

УДК 621.316.1.001.57

Повышение достоверности расчета режима электрической сети

МАРКУШЕВИЧ Н. С., канд. техн. наук

Рига

При современных вычислительных средствах основным источником погрешности моделирования режима сети является неполнота первичной информации о нагрузках в узлах электрической сети, особенно в сетях среднего напряжения (6—35 кВ). В этих сетях источником первичной информации о нагрузках в узлах являются самые разнородные сведения, разновременные замеры токов, месячные или квартальные показания счетчиков энергии, экспертные оценки и т. п. Неточность такой информации очевидна, и в большинстве случаев она приводит к неточному моделированию режимов электрической сети.

Организация регулярных, одновременных измерений нагрузок во всех узлах распределительной электрической сети (с учетом вероятностной природы изменения нагрузок) практически нереальна из-за ограничений в трудовых и материальных ресурсах на предприятиях электрических сетей.

Задача заключается в том, чтобы найти реальный минимум первичной информации о нагрузках, обеспечивающий требуемую точность моделирования основных параметров режима: потоков распределения на наиболее загруженных участках сети P_i , отклонений напряжения в контрольных точках V_i и потерь мощности в сети в целом ΔP .

Для решения поставленной задачи предлагается дополнить указанную первичную информацию избыточной по процедуре моделирования информацией о нагрузках головных участков линий. Информация о нагрузках головных участков в условиях эксплуатации более доступна и достоверна, чем о нагрузках в узлах. В перспективе реальна и автоматизация получения этой информации. Далее, предлагается «уравновешивание» информации о нагрузках в узлах с информацией о нагрузке соответствующего головного участка¹.

Процедура уравнивания в данном случае предполагает обеспечение баланса мощности для каждой линии:

$$\beta_{P_{г.у}i} - \sum_i N_{ijk} = 0, \quad (1)$$

где β — коэффициент, учитывающий потери в линии и трансформаторах; i — номер узла нагрузки; j — номер участка стационарности режима (например, часа); $P_{г.у}$ — нагрузка головного участка; N_{ijk} — откорректированная после уравнивания величина нагрузки в i -м узле, в j -й час (индекс «к» обозначает коррекцию).

При подстановке некорректированных значений нагрузки в узле N_{ij} условие баланса (1) обычно не выполняется. Учитывая большую достоверность величины $P_{г.у}$ предлагается вносить коррекцию в значения N_{ij} :

$$N_{ijk} = N_{ij} + \Delta N_{ijk}, \quad (2)$$

где ΔN_{ijk} — коррекция величины N_{ij} .

Величина коррекции должна отвечать следующему требованию:

$$\Delta N_{ijk} = k N_{ij} (1 - \theta_i), \quad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности; θ_i — коэффициент достоверности первичной информации.

Условие (3) означает, что величина коррекции должна быть пропорциональна величине нагрузки в узле, а также быть больше при меньшей достоверности первичной информации и меньше при большей достоверности. Коэффициент достоверности должен удовлетворять условию:

$$0 \leq \theta \leq 1. \quad (4)$$

¹ Маркушевич Н. С. Управление режимами распределительных электросетей. — Рига: ЛатвИНТИ, 1975. 66 с.

Он связан с вероятностью представления достаточно достоверной информации. Чем выше вероятность представления достаточно достоверной информации, тем выше значение коэффициента, и наоборот. Можно принять:

$$\theta_i = P(\Delta N_i \leq \Delta N_{\text{доп}}), \quad (5)$$

где $P(\Delta N_i \leq \Delta N_{\text{доп}})$ — вероятность представления достоверной информации; $\Delta N_{\text{доп}}$ — допустимая погрешность.

Если вероятностные характеристики погрешности первичной информации неизвестны, при различных способах ее получения значения θ_i задаются экспертными оценками.

Решая совместно (1), (2) и (3), получаем выражение для коррекции нагрузки в i -м узле в j -й час:

$$\Delta N_{ijk} = \frac{\left(\beta P_{j,r,y} - \sum_i N_{ij} \right) N_{ij} (1 - \theta_i)}{\sum_i N_{ij} (1 - \theta_i)}. \quad (6)$$

Величина β , характеризующая потери в электрических сетях и в трансформаторах, подключенных к данному головному участку, определяется на основании статистических данных и приближенных предварительных расчетов потерь мощности. Ее значение может уточняться итерационным путем.

Точность моделирования потокораспределения, потерь мощности и напряжения зависит от распределения нагрузки по линии и погрешностей ее задания.

Для обобщающего анализа предложенного метода используем непрерывные модели распределения нагрузок и погрешностей их задания вдоль линии:

$$\left\{ \begin{aligned} N_l &= f(l); & r_0 l &= f_3(l); \\ \Delta N_l &= f_2(l); & x_0 l &= f_4(l), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где l — длина линии; r_0 — удельное сопротивление линии.

Величины δN_l и θ — случайные. Примем следующую стохастическую модель их взаимосвязи:

$$\bar{\theta} = b_0 + b_1 \delta N^*_l + \varepsilon, \quad (8)$$

где

$$\delta N_l = \frac{\Delta N_l}{N_l}; \quad \bar{\theta} = 1 - \theta; \quad \delta N^*_l = \frac{\delta N_l}{\delta N_m};$$

δN_m — некоторое максимальное значение погрешности задания нагрузки в данной сети; $b_0 = M(\theta) - b_1 M(\delta N^*_l)$; M — символ математического ожидания;

$$b_1 = R(\bar{\theta}, \delta N^*_l) \frac{\sigma(\bar{\theta})}{\sigma(\delta N^*_l)};$$

R — коэффициент корреляции; σ — стандартное отклонение; ε — случайная величина отклонения от линии регрессии.

За экстремальные значения ε принимаем

$$\varepsilon_{\max(\min)} = \pm 2\sigma(\bar{\theta}) \sqrt{1 - R^2(\bar{\theta}, \delta N^*_l)}. \quad (9)$$

Из выражений (7) и (8) получим:

$$\delta N_l = f_5(l); \quad \theta_l = f_6(l). \quad (10)$$

Выразим интересующие нас параметры модели режима в виде функций длины линий.

Перетоки активных и реактивных мощностей в точке l

$$\left. \begin{aligned} P_l &= \int_l^L N_e dl + \Delta P_l; \\ Q_l &= \int_l^L q_l dl + \Delta Q_l; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

потери напряжения в точке l

$$\Delta U_l = \int_0^l \frac{P_l r_l + Q_l x_l}{U_l} dl; \quad (12)$$

потери мощности в линии

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_l &= \int_0^l \frac{P_l^2 + Q_l^2}{U_l^2} r_l dl; \\ \Delta Q_l &= \int_0^l \frac{P_l^2 + Q_l^2}{U_l^2} x_l dl. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Здесь Q_l , U_l и q_l — переток реактивной мощности, напряжение и реактивная нагрузка в точке l ; L — суммарная длина линии.

Погрешность при моделировании величины P_l , Q_l , ΔU_l , ΔP и ΔQ определяется как разность значений, рассчитанных при точном и приближенном задании нагрузок.

Как видно из (11)–(13), все три искомые величины связаны между собой. Это усложняет аналитический вывод и определение погрешности. Для упрощения анализа применим следующий методический прием. Будем определять погрешность для отдельных составляющих выражений (11)–(13), не зависящих от других искомых величин. При анализе погрешностей определения перетоков мощности не учитываем потери. При анализе точности определения потерь напряжения рассматриваем отдельно составляющую, зависящую от активной мощности, и отдельно — от реактивной, а также не учитываем изменение потерь мощности также отдельно рассмотрим активную и реактивную составляющие, а напряжение будем считать постоянным.

Если при этом окажется, что для величин ΔU_l и ΔP выполняется условие:

$$\left| \frac{\Delta_y}{\Delta} \right| < 1,$$

где Δ_y и Δ — погрешности при уравнивании и без уравнивания соответственно, то учет этих составляющих в выражениях (11)–(13) еще в большей степени увеличит точность моделирования.

Выразим погрешности основных составляющих выражений (11)–(13) в виде функций погрешности нагрузки и длины линии:

$$\Delta P_l = \int_l^L \Delta N_{ly} dl^*; \quad (14)$$

$$\Delta\Delta U_l = \int_0^l P_l r_l dl^*; \quad (15)$$

$$\Delta\Delta P = \int_0^l r_l (2P_l \Delta P_l + \Delta P_l^2) dl^*, \quad (16)$$

где $l^* = \frac{l}{L}$.

Остаточная погрешность в задании нагрузки после уравнивания равна разности между первоначальной погрешностью ΔN_{ij} и величиной коррекции $\Delta N_{ij\kappa}$.

Переходя к непрерывной модели, а также, учитывая, что в этом случае

$$\beta P_{j\kappa y} - \sum_i N_{ij} = \int_0^1 N_l \delta N_l dl^*;$$

$$N_{ij} = N_l (1 + \delta N_l); \quad \Delta N_{ij} = \delta N_l N_l,$$

на основании (6) и (8) получим выражение для погрешности задания нагрузки после уравнивания:

$$\Delta N_{ly} = \delta N_l N_l - \frac{N_l (1 + \delta N_l) \left(b_0 + b_1 \frac{\delta N_l}{\delta N_m} + \varepsilon \right) \int_0^1 N_l \delta N_l dl^*}{\int_0^1 N_l (1 + \delta N_l) \left(b_0 + b_1 \frac{\delta N_l}{\delta N_m} + \varepsilon \right) dl^*}. \quad (17)$$

Для упрощения преобразований введем обозначения:

$$Z = \int_0^1 N_l (1 + \delta N_l) \left(b_0 + b_1 \frac{\delta N_l}{\delta N_m} + \varepsilon \right) dl^*; \quad (18)$$

$$\Delta P_{r.н} = \int_0^1 N_l \delta N_l dl^*; \quad (19)$$

$$A = \frac{\Delta P_{r.y} (b_0 + \varepsilon)}{Z}; \quad B = 1 - \frac{\Delta P_{r.y} \left(\frac{b}{\delta N_m} + b_0 + \varepsilon \right)}{Z};$$

$$C = \frac{\Delta P_{r.y} b_1}{\delta N_m Z},$$

тогда

$$\Delta N_{ly} = B \delta N_l N_l - A N_l - C N_l \delta N_l^2. \quad (20)$$

Для количественной оценки эффективности уравнивания по предложенному методу зададимся набором разнообразных зависимостей нагрузок, удельных сопротивлений и погрешностей от длины линий. Рассмотрим все сочетания следующих зависимостей:

равномерное распределение нагрузки вдоль линии

$$N_l = \frac{P_{r.y}}{L}; \quad (21)$$

убывание нагрузки вдоль линии по закону

$$N_l = \frac{2P_{r.y} \left(1 - \frac{l}{L} \right)}{L}; \quad (22)$$

постоянство относительной погрешности

$$\delta N_l = \text{const}; \quad (23)$$

убывание величины δN_l по закону

$$\delta N_l = \delta N_m \left(1 - \frac{l}{L} \right); \quad (24)$$

возрастание величины δN_l по закону

$$\delta N_l = \delta N_m \frac{l}{L}; \quad (25)$$

постоянство удельного сопротивления

$$r_0 = \text{const}; \quad (26)$$

возрастание удельного сопротивления по закону

$$r_0 = r_{0н} + \frac{r_{0л}}{L} l. \quad (27)$$

При условии (23) и $\varepsilon(l) = 0$ подстановкой (23) в (17) получаем: $\Delta N_{ly} = 0$, т. е. при уравнивании погрешность моделирования нагрузки определяется вариацией первоначальной погрешности относительно ее среднего значения по нагрузкам вдоль всей линии. Систематическая же составляющая погрешность полностью устраняется.

Для удобства изложения пронумеруем сочетания зависимостей (21)–(27) в соответствии с табл. 1. После подстановки формул для выбранных сочетаний в общие выражения, приведенные выше, получим следующие зависимости для исследуемых составляющих (цифры в индексах обозначают номера сочетаний).

Переток мощности

$$P_{11, 2, 5, 6} = P_{r.y} (1 - l^*);$$

$$P_{13, 4, 7, 8} = P_{r.y} (1 - l^*)^2.$$

Составляющая потери напряжения:

$$\Delta V_{1,2} = r_0 P_{r.y} l^* \left(1 - \frac{l^*}{2} \right);$$

$$\Delta V_{1,3,4} = r_0 P_{r.y} l^* \left(1 - l^* + \frac{l^{*2}}{3} \right);$$

$$\Delta V_{1,5,6} = r_0 P_{r.y} l^* \left(1 - \frac{l^{*2}}{3} \right);$$

$$\Delta V_{1,7,8} = r_0 P_{r.y} l^* \left(1 - \frac{l^*}{2} - \frac{l^{*2}}{3} + \frac{l^{*3}}{4} \right).$$

Составляющая потерь мощности:

$$\Delta P = \alpha r_0 P_{r.y}^2,$$

где

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{3}; \quad \alpha_{3,4} = \frac{1}{5}; \quad \alpha_{5,6} = \frac{5}{12}; \quad \alpha_{7,8} = \frac{4}{15}.$$

Погрешность перетока на головном участке линии до уравнивания:

$$\Delta P_{r.y} = \gamma P_{r.y} \delta N_m,$$

Таблица 1

Зависимость δN_l по формулам	Формулы для δN_l при использовании выражений (26)		Формулы для δN_l при использовании выражения (27)	
	(21)	(22)	(21)	(22)
(24)	1	3	5	7
(25)	2	4	6	8

где

$$\gamma_{1,2,5,6} = \frac{1}{2}; \quad \gamma_{3,7} = \frac{2}{3}; \quad \gamma_{4,8} = \frac{1}{3}.$$

$$Z = P_{г.у} [b_0(1 + \gamma \delta N_m) + b_1(\gamma + \lambda \delta N_m)],$$

где

$$\lambda_{1,2,5,6} = \frac{1}{3}; \quad \lambda_{3,7} = 0,5; \quad \lambda_{4,8} = \frac{1}{6}.$$

Погрешность определения перетока:

$$\Delta P_{l_{1,5}} = \frac{BP_{г.у} \delta N_m (1 - l^*)^2}{2} - AP_{г.у} (1 - l^*) -$$

$$- \frac{1}{3} CP_{г.у} \delta N_m^2 (1 - l^*)^3;$$

$$\Delta P_{l_{2,6}} = \frac{1}{2} BP_{г.у} \delta N_m (1 - l^{*2}) - AP_{г.у} (1 - l^*) -$$

$$- \frac{1}{3} CP_{г.у} \delta N_m^2 (1 - l^{*3});$$

$$\Delta P_{l_{3,7}} = \frac{2}{3} BP_{г.у} \delta N_m (1 - l^*)^3 - AP_{г.у} (1 - l^*)^2 -$$

$$- \frac{1}{2} CP_{г.у} \delta N_m^2 (1 - l^*)^4;$$

$$\Delta P_{l_{4,8}} = 2BP_{г.у} \delta N_m \left[\frac{1}{2} (1 - l^{*2}) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{3} (1 - l^{*3}) \right] - AP_{г.у} (1 - l^*)^2 -$$

$$- 2CP_{г.у} \delta N_m^2 \left(\frac{1 - l^{*3}}{3} - \frac{1 - l^{*4}}{4} \right).$$

Погрешность определения потерь напряжения:

$$\Delta \Delta U_{l_1} = r_0 P_{г.у} \left\{ -\frac{1}{6} B \delta N_m [(1 - l^*)^3 - 1] + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} A [(1 - l^*)^2 - 1] +$$

$$\left. + \frac{1}{12} C \delta N_m^2 [(1 - l^*)^4 - 1] \right\};$$

$$\Delta \Delta U_{l_2} = r_0 P_{г.у} l^* \left[\frac{1}{2} B \delta N_m \left(1 - \frac{1}{3} l^{*2} \right) - \right.$$

$$\left. - A \left(1 - \frac{l^*}{2} \right) - \frac{C}{3} \delta N_m^2 \left(1 - \frac{l^3}{4} \right) \right];$$

$$\Delta \Delta U_{l_3} = r_0 P_{г.у} \left\{ -\frac{1}{6} B \delta N_m [(1 - l^*)^4 - 1] + \right.$$

$$+ \frac{1}{3} A [(1 - l^*)^3 - 1] +$$

$$\left. + \frac{1}{10} C \delta N_m^2 [(1 - l^*)^5 - 1] \right\};$$

$$\Delta \Delta U_{l_4} = r_0 BP_{г.у} \delta N_m \left[\left(l^* - \frac{l^{*3}}{3} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3} \left(l^* - \frac{l^{*4}}{4} \right) \right] - AP_{г.у} r_0 \left[\frac{1 - (1 - l^*)^3}{3} - \right.$$

$$\left. - CP_{г.у} \delta N_m^2 r_0 \left[\frac{2}{3} \left(l^* - \frac{l^*}{4} \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{1}{2} \left(l^* - \frac{l^{*5}}{5} \right) \right] \right];$$

$$\Delta \Delta U_{l_5} = r_0 P_{г.у} l^* \left[B \delta N_m \left(\frac{1}{2} - \frac{l^*}{4} - \frac{l^{*2}}{6} - \frac{l^{*3}}{8} \right) - \right.$$

$$\left. - A \left(1 - \frac{l^{*2}}{3} \right) - C \delta N_m^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{l^*}{3} - \frac{l^{*3}}{6} - \frac{l^{*4}}{15} \right) \right];$$

$$\Delta \Delta U_{l_7} = r_0 P_{г.у} l^* \left[B \delta N_m \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} l^* + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} l^{*3} - \frac{2}{15} l^{*4} \right) - A \left(1 - \frac{l^*}{2} - \frac{l^{*2}}{3} + \frac{l^{*3}}{4} \right) -$$

$$- C \delta N_m^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} l^* + \frac{1}{3} l^{*2} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} l^{*3} - \frac{3}{10} l^{*4} + \frac{1}{12} l^{*5} \right);$$

$$\Delta \Delta U_{l_8} = r_0 P_{г.у} l^* \left[B \delta N_m \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} l^* - \frac{1}{3} l^{*2} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{1}{12} l^{*3} + \frac{2}{15} l^{*4} \right) - A \left(1 - \frac{1}{2} l^* - \frac{1}{3} l^{*2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} l^{*3} \right) - C \delta N_m^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} l^* - \frac{1}{6} l^{*3} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{30} l^{*4} + \frac{1}{12} l^{*5} \right)].$$

Погрешность определения потерь мощности:

$$\Delta \Delta P = r_0 P_{г.у}^2 (a B \delta N_m - b A - d C \delta N_m^2 + c B^2 \delta N_m^2 +$$

$$+ 0,5 b A^2 + e C^2 \delta N_m^4 - a A B \delta N_m -$$

$$- f B C \delta N_m^3 + d A C \delta N_m^2).$$
 (28)

Значения коэффициентов в выражении (28) приведены в табл. 2.

Каждый из приведенных вариантов распределения нагрузки, сопротивления и первоначальной погрешности рассматривается при разнообразных сочетаниях вероятностных характеристик величин δN^*_i и $\bar{\theta}$. Эти характеристики задаются значениями $\sigma(\delta N^*_i)$, $\sigma(\bar{\theta})$, $M(\delta N^*_i)$, $M(\bar{\theta})$, $R(\delta N^*_i, \bar{\theta})$, причем если заданы $\sigma(\bar{\theta})=0$, $M(\bar{\theta})=0$, получаем выражения для погрешностей без учета уравнивания.

Если $R(\bar{\theta}, \delta N^*_i)=0$, то при уравнивании оценки достоверности информации $\bar{\theta}$ не учитываются.

Для расчета разнообразного набора вариантов была составлена программа на ЦВМ. На рис. 1, 2 и 3 приведены результаты расчетов погрешностей по этой программе для всех сочетаний следующих статистических характеристик (номера сочетаний в соответствии с табл. 1): $\sigma(\delta N^*_i)=0,2, 0,3, 0,4$; $\sigma(\bar{\theta})=0,2, 0,3, 0,4$; $M(\delta N^*_i)=0,5$; $M(\bar{\theta})=0,5$; $R(\bar{\theta}, \delta N^*_i)=0, 0,5, 1$; при $\delta N_m=0,3$.

Таблица 2

Номер варианта	a	b	d	c	e	f
1	0,250	0,670	0,130	0,050	0,016	0,055
2	0,417	0,670	0,300	0,130	0,071	0,195
3	0,220	0,400	0,143	0,063	0,028	0,083
4	0,177	0,400	0,098	0,040	0,013	0,047
5	0,300	0,834	0,155	0,254	0,018	0,063
6	0,533	0,834	0,389	0,175	0,097	0,259
7	0,254	0,467	0,161	0,071	0,031	0,343
8	0,213	0,467	0,119	0,051	0,017	0,059

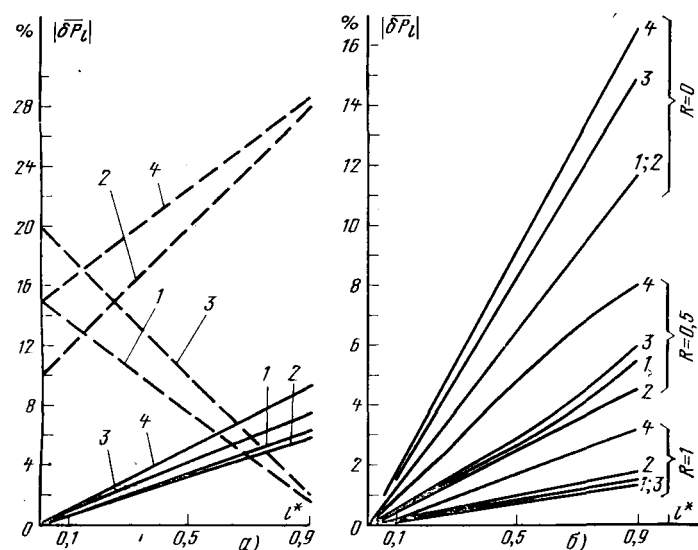


Рис. 1. Зависимость величины относительной погрешности определения перетока мощности от расстояния по длине линии.

а — расчет; б — при различных экспертных оценках.
— — — — — погрешности при неуравновешенных исходных данных, усредненные по всем видам экспертных оценок; — — — — — погрешности при уравнивании исходных данных.

Как видно из рис. 1, погрешности определения перетоков мощности при уравнивании в случаях 2 и 4 всегда значительно меньше, чем без уравнивания исходной информации, а в случаях 1 и 3 на конце линии перетоки мощности определяются с большей погрешностью, если информация уравновешена. Однако, следует обратить внимание на то, что здесь речь идет об относительных погрешностях перетока мощности. В конце линии или близко к точке токораздела замкнутой линии перетоки мощности обычно малы. Требования к достоверности здесь существенно ниже, абсолютная погрешность мала, но в силу того, что сам переток мал, получается большая относительная погрешность. Обычно интересен переток мощности на наиболее загруженных участках, т. е. в начале линии — там, где наибольшие потери мощности и где возможна перегрузка участков линий. Таким образом, для задач моделирования и оптимизации режима по потерям уравнивание информации дает существенное снижение погрешности определения перетоков мощности.

Из рис. 1, б видно, что чем ближе экспертная оценка к действительности, тем меньше погрешность при уравнивании. И даже при неблагоприятных экспертных оценках, когда эти оценки не коррелируют с действительной величиной погрешности нагрузки, погрешность определения перетока меньше, чем без уравнивания информации. Из рис. 2, а видно, что уравнивание информации дает значительное снижение погрешности определения потерь напряжения. Тот же вывод можно сделать из рис. 2, б, из которого следует, что погрешность даже при неблагоприятных экспертных оцен-

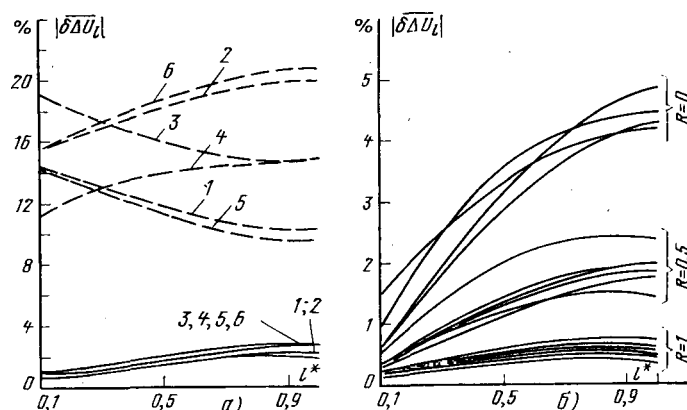


Рис. 2. Зависимость усредненной по всем видам экспертных оценок относительной погрешности определения потери напряжения по линии (а).

— — — — — при неуравновешенной информации; — — — — — при уравнивании информации; б — зависимость величины относительной погрешности потери напряжения от длины линии при различных экспертных оценках.

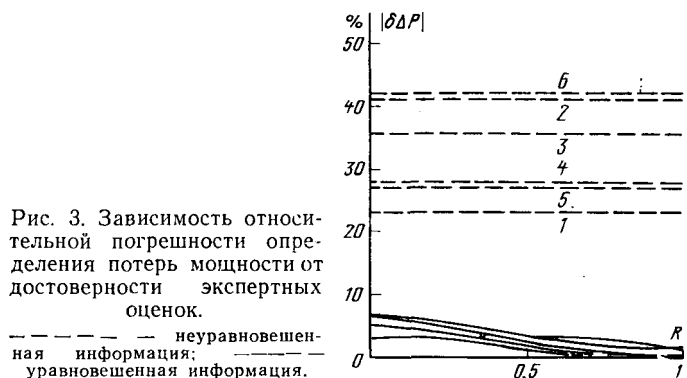


Рис. 3. Зависимость относительной погрешности определения потерь мощности от достоверности экспертных оценок.

— — — — — неуравновешенная информация; — — — — — уравниваемая информация.

ках не превышает 5% потерь напряжения, в то время как наименьшая погрешность при неуравновешенной информации находится на уровне 10%, а средняя — на уровне 15%. Из рис. 3 видим, что во всех случаях, даже при неблагоприятных экспертных оценках, погрешность определения потерь мощности в несколько раз меньше погрешности определения потерь мощности, если информация неуравновешена.

Выборочная проверка метода для реальных режимов электрических сетей также показала его эффективность, что кроме того, подтверждается сравнением выходных результатов моделирования режима с измерениями, произведенными в электрических сетях. В частности, погрешность моделирования величин отклонений напряжения в узлах нагрузки электрической сети 6—20 кВ находится в пределах $\pm 1\%$ номинального напряжения.

Данный метод уравнивания информации о нагрузках применен в автоматизированной системе диспетчерского управления электрическими сетями 6—20 кВ, где позволяет обеспечивать достоверное отображение режима электрической сети

Использование цифровой вычислительной техники для выполнения функций релейной защиты

БАРАБАНОВ Ю. А.

Москва

Для проводимых в последний период исследований в области релейной защиты характерны разработка новых и модернизация существующих алгоритмов функционирования устройств, обеспечивающих более высокое техническое совершенство защит. Это приводит к усложнению алгоритмов, что является, в числе прочих, одной из причин отказа от традиционно использовавшейся электромеханической элементной базы и перехода на новую, более совершенную.

Разрабатываются и находят все более широкое распространение устройства релейной защиты, выполненные на полупроводниковых, а в последнее время и на интегральных элементах. В качестве более далекой перспективы обсуждаются вопросы о возможности и целесообразности использования цифровой вычислительной техники для выполнения функций защиты [Л. 1]. В ряде публикаций отмечаются такие преимущества, получаемые при использовании цифровой вычислительной техники, по сравнению с аналоговой, как мобильность программ расчета по алгоритмам релейной защиты, простота их модернизации и автоматической коррекции уставок защиты в процессе ее функционирования, возможность расширения функциональных возможностей защит за счет централизованного сбора информации, простота реализации сложных функциональных зависимостей, в принципе возможность достижения более высокой элементной надежности за счет автоматического самоконтроля, дублирования и структурной избыточности.

Значительное число имеющихся к настоящему времени публикаций по рассматриваемому вопросу касаются, в основном, разработки алгоритмов функционирования защит, ориентированных на реализацию в цифровом виде. Существенно меньшее внимание уделяется поиску структуры вычислительной системы, наиболее целесообразной с точки зрения выполнения функции защиты, что, видимо, объясняется отчасти отсутствием на начальном этапе достаточного практического опыта использования вычислительных систем для рассматриваемых целей, отчасти необходимостью совмещать высокую квалификацию разработчика не только в области релейной защиты, но и в области вычислительной техники. Вопросы разработки структуры вычислительной системы тесно связаны с вопросами принятия принципиальных решений по направлениям использования вычислительной техники для целей релейной защиты и потому являются наиболее актуальными.

Определенная структура вычислительной системы соответствует определенному классу задач. Сказанное особенно относится к специализированным вычислительным системам, созданным для управления технологическими процессами в реальном масштабе времени. Поэтому целесообразно подвергнуть анализу общий характер задач, решаемых

вычислительной системой для целей релейной защиты объекта и оценить соответствующие требования к вычислительной системе.

Выделим два класса задач и соответствующих им алгоритмов и программ.

Первый класс включает задачи контроля режима защищаемого объекта в целом. По алгоритмам контроля режима отличают нагрузочный режим защищаемого объекта от повреждения, при котором требуется срабатывание какого-либо устройства защиты на сигнал или отключение. Программы контроля режима выполняются непрерывно в процессе функционирования защиты.

Второй класс включает задачи локализации повреждения: определение поврежденного элемента объекта, места (зоны) и вида повреждения и принятие решения о действиях для его устранения. Программы локализации иногда могут выполнять и функции программ контроля режима. В этом случае они выполняются постоянно. В общем случае программы локализации отличаются от программ контроля, а необходимость в их запуске возникает только при повреждении на защищаемом объекте.

Количество одновременно выполняемых в вычислительной системе программ локализации (в случае повреждения) и контроля режима для защиты всего объекта велико и измеряется десятками. Вместе с тем, в системе релейной защиты много включенных на разных присоединениях однотипных защит, что приводит к алгоритмическому однообразию программ. Программы локализации (а часто и программы контроля режима) контролируют токи всех защищаемых элементов объекта. Следовательно, должны быть собраны на защищаемом объекте и введены в вычислительную систему значительные массивы информации. Обновление массивов информации вследствие жестких требований по быстродействию защиты должно осуществляться исключительно быстро — на интервале, измеряемом миллисекундами или даже долями миллисекунды. Указанные особенности программ должны, как указывалось, учитываться при разработке структуры вычислительной системы.

Другим фактором, определяющим выбор структуры, является выполнение элементов, входящих в систему, и прежде всего тип управляющей вычислительной машины. Подавляющее большинство известных разработок ориентировано на использование управляющих машин типа мини-ЭВМ (отечественных серий АСБТ-М, М-6000, М-400, зарубежных серий PDP; PDP-11). Мини-ЭВМ характеризуются относительно высоким быстродействием — сотни тысяч операций в секунду, широким набором команд, что определяет их универсальность и, как следствие, сравнительно высокую стоимость.

Указанные особенности мини-ЭВМ определяют концепцию их использования для релейной защиты

объекта. Применение автономной вычислительной системы, построенной на базе мини-ЭВМ, для защиты одного элемента объекта является экономически нецелесообразным, особенно при учете резервирования процессора и других элементов системы на случай их отказа. Возможное исключение могут составлять весьма редкие случаи защиты особенно ответственных элементов объекта. Удельная стоимость защиты одного элемента снижается в централизованной вычислительной системе (рис. 1, а), предназначенной для защиты целого ряда элементов. Для централизованной системы характерна концентрация потоков информации, поступающей от всего защищаемого объекта через коммутаторы каналов связи и аналого-цифровые преобразователи (АЦП), в едином блоке обработки информации — процессоре управляющей ЦВМ.

В одном процессоре на одном и том же интервале времени совмещается расчет по значительному числу программ релейной защиты для нескольких защищаемых элементов. Для этого используется режим разделения времени: до получения очередного замера электрических величин производится обработка предыдущего замера по всем одновременно запущенным программам. Для снижения числа одновременно выполняемых программ часто организуется приоритетный запуск очередных программ в зависимости от результатов, полученных в предшествующих программах.

При возникновении на защищаемом объекте повреждений одновременно выполняются программы контроля режима и программы локализации. Производительность (быстродействие, система команд) вычислительной системы должна быть достаточна для обеспечения их расчета на малом интервале времени, отведенном для анализа повреждения, а также для сбора больших массивов данных. Вместе с тем, существующие ЦВМ в отдельности, как правило, не располагают достаточной для указанных целей производительностью, вследствие чего не способны совмещать функции защиты для сколько-нибудь значительного числа элементов объекта. Выход может заключаться в разработке и использовании более мощных, а следовательно, и более дорогих, процессоров, а также в построении сложной мультипроцессорной вычислительной системы. Одним из проявлений такого подхода является вариант вычислительной системы, предложенный в [Л. 2] и представленный на рис. 1, б. Характерно разделение функций сбора данных с защищаемого объекта и расчета по программам защиты в отдельных процессорах, что позволяет совмещать во времени указанные операции. Для защиты всего объекта требуется несколько блоков обработки информации, аналогичных представленному на рис. 1, б. Связи между процессорами отдельных блоков системы позволяют в случае отказа одного из процессоров возложить его функции на смежные процессоры. При отсутствии повреждения поток программ снижается, как правило, снижается и поток данных. Мощность вычислительной системы на значительных интервалах времени недоиспользуется.

Таким образом, использование дорогостоящих процессоров мини-ЭВМ диктует необходимость со-

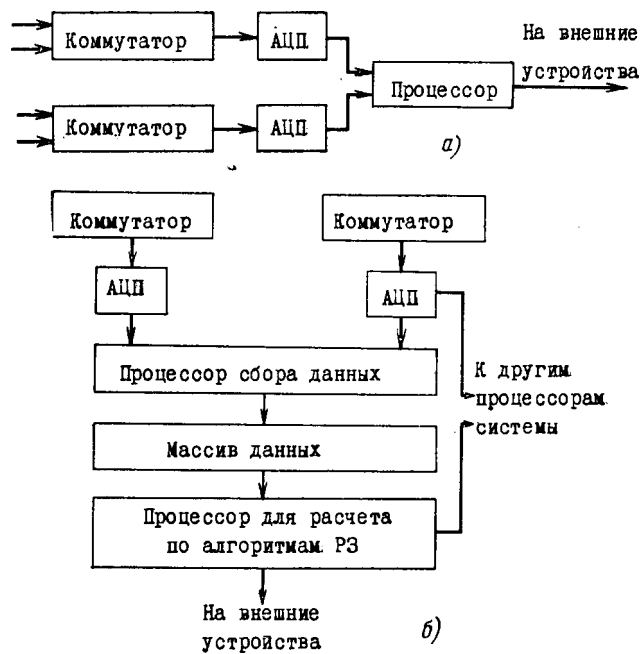


Рис. 1. Централизованная вычислительная система.

вмещения решения ряда задач релейной защиты в одном процессоре, выбора производительности вычислительной системы по редкому случаю наличия повреждения на защищаемом объекте, что приводит в итоге к нерациональному использованию мощности вычислительной системы.

В ряде случаев в нормальном режиме работы защищаемого объекта производят загрузку вычислительной системы так называемыми «фоновыми» программами, не относящимися непосредственно к программам релейной защиты. Их выполнение совмещается с выполнением программ контроля. При запуске программ локализации выполнение фоновых программ прерывается. Однако такое решение нельзя признать вполне полноценным. Усложняется операционная система, обеспечивающая совмещение фоновых программ и программ контроля режима, что снижает надежность защиты. Выполнение фоновых программ может быть в любой момент прервано, что допускает не любая программа. Требования к производительности вычислительной системы со стороны фоновых программ не должны превышать требований со стороны программ локализации. Кроме того, фоновые программы часто прерываются циклически запускаемыми программами контроля режима, вследствие чего режим работы процессора далек от оптимального. Использование автономного аналогового пускового органа, выполняющего функции контроля режима и прерывающего выполнение процессором фоновых программ только при возникновении повреждения, снижает надежность смешанной аналого-цифровой системы. Загрузка процессора в экстремальных условиях наличия повреждения не снижается, и стоимость вычислительной системы остается высокой.

Другим вопросом, трудно разрешимым в централизованной системе, является обеспечение

высокой надежности функционирования. Центральный элемент системы — процессор — обладает с точки зрения реальной защиты весьма низкой надежностью. При этом часто не удается получить приемлемую надежность дублированием процессора.

Учитывая сказанное, следует признать, как правило, нецелесообразность использования централизованной вычислительной системы для выполнения защиты объекта. Следует отметить, что на принципиальные недостатки централизованной системы отчасти было указано уже в [Л. 3], в силу чего предлагалось ограничить область использования подобных систем реализацией некоторых элементов автоматики энергосистем, обслуживанием разного рода автоматических устройств, сбором информации, а также возможной реализацией резервных ступеней защит.

Развитие вычислительной техники привело к появлению в середине 70-х годов качественно нового вычислительного элемента — микропроцессора (*МП*) в комплекте с дополняющими его до микро-ЭВМ устройствами. В силу ряда особенностей *МП*, о которых сказано ниже, в микропроцессорной вычислительной системе удается в принципе разрешить ряд противоречий, возникающих в централизованной системе, выполненной на базе мини-ЭВМ.

Микропроцессор по существу является программируемой универсальной большой интегральной схемой, которая путем задания соответствующей программы ориентирована на выполнение заданных функций. Работа *МП* организуется устройством управления (*УУ*), которое может конструктивно входить в схему *МП* или быть выполнено в виде отдельной интегральной схемы. Устройство управления задает систему выполняемых *МП* команд, которая определяет его вычислительную универсальность.

Различают два типа *УУ*. Первый — аппаратное *УУ* с жесткой схемной реализацией команд. Такие *УУ* вследствие высокого уровня команд обеспечивают высокое быстродействие *МП* (до 200 тыс. операций в секунду), несмотря на конструктивное выполнение *МП* на относительно инерционных элементах. Иначе выполнено микропрограммное *УУ*. Реализация команд осуществляется путем последовательного выполнения некоторого набора микрокоманд. Быстродействие *МП* с таким *УУ* ниже, однако система команд более широкая. Кроме того, имеется принципиальная возможность разработчику самому конструировать систему команд, используя микрокоманды.

Для хранения информации используются запоминающие устройства, также выполненные на интегральных схемах. В комплекте микро-ЭВМ применяется как оперативное запоминающее устройство (*ОЗУ*), допускающее запись и считывание информации, так и постоянное (*ПЗУ*) и полупостоянное (*ППЗУ*) запоминающие устройства, допускающие только оперативное считывание. Запись в *ПЗУ* и *ППЗУ* осуществляется путем специальной обработки носителя информации, например ультрафиолетовым облучением. При потере питания, а также при наличии помех, информация, записан-

ная в *ПЗУ* и *ППЗУ*, не искажается, что удобно для хранения программ релейной защиты.

Отличительной особенностью *МП* по сравнению с процессором мини-ЭВМ является снижение его стоимости в сотни и даже в тысячи раз. В вычислительной системе существенной уже становится стоимость запоминающих устройств и большое значение приобретает экономия памяти.

В ряде источников отмечается также относительно высокая элементная надежность *МП*. Так, например, по зарубежным данным интенсивность отказов *МП* типа Intel 8080 составляет 0,064% на 1000 ч, что сопоставимо с соответствующими показателями мини-ЭВМ.

В силу отмеченных особенностей *МП* необходим пересмотр основных положений, характерных для использования мини-ЭВМ для целей релейной защиты. Следует заметить, что в настоящее время начинают включать *МП* в состав мини-ЭВМ, достигая тем самым за счет параллельного выполнения нескольких функций (например, управление внешними устройствами и расчет по программе) повышения производительности мини-ЭВМ. Однако, независимо от того или иного выполнения мини-ЭВМ для пользователя она является законченным конструктивным элементом, а ее использование определяется изложенными выше соображениями.

Если в вычислительной системе, выполненной на базе мини-ЭВМ, в силу высокой стоимости последней стояла задача выполнения защиты всего объекта на весьма ограниченном количестве вычислительных элементов (процессоров), которая и порождала целый ряд технических проблем, то в системе с *МП* такая задача снимается, поскольку дополнение вычислительной системы новыми вычислительными элементами *МП* уже не приводит к значительному повышению ее стоимости.

Появляется другая, менее сложная проблема, заключающаяся в обеспечении удовлетворяющей требованиям релейной защиты высокой производительности системы, состоящей из малопроизводительных элементов, каковыми являются *МП*.

Одним из возможных путей достижения высокой производительности вычислительной системы на *МП* является построение автономной системы, структура которой аналогична структуре существующих систем релейной защиты, когда отдельные защиты отдельных элементов защищаемого объекта функционируют независимо. При этом функции аналоговых реле или защит выполняются одним или несколькими *МП*, каждый из которых дополнен *УУ*, *ОЗУ* и *ППЗУ* или *ПЗУ* для хранения программы.

Представляется, однако, что автономная вычислительная система на *МП*, хотя и обладает рядом преимуществ по сравнению с рассмотренной выше централизованной системой, выполненной на мини-ЭВМ, является не оптимальной с точки зрения использования ее вычислительных ресурсов. Алгоритмы функционирования однотипных защит, включенных на разных элементах, близки или совпадают. Соответственно совпадают и программы. Вместе с тем, однотипные программы на каждом защищаемом элементе хранятся в разных *ППЗУ*,

что неоправданно увеличивает их количество. По аналогичной причине не рационально используется и УУ. Следует полагать, что при автономном выполнении защит некоторые элементы обработки входной информации будут дублированы защитами разных типов и разными ступенями одной защиты: например, расчет амплитуды электрической величины по ее мгновенным значениям. Вызывает сложности дублирование МП на случай их отказа в силу наличия большого числа независимых МП. Определенные трудности возникают при выполнении так называемых централизованных защит, использующих информацию, получаемую от ряда элементов защищаемого объекта.

Ряд отмеченных недостатков устраняется в распределенной вычислительной системе [Л. 4]. Идея использования распределенной системы заключена в организации параллельного решения задач на ряде пространственно разделенных, но организационно взаимосвязанных вычислительных элементов, в отличие от рассмотренного выше последовательного решения задач на едином вычислительном элементе. Для этого на стадии проектирования производится распараллеливание алгоритмов решения задач. Распараллеливание выполняется как на уровне комплекса задач путем выделения независимых одна от другой задач, так и на уровне решения отдельной задачи путем выделения ветвей соответствующей программы, которые можно на определенном этапе расчета выполнять параллельно. При разработке математического обеспечения удобно использование методов структурного программирования, которые позволяют выделить структурный граф алгоритма. Последний не только четко выявляет параллельные ветви, но и делает программу наглядной, позволяя, тем самым, избежать ошибок программирования. С разработкой математического обеспечения для распределенной системы связано проектирование самой конкретной структуры вычислительной системы соответствующей структуре математического обеспечения. На этом этапе решаются вопросы распределения блоков программ по МП, устанавливается целесообразность и вид связей между МП, характер передаваемой по ним информации, решаются вопросы организации вычислительного процесса, увязки решения отдельных задач или их частей в пространстве и во времени, т. е. переносится структура математического обеспечения на структуру распределенной системы. Удачные структурные решения в части математического обеспечения позволяют более просто решить вопросы его реализации в распределенной системе. В отличие от существующего положения для мини-ЭВМ в этой системе проявляется столь тесная связь структуры математического обеспечения и структуры вычислительной системы, что проектирование одного невозможно без учета другого.

Из сказанного следует, что наибольший эффект от использования распределенной системы можно получить при постановке задач, легко поддающихся распараллеливанию. Именно такими задачами являются задачи релейной защиты. Традиционно сложилось параллельное выполнение: ряда защит для различных элементов объекта; ряда защит для од-

ного элемента; ряда ступеней защиты с относительной селективностью.

Важнейшим этапом при разработке математического обеспечения для распределенной вычислительной системы является системный анализ алгоритмов функционирования всех защит, объединенных в рамках одной системы, позволяющий избежать дублирования операций и провести оптимизацию алгоритмов по критерию снижения объема расчетов для защиты всего объекта. В результате выделяются:

алгоритмы общего назначения, по которым проводится предварительная обработка информации для всех защит (фильтрация полезного сигнала, расчет амплитуды и фазы составляющей промышленной частоты по ее мгновенным значениям и т. д.);

алгоритмы частного назначения, входящие в состав алгоритмов ряда защит или отдельных ступеней (расчет сопротивления петли короткого замыкания, фильтрация какой-либо составляющей тока и напряжения и т. д.);

алгоритмы специального назначения, присущие только данному виду защиты или одной ее ступени

Каждый из указанных классов включает ряд независимых один от другого алгоритмов, выполнение которых производится параллельно.

Возможны два вида организации параллельных вычислений. Первый характеризуется наличием нескольких потоков данных и одним потоком команд, поступающим от единого УУ на все МП (общее управление). Распараллеливание осуществляется на уровне параллельного выполнения в каждый момент нескольких однотипных операций над множеством пар чисел. Второй режим работы МП характеризуется наличием нескольких потоков данных и нескольких потоков команд от ряда УУ (раздельное управление). Распараллеливание осуществляется на уровне одновременного выполнения нескольких ветвей программы.

Ниже приведены предварительные соображения по формированию элементов распределенной системы путем сочетания общего и раздельного управлений.

Для отдельного присоединения решение каждой задачи выполняется отдельным МП или их подгруппой в случае распараллеливания ветвей одной задачи. Управление МП в подгруппе может быть как общее, так и раздельное и определяется конкретной задачей.

В зависимости от степени общности по одинаковым алгоритмам производится обработка информации, поступающей от всех элементов защищаемого объекта или их части. Система подгрупп МП, решающих одну и ту же задачу для ряда элементов, образует группу. Микропроцессоры, принадлежащие одной группе, в каждый момент времени выполняют одну и ту же операцию. Поэтому управление в группе общее от одного УУ. На рис. 2,а представлен вариант формирования группы в случае, когда подгруппа состоит из одного МП. Все МП группы управляются от одного УУ. Программа хранится в ППЗУ, что исключает ее стирание при нарушении режима работы, например, при потере питания. Все МП производят расчеты по одной программе. Очередная команда программы посту-

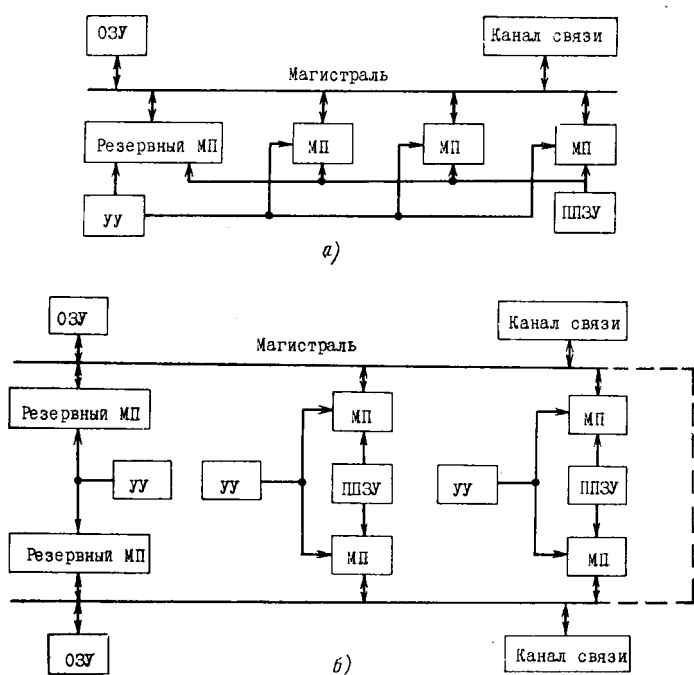


Рис. 2. Формирование группы микропроцессоров.

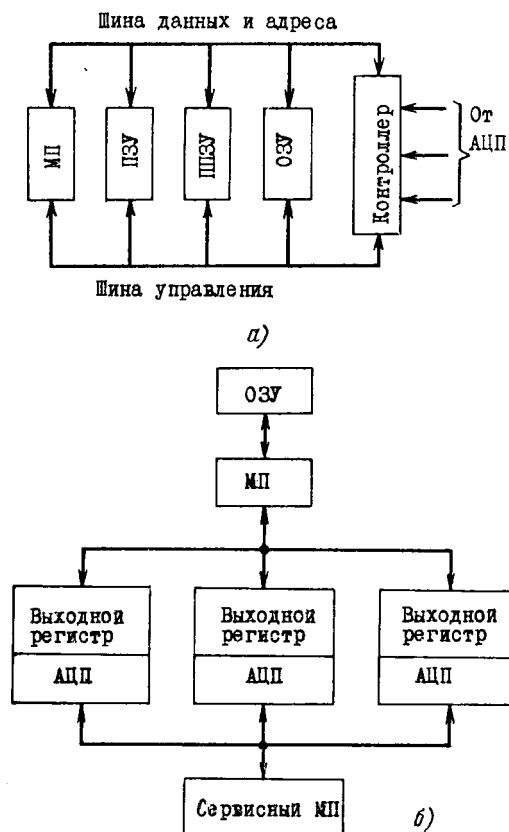


Рис. 3. Ввод информации от АЦП.

тающее асинхронно с МП. Связь между МП и ОЗУ осуществлена через общую магистраль. Каналы связи, структура и временные характеристики ОЗУ таковы, что позволяют за один цикл обслужить все процессоры группы. Представляется, что для выполнения магистралей и каналов связи весьма эффективно могут использоваться световоды, обеспечивающие высокоскоростной и помехоустойчивый обмен данными. К магистрали подключен высокоскоростной канал связи с мини-ЭВМ высшего уровня автоматизированной системы диспетчерского управления, по которому осуществляется доступ оператора к МП, ОЗУ, контролируется работа элементов системы. В группе предусмотрен резервный МП, подключаемый к системе в случае отказа одного из основных МП.

Несколько иначе формируется группа, если подгруппа состоит из нескольких МП, т. е. производится распараллеливание в рамках одной задачи. На рис. 2,б приведена соответствующая схема группы. Количество УУ определено количеством параллельных ветвей задачи. Одним УУ управляют все МП, выполняющие расчет по одной и той же ветви программы для разных элементов защищаемого объекта. Использовано общее ППЗУ для хранения программы ветви. Микропроцессоры, выполняющие расчет по разным ветвям программы для одного элемента, объединены общей магистралью и подключены к одному ОЗУ. Микропроцессоры разных присоединений могут быть подключены как к независимым магистралям с ОЗУ, так и к общей магистрали с общим ОЗУ (показано пунктиром), если объем и производительность ОЗУ и магистрали допускают общее подключение. При отказе одной из ячеек, состоящей из МП, УУ и ППЗУ, подключается резервная ячейка с МП и УУ.

Программа, выполнявшаяся отказавшей ячейкой, записывается для резервной ячейки в ОЗУ.

Отдельные группы формируют полную распределенную вычислительную систему. Связь между группами определяется алгоритмами функционирования защит и выполняется как через общее ОЗУ, так и магистралями между МП. При формировании групп и особенно при формировании из них системы большое значение приобретают «сервисные» МП. Их назначение — организация вычислительного процесса и обслуживание связей (управление магистралями) внутри распределенной системы и с периферийным оборудованием. Они решают вопросы синхронизации ветвей программ во времени, стыковки расчетов по последовательно выполненным программам, исключают конфликтные ситуации при обращении нескольких МП к единому ОЗУ, обслуживают каналы ввода/вывода и т. д.

Выше указывалось, что, кроме проблемы организации расчетов по программам релейной защиты, стоит проблема сбора и ввода в вычислительную систему больших массивов информации. Микропроцессоры открывают новые возможности для успешного решения указанной проблемы.

Структура новейших МП допускает наличие специальных контроллеров, освобождающих МП от управления операциями ввода/вывода. Контроллеры обеспечивают многоканальный прямой доступ в память, позволяя тем самым одновременно со

пает параллельно и синхронно на все МП из одного ППЗУ. Для хранения исходных данных, промежуточных и итоговых результатов вычислений используется общее поле памяти, выполненное на модульном ОЗУ с параллельными входами, рабо-

сбором информации с защищаемого объекта производить расчет по программам релейной защиты. Конструктивно контроллер выполнен аналогично МП. Подключение контроллера к ОЗУ и ППЗУ показано на рис. 3,а. Обмен по каналу прямого доступа в память может происходить исключительно быстро (со скоростью 50—100 Кбайт/с [Л. 5]).

Дополнительные возможности ввода появляются при использовании АЦП интегрального исполнения. В системах с многими аналоговыми входами традиционное решение состоит в использовании уплотнения каналов с одним быстродействующим АЦП. При наличии дешевых интегральных АЦП целесообразно их использование в каждом канале (рис. 3,б). Быстродействие АЦП может быть снижено. Аналого-цифровые преобразователи снабжаются буферными регистрами, считывание с которых производится с таким же быстродействием, как из ОЗУ. Для МП АЦП является просто словом памяти с операциями считывания. Такое решение практически снимает проблему ввода, позволяет экономить ОЗУ, используя его только для хранения

промежуточных и итоговых результатов расчетов. «Сервисный» МП управляет работой АЦП путем послышки сигнала, инициирующего аналого-цифровое преобразование. Этим устраняется возможность обращения МП к выходному регистру АЦП в момент преобразования за счет разнесения во времени указанных операций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rockefeller G. D. Fault Protection with a Digital Computer. — IEEE Trans., 1969, vol. PAS-88, № 4, p. 434—464.
2. Horne E., Cory B. J. Digital Processor for Substation Switching and Control. — Devel. in Power System Prot., Inter. Conf., 1975, London, 11—13 March, p. 237—244.
3. Кимельман Л. Б. Некоторые вопросы использования ЭВМ третьего поколения для релейной защиты, автореферат дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук. М., 1976, с. 24.
4. Gonzalez Mario J. Problem Areas in Distributed Processor System Design. — MSAC 76 IEEE Milwaukee Symp. Automatic. Comput. and Control, Milwaukee, Wisconsin, 1976, p. 161—166.
5. Anderson L. H. Microcomputer as Applied to Small Date Processing Systems, Electro/76 Profess. Prog., Boston, Mass., 1976.—N.-Y., 1976, p. 18.

[21.03.79]

УДК 621.316.925.45

Некоторые вопросы анализа работы реле сопротивления

ЭЛЬ-ХАДИДИ М. А.

Московский энергетический институт

С целью улучшения свойств и повышения технического совершенства измерительных органов дистанционных защит предлагались как в Советском Союзе, так и за рубежом разные исполнения многофазных реле сопротивления (РС), в которых одновременно сравниваются несколько электрических величин, сформированных из токов и напряжений всех трех фаз. Такое исполнение сокращает число сложных измерительных реле; кроме того, многофазные РС имеют некоторые технические преимущества перед обычными однофазными реле (включенными на токи и напряжения петли короткого замыкания), например, могут обеспечивать большую чувствительность к переходным сопротивлениям R_{π} при к.з. на землю [Л. 1—4].

Кроме многофазных РС, в ряде стран в течение многих лет используются направленные РС, сравнивающие компенсированное напряжение петли к.з. с поляризующим напряжением, сформированным с помощью напряжений неповрежденных фаз (или фазы). В последнее время предлагается [Л. 5] и другое выполнение подобных РС, в которых сравниваются несколько величин, одна из которых (поляризующая) формируется с учетом напряжений неповрежденных фаз. Такие реле ниже условно именуются однофазными как реагирующие на одну петлю к.з. в отличие от многофазных реле, которые реагируют на несколько петель к.з. В данной статье рассматриваются способы анализа функционирования РС в разных режимах работы электрических систем.

Способы анализа работы РС. В большинстве

случаев при анализе поведения РС внимание уделяется оценке предельных значений параметров, имеющих влияние на работу реле (например R_{π} , угла расхождения э.д.с. частей системы δ в режиме качаний и др.) или диапазона их значений, при которых реле не срабатывает при внутренних к.з., излишне срабатывает при внешних к.з., ложно срабатывает в режиме работы системы без к.з. [Л. 6—9].

В традиционном способе анализа используются характеристики реле в комплексной плоскости сопротивления. При построении характеристики в комплексной плоскости, РС могут быть разделены на две категории: реле, имеющие однозначные характеристики в плоскости сопротивления X, R (или в плоскости L, R), к которым относятся обычные однофазные реле; реле, не имеющие однозначных характеристик в комплексной плоскости любого переменного, к которым относятся упомянутые выше однофазные и многофазные реле. Анализ реле первой категории с помощью его однозначной характеристики не представляет трудности. Для построения «характеристики»¹ реле второй категории с двумя сравниваемыми величинами в комплексной плоскости одного переменного $\dot{F}_{об}$ в [Л. 10] предлагается выразить каждую из сравниваемых величин в виде явной функции от $\dot{F}_{об}$ и написать

¹ Известно, что характеристика РС второй категории может быть изображена только в многомерном пространстве; «характеристика» этого реле, построенная в плоскости в отличие от характеристики реле первой категории, имеет условный характер, поэтому здесь и ниже пишется в кавычках.

условие срабатывания в виде равенства нулю скалярного произведения:

$$[\dot{F}_{AB}(\dot{F}_{05} - \dot{F}_A)] \cdot [\dot{F}_{06} - \dot{F}_B] = 0. \quad (1)$$

В качестве $\dot{F}_{06}$ могут быть приняты: сопротивление на зажимах реле Z_p , сопротивление нагрузочного режима Z_n , отношение э. д. с. двух частей системы и др. Ниже речь идет о «характеристиках» реле в плоскости Z_p , однако рассмотренные выводы принципиально можно было бы получить и при использовании других плоскостей. При этом условие (1) примет вид:

$$[\dot{F}_{AB}(Z_p - \dot{F}_A)] \cdot [Z_p - \dot{F}_B] = 0. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) $\dot{F}_{AB}$, $\dot{F}_A$, $\dot{F}_B$ являются в общем случае функциями от многих переменных — параметров защищаемой сети Z_c , доаварийного режима Z_n , сопротивления от места включения реле до точки к.з. Z_k , уставки на реле Z_y и R_n в месте к.з. Указанные переменные оказывают влияние на «характеристику» реле, назовем их «влияющими параметрами» (ВП). Для построения одной конкретной «характеристики», из бесконечного числа возможных, необходимо задаться значениями ВП; однако при этом Z_p является не независимым переменным, а фиксированной точкой в плоскости, так как

$$Z_p = f(Z_c, Z_n, Z_k, R_n). \quad (3)$$

Поэтому полученная с помощью (2) «характеристика» будет действительна только для заданной точки в плоскости Z_p . При этом можно только установить, срабатывает ли реле при принятых ВП или нет.

В [Л. 8] показано, что используя (3), можно получить условие (2) независимым от одного ВП. При этом полученная «характеристика» будет действительна только для одной кривой в плоскости Z_p , обусловленной его изменением в зависимости от исключенного ВП. С помощью такой «характеристики» можно определить диапазон значений исключенного ВП, при котором реле неправильно функционирует. Однако влияние оставшихся ВП будет по-прежнему определять множество таких «характеристик»; кроме того, не всегда легко произвести указанное исключение.

Проведение полного анализа поведения реле второй категории способом построения его «характеристики», очевидно, затруднительно, так как построение свойств таких «характеристик» является громоздким, особенно для реле, сравнивающих несколько величин, «характеристики» которых (реле) состоят из нескольких линий, соответствующих разным условиям нахождения реле на грани срабатывания [Л. 11].

Необходимо отметить, что характеристика реле первой категории также может быть описана выражением типа (2), причем $\dot{F}_{AB}$, $\dot{F}_A$ и $\dot{F}_B$ не зависят от ВП, кроме Z_y и, следовательно, характеристика однозначна. Следует также отметить, что «характеристики» реле второй категории, хотя они и не имеют такого же значения, как характеристики реле первой категории, дают некоторое наглядное представление о функционировании реле и иногда при

некоторых допущениях позволяют проведение приближенного количественного анализа.

В качестве другого подхода к анализу работы РС второй категории в [Л. 2] предлагается использовать расчетные выражения, полученные из (2) и (3) и позволяющие оценить предельное значение одного ВП при заданных других. Для упрощения этих выражений иногда принимают некоторые допущения, например, считают $Z_n = \infty$. Выведение упрощенных выражений принципиально возможно, однако намного их усложняет. Кроме того, для реле, имеющих несколько сравниваемых величин, необходимо найти несколько выражений и определить, какое из них является действительным при заданных ВП.

Учитывая сложность графического и аналитического методов анализа работы РС второй категории, в [Л. 5 и 11] было предложено использовать численный подход с применением ЦВМ. Предлагается подходить к граничным условиям изменением значения одного ВП, при заданных других, шаг за шагом до возникновения нарушения правильного функционирования (на каждом шаге проверяется срабатывание реле, используя критерии, основанные на определении угловых соотношений между СВ). Последнее значение, вызывающее указанное нарушение, принимается за искомое предельное значение. Существенным преимуществом этого подхода является возможность проведения анализа с учетом всех ВП даже для сетей сложной конфигурации. Основные его недостатки заключаются в необходимости применения малого шага (например, 5° для угла δ , $1-2$ Ом для R_n), что требует большого времени для проведения расчетов; повышение степени точности сопровождается пропорциональным увеличением необходимого времени использования ЦВМ.

В [Л. 12] сформулирован общий подход к критериям срабатывания нескольких групп реле; указанный подход является более перспективным при анализе работы реле с числом сравниваемых величин больше двух и учитывается в настоящей статье.

Методика анализа поведения РС. При предельном значении влияющего параметра реле находится на грани срабатывания, что соответствует в идеальных условиях прохождению через нулевое значение выходной величины реле Y . Эту величину трудно выразить в виде функции, непрерывно изменяющейся в зависимости от изменения влияющего параметра X . Проще выразить ее в виде дискретной функции, имеющей определенное значение (например $+1$) в случае, когда отношения между сравниваемыми величинами удовлетворяют условиям срабатывания реле; в противном случае Y примет другое значение (соответственно -1). Это учитывается ниже при рассмотрении критериев срабатывания РС.

С целью улучшения метода [Л. 5 и 11] в данной статье предлагается применять общие критерии срабатывания реле, как данные в [Л. 12], так и разработанные автором, и метод «последовательных приближений» в двух этапах: определение конкретного «отрезка» значений исследуемого ВП, в котором лежит его искомое значение — корень функции Y ; отыскание приближенного значения

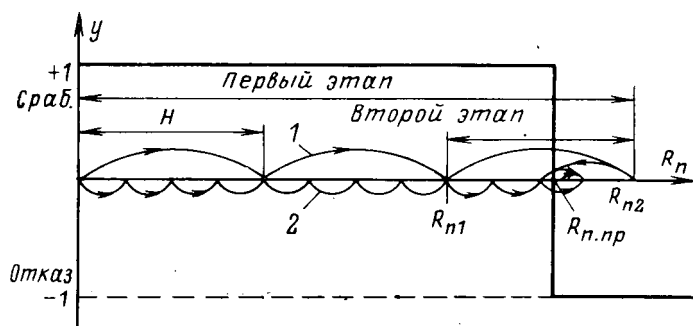


Рис. 1. Анализ работы РС методом последовательных приближений.

1 — предлагаемый метод; 2 — метод [Л. 5 и 8].

корня и уточнение его до некоторой заданной степени точности. Предложенный метод позволяет на первом этапе принимать больший шаг приближения H , что существенно сокращает машинное время, как это показано на рис. 1 для случая определения предельного значения $R_{п.пр}$ при внутренних к. з.

На рис. 2 показана блок-схема программы, позволяющей решить методом последовательных приближений в его двух этапах, поставленную задачу с помощью ЦВМ.

На первом этапе значение переменного X (влияющего параметра) принимается равным нулю и проверяется с помощью подпрограммы (ПП), в каком состоянии находится реле. С целесообразным шагом увеличивается значение X , и на каждом шаге проверяется состояние реле. Если первое изменение состояния возникло до того, как переменное достигло максимального значения $X_{\max}$, то фиксируется последнее и предпоследнее значения переменного ($\bar{X}$ и X соответственно), между которым лежит искомый корень.

На втором этапе отыскание значения корня между $\bar{X}$ и X целесообразно осуществлять, учитывая дискретность функции Y , методом деления отрезка пополам [Л. 13]. Процесс деления продолжается, как показано на рис. 1 и 2, до достижения заданной степени точности ϵ . Если нужно определить диапазон значений переменного X , в котором реле функционирует неправильно, расчет можно повторить, начиная со значения X , равного $\bar{X}$ (см. рис. 2).

Подпрограмма ПП (рис. 2) состоит из двух частей. В первой части, где вычисляются сравниваемые величины $[\dot{E}]$, можно использовать известные программы по расчету установившихся режимов и режимов к. з. системы. При этом необходимо учитывать условные положительные направления токов и напряжений в месте установки защиты. Во второй части подпрограммы ПП при оценке Y предлагается использовать приведенные в следующем разделе критерии срабатывания РС.

Максимальное значение $X_{\max}$ определяется исходя из соображений о природе переменного X . Например, максимальное значение $R_{п}$ при к. з. на землю можно принимать равным 30—60 Ом. Степень точности ϵ определяется требованием к точности расчета и для инженерных расчетов лежит в пределах от 1 до 5%.

При выборе шага приближения H можно исходить из принципа работы реле, в данном случае

используя зависимость от влияющего параметра X . Например, для определения предельного значения $R_{п}$ при однофазном к. з. на землю можно рассуждать следующим образом. При внутренних к. з., начиная с $R_{п}=0$, выбор любого значения шага $H_{\text{внут}}$ приведет к решению. Целесообразно выбрать $H_{\text{внут}}=25\text{--}50\%$ сопротивления защищаемой зоны. При внешних к. з. имеется некоторый диапазон значений $R_{п}$, в пределах которого реле ложно срабатывает. Чтобы иметь возможность обнаруживать этот диапазон, необходимо уменьшить шаг приближения, однако он все же будет больше, чем при существующем методе [Л. 5 и 8].

Все рассмотренные выше методы позволяют провести анализ для реле, включенного в заданном месте заданной системы; полный анализ и сравнение разных реле можно производить варьированием ВП в широких пределах.

Более общим подходом к анализу РС может явиться вероятностный метод (метод статистиче-

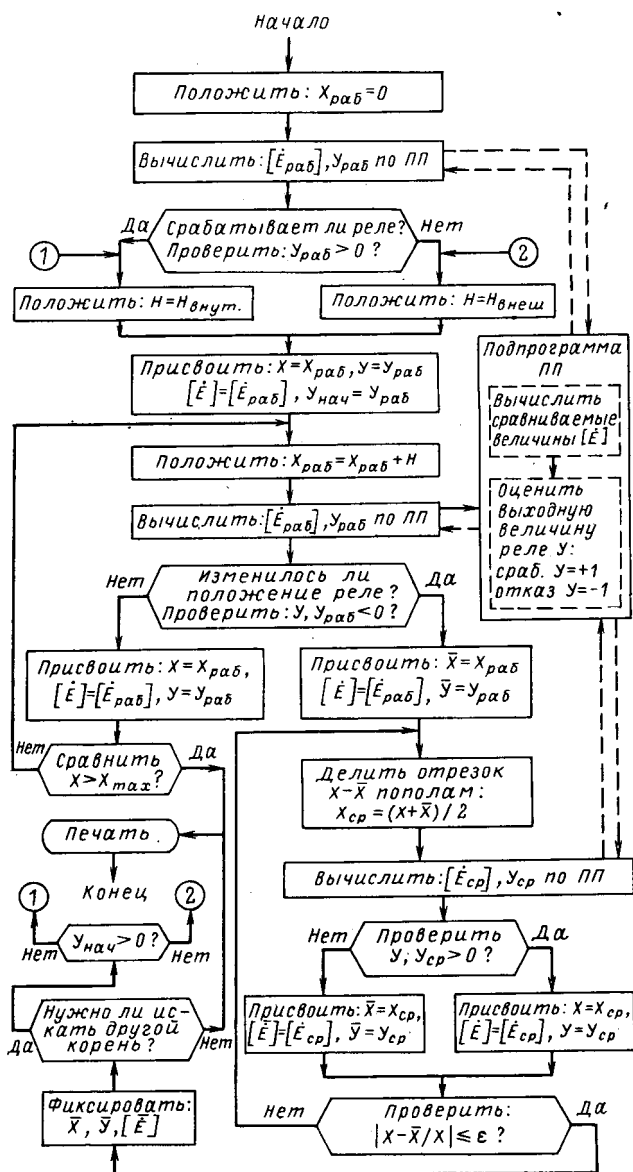


Рис. 2. Блок-схема программы, использующей метод последовательных приближений.

ских испытаний). Однако для практической реализации полученных этим методом результатов необходимо иметь большую исходную информацию, получение которой часто затруднительно.

Критерии срабатывания РС. Применение метода последовательных приближений требует на каждом шаге проверки состояния реле, т. е. оценки Y . Для большинства известных исполнений РС приведем критерии срабатывания, удобные для использования при расчетах. Каждый критерий представляет собой совокупность условий, характеризующих срабатывание реле и выводимых на основании его принципа действия. При удовлетворении соответствующего критерия выходная величина принимает значение (1), в противном случае — (—1).

Критерии срабатывания относятся к реле, сравнивающих величины по фазе. Однако для любого реле, сравнивающего величины по абсолютному значению, можно найти соответствующее исполнение, сравнивающее величины по фазе, используя принцип дуальности схем сравнения. Следовательно, указанные критерии могут быть пригодны и для реле, сравнивающих величины по абсолютному значению.

Рассматриваемые критерии относятся к реле как первой, так и второй категорий. Выбор того или иного критерия зависит только от числа сравниваемых величин и принципа (условия) срабатывания данного реле.

Критерии срабатывания реле с двумя сравниваемыми величинами. Общий вид условия срабатывания реле, сравнивающего две величины по фазе:

$$\varphi_1 < \arg \frac{\dot{A}}{\dot{B}} < \varphi_2, \quad (4)$$

где $\dot{A} = a_1 + ja_2$, $\dot{B} = b_1 + jb_2$ — комплексы-векторы, отображающие сравниваемые электрические величины. Часто принимается $\varphi_1 = -180^\circ$, $\varphi_2 = 0$; при этом условие (критерий) срабатывания реле можно выразить в виде [Л. 8]:

$$\operatorname{Im} \frac{\dot{A}}{\dot{B}} < 0 \quad (5)$$

или

$$Y = \operatorname{sign} (\dot{A} \times \dot{B})_z, \quad (6)$$

где $(\dot{A} \times \dot{B})_z = a_1 b_2 - a_2 b_1$ — проекция векторного произведения $\dot{A} \times \dot{B}$ на ось z , перпендикулярной к плоскости, образуемой векторами $\dot{A}$ и $\dot{B}$. Знак этой проекции соответствует направлению $\dot{A} \times \dot{B}$. Функция $\operatorname{sign} x$ определяется следующим образом:

$$\operatorname{sign} x = \begin{cases} +1 & \text{для } x > 0, \\ -1 & \text{для } x < 0. \end{cases}$$

Для реле, имеющего общее условие (4), можно предложить критерии в следующих логических формулах:

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y' \cdot Y'' & \text{при } \varphi_2 - \varphi_1 < 180^\circ; \\ Y &= Y' + Y'' & \text{при } \varphi_2 - \varphi_1 > 180^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$Y' = \operatorname{sign} (\dot{A} \times \dot{B} e^{j\varphi_2})_z \text{ и } Y'' = \operatorname{sign} (\dot{A} \times \dot{B} e^{j(180^\circ + \varphi_1)})_z.$$

Если условием срабатывания является отставание $\dot{A}$ от $\dot{B}$ на угол, меньший или равный $180^\circ + \alpha$, где $|\alpha| < 180^\circ$, можно показать, что справедлив кри-

терий (7), причем принимается $\varphi_1 = -(180^\circ + \alpha)$; $\varphi_2 = 0$.

Если в (4) $\varphi_2 = \varphi_1 + 180^\circ$, критерием срабатывания реле является

$$Y = \operatorname{sign} (\dot{A} \times \dot{B} e^{j\varphi_1})_z, \quad (8)$$

а если $\varphi_2 = -\varphi_1 = 90^\circ$, то

$$Y = \operatorname{sign} (\dot{A} \times j\dot{B})_z. \quad (9)$$

Критерии срабатывания реле с числом сравниваемых величин больше двух. В [Л. 12] были предложены критерии срабатывания для двух видов реле: 1) срабатывающих или несрабатывающих в зависимости от нахождения всех сравниваемых величин в одной полуплоскости; 2) срабатывающих при некоторых определенных чередованиях векторов сравниваемых величин и несрабатывающих при возможных других их чередованиях.

В последнее время предлагаются также реле, работающие на других принципах; 3) реле, срабатывающие при отставании до определенного угла от одного заданного вектора всех остальных векторов; например, многофазное реле, срабатывающее при отставании векторов компенсированных напряжений трех фаз $\dot{U}'_A$, $\dot{U}'_B$, $\dot{U}'_C$, где $\dot{U}'_\Phi = \dot{U}_\Phi - (I_\Phi + KI_0)Z_Y$, от вектора тока нулевой последовательности I_0 на угол $\leq 180^\circ$ [Л. 3] или на угол $\leq (180^\circ + \alpha)^\circ$ [Л. 4]; 4) реле, срабатывающие при удовлетворении разных условий фазных соотношений между каждой парой сравниваемых величин (при сравнении каждой пары имеется условие, подобное (4). Примером реле последней группы является предложенное в [Л. 5] однофазное реле, в котором сравниваются три специально сформированные величины для фазы A :

$$\dot{E}_1 = (I_A + KI_0)Z_Y;$$

$$\dot{E}_2 = (I_A + KI_0)Z_Y + KI_0 R - \dot{U}_A;$$

$$\dot{E}_3 = \dot{U}_A + k_n \dot{U}_{BC},$$

где R — сопротивление, включенное во вторичные токовые цепи, соответствующее предполагаемому R_n в точке к. з.; k_n — «коэффициент поляризации». Реле срабатывает, если фазные соотношения между сравниваемыми величинами удовлетворяют следующим условиям:

$$-50^\circ \leq \arg (\dot{E}_2 / \dot{E}_1) \leq 19^\circ; \quad (10)$$

$$-70^\circ \leq \arg (\dot{E}_3 / \dot{E}_1) \leq 39^\circ; \quad (11)$$

$$-69^\circ \leq \arg (\dot{E}_3 / \dot{E}_2) \leq 69^\circ. \quad (12)$$

Критерии срабатывания реле первой группы, предложенные в [Л. 12], формируются следующим образом.

Для трех векторов $\dot{E}_1$, $\dot{E}_2$, $\dot{E}_3$ необходимым и достаточным условием их нахождения в одной полуплоскости является несовпадение направлений векторных произведений:

$$\dot{E}_1 \times \dot{E}_2; \dot{E}_2 \times \dot{E}_3; \dot{E}_3 \times \dot{E}_1, \quad (13)$$

т. е.

$$Y = \overline{Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3} + \overline{Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3}, \quad (14)$$

Схемы сравнения

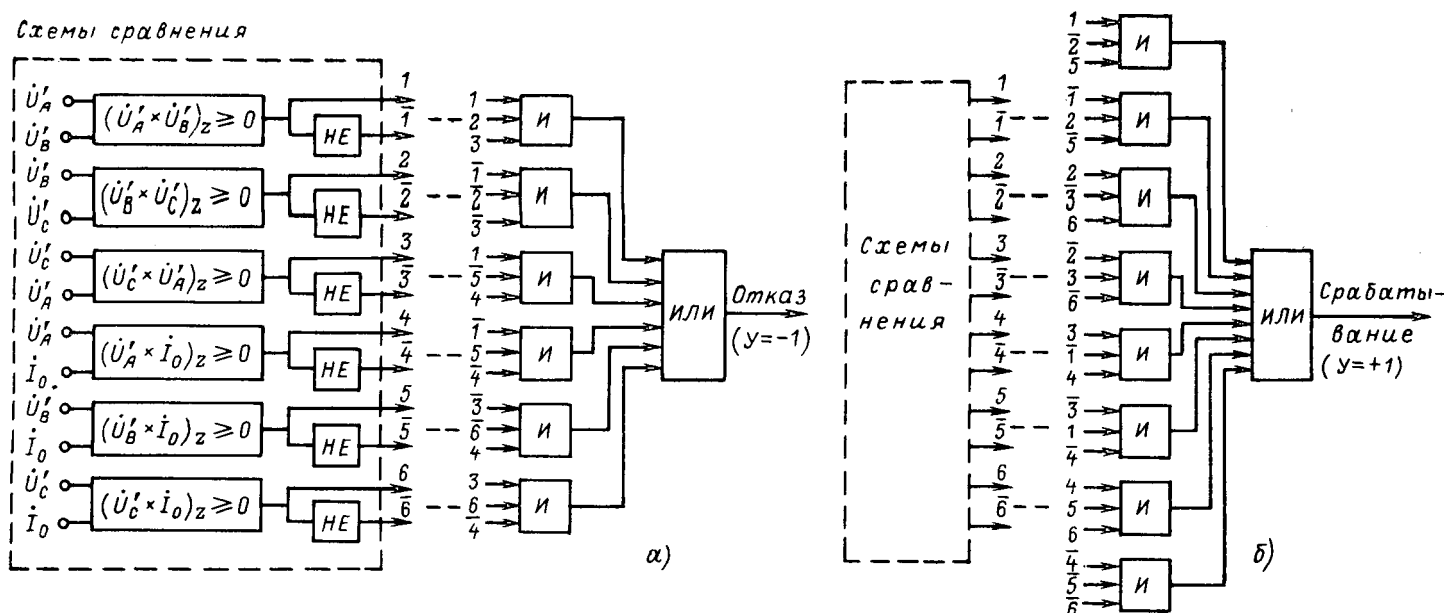


Рис. 3. Алгоритм проверки состояния РС.

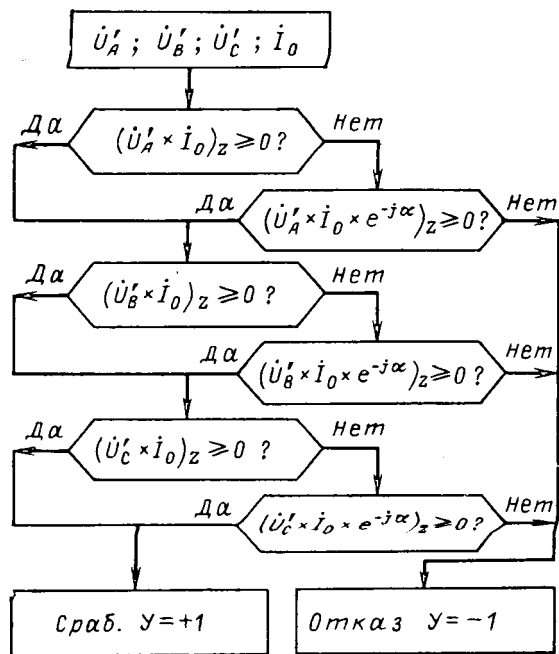


Рис. 4. Блок-схема программы проверки состояния РС.

где

$$Y_1 = -\text{sign}(\vec{E}_1 \times \vec{E}_2)_z; \quad (15)$$

$$Y_2 = -\text{sign}(\vec{E}_2 \times \vec{E}_3)_z; \quad (16)$$

$$Y_3 = -\text{sign}(\vec{E}_3 \times \vec{E}_1)_z. \quad (17)$$

Для n векторов (больше трех) условие (14) проверяется для всех, кроме $n-3$ сочетаний по трем векторам, т. е. для $C_n^3 - (n-3)$ сочетаний; если хотя бы в одном сочетании направления произведений совпадают, то векторы не расположены в одной полуплоскости.

Если хотя бы в одном сочетании векторных произведений одного вектора $\vec{E}_i$ на все остальные $\vec{E}_1 \times \vec{E}_i, \vec{E}_i \times \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_i \times \vec{E}_n$ направления совпадают, то

векторы находятся в одной полуплоскости:

$$Y_i = \prod_{m=1, m \neq i}^n Y_m + \prod_{m=1, m \neq i}^n \bar{Y}_m,$$

где

$$Y_m = \text{sign}(\vec{E}_i \times \vec{E}_m)_z. \quad (18)$$

Так как заранее неизвестно, какой из векторов выбрать в качестве общего $\vec{E}_i$, будем принимать в качестве $\vec{E}_i$ все векторы подряд. Тогда критерии срабатывания реле:

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i. \quad (19)$$

Необходимо однако отметить возможность рациональной очередности векторов $\vec{E}_i$ [Л. 15].

Алгоритм проверки состояния предложенного в [Л. 1] реле (срабатывающего при наличии векторов $\vec{U}'_A, \vec{U}'_B, \vec{U}'_C, -\vec{I}_0$ в одной полуплоскости) с помощью первого и второго критериев можно представить в виде структурных схем, приведенных на рис. 3, а и б соответственно.

Для реле второй группы с тремя сравниваемыми величинами обычно предлагается следующий критерий; достаточным для наличия чередования $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ является условие, чтобы из трех произведений рядом стоящих векторов при движении по часовой стрелке (13) не более одного произведения имело положительное направление, т. е.:

$$Y = Y_1 \cdot Y_2 + Y_2 \cdot Y_3 + Y_3 \cdot Y_1. \quad (20)$$

Для проверки наличия требуемого чередования n векторов в [Л. 14] предложено проверять все группы по три следующих подряд вектора

$$\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3; \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4; \dots \vec{E}_n, \vec{E}_1, \vec{E}_2 \quad (21)$$

с помощью указанного критерия для трех векторов (20); если для каждой из групп соблюдается это условие, расположение соответствует заданному. По мнению автора (см. также [Л. 8]) указанный выше критерий для n векторов справедлив при $n =$

==4. Универсальным является следующий критерий: если условие (20) соблюдается для каждой из следующих групп

$$\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3; \dot{E}_1\dot{E}_3\dot{E}_4, \dots \dot{E}_1, \dot{E}_{n-1}, \dot{E}_n, \quad (22)$$

то чередование векторов соответствует заданному. Этот критерий является более простым, поскольку число проверяемых групп из трех векторов (22) меньше на два, чем их число по (21). Предлагаемый критерий имеет следующую логическую форму:

$$Y = \prod_{i=3}^n Y_k, \quad (23)$$

где Y_k соответствует Y по (20), если в (15)–(17) принять $\dot{E}_1, \dot{E}_{i-1}, \dot{E}_i$ вместо $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$ соответственно.

Более простым оказывается критерий срабатывания реле третьей группы, так как для проверки отставания векторов $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_{n-1}$ от одного заданного вектора $\dot{E}_n$ на угол $\leq 180^\circ$ достаточным является условие, что произведения векторов $\dot{E}_l$ ($l=1, 2, \dots, n-1$) на вектор $\dot{E}_n$ имеют положительное направление:

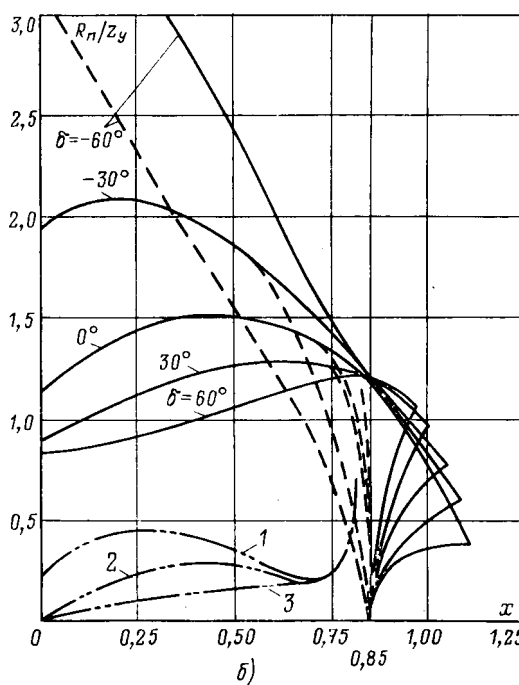
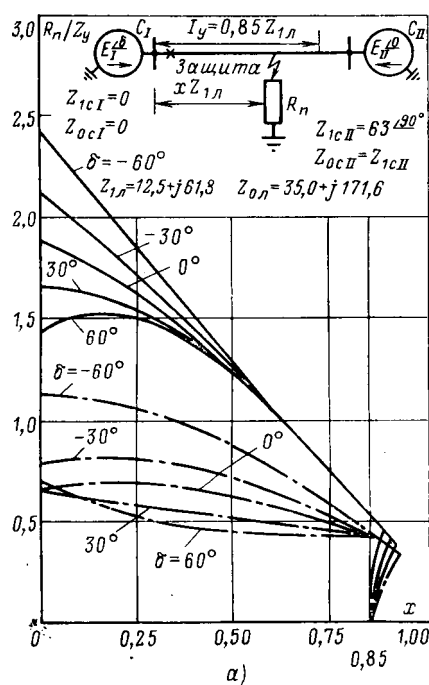
$$Y = \prod_{i=1}^{n-1} Y_l, \quad (24)$$

где

$$Y_l = \text{sign}(\dot{E}_l \times \dot{E}_n)_z.$$

Если угол отставания $180^\circ + \alpha$, то критерии имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} Y &= \prod_{m=1}^{n-1} (Y_m \cdot Y'_m) \quad \text{при } \alpha < 0; \\ Y &= \prod_{m=1}^{n-1} (Y_m + Y'_m) \quad \text{при } \alpha > 0, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$



При к. з. в конце защищаемой зоны реле А при $\alpha > 0$ имеет большую чувствительность к R_n , чем реле Φ ; однако при угле α , близком к нулю, его чувствительность несколько меньше. По мере увеличения угла α повышается чувствительность реле А.

Рис. 5. Зависимости $R_n/Z_y = f(x)$ многофазных РС при разных углах δ .
 α — защищаемая система; — — — реле Φ ; — — — реле А ($\alpha = 0^\circ$); — — — реле А ($\alpha = 30^\circ$); — — — при I_0 ; — — — при I'_0 ; — — — для реле Φ и А при $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 30^\circ$ и двухфазном к. з. на землю ($\delta = 0^\circ$).

где

$$Y'_m = \text{sign}(\dot{E}_m \times \dot{E}_n e^{-j\alpha})_z.$$

Блок-схема программы по изложенному алгоритму для проверки состояния реле, предложенного в [Л. 4] при $\alpha > 0$, показана на рис. 4.

Для реле четвертой группы проверяем удовлетворение для каждой пары сравниваемых величин условий, подобных (6)–(9). Так, реле этой группы срабатывает, если выполняются следующие комплексные условия, соответствующие условиям (10)–(12):

$$(\dot{E}_2 \times \dot{E}_1 e^{j19^\circ})_z \geq 0; (\dot{E}_2 \times \dot{E}_1 e^{j130^\circ})_z \geq 0; \quad (26)$$

$$(\dot{E}_3 \times \dot{E}_1 e^{j39^\circ})_z \geq 0; (\dot{E}_3 \times \dot{E}_1 e^{j110^\circ})_z \geq 0; \quad (27)$$

$$(\dot{E}_3 \times \dot{E}_2 e^{j9^\circ})_z \geq 0; (\dot{E}_3 \times \dot{E}_2 e^{j111^\circ})_z \geq 0. \quad (28)$$

Необходимо отметить, что изложенные выше критерии срабатывания справедливы только, если сравниваемые величины изменяются синусоидально. Использование этих критериев облегчает определения в комплексной плоскости составных характеристик реле первой категории или «характеристик» реле второй категории с числом сравниваемых величин больше двух [Л. 15].

Примеры анализа многофазных РС. Среди известных органов дистанционной защиты от к. з. на землю привлекают внимание предложенные в [Л. 1 и 4] многофазные РС. Обозначим их как реле Φ и А соответственно.

На основании рассмотренных выше критериев срабатывания РС (см. рис. 3 и 4) и метода последовательных приближений (см. рис. 1 и 2) была составлена программа для анализа поведения реле А и Φ с помощью ЦВМ. Результаты расчета при однофазном и двухфазном к. з. на землю для реле, включенных на одиночной ВЛ с двусторонним питанием, приведены на рис. 5.

По этим результатам можно сделать заключение, соответствующее и частично дополняющее [Л. 4 и 11]. Однофазное к. з.

При к. з. в начале защищаемой зоны чувствительность реле A (при $\alpha > 0$) может быть как меньше, так и больше, чем у реле Φ в зависимости от значения и направления передаваемой мощности; при α , близком к нулю, чувствительность реле A всегда меньше, чем у реле Φ .

При прочих равных условиях возможность ложного срабатывания реле A в рассматриваемом случае ($\alpha > 0$) больше, чем у реле Φ , причем здесь эта возможность увеличивается по мере увеличения принимаемой мощности.

Рост угла α ведет к увеличению возможности ложного срабатывания реле A . Этот недостаток при изменении угла δ в указанных на рисунках пределах проявляется, если ток нулевой последовательности в месте установки защиты опережает ток этой же последовательности в месте к. з., однако устранение его возможно [Л. 6].

Если векторы $\dot{U}'_A$, $\dot{U}'_B$, $\dot{U}'_C$ сравниваются с током $I'_0 = I_0 e^{-j\beta}$, где β — некоторый угол, равный аргументу коэффициента распределения тока нулевой последовательности $\arg C_0$ при к. з. в конце защищаемой ВЛ, отмеченный недостаток исключается, (см. рис. 5,б); однако следует отметить, что указанные мероприятия могут приводить к снижению чувствительности к R_n при к. з. в конце зоны в случае, если $\arg C_0$ меняется.

При больших углах расхождения э. д. с. (кривые не приведены) как реле Φ , так и реле A функционируют неполноценно.

Двухфазные к. з. на землю. В этих случаях чувствительности реле A и Φ к R_n малы (см. рис. 5,б), поэтому реле малопригодны для защиты от такого вида повреждений; однако они четко функционируют при внешних двухфазных к. з.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мутон Л., Суяр М. Быстродействующее реле сопротивления. — В кн.: Современная релейная защита. — М.: Энергия, 1970, с. 100—117.
2. Рубинчик В. А. Сравнительная оценка чувствительности к переходным сопротивлениям измерительных органов защиты от замыканий на землю линий электропередач. — Электричество, 1973, № 12, с. 1—7.

3. Аржаников Е. А. Многофазное реле сопротивления и их выполнение на принципе определения порядка следования импульсов. — Электричество, 1973, № 12, с. 8—12.

4. Аржаников Е. А. Многофазные реле сопротивления с регулируемой чувствительностью к переходным сопротивлениям. — Электричество, 1977, № 8, с. 71—73.

5. Johns A. T., El-Alaily A. A. Variable Characteristic Generalised Technique for Distance Protection. — Proceedings IEE, 1973, vol. 120, № 8, p. 891—898.

6. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем. — М.: Энергия, 1976, 560 с.

7. Атабеков Г. И. Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1957, 344 с.

8. Фабрикант В. Л. Дистанционная защита. — М.: Высшая школа, 1978, 216 с.

9. Warrington A. R. Protective Relays, Their Theory and Practice. — London: Chapman and Hall, 1968, vol. 1, second edition. 484 p.

10. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Исследование трехфазного направленного реле сопротивления при коротких замыканиях и в неполнофазных режимах. — Электричество, 1960, № 6, с. 29—38.

11. Михайлова М. В., Рубинчик В. А. Исследование поведения реле сопротивления дистанционной защиты от замыканий на землю с помощью расчетов на ЭВМ по специальной программе. — В кн.: Сборник «Труды института Энергосетьпроект». — М.: Энергия, 1976, вып. 7, с. 98—108.

12. Фабрикант В. Д. Трехфазные дистанционные органы и критерии их срабатывания. — Электричество, 1976, № 3, с. 19—22.

13. Электрические системы/ Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1973, 320 с.

14. Hazra U. S., Basu S. K., Chowdhuri S. Polyphase Distance Relays by 6-Input Phase-Sequence Detector. — Proceedings IEE, 1976, vol. 123, № 10, p. 1017—1020.

15. Эль-Хадиди М. А. Исследование характеристик реле сопротивления дистанционных защит применительно к сетям 220 кВ системы Египта: дис. на степень канд. техн. наук. М., 1978. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.

[30.08.78]

УДК 621.311.161.019.3.001.24

Об уточнении оценки надежности электроэнергетических систем

ЛЯЛИК Г. Н., канд. техн. наук, ДУБРОВИНА И. В., инж.

Москва

Системная надежность электроэнергетических систем в первую очередь обеспечивается за счет создания соответствующих резервов мощности в комплексе с оптимальным развитием системообразующих связей. Эти мероприятия являются наиболее важными, требуют наибольшего объема затрат и, соответственно, нуждаются в наиболее тщательном и надежном обосновании.

Используемый в настоящее время критерий для принятия решений в этой области был предложен Марковичем И. М.¹:

$$p = 1 - \frac{Z_R^{уд}}{T_y}, \quad (1)$$

где p — критерий оптимизации уровня системной надежности, обеспечиваемой за счет резервирования, выраженный в виде интегральной вероятности отсутствия любых дефицитов мощности в энергосистеме (или вероятности вынужденных ограничений потребителей системы); $Z_R^{уд}$ — удельные приведенные затраты на дополнительную резервную

мощность, руб/кВт; y — удельный ущерб на киловатт-час недоотпущенной электроэнергии, руб/(кВт·ч); $T=8760$ ч.

Как это следует из уравнения (1), оптимальный уровень системной надежности будет тем выше, чем меньше стоимость резервной мощности и чем больше ущерб потребителей от вынужденных перебоев электроснабжения. В представленном критериальном выражении нашли отражение как экономические, так и системный подходы к проблеме оптимизации уровня надежности, поскольку в нем учитываются и взаимоувязываются затраты энергосистемы и затраты потребителей электроэнергии, выраженные в виде ущерба от вынужденных перебоев электроснабжения.

Обладая указанными достоинствами, представленный вид критериального уравнения при более глубоком анализе оказывается недостаточно полным, поскольку в нем не отражены затраты, связанные с сооружением системообразующих связей. В то же время на современном уровне развития электроэнергетических систем проблема оптимального резервирования генерирующей мощности теснейшим образом связана с проблемой оптимального

¹ Маркович И. М. Режимы энергетических систем. — М.: Энергия, 1969.

развития системообразующих связей. Естественно, что в этих условиях затраты на системообразующие связи не могут не оказывать влияния на условия оптимизации надежности электроэнергетических систем.

В общем виде оптимизируемая целевая функция должна быть записана в следующем виде:

$$Z_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n Z_R^{yd} R_i + \sum_{j=1}^m Z_L^{yd} L_j + \sum_{i=1}^n M(Y)_i = \min, \quad (2)$$

где Z_{Σ} — суммарные приведенные затраты, руб; n — число энергосистем объединения; i — порядковый номер энергосистемы; R_i — резерв мощности в i -й энергосистеме, кВт; m — число системообразующих связей объединения; j — порядковый номер системообразующей связи; Z_R^{yd} — удельные приведенные затраты в системообразующих связях, руб/кВт; L_j — полная пропускная способность j -й системообразующей связи, кВт; $M(Y)_i$ — математическое ожидание ущерба от вынужденных перебоев электроснабжения в i -м объединении, руб.

Решение такой задачи для многоузловых систем связано со сложными вычислениями. Поэтому на практике используется метод сечения многоузловой системы на эквивалентные двухузловые системы. Этот метод позволяет с достаточной степенью точности получить необходимое решение для каждого из последовательно рассматриваемых сечений и системы в целом. В таком случае основой решения задачи является двухузловая система, которая может включать в себя эквивалентные объединения любого состава. При этом целевая функция приобретает вид:

$$Z_{\Sigma} = Z_R^{yd} R_{\Sigma} + Z_L^{yd} L + M(Y)_{\Sigma} = \min. \quad (3)$$

В данном случае Z_L^{yd} представляет собой постоянную величину, определяемую длиной связи между энергосистемами. Практически постоянной величиной является и Z_R^{yd} , поскольку в большинстве реальных энергосистем замыкающие затраты на дополнительную мощность определяются стоимостью газотурбинных установок. $M(Y) = f(R_{\Sigma}, L)$.

Минимизация целевой функции может быть осуществлена в два этапа. На первом этапе в целях определения условия оптимизации пропускной способности системообразующей связи при любом заданном значении R_{Σ} приравняем нулю частную производную по параметру L :

$$\frac{\partial Z_{\Sigma}}{\partial L} = Z_R^{yd} \frac{\partial R_{\Sigma}}{\partial L} + Z_L^{yd} \frac{\partial L}{\partial L} + \frac{\partial M(Y)_{\Sigma}}{\partial L} = 0. \quad (4)$$

Так как в данном случае $R_{\Sigma} = \text{const}$, выражение (4) будет иметь вид:

$$\frac{\partial Z_{\Sigma}}{\partial L} = Z_L^{yd} + \frac{\partial M(Y)_{\Sigma}}{\partial L} = 0, \quad (5)$$

откуда условие оптимизации пропускной способности системообразующей связи при заданном резерве

$$-\frac{\partial M(Y)_{\Sigma}}{\partial L} = Z_L^{yd}. \quad (6)$$

Использование этого критерия дает возможность для каждого заданного значения R_{Σ} определить величину оптимальной пропускной способности системообразующей связи $L^{\text{опт}}$ и соответствующую величину $M(Y)_{\Sigma}^{\text{опт}}$ и на этой базе получить зависимость:

$$L^{\text{опт}} = f(R_{\Sigma}); \quad (7)$$

$$M(Y)_{\Sigma}^{\text{опт}} = f(R_{\Sigma}). \quad (8)$$

В этих условиях для второго этапа оптимизации целевая функция может быть записана в виде:

$$Z_{\Sigma} = Z_R^{yd} R_{\Sigma} + Z_L^{yd} L^{\text{опт}} + M(Y)_{\Sigma}^{\text{опт}} = \min. \quad (9)$$

Приравняв нулю частную производную уравнения (9) по параметру $R_{\Sigma} = R$, получим:

$$\frac{\partial Z_{\Sigma}}{\partial R} = Z_R^{yd} + Z_L^{yd} \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R} + \frac{\partial M(Y)_{\Sigma}^{\text{опт}}}{\partial R} = 0. \quad (10)$$

Тогда

$$-\frac{\partial M(Y)_{\Sigma}}{\partial R} = Z_R^{yd} + Z_L^{yd} \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R}. \quad (11)$$

$$-\frac{\partial M(Y)}{\partial R} = Ty I_{\text{деф}}^{\text{опт}}. \quad (12)$$

Здесь T и y те же, что и в формуле (1); $I_{\text{деф}}^{\text{опт}}$ — оптимальная величина интегральной вероятности любых дефицитов мощности системы, которая должна обеспечиваться за счет резерва мощности при заданных показателях удельного ущерба y и стоимости резервной мощности Z_R^{yd} .

На основании (11) и (12) получим:

$$Ty I_{\text{деф}}^{\text{опт}} = Z_R^{yd} + Z_L^{yd} \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R}, \quad (13)$$

откуда критерий оптимизации уровня системной надежности

$$p = 1 - I_{\text{деф}}^{\text{опт}} = 1 - \frac{Z_R^{yd} + Z_L^{yd} \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R}}{Ty}. \quad (14)$$

Критериальное выражение (14) отличается от уравнения (1) членом $Z_L^{yd} \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R}$, который обеспечивает необходимый для современных систем учет сетевой составляющей затрат. При $Z_L^{yd} = 0$ уравнение (14) превращается в (1). Это свидетельствует о том, что применяемая в настоящее время форма критерия отражает частный (и, к сожалению, не реалистичный) случай оптимизации системы, сетевая составляющая затрат по которой равна нулю (так называемая «концентрированная» система).

На первый взгляд, учет сетевой составляющей в уравнении (14) снижает оптимальный уровень надежности энергоснабжения; однако в реальных условиях происходит обратное явление. Для разъяснения приведем результаты исследований.

На рис. 1 приведены кривые изменения оптимальной величины пропускной способности системообразующей связи в зависимости от суммарного резерва мощности, полученные в соответствии с кри-

териум (6). На этом рисунке кривая A рассчитана для объединения систем с равномерным графиком нагрузки; кривая B — для системы с реальным графиком нагрузки, характеризующимся обычной неравномерностью электропотребления.

Как видно по кривой A , на начальном участке рост мощности резерва сопровождается ростом экономически оправданной оптимальной пропускной способности системообразующей связи, которая необходима для реализации возможностей взаиморезервирования объединенных энергосистем. Дальнейшее увеличение резерва мощности в системах приводит к снижению необходимой взаимопомощи в аварийных ситуациях, в соответствии с чем снижается и необходимая (оптимальная) величина пропускной способности системообразующей связи. В пределе, когда в объединении резерв становится равным сумме оптимальных резервов изолированных систем R_{Σ} , создание системообразующей связи становится экономически неоправданным и, соответственно, $L^{\text{опт}}=0$.

Пунктиром на рис. 1 (кривые C и D соответственно для равномерного и неравномерного графиков нагрузки) показаны зависимости $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ от R_{Σ} . Характер этих зависимостей достаточно сложный, особенно для условной системы с равномерным графиком нагрузки. В этом случае $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ по мере увеличения резерва изменяется не только по величине, но и по знаку. При относительно больших значениях R_{Σ} член $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ имеет отрицательный знак. Это свидетельствует о том, что в зависимости от зоны, в пределах которой находится оптимальный резерв мощности, учет сетевой составляющей может как снижать, так и повышать оптимальный уровень надежности. Однако это только теоретический случай.

Реальные же условия характеризуются кривой $L^{\text{опт}}=f(R_{\Sigma})$ типа B , при расчете которой учтен характерный режим электропотребления (график нагрузки). Как известно, режим электропотребления реальных энергосистем характеризуется существенной неравномерностью. Так, в суточном разрезе нагрузка на уровне максимальной длится не более одного часа. Во все же остальные часы нагрузка системы снижается в большей или меньшей степени и достигает своего минимума в ночные часы. Поэтому, если даже в час максимума система полностью лишена резерва мощности ($N=P_{\text{max}}$), то и в этом случае в остальные часы в системе будет иметься существенный резерв мощности, достигающий ночью 40% максимума нагрузки.

Соответственно, во все часы, кроме максимума, естественный резерв (не требующий дополнительных затрат) может быть использован для взаимопомощи между объединенными системами в аварийных ситуациях и снижения за счет этого ущерба от вынужденных ограничений потребителей. В связи с этим даже при отсутствии резерва мощности по часу максимума оказывается эффективным создание системообразующей связи (для реализации экономии на ущербах во внепиковые часы) с достаточно большой пропускной способностью. Наглядно это положение иллюстрируется кривой B на рис. 1, которая получена в результате специальных экспе-

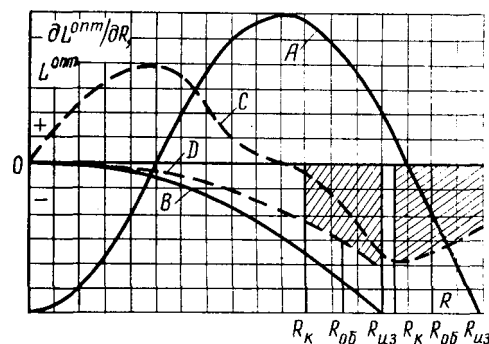


Рис. 1. Зависимость оптимальной пропускной способности системообразующей связи $L^{\text{опт}}$ и ее приращения $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ от аварийного резерва мощности в объединении.

риментальных расчетов. При этом видно, что любое увеличение резерва (по часу максимума) ведет уже не к росту, а к снижению требований к оптимальной величине пропускной способности системообразующих связей. Это явление можно объяснить тем, что средний резерв мощности, заключенный в графике, так велик, что дальнейшее увеличение резерва происходит в условиях, аналогичных правой части кривой A .

На рис. 1 заштрихованы зоны оптимизации, в пределах которых находятся искомые значения оптимального резерва мощности объединения $R_{\text{об}}$. Эти зоны охватывают значения резервной мощности от резерва концентрированного объединения R_K , соответствующего условию $Z_L^{\text{уд}}=0$, до суммы оптимальных резервов мощности изолированных систем $R_{\Sigma \text{ из}}$, соответствующих условию предельных показателей затрат на сети, при которых объединение оказывается неэффективным.

Как видно, в обоих случаях в рамках предельного диапазона оптимизации резерва мощности показатель $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ имеет отрицательное значение. Следовательно, учет сетевых затрат при оптимизации ведет не к снижению, а к повышению оптимального уровня надежности и, соответственно, в критериальное уравнение член $\partial L^{\text{опт}}/\partial R$ должен входить со знаком минус, а его окончательный вид становится следующим:

$$p = 1 - \frac{Z_R^{\text{уд}} - Z_L \left| \frac{\partial L^{\text{опт}}}{\partial R} \right|}{T_y} \quad (15)$$

Помимо уточнения вида критериального уравнения, есть условия и для уточнения значений входящих в него показателей. В то время, когда экономически обосновался норматив показателя оптимизации уровня системной надежности $p=0,999$, оценка затрат на резервную мощность находилась на уровне 5,25 руб/кВт, а удельный ущерб принимался в размере 0,6 рубля на киловатт-час недоотпущенной энергии. При этих показателях по формуле (1) и получается значение $p=0,999$. Обращает на себя внимание весьма низкое по современным представлениям значение приведенных удельных затрат на резервную мощность. Это значение принималось исходя из возможности установки для резервирования самой дешевой мощности, которое

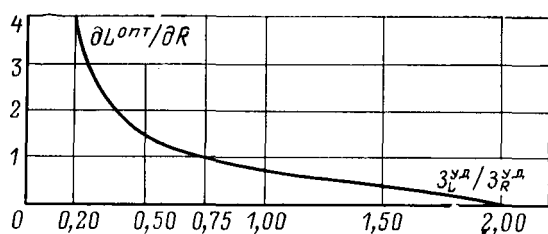


Рис. 2. Зависимость абсолютной величины $\partial L^{опт}/\partial R$ от $Z_L^{уд}/Z_R^{уд}$ в зоне оптимальных значений резерва мощности.

определялось стоимостью дополнительных агрегатов гидростанций в размере 30 руб./кВт.

В настоящее время возможности получения такой дешевой мощности на гидростанциях в Европейской части СССР практически исчерпаны. Наиболее дешевыми источниками пиковой мощности кратковременного использования могут служить только газотурбинные установки, удельные приведенные затраты по которым оцениваются в 20 руб./кВт. Таким образом, в современных условиях минимальные оценки стоимости резервной мощности следует увеличить почти в четыре раза, что по выражению (1) может привести к снижению нормативного уровня оптимизации надежности до 0,996.

Наряду с этим иногда высказывается мнение, что стоимость резерва фактически еще более высока, в связи с чем затраты на него при определении оптимального уровня надежности должны приниматься еще большими. По-видимому, здесь имеет место некоторое смешение понятий, которое заслуживает разъяснения. Действительно, средняя стоимость резерва мощности больше того минимального значения, о котором говорилось выше, так как при правильно определенной структуре резерва мощности он должен включать мощность, предназначенную для покрытия длительных дефицитов (обычно дорогие базисные станции), мощность, предназначенную для покрытия более кратковременных дефицитов (полупиковые — более дешевые станции), а также мощность, предназначенную для покрытия

кратковременных дефицитов с вероятностью ее использования порядка 0,001 (9—10 часов в год).

Средняя стоимость резерва определяется как взвешенная по всем его составляющим.

Замыкающей же мощностью, определяющей конечную величину резерва и, соответственно, оптимальный уровень надежности, является мощность наиболее дешевых пиковых электростанций, стоимость которых должна входить в критериальное выражение. Поэтому в рассматриваемом случае под удельными приведенными затратами на резервную мощность подразумеваются не средние показатели, а показатели наиболее дешевой «замыкающей резерв» мощности. По-видимому, в настоящее время в уточнении нуждается и показатель удельного ущерба от вынужденных перебоев электроснабжения. Об этом свидетельствует ряд исследований, выполненных, в частности, в Сибирском и Среднеазиатском отделениях института «Энергосетьпроект». Однако обсуждение этих и других материалов показало, что на современной стадии изученности вопроса еще не созрели предпосылки для обоснованного отказа от используемого показателя удельного ущерба в размере 0,6 руб./кВт·ч. При этом предполагается, что удельный ущерб пропорционален недоотпуску электроэнергии.

Абсолютное значение показателя $\partial L^{опт}/\partial R$ в зоне оптимальных значений резерва мощности, как показали расчеты, зависит от соотношения удельных приведенных затрат на линию и резерв $Z_L^{уд}/Z_R^{уд}$ и достаточно полно характеризуется кривой, приведенной на рис. 2.

Анализ компонентов, входящих в уравнение, показал, что в настоящее время появились предпосылки и к понижению нормативного показателя системной надежности прежде всего в связи с значительным ростом затрат на резервную мощность. По совокупности изученных в настоящее время характеристик действующий норматив 0,999 может быть снижен до величины порядка 0,997. Учет сетевой составляющей в критериальном выражении повышает оптимальный экономически обоснованный уровень системной надежности.

[16.01.79]

УДК 621.315.55:537.312.62

Анализ увеличения гистерезисных потерь в коаксиальном сверхпроводящем кабеле при несоосностях токонесущих жил

СМИРНОВ С. К., КУНО М. Я., инженеры, БЕНДИК Н. Т., канд. физ.-мат. наук

Москва

Потери в сверхпроводящих кабелях представляют собой гистерезисные потери в сверхпроводнике на переменном токе, зависящие от многих факторов. В данной статье рассмотрено влияние геометрического фактора — несоосности токовых жил в коаксиальном кабеле. (Здесь и далее под коаксиальным кабелем понимается кабель из двух цилиндрических жил с параллельными осями.)

Исследуется следующая общеизвестная физическая картина. Магнитное поле в зазоре коаксиального кабеля описывается обычными уравнениями Максвелла для непроводящей среды с постоянными магнитными свойствами. В толще сверхпроводника магнитное поле подчиняется уравнению критического состояния Лондона — Бина для сверхпроводника второго рода. Глубина проникновения поля

в сверхпроводник во много раз меньше, чем размеры проводников и расстояние между ними. Это обстоятельство позволяет выбрать путь исследования, справедливый для массивных проводников с глубиной проникновения, малой по сравнению с размерами проводников.

Сначала производится расчет распределения магнитного поля по периметру проводника (речь идет о периметре, а не о поверхности, поскольку поле плоское), исходя из уравнений Максвелла для постоянного магнитного поля в немагнитной среде, причем перпендикулярная составляющая поля на поверхности проводника полагается равной нулю. Это граничное условие соответствует требованию непроникновения поля в сверхпроводник. Подобный подход к расчету распределения поля на поверхности сверхпроводника применен в [Л. 1]. Фактически задача сводится к расчету электрического поля для той же геометрии проводников. После этого по известному распределению поля по периметру проводников определяется распределение потерь. При этом пользуются полученными ранее зависимостями удельных потерь W на единицу площади плоской поверхности сверхпроводника от магнитного поля. Многие исследования дают апроксимирующее выражение для потерь в виде степенной зависимости:

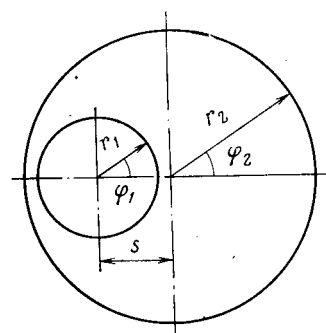
$$W \sim H^p, \quad (1)$$

где W — удельные потери на единицу поверхности, Вт/м²; p — показатель, определяемый теоретически или опытным путем; для ниобия и соединения Nb₃Sn значение p изменяется от 3 до 4.

Описанный подход применялся при различных исследованиях. Особенно важно отметить [Л. 2], где получено выражение зависимости потерь от несоосности для коаксиального сверхпроводящего кабеля. Там же показана применимость выражения (1) для ниобия. Полученные в [Л. 2] результаты имеют следующие особенности, затрудняющие их применение: 1) ограничение случаем $p=3$; 2) недостаточная наглядность для получения из него качественных выводов; 3) применимость лишь для внутренней жилы; 4) нет анализа максимальной допустимой несоосности. В статье выводятся выражения потерь в зависимости от несоосности, аналогичные выражениям [Л. 2], но в более наглядной форме. Эти выражения относятся не только к внутренней, но и к внешней жиле. Кроме случая $p=3$, получены формулы для $p=4$. Далее получены выражения для тех же зависимостей в пределе малых несоосностей, относящиеся к любым p (не только к целым). Эти выражения позволяют произвести предварительное обсуждение ограничений на допустимое значение несоосности в сверхпроводящем коаксиальном кабеле, что важно для проектирования.

Вывод выражения зависимости потерь от несоосности. Рассмотрим кабель, состоящий из двух токовых жил с радиусами r_2 и r_1 , где r_2 — внутренний радиус внешней жилы, а r_1 — внешний радиус внутренней жилы. Оси жил смещены на расстояние s (см. рисунок). По жилам протекают равные, но противоположно направленные токи, поэтому магнитное поле не выходит за пределы жил. На по-

Схема поперечного сечения коаксиального кабеля со смещенными осями внутренней и внешней жил.



верхности жил перпендикулярная составляющая поля равна нулю, тогда можно воспользоваться известным решением [Л. 3]:

$$\frac{H_1(\varphi_1)}{H_{01}} = \frac{h}{h_1 + r_1 \cos \varphi_1}; \quad (2)$$

$$\frac{H_2(\varphi_2)}{H_{02}} = \frac{h}{h_2 + r_2 \cos \varphi_2}, \quad (3)$$

где $H_1(\varphi_1)/H_{01}$, $H_2(\varphi_2)/H_{02}$ — отношения поля на поверхности первой $H_1(\varphi_1)$ и второй $H_2(\varphi_2)$ жил для смещенных жил к соответствующим значениям H_{01} и H_{02} поля на поверхности тех же жил при отсутствии смещения при той же величине тока; φ_1 , φ_2 — полярные углы точек на поверхности (см. рисунок); величины h , h_1 , h_2 имеют размерность длины и определяются по формулам:

$$h_1 = (r_2^2 - r_1^2 - s^2) / 2s; \quad (4)$$

$$h_2 = h_1 + s; \quad (5)$$

$$h^2 = h_1^2 - r_1^2 = h_2^2 - r_2^2. \quad (6)$$

Выражения (2) и (3) можно переписать таким образом:

$$H_1(\varphi_1)/H_{01} = \sqrt{1 - \alpha_1^2} / (1 + \alpha_1 \cos \varphi_1), \quad (7)$$

$$H_2(\varphi_2)/H_{02} = \sqrt{1 - \alpha_2^2} / (1 + \alpha_2 \cos \varphi_2), \quad (8)$$

где

$$\alpha_1 = r_1/h_1 = 2r_1s / (r_2^2 - r_1^2 - s^2); \quad (9)$$

$$\alpha_2 = r_2/h_2 = 2r_2s / (r_2^2 - r_1^2 + s^2). \quad (10)$$

При малых смещениях величины α_1 и α_2 примерно пропорциональны s , т. е.:

$$\alpha_1 \approx 2r_1s / (r_2^2 - r_1^2); \quad (11)$$

$$\alpha_2 \approx 2r_2s / (r_2^2 - r_1^2). \quad (12)$$

При касании цилиндров $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

На основании вышеприведенного величины α_1 и α_2 можно рассматривать как меру несоосности.

Используя эмпирическую формулу (1) [Л. 2] и зная (7) и (8) для поля, можно получить распределение гистерезисных потерь на поверхности:

$$W \sim H^p.$$

Из (1) и (7), (8) можно получить интегральные выражения, характеризующие увеличение общих потерь на поверхности жилы:

$$w_1/w_{10} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sqrt{1 - \alpha_1^2}}{1 + \alpha_1 \cos \varphi_1} \right)^p d\varphi_1; \quad (13)$$

$$w_2/w_{20} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sqrt{1 - \alpha_2^2}}{1 + \alpha_2 \cos \varphi_2} \right)^p d\varphi_2, \quad (14)$$

где ω_1 и ω_2 — общие потери на первой и второй поверхностях при наличии несоосностей; ω_{10} и ω_{20} — значения потерь при отсутствии несоосностей.

С помощью формул, приведенных в [Л. 4 и 5] (см. приложение), можно вычислить интегралы (13) и (14).

Для случая $p=3$ получаем:

$$\omega_1/\omega_{10} = \left(1 + \frac{1}{2} \alpha_1^2\right) / (1 - \alpha_1^2); \quad (15)$$

$$\omega_2/\omega_{20} = \left(1 + \frac{1}{2} \alpha_2^2\right) / (1 - \alpha_2^2). \quad (16)$$

Выражение (15) получено в [Л. 2] в форме, отличной от приведенной.

Для случая $p=4$ имеем:

$$\omega_1/\omega_{10} = \left(1 + \frac{3}{2} \alpha_1^2\right) / (1 - \alpha_1^2)^{3/2}; \quad (17)$$

$$\omega_2/\omega_{20} = \left(1 + \frac{3}{2} \alpha_2^2\right) / (1 - \alpha_2^2)^{3/2}. \quad (18)$$

Если рассмотреть случай малых значений $s/(r_2 - r_1)^*$, то непосредственно из (13) и (14) можно получить приближенные выражения:

$$\omega_1/\omega_{10} \approx 1 + \alpha_1^2 \frac{p(p-1)}{4}; \quad (19)$$

$$\omega_2/\omega_{20} \approx 1 + \alpha_2^2 \frac{p(p-1)}{4}. \quad (20)$$

Приведенные формулы (19) и (20) содержат два первых члена разложения выражений (13) и (14) в ряд Тейлора по малым параметрам α_1 и α_2 . Выражения (19), (20) при $p=3$ и малых α_1, α_2 согласуются с (15) и (16), а при $p=4$ — с (17) и (18).

Анализ полученных выражений. 1. Сначала сопоставим данные расчета по формулам (15)–(18) и (19), (20); последние являются приближенными при малых α , но зато справедливы для любых значений p . Результаты сопоставления:

Значение показателя	α^2	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8
$p=3$	$\omega/\omega_0 = 1 + \frac{3}{2} \alpha^2$	1,15	1,3	1,45	1,75	2,4
	$\omega/\omega_0 = \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2\right) / (1 - \alpha^2)$	1,17	1,37	1,64	2,5	7,0
	Отношение	1,01	1,06	1,13	1,43	3,18
$p=4$	$\omega/\omega_0 = 1 + 3\alpha^2$	1,3	1,6	1,9	2,5	3,4
	$\omega/\omega_0 = \left(1 + \frac{3}{2} \alpha^2\right) / (1 - \alpha^2)^{3/2}$	1,35	1,82	2,48	4,95	24,7
	Отношение	1,04	1,14	1,30	1,98	7,27

Из таблицы видно, что квадратичное разложение довольно хорошо соответствует точному решению в интервале $0 < \alpha^2 < 0,2$, при этом ошибка 10–20%.

2. Проанализируем качественно выражение (19) в области малых несоосностей. Значение ω/ω_0 квадратично растет в зависимости от α . Параметр

α можно представить в виде (11). Следовательно, потери мало увеличиваются из-за несоосности (так как смещение осей мало по сравнению с зазором между жилами). С другой стороны, очевидно, что потери будут возрастать очень сильно при приближении s к величине $r_2 - r_1$ (жилы почти касаются). Этот вывод не вытекает из формул (19) и (20), но следует из (15)–(18).

3. Рассмотрим коэффициент перед величиной α^2 в формулах (19) и (20). Этот коэффициент равен $p(p-1)/4$. Ниже приведены значения этого коэффициента для разных p :

p	1	2	3	4	5
$p(p-1)/4$	0	1/2	3/2	3	5

Рассмотрим различные случаи. Если бы потери ω были пропорциональны напряженности поля ($p=1$), то с появлением несоосности потери не увеличивались. Поэтому коэффициент $p(p-1)/4$ равен нулю. Этот факт легко объяснить так же исходя из закона полного тока. Если вместо сверхпроводника имеется слой металла с очень большой электропроводностью (криореистивный кабель), так, что толщина скин-слоя $\delta_{\text{скин}}$ материала гораздо меньше толщины слоя $d_{\text{сл}}$, то удельные потери будут пропорциональны квадрату напряженности поля ($p=2$) и коэффициент перед α^2 будет равен 1/2. Если толщина скин-слоя будет сравнима с толщиной металла с обычной электропроводностью, то этот коэффициент будет меньше 1/2. В предельном случае [$\delta_{\text{скин}}/d_{\text{сл}} \ll 1$ (малая электропроводность)] потери вновь не зависят от несоосности ($p=1, p(p-1)/4=0$). Итак, для жилы из обычного металла обсуждаемый коэффициент может изменяться от 1/2 до 0.

Важно отметить, что для сверхпроводника с $p=3$ коэффициент $p(p-1)/4$ равен 3/2, т. е. такой кабель более чем в 3 раза чувствителен к появлению несоосности, чем криореистивный. При $p=4$ эта чувствительность увеличивается еще в 2 раза. Таким образом, сверхпроводящий кабель гораздо более чувствителен к несоосности, чем обычный. Этот качественный вывод справедлив как для внутренней, так и для внешней жилы.

4. Сделаем количественные выводы из приведенных формул. Рассмотрим внутреннюю жилу. Зададимся допустимой относительной величиной увеличения потерь из-за несоосности ϵ :

$$\omega/\omega_0 < 1 + \epsilon. \quad (21)$$

Из (19) и (21) можно получить границы допустимой величины несоосности:

$$\alpha^2 < 4\epsilon/p(p-1), \quad (22)$$

а из (15) и (21) следует:

$$\alpha^2 < \frac{2\epsilon}{3 + 2\epsilon}. \quad (23)$$

Область применения формул (22) и (23) различна. Первая применима для любых p и малых α , а вторая — лишь при $p=3$, и любых α из интервала $0 < \alpha < 1$.

Рассмотрим, какое значение для ϵ следует принять. Большие значения ϵ обуславливают рост затрат на охлаждение кабеля, малые ϵ связаны с сильными ограничениями на допустимую несоосность и, следовательно, с возрастанием технологи-

* Согласно (11) и (12) соответственно малых α_1 и α_2 .

ческих трудностей при изготовлении кабеля. Из этих соображений следует, что значение ϵ должно определяться, в принципе, из решения оптимизационной задачи, в которой учитывалось бы влияние ϵ на затраты на охлаждение сверхпроводника и затраты на изготовление кабеля с известной несоосностью. В настоящее время решить такую задачу невозможно из-за недостатка сведений о технологии изготовления сверхпроводящих кабелей. Поэтому для выбора ϵ применим нестрогие рассуждения, оправданные на данном этапе исследований. Как известно, для определения общего теплопритока к холодной зоне СПК необходимо знать гистерезисные потери. В технических расчетах общепринятая точность определения теплопритоков составляет 10—20%, т. е. получив с помощью какой-либо приближенной методики расчета значение потерь ω_0 , проектировщик при расчете криогенной системы будет принимать во внимание значение теплопритока $\omega_0(1+0,1\div0,2)$. Добавочные потери относят на счет факторов, не учитываемых при расчете. Отсюда следует, что нет смысла брать ϵ меньше, чем 0,1, так как в этом случае гистерезисные потери пришлось бы рассматривать как неучитываемый фактор. Разумеется, это рассуждение относится к современному уровню точности расчета сверхпроводящих кабелей; в будущем точность может возрасти и появятся основания принимать меньшие значения ϵ . С другой стороны, основания принимать ϵ больше 0,1—0,2 могут появиться, когда окажется, что ограничение на несоосность, вытекающее из требования $\epsilon=0,1\div0,2$, приводят к существенным технологическим трудностям. Пока таких сведений нет, и вполне оправдано рассмотреть случай $\epsilon=0,1\div0,2$.

Из формулы (22) при $\epsilon=0,1$ и $p=3$ следует $\alpha^2 < 0,0667$, а при $p=4$ следует ограничение $\alpha^2 < 0,0334$, чему соответствуют величины относительной несоосности, приведенные ниже при различных значениях отношения r_1/r_2 :

r_1/r_2	0,2	0,5	0,8
$s/(r_2-r_1)$ $p=3$	0,59	0,36	0,29
$p=4$	0,47	0,27	0,20

Приведенные данные, полученные из формулы (9), преобразованной к виду

$$\frac{s}{r_2-r_1} = \frac{r_1}{r_2-r_1} \left(\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} - 1 - \frac{1}{\alpha} \right),$$

показывают, что ограничение на допустимое смещение не слишком жестко, кроме случая малых относительных зазоров $(r_2-r_1)/r_2$. При больших относительных зазорах ($r_1/r_2=0,2$) ограничение мало существенно, при малых ($r_1/r_2=0,8$) более заметно. Если при дальнейших конструкторских разработках выяснится, что при изготовлении кабеля трудно гарантировать несоосность $s/(r_2-r_1)=0,2$, то придется использовать кабели с большими несоосностями и большими гистерезисными потерями, для расчета которых надо применять формулы (15)—(20). Из вышеприведенных данных следует также, что несоосность $s/(r_2-r_1)=0,1$ практически всегда допустима. Очевидно, анализ допустимой несоосности, подобный проведенному для потерь на внутренней жиле [формулы (22), (23) и вышеприведенные данные о значениях относительной несоос-

ности] можно провести также для потерь на внешней жиле, а также суммарных потерь.

Выводы. 1. Зависимость потерь от несоосности для внутренней жилы определяется формулами (15) и (17) для $p=3$ и 4 соответственно для внешней жилы формулами (16) и (18) для $p=3$ и 4 соответственно. При малых несоосностях и любых p необходимо пользоваться формулами (19) и (20) для внутренней и внешней жилы соответственно.

2. Потери в сверхпроводящем кабеле в значительно большей степени зависят от несоосности, чем потери в криореистивном кабеле.

3. Исходя из допустимого увеличения потерь на внутренней жиле на 10%, ограничение величин несоосности при малых зазорах получается довольно жесткое:

$$s/(r_2-r_1) < 0,29 \text{ при } r_1/r_2=0,8 \text{ и } p=3;$$

$$s/(r_2-r_1) < 0,2 \text{ при } r_1/r_2=0,8 \text{ и } p=4.$$

4. Возможен аналогичный анализ допустимых несоосностей, определяемых потерями на внешней жиле и полными потерями.

Приложение. Для вычисления интегралов (13) и (14) используются следующие формулы:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \alpha \cos x} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \alpha^2}}; \quad (\text{П-1})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(1 + \alpha \cos x)^2} = \frac{2\pi}{(1 - \alpha^2)^{3/2}}; \quad (\text{П-2})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(1 + \alpha \cos x)^3} = \frac{2\pi \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2\right)}{(1 - \alpha^2)^{5/2}}; \quad (\text{П-3})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(1 + \alpha \cos x)^4} = \frac{2\pi \left(1 + \frac{3}{2} \alpha^2\right)}{(1 - \alpha^2)^{7/2}}. \quad (\text{П-4})$$

Формулы (П-1) и (П-2) взяты из [Л. 4], (П-3) и (П-4) получены при помощи следующей формулы из [Л. 5]:

$$\int \frac{dx}{(a + b \cos x)^n} = \frac{A \sin x}{(a + b \cos x)^{n-1}} + B \int \frac{dx}{(a + b \cos x)^{n-1}} + C \int \frac{dx}{(a + b \cos x)^{n-2}},$$

где

$$A = -\frac{b}{(n-1)(a^2 - b^2)}; \quad B = \frac{a(2n-3)}{(n-1)(a^2 - b^2)};$$

$$C = -\frac{n-2}{(n-1)(a^2 - b^2)}.$$

Выражение (П-3) и (П-4) можно также получить из формулы 3.661.4 книги [Л. 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Физматгиз, 1959.
2. Meyerhoff R. W., Beall W. T. High-Current A. C. Losses in Large Superconducting Niobium Tubers. — Journal of Applied Physics, 1971, vol. 42, № 1.
3. Говорков В. А. Электрические и магнитные поля. — М.: Энергия, 1968.
4. Двайт Г. Б. Таблица интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1977.
5. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — М.: Наука, 1977.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1963.

[23.06.78]

О согласовании параметров разрядного rLC -контура и импульсной дуги в газе

ПОЛИЩУК Д. Н., инж., РОМАНЕНКО И. Н., канд. техн. наук

Чувашский государственный университет

В связи с расширением диапазона применения импульсных дуг в газах при высоких давлениях возникла задача выбора определенного соотношения параметров разрядных контура и промежутка, отвечающих заданным требованиям к характеру энергопотребления дуги и режиму разряда.

На основе теории тепловой волны второго рода в [Л. 1 и 2] методами припасовывания и последовательных приближений было проанализировано уравнение контура совместно с уравнениями динамики импульсной дуги. Были выявлены оптимальные соотношения параметров, обеспечивающие наибольшую мощность в первом полупериоде разряда. Однако полученные приближенные соотношения мало пригодны для практического использования из-за большого количества входящих в них эмпирических и расчетных коэффициентов. В [Л. 3] сформулированы требования к форме импульса тока и падению напряжения на дуге, выполнение которых обеспечит наибольшую мощность в дуге. К сожалению, генераторы, формирующие необходимые импульсы токов, потребляют значительную часть запасенной в накопителе энергии, что приводит к снижению мощности в дуге по сравнению с разрядом емкостного накопителя в малоиндуктивном контуре.

Целью настоящей статьи является вывод приближенных соотношений между параметрами цепи, начальным напряжением на конденсаторе, длиной разрядного промежутка, родом и давлением газа в нем, позволяющими оценивать режим разряда или подбирать комбинацию указанных параметров, обеспечивающую требуемый режим. Особое внимание уделено анализу возможности применения согласующего трансформатора для увеличения энергии, передаваемой от емкостного накопителя к импульсной дуге.

При исследовании были приняты следующие допущения:

1. Канал импульсной дуги описывается на основе гидродинамической теории [Л. 4 и 5].

2. Используется метод эквивалентной линеаризации, заключающийся в том, что нелинейное сопротивление дуги заменяется эквивалентным по количеству выделенной за полупериод энергии линейным сопротивлением R_0 , определяющим период колебаний и декремент колебания.

3. Так как термин «согласование» строго не применим к нелинейной цепи, то под согласованием цепи с дугой понимается подбор параметров контура, длины разрядного промежутка, рода и давления газа в нем, обеспечивающих требуемый режим разряда при наличии импульсной дуги.

Рассмотрим контур с емкостью C , заряженной до напряжения U_0 , индуктивностью L , линейным сопротивлением r и разрядным промежутком, который характеризуется длиной d и начальной плотностью газа ρ_0 . В [Л. 5] получено аналитическое

выражение для мгновенного значения сопротивления канала импульса дуги в газах при высоком давлении:

$$R = \frac{g}{\tau^{2/3} i^{2/3} t^{1/3}}. \quad (1)$$

В данном выражении τ — период колебаний тока (при апериодическом разряде $\tau = 4\tau_{\phi}$, где τ_{ϕ} — длительность фронта импульса тока); i — мгновенное значение тока; t — время от начала разряда; $g = d \left(\frac{0,64 \xi \rho_0}{\sigma} \right)^{1/3}$; d — длина дуги; ρ_0 — начальная плотность газа; ξ — параметр, характеризующий газ [Л. 4]; σ — коэффициент, имеющий размерность электропроводности.

При $d \geq 5$ мм и разряде в парах легко ионизируемого натрия $\sigma \approx (2,0 \div 2,2) \cdot 10^3$ (Ом·м)⁻¹, а для газов при высоком давлении $\sigma \approx (3,0 \div 3,5) \cdot 10^3$ (Ом·м)⁻¹.

Были исследованы характеристики импульсных дуг в различных газах при индуктивностях разрядного контура $L = 10^{-7} \div 10^{-4}$ Г, емкостях $C = 10^{-8} \div 10^{-4}$ Ф и изменении начального напряжения U_0 до 50 кВ. Эксперименты показали, что если канал дуги сохраняет форму цилиндра, то для расчета выделенной в нем энергии можно использовать метод эквивалентной линеаризации нелинейной зависимости сопротивления канала разряда при сохранении неизменного энергопотребления в импульсной дуге. При этом с погрешностью 10—12% эквивалентное линейное сопротивление канала можно рассчитывать по следующему выражению:

$$R_0 = 1,5 R_{\min} = \frac{1,5g}{\tau^{2/3} i_{\max}^{1/3} t_{\max}^{2/3}}, \quad (2)$$

где $t_{\max}$ — время достижения максимального значения тока $I_{\max}$; $R_{\min}$ — минимальное за полупериод сопротивление.

С помощью выражения (2) можно вычислить значения соотношений $R_0/r_{\text{кр}}$ ($r_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}$ — критическое сопротивление контура), которые характеризуют режимы максимальной мощности и максимальной за полупериод энергии, потребляемой каналом импульсной дуги. Поскольку в линейном rLC -контуре эти режимы достигаются при $r/r_{\text{кр}} < 1$, то можно предположить, что в нелинейной цепи исследуемые режимы также наступают при $R_0/r_{\text{кр}} < 1$, а процесс разряда конденсатора является колебательным.

Определим максимальную мощность импульсной дуги как произведение минимального сопротивления дуги, достигаемого вблизи максимального значения тока, на квадрат максимального значения тока:

$$N_{\max} \approx R_{\min} I_{\max}^2. \quad (3)$$

Если при максимуме мощности характер разряда колебательный, то, пренебрегая линейным со-

противлением самого контура, максимум тока можно оценить на основе эквивалентного сопротивления дуги R_0 :

$$I_{\max} \approx \frac{2U_0}{(r_{\text{кр}}^2 - R_0^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{R_0}{2L} t_{\max}\right) \sin \omega t_{\max}, \quad (4)$$

$$\text{где } t_{\max} = \frac{\tau}{2\pi} \arctg\left(\frac{r_{\text{кр}}^2}{R_0^2} - 1\right)^{1/2}.$$

Выразив период колебаний в виде

$$\tau = \frac{4\pi L}{(r_{\text{кр}}^2 - R_0^2)^{1/2}}$$

и подставив τ , $t_{\max}$, $I_{\max}$ в (3), получим:

$$N_{\max} = \frac{3,1U_0^2}{r_{\text{кр}}} f_1,$$

где

$$f_1 = \frac{\beta}{1 - \beta^2} \exp\left[-\frac{2 \arctg\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)^{1/2}}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)^{1/2}}\right] \times \\ \times \sin\left[\arctg\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)^{1/2}\right]; \quad (5) \\ \beta = \frac{R_0}{r_{\text{кр}}}.$$

Максимум функции f_1 находится при $\beta=0,55$ и составляет $f_{1\max}=0,15$. Тогда наибольшее (оптимальное) значение максимальной мощности

$$N_{\max \text{ опт}} = 0,46U_0^2/r_{\text{кр}}. \quad (6)$$

В реальной цепи из-за линейного сопротивления контура это значение всегда меньше, хотя в цепях, в которых разрядный промежуток является основной нагрузкой, стремятся иметь это сопротивление минимально возможным. Таким образом, режим максимальной мощности и в нелинейной цепи наступает при значениях $R_0/r_{\text{кр}} < 1$ и разряд имеет колебательный характер.

Значение энергии, потребляемой каналом дуги за первый полупериод, приближенно может быть оценено по формуле

$$W_1 \approx 0,25\tau N_{\max}. \quad (7)$$

Функцию $N(t)$ в течение полупериода заменяем равнобедренным треугольником с вершиной, равной $N_{\max}$. Тогда подставив выражения для τ и $N_{\max}$ в (7), получим

$$W_1 \approx 4,87W_0 f_2, \quad (8)$$

где $W_0 = 0,5CU_0^2$ — энергия в накопителе перед разрядом; $f_2 = f_1(1 - \beta^2)^{-1/2}$.

Максимум функции f_2 находится при $\beta=0,56$ и составляет $f_{2\max}=0,18$. Тогда максимальное значение энергии в дуге за первый полупериод

$$W_1 = 0,875W_0. \quad (9)$$

Как видно, оба исследованных режима наступают, практически, при одном значении $R_0/r_{\text{кр}} = 0,55 \pm 0,56$. Соотношение между параметрами контура и разрядного промежутка для этих режимов получим из выражения (2), подставляя в него значения $I_{\max}$, τ , $t_{\max}$ и $R_0/r_{\text{кр}} = 0,55$:

$$g = 0,26k, \quad (10)$$

где $k = 6,4W_0^{1/3}L^{2/3}$.

Раскрывая значения g и k , имеем:

$$d \approx (CU_0^2 L^2 \rho_0^{-1})^{1/3}. \quad (11)$$

По выражению (11) можно подобрать требуемое соотношение между параметрами цепи и разрядного промежутка, обеспечивающее заданный режим разряда. Как и следовало ожидать, определяющими параметрами оптимальных режимов являются длина дуги и индуктивность контура.

Следует отметить, что исследованные режимы наступают в контуре до проявления заметного влияния нелинейности сопротивления импульсной дуги на форму разрядного тока. Сравнение с экспериментальными данными [Л. 6 и 7] показывает, что слабовыраженное искажение формы тока на начальном участке наступает при $g \approx 0,32k$. Режимы максимальной мощности и энергии наступают до появления нелинейности разрядного тока, и выражение (4) соответствует реальной функции тока.

Следует отметить, что параметры g и k возможно использовать и для характеристики достижения критического режима разряда при $r=0$. Согласно данным экспериментов [Л. 6] такой режим наступает при

$$g \geq 3k \text{ или } d \geq 2,6 \cdot 10^3 (CU_0^2 L^2 \rho_0^{-1})^{1/3}. \quad (12)$$

Ниже приводятся данные экспериментальных значений d_0 , при которых наступает аperiodический разряд в воздухе, и значения d , вычисленные по (12):

C , пФ	30	60	150	350
U_0 , кВ	3,9	5,4	5,8	7,4
L , нГ	5,5	6,5	70	9,0
d_0 , мм	0,7	1,2	1,5	2,4
d , мм	0,5	0,9	1,3	2,3

Учитывая, что при экспериментах длина промежутка изменялась дискретно (через 0,2—0,3 мм), полученное совпадение результатов следует считать хорошим.

Очевидно, что для достижения аperiodического режима требуются чрезвычайно малые значения индуктивностей контура, что не всегда можно реализовать. Поэтому рассмотрим, какие возможности дает использование согласующего трансформатора для увеличения доли энергии, передаваемой от емкостного накопителя в дугу. В анализируемой цепи (рис. 1) параметры коммутатора приняты постоянными и их величины входят в значения r_1 и L_0 .

Запишем уравнения цепи:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{C} \int i_1 dt + r_1 i_1 + (L_0 + L_1) \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}; \\ 0 &= r_2 i_2 + (L_2 + L_n) \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + u_d(i_2, t), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где C — емкость накопителя; L_0 — индуктивность первичной цепи (конденсаторов, соединительных шин и разрядника) без учета индуктивности первичной обмотки трансформатора; L_1 и L_2 — индуктивности первичной и вторичной обмоток воздушного трансформатора; M — взаимная индуктивность обмоток трансформатора; L_n — индуктивность контура нагрузки — импульсной дуги; r_1 и r_2 —

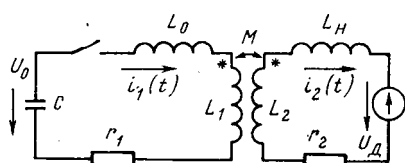


Рис. 1. Схема замещения разрядной цепи при наличии импульсного трансформатора.

активные сопротивления первичной и вторичной цепей; $u_d(i_2, t)$ — падение напряжения на дуге.

Многочисленные эксперименты показывают, что в большинстве случаев напряжение на импульсной дуге мало изменяется в течение полупериода, причем знак и абсолютное значение напряжения меняются в каждом полупериоде колебательного разряда. При анализе выражения (13) будем полагать, что в течение каждого полупериода напряжение на дуге постоянно, тогда согласно [Л. 8] возможно использовать аппроксимацию вида

$$u_d(i_2, t) \approx u_d \operatorname{sign} i_2(t) \begin{cases} U_d, & i_2 > 0; \\ -U_d, & i_2 < 0. \end{cases} \quad (14)$$

В данном случае система (13) линейна на интервалах полупериодов. Для тока i_2 после ряда преобразований получаем линейное дифференциальное уравнение третьего порядка с постоянными коэффициентами:

$$i_2''' + ai_2'' + bi_2' + mi_2 + p = 0, \quad (15)$$

где

$$a = \frac{L_{31}r_2 + L_{32}r_1}{L_{31}L_{32} - M^2}; \quad b = \frac{L_{32} + r_1r_2C}{C(L_{31}L_{32} - M^2)};$$

$$m = \frac{r_2}{C(L_{31}L_{32} - M^2)}; \quad p = \frac{U_d}{C(L_{31}L_{32} - M^2)};$$

$$L_{31} = L_0 + L_1; \quad L_{32} = L_2 + L_H.$$

Характеристическое уравнение, соответствующее выражению (15), запишем в виде

$$x^3 + ax^2 + bx + m = 0. \quad (16)$$

Общее решение (15) для каждого полупериода тока можно записать в следующем виде:

$$i_2(t) = C_1 e^{\gamma t} + C_2 e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) - \frac{U_d}{r_2}, \quad (17)$$

где α , γ , ω находятся из решения характеристического уравнения (16), значения C_1 , C_2 и φ определяются из системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 \sin \varphi &= \frac{p}{m}; \\ C_1 \gamma + C_2 \alpha \sin \varphi + C_2 \omega \cos \varphi &= \frac{MU_0 - L_{31}U_d}{L_{31}L_{32} - M^2}; \\ C_1 \gamma^2 + C_2 \alpha^2 \sin \varphi + 2C_2 \alpha \omega \cos \varphi - C_2 \omega^2 \sin \varphi &= \\ &= \frac{(U_d L_{31} - U_0 M)(L_{32}r_1 + L_{31}r_2)}{(L_{31}L_{32} - M^2)^2} - \frac{r_1 U_d}{L_{31}L_{32} - M^2}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Падение напряжения на дуге U_d можно выразить через параметры цепи и максимальное значение тока из выражения (2):

$$U_d \approx \frac{g}{\tau^{2/3}} \frac{I_{2\max}^{1/3}}{I_1^{1/3}}. \quad (19)$$

Из уравнения (17) следует:

$$I_{2\max} = C_1 e^{\gamma \left(\frac{\tau}{4} - \frac{\varphi}{\omega} \right)} + C_2 e^{\alpha \left(\frac{\tau}{4} - \frac{\varphi}{\omega} \right)} - \frac{U_d}{r_2}. \quad (20)$$

Совместное решение уравнений (19) и (20) при учете, что $\tau = 2\pi/\omega$ позволяет определить значение U_d для каждого полупериода разряда с учетом начального напряжения U_0 на емкости. Согласно (1) мгновенное значение мощности джоулевых потерь в канале дуги

$$N(i_2, t) = \frac{g i_2^{4/3}}{\tau^{2/3} I_1^{1/3}}. \quad (21)$$

Сравнение этого выражения с экспериментальными $N(i_2, t)$ показало, что погрешности расчетов лежат в пределах погрешностей измерений: 10—12% для первого полупериода и около 20% для последующих.

Выделенная в дуге энергия

$$W(t) = \int_0^t N dt. \quad (22)$$

При малых активных сопротивлениях r_1 и r_2 выражение (17) преобразуется к виду:

$$i_2(t) = \frac{\left(U_0 \frac{L_{32}}{M} - U_d \right) \tau \sin \omega t}{2\pi \left(\frac{L_{31}L_{32}}{M^2} - 1 \right) L_{32}} - \frac{U_d t}{L_{32}}, \quad (23)$$

где

$$\omega = \left[\frac{L_{32}}{C(L_{31}L_{32} - M^2)} \right]^{1/2}.$$

Полный расчет $N(t)$, $W(t)$, $i_2(t)$ достаточно трудоемко и его целесообразно проводить с использованием ЦВМ.

Для проверки приведенной методики анализа была создана экспериментальная установка в соответствии с блок-схемой, представленной на рис. 2. В качестве емкостного накопителя энергии использовались два конденсатора ИК50-3 индуктивностью 40 нГ каждый и суммарной емкостью $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Конденсаторы соединены параллельно и заряжены через индуктивный токоограничивающий элемент до напряжения $U_0 = 5$ кВ. Коммутирующее устройство представляет собой малоиндуктивный воздушный тригatron. Низковольтная обмотка воздушного трансформатора состоит из одного витка медной шины индуктивностью 10^{-7} Г, намотанного на бакелитовый цилиндр, а высоковольтная обмотка — из пяти витков (индуктивность $2,95 \cdot 10^{-6}$ Г), намотанных поверх низковольтной обмотки. Коэффициент связи $k_{св} \approx 0,8$, коэффициент

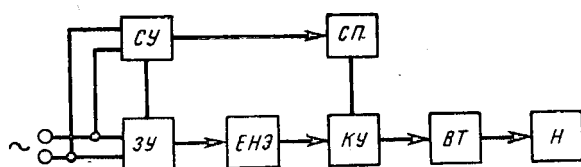


Рис. 2. Блок-схема установки.

ЗУ — зарядное устройство; СУ — схема управления; ЕНЭ — емкостной накопитель энергии; КУ — коммутирующее устройство; СН — схема поджига; ВТ — воздушный трансформатор; Н — нагрузка.

трансформации $n=5$. Остальные параметры установки: $L_0=0,22 \cdot 10^{-6}$ Г; $L_n=0,05 \cdot 10^{-6}$ Г; $r_1=7,5 \times 10^{-3}$ Ом; $r_2=3,03 \cdot 10^{-3}$ Ом.

Разряд осуществлялся в воздушном промежутке длиной $d=3$ мм при атмосферном давлении в режимах: а) понижающий трансформатор; б) повышающий трансформатор; в) без трансформатора. Дуга во всех случаях инициировалась проволоочной закороткой.

Ток импульсной дуги измерялся с помощью малоиндуктивного шунта. Для измерения напряжения использовался делитель напряжения. По осциллограммам тока и напряжения импульсной дуги рассчитывалась энергия, выделяемая в канале разряда при использовании понижающего трансформатора и без него. При значительных затуханиях основная доля энергии выделяется в дуге за первый полупериод. Некоторые результаты сравнения расчетных (сплошная линия) и экспериментальных (пунктирная линия) зависимостей тока и мощности дуги от времени в течение первого полупериода приведены на рис. 3.

Хорошее совпадение экспериментальных и расчетных зависимостей подтверждает приемлемость допущений принятой методики расчета.

Для цепи рис. 1 апериодический разряд, как это следует из анализа корней системы (13), наступает, если соблюдается соотношение¹:

$$r_{22} \geq \frac{r_1 \frac{L_2}{C} \pm \sqrt{r_1^2 \frac{L_2^2}{C^2} - \frac{L_2^2}{C^2} (r_1^2 - 4 \frac{L_1}{C})}}{r_1^2 - 4 \frac{L_1}{C}}, \quad (24)$$

где $r_{22}=R_{32}+r_2$.

Анализ уравнений цепи, представленной на рис. 1, позволяет предположить, что выбор схемы включения согласующего трансформатора (понижающий или повышающий) и его параметров определяются соотношением между индуктивностями основного разрядного контура L_0 и нагрузки L_n для каждой конкретной цепи.

Для проверки этого предположения по вышеизложенной методике на ЦВМ проводился расчет энергопотребления импульсной дуги для различных значений L_n/L_0 при неизменных значениях параметров емкостного накопителя энергии ($C=30$ мкФ, $U_0=5$ кВ) и трансформатора ($n=5$). Индуктивности L_0 и L_n изменялись в пределах 50—1500 нГ, активные сопротивления r_1 и r_2 — от $2 \cdot 10^{-5}$ Ом до $4 \cdot 10^{-3}$ Ом.

Сравнивалось энергопотребление дуги в случаях включения воздушного трансформатора в повышающем и понижающем режимах, а также без трансформатора. На рис. 4 приведена типичная зависимость энергии, выделяемой в дуге в течение первого полупериода разрядного тока от отношения L_n/L_0 ($L_0=500$ нГ). Для случая повышающего трансформатора (кривая 2) учитывалось увеличение энергопотребления дуги за счет больших длин разрядных промежутков при более высоких напряжениях.

На основании проведенного анализа выяснено,

¹ При выводе полагалось, что L_0 и L_n много меньше L_1 и L_2 , а коэффициент связи $k_{св} \approx 1$.

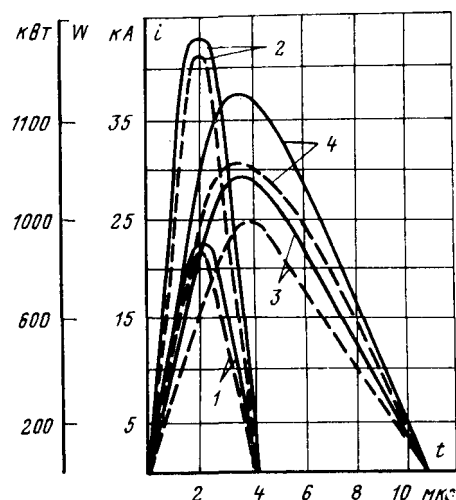


Рис. 3. Кривые тока (1, 3) и мощности (2, 4) дуги соответственно при отсутствии трансформатора и понижающем трансформаторе в цепи разряда ($L_0=0,22 \cdot 10^{-6}$ Г; $L_n=0,05 \cdot 10^{-6}$ Г).

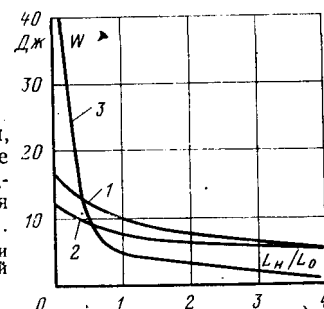


Рис. 4. Зависимости энергии, выделяемой в дуге в течение первого полупериода разрядного тока, от отношения L_n/L_0 (значение $L_0=500$ нГ). 1 — схема без трансформатора; 2 и 3 — повышающий и понижающий трансформаторы в цепи разряда.

что для рассматриваемого варианта схемы применение понижающего импульсного трансформатора с целью увеличения энергопотребления импульсной дуги целесообразно при отношении $L_n/L_0 < 0,5$. Этот случай особенно важен при необходимости использования конденсаторов и включающих разрядников достаточно большой индуктивности. Если $0,5 \leq L_n/L_0 \leq 4$, то использование трансформаторов нерационально. Когда инициирование дуги осуществляется пробоем приложенным напряжением и индуктивность нагрузки велика ($L_n/L_0 > 4$), то с учетом возможности увеличения межэлектродного расстояния с ростом коэффициента трансформации выгодно использовать повышающий трансформатор.

Выводы. 1. Полученные соотношения позволяют определять комбинацию параметров цепи, длины разрядного промежутка, рода и давления газа в нем, а также начальное напряжение на накопителе, необходимые для обеспечения требуемого режима разряда конденсатора.

2. На основе экспериментальных данных получен критерий перехода режима разряда в критический за счет сопротивления разрядного промежутка.

3. Разработана и экспериментально проверена методика анализа цепи разряда конденсатора через импульсный трансформатор на разрядный промежуток.

4. Показано, что для каждой конкретной цепи разряда эффективность использования импульсного трансформатора зависит от соотношения параметров контура и разрядного промежутка.

5. Для увеличения энергопотребления дуги эффективно применять понижающий трансформатор, если обеспечивается соотношение $L_n/L_0 \ll 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сильноточный разряд в газах/ Басов Н. Г., Боре-вич Б. П., Зуев В. С. и др. — ЖТФ, Ч. I, 1970, № 40 (3).
2. Сильноточный разряд в газах/ Басов Н. Г., Боре-вич Б. П., Зуев В. С. и др. — ЖТФ, Ч. II, № 40 (4).

3. Каляцкий И. Н., Сафронов В. Н., Алексеева Т. И. Оптимальные процессы разряда емкостных накопителей. — Электронная обработка материалов, 1975, № 6.

4. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. — ЖЭТФ, 1958, № 34 (6).

5. Гончаренко Г. М., Романенко И. Н. Исследование канала импульсного разряда в гелии при давлении до 100 атм и в атмосферном воздухе. — ЖТФ, 1970, № 40 (12).

6. Grünberg R. Gesetzmäßigkeiten von Funkenentladungen im Nanosekundenbericht. — Zeitschrift für Naturforschung, 1965, Bd 20a, № 2.

7. Андреев С. И., Ванюков М. П. Применение искрового разряда для получения интенсивных световых вспышек длительностью 10^{-7} — 10^{-8} с. — ЖТФ, 1961, № 31 (8).

8. Романенко И. Н. Осциллографические исследования канала импульсного разряда в гелии при высоких давлениях. — ЖТФ, 1966, № 36 (7).

[2.04.79]

УДК 621.3.013.001.24

Расчет магнитных экранов сложной формы

СТЕБЛЕВ Ю. И., канд. техн. наук

Куйбышев

Магнитные экраны широко применяются для экранирования полей рассеяния мощных трансформаторов, генераторов и других энергетических устройств в диапазоне относительно низких частот. В экранировании от внешних полей нуждаются измерительные механизмы со слабым собственным полем: электромагнитные, электродинамические и магнитоэлектрические [Л. 1 и 2].

Измерительные приборы, другие малогабаритные объекты, локализованные источники поля могут быть экранированы с помощью замкнутых оболочек из ферромагнитного материала. Методы расчета шарообразных и других магнитных экранов сравнительно простой формы достаточно хорошо разработаны [Л. 1—3]. В то же время в большинстве практических случаев форма экранов существенно отличается от шарообразной, причем эффективность магнитного экранирования в значительной степени зависит от формы экрана.

В настоящей статье исследуется эффективность экранирования однородных и неоднородных магнитных полей с помощью вытянутых и сплюснутых сфероидальных экранов. Такая расчетная модель замкнутого магнитного экрана позволяет рассмотреть широкий класс практических задач экранирования с учетом конструктивных особенностей и форм реальных экранов (прямоугольный па-

раллелепипед, цилиндр ограниченных размеров, сильно сплюснутая оболочка и т. п.).

Будем решать задачу в сплюснутых сфероидальных координатах, а затем полученное решение формальным переходом преобразуем для случая вытянутого сфероида. Возникающую таким образом краевую задачу сформулируем относительно векторного потенциала $\bar{A}$, вводимого посредством равенств:

$$\bar{B} = \text{rot} \bar{A}; \quad \text{div} \bar{A} = 0, \quad (1)$$

где $\bar{B}$ — вектор индукций магнитного поля.

Магнитные поля в структурах, показанных на рис. 1, описываются уравнениями Лапласа и Пуассона относительно векторного потенциала $\bar{A}$:

$$\Delta \bar{A} = 0, \quad \Delta \bar{A} = -\mu_0 \bar{j}_{\text{ст}}, \quad (2)$$

где Δ — оператор Лапласа; $\bar{j}_{\text{ст}}$ — плотность стороннего тока; μ_0 — магнитная проницаемость среды.

В силу осесимметричности поля в сфероидальной системе координат ξ, η, φ будем иметь только φ -ю составляющую вектора-потенциала:

$$\bar{A} = \bar{A}_\varphi \bar{\varphi}, \quad (3)$$

где $\bar{\varphi}$ — единичный вектор.

Лапласиан векторной функции $\bar{A}$ запишем в виде:

$$\Delta \bar{A} = \text{grad}(\text{div} \bar{A}) - \text{rot}(\text{rot} \bar{A}). \quad (4)$$

Преобразовав уравнение (4) для сплюснутой сфероидальной системы координат, получим [Л. 4] уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \xi^2) \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 - \eta^2) \frac{\partial A}{\partial \eta} \right] - \frac{\xi^2 + \eta^2}{(1 - \eta^2)(1 + \xi^2)} A = 0, \quad (5)$$

где A — φ -я компонента вектора-потенциала.

Для однозначного определения полей к уравнениям (2) и (4) необходимо добавить краевые условия на границах раздела сред и на бесконечности.

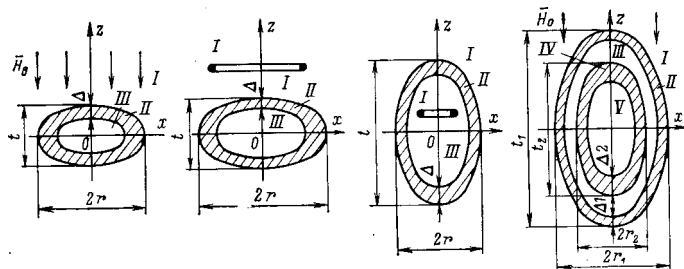


Рис. 1. Расчетные модели магнитного экранирования.

а — экранирование однородного магнитного поля; б — экранирование неоднородного магнитного поля; в — экранирование локализованного источника поля; г — магнитное экранирование с помощью многослойного экрана.

Граничные условия в системе сфероидальных координат имеют следующий вид [Л. 4 и 5]:

$$\left. \begin{aligned} A_i &= A_{i+1}; \quad \xi = \xi_i; \\ \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial (A_i \sqrt{1+\xi^2})}{\partial \xi} &= \frac{1}{\mu_i + 1} \frac{\partial (A_{i+1} \sqrt{1+\xi^2})}{\partial \xi}; \\ \xi &= \xi_i; \quad A \rightarrow 0 \text{ при } \xi \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Поставленную краевую задачу (2), (5) и (6) будем решать методом Фурье. Эффективность экранирования определим с помощью коэффициента экранирования [Л. 2]:

$$K_3 = H_0 / H_3, \quad (7)$$

где H_0 — напряженность внешнего магнитного поля; H_3 — напряженность магнитного поля в зоне экранирования.

Экранирование однородного магнитного поля сфероидальной оболочкой. Решая задачу в линейном приближении, представим вектор-потенциал поля в среде I в виде суперпозиции:

$$A_1 = A_0 + A_p, \quad (8)$$

где A_0 — векторный потенциал однородного поля; A_p — потенциал поля искажения, обусловленный наличием экрана.

Функция A_0 имеет следующий вид [Л. 4]:

$$A_0 = \frac{1}{2} \mu_0 i H_0 a P_1^1(i\xi) P_1^1(\eta), \quad \mu_1 = 1, \quad (9)$$

где H_0 — напряженность внешнего магнитного поля; a — половина межфокусного расстояния сфероидальной системы координат; P_1^1 — присоединенная функция Лежандра 1-го рода.

Функция A_p является решением уравнения Лапласа (5) и может быть записана следующим образом [Л. 4]:

$$A_p = \sum_{n=1}^{\infty} C_n P_1^n(\eta) Q_1^n(i\xi). \quad (10)$$

Векторные потенциалы полей в средах II и III будем искать в виде:

$$A_2 = \sum_{n=1}^{\infty} D'_n P'_n(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} D''_n Q_1^n(i\xi) P_1^n(\eta); \quad (11)$$

$$A_3 = \sum_{n=1}^{\infty} N_n P'_n(i\xi) P_1^n, \quad \mu_3 = 1. \quad (12)$$

Здесь P_1^n и Q_1^n — присоединенные функции Лежандра 1-го и 2-го рода соответственно.

Подставляя аналитические выражения (9) — (12) в граничные условия (6), получим:

$$C_n = D'_n = D''_n = N_n = 0$$

для $n > 1$.

Для определения коэффициентов C_1 , D'_1 , D''_1 , N_1 ($n=1$) получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \mu_0 i H_0 a P_1^1(i\xi_1) + C_1 Q_1^1(i\xi_1) &= \\ &= D'_1 P_1^1(i\xi_1) + D''_1 Q_1^1(i\xi_1); \\ \frac{1}{2} \mu_0 \mu_2 i H_0 a P_1^1(i\xi_1) + C_1 \mu_2 Q_1^1(i\xi_1) &= \\ &= D'_1 P_1^1(i\xi_1) + D''_1 Q_1^1(i\xi_1); \\ D'_1 P_1^1(i\xi_2) + D''_1 Q_1^1(i\xi_2) &= N_1 P_1^1(i\xi_2); \\ D'_1 P_1^1(i\xi_2) + D''_1 Q_1^1(i\xi_2) &= N_1 \mu_2 P_1^1(i\xi_2). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Здесь μ_2 — относительная магнитная проницаемость материала экрана; ξ_1 , ξ_2 — сфероидальные координаты граничных поверхностей экрана.

При выводе уравнений (13) использованы следующие соотношения [Л. 5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\xi} [(1+\xi^2)^{1/2} P_n^1(i\xi)] &= n(n+1) P_n^1(i\xi); \\ \frac{d}{d\xi} [(1+\xi^2)^{1/2} Q_n^1(i\xi)] &= n(n+1) Q_n^1(i\xi). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для удобства численного анализа запишем систему уравнений (13) в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} Q_1^1(i\xi_1) & -P_1^1(i\xi_1) & -Q_1^1(i\xi_1) & 0 \\ \mu_2 Q_1^1(i\xi_1) & -P_1^1(i\xi_1) & -Q_1^1(i\xi_1) & 0 \\ 0 & P_1^1(i\xi_2) & Q_1^1(i\xi_2) & -P_1^1(i\xi_2) \\ 0 & P_1^1(i\xi_2) & Q_1^1(i\xi_2) & -\mu_2 P_1^1(i\xi_2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_1 \\ D'_1 \\ D''_1 \\ N_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \mu_0 i H_0 a P_1^1(i\xi_1) \\ -\frac{1}{2} \mu_0 \mu_2 i H_0 a P_1^1(i\xi_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Определим далее ортогональные составляющие H_z и H_x магнитного поля в экранируемой области III. Для этого воспользуемся соотношениями [Л. 6] между векторами в системе сфероидальных ξ , η , φ - и декартовых x , y , z -координат. Учитывая, что составляющие магнитной индукции $B_\varphi = B_y = 0$ олучим:

$$\left. \begin{aligned} B_{3\xi} &= B_{3x} \xi \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\xi^2+\mu^2}} + B_{3z} \eta \sqrt{\frac{\xi^2+1}{\xi^2+\eta^2}}; \\ B_{3\eta} &= -B_{3x} \eta \sqrt{\frac{\xi^2+1}{\xi^2+\eta^2}} + B_{3z} \xi \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\xi^2+\eta^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

По формуле $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ определим компоненты вектора магнитной индукции $B_{3\xi}$ и $B_{3\eta}$:

$$\left. \begin{aligned} B_{3\xi} &= \frac{2N_1}{a \sqrt{\xi^2+\eta^2}} P_1(\eta) P_1^1(i\xi); \\ B_{3\eta} &= \frac{2N_1}{a \sqrt{\xi^2+\eta^2}} P_1(i\xi) P_1^1(\eta). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Подставляя формулы (17) в систему уравнений (16) и решая последнюю относительно B_{3x} , B_{3z} , будем иметь:

$$B_{3x} = 0, \quad B_{3z} = \frac{2i}{a} N_1. \quad (18)$$

Из соотношений (18) следует, что магнитное поле в экранируемой сфероидальной области является однородным, так же, как внешнее возбуждающее поле H_0 , и направлено параллельно оси z . По формуле (7) определим коэффициент экранирования:

$$K_3 = \frac{H_0}{H_{3z}} = \frac{\mu_0 a}{2i N_1} H_0. \quad (19)$$

Найденное решение для сплюсненной сфероидальной оболочки формульным переходом $\xi \rightarrow i\xi$, $a \rightarrow ia$ [Л. 6] распространяется на случай вытянутого сфероида. Вопросы экранирования неоднородных магнитных полей и локализованных источников магнитного поля рассмотрены в приложениях.

Многослойные сфероидальные экраны. Методика расчета многослойных сфероидальных экранов аналогична изложенной выше, однако в этом случае значительно возрастает размерность систем линейных алгебраических уравнений, из которых определяются коэффициенты разложения магнитных полей. Размерность получающихся систем линейных уравнений в общем случае равна $4 \times k$, где k — число слоев экрана, причем в случае экранирования неоднородных магнитных полей локализованных источников количество таких систем уравнений равно m , где m — число учитываемых членов функциональных рядов для векторных потенциалов.

Величина m может быть определена в результате анализа сходимости бесконечных функциональных рядов.

В качестве примера расчета многослойных экранов рассмотрим задачу экранирования однородного магнитного поля с помощью двухслойного сфероидального экрана (рис. 1).

Векторные потенциалы магнитных полей в областях $I \div V$ запишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \mu_0 i H_0 a P_1(i\xi) P_1^1(\eta) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} C_n P_n^1(\eta) Q_n^1(i\xi); \\ A_j &= \sum_{n=1}^{\infty} D'_{jn} P_n^1(i\xi) P_n^1(\eta) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} D''_{jn} Q_n^1(i\xi) P_n^1(\eta); \\ &\quad j=2, 3, 4 (\mu_3=1); \\ A_5 &= \sum_{n=1}^{\infty} N_n P_n^1(i\xi) P_n^1(\eta), \mu_5=1. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Используя граничные условия (6) и аналитические выражения (20), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \mu_0 i H_0 a P_1(i\xi_1) + C_1 Q_1^1(i\xi_1) &= \\ &= D'_{21} P_1^1(i\xi_1) + D''_{21} Q_1^1(i\xi_1); \\ \frac{1}{2} \mu_0 \mu_2 i H_0 a P_1(i\xi_1) + C_1 \mu_2 Q_1^1(i\xi_1) &= \\ &= D'_{21} P_1^1(i\xi_1) + D''_{21} Q_1^1(i\xi_1); \\ D'_{21} P_1^1(i\xi_2) + D''_{21} Q_1^1(i\xi_2) &= \\ &= D'_{31} P_1^1(i\xi_2) + D''_{31} Q_1^1(i\xi_2); \\ D'_{21} P_1^1(i\xi_2) + D''_{21} Q_1^1(i\xi_2) &= \\ &= D'_{31} P_1^1(i\xi_2) + D''_{31} \mu_2 Q_1^1(i\xi_2); \\ D'_{31} P_1^1(i\xi_3) + D'_{31} Q_1^1(i\xi_3) &= \\ &= D'_{41} P_1^1(i\xi_3) + D''_{41} Q_1^1(i\xi_3); \\ D'_{31} \mu_4 P_1^1(i\xi_3) + D''_{31} \mu_4 Q_1^1(i\xi_3) &= \\ &= D'_{41} P_1^1(i\xi_3) + D''_{41} Q_1^1(i\xi_3); \\ D'_{41} P_1^1(i\xi_4) + D''_{41} Q_1^1(i\xi_4) &= N_1 P_1^1(i\xi_4); \\ D'_{41} P_1^1(i\xi_4) + D''_{41} Q_1^1(i\xi_4) &= N_1 \mu_4 P_1^1(i\xi_4), \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ — сфероидальные координаты границ раздела слоев экрана. Коэффициенты $C_n = D'_{jn} = D''_{jn} = N_n = 0$ при $n > 1$. Решив эту систему уравнений относительно коэффициентов $C_1, D'_{j1}, D''_{j1}, N_1$ ($j=2, 3, 4$), нетрудно определить коэффициент экранирования внешнего магнитного поля H_0 в зоне экранирования V.

Для обобщения количественного анализа полученных аналитических выражений введем безразмерные (обобщенные параметры), характеризующие геометрию сфероидального экрана: $\lambda = t/(2r)$ — коэффициент формы экрана; $d = \Delta/(2r)$ — относительная толщина стенки магнитного экрана.

Размеры экрана t, r, Δ указаны на рис. 1. Толщина экрана Δ в общем случае определяется интегралом:

$$\Delta = \int_{\xi_2}^{\xi_1} h_{\xi} d\xi, \quad (22)$$

где $h_{\xi} = a \sqrt{\frac{\xi^2 + \eta^2}{1 + \xi^2}}$ — метрический коэффициент для сплюсненной сфероидальной системы координат [Л. 6]. Из формулы (22) следует, что толщина экрана зависит от угловой сфероидальной координаты η . При значении $\eta=1$ (рис. 1) получим:

$$\Delta = a(\xi_1 - \xi_2) = a\delta_{\xi}.$$

Используя соотношения между сфероидальными и прямоугольными координатами [Л. 6], получим:

$$a = r \sqrt{1 - \lambda^2}, \quad \xi_2 = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}}; \quad \xi_1 = \xi_2 + \delta_{\xi},$$

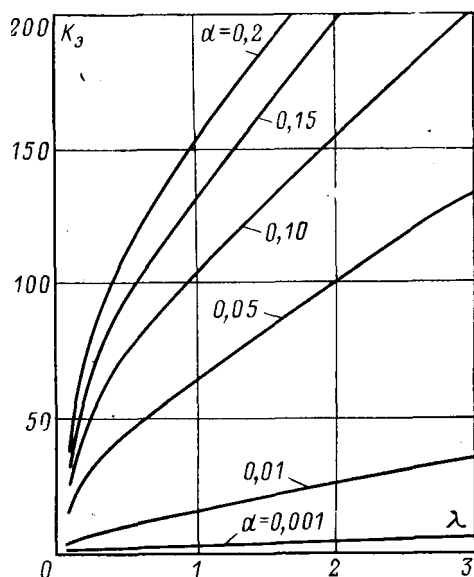
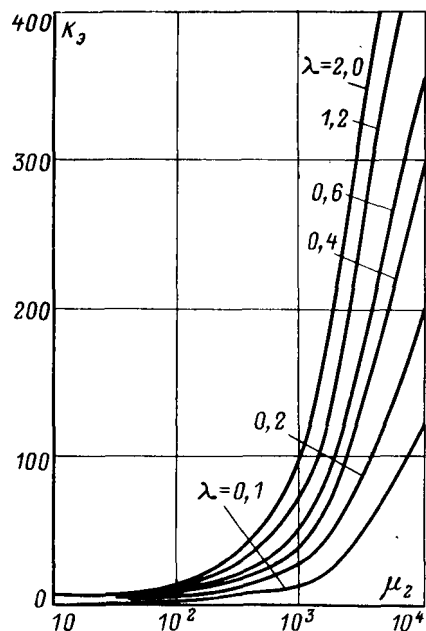
где

$$\delta_{\xi} = \frac{\Delta}{a} = \frac{2d}{\sqrt{1 - \lambda^2}}.$$

На рис. 2 и 3 представлены расчетные значения коэффициента экранирования K_3 для случая однослойного сфероидального экрана, расположенного в однородном магнитном поле H_0 (рис. 1) в функции обобщенных параметров λ, d и относительной магнитной проницаемости материала экрана μ_2 .

Из рис. 2 следует, что с ростом λ монотонно увеличивается коэффициент экранирования K_3 . Это объясняется размагничивающим действием ферромагнитной оболочки. Следует отметить, что при $\lambda \geq 0,6$ и $\mu_2 = 1000 \div 5000$ наблюдается линейный рост K_3 с увеличением λ , а при $\lambda < 0,6$ коэффициент экранирования K_3 резко уменьшается, стремясь в пределе к нулю при $\lambda \rightarrow 0$. При значении коэффициента формы $\lambda \approx 1$ получаем частный случай сфероидального экрана — шарообразный магнитный экран. При этом возникает возможность сравнить полученные в данной статье результаты с известными расчетами магнитных шарообразных экранов. Так, при $\mu_2 = 2000, \lambda \approx 1; d = 0,1$ $K_3 = 205$. При тех же значениях параметров μ_2 и d в случае однослойного шарообразного экрана $K_3 = 200$ [Л. 2], т. е. расхождение составляет около 2%.

В случае двухслойного сфероидального экрана введем следующие обобщенные параметры: $\lambda_1 = t_1/(2r_1), \lambda_2 = t_2/(2r_2)$ — коэффициенты формы обо-

Рис. 2. Зависимость K_3 от геометрических параметров экрана при $\mu_2=1000$.Рис. 3. Зависимость K_3 от магнитной проницаемости материала экрана при $d=0,05$

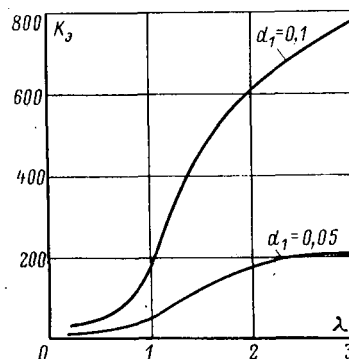
лочек экрана; $d_1=\Delta_1/(2r_1)$, $d_2=\Delta_2/(2r_2)$ — относительные толщины стенок слоев экрана; $\kappa_1=r_1/r_2$, $\kappa_2=t_1/t_2$ — отношения габаритных размеров оболочек.

Коэффициенты формы оболочек λ_1 и λ_2 связаны соотношением $\lambda_2 = \lambda_1 \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$.

Аргументы функций Лежандра, определяющие взаимное расположение слоев экрана, запишем в виде:

$$\xi_1 = \xi_2 + \delta_{\xi_1}; \quad \xi_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1-\lambda_1^2}}; \quad \delta_{\xi_1} = \frac{2d_1}{\sqrt{1-\lambda_1^2}};$$

$$\xi_3 = \xi_4 + \delta_{\xi_3}; \quad \xi_4 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{1-\lambda_2^2}}; \quad \delta_{\xi_3} = \frac{2d_2}{\sqrt{1-\lambda_2^2}}.$$

Рис. 4. Зависимость коэффициента экранирования от геометрических параметров двухслойного экрана при $\mu_2=\mu_4=1000$; $\kappa_1=1,6$; $\kappa_2=2$; $d_2=d_1$.

На рис. 4 приведены значения коэффициента экранирования K_3 для двухслойного сфероидального экрана в функции обобщенного параметра λ_1 при различных d_1 , d_2 , μ_2 и μ_4 .

Таким образом полученные расчетные данные позволяют определить основные конструктивные параметры магнитного экрана сложной формы, требуемое значение магнитной проницаемости, а следовательно, и материал экрана по заданному значению коэффициента экранирования.

Приложение 1. Экранирование неоднородного магнитного поля.

В качестве источника внешнего неоднородного магнитного поля рассмотрим круговой контур, обтекаемый постоянным током I . Векторный потенциал поля кругового контура с током [Л. 5]:

$$A_0 = -i\mu_0 I \frac{R}{2a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} P_n^1(\eta_a) P_n^1(\eta) \times$$

$$\begin{cases} P_n^1(i\xi_b) Q_n^1(i\xi), & \xi > \xi_b; \\ P_n^1(i\xi) Q_n^1(i\xi_b), & \xi < \xi_b. \end{cases} \quad (\text{П-1})$$

где R — радиус кругового контура с током; ξ_b , η_b — сфероидальные координаты кругового контура.

Суммарное поле в области I определяется формулой (8); векторный потенциал A_p — выражением (10). Векторные потенциалы A_2 , A_3 в средах II и III определяются бесконечными функциональными рядами (11) и (12). Подставляя аналитические выражения (10)÷(12) и (П-1) в уравнения граничных условий (6), получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} C_n Q_n^1(i\xi_1) - D'_n P_n^1(i\xi_1) - D''_n Q'_n(i\xi_1) &= i\mu_0 I \frac{R}{2a} \times \\ &\times \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} P_n^1(\eta_b) P_n^1(i\xi_1) Q_n^1(i\xi_b); \\ C_n \mu_2 Q_n(i\xi_1) - D'_n P_n(i\xi_1) - D''_n Q_n(i\xi_1) &= i\mu_0 \mu_2 I \frac{R}{2a} \times \\ &\times \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} P_n^1(\eta_b) P_n(i\xi_1) Q_n^1(i\xi_b); \\ D'_n P'_n(i\xi_2) + D''_n Q'_n(i\xi_2) - N_n P'_n(i\xi_2) &= 0; \\ D'_n P_n(i\xi_2) + D''_n Q_n(i\xi_2) - N_n \mu_2 P_n(i\xi_2) &= 0; \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-2})$$

Из этой системы линейных алгебраических уравнений трудно определить искомые коэффициенты C_n , D'_n , D''_n , N_n , а по формулам (7), (12), (П-2) вычислить коэффициент экранирования. Как и ранее, $\mu_1=\mu_3=1$.

Приложение 2. Экранирование локализованного источника магнитного поля.

В качестве расчетной модели магнитного экранирования локализованного источника поля рассмотрим систему: круговой контур, обтекаемый постоянным током I , расположенный внутри сфероидальной оболочки (рис. 1).

В этом случае вектор-потенциал поля внутри оболочки определяем по формуле: $A_3=A_0+A_p$, где потенциал A_0 выра-

жается уравнением (П-1). Функцию A_p ищем в виде ряда:

$$A_p = \sum_{n=1}^{\infty} N_n P_n^1(i\xi) P_n^1(\eta). \quad (\text{П-3})$$

Векторные потенциалы в средах I и II определяются аналитическими выражениями (10) и (11) соответственно. Используя граничные условия (6), получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов C_n , D'_n , D''_n , N_n :

$$\left. \begin{aligned} C_n Q_n^1(i\xi_1) &= D'_n P_n^1(i\xi_1) + D''_n Q_n^1(i\xi_1); \\ C_n \nu_2 Q_n(i\xi_1) &= D'_n P_n(i\xi_1) + D''_n Q_n(i\xi_1); \\ -i\nu_0 I \frac{R}{2a} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} P_n^1(\eta_b) P_n^1(i\xi_b) Q_n^1(i\xi_2) + \\ + N_n P_n^1(i\xi_2) &= D'_n P_n^1(i\xi_2) + D''_n Q_n^1(i\xi_2); \\ -i\nu_0 \nu_2 I \frac{R}{2a} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} P_n^1(\eta_b) P_n^1(i\xi_b) Q_n^1(i\xi_2) + \\ + N_n \nu_2 P_n(i\xi_2) &= D'_n P_n(i\xi_2) + D''_n Q_n(i\xi_2), \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-4})$$

где $n=1, 2, 3 \dots$

После определения коэффициентов разложения векторных потенциалов A_1 , A_2 , A_3 магнитных полей в областях I, II, III по приведенным выше формулам могут быть найдены основные характеристики экрана: коэффициент экранирования, структура магнитного поля в зоне экранирования и т. п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Туровский Я. Техническая электродинамика. — М.: Энергия, 1974.
2. Пятин Ю. М. Расчет электрических элементов измерительных приборов. — М.: Машиностроение, 1965.
3. Шапиро Д. Н. Основы теории электромагнитного экранирования. — М.: Энергия, 1975.
4. Эллипсоид вращения в однородном квазистационарном магнитном или электрическом поле/ Стеблев Ю. И. и др. — Изв. вузов. Электромеханика, 1976, № 11.
5. Стеблев Ю. И., Курозаев В. П., Шатерников В. Е. Влияние геометрии изделий на результаты их контроля вихревыми преобразователями. — Дефектоскопия, 1976, № 1.
6. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. — Минск: Наука и техника, 1968.

[13.10.78]

УДК 621.313.333.001.1

Уравнения динамики магниторезонансного подвеса в рабочем поле электродвигателя

ГАЛКИН В. И., канд. техн. наук

ВНИИЭМ

Одним из основных вопросов теории и практики магниторезонансного подвеса является исследование его работы в динамических режимах. Знание областей устойчивости, качества регулирования, амплитудно-частотных характеристик и передаточных функций совершенно необходимо для правильного проектирования подвеса. Первоосновой исследований по всем этим направлениям является получение системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение электромеханической системы подвеса в динамических режимах. В известных на эту тему работах [Л. 1 и 2] рассматривается магниторезонансный подвес в пульсирующем магнитном поле с ротором, не содержащем обмоток.

При осуществлении подвеса в рабочем поле двигателя имеет место вращающееся поле, а ротор содержит обмотку, необходимую для создания полезного момента. Вследствие того, что электрические сопротивления ротора зависят от скорости его вращения, система авторегулирования подвеса получается с изменяющимися параметрами. В настоящей статье выводится система дифференциальных

уравнений магнитного подвеса такого типа. Рассматривается двухпакетный асинхронный электродвигатель торцевого типа, вертикальный подвес ротора в котором осуществляется по схеме рис. 1. Принцип действия подвеса и его статические характеристики подробно изложены в [Л. 3 и 4].

При выводе дифференциальных уравнений примем следующие допущения: двигатель имеет симметричную m -фазную обмотку; оба пакета двигателя имеют одинаковые параметры и питаются одинаковыми напряжениями; напряжение электрической сети, к которой подключен электродвигатель, представляет собой симметричную систему синусоидальных величин; энергия магнитного поля сосредоточена в воздушном зазоре; индуктивности рассеяния статорной и роторной обмоток при колебаниях ротора в расточке статора остаются неизменными; потери в стали статора и ротора пренебрежимо малы; скорость вращения ротора при его вертикальных колебаниях остается неизменной.

С учетом принятых допущений система уравнений для трехфазного электродвигателя запишется в виде:

для обмоток статора

$$\left. \begin{aligned} u_{An} &= \frac{d\psi_{An}}{dt} + i_{An} r_1 + u_{cAn}; \\ u_{Bn} &= \frac{d\psi_{Bn}}{dt} + i_{Bn} r_1 + u_{cBn}; \\ u_{Cn} &= \frac{d\psi_{Cn}}{dt} + i_{Cn} r_1 + u_{cCn}; \end{aligned} \right\}$$

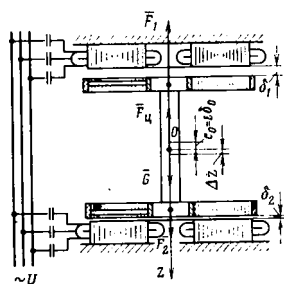


Рис. 1. Схема исследуемого магниторезонансного подвеса.

для обмоток ротора

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d\psi_{an}}{dt} + i_{an}r_2; \\ 0 &= \frac{d\psi_{bn}}{dt} + i_{bn}r_2; \\ 0 &= \frac{d\psi_{cn}}{dt} + i_{cn}r_2; \end{aligned} \quad (1)$$

уравнение движения ротора при его вертикальных колебаниях

$$G = m_r \frac{d^2 z}{dt^2} + k_d \frac{dz}{dt} - F_{\text{ц}},$$

где u , ψ , i — мгновенные значения фазных напряжений, потокосцеплений и токов соответственно; n — индекс пакета двигателя; $n=1$ — для верхнего пакета, $n=2$ — для нижнего пакета; r — активное сопротивление фаз статора и ротора; A , B , C — индекс фаз двигателя; u_{CA} , u_{CB} , u_{CC} — фазные напряжения на конденсаторах; m_r — масса ротора; z — текущая координата в направлении смещения ротора от симметричного положения между статорами; k_d — коэффициент демпфирования; G — вес ротора; $F_{\text{ц}}$ — центрирующая сила, действующая на ротор при его смещении из симметричного положения между пакетами статоров. Она определяется через магнитную энергию $W_{\delta n}$, заключенную в воздушных зазорах δ электродвигателя:

$$F_{\text{ц}} = \sum_{n=1}^2 \frac{\partial W_{\delta n}}{\partial \delta}, \quad (2)$$

где

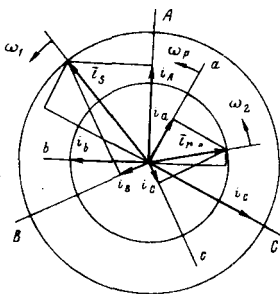
$$W_{\delta n} = -\frac{1}{2} (\psi_{An} i_{An} + \psi_{Bn} i_{Bn} + \psi_{Cn} i_{Cn} + \psi_{an} i_{an} + \psi_{bn} i_{bn} + \psi_{cn} i_{cn}).$$

В приведенной системе уравнений э. д. с., обусловленная изменением потокосцепления, состоит из двух составляющих, одна из которых вызвана вращением обмоток ротора относительно обмоток статора, а вторая — изменением воздушного зазора при вертикальных колебаниях ротора.

Система дифференциальных уравнений, записанная в таком виде, очень сложна при решении и исследовании, так как содержит большое количество уравнений с нелинейными членами и периодически изменяющимися коэффициентами. Количество уравнений значительно уменьшится, если перейти к вращающимся векторам токов, напряжений и потокосцеплений (рис. 2). Так как пульсирующие токи фаз двигателя, создающие рабочее поле в зазоре, сдвинуты в пространстве и во времени на 120° (при $m=3$), то при питании симметричным синусоидальным напряжением постоянной частоты их можно заменить одним результирующим вектором тока, постоянным по величине, но вращающимся с синхронной скоростью, определяемой частотой питающей сети [Л. 5]:

$$\bar{i}_{sn} = \frac{2}{3} (i_{An} + \alpha i_{Bn} + \alpha^2 i_{Cn}),$$

Рис. 2. Результирующие вращающиеся вектора токов в системах координат статора и ротора.



где

$$a = e^{j120^\circ}; \quad a^2 = e^{j240^\circ}.$$

Аналогичным образом можно записать и вращающиеся вектора потокосцеплений и напряжений. Дифференциальные уравнения электрических цепей статора и ротора теперь будут представлены в более компактном виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{sn} &= \frac{d\bar{\psi}_{sn}}{dt} + \bar{i}_{sn}r_1 + \bar{u}_{Cn}; \\ \bar{0} &= \frac{d\bar{\psi}_{rn}}{dt} + \bar{i}_{rn}r_2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Так как приведенные в (3) уравнения напряжений статора и ротора записаны в своих системах координат: статора — в неподвижной системе, а ротора — во вращающейся со скоростью ротора, — то в выражениях потокосцеплений по-прежнему содержатся периодические коэффициенты, вызванные вращением обмотки ротора относительно обмотки статора:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_{sn} &= \bar{i}_{sn}L_{sn} + \bar{i}_{rn}L_{mn}e^{j\omega_p t}; \\ \bar{\psi}_{rn} &= \bar{i}_{sn}L_{mn}e^{-j\omega_p t} + \bar{i}_{rn}L_{rn}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $L_{sn} = L_1 + L_{mn}$ — полная индуктивность фазы статора; $L_{rn} = L_2 + L_{mn}$ — полная индуктивность фазы ротора; L_1 , L_2 — индуктивности рассеяния статора и ротора соответственно; L_{mn} — взаимная индуктивность; ω_p — угловая электрическая скорость вращения ротора.

Для того чтобы избавиться от периодических коэффициентов, необходимо токи, напряжения и потокосцепления статора и ротора привести к одной системе координат. Наиболее удобной является система координат, вращающаяся со скоростью поля статора, так как в этом случае центрирующая сила, действующая на ротор со стороны статора, будет неизменна во времени. Переход к новой системе осуществляется умножением токов, напряжений и потокосцеплений статора в уравнениях (3) и (4) на $e^{-j\omega_1 t}$, а токов, напряжений и потокосцеплений ротора — на $e^{-j(\omega_1 - \omega_p)t} = e^{-j\omega_1 t}$. После выполнения этих преобразований система дифференциальных уравнений (1) превратится в систему уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{sn} &= \frac{d\bar{\psi}_{sn}}{dt} + j\omega_1 \bar{\psi}_{sn} + \bar{i}_{sn}r_1 + \bar{u}_{Cn}; \\ \bar{u}_{Cn} &= j \left(\frac{1}{\omega_1} \frac{d\bar{u}_{Cn}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} \bar{i}_{sn} \right); \\ 0 &= \frac{d\bar{\psi}_{rn}}{dt} + j\omega_1 \bar{\psi}_{rn} + \bar{i}_{rn}r_2; \\ G &= m_r \frac{d^2 z}{dt^2} + k_d \frac{dz}{dt} - F_{\text{ц}}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где ω_1 — электрическая угловая скорость вращения поля статора; s — скольжение ротора относительно поля статора; C — емкость.

В этой системе уравнений э. д. с., обусловленная изменением потокоцепления, вызвана только вертикальными колебаниями ротора.

Выразим потокоцепление и центрирующую силу через токи и индуктивности:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}_{sn} &= \bar{l}_{sn} L_1 + \bar{l}_{mn} L_{mn}; \\ \bar{\psi}_{rn} &= \bar{l}_{rn} L_2 + \bar{l}_{mn} L_{mn}; \\ F_u &= \frac{m}{4} \sum_{n=1}^2 |\bar{l}_{mn}|^2 \frac{\partial L_{mn}}{\partial \delta}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\bar{l}_{mn} = \bar{l}_{sn} + \bar{l}_{rn}$ — пространственный вектор намагничивающего тока;

$$L_{mn} = \frac{k}{\delta_n}; \quad \delta_n = \delta_1 = \delta_0 + z; \quad \delta_n = \delta_2 = \delta_0 - z;$$

$$k = \frac{\mu_0}{\pi} m D i_b \left(\frac{\omega k_{\text{об}}}{p} \right)^2. \quad (7)$$

В дальнейшем для удобства записи знаки векторов опустим. Подставив значение (6) в (5) с учетом (7) и выразив ток ротора через намагничивающий и статорный токи, получим систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих поведение электромеханической системы в любых режимах работы подвеса:

$$\left. \begin{aligned} u_{s1} &= L_1 \frac{di_{s1}}{dt} + (r_1 + j\omega_1 L_1) i_{s1} + \frac{k}{\delta_0 + z} \frac{di_{m1}}{dt} + \\ &+ j\omega_1 \frac{k}{\delta_0 + z} i_{m1} - \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1} \frac{dz}{dt} + u_{C1}; \\ u_{C1} &= j \left(\frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C1}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} i_{s1} \right); \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s1}}{dt} - (r_2 + js\omega_1 L_2) i_{s1} + \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 + z} \right) \frac{di_{m1}}{dt} + \left(r_2 + js\omega_1 L_2 + \right. \\ &+ \left. js\omega_1 \frac{k}{\delta_0 + z} \right) i_{m1} - \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1} \frac{dz}{dt}; \\ u_{s2} &= L_1 \frac{di_{s2}}{dt} + (r_1 + j\omega_1 L_1) i_{s2} + \frac{k}{\delta_0 - z} \frac{di_{m2}}{dt} + \\ &+ j\omega_1 \frac{k}{\delta_0 - z} i_{m2} + \frac{k}{(\delta_0 - z)^2} i_{m2} \frac{dz}{dt} + u_{C2}; \\ u_{C2} &= j \left(\frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C2}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} i_{s2} \right); \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s2}}{dt} - (r_2 + js\omega_1 L_2) i_{s2} + \\ &+ \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 - z} \right) \frac{di_{m2}}{dt} + (r_2 + js\omega_1 L_2 + \\ &+ js\omega_1 \frac{k}{\delta_0 - z}) i_{m2} + \frac{k}{(\delta_0 - z)^2} i_{m2} \frac{dz}{dt}; \\ G &= m_r \frac{d^2 z}{dt^2} + k_a \frac{dz}{dt} + k_1 \frac{i_{m1}^2}{(\delta_0 + z)^2} - k_1 \frac{i_{m2}^2}{(\delta_0 - z)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $k_1 = \frac{m}{4} k$.

Для устранения комплексных членов перейдем к ортогональной системе координат u, jv , вращающихся в пространстве со скоростью поля статора [Л. 6]. Разложив вращающиеся векторы токов на эти оси:

$$i_n = i_{nu} + j i_{nv}; \quad u_n = u_{nu} + j u_{nv}$$

и сгруппировав отдельно действительные и мнимые части, преобразуем систему уравнений (8) к виду:

$$\left. \begin{aligned} u_{s1u} &= L_1 \frac{di_{s1u}}{dt} + r_1 i_{s1u} - \omega_1 L_1 i_{s1v} + \frac{k}{\delta_0 + z} \frac{di_{m1u}}{dt} - \\ &- \omega_1 \frac{k}{\delta_0 + z} i_{m1v} - \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1u} \frac{dz}{dt} + u_{C1u}; \\ u_{s1v} &= L_1 \frac{di_{s1v}}{dt} + r_1 i_{s1v} + \omega_1 L_1 i_{s1u} + \frac{k}{\delta_0 + z} \frac{di_{m1v}}{dt} + \\ &+ \omega_1 \frac{k}{\delta_0 + z} i_{m1u} - \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1v} \frac{dz}{dt} + u_{C1v}; \\ u_{C1u} &= -\frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C1v}}{dt} + \frac{1}{\omega_1 C} i_{s1u}; \\ u_{C1v} &= \frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C1u}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} i_{s1v}; \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s1u}}{dt} - r_2 i_{s1u} + s\omega_1 L_2 i_{s1v} + \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 + z} \right) \frac{di_{m1u}}{dt} + r_2 i_{m1u} - s\omega_1 \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 + z} \right) i_{m1v} - \\ &- \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1u} \frac{dz}{dt}; \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s1v}}{dt} - r_2 i_{s1v} - s\omega_1 L_2 i_{s1u} + \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 + z} \right) \frac{di_{m1v}}{dt} + r_2 i_{m1v} + s\omega_1 \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 + z} \right) i_{m1u} - \\ &- \frac{k}{(\delta_0 + z)^2} i_{m1v} \frac{dz}{dt}; \\ u_{s2u} &= L_1 \frac{di_{s2u}}{dt} + r_1 i_{s2u} - \omega_1 L_1 i_{s2v} + \frac{k}{\delta_0 - z} \frac{di_{m2u}}{dt} - \\ &- \omega_1 \frac{k}{\delta_0 - z} i_{m2v} + \frac{k}{(\delta_0 - z)^2} i_{m2u} \frac{dz}{dt} + u_{C2u}; \\ u_{s2v} &= L_1 \frac{di_{s2v}}{dt} + r_1 i_{s2v} + \omega_1 L_1 i_{s2u} + \frac{k}{\delta_0 - z} \frac{di_{m2v}}{dt} + \\ &+ \omega_1 \frac{k}{\delta_0 - z} i_{m2u} + \frac{k}{(\delta_0 - z)^2} i_{m2v} \frac{dz}{dt} + u_{C2v}; \\ u_{C2u} &= -\frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C2v}}{dt} + \frac{1}{\omega_1 C} i_{s2u}; \\ u_{C2v} &= \frac{1}{\omega_1} \frac{du_{C2u}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} i_{s2v}; \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s2u}}{dt} - r_2 i_{s2u} + s\omega_1 L_2 i_{s2v} + \\ &+ \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 - z} \right) \frac{di_{m2u}}{dt} + r_2 i_{m2u} - s\omega_1 \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 - z} \right) i_{m2v} + \frac{k}{(\delta_0 - z)^2} i_{m2u} \frac{dz}{dt}; \\ 0 &= -L_2 \frac{di_{s2v}}{dt} - r_2 i_{s2v} - s\omega_1 L_2 i_{s2u} + \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 - z} \right) \frac{di_{m2v}}{dt} + r_2 i_{m2v} + s\omega_1 \left(L_2 + \frac{k}{\delta_0 - z} \right) i_{m2u} + \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$G = m_r \frac{d^2 z}{dt^2} + k_z \frac{dz}{dt} + \frac{k_1}{(\delta_0 + z)^2} (i_{m1u}^2 + i_{m1v}^2) - \frac{k_1}{(\delta_0 - z)^2} (i_{m2u}^2 + i_{m2v}^2);$$

Полученная система дифференциальных уравнений позволяет полностью исследовать динамику подвеса: характер изменения токов, воздушного зазора и центрирующей силы в переходных режимах, устойчивость системы, качество регулирования и т. д. Особенно она эффективна при исследовании поведения электромеханической системы в случае больших изменений параметров, например, при отклонениях ротора до касания ограничительных упоров или при включении двигателя под напряжение.

Решение данной системы дифференциальных уравнений возможно только с помощью ЦВМ или путем моделирования на АВМ. Но даже и в этом случае нахождение областей динамической устойчивости и исследование влияния выбранных параметров и режимов работы двигателя на эти области представляют собой очень сложную и трудоемкую задачу.

Реализация задач такого типа значительно упрощается, если систему нелинейных дифференциальных уравнений линеаризовать, воспользовавшись методом малых возмущений [Л. 7].

Зададимся малыми отклонениями ротора от точки устойчивого равновесия:

$$z = z_0 + \Delta z = e_0 + \Delta z. \quad (10)$$

Тогда и остальные величины получают также малые изменения:

$$\left. \begin{aligned} i_{s1} &= i_{s10} + \Delta i_{s1}; \quad i_{m1} = i_{m10} + \Delta i_{m1}; \quad u_{C1} = u_{C10} + \Delta u_{C1}; \\ i_{s2} &= i_{s20} - \Delta i_{s2}; \quad i_{m2} = i_{m20} - \Delta i_{m2}; \quad u_{C2} = u_{C20} - \Delta u_{C2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Выражения вида $1/(\delta_0 \pm z)$ и $1/(\delta_0 \pm z)^2$ разложим в ряд Тейлора в окрестностях точки z_0 и ограничимся только первыми членами ряда:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\delta_0 \pm z} &= \frac{1}{\delta_0 \pm z_0} \mp \frac{1}{(\delta_0 \pm z_0)^2} \Delta z; \\ \frac{1}{(\delta_0 \pm z)^2} &= \mp \frac{1}{(\delta_0 \pm z_0)^2} + 2 \frac{1}{(\delta_0 \pm z_0)^3} \Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Подставляя в уравнения (9) значения (10) — (12) и пренебрегая произведениями малых приращений типа Δi^2 , $\Delta i \cdot \Delta z$, получим полную систему линейных дифференциальных уравнений. Вычитая из нее уравнения установившегося режима, перейдем к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающую поведение электромеханической системы в малой окрестности точки статического равновесия:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= L_1 \frac{d\Delta i_{s1u}}{dt} + r_1 \Delta i_{s1u} - \omega_1 L_1 \Delta i_{s1v} + \frac{L_{m0}}{1+\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m1u}}{dt} - \\ &- \frac{\omega_1 L_{m0}}{1+\varepsilon} \Delta i_{m1v} - i_{m1u0} \frac{L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} \frac{d\Delta z}{dt} + \\ &+ i_{m1v0} \frac{\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} \Delta z + \Delta u_{C1u}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= L_1 \frac{d\Delta i_{s1v}}{dt} + r_1 \Delta i_{s1v} + \omega_1 L_1 \Delta i_{s1u} + \frac{L_{m0}}{1+\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m1v}}{dt} + \\ &+ \frac{\omega_1 L_{m0}}{1+\varepsilon} \Delta i_{m1u} - i_{m1v0} \frac{L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} \frac{d\Delta z}{dt} - \\ &- i_{m1u0} \frac{\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} \Delta z + \Delta u_{C1v}; \\ \Delta u_{C1u} &= -\frac{1}{\omega_1} \frac{d\Delta u_{C1v}}{dt} + \frac{1}{\omega_1 C} \Delta i_{s1v}; \\ \Delta u_{C1v} &= \frac{1}{\omega_1} \frac{d\Delta u_{C1u}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} \Delta i_{s1u}; \\ 0 &= -L_2 \frac{d\Delta i_{s2u}}{dt} - r_2 \Delta i_{s2u} + s\omega_1 L_2 \Delta i_{s2v} + \\ &+ L_2 \frac{d\Delta i_{m2u}}{dt} + \frac{L_{m0}}{1+\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2u}}{dt} + r_2 \Delta i_{m2u} - s\omega_1 L_2 \Delta i_{m2v} + \\ &+ \frac{s\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} i_{m2v0} \Delta z - \frac{s\omega_1 L_{m0}}{1+\varepsilon} \Delta i_{m2v} - \frac{L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} i_{m2u0} \frac{d\Delta z}{dt}; \\ 0 &= -L_2 \frac{d\Delta i_{s2v}}{dt} - r_2 \Delta i_{s2v} - s\omega_1 L_2 \Delta i_{s2u} + L_2 \frac{d\Delta i_{m2v}}{dt} + \\ &+ \frac{L_{m0}}{1+\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2v}}{dt} + r_2 \Delta i_{m2v} + s\omega_1 L_2 \Delta i_{m2u} - \\ &- \frac{s\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} i_{m2u0} \Delta z + \frac{s\omega_1 L_{m0}}{1+\varepsilon} \Delta i_{m2u} - \\ &- \frac{L_{m0}}{\delta_0(1+\varepsilon)^2} i_{m2v0} \frac{d\Delta z}{dt}; \\ 0 &= -L_1 \frac{d\Delta i_{s2u}}{dt} - r_1 \Delta i_{s2u} + \omega_1 L_1 \Delta i_{s2v} - \\ &- \frac{L_{m0}}{1-\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2u}}{dt} + \frac{\omega_1 L_{m0}}{1-\varepsilon} \Delta i_{m2v} + i_{m2u0} \frac{L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} \frac{d\Delta z}{dt} - \\ &- i_{m2v0} \frac{\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} \Delta z - \Delta u_{C2u}; \\ 0 &= -L_1 \frac{d\Delta i_{s2v}}{dt} - r_1 \Delta i_{s2v} - \omega_1 L_1 \Delta i_{s2u} - \\ &- \frac{L_{m0}}{1-\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2v}}{dt} - \frac{\omega_1 L_{m0}}{1-\varepsilon} \Delta i_{m2u} + \\ &+ i_{m2v0} \frac{L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} \frac{d\Delta z}{dt} + i_{m2u0} \frac{\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} \Delta z - \Delta u_{C2v}; \\ -\Delta u_{C2u} &= \frac{1}{\omega_1} \frac{d\Delta u_{C2v}}{dt} - \frac{1}{\omega_1 C} \Delta i_{s2v}; \\ -\Delta u_{C2v} &= -\frac{1}{\omega_1} \frac{d\Delta u_{C2u}}{dt} + \frac{1}{\omega_1 C} \Delta i_{s2u}; \\ 0 &= L_2 \frac{d\Delta i_{s2u}}{dt} + r_2 \Delta i_{s2u} - s\omega_1 L_2 \Delta i_{s2v} - L_2 \frac{d\Delta i_{m2u}}{dt} - \\ &- \frac{L_{m0}}{1-\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2u}}{dt} - r_2 \Delta i_{m2u} + s\omega_1 L_2 \Delta i_{m2v} - \\ &- \frac{s\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} i_{m2v0} \Delta z + \frac{s\omega_1 L_{m0}}{1-\varepsilon} \Delta i_{m2v} + \\ &+ \frac{L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} i_{m2u0} \frac{d\Delta z}{dt}; \\ 0 &= L_2 \frac{d\Delta i_{s2v}}{dt} + r_2 \Delta i_{s2v} + s\omega_1 L_2 \Delta i_{s2u} - L_2 \frac{d\Delta i_{m2v}}{dt} - \\ &- \frac{L_{m0}}{1-\varepsilon} \frac{d\Delta i_{m2v}}{dt} - r_2 \Delta i_{m2v} - s\omega_1 L_2 \Delta i_{m2u} + \\ &+ \frac{s\omega_1 L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} i_{m2u0} \Delta z - \frac{s\omega_1 L_{m0}}{1-\varepsilon} \Delta i_{m2u} + \frac{L_{m0}}{\delta_0(1-\varepsilon)^2} i_{m2v0} \frac{d\Delta z}{dt}; \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 0 = & m_r \frac{d^2 \Delta z}{dt^2} + k_{\pi} \frac{d \Delta z}{dt} - 2k_1 \left[\frac{i^2 m_{1u0} + i^2 m_{1v0}}{\delta_0^3 (1+\varepsilon)^3} + \right. \\
 & + \frac{i^2 m_{2u0} + i^2 m_{2v0}}{\delta_0^3 (1-\varepsilon)^3} \left. \right] \Delta z + \frac{2k_1}{\delta_0^2 (1+\varepsilon)^2} i_{m1u0} \Delta i_{m1u} + \\
 & + \frac{2k_1}{\delta_0^2 (1+\varepsilon)^2} i_{m1v0} \Delta i_{m1v} + \frac{2k_1}{\delta_0^2 (1-\varepsilon)^2} i_{m2u0} \Delta i_{m2u} + \\
 & + \frac{2k_1}{\delta_0^2 (1-\varepsilon)^2} i_{m2v0} \Delta i_{m2v}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

Система дифференциальных уравнений, записанная в таком виде, удобна при моделировании на АВМ. Для получения характеристического уравнения, с помощью которого наиболее просто исследовать области динамической устойчивости подвеса, воспользуемся операторным методом. Выполнив соответствующие преобразования, представим систему дифференциальных уравнений в относительных единицах в матричной форме записи:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{19} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{29} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{39} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{49} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{55} & Z_{56} & Z_{57} & Z_{58} & Z_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{65} & Z_{66} & Z_{67} & Z_{68} & Z_{69} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{75} & Z_{76} & Z_{77} & Z_{78} & Z_{79} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{85} & Z_{86} & Z_{87} & Z_{88} & Z_{89} \\ 0 & 0 & Z_{93} & Z_{94} & 0 & 0 & Z_{97} & Z_{98} & Z_{99} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{s1u}(p) \\ i_{s1v}(p) \\ i_{m1u}(p) \\ i_{m1v}(p) \\ i_{s2u}(p) \\ i_{s2v}(p) \\ i_{m2u}(p) \\ i_{m2v}(p) \\ z(p) \end{pmatrix},
 \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}
 -Z_{17} = & \left(x_2 + \frac{x_{m0}}{1-\varepsilon} \right) p + r_2 = -Z_{88}; \quad Z_{78} = -Z_{87} = \\
 & = s \left(x_2 + \frac{x_{m0}}{1-\varepsilon} \right);
 \end{aligned}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = -Z_{55} = -Z_{66} = x_1 p^2 + r_1 p + (x_c - x_1);$$

$$Z_{21} = -Z_{12} = Z_{56} = -Z_{65} = 2x_1 p + r_1;$$

$$Z_{13} = Z_{24} = \frac{x_{m0}}{1+\varepsilon} (p^2 - 1);$$

$$\begin{aligned}
 -Z_{14} = Z_{23} = & 2 \frac{x_{m0}}{1+\varepsilon} p; \quad Z_{19} = -\frac{x_{m0}}{\delta_0 (1+\varepsilon)^2} [(p^2 - \\
 & - 1) i_{m1u0} - 2p i_{m1v0}];
 \end{aligned}$$

$$Z_{29} = -\frac{x_{m0}}{\delta_0 (1+\varepsilon)^2} [(p^2 - 1) i_{m1v0} + 2p i_{m1u0}];$$

$$-Z_{75} = -Z_{86} = Z_{31} = Z_{42} = -(x_2 p + r_2);$$

$$Z_{32} = -Z_{41} = x_2 s = -Z_{76} = Z_{85};$$

$$\begin{aligned}
 Z_{33} = Z_{44} = & \left(x_2 + \frac{x_{m0}}{1+\varepsilon} \right) p + r_2; \quad -Z_{34} = Z_{43} = \\
 & = s \left(x_2 + \frac{x_{m0}}{1+\varepsilon} \right);
 \end{aligned}$$

$$Z_{39} = -\frac{x_{m0}}{\delta_0 (1+\varepsilon)^2} (p i_{m1u0} - s i_{m1v0});$$

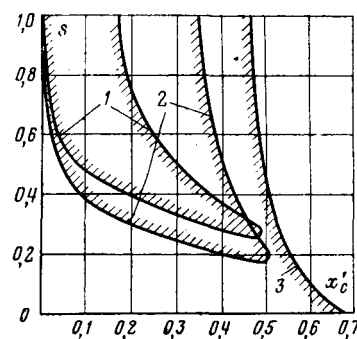


Рис. 3. Области динамической устойчивости.
1 — $r'_2=0,1$; $x'_2=0,16$; $k_{\pi}=53$ нс/м; 2 — $r'_2=1,33$; $x'_2=0,8$; $k_{\pi}=53$ нс/м;
3 — $r'_2=0,4$; $x'_2=2,8$; $k_{\pi}=100$ нс/м.

$$Z_{49} = -\frac{x_{m0}}{\delta_0 (1+\varepsilon)^2} (p i_{m1v0} + s i_{m1u0});$$

$$Z_{57} = Z_{68} = -\frac{x_{m0}}{1-\varepsilon} (p^2 - 1); \quad Z_{58} = -Z_{67} = 2 \frac{x_{m0}}{1-\varepsilon} p;$$

$$Z_{79} = \frac{x_{m0}}{\delta_0 (1-\varepsilon)^2} (p i_{m2u0} - s i_{m2v0});$$

$$Z_{89} = \frac{x_{m0}}{\delta_0 (1-\varepsilon)^2} (p i_{m2v0} + s i_{m2u0});$$

$$Z_{93} = 2k \frac{i_{m1u0}}{\delta_0^2 (1+\varepsilon)^2}; \quad Z_{94} = 2k \frac{i_{m1v0}}{\delta_0^2 (1+\varepsilon)^2};$$

$$Z_{97} = 2k \frac{i_{m2u0}}{\delta_0^2 (1-\varepsilon)^2}; \quad Z_{98} = 2k \frac{i_{m2v0}}{\delta_0^2 (1-\varepsilon)^2};$$

$$\begin{aligned}
 Z_{99} = & m_r \omega_1^2 p^2 + k_{\pi} \omega_1 p - 2k_1 \left[\frac{i^2 m_{1u0} + i^2 m_{1v0}}{\delta_0^3 (1+\varepsilon)^3} + \right. \\
 & + \frac{i^2 m_{2u0} + i^2 m_{2v0}}{\delta_0^3 (1-\varepsilon)^3} \left. \right];
 \end{aligned}$$

$$Z_{59} = \frac{x_{m0}}{\delta_0 (1-\varepsilon)^2} [(p^2 - 1) i_{m2u0} - 2p i_{m2v0}];$$

$$Z_{69} = \frac{x_{m0}}{\delta_0 (1-\varepsilon)^2} [(p^2 - 1) i_{m2v0} + 2p i_{m2u0}].$$

Токи i_{m1u0} и i_{m1v0} вычисляются по уравнениям статики.

Определитель квадратной матрицы системы (14), приравненный к нулю, будет представлять собой характеристическое уравнение электромеханической системы подвеса:

$$|Z| = 0. \quad (15)$$

Исследование этого уравнения на динамическую устойчивость можно проводить с помощью известных критериев теории автоматического регулирования, например, критериев Михайлова или Рауса—Гурвица. Последний наиболее удобен при построении областей динамической устойчивости в функции параметров и режимов работы двигателя. С этой целью можно воспользоваться стандартными [Л. 8] или специально разработанными программами.

На рис. 3 в качестве примера показаны области динамической устойчивости, рассчитанные с помощью полученных уравнений. Области построены в координатах скольжения и включаемой емкости при разных значениях параметров роторной об-

мотки и коэффициентов демпфирования. Электрические параметры даны в относительных единицах. За базу принято индуктивное сопротивление взаимной индукции в точке статического равновесия $x'_c = x_c - x_1$.

Анализ приведенных областей показывает, что при соответствующем выборе коэффициента демпфирования и параметров ротора устойчивый магнитный подвес в рабочем поле двигателя может быть обеспечен во всех режимах его работы: от пуска до холостого хода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еремичев В. Н. Частотные характеристики резонансной электрической цепи с индуктивностью, изменяющейся по гармоническому закону. — Тр. Ленингр. ин-та авиационного приборостроения, 1973, вып. 83, с. 119—125.

2. Желтов В. П. Исследование схем и расчет квазистационарного магнитного подвеса. Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук, М., 1973. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Моск. авиационный ин-т.

3. Галкин В. И. Особенности методики расчета двигателей с магнитным подвесом ротора в рабочем поле по резонансной схеме. — Электротехника, 1976, № 7, с. 59—62.

4. Галкин В. И. Влияние параметров схемы замещения магнитного подвеса с резонансной цепью на его силовые характеристики. — Электричество, 1978, № 2, с. 78—82.

5. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963, 744 с.

6. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. — М.: Энергия, 1973, 400 с.

7. Урусов И. Д. Линейная теория колебаний синхронной машины. — М.—Л.: АН СССР, 1960, 166 с.

8. Фадеев Д. К., Фадеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. — М., 1963.

[15.01.79]

УДК 621.313.391.016.1.001.24

Определение электромагнитного момента индукторных вентильных двигателей

ЛЕДОВСКИЙ А. Н., СУГРОБОВ А. М., кандидаты техн. наук

Москва

Индукторные вентильные двигатели нашли применение в кинетических аккумуляторах электрической энергии [Л. 1] и других областях техники, где имеется потребность в высокоскоростных электродвигателях. Исследованию электромагнитных процессов в индукторных генераторах посвящено много работ, что же касается индукторных вентильных двигателей, то вопрос определения электромагнитного момента в этих машинах практически не нашел отражения в литературе.

Статья посвящена выводу аналитических выражений для определения электромагнитного момента высокоскоростных индукторных вентильных двигателей, определению влияния на него высших гармоник проводимости межзубцового пространства, выбору геометрии зубцовой зоны и схемы включения обмоток якоря. Исследование электромагнитных процессов проведено применительно к одноименнополюсным индукторным вентильным двигателям с электромагнитным возбуждением и явно выраженной зубчатой структурой ротора и статора [Л. 2 и 3] при следующих допущениях: магнитная цепь исследуемых машин линейна; явления гистерезиса и вихревых токов в шихтованных частях магнитной цепи не оказывают влияния на характер протекания электромагнитных процессов.

Для исследования индукторных вентильных двигателей целесообразно использовать метод эквивалентных схем замещения магнитной цепи [Л. 4—6], позволяющий достаточно просто и точно учесть зубчатость ротора и статора, высшие гармоники в проводимости межзубцового пространства и не-синусоидальность тока якоря.

Протекание электромагнитных процессов в индукторных вентильных двигателях в значительной

степени определяется схемой инвертора (одно- или двухполупериодный) и схемой подключения обмоток якоря двигателя к инвертору. В двигателях с однополупериодными инверторами используются схемы включения обмоток на минимуме или максимуме проводимости межзубцового пространства. В первом случае в момент подключения обмоток к источнику питания угол между осями зубцов ротора и статора $\theta_{\text{вкл}} = -180^\circ$, во втором случае $\theta_{\text{вкл}} = 0^\circ$.

Система дифференциальных уравнений, описывающая работу индукторной машины с трехфазным двухполупериодным инвертором имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} U_a &= i_a R_a + \frac{dL_{aia}}{dt} + \frac{dL_{abib}}{dt} + \frac{dL_{acic}}{dt} + \frac{dL_{aifj}}{dt}; \\ U_b &= \frac{dL_{abia}}{dt} + i_b R_b + \frac{dL_{bbib}}{dt} + \frac{dL_{bcic}}{dt} + \frac{dL_{bfij}}{dt}; \\ U_c &= \frac{dL_{acia}}{dt} + \frac{dL_{bcib}}{dt} + i_c R_c + \frac{dL_{ccic}}{dt} + \frac{dL_{cfij}}{dt}; \\ U_f &= \frac{dL_{aia}}{dt} + \frac{dL_{bfib}}{dt} + \frac{dL_{cfic}}{dt} + i_f R_f + \frac{dL_{fij}}{dt}; \\ U_a + U_c &= U_{\text{н}}; \\ \text{или} \\ U_a + U_b &= U_0; \\ i_a &= i_j + i_c. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Для определения индуктивностей, входящих в систему (1), а также для определения момента индукторных вентильных двигателей использована эквивалентная схема замещения магнитной цепи. Магнитные проводимости, входящие в схему заме-

щения, могут быть представлены косинусными рядами Фурье [Л. 2 и 5]. В этом случае выражения для индуктивностей индукторного вентильного двигателя с однополупериодным инвертором при включении обмоток якоря на минимуме проводимости имеют вид:

$$L_c = qz_p s \omega^2 \left[G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos n(\theta - \pi) + G_s \right]; \quad (2)$$

$$L_b = qz_p s \omega^2 \left[G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos n(\theta - \pi/2) + G_s \right]; \quad (3)$$

$$L_{bc} = -qz_p s \omega^2 \mu_0 D_p \lambda_{\pi} \lambda_i; \quad (4)$$

$$L_{cf} = qz_p \omega \omega_f G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos n(\theta - \pi); \quad (5)$$

$$L_{bf} = qz_p \omega \omega_f G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos n(\theta - \pi/2); \quad (6)$$

$$L_f = \frac{2mqz_p}{s} \omega_f^2 G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2mn} \cos 2mn\theta; \quad (7)$$

$$G_s = 2\mu_0 D_p (\lambda_{\pi} \lambda_i + \lambda_{\pi} \lambda_{\pi}^*). \quad (8)$$

Выражения, аналогичные (2)–(8), могут быть получены и для трехфазной однополупериодной схемы включения обмоток двигателя путем замены аргумента $\theta - \pi/2$ на аргумент $\theta - \pi/3$.

Для определения момента индукторного вентильного двигателя воспользуемся выражением:

$$W = \frac{q^2 p}{2s} [F_i^2 G_f + 2s F_i (F_c G_{zc} + F_b G_{zb}) + + s^2 (F_c^2 G_{zc} + F_b^2 G_{zb})]. \quad (9)$$

Дифференцируя по углу выражение (9), получаем:

реактивный момент, созданный обмоткой возбуждения,

$$M_f = -\frac{mqz_p^2}{s} F_i^2 G_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} 2mn \beta_{2mn} \sin 2mn\theta; \quad (10)$$

активный момент, созданный за счет взаимодействия магнитных полей обмоток якоря и возбуждения,

$$M_{fR} = -qz_p^2 \omega G_{\max} F_i \left[i_b \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n \sin n(\theta - \pi/2) + + i_c \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n \sin n(\theta - \pi) \right]; \quad (11)$$

реактивный момент, созданный полем обмотки якоря,

$$M_R = -0,5qz_p^2 \omega^2 s G_{\max} \left[i_b^2 \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n \sin n(\theta - \pi/2) + + i_c^2 \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n \sin n(\theta - \pi) \right]. \quad (12)$$

В трехфазной двухполупериодной схеме инвертора переключение обмоток происходит в момент

равенства фазных э. д. с., т. е. при $\theta = 30^\circ$ включает-ся фаза a и выключается фаза c (120° коммутация). Выражения для индуктивностей и электромагнитного момента запишутся в виде:

$$L_a = 2qz_p s \omega^2 \left[G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n} \cos 2n\theta + G_s \right]; \quad (13)$$

$$L_b = 2qz_p s \omega^2 \left[G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n} \cos 2n(\theta - 2\pi/3) + G_s \right]; \quad (14)$$

$$L_c = 2qz_p s \omega^2 \left[G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n} \cos 2n(\theta + 2\pi/3) + G_s \right]; \quad (15)$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ac} = 0; \quad (16)$$

$$L_{af} = -2qz_p \omega \omega_f G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n+1} \cos (2n+1)\theta; \quad (17)$$

$$L_{bf} = -2qz_p \omega \omega_f G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n+1} \cos [(2n+1)(\theta - 2\pi/3)]; \quad (18)$$

$$L_{cf} = -2qz_p \omega \omega_f G_{\max} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2n+1} \cos [(2n+1)(\theta + 2\pi/3)]. \quad (19)$$

Реактивный момент, созданный обмоткой возбуждения, может быть определен по формуле (10).

Активный момент двигателя

$$M_{fR} = 2qz_p^2 G_{\max} \omega F_i \left\{ i_a \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \beta_{2n+1} \sin (2n+1)\theta + + i_b \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \beta_{2n+1} \sin [(2n+1)(\theta - 2\pi/3)] + + i_c \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \beta_{2n+1} \sin [(2n+1)(\theta + 2\pi/3)] \right\}. \quad (20)$$

Реактивный момент, созданный обмотками якоря,

$$M_R = -qz_p^2 s G_{\max} \omega^2 \left[i_a^2 \sum_{n=1}^{\infty} 2n \beta_{2n} \sin 2n\theta + + i_b^2 \sum_{n=1}^{\infty} 2n \beta_{2n} \sin 2n(\theta - 2\pi/3) + + i_c^2 \sum_{n=1}^{\infty} 2n \beta_{2n} \sin 2n(\theta + 2\pi/3) \right]. \quad (21)$$

Особенностью работы рассматриваемых двигателей является тот факт, что при больших частотах вращения ротора время нарастания и спада тока оказывается соизмеримым со временем включенного состояния фазы, что необходимо учитывать при определении момента.

Так, в однополупериодной схеме инвертора при $\theta_{вкл} = -180^\circ$ (включение на минимуме проводимости) время нарастания тока для рассчитывавшегося двигателя при $[i] < 5$ А практически для всех значений м. д. с. возбуждения не превышало 10° , а в однополупериодном инверторе с включением на максимуме проводимости $\theta_{вкл} = 0$, а также в двух-

полупериодном инверторе, время нарастания тока даже при $[i] < 5$ А оказывается большим 30° и при определенных значениях м. д. с. возбуждения $F_f = 0,6 - 0,8 F_{fn}$ ток якоря вообще не достигает предельного значения, установленного ограничителем тока инвертора. Значение м. д. с. возбуждения F_{fn} определяется из условия равенства максимального значения э. д. с. вращения напряжению, приложенному к обмоткам якоря:

$$F_{fn} = \frac{U_n - [i] R_a}{4\pi f_1 q z_p w k_{cx} G_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n}.$$

Относительно малое время нарастания тока, а также возможность реализации в машине больших токов по сравнению с другими схемами инверторов являются главными достоинствами однополупериодного инвертора с включением на минимуме проводимости. Характерной чертой индукторных вентильных двигателей являются значительные пульсации момента с углом поворота ротора. В основном пульсации связаны с наличием реактивного момента обмотки возбуждения, который пульсирует с гармониками, кратными $2mf$ (f — частота изменения проводимости межзубцового пространства). Наиболее эффективной мерой уменьшения пульсаций момента индукторных двигателей является скос зубцов ротора на угол $\alpha_{ск} = \pi/m$ рад и подбор геометрии зубцовой зоны: $\alpha_z = 0,5$.

Анализ зависимостей среднего момента от тока якоря и м. д. с. возбуждения $M_c = f(i, F_f)$ на рис. 1 показывает, что независимо от схемы инвертора увеличение м. д. с. возбуждения сначала приводит к увеличению момента, а затем при достижении м. д. с. возбуждения некоторого значения ($F_f = 0,8 F_{fn}$) к его уменьшению.

Необходимо также отметить, что при увеличении м. д. с. возбуждения увеличивается момент двигателя, расходуемый на преодоление момента, связанного с перемагничиванием стали.

Среднее значение момента можно несколько увеличить, если в однополупериодных инверторах включать фазу двигателя не при $\theta_{вкл} = -180^\circ$, а при $\theta_{вкл} = -140^\circ - 160^\circ$. В двухполупериодных инверторах максимум момента достигается при $\theta_{вкл} =$

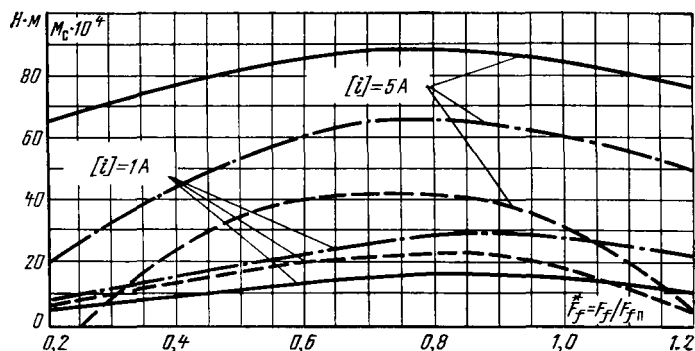


Рис. 1. Зависимость среднего значения электромагнитного момента от тока якоря и м. д. с. возбуждения.

$m=2$; $q=1/3$; $\tau_z^*=100$; $\alpha_z=0,325$; $\alpha_{ск}=\pi/4$; $n=60\,000$ об/мин; $\omega=9$;
— — — — — однополупериодная схема с $\theta_{вкл} = -180^\circ$ ($F_{fn} = 145$ А);
- - - - - однополупериодная схема с $\theta_{вкл} = 0^\circ$ ($F_{fn} = 145$ А);
— · — · — · — двухполупериодная схема ($F_{fn} = 72,5$ А).

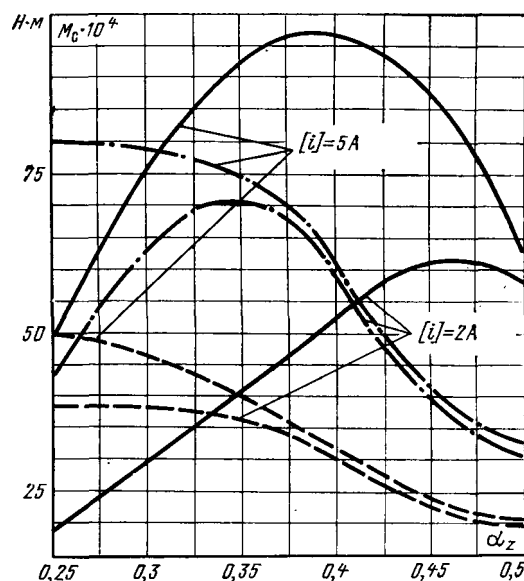


Рис. 2. Зависимость среднего значения момента от геометрии зубцовой зоны.

$m=2$; $q=1/3$; $\tau_z^*=100$; $F_f=110$ А; $\alpha_{ск}=\pi/4$; $\omega=9$; $n=60\,000$ об/мин;
— — — — — однополупериодная схема с $\theta_{вкл} = -180^\circ$.
— · — · — · — однополупериодная схема с $\theta_{вкл} = 0^\circ$; — — — — — двухполупериодная схема.

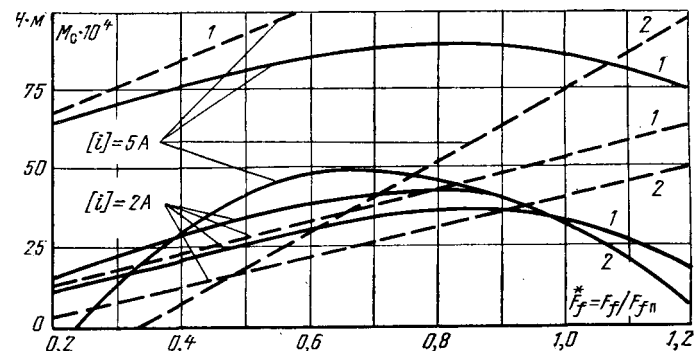


Рис. 3. Влияние высших гармоник проводимости межзубцового пространства на средний момент индукторного вентильного двигателя.

1 — двигатель с однополупериодным инвертором при $\theta_{вкл} = -180^\circ$; 2 — двигатель с однополупериодным инвертором при $\theta_{вкл} = 0^\circ$; $m=2$; $q=1/3$; $\tau_z^*=100$; $\alpha_z=0,325$; $\alpha_{ск}=\pi/4$; $n=60\,000$ об/мин; $F_{fn}=145$ А; $\omega=9$; — — — — — с учетом высших гармоник при $i=f(\theta)$; — — — — — без учета высших гармоник при $i=\text{const}$.

$=10^\circ - 20^\circ$. К тому же при указанных углах включения фаз обмотки якоря несколько уменьшаются пульсации момента двигателя.

Максимальный момент достигается в двигателях при использовании однополупериодных инверторов при $\theta_{вкл} = -180^\circ$, а максимальный к. п. д. — при использовании двухполупериодных инверторов.

Известно, что при проектировании электрических машин важную роль играет выбор геометрии зубцовой зоны. Проведенные исследования (рис. 2) показывают, что

в индукторных вентильных двигателях с однополупериодными инверторами при $\theta_{вкл} = -180^\circ$ следует выбирать $\alpha_z = 0,35 - 0,45$;

в двигателях с однополупериодными инверторами при $\theta_{вкл} = 0^\circ$ значение $\alpha_z < 0,3$;

при двухполупериодных инверторах $\alpha_z = 0,25 - 0,35$.

В заключение остановимся на характере влияния высших гармоник проводимости межзубцового пространства и формы тока на средний момент индукторного двигателя. На рис. 3 представлены зависимости $M_c = f(i, F_f)$ с учетом высших гармоник проводимости межзубцового пространства и изменения тока с углом поворота ротора, а также при постоянном токе и синусоидальном законе изменения проводимости межзубцового пространства. Анализ этих зависимостей показывает, что погрешность в определении момента без учета высших гармоник проводимости и изменения тока якоря с углом поворота ротора может достигать 100% и более.

При малых значениях м. д. с. возбуждения ошибка в определении момента в основном связана с отсутствием учета высших гармоник проводимости. Различный характер ошибки в двигателях с однополупериодными инверторами при $\theta_{вкл} = 0^\circ$ и $\theta_{вкл} = -180^\circ$ вызван тем, что при $\theta_{вкл} = 0^\circ$ момент от высших гармоник проводимости действует согласно с моментом от первой гармоники проводимости, а при $\theta_{вкл} = -180^\circ$ встречно.

При двухполупериодных инверторах относительная погрешность в определении момента без учета высших гармоник проводимости несколько меньше, так как в создании момента участвуют только нечетные гармоники.

Сопоставление приведенных выше рекомендаций по выбору геометрии зубцовой зоны с аналогичными рекомендациями для индукторных генераторов [Л. 7] показывает, что оптимальная геометрия зубцовой зоны индукторного вентильного двигателя с однополупериодным инвертором при $\theta_{вкл} = -180^\circ$ практически полностью совпадает с оптимальной геометрией индукторного генератора.

Обозначения: D_p — диаметр ротора; F_f — м. д. с. возбуждения; F_{fp} — предельное значение м. д. с. возбуждения; F_b, F_c — м. д. с. обмоток якоря фаз b и c ; f — частота изменения первой гармоники проводимости межзубцового пространства; G_s — проводимость рассеяния; G_{max} — максимальная проводимость межзубцового пространства; G_n — n -я гармоника проводимости межзубцового пространства; G_f — проводимость потока возбуждения; G_{zb}, G_{zc} — проводимости потокам якоря от м. д. с. фаз b и c ; $[i]$ — предельное значение тока якоря, ограниченное схемой управления инвертора; i_a, i_b, i_c — токи в фазах обмотки якоря; i_f — ток возбуждения; k_{cx} — коэффициент, характеризующий схему инвертора: в однополупериодных схемах $k_{cx} = 0,5$, в двухполупериодных схемах $k_{cx} = 1$; L_a, L_b, L_c — индуктивности фаз обмотки якоря; L_{ab}, L_{ac}, L_{bc} — взаимные индуктивности фаз обмотки якоря; L_f — индук-

тивность обмотки возбуждения; L_{af}, L_{bf}, L_{cf} — взаимные индуктивности обмоток якоря и возбуждения; $l^*_л = l_л/D_p$ — относительная длина лобового вылета; m — число фаз обмотки якоря; M_c — среднее значение момента; M_f — реактивный момент, созданный полем обмотки возбуждения; M_{jR} — активный момент, созданный за счет взаимодействия полей якоря и возбуждения; M_R — реактивный момент, созданный полем обмотки якоря; q — число пазов на полюс и фазу; R_a, R_b, R_c — активные сопротивления фаз a, b и c обмотки якоря; R_f — активное сопротивление обмотки возбуждения; s — число пакетов двигателя; t — время; U_a, U_b, U_c — напряжения на фазах a, b и c обмотки якоря; U_f — напряжение питания обмотки возбуждения; $U_{п}$ — напряжение питания инвертора; U_0 — напряжение, прикладываемое к обмотке якоря при запуске инверторов инвертора; ω — число витков катушки якоря; ω_f — число витков обмотки возбуждения; W — энергия магнитного поля; z_p — число зубцов ротора; α_z — коэффициент зубцового перекрытия; $\alpha_{ск}$ — угол скоса зубцов ротора; $\beta_n = G_n/G_{max}$ — коэффициент магнитного поля n -й гармоники, равный отношению n -й гармоники магнитной проводимости межзубцового пространства к максимальной проводимости; θ — угол поворота ротора; $\theta_{вкл}$ — угол включения обмотки якоря (соответствует углу между максимумом проводимости и моментом, при котором происходит подключение обмотки якоря к источнику питания); $\lambda_{л}, \lambda_{л}$ — проводимости пазового и лобового рассеяния; λ_i — конструктивный коэффициент.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проблемы создания кинетических аккумуляторов электрической энергии/ Ледовский А. Н., Литвинов И. И., Новиков М. Э., Тимофеев А. Т. — Электричество, 1978, № 3.
2. Ледовский А. Н. Исследование и расчет одноименно-полюсных индукторных генераторов с дробным числом пазов на полюс и фазу: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1974. В надзаг.: М-во высш. и средн. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.
3. Домбур Л. Э. Расчет зависимостей относительного веса от электромагнитных нагрузок и геометрии аксиальных индукторных машин. — Бесконтактные электрические машины. Рига: Зинатне, 1968, № 7.
4. Красношапка М. М. Индукторные альтернаторы повышенной частоты. М.: Издательство ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1948.
5. Ледовский А. Н., Сугробов А. М. Выбор метода исследования индукторных машин. — Электричество, 1977, № 9.
6. Hammond P., Rogers G. Use of Equivalent Fields in Electrical Machine Studies. — Proceedings IEE, 1974, vol. 121, № 6.
7. Балагуров В. А., Ледовский А. Н., Сугробов А. М. Выбор геометрии зубцовой зоны индукторных генераторов. Труды МЭИ, 1974, вып. 189.

[08.09.78]



Влияние свойств энергоустановок на тяговые характеристики электромобилей

ПРОЛЫГИН А. П., канд. техн. наук

Москва

При оценке требуемых тягово-динамических свойств электромобилей, разрабатываемых для выполнения заданной транспортной работы, возникает необходимость исследования и сопоставления вариантов систем тягового привода с различными типами источников энергии. Для подобной оценки на основе синтеза структур современных и перспективных систем тягового привода электромобилей может быть построена обобщенная модель системы тягового привода электромобиля (СТПЭ) (рис. 1), в качестве основных элементов которой приняты:

энергоустановка ЭУ, под которой подразумевается комплекс источников и преобразователей запасенной энергии в электрическую, устройств для ее хранения и вспомогательных систем, предназначенный для питания привода ведущих колес ПБК. Независимо от природы и формы запасаемой энергии в качестве внешней характеристики энергоустановки принята зависимость ее выходного напряжения от тока нагрузки $U(I)$;

привод ведущих колес ПБК электромобиля, включающий устройства для управляемого преобразования электрической энергии в механическую при выполнении электромобилем транспортной работы. В качестве выходных параметров ПБК приняты его тяговые характеристики, т. е. автоматическая характеристика изменения силы тяги на ведущих колесах (K) в зависимости от скорости движения электромобиля;

система управления агрегатами силовой цепи СУ_{СТПЭ}, которая объединяет регулятор энергоустановки РЭУ, регулятор привода РП и соответствующие контуры регулирования ПБК и ЭУ.

В общем случае от энергоустановки может получать питание и привод технологических механизмов ПТМ, мощность которого $P_{ПТМ}(t)$ обеспечивает работу исполнительных механизмов ИМ. Регулятор привода технологических механизмов РПТМ может иметь или не иметь связей с СУ_{СТПЭ}, что обусловлено назначением электромобиля и его режимами работы.

Общий запас энергии ЭУ, равный A_0 может быть в общем случае реализован двумя силовыми цепями — ПБК и ПТМ, т. е.

$$\frac{dA_0}{dt} = P_{ЭУ}(t) \begin{cases} P_n(t) = M_K(t) \omega_K(t) \rightleftharpoons M_c(t) \omega_K(t) \\ P_{ПТМ}(t) \rightarrow P_{ИМ} = M_{ИМ}(t) \delta_{ИМ}(t) \rightleftharpoons M_{ст}(t) \delta_{ИМ}(t), \end{cases}$$

где $P_{ЭУ}(t) = U_{ЭУ}(t) I_{ЭУ}(t)$ — суммарная мощность, потребляемая ПБК и ПТМ; $P_n(t) = M_n(t) \omega_n(t) \eta_n$ — мощность на выходе ПБК (η_n — к. п. д. передачи); $P_K(t) = M_K(t) \omega_K(t)$ — мощность на ведущих колесах; $M_n, \omega_n, M_K, \omega_K$ — момент и частота вращения соответственно тягового двигателя и ведущего колеса; $M_c(t)$ — момент сопротивления движению; $P_{ПТМ}(t) =$

$= U_{ЭУ}(t) I_{ПТМ}(t)$ — мощность потребляемая ПТМ ($I_{ПТМ}$ — ток в ПТМ); $P_{ИМ}(t) = M_{ИМ}(t) \delta_{ИМ}(t)$ — мощность исполнительных технологических механизмов электромобиля ($M_{ИМ}, \delta_{ИМ}$ — момент и перемещение ИМ).

Система регулирования тягового привода электромобиля, включающая автономные контуры и межконтурные обратные связи (или программные устройства), обеспечивает работу агрегатов силовой цепи как в функции управляющих воздействий $Z_1(t), Z_2(t)$, так и в функции любых внешних возмущений $y_1(t), y_2(t), M_c(t)$ (см. рис. 1). В свою очередь, управляющие воздействия Z_1 и Z_2 контуров регулирования являются функциями ряда параметров, определяемых как типом энергоустановки (например, расход энергии dA_0/dt , ток возбуждения $I_{в.г}$ электромашиного преобразователя, коэффициент схемы соединения топливных элементов или аккумуляторной батареи $k_{сх}$), так и типом тягового электродвигателя и передаточным отношением ПБК (ток возбуждения $I_{в.д.}$, i_n и др.).

Основная задача исследования при сопоставлении вариантов СТПЭ в этом случае сводится к установлению взаимосвязи между внешней характеристикой ЭУ, электрическими и энергетическими параметрами, с одной стороны, и выходными параметрами ПБК [его тяговой характеристикой $F_K(v)$], с другой. Таким образом, введение принципа независимости обобщенной структуры СТПЭ от типа применяемой энергоустановки, способа запаса и преобразования энергии обеспечивает единый подход при оценке СТПЭ с различными типами ЭУ и, что весьма существенно, позволяет проводить их сравнение как с существующими,

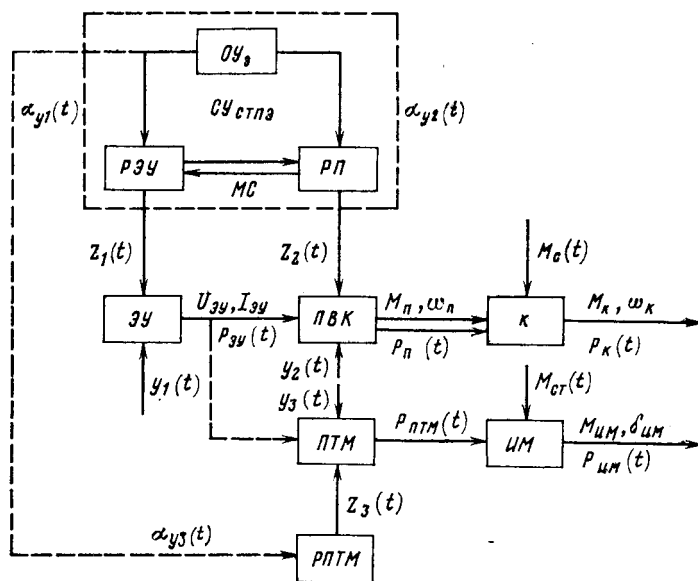


Рис. 1. Обобщенная структурная схема СТПЭ.

так и с перспективными источниками и преобразователями энергии.

Учет большого количества взаимосвязанных факторов и необходимость исследования при сопоставлении *СТПЭ* значительного количества вариантов объективно требует применения в этих случаях машинных методов. То обстоятельство, что за основу силовой части *ПВК* взят тяговый электродвигатель, а в качестве конечной формы реализуемой в *ПВК* энергии принята электрическая энергия независимо от формы ее запасаения в *ЭУ*, позволяет по аналогии с обобщенной функциональной схемой *СТПЭ* перейти к рассмотрению многофакторной аналитической модели комплекса: «электромобиль — *СТПЭ* — условия и режимы движения». При этом важно подчеркнуть, что независимо от характера остальных связей связи внутри самой *СТПЭ* могут описываться, например, для наиболее распространенного случая питания *ПВК* постоянным током следующими функциями:

$$\left. \begin{aligned} U_d(\Phi_d, v, I_d, k_{сх.д}); \\ F_K(\Phi_d, I_d, \eta_a, i_n); \\ F_K(m, dv/dt, W_K, k_{кф}); \\ U_{ЭУ}(I_{ЭУ}, K_n), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $U_{ЭУ}(I_{ЭУ}, K_n)$ — внешняя характеристика энергоустановки зависящая от комплекса K_n параметров, характеризующих мощностные и энергетические показатели энергоустановки, особенности преобразования запасенной энергии в электрическую; $\eta_a(A_{тр}, A_0)$ — энергетический к. п. д. *СТПЭ* [Л. 1], определяемый как особенностями исследуемых агрегатов, так и характером полезной транспортной работы $A_{тр}$ электромобиля; U_d, I_d, Φ_d — напряжение, ток и поток тягового электродвигателя *ТЭД*; F_K, W_K — сила тяги и сопротивление движению на ведущих колесах; $m, k_{кф}$ — полная масса и коэффициент учета колесной формулы электромобиля; $k_{сх.д}$ — коэффициент схемы соединения *ТЭД*.

При решении этой задачи помимо общих требований по обеспечению заданных тягово-динамических характеристик электромобиля (максимальной скорости движения v_{max} , ускорений $\pm dv/dt$, тяговой характеристики $F_K(v)$ и др.) предусматривают также возможность запасаения на электромобиле, необходимого количества энергии A_0 (в виде топлива, кинетической, электрохимической и т. д.), которое должно обеспечивать выполнение электромобилем полезной транспортной работы $A_{тр}$ на общей длине пробега L с заданной производительностью и удовлетворять ограничениям по допустимой относительной массе оборудования *СТПЭ*:

$$m_{СТПЭ} = m_{ЭУ} + m_{ПВК} \leq k_m m,$$

где $m_{ЭУ}, m_{ПВК}, m_{СТПЭ}$ — масса *ЭУ*, *ПВК* и *СТПЭ*; $k_m = m_{СТПЭ}/m$ — коэффициент массы *СТПЭ*.

Часто ограничения задают также и по относительной массе энергоустановки k'_m , т. е. $m_{ЭУ}/m \leq$

$\leq k'_m$. В зависимости от типа энергоустановки и назначения электромобиля значение k'_m может составлять от 0,1 до 0,4. Меньшие значения соответствуют электромобилям, оборудованным теплоэлектрическими энергоустановками, большие — аккумуляторными [Л. 1].

Тяговая характеристика электромобиля $F_K(v)$, кроме основных ограничений максимальной силы тяги, обусловленной требуемым динамическим фактором и максимальной скоростью, определяемой прочностью конструкции и безопасностью движения, имеет ряд ограничений, определяемых типом применяемой в *СТПЭ* энергоустановки, а также особенности накопления и преобразования запасенной энергии. Применение того или иного типа энергоустановки обуславливает и соответствующий выбор определяющего критерия, позволяющего наиболее полно отразить специфичные возможности и особенности применяемой энергоустановки и характеризующие в известной степени уровень ее технического совершенства, особенности преобразования и запасаения энергии. С этой точки зрения энергоустановки современных электромобилей можно подразделить на три основные группы [Л. 1]:

энергоустановки с преобразователями химической энергии топлива в электрическую *ТЭУ*;

энергоустановки с аккумулированием энергии в накопителях *АЭУ*;

энергоустановки с комбинацией двух различных типов источников или преобразователей энергии первого или второго вида — комбинированные энергоустановки *КЭУ*.

Структуры *СТПЭ* первой группы могут предусматривать двойное преобразование запасенной энергии в энергоустановках, состоящих из теплового двигателя и электромашинного генератора, и непосредственное преобразование химической энергии топлива в электрическую с помощью электрохимических генераторов. Дальность пробега электромобиля с *СТПЭ* этого типа не определяется параметрами энергоустановки; запас топлива и его удельный расход, хотя и рассматриваются в качестве одного из критериев оптимизации, но, как правило, не являются исходным показателем для выбора основных параметров силовых агрегатов *СТПЭ*, поскольку время пополнения возимого запаса топлива несоизмеримо мало по сравнению с временем его расхода при движении электромобиля.

Из второй группы *СТПЭ* в настоящее время наибольшее распространение получили, как известно установки с электрохимическими аккумуляторами, реже используются *СТПЭ* с механическими накопителями — инерционными аккумуляторами, соединенными с электромашинными генераторами.

Основная особенность *СТПЭ АЭУ* состоит в снижении отдаваемой в силовую цепь *ПВК* мощности в процессе работы, причем изменение выходных параметров современных *АЭУ*, а также общий расход энергии, (т. е. энергоёмкость) при разрядах токами, значительно отличающимися от номинальных, является нелинейной функцией режимов нагрузки *ПВК*.

Масса современных *АЭУ* составляет значитель-

ную долю общей массы электромобиля, но даже и в этом случае запас энергии и мощность энергоустановки сравнительно невелики, а время, необходимое для пополнения израсходованной энергии, практически соизмеримо с временем выполнения транспортной работы. Поэтому общий пробег электромобиля с *СТПЭ АЭУ* становится определяющим показателем, по существу влияющим на выбор практически всех параметров электромобиля и режимов его эксплуатации.

Для структур *СТПЭ* с комбинированными энергоустановками характерно такое сочетание источников энергии, при котором один обеспечивает кратковременно, например при разгоне, реализацию требуемой максимальной мощности (условно «пусковой источник энергии»), а другой, менее мощный, — длительный расход энергии при движении с установившейся скоростью и подзаряд второго источника («тяговый источник»), при этом возможны два основных сочетания источников:

в качестве пускового и тягового применены два типа батарей аккумуляторов;

пусковой источник — аккумулятор, в качестве тягового использован преобразователь энергии.

Как и в обычной (однотипной) *АЭУ*, внешняя характеристика *КЭУ* первого типа — нелинейная функция режимов нагрузки *ТЭД ПБК* и времени работы *СТПЭ* в режиме тяги и рекуперативного торможения, поэтому определяющим критерием при оценке *СТПЭ КЭУ* и в этом случае остается обеспечение максимального пробега электромобиля при наиболее рациональном использовании запасенной энергии. В *КЭУ* второго типа аккумулятор работает кратковременно, имеет сравнительно небольшой запас энергии и обеспечивает в основном необходимые тягово-динамические показатели электромобиля. Общий пробег электромобиля определяет тяговый источник с преобразователем энергии топлива, способы пополнения и преобразования которой, как отмечалось выше, не являются определяющими показателями при разработке *ЭУ* этого типа.

Таким образом, внешние характеристики комбинированной энергоустановки определяются как типом применяемых источников и их режимом работы в течение транспортного цикла электромобиля, так и соответствующим сочетанием свойств и характеристик каждого из них.

Зависимость изменения напряжения автономной энергоустановки от тока нагрузки и времени работы под током, т. е. внешняя характеристика энергоустановки, может быть записана уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} U &= U_0(I, t) - dU(I, t); \\ dU(I, t) &= \frac{\partial U(t)}{\partial I} + \frac{\partial U(I)}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Введение переменных I и t в системе (2) позволяет учитывать взаимовлияние режимов нагружения *ЭУ* и изменение начального уровня запасенной в ней энергии. Особенности преобразования и расхода энергии *ЭУ* данного типа определяют введение тех или иных граничных условий для членов в правых частях уравнений системы (2). Так, для систе-

мы тягового привода с *ТЭУ* члены в правых частях уравнений (2) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} U_0(I, t) &= \text{const}; \frac{\partial U(I)}{\partial t} = 0; \frac{\partial U(t)}{\partial I} = \text{const}; \\ I &\in [I_{\min}; I_{\max}]; t \in [t_n; t_k], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где t_n, t_k — моменты времени начала и окончания питания *ПБК* от *ЭУ*.

Внешняя характеристика теплоэнергетических энергоустановок с двойным преобразованием энергии определяется параметрами генератора, мощностью и удельным расходом топлива q_T теплового двигателя и может быть представлена в виде:

$$U = U_0(I, q_T) - Ir, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= U_{\max} = \text{const} \text{ при } I \in [0; I_{\min}]; \\ U_0 &= \frac{P_{ri}}{I}; I \in [I_{\min}; I_{\max}]; P_{ri}(q_T) = \text{const}; \\ U_0 &[0; U_{\min}]; I = I_{\max}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

r — сопротивление генератора.

Характеристики, соответствующие реализации частичной мощности теплового двигателя, обеспечиваются изменением подачи топлива и регулированием тока возбуждения генератора $I_{в.г}$ обычно при неизменной схеме соединения выхода *ЭУ* с *ТЭД ПБК*.

В энергоустановках с электрохимическими генераторами, состоящими, например, из батарей топливных элементов, внешняя характеристика $U(I, q_T)$ имеет падающий характер [Л. 2], причем значение динамического сопротивления dU/dI обуславливается удельным расходом реагентов (топлива q_T и окислителя, если это не кислород воздуха) и реализуемой мощностью *ПБК* на ведущих колесах $P_K = P_{ЭУ\eta_3}$. В рабочем диапазоне нагрузок внешняя характеристика энергоустановки этого типа может быть аппроксимирована уравнением вида (4):

$$U = U_0(q_T) - r_{qT}I, \quad (6)$$

где $U_0(q_T)$ — напряжение энергоустановки при $I = 0$; $r_{qT} = \partial U / \partial I$ — коэффициент жесткости внешней характеристики энергоустановки, определяемый динамическим сопротивлением и соответствующий удельному расходу q_T .

С увеличением тока нагрузки и при постоянстве удельного расхода топлива мощность энергоустановки возрастает. Обычно увеличение мощности ограничивают допустимой величиной удельной нагрузки на элемент. Чтобы исключить превышение допустимой нагрузки на элемент единичного модуля и получить необходимый диапазон изменения тока в *ЭУ* этого типа применяют последовательно-параллельное переключение групп модулей.

При n последовательно и m параллельно соединенных элементах предельная внешняя характеристика $U(I, q_{T\max n}, m)$ может быть аппроксимиро-

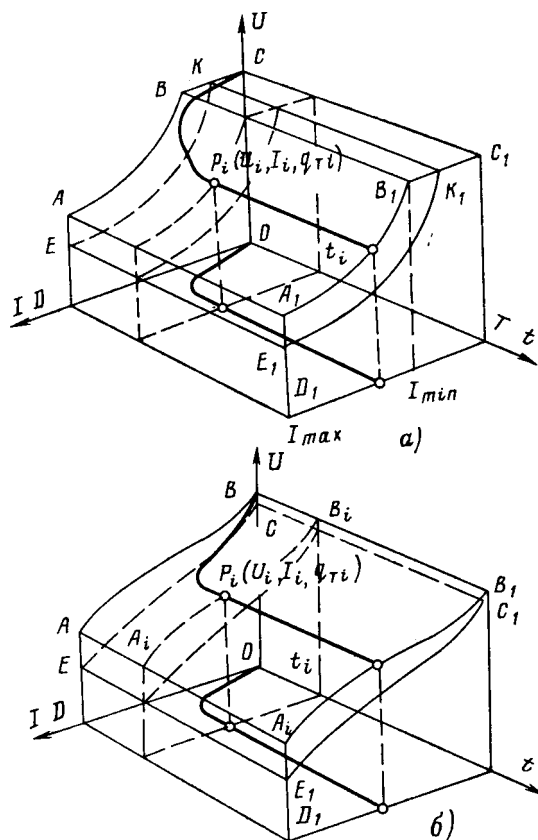
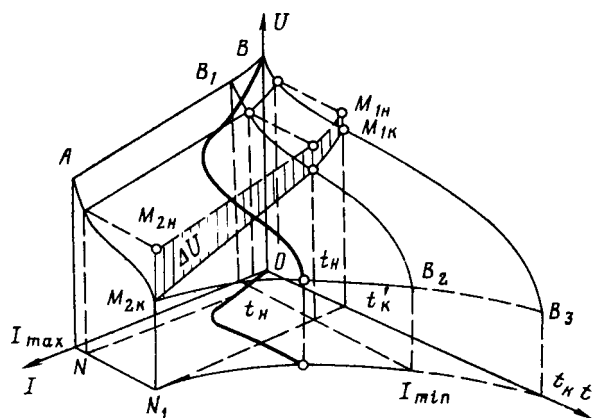


Рис. 2. Функциональная связь между параметрами U , I и t внешней характеристики энергоустановок с преобразователями энергии топлива: а — термоэлектрическая энергоустановка; б — энергоустановка с электрохимическими генераторами.



определено и соответствующее этому режиму время t'_k , а также точки M_{1k} и M_{2k} (рис. 3) допустимой внешней характеристики, ограничивающей реализацию энергоустановкой заданного диапазона токов $I \in [I_{min}; I_{max}]$.

Внешние характеристики для двух указанных выше типов КЭУ, применяемых в СТПЭ для начала t_n и конца t_k транспортного цикла, приведены на рис. 4 и могут быть записаны уравнениями вида (2):

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= U_{o1}(I_1; t_1) - dU_1(I_1; t_1); \\ dU_1(I_1; t_1) &= \frac{\partial U_1(I_1)}{\partial I} + \frac{\partial U_1(I_1)}{\partial t}; \\ U_2 &= U_{o2}(I_2; t_2) - dU_2(I_2; t_2); \\ dU_2(I_2; t_2) &= \frac{\partial U_2(I_2)}{\partial I} + \frac{\partial U_2(I_2)}{\partial t}; \\ t_1 + t_2 &= T, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где индексами «1» и «2» обозначены параметры пускового и тягового источников комбинированной энергоустановки.

В зависимости от типов применяемых в КЭУ пускового и тягового источников, а также от способа подключения их к ПБК (поочередно или одновременно) правые части первых четырех уравнений (11) будут принимать в соответствующих интервалах

$$I_1 \in [I_{1min}; I_{1max}], t_1 \in [t_{1n}; t_{1k}]$$

и

$$I_2 \in [I_{2min}; I_{2max}], t_2 \in [t_{2n}; t_{2k}]$$

вид, определяемый системами (3) или (8).

Требуемая тяговая характеристика ПБК в общем виде может быть выражена политропой:

$$Fv^\chi = \text{const}, \quad (12)$$

где $\chi = -\frac{dF}{dv}$ — коэффициент жесткости тяговой характеристики.

В зависимости от формы внешней характеристики энергоустановки тяговая характеристика электромобиля может иметь один или несколько участков ограничений, описываемых уравнением вида (12).

При питании ПБК от ЭУ с преобразователем тяговая характеристика СТПЭ (как и внешняя) определится, очевидно, лишь нагрузкой и удельным расходом топлива $F_K(v, q_{Ti})$ (рис. 5) и может быть описана кривой вида $MBKLN$.

Внешняя характеристика СТПЭ с аккумуляторными энергоустановками изменяется за время работы в диапазоне $U(I, t_n) > U(I, t) > U(I, t'_k)$ (рис. 3).

Тяговая характеристика СТПЭ, соответствующая начальному состоянию АЭУ при $U(I, t_n)$ (кривая $M_{1n}M_{2n}$ на рис. 3), описывается участком $MBAN$ (рис. 5) при работе ТЭД с полным полем и участком $MBKLN$ — при ослаблении поля в диапазоне $\alpha[1; \alpha_{min}]$. В конце разряда АЭУ при $U(I, t_k)$ основные ограничения силы тяги и скорости снижаются, и зависимость $F_K(v, t_k)$ описывается кривой MB_1A_1N при полном поле ТЭД и кривой $MB_1K_1L_1N$ при ослаблении поля в том же диапазоне. Сниже-

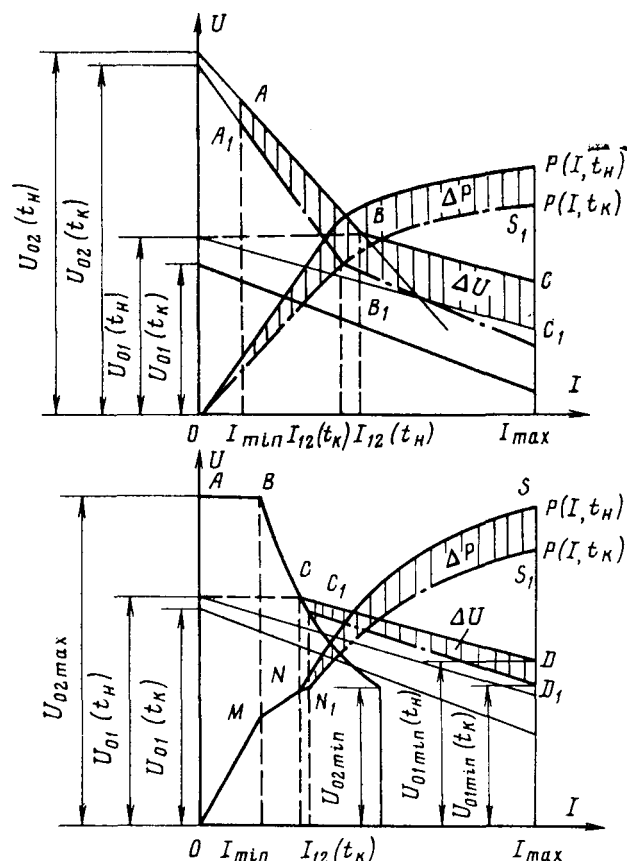


Рис. 4. Внешние характеристики комбинированных энергоустановок: а — пусковой и тяговый источник — аккумуляторные батареи; б — пусковой источник — аккумулятор, тяговый — преобразовательный агрегат.

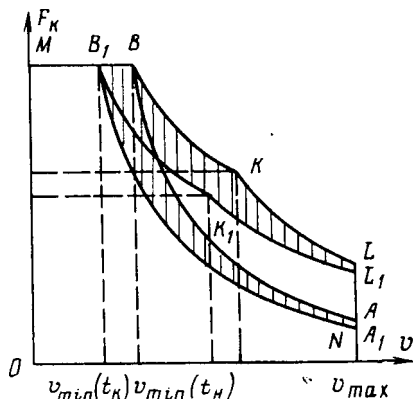


Рис. 5. Тяговые характеристики электромобиля.

ние абсолютного значения коэффициента жесткости тяговых характеристик и уменьшение основных ограничений ухудшают, в свою очередь, тягово-динамические свойства электромобиля, особенно в области пусковых токов.

В комбинированных энергоустановках, состоящих, например, из преобразователя и аккумуляторной батареи, внешняя характеристика $U \in [U_{max}; U_{o1}(t_n)]$ (рис. 4, б) в диапазоне токов $I \in [I_{min}; I_{12}(t_n)]$ независима от времени, поскольку ее ограничения определяются только параметрами преобразователя, а в диапазоне токов $I \in [I_{12}(t_n); I_{max}]$

еще и состоянием и степенью нагружения аккумуляторной батареи, т. е.

$$U \in [U_{01}(t_n); U_{01\min}(t_k)]; I \in [I_{12}(t_n); I_{\max}]; t \in [t_n; t_k].$$

Очевидно, в интервале времени $t \in [t_n; t_k]$ изменение части внешней характеристики в указанном диапазоне и скоростей от $v \in [v'_{12}; v'_{\min}]$ до $v \in [v_{12}; v_{\min}]$, обеспечиваемых пусковым источником, изменит соответствующие ограничения тяговой характеристики $F(v, t)$ в указанном диапазоне скоростей и тяговых усилий на ведущих колесах электромобиля.

Таким образом, задаваясь исходными тяго-динамическими свойствами электромобиля и используя единую обобщенную структуру *СТПЭ* становится возможным обеспечить, с одной стороны, наиболее общий подход при сопоставлении *СТПЭ* с различ-

ными типами *ЭУ*, а с другой, учесть наиболее характерные особенности энергетики *СТПЭ* в зависимости от формы внешних характеристик и принципов запасаения и преобразования энергии в исследуемых типах энергоустановок. Это, в свою очередь, обеспечивает единый подход и упрощает введение такой обобщенной структуры в комплекс параметров многофакторной модели электромобиля, *СТПЭ*, условий и режимов его движения при исследовании модели с использованием вычислительной техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефремов И. С., Пролыгин А. П., Гушко-Малков Б. П. Состояние и перспективы развития пассажирского и грузового электромобильного транспорта. — Электричество, 1975, № 1.
2. Kordesch K. V. City Car with H_2 -Air Fuel Cell—Lead Battery. Intersoc. Energy Convers. Eng. Conf., Boston, Mass., 1971, New York, 1971, p. 103—111.

[12.02.79]

ОБЪЯВЛЕНИЕ

Со второй половины 1979 г. начал издаваться новый все-союзный научно-теоретический журнал Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР и Отделения физико-технических проблем энергетики АН УССР «Электронное моделирование». Журнал освещает актуальные теоретические проблемы электронного моделирования применительно к электротехнике, энергетике и другим областям народного хозяйства. Большое внимание в журнале будет уделяться теории и методам исследования сложных систем с помощью проблемно-ориентированных ЭВМ и моделирующих комплексов высокой информационной производительности, созданию гибридных вычислительных машин и их применению, теории и практики машинного проектирования электронных цепей, элементов и узлов электроники, моделированию задач управления сложными энергетическими и другими объектами. Основные разделы журнала: Теория моделирования. Организация структур и вычислительных процессов в проблемно-ориентированных ЭВМ и системах. Точность, надежность и диагностика электронных систем. Технические средства моделирования. Анализ, синтез, оптимизация и идентификация электронных цепей, сред и систем. Системные исследования и моделирование в энергетике. Применение методов и средств моделирования в науке, технике, народном хозяйстве.

Кроме того, журнал будет систематически информировать

читателей о деятельности научных коллективов, работающих в области теоретической электротехники, электроники и моделирования, а также о международных и союзных конференциях и симпозиумах, о готовящихся к выпуску и вышедших изданиях.

Журнал адресован широкому кругу научных работников и инженеров, занимающихся разработкой методов и средств электронного моделирования и применением их в народном хозяйстве, а также преподавателям, аспирантам, студентам специальных вузов и факультетов.

Журнал будет выходить раз в два месяца. В 1979 г. вышло два номера.

Подписаться на журнал можно в городских и районных агентствах «Союзпечати», в отделениях связи, а также у общественных распространителей печати по месту работы. Индекс журнала в каталоге «Союзпечати» — 71115. Цена годовой подписки — 7 руб. 20 коп. Цена отдельного номера — 1 руб. 20 коп. В розничную продажу журнал поступать не будет.

Если по каким-либо причинам Вам не удалось подписаться на номера журнала вышедшие в 1979 г., редакция сможет выслать их наложенным платежом.

Адрес редакции: 252680, Киев-57, ГСП, Брест-Литовский пр., 102, Сектор электроники и моделирования ИЭД АН УССР (тел. 46-05-60).

Линейный индукционный микродвигатель с немагнитным вторичным элементом

ВЕСЕЛОВСКИЙ О. Н., ЕВЛАНОВ В. С., кандидаты техн. наук

Новосибирск

Известны примеры использования линейных индукционных двигателей в следящих, колебательных и других системах автоматики с поступательным перемещением рабочего органа. В таких устройствах вторичный элемент исполнительного линейного микродвигателя составляет с рабочим органом единый конструктивный узел. Для обеспечения малоинерционности системы вторичный элемент должен быть короче индуктора, а с целью исключения магнитного тяжения к индуктору целесообразно выполнить его немагнитным.

Ниже описывается одна из возможных конструкций такого двигателя и приводятся результаты его теоретического и экспериментального исследований.

Конструкция. Микродвигатель (рис. 1) состоит из внутреннего индуктора 2 и немагнитного электропроводящего вторичного элемента в виде полого цилиндра 1, охватывающего индуктор. Индуктор имеет внешнее 9 и внутреннее 10 ярма, а активная его часть выполняется из катушек и ферромагнитных шайб, причем последние имеют три прорези, расположенные под углом 120° , для установки направляющих 8 и две прорези 11 для соединения катушек обмотки. Ферромагнитные шайбы, образуя зубцы 4, надеваются на внутреннее ядро 10, состоящее из сердечника и пластин электротехнической стали, уложенных на эпоксидной смоле в продольный паз сердечника. Сердечник заканчивается резьбой для скрепления всей конструкции с помощью гайки 12.

Между зубцами 4 на внутреннее ядро надеваются текстолитовые кольца 7, которые формируют пазы микродвигателя и одновременно являются изоляцией обмотки от внутреннего ядра. В пазы, образованные ферромагнитными шайбами и текстолитовыми кольцами, укладывается обмотка 3. Боковые фланцы 6 фиксируют внешнее ядро относительно индуктора. Внешнее ядро имеет две прорези для соединения вторичного элемента с рабочим органом и датчиком положения. Перемещение вторичного элемента в зазоре по направляющим ограничивают амортизаторы 5. На рис. 1 обозначены основные геометрические размеры электродвигателя: L — длина; D — внешний диаметр; $2l$ — длина вторичного элемента; l_a — активная длина индуктора; d_n — диаметр индуктора; d_n — диаметр внутреннего ядра; δ — немагнитный зазор; t_z — зубцовое деление; b_n — ширина паза.

Цилиндрическая конструкция двигателя исключает лобовые части обмоток, позволяет свести к минимуму магнитное тяжение между индуктором и внешним яром, устраняет поперечный краевой эффект и делает возможным выполнение обмотки однослойной и двухслойной, с четными и нечетными числами полюсов и секций. Вторичный элемент занимает только часть активной зоны индуктора, что снижает энергетические показатели микродвигателя. Частично этот недостаток можно компенсировать применением секционированного индуктора.

Расчетная модель. Для исследования электромагнитных процессов в рабочем зазоре рассматриваемого двигателя наряду с общепринятыми допущениями принимаются следующие:

1. Поскольку первичный краевой эффект создает заметную неравномерность поля только по краям индуктора, принимается, что короткий вторичный элемент не выходит за пределы равномерного участка, т. е. первичный продольный краевой эффект не учитывается;

2. Поскольку конструкции внешнего и внутреннего яра не обладают угловой симметрией, индукция магнитного поля по угловой координате распределяется неравномерно. Это обстоятельство учитывается введением коэффициента усреднения k_φ , увеличивающего (вместе с коэффициентами воздушного зазора k_z и насыщения k_μ) эффективный зазор δ' :

$$\delta' = k_z k_\mu k_\varphi \delta;$$

$$k_\varphi = \frac{B_{\max}}{B_{\text{ср}}} = \frac{B_{\max}}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} B(\varphi) d\varphi},$$

где $B(\varphi)$ — огибающая индукции в зазоре в функции угловой координаты φ ; $B_{\max}$, $B_{\text{ср}}$ — ее максимальное и среднее значения.

В практических случаях соотношение между воздушным зазором и полюсным делением таково, что без заметного ущерба для точности расчета можно цилиндрическую систему координат заменить декартовой [Л. 1].

В соответствии с общепринятыми допущениями предполагается, что вторичный элемент полностью заполняет воздушный зазор и его расчетная проводимость $\gamma' = \gamma \frac{\Delta}{\delta}$ (Δ — толщина вторичного элемента; γ — его электрическая проводимость).

Каждый паз индуктора открыт с обеих сторон: снаружи находится рабочий зазор, внутри — технологический, отделяющий активный слой индуктора от внутреннего ядра. Такая конструкция приводит к относительному уменьшению потоков пазового рассеяния и ослаблению эффекта вытеснения тока, что позволяет принять обычное для традиционных конструкций допущение о замене реальной обмотки бесконечно тонким токовым слоем $J(x)$. Влияние принятых допущений может быть учтено в дальнейших более детальных исследованиях.

На рис. 2 представлена расчетная модель, на которой указаны магнитные и электрические характеристики сред.

Магнитное поле. В областях I и III модели, не содержащих проводящего тела, поле описывается уравнением Лапласа:

$$\Delta \vec{H}_s = 0, \quad (1)$$

а в области II — уравнением Гельмгольца:

$$\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0, \quad (2)$$

причем система координат связана с подвижным вторичным элементом, а $k^2 = -j\omega\gamma\mu_0$.

В двухфазном варианте микродвигателя, когда одна фаза питается неизменным по амплитуде током возбуждения, а вторая — изменяющимся током управления, представляет интерес исследовать два предельных случая: однофазный режим и режим равномерной нагрузки фаз.

Для первого случая граничное условие на активной поверхности индуктора

$$\vec{H}_x(x, 0) = \vec{j}(x) = \vec{j}_m \sin \alpha(x + \xi);$$

для второго

$$\vec{H}_x(x, 0) = \vec{j}(x) = \vec{j}_m e^{j\alpha x},$$

где $\alpha = \pi/\tau$; τ — полюсное деление; ξ — начальная пространственная фаза; $\vec{j}_m$ — комплексная амплитуда линейной плотности тока.

Решение исходных уравнений поля отыскивается в виде суммы вектор-функций напряженности магнитного поля [Л. 2]:

$$\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{H}',$$

где $\vec{H}^0$ — векторное слагаемое напряженности поля, не учитывающее возмущения поля, вызванного конечной длиной вто-

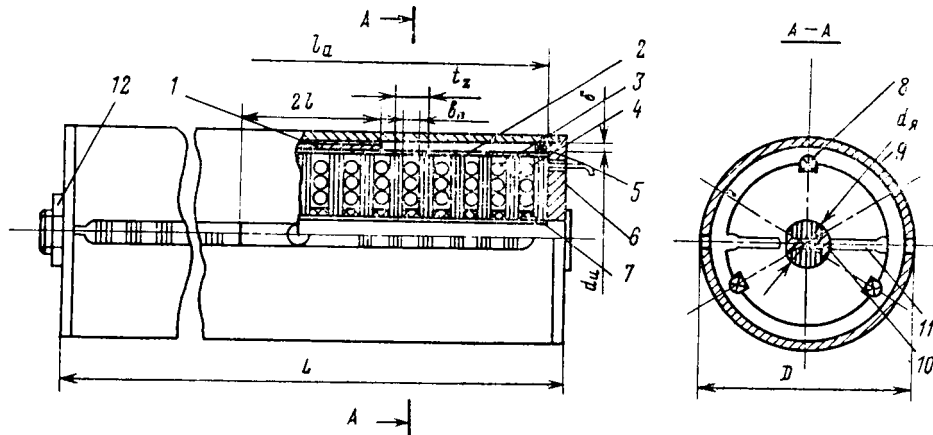


Рис. 1. Конструкция линейного индукционного микродвигателя.

ричного элемента; $\vec{H}'$ — векторное слагаемое, обусловленное возмущением поля из-за конечной длины вторичного элемента. Условия на границах раздела сред:

$$H_x(x, 0) = J(x); H_x(x, \delta) = 0;$$

$$H_{xI}(-l, z) = H_{xII}(-l, z); H_{xI}(-l, z) = H_{xII}(-l, z);$$

$$H_{xII}(l, z) = H_{xIII}(l, z); H_{xII}(l, z) = H_{xIII}(l, z).$$

Решение (2) для области II при однофазном режиме получится в следующем виде:

$$\begin{aligned} H_{xII} &= j_m \sin \alpha (x + \xi) \frac{\operatorname{sh} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_n e^{\lambda_{nk} x} + \dot{B}_n e^{-\lambda_{nk} x}) \sin \lambda_{n0} z; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} H_{zII} &= j_m \frac{\alpha}{\beta} \cos \alpha (x + \xi) \frac{\operatorname{ch} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{nk}}{\lambda_{n0}} (\dot{A}_n e^{\lambda_{nk} x} - \dot{B}_n e^{-\lambda_{nk} x}) \cos \lambda_{n0} z + \\ &+ \dot{A}_0 e^{kx} - \dot{B}_0 e^{-kx}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} j_2 &= j_m \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} \sin \alpha (x + \xi) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(\lambda_{n0} + \lambda_{nk})^2}{\lambda_{n0}} (\dot{A}_n e^{\lambda_{nk} x} + \dot{B}_n e^{-\lambda_{nk} x}) \cos \lambda_{n0} x \right] - \\ &- k (\dot{A}_0 e^{kx} + \dot{B}_0 e^{-kx}), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\beta^2 = \alpha^2 + k^2; \lambda_{n0} = \frac{n\pi}{\delta'}; n = 1, 2, \dots;$$

$\lambda_{nk}^2 = \lambda_{n0}^2 + k^2$; $\dot{A}_0, \dot{B}_0, \dot{A}_n, \dot{B}_n$ — постоянные интегрирования.

При двухфазном питании и условии равенства м. д. с. в обеих фазах результирующие составляющие векторов напря-

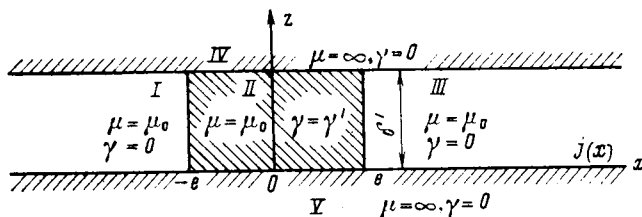


Рис. 2. Расчетная модель линейного микродвигателя с коротким вторичным элементом.

женности поля и плотности тока приобретают вид:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{xIIp} &= j_m j \frac{\operatorname{sh} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} e^{-j\alpha (x+\xi)} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{np} e^{\lambda_{nk} x} + \dot{B}_{np} e^{-\lambda_{nk} x}) \sin \lambda_{n0} z; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_{zIIp} &= j_m \frac{\alpha}{\beta} \frac{\operatorname{sh} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} e^{-j\alpha (x+\xi)} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{nk}}{\lambda_{n0}} (\dot{A}_{np} e^{\lambda_{nk} x} - \dot{B}_{np} e^{-\lambda_{nk} x}) \cos \lambda_{n0} z + \\ &+ \dot{A}_{0p} e^{kx} - \dot{B}_{0p} e^{-kx}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} j_2 &= j_m \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\beta} j \frac{\operatorname{ch} \beta (\delta' - z)}{\operatorname{sh} \beta \delta'} e^{-j\alpha (x+\xi)} + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\lambda_{n0}^2 - \lambda_{nk}^2}{\lambda_{n0}} (\dot{A}_{np} e^{\lambda_{nk} x} + \dot{B}_{np} e^{-\lambda_{nk} x}) \cos \lambda_{n0} x \right] - \\ &- k (\dot{A}_{0p} e^{kx} + \dot{B}_{0p} e^{-kx}). \end{aligned} \quad (8)$$

Из (3)–(5) и (6)–(8) видно, что векторы компонентов напряженности поля и векторы плотности тока имеют по два характерных слагаемых, первое из которых описывает поле в немагнитном зазоре бесконечно длинного индуктора с неограниченной вторичной шиной, а второе учитывает конечную длину вторичного элемента.

Электромагнитная сила при одинаковых м. д. с. фаз. Известно, что электромагнитную силу, действующую вдоль оси x, можно вычислить как

$$F_{эмх} = \frac{\mu_0}{2} \operatorname{Re} \left[\int_V \dot{H}_z \dot{J}_2^* dV \right]$$

или представить в виде суммы

$$F_{эмх} = F_0 + \Delta F,$$

где $F_0 = \frac{\mu_0}{2} \operatorname{Re} \left[\int_V \dot{H}_{zII} \dot{J}_2^* dV \right]$ — электромагнитная сила для

бесконечно длинной машины;

$$\begin{aligned} \Delta F &= \frac{\mu_0}{2} \operatorname{Re} \left[\int_V \dot{H}_{zII} \dot{J}_2^* dV + \int_V \dot{H}'_{zII} \dot{J}_2^* dV + \right. \\ &\left. + \int_V \dot{H}_{zII} \dot{J}'_2 dV \right] \end{aligned} \quad (9)$$

— дополнительная сила, возникающая из-за возмущения магнитного поля в зазоре, вызванного конечной длиной вторичного элемента.

Если ввести в рассмотрение «добротность машины» или магнитное число Рейнольдса [Л. 3] $\epsilon = \frac{\mu_0 \gamma' s \omega}{\alpha^2}$ и выражения

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{V\epsilon^2 + 1 + 1}{2}}; \quad \psi_2 = \sqrt{\frac{V\epsilon^2 + 1 - 1}{2}};$$

$$b = \pi d_2; \quad l' = \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} l,$$

где d_2 — диаметр вторичного элемента, то можно получить следующие выражения для электромагнитных сил:

$$F_0 = \frac{\mu_0 J^2 m b 2l (\alpha \psi_2 \operatorname{sh} 2\alpha \psi_1 \delta' + \alpha \psi_1 \sin 2\alpha \psi_2 \delta')}{4\alpha (1 + \epsilon^2) (\operatorname{sh}^2 \alpha \psi_1 \delta' \cos^2 \alpha \psi_2 \delta' + \operatorname{ch}^2 \alpha \psi_1 \delta' \sin^2 \alpha \psi_2 \delta')} ; \quad (10)$$

$$\Delta F = \frac{\mu_0 J^2 m b \epsilon \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} [(\epsilon^2 - 2\epsilon - 1) \operatorname{sh} 2\alpha l' \cos 2\alpha l' + 4\alpha^2 \delta'^2 (1 + \epsilon^2)^2 (\operatorname{sh}^2 2\alpha l' \cos^2 2\alpha l' + \operatorname{ch}^2 2\alpha l' \sin^2 2\alpha l')] \cos 2\alpha l}{\dots} \rightarrow$$

Для получения критериальной зависимости электромагнитной силы от «добротности машины» (или от компонентов выражения добротности) удобна следующая запись:

$$F_0 = F_{0*} \frac{\mu_0 J^2 m b 2l}{2};$$

$$\Delta F = \Delta F_* F_0.$$

Кроме того, для ряда практических случаев, когда $\delta' \ll \tau$, в выражении (10) можно принять:

$$\operatorname{sh} 2\alpha \psi_1 \delta' \approx 2\alpha \psi_1 \delta'; \quad \operatorname{sh} \alpha \psi_1 \delta' \approx \alpha \psi_1 \delta'; \quad \operatorname{ch} \alpha \psi_1 \delta' \approx 1;$$

$$\sin 2\alpha \psi_2 \delta' \approx 2\alpha \psi_2 \delta'; \quad \sin \alpha \psi_2 \delta' \approx \alpha \psi_2 \delta'; \quad \cos \alpha \psi_2 \delta' \approx 1,$$

тогда критериальные зависимости F_{0*} и ΔF_* примут вид:

$$F_{0*} = \frac{\epsilon}{\alpha (1 + \epsilon^2) \delta'} ; \quad (12)$$

$$\Delta F_* = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon}{2}} [(\epsilon^2 - 2\epsilon - 1) \operatorname{sh} 2\alpha l' \cos 2\alpha l' + 4\alpha^2 (1 + \epsilon^2) 2l (\operatorname{sh}^2 2\alpha l' \cos^2 2\alpha l' + \operatorname{ch}^2 2\alpha l' \sin^2 2\alpha l')] \cos 2\alpha l}{\dots} \rightarrow$$

Анализ последнего выражения показывает, что электромагнитная сила ΔF_* в зависимости от соотношений $2l/\tau$ и числа ϵ является знакопеременной и обращается в нуль при выполнении условия: $2l/\tau = (2n+1)/2$, где $n=1, 2, 3 \dots$

Кроме того, ΔF_* принимает нулевые значения при соотношении:

$$\operatorname{tg} 2\alpha l' - \frac{1 - \epsilon^2}{2\epsilon} \operatorname{cth} 2\alpha l' = 0.$$

На рис. 3 изображена кривая изменения ΔF_* в зависимости от $2l/\tau$ для медного вторичного элемента при $\Delta/\delta' = 0,3$; $\omega = 314$; $s = 1$. При $2l/\tau = 0,2$ значение $\Delta F_* = 1$, т. е. достигает значения основной составляющей электромагнитной силы F_0 . С ростом $2l/\tau$ значение ΔF_* быстро падает и при $2l/\tau > \tau$ составляет менее 5% F_0 .

Зависимость ΔF_* от скольжения легко получить, учитывая, что s входит в выражение ϵ . На рис. 4 показаны механические характеристики одного из экспериментальных образцов линейного индукционного микродвигателя, имеющего следующие основные геометрические размеры: $L = 320$ мм; $D = 40$ мм; $\tau = 26$ мм; $\delta = 1$ мм; $\Delta = 0,5$ мм; $d_{\text{ш}} = 30$ мм; $2l = 40$ мм. Кривая 2 — расчетная характеристика без учета ΔF , кривая 3 построена с учетом ΔF . Там же изображена экспериментальная зависимость — кривая 1. Как видно из рис. 4, для подобранных соотношений $2l/\tau$ влияние ΔF на механическую характеристику микродвигателя незначительно.

Электромагнитная сила при однофазном питании. При $s = 1$ эта сила возникает за счет составляющей ΔF . Она мо-

Рис. 3. Зависимость добавочной силы ΔF_* от относительной длины вторичного элемента.

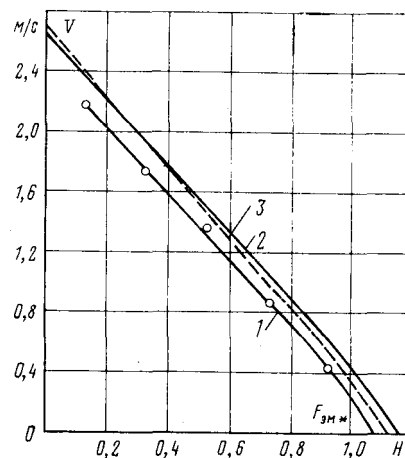
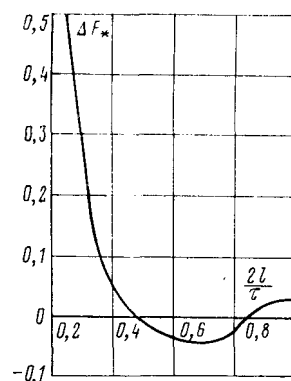


Рис. 4. Механические характеристики линейного микродвигателя.

жет быть рассчитана по (9) при подстановке в нее соответствующих выражений (4) и (5). В практических случаях достаточно воспользоваться формулой:

$$\Delta F = \frac{\mu_0 J^2 m b}{4\alpha^2 \delta'^2} \frac{\epsilon}{(\epsilon^2 + 1)^2} \left[\epsilon (\epsilon^2 - 1) \sin 2\alpha l \operatorname{sh} 2\alpha l + \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} (\epsilon - 1)^2 \cos 2\alpha l \operatorname{ch} 2\alpha l \right] \sin 2\alpha \xi.$$

Электромагнитная сила ΔF зависит от положения вторичного элемента и изменяется в функции x по синусоидальному закону. Экспериментально было зафиксировано периодическое изменение направления движения вторичного элемента в зависимости от положения. По абсолютной величине электромагнитная сила в этом режиме для исследованных образцов не превышала 0,2 Н; с уменьшением $2l/\tau$ она возрастает. Подбирая должным образом $2l/\tau$, можно свести силу ΔF к минимуму, что позволит исключить явление самохода в автоматических устройствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лиелпетер Я. Я. О состоянии теории индукционных магнетогидродинамических машин с жидкометаллическим рабочим телом. — В кн.: Движение проводящих тел в магнитном поле. — Рига: Зинатне, 1966.
2. Круминь Ю. К. Взаимодействие бегущего магнитного поля с проводящей средой. Рига: Зинатне, 1969.
3. Вольдек А. И., Толвинская Е. В. Основы теории и методики расчета характеристик линейных асинхронных машин. — Электричество, 1975, № 9.

Исследование магнитных свойств сплавов Fe-Si-Al в области высоких частот

ДРУЖИНИН В. В. (Свердловск), МИРОНОВ Л. В.,
БУЛЫЧЕВА З. Н. (Москва), кандидаты техн. наук, МИНЦ Б. Б. (Свердловск),
СВЕЖОВА С. И. (Москва), инженеры

Введение алюминия в состав сплавов железо — кремний способствует улучшению их электромагнитных свойств [Л. 1]. Это происходит, главным образом, благодаря увеличению удельного электросопротивления, что приводит к уменьшению потерь на вихревые токи. В то же время пластичность сплавов не ухудшается при увеличении содержания алюминия. В [Л. 2] показано, что сплавы Fe—Al поддаются холодной деформации при содержании Al до 8%. Эти данные обуславливают необходимость исследования возможности производства холоднокатаной изотропной стали, легированной алюминием для использования в магнитопроводах высокочастотных машин и аппаратов. Магнитные потери на перемагничивание $P_{1,5/60}$ сплавов Fe—Al—Si были исследованы для образцов толщиной 0,35 мм и показано их преимущество перед горячекатаными сплавами Fe—Si [Л. 3].

Целью настоящей статьи является изучение электромагнитных свойств сплавов Fe—Si—Al в области частот от 400 до 10^4 Гц. Для правильного выбора состава сплава и технологии производства необходимо исследование влияния удельного электрического сопротивления на магнитные потери для образцов разной толщины, имеющих мелкозернистую и крупнозернистую структуру, а также зависимость коэрцитивной силы от содержания легирующих элементов, поскольку известно [Л. 4 и 5], что потери на гистерезис, пропорциональные величине H_c , составляют значительную часть полных магнитных потерь, даже при частотах 10 кГц и более. Поэтому уменьшение коэрцитивной силы для материалов, используемых в области высоких частот, может явиться довольно существенным фактором улучшения сплавов Fe—Si—Al.

В табл. 1 приведено процентное содержание кремния и алюминия в исследованных сплавах.

Отсюда видно, что сплав № 12 по содержанию кремния соответствует горячекатаной стали марки 1521 (ГОСТ 21427.3—75). Опытные плавки сплавов Fe—Si—Al были проведены в вакуумной печи из чистых шихтовых материалов, что позволило получить сталь с малым содержанием примесей. По принятой технологии были получены листы толщиной 0,35, 0,2 и 0,1 мм. Из листов были вырезаны образцы вдоль направления проката размерами 80×10 мм массой 100 г. Для нескольких сплавов были вырезаны образцы как вдоль, так и поперек направления проката с целью определения анизотропии магнитных свойств. Отжиг образцов проводился в вакууме (при 0,133 Па) при температурах 1100 и 850°C.

О величине зерна можно судить по числу зерен на площади в 1 мм^2 , представленном в табл. 2.

В дальнейшем все результаты будем относить к образцам, отожженным при 1100°C, если не указан режим отжига.

При исследовании электромагнитных свойств образцов удельные потери измерялись в диапазоне частот $4 \cdot 10^2 \div 10^4$ Гц, при этом определялись коэрцитивная сила, удельное сопротивление и величина зерна. Измерение потерь на перемагничивание проводилось на образцах 80×100 мм в миниатюрном аппарате Эпштейна на мостовой установке, схема которой приведена на рис. 1 [Л. 6]. Напряжение с вывода генератора звуковой частоты 1 поступало на вход усилителя мощности 2. С выходом последнего соединена намагничивающая обмотка w_1 образца и первичная обмотка трансформатора тока 6. При частоте более 400 Гц трансформатор 6 не используется, и намагничивающий ток протекает по обмотке w_{1k} магнитного компаратора тока 7. Ток, протекающий по двум другим обмоткам w_{2k} и w_{3k} , определяется э. д. с., наведенной в обмотке w_2 образца, сопротивлением R_N и емкостью C_N . Последние подбирались таким образом, чтобы отсутствовала составляющая первой гармоники в кривой магнитного потока компаратора 7. Для обнаружения этой гармоники использовался избирательный индикатор напряжения 4 с дополнительным фильтром 3. Полосы в аппарате собирались внахлестку. Воздушный зазор и тонкая окисная пленка на поверхности полос с электрическим сопротивлением от 0,4 до 0,7 Ом·см² обеспечивали изоляцию полосок друг от друга.

Амплитуда магнитной индукции определялась по вольтметру средних значений Ф 564-5. Магнитные потери вычислялись по формуле

$$P = \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{w_{2k}}{w_{1k}} - 1 \right) \frac{V_{cp}^2}{R_N}, \quad (1)$$

где V_{cp} — среднее значение напряжения:

$$V_{cp} = 4fS\omega_2 B_{max}; \quad (2)$$

S — площадь поперечного сечения образца, м²; f — частота переменного тока, Гц; B_{max} — амплитуда магнитной индукции, Т. При измерении магнитных потерь коэффициент формы кривой магнитной индукции K_f отличается от 1,11 менее чем на 2%. В соответствии с ГОСТ 12119-66 в этом случае не требуется приводить результат измерения к величине, соответствующей синусоидальному изменению магнитного потока.

При определении удельных потерь аттестованного эталона расхождение результатов измерения не превышало 1%. Точность измерения данного метода $\pm 3\%$. Коэрцитивная сила определялась методом сброса с точностью $\pm 5\%$ [Л. 7]. Удельное электросопротивление определялось на потенциометрической установке У309.

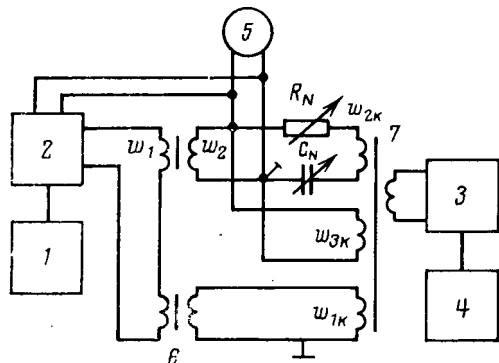


Рис. 1. Схема установки для определения полных магнитных потерь образцов на повышенных частотах.

Таблица 1

Номер сплава	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Si, %	—	—	—	1,08	2,99	3,91	4,66	3,15	1,19	2,05	2,1	4,56
Al, %	4,55	5,70	4,2	4,95	3,4	1,78	0,75	4,15	6,2	5,1	4,0	—

Таблица 2

Толщина образца, мм	Количество зерен на площади 1 мм^2	
	Отжиг 850°C	Отжиг 1100°C
0,1	256—512	32—64
0,2	256—512	16—32
0,35	128—256	8—16

Потери мощности при однородном перемагничивании, когда магнитная индукция распределена равномерно по всей толщине листа, выражается формулой:

$$P = af + \frac{cd^2}{\rho} f^2, \quad (3)$$

где a — потери на гистерезис за цикл перемагничивания; c — постоянная для данного значения магнитной индукции; ρ — удельное электрическое сопротивление; d — толщина образца.

На рис. 2 показана зависимость $P_{0,2/8000}$ от ρ для образцов двух толщин (чтобы исключить влияние неизбежной разнотолщинности при изготовлении образцов на величину магнитных потерь, экспериментальные значения последних были скорректированы на номинальную толщину 0,1, 0,2 и 0,35 мм). Учитывая, что при частоте переменного тока 8000 Гц основной составляющей магнитных потерь являются потери на вихревые токи, зависимость $P_{0,2/8000}(\rho)$ с учетом имеющегося разброса экспериментальных точек можно представить как линейную. Анализ экспериментальных точек, расположенных выше прямой, показал, что в этих образцах коэрцитивная сила была больше, чем для экспериментальных точек, расположенных ниже прямой линии.

Из рис. 2 видно, что наклон прямой для образца толщиной 0,2 мм больше. Это вызвано изменением соотношения потерь на гистерезис и вихревые токи при различных толщинах. При уменьшении толщины пластины с 0,2 до 0,1 мм коэрцитивная сила увеличивается примерно в 1,5 раза, классические потери на вихревые токи уменьшаются пропорционально квадрату толщины. С учетом дополнительных потерь, которые изменяются с толщиной значительно слабее, чем по закону квадрата, имеем почти линейное снижение потерь при уменьшении толщины образца с 0,2 до 0,1 мм.

Зависимость магнитных потерь от удельного электрического сопротивления можно проследить на двух образцах, имеющих разное ρ и одинаковую H_c , по табл. 3.

Используя формулу (5), можно получить зависимость разности магнитных потерь от частоты для образцов одинаковой толщины, имеющих равные потери на гистерезис, но разное ρ :

$$\Delta_1 = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = \frac{cf \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)}{a + \frac{c}{\rho_1} f}. \quad (4)$$

Частотная зависимость разности магнитных потерь для образцов с одинаковым удельным электросопротивлением, но разными потерями на гистерезис может быть определена на основании данных, приведенных в табл. 4.

Таблица 3

№ образца	ρ , (Ом·мм ²)/м	H_c , Э	$P_{0,2/1000}$, Вт/кг	$P_{0,2/2000}$, Вт/кг	$P_{0,2/4000}$, Вт/кг	$P_{0,2/6000}$, Вт/кг	$P_{0,2/8000}$, Вт/кг
№ 3	0,58	0,31	3,01	8,77	26,7	51	81,6
№ 5	0,77	0,31	2,49	6,85	20	37,7	59,7

$I_{\Phi} = 79,5775$ А/м.

Таблица 4

Образец	H_c , Э	$\frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\rho, \text{м}}$	d , мм	$P_{0,2/1000}$, Вт/кг	$P_{0,2/2000}$, Вт/кг	$P_{0,2/4000}$, Вт/кг	$P_{0,2/6000}$, Вт/кг	$P_{0,2/8000}$, Вт/кг
№ 6	0,28	0,72	0,2	2,26	6,31	18,9	35,7	56,8
№ 10	0,43	0,72	0,2	2,82	7,45	20,8	38,7	60,8
№ 6	0,38	0,72	0,1	1,69	3,93	10,4	18,6	28,7
№ 10	0,48	0,72	0,1	2,09	4,96	12,6	22,4	34,4

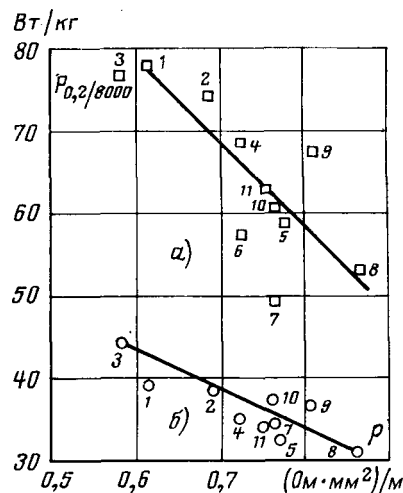


Рис. 2. Зависимость магнитных потерь $P_{0,2/8000}$ от удельного электрического сопротивления стали для образцов толщиной 0,2 мм (а) и 0,1 мм (б).

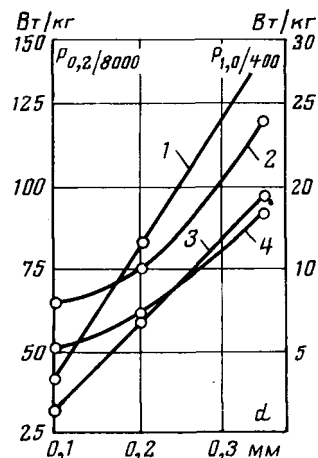


Рис. 3. Зависимость магнитных потерь $P_{0,2/8000}$ и $P_{1/400}$ от толщины образца.

1, 3 — при частоте 8 кГц для образцов № 3 и 5 соответственно; 2, 4 — при частоте 0,4 кГц для образцов № 3 и 5 соответственно.

Эта зависимость может быть выражена формулой:

$$\Delta_2 = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + \frac{c}{\rho} f}. \quad (5)$$

Как и следовало ожидать, Δ_2 для стали толщиной 0,1 мм больше, чем при $\Delta_2=0,2$ мм. Это объясняется увеличением доли потерь на гистерезис при уменьшении толщины листа. Количественного совпадения экспериментальных данных и формул (4) и (5) при их качественном совпадении получить не удалось. Это объясняется тем, что потери на гистерезис увеличиваются не только за счет увеличения частоты, но и за счет неоднородного распределения магнитной индукции по толщине образца. В то же время потери на вихревые токи с учетом поверхностного эффекта будут увеличиваться слабее квадрата частоты, т. е. для количественного объяснения экспериментальных данных необходимо принять во внимание поверхностный эффект и вызванное им изменение условий перемагничивания.

Уменьшение магнитных потерь может происходить как при увеличении ρ , так и при уменьшении толщины листа. Зависимость P от d показана на рис. 3. При частоте 8 кГц она имеет почти линейный характер. Сравнивая графики $P(\rho)$ и P_d , мы видим, что увеличение ρ на 0,027 (Ом·мм²)/м эквивалентно уменьшению толщины на 0,01 мм для стали толщиной 0,2 мм. В табл. 5 показана зависимость P от f для двух сталей с различным ρ , имеющих крупнозернистую структуру при $B=0,2$ Т; $d=0,2$ мм. Как уже отмечалось, при частотах до 1 кГц лучшие свойства наблюдаются у стали с крупнозернистой структурой, а при увеличении частоты — у стали с мелким зерном [Л. 3 и 4]. Из таблицы следует, что влияние ве-

Таблица 5

Частота, Гц	Образец № 3 $\rho = 0,58 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$			Образец № 5 $\rho = 0,77 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$		
	P_1 , Вт/кг (отжиг при 1100°C)	P_2 , Вт/кг (отжиг при 850°C)	$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100\%$	P_3 , Вт/кг (отжиг при 1100°C)	P_4 , Вт/кг (отжиг при 850°C)	$\frac{P_4 - P_3}{P_3} \times 100\%$
600	1,38	1,45	-5	1,24	1,29	-4
1000	3,01	2,88	+4	2,49	2,60	-4
2000	8,77	7,93	+10	6,85	6,73	2
4000	26,7	23,2	+13	20,0	18,8	6
8000	81,6	59,2	+15	59,7	54,8	10

Таблица 6

№ сплава	$P_{1/400}$, Вт/кг	B_{2500} , Т
1	15,5	1,40
2	16,5	1,36
3	16,2	1,44
4	14,5	1,35
5	12,7	1,42
6	11,6	1,43
7	11,1	1,40
8	10,3	1,32
9	15,4	1,38
10	14,3	1,40
11	13,2	1,41
12	12,4	1,46
Сталь марки 1521 (ГОСТ 21427.3—75)	12,5	1,42

лины зерна на магнитные потери зависит от удельного электрического сопротивления; чем меньше ρ , тем большее влияние оказывает величина зерна.

Это происходит за счет того, что вихревая составляющая потерь крупнозернистой стали больше, чем мелкозернистой, причем с ростом частоты намагничивающего поля она растет быстрее, чем гистерезисная. Но с повышением удельного электрического сопротивления потери на вихревые токи уменьшаются, и разница свойств стали с мелким и крупным зерном при высоких частотах уменьшается.

Зная зависимость $P(f)$ (см. табл. 5), можно найти ее производную и получить скорость возрастания магнитных потерь при различных частотах. Для образцов № 3 и 5 значение dP/df составляет 5,8 и 4,4 Вт/(кг·кГц) при частоте намагничивающего поля 1 кГц и 25 и 18 Вт/(кг·кГц) при 8 кГц, т. е. с повышением частоты магнитные потери растут быстрее у стали с меньшим удельным электрическим сопротивлением. Аналогичный характер имеет зависимость $P(B)$ и $\frac{dP}{dB}(B)$.

Магнитные потери увеличиваются быстрее с ростом магнитной индукции у образцов с меньшим удельным электрическим сопротивлением. Это говорит о том, что с повышением индукции доля вихревых потерь увеличивается. Эта зависимость сохраняется во всем измеренном диапазоне частот.

В табл. 6 приведены магнитные свойства исследованных сплавов Fe—Al—Si, нормируемые ГОСТ 21427.3—75 для горячекатаной стали марки 1521 толщиной листа 0,2 мм (при этом анизотропия магнитных потерь $P_{1/400}$ составляет не более 10%, анизотропия индукции — не более 0,05 Т).

Как видно, сплавы Fe—Al—Si с 3—4% Si и 2—3% Al при суммарном их содержании не более 6% (сплавы № 5 и 6) по величине магнитных потерь и магнитной индукции находятся на уровне горячекатаной стали марки 1521. Эти сплавы характеризуются более высоким ρ , чем сталь марки 1521, что обеспечивает более медленный рост магнитных потерь при высоких частотах. Преимуществом указанных сплавов является также их лучшая пластичность, позволяющая получить листы толщиной до 0,1 мм холодной прокаткой. У сплава № 7 получены низкие магнитные потери за счет высокого содержания кремния, у сплава № 8 — за счет повышения суммы легирующих элементов, что обусловило одновременное снижение магнитной индукции и пластичности. Получение листов из этих сплавов возможно только при тепловой прокатке.

Выводы. 1. При частотах 1—10 кГц магнитные потери линейно уменьшаются с ростом удельного сопротивления стали и тем больше, чем больше толщина листа.

2. Повышение удельного сопротивления сплава уменьшает влияние величины зерна на магнитные потери при частотах 1—10 кГц.

3. Магнитные потери растут быстрее с увеличением магнитной индукции для образцов с меньшим удельным сопротивлением.

4. Снижение магнитных потерь происходит пропорционально уменьшению толщины листа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бозорт Р. Ферромагнетизм. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1966, 770 с.
- Булычева З. Н., Бородкина М. М., Селицкий Я. П. Исследование текстуры и анизотропии магнитострикции сплавов Fe—Al и Fe—Cr — Физика металлов и металловедение, 1960, т. 9, вып. 3, с. 390—396.
- Regitz L. J. Iron—Silicon—Aluminium Nonoriented Electrical Sheets. — Journal of Applied Physics, 1970, vol. 41, № 3, p. 1030—1031.
- Миронов Л. В., Попова В. П., Черенков В. И. Влияние температуры отжига на магнитные свойства стали Э44 в динамическом режиме намагничивания. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1970, т. 34, № 2, с. 336—341.
- Дружинин В. В., Векслер А. З., Куренных Л. К. Зависимость потерь на перемагничивание в горячекатаной электротехнической стали от частоты переменного тока и амплитуды индукции. — Электричество, 1974, № 7, с. 84—86.
- Векслер А. З., Буланова А. И. Установка для определения удельных потерь на перемагничивание электротехнической стали. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, т. 39, № 7, с. 1554—1557.
- Дружинин В. В. Магнитные свойства электротехнической стали. — М.: Энергия, 1974, с. 204.

[28.10.78]

Применение линейного программирования при оптимизации расчета асинхронных машин

ЗАЙЧИК В. М., канд. техн. наук

Воронеж

Из известных методов численного решения сложных экстремальных задач наиболее удобным и надежным является линейное программирование. В статье показано, что задача оптимизации расчета асинхронной машины может быть сведена к задаче линейного программирования при условии, что электромагнитный расчет ведется не по традиционной схеме, а в соответствии с методикой, изложенной в [Л. 1]. Указанная методика предусматривает выполнение расчета при заданном наружном диаметре статорного пакета и семи электромагнитных нагрузках: B_δ , $B_{з.с}$, $B_{я.с}$, $B_{з.р}$, $B_{я.р}$, j , A ; здесь B_δ , $B_{з.с}$, $B_{я.с}$, $B_{з.р}$, $B_{я.р}$ — магнитные индукции в воздушном зазоре, зубцах и ярмах статора и ротора; j — плотность тока в статорной обмотке; A — линейная нагрузка.

Обозначим в диапазонах рациональных значений электромагнитных нагрузок нижние значения символами B_δ^- , $B_{з.с}^-$, $B_{я.с}^-$, $B_{з.р}^-$, $B_{я.р}^-$, j^- , A^- , а верхние — B_δ^+ , $B_{з.с}^+$, $B_{я.с}^+$, $B_{з.р}^+$, $B_{я.р}^+$, j^+ , A^+ . В табл. 1 приведены 8 базовых наборов предельных значений нагрузок.

Для каждого из приведенных наборов можно рассчитать по методике [Л. 1] соответствующий вариант геометрии машины. Следовательно, могут быть определены прямым расчетом восемь базовых значений целевой функции. Без умаления общности примем в качестве целевой функции годовую приведенную стоимость машины [Л. 2]. При этом для i -го расчетного варианта вычисляется значение Π_i ($i=1, 2, \dots, 8$):

$$\Pi_i = (p_n + p_a) K_i + \mathcal{E}_i, \text{ руб/год}, \quad (1)$$

где K_i — величина капитальных затрат, руб; $\mathcal{E}_i$ — годовые эксплуатационные расходы, уменьшенные на сумму амортизационных отчислений, руб/год; p_n — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений, 1/год; p_a — коэффициент амортизационных отчислений, 1/год.

Кроме того, для каждого набора электромагнитных нагрузок по общепринятым методикам могут быть найдены и другие показатели, которые обычно рассматриваются как ограничения, например температура θ статорной обмотки. Обозначения выходных показателей, соответствующих каждому из 8 вариантов, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер расчета	Исходные данные							Результаты расчета	
1	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^-	Π_1	θ_1
2	B_δ^+	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^-	Π_2	θ_2
3	B_δ^-	$B_{з.с}^+$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^-	Π_3	θ_3
4	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^+$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^-	Π_4	θ_4
5	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^+$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^-	Π_5	θ_5
6	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.с}^+$	j^-	A^-	Π_6	θ_6
7	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^+	A^-	Π_7	θ_7
8	B_δ^-	$B_{з.с}^-$	$B_{я.с}^-$	$B_{з.р}^-$	$B_{я.р}^-$	j^-	A^+	Π_8	θ_8

Введем в рассмотрение 7 вспомогательных величин, каждая из которых характеризует изменение соответствующей электромагнитной нагрузки:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{B_\delta - B_\delta^-}{B_\delta^+ - B_\delta^-}; & u_2 &= \frac{B_{з.с} - B_{з.с}^-}{B_{з.с}^+ - B_{з.с}^-}; \\ u_3 &= \frac{B_{я.с} - B_{я.с}^-}{B_{я.с}^+ - B_{я.с}^-}; \\ u_4 &= \frac{B_{з.р} - B_{з.р}^-}{B_{з.р}^+ - B_{з.р}^-}; & u_5 &= \frac{B_{я.р} - B_{я.р}^-}{B_{я.р}^+ - B_{я.р}^-}; \\ u_6 &= \frac{j - j^-}{j^+ - j^-}; & u_7 &= \frac{A - A^-}{A^+ - A^-}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Заметим, что при нижнем значении соответствующей электромагнитной нагрузки вспомогательная величина u равна нулю, при верхнем значении — единице; таким образом,

$$0 \leq u_1 \leq 1; 0 \leq u_2 \leq 1; 0 \leq u_3 \leq 1; 0 \leq u_4 \leq 1; 0 \leq u_5 \leq 1; 0 \leq u_6 \leq 1; 0 \leq u_7 \leq 1. \quad (3)$$

Сделав допущение о том, что при изменении электромагнитных нагрузок выходные показатели изменяются по линейному закону, можно записать следующие аппроксимирующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \Pi_1 + u_1 (\Pi_2 - \Pi_1) + u_2 (\Pi_3 - \Pi_1) + u_3 (\Pi_4 - \Pi_1) + \\ &+ u_4 (\Pi_5 - \Pi_1) + u_5 (\Pi_6 - \Pi_1) + u_6 (\Pi_7 - \Pi_1) + \\ &+ u_7 (\Pi_8 - \Pi_1); \\ \theta &= \theta_1 + u_1 (\theta_2 - \theta_1) + u_2 (\theta_3 - \theta_1) + u_3 (\theta_4 - \theta_1) + \\ &+ u_4 (\theta_5 - \theta_1) + u_5 (\theta_6 - \theta_1) + u_6 (\theta_7 - \theta_1) + \\ &+ u_7 (\theta_8 - \theta_1). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Строго говоря, приведенные выражения для Π и θ являются достоверными только при восьми различных сочетаниях величин $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ и u_7 , приведенных в табл. 2.

При всех других возможных сочетаниях переменных, допускаемых неравенствами (3), значения выходных показателей могут не совпасть с реальными значениями этих величин. Под реальными понимаются значения выходных параметров, получаемые при расчете машины по методике [Л. 1]. Для нахождения

Таблица 2

Расчетный вариант, соответствующий конкретному набору вспомогательных величин	Вспомогательные переменные						
	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	1

дения реальных выходных параметров нужно предварительно с помощью соотношений (2) рассчитать электромагнитные нагрузки, соответствующие конкретному набору переменных $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7$, а затем произвести синтез машины. Тем не менее, при построении математической модели задачи мы будем считать, что изменение выходных показателей подчиняется линейному закону. Это допущение оправдывается тем, что приводимая ниже расчетная процедура предусматривает постепенное сужение зоны поиска. Для достаточно узкого диапазона возможных значений электромагнитных нагрузок выходные показатели не могут изменяться в широких пределах и, следовательно, поэтапное сужение зоны поиска, в конечном итоге, приведет к определению практически равноценных вариантов, реализуемых при различных сочетаниях электромагнитных нагрузок из очень узкой области.

Построим модель задачи линейного программирования, приняв в качестве критерия оптимальности приведенную стоимость Π машины. В соответствии с (4) целевая функция представится в виде:

$$\Pi = \Pi_1 + u_1 (\Pi_2 - \Pi_1) + u_2 (\Pi_3 - \Pi_1) + u_3 (\Pi_4 - \Pi_1) + \\ + u_4 (\Pi_5 - \Pi_1) + u_5 (\Pi_6 - \Pi_1) + u_6 (\Pi_7 - \Pi_1) + \\ + u_7 (\Pi_8 - \Pi_1) = \min \quad (5)$$

или

$$\Pi = \Pi_1 + \sum_{i=1}^7 u_i (\Pi_{i+1} - \Pi_1) = \min. \quad (6)$$

Ограничение по тепловому режиму может быть представлено так:

$$\theta_1 + \sum_{i=1}^7 u_i (\theta_{i+1} - \theta_1) \leq \theta_{\text{доп}}, \quad (7)$$

где $\theta_{\text{доп}}$ — предельно допустимая температура статорной обмотки.

Аналогично могут быть учтены и другие ограничения.

С помощью процедуры симплекс-метода решается задача линейного программирования: определяются значения переменных $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ и u_7 , при которых достигается минимума целевая функция (6) и выполняются ограничения (7) и (3).

Если найденные в результате решения переменные равны $u^*_1, u^*_2, u^*_3, u^*_4, u^*_5, u^*_6$ и u^*_7 , то соответствующие им значения электромагнитных нагрузок можно определить из (2):

$$\left. \begin{aligned} B^*_{\delta} &= B^-_{\delta} (1 - u^*_1) + B^+_{\delta} u^*_1; \\ B^*_{3.c} &= B^-_{3.c} (1 - u^*_2) + B^+_{3.c} u^*_2; \\ B^*_{я.c} &= B^-_{я.c} (1 - u^*_3) + B^+_{я.c} u^*_3; \\ B^*_{3.p} &= B^-_{3.p} (1 - u^*_4) + B^+_{3.p} u^*_4; \\ B^*_{я.p} &= B^-_{я.p} (1 - u^*_5) + B^+_{я.p} u^*_5; \\ j^* &= j^- (1 - u^*_6) + j^+ u^*_6; \\ A^* &= A^- (1 - u^*_7) + A^+ u^*_7. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для повышения достоверности результата нужно, наряду с рассмотренной задачей линейного программирования, решить еще одну задачу (сопредельную), исходные данные для которой приведены в табл. 3.

Сопоставляя табл. 1 и 3, нетрудно заметить, что при одинаковых пределах изменения электромагнитных нагрузок переход от одного набора исходных данных к другому для каждой из задач (основной и сопредельной) осуществляется по-разному.

Применительно к сопредельной задаче в рассмотрение вводятся вспомогательные переменные: $u_I, u_{II}, u_{III}, u_{IV}, u_V, u_{VI}$ и u_{VII} , каждая из которых характеризует изменение соответствующей электромагнитной нагрузки:

$$u_I = \frac{B^+_{\delta} - B^-_{\delta}}{B^+_{\delta} - B^-_{\delta}}; \quad u_{II} = \frac{B^+_{3.c} - B^-_{3.c}}{B^+_{3.c} - B^-_{3.c}}; \\ u_{III} = \frac{B^+_{я.c} - B^-_{я.c}}{B^+_{я.c} - B^-_{я.c}}; \quad u_{IV} = \frac{B^+_{3.p} - B^-_{3.p}}{B^+_{3.p} - B^-_{3.p}};$$

Таблица 3

Номер расчета	Исходные данные							Результаты расчета	
I	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^+	Π_I	θ_I
II	B^-_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^+	Π_{II}	θ_{II}
III	B^+_{δ}	$B^-_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^+	Π_{III}	θ_{III}
IV	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^-_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^+	Π_{IV}	θ_{IV}
V	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^-_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^+	Π_V	θ_V
VI	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^-_{я.p}$	j^+	A^+	Π_{VI}	θ_{VI}
VII	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^-	A^+	Π_{VII}	θ_{VII}
VIII	B^+_{δ}	$B^+_{3.c}$	$B^+_{я.c}$	$B^+_{3.p}$	$B^+_{я.p}$	j^+	A^-	Π_{VIII}	θ_{VIII}

$$u_V = \frac{B^+_{я.p} - B^-_{я.p}}{B^+_{я.p} - B^-_{я.p}}; \quad u_{VI} = \frac{j^+ - j^-}{j^+ - j^-}; \quad u_{VII} = \frac{A^+ - A^-}{A^+ - A^-}. \quad (9)$$

Для того чтобы электромагнитные нагрузки не выходили за пределы заданных диапазонов их изменения, должны выполняться условия:

$$0 \leq u_I \leq 1; 0 \leq u_{II} \leq 1; 0 \leq u_{III} \leq 1; 0 \leq u_{IV} \leq 1; \\ 0 \leq u_V \leq 1; 0 \leq u_{VI} \leq 1; 0 \leq u_{VII} \leq 1. \quad (10)$$

Для сопредельной задачи можно записать аппроксимирующие уравнения, аналогичные соотношениям (4):

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \Pi_I + u_I (\Pi_{II} - \Pi_I) + u_{II} (\Pi_{III} - \Pi_I) + \\ &+ u_{III} (\Pi_{IV} - \Pi_I) + u_{IV} (\Pi_V - \Pi_I) + u_V (\Pi_{VI} - \Pi_I) + \\ &+ u_{VI} (\Pi_{VII} - \Pi_I) + u_{VII} (\Pi_{VIII} - \Pi_I); \\ \theta &= \theta_I + u_I (\theta_{II} - \theta_I) + u_{II} (\theta_{III} - \theta_I) + \\ &+ u_{III} (\theta_{IV} - \theta_I) + u_{IV} (\theta_V - \theta_I) + u_V (\theta_{VI} - \theta_I) + \\ &+ u_{VI} (\theta_{VII} - \theta_I) + u_{VII} (\theta_{VIII} - \theta_I). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Целевая функция сопредельной задачи примет вид, аналогичный равенству (6):

$$\Pi = \Pi_I + \sum_{i=1}^7 u_i (\Pi_{i+1} - \Pi_I) = \min, \quad (12)$$

а ограничение по тепловому режиму запишется так:

$$\theta_I + \sum_{i=1}^7 u_i (\theta_{i+1} - \theta_I) \leq \theta_{\text{доп}}. \quad (13)$$

Решение сопредельной задачи состоит в нахождении переменных $u_I, u_{II}, u_{III}, u_{IV}, u_V, u_{VI}$ и u_{VII} , при которых достигается минимума целевая функция (12) и выполняются ограничения (13) и (10).

Пусть переменные, найденные в результате решения сопредельной задачи, будут равны $u^0_I, u^0_{II}, u^0_{III}, u^0_{IV}, u^0_V, u^0_{VI}, u^0_{VII}$. Тогда соответствующие им значения электромагнитных нагрузок можно определить из (9):

$$\left. \begin{aligned} B^0_{\delta} &= B^+_{\delta} - u^0_I (B^+_{\delta} - B^-_{\delta}); \\ B^0_{3.c} &= B^+_{3.c} - u^0_{II} (B^+_{3.c} - B^-_{3.c}); \\ B^0_{я.c} &= B^+_{я.c} - u^0_{III} (B^+_{я.c} - B^-_{я.c}); \\ B^0_{3.p} &= B^+_{3.p} - u^0_{IV} (B^+_{3.p} - B^-_{3.p}); \\ B^0_{я.p} &= B^+_{я.p} - u^0_V (B^+_{я.p} - B^-_{я.p}); \\ j^0 &= j^+ - u^0_{VI} (j^+ - j^-); \\ A^0 &= A^+ - u^0_{VII} (A^+ - A^-). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Полученные с помощью линейного программирования решения двух задач (основной и сопряженной) подлежат проверке. Для этого по каждому из двух найденных наборов нагрузок (один набор — B_{δ}^* , $B_{з.с.}^*$, $B_{я.с.}^*$, $B_{з.р.}^*$, $B_{я.р.}^*$, j^* , A^* ; второй — B_{δ}^0 , $B_{з.с.}^0$, $B_{я.с.}^0$, $B_{з.р.}^0$, $B_{я.р.}^0$, j^0 , A^0) в соответствии с методикой, описанной в [Л. 1], определяются геометрические размеры и обмоточные данные проектируемой машины, а по ним с помощью прямого счета — выходные параметры. Возможны два случая: выходные параметры, найденные для обоих наборов, удовлетворяют всем наложенным ограничениям, и значения целевой функции оказались лучше, чем в каждом из допустимых исходных вариантов, приведенных в табл. 1 и 3; найденные выходные параметры по обоим или по одному из наборов оказались хуже, чем хотя бы для одного из допустимых исходных вариантов.

В первом случае первый этап оптимизации закончен. Его результатом является сужение зоны поиска на следующем этапе. Электромагнитные нагрузки, образующие центр новой зоны поиска, обозначаются $B_{\delta(ц)}$, $B_{з.с(ц)}$, $B_{я.с(ц)}$, $B_{з.р(ц)}$, $B_{я.р(ц)}$, $j_{(ц)}$, $A_{(ц)}$ и определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} B_{\delta(ц)} &= \frac{1}{2} (B_{\delta}^* + B_{\delta}^0); \quad B_{з.с(ц)} = \frac{1}{2} (B_{з.с.}^* + B_{з.с.}^0); \\ B_{я.с(ц)} &= \frac{1}{2} (B_{я.с.}^* + B_{я.с.}^0); \\ B_{з.р(ц)} &= \frac{1}{2} (B_{з.р.}^* + B_{з.р.}^0); \\ B_{я.р(ц)} &= \frac{1}{2} (B_{я.р.}^* + B_{я.р.}^0); \\ j_{(ц)} &= \frac{1}{2} (j^* + j^0); \quad A_{(ц)} = \frac{1}{2} (A^* + A^0). \end{aligned} \right\} (15)$$

Новые значения электромагнитных нагрузок, предназначенные для расчета восьми вариантов (см. табл. 1), определяются так:

$$\left. \begin{aligned} B_{\delta н}^- &= B_{\delta(ц)} - \Delta B_{\delta}; \quad B_{\delta н}^+ = B_{\delta(ц)} + \Delta B_{\delta}; \\ B_{з.с н}^- &= B_{з.с(ц)} - \Delta B_{з.с.}; \quad B_{з.с н}^+ = B_{з.с(ц)} + \Delta B_{з.с.}; \\ B_{я.с н}^- &= B_{я.с(ц)} - \Delta B_{я.с.}; \quad B_{я.с н}^+ = B_{я.с(ц)} + \Delta B_{я.с.}; \\ B_{з.р н}^- &= B_{з.р(ц)} - \Delta B_{з.р.}; \quad B_{з.р н}^+ = B_{з.р(ц)} + \Delta B_{з.р.}; \\ B_{я.р н}^- &= B_{я.р(ц)} - \Delta B_{я.р.}; \quad B_{я.р н}^+ = B_{я.р(ц)} + \Delta B_{я.р.}; \\ j_{н}^- &= j_{(ц)} - \Delta j; \quad j_{н}^+ = j_{(ц)} + \Delta j; \\ A_{н}^- &= A_{(ц)} - \Delta A; \quad A_{н}^+ = A_{(ц)} + \Delta A, \end{aligned} \right\} (16)$$

где ΔB_{δ} , $\Delta B_{з.с.}$, $\Delta B_{я.с.}$, $\Delta B_{з.р.}$, $\Delta B_{я.р.}$, Δj , ΔA — половинные диапазоны электромагнитных нагрузок на очередном этапе поиска, определяемые из соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta B_{\delta} &= 0,4 (B_{\delta}^+ - B_{\delta}^-); \quad \Delta B_{з.с.} = 0,4 (B_{з.с.}^+ - B_{з.с.}^-); \\ \Delta B_{я.с.} &= 0,4 (B_{я.с.}^+ - B_{я.с.}^-); \quad \Delta B_{з.р.} = 0,4 (B_{з.р.}^+ - B_{з.р.}^-); \\ \Delta B_{я.р.} &= 0,4 (B_{я.р.}^+ - B_{я.р.}^-); \quad \Delta j = 0,4 (j^+ - j^-); \\ \Delta A &= 0,4 (A^+ - A^-). \end{aligned} \right\} (17)$$

На новом этапе поиска вновь находятся выходные показатели для восьми вариантов и решаются две задачи линейного программирования (основная и сопряженная) в соответствии с описанным выше правилом. Итерационные циклы выполняются последовательно до тех пор, пока зона возможных значений электромагнитных нагрузок не окажется настолько узкой, что все варианты, соответствующие этой зоне, будут практически равноценными.

Во втором случае найденный прямым счетом результат решения задачи, оказавшийся хуже исходного, отбрасывается. Для образования центра и границ новой зоны поиска его заменяют наилучшим из остальных известных допустимых вариантов соответствующей задачи.

Из вышеизложенного следует, что роль аппарата линейного программирования сводится здесь преимущественно к более быстрому сужению зон поиска от одного этапа к другому. Но если решение, полученное на очередном этапе с помощью линейного программирования, не выдерживает проверки прямым счетом, зона поиска на следующем этапе все же оказывается обязательно более узкой.

В описанной выше модели внешний диаметр D_a статорного пакета предполагается обязательно заданным. Во всех случаях он должен соответствовать одному из нормализованных размеров, число которых весьма ограничено для машин с заданной полезной мощностью и числом полюсов. Если значение D_a не указано заказчиком с учетом требуемых установочных размеров, проектировщик выбирает его, руководствуясь [Л. 3].

Сравним предложенный метод оптимизации асинхронного двигателя с другими методами. Задача оптимизации расчета асинхронного двигателя известна в литературе как нелинейная. При постановке задач нелинейной оптимизации теоретически возможны модели неограниченной сложности, но на практике поиск оптимального решения таких задач вызывает большие трудности. Как указывается в [Л. 4], решение задачи нелинейного программирования осложняется при дискретности некоторых аргументов. При оптимизации расчета асинхронного двигателя по критерию обобщенной (приведенной) стоимости в условиях, когда число ограничений достигает 7—10, оптимум оказывается иногда на пересечении 3—4 ограничивающих поверхностей, имеют место «овражные ситуации» и другие сложности.

Линейная модель, описанная в настоящей статье, позволяет оптимизировать только 7 аргументов, представляющих собой электромагнитные нагрузки. Чтобы получить оптимальные значения конструктивных параметров, таких как главные размеры D и l , высота и ширина пазов статора и ротора, число витков обмотки w , должна быть выполнена дополнительная (но вполне детерминированная) вычислительная процедура [Л. 1].

Как указывается в настоящей статье, линейная модель основывается на допущении, что выходные показатели проектируемой машины изменяются по линейному закону в зависимости от относительного прироста электромагнитных нагрузок. Принципы таких допущений, игнорирующих малые нелинейные возмущения, не нов, и в практике уже накопился известный опыт его реализации. В [Л. 5] для подобных случаев предложена методика, позволяющая выяснить, корректна ли линейная модель, т. е. лежит ли истинный экстремум недалеко от найденного, а если модель некорректна и допускает результаты, не близкие к истинным, то как выделить близкие. В отношении линейной модели, такие вопросы не ставятся, что объясняется следующим: на каждом этапе истинные результаты определяются прямым счетом по методике [Л. 1]; при поэтапной оптимизации результаты, полученные на очередном этапе прямым счетом служат только как исходный материал для выполнения следующего этапа.

На первый взгляд может показаться парадоксальным, что задача, в которой имеют место нелинейные связи, решается с использованием аппарата линейного программирования. Последний, однако, служит здесь только для постепенного сужения зоны подходящих значений электромагнитных нагрузок. Поэтому операция поиска оптимума возлагается преимущественно на механизм прямого счета, неуязвимый при «овражных» ситуациях.

Поскольку описанная модель позволяет оптимизировать значения только 7 аргументов (нагрузок), она уступает нелинейным моделям в универсальности. Вместе с тем, она не ставит предела количеству налагаемых ограничений и, что важнее всего, не вызывает затруднений в реализации, поскольку два используемые в модели вычислительных аппарата (симплекс-метод линейного программирования и прямой счет) работают всегда безотказно. В основании модели лежит положение, доказанное в [Л. 1], что все геометрические размеры машины, кроме D_a , ее обмоточные данные и выходные параметры являются функциями электромагнитных нагрузок. Поэтому оптимизация дискретных величин, таких, например, как число проводников в пазу или их поперечное сечение, возможна через найденные оптимальные значения электромагнитных нагрузок путем простого округления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайчик В. М. Расчет асинхронных двигателей при заданных значениях электромагнитных нагрузок. — Электричество, 1977, № 1.
2. Домбровский В. В., Хуторецкий Г. М. Основы проектирования электрических машин переменного тока. — М.: Энергия, 1974.
3. Сорокер Т. Г., Воскресенский А. П., Мордвинов Ю. В.

4. Каган Б. М., Даниленко С. Е. Вопросы архитектуры систем оптимального проектирования. — МДНТП, 1973.
5. Гайгори В. Г., Первозванский А. А. Малые нелинейные возмущения в оптимизационных моделях. — Экономика и математические методы, 1977, № 1.

[15.12.77]

УДК 62-83-52

Линеаризация цифровых и цифро-аналоговых автоматических систем

КУЛЕСКИЙ Р. А., канд. техн. наук

Свердловск

Для подавляющего большинства промышленных механизмов с электрическими приводами, требующих высокой точности в установившемся режиме работы, используются цифро-аналоговые системы управления [Л. 1], сочетающие положительные стороны дискретных и непрерывных методов управления. К числу таких механизмов в первую очередь относятся те, для которых требуется либо стабилизация рабочей скорости, либо программное перемещение рабочего органа. При этом для автоматической системы справедлива расчетная схема (рис. 1), включающая преобразователи непрерывных сигналов $x(t)$, $y(t)$ в цифровую форму $x_\sigma(nT)$, $y_\sigma(nT)$ (где σ — шаг квантования по уровню; T — период квантования по времени; $n=0, 1, 2, \dots$), цифровой и аналоговый регуляторы (последний может и отсутствовать) с передаточными функциями соответственно $W_\pi^*(p)$, $W_a(p)$ и запоминающее устройство в цифровом канале с передаточной функцией $W_z(p)$. Свойства объекта в окрестности конечного состояния характеризуются передаточной функцией $W_0(p)$.

Влияние квантования по уровню в процессе стабилизации скорости существенно при широком диапазоне требуемых скоростей (более 1:1000). В этом случае увеличение разрядности импульсного датчика скорости, уменьшающее влияние квантования, часто ограничивается как конструктивными соображениями, так и рабочим интервалом частот элементной базы регулятора. При позиционном управлении влияние квантования существенно при входе системы в окрестность конечного состояния, где значения координат объекта не превышают допустимых и коэффициент передачи по каналу ошибки максимален. При наиболее типичном для практики пропорциональном регуляторе положения величина σ обычно удовлетворяет «троганию» двигателя при рабочей нагрузке, в связи с этим вход в окрестность конечного состояния может сопровождаться бросками тока, перерегулированием и затягиванием процесса.

Уменьшение влияния квантования по уровню возможно на основе технической линеаризации путем введения на суммирующий вход системы (рис. 1) через линейный фильтр с передаточной функцией $W_\pi(p)$ линеаризующих сигналов $N_{\kappa x}(t)$, $N_{\kappa y}(t)$, в определенной степени компенсирующих действие помех амплитудного квантования на входе и в обратной связи цифрового канала.

При измерении $N_{\kappa x}(t)$, $N_{\kappa y}(t)$ на основе методов [Л. 2] приближенно справедливо:

$$\left. \begin{aligned} N_{\kappa x}(t) &= x(t) - \sum_{k=0}^n w_{30}(kT + qT) x_\sigma(nT - kT); \\ N_{\kappa y}(t) &= y(t) - \sum_{k=0}^n w_{30}(kT + qT) y_\sigma(nT - kT), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $t = nT + qT$; $0 \leq q \leq 1$; $n=0, 1, 2, \dots$; $w_{30}(\tau)$ — весовая функция запоминающего элемента нулевого порядка.

Погрешность метода измерения $N_{\kappa x}(t)$, $N_{\kappa y}(t)$, определяющая точность выполнения равенства (1), тем меньше, чем

меньше период квантования по времени T , а ее мгновенное значение не превышает величину $T\dot{y}(t)$. Вблизи установившегося режима или при малых значениях T , характерных для современных промышленных электроприводов, этой погрешностью можно пренебречь.

Пусть желаемые свойства системы задает некоторая, удовлетворяющая техническим требованиям, непрерывная система с передаточной функцией регулятора $W_p(p)$; последняя соответствует физически реализуемому устройству. Пусть далее

$$W_p(p) = W_\pi(p) + W_a(p),$$

тогда, обозначая через $w_\pi(\tau)$, $w_a(\tau)$, $w_0(\tau)$, $w_p(\tau)$, $w_\pi(nT)$ весовые функции, соответствующие передаточным $W_\pi(p)$, $W_a(p)$, $W_0(p)$, $W_p(p)$, $W_\pi^*(p)$, управляющую функцию системы (рис. 1) можно представить в виде:

$$u(t) = \sum_{i=1}^3 v_i(t) = v_\pi(t) + v_a(t), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} v_\pi(t) &= \sum_{i=0}^n w_\pi(iT) \sum_{k=0}^n w_3(kT + qT) \varepsilon_\sigma(nT - iT - kT) - \\ &\quad - T \int_0^1 d\alpha \left\{ \sum_{k=0}^n w_{30}(kT + qT - \alpha T) \times \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{l=0}^n w_\pi(lT + qT) \varepsilon_\sigma(nT - lT - kT) \right\}; \\ v_a(t) &= \int_0^t w_p(\tau) \varepsilon(t - \tau) d\tau; \end{aligned}$$

$$t = nT + qT; 0 \leq q \leq 1; n = 0, 1, 2, \dots$$

Из (2) следует, что чем меньше окажется влияние составляющей $v_\pi(t)$ управляющего сигнала $u(t)$, тем ближе будут свойства системы к желаемым. В связи с этим может быть поставлена задача синтеза оптимальной передаточной функции $W_\pi^*(p)$ цифрового регулятора, удовлетворяющей наилучшему в некотором смысле приближению свойств системы к желаемым.

Если по условиям проектирования $W_\pi^*(p)$ задана, то может быть поставлена задача синтеза функции $W_\pi(p)$ исходя из уменьшения влияния квантования по уровню. Введем в рассмотрение помехи от квантования по уровню:

$$N_x(t) = x(t) - x_\sigma(t); N_y(t) = y(t) - y_\sigma(t). \quad (3)$$

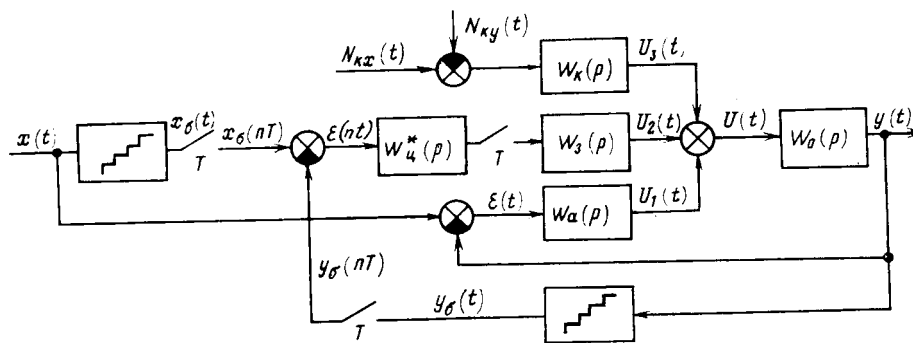


Рис. 1.

Далее, представляя $\epsilon_\sigma = x_\sigma - y_\sigma$ с учетом (3) в виде

$$\epsilon_\sigma(nT) = \epsilon(nT) + N_y(nT) - N_x(nT),$$

преобразуем $v_\kappa(t)$ к виду

$$v_\kappa(t) = v_1(t) + v_2(t), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \sum_{i=0}^n w_\kappa(iT) \sum_{k=0}^n w_3(kT + qT) [N_y(nT - iT - kT) - \\ &- N_x(nT - iT - kT)] - T \int_0^1 d\alpha \sum_{k=0}^n w_{30}(kT + qT - \alpha T) \times \\ &\times \sum_{l=0}^n w_\kappa(lT + \alpha T) [N_y(nT - kT - lT) - N_x(nT - kT - lT)]; \\ v_2(t) &= \sum_{i=0}^n w_\kappa(iT) \sum_{k=0}^n w_3(kT + qT) \epsilon(nT - kT - iT) - \\ &- T \int_0^1 d\alpha \sum_{k=0}^n w_{30}(kT + qT - \alpha T) \sum_{l=0}^n w_\kappa(lT + \alpha T) \epsilon(nT - kT - lT). \end{aligned}$$

Составляющая $v_1(t)$ связана с наличием процессов квантования по уровню. Наименьшему в некотором смысле влиянию ее на работу системы будет соответствовать оптимальная при заданной $W_\kappa^*(p)$ передаточная функция $W_\kappa(p)$.

Синтез передаточных функций $W_\kappa^*(p)$, $W_\kappa(p)$. Степень влияния составляющей $v_\kappa(t)$ при синтезе $W_\kappa^*(p)$ будем оценивать величиной

$$\Phi(W_\kappa^*) = \frac{1}{T} \int_0^\infty v_\kappa^2(W_\kappa^*, t) dt = \int_0^1 \Phi_1(W_\kappa^*, q) dq, \quad (5)$$

где

$$\Phi_1(W_\kappa^*, q) = \sum_{n=0}^\infty v_\kappa^2(W_\kappa^*, nT + qT),$$

обобщенно характеризующей абсолютные значения $v_\kappa(t)$ и время ее действия; тогда оптимальному цифровому регулятору будет соответствовать $W_\kappa^*(p)$, доставляющая минимум функционалу (5).

Синтез оптимальной $W_\kappa^*(p)$, который может быть осуществлен на основе классических вариационных методов, включает выражение $v_\kappa(nT + qT)$ через весовые функции и сигналы элементов системы, определение вида дискретного аналога уравнения Эйлера и решение последнего в частотной области относительно искомой $W_\kappa^*(p)$ методами факторизации и расщепления. В соответствии с этой процедурой можно получить:

$$\frac{1}{\{[W_3(p) W_3(-p)]\}^+} \frac{W_\kappa^*(p)}{\{[W_3(p) W_3(-p)]\}^+} = \frac{1}{\{[W_3(p) W_3(-p)]\}^+} \left\{ \frac{[W_3(-p) W_3(p) W_\kappa(p)]^*}{\{[W_3(p) W_3(-p)]\}^+} \right\}^+ \quad (6)$$

Здесь принято: $[F(p)]^* = F^*(p) = \sum_{n=0}^\infty f(nT) e^{-npT}$ при $F(p) =$

$$= \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt; F^+(p), F^-(p) — функции, не имеющие нулей$$

и полюсов соответственно в правой и левой полуплоскостях p , причем $F(p) = F^+(p) F^-(p)$; $F^+(p)$, $F^-(p)$ — функции, не имеющие полюсов соответственно в правой и левой полуплоскостях p , причем $F(p) = F^+(p) + F^-(p)$.

Обычно вычисления в цифровом канале организуют на основе параллельного программирования, при этом параллельные каналы регулятора чаще других выполняют функции дифференциатора или интегратора. Примем для первого случая

$$W_\kappa(p) = \frac{p}{cp + 1}, \quad \text{где } c = \text{const, для второго } W_\kappa(p) = 1/p.$$

При запоминающем устройстве нулевого порядка, т. е. при $W_3(p) = W_{30}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}$, из (6) могут быть получены следующие передаточные функции цифровых дифференциатора $W_{\kappa, \text{д}}^*(p)$ и интегратора $W_{\kappa, \text{и}}^*(p)$:

$$\begin{aligned} W_{\kappa, \text{д}}^*(p) &= \frac{1 - e^{-T/c}}{T} \frac{e^{Tp} - 1}{e^{Tp} - e^{-T/c}}; \quad W_{\kappa, \text{и}}^*(p) = \\ &= \frac{T(e^{Tp} + 1)}{2(e^{Tp} - 1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Степень влияния квантования по уровню при синтезе $W_\kappa(p)$ будем оценивать значением интеграла:

$$F(W_\kappa) = \frac{1}{T} \int_0^\infty v_\kappa^2(W_\kappa, t) dt = \int_0^1 F_1(W_\kappa, q) dq, \quad (8)$$

где

$$F_1(W_\kappa, q) = \sum_{n=0}^\infty v_\kappa^2(W_\kappa, nT + qT).$$

Оптимальной передаточной функции $W_\kappa(p)$ при заданной $W_\kappa^*(p)$ соответствует минимум функционала (8). Решая задачу синтеза $W_\kappa(p)$ вариационными методами аналогично синтезу $W_\kappa^*(p)$, можно получить:

$$W_\kappa(p) = \lim_{T \rightarrow 0} W_\kappa^*(p) W_\kappa^*(p). \quad (9)$$

Оценка влияния процессов квантования. Для оценки степени влияния процессов квантования по уровню на точность формирования закона управления найдем верхнюю границу абсолютного значения составляющей $v_1(t)$. Если учесть, что $|N_x(t)| \leq \sigma/2$; $|N_y(t)| \leq \sigma/2$, и воспользоваться подходом [Л. 3] к оценке влияния квантования по уровню, то из анализа $v_1(t)$ можно найти:

$$|v_1(nT + qT)| \leq \sigma \left| \int_{nT}^{(n+1)T} w_\kappa(\tau) d\tau \right|, \quad n = 0, 1, 2, \dots; 0 \leq q \leq 1. \quad (10)$$

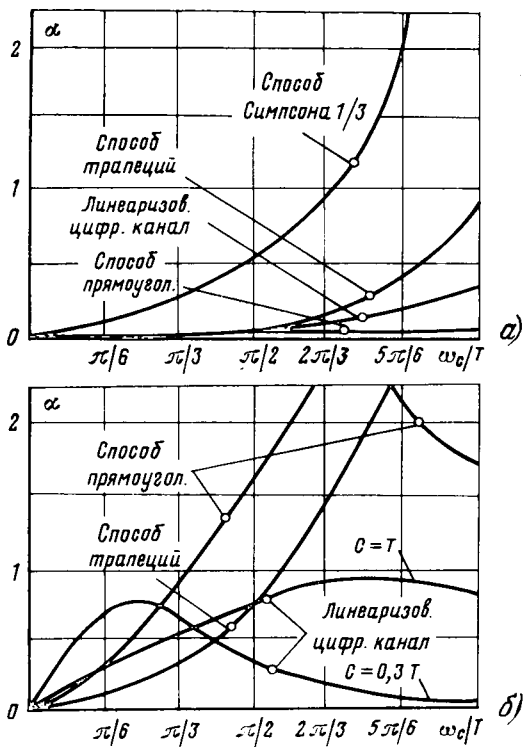


Рис. 2.

Из (10) следует, что установившееся значение погрешности от квантования по уровню ограничено и при наличии в составе цифрового канала не более одного интегратора не превышает величины σT ; при $T < 1$ погрешность меньше шага квантования.

Для оценки степени влияния квантования по времени на точность формирования закона управления положим, что желаемые свойства линейризованного цифрового канала задает непрерывный фильтр с передаточной функцией $W_{ж}(p)$ и выходной координатой $v_{ж}(t)$. В частном случае $W_{ж}(p)$ может совпадать с $W_{к}(p)$, в общем случае это не обязательно, кроме того, $W_{ж}(p)$ может соответствовать физически нереализуемому устройству.

Для оценки степени приближения свойств линейризованного цифрового канала к желаемым воспользуемся относительной интегральной квадратической оценкой [Л. 4]:

$$e^2 = \frac{\int_0^{\infty} [v_{ж}(t) - u(t)]^2 dt}{\int_0^{\infty} v_{ж}^2(t) dt}. \quad (11)$$

В (11) из-за малой доли составляющей $v_1(t)$ в $u(t)$ принято $u(t) = v_2(t) + v_3(t)$. Воспользовавшись предлагаемым в [Л. 4] методом, можно рассчитать оценку α погрешности e^2 сверху $e^2 < \alpha$.

На рис. 2, а и б приведены соответствующие передаточным функциям (7) кривые $\alpha(\omega_c)$ при ω_c — частоте, ограничивающей спектр сигнала $e(t)$. Для режима интегрирования (рис. 2, а) принято $W_{ж}(p) = W_{к}(p) = 1/p$, для режима дифференцирования (рис. 2, б) $W_{ж}(p) = p$. На том же рисунке приведены кривые, соответствующие отсутствию линейризации, взятые из [Л. 4]. Как следует из кривых, линейризация позволяет уменьшить погрешности, связанные с квантованием по времени в интервале значений, которым удовлетворяют (1).

Для оценки влияния квантования по уровню на устойчивость линейризованной системы рассмотрим наиболее тяжелый из возможных на практике согласно [Л. 1] случай, которому соответствует

$$W_o(p) = \frac{4\tau p + 1}{8\tau^2 p (\tau p + 1)}$$

при интегральном цифровом регуляторе. Пусть интегрирование осуществляется согласно (7) способом трапеций при запоминающем устройстве нулевого порядка. Без ограничения общности примем $W_a(p) = 0$. В этом случае передаточная функция системы, разомкнутой по цепи обратной связи,

$$\Phi^*(p) = \frac{y^*(p)}{\varepsilon^*(p)} = \frac{k}{e^{Tp} - e^{-T/\tau}},$$

где

$$k = \frac{3T}{16\tau} \left\{ \frac{2\tau}{T} (1 - e^{-T/\tau}) - e^{-T/\tau} - 1 \right\}.$$

Для исследуемой системы выполняется достаточный признак абсолютной устойчивости [Л. 5], если

$$\operatorname{Re} \Phi^*(j\omega) > -\frac{1}{2}.$$

Нетрудно убедиться, что

$$\operatorname{Re} \Phi^*(j\omega) = k \frac{\cos \omega T - e^{-T/\tau}}{1 - 2e^{-T/\tau} \cos \omega T - e^{-2T/\tau}}.$$

На практике обычно $\tau > T$. Принимая для наихудшего с точки зрения сохранения устойчивости случая $\tau = T$ находим: $-0,033 < \operatorname{Re} \Phi^*(j\omega) < 0,015$.

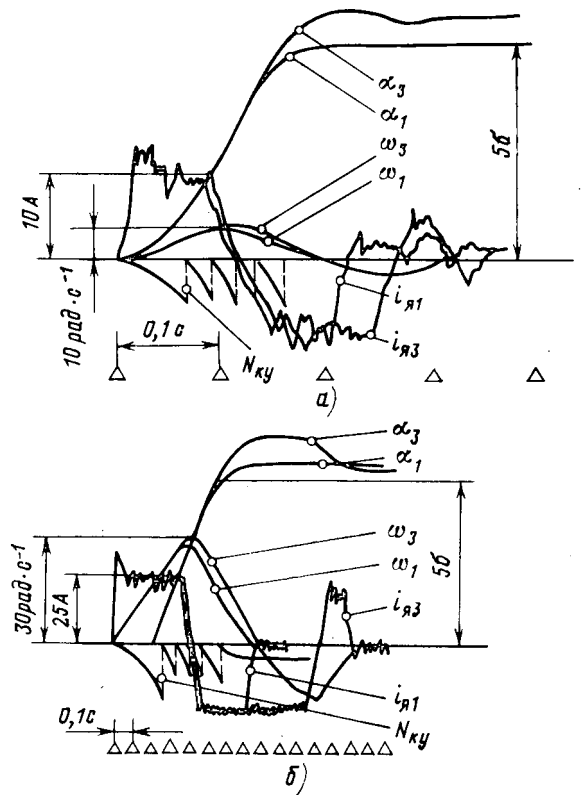


Рис. 3.

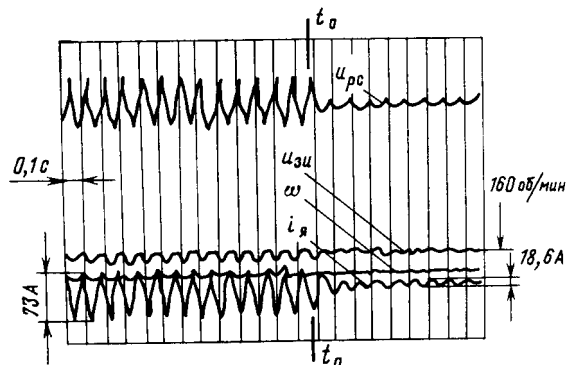


Рис. 4.

Таким образом, линеаризованная система устойчива при любых возможных возмущениях. При отсутствии линеаризации система неустойчива.

Техническая линеаризация промышленных регуляторов. Экспериментально исследовалась возможность технической линеаризации унифицированных дискретных регуляторов положения и скорости [Л. 1].

В системе позиционного электропривода использован пропорциональный регулятор; при этом $W_a(p) = W_{a0}(p)$; $W_{\Sigma}(p) = b$. В соответствии с (9) $W_k(p) = b = \text{const}$.

Измерение $N_{\Sigma}(t)$, $N_{\Sigma}(t)$ осуществлялось в соответствии с [Л. 2] устройством на основе операционного усилителя, работающего в режиме интегратора. На рис. 3,а представлены осциллограммы процессов в позиционном тиристорном электроприводе постоянного тока при $x(t) = 5\sigma 1(t)$ и $\sigma = 0,1$ рад (по валу двигателя); на рис. 3,б — осциллограммы при зазоре в механической передаче, равном σ и $\sigma = 1$ рад. На рисунках: α_1 , ω_1 , $i_{\Sigma 1}$ — угол поворота, скорость, ток якоря двигателя при линеаризации цифрового регулятора; α_2 , ω_2 , $i_{\Sigma 2}$ — те же координаты при отсутствии линеаризации. Во всех режимах коэффициент передачи b выбирался из условия трогания двигателя при рассогласовании по положению, равном $\sigma/2$.

Исследования показали, что линеаризация улучшает динамические и статические характеристики системы электропривода, уменьшая влияние процессов квантования по уровню. При наличии люфта в механической передаче линеаризация обеспечивает дополнительный эффект улучшения динамических свойств, обоснованный в [Л. 2].

В унифицированной системе стабилизации скорости использован цифро-аналоговый регулятор, включающий параллельно работающие цифровой И- и аналоговый П-регуляторы. Цифровой регулятор использует так называемый третий метод аналого-цифрового преобразования частотных сигналов датчика и задатчика, совмещающий операцию преобразования с интегрированием. В связи с этим структурная схема системы мо-

жет быть сведена к структурной схеме позиционной системы при $W_a(p) = W_{a0}(p)$ и $W_{\Sigma}(p) = b$, что позволяет использовать то же устройство линеаризации, что и в позиционном электроприводе. Поскольку в рабочем режиме скорость не может равняться нулю, вместо интегратора на операционном усилителе здесь использована пассивная RC-цепочка.

На рис. 4 представлена осциллограмма процессов в тиристорном электроприводе постоянного тока, работающего в режиме стабилизации скорости, при которой частота задающего сигнала соответствовала резонансной частоте системы. На рисунке $u_{рс}$, $u_{\Sigma 1}$, ω , i_{Σ} — сигнал цифро-аналогового регулятора скорости, сигнал задатчика интенсивности, скорость, ток якоря двигателя. До момента времени t_0 линеаризующее устройство отключено; при $t=t_0$ сигнал линеаризующего устройства подключается к суммирующей точке.

Исследования показали, что техническая линеаризация может существенно расширить диапазон регулирования системы стабилизации скорости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слежановский О. В., Бирюков А. В., Хуторецкий В. М. Устройства унифицированной блочной системы регулирования дискретного типа (УБСР-Д). — М.: Энергия, 1975.
2. Кулесский Р. А., Шубенко В. А. Электроприводы постоянного тока с цифровым управлением. — М.: Энергия, 1973.
3. Цыпкин Я. З. Оценка влияния квантования по уровню на процессы в цифровой автоматической системе. — Автоматика и телемеханика, 1960, № 3.
4. Гусев В. Г. Методы исследования точности цифровых автоматических систем. — М.: Наука, 1973.
5. Цыпкин Я. З., Попков Ю. С. Теория нелинейных импульсных систем. — М.: Наука, 1973.

[16.03.77]

УДК 621.337.522:625.42.004.15

Оценка эффективности тиристорно-импульсной системы рекуперативного торможения вагонов метрополитена

ХОМЕНКО А. И., РЯБЦЕВ Г. Г., кандидаты техн. наук

МИИТ

Эффективность систем рекуперативного торможения определяется значением тормозного усилия и долей энергии, возвращаемой в контактную сеть. Увеличение тормозного усилия может быть достигнуто включением добавочного реостата последовательно с якорями электродвигателей. Это позволяет в зоне высоких скоростей при заданном токе двигателей увеличить их э. д. с., а следовательно, и тормозной момент до максимально допустимого значения. Сопротивление добавочного реостата находится из соотношения:

$$R_{доб} = \frac{E_{доп} - U_{к.с}}{I_{\Sigma}} - \Sigma R_{с.ц},$$

где $E_{доп}$, I_{Σ} , Σ , $R_{с.ц}$ — допустимая э. д. с. при максимальной степени ослабления поля, ток якоря и сумма сопротивлений силовой цепи двигателя; $U_{к.с}$ — напряжение в контактной сети.

Доля энергии, возвращаемой в контактную сеть, зависит от длительности включенного состояния добавочного реостата. Рассмотрим возможные режимы работы системы рекуперативного торможения с добавочным реостатом.

В зоне высоких скоростей рекуперативное торможение осуществляется при регулировании тока возбуждения двигателей. Состояние одной фазы силовой цепи двигателей (рис. 1) определяется соотношением

$$2E = U_{к.с} + I_{\Sigma}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{\Sigma}R_{с.др},$$

где $R_{дв}$, $R_{ф.др}$, $R_{с.др}$ — сопротивления обмоток двигателей фазного и сетевого дросселей.

Ток рекуперации в данном режиме равен току тяговых двигателей: $I_p = I_{\Sigma}$.

Регулирование тока обмоток возбуждения двигателей происходит до скорости

$$v_1 = \frac{U_{к.с} + I_{\Sigma}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{\Sigma}R_{с.др}}{2c\Phi_1},$$

где c — постоянная двигателя; Φ_1 — магнитный поток двигателя, соответствующий максимальному коэффициенту $\gamma_{\max}$ заполнения импульсного цикла; затем регулятор тока возбуждения полностью открывается.

После выхода на полное поле возможны три алгоритма работы системы регулирования.

В первом случае регулирование напряжения двигателей осуществляется при постоянном сопротивлении реостата $R_{доб}$ до максимального коэффициента заполнения импульсного цикла, затем шунтируется реостат $R_{доб}$ и последующее регулирование напряжения двигателей происходит без добавочного сопротивления. При регулировании напряжения с реостатом $R_{доб}$ в цепи справедливо соотношение:

$$2E = U_{к.с}(1 - \gamma) + I_{\Sigma}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{\Sigma}(1 - \gamma)R_{с.др}.$$

Регулирование напряжения с реостатом $R_{доб}$ в цепи будет происходить до скорости

$$v_{ш1} = \frac{U_{к.с}(1 - \gamma_{\max}) + I_{\Sigma}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{\Sigma}(1 - \gamma_{\max})R_{с.др}}{2c\Phi_1},$$

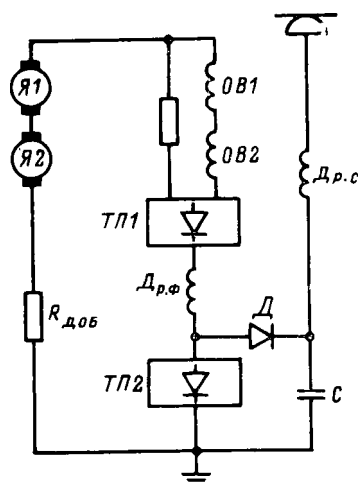


Рис. 1. Схема силовой цепи системы рекуперативного торможения.

Рис. 2. Зависимости длины тормозного пути вагона от начальной скорости торможения и напряжения в контактной сети в системах с добавочным реостатом (1) и без него (2).

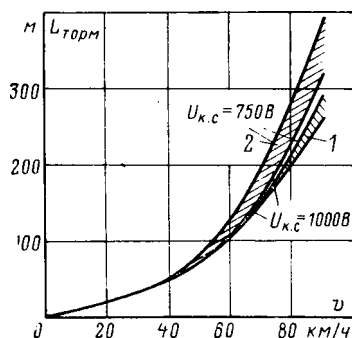
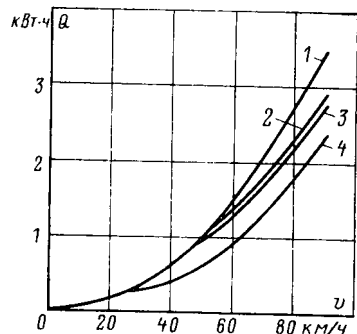


Рис. 3. Зависимости энергии, возвращаемой в сеть, от начальной скорости торможения вагона в системах без добавочного реостата (1) и с добавочным реостатом: 2 — при плавном выведении сопротивления реостата; 3 — при ступенчатом с промежуточным коэффициентом $\gamma_{ш2}$ заполнения импульсного цикла; 4 — при ступенчатом с коэффициентом $\gamma_{ш1}$.



где Φ_n — полный магнитный поток двигателей.

После шунтирования реостата $R_{доб}$ регулятор напряжения начинает работать с коэффициента заполнения

$$\gamma_{ш1} = \frac{U_{к.с} - 2c\Phi_n v_{ш1} + I_{я}(2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{я}R_{с.др}}{U_{к.с} + I_{я}R_{с.др}}$$

Скорость, при которой заканчивается процесс импульсного регулирования, равна

$$v_k = \frac{U_{к.с}(1 - \gamma_{max}) + I_{я}(2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{я}(1 - \gamma_{max})R_{с.др}}{2c\Phi_n}$$

Среднее значение тока рекуперации в режиме регулирования напряжения с реостатом $R_{доб}$ определено граничными значениями коэффициента заполнения импульсного цикла:

$$I_{ср.р1} = \frac{I_{я}(1 - \gamma_{min}) + I_{я}(1 - \gamma_{max})}{2},$$

а после шунтирования реостата

$$I_{ср.р2} = \frac{I_{я}(1 - \gamma_{ш1}) + I_{я}(1 - \gamma_{max})}{2}.$$

Рассмотренный алгоритм работы наиболее просто реализуем, так как система управления настроена на режим

переключения при граничных значениях коэффициента заполнения импульсного цикла.

При втором алгоритме работы системы регулирования реостат $R_{доб}$ шунтируется при коэффициенте $\gamma_{ш2}$ заполнения импульсного цикла, обеспечивающем равенство напряжений в цепи до момента шунтирования реостата и после него:

$$U_{к.с}(1 - \gamma_{ш2}) + I_{я}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{я}(1 - \gamma_{ш2})R_{с.др} = U_{к.с}(1 - \gamma_{min}) + I_{я}(2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{я}(1 - \gamma_{min})R_{с.др}.$$

Отсюда может быть найдено значение коэффициента

$$\gamma_{ш2} = \frac{I_{я}R_{доб} + U_{к.с}\gamma_{min} + I_{я}R_{с.др}\gamma_{min}}{U_{к.с} + I_{я}R_{с.др}}.$$

Скорость, при которой произойдет шунтирование реостата, будет равна

$$v_{ш2} = \frac{U_{к.с}(1 - \gamma_{ш2}) + I_{я}(R_{доб} + 2R_{дв} + R_{ф.др}) + I_{я}(1 - \gamma_{ш2})R_{с.др}}{2c\Phi_n}.$$

Средние значения тока рекуперации при регулировании напряжения с реостатом $R_{доб}$ и без него:

$$I_{ср.р1} = \frac{I_{я}(1 - \gamma_{min}) + I_{я}(1 - \gamma_{ш2})}{2};$$

$$I_{ср.р2} = \frac{I_{я}(1 - \gamma_{ш2}) + I_{я}(1 - \gamma_{min})}{2}.$$

При этом алгоритме работы для своевременного выключения реостата необходимо слежение за напряжением в контактной сети и на якорах двигателей.

Третий из возможных алгоритмов работы системы после выхода на полное поле заключается в плавном выведении сопротивления реостата $R_{доб}$ и последующем регулировании напряжения. Регулирование сопротивления реостата при этом возможно до скорости

$$v_{ш3} = \frac{U_{к.с} + I_{я}(2R_{дв} + R_{ф.др} + R_{с.др}) + I_{я}R_{доб}(1 - \gamma_{max})}{2c\Phi_n},$$

после чего реостат шунтируется и начинается регулирование напряжения. Средние значения токов рекуперации в данном случае будут равны:

$$I_{ср.р1} = I_{я};$$

$$I_{ср.р2} = \frac{I_{я}(1 - \gamma_{min}) + I_{я}(1 - \gamma_{max})}{2}.$$

Третий алгоритм работы требует специального регулятора сопротивления добавочного реостата.

Приведенные выше соотношения были использованы для расчета тягово-энергетических показателей вагона типа «И» метрополитена. Расчет выполнялся при следующих исходных данных: масса вагона 52,4 т, напряжение в контактной сети 750–1000 В, тяговый электродвигатель типа ДК-117, максимальная э. д. с. двигателя 750 В, ток якоря двигателя 360 А, сопротивление добавочного реостата 1,1 Ом.

На рис. 2 представлены зависимости длины тормозного пути вагона от начальной скорости торможения при различных значениях напряжения в контактной сети для систем рекуперативного торможения с добавочным реостатом в цепи двигателей и без него. Видно, что включение добавочного реостата позволяет не только сократить длину тормозных путей в зоне высоких скоростей, но и существенно уменьшить влияние на нее колебаний напряжения в контактной сети.

По возвращаемой в контактную сеть доле энергии (рис. 3) наиболее неэффективной оказывается система с добавочным реостатом в цепи двигателей, выводимым при низкой скорости (т. е. с первым из рассмотренных выше алгоритмов работы). Два других варианта систем с добавочным реостатом имеют незначительные различия между собой по величине рекуперированной энергии, но их эффективность в зоне высоких скоростей несколько ниже по сравнению с системой без добавочного реостата.

Таким образом, системы рекуперации с добавочным реостатом, выводимым плавно или ступенчато при промежуточном коэффициенте заполнения импульсного цикла, имеют высокие динамические показатели, устойчивы к колебаниям напряжения в контактной сети и обеспечивают экономию энергии, близкую к максимально возможному значению.

[09.04.79]

Влияние нагрузки на точность четырехобмоточного линейного поворотного трансформатора

ХРУЩЕВ В. В., доктор техн. наук, ЮЗВИНКЕВИЧ В. В., канд. техн. наук

Широко применяемым в различных системах автоматики четырехобмоточным линейным поворотным трансформаторам (ЛПТ) присваивают классы точности по результатам измерения погрешности отображения линейной зависимости выходного напряжения в функции угла поворота ротора. Погрешность измеряется при работе ЛПТ на холостом ходу. На практике ЛПТ зачастую имеет на выходе постоянное нагрузочное сопротивление, которое может быть меньше входного сопротивления машины при ее работе в режиме синусно-косинусного поворотного трансформатора.

Для изучения влияния нагрузки на точность функционального изменения вторичного напряжения при повороте ротора исследуем приведенную на рис. 1 схему ЛПТ с первичной симметрией. Для исследований примем систему относительных единиц параметров ЛПТ, в которой за базисную величину возьмем индуктивное сопротивление намагничивающей цепи x_m . В соответствии со схемой рис. 1 составим следующее уравнение ЛПТ:

$$\begin{bmatrix} z_{fa} + z_m(1+K^2) + 2jx_mK \cos \alpha & jx_mK \sin \alpha & -jx_mK \sin \alpha \\ jx_mK \sin \alpha & z_k + jx_m & jx_mK \cos \alpha \\ -jx_mK \sin \alpha & jx_mK \cos \alpha & z_{bh} + jx_mK^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_k \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $z_{fa} = r_{fa} + jx_{fa}$ — сопротивление цепи возбуждения, включающее активные и индуктивные сопротивления статорной и роторной обмоток возбуждения f и a ; $z_k = r_k + jx_k$ — сопротивление цепи квадратурной обмотки k , включающее и внешнее симметрирующее сопротивление; $z_{bh} = z_b + z_h = r_b + r_h + j(x_b + x_h) = r_{bh} + jx_{bh}$ — сопротивление цепи выходной роторной обмотки b , включающее активные и индуктивные сопротивления самой обмотки z_b и внешней нагрузки z_h ; $z_m = r_m + jx_m = r_m + j$ — сопротивление намагничивающей цепи, включающее активное сопротивление потерь в стали и индуктивное сопротивление намагничивания; K — коэффициент трансформации между роторными и статорными обмотками; I_f, I_k, I_b — токи, протекающие соответственно в обмотках f, k, b ; U_f — напряжение возбуждения; α — угол поворота ротора.

Решив уравнение (1) относительно I_b и умножив затем получившееся выражение на z_h , найдем в общем виде зависимость выходного напряжения ЛПТ в функции угла поворота ротора, параметров машины и нагрузки:

$$\dot{U}_2 = \frac{U_f K z_h x_m [z_k + jx_m(1 + K \cos \alpha)] \sin \alpha}{D}, \quad (2)$$

где

$$D = [z_{fa} + z_m(1+K^2) + 2jx_mK \cos \alpha] (z_k jx_m K^2 + jx_m z_{bh} + z_k z_{bh}) + [z_{fa} + r_m(1+K^2) - z_k - z_{bh}] (jx_m K \sin \alpha)^2. \quad (3)$$

Выражения (2) и (3) при выполнении условия

$$z_{fa} + r_m(1+K^2) = z_k \left(1 - \frac{K^2}{1 + \frac{z_k}{jx_m}} \right) \quad (4)$$

приводятся к известной¹ зависимости следующего вида:

$$\dot{U}_2 = \frac{U_f K z_h}{z_{bh} \left(1 + \frac{z_k}{jx_m} \right) + z_k K^2} \frac{\sin \alpha}{1 + \frac{K \cos \alpha}{1 + \frac{z_k}{jx_m}}}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что при выполнении условия (4) характер функции при изменении аргумента α не зависит от нагрузки. Действительно, z_h входит только в первый множитель правой части выражения (5), который не содержит в себе членов, зависящих от α .

Выражение (4) определяет условие первичного симметрирования ЛПТ. Чаще всего на практике в цепь квадратурной обмотки добавочное сопротивление, обеспечивающее условие (4), не включают, что, как следует из (2) и (3), приводит при нагрузке ЛПТ к изменению характера вырабатываемой функции. Исходя из допустимых для поворотных трансформаторов электромагнитных нагрузок, можно показать, что значение нагрузки на выходе ЛПТ может достигать до $z_h \approx 0,7z_m$.

Для получения расчетной зависимости, позволяющей установить количественные соотношения, определяющие искажающее влияние нагрузки на точность вырабатываемой ЛПТ функции при замыкании накоротко цепи квадратурной обмотки, введем ряд обозначений функции (2) для следующих частных случаев: U_{2x} — функциональная зависимость U_2 при работе ЛПТ на холостом ходу, получающаяся при подстановке в выражение (2) $z_h = \infty$; $U_2(\alpha_m)$, $U_{2x}(\alpha_m)$ — значения U_2 и U_{2x} соответственно при максимальном угле поворота ротора, т. е. при подстановке в формулы $\alpha = \alpha_m$.

Относительные амплитудные погрешности ЛПТ при работе на холостом ходу и под нагрузкой можно представить

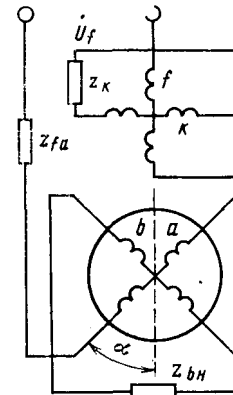


Рис. 1. Электрическая схема включения обмоток ЛПТ. Обозначения статорных обмоток f, k ; роторных — a, b .

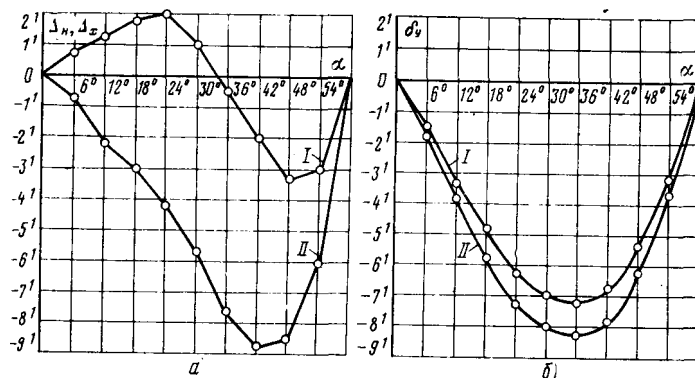


Рис. 2. Данные эксперимента и расчета.

a — изменение погрешности ЛПТ; b — приращение функции погрешности ЛПТ при включении нагрузки.

¹ Доброгурский С. О., Казаков В. А., Титов В. К. Счетно-решающие устройства. — М.: Оборонгиз, 1959.

следующими выражениями:

$$\Delta_x = \frac{|\dot{U}_{2x}|}{|\dot{U}_{2x}(\alpha_m)|} - \frac{\alpha}{\alpha_m}; \quad (6)$$

$$\Delta_H = \frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_2(\alpha_m)|} - \frac{\alpha}{\alpha_m}. \quad (7)$$

Искажающее влияние нагрузки на погрешность функциональной зависимости ЛПТ

$$\delta = \Delta_x - \Delta_H. \quad (8)$$

Функцию (8) можно с учетом (2) и (3) привести к виду:

$$\delta = \left| \frac{\dot{U}_{2x}}{\dot{U}_{2x}(\alpha_m)} \right| - \left| \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_2(\alpha_m)} \right|. \quad (9)$$

Опуская громоздкие выводы, получающиеся при подстановке в (9) параметров ЛПТ из (1), приведем только окончательные результаты соответствующих расчетов.

Для перехода от относительных единиц формулы (9) к угловым минутам, применяемым на практике при измерении амплитудной погрешности, необходимо пользоваться следующей пересчетной зависимостью (для случая $\alpha_m = 60^\circ$):

$$\delta_y = 3,6 \cdot 10^3 \delta. \quad (10)$$

На рис. 2,а приведен результат измерения погрешности серийного ЛПТ типа ВТ-5 в режиме холостого хода (кривая I). Там же кривой II изображена погрешность этой же машины при включении нагрузки. Представленная на рис. 2,б кривая I получена из данных рис. 2,а путем вычитания соответствующих ординат кривых I и II. Зависимость II на рис. 2,б получена расчетом по формулам (2), (3), (6), (7) и (8). Исходными данными для указанного расчета являются следующие величины:

$$\begin{aligned} z_{fa} &= 0,05 + j0,025; \quad z_h = 0,03 + j0,015; \\ z_{bn} &= 0,05 + j0,8; \quad z_m = 0,055 + j; \quad K = 0,56; \\ \alpha_m &= 60^\circ. \end{aligned}$$

Результаты, представленные на рис. 2,б, свидетельствуют об удовлетворительной сходимости расчета и эксперимента. Из приведенных данных следует, что нагрузка оказывает существенное влияние на характер функции, вырабатываемой ЛПТ при замыкании накоротко квадратурной обмотки.

Большинство современных ЛПТ выпускаются серийно двух классов точности: 0,1 и 0,2 (погрешность $\pm 3'36''$ и $\pm 7'12''$). Нетрудно установить, что под нагрузкой указанная классификация по точности не сохраняется. Наибольшее искажение функциональной зависимости ЛПТ наблюдается в точке 36° (при рабочем диапазоне 60°), а дополнительная погрешность, вносимая нагрузкой, может достигать до 8 угловых минут, т. е. при подключении нагрузки погрешность может достигать значений, при которых требуется замена ЛПТ.

Реальную рекомендацию по устранению рассмотренного недостатка ЛПТ можно получить из анализа формул (2)–(5). Как уже отмечалось выше, соблюдение условия (4), определяющего требования к первичному симметрированию, позволяет получить независимую от нагрузки функцию вторичного напряжения от угла поворота ротора. Результаты соответствующих экспериментов также подтвердили, что сохранить точность ЛПТ при любой реальной нагрузке можно путем применения первичного симметрирования. Нужно отметить, что само симметрирование также изменяет характер погрешности, однако эти изменения незначительны (как показали эксперименты, не превышают одной угловой минуты).

Из всего изложенного можно сделать вывод, что при применении ЛПТ в схемах под нагрузкой и в серийном производстве при классификационных испытаниях необходимо выполнять первичное симметрирование. Соответствующие указания и справочные материалы по симметрированию целесообразно приводить в технической документации для руководства потребителей.

[24.01.79]

УДК 538.311.001.24

Применение вариационных принципов неравновесной термодинамики для оценки погрешности приближенных решений нелинейного уравнения поля

ФЛИДЛИДЕР Г. М., канд. техн. наук

Москва

Расчет нестационарного поля в ферромагнетиках сводится к решению результирующего уравнения Максвелла

$$\Delta H = \gamma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

при $\epsilon = 0$, $\gamma \neq 0$, $H = H(B)$ и заданных граничных условиях.

Идентичный вид имеет уравнение нелинейной теплопроводности:

$$\Delta \Gamma = C \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (1a)$$

где $\Gamma = \int \lambda(\theta) d\theta = \Gamma(\theta)$; $\lambda(\theta)$ — нелинейный коэффициент теплопроводности; C — объемная теплоемкость; θ — температура.

Уравнение (1), как известно, не имеет общего аналитического решения. При использовании же различного рода приближенных способов возникает проблема определения погрешности решения. При этом, чем более общим является данный способ в отношении допускаемого диапазона нелинейностей и граничных условий, тем шире охватываемый им

круг задач и тем труднее (и более необходима) количественная оценка погрешности. Получение таких оценок на основе самого дифференциального уравнения в большинстве случаев представляет собой сложную математическую задачу, часто не всегда разрешимую. Ниже предлагаются два независимых метода количественной оценки погрешностей приближенных решений уравнений (1) и (1a).

Применение вариационных принципов для оценки погрешностей. Предположим, что уравнению (1) соответствует некоторый энергетический функционал A , зависящий (для наглядности) от двух обобщенных координат q_1 и q_2 (рис. 1), которые в общем случае могут зависеть от пространственных координат, времени и неизвестных постоянных параметров. Примем сначала, что приближенное решение получено в тех же классах функций q_1 и q_2 , что и точное. Тогда точному решению соответствуют функции q_{10} и q_{20} (точка A_0), минимизирующие функционал A , т. е. удовлетворяющие соотношениям:

$$\delta_{q_1} A(q_{10}, q_{20}) = 0; \quad \delta_{q_2} A(q_{10}, q_{20}) = 0, \quad (2)$$

где δ — символ операции варьирования.

Приближенному решению, содержащему функции q_{11} , q_{21} , соответствует точка A_1 , для которой правые части ва-

рационных уравнений (2) отличны от нуля. Если функционал A монотонно зависит от q_1 и q_2 , то для более грубых приближений невязка в уравнениях (2) будет возрастать. Таким образом, величина невязки, выраженная в относительных единицах, может служить мерой погрешности приближенного решения. Так как уравнения (2) всегда имеют определенный физический смысл, относительная невязка является не только сравнительной величиной, но и непосредственно определяет погрешность расчета энергетических функций вида

$\frac{\partial A}{\partial q_1}$ и $\frac{\partial A}{\partial q_2}$. Например, если функционал A характеризует энергию системы, а q_1 — мгновенная глубина проникновения, невязка представляет собой относительную ошибку расчета баланса удельной энергии.

В случае, когда точное решение содержит обобщенные координаты ξ_1 и ξ_2 , принадлежащие к другим классам функций, чем q_1 и q_2 , точка $A_{T0}(\xi_{10}, \xi_{20})$ всегда располагается ниже точки $A_0(q_{10}, q_{20})$. При этом невязка является уже мерой отклонения от наилучшего приближения, возможного в классах функций q_1 и q_2 , но также сохраняет свое значение погрешности расчета энергетических функций вида $\frac{\partial A}{\partial q_1}$, $\frac{\partial A}{\partial q_2}$.

Все сказанное выше справедливо для любого функционала A , конкретный вид которого и, в частности ордината экстремума A_0 или A_{T0} , определяется используемым вариационным принципом. Если применяемый вариационный принцип обеспечивает абсолютный минимум, т. е. $A_{T0}=0$, то вместо (или кроме) невязки уравнений (2) следует определить невязку непосредственно по $A(q_1, q_2)$, которая во всех случаях представляет собой меру отклонения от точного решения.

Отметим, что в приведенном выше изложении не было введено каких-либо ограничений на пространственную структуру рассчитываемого поля, т. е. теоретически изложенный подход правомерен для одно-, двух- и трехмерных процессов, в том числе и в анизотропных телах. Практически его приложения, естественно, ограничиваются обширной номенклатурой приближенных аналитических решений¹ уравнения (1) или (1а), большинство из которых не имеет оценки погрешности. По методическим соображениям изберем следующие решения: интегрально-энергетическим методом [Л. 1 и 2]; с помощью интегрального момента первого порядка [Л. 3]; введением автоматической переменной [Л. 4] и интегральным методом [Л. 5].

¹ См., например [Л. 1—5, 7, 8 и др.].

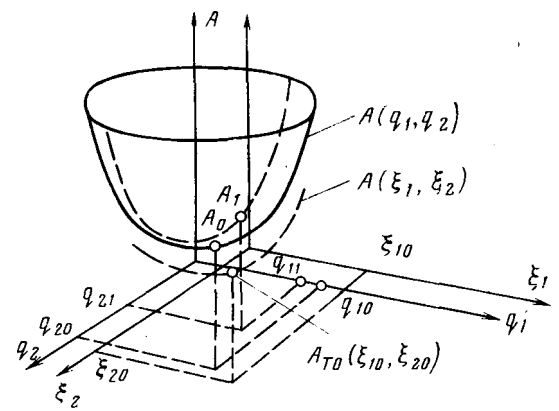


Рис. 1.

Из физических соображений ясно, что влияние поверхностного эффекта и, следовательно, погрешность тем больше, чем быстрее меняется сигнал на поверхности и сильнее неравномерность поля. Поэтому оценку погрешностей следует выполнять для нестационарного поля, диффундирующего в ферромагнитное полупространство под действием скачкообразного сигнала на поверхности. Для всех перечисленных методов решение этой задачи имеет вид:

$$B(x, t) = B_n \left(1 - \frac{x}{q}\right)^s; \quad (3)$$

$$H(x, t) = aB_n^p \left(1 - \frac{x}{q}\right)^{ps}, \quad (4)$$

где $q(t)$ — закон движения волны; s — параметр профиля индукции; $H = aB^p$ — кривая намагничивания; $a = \text{const}$, $0 < p \leq \infty$, $H_n(0, t) = H_n \cdot 1(t)$ — граничное условие.

Формулы для расчета $B(x, t)$, $H(x, t)$, $q(t)$ и s согласно [Л. 1—5] приведены в таблице.

Применение вариационного принципа электродинамики сплошных сред. Применительно к электромагнитному полю для неконсервативных систем без источников аналог вариационного принципа Лагранжа [Л. 6] может быть записан в виде

$$\delta [A_n - (A_p + K)] = 0, \quad (5)$$

Приближенные решения уравнения поля (1) и (1а) по [Л. 1—5] и пределы изменения погрешностей в рабочем диапазоне нелинейностей p

Метод решения	Относительная индукция в массиве $B(x, t)/B_n$	Параметр кривизны профиля индукции $s(p)$	Функция движения поля $q(t)/\sqrt{\epsilon H_n/B_n}$	Относительная погрешность, %		
				Диапазон нелинейности p	ϵ_q	ϵ_0
Интегрально-энергетический [Л. 1 и 2]	$(1 - x/q)^s$	$(3p-1)s^2 + (p-4)s - 1 = 0;$ $p > 1/3, s > 0;$ $p < 1/3, s < 0.$	$\sqrt{2ps(s+1)}t;$ $sq > 0$	$0 < p \leq \infty$	+4,4 -2,5	+4,2 -0,3
С помощью интегрального момента первого порядка [Л. 3]	$(1 - x/q)^s$	$s = -2/(1-p)$	$\sqrt{\frac{2p(p+1)}{(1-p)^2}}t$	$0,2 \leq p \leq 0,7$	-7 -13,5	+5,8 +5
Автомодельное решение [Л. 4]	$(1 - x/q)^s$	$s = \frac{1}{p-1}$	$\sqrt{\frac{2p}{p-1}}t$	$7 \leq p \leq \infty$	0 -7,3	+1 0
Интегральный баланс [Л. 5]	$(1 - x/q)^s$	$s = 3 = \text{const}$	$2\sqrt{6pt}$	$0,5 \leq p \leq 1$	+14 -9	

Примечания: 1. Все формулы из [Л. 3—5] даны в приводимых в статье обозначениях. 2. Расчет погрешностей ϵ_q , ϵ_0 производится по формулам (15), (28) и рис. 2.

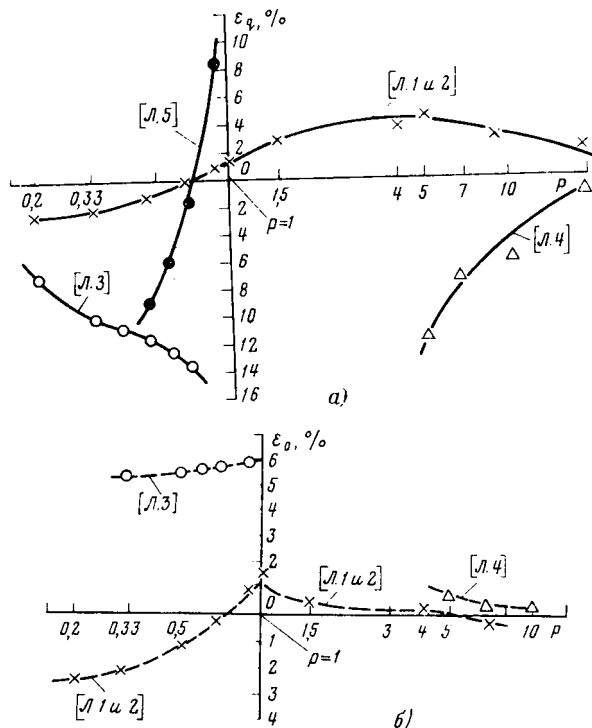


Рис. 2.

где $A_n = \int_S H_n d\Phi_n$ — энергия, проникающая в массив через поверхность S (n — нормаль к поверхности S); $A_p = \int P_p dt$ — энергия потерь; $P_p = \int \frac{\gamma E^2}{2} dv$ — мощность потерь; $E = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ — напряженность электрического поля в массиве; $K = \int V K_1 dV$ — энергия магнитного поля в объеме V ; $K_1 = \int H(B) dB$ — удельная энергия; V — объем, занимаемый полем в момент времени t ; p — индекс поверхностных функций.

Подчеркнем, что в (5) варьируемые величины рассматриваются как функции магнитного потока (или его производных). Развернув операцию варьирования, запишем (5) в виде

$$\delta A_n = \delta K - \delta P_p, \quad (6)$$

где δ — символ варьирования по производной обобщенной координате, причем $\delta K = 0$, $\delta A_p = 0$, так как K не содержит производных по времени от функций, по которым осуществляется варьирование, а A_p не содержит самих функций (P_p — функция только $\partial \Phi / \partial t$).

Можно показать, что вариационный принцип (6) эквивалентен нелинейному уравнению поля (1). Для неизвестных постоянных параметров s_i , определяемых в процессе решения задачи, которые также можно рассматривать как обобщенные координаты, из (5) имеем

$$\frac{\partial}{\partial s} \{A_n(s) - [A_p(s) + K(s)]\} = 0, \quad (7)$$

что соответствует известной процедуре Ритца [Л. 7]. Все функции, входящие в A_n , A_p и K , полагаем при этом фиксированными.

Для одномерного процесса, решение которого имеет вид (3) и (4), составляющие энергии выражаются следующими соотношениями:

$$A_n = H_n \int_0^{x_0} B dx = \frac{H_n B_n q}{s+1}; \quad (8)$$

$$K = \int_0^{x_0} \frac{HB}{p+1} dx = \frac{H_n B_n q}{(p+1)[s(p+1)+1]}; \quad (9)$$

$$P_p = \frac{\gamma}{2} \int_0^{x_0} \left[\frac{d}{dt} \int B dx \right]^2 dx = \frac{\gamma B_n^2 (5s+3) q^2 q}{2(s+1)^2 (2s+1) (2s+3)}. \quad (10)$$

При получении уравнений (8)–(10) учтено, что $dv = 1 \cdot dx$, а объем V ограничивается плоскостью $x=0$ и координатой нулевого значения индукции $x_0(t)$.

При конечном размере поля верхний предел интегрирования $x_0 = q(t)$, тогда $s > 0$, $q > 0$ (при этом q имеет смысл мгновенной глубины проникновения), $B(q, t) = 0$. При асимптотическом стремлении индукции к нулю $x_0 \rightarrow \infty$, тогда $s < 0$, $q < 0$ и q имеет смысл закона движения точки профиля поля с индукцией

$$B(q, t) = B_n \left(1 + \frac{q}{q}\right)^{-1} s = \frac{B_n}{2|s|}.$$

После вычисления вариаций имеем:

$$\delta P_p = \frac{\partial P_p}{\partial q} \delta q = \frac{B_n^2}{p} \frac{(5s+3) q \dot{q}}{(s+1)^2 (2s+1) (2s+3)} \delta q; \quad (11)$$

$$\delta K = \frac{\partial K}{\partial q} \delta q = \frac{H_n B_n}{(p+1)[s(p+1)+1]} \delta q; \quad (12)$$

$$\delta A_n = \frac{\partial A_n}{\partial q} \delta q = \frac{H_n B_n}{s+1} \delta q = N_n \delta q, \quad (13)$$

где $N_n = \frac{\partial A_n}{\partial q}$ — «обобщенная сила».

Так как согласно (8) $A_n = N_n q$ — полная израсходованная энергия, N_n представляет собой среднее (по глубине) значение удельной энергии, проникающей в массив. Поэтому $N_n > \frac{\partial K}{\partial q}$ и $N_n \geq \frac{\partial P_p}{\partial q}$, откуда N_n по определению [Л. 8] может служить нормой. Подставив (11)–(13) в (6), сократив на δq и разделив обе части на N_n , представим (6) в относительных величинах:

$$1 = \frac{1}{p} \frac{B_n}{H_n} \frac{(5s+3) q \dot{q}}{(s+1) (2s+1) (2s+3)} + \frac{s+1}{(p+1)[s(p+1)+1]}, \quad (14)$$

Вариационное уравнение (6) в виде (14) представляет собой условие баланса составляющих удельной энергии в массиве. Если $q(t)$ и s определяются приближенным решением, то (14) выполняется с погрешностью ϵ_q и

$$\epsilon_q(q, s) = \left\{ \frac{(5s+3) (q \dot{q})_0}{(s+1) (2s+1) (2s+3)} + \frac{s+1}{(p+1)[s(p+1)+1]} \right\} - 1, \quad (15)$$

где $(q \dot{q})_0$ берется из таблицы (безразмерная величина).

Погрешность $\epsilon_q(p, s)$ для решений [Л. 1–5] представлена на рис. 2,а. Вычисление ϵ_q из вариационного условия (7) с помощью подстановок (8)–(10) и $q(s)$ из таблицы достаточно элементарно, но весьма громоздко³, поэтому оно не приводится, тем более что из рис. 2,а в достаточной степени видна зависимость $\epsilon_q(q, s)$ от p и, следовательно, от s .

² Заметим, что $\epsilon_q = \Delta(s+1)/H_1 B_1$, где Δ — абсолютная погрешность, откуда $d\epsilon_q = \epsilon_q ds/(s+1)$, поэтому неточность самой нормы проявляется в погрешности лишь как величина следующего порядка малости.

³ В связи с этим обстоятельством при решениях по Ритцу обычно пользуются аппроксимациями, линейно зависящими от параметров, хотя формально такое сильное ограничение обязательно лишь для метода Галеркина.

Применение интегрального вариационного принципа Дьярмати. Принцип Дьярмати для процессов рассеяния (т. е. необратимых в термодинамическом смысле) утверждает, что

$$\left. \begin{aligned} \int_V [\psi + \varphi - \sigma] dv &= \min; \quad \int_V [\sigma - (\psi + \varphi)] dv = \max; \\ \delta \int_V [\sigma - (\psi + \varphi)] dv &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\sigma = J \cdot \nabla \Gamma$ — производство энтропии; $\psi = L \nabla \Gamma^2 / 2$ и $\varphi = R J^2 / 2$ — альтернативные формы записи потенциала рассеяния; $\nabla \Gamma$ — «градиент полевой величины» — «термодинамическая сила»; J — удельный поток; L и R — так называемые коэффициенты проводимости и сопротивления, причем для любого процесса рассеяния действителен «линейный закон».

Величины $\nabla \Gamma$ и J определяются из выражений:

$$\Delta \Gamma = RJ; \quad J = L \nabla \Gamma. \quad (17)$$

При применении принципа (16) к электромагнитному полю возможны две системы аналогий — математическая («магнитная»), основанная на формальном сопоставлении уравнений (1) и (1а) [Л. 9], и физическая («электрическая»), исходящая из эквивалентности потенциала рассеяния в (16) и мощности потерь в ферромагнетике:

$$\Delta \Gamma \rightarrow E; \quad J \rightarrow i; \quad R \rightarrow \rho; \quad L \rightarrow \gamma. \quad (18)$$

Из (16) — (18) следует:

$$i = \gamma E; \quad \psi = \frac{\gamma E^2}{2}; \quad \varphi = \frac{\rho i^2}{2}; \quad \sigma = iE. \quad (19)$$

Тогда для рассматриваемой задачи принцип Дьярмати запишется в виде

$$\delta \int_0^{x_0} \left[\frac{\gamma E^2}{2} + \frac{\rho i^2}{2} - iE \right] dx = 0. \quad (20)$$

Из (20) видно, что этот принцип обеспечивает абсолютный минимум, т. е.

$$A_0 = \psi_n + \varphi_n - \sigma_n = 0, \quad (21)$$

где

$$\psi_n = \int_0^{x_0} \psi dx; \quad \varphi_n = \int_0^{x_0} \varphi dx; \quad \sigma_n = \int_0^{x_0} \sigma dx. \quad (22)$$

Так как для решения в виде (3) и (4) можно записать

$$i = \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{H_n p s}{q} \left(1 - \frac{x}{q} \right)^{ps-1}; \quad (23)$$

$$E = \frac{d}{dt} \int B dx = \frac{B_n}{s+1} \frac{d}{dt} \left[-q \left(1 - \frac{x}{q} \right)^{s+1} \right], \quad (24)$$

то составляющие (22) функционала в (20) после подстановки (23), (24) и интегрирования выражаются соотношениями:

$$\varphi_n = \rho \frac{H_n^2 (ps)^2}{2q} \frac{1}{2ps-1}; \quad (25)$$

$$\sigma_n = \rho H_n B_n p s q \left\{ \frac{1}{s(p+1)} = \frac{s}{(s+1)[s(p+1)+1]} \right\}; \quad (26)$$

$$\psi_n = P_p = \frac{\gamma B_n^2 q^2}{2} \frac{5s+3}{(s+1)^2 (2s+1) (2s+3)}.$$

В качестве нормы примем максимальные потери, соответствующие настилу тока на поверхности

$$\sigma_{\max} = 2P_{p \max} = \frac{\rho H_n^2 (ps)^2}{q (2ps-1)}. \quad (27)$$

Разделив (25), (26) и (10) на (27), получим для относительной погрешности определения абсолютного минимума

в уравнении (20) следующее выражение:

$$\varepsilon_0 = \frac{(\dot{q}q)_0 (5s+3) (2ps-1)}{2 (ps)^2 (s+1)^2 (2s+1) (2s+3)} + \frac{1}{2} - \frac{(q\dot{q})_0 [s(p+2)+1] (2ps-1)}{s (s+1) (p+1) [s(p+1)+1] (ps)}, \quad (28)$$

где произведение $(q\dot{q})_0$ определяется из таблицы (безразмерная величина).

Погрешность решений ε_0 [Л. 1—5], вычисленная по формуле (28), дана на рис. 2,б.

Связь невязки градиента поля и погрешности ε_0 абсолютного минимума энергии. Запишем уравнение (1) в виде

$$\int_s^\infty \nabla H dS = \gamma \int_V \frac{\partial B}{\partial t} dv; \quad \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_0^x = \gamma \int_0^x \frac{\partial B}{\partial t} dx. \quad (29)$$

Равносильность (29) и (1) вытекает из записи уравнения теплопроводности в форме Годунова, а также из того, что при непосредственном выводе (минуя уравнения Максвелла) уравнения поля (1) оно получается путем дифференцирования соотношения (29).

Так как $H_x = i$ и E даются приближенным решением, (29) перепишем в виде

$$[\rho i(x, t) - E(x, t)]_0^x = \Delta_{gr}(x, t), \quad (30)$$

где Δ_{gr} — невязка градиента поля.

Среднеквадратичная погрешность определяется невязкой в левой части. Оперируя согласно известным правилам, при норме N_{kv} находим:

$$N_{kv} \varepsilon_{kv}^2 = \int_0^{x_0} (E - i\rho)^2 dx. \quad (31)$$

Размерность $[E^2]$ погрешности (31) не имеет физического смысла, поэтому разделим обе части на 2ρ , чтобы получить результаты в виде «энергетической» невязки ε_0 . Раскрывая скобки, имеем

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_{kv}^2}{2\rho} = \int_0^{x_0} \left[\left(\frac{\gamma E^2}{2} + \frac{\rho i^2}{2} \right) - iE \right] dx / N_{kv}. \quad (32)$$

Вводя требование минимума погрешности ε_0 (и ε_{kv}^2), т. е. $\delta \varepsilon_0 = 0$, из (32) получаем принцип Дьярмати, следовательно $\varepsilon_0 = \varepsilon_0$. Таким образом, погрешность ε_0 есть результат среднеквадратичного усреднения текущей (мгновенной) погрешности $\varepsilon_{gr}(x, t)$.

Анализ результатов. Согласно графикам (рис. 2,а, б) наименьшие погрешности приближенных решений в широком диапазоне нелинейностей обеспечивает интегрально-энергетический метод [Л. 1 и 2]. Для методов [Л. 3 и 4] эти погрешности в рекомендуемом диапазоне нелинейностей ($p \geq 7$ для [Л. 4] и $p \approx 0,5$ для [Л. 3]) невелики и приемлемы для инженерных расчетов. Погрешность метода интегрального баланса [Л. 5] (и вообще методов с фиксированным s) велика, кроме узкого диапазона значений p , в котором назначенное s оказывается близким к требуемому; резкая зависимость $\varepsilon_0(p)$ явно свидетельствует о неустойчивости решения [Л. 5].

Аналогично изложенному, для любого приближенного решения, выраженного через некоторые обобщенные координаты (функции q_i и параметры s_i), в общем случае могут быть определены следующие погрешности: ε_q из выражения (6), ε_s из (7), ε_0 из (20) (без варьирования). Последний вид погрешности можно вычислить всегда, независимо от структуры приближенного решения. Не имея возможности останавливаться на вопросах численного расчета полей, укажем, что проверка сходимости (и эффективности алгоритма) основывается на простой идее: от шага к шагу погрешность ε_0 не должна возрастать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Флидлер Г. М. Интегрально-энергетический метод расчета нестандартных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах. — «Электричество», 1972, № 3.
2. Флидлер Г. М. О применении интегральных оценок для решения нелинейного уравнения теплопроводности. — Инженерно-физический журнал, 1973, № 5.

Аналитический расчет магнитного поля сложного кусочно-линейного контура с током

НАМИТОВ К. К., доктор техн. наук, КЛИМЕНКО Б. В., канд. техн. наук,

ПОЛЯКОВ Е. А., инж.

Харьков

Токопроводы распределительных щитов являются источником мощных электромагнитных полей, оказывающих существенное влияние на измерительную и электронную аппаратуру [Л. 1]. В связи с этим вопросы, связанные с расчетом токопроводов главных цепей щитов и выбором их рациональной конструкции, имеют важное значение.

В общем случае расчет магнитных полей токопроводов с учетом неравномерности распределения тока по сечению шин связан со значительными математическими трудностями. Поэтому при определении указанной величины приходится ограничиваться приближенным решением. В математическом отношении расчет магнитного поля токопровода в обычно используемом квазистационарном приближении сводится или к решению уравнения Лапласа для скалярного магнитного потенциала в области вне токопровода или к расчету векторного магнитного потенциала.

В настоящей статье предлагается относительно простая методика расчета сложных разветвленных систем токопроводов внешних магнитных полей распределительных устройств. В основу методики положен расчет скалярного магнитного потенциала одиночного замкнутого кусочно-линейного контура постоянного тока. Полученные результаты в дальнейшем могут быть обобщены и использованы при расчете сложных разветвленных систем, которые рассматриваются как совокупность замкнутых контуров с различными фазами токов. При относительно небольших значениях тока (примерно до 1000 А) и частоты (50 Гц) можно сделать в расчете следующие допущения [Л. 2]: реальные проводники с объемным распределением токов представлены в виде тонких линий; не учитывается взаимное влияние эффекта близости и поверхностного эффекта.

Для сокращения трудоемкости инженерных расчетов сложных систем (например, щита в целом) составлена программа расчета на ЦВМ. Методика позволяет рассчитать точное значение скалярного магнитного потенциала в декартовых координатах и дипольно-квадрупольное приближение.

Заметим, что в [Л. 3] также получены простые выражения для расчета скалярного потенциала кусочно-линейного контура с током. Однако токопровод распределительного щита создает сложное магнитное поле, в котором наряду с основной дипольной составляющей присутствуют также и мультипольные составляющие более высоких порядков. Точное выражение для скалярного потенциала, приведенное в [Л. 3], не дает возможность оценить вклад высших составляющих.

Итак, пусть контур с током представляет собой многоугольник произвольной формы (рис. 1) с вершинами $M_1, M_2, \dots, M_n$. Тогда этот контур может быть представлен в виде конечного множества треугольных контуров с вершинами M_1, M_{k-1}, M_k ($k=3, 4, \dots, n$). Стороны этих контуров, показанные на рисунке пунктиром, обтекаются током контура I в двух взаимно противоположных направлениях, поэтому они не являются источниками поля. Скалярный потенциал в точке наблюдения M_0 найдем в результате суперпозиции потенциалов создаваемых треугольными контурами:

$$\varphi = \frac{I}{4\pi} \sum_{k=3}^n \varepsilon_k, \quad (1)$$

где ε_k — телесный угол, под которым виден контур с номером из точки наблюдения.

Для расчета ε_k можно воспользоваться известной формулой сферической геометрии [Л. 4]:

$$\varepsilon_k = \alpha_{1k} + \alpha_{k-1,k} + \alpha_{k,k} - \pi, \quad (2)$$

где $\alpha_{1k}, \alpha_{k-1,k}, \alpha_{k,k}$ — углы сферического треугольника, образованного в результате проектирования треугольника M_{k-1}, M_k, M_1 на сферу единичного радиуса с центром в точке M_0 .

Первый индекс соответствует номеру точки на контуре, второй индекс здесь и далее везде является индексом суммирования в формуле (1).

Указанные углы могут быть рассчитаны по следующим формулам, полученным в результате преобразования соотношений, известных из аналитической геометрии в пространстве [Л. 4]:

$$\alpha_{1k} = \arccos \frac{F_{k-1,k}^{k,k}}{L_{k-1,k} L_{1k,k}}; \quad \alpha_{k-1,k} = \arccos \frac{F_{1k}^{k,k}}{L_{1k,k} L_{k,k}}; \quad \alpha_{k,k} = \arccos \frac{F_{1k}^{k-1,k}}{L_{1k,k} L_{k-1,k}}, \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} L_{1k} &= \sqrt{A_{1k}^2 + B_{1k}^2 + C_{1k}^2}; \\ L_{k-1,k} &= \sqrt{A_{k-1,k}^2 + B_{k-1,k}^2 + C_{k-1,k}^2}; \\ L_{k,k} &= \sqrt{A_{k,k}^2 + B_{k,k}^2 + C_{k,k}^2}; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{k-1,k}^{k,k} &= A_{k-1,k} A_{k,k} + B_{k-1,k} B_{k,k} + C_{k-1,k} C_{k,k}; \\ F_{1k}^{k,k} &= A_{1k} A_{k,k} + B_{1k} B_{k,k} + C_{1k} C_{k,k}; \\ F_{1k}^{k-1,k} &= A_{1k} A_{k-1,k} + B_{1k} B_{k-1,k} + C_{1k} C_{k-1,k}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{1k} &= \begin{vmatrix} y_0 & z_0 & 1 \\ y_k & z_k & 1 \\ y_{k-1} & z_{k-1} & 1 \end{vmatrix}; \quad B_{1k} = \begin{vmatrix} z_0 & x_0 & 1 \\ z_k & x_k & 1 \\ z_{k-1} & x_{k-1} & 1 \end{vmatrix}; \\ C_{1k} &= \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_{k-1} & y_{k-1} & 1 \end{vmatrix}; \\ A_{k-1,k} &= \begin{vmatrix} y_0 & z_0 & 1 \\ y_1 & z_1 & 1 \\ y_k & z_k & 1 \end{vmatrix}; \quad B_{k-1,k} = \begin{vmatrix} z_0 & x_0 & 1 \\ z_1 & x_1 & 1 \\ z_k & x_k & 1 \end{vmatrix}; \\ C_{k-1,k} &= \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}; \\ A_{k,k} &= \begin{vmatrix} y_0 & z_0 & 1 \\ y_{k-1} & z_{k-1} & 1 \\ y_1 & z_1 & 1 \end{vmatrix}; \quad B_{k,k} = \begin{vmatrix} z_0 & x_0 & 1 \\ z_{k-1} & x_{k-1} & 1 \\ z_1 & x_1 & 1 \end{vmatrix}; \\ C_{k,k} &= \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_{k-1} & y_{k-1} & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Величина A, B и C с соответствующими индексами представляют собой проекции нормальных векторов плоскостей,

3. Маергойз И. Д. О проникновении аперриодических электромагнитных волн в ферромагнитную проводящую среду. — Изв. вузов. Электромеханика, 1969, № 6.

4. Маергойз И. Д. Об импульсном перемагничивании ферромагнитной пластины. — Автоматика и телемеханика, 1969, № 10.

5. Гудмен Т. Интеграл теплового баланса. — Теплопередача, 1961, № 1.

6. Ланцош К. Вариационные принципы механики. — М.: Универсальная научная библиотека

Мир, 1967.

7. Колесников П. М. Введение в нелинейную электродинамику. — Минск: Наука и техника, 1971.

8. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Гостехиздат, 1957.

9. Флидлер Г. М. Применение интегрально-энергетического метода к расчету нестационарного нагрева массивных деталей. — Труды ЭНИМС, 1973, вып. 2.

[10.03.78]

проходящих через грани тетраэдра $M_0M_1M_{k-1}M_k$, причем первый индекс при величинах A , B и C соответствует индексу вершины тетраэдра, противоположной данной плоскости. Например, величины A_{1k} , B_{1k} , C_{1k} являются компонентами нормального вектора $\vec{R}_{1k}$ плоскости $M_0M_kM_{k-1}$.

Выражения (1)–(6) позволяют получить точное значение скалярного потенциала в произвольной точке пространства. При этом в указанные выражения входят простейшие функции, что упрощает расчет поля. В ряде случаев для решения практических задач магнитометрии требуется знать мультипольные составляющие поля (диполь, квадруполь, октуполь и т. д.) [Л. 5]. С этой целью целесообразно подобно тому, как это было сделано в [Л. 5], представить выражение для потенциала треугольного контура в виде ряда. В результате такого представления могут быть получены мультипольные составляющие поля источника и выделена основная — дипольная составляющая.

Воспользуемся известным выражением [Л. 6] для потенциала:

$$\varphi = \frac{I}{4\pi} \left[\iint_{S_{xy}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{R} dx dy + \iint_{S_{yz}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{R} dy dz + \iint_{S_{xz}} \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{R} dx dz \right], \quad (7)$$

где S_{xy} , S_{yz} , S_{xz} — проекции площади контура на координатные плоскости; R — расстояние от точки наблюдения M_0 до элемента площади контура (рис. 2),

$$R = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}.$$

Из выражения (7) получим:

$$\varphi = \frac{I}{4\pi} \left[\iint_{S_{xy}} \frac{(z_0 - z) dx dy}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{3/2}} + \iint_{S_{yz}} \frac{(x_0 - x) dy dz}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{3/2}} + \iint_{S_{xz}} \frac{(y_0 - y) dx dy}{[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{3/2}} \right]. \quad (8)$$

Располагаем начало координат вблизи треугольника и полагаем, что размеры треугольника много меньше расстояния до точки наблюдения, т. е. $x_0 \gg x$, $y_0 \gg y$, $z_0 \gg z$. После этого выражение (8) представим в виде ряда, оставляя первый (дипольный) и второй (квадрупольный) член разложения:

$$\varphi = \frac{I}{4\pi} \frac{1}{R_0^3} \left\{ z_0 \iint_{S_{xy}} dx dy + x_0 \iint_{S_{yz}} dy dz + y_0 \iint_{S_{xz}} dx dz + \iint_{S_{xy}} \left[\frac{3z_0}{R_0^2} (x_0 x + y_0 y + z_0 z) - z \right] dx dy + \iint_{S_{yz}} \left[\frac{3x_0}{R_0^2} (x_0 x + y_0 y + z_0 z) - x \right] dy dz + \iint_{S_{xz}} \left[\frac{3y_0}{R_0^2} (x_0 x + y_0 y + z_0 z) - y \right] dx dz \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим интеграл

$$\iint dx dy = \int_{y_1}^{y_{k-1}} dy \int_{f_1}^{f_{k-1}} dx + \int_{y_{k-1}}^{y_k} dy \int_{f_{k-1}}^{f_k} dx. \quad (10)$$

Этот интеграл берется по проекции площади треугольника на плоскость xOy :

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= x_1 + (y - y_1) \frac{x_k - x_1}{y_k - y_1}; \\ f_{k-1} &= x_1 + (y - y_1) \frac{x_{k-1} - x_1}{y_{k-1} - y_1}; \\ f_k &= x_k + (y - y_k) \frac{x_k - x_{k-1}}{y_k - y_{k-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

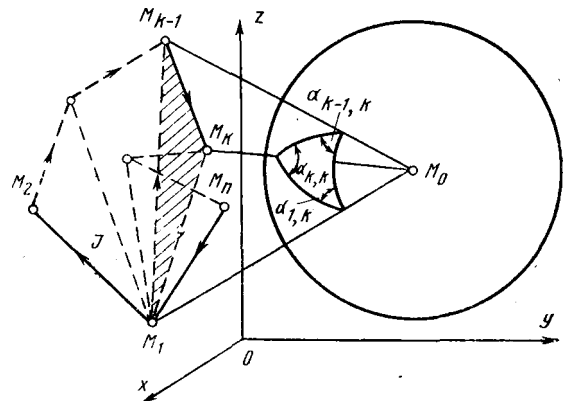


Рис. 1. К расчету точного значения скалярного потенциала кусочно-линейного контура с током.

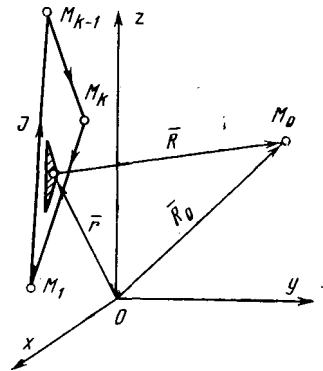


Рис. 2. К расчету мультипольных составляющих скалярного потенциала треугольного контура с током.

Аналогичным образом определены пределы интегрирования для остальных интегралов. После интегрирования выражения (9) для первого члена ряда получаем известную формулу скалярного потенциала дипольного источника [Л. 7]:

$$\varphi_{\text{дип}} = \frac{1}{4\pi R_0^3} (x_0 m_x + y_0 m_y + z_0 m_z) = \frac{[\vec{R}_0 \vec{m}]}{4\pi R_0^3}, \quad (12)$$

где m_x , m_y , m_z — компоненты магнитного момента треугольного контура, которые рассчитываются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} m_x &= -\frac{I}{2} \sum_{k=3}^n A_{0k}; & m_y &= -\frac{I}{2} \sum_{k=3}^n B_{0k}; \\ m_z &= -\frac{I}{2} \sum_{k=3}^n C_{0k}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{0k} &= \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_{k-1} & z_{k-1} & 1 \\ y_k & z_k & 1 \end{vmatrix}; & B_{0k} &= \begin{vmatrix} z_1 & x_1 & 1 \\ z_{k-1} & x_{k-1} & 1 \\ z_k & x_k & 1 \end{vmatrix}; \\ C_{0k} &= \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_{k-1} & y_{k-1} & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Аналогичным образом могут быть получены и другие члены разложения. Обычно для введения поправок к формуле (12) пользуются только квадрупольным членом разложения $\varphi_{\text{КВ}}$:

$$\varphi_{\text{КВ}} = \frac{1}{4\pi R_0^3} \sum_{k=3}^n (\vec{r}_1 + \vec{r}_{k-1} + \vec{r}_k) \left(\frac{[\vec{R}_0 \times [\vec{R}_0 \times \vec{m}]]}{R_0^2} + \frac{2}{3} \vec{m} \right) \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{R}_0 &= x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k}; \quad \vec{r}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}; \\ \vec{r}_{k-1} &= x_{k-1} \vec{i} + y_{k-1} \vec{j} + z_{k-1} \vec{k}; \quad \vec{r}_k = x_k \vec{i} + y_k \vec{j} + z_k \vec{k}; \\ \vec{m} &= m_x \vec{i} + m_y \vec{j} + m_z \vec{k}. \end{aligned}$$

Для последующих членов разложения при переходе к значениям напряженности в знаменателе эти члены ряда будут содержать R_0 в степени выше 4, поэтому с достаточной для практики точностью ими можно пренебречь.

Приведенные формулы удобны для программирования, что дает практическую возможность расчета магнитного поля кусочно-линейного контура с большим числом узлов на ЦВМ с небольшим объемом оперативной памяти.

Напряженность магнитного поля может быть легко вычислена на ЦВМ методами численного дифференцирования, например:

$$\left. \begin{aligned} H_x &\approx \frac{\varphi(x_0, y_0, z_0) - \varphi(x_0 + \Delta x, y_0, z_0)}{\Delta x}; \\ H_y &\approx \frac{\varphi(x_0, y_0, z_0) - \varphi(x_0, y_0 + \Delta y, z_0)}{\Delta y}; \\ H_z &\approx \frac{\varphi(x_0, y_0, z_0) - \varphi(x_0, y_0, z_0 + \Delta z)}{\Delta z}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$



УДК 621.372.001.24

Новый метод определения сопротивления структурно-сложных электрических цепей

ЛИТВАК Е. И.

Киев

При исследовании параметров схем с большим числом элементов особое затруднение вызывают схемы, которые невозможно представить в виде параллельного и последовательного соединений. Эти трудности обусловлены громоздкостью вычисления точного значения параметра схемы по заданным параметрам ее элементов. С ростом числа элементов количество схем, не являющихся параллельно-последовательными, резко возрастает, и они составляют подавляющее большинство [Л. 1]. Эти обстоятельства обусловили возрастающий интерес к таким оценкам параметров сложных схем, получение которых требует небольшой «вычислительной платы».

В [Л. 2] были получены верхняя и нижняя оценки параметров двухполюсных схем с произвольной структурой, общие для различных параметров. Идея метода получения таких оценок состоит в замене исходной схемы двумя другими:

1) схемой, представляющей собой параллельное соединение всех простых цепей¹, связывающих полюса (вход и выход) исходной схемы;

2) схемой, представляющей собой последовательное соединение всех простых разрезов², удаление ребер которых разделяет полюса исходной схемы.

¹ Напомним, что цепью называется последовательность элементов схемы, связывающая ее полюса; если никакое собственное подмножество элементов цепи не является цепью, то цепь называется простой.

² Разрезом называется совокупность элементов схемы удаление которых разрывает все цепи между полюсами схемы; если никакое собственное подмножество элементов разреза не является разрезом, то разрез называется простым.

При этом в (16) следует подставлять точные значения для потенциала, полученные из выражений (1)–(6). Мультипольные составляющие компонентов вектора напряженности получаются при подстановке в (16) выражений (12)–(15).

Таким образом, предложенная методика позволяет найти не только точное значение поля кусочно-линейного контура с током в произвольной точке наблюдения, но и мультипольные составляющие, последнее важно при решении задач оптимизации по критерию минимума поля токопроводов главных цепей распределительных щитов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хагемейстер Е. Д. Исследование магнитного поля в зоне агрегата Красноярской ГЭС. — Электротехника, 1976, № 7.
2. Мукосеев Ю. Л. Распределение переменного тока в токопроводах. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
3. Князь А. И. Скалярный магнитный потенциал замкнутого контура с током. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 5.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974; 831 с.
5. Яновский Б. М. Земной магнетизм. — М.: ГИТТЛ, 1953, 591 с.
6. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964; 773 с.
7. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М. Гостехиздат, 1957.

[14.02.79]

Необходимые для получения указанных оценок алгоритмы перечисления простых цепей и разрезов известны [Л. 3, 4]. В [Л. 2] показано, что величина параметра схемы с произвольной структурой лежит между величинами параметров двух приведенных выше схем. Определение же параметров таких схем не встречает затруднений, поскольку эти схемы содержат лишь последовательное и параллельное соединения. Круг параметров, для которых имеют место такие оценки, весьма широк: характеристики надежности, сопротивление, емкость, пропускная способность и т. д. Для активного сопротивления, в частности, величина сопротивления первой из этих схем будет нижней, а второй — верхней оценкой сопротивления исходной схемы.

Результаты исследования [Л. 2] позволили высказать гипотезу о том, что величина параметра сложной схемы может быть получена из аналитической формы представления приведенных выше оценок специальным преобразованием последних. Доказательство этой гипотезы для одной из вероятностных характеристик сложных схем приведено в [Л. 5].

В настоящей статье предлагается вычислительная процедура, позволяющая получить точное выражение зависимости активного сопротивления (в дальнейшем сопротивления) произвольной схемы от сопротивлений ее элементов из нижней оценки этого сопротивления [Л. 2]. Предлагаемая процедура позволяет свести задачу определения сопротивления сложной схемы к задаче определения сопротивления последовательно-параллельной схемы, не прибегая к известным, но более сложным методам (контурных токов, узловых напряжений, преобразования треугольника в звезду и т. д.) расчета и преобразования электрических цепей.

Введем следующие обозначения и определения. Пусть число элементов схемы равно m , а число узлов — n . Обозна-

К расчету плоскопараллельных полей с помощью конформных отображений

ОСТРЕЙКО В. Н., канд. техн. наук

Ленинград

Метод комплексного потенциала широко используется для расчета плоскопараллельных полей, удовлетворяющих уравнению Лапласа [Л. 1—3]. Он основан на отыскании функции комплексного переменного, мнимая или действительная часть которой удовлетворяет граничным условиям рассматриваемого поля. При таком подходе указанная функция, которая обычно находится с помощью конформных отображений, должна зависеть от таких параметров, как поток поля или потенциалы его граничных поверхностей. Это вносит определенные неудобства в процедуру отыскания отображающей функции (тем более, что способы нахождения коэффициентов, учитывающих названные параметры поля, различны для различных типов граничных задач).

Покажем, что применение теории координат поля [Л. 4] позволяет устранить необходимость учета в отображающей функции величины потока поля или потенциалов его граничных поверхностей и тем самым упростить и унифицировать процедуру расчета определенного класса полей с помощью конформных отображений.

Следуя [Л. 4], рассмотрим в плоскости x, y двумерную область T , ограниченную в самом общем случае двумя эквипотенциалами φ_i ($i=1, 2$) и двумя линиями ψ_i постоянных значений функции потока поля, удовлетворяющего уравнению Лапласа (рис. 1, а). Иначе говоря, к области T приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, а ее поток равен величине $\psi_1 - \psi_2$. Такая область позволяет охватить три типа граничных задач для уравнения Лапласа:

задачу Дирихле с эквипотенциальными граничными условиями, что соответствует случаю, когда линии ψ_i стянуты в точки или находятся на бесконечности;

задачу Неймана с однородными граничными условиями, что соответствует случаю, когда линии φ_i стянуты в точки или находятся на бесконечности;

«смешанную» задачу с эквипотенциальными граничными условиями Дирихле и однородными граничными условиями Неймана, что соответствует случаю, когда хотя бы одна из линий φ_i и линий ψ_i имеют конечную длину.

Допустим, что найдена функция

$$z = z(W); z = x + jy; W = V + jU, \quad (1)$$

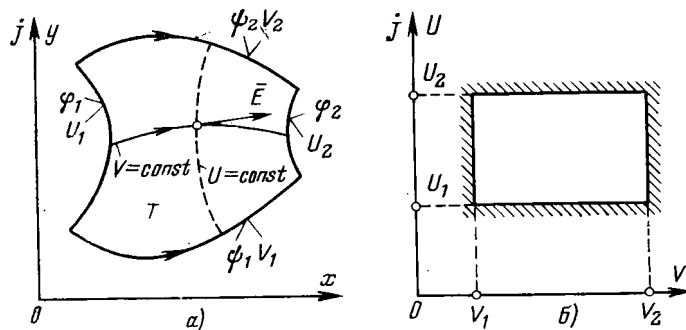
отображающая внутренность некоторого прямоугольника

$$U_1 \leq U \leq U_2; V_1 \leq V \leq V_2 \quad (2)$$

в плоскости W (рис. 1, б) на область T , причем так, что отрезки прямых $U=U_i$ и $V=V_i$ переходят в соответствующие ее границы φ_i и ψ_i (рис. 1, а). Согласно [Л. 4] такая функция определяет ортогональные криволинейные координаты U, V с метрическими коэффициентами

$$h_U = h_V = h = h(U, V) = |z'(W)|, \quad (3)$$

которые в области T с произвольностью $\varepsilon = \text{const}$ являются координатами поля. Вектор напряженности поля $\vec{E}$ в этих

Рис. 1. К отысканию координат поля в области T .

координатах имеет только одну составляющую E_U :

$$\vec{E} = E_U \vec{e}_U, \quad (4)$$

причем [Л. 4]:

$$E_U = E_U(U, V) = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{U_2 - U_1} h^{-1} = -\frac{\psi_2 - \psi_1}{\varepsilon(V_2 - V_1)} h^{-1}, \quad (5)$$

а орт $\vec{e}_U$ координаты U определяется выражениями [Л. 2]:

$$\vec{e}_U = \left(\frac{\partial x}{\partial U} \vec{e}_x + \frac{\partial y}{\partial U} \vec{e}_y \right) h^{-1}; \quad (6)$$

$$x = x(U, V) = \text{Re } z(W); y = y(U, V) = \text{Im } z(W). \quad (7)$$

Теперь, подставляя (6) в (4), находим проекции вектора $\vec{E}$ на оси x и y :

$$E_x = E_x(U, V) = E_U h^{-1} \frac{\partial x}{\partial U}; E_y = E_y(U, V) = E_U h^{-1} \frac{\partial y}{\partial U}. \quad (8)$$

Таким образом, согласно уравнениям (1)—(8) процедура расчета поля для трех указанных типов граничных задач унифицирована и сведена к отысканию отображающей функции (1), не зависящей от потока поля $\psi_1 - \psi_2$ и потенциалов φ_i его граничных поверхностей. Эта функция осуществляет отображение внутренности произвольного прямоугольника (2) на рассматриваемую область T . При этом согласно (5) на координаты сторон прямоугольника U_i и V_i (рис. 1, б) накладывается лишь единственное условие, заключающееся в том, что, если какая-то из величин φ_i или ψ_i равна бесконечности, то и соответствующая ей координата U_i или V_i также должна равняться бесконечности. В этом случае прямоугольник (2) вырождается в горизонтально либо вертикально расположенные полуполосу, полосу или полуплоскость.

Следует заметить, что для перехода от координат U, V к координатам x, y необходимо разрешить уравнение (1) относительно $W = W(z)$. Однако в аналитической форме это может быть сделано лишь в ограниченном числе случаев [Л. 1—3 и 5]. Поэтому расчеты по приведенным выражениям, как правило, производятся в координатах U, V с одновременным определением соответствия точек x, y и U, V по уравнениям связи координат (7) (обратный способ расчета).

Пример. Проиллюстрируем процедуру использования уравнений (1)—(8) на примере расчета напряженности электрического поля постоянного тока в проводящем листе толщиной d с удельной электропроводностью γ . Считаем, что лист имеет форму полупространства, в котором перпендику-

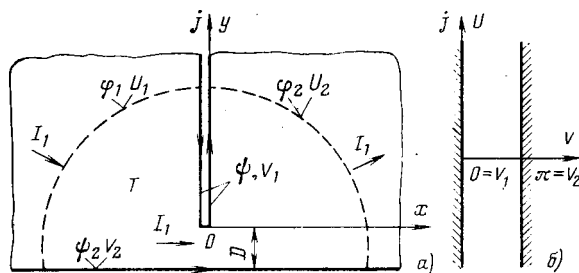


Рис. 2. К расчету распределения тока в проводящем листе с прорезью.

ИВАН СЕМЕНОВИЧ ЕФРЕМОВ

(К 70-летию со дня рождения)



Доктор технических наук, профессор Иван Семенович Ефремов окончил в 1935 г. Московский электромеханический институт инженеров железнодорожного транспорта. В 1936—1949 гг. работал инженером на различных транспортных предприятиях Москвы; в 1949—1956 гг. заведывал кафедрой электрической тяги и подвижного состава в МАДИ; в этот же период руководил учебным отделом строительных и транспортных вузов МВ и ССО СССР; с 1956 г. по настоящее время заведует кафедрой электрического транспорта МЭИ, являясь с 1959 г. деканом факультета электрификации и автоматизации промышленности и транспорта.

В 1954 г. И. С. Ефремов был утвержден в ученой степени доктора технических наук и звании профессора.

За время работы в МЭИ полностью проявились научно-педагогические способности И. С. Ефремова как крупного ученого и инициативного руководителя. Им создана теория безрельсовой электрической тяги, внесен большой вклад в дело подготовки и воспитания высококвалифицированных специалистов, ведется большая работа по совершенствованию учебно-методического процесса.

Профессором И. С. Ефремовым создана общепризнанная научная школа городского электрического транспорта, подготовлено более 70 кандидатов технических наук, которые ведут активные исследования в направлении автоматизации средств транспорта и перевода их на электронные системы управления и преобразования электроэнергии, опубликовано 160 научных трудов, в том числе 25 учебников, учебных пособий и монографий.

Под непосредственным руководством И. С. Ефремова выполнены важные научные исследования по разработке, созданию и внедрению полупроводниковых систем преобразования и регулирования напряжения всех видов электрического подвижного состава и систем его электроснабжения.

В течение более 20 лет И. С. Ефремов активно работал членом и заместителем председателя экспертных комиссий ВАК, длительное время является членом редколлегии журнала «Электричество» и других журналов и издательств, членом Техсовета Минэлектротехпрома, председателем секции городского электрического транспорта и членом президиума Техсовета Минжилкомхоза, членом Научного совета ГКНТ СССР, членом Центрального правления НТО.

За заслуги перед Родиной И. С. Ефремов награжден орденами «Знак Почета» и «Отечественной войны I степени» и медалями; в 1969 г. ему присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, в 1974 г. он удостоен звания лауреата Государственной премии СССР.

Группа товарищей, редакция и редколлегия журнала «Электричество»



лярно его краю сделана весьма узкая прорезь, уходящая в бесконечность, но отстоящая от края на расстоянии D (рис. 2,а). Поэтому ток I , протекая по листу, например слева направо, вынужден проходить через перешеек шириной D . Так как по толщине d поле не изменяется, то задача сводится к отысканию распределения удельного тока $I_1 = Id^{-1}$ (тока на единицу толщины листа) в двумерной области T .

Решение данной задачи методом комплексного потенциала аналогично решению рассмотренной в [Л. 3] задачи расчета распределения тока в ленточном проводнике с резким изменением ширины. Описывающая поле отображающая функция должна содержать некоторый коэффициент (в задаче [Л. 3] это коэффициент K), зависящий от I_1 . Использование координат поля исключает необходимость в этом коэффициенте, что упрощает и унифицирует процедуру решения задачи. Действительно, в данном случае (рис. 2,а) граничные линии φ_i области T находятся в бесконечности, причем $\varphi_1 = +\infty$, $\varphi_2 = -\infty$ (эквипотенциалы φ_i условно показанные на рисунке пунктиром, представляют собой окружности $x^2 + y^2 = R^2 \rightarrow \infty$). Следовательно, при отыскании координат поля мы должны положить $U_i = \pm\infty$. Так как при этом на значения V_i нет никаких ограничений, то примем $V_1 = 0$, $V_2 = \pi$. Таким образом, прямоугольник (2) вырождается в вертикальную полосу (рис. 2,б):

$$-\infty = U_1 \leq U \leq U_2 = +\infty; \quad 0 = V_1 \leq V \leq V_2 = \pi. \quad (9)$$

Функция (1), отображающая эту полосу на область T

рассматриваемого поля (рис. 2,а) может быть представлена в виде [Л. 5]:

$$z = z(\xi) = jD \left[\frac{1}{2} (\xi + 1) \xi^{-1/2} - 1 \right]; \quad \xi = \xi(W) = e^{iW}. \quad (10)$$

Так как в данном случае $\psi_1 - \psi_2 = I_1$, $\varepsilon = \gamma$, то с учетом (9) из (5) находим:

$$E_V = I_1 (\gamma \pi h)^{-1},$$

где величина h и формулы связи координат U , V и x , y легко определяются путем подстановки функции $z[\xi(W)]$ (10) в уравнения (3) и (7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы расчета электростатических полей/ Миролубов Н. Н., Костенко М. В., Левинштейн М. Л., Тиходеев Н. Н. — М.: Высшая школа, 1963.
2. Шимони К. Теоретическая электротехника. — М.: Мир, 1964.
3. Говорков В. А. Электрические и магнитные поля. — М.: Энергия, 1968.
4. Острейко В. Н. Синтез потенциального поля заданной структуры и интенсивности за счет реализации определенного закона изменения характеристики среды. — Электричество, 1978, № 4, с. 24—29.
5. Лаврик В. И., Савенков В. Н. Справочник по конформным отображениям. — Киев: Наукова думка, 1970.

[13.09.78]

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА		
Меерович Э. А., Андреевская Л. И., Обьедков А. И. — Малоинерционный измеритель больших постоянных токов системы ЭНИН им. Г. М. Кржижановского	1	64
Шадрин В. М. — Расчет потерь в электрических конденсаторах при воздействии импульсного напряжения	2	36
Бондалетов В. Н., Тюткин В. А. — Торможение массивных проводников импульсным магнитным полем	2	42
Гусаров А. А., Бобиков В. Е. — Расчет электростатических полей методом эквивалентных зарядов	2	65
Кадейшвили В. Г. — Расчет изменений режима в линейной электрической цепи	2	67
Князь А. И. — Некоторые топологические вопросы теории электронных схем	3	57
Бураев Т. К., Сланов В. М. — Влияние формы электродов на условие нарушения устойчивости поверхности воды в электрическом поле	3	66
Колечникий Е. С. — Экранирующее действие системы заземленных проводов	3	69
Цейтлин Л. А. — Потери в цилиндрическом магнитном экране при осевой симметрии поля	3	71
Ковалев Ю. З. — О применении системных методов для решения некоторых задач электротехники	4	72
Артемьев В. М. — К теории переходных процессов в линейных цепях при «некорректно» поставленных задачах	5	66
Шаталов А. С. — Периодизация переходной проводимости линейной электрической цепи	5	68
Романенко И. Н. — К расчету энергии, выделяемой газоразрядным промежутком при разряде конденсатора	5	71
Меерович Э. А., Сапаров А. И. — Исследование установившихся электромагнитных режимов в пофазно-экранированных токопроводах	6	19
Русских А. А., Щербаков Б. Ф. — Применение графов для построения структурной схемы электрической цепи	6	23
Князь А. И. — О методах формирования матричных уравнений электронных схем	6	29
Рубанович С. Г., Чатинян Ю. С. — О протекании во времени теплового пробоя конденсатора	6	66
Мелешкин В. Н. — Алгоритм определения матриц связи в уравнениях состояния электрических цепей	7	15
Колечникий Е. С., Филиппов А. А. — Расчет электрического поля стержневых электродов	7	59
Куликов И. Л., Масленникова С. И., Гладылина Г. А., Обухов В. П. — Оценка влияния нелинейностей при линеаризации электрической цепи	7	71
Зотова Э. А., Иванов И. А., Трухин В. А. — Влияние диффузии магнитного поля на процесс зарядки индуктивного накопителя от генератора с маховиком	8	73
Михайлов О. П. — Тензор чувствительности магнитоупругих преобразователей	9	25
Куликов А. А. — Методика полного электромагнитного расчета системы с индукционной катушкой при периодически изменяющейся электрической схеме	9	46
Мамедшахов М. Э. — Особенности термометрического метода измерения удельных потерь при нарушении его основополагающих условий	9	55
Тозони О. В., Нежинская М. М. — Расчет электрозащиты подземных трубопроводов	9	71
Сидорович А. М. — О мгновенной комплексной мощности систем переменного тока	11	12
Каримов А. С., Турдыев М. Г. — Особенности возбуждения субгармонических колебаний в многоконтурных феррорезонансных цепях переменного тока	11	20
Бондалетов В. Н., Однорал А. П., Чернов Е. Н. — Силовое воздействие импульсного магнитного		

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
поля на проводящее полупространство через экран	11	53
Титов М. Н. — Расчет электрического поля на краю секции конденсатора	11	56
Дронов А. С., Лутидзе Ш. И., Наровлянский В. Г. — Магнитное поле в криотроне с внешним экраном	11	58
Сумин А. Р. — Электрические параметры металлических покровов кабелей связи при переменном токе промышленной частоты	11	72
Рейтман Э. Я. — Аппроксимация максимального значения коэффициента магнитного возврата мультипликативными функциями	11	74
Смирнов С. К., Куно М. Я., Бендик Н. Т. — Анализ увеличения гистерезисных потерь в коаксиальном сверхпроводящем кабеле при несоосностях токоведущих шин	12	20
Стеблев Ю. И. — Расчет магнитных экранов сложной формы	12	28
Флидлер Г. М. — Применение вариационного принципа для исследования нестационарного электромагнитного поля в ферромагнетиках	12	62
Намитов К. К., Клименко Б. В., Поляков Е. А. — Аналитический расчет магнитного поля сложного кусочно-линейного контура с током	12	66
Литвак Е. И. — Новый метод определения сопротивления структурно-сложных электрических цепей	12	68
Острейко В. Н. — К расчету плоскопараллельных полей с помощью конформных отображений	12	70
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ		
Городецкий А. Е. — Определение взаимозависимости между плотностью зарядов диэлектрического полотна и напряженностью поля над ним	2	71
Валеев Х. С. — Процессы, возникающие в высоковольтном фарфоре при длительном воздействии постоянного напряжения и температуры	3	49
Красильщиков Б. Р., Харитонов Е. В. — Статистическая модель пробоя диэлектриков, содержащих слабые участки	7	21
Кулаковский В. Б., Самородов Ю. Н. — Расчет долговечности высоковольтной изоляции при действии нескольких старящих факторов	7	25
Иерусалимов М. Е., Ильенко О. С. — Математическая модель многофакторного старения высоковольтной изоляции	7	28
Дунаевский А. Д. — Изменение электрической прочности изоляции низковольтных электрических машин в процессе теплового старения	7	32
Набиев М. А., Азизов Б. М. — К расчету коэрцитивной силы ферромагнитных материалов	8	76
Стародубцев Ю. Н. — Потери от вихревых токов при постоянном подмагничивании	9	75
Кулаковский В. Б., Самородов Ю. Н. — Обзор методов усталостных испытаний высоковольтной изоляции, применяемых за рубежом	10	68
Дружинин В. В., Миронов Л. В., Булычева З. Н., Минц Б. Б., Свежова С. И. — Исследование магнитных свойств сплавов Fe—Al—Si в области высоких частот	12	50
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ТВН		
Попов В. А., Чернин А. Б. — Метод расчета токов коротких замыканий на линиях, питающих тяговые подстанции 25 кВ	1	6
Лосев С. Б. — Об использовании фазных координат при расчете несимметричных режимов	1	15
Александров Г. Н., Герасимов Ю. А. — Электрическая прочность воздушной изоляции подстанций при коммутационных перенапряжениях	1	23
Дмитренко А. М. — Об использовании пауз для отстройки дифференциальных защит от переходных токов небаланса	1	55
Бершев Е. Н., Семенов В. А., Шаглин Г. П. — Определение момента сил, действующих на во-		

- локна разной проводимости в сильном электро-
статическом поле
- Каралетян М. М., Вартазарян В. Г. — Атмосферные
перенапряжения на понизительных подстанциях
6—10 кВ и их грозозащита 1 58
- Абаджиди Г. Е. — Определение частотных харак-
теристик делителей высокого напряжения по ре-
акции на единичное воздействие 1 62
- Слота И., Суханов О. А., Погосов В. Г. — Приме-
нение функционального моделирования при ана-
лизе установившегося режима электрической си-
стемы 1 67
- Дударев Л. Е., Зубков В. В. — Проблемы защиты
от замыканий на землю в сетях 6—35 кВ 2 4
- Брон О. Б., Шестиперов Ю. И. — О токах короткого
замыкания в мощных сетях с напряжением до
100 В 2 8
- Лисеев М. С., Унгер А. П. — Методика обработки
контрольных замеров в энергосистеме 2 13
- Льюлюк В. А. — Частотный метод расчета перена-
пряжений в блоках генератор — трансформатор 2 18
- Фокин Ю. А., Третьяков Н. В. — О функциональ-
ной надежности силовых трансформаторов в си-
стемах электроснабжения 2 22
- Алексеев В. Г., Зихерман М. Х. — Оценка вероят-
ности насыщения трансформаторов тока в сети
500 кВ 2 26
- Воронина Ж. И., Крайчик Ю. С., Мазуров М. И. —
Опытная проверка частотных характеристик
входного сопротивления электрической сети вы-
сокого напряжения 2 53
- Совалов С. А., Беркович М. А., Комаров А. Н., Вов-
ченко И. И., Сегура Х., Попов Ю. И., Арбу-
зов А. Р., Анисимова А. И. — Экспериментальная
цифровая система автоматического регулирова-
ния частоты и активной мощности ЕЭС СССР 2 56
- Будзко И. А., Славин Р. М. — Электрификация жи-
вотноводства 3 1
- Арзамасцев Д. А., Мардер Л. И., Морозова Н. С.,
Мызин А. Л. — Многофакторные модели прогно-
зирования показателей развития электрических
сетей энергосистем 3 7
- Александров Г. Н., Герасимов Ю. А., Дж. Карра-
ра. — Оценка надежности работы воздушной изо-
ляции подстанций СВН 3 13
- Джуварлы Ч. М., Бейдуллаев М. А., Муфид-за-
де Н. А. — Влияние характеристики вентильного
разрядника на ограничение перенапряжений
в автотрансформаторах 3 17
- Тарнижевский М. В., Кривцов Б. И., Городни-
чев А. В. — Алгоритмы автоматизированного
проектирования городских электрических сетей
напряжением до 1000 В 3 21
- Орел О. А. — О регулировании реактивной мощно-
сти крупного синхронного двигателя 3 26
- Поляков Н. П. — Увеличение импульсной мощности
тиристорных схем 3 73
- Веников В. А. — Проблемы управления проектирова-
нием и функционированием больших электриче-
ских систем на XXVII сессии СИГРЭ 4 34
- Мисник М. Л. — Статистическое распределение ко-
лебаний нагрузки в энергосистемах 4 43
- Лашманов В. И., Монтик П. Н. — Влияние наведен-
ного заряда и рекомбинации на результаты из-
мерения концентрации ионов аспирационным
конденсатором 4 62
- Гутман Ю. М., Тиходеев Н. Н., Янг Ф., Шней-
дер Г. — Электрическая прочность гирлянд изо-
ляторов и воздушных промежутков на опоре
1150 кВ 4 66
- Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Табарданов-
ва М. П., Шур С. С. — О надежности нелинейных
ограничителей напряжения 5 1
- Кучумов Л. А., Рыжков В. П. — Исследование ре-
синхронизации синхронных машин при приме-
нении коммутаторов в статорных цепях 5 6
- Березнев Ю. И. — Оптимизация длины пролета воз-
душных линий 10 кВ 5 15
- Калужный А. Х. — Расчет режимов и статической
устойчивости электроэнергетических систем с уче-
том изменения частоты 6 4
- Кривенцев В. И., Новиков В. В. — Дискретная опти-
мизация электрической сети автономной электро-
энергетической системы 6 9
- Синев В. С. — Компенсация потерь и несимметрии
напряжения последовательно включаемыми кон-
денсаторами с междупроводной магнитной
связью 6 13
- Саламатов И. А., Игуменцев В. А., Ковален-
ко Ю. П. — Определение потерь электроэнергии
при оптимизации режимов электроснабжения
промышленных предприятий 6 52
- Сыромятников С. Ю. — Применение метода крите-
риального планирования экспериментов для
оценки допустимости упрощений в математиче-
ском описании переходных процессов в элек-
трических системах 6 64
- Горушкин В. И., Пивоваров В. Ф. — Корректировка
матриц параметров электрической сети при ком-
мутации 7 11
- Александров Г. Н., Менеменлис Е. К., Подпор-
кин Г. В. — О механизме пробоя длинных воз-
душных промежутков электропередач 7 55
- Агапов В. Г., Ларионов В. П., Сергиевская И. М. —
Оценка надежности и условия испытаний мол-
ниезащитных устройств самолета 7 72
- Понизовский А. З., Слуцкий Л. С. — Снижение элек-
трической прочности воздушных промежутков со
слабой степенью надежности поля при колеба-
тельных импульсах напряжения 7 73
- Жидких Н. М. — Определение расстояния до места
короткого замыкания по двум значениям элек-
трических величин 8 1
- Желтов К. А. — Расчет спирального генератора им-
пульсного напряжения 8 8
- Бронфман А. И., Левинштейн М. Л., Чернова Г. В.,
Шур С. С. — Определение статистических харак-
теристик токовых нагрузок и расходуемых ре-
сурсов нелинейных ограничителей перенапряже-
ний при коммутационных перенапряжениях 8 13
- Арион В. Д. — Выбор компенсирующих и регули-
рующих устройств в распределительных сетях 8 52
- Гельфанд Я. С., Перельман В. Ш. — Реле сопротив-
ления с использованием широтно-импульсного
делительного устройства 9 15
- Шмойлов А. В. — Определение вероятностных ха-
рактеристик дефицита мощности в энергосисте-
мах 9 61
- Глазунов А. А., Гремяков А. А., Строев В. А. —
Технико-экономическое эквивалентирование элек-
трических цепей в задачах компенсации реак-
тивной мощности 9 64
- Жежеленко И. В., Липский А. М., Чубарь Л. А. —
Область применения кривых допустимых зна-
чений при оценке колебаний напряжения 10 9
- Темкина Р. В. — Характеристики и показатели ак-
тивных фильтров симметричных составляющих 10 15
- Бортник И. М., Вертиков В. П. — Некоторые особен-
ности вольт-секундных характеристик разряда
в SF₆ 10 45
- Аксенов Ю. П., Левитов В. И., Ляпин А. Г. — Влия-
ние материала электродов на электрическую
прочность сжатого азота при криогенных тем-
пературах 10 54
- Крайз А. Г., Лейтес Л. В. — Об индуктивных
устройствах для статических компенсаторов ре-
активной мощности 10 56
- Коваленко И. И. — Максимальная токовая защита
для сетей с малыми токами короткого замыка-
ния 11 16
- Полищук Д. Н., Романенко И. Н. — О согласовании
параметров разрядного LC-контура и импульс-
ной дуги в газах 12 24
- Черновец А. К., Шаргин Ю. М., Тужик Р. Г. — Ис-
следование переходных процессов в системах га-
рантированного электроснабжения 11 46
- Миронов Г. А., Джафаров Э. М., Лазимов Т. М.,
Панасюк Д. И. — Коммутационные перенапря-
жения при отключениях мощных конденсаторных
батарей с защитными устройствами 11 49

- Маркушевич Н. С. — Повышение достоверности расчета режима электрической сети 12 1
- Барабанов Ю. А. — Использование цифровой вычислительной техники для функций релейной защиты 12 6
- Эль-Хади М. А. — Некоторые вопросы анализа реле сопротивления 12 11
- Лялик Г. Н., Дубровина И. В. — Об уточнении оценки надежности электроэнергетических систем 12 17

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ТРАНСФОРМАТОРЫ

- Сивокобыленко В. Ф., Павлюков В. А. — Метод эквивалентирования и расчета короткого замыкания в системе асинхронных машин 1 45
- Варлей В. В. — Исследование деформации гибкого ротора волнового электродвигателя в переходном режиме 1 50
- Попов А. Н. — Шунтирование якоря двигателя последовательного возбуждения 1 72
- Сергеенков Б. Н., Киселев В. М., Делавари М. А. — Особенности работы трехфазного трансформатора с фазовым тиристорным регулированием коэффициента трансформации 2 32
- Осадчий Ю. М., Капленко В. К. — Самовозбуждение асинхронного генератора со стабилизирующим устройством 2 45
- Овчинников И. Е., Лебедев Н. И., Гращенков В. Т. — Выбор параметров управляемых бесконтактных двигателей постоянного тока с беззубцовым статором 3 45
- Фришман В. С., Прохорова Г. А. — О расчете асинхронного генератора с двумя статорными обмотками 3 60
- Поливанов К. М. — Электромеханическое преобразование энергии в синхронной машине 4 1
- Лукин В. М. — Решение линейных дифференциальных уравнений при двухфазном коротком замыкании синхронной машины 4 8
- Куцевалов В. М., Цалс И. И. — Схемы замещения синхронных машин с продольно-поперечной несимметрией индуктора 4 15
- Богданов Б. А. — Метод двух аппроксимаций в двумерных задачах магнитостатики теории электрических машин 4 19
- Костырев М. Л. — Уравнения и параметры многообмоточного асинхронного вентильного генератора с короткозамкнутым ротором 4 25
- Богаченко И. Н., Тимофеев Ю. А. — Расчет температурного поля якоря электрической машины с аксиальной вентиляцией 4 30
- Зайчик В. М. — Оптимизация машин постоянного тока с помощью метода линейного программирования 4 49
- Сарапулов Ф. Н., Бегалов В. А., Коняев А. Ю., Мурджикян М. Г., Резин М. Г. — Исследование электромагнитных процессов в линейном асинхронном двигателе с обмотанной вторичной частью 4 53
- Рогозин Г. Г., Пятлина Н. Г. — Синтез схемы замещения асинхронной машины по данным опыта отключения от сети 4 56
- Луковников В. И. — Рабочие характеристики обобщенного колебательного электродвигателя 5 19
- Алиевский Б. Л. — Проектирование электрических машин как многокритериальная задача оптимизации 5 24
- Инкин А. И. — Аналитическое исследование магнитного поля в активном объеме электрической машины с постоянными магнитами 5 30
- Хожанов А. И. — Теоретические исследования кондукционного линейного электродвигателя с жидкометаллическим токоподводом 5 34
- Петленко Б. И., Дергачев А. Е. — Динамическое торможение линейных асинхронных двигателей с ферромагнитной вторичной цепью 5 40
- Варлей В. В. — Уравнения движения синхронного электродвигателя с катящимся ротором 5 44
- Терзяк А. А. — К расчету магнитной проводимости рассеяния полукрытого лаза с массивным проводником прямоугольной формы 5 49
- Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. — Типовые кривые вероятности аварийных пробоев изоляции обмоток статоров генераторов 5 54
- Постников И. М., Васильковский Ю. Н. — Уточненная методика расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора 5 59
- Данилевич Я. Б. — Индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей обмоток турбогенератора 5 62
- Инкин А. И., Бухгольц Ю. Г. — Принципы синтеза нелинейных каскадных схем замещения электрической машины 6 33
- Сафонов Л. Н., Прохоров В. Н. — Квазистационарный режим индуктосина 6 37
- Дартау А. А. — Усовершенствование обмоток многоскоростных асинхронных двигателей 6 41
- Чертков М. А. — Расчет нагрева обмоток асинхронного двигателя при пуске 6 48
- Курилович Л. В., Ронжин А. А., Чистиков А. А., Рябов Е. В., Хуторецкий Г. М. — Механические характеристики статора турбогенератора серии ТВВ мощностью 165—1200 МВт. 6 54
- Веселова О. В., Ковальков Г. А., Кильдишев В. С. — О коммутационных перенапряжениях и потерях в выпрямителе многофазного бесщеточного возбудителя 6 57
- Каганов З. Г. — Аппроксимация характеристик изоляции электрических машин 6 61
- Беспалов В. Я., Машинян Л. Х., Соколова Е. М. — Метод расчета статических характеристик асинхронных двигателей, управляемых тиристорами 7 34
- Арутюнян В. С. — Потокосцепления и напряжения синхронной машины с дополнительной обмоткой, взаимодействующей с полем третьей гармоники 7 39
- Щеглов А. Ф. — Двигатель постоянного тока с последовательным возбуждением как элемент следящего привода 7 65
- Алдонин Э. М. — О выборе системы относительных единиц в теории асинхронных машин 7 67
- Луковников В. И. — Обобщенная электрическая машина и ее схема замещения 7 68
- Инкин А. И. — Аналитическое решение уравнений магнитного поля в дискретных структурах явнополосных электрических машин 8 18
- Кантер В. К. — Характеристики и параметры явнополосных синхронных машин с насыщенным магнитопроводом 8 22
- Власов А. И., Иванов-Смоленский А. В. — Применение метода проводимостей зубцовых контуров к расчету переходных процессов в ненасыщенных электрических машинах 8 27
- Дартау А. А. — Оценка качества многоскоростных обмоток электродвигателей 8 31
- Куцевалов В. М., Иванов Г. Г., Дирба Я. А. — Диаграммы тока и свойства синхронной машины при постоянном угле рассогласования 8 55
- Баклин В. С., Кутарев А. М., Сипайлов Г. А., Хорькова В. З., Хорьков К. А. — О демпфировании потока пазового рассеяния обмотки статора в генераторах ударной мощности 8 71
- Синегубко Ю. Е., Эфрос А. Г. — Метод расчета несимметричных многофазных цепей 9 7
- Мамедов Ф. А., Иванов М. Н. — Определение коэффициента мощности асинхронного двигателя в динамических режимах 9 67
- Гуревич Э. И., Мамиконянц Л. Г. — Некоторые задачи диагностики теплового состояния электрических машин 10 20
- Жуловян В. В., Шевченко А. Ф. — Исследование статической устойчивости синхронных двигателей с электромагнитной редукцией частоты вращения 10 26
- Столлов Л. И., Афанасьев А. Ю., Новиков В. А. — Оптимизация моментных двигателей постоянного тока с постоянными магнитами 10 30
- Сивокобыленко В. Ф., Павлюков В. А. — Расчет параметров схем замещения и пусковых характеристик глубоководных асинхронных машин 10 35
- Маляр В. С. — Разностный метод расчета установившихся асинхронных режимов явнополосной синхронной машины 10 63

- Инкин А. И., Литвинов Б. В. — Интегральные характеристики трехфазного торцевого асинхронного электродвигателя 10 70
- Лисак Е. И. — Влияние жидкого диэлектрика на магнитную вибрацию погружного двигателя 11 75
- Хайруллин И. Х., Нурмухаметов М. Н., Исмаилов Ф. Р. — К расчету электромагнитного момента демпфера с коническим ротором 11 63
- Галкин В. И. — Уравнения динамики магниторезонансного подвеса в рабочем поле электродвигателя 12 32
- Ледовский А. Н., Сугробов А. М. — Определение электромагнитного момента индукторных вентильных двигателей 12 37
- Веселовский О. Н., Евланов В. С. — Линейный индукционный микродвигатель с немагнитным вторичным элементом 12 47
- Зайчик В. М. — Применение линейного программирования при оптимизации расчета асинхронных машин 12 53
- Хрушев В. В., Юзвинкевич В. В. — Влияние нагрузки на точность четырехобмоточного линейного поворотного трансформатора 12 61

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Поздсез А. Д., Иванов А. Г., Кириллов А. А. — Применение дискретных методов анализа к расчету установившихся процессов и фактора пульсаций в системах с управляемыми выпрямителями 1 31
- Белов Г. А. — Анализ преобразователя постоянного напряжения с последовательным резонансным фильтром 1 39
- Забровский С. Г., Лазарев Г. Б., Толстов Ю. Г. — Демпфирование перенапряжений относительно земли в системах с тиристорными преобразователями 2 58
- Дмитриков В. Ф., Кулик В. Д. — Методика исследования переходных процессов в однофазных инверторах с обратными диодами при широтно-импульсном регулировании напряжения 2 61
- Ураксеев М. А., Ильясов Р. М. — Исследование регулируемой статической характеристики многооборотных функциональных преобразователей 2 63
- Придатков А. Г., Исхаков А. С. — Устойчивость и быстродействие полупроводящих выпрямителей с системой управления интегрального типа 3 63
- Попов С. Г. — Неканонические гармоники напряжения тиристорного преобразователя 6 69
- Веселовский А. П., Донской А. В., Черных Ю. К. — Алгоритм случайного поиска в задаче оптимизации параметров автономных инверторов 7 49
- Поздеев А. Д. — О динамических свойствах асинхронных систем импульсно-фазового управления вентильными преобразователями 8 35
- Иванов А. В., Климов В. И., Крутяков Е. А., Левин В. Н. — Особенности работы инвертора с многотактной широтно-импульсной модуляцией 8 42
- Бахнов Л. Е., Левитан И. И. — Влияние мощных управляемых выпрямителей на питающую сеть 9 20
- Калиниченко А. Я. — Об одном способе управления m -фазным тиристорным широтно-импульсным преобразователем 9 30
- Преснухин Л. Н., Бархоткин В. А., Недопекин К. К., Богословский А. П., Козлов Г. А. — Синусно-косинусные вращающиеся трансформаторы в преобразователях «угол-код». 9 52
- Афанасьев А. И., Дмитренко А. И., Пироженко А. Н. — Анализ надежности силового тиристорного блока переключающего устройства трансформаторов 10 67
- Шмидт А. Я. — Определение динамических параметров линеаризованных звеньев САР 10 72
- Мыщик Г. С., Пикулин В. П., Шевякова Н. Б. — Анализ и оценка форм выходного напряжения преобразователей с амплитудно-импульсной модуляцией 11 25
- Гринштейн Б. И., Жмуров В. П. — Анализ послекоммутационных процессов в мощном высоковольтном полупроводниковом преобразователе 11 31

- Быков Ю. М., Василенко В. С. — Случайный процесс на выходе непосредственного преобразователя частоты при синусоидальном управлении 11 36
- Шапиро С. В., Сабанеева Г. И., Киселева Л. Н. — Метод расчета передаточных функций автономных тиристорных инверторов со встречно-параллельными диодами 11 41
- Ирак А. И., Сапир Г. Я., Спирка В. М. — Тепловой режим тиристорных высоковольтного преобразователя с испарительным охлаждением 11 61
- Гудзенко А. Б. — Исследование квазистационарных процессов в системе «ШИП — двигатель» с учетом пульсации скорости 11 66

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

- Бугаев Г. А. — К расчету полюсного экрана электромагнитов при невысоких индукциях 1 69
- Бронштейн А. М., Быковец Ю. Я. — Исследования дугогасящей способности смесей азота с азотом и гелием для автодутьевых отключающих устройств высокого напряжения 3 52
- Корольков В. Л., Фурса О. И. — Отключающая способность межконтактного промежутка синхронизированного взрывного дугогасящего устройства 3 55
- Буль Б. К., Карташян В. О., Нестеренко А. П. — К расчету проводимостей в открытых магнитных системах подвесных железнодорожителей 4 69
- Обоскалов В. П. — Анализ математических моделей, применяемых для расчета надежности высоковольтных выключателей 5 11
- Остапенко Р. И., Шугалей А. М. — Анализ коммутации сверхтока через подвижную жидкометаллическую прослойку 7 62
- Пуйло Г. В., Расторгуева Т. Е., Шевченко В. П. — Об электромагнитном процессе и схеме замещения трансформатора тока 8 61
- Бальян Р. Х., Обрусник В. П. — Аналитический метод геометрической оптимизации ферромагнитных устройств 9 40
- Брон О. Б. — Проблемы контактов в силовом аппарате 10 39
- Кобзев А. В., Михальченко Г. Я., Семенов В. Д. — Исполнительные органы сетевых стабилизаторов переменного напряжения на базе высокочастотных вольтодобавочных трансформаторов 10 59
- Бородинский Г. Я., Буянтуев С. Л., Каплан Г. С., Кукеков Г. А. — О характеристиках дуги отключения в газовых выключателях 11 69

ЭЛЕКТРОПРИВОД И АВТОМАТИЗАЦИЯ
ПРОМЫШЛЕННЫХ УСТАНОВОК И
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- Борцов Ю. А., Иванов Г. М., Новиков В. Н., Смольников А. П., Хмелев В. В. — Исследование и оптимизация взаимосвязанных систем электропривода испытательных стендов механических трансмиссий 3 34
- Поляков Л. М., Херунцев П. Э. — Оптимальное управление динамическими процессами в электроприводах с упругими связями 3 40
- Сандлер А. С., Гусацкий Ю. М., Затрубищев Н. Б. — Вопросы динамики асинхронного электропривода с автономным инвертором тока 4 38
- Яуре А. Г., Богословский А. П., Певзнер Е. М. — Особенности выбора коммутационной аппаратуры для управления крановыми электродвигателями 4 59
- Казанский В. М., Малинин Л. И., Футорянский М. С. — Энергетические частотные характеристики двигателей независимого возбуждения 4 64
- Томашевич В. Г., Бояринцев Н. В., Вейнгер А. М., Гусев А. С., Серый И. М., Янко-Гриницкий А. А. — Расчет переходных процессов электроприводов переменного тока с учетом преобразователя частоты 7 45
- Лурье З. Я., Фланчик Б. С. — Выбор оптимального закона торможения позиционной электромеханической системы 8 47

- Макаров И. В., Сидельников Б. В. — Моделирование режимов работы вентильных двигателей 8 58
- Фрейдзон И. Р., Булатов В. И., Семухин Ю. А., Яуре А. Г. — Оценка параметров автоматизированных электроприводов корабельных систем 8 64
- Мариночкин В. П., Антонов В. А., Черкасов А. П. — Динамическое торможение с самовозбуждением кранового асинхронного электродвигателя с фазным ротором 8 68
- Соколов М. М., Шинянский А. В., Шевырев Ю. В. — Методика исследования тиристорных электроприводов в системах соизмеримой мощности 9 37
- Шулаков Н. В., Трефилов В. А. — Исследование сверхмощного двухмашинного агрегата с каскадным пуском главного двигателя 11 5
- Вейнгер А. М., Серый И. М., Янко-Триницкий А. А., Бошко Н. А., Садчиков К. Г., Тартаковский Ю. С., Белошабский В. В., Дацковский Л. Х., Итенберг Б. З., Самохвалов Б. М., Савельев А. С., Ботанин Е. В., Гайдабур В. В., Зубакин М. Я., Мыльников Ю. Л., Серков Ю. Н., Холодов А. И. — Синхронный частотный электропривод летучих ножниц прокатного стана 11 68
- Кулесский Р. А. — Линеаризация цифровых и цифро-аналоговых автоматических систем 12 56

ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ТРАНСПОРТА

- Марквардт К. Г., Косарев Б. И., Косолапов Г. Н., Чернов Ю. А. — Расчет токораспределения при коротких замыканиях в тяговых сетях $2 \times \times 25$ кВ 3 30
- Бенилов С. Б., Цацкин М. А. — Магнитоупругие волны в рельсе и проблема передачи информации 9 58
- Мамошин Р. Р. — Исследование режимов работы преобразователя электровоза при рекуперации 10 49
- Ефремов И. С., Калашников Б. Г. — Расчет токов короткого замыкания в цепи тиристоров тягового управляемого выпрямителя 11 1
- Пролыгин А. П. — Влияние свойств энергоустановок на тяговые характеристики электромобилей 12 41
- Хоменко А. И., Рябцев Г. Г. — Оценка эффективности тиристорно-импульсной системы рекуперативного торможения вагонов метрополитена 12 59

ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЯ, ЭЛЕКТРОТЕРМИЯ, ЭЛЕКТРОСВАРКА

- Бородачев А. С., Соколов М. М., Альтгаузен А. П., Кручинин А. М. — Перспективные направления развития электротермических установок 1 1
- Валькова З. А., Жилов Г. М., Дандис Я. Б., Бочкова Е. А. — Определение электрических параметров руднотермических печей методом моделирования 2 48
- Дандис Я. Б., Жилов Г. М. — К расчету добавочных потерь в трехфазной дуговой печи 11 55

ДИСКУССИИ

- О токах короткого замыкания в мощных низковольтных сетях (статья Брона О. Б. и Шестиперова Ю. К. — «Электричество», 1979, № 2). Намитоков К. К.; Мещеряков В. П.; Слодарж М. И., Шнейдерман Н. И., Старостин С. Н., Дзекцер Н. Н. 2 73

БИБЛИОГРАФИЯ

- Арзамасцев Д. А., Липес А. В., Чебан В. М., Щербаков В. К., Лукашов Э. С. — Рецензия на книгу В. А. Веникова «Переходные электрохимические процессы в электрических системах» 4 74
- Кузьмин Я. Ф. — рецензия на книгу В. А. Веникова «Введение в специальность» 7 74
- Китайгородский А. И., Мировицкий Д. И., Нетушил А. В. — Рецензия на книгу Б. М. Тареева «Электрорадиоматериалы» 11 78

ХРОНИКА

- Крайз А. Г. — Юбилей первенца советского трансформаторостроения 1 75
- Ларионов В. П. XIV Европейская конференция по молниезащите 1 75

- Гройс Е. С. — В Президиуме Центрального правления Научно-технического общества энергетики и электротехнической промышленности 2 77
- Сабинин Ю. А., Мысливец Н. Л. — Всесоюзное научно-техническое совещание «Вентильные автоматизированные электроприводы и преобразователи с улучшенными характеристиками» 2 78
- Жежеленко И. В. — Четвертое Всесоюзное научно-техническое совещание по качеству электрической энергии 3 74
- Кулаков П. А. — Четвертый семинар по физике гашения дуги в выключателях высокого напряжения 3 76
- Мамиконянц Л. Г. — XXVII сессия международной конференции по большим электрическим системам высокого напряжения (СИГРЭ) 4 75
- Богатенков И. М., Халилов Ф. Х. — Физика молнии и молниезащита (Заседание секции IV Научного Совета АН СССР) 5 73
- Козлов В. А. — Работа секции энергосистем и сетей ЦПНТОЭиЭП в области совершенствования систем электроснабжения городов 5 75
- Гройс Е. С., Ихтейман Ф. М. — В Центральном правлении НТО энергетики и электротехнической промышленности 6 72
- Васильев К. М. — Электромагнитные поля в стационарных установках электроэнергетики при высоких параметрах токов и напряженностей поля (Заседание секции II Научного Совета АН СССР) 6 73

ЮБИЛЕИ

- Новые стандарты 10 75
- Василий Кузьмич Щербаков (К 75-летию со дня рождения) 1 76
- Петр Сергеевич Сергеев (К 80-летию со дня рождения) 1 77
- Николай Васильевич Александров (К 70-летию со дня рождения) 3 78
- Леонид Иванович Сиротинский (К 100-летию со дня рождения) 4 77
- Игорь Михайлович Синдеев (К 60-летию со дня рождения) 5 76
- Георгий Александрович Кукеков (К 75-летию со дня рождения) 5 77
- Алексей Михайлович Федосеев (К 75-летию со дня рождения) 6 76
- Борис Федорович Токарев (К 60-летию со дня рождения) 6 77
- Анатолий Дмитриевич Поздеев (К 50-летию со дня рождения) 6 77
- Леонид Исаакович Мандельштам (К 100-летию со дня рождения) 7 75
- Ирина Владимировна Литкенс (К 60-летию со дня рождения) 7 77
- Юрий Константинович Васильев (К 60-летию со дня рождения) 8 77
- Альберт Эйштейн (К 100-летию со дня рождения) 9 77
- Иван Семенович Ефремов (К 70-летию со дня рождения) 12 71

НЕКРОЛОГИ

- Иван Иванович Петров 1 78
- Владимир Иванович Полонский 7 78
- Вадим Иванович Горушкин 8 78
- Александр Дмитриевич Дроздов 9 78
- Валентин Моисеевич Горнштейн 10 74

РАЗНЫЕ СТАТЬИ И ИНФОРМАЦИИ

- Государственная премия СССР 1978 г. за работу в области электроэнергетики 2 1
- Иванов-Смоленский А. В., Копылов И. П., Тихомиров П. М. — Развитие теории электрических машин и трансформаторов в трудах Г. Н. Петрова 6 1
- Нетушил А. В., Шнейберг Я. А. — Основание журнала «Электричество» и первые двадцать лет его деятельности 7 1
- Меерович Э. А. — Журнал «Электричество» и русская электротехника в начале XX в. (начало) 9 1
- Меерович Э. А. — Журнал «Электричество» и русская электротехника в начале XX в. (окончание) 10 1

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абаджиды Г. Е. 1, 67
Агапов В. Г. 7, 72
Азизов Б. М. 8, 76
Аксенов Ю. П. 10, 54
Алдонин Э. М. 7, 67
Алексеев В. Г. 2, 53
Александров Г. И. 1, 23; 3, 17; 7, 55
Алиевский Б. Л. 5, 24
Альтгаузен А. П. 1, 1
Андреевская Л. И. 1, 64
Анисимова Е. И. 3, 1
Антонов В. А. 8, 68
Арбузов А. Ф. 3, 1
Арзамасцев Д. А. 3, 13; 4, 74
Арион В. Д. 8, 52
Артемов В. М. 5, 66
Арутюнян В. С. 7, 39
Афанасьев А. И. 10, 67
Афанасьев А. Ю. 10, 30

Б

Баклин В. С. 8, 71
Бальян Р. Х. 9, 40
Барабанов Ю. А. 12
Бархоткин В. А. 9, 52
Бахнов Л. Е. 9, 20
Башко Н. А. 11, 68
Бегалов В. А. 4, 53
Бейдуллаев М. А. 3, 21
Белов Г. А. 1, 39
Белова Л. А. 5, 54
Белошабский В. В. 11, 68
Бендик Н. Т. 12, 20
Бенилов С. Б. 9, 58
Березнев Ю. А. 5, 64
Беркович М. А. 3, 1
Бершев Е. Н. 1, 58
Беспалов В. Я. 7, 34
Богаенко И. Н. 4, 30
Богатенков И. М. 5, 73
Богданов Б. А. 4, 19
Богословский А. П. 4, 59; 9, 52
Бондалетов В. Н. 2, 42; 11, 53
Бородачев А. С. 1, 1
Бородянский Г. Я. 11, 69
Бортник И. М. 10, 45
Борцов Ю. А. 3, 34
Ботанин Е. В. 11, 68
Бочкова Е. А. 2, 48
Бояринцев Н. В. 7, 45
Брон О. Б. 2, 13; 10, 39
Бронфман А. И. 5, 6; 8, 13
Бронштейн А. М. 3, 52
Бугаев Г. А. 1, 69
Будзко И. А. 3, 7
Булатов В. И. 8, 64
Булычева З. Н. 12, 50
Буль Б. К. 4, 69
Бураев Т. К. 3, 66
Бухгольц Ю. Г. 6, 33
Буянгуев С. Л. 11, 69
Быков Ю. М. 11, 36
Быковец Ю. Я. 3, 52

В

Валеев Х. С. 3, 49
Валькова З. А. 2, 48
Варлей В. В. 1, 50; 5, 44
Вартазарян В. Г. 1, 62
Василенко В. С. 11, 36
Васильев К. М. 6, 73
Васьяковский Ю. Н. 5, 59
Вейнгер А. М. 7, 45; 11, 68
Веников В. А. 4, 43
Вертиков В. П. 10, 45
Веселова О. В. 6, 57
Веселовский А. П. 7, 49
Веселовский О. Н. 12, 47
Власов А. И. 8, 27
Вовченко И. И. 3, 1
Ворошина Ж. И. 2, 56

Г

Гайдабура В. В. 11, 68
Галкин В. И. 12, 32
Гельфанд Я. С. 9, 15
Герасимов Ю. А. 1, 23; 3, 17
Гладиллина Г. Л. 7, 71
Глазунов А. А. 9, 64
Городецкий А. Е. 2, 71
Городничев А. В. 3, 26
Горюшкин В. И. 7, 11
Гращенко В. Т. 3, 45
Гремяков А. А. 9, 64
Гринштейн Б. И. 11, 31
Гройс Е. С. 2, 77; 6, 72
Гудзенко А. Б. 11, 66
Гуревич Э. И. 10, 20
Гусаров А. А. 2, 65
Гусев А. С. 7, 45
Гусяцкий Ю. М. 4, 38
Гутман Ю. М. 5, 1

Д

Данилевич Я. Б. 5, 62
Данцис Я. Б. 2, 48; 11, 55
Дартау А. А. 6, 41; 8, 31
Дацковский Л. Х. 11, 68
Делавари М. А. 2, 32
Дергачев А. Е. 5, 40
Джафаров Э. М. 11, 49
Джуварлы Ч. М. 3, 21
Дзекцер Н. Н. 2, 76
Дирба Я. А. 8, 55
Дмитренко А. И. 10, 67
Дмитренко А. М. 1, 55
Дмитриков В. Ф. 2, 61
Донской А. В. 7, 49
Дронов А. С. 11, 58
Дружинин В. В. 12, 50
Дубровина И. В. 12, 17
Дударев Л. Е. 2, 8
Дунаевский А. Д. 7, 32

Е

Евланов В. С. 12, 47
Ефремов И. С. 11, 1

Ж

Жежеленко И. В. 3, 74; 10, 9
Желтов К. А. 8, 8
Жидких Н. М. 8, 1
Жилов Г. М. 2, 48; 11, 55
Жмуров В. П. 11, 31
Жуловян В. В. 10, 26

З

Забровский С. Г. 2, 58
Зайчик В. М. 4, 49; 12,
Затрубщиков Н. Б. 4, 38
Зихерман М. Х. 2, 53
Зотова Э. А. 8, 73
Зубакин М. Я. 11, 68
Зубков В. В. 2, 8

И

Иванов А. В. 8, 42
Иванов А. Г. 1, 31
Иванов Г. Г. 8, 55
Иванов Г. М. 3, 34
Иванов И. А. 8, 73
Иванов М. Н. 9, 67
Иванов-Смоленский А. В. 6, 1; 8, 27
Игуменцев В. А. 6, 52
Иерусалимов М. Е. 7, 28
Ильенко О. С. 7, 28
Ильясов Р. М. 2, 68
Инкин А. И. 5, 30; 6, 33; 8, 18; 10, 70
Ирак А. И. 11, 61
Исмаилов Ф. Р. 11, 63
Исхаков А. С. 3, 63
Итенберг Б. 3, 11, 68
Ихтейман Ф. М. 6, 72

К

Каганов З. Г. 6, 61
Кадейшвили В. Г. 2, 67
Казанский В. М. 4, 64
Калашников Б. Г. 11, 1
Калиниченко А. Я. 9, 30
Калужный А. Х. 6, 4
Кантер В. К. 8, 22
Каплан Г. С. 11, 69
Капленко В. К. 2, 45
Карапетян М. М. 1, 62
Каримов А. С. 11, 20
Каррара Дж. 3, 17
Карташян В. О. 4, 69
Кильдишев В. С. 6, 57
Кириллов А. А. 1, 31
Киселев В. М. 2, 32
Киселева Л. Н. 11, 41
Китайгородский А. И. 11, 78
Клименко Б. В. 12, 66
Климов В. И. 8, 42
Князь А. И. 3, 57; 6, 29
Кобзев А. В. 10, 59
Ковалев Ю. З. 4, 72
Коваленко И. И. 11, 16
Коваленко Ю. П. 6, 52
Ковальков Г. А. 6, 57
Козлов В. А. 5, 75
Козлов Г. А. 9, 52
Колечицкий Е. С. 3, 69; 7, 59
Комаров А. Н. 3, 1
Коняев А. Ю. 4, 53
Копылов И. П. 6, 1
Корольков В. Л. 3, 55
Косарев Б. И. 3, 30
Косолапов Г. Н. 3, 30
Костырев М. Л. 4, 25
Крайз А. Г. 1, 75; 10, 56
Крайчик Ю. С. 2, 56
Красильщиков Б. Р. 7, 21
Кривенцев В. И. 6, 9
Кривцов Б. И. 3, 26
Крутяков Е. А. 8, 42
Кручинин А. М. 1, 1
Кузьмин Я. Ф. 7, 74
Кукеков Г. А. 11, 69
Кулаков П. А. 3, 76
Кулаковский В. Б. 7, 25; 10, 68
Кулесский Р. А. 12, 56
Кулик В. Д. 2, 61
Куликов А. А. 9, 46
Куликов И. Л. 7, 71
Куно М. Я. 12, 20
Курилович Л. В. 6, 54
Кутарев А. М. 8, 71
Кучевалов В. М. 4, 15; 8, 55
Кучумов Л. А. 5, 15

Л

Лазарев Г. Б. 2, 58
Лазимов Т. М. 11, 49
Ларионов В. П. 1, 75; 7, 72
Лашманов В. И. 4, 66
Лебедев Н. И. 3, 45
Левин В. Н. 8, 42
Левинштейн М. Л. 5, 6; 8, 13
Левитан И. И. 9, 20
Левитов В. И. 10, 54
Ледовский А. Н. 12, 37
Лейтес Л. В. 10, 56
Липес А. В. 4, 74
Липский А. М. 10, 9
Лисак Е. И. 11, 75
Лисеев М. С. 2, 18
Литвак Е. И. 12, 68
Литвинов Б. В. 10, 70
Лосев С. Б. 1, 15
Лукашов Э. С. 4, 74
Луковников В. И. 5, 19; 7, 68
Лупкин В. М. 4, 8
Лурье З. Я. 8, 47

Лутидзе Ш. И. 11, 58
Лялик Г. Н. 12, 17
Люлько В. А. 2, 22
Ляпин А. Г. 10, 54

М

Мазуров М. И. 2, 56
Макаров И. В. 8, 58
Малинин Л. И. 4, 64
Маляр В. С. 10, 63
Мамедов Ф. А. 9, 67
Мамедшахов М. Э. 9, 55
Мамикосянц Л. Г. 4, 75; 5, 54; 10, 20
Мамошин Р. Р. 10, 49
Мардер Л. И. 3, 13
Мариночкин В. П. 8, 68
Марквардт К. Г. 3, 30
Маркушевич Н. С. 12, 1
Масленникова С. И. 7, 71
Машинян Л. Х. 7, 34
Меерович Э. А. 1, 64; 6, 19; 9, 1; 10, 1
Мелешкин В. Н. 7, 15
Менеменлис Е. К. 7, 55
Мещеряков В. П. 2, 75
Минц Б. Б. 12, 50
Мировицкий Д. И. 11, 78
Миронов Г. А. 11, 49
Миронов Л. В. 12, 50
Мисник М. Л. 4, 62
Михайлов О. П. 9, 25
Михальченко Г. Я. 10, 59
Монтик П. Н. 4, 66
Морозова Н. С. 3, 13
Мурджилян М. Г. 4, 53
Муфид-заде Н. А. 3, 21
Мызин А. Л. 3, 13
Мыльников Ю. Л. 11, 68
Мысливец Н. Л. 2, 78
Мыщик Г. С. 11, 25

Н

Набиев М. А. 8, 76
Намигоков К. К. 2, 73; 12,
Наровлянский В. Г. 11, 58
Недопекин К. К. 9, 52
Нежинская М. М. 9, 71
Нестеренко А. М. 4, 69
Нетушил А. В. 7, 1; 11; 78
Новиков В. А. 10, 30
Новиков В. В. 6, 9
Новиков В. Н. 3, 34
Нурмухаметов М. Н. 11, 63

О

Обоскалов В. П. 5, 11
Обрусник В. П. 9, 40
Обухов В. П. 7, 71
Объедков А. И. 1, 64
Овчинников И. Е. 3, 45
Однорал А. П. 11, 53
Орел О. А. 3, 73
Осадчий Ю. М. 2, 45
Остапенко Р. И. 7, 62
Острейко В. Н. 12, 70

П

Павлюков В. А. 1, 45; 10, 35
Панасюк Д. И. 11, 49
Певзнер Е. М. 4, 59
Перельман В. Ш. 9, 15
Петленко Б. И. 5, 40
Пивоваров В. Ф. 7, 11
Пикулин В. П. 11, 25
Пироженко А. Н. 10, 67
Подпоркин Г. В. 7, 55
Погосов В. Г. 2, 4
Поздеев А. Д. 1, 31; 8, 35
Поливанов К. М. 4, 1; 9, 77
Полищук Д. Н. 12, 24
Поляков Е. А. 12,
Поляков Л. М. 3, 40
Поляков Н. П. 4, 34
Понизовский А. З. 7, 73
Попов А. Н. 1, 72
Попов В. А. 1, 6
Попов С. Г. 6, 69

Попов Ю. И. 3, 1
Постников И. М. 5, 59
Преснухин Л. И. 9, 52
Придатков А. Г. 3, 63
Пролыгин А. П. 12, 41
Прохоров В. И. 6, 37
Прохорова Г. А. 3, 60
Пуйло Г. В. 8, 61
Пятлина Н. Г. 4, 56

Р

Расторгуева Т. Е. 8, 61
Резин М. Г. 4, 53
Рейтман Э. Я. 11, 74
Рогинский В. Ю. 7, 75
Рогозин Г. Г. 4, 56
Романенко И. Н. 5, 71; 12,
Ронжин А. А. 6, 54
Рубанович С. Г. 6, 66
Русских А. А. 6, 23
Рыжков В. П. 5, 15
Рябов Е. В. 6, 54
Рябцев Г. Г. 12, 59

С

Сабанеева Г. И. 11, 41
Сабинин Ю. А. 2, 78
Савельев А. С. 11, 68
Садчиков К. Г. 11, 68
Саламатов И. А. 6, 52
Самородов Ю. И. 7, 25; 10, 68
Самохвалов Б. М. 11, 68
Сандлер А. С. 4, 38
Сапаров А. И. 6, 19
Сапир Г. Я. 11, 61
Сарапулов Ф. Н. 4, 53
Сафонов Л. Н. 6, 37
Свежова С. И. 12, 50
Сегура Х. 3, 1
Семенов В. А. 1, 58
Семенов В. Д. 10, 59
Семухин Ю. А. 8, 64
Сергеенков Б. Н. 2, 32
Сергиевская И. М. 7, 72
Серков Ю. Н. 11, 68
Серый И. М. 7, 45; 11, 68
Сивокобыленко В. Ф. 1, 45; 10, 35
Сидельников Б. В. 8, 58
Сидорович А. М. 11, 12
Синев В. С. 6, 13
Синегубко Ю. Е. 9, 7
Сипайлов Г. А. 8, 71
Славин Р. М. 3, 7
Сланов В. М. 3, 66
Слодарж М. И. 2, 75
Слота И. 2, 4
Слуцкий Л. С. 7, 73
Смирнов С. К. 12, 20
Смольников А. П. 3, 34
Совалов С. А. 3, 1
Соколов М. М. 1, 1; 9, 37
Соколова Е. М. 7, 34
Спирка В. М. 11, 61
Стародубцев Ю. Н. 9, 75
Старостин С. Н. 2, 76
Стеблев Ю. И. 12, 28
Столов Л. И. 10, 30
Строев В. А. 9, 64
Сугробов А. М. 12, 37
Сумин А. Р. 11, 72
Суханов О. А. 2, 4
Сыромятников С. Ю. 6, 64

Т

Табарданова М. П. 5, 6
Тарнижевский М. В. 3, 26
Тартаковский Ю. С. 11, 68
Темкина Р. В. 10, 15
Терзян А. А. 5, 49
Тимофеев Ю. А. 4, 30
Титов М. Н. 11, 56
Тиходеев Н. Н. 5, 1
Тихомиров П. М. 6, 1
Тозони О. В. 9, 71
Толстов Ю. Г. 2, 58
Третьяков Н. В. 2, 26

Трефилов В. А. 11, 5
Трухин В. А. 8, 73
Тужик Р. Г. 11, 46
Турдыев М. Т. 11, 20
Тутубалин В. И. 5, 54
Тюткин В. А. 2, 42

У

Унгер А. П. 2, 18
Ураксеев М. А. 2, 68

Ф

Филиппов А. А. 7, 59
Фланчик Б. С. 8, 47
Флиддидер Г. М. 12, 62
Фокин Ю. А. 2, 26
Фришман В. С. 3, 60
Фурса О. И. 3, 55
Футорянский М. С. 4, 64

Х

Хайруллин И. Х. 11, 63
Халилов Ф. Х. 5, 73
Харитонов Е. В. 7, 21
Херунцев П. Э. 3, 40
Хмелев В. В. 3, 34
Хожанов А. И. 5, 34
Холодов А. И. 11, 68
Хоменко А. И. 12, 59
Хорьков К. А. 8, 71
Хорьков В. З. 8, 71
Хрущев В. В. 12, 61
Хуторецкий Г. М. 6, 54

Ц

Цалс И. И. 4, 15
Цацкин М. А. 9, 58
Цейтлин Л. А. 3, 71

Ч

Чатинян Ю. С. 6, 66
Чебан В. М. 4, 74
Черкасов А. П. 8, 68
Черник А. Б. 1, 6
Чернов Е. Н. 11, 53
Чернов Ю. А. 3, 30
Чернова Г. В. 8, 13
Черновец А. К. 11, 46
Черных Ю. К. 7, 49
Чертков М. А. 6, 48
Чистиков А. А. 6, 54
Чубарь Л. А. 10, 9

Ш

Шаглин Г. П. 1, 58
Шадрин В. М. 2, 36
Шапиро С. В. 11, 41
Шаргин Ю. М. 11, 46
Шаталов А. С. 5, 68
Шевченко А. Ф. 10, 26
Шевченко В. П. 8, 61
Шевырев Ю. В. 9, 37
Шевякова Н. Б. 11, 25
Шестиперов Ю. И. 2, 13
Шинянский А. В. 9, 37
Шмидт А. Я. 10, 72
Шмойлов А. В. 9, 61
Шнейберг Я. А. 7, 1
Шнейдер Г. 5, 1
Шнейдерман Н. И. 2, 76
Шугалай А. М. 7, 62
Шулаков Н. В. 11, 5
Шур С. С. 5, 6; 8, 13

Щ

Щеглов А. Ф. 7, 65
Щербаков Б. Ф. 6, 23
Щербаков В. К. 4, 74

Э

Эль-Хади М. А. 12, 11
Эфрос А. Г. 9, 7

Ю

Юзвинкевич В. В. 12, 61

Я

Янг Ф. 5, 1
Янко-Триницкий А. А. 7, 45; 11, 68
Яуре А. Г. 4, 59; 8, 64

СОДЕРЖАНИЕ

Маркушевич Н. С. — Повышение достоверности расчета режима электрической сети	1
Барабанов Ю. А. — Использование цифровой вычислительной техники для выполнения функций релейной защиты	6
Эль-Хади М. А. — Некоторые вопросы анализа работы реле сопротивления	11
Лялик Г. Н., Дубровина И. В. — Об уточнении оценки надежности электроэнергетических систем	17
Смирнов С. К., Куно М. Я., Бендик Н. Т. — Анализ увеличения гистерезисных потерь в коаксиальном сверхпроводящем кабеле при несоосностях токонесущих жил	20
Полищук Д. Н., Романенко И. Н. — О согласовании параметров разрядного RLC -контура и импульсной дуги в газе	24
Стеблев Ю. И. — Расчет магнитных экранов сложной формы	28
Галкин В. И. — Уравнения динамики магниторезонансного подвеса в рабочем поле электродвигателя	32
Ледовский А. Н., Сугробов А. М. — Определение электромагнитного момента индукторных вентильных двигателей	37
Пролыгин А. П. — Влияние свойств энергоустановок на тяговые характеристики электромобилей	41

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ

Веселовский О. Н., Евланов В. С. — Линейный индукционный микродвигатель с немагнитным вторичным элементом	47
---	----

Дружинин В. В., Миронов Л. В., Булычева З. Н., Минц Б. Б., Свежова С. И. — Исследование магнитных свойств сплавов Fe—Si—Al в области высоких частот	50
---	----

СООБЩЕНИЯ

Зайчик В. М. — Применение линейного программирования при оптимизации расчета асинхронных машин	53
Кулесский Р. А. — Линсаризация цифровых и цифро-аналоговых автоматических систем	56
Хоменко А. И., Рябцев Г. Г. — Оценка эффективности тиристорно-импульсной системы рекуперативного торможения вагонов метрополитена	59
Хрущев В. В., Юзвинкевич В. В. — Влияние нагрузки на точность четырехобмоточного линейного поворотного трансформатора	61
Флидлер Г. М. — Применение вариационных принципов неравновесной термодинамики для оценки погрешности приближенных решений нелинейного уравнения поля	62
Намитокhov К. К., Клименко Б. В., Поляков Е. А. — Аналитический расчет магнитного поля сложного кусочно-линейного контура с током	66
Литвак Е. И. — Новый метод определения сопротивления структурно-сложных электрических цепей	68
Острейко В. Н. — К расчету плоскопараллельных полей с помощью конформных отображений	71
ХРОНИКА	71
Указатель материалов, помещенных в журнале «Электричество» в 1979 г.	72

CONTENTS

Increasing the Authenticity of Network Power Flow Calculations — N. S. Markushevitch	1
Application of Digital Computers for Relay Protection — U. A. Barabanov	6
Some Problems in Impedance Relay Analysis — M. A. El-Hadidi	11
A More Precise Appraisal of Power System Reliability — G. N. Lialik, I. V. Dubrovina	17
Analysis of Hysteresis Losses in a Coaxial Superconducting Cable With Unaligned Current Conductors — S. K. Smirnov, M. J. Kuno, N. T. Bendik	20
On Matching the Parameters of an RLC Circuit and the Impulse Arc in Gas — D. N. Polischuk, I. N. Romanenko	24
Calculation of Magnetic Screens of Complex Form — U. I. Steblev	28
Equations for the Dynamics of Magnetic Resonance Suspension in the Working Field of a Motor — V. I. Galkin	32
Determining the Electromagnetic Torque in Electronic Inductor Motors — A. N. Ledovski, A. M. Sugrobov	37
How the Properties of the Power Block Influence the Tractive Characteristics of Electromobiles — A. P. Prolygin	41
FROM OPERATING EXPERIENCE	
A Linear Induction Micromotor With Non-Magnetic Secondary Element — O. N. Veselovski, V. S. Yevlanov	47

A Study of the Magnetic Properties of FeAlSi Alloys at High Frequencies — V. V. Drudjinin, L. V. Mironov, Z. N. Bulicheva, B. B. Mintz, S. I. Svedjova	50
REPORTS	
Application of Linear Programming for Optimizing the Design of Induction Machines — V. M. Zaichik	53
Linearizing Digital and Digital-Analog Automatic Systems — R. A. Kuleski	56
Evaluating the Effectiveness of Thyristor Pulse Systems for Recuperative Braking of Metro Wagons — A. I. Khomenko, G. G. Riabtsev	59
How the Load Influences the Accuracy of a Four-Winding Linear Rotating Transformer — V. V. Khrushev, V. V. Usvinkevitch	61
Application of a Variational Principle for Studying a Non-Stationary Electromagnetic Field in Ferromagnetics — G. M. Fleedlider	62
Analytical Calculation of the Magnetic Field in a Complex Piecewise-Linear Loop With Current Flow — K. K. Namitokov, B. V. Klimenko, E. A. Poliakov	66
A New Method for Determining the Impedance of Electric Circuits of Complex Structure — E. I. Litvak	68
Calculating Plane-Parallel Fields by Means of Conformal Transformations — V. N. Ostreiko	70
CHRONICLE	71
TABLE OF CONTENTS for 1979	72

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.316.1.001.57

Повышение точности моделирования режима электрической сети. Маркушевич Н. С. — «Электричество», 1979, № 12.
Описан метод обработки разнородной информации о нагрузках в узлах электрической сети среднего напряжения, обеспечивающей требуемую достоверность моделирования параметров электрического режима работы в этой сети.

УДК 681.14:621.316.925

Использование цифровой вычислительной техники для выполнения функций релейной защиты. Барабанов Ю. А. — «Электричество», 1979, № 12.
Произведена классификация задач релейной защиты с точки зрения их решения цифровой вычислительной системой. Предложено, как перспективное, использование микропроцессоров для целей релейной защиты объекта от повреждений. Рассмотрены вопросы построения мультимикропроцессорной распределенной вычислительной системы, как наиболее целесообразной, для выполнения функций релейной защиты. Библ. 5.

УДК 621.316.925.45

Некоторые вопросы анализа работы реле сопротивления. Эль-Хадиди М. А. — «Электричество», 1979, № 12.
Рассмотрены методы анализа функционирования реле сопротивления. Рекомендовано при анализе с помощью ЦВМ использование метода последовательных приближений. Библ. 15.

УДК 621.311.161.019.3.001.24

Об уточнении оценки надежности электроэнергетических систем. Лялик Г. Н., Дубровина И. В. — «Электричество», 1979, № 12.
Предложен и обоснован уточненный вид критериального уравнения для принятия решений по оптимизации уровня резервирования и надежности объединенных энергосистем с учетом сетевой составляющей затрат. Выявлены предпосылки снижения критерия оптимизации уровня надежности, а также возможных масштабов компенсации этого снижения за счет учета сетевой составляющей.

УДК 621.315.55:537.312.62

Анализ увеличения гистерезисных потерь в коаксиальном сверхпроводящем кабеле при несоосности токонесущих жил. Смирнов С. К., Куно М. Я., Бендик Н. Т. — «Электричество», 1979, № 12.
Приведено выражение для фактора увеличения гистерезисных потерь в коаксиальном сверхпроводящем кабеле для внешней и внутренней жил в зависимости от расстояния между их осями. Выражение рассмотрено с точки зрения ограничений на несоосность при конструировании сверхпроводящего кабеля, обеспечивающих допустимое относительное значение увеличения потерь из-за несоосности. Библ. 6.

УДК 621.3.018.78:537.527

О согласовании параметров разрядного rLC -контура и импульсной дуги в газе. Полищук Д. Н., Романенко И. Н. — «Электричество», 1979, № 12.
Рассмотрены режимы разряда емкостного накопителя на газоразрядный промежуток, сформулированы условия режима максимальной мощности в импульсной дуге и условия перехода к аperiodическому разряду. Исследованы возможности применения согласующего трансформатора для увеличения доли энергии, потребляемой дугой. Предложена проверенная экспериментально методика анализа разрядного контура с трансформатором и показаны диапазоны параметров, при которых целесообразно использование трансформатора. Библ. 8.

УДК 621.3.013.001.24

Расчет магнитных экранов сложной формы. Стеблев Ю. И. — «Электричество», 1979, № 12.
Рассмотрены вопросы расчета магнитных экранов сфероидальной формы при экранировании однородных и неоднородных магнитных полей, а также локализованных источников магнитного поля. Решения векторных уравнений Лапласа и Пуассона в сфероидальных координатах выполнены методом разделения переменных. Приведены расчетные зависимости коэффициента экранирования одно- и двухслойного сфероидальных экранов от геометрических параметров и магнитной проницаемости материала экрана. Библ. 6.

УДК 621.313.333.001.1

Уравнения динамики магниторезонансного подвеса в рабочем поле электродвигателя. Галкин В. И. — «Электричество», 1979, № 12.
На основании метода вращающихся векторов получены системы дифференциальных уравнений, позволяющие исследовать динамику магниторезонансного подвеса в рабочем поле двигателя при возникновении как малых, так и больших отклонений ротора. Показана возможность обеспечения динамической устойчивости подвеса во всех режимах работы двигателя. Библ. 8.

УДК 621.313.391.016.1.001.24

Определение электромагнитного момента индуктивных вентилях двигателей. Ледовский А. Н., Сугробов А. М. — «Электричество», 1979, № 12.
Выводятся аналитические выражения для электромагнитного момента индуктивных вентилях двигателей, определяется влияние на него высших гармоник проводимости междубочкового пространства и зависимости тока якоря от угла поворота ротора, выбираются геометрия зубцовой зоны, схемы включения обмоток якоря и инвертора. Исследование проведено методом эквивалентных схем замещения магнитной цепи и проиллюстрировано расчетными графиками. Библ. 7.

УДК 62-83:629.113.6

Влияние свойств энергоустановок на тяговые характеристики электромобилей. Пролыгин А. П. — «Электричество», 1979, № 12.
Предложена обобщенная структура системы тягового привода электромобиля, которая позволяет сопоставлять системы с энергоустановками, отличающимися как видом, запасаемой на электромо- биле энергии, так и способами ее преобразования в электрическую. Рассмотрены особенности внешних характеристик основных типов энергоустановок и показано их влияние на тяговые свойства электромобилей. Дана оценка стабильности тяговых свойств электромобиля в зависимости от типа применяемой энергоустановки. Библ. 2.

УДК 621.313.13-181.4.001.3

Линейный индукционный микродвигатель с немагнитным вторичным элементом. Веселовский О. Н., Евланов В. С. — «Электричество», 1979, № 12.
Описана конструкция линейного индуктивного микродвигателя с немагнитным вторичным элементом в виде полого цилиндра, предназначенного для автоматических приборных систем. Получены выражения для напряженности магнитного поля, плотности вторичного тока, электромагнитной силы при однофазном и двухфазном питании. Указаны возможности рационального выбора длины вторичного элемента. Библ. 4.

УДК [669.15'71+546.28].001.4

Исследование магнитных свойств сплавов в области высоких частот. Дружинин В. В., Миронов Л. В., Булычева З. Н., Милиц Б. Б., Свежова С. И. — «Электричество», 1979, № 12.
Исследованы магнитные свойства сплавов Fe—Al—Si с суммарным содержанием легирующих элементов 4,5—7% в области частот 400÷10⁶ Гц. Получена зависимость полных магнитных потерь от частоты намагничивающего поля и магнитной индукции для сплавов с различным электросопротивлением. Показано влияние толщины структуры образцов. Библ. 7.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ип- тов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Рабинович С. И., Слежановский О. В., Сопалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (редактор отдела), А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макашкин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адреса для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 16.10.79
Усл. печ. л. 10,0

Подписано в печать 05.12.79
Уч.-изд. л. 12,85

Т. 01529

Формат 60×90/8
Тираж 8515

Печать высокая
Заказ 31

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru