_\nu \varphi)]$.

Для воздушного зазора дифференциальное уравнение относительно напряженности электрического поля имеет вид:

$$\frac{d^2 \tilde{E}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{E}(r)}{dr} - \frac{p_\nu^2}{r^2} \tilde{E}(r) = 0, \quad (1)$$

где $p_\nu = p_1 \nu$ — число пар полюсов ν -й гармоники. Остальное решение уравнения (1):

$$\tilde{E}(r) = C_1 r^{p_\nu} + C_2 r^{-p_\nu}. \quad (2)$$

Аналогичное решение получим для области яра статора. Для области клиньев статора

$$\frac{d^2 \tilde{E}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{E}(r)}{dr} - (p_\nu k_a)^2 \frac{1}{r^2} \tilde{E}(r) = 0, \quad (3)$$

где $k_a = \sqrt{\mu_\varphi/\mu_r}$ — коэффициент анизотропии зубцового слоя статора. Решение уравнения (3) отличается от выражения (2) наличием коэффициента k_a :

$$\tilde{E}(r) = C_3 r^{p_\nu k_a} + C_4 r^{-p_\nu k_a}. \quad (4)$$

Для обмотанной части зубцов статора:

$$\frac{d^2 \tilde{E}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{E}(r)}{dr} - (p_\nu k_a)^2 \frac{1}{r^2} \tilde{E}(r) = j\omega_s \mu_\varphi J_{m\nu}, \quad (5)$$

где $\omega_s = \omega_1 (\nu \pm 1)$, $J_{m\nu}$ — плотность тока статора. Значение $J_{m\nu}$ может быть пересчитано через линейную нагрузку статора по соотношению: $J_{m\nu} = \dot{A}_{m\nu} 2R_1 / (R_1^2 - R_2^2)$, где $\dot{A}_{m\nu} = \sqrt{2} \dot{A}_S \times k_{w\nu} k_{b\nu}$ — амплитуда ν -й гармоники линейной нагрузки статора; \dot{A}_S — действующее значение линейной нагрузки 1-й гармоники; $k_{w\nu}$ — коэффициент распределения м. д. с. паза; $p = p\pi b_{\pi 1} / Z_1 t_1$; Z_1 и t_1 — соответственно число зубцов и зубцовое деление статора. Решение уравнения (5):

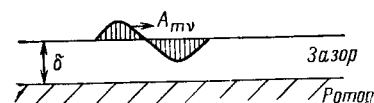


Рис. 1.

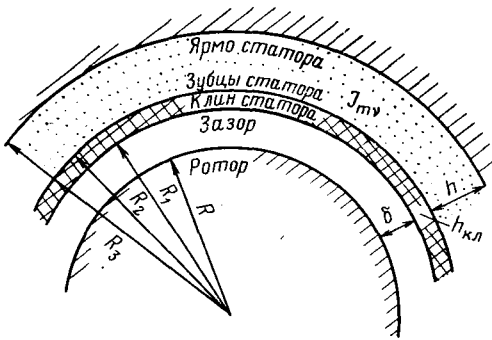


Рис. 2.

$$\dot{E}(r) = (j\omega_y \dot{J}_{mv} \mu_e r^2) / (4 - p^2 \mu_e k_a) + C_5 r^{p \mu_e k_a} + C_6 r^{-p \mu_e k_a}. \quad (6)$$

Для области ротора из системы уравнений Максвелла при $\mu_R = \mu_e (R/r)^2$ может быть получено следующее уравнение, которое как и уравнения (1), (3) и (5) относится к классу уравнений Эйлера [Л. 5]:

$$\frac{d^2 \dot{E}(r)}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\dot{E}(r)}{dr} - \left(p^2 \mu_e + \frac{j\omega_y \mu_e R^2}{\rho_R} \right) \frac{1}{r^2} \dot{E}(r) = 0, \quad (7)$$

где ρ_R — удельное сопротивление материала ротора. Общее решение уравнения (7) имеет вид:

$$\dot{E}(r) = C_7 r^{\beta_1} + C_8 r^{\beta_2}, \quad (8)$$

где $\beta_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + p^2 \mu_e + j\omega_y \mu_e R^2 / \rho_R}$. Так как имеют место неравенства $\omega_y \mu_e R^2 / \rho_R \gg 1 + p^2 \mu_e$ и $\sqrt{j\omega_y \mu_e R^2 / \rho_R} \gg 1$, то выражение для $\beta_{1,2}$ можно упростить:

$$\beta_{1,2} = \pm (1 + j) / \Delta_y,$$

где

$$\Delta_y = \sqrt{2\rho_R / \omega_y \mu_e}.$$

Для расчета электромагнитного поля в областях рассматриваемой модели необходимо совместно решить уравнения (2), (4), (6), (8), уравнение для яра статора и соответствующие уравнения для составляющих магнитного поля относительно постоянных интегрирования. Используя условия непрерывности составляющих векторов на границах сред, заменяя комплексные выражения их модулями и учитывая, что нормальная составляющая индукции на поверхности ротора

$$\dot{B}_{rv0} = \dot{E}_{v0} v_y = \dot{E}_{v0} p_y / \omega_y R,$$

где v_y — скорость вращения y — гармоники относительно ротора, получим формулу для нормальной составляющей индукции на поверхности ротора [Л. 5]:

$$\dot{B}_{rv0} = \mu_0 \dot{A}_{mv} k_{rv} k_{sv}, \quad (9)$$

где $k_{rv} = 1 / \sqrt{(\epsilon_y \gamma_1 + \gamma_2)^2 + (\epsilon_y \gamma_1)^2}$ — коэффициент реакции вихревых токов ротора;

$$k_{sv} = \frac{R_2^2 \left\{ (2 + p_y k_a) (\beta_1 - \gamma_3 \beta_2) \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{2-p_y k_a} \left[\left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{2-p_y k_a} - 1 \right] + (2 - p_y k_a) (\beta_1 \gamma_3 - \beta_2) \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{2+p_y k_a} \left[\left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{2+p_y k_a} - 1 \right] \right\}}{k_a (4 - p^2 \mu_e k_a) (R_3^2 - R_2^2)} \rightarrow$$

— коэффициент влияния статора; $\epsilon_y = \tau_1 / \pi \Delta_y \mu_e$ — магнитное число Рейнольдса;

$$\gamma_{1,2} = \left(\frac{R_1}{R} \right)^{p_y - 1} \pm \left(\frac{R_1}{R} \right)^{-p_y - 1};$$

$$\gamma_3 = \frac{\alpha_1 \beta_1 / \alpha_2 \beta_2 + (R_3 / R_1)^{2p_y k_a}}{\alpha_1 / \alpha_2 + \beta_1 (R_3 / R_1)^{2p_y k_a} / \beta_2};$$

$$\alpha_{1,2} = \mu'_j \mp \sqrt{\mu'_\varphi \mu'_r}; \quad \beta_{1,2} = \mu'_\varphi \mp k_a; \quad \mu'_\varphi = \mu_\varphi / \mu_0; \\ \mu'_r = \mu_r / \mu_0; \quad \mu'_j = \mu_j / \mu_0.$$

Удельные потери на поверхности ротора могут быть найдены по формуле:

$$p_v = \frac{1}{2} \frac{B_{rv0}^2 v_y^2}{Z_{bv}^2 r_{bv}} = \frac{1}{4} \frac{B_{rv0}^2 v_y^2}{r_{bv}}, \quad (10)$$

где $r_{bv} = \sqrt{0,5 \mu_R \rho_R \omega_y}$ — активное волновое сопротивление ротора, $Z_{bv} = r_{bv} (1 + ja)$, $a = 1$. Подстановка (9) в выражение (10) дает следующую формулу для потерь:

$$p_v = \frac{2\alpha_{v0}^2}{\sqrt{\pi \rho_{Cu} \mu_0}} \frac{(A_S \tau_1)^2 f_1^{1,5}}{\sqrt{\mu'_e \rho'_R}} \sum_v \frac{(v \pm 1)^{1,5}}{v^2} (k_{bv} k_{wv} k_{rv} k_{sv})^2 \quad (11)$$

или, если все размеры даны в сантиметрах, $\rho_{Cu} = 2 \cdot 10^{-6}$ Ом·см, то

$$p_v = 5,733 \cdot 10^{-7} \frac{(A_S \tau_1)^2}{\sqrt{\mu'_e \rho'_R}} \left(\frac{f_1}{50} \right)^{1,5} \times \\ \times \sum_v \frac{(v \pm 1)^{1,5}}{v^2} (k_{bv} k_{wv} k_{rv} k_{sv})^2. \quad (12)$$

Рассмотрим турбогенератор с реальным ротором, на котором имеются зубцы и клинья. Вопрос о влиянии характеристик клиньев ротора на дополнительные потери рассматривался в ряде работ при достаточно строгой исходной постановке задачи [Л. 1 и 7]. В настоящей работе используется представление зубчатой поверхности ротора в виде однородной анизотропной среды с эквивалентными параметрами, что дает возможность получить значительно более простые и притом достаточно обоснованные формулы. Так как вихревые токи в роторе от высших и зубцовых гармонических поля статора имеют большую частоту, они протекают по коронкам зубцов и клиньев ротора, не проникая в район обмотки и дна паза. Это дает возможность представить ротор эквивалентным магнитоанизотропным цилиндром. Удельное сопротивление этого цилиндра может быть получено из предположения, что зубец и клин в электрическом отношении соединены параллельно [Л. 5]:

$$\rho'_z = \frac{\rho_{z0} \rho_{кл}}{\rho_{Cu}} \left(\frac{b_z \sqrt{\rho_z} + b_{кл} \sqrt{\rho_{кл} \mu'_z}}{b_z \sqrt{\rho_{кл}} + b_{кл} \sqrt{\rho_z \mu'_z}} \right), \quad (13)$$

где ρ_z , $\rho_{кл}$ — удельное сопротивление зубца и клина; $\mu'_z = \mu_z / \mu_0$ — относительная магнитная проницаемость коронки зубца. При этом дополнительно могут быть учтены некоторые конструктивные особенности поверхности ротора. Например, для учета разделения клина по длине и возникающих при этом эффектов перетекания токов из клина в зубец и обратно значение $\rho_{кл}$ в формуле (13) может быть умножено на дополнительный коэффициент, полученный в [Л. 8]. Аналогично может быть произведен учет вентиляционных кольцевых каналов на роторе путем умножения ρ_z на соответствующий коэффициент [Л. 6].

В магнитном отношении рассматриваемый эквивалентный цилиндр характеризуется магнитными проницаемостями $\mu_{\varphi R}$ и μ_{rR} , значения которых могут быть получены так же, как и при описании зубцового слоя статора. Магнитная проницаемость рассматриваемого цилиндра записывается в виде:

$$\bar{\mu}_R = \bar{\mu}_{\varphi R} + j \mu_{rR} = \bar{\mu}_0 (1 + b_z / b_{кл}) \left(\frac{R}{r} \right)^2 + \bar{\mu}_e \left(\frac{R}{r} \right)^2. \quad (14)$$

Исследования показывают, что в данном случае для расчета индукции и потерь на поверхности ротора остаются справедливыми формулы (9), (11) и (12), в которые необходимо ввести эквивалентные параметры ротора: $\rho'_R = \rho'_z$, вычисляем

№ п/п	Вид расчета	Значения потерь турбогенераторов, кВт								
		АТГВ-200			АТГВ-200М			АТГВ-500		
		P_v	P_z	ΣP	P_v	P_z	ΣP	P_v	P_z	ΣP
1	по РТМ	123,5	1,3	124,8	123,3	351,1	477,4	731,9	56,3	788,2
2	по формуле [1, 5]	168,2	0,05	168,2	246	160	403	655	5,5	660,5
3	по формуле (12)	192,5	0,055	192,5	270	157	427	755	6	761
4	по формуле (16)	193,4	0,16	193,6	279	295	574	760	14,6	774,7
5	по формуле (12) (эквивалентный ротор)	81,4	0,1	81,5	134	211,8	345,8	384	10,5	394,5

Примечание. p_v — потери от высших гармоник, p_z — потери от зубцовых гармоник, Σp — сумма потерь.

по формуле (13), и $\mu_R = \mu_{\varphi R} = \mu_0(1 + b_z/b_{кл})$. Таким образом, используя теорию гладкого ротора, можно учесть наличие клиньев и зубцов на поверхности ротора путем введения эквивалентных параметров.

Однако проблема точного определения параметров ротора p_R и особенно μ_R весьма сложна. В некоторых случаях обобщенное задание этих параметров оказывается весьма затруднительным. В таких случаях возможно получить формулу для максимальных потерь, которая не зависит от параметров ротора. Для получения этой формулы выражения (11) или (12) могут быть исследованы на экстремум в зависимости от обобщенного параметра ротора $\sqrt{\mu'_R p'_R}$.

Из уравнения $\partial p_v / \partial (\sqrt{\mu'_R p'_R}) = 0$ можно получить значение этого параметра, при котором функция p_v достигает максимума:

$$(\sqrt{\mu'_R p'_R})_m = \sqrt{2} \gamma_1 k_v / \gamma_2, \quad (15)$$

$$\text{где } k_v = \tau_1 \sqrt{\nu \pm 1} / \nu \pi \Delta C_u, \quad \Delta C_u = \sqrt{2 p_{Cu} / \mu_0 \omega}.$$

Подставляя выражение (15) в (12), получим:

$$p_{vmax} = 0,259 \cdot 10^{-6} A^2 \tau_1 \left(\frac{f_1}{50} \right)^{1,5} \sum_v \frac{\nu \pm 1}{\nu} \frac{(k_{bv} k_{\omega} k_{sv})^2}{\gamma_1 \gamma_2}. \quad (16)$$

На рис. 3 представлена кривая относительных потерь p_v / p_{vmax} в функции от $\sqrt{\mu'_R p'_R} / (\sqrt{\mu'_R p'_R})_m$. Если реальные значения μ'_R и p'_R известны, то на кривой можно указать положение реальных потерь относительно максимально возможных.

В таблице приведены результаты расчетов потерь для турбогенераторов мощностью 200 МВт (2 модификации) и 500 МВт. Турбогенераторы спроектированы на базе турбогенераторов типа ТГВ, однако их зазоры уменьшены в 2 раза. Эти турбогенераторы рассматриваются как прототипы турбогенераторов асинхронного типа [Л. 2]. В первой строке приведены расчетные значения потерь, выполненные по РТМ (Турбогенераторы. Расчетные электромагнитные и тепловые ОАА, 682.007—69). Во второй строке приведены потери для гладкого ротора, полученные по формуле, приведенной в [Л. 5]. Эта формула построена на базе математической модели, аналогичной модели, показанной на рис. 2, однако рассмотрение задачи в этой работе велось в прямоугольной системе координат. В третьей строке приводятся результаты расчетов потерь для гладкого ротора по формуле (12) данной статьи.

Сравнение второй и третьей строк позволяет оценить влияние кривизны на расчетные потери. В четвертой строке приведен расчет максимальных потерь по формуле (16). В пятой

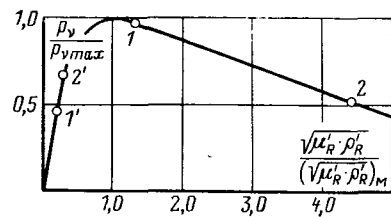


Рис. 3.

строке даны потери, рассчитанные по формуле (12) при предположении ротора эквивалентным анизотропным цилиндром. Из таблицы следует, что добавочные потери в зубчатом роторе с клиньями могут оказаться значительно меньше потерь в гладком роторе. Это объясняется существенным изменением характера электромагнитного поля и общего сопротивления ротора.

Например, для турбогенератора ТГВ-200М с уменьшенным в 2 раза зазором и гладким ротором относительные положения потерь от седьмой и 29-й гармонических поля на кривой потерь (рис. 3) обозначены точками 1 и 2. Если рассмотреть эквивалентный ротор с клиньями, то потери от этих же гармонических займут на кривой положения, обозначенные точками 1' и 2'. Из этого следует, что рифление бочки ротора, выполняемое с целью снижения перегрева ротора, приводит к некоторому повышению потерь, поскольку это увеличивает p_R . При этом, однако, увеличение поверхности охлаждения ротора может компенсировать увеличение добавочных потерь, и перегрев бочки ротора уменьшится.

Из таблицы следует также, что с точки зрения потерь генератор, выполненный на базе статора ТГВ-200, более предпочтителен. При зазоре $\delta = 50$ мм потери в роторе у такого генератора будут на 264,3 кВт меньше, чем в генераторе, выполненном на базе статора ТГВ-200М. Такое различие объясняется большим числом зубцов статора у ТГВ-200, большим значением коэффициента Картера, а значит и эффективного зазора, меньшим обмоточным коэффициентом за счет меньшего коэффициента распределения ($q = 10$ у ТГВ-200 и $q = 5$ у ТГВ-200М), большей высотой токового слоя статора ($h_{\pi} = 250$ мм у ТГВ-200 и $h_{\pi} = 183$ мм у ТГВ-200М) при той же линейной нагрузке статора. При увеличении зазора это различие резко уменьшится. Однако при обеспечении необходимого охлаждения этот уровень потерь (345,8 кВт) у ТГВ-200М при $\delta = 50$ мм можно считать допустимым.

Из таблицы видно, что РТМ для рассматриваемых турбогенераторов дает завышенные значения потерь по сравнению с рассчитанными по рекомендуемой формуле (12) (для эквивалентного ротора). Это превышение растет при увеличении мощности турбогенератора. Например, для нагрузочного генератора типа ТГН-1000 при обычном зазоре ($\delta = 130$ мм) потери, рассчитанные по РТМ, составляют 356 кВт. Потери же, рассчитанные по формуле (12) даже для гладкого ротора составляют 268 кВт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Брынский Е. А. Распределение электромагнитного поля в массивном роторе с немагнитными клиньями. — В кн.: Турбо- и гидрогенераторы большой мощности и перспективы их развития. Л.: Наука, 1969.
- Теория и методы расчета асинхронных турбогенераторов/ Постников И. М., Новиков А. В., Прокофьев Ю. А. и др. Киев: Наукова думка, 1977.
- Турбогенераторы. Расчет и конструкция/ Титов В. В., Хуторенский Г. Н., Загородная Г. А. и др. Л.: Энергия, 1967.
- Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1949.
- Постников И. М., Васильковский Ю. Н., Остапчук Л. Б. Добавочные потери на поверхности ротора турбогенератора от высших и зубцовых гармонических поля статора. Киев. Изд. ИЭД АН УССР, 1977, вып. 149.
- Данилевич Я. Б., Кашарский Э. Г. Добавочные потери в электрических машинах. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963.
- Данилевич Я. Б. Добавочные потери в турбо- и гидрогенераторах. Л.: Наука, 1973.
- Брынский Е. А. Сопротивление клина ротора турбогенератора, разделенного по длине. — В кн.: Высокоиспользуемые турбо- и гидрогенераторы с непосредственным охлаждением. Л.: Наука, 1971.

[27.06.78]

Индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей обмоток турбогенератора

ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., доктор техн. наук

Ленинград

С ростом мощности турбогенераторов и увеличением использования активного объема повышаются требования к точности определения индуктивностей рассеяния обмоток. В настоящее время достаточно разработанными являются методы расчета индуктивных сопротивлений активных частей обмоток [Л. 1 и 2], методы же расчета индуктивных сопротивлений рассеяния лобовых частей обмоток требуют дальнейшего совершенствования. В статье для нахождения более точных значений параметров рассеяния лобовых частей обмоток используются методы расчета полей в зоне лобовых частей обмоток, разработанные в [Л. 3—6].

Будем определять индуктивности рассеяния через энергию магнитного поля W [Л. 7], которую, в свою очередь, будем находить через векторный потенциал \vec{A} :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \vec{S} dV, \quad (1)$$

где \vec{S} — плотность тока в обмотке, а интегрирование производится по объему V , занятому током.

Индуктивность рассеяния L_1 фазы m -фазной обмотки статора при симметричной системе токов с амплитудой I_m [Л. 7] запишем в виде

$$L_1 = 4W / (mI_m^2). \quad (2)$$

На рисунке представлена зона лобовых частей обмоток турбогенератора. С достаточной степенью точности [Л. 6] область лобовых частей можно принять в виде прямоугольного параллелепипеда и не учитывать кривизну обмоток и сердечника статора. При определении индуктивности L_1 можно пренебречь влиянием вихревых токов в крайних пакетах, щите и других электропроводящих конструктивных элементах, расположенных в зоне лобовых частей обмоток, а также влиянием вихревых и циркуляционных токов в обмотке статора. Как показывают расчеты [Л. 6], влияние вихревых токов на поле в зоне лобовых частей обмотки невелико. Кроме того, не учитываем насыщения стали всех ферромагнитных элементов, ограничивающих зону лобовых частей, так как по данным исследований внешнее поле заданной системы токов даже на поверхности границы в случае уменьшения ее магнитной проницаемости до $\mu = 40\mu_0$ искажается не более, чем на 5%.

Как показали расчеты, при определении индуктивности рассеяния лобовых частей обмотки статора с достаточной степенью точности можно изгиб лобовых частей в вертикальной плоскости (см. рисунок) учитывать лишь приближенно и положить, что $A_y \approx 0$ и $S_y \approx 0$. В результате индуктивность рассеяния обмотки определяется по формуле

$$L_1 = \frac{4p}{mI_m^2} \int_0^T dz \int_0^H dy \int_0^{2\tau} (A_x S_x + A_z S_z) dx, \quad (3)$$

где p — число пар полюсов; τ — полюсное деление; T , H — размеры зоны лобовых частей (см. рисунок).

В более сложных случаях лобовую часть обмотки статора можно рассматривать состоящей из N горизонтальных элементов, тогда по (3) находится индуктивное сопротивление рассеяния k -го элемента, а индуктивность рассеяния всей обмотки определяется суммой

$$L_1 = \sum_{k=1}^N L_k.$$

Величины A_x , A_z , S_x и S_z состоят из двух слагаемых, обусловленных токами нижнего и верхнего слоев лобовых частей, например,

$$A_x = A_{xH} + A_{xB}, \quad (4)$$

поэтому

$$A_x S_x + A_z S_z = A_{xB} S_{xB} + A_{xH} S_{xH} + A_{zB} S_{zB} + A_{zH} S_{zH} + 2A_{xB} S_{xH} + 2A_{zB} S_{zH}. \quad (5)$$

В (5) учтено, что

$$\int_V A_H S_B dV = \int_V A_B S_H dV.$$

Таким образом, тройной интеграл в (3) представляется в виде суммы ряда слагаемых, причем для каждого слагаемого интегрирование ведется по области, в которой соответствующая составляющая \vec{S} отлична от нуля. При этом должны быть использованы значения составляющих \vec{A} также в этой области.

Плотности токов верхнего и нижнего слоев могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} S_{xB} &= S'_m \cos \vartheta \frac{e^{j(a_B + bz)} - e^{-j(a_B + bz)}}{2j}; \\ S_{xH} &= -S'_m \cos \vartheta \frac{e^{j(a_H + bz)} - e^{-j(a_H + bz)}}{2j}; \\ S_{zB} &= S'_m \sin \vartheta \sin \alpha \frac{e^{j(a_B + bz)} - e^{-j(a_B + bz)}}{2j}; \\ S_{zH} &= S'_m \sin \vartheta \sin \alpha \frac{e^{j(a_H + bz)} - e^{-j(a_H + bz)}}{2j}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

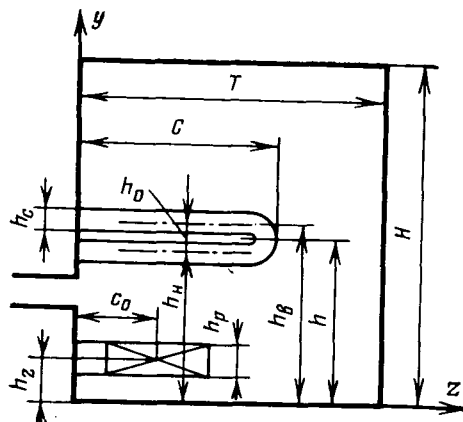
$$\begin{aligned} \text{где } a_B &= \frac{\pi x}{\tau} - (1 - \beta) \frac{\pi}{2} \mp \omega t; \quad a_H = \frac{\pi x}{\tau} + (1 - \beta) \frac{\pi}{2} \mp \omega t; \\ b &= \frac{\pi \beta}{2c}; \quad \text{амплитуда плотности тока } S'_m = \frac{3}{2} \frac{\omega k_{p1}}{p} \times \\ &\times \frac{I_m}{h_c \tau \sin \vartheta}; \end{aligned}$$

ω — число витков обмотки статора в фазе; k_{p1} — коэффициент распределения обмотки; β — укорочение шага обмотки статора; c — вылет обмотки в осевом направлении; h_c — высота стержня обмотки; ϑ — угол наклона лобовых частей обмотки статора в плоскости xOz ; α — угол наклона конусных поверхностей, отсчитываемый от оси y ; при принятых в статье допущениях $\alpha \approx 90^\circ$.

Величины векторного потенциала $A_{xH(B)}$ и $A_{zH(B)}$, определяемые током в самом нижнем (верхнем) слое стержней, равны:

$$\left. \begin{aligned} A_{xH(B)} &= \frac{\mu_0}{T} \sum_{n=0,1,2,\dots} \frac{4}{\lambda^2} \left[\frac{\text{sh} \frac{\lambda h_c}{2} \text{ch} \lambda y}{\text{sh} \lambda H} - \right. \\ &\quad \left. - \text{sh}^2 \frac{\lambda}{2} \left(y - h_{H(B)} - \frac{h_c}{2} \right) \right] \cos \frac{n\pi z}{T} \int_0^c S_{xH(B)} \cos \frac{n\pi z}{T} dz; \\ A_{zH(B)} &= \frac{\mu_0}{T} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{4}{\lambda^2} \left[\frac{\text{sh} \frac{\lambda h_c}{2} \text{sh} \lambda y}{\text{sh} \lambda H} - \right. \\ &\quad \left. - \text{sh}^2 \frac{\lambda}{2} \left(y - h_{H(B)} - \frac{h_c}{2} \right) \right] \sin \frac{n\pi z}{T} \int_0^c S_{zH(B)} \sin \frac{n\pi z}{T} dz, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{где } \lambda^2 = \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{T} \right)^2.$$



Составляющие векторного потенциала $A_{xв}$ и $A_{zв}$, обусловленные токами в нижних слоях стержней, равны:

$$\left. \begin{aligned} A_{xв} &= \frac{\mu_0}{T} \sum_{n=0,1,2,\dots} \frac{4 \operatorname{sh} \frac{\lambda h_c}{2}}{\lambda^2 \operatorname{sh} \lambda H} [\operatorname{ch} \lambda (H - h_b) \operatorname{ch} \lambda y - \\ &\quad - \operatorname{sh} \lambda H \operatorname{sh} \lambda (y - h_b)] \cos \frac{n\pi z}{T} \int_0^c S_{xн} \cos \frac{n\pi z}{T} dz, \\ A_{zв} &= \frac{\mu_0}{T} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{4 \operatorname{sh} \frac{\lambda h_c}{2}}{\lambda^2 \operatorname{sh} \lambda H} [\operatorname{sh} \lambda (H - h_b) \operatorname{sh} \lambda y - \\ &\quad - \operatorname{sh} \lambda H \operatorname{sh} \lambda (y - h_b)] \sin \frac{n\pi z}{T} \int_0^c S_{zн} \sin \frac{n\pi z}{T} dz. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В (7) и (8) и далее при суммировании значение члена $n=0$ делится пополам.

Принтегрировав (3) с учетом (6)–(8), для индуктивности рассеяния лобовых частей обмотки статора получим:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{8m\mu_0\omega^2 k^2 p_1}{T p t h_c^2 \sin^2 \vartheta} \sum_{n=0,1,2,\dots} \frac{1}{\lambda^3 \left[\left(\frac{n\pi}{T} \right)^2 - \left(\frac{\pi\beta}{2c} \right)^2 \right]^2} \times \\ &\times \left\{ \left[\left(\frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \cos^2 \vartheta + \frac{n^2\pi^2}{T^2} \sin^2 \vartheta \right) \left(1 - \cos \frac{\pi\beta}{2} \cos \frac{n\pi c}{T} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{n^2\pi^2}{T^2} - \frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \right) \cos 2\vartheta \sin^2 \frac{n\pi c}{T} - \frac{n\pi^2\beta}{2cT} \right] \times \right. \\ &\quad \times \sin \frac{\pi\beta}{2} \sin \frac{n\pi c}{T} \left[\frac{2 \operatorname{sh}^2 \lambda \frac{h_c}{2}}{\operatorname{th} \lambda h_b + \operatorname{th} \lambda (H - h_b)} + \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2 \operatorname{sh}^2 \lambda \frac{h_c}{2}}{\operatorname{th} \lambda h_H + \operatorname{th} \lambda (H - h_H)} - \operatorname{sh} \lambda h_c + \lambda h_c \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left[\left(\frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \cos^2 \vartheta + \frac{n^2\pi^2}{T^2} \sin^2 \vartheta \right) \left(\cos^2 \frac{\pi\beta}{2} - \cos \frac{\pi\beta}{2} \times \right. \right. \right. \\ &\quad \times \cos \frac{n\pi c}{T} \left. \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{n^2\pi^2}{T^2} - \frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \right) \sin^2 \frac{n\pi c}{T} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n\pi^2\beta}{2cT} \sin \frac{\pi\beta}{2} \sin \frac{n\pi c}{T} \right] \left[\frac{4 (\operatorname{ch} \lambda h_0 - \operatorname{th} \lambda h_b \operatorname{sh} \lambda h_0)}{\operatorname{th} \lambda h_b + \operatorname{th} \lambda (H - h_b)} \right] \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Мощность турбогенератора, МВт	Расчет L_1		Расчет L_2	
	По формуле (9)	Согласно [Л. 1]	По формуле (11)	Согласно [Л. 1]
300	$0,69 \cdot 10^{-4}$	$0,81 \cdot 10^{-4}$	$0,109 \cdot 10^{-2}$	$1,15 \cdot 10^{-2}$
500	$0,52 \cdot 10^{-4}$	$0,72 \cdot 10^{-4}$	$0,125 \cdot 10^{-2}$	$1,57 \cdot 10^{-2}$
800	$0,45 \cdot 10^{-4}$	$0,56 \cdot 10^{-4}$	$0,136 \cdot 10^{-2}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$

Результаты расчета индуктивности L_1 для турбогенераторов различной мощности по (9) приведены в таблице, там же для сравнения приведены данные расчета L_1 по [Л. 1]. Из таблицы следует, что использование методики [Л. 1] дает завышенные до 40% значения L_1 , что объясняется неучетом основных величин, характеризующих выполнение зоны лобовых частей обмоток.

При практических расчетах выражение (9) может быть несколько упрощено. Как показывает анализ, взаимноиндуктивное влияние верхнего и нижнего слоев сравнительно мало, что объясняется перекрещиванием нижнего и верхнего стержней под углом 2ϑ , близким к 90° . Кроме того, в большинстве случаев расстояние $H \gg h_c$. В результате

$$\begin{aligned} L_1 &\approx \frac{8m\mu_0\omega^2 k^2 p_1}{p T \sin^2 \vartheta} \sum_{n=0,1,2,\dots} \frac{1}{\lambda \left[\left(\frac{n\pi}{T} \right)^2 - \left(\frac{\pi\beta}{2c} \right)^2 \right]^2} \times \\ &\times \left[\left(\frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \cos^2 \vartheta + \frac{n^2\pi^2}{T^2} \sin^2 \vartheta \right) \sin^2 \frac{\pi\beta}{2} - \left(\frac{\pi^2\beta^2}{4c^2} \sin^2 \vartheta + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n^2\pi^2}{T^2} \cos^2 \vartheta \right) \sin^2 \frac{n\pi c}{T} - \frac{n\pi^2\beta}{cT} \sin \frac{\pi\beta}{2} \sin \frac{n\pi c}{T} \right] \times \\ &\quad \times \frac{1}{\operatorname{th} \lambda h + \operatorname{th} \lambda (H - h)}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\text{где } h = \frac{h_b + h_H}{2}.$$

Индуктивность рассеяния лобовых частей обмотки ротора также может быть найдена по (3). Используя выражения для плотностей тока и векторного потенциала, полученные в [Л. 5 и 6], после вычисления интегралов и преобразований получим:

$$\begin{aligned} L_2 &= \frac{8\mu_0\omega^2 w_2}{p T h_p^2} \sum_{n=0,1,2,\dots} \left[\frac{k^2 p_n}{\pi^2} \cos^2 \frac{\gamma\pi}{4} \left(\frac{2T}{n\pi b_{k2}} \right)^2 \times \right. \\ &\times \sin^2 \frac{n\pi b_{k2}}{2T} \cos^2 \frac{n\pi c_0}{T} + \left(\frac{\sin \frac{\gamma\pi}{2}}{\frac{\gamma\pi}{2}} \right)^2 \left(\frac{2T}{n\pi c} \right)^2 \times \\ &\times \sin^2 \frac{n\pi c_0}{2T} \left. \right] \left[\frac{4}{\lambda^3} \left(\frac{2 \operatorname{sh}^2 \lambda \frac{h_p}{2}}{\operatorname{th} \lambda h_2 + \operatorname{th} \lambda (H - h_2)} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \operatorname{sh} \lambda h_p + \frac{1}{2} \lambda h_p \right) \right], \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$k_{pn} = \frac{\sin \left(\frac{q_2}{2} \frac{n\pi t_{z2}}{2T} \right)}{\frac{q_2}{2} \sin \frac{n\pi t_{z2}}{2T}};$$

w_2 — число последовательно соединенных витков обмотки возбуждения; h_p — высота катушки ротора; γ — отношение обмоточной части окружности ротора к полной окружности; t_{z2} — зубцовое деление ротора; q_2 — число катушек ротора на полюс; b_{k2} — ширина катушки; c_0 — расстояние от торца бочки ротора до середины лобовых частей обмотки (см. рисунок).

Результаты расчета L_2 по (11) приведены в таблице. Сравнение данных расчета L_2 по (11) и по методике [Л. 1] показывает, что определение этой величины в виде $L_2 = 0,02L_{ad}$, где L_{ad} — индуктивное сопротивление взаимной индукции обмоток статора и ротора, является весьма приближенным и дает неправильные результаты.

Как следует из таблицы, описанная в статье методика позволяет уточнить расчет L_1 и L_2 .*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. / Титов В. В., Хуторецкий Г. М., Загородная Г. А. и др. Л.: Энергия, 1967.
2. Данилевич Я. Б., Домбровский В. В., Казовский Е. Я. Параметры электрических машин переменного тока. Л.: Наука, 1965.

* Расчеты выполнены Р. М. Пипко и Е. М. Смирновой.

3. Вольдек А. И. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. — Электричество, 1963, № 1.

4. Вольдек А. И. Методика расчета векторного магнитного потенциала лобовых частей обмоток электрических машин. — Труды ЛПИ им. М. И. Калинина, 1964, № 241.

5. Вольдек А. И., Данилевич Я. Б. Метод расчета магнитного поля в зоне лобовых частей обмоток статора и ротора турбогенератора. — В кн.: Исследование электромагнитных полей, параметров и потерь в мощных электрических машинах. Л.: Наука, 1966.

6. Данилевич Я. Б. Добавочные потери в турбо- и гидрогенераторах. Л.: Наука, 1973.

7. Вольдек А. И. Зависимость между энергией магнитного поля и индуктивностями многофазных обмоток. — Труды ЛПИ им. М. И. Калинина, 1964, № 241.

[07.09.78]

УДК 621.315.1.027.5.001.24

Оптимизация длины пролета воздушных линий 10 кВ

БЕРЕЗНЕВ Ю. И.

Саратов

Оптимизация основных конструктивных параметров ВЛ — задача сложная и многофакторная, требующая большого объема вычислительных работ, разработки и освоения специальных программ для ЦВМ. Учитывая частный характер рассматриваемого в сообщении вопроса, целесообразно реализовать и несколько иной подход к его решению. Оптимизацию длины пролета ВЛ 10 кВ предлагается свести к задаче одномерного поиска (минимизации) на основе полиномиальной аппроксимации [Л. 1] следующим образом.

При выборе конструкции опор и пролета заданным является сечение провода, напряжение ВЛ, метеорологические и геологические условия трассы. В соответствии с [Л. 2] оптимальный пролет можно определить по минимуму удельных капитальных затрат, отнесенных к одному километру линии:

$$K_{ВЛ} = K_{оп}/l, \quad (1)$$

где $K_{оп}$ — полная стоимость опоры, включая изоляцию, фундаменты, заземление (если оно необходимо), земляные работы, транспортные расходы, стоимость монтажа и установки, а также стоимость освоения новых земель взамен отводимых под опору; l — длина пролета, км.

Как показано в [Л. 2], полная стоимость опоры может быть аппроксимирована степенным двучленом вида

$$K_{оп} = a + bl^n, \quad (2)$$

где a — постоянная составляющая полной стоимости опоры, независимая от длины пролета; b — коэффициент при составляющей стоимости, зависящей от длины пролета; n — безразмерный коэффициент.

Основываясь на предыдущем опыте проектирования и строительства ВЛ, устанавливается возможный диапазон изменения l , т. е. интервал, содержащий значение оптимального пролета при заданных условиях и называемый обычно зоной поиска. Для трех значений l из зоны поиска выполняется в соответствии с действующими нормативными положениями расчет опор и их оснований (решаются уравнения или неравенства ограничений). Так как принятые значения l входят теперь в число исходных данных для этих расчетов, то учет всех ограничивающих условий (технических ограничений) существенно упрощается и выполняется на ЦВМ обычными методами. Для полученных в результате расчета трех конструкций опор определяются в соответствии с действующими сметными нормами их полные стоимости.

Подставляя соответствующие значения l_i и $K_{опi}$ ($i=1, 2, 3$) в (2), получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными a , b и n , решая которую находим двучлен (2), проходящий через три точки ($l_i, K_{опi}$).

Зная a , b и n , целевую функцию (1) можно представить следующим образом:

$$K_{ВЛ} = al^{-1} + bl^{n-1}. \quad (3)$$

Отыскивая минимум целевой функции (3), получаем оптимальное значение длины пролета ВЛ:

$$l_0 = \sqrt[n]{\frac{a}{(n-1)b}}. \quad (4)$$

Подставляя значение l_0 в (2) и (3), можно определить оптимальное значение целевой функции и полную стоимость оптимальной опоры:

$$K_{ВЛ0} = \frac{abn}{\sqrt[n]{ab^{n-1}(n-1)^{n-1}}}; \quad (5)$$

$$K_{оп,0} = \frac{n}{n-1}a. \quad (6)$$

При отклонении пролета l от его оптимального значения l_0 относительное увеличение удельных капитальных затрат

$$\beta = \frac{1}{n} [\alpha^{n-1} + (n-1)\alpha^{-1}], \quad (7)$$

где $\alpha = \frac{l}{l_0}$.

Выражение (7) можно записать в виде

$$\alpha^n - \beta n \alpha + (n-1) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) позволяет определять предельные значения относительного отклонения α пролета l от оптимального значения l_0 при различных значениях допустимого превышения β удельных капитальных затрат, т. е. определять интервал практического оптимума.

Если полученное по (4) значение l_{01} не попадает в ранее принятую зону поиска, то для проверки и повышения точности оценки рекомендуется повторить все расчеты для зоны поиска, содержащей внутри себя l_{01} , и получить уточненные значения $l_{0,у}$ и длины интервала практического оптимума.

Заметим, что при выполнении расчетов на ЦВМ целесообразно сразу принять более трех значений l , охватывающих и соответственно большую зону поиска. Это позволит, используя численные методы анализа, уточнить не только параметры, но и вид эмпирической формулы (2), т. е. обеспечить необходимую для практического проектирования точность аппроксимации зависимости полной стоимости опоры от длины пролета.

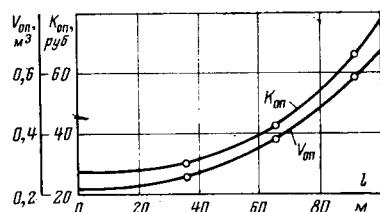


Рис. 1.

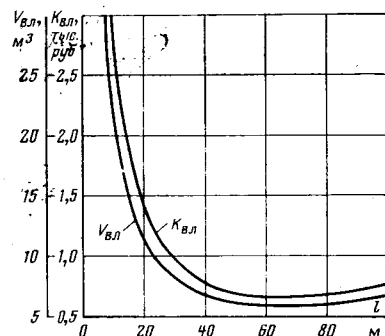


Рис. 2.

Для значения $l_{0.у}$ выполняется расчет опоры, в результате которого определяются конструктивные параметры элементов опоры (например, диаметр и длина деревянной стойки, длина траверсы, заглубление опоры в грунте) с учетом дискретности их значений. В связи с округлением отдельных параметров до ближайших дискретных значений необходимо уточнить по ограничивающим условиям значение длины пролета и проверить попадание ее в интервал практического оптимума. Если в интервал практического оптимума попадают опоры нескольких типоразмеров, т. е. эти опоры практически равноценны по удельным капитальным затратам, то предпочтительный типоразмер опоры выбирается по другим критериям (например, по расходу материалов, трудоемкости строительства ВЛ на этих опорах и т. п.).

Построение степенного двучлена (2) и целевой функции (3) выполнялось в предположении непрерывности искомых переменных, входящих в целевую функцию и уравнения ограничений. Возможность такого допущения на стадии отыскания интервала практического оптимума не исключается ни теорией, ни практикой решения экстремальных задач.

Целесообразность применения предложенного метода оптимизации длины пролета и конструктивных параметров опоры ВЛ 10 кВ определяется следующими соображениями:

- учет всех существенных ограничивающих условий повышает точность получаемого оптимального решения;
- определение интервала практического оптимума позволяет учитывать не только основной (минимум удельных капитальных затрат), но и другие критерии оптимизации;
- сведение оптимизации конструктивных параметров ВЛ к задаче одномерной минимизации, учет технических ограничений обычными расчетными методами, принятыми в практике проектирования ВЛ, обеспечивают относительную простоту метода и минимальные затраты времени на его изучение;

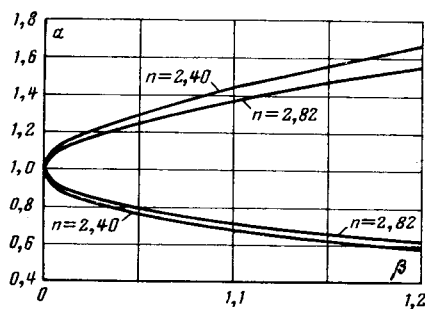


Рис. 3.

возможность использования имеющихся в проектных организациях программ для расчета на ЦВМ опор ВЛ и их оснований, а также стандартных программ аппроксимирования эмпирических зависимостей снижает затраты времени и средств на освоение и практическое использование метода.

В качестве примера применения предложенного метода рассчитаны параметры оптимальной опоры (из цельного леса, с траверсой) ВЛ 10 кВ сельскохозяйственного назначения, сооружаемой в ненаселенной местности проводом А-70 в ИП-районе по ветру и гололеду. Остальные исходные данные те же, что и в типовом проекте серии 3.407-85.

Из опыта проектирования и строительства ВЛ 10 кВ было принято предварительное значение пассивной высоты опоры [Л. 2] $h_n = h_a + h_r + h_b = 2 + 6 + 1 = 9$ м, где h_a — часть опоры, закрепляемая в грунте; h_r — габарит от низшего провода в середине пролета до земли; h_b — верхушка опоры.

Учитывая существенную дискретность деревянных стоек по длине согласно ГОСТ 9463-72, а также возможность использования ценника на материалы для строительства сельских ВЛ с целью получения более достоверных результатов, задавались значениями не длин пролетов, а тремя значениями высоты опоры (стойки):

$$h_1 = 9,5 \text{ м}; h_2 = 11 \text{ м}; h_3 = 13 \text{ м}.$$

Зависимости (2), (3) и (8), полученные в ходе расчета, приведены соответственно на рис. 1, 2 и 3. При этом $n = 2,82$ для двучлена, аппроксимирующего полную стоимость опоры, и $n = 2,4$ для двучлена, аппроксимирующего расход древесины на опору $V_{оп}$.

Основные параметры оптимальной опоры ВЛ 10 кВ, полученные в результате расчета: $l_0 = 65$ м; $h_0 = 11$ м; диаметр стойки в верхнем отрубе $d_0 = 16$ см; $h_a = 2,1$ м; длина траверсы 2,15 м; $h_n = 9,1$ м; $h_0 = 1,21 h_n$.

Полученные параметры оптимальной опоры и параметры типовой опоры ВЛ 10 кВ для тех же исходных данных, что и в примере, полностью совпадают. Это позволяет надеяться, что предлагаемый метод оптимизации не должен давать погрешности, превышающей допустимую для практического проектирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аоки М. Введение в методы оптимизации. М.: Наука, 1977.
2. Шнелль Р. В. О теории оптимизации высоты опор и длины пролета воздушных линий. — Электричество, 1971, № 8. [15.12.78]

К теории переходных процессов в линейных цепях при «некорректно» поставленных задачах

АРТЕМЬЕВ В. М.

Московский горный институт

Переходные процессы, как правило, возникают в электрических цепях в результате каких-либо переключений или изменений параметров этих цепей. Теоретический анализ линейных электрических цепей базируется на математически строгой, предельной идеализации реальных физических процессов и свойств элементов, из которых состоят анализируемые цепи. При таком подходе к анализу электрических цепей нередко возникают ситуации, когда для выполнения законов Кирхгофа, описывающих электрическое состояние цепей, необходимо допускать возможность скачкообразного изменения в момент коммутации либо напряжений на емкостях, либо токов, протекающих через индуктивности, нарушая тем самым законы коммутации, согласно которым указанные величины являются непрерывными функциями времени.

Будем называть «некорректными» задачи, приводящие к рассмотрению разрывных функций, к которым в электротехнике (с точки зрения соблюдения «корректности») относятся функции, описывающие изменения напряжений на емкостях или токов, протекающих через индуктивности, во времени.

При строгом теоретическом исследовании электрических цепей в переходных режимах часто возникает необходимость дифференцирования таких функций в точках разрыва их непрерывности, что в рамках классического анализа является операцией неосуществимой. Следует заметить, что это затруднение может быть преодолено исключением из рассматриваемого интервала времени точек разрыва, т. е. путем нахождения начальных значений, соответствующих правостороннему пределу искомых разрывных функций, от которого последние начинают свое непрерывное изменение в области $t > 0$. Однако данный прием, как правило, сопряжен с дополнительными затратами на вычислительные операции, связанные с применением законов либо сохранения заряда, либо сохранения магнитного потока сцепления.

Начальные значения напряжений на емкостях $u(0_+)$ и токов в индуктивностях $i(0_+)$ полностью зависят и определяют режим электрической цепи, предшествующий тому изменению в структуре цепи, которое привело к скачкообразному появлению этих значений, а следовательно, и от своих «предшествующих» значений $u(0_-)$ и $i(0_-)$, т. е. от левосторонних пределов в точке $t=0$ искомых разрывных функций.

Так как значения напряжений на емкостях $u(0_-)$ и токов в индуктивностях $i(0_-)$ всегда известны, было бы рационально использовать при анализе электрической цепи в переходном режиме в качестве начальных условий именно эти величины.

Формулы, определяющие изменение напряжений на емкостях $u_C(t)$ и индуктивностях $u_L(t)$ во времени, с учетом значений $u(0_-)$ и $i(0_-)$ имеют вид [Л. 1 и 2]:

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u(0_-); \quad (1)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} + L [i(0_+) - i(0_-)] \delta(t) \quad (2)$$

или в операторной форме:

$$U_C(p) = \frac{1}{pC} I(p) + \frac{1}{p} u(0_-); \quad (3)$$

$$U_L(p) = pLI(p) - Li(0_-). \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) позволяют учесть «предшествующие» значения напряжений $u(0_-)$ и токов $i(0_-)$ и тем самым избавляют от необходимости вычисления послекоммутационных начальных значений $u(0_+)$ и $i(0_+)$. Тем не менее подобная методика обладает определенными недостатками.

Формулы (1)–(4) получены для «полных» напряжений, которые в свою очередь определяются своими принужденными и свободными составляющими, поэтому их непосредственное применение приводит к необходимости учитывать все действующие в рассматриваемой цепи источники энергии. В общем случае анализируемые электрические цепи могут со-

держивать не один, а несколько источников энергии, описываемых сложными математическими функциями, при этом даже применение операторного метода может оказаться неэффективным вследствие довольно громоздких изображений искомых функций.

Поскольку характер переходного процесса определяется главным образом изменением свободных составляющих искомых функций, то, безусловно, было бы значительно проще находить эти составляющие отдельно, пользуясь, однако, известными значениями $u(0_-)$ и $i(0_-)$. Кроме того, если в цепи имеется не один, а несколько источников, закон изменения напряжений или токов которых в общем случае описывается произвольными функциями времени, то анализ переходных процессов в такой цепи и при наличии многократно повторяющихся коммутаций путем определения отдельно лишь свободных составляющих может оказаться единственным методом, позволяющим быстро и в простой форме получить результат.

Для решения указанной задачи воспользуемся формулами (1) и (2) в более общей записи:

$$f'_{об}(t) = \left(\frac{df(t)}{dt} \right)_{об} = f'_{кл}(t) + [f(0_+) - f(0_-)] \delta(t); \quad (5)$$

$$f_{об}(t) = \int_0^t F_{об}(t) dt + f(0_-). \quad (6)$$

Здесь $f_{об}(t)$ и $f'_{об}(t)$ обозначают соответственно некоторую произвольную обобщенную функцию и ее обобщенную производную; $f'_{кл}(t)$ — классическая производная разрывной функции $f(t)$ во всех точках, кроме $t=0$.

Справедливо заметить, что разрывную обобщенную функцию с точки зрения анализа переходных процессов можно представить состоящей из двух слагаемых, одно из которых соответствует установившемуся после коммутации режиму электрической цепи $f_{пр.об}(t)$, а другое, определяющее «свободный» режим, называется свободной составляющей $f_{св.об}(t)$:

$$f_{об}(t) = f_{пр.об}(t) + f_{св.об}(t). \quad (7)$$

Принимая во внимание, что принужденный режим не возникает в цепи скачком сразу после коммутации, а является тем установившимся режимом, который соответствует послекоммутационному состоянию цепи и, следовательно, описывается непрерывными при $t=0$ функциями времени, можем записать:

$$f_{пр.об}(t) = f_{пр.кл}(t),$$

причем $f_{пр}(0_-) = f_{пр}(0_+) = f_{пр}(0)$.

Здесь символическую запись $f_{пр}(0_-)$ следует понимать условно как левосторонний предел непрерывного продолжения функции $f_{пр}(t)$ на интервал $-\infty < t \leq 0$, правомочность которого вытекает из вышесказанного в отношении принужденного режима.

Рассматривая функции, описывающие установившийся режим с позиций теории обобщенных функций, получим следующие равенства:

$$f'_{пр.об}(t) = f'_{пр.кл}(t); \quad (8)$$

$$f_{пр.об}(t) = \int_0^t F_{пр.об}(t) dt + f_{пр}(0). \quad (9)$$

Вычитая из равенства (5) равенство (8), а из (6) равенство (9), найдем

$$f'_{об}(t) - f'_{пр.об}(t) = f'_{кл}(t) - f'_{пр.кл}(t) + [f(0_+) - f(0_-)] \delta(t);$$

$$f_{об}(t) - f_{пр.об}(t) = \int_0^t [F_{об}(t) - F_{пр.об}(t)] dt + [f(0_-) - f_{пр}(0)].$$

Обозначив $f_{св}(0_-) = f(0_-) - f_{пр}(0)$ и учитывая соотношение (7), получим:

$$f'_{св.об}(t) = f'_{св.кл}(t) + [f(0_+) - f(0_-)]\delta(t); \quad (10)$$

$$f_{св.об}(t) = \int_0^t F_{св.об}(t) dt + f_{св}(0_-). \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) позволяют записать выражения свободных составляющих напряжений и токов индуктивных и емкостных элементов электрических цепей для общего случая, когда $i(0_+) \neq i(0_-)$ и $u(0_+) \neq u(0_-)$.

Полученные выражения целесообразно представить в операторной форме записи. Пользуясь известными правилами операционного исчисления, найдем изображение по Лапласу производной $f'_{св.об}(t)$ из (10):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f'_{св.об}(t)] &= pF_{св}(p) - f_{св}(0_+) + [f(0_+) - f(0_-)] \cdot 1 = \\ &= pF_{св}(p) - [f(0_-) - f_{пр}(0)] = pF_{св}(p) - f_{св}(0_-), \end{aligned}$$

где учтено:

$$\begin{aligned} f_{св.кл}(t) &\doteq F_{св}(p); \\ f_{пр}(0) &= f(0_+) - f_{св}(0_+); \\ f_{св}(0_-) &= f(0_-) - f_{пр}(0). \end{aligned}$$

Формула (11) в пространстве изображений имеет вид:

$$\mathcal{S}[f_{св.об}(t)] = \frac{1}{p} \Phi_{св}(p) + \frac{1}{p} f_{св}(0_-),$$

где

$$\begin{aligned} F_{св.об}(t) &\doteq \Phi_{св}(p); \\ f_{св}(0_-) &= f(0_-) - f_{пр}(0). \end{aligned}$$

Наконец, можно представить в операторной форме выражения свободных составляющих напряжений и токов индуктивных и емкостных элементов:

$$\left. \begin{aligned} U_{Лсв}(p) &= pLI_{св}(p) - Li_{св}(0_-); \\ I_{Ссв}(p) &= pCU_{св}(p) - Cu_{св}(0_-); \\ U_{Ссв}(p) &= \frac{1}{pC} I_{св}(p) + \frac{1}{p} u_{св}(0_-); \\ I_{Лсв}(p) &= \frac{1}{pL} U_{св}(p) + \frac{1}{p} i_{св}(0_-). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Здесь значения $u_{св}(0_-)$ и $i_{св}(0_-)$ определяются из соотношений:

$$\left. \begin{aligned} u_{св}(0_-) &= u(0_-) - u_{пр}(0); \\ i_{св}(0_-) &= i(0_-) - i_{пр}(0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В качестве примера применения изложенной методики к решению задач с «некорректно» поставленными начальными условиями рассмотрим электрическую цепь, изображенную на рис. 1. В данной задаче требуется найти закон изменения токов в ветвях после замыкания ключа K при заданных параметрах цепи и источнике тока $J(t)$. Источник тока $J(t)$ в общем случае может быть задан в виде суммы нескольких источников, описываемых произвольного вида функциональными зависимостями. В целях большей наглядности метода рассмотрим случай $J(t) = I_0 = \text{const}$ и $J(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$.

Составим эквивалентную операторную схему замещения исходной цепи для свободных составляющих (рис. 2).

Из схемы рис. 2 видно, что

$$I_{2св}(p) = \frac{\frac{L_2}{L_1 + L_2} i_{2св}(0_-) - \frac{L_1}{L_1 + L_2} i_{1св}(0_-)}{p + \frac{r}{L_1 + L_2}}.$$

Полученному изображению соответствует оригинал

$$i_{2св}(t) = \left[\frac{L_2}{L_1 + L_2} i_{2св}(0_-) - \frac{L_1}{L_1 + L_2} i_{1св}(0_-) \right] e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t},$$

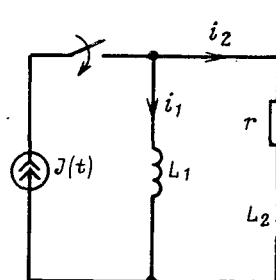


Рис. 1.

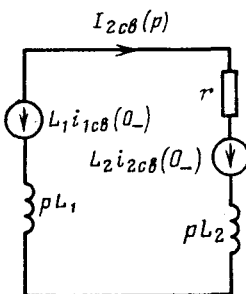


Рис. 2.

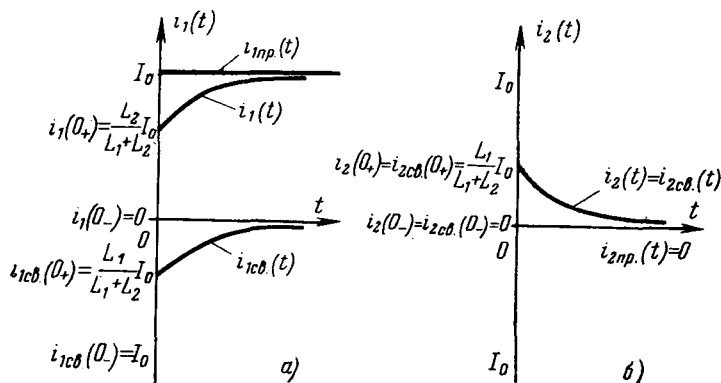


Рис. 3.

где

$$\begin{aligned} i_{1св}(0_-) &= i_1(0_-) - i_{1пр}(0); \\ i_{2св}(0_-) &= i_2(0_-) - i_{2пр}(0). \end{aligned}$$

При $J(t) = I_0 = \text{const}$:

$$i_{1пр}(t) = I_0 = \text{const}; \quad i_{2пр}(t) = 0;$$

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0,$$

следовательно,

$$i_{1св}(0_-) = -I_0; \quad i_{2св}(0_-) = 0.$$

Тогда

$$i_{2св}(t) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} I_0 e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t};$$

$$i_{1св}(t) = -i_{2св}(t) = -\frac{L_1}{L_1 + L_2} I_0 e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t}.$$

Окончательный результат записывается в виде

$$i_1(t) = I_0 \left(1 - \frac{L_1}{L_1 + L_2} \right) e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t};$$

$$i_2(t) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} I_0 e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t}.$$

На рис. 3 приведены графики функций $i_1(t)$ и $i_2(t)$. Перейдем к варианту задачи с синусоидальным источником тока. Здесь токи принужденного режима находятся обычными методами анализа цепей в установившихся режимах:

$$i_{1пр}(t) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi + \phi_1);$$

$$i_{2пр}(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi + \phi_2),$$

где

$$I_{m1} = I_m \frac{\sqrt{[r^2 + \omega^2 L_2 (L_1 + L_2)]^2 + (r\omega L_1)^2}}{r^2 + [\omega (L_1 + L_2)]^2};$$

$$I_{m2} = I_m \frac{\omega L_1 V [\omega (L_1 + L_2)]^2 + r^2}{r^2 + [\omega (L_1 + L_2)]^2};$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-r\omega L_1}{r^2 + \omega^2 L_2 (L_1 + L_2)}; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{r}{\omega (L_1 + L_2)}.$$

Тогда

$$i_{1св}(0_-) = -I_{m1} \sin(\psi + \varphi_1); \quad i_{2св}(0_-) = -I_{m2} \sin(\psi + \varphi_2),$$

так как $i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0$.

Для определения свободных составляющих искоемых токов воспользуемся результатами, полученными при решении первого варианта задачи

$$i_{2св}(t) = \left[\frac{L_1}{L_1 + L_2} I_{m1} \sin(\psi + \varphi_1) - \frac{L_2}{L_1 + L_2} I_{m2} \sin(\psi + \varphi_2) \right] e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t}.$$

Учитывая, что $i_{1св}(t) = -i_{2св}(t)$, запишем окончательный результат в виде:

$$i_1(t) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi + \varphi_1) + \left[\frac{L_2}{L_1 + L_2} I_{m2} \sin(\psi + \varphi_2) - \frac{L_2}{L_1 + L_2} I_{m1} \sin(\psi + \varphi_1) \right] e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t};$$

$$i_2(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi + \varphi_2) + \left[\frac{L_1}{L_1 + L_2} I_{m1} \sin(\psi + \varphi_1) - \frac{L_2}{L_1 + L_2} I_{m2} \sin(\psi + \varphi_2) \right] e^{-\frac{r}{L_1 + L_2} t}.$$

Задавая произвольно I_m , ψ , ω , L_1 , L_2 и r , можно решить задачу в числовых значениях и аналитические выражения $i_1(t)$ и $i_2(t)$ изобразить графически. Следует отметить, что в общем случае как в первом, так и во втором вариантах задачи имеем $i_{1св}(0_-) \neq i_{1св}(0_+)$ и $i_{2св}(0_-) \neq i_{2св}(0_+)$.

Рассмотрим случай, когда напряжения на емкостях и токи, протекающие через индуктивности, описываются непрерывными функциями времени: $u(0_+) = u(0_-)$; $i(0_+) = i(0_-)$.

Применяя данные равенства к выражениям (12) и (13), получим известные из классического анализа переходных процессов формулы для вычисления начальных значений $u_{св}(0_+)$ и $i_{св}(0_+)$. Действительно,

$$u_{св}(0_-) = u(0_-) - u_{пр}(0) = u(0_+) - u_{пр}(0) = u_{св}(0_+);$$

$$i_{св}(0_-) = i(0_-) - i_{пр}(0) = i(0_+) - i_{пр}(0) = i_{св}(0_+).$$

Таким образом, формулы (12), (13) справедливы как в случае «корректных», так и «некорректных» задач и могут быть приняты за основу более общей методики анализа переходных процессов в линейных электрических цепях, не требующей предварительного исследования поведения искоемых функций в момент коммутации и позволяющей установить их изменение в этот момент по окончательным результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. М.: Энергия, 1972, т. 1.
2. Курнев С. И., Пинес М. И. Сборник задач по расчету электрических цепей. М.: Высшая школа, 1967.

[07.07.78]

УДК 621.372.088.001.24

Периодизация переходной проводимости линейной электрической цепи

ШАТАЛОВ А. С., доктор техн. наук

Москва

Рассмотрим погрешность идентификации параметров электрической цепи по осциллограмме переходной функции, снятой в режиме питания периодически повторяющимися прямоугольными импульсами напряжения.

Режим периодизации. Эпюра напряжения питания идентифицируемой электрической цепи в режиме периодизации показана на рисунке, где: T_n — выбранный период повторения при измерении; βT_n — рабочая зона; γT_n — пауза; β и γ — коэффициенты, причем $\beta + \gamma = 1$.

В таком случае вместо переходной проводимости цепи

$$i_1(t) \dot{\leftarrow} Y_1(p) = Y(p)/p, \quad (1)$$

где $Y(p)$ — изображение по Лапласу ее входной проводимости, в эксперименте будет наблюдаться периодизированная переходная проводимость

$$\tilde{y}_1(t) \dot{\leftarrow} \tilde{Y}_1(p). \quad (2)$$

Если включение цепи происходит при нулевых независимых начальных условиях, то в рабочей части первого периода переходная проводимость совпадает с ее периодизированной формой:

$$y_1(t) = \tilde{y}_1(t); \quad 0 \leq t \leq \beta T_n. \quad (3)$$

При $t > \beta T_n$ совпадения (3) наблюдаться не будет, но определенная связь между $y_1(t)$ и стационарным компонентом

\tilde{y}_1 может быть установлена, что проще всего сделать в форме изображений по Лапласу и зет-изображений.

Пусть

$$Y(p) = \frac{F(p)}{(p - \lambda)(p - \eta)}, \quad \lambda < 0, \quad \eta < 0,$$

тогда

$$Y_1(p) = \frac{F(p)}{p(p - \lambda)(p - \eta)} = \frac{A_0}{p} + \frac{A_\lambda}{p - \lambda} + \frac{A_\eta}{p - \eta}, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= F(0)/\lambda\eta; \\ A_\lambda &= F(\lambda)/\lambda(\lambda - \eta); \\ A_\eta &= F(\eta)/\eta(\lambda - \eta). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Если по определению [Л. 1] переходная проводимость возбуждается единичным импульсом напряжения:

$$I_1(p) = 1 \cdot Y_1(p) = L\{\delta[t]\} Y_1(p),$$

то ее периодизированная форма возбуждается последовательностью импульсов:

$$\tilde{I}_1(p) = \sum_{k=0}^{\infty} [e^{-p k T_n} - e^{-p(k+\beta)T_n}] Y_1(p) = \tilde{Y}_1(p). \quad (6)$$

Отдельно будем рассматривать положительную и отрицательную последовательности:

$$\perp u_+(t) \leftarrow \sum_{k=0}^{\infty} e^{-pkT_n}; \quad (7a)$$

$$\perp u_-(t) \leftarrow \sum_{k=0}^{\infty} e^{-p(k+\beta)T_n}. \quad (76)$$

Соответственно обозначим и возбужденные этими последовательностями переходные проводимости $\bar{Y}_{1+}(p)$ и $\bar{Y}_{1-}(p)$.

Дискретизация компонентов переходной проводимости. Из выражения (4) следует:

$$y_1(t) = y_0 + y_1^{\lambda} + y_1^{\eta} = A_0 1(t) + A_{\lambda} \exp \lambda t - A_{\eta} \exp \eta t.$$

Удобно вначале обсуждать не континуумы, а дискретные значения приведенных выше функций, задаваемые через интервал T_n :

$$\perp y_1^{\lambda}(t) = A_{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \exp \lambda T_n k \cdot \delta[t - kT_n]. \quad (8)$$

Изображение по Лапласу для (8)

$$L\{\perp y_1^{\lambda}(t)\} = A_{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \exp(\lambda - p) T_n k = \frac{A_{\lambda}}{1 - \exp(\lambda - p) T_n}. \quad (9)$$

Зет-изображения компонентов переходной проводимости и воздействия. Заменяя

$$\left. \begin{aligned} \exp pT_n &= z; \\ \exp \lambda T_n &= \Lambda; \\ \exp \eta T_n &= N, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

а также поочередно полагая в (9) $\lambda = \eta$ и $\lambda = 0$, получим зет-изображения всех компонентов (4):

$$\left. \begin{aligned} Y_1^{\lambda}[z] &= \frac{A_{\lambda}}{1 - \Lambda z^{-1}} = \frac{A_{\lambda} z}{z - \Lambda}; \\ Y_1^{\eta}[z] &= -\frac{A_{\eta} z}{z - N}; \quad Y_0[z] = \frac{A_0 z}{z - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для воздействия, например u_+ , из (7a) получаем

$$U_+[z] = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} = \frac{z}{z - 1}. \quad (12)$$

Зет-изображение периодизированной переходной проводимости. Поскольку $Y_1[z]$ представляет передаточную функцию «от напряжения к току» в зет-форме [Л. 2], то

$$Y_1[z] = \{U_+[z] - U_-[z]\} Y_1[z] \quad (13)$$

или

$$\left. \begin{aligned} Y_0^{1+}[z] &= \frac{z}{z-1} \frac{A_0 z}{z-1} = A_0 \frac{z^2}{(z-1)^2}; \\ Y_{1+}^{\lambda}[z] &= A_{\lambda} \frac{z^2}{(z-1)(z-\Lambda)}; \quad Y_{1+}^{\eta}[z] = -A_{\eta} \times \\ &\times \frac{z^2}{(z-1)(z-N)}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Первое зет-изображение в (14) не имеет стационарной части, что легко показать непрерывным делением:

$$\left. \begin{aligned} &\frac{z^2}{z^2 - 2z + 1} \left| \frac{z^2 - 2z + 1}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + \dots} \right| \\ &\frac{2z - 4 + 2z^{-1}}{3 - 2z^{-1}} \end{aligned} \right\} = z \sum_{k=1}^{\infty} k z^{-k},$$

где в частном дискреты возрастают пропорционально номеру периода k .

Остальные слагаемые имеют стационарные составляющие. Они легко отделяются следующим путем:

$$A_{\lambda} z \frac{z}{(z-1)(z-\Lambda)} = A_{\lambda} z \left[\frac{1/(1-\Lambda)}{z-1} - \frac{\Lambda/(1-\Lambda)}{z-\Lambda} \right],$$

где $\frac{A_{\lambda}}{1-\Lambda} \frac{z}{z-1}$ — стационарная часть;

$$-\frac{A_{\lambda} \Lambda}{1-\Lambda} \frac{z}{z-\Lambda} \text{ — затухающая часть.}$$

Точно так же для дроби $\frac{A_{\eta} z^2}{(z-1)(z-N)}$ стационарной частью является $\frac{A_{\eta}}{1-N} \frac{z}{z-1}$.

В стационарных изображениях зет-операторный сомножитель $\frac{z}{(z-1)}$ символизирует постоянство дискрет вида (12), а значения каждой дискреты:

$$\tilde{y}_{\text{стац}}^{\lambda}(kT_n) = \frac{A_{\lambda}}{1-\Lambda}; \quad \tilde{y}_{\text{стац}}^{\eta}(kT_n) = -\frac{A_{\eta}}{1-N}. \quad (15)$$

Интерполированное зет-изображение стационарных компонентов и их разностей. Рассмотрим k -й период от момента включения цепи, когда переходными компонентами можно пренебречь и учитывать только стационарные. Запишем стационарный компонент для рабочей зоны в интерполированной зет-форме [Л. 2]:

$$\tilde{Y}_{\text{стац}}[\varepsilon, z] = \frac{z}{z-1} \tilde{f}(\varepsilon), \quad (16)$$

где $\varepsilon = (t - kT_n)/T_n$ — относительный интервал времени, отсчитанный от начала k -го периода; $\tilde{f}(\varepsilon)$ — интерполирующая функция.

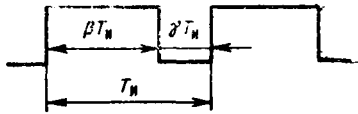
Для разности стационарных компонентов, определяемой видом правой части (13), имеем следующие интерполирующие функции:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{\lambda}(\varepsilon) &= \frac{A_{\lambda}}{1-\Lambda} [\exp \lambda T_n \varepsilon - \exp T_n \lambda (\gamma + \varepsilon)] = \\ &= \frac{A_{\lambda} (1 - \exp \lambda T_n \gamma)}{1 - \exp \lambda T_n} \exp \lambda T_n \varepsilon; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\tilde{f}_{\eta}(\varepsilon) = -\frac{A_{\eta} (1 - \exp \eta T_n \gamma)}{1 - \exp \eta T_n} \exp \eta T_n \varepsilon. \quad (18)$$

Для нестационарных компонентов

$$\frac{A_0 z^2}{(z-1)^2}, \quad \left[-\frac{A_0 z^2}{(z-1)^2} \right] z^{-\beta}$$



интерполирующие функции постоянны ($f_0(\varepsilon) = 1$) и разность их в $(k+1)$ -м периоде имеет вид:

$$A_0 \left\{ \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) 1 [t - lT_n] - \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) 1 [t - (l+\beta) T_n] \right\} = A_0 \{ 1 [t - kT_n] - 1 [t - (k+\beta) T_n] \}.$$

Геометрический образ этой разности повторяет рисунок с масштабом A_0 .

Таким образом, в рабочей зоне для $0 < \varepsilon \leq \beta$, окончательно получаем:

$$f(\varepsilon) = A_0 + A_\lambda \exp \lambda T_n \varepsilon - A_N \exp \eta T_n \varepsilon, \quad (19)$$

где

$$A_\lambda = \frac{A_\lambda (1 - \exp \lambda T_n \gamma)}{1 - \exp \lambda T_n}; \quad A_N = \frac{A_\eta (1 - \exp \eta T_n \gamma)}{1 - \exp \eta T_n}. \quad (20)$$

Погрешности периодизации. Сопоставляя (19) с оригиналом выражения (4), видим, что в рабочей зоне, где $t = \varepsilon T_n$, требование подобия между переходной проводимостью и ее периодизированной формой сводится к условиям:

$$\frac{A_\lambda}{A_0} = \frac{A_\lambda}{A_0} \quad \text{и} \quad \frac{A_\eta}{A_0} = \frac{A_N}{A_0},$$

которые не соблюдаются, и только при $\gamma \rightarrow 1$ имеем $A_\lambda \rightarrow A_\lambda$ и $A_\eta \rightarrow A_N$. Степень несовпадения форм процессов для случая действительных некротных полюсов дроби (4) можно определить непосредственно по приведенным выше формулам.

Для комплексных сопряженных полюсов $\lambda = -\sigma + j\omega$, $\eta = \lambda^* = -\sigma - j\omega$

и коэффициенты разложения \bar{A}_λ , \bar{A}_{λ^*} будут также комплексными сопряженными:

$$\bar{A}_\lambda = \frac{F(-\sigma + j\omega)}{(-\sigma + j\omega) 2j\omega} = \frac{F(-\sigma + j\omega)}{-2\omega(\omega + j\sigma)} = \frac{a_\lambda}{2} e^{j\phi_\lambda}.$$

Далее из выражения (20) имеем:

$$\bar{A}_\lambda = \frac{a_\lambda}{2} e^{j\phi_\lambda} \frac{1 - \exp T_n \gamma (-\sigma + j\omega)}{1 - \exp T_n (-\sigma + j\omega)}.$$

Обозначим

$$\frac{1 - \exp T_n \gamma (-\sigma + j\omega)}{1 - \exp T_n (-\sigma + j\omega)} = l e^{j\phi_\Delta},$$

тогда

$$\bar{A}_\lambda = \frac{a_\lambda l}{2} e^{j(\phi_\lambda + \phi_\Delta)}.$$

Интерполирующая функция в рабочей зоне в этом случае примет вид:

$$f(\varepsilon) = A_0 + a_\lambda l e^{-\gamma T_n \varepsilon} \operatorname{Im} [e^{j(\phi_\lambda + \phi_\Delta + \omega T_n \varepsilon)}]. \quad (21)$$

Таким образом, по сравнению с переходной проводимостью периодизированная форма содержит коэффициент искажения амплитуды l относительно неизменного A_0 и добавочный фазовый сдвиг ϕ_Δ .

Для случая кратных полюсов, т. е. при $\lambda = \eta$ разложение изображения (4) удобно согласно [Л. 2] записать в виде

$$Y_1(p) = \frac{F(p)}{p(p-\lambda)^2} = \frac{F(0)/\lambda^2}{p} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{F(\lambda)/\lambda}{p-\lambda} \right], \quad (22)$$

сохранив операции дифференцирования по параметру λ и для временной функции переходной проводимости:

$$y_1(t) = \frac{F(0)}{\lambda^2} 1[t] + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{F(\lambda)}{\lambda} \exp \lambda t \right] = \frac{F(0)}{\lambda^2} 1[t] + [F(\lambda)/\lambda]' \exp \lambda t + \frac{F(\lambda)}{\lambda} t \exp \lambda t. \quad (23)$$

Для периодизированной формы переходной проводимости дифференцирование по параметру λ также удобно сохранить до последнего этапа преобразований (17), тогда

$$f_1(\varepsilon) = \frac{F(0)}{\lambda^2} 1[t] + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{F(\lambda) (1 - \exp \lambda T_n \gamma)}{\lambda (1 - \exp \lambda T_n)} \right] \times \exp \lambda T_n \varepsilon.$$

Подготовим выражения для производных дробей:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} [F(\lambda)/\lambda] = \frac{\lambda F'(\lambda) - F(\lambda)}{\lambda^2} = [F(\lambda)/\lambda]';$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1 - \exp \lambda T_n \gamma}{1 - \exp \lambda T_n} \right) = \frac{T_n \Lambda^\gamma (\Lambda^\beta - \beta \Lambda - \gamma)}{(1 - \Lambda)^2} = W',$$

и запишем $f_1(\varepsilon)$ в виде:

$$f_1(\varepsilon) = \frac{F(0)}{\lambda^2} 1[t] + \left\{ [F(\lambda)/\lambda]' W + \frac{F(\lambda)}{\lambda} W' \right\} \times \exp \lambda T_n \varepsilon + \frac{F(\lambda)}{\lambda} W T_n \varepsilon \exp \lambda T_n \varepsilon. \quad (24)$$

Сопоставляя (23) и (24), можно увидеть аддитивные и мультипликативные искажения коэффициентов при парциальных функциях, составляющих переходную проводимость в периодизированной форме.

Таким образом, как показано на примере цепи, описываемой дифференциальным уравнением 2-го порядка, интерполирующая функция в периодизированном переходном процессе сохраняет частоты и декременты затухания переходной функции, которые могут быть измерены осциллографическим или стробоскопическим методами. Однако общая форма переходной проводимости и ее относительный максимум при периодизации искажаются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники М.: Энергия, 1970.
2. Теория автоматического управления. Под ред. Шаталова А. С. М.: Высшая школа, 1977.

[28.10.1977]

К расчету энергии, выделяемой газоразрядным промежутком при разряде конденсатора

РОМАНЕНКО И. Н., канд. техн. наук

Чебоксары

Значительно расширившееся в последнее время использование емкостных накопителей энергии часто требует расчета энергии, потребляемой газоразрядным промежутком, включенным в разрядный контур. Такие расчеты особенно необходимы в случаях, когда цель осуществления разряда емкостного накопителя — создание импульсной дуги с использованием ее эффектов. Так, импульсные лампы высокого давления, устройства для штамповки деталей газом, нагретым импульсным разрядом, импульсные генераторы плазмы, газоразрядные компрессоры, устройства микрокриогенной техники и так далее основаны на применении импульсной дуги, энергопотребление которой является одной из основных характеристик всего устройства [Л. 1]. При использовании емкостных накопителей энергии с иными целями часто применяют газонаполненные разрядники высокого давления. Работоспособность и ресурс работы таких разрядников в значительной степени определяются энергией, потребляемой разрядным промежутком. Очевидно, что проектирование устройств подобного типа не может осуществляться без предварительных расчетов энергии, выделяемой в разрядном промежутке.

В [Л. 1] на основе гидродинамической теории [Л. 2] и эмпирической зависимости средней по сечению удельной электропроводности канала дуги от времени получено выражение для расчета мощности в импульсной дуге по известной функции тока:

$$p(t) = \frac{g}{\tau^{2/3}} \frac{i^{4/3}}{t^{1/3}}. \quad (1)$$

Здесь i — ток периодического разряда с периодом τ ; t — время с начала протекания тока;

$$g = \left(\frac{2\xi\rho_0}{\pi\sigma^2} \right)^{1/3} d; \quad \xi = K_p [1 + (\gamma - 1)^{-1}];$$

K_p — коэффициент поршня, определенный в [Л. 2]; γ — эффективный показатель адиабаты ($\gamma=1,22$ — для воздуха; $1,18$ — для гелия; $1,1$ — для ксенона); ρ_0 — начальная плотность газа в разрядном промежутке; d — длина дуги; $\sigma = \beta\sigma'$ — удельная электропроводность плазмы в дуге, $\sigma' \approx 3 \cdot 10^3$ (Ом·м) $^{-1}$ $\beta=1$ при $d \geq 5 \cdot 10^{-3}$ м и $\beta=0,5+10^2 d$ для $10^{-3} \leq d \leq 5 \cdot 10^{-3}$ м.

Если разряд аperiodический, со временем увеличения тока до максимального значения t_{ϕ} , то формула (1) позволяет рассчитывать $p(t)$ на фронте волны тока и в течение примерно $(2+3)\tau_{\phi}$. При этом в (1) вместо t следует подставлять $4t_{\phi}$. Выражение (1) проверялось экспериментально для разрядов в гелии при давлении до 10^7 Па и в атмосферном воздухе (с погрешностью расчетов до 12%).

Энергия, потребляемая разрядным промежутком за время t от начала разряда, с учетом (1)

$$W = \int_0^t U_a i dt + \int_0^t p(t) dt, \quad (2)$$

где U_a — приэлектродные падения напряжения, определенные для импульсного разряда [Л. 3 и 4]. Получить значение интеграла (2) в общем виде не представляется возможным.

Целью настоящей статьи является выяснение приближенных соотношений между энергией, потребляемой столбом импульсной дуги в плотных газах при разряде конденсатора, параметрами схемы и начальными условиями (род и давление газа, длина дуги, напряжение на конденсаторе перед разрядом) при следующих допущениях: рассмотрение ведется в рамках применимости гидродинамической теории столба импульсной дуги; нелинейное сопротивление разрядного промежутка слабо влияет на форму тока разряда.

Первый интеграл выражения (2) можно записать в виде

$$W_a = U_a q,$$

так как U_a — величина, практически зависящая только от материала электродов; q — заряд, протекающий через промежуток.

Второй интеграл может быть вычислен на основе оценки максимального значения мощности в дуге. Как известно [Л. 1], сопротивление дуги достигает своего минимального значения вблизи момента достижения током максимума, причем

$$r_{\min} \approx \frac{1,15g}{\tau^{2/3} t_m^{1/3} I_m^{2/3}}, \quad (4)$$

где t_m — момент достижения током максимального значения I_m . Эмпирический коэффициент 1,15 учитывает несколько заниженное значение r_{\min} , полученное на основе гидродинамической теории. Здесь и далее численные коэффициенты безразмерны. Для аperiodического разряда вместо (4) получаем

$$r_{\min} \approx \frac{0,46g}{\tau_{\phi} I_m^{2/3}}. \quad (5)$$

При периодическом разряде $t_m \approx \tau/4$ и

$$r_{\min} \approx \frac{1,8g}{\tau I_m^{2/3}}. \quad (6)$$

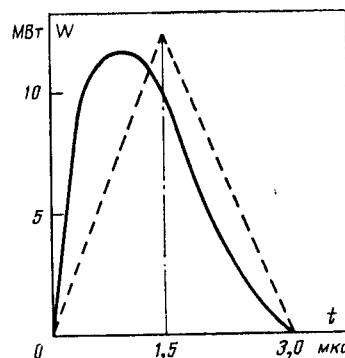
Тогда для максимума мощности соответственно аperiodического и периодического разрядов можно записать:

$$P_m \approx \frac{0,46g}{\tau_{\phi}} I_m^{4/3}, \quad (7)$$

$$P_m \approx \frac{1,8g}{\tau} I_m^{4/3}. \quad (8)$$

Расчеты по этим формулам сравнивались с экспериментальными результатами, причем совпадение оказалось в пределах погрешности эксперимента (10–15%) для воздуха. В случае гелия, по-видимому, сильнее сказывается влияние неучтенных в расчетах примесей паров электродов на электропроводность плазмы. Из-за этого расчетные значения P_m оказались заниженными на 20–25%. Формулы (7) и (8) тем точнее, чем больше начальное давление гелия в разрядном промежутке в пределах от $1 \cdot 10^5$ до $50 \cdot 10^5$ Н/м 2 . Так, при давлении гелия $(10-20) \cdot 10^5$ Н/м 2 погрешность лежит в пределах от 10 до 15%.

На рисунке приведена экспериментально полученная функция $p(t)$ столба дуги за первый полупериод при разряде в воздухе емкости $C=2,5$ мкФ с начальным напряжением $U_0=30$ кВ. Индуктивность контура $L=0,39$ мкГ, длина промежутка $d=2$ мм, $I_m=62$ кА. Здесь же показана точка P_m ,



Зависимость мощности, выделяемой в канале импульсной дуги от времени.

— эксперимент; — — — аппроксимация при расчете энергии.

рассчитанная по (8). Если функцию $p(t)$ аппроксимировать равнобедренным треугольником (пунктирные линии) с вершиной P_m , то можно легко определить энергию, потребляемую дугой.

За полупериод периодического разряда

$$W_{\tau/2} \approx 0,45 g I_m^{4/3}. \quad (9)$$

Для аperiodического разряда

$$W \approx 0,23 g \frac{\tau_p}{\tau_\phi} I_m^{4/3}, \quad (10)$$

где τ_p — время протекания тока, но не более $4\tau_\phi$.

Если в балансе энергии разрядной цепи энергопотребление дуги невелико, то значения I_m в этих формулах легко определяются из расчета линейной цепи. При существенном энергопотреблении дуги необходимо учитывать влияние ее сопротивления на затухание тока. Как показано в [Л. 1], энергию, потребляемую дугой, можно оценивать, используя эквивалентную линеаризацию сопротивления дуги, т. е. вводя некоторое r_ϕ , обеспечивающее ее потребление энергии, что и реальная дуга, при том же токе. Было показано, что для этого достаточно выбрать

$$r_\phi \approx 1,3 r_{\min}. \quad (11)$$

Поскольку I_m зависит от r_ϕ , необходимо r_ϕ выразить непосредственно через параметры контура и начальные условия. Это можно сделать, если разряд колебательный с малым затуханием. Тогда момент достижения максимума тока $t_m \approx \tau/4$, причем погрешность из-за такого допущения мала, так как t_m входит в (4) в степени $1/3$. Период разряда

$$\tau \approx \frac{4\pi L}{[r_{\text{кр}}^2 - (r + r_\phi)^2]^{1/2}}, \quad (12)$$

где $r_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}$ — критическое сопротивление контура.

Амплитуда тока

$$I_m \approx U_0 C^{1/2} L^{-1/2} \exp\left(-\frac{r + r_\phi}{8L} \tau\right). \quad (13)$$

Если $r + r_\phi \leq 0,5 r_{\text{кр}}$, то с погрешностью менее 7% экспоненту в выражении для $I_m^{2/3}$ можно заменить двумя членами ее разложения в ряд. Используя это совместно с выражениями (4), (11) и (12), получим уравнение для расчета r_ϕ :

$$r_\phi^2 \left(\frac{1}{v} + 2v - 2 \right) - 2rr_\phi (1 - 2v) - v(r_{\text{кр}}^2 - 2r^2) = 0. \quad (14)$$

Здесь $v = 0,15 g W_0^{-1/3} L^{-2/3}$; W_0 — энергия, запасенная в емкости перед разрядом.

Учитывая, что в режимах разряда с малым затуханием $v < 0,2$:

$$r_\phi \approx vr \left[1 + \left(1 + \frac{r_{\text{кр}}^2/r^2 - 2}{1 - 2v} \right)^{1/2} \right]. \quad (15)$$

Погрешность от допущения ($2v \ll 1/v$) компенсирует погрешность, получаемую от замены экспоненты в (13) ее разложением в ряд. Если $r \ll r_\phi$, то

$$r_\phi \approx \frac{vr_{\text{кр}}}{(1 - 2v + v^2)^{1/2}}. \quad (16)$$

Когда r_ϕ слабо увеличивает период разряда, но влияет на амплитуду тока (достаточно большое r , но при общем $r + r_\phi \leq 0,5 r_{\text{кр}}$),

$$r_\phi \approx \frac{r + r_{\text{кр}}}{1/v - 1}. \quad (17)$$

В последнем случае получается удобное выражение для расчета энергии, потребляемой дугой в течение всего разряда:

$$W = \frac{r_\phi}{r + r_\phi} W_0 = \frac{1 + \frac{r}{r_{\text{кр}}}}{1 + \frac{1}{v} \frac{r}{r_{\text{кр}}}} W_0. \quad (18)$$

Проверка (18) показала, что расчеты с погрешностью 15–20% согласуются с экспериментальными результатами, что вполне удовлетворительно для ориентировочных расчетов при проектировании газоразрядных устройств. Анализ полученных выражений позволяет сознательно подходить к проблеме выбора условий разряда. Так, например, в установках для нагрева газов импульсными дугами разрядный промежуток является нагрузкой и задача увеличения к. п. д. устройств должна решаться путем увеличения r_ϕ и уменьшения $r_{\text{кр}}$. Для этого следует увеличивать параметр v , уменьшая индуктивность цепи и увеличивая длину дуги и начальные давления газа, причем, как следует из (1), последнее целесообразно до давлений $(40-50)10^5$ Н/м². Если осуществляется периодически повторяющийся разряд, то целесообразно снизить энергию единичного разряда с увеличением частоты следования разрядов при сохранении той же потребляемой мощности. Кроме того, с помощью (16) можно получить соотношение параметров контура и условий в разрядном промежутке, при которых контур становится существенно нелинейным, т. е. когда нелинейное сопротивление дуги начинает значительно влиять на форму тока. Для этого из условия $r_\phi \geq r_{\text{кр}}$ согласно (16) получим:

$$v \geq 0,5, \text{ или } g \geq 3,3 W_0^{1/3} L^{2/3}. \quad (19)$$

Сравнение этого условия с экспериментальными данными [Л. 5] показало его приемлемость. Так, в случае разряда емкости $C = 7500$ пФ при $U_0 = 9,5$ кВ на промежуток длиной $4 \cdot 10^{-3}$ м в воздухе цепь согласно (19) становится существенно нелинейной при $L = 70$ нГ. В эксперименте [Л. 5] для тех же параметров при $L = 80$ нГ наблюдается в начальные моменты времени слабовыраженное отличие кривой тока от функции затухающей синусоиды.

Выводы. 1. С помощью гидродинамической модели импульсную дугу в газах можно характеризовать эквивалентным по энергопотреблению линейным сопротивлением, которое удается рассчитывать исходя из параметров цепи условий в разрядном промежутке и начального напряжения на конденсаторе.

2. Использование эквивалентного сопротивления импульсной дуги позволяет рассчитывать с погрешностью 15–20% энергопотребление разрядного промежутка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романенко И. Н. Импульсные дуги в газах. Чебоксары, Чувашкнигоиздат, 1976.
2. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. — ЖЭТФ, 1958, вып. 6, т. 34.
3. Суходрев Н. К. О возбуждении спектра в искровом разряде. — Труды ФИАН СССР, 1961, т. XV.
4. Романенко И. Н. Приэлектродные падения напряжения и градиенты при импульсных разрядах. — Труды МЭИ, 1968, вып. 70.
5. Андреев С. И., Ваноков М. Н. Применение искрового разряда для получения интенсивных световых вспышек длительностью 10^{-7} – 10^{-8} с. — ЖТФ, 1961, вып. 8, т. 31.

[22.12.78]

Физика молнии и молниезащита

(Заседание секции IV «Теоретические проблемы электрофизики высоких напряжений» Научного Совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики». Июнь 1978 г., Баку)

В июне 1978 г. в Баку состоялось расширенное заседание секции IV «Теоретические проблемы электрофизики высоких напряжений» Научного Совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики». В нем приняли участие 60 представителей 25 организаций из 11 городов страны. Были заслушаны и обсуждены 44 доклада и сообщения.

В обзорных докладах А. А. Ализаде, В. И. Левитова и М. В. Костенко были отмечены успехи в области исследования физики молнии и молниезащиты, достигнутые со времени заседания IV секции АН СССР, состоявшегося в 1971 г. За это время подготовлен и утвержден ряд нормативных документов по вопросам молниезащиты, дальнейшее развитие получила экспериментальная база ряда ведущих лабораторий, что позволило регистрировать число ударов молнии, вести осциллографическую запись лидерных токов и токов главной стадии, фиксировать напряженности магнитного поля. Развиваются работы по обобщению опыта эксплуатации грозозащиты линий, подстанций, вращающихся машин. Накапливаются данные о грозовой деятельности на различных участках территории СССР, об электрофизике облаков. Разрабатываются методы активной молниезащиты.

На заседании обсуждались доклады и сообщения по трем основным направлениям.

Физика и параметры молнии, измерительная аппаратура. Такие доклады сделали представители АзНИИЭ (А. А. Ализаде, Г. Г. Гаджиев, Ф. Л. Хыдыров), МЭИ (В. П. Ларионов и его сотрудники), ЭНИН (Б. Н. Горин и А. В. Шкилев), ТПИ (А. А. Дульзон, В. И. Потанкин и др.), ГГО им. Воейкова (И. М. Имянитов, Ю. Ф. Пономарев, Е. В. Чубарина), ЛПИ (Г. Н. Александров, А. Ф. Сорокин), ЦНИИСЭТ (В. А. Курянов).

В докладах рассматриваются результаты исследований, дающие новые представления о физике грозовых облаков, процессе формирования молнии и прогнозировании зоны ее ориентировки при ударах в наземные объекты. Исследована электрическая структура облаков на разных стадиях их развития и показано существование зон электрических неоднородностей в облаках, приведены статистические данные о значении напряженности электрического поля, оценена электропроводность активных грозовых облаков. Теоретические исследования позволили свести все многообразие процессов электризации частиц в облаках к двум: взаимодействию частиц с ионизированной газовой средой и их взаимодействию друг с другом — контактной электризации. На основе теории разработаны критерии, позволяющие моделировать процессы в облаках. Предложен метод расчета процесса нейтрализации объемного заряда молнии для определения скорости распространения волны нейтрализации и зависимости тока молнии от времени. В результате расчетов получено, что для экспериментальных значений линейной плотности заряда и тока молнии скорость волны нейтрализации не превышает 0,4 от скорости света. Форма волны тока молнии, рассчитанная по предложенному методу, удовлетворительно согласуется с экспериментальными зависимостями. Уточнены методы расчета зоны ориентировки молнии, учитывающие не только физические и статистические закономерности развития разрядов молнии, но и электрические характеристики среды (в том числе грунта) и электрическое поле наземных объектов.

На заседании подробно рассматривались современные методы регистрации числа и параметров разрядов молнии и применяемая для этого аппаратура. Так, в лабораториях ТПИ, ГГО, АзНИИЭ используются индикаторы грозы, счетчики молний различных модификаций, установки для осциллографирования и исследования распределения амплитудных спектров атмосфериков и исследования числа компонент в молнии и

временных интервалов между ними, самопишущие приборы, работающие круглосуточно.

Значительно продвинуто оснащение лаборатории ЭНИН для комплексных исследований молнии на Останкинской телебашне, что позволило регистрировать число ударов молнии в телебашню, определять число компонент в ударе, вести осциллографическую запись лидерных токов и токов главной стадии, фиксировать напряженность магнитного поля и т. д.

Применение новой аппаратуры позволило уточнить характеристики предгрозовых и грозовых явлений. Показано, что наиболее интенсивные поля и заряды в грозовом облаке обнаруживаются при интервалах времени между разрядами молнии 15—30 с, что позволяет судить о степени опасности приближающейся грозы. Для наземных разрядов характерна импульсная форма, похожая на стандартный импульс, а форма волны напряженности электрического поля для междуоблачных разрядов имеет пологий фронт и пологий хвост. Для наземных разветвленных разрядов характерна форма импульса, в которой напряженность по достижении максимального значения в течение нескольких микросекунд остается почти неизменной.

Проведенные многочисленные исследования грозовой деятельности в различных районах СССР показывают, что параметры молнии могут значительно отличаться от расчетных значений тех же параметров, рекомендованных Руководящими указаниями и другими циркулярными материалами. Это обуславливает необходимость уточнения карт грозовой деятельности с учетом влияния местных особенностей (рельефа, температуры и влажности воздуха).

Грозовые перенапряжения, защита энергетических объектов и линий связи; опыт эксплуатации. Доклады по этому направлению были представлены ЭНИН (Б. Н. Горин, Э. М. Базелян, Н. С. Берлина и др.), МЭИ (Е. С. Колесников, И. Ш. Цуладзе), ЛПИ (М. В. Костенко и его сотрудники), КирНПО (В. А. Мезгин, В. А. Витковский), АзНИИЭ (Г. А. Миронов, М. А. Бейдуллаев, Х. А. Велиев), ТПИ (А. А. Дульзон, Ф. А. Гиндуллин), Иркутским государственным университетом (А. А. Филиппов, А. А. Кречетов, А. В. Белков).

В ряде докладов сообщается о влиянии рабочего напряжения на вероятность прорыва молнии к проводам воздушных линий передачи, предлагается методика оценки молниезащиты энергетических объектов, имеющих потенциал, отличный от потенциала земли. Приводятся расчеты электростатических полей для различных моментов развития разряда, физическая модель поражения электрода лидером.

В последние годы получены новые результаты, позволяющие улучшить грозозащиту энергетических объектов; разработаны методы учета влияния затухания волн, набегающих на подстанцию по линии, новые защитные аппараты и схемы грозозащиты, проводится обобщение опыта и эксплуатации с целью оптимизации этих схем. Рассмотрены особенности грозозащиты подстанций в условиях высокогорья и в районах с большим удельным сопротивлением грунта; показана реальная возможность применения в этих местностях электрооборудования общепромышленного исполнения и типовых схем подстанций при более глубоком уровне ограничения перенапряжений. Это может быть реализовано путем более рационального использования серийно выпускаемых вентильных разрядников и внедрения новых защитных аппаратов с улучшенными характеристиками (например, нелинейных ограничителей перенапряжений).

Значительное число докладов посвящено рассмотрению опыта эксплуатации схем грозозащиты высоковольтных сетей и сетей связи. Показана меньшая опасность гроз в горных

районах по сравнению с равнинными, однако отмечено значительное число повреждений на горных линиях грозозащитных тросов (вследствие гололеда, снегопада и быстрого старения из-за высокой влажности воздуха). Рассмотрены основные закономерности распространения грозовой деятельности на территории горных районов. Проанализированы обширные материалы по анализу грозовой аварийности в воздушных сетях 10, 35 и 110 кВ. Приведены результаты исследования грозозащиты междугородных кабелей связи, проложенных в районах вечной мерзлоты и в скалистых грунтах. Исследования и анализ статистического материала показали, что степень повреждаемости подземных кабелей связи зависит не только от грозовой деятельности в указанных районах, но и от строения грунта (его слоистой структуры). Проведенные специальные геофизические исследования грунтов показали, что ориентация грозовых разрядов связана с наличием тектонических нарушений, где необходимо предусматривать усиленные меры грозозащиты вплоть до применения дорогих грозостойких кабелей.

Грозопоражаемость высоких объектов. Эта проблема освещена в докладах, представленных МЭИ (В. П. Ларионов, В. М. Брехов), ЭНИН (Б. Н. Горин, Г. Ю. Горбунова, А. В. Шкилев), ЛПИ (Г. Н. Александров и его сотрудники), ГГО (И. М. Имянитов и др.), НИИПТ (А. Н. Новикова), АзНИИЭ (А. А. Ализаде, Р. К. Мусаев).

В докладах показывается, что с ростом высоты поражаемых молнией объектов значения токов молнии уменьшаются. Связь крутизны фронта тока молнии с высотой поражаемого объекта пока определить не представляется возможным. Приводятся результаты исследования параметров молнии при ударах в Останкинскую телебашню. Систематические измерения токов коронного разряда на башне были предприняты с целью накопления данных о связи токов коронного разряда со структурой облаков и метеобстановкой, в частности, для определения возможности создания систем оперативного грозового оповещения на высоких объектах, исследованы параметры молнии при поражении высоких объектов. За 10 лет зафиксировано 256 поражений телебашни и 36 ударов вблизи башни. Анализ показал, что форма и амплитуда токов молнии у вершины, в середине и у основания башни заметно отличаются. Волновое сопротивление канала молнии составляет 2—9 кОм.

Исследования ЛПИ показали возможность активного управления ориентировкой электрического разряда с помощью лазерной искры. Обнаруженное в лабораторных условиях повышение молниезащищенности объекта при увеличении эффективной высоты молниесвода за счет создания над ним лазерной искры может быть использовано на реальных объектах.

В докладах ГГО сообщается о новой схематической модели электризации грозовых облаков. Показано, что на общий процесс электризации, напоминающий во многом схему работы генератора Ван-Граафа, накладываются процессы в зонах, где электрические поля достаточно сильны, чтобы влиять на укрупненные частицы. Возникающая в этом случае положительная обратная связь может заметно ускорить как укрупнение частиц, так и рост поля. В этих зонах могут сформироваться заряды, создающие поля и обладающие энергией, достаточной для начала разряда. Роль этих зон могут взять на себя специальные проводники, высотные здания, самолеты и т. д. Современные тенденции развития самолетостроения, в частности рост скоростей полета, размеров самолета, более широкое применение композиционных диэлектрических мате-

риалов, увеличивают вероятность сильного заряжения самолета, что ведет к росту вероятности поражения самолетов молниями. Механизмы возбуждения разряда заряженным летательным аппаратом и высотным сооружением принципиально сходны.

Доклады и дискуссии по ним показали актуальность рассматриваемой проблемы, возросший уровень требований к надежности грозозащиты объектов, значительный рост материальной базы ряда ведущих лабораторий. Получен ряд важных экспериментальных результатов, позволяющих уточнить расчетные модели молнии и ее параметры, и на их основе — требования к молниезащите. Вместе с тем совещание отметило:

проблемы исследования молнии и молниезащиты являются междотраслевыми; для их успешного решения возникла острая необходимость создания комплексной государственной программы научных исследований, координирующей усилия различных ведомств и организаций;

ослаблено внимание к вопросам молниезащиты в энергосистемах несмотря на то, что грозовая аварийность элементов энергосистем по-прежнему высока, особенно в сетях 6—110 кВ. Ряд аналогичных проблем имеется и для линий СВН и УВН; имеет место высокая грозовая аварийность подземных кабелей связи;

использование различными организациями и ведомствами разных методов и приборов для изучения грозовой деятельности приводит к несопоставимости получаемых результатов и невозможности их обобщения.

Заседание сочло целесообразным.

1. Поручить ЭНИН выполнить с привлечением других организаций разработку программы для представления ее ГКНТ СССР и ОФТПЭ АН СССР. При составлении программы целесообразно обратить внимание на накопление данных о грозовой деятельности в окранных и горных районах СССР, в районах с высоким удельным сопротивлением грунта.

2. Обратиться в Минэнерго СССР с просьбой восстановить частично упраздненные службы грозозащиты и перенаправить в энергосистемах; привлечь внимание научно-исследовательских организаций к вопросам грозозащиты; просить Минэнерго СССР обеспечить финансирование этих работ и рассмотреть вопрос о внедрении разработанных в ЛПИ совместно с Донбассэнерго новых, более экономичных и надежных схем грозозащиты подстанций от волн, набегающих с линий.

3. Провести проработку путей решения проблемы грозозащиты особо ответственных кабельных линий связи.

4. Провести в ГГО разработку унифицированных требований к приборам и методам измерений, сравнение предлагаемых систем, выбор оптимальных вариантов для внедрения и просить Государственный комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды изыскать возможность мелкосерийного производства необходимой аппаратуры, ее установки и эксплуатации на сети метеостанций.

В целом заседание секции IV Научного Совета АН СССР по теме «Физика молнии и молниезащиты» позволило обсудить и сопоставить различные точки зрения и оценить уровень выполненных научных исследований и задачи на ближайшее время. Целесообразность периодического проведения таких заседаний несомненна.

БОГАТЕНКОВ И. М., ХАЛИЛОВ Ф. Х., кандидаты техн. наук



Работа секции энергосистем и сетей Центрального правления НТОЭиЭП в области совершенствования систем электрообеспечения городов

Проблема рационального развития и оптимизации систем электрообеспечения городов имеет актуальное народнохозяйственное значение: достаточно указать, что через эти системы распределяется до 40% вырабатываемой в стране электроэнергии.

Учитывая актуальность проблемы, секция энергосистем и сетей Центрального правления НТОЭиЭП систематически привлекает внимание инженерной общественности к решению вопросов совершенствования систем электрообеспечения городов. В частности, за период 1971—1978 гг. были проведены следующие всесоюзные совещания и семинары: «Проблемы развития и эксплуатации систем электрообеспечения городов» (Рига, 1971 г.); «Опыт проектирования систем» (Кишинев, 1974 г.); «Опыт эксплуатации кабельных линий» (Пермь, 1965 г.); «Опыт эксплуатации ТП городских электросетей» (Таллин, 1977 г.). Могут быть упомянуты также и более узкие конференции: «Методика и исходные данные проектирования систем» и «Компенсация реактивной мощности в городских электросетях» (Ленинград, 1975 и 1976 гг.); «Опыт перевода кабельных сетей 6 кВ на напряжение 10 кВ» (Вильнюс, 1976 г.); «Научные проблемы развития систем электрообеспечения городов» (Рига, 1977 г.).

В решениях перечисленных совещаний отражено существующее положение и намечены основные научно-технические задачи дальнейшего совершенствования систем электрообеспечения городов страны. Указываются научно-исследовательские работы последнего времени, определяющие технический уровень и экономические показатели действующих систем. К ним относятся: исследование закономерностей формирования технико-экономических показателей систем и определения параметров их отдельных элементов, типизация схемного и конструктивного выполнения электросетевых сооружений и т. п. Отмечается внедрение в последние годы современного оборудования и аппаратуры: маслонаполненных кабельных линий 110—220 кВ, новейших средств автоматизации и телемеханизации, средств вычислительной техники.

Вместе с тем постановка научно-исследовательских работ отстает от требований, возникающих в процессе развития городов, что в большей степени определяется отсутствием необходимой направленности проведения таких работ по причине различной ведомственной подчиненности электрических сетей, образующих системы электрообеспечения. Выполняемые работы в ряде случаев имеют случайный характер, некоторые принципиальные вопросы не разрабатываются, встречается параллелизм в работе над сходными темами и, что весьма существенно, далеко не все исследования доводятся до реализации.

В связи с этим в решениях совещаний выдвигаются важнейшие научно-технические вопросы, над решением которых должны сосредотачиваться в первую очередь усилия специалистов, работающих в области электрообеспечения городов. В частности, разработка моделей и методов оптимизации параметров систем электрообеспечения городов с учетом динамики их развития; исследование и разработка усовершенствованных принципов построения электрообеспечивающих и распределительных сетей на основе современного оборудования и новых принципов организации эксплуатации сетей; систематическое исследование закономерностей формирования электрических нагрузок и разработка методов их расчета для всех групп городских потребителей на всех уровнях систем электрообеспечения дифференцированно для различных районов страны; исследование и разработка автоматизированных методов оптимизации режимов работы систем электрообеспечения с обеспечением нормированных показателей качества электрообеспечения и с созданием соответствующих информационно-программных комплексов; разработка и создание системы АСУ сетевыми предприятиями, включая усовершенствованные методы эксплуатации электрообеспечивающих и распределительных сетей, способы выбора оптимальных форм организации эксплуатации, структуры и численности сетевых предприятий, научного метода расчета производительности труда, количественной оценки качества электрообеспечения, эффективности планово-предупредительных ремонтов; разработка новых типов электрооборудования, аппаратуры и кабелей на основе перспективных технических решений и новых материалов с учетом личных уровней.

особенностей электрических сетей городов; разработка современной аппаратуры для диспетчерских служб.

В плане реализации решений перечисленных совещаний по инициативе секции энергосистем и сетей ЦП НТОЭиЭП был выполнен ряд практических мероприятий.

В соответствии с решением рижского совещания (1971 г.) при Государственном комитете СССР по науке и технике была образована и работала в 1971—1973 гг. Временная научно-техническая комиссия для подготовки предложений по развитию систем электрообеспечения городов. По результатам ее работы было принято постановление ГКНТ, в котором определены основные научно-технические направления рационального развития систем электрообеспечения городов. Постановление подтвердило основные предложения научно-технической общественности и в определенной мере способствовало ликвидации наблюдаемой ведомственной разобщенности при постановке решения рассматриваемой проблемы. В постановлении перечислены конкретные задачи и указаны учреждения и ведомства, которые должны обеспечить их выполнение. По результатам постановления был издан совместный приказ Минэнерго СССР и МЖКХ РСФСР о практической реализации намеченных решений, некоторые из которых к настоящему времени выполнены. К сожалению, затянулась разработка и утверждение координационного плана проведения научно-исследовательских работ по проблеме оптимизации систем электрообеспечения городов.

Развитие распределительных сетей в последние годы встречает трудности из-за непрерывного усложнения и удорожания трансформаторных подстанций 6—10/0,38 кВ (ТП). Усложнение ТП определяется увеличивающимися требованиями к надежности электрообеспечения потребителей, что связано с введением в конструкцию ТП автоматических устройств, выполнение которых базируется на использовании оборудования, не приспособленного для этих целей, при этом конструкции ТП приходят во все большее противоречие с градостроительными требованиями.

Исправить такое положение можно только при разработке специального оборудования, предназначенного для распределительных сетей. При реализации решений кишиневского (1974 г.) и таллинского (1977 г.) совещаний силами инженерной общественности под руководством секции были разработаны технические требования к такому оборудованию — в малогабаритном исполнении, с твердой изоляцией, блочного типа. В качестве единственного аппарата РУ 10 кВ используется выключатель нагрузки со втычными контактами специального исполнения, призванный упростить РУ 10 кВ, снизить габариты ТП, исключить ремонтные работы, свести обслуживание ТП к выполнению только профилактических осмотров и испытаний. Использование такого оборудования скажется на принципах построения распределительных сетей в смысле возможности их упрощения при требуемой надежности электрообеспечения потребителей.

Технические требования были рассмотрены экспертной комиссией и утверждены НТС Минэнерго СССР. Есть основания ожидать, что Минэлектротехпром СССР будет форсировать разработку упомянутого оборудования, в выпуске которого нуждаются не только городские сети, но также сети промышленных и сельскохозяйственных потребителей.

Для городских распределительных сетей первоочередной задачей является перевод действующих сетей 6 кВ на напряжение 10 кВ. Специфическая трудность такого перевода определяется тем, что городские сети в значительной мере выполнены кабелями, изоляция которых в отличие от изоляции основного оборудования распределительных устройств соответствует номинальному напряжению сети. В результате эффективность перевода в значительной мере определяется возможностью использования работающих кабелей с номинальным напряжением 6 кВ при напряжении 10 кВ.

Отметим, что решение рассматриваемой проблемы с самого начала проводилось по местной инициативе. Технико-экономическая оценка перевода, особенности использования кабелей на повышенном напряжении, организация работ, передача опыта по их выполнению и все остальные вопросы служили предметом рассмотрения инженерной общественности на раз-

Невзирая на благоприятный опыт использования кабелей 6 кВ при напряжении 10 кВ и, следовательно, на высокую эффективность работ по переводу действующих сетей на новое напряжение, изданный руководящий материал содержал значительные ограничения проводимых работ. В этой связи на пермском (1975 г.) и вильнюсском (1976 г.) совещаниях был поднят вопрос о проведении соответствующих научно-технических исследований по определению условий использования кабелей 6 кВ при напряжении 10 кВ с учетом реального режима работы кабельных линий в городских сетях.

Выполненные Союзтехэнерго исследования подтвердили возможность перевода кабелей на 10 кВ и тем самым создали необходимые предпосылки для мобилизации персонала городских сетей на выполнение высокоэффективной работы по переводу действующих сетей на повышенное напряжение. Следует внести уточнения в руководящий материал и призвать работников электропромышленности к выпуску электродвигателей 10 кВ необходимой номенклатуры, отсутствие которых препятствует проведению работ по реконструкции сетей на новое напряжение.

Рассмотрение общественностью опыта проектирования, сооружения и эксплуатации систем электроснабжения городов находит отражение в выпуске ряда руководящих указаний. Отметим выпуск «Указаний по проектированию городских электрических сетей» (ВСН 97-75), подготовка и обсуждение которых проходила при непосредственном участии секции энергосистем и сетей, включая рассмотрение первой редакции Указаний на кишиневском совещании (1974 г.).

ВСН 97-75 следует расценивать в качестве этапного документа, в котором впервые приведено понятие системы электроснабжения города как совокупности электроснабжающих и распределительных сетей, отмечены специфические особенности таких систем и даны рекомендации по их рациональному выполнению.

Одним из важнейших документов, регламентирующих постановку работ по обеспечению надежности электроснабжения потребителей и ответственность персонала сетей за ее выполнение, была «Инструкция по классификации аварий и браков в электрических и тепловых сетях». Содержание Инструкции подвергалось серьезной критике, и под руководством секции силами инженерной общественности был подготовлен проект

новой Инструкции, который был обсужден и передан руководству Минэнерго СССР. Он послужил основой введенной в 1975 г. «Инструкции по расследованию и учету аварий и других нарушений в работе электростанций, электрических и тепловых сетей, энергосистем и энергообъединений». В новой редакции отражен современный подход к решению проблемы надежности электроснабжения.

При обмене опытом эксплуатации городских распределительных сетей на совещании в Таллине (1977 г.) отмечались возможности совершенствования обслуживания сетей с учетом изменения ряда рекомендаций действующих ПТЭ. Созданная по решению совещания комиссия подготовила соответствующие предложения, большинство из которых получило одобрение Минэнерго СССР. Речь идет о дифференциации ряда норм, повышении ответственности персонала городских сетей, исключении устаревших требований и т. п.

В составе секции энергосистем и сетей ЦП НТОЭиЭП сформировалась рабочая группа, под руководством которой проводятся перечисленные работы. В группу входят: член бюро секции, заслуженный энергетик РСФСР А. П. Щеглов, канд. техн. наук А. А. Глазунов, канд. техн. наук В. Д. Лордкипанидзе, Л. Ф. Плетнев, А. А. Рорбах, канд. техн. наук В. А. Гаушис и др. Непосредственное участие в работе группы принимает зам. председателя секции, канд. техн. наук Е. С. Гройс.

Для реализации своих решений секция через Президиум Центрального правления НТОЭиЭП обращается к вышестоящим ведомствам и организациям. Следует отметить поддержку предложений общественности со стороны ГКНТ, Госплана СССР, МЖКХ РСФСР, Минэнерго СССР. К сожалению, этого нельзя сказать о Минэлектротехпроме СССР, от позиций которого в значительной мере зависит дальнейший прогресс в развитии систем электроснабжения городов.

С целью мобилизации внутренних ресурсов и увеличения эффективности передачи и распределения электроэнергии секция энергосистем и сетей ЦП НТОЭиЭП впервые провела в прошлом году в Тернополе Всесоюзное научно-техническое совещание «Оптимизация и снижение потерь электрической энергии в электрических сетях». Принятое решение, в котором отражены основные рекомендации по указанной проблеме, в настоящее время находится в стадии реализации.

КОЗЛОВ В. А. член бюро секции ЦП НТОЭиЭП, канд. техн. наук

ИГОРЬ МИХАЙЛОВИЧ СИНДЕЕВ

(К 60-летию со дня рождения)

В январе с. г. исполнилось 60 лет со дня рождения И. М. Синдеева, члена КПСС с 1944 г., заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, профессора, доктора технических наук, генерал-майора-инженера.

И. М. Синдеев окончил в 1941 г. Московский институт инженеров связи, после чего был призван в ряды Советской Армии. С 1941 по 1976 г. занимался научно-педагогической деятельностью в области авиационной электротехники в Военно-воздушной инженерной академии им. Н. Е. Жуковского. Здесь с 1960 г. он возглавлял кафедру «Техническая эксплуатация авиационного оборудования», а с 1967 г. — кафедру «Электрооборудование летательных аппаратов».

В 1965 г. И. М. Синдееву была присуждена ученая степень доктора технических наук, а в 1966 г. он утвержден в ученом звании профессора.

И. М. Синдееву принадлежит свыше 80 научных и методических работ, в том числе 7 учебников и 30 учебных



пособий в области авиационного электрооборудования. Им подготовлено 2 доктора и 15 кандидатов технических наук. Профессор И. М. Синдеев внес существенный вклад в разработку вопросов повышения надежности и диагностики авиационной техники.

С 1976 г. И. М. Синдеев является профессором кафедры «Электротехники и авиационного электрооборудования» Московского института инженеров гражданской авиации.

И. М. Синдеев ведет большую общественную работу: руководит тематическим семинаром по проблеме «Автономные электроэнергетические системы», является членом методического Совета Министерства высшего и среднего специального образования СССР и других научных и общественных организаций. Он отмечен правительственными наградами, ему присуждена премия АН СССР им. П. Н. Яблочкова.

Группа товарищей

ГЕОРГИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ КУКЕКОВ

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения и 45 лет научно-исследовательской и педагогической деятельности профессора кафедры электрических аппаратов Ленинградского ордена Ленина политехнического института им. М. И. Калинина Георгия Александровича Кукекова, видного ученого в области теории гашения дуги в электрических аппаратах, крупного специалиста по конструированию и созданию дугогасительных устройств выключателей высокого напряжения.

Г. А. Кукеков родился 2 марта 1904 г. В 1935 г. он закончил ЛПИ, в 1939 г. защитил кандидатскую диссертацию и был утвержден в ученом звании доцента. В этом же году Г. А. Кукеков возглавил бюро Куйбышевских работ, которое было создано для проведения исследований по передаче энергии высоким напряжением на дальние расстояния от каскада волжских станций в Москву. За работу в промышленности в годы Великой Отечественной войны Г. А. Кукеков награжден орденом «Знак почета».

В 1945—1946 гг. он участвовал в восстановлении Дубровской ГЭС в Ленинграде, а в 1946 г. возвратился к научно-исследовательской и преподавательской работе в ЛПИ, где весь свой опыт и энергию отдает делу подготовки высококвалифицированных инженерных и научных кадров.

Работы Г. А. Кукекова по исследованию дуги переменного и постоянного тока, по расчету газодинамических характеристик воздушных выключателей,



по вопросам отключения цепей постоянного тока высокого напряжения — ценный вклад в энергетику нашей страны.

Проводимые под его руководством исследования на физических моделях процессов дугогашения в потоке сжатого газа позволили разработчикам электрических аппаратов выработать практические рекомендации по выбору оптимальных параметров и конструктивных форм дугогасительных устройств, необходимые для проектирования воздушных и элегазовых выключателей высокого и сверхвысокого напряжения на предельные токи отключения. Книги Г. А. Кукекова «Выключатели переменного тока высокого напряжения» и «Тепловые расчеты электрических аппаратов» имеются в личной библиотеке многих научных работ-

ников и инженеров, работающих в области электроаппаратостроения.

Г. А. Кукеков обладает широким научным кругозором. Наряду с фундаментальными работами по дугогашению он руководит исследованиями, связанными с разработкой новых аппаратов на высокие и сверхвысокие напряжения. По инициативе Г. А. Кукекова на кафедре электрических аппаратов ЛПИ в 1963 г. было создано новое научное направление по применению в электрических аппаратах силовых полупроводниковых приборов.

Являясь прекрасным педагогом и методистом, Г. А. Кукеков отдает много сил и времени постановке новых учебных курсов лекций: «Теория гашения дуги в электрических аппаратах», «Расчет и конструирование дугогасительных устройств», «Расчет гидрогазодинамических систем», «Полупроводниковые электрические аппараты». В последние годы по курсу «Теория гашения дуги в электрических аппаратах» был поставлен цикл оригинальных лабораторных работ.

Профессором Г. А. Кукековым подготовлены сотни молодых специалистов для работы в отечественном электроаппаратостроении, десятки научных работников. Он ведет большую общественную работу, являясь членом технических советов ЛПО «Электроаппарат» и ЛЭО «Электросила», членом национальной рабочей группы СИГРЭ. В течение ряда лет Г. А. Кукеков избирался членом партбюро факультета и парткома института.

Группа коллег и товарищей



РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (редактор отдела), А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 14.03.79
Усл. печ. л. 10,0

Подписано в печать 03.05.79
Уч.-изд. л. 11,94

T-09814

Формат 60×90¹/₈
Тираж 8635

Печать высокая
Заказ 82

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

На общем собрании Академии наук СССР 15 марта 1979 г. избраны в члены-корреспонденты АН СССР широко известные специалисты в области энергетики и электротехники: Л. М. Биберман, Н. Н. Евтихеев, Г. А. Месяц, П. С. Непорожний, Н. Н. Тиходеев, Н. Н. Шереметьевский.

Редколлегия журнала «Электричество» сердечно поздравляет новых членов-корреспондентов и желает им дальнейших творческих успехов, здоровья и счастья.

Подготовка рукописей для журнала «Электричество»

1. Материал статьи должен быть изложен в строгой и вместе с тем понятной форме для широкого круга научных работников и инженеров. В частности, необходимо пояснить все малоизвестные термины и понятия. Надо помнить, что читателя прежде всего интересует физический смысл рассматриваемых явлений.

Если в статье сообщаются новые разработки (научных и технических проблем), то должны быть показаны их технико-экономические преимущества по сравнению с ранее известными. При изложении новых методов расчетов, исследований и т. п. необходимо давать их сравнительную оценку (по отношению к известным способам) с точки зрения их простоты и затрат времени на изучение и пользование ими.

Перед заглавием статьи желательно проставлять ее индекс в соответствии с универсальной десятичной классификацией (УДК).

Для того чтобы облегчить работу читателя с журналом, авторам необходимо придерживаться следующей структуры статей:

- а) краткое изложение состояния рассматриваемого вопроса и постановка задачи, решаемой в настоящей статье;
- б) метод решения задачи и принятые допущения;
- в) основное содержание статьи — физическая сущность, исходные и конечные математические выражения, эксперименты и расчеты, примеры, иллюстрации;
- г) обсуждение полученных результатов и сопоставление с известными ранее;
- д) выводы и рекомендации;
- е) приложения: доказательства использованных в статье положений, математические выкладки и преобразования;
- ж) список литературы.

2. При написании статьи необходимо избегать применения громоздкого математического аппарата. Сведения, приводимые в статье, должны содержать лишь самый необходимый минимум формул.

Объем статьи с приложением не должен превышать 12 страниц машинописного текста.

3. Статья представляется в двух экземплярах (первый и второй), отпечатанных через два интервала с полями 4—5 см.

4. Формулы вписываются темными чернилами в отдельных строках, а не в тексте.

В том случае, если прописные и строчные буквы имеют одинаковое начертание, прописные буквы рекомендуется подчеркивать двумя черточками снизу, строчные — двумя черточками сверху. Греческие буквы следует заключать в кружок красным карандашом.

При вписывании индексов следует указать, какие из них латинские и какие русские.

5. Библиографический указатель (список литературы), составляется в порядке последовательности ссылок в тексте, при этом указываются:

- а) для журнальных статей — фамилия и инициалы автора, название статьи, наименование журнала или сборника, год

издания, том, номер, страницы начала и конца статьи;

- б) для книг — фамилия и инициалы автора или всех авторов, название книги, наименование издательства и город, в котором оно находится, год издания.

Название иностранных работ и работ на языках народов СССР, а также фамилии авторов их должны быть приведены в оригинальной транскрипции и напечатаны на машинке.

В список литературы не следует включать неопубликованные материалы, а также материалы, отпечатанные литографским и подобными ему способами.

6. Рисунки не должны содержать лишних данных, а все обозначения на рисунках обязательно должны соответствовать ГОСТ. Поясняющие надписи следует по возможности выносить в подпись к рисунку, причем они должны дополнять текст статьи, а не повторять его. Цифровые или буквенные обозначения, имеющиеся на рисунках, необходимо объяснить либо только в подписи к рисунку, либо только в тексте.

Следует учитывать, что при печати рисунки уменьшаются, поэтому детали их не должны быть мелкими, однако размер каждого рисунка не должен превышать 20×30 см.

Фотоснимки должны быть отпечатаны на белой глянцевой бумаге. Изображение должно быть контрастным, с резкой проработкой деталей. На одном экземпляре осциллограмм не должно содержаться никаких надписей.

Рисунки и фотоснимки не следует вклеивать в текст статьи; на обороте каждого из них необходимо указывать фамилию автора.

Количество рисунков не должно превышать 7 шт. на 1 авт. лист (не более 1 рис. на 3 стр. машинописного текста), причем необходимо учитывать, что буквенные подразделения графического материала (например, рис. 1,а, рис. 1,б и т. п.) редакция ж. «Электричество» считает за отдельные рисунки.

7. В таблицах все наименования следует указывать полностью, не сокращая слов.

8. К статье необходимо приложить реферат.

Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и основных его результатах.

Средний объем реферата — 0,5 стр. машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×20 см) в двух экземплярах, с полем 4 см с левой стороны.

Сообщение о наличии в реферируемой работе библиографических источников необходимо давать в конце реферата. Пример: Библ. 9.

9. В конце статьи должны быть указаны фамилия, имя и отчество автора, год рождения, домашний адрес, место работы, номера домашнего и служебного телефонов.

10. Рукописи статей должны сопровождаться письмом автора и необходимыми документами предприятия (учреждения).



СОДЕРЖАНИЕ

Гутман Ю. М., Тиходеев Н. Н., Янг Ф., Шнейдер Г. — Электрическая прочность гирлянд изоляторов и воздушных промежутков на опоре 1150 кВ	1	Варлей В. В. — Уравнения движения синхронного электродвигателя с катящимся ротором	44
Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Табарданова М. П., Шур С. С. — О надежности нелинейных ограничителей напряжения	6	Терзян А. А. — К расчету магнитной проводимости рассеяния полужакрытого паза с массивным проводником прямоугольной формы	49
Обоскалов В. П. — Анализ математических моделей, применяемых для расчета надежности высоковольтных выключателей	11	Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. — Типовые кривые вероятности аварийных пробоев изоляции обмоток статоров генераторов	54
Кучумов Л. А., Рыжков В. П. — Исследование ресинхронизации синхронных машин при применении коммутаторов в статорных цепях	15	СООБЩЕНИЯ	
Луковников В. И. — Рабочие характеристики обобщенного колебательного электродвигателя	19	Постников И. М., Васковский Ю. Н. — Уточненная методика расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора	59
Алиевский Б. Л. — Проектирование электрических машин как многокритериальная задача оптимизации	24	Данилевич Я. Б. — Индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей обмоток турбогенератора	62
Инкин А. И. — Аналитическое исследование магнитного поля в активном объеме электрической машины с постоянными магнитами	30	Березнев Ю. И. — Оптимизация длины пролета воздушных линий 10 кВ	64
Ходжаинов А. И. — Теоретические исследования кондукционного линейного электродвигателя с герметичным жидкотеплопроводом	34	Артемьев В. М. — К теории переходных процессов в линейных цепях при «некорректно» поставленных задачах	66
Петленко Б. И., Дергачев А. Е. — Динамическое торможение линейных асинхронных двигателей с ферромагнитной вторичной цепью	40	Шаталов А. С. — Периодизация переходной проводимости линейной электрической цепи	68
		Романенко И. Н. — К расчету энергии, выделяемой газоразрядным промежутком при разряде конденсатора	71
		ХРОНИКА	73

CONTENTS

The Electric Withstand Strength of Insulator Strings and Air Clearances in 1150 kV Line Towers — U. M. Gutman, N. N. Teekhodayev, F. Young, G. Schneider	1	On Calculating the Leakage Permeance of a Semi-Closed Slot With Solid Conductor of Rectangular Section — A. A. Terzian	49
On the Reliability of Non-Linear Voltage Limiters — A. I. Bronfman, M. L. Levenstein, M. P. Tabardanova, S. S. Shur	6	Typical Curves for the Probability of Insulation Failures of Generator Stator Windings — L. A. Belova, L. G. Mamikoniansz, V. L. Tutubalin	54
Analysis of Mathematical Models Used in Calculating the Reliability of HV Circuit Breakers — V. P. Oboskalov	11	REPORTS	
A Study of Synchronous Machine Resynchronization When Using Commutators in the Stator Circuits — L. A. Kuchumov, V. P. Ridjkov	15	A Precise Method for Calculating Added Losses on the Rotor Surface of a Turbogenerator — I. M. Postnikov, U. N. Vaskovski	59
The Operating Characteristics of a Generalized Oscillatory Motor — V. I. Lukovnikov	19	The Leakage Reactance of the End Turns in Turbogenerator Windings — J. B. Danilevitch	62
The Design of Electric Machines — A Multi-Criteria Optimization Problem — B. L. Aliyevski	24	Optimizing the Span Length in 10 kV Overhead Lines — U. I. Bereznev	64
An Analytical Study of the Magnetic Field in the Active Space of an Electric Machine With Permanent Magnets — A. I. Inkin	30	On Linear Circuit Transient Theory for Improper Formulation of the Problem — V. M. Artemyev	66
Theoretical Studies of a Conductional Linear Motor With Hermetically Sealed Molten Metal Conductors — A. I. Khodjainov	34	Periodization of the Transient Admittance of a Linear Electric Circuit — A. S. Shatalov	68
Dynamic Braking of Linear Asynchronous Motors With a Ferromagnetic Secondary — B. I. Petlenko, A. E. Der-gachev	40	Calculating the Energy Given Off by the Gas Discharge Gap for Discharge of a Capacitor — I. N. Romanenko	71
Equations Describing the Motion of a Synchronous Motor With Rogging Rotor — V. V. Varley	44	CHRONICLE	73

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.315.624.027.39.001.4

Электрическая прочность гирлянд изоляторов и воздушных промежутков на опоре 1150 кВ. Гутман Ю. М., Тиходеев Н. Н., Янг Ф., Шнейдер Г. — «Электричество», 1979, № 5.
Изложены результаты исследования изоляции ВЛ СВН и УВН, проведенного совместно специалистами СССР и США. Библ. 9.

УДК 621.316.933.3

О надежности нелинейных ограничителей напряжения. Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Табарданова М. П., Шур С. С. — «Электричество», 1979, № 5.
Дана оценка надежности работы ограничителей перенапряжений в зависимости от условий комплектации: выбора числа дисков в колонках, числа колонок в блоках и числа блоков, а также степени отбраковки дисков по параметрам их вольт-амперных характеристик. Библ. 2.

УДК 621.316.542.019.3.001.57

Анализ математических моделей, применяемых для расчета надежности высоковольтных выключателей. Обоскалов В. П. — «Электричество», 1979, № 5.
Существующие математические модели расчета надежности высоковольтных выключателей не могут быть применимы для большого числа встречающихся в практике случаев. В статье предлагается ряд аппроксимирующих моделей, основанных на эквивалентировании реальных потоков коротких замыканий. Анализируются два вида эквивалентирования: физическое и математическое. На основании результатов проверочных расчетов предпочтение отдается математическому моделированию. Предлагаемые модели могут использоваться не только для высоковольтных выключателей, но и для других электротехнических устройств с ограниченным ресурсом. Библ. 5.

УДК 621.311.016.35.001.24

Исследование ресинхронизации синхронных машин при применении коммутаторов в статорных цепях. Кучумов Л. А., Рыжков В. П. — «Электричество», 1979, № 5.
Проведен анализ эффективности нового способа улучшения процесса ресинхронизации синхронных машин в энергосистемах при управлении коммутатором в статорной цепи в процессе асинхронных проворотов. Получены соотношения, позволяющие рассчитать процесс ресинхронизации в условиях предлагаемого регулирования. Показана допустимость и высокая эффективность регулирования с помощью коммутаторов особенно для синхронных двигателей, имеющих неблагоприятные характеристики вхождения в синхронизм. Библ. 5.

УДК 313.17-193.001.24

Рабочие характеристики обобщенного колебательного электродвигателя. Луконников В. И. — «Электричество», 1979, № 5.
Для ряда частных случаев найдена единая форма записи уравнения колебательного движения на основе системы дифференциальных уравнений обобщенного электродвигателя при питании его от источников напряжения и тока. Для двухфазного асинхронного двигателя угловых колебаний с полым немагнитным ротором составлена таблица относительных коэффициентов демпфирования и амплитуд электромагнитных пусковых моментов, представляющая основу расчетных соотношений рабочих характеристик практически для всех целесообразных способов возбуждения колебаний ротора. Библ. 7.

УДК 621.313.001.24

Проектирование электрических машин как многокритериальная задача оптимизации. Алиевский Б. Л. — «Электричество», 1979, № 5.
При системном анализе электрической машины целесообразно подходить к ее проектированию как к решению задачи со многими критериями эффективности. Рассматриваются применяемые критерии для электрических машин стационарных и транспортных установок. Вводится комплексный критерий качества машины. Описаны алгоритмы решения поликритериальных задач оптимизации электрических машин (по методу формирования обобщенной целевой функции и по методу последовательных уступок), даны примеры реализации алгоритмов. Библ. 12.

УДК 621.313.8.001.24

Аналитическое исследование магнитного поля в объеме электрической машины с постоянными магнитами. Инкин В. И. — «Электричество», 1979, № 5.
Представлены аналитические решения для потенциалов и компонент вектора индукции в активном объеме электрической машины с постоянными магнитами. В отличие от известных приведенные решения найдены с помощью двухзонной [воздушный зазор и зубцово-пазовая зона с чередующимися пазами и зубцами в виде постоянных магнитов с линейной характеристикой $B(H)$] расчетной модели, достаточно просто и в ряде случаев могут быть реализованы без применения ЦВМ. Библ. 2.

УДК 621.313.17.001.24

Теоретические исследования кондукционного линейного электродвигателя с герметичным жидкометаллическим токоподводом. Хожанов А. И. — «Электричество», 1979, № 5.
Приводятся теоретические исследования кондукционного линейного электродвигателя с герметичным жидкометаллическим токоподводом, обеспечиваемым сильфонами, расположенными на концах канала. Путем решения уравнений движения получены аналитические зависимости для скоростей движения якоря и жидкого металла, а также к. п. д. двигателя без учета потерь на возбуждение. Библ. 5.

УДК 621.313.333.2:621.337.5.001.5

Динамическое торможение линейных асинхронных двигателей с ферромагнитной вторичной цепью. Петленко Б. И., Дергачев А. Е. — «Электричество», 1979, № 5.
Рассматривается возможность определения тормозных усилий, развиваемых линейным асинхронным двигателем в режиме динамического торможения при выполнении вторичной цепи из ферромагнитного материала с учетом непостоянства магнитной проницаемости и гистерезисных потерь. Показывается, что решение уравнений Максвелла для области вторичной цепи может быть существенно упрощено для скоростей выше некоторого граничного значения. Библ. 6.

УДК 621.313.323.018.782.3.001.24

Уравнения движения синхронного электродвигателя с катящимся ротором. Варлей В. В. — «Электричество», 1979, № 5.
Предлагаются уравнения для исследования неустановившихся режимов работы синхронных электродвигателей с катящимся ротором (ДКР) с учетом электромагнитных переходных процессов и конструктивных особенностей этих машин. Проведены расчеты переходных процессов запуска электродвигателя. Установлены значения начальной фазы напряжения питания, при которой имеют место «скачки» ротора, а также определены величины, количественно характеризующие рассматриваемые процессы. Библ. 7.

УДК 621.3.013.5.042.3.001.24

К расчету магнитной проводимости рассеяния полузакрытого паза с массивным проводником прямоугольной формы. Терзян А. А. — «Электричество», 1979, № 5.
Приводятся конечные выражения аналитического с применением метода Бубнова-Галеркина решения задачи электромагнитного поля рассеяния (включая рассеяние по головкам зубцов) полузакрытого паза прямоугольной конфигурации с учетом вытеснения тока в проводнике. Получены семейства кривых для расчета проводимостей рассеяния области паза, занимаемой проводником, и рассеяния по головкам зубцов. Дается сопоставительный анализ результатов, полученных предлагаемым методом и по известным выражениям. Библ. 10.

УДК 621.313.322-81.017.001.24

Уточненная методика расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора. Постяков И. М., Васильевский Ю. Н. — «Электричество», 1979, № 5.
Дается уточнение математической модели и формул расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора. При этом рассматривается как гладкий, так и зубчатый ротор. Получено выражение, позволяющее определить максимум потерь от данной гармоникой поля. Библ. 6.

УДК 621.315.1.027.5.001.24

Оптимизация длины пролета воздушных линий 10 кВ. Березнев Ю. И. — «Электричество», 1979, № 5.
Предложен эмпирико-аналитический метод оптимизации длины пролета ВЛ 10 кВ, сводящийся к задаче прямого одномерного поиска (минимизации) на основе полиномиальной аппроксимации целевой функции. Метод является относительно простым и позволяет получить достаточно строгое (в смысле учета всех существенных ограничивающих условий, влияющих на результат) решение рассмотренной задачи. Приведены результаты оптимизации параметров одноствоечной деревянной опоры ВЛ 10 кВ. Библ. 2.

УДК 621.372.018.782.3.001.24

К теории переходных процессов в линейных цепях при «некорректно» поставленных задачах. Артемьев В. М. — «Электричество», 1979, № 5.
Изложена методика теоретического анализа переходных процессов в линейных электрических цепях при «некорректно» заданных начальных условиях. Отличие предлагаемой методики от существующих состоит в анализе переходных процессов отдельно для «свободного» режима с использованием в качестве начальных условий значений токов и напряжений предшествующего режима. Библ. 2.

УДК 621.372.088.001.24

Периодизация переходной проводимости линейной электрической цепи. Шаталов А. С. — «Электричество», 1979, № 5.
Рассмотрен метод экспериментального получения переходных проводимостей линейных электрических цепей путем подачи на них периодических прямоугольных импульсов напряжения. Метод позволяет оценивать погрешности периодизированных переходных проводимостей по сравнению с проводимостями, получаемыми в однократном режиме. Библ. 2.

УДК 537.527.4.001.24

К расчету энергии, выделяемой газоразрядным промежутком при разряде конденсатора. Романенко И. Н. — «Электричество», 1979, № 5.
На основе метода эквивалентной линеаризации получены соотношения для расчетов энергии, потребляемой газоразрядным промежутком, включенным в цепь разряда конденсаторной батареи. Расчетные данные проверены экспериментально. Формулируется приближенное условие границы перехода квазилинейной разрядной цепи с импульсной дугой к цепи существенно нелинейной. Библ. 5.