

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 621.311.018.52.001.8

Анализ опыта эксплуатации автоматической частотной разгрузки в энергосистемах СССР

Кандидаты техн. наук ЗЕЙЛИДЗОН Е. Д., ПОРТНОЙ М. Г., РАБИНОВИЧ Р. С.,
доктор техн. наук СОВАЛОВ С. А.

Москва

Автоматическая частотная разгрузка (АЧР) вместе с комплексом других противоаварийных мероприятий является основным средством ликвидации аварийных ситуаций, сопровождающихся глубоким снижением частоты, т. е. наиболее тяжелых и опасных возмущений, следствием которых может быть полное погашение электростанций и нарушение электроснабжения районов или энергосистем в целом. Автоматическая частотная разгрузка широко применяется во всех энергосистемах страны. На сегодняшний день к устройствам АЧР в энергосистемах подключено в среднем 50—60% нагрузки. Кроме того, ежегодно в сбалансированных и избыточных по мощности энергосистемах к устройствам АЧР подключается дополнительная нагрузка в объеме, равном 50% ее суммарного прироста, а в дефицитных энергосистемах—100% ее суммарного прироста.

На первом этапе внедрения АЧР принципы выполнения разгрузки в основном были ориентированы на ее работу в изолированных энергосистемах. Разгрузка в пределах энергосистемы выполнялась небольшим количеством (4—5) крупных по мощности очередей, при этом обязательным было обеспечение селективной работы смежных очередей разгрузки. С начала 60-х годов принципы выполнения АЧР в нашей стране получили дальнейшее развитие применительно к условиям современных протяженных по территории, крупных по мощности и сложных по конфигурации энергообъединений. Основные принципы современной системы разгрузки были первоначально сформулированы в [Л. 1 и 2], впоследствии они были развиты и усовершенствованы [Л. 3 и 4]. Эти принципы базировались на накопленном к моменту выпуска [Л. 1—4] опы-

те эксплуатации и результатах специально проведенных исследований. Приведем основные требования, предъявляемые к современной системе разгрузки.

1. Гибкость (адаптивность) разгрузки, обеспечивающая успешную ликвидацию большого числа возможных аварийных ситуаций в условиях крупных по мощности, протяженных по территории и сложных по структуре энергообъединений при вероятностном характере возникновения дефицита мощности, его территориального распространения, различного развития аварийных ситуаций (единовременный большой дефицит мощности, медленно нарастающий дефицит мощности, каскадное развитие аварии и т. д. — рис. 1).

2. Обеспечение определенной частотно-временной зоны в аварийном процессе (рис. 1). Согласно [Л. 3 и 4] АЧР должна быть выполнена таким образом, чтобы возможность даже кратковременного снижения частоты ниже 45 Гц была полностью исключена, время работы с частотой ниже 47 Гц не превышало 20 с, а с частотой ниже 48,5 Гц — 60 с. Эти требования диктуются условиями обеспечения надежной работы энергосистем (прежде всего блочных тепловых электростанций) при глубоком или длительном снижении частоты.

3. Обеспечение достаточного объема отключения потребителей в процессе аварии и в то же время предотвращение излишнего отключения нагрузки.

4. Подъем частоты до уровней, при которых энергосистема может в послеаварийном режиме длительно работать без опасности дальнейшего развития аварии, а в отдельных случаях, в комплексе с другими средствами, — полностью автома-

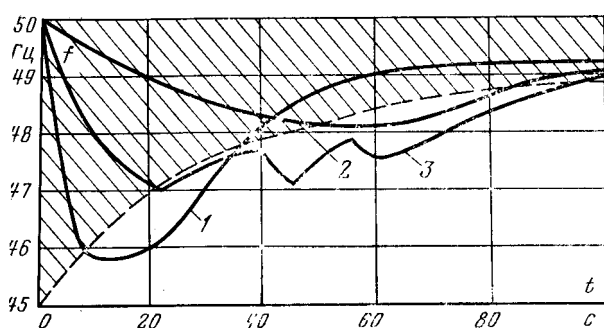


Рис. 1. Процессы изменения частоты при различном характере протекания аварийной ситуации с дефицитом активной мощности.

1 — большой дефицит мощности; 2 — небольшой или медленно нарастающий дефицит мощности; 3 — каскадное развитие нарушения. Заштрихованная область — предельно допустимая частотно-временная зона.

тическая ликвидация нарушения с восстановлением частоты до нормальной.

5. Минимизация ущерба от перерыва электроснабжения потребителей.

Эти цели достигаются прежде всего разбиением системы АЧР на две категории (АЧР I и АЧР II), существенным увеличением числа очередей и устройств разгрузки в пределах энергорайона, энергообъединения в целом и соответственно уменьшением мощности нагрузки, подключенной к каждой очереди и устройству, осуществлением совместного действия очередей АЧР I и АЧР II на отключение одной и той же нагрузки, созданием запасов в объеме подключаемой к устройствам АЧР нагрузки.

Быстродействующие очереди АЧР I с минимальным временем действия и различными уставками по частоте (в пределах от 48,5 до 46,5 Гц) предназначены для предотвращения глубокого снижения частоты; очереди АЧР II с общей уставкой по частоте (48,5 Гц или выше) и различными уставками по времени (от 5 до 90 с) предназначены для восстановления частоты после действия АЧР I, предотвращения «зависания» частоты и ликвидации медленно нарастающих дефицитов мощности. Чем больше число очередей и устройств обеих категорий разгрузки в каждом энергорайоне, энергосистеме, энергообъединении и соответственно меньше нагрузка, отключаемая каждой очередью, тем более гибкой становится разгрузка.

Действие АЧР органически согласовывается с физическим протеканием процесса изменения частоты. При быстром снижении частоты срабатывают устройства АЧР I со все более низкими уставками по частоте, а в процессе медленного снижения или восстановления частоты — устройства АЧР II с более дальними уставками по времени. Таким образом, действие АЧР «приспосабливается» к процессу изменения частоты независимо от того, как развивается аварийная ситуация, какой характер она носит — простой или сложный (каскадный). Такая разгрузка является как бы «самонастраивающейся» с точки зрения объема отключаемых в процессе ликвидации аварии потребителей. В связи с этим появляется возможность выполнять АЧР с существенным запасом по объему без опасений излишних отключений потребителей, что особенно

важно, если учесть вероятностный характер возникновения дефицитов мощности в условиях современных сложных энергообъединений.

Совмещение действия очередей АЧР I и АЧР II на отключение одних и тех же потребителей позволяет повысить гибкость разгрузки, обеспечить четкую последовательность отключения потребителей по мере возрастания их ответственности при различном характере аварийных процессов, сократить ущерб от перерывов электроснабжения.

Во всех энергосистемах в едином комплексе с устройствами АЧР, а в ряде случаев и на базе одного реле частоты, выполнены устройства автоматического повторного включения отключенных потребителей после восстановления частоты (ЧАПВ). Они позволяют существенно сократить время восстановления нормальной работы потребителей в условиях, когда в энергосистеме имеются возможности мобилизации резервов мощности на гидростанциях или за счет повторного включения отключившихся связей.

При возможности возникновения особо больших местных дефицитов мощности (когда АЧР может оказаться неэффективной) для ускорения отключения потребителей предусматривается дополнительная разгрузка (по скорости снижения частоты или по другим факторам, характеризующим значительный дефицит). На тепловых электростанциях выполняется делительная автоматика по частоте, выделяющая электростанцию с примерно сбалансированной нагрузкой или отдельные агрегаты для питания ее собственных нужд при глубоком или длительном понижении частоты, т. е. в условиях, когда АЧР и дополнительная разгрузка по каким-либо причинам оказались неэффективными или отсутствуют вообще. В ряде случаев делительная автоматика по частоте может заменять дополнительную разгрузку [Л. 3 и 4].

Для предотвращения нарушения устойчивости межсистемных связей ЕЭС СССР в процессе работы АЧР в избыточных и дефицитных по мощности частях ЕЭС настройка АЧР различна. В частности, в дефицитных энергообъединениях выполнены очереди АЧР II с уставками 49,0—49,3 Гц, несколько превышающими верхние по частоте уставки очередей разгрузки в избыточных энергообъединениях. При понижении частоты первые очереди разгрузки в дефицитных энергообъединениях срабатывают раньше, чем в избыточных, тем самым приводя к разгрузке межсистемных связей.

Цель статьи состоит в анализе опыта эксплуатации современной системы разгрузки за последние годы, оценке принципов ее выполнения и эффективности работы с точки зрения требований объединенных энергосистем. Приводимые данные базируются на результатах анализа случаев работы АЧР за 6 лет во всех ОЭС и энергосистемах страны.

Анализ большого объема информации за последние годы (несколько сотен случаев работы АЧР) показал, что разгрузка вместе с комплексом других противоаварийных мероприятий (делительная автоматика по частоте на тепловых электростанциях, дополнительная разгрузка, частотный пуск гидрогенераторов, перевод гидрогенераторов

из режима синхронного компенсатора в активный режим, ЧАПВ) обеспечила успешную ликвидацию подавляющего большинства (около 90—95%) аварийных ситуаций с дефицитом активной мощности. В среднем ежегодно имеет место 120 случаев успешной работы АЧР. Отдельные случаи развития нарушений, причиной которых была недостаточная эффективность разгрузки (5—10%), как правило, носят характер местных локальных аварий. Причины недостаточной эффективности разгрузки в этих случаях анализируются ниже.

В табл. 1 приведены данные по работе АЧР, характеризующие иерархический уровень, на котором работала АЧР, и характер нарушений (каждый случай отмечает факт срабатывания АЧР независимо от числа сработавших устройств и значения отключенной нагрузки). Простыми нарушениями условно назывались такие, которые явились следствием не более одного-двух событий (например, отключение генератора в изолированной энергосистеме, отключение единственной питающей район линии или отключение одной линии и последующее отключение из-за превышения предела передаваемой мощности другой линии и т. д.). Сложными нарушениями условно считались такие, которые явились следствием более двух событий. Такими событиями могут быть короткие замыкания с отключением отдельных элементов (линий, трансформаторов, шин), отказы или повреждения выключателей (с последующим действием УРОВ), сбросы и набросы нагрузки электростанций или потребителей, неуправляемость блоков тепловых электростанций в аварийных условиях, нарушения работы собственных нужд электростанций, возникновение асинхронных режимов, неправильные срабатывания и отказы устройств релейной защиты и автоматики, ошибочные действия персонала и т. д. Сочетание ряда (цепочки) таких событий может в условиях сложных энергообъединений приводить к каскадному (цепочечному) развитию нарушения как в пределах одной электростанции, района, так и в масштабах группы энергосистем или ОЭС в целом. В то же время своевременное автоматическое деление систем на части может привести к локализации аварийной ситуации.

Таблица 1

Виды нарушений	ОЭС и энергосистемы, входящие в ОЭС или ЕЭС СССР			Изолированные энергосистемы	Всего по видам нарушений
	ОЭС	Энергосистема или группа энергосистем	Районы энергосистем		
Простые	4	92	349	35	480
Число случаев работы АЧР, %*	0,5	12,45	47,5	4,75	65
Сложные	9	106	116	26	257
Число случаев работы АЧР, %	1,2	14,35	15,7	3,5	35
Всего	13	198	466	61	737
Число случаев работы АЧР, %	1,7	26,8	63,2	8,3	100

* Общего числа случаев работы АЧР.

Как видно из табл. 1, количество нарушений с глубоким снижением частоты, приводящим к срабатыванию АЧР и охватывающим ОЭС в целом, крайне незначительно (1,7%), а случаев работы АЧР в масштабах ЕЭС не было совсем. Это является следствием укрупнения энергообъединений и роста их мощности, когда даже потеря крупных источников генерации (несколько блоков, электростанция в целом), как правило, не приводит к снижению частоты до уставок АЧР. В то же время по мере объединения энергосистем на параллельную работу увеличивается число районов и энергосистем, получающих значительную часть мощности из энергообъединений, в результате чего основная доля нарушений нормального режима с работой АЧР приходится на их долю.

Как видно из табл. 1, большую часть (65%) нарушений с работой АЧР составляют простые нарушения, при этом примерно 28% случаев работы АЧР являются следствием отключения единственной линии, связывающей район или энергосистему с энергообъединением, а 16% — следствием одновременного отключения двух линий или отключения одной с последующим отключением второй из-за нарушения устойчивости. Доля сложных нарушений (35%) также велика. Анализ случаев работы АЧР показывает, что на практике имели место каскадные нарушения, сопровождавшиеся цепочкой от 3—5 до 15—20 событий. Все эти события могут происходить в самых различных сочетаниях, причем появление какого-либо события или его выпадение могут существенным образом изменить ход развития нарушения. В этих условиях заранее определить, как будет развиваться аварийная ситуация, во многих случаях просто невозможно. Высокая эффективность работы АЧР в этих условиях еще раз подтверждает, что ориентация принципов выполнения разгрузки на ликвидацию сложных каскадных нарушений, на вероятностный характер возникновения развития аварийных ситуаций является правильной и обоснованной. В тех случаях, когда эти требования не выполняются, как правило, ликвидация аварии затягивается или имеет место развитие аварии с тяжелыми последствиями.

В качестве примера может быть приведен случай нарушения нормальной работы в одной из энергосистем, где выполнение АЧР (в первую очередь ее объем) не удовлетворяло требованиям ликвидации аварий (рис. 2).

При перекрытии изоляции колонки разъединителя действием дифференциальной защиты шин отключена система шин 330 кВ ГРЭС. Станция разделилась на две части, одна из которых (два блока и неблочная часть) выделилась на район, питающийся от шин 110 кВ, с дефицитом мощности. В результате наброса мощности на связь 110 кВ района с энергосистемой

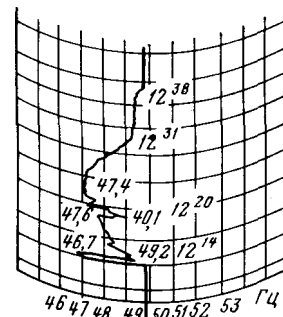


Рис. 2. Процесс изменения частоты при каскадном развитии нарушения в одной из энергосистем.

произошло нарушение синхронизма с последующим отключением этих связей автоматикой прекращения асинхронного хода. В отделившемся дефицитном районе произошло снижение частоты до 46,7 Гц, сработала часть очередей АЧР I и значительная часть очередей АЧР II. Частота поднялась до 49,2 Гц, но затем в течение 5 мин вновь понизилась до 47,6 Гц из-за частичного снижения мощности станций в отделившемся районе и повторного ручного включения части потребителей, отключенных АЧР (что запрещено соответствующими инструкциями).

Объем АЧР II оказался недостаточным для повторного подъема частоты. Диспетчером энергосистемы была дана команда на включение и набор мощности на всех резервных агрегатах и на отключение потребителей по всем очередям аварийных графиков. В результате этих мероприятий частота была постепенно восстановлена до 49,1 Гц, однако из-за длительного снижения частоты произошло отключение одного из двух оставшихся в работе блоков ГРЭС вследствие срабатывания технологической защиты от упуска воды в барабане котла. Частота вновь снизилась до 47 Гц. Из-за недостаточного объема АЧР II восстановление частоты вторично осуществлялось в основном путем аварийного отключения потребителей по команде диспетчера. Через 17 мин после нарушения нормальной работы района была в основном восстановлена его схема, через 24 мин район был синхронизирован с энергосистемой и началось обратное включение потребителей.

Хотя значительная часть случаев работы АЧР является следствием ряда событий (табл. 1), представляет интерес классификация нарушений по первопричинам. Они распределяются следующим образом:

- отключение линии при коротком замыкании (туман, ветер, гроза, пожар, обрыв провода, троса, спуска к заградителю и т. д.) — 49,5%;

- отключение трансформаторов (автотрансформаторов) — 2%;

- повреждение оборудования с последующим отключением шин (работа ДЗШ, УРОВ) — 15,5%, в том числе повреждение выключателей — 10%;

- погашение или снижение мощности котла, отключение генератора, турбины — 11,5%;

- неселективная, ложная работа или отказ релейной защиты — 8%;

- ошибочные действия дежурного и оперативного персонала, персонала служб релейной защиты и автоматики (отключение генераторов, линий, шин и т. д.) — 10,5%;

- прочие причины — 3%.

Таким образом, основная часть нарушений с работой АЧР является прямым следствием или начинается с отключения линий.

В связи с развитием энергосистем и тенденцией к увеличению числа очередей и устройств АЧР и ЧАПВ количество устройств разгрузки постоянно растет. На первое января 1976 г. в энергосистемах страны было установлено 8064 устройства АЧР и 3629 устройств ЧАПВ. Количество устройств АЧР растет в среднем на 10—15%, а устройств ЧАПВ — на 15—20% в год, причем темпы роста были бы

еще более высокими, если бы потребности энергосистем в аппаратуре полностью удовлетворялись.

Характеризуя функционирование всех устройств АЧР и ЧАПВ (независимо от числа аварийных ситуаций), следует отметить высокую надежность их работы. Число случаев правильных действий устройств АЧР за последние годы находится на уровне 97—98,5%. Число неправильных действий устройств АЧР не превышает 2,2%, ЧАПВ — 1%, число отказов АЧР — 1,5%, ЧАПВ — 1%.

Средняя периодичность срабатывания одного устройства АЧР и ЧАПВ за рассматриваемый период колебалась без какой-либо последовательной тенденции к изменению соответственно от 1,72 до 2,5 лет и от 2,5 до 3,5 лет. Однако между энергосистемами различия в показателях работы устройств разгрузки весьма велики, что вполне естественно, поскольку вероятность возникновения аварийных дефицитов мощности помимо таких факторов, как уровни повреждаемости оборудования и линий, в сильной степени зависит от структуры энергосистем, наличия и пропускной способности внутрисистемных связей и т. д. Наибольшее число срабатываний устройств, как и наибольшее число нарушений с дефицитом мощности (табл. 1), падает на районы или энергосистемы, получающие значительную часть мощности из других энергосистем (энергообъединений) и имеющие связи малой пропускной способности, а также на изолированные энергосистемы. В некоторых районах и энергосистемах наблюдается повторяемость случаев работы разгрузки. Так, например, в течение одного года на долю семи энергосистем, суммарная установленная мощность которых составила примерно 2% всей установленной мощности по Минэнерго СССР, пришлось 52% общего числа срабатываний устройств АЧР. Периодичность срабатываний устройств АЧР в этих энергосистемах составила 0,25—0,75 года. С другой стороны, в том же году 44 энергосистемы имели периодичность срабатывания устройств АЧР в 5 лет и более, в том числе 29 энергосистем — в 10 лет и более, а в 11 совсем не было действий АЧР. Наиболее редки случаи срабатывания АЧР, охватывающие всю энергосистему или ее значительную часть, в крупных концентрированных энергосистемах ОЭС Центра, Урала, Юга.

На рис. 3 показано распределение нарушений с работой АЧР по всем энергосистемам страны за 6 лет во временном разрезе — по часам суток (время местное), дням недели и месяца года. Аналогичные распределения, построенные для случаев работы АЧР в различных ОЭС, показали, что характер распределения нарушений по отдельным ОЭС и ЕЭС в целом примерно одинаков, что позволяет сделать некоторые общие выводы.

Распределение нарушений с работой АЧР по часам суток (рис. 3,а) носит характер, близкий к равномерному. Хотя нарушений в вечерние и ночные часы несколько меньше, чем в дневные, но это различие мало. Среднее значение нарушений в дневное время (8—20 ч) составляет 5,6%, в вечерние часы (20—24 ч) — 2,6%, в ночные (0—8 ч) — 2,8%. Близким к равномерному является и распределение нарушений по дням недели (рис. 3,б), при этом хотя процент нарушений в суббют-

ние и воскресные дни несколько меньше, чем в рабочие дни недели, это различие также не слишком велико. Среднее значение в будние дни составляет 16, а в выходные 10%. Несколько больший процент случаев работы АЧР в дневные часы и в рабочие дни недели является следствием того, что в эти периоды нагрузка энергосистем максимальна или близка к ней, а внутрисистемные и межсистемные связи работают, как правило, с большими перетоками мощности. В этих условиях отключение одного или группы элементов энергосистемы (линий, генераторов и т. д.) обуславливает большую вероятность возникновения нарушения и работы АЧР.

В ночные часы и в выходные дни нагрузка энергосистем и перетоки мощности по связям меньше, и с этой точки зрения вероятность возникновения нарушений с работой АЧР ниже. Однако, с другой стороны, в эти периоды часть стационарного оборудования и линий выводится в ремонт, отключаются наименее экономичные небольшие по мощности агрегаты на электростанциях, и как следствие, отключение источников генерации создает больший относительный дефицит мощности, повышая вероятность работы разгрузки, в результате чего процент срабатывания АЧР и в эти периоды остается относительно высоким.

Распределение нарушений с работой АЧР по месяцам (рис. 3, в) показывает, что большая их часть падает не на зимние, когда максимальна нагрузка энергосистем, а на летние месяцы. Летом нагрузки энергосистем минимальны, однако в этот период производится вывод значительной части стационарного оборудования и линий в ремонт, что приводит к повышению вероятности работы АЧР.

Анализ кривых распределения рис. 3 показывает, что вероятность возникновения нарушения, приводящего к работе АЧР, достаточно велика в различные периоды суток, недели, года, поэтому выдвигаемые в [Л. 3 и 4] требования успешной ликвидации большого числа возможных нарушений независимо от времени их возникновения (а не только в периоды максимальных нагрузок), создания необходимых запасов в объеме подключаемой к АЧР нагрузки являются обоснованными и правильными.

На рис. 4 показано распределение нарушений, связанных с работой АЧР, по минимальным уровням частоты в процессе их ликвидации. Проанализировано примерно 50% случаев работы АЧР, приведенных в табл. 1, по которым имелись объективные данные об уровнях понижения частоты. Показателем эффективности работы разгрузки являются не только уровни частоты, но и длительность существования этих уровней, однако из-за отсутствия достоверных данных по этому параметру они не могут быть приведены.

Анализ рис. 4 показывает, что в большинстве случаев минимальные значения частоты при работе АЧР лежат в диапазоне 47—49 Гц (72% нарушений). Это является следствием того, что, с одной стороны, наиболее часты случаи возникновения немасимальных расчетных дефицитов мощности и, с другой стороны, эффективно действие быстродействующих очередей АЧР, назначением которых

является предотвращение глубокого снижения частоты. Снижение частоты до уровней 45—47 Гц (23% нарушений) в большинстве случаев происходит при возникновении больших дефицитов мощности (порядка 30—50%) и эффективном действии АЧР или в отдельных случаях из-за недостаточной эффективности разгрузки (в основном из-за недостаточного объема АЧР). Снижение частоты ниже 45 Гц (5% нарушений) является прямым следствием недостаточной эффективности быстродействующих очередей АЧР (также из-за недостаточного объема АЧР), дополнительной разгрузки и деликатной автоматики по частоте. Был отмечен ряд случаев, когда после действия АЧР частота находилась на пониженных уровнях (47—48,5 Гц, а в отдельных случаях и ниже) длительное время (до нескольких минут), т. е. больше допустимого [Л. 3]. Это является в первую очередь следствием недостаточного объема и неправильного размещения АЧР.

Значительная часть нарушений (33,5%), связанных с работой АЧР, сопровождалась асинхронными режимами (табл. 2). В большинстве случаев нарушения синхронизма имели место в сетях 110—

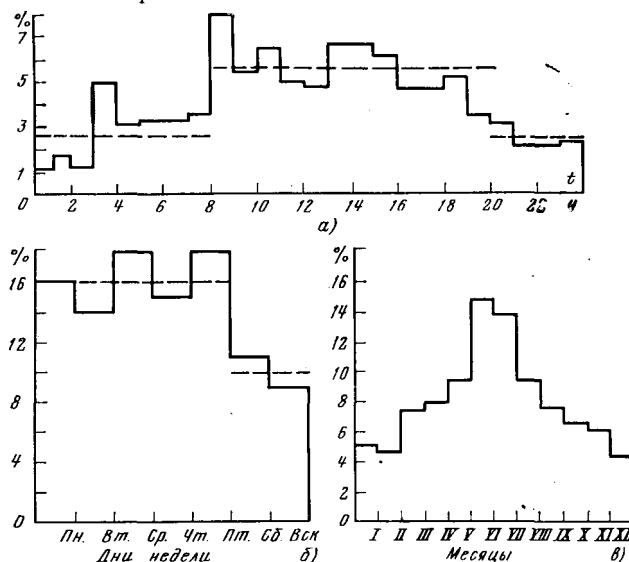


Рис. 3. Распределение случаев работы АЧР в энергосистемах во времени.

а — по часам суток; б — по дням недели; в — по месяцам года.

Рис. 4. Распределение случаев работы АЧР в энергосистемах по минимальным уровням частоты в процессе работы разгрузки.

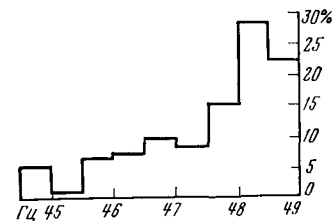
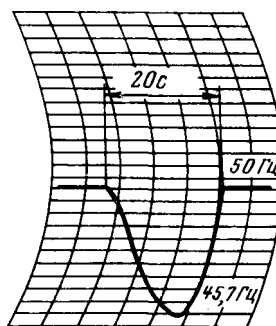


Рис. 5. Кривая изменения частоты во времени при действии АЧР и автоматическом восстановлении нормального режима энергосистемы.

Таблица 2

Виды нарушений	ОЭС и энергосистемы, входящие в ОЭС или ЕЭС СССР			Изолированные энергосистемы	Всего по видам нарушений
	ОЭС	Энергосистема или группа энергосистем	Район энергосистемы		
Нарушения, сопровождавшиеся выпадением из синхронизма электростанций, районов, энергосистем, ОЭС	9	94	145	—	248
Число случаев работы АЧР, %*	1,2	12,45	19,6	—	33,5
Нарушения с сохранением синхронной работы районов, энергосистем, ОЭС	4	104	320	61	489
Число случаев работы АЧР, %	0,5	14,35	43,6	8,3	66,5
Всего	13	198	465	61	737
Число случаев работы АЧР, %	1,7	26,8	63,2	8,3	100

* Об общего числа случаев работы АЧР.

220 кВ, где часто допускаются кратковременные асинхронные режимы для быстрого восстановления нормального функционирования энергосистемы. В ряде энергосистем и районов АЧР в соответствии с рекомендациями [Л. 3 и 4] успешно используется как средство ресинхронизации. Для этой цели установки и размещение устройств АЧР должны быть выбраны такими, чтобы они срабатывали в асинхронном режиме, а объем отключенных этими устройствами потребителей должен обеспечивать успешную ресинхронизацию [Л. 5 и 6]. В качестве иллюстрации применения АЧР как средства ресинхронизации приведем два примера.

Две энергосистемы работают параллельно по ВЛ 220 кВ длиной 480 км. Испытания показали допустимость и высокую эффективность применения несинхронного АПВ (НАПВ) на этой связи. В 1973 г. НАПВ было введено в работу и неоднократно успешно работало. Режимы зимнего максимума характеризуются большими перетоками мощности из одной системы в другую. При НАПВ на линии 220 кВ в паузе частота в приемной энергосистеме снижается до уставок АЧР и срабатывает часть очередей АЧР. После работы разгрузки через несколько секунд происходит ресинхронизация энергосистем. Ранее применявшееся на этой связи АПВ с улавливанием синхронизма позволяло восстанавливать нормальную работу энергосистем лишь через 10—20 мин.

Энергосистема, входящая в состав ОЭС-1, соединена с ОЭС-2 двумя слабыми связями 220 и 110 кВ. Дефицитная западная часть этой энергосистемы получает мощность из избыточной восточной части. При разрыве связи 500 кВ между этими двумя частями и нарушении синхронизма по параллельной связи 220 кВ и слабым связям западной части с ОЭС-2 (ЕЭС) на последних срабатывает автоматика прекращения асинхронного хода и отделяет ОЭС-1 от ЕЭС, после чего в дефицитной западной части энергосистемы работает АЧР, обеспечивающая ресинхронизацию по связям 220 кВ между восточной и западной частями этой энергосистемы. За два года имело место 5 случаев успешной ресинхронизации с помощью АЧР.

Вместе с тем можно отметить, что применение АЧР как средства ресинхронизации может быть еще более расширено, что дает возможность ускорить восстановление нормального режима энергоси-

стем и сократить перерывы питания потребителей.

Как указывалось, в большинстве случаев работа АЧР позволила успешно ликвидировать нарушения, сопровождающиеся дефицитом мощности. После работы АЧР частота восстанавливалась до уровней, близких к 49 Гц и выше, при которых энергосистема может длительно функционировать без угрозы развития аварии. Дальнейшее восстановление нормального режима энергосистемы происходило в результате совместного действия оперативного диспетчерского персонала энергосистем и устройств автоматики (ЧАПВ, частотный пуск генераторов и т. д.). При этом средняя продолжительность ликвидации нарушения, сопровождающегося работой АЧР, и восстановления нормального режима энергосистемы (района) составила 15—20 мин.

В ряде энергосистем комплексное использование АЧР с другими устройствами (АПВ УС, НАПВ, ЧАПВ, частотный пуск гидрогенераторов), применение для подъема частоты такого мероприятия, как автоматическое изменение уставок возврата устройств АЧРП после их срабатывания, позволило обеспечить полностью автоматическое восстановление нормального режима за 2—3 мин. В качестве примера на рис. 5 показана кривая изменения частоты в одной из энергосистем при возникновении значительного дефицита мощности в результате отключения межсистемных связей [Л. 4]. Через 20 с в результате действия АЧР и мобилизации резервов мощности на гидроагрегатах, работавших в режиме синхронных компенсаторов, частота была восстановлена до нормального уровня. Далее успешно сработали устройства АПВ на межсистемных связях, после чего начали действовать устройства ЧАПВ. К восьмидесятой секунде питание всех отключенных потребителей было восстановлено и автоматическая ликвидация нарушения закончена. С другой стороны, при тяжелом развитии ряда нарушений, явившихся главным образом следствием неудовлетворительного выполнения АЧР, восстановление нормального режима занимало от получаса до нескольких часов.

Оценка ущербов при работе АЧР, выполненная выборочно в некоторых энергосистемах, показала, что их значение в ряде случаев превосходит минимально возможное. Это вызвано главным образом недостатком релейной аппаратуры: укрупнением очередей АЧР, приводящим к одновременному отключению как малоответственных, так и более ответственных нагрузок, и незавершенностью этапа перехода от раздельного действия очередей АЧР и АЧРП на отключение различных нагрузок к совмещенному действию этих категорий разгрузки на отключение одних и тех же нагрузок. Это приводит к нарушению последовательности отключения нагрузок по степени их ответственности при больших дефицитах мощности (когда работают преимущественно очереди АЧР) и при медленно нарастающих или повторяющихся малых дефицитах мощности (когда работают преимущественно очереди АЧРП).

Оценка отключаемой в процессе работы АЧР нагрузки показала, что обычно она не превосходит значения дефицита мощности. Тем не менее на

практике наблюдались отдельные случаи излишнего (сверх значения дефицита мощности) отключения нагрузки порядка 2—5% мощности района и, как следствие, подъема частоты выше исходной. Это имело место при возникновении больших (более 40—50%) дефицитов мощности из-за конечного времени отключения нагрузки при работе АЧР (время действия реле частоты, выдержка времени АЧРІ, время действия выключателей) [Л. 7] и отсутствии быстродействующей дополнительной разгрузки, на которую возлагаются основные функции ликвидации столь больших дефицитов мощности. При наличии дополнительной разгрузки и правильном выполнении АЧР в соответствии с [Л. 3 и 4] случаи излишнего отключения нагрузки исключаются. В то же время анализ крупных аварий, происшедших в США, и опыт эксплуатации наших энергосистем в 50-е годы показали, что выполнение разгрузки небольшим количеством крупных по мощности очередей может приводить к излишнему отключению потребителей в ряде аварийных возмущений (в том числе и при немаксимальных дефицитах мощности).

Эффективным мероприятием, значительно снижающим вероятность излишнего отключения потребителей при работе осуществленной в наших энергосистемах системы АЧР, является сокращение выдержек времени очередей АЧРІ. В связи с этим в районах, где возможны особо большие дефициты мощности, следует стремиться выполнять очереди АЧРІ на полупроводниковом реле частоты РЧ-І, у которого (в отличие от устройств АЧРІ на базе индукционного реле частоты ИВЧ) выдержки времени АЧРІ могут быть полностью исключены (поскольку реле РЧ-І не срабатывает ложно при кратковременном исчезновении и последующей подаче напряжения).

Опыт эксплуатации также показывает, что ряд серьезных трудностей в настройке и обеспечении эффективного действия АЧР, ЧАПВ и других устройств автоматики, предназначенных для ликвидации аварийных дефицитов мощности и восстановления нормальных режимов (частотный пуск гидрогенераторов, перевод гидрогенераторов из режима синхронного компенсатора в режим выдачи активной мощности, блокировки АЧР в паузах АПВ и АВР и т. д.), вносит работа энергосистем в течение отдельных периодов времени с частотой ниже допустимой по ГОСТ.

Как указывалось, определенное (хотя и незначительное) число нарушений с дефицитом мощности все же получают развитие. Это происходит в значительной степени из-за недостатков в выполнении аварийной разгрузки. Назовем их.

Недостаточный объем и неправильное размещение разгрузки, а в отдельных случаях неправильный выбор уставок АЧР. Подобные дефекты в выполнении АЧРІ приводят к глубокому понижению частоты, а в выполнении АЧРІІ — к длительному «зависанию» частоты на пониженных уровнях. Это вызвано неправильным выбором расчетных аварий, учетом сложного характера аварийных ситуаций с повторяющимися или медленно нарастающим снижением частоты (вследствие неуправляемости блочных тепловых электростанций в аварийных ре-

жимах и снижения их мощности), отсутствием запасов в объемах разгрузки по режимам ночных провалов нагрузки, выходных и праздничных дней, несоответствием фактической подключаемой к устройствам разгрузки мощности расчетной.

Отсутствие или дефекты в выполнении дополнительной разгрузки и делительной автоматики по частоте для выделения тепловых электростанций или отдельных агрегатов при глубоких снижениях частоты, что приводит к тяжелому развитию нарушений при больших дефицитах мощности.

Обратное включение отключенной устройствами АЧР нагрузки персоналом вручную или автоматически устройствами АВР на те же генерирующие источники, приводящее к развитию нарушения, повторному снижению частоты.

Недостаток релейной аппаратуры для выполнения устройств АЧР (прежде всего реле частоты), следствием чего является необходимость укрупнения очередей АЧР, снижение гибкости разгрузки и увеличение ущерба от отключения нагрузки в процессе ликвидации нарушений. Частичному решению этой проблемы способствует оснащение энергосистем комплектными распредустройствами, в состав которых входят устройства АЧР, выполненная Энергосетьпроектном разработка типовых схем АЧР и ЧАПВ, начинающийся выпуск комплектных устройств АЧРС.

Неправильный выбор уставок и размещение устройств ЧАПВ (особенно в условиях укрупнения очередей АЧР). Это приводит к преждевременному обратному включению потребителей устройствами ЧАПВ (когда условий для восстановления их питания еще нет), повторному понижению частоты и развитию аварийной ситуации.

Выводы. 1. Опыт эксплуатации АЧР в условиях крупных по мощности, протяженных по территории и сложных по структуре энергообъединений страны показал ее высокую эффективность. Современные принципы разгрузки обеспечивают успешную ликвидацию аварийных ситуаций с дефицитом активной мощности при вероятностном характере возникновения нарушений, различных процессах их протекания и масштабах, различном дефиците и одновременно исключают возможность излишнего отключения нагрузки независимо от характера нарушения.

2. Отдельные случаи тяжелого развития нарушений носят местный, локальный характер и являются, как правило, следствием неудовлетворительного выполнения аварийной разгрузки.

3. Основным путем дальнейшего повышения эффективности и гибкости аварийной разгрузки является скорейшее завершение перехода к совмещенному действию АЧРІ и АЧРІІ на отключение одной и той же нагрузки, увеличение объема подключаемой к АЧР нагрузки, увеличение числа очередей и устройств разгрузки, ускорение действия очередей АЧРІ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зейлидзон Е. Д. Автоматическая частотная разгрузка и частотное АПВ в энергообъединениях. — В кн.: Средства противоаварийной автоматики энергосистем. М.: Энергия, 1964, с. 113—125.

2. Эксплуатационный циркуляр № Э-9/65 «О порядке выполнения автоматической частотной разгрузки и частотного АПВ в энергосистемах». М.: БТИ ОРГРЭС, 1965.

3. Методические указания по автоматической частотной разгрузке (АЧР). М.: СЦНТИ ОРГРЭС, 1972.

4. Современные принципы и перспективы развития автоматической частотной разгрузки в энергообъединениях СССР/Зейлидзон Е. Д., Савалов С. А., Бутин Г. Д. и др. — В кн.: Доклады на III Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. Л.: Энергия, 1973, с. 169—178.

5. Рабинович Р. С. Анализ действия автоматической частотной разгрузки при асинхронных режимах в энергосистемах. — Электричество, 1969, № 3, с. 16—21.

6. Рабинович Р. С. Автоматическая частотная разгрузка как средство ресинхронизации энергосистем. — Электричество, 1977, № 6, с. 9—14.

7. Рабинович Р. С., Бутин Г. Д. Особенности действия АЧР при значительных дефицитах мощности. — Труды ВНИИЭ, 1974, вып. 46, с. 93—100.

[23.1.1978]

УДК 621.311.016.35.001.24

Параметрический резонанс как причина вторичного нарушения устойчивости

Канд. техн. наук ПУГО В. И.

Рижский политехнический институт

Применение кратковременных асинхронных режимов в энергосистемах способствует повышению надежности и экономичности работы системы, но может привести к опасному развитию аварий. В частности, возможно нарушение устойчивости параллельной работы синхронно работающих генераторов системы. Причины этого вторичного (под воздействием асинхронного хода в системе) нарушения устойчивости исследованы в [Л. 1], где также указано на опасность возникновения явлений параметрического резонанса при наличии асинхронного хода в электрической системе.

В простейших колебательных системах возможно возбуждение параметрических колебаний и явление параметрического резонанса [Л. 2 и 3], если какой-либо параметр системы изменяется по гармоническому закону с частотой, равной или близкой к удвоенной собственной частоте системы¹. При асинхронном ходе генератора или части системы в узлах синхронно работающей части системы возникают периодические изменения, частота которых, называемая частотой возмущения и равная разности частот асинхронно и синхронно работающих частей, может быть близка к удвоенной собственной частоте электромеханических колебаний синхронно работающей части. В этом случае могут возникнуть параметрические колебания роторов генераторов, приводящих (при определенных условиях) ко вторичному нарушению устойчивости.

Эксперимент, проведенный на динамической модели МЭИ для схемы, представленной на рис. 1,а, показал, что, действительно, явления параметрического резонанса возникают в электрической системе

при наличии установившегося асинхронного хода. На рис. 1,б представлена осциллограмма, полученная на динамической модели при асинхронном ходе СМ-1 и показывающая большие параметрические колебания угла ротора δ_{23} синхронно работающего генератора СМ-2 с собственной частотой $\omega_{СМ-2}$, причем частота возмущения — скольжение s асинхронно вращающейся машины СМ-1 — вдвое больше $\omega_{СМ-2}$. Осциллограмма показывает, что явление параметрического резонанса привело к выпадению из синхронизма СМ-2, т. е. к вторичному нарушению устойчивости.

Явления параметрического резонанса и параметрических колебаний характерны для систем, описываемых дифференциальными уравнениями 2-го порядка с периодическими коэффициентами. При этом наиболее изученными являются линейные уравнения Хилла — Матье [Л. 2], для которых разработаны методы построения областей возбуждения параметрических колебаний. В данной статье, где изучаются большие (приводящие к нарушению устойчивости) колебания режимных параметров в электрической системе, переходные процессы описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Для таких систем не разработаны методы исследования параметрического резонанса, хотя для нелинейных колебательных систем, описываемых уравнением 2-го порядка, существуют [Л. 3] способы получения приближенных решений и условий параметрического возбуждения. В статье предлагаются методика количественного определения максимально допустимого возмущения от асинхронного хода, при превышении которого возможно вторичное нарушение устойчивости вследствие параметрического резонанса, а также аналитические выражения условий возникновения параметрического резонанса в электрической системе на примере трехмашинной схемы (рис. 1,а). К такой схеме, как к расчетной модели, может быть приведена сложная энергосистема при анализе влияния асинхронного хода одного или части генераторов.

¹ Параметрический резонанс [Л. 3] представляет собой явление, когда под действием периодического изменения параметров колебательной системы в ней совершаются колебания с частотой, близкой к собственной частоте колебаний и равной дробной части частоты изменения параметра. Наиболее интенсивно параметрический резонанс возникает при частоте колебаний, равной половине частоты изменения параметра. При этом частота изменения параметра (частота возмущения) должна быть близка или равна удвоенной собственной частоте системы.

Математическое описание задачи основано на упрощенных уравнениях Парка — Горева, которыми описываются переходные процессы СМ-2, опасность вторичного нарушения которой исследуется. Асинхронно вращающаяся СМ-1 представлена постоянной э. д. с. $E_1 = E'$ за сопротивлением $x_1 = x'_d$.

После преобразований [Л. 4] исходная система уравнений имеет следующий вид:

$$T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} + \beta_2 \frac{d \delta_2}{dt} + E_1 E_{q02} [(1 + e_{q2} + e_{1q2}) y_{21} \sin \delta_{21} - y_{21} e_{1d2} \cos \delta_{21}] + U_c E_{q02} [(1 + e_{q2} + e_{1q2}) y_{23} \sin \delta_{23} - y_{23} e_{1d2} \cos \delta_{23}] = P_{T2}; \quad (1)$$

$$e_{q2} \lambda_2 + e_{q2} + e_{1q2} \mu_3 + \frac{E_1}{E_{q02}} \mu y_{21} (\cos \delta_{21}) + \frac{U_c}{E_{q02}} \mu y_{23} (\cos \delta_{23}) = 0; \quad (2)$$

$$e_{1q2} \lambda_{1q2} + e_{1q2} + e_{q2} \mu_4 + \frac{E_1}{E_{q02}} \mu_1 y_{21} (\cos \delta_{21}) + \frac{U_c}{E_{q02}} \mu_1 y_{23} (\cos \delta_{23}) = 0; \quad (3)$$

$$e_{1d2} \lambda_{1d2} + e_{1d2} + \frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} \mu_2 (\sin \delta_{21}) + \frac{U_c}{E_{q02}} \mu_2 y_{23} (\sin \delta_{23}) = 0. \quad (4)$$

Все обозначения даны в [Л. 5].

Эта система нелинейных дифференциальных уравнений должна быть решена относительно переменных: δ_2 , e_{q2} , e_{1q2} , e_{1d2} (абсолютный угол ротора и относительные э. д. с. в контурах ротора синхронно работающей машины СМ-2 под воздействием асинхронного хода СМ-1 в системе). В предположении, что асинхронно вращающаяся машина СМ-1 имеет скольжение s , ее угол меняется по выражению

$$\delta_1 = st;$$

синхронно работающая машина СМ-2 находится в режиме параметрических колебаний:

$$\delta_2 = a_0 + a_{0,5} \sin\left(\frac{s}{2}t + \varphi_{0,5}\right); \quad (5)$$

$\delta_3 = 0$ для шин $U_c = \text{const}$; взаимные углы записываются в виде:

$$\delta_{21} = -st + a_0 + a_{0,5} \sin\left(\frac{s}{2}t + \varphi_{0,5}\right); \quad (6)$$

$$\delta_{23} = a_0 + a_{0,5} \sin\left(\frac{s}{2}t + \varphi_{0,5}\right); \quad (7)$$

$$\delta_{13} = st. \quad (8)$$

В уравнениях (1)–(4) нелинейные функции $\sin \delta_{21}$, $\sin \delta_{23}$, $\cos \delta_{21}$, $\cos \delta_{23}$ разложим в ряд Неймана (модификация ряда Фурье с использованием бесселевых функций от аргумента $a_{0,5}$):

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta_{21} &= \sum_n R_n e^{jsnt}; \quad \cos \delta_{21} = \sum_n R'_n e^{jsnt}; \\ \sin \delta_{23} &= \sum_n S_n e^{jsnt}; \quad \cos \delta_{23} = \sum_n S'_n e^{jsnt}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

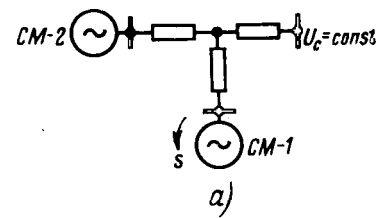
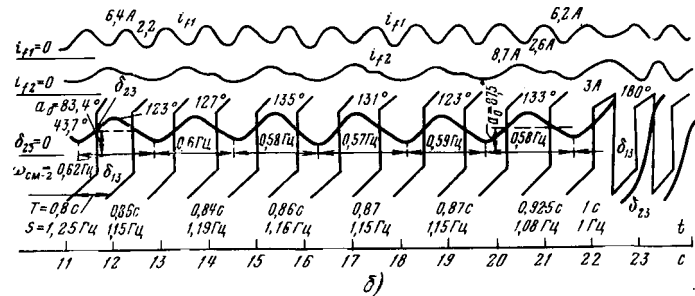


Рис. 1. Расчетная схема (а) и осциллограмма переходного процесса в случае параметрического резонанса (б).



Коэффициенты разложения R_n , R'_n , S_n , S'_n приведены в приложении.

Предполагая, что переменные e_{q2} , e_{1q2} , e_{1d2} в (1)–(4) — периодические функции, которые можно представить в виде

$$\begin{aligned} e_{q2} &= \sum_n \eta_n e^{jsnt}; \quad e_{1q2} = \sum_n \eta_{1qn} e^{jsnt}; \\ e_{1d2} &= \sum_n \eta_{1dn} e^{jsnt}, \end{aligned} \quad (10)$$

и используя метод гармонического баланса [Л. 4] при учете в разложениях (9) и (10) $n = \{-1, -0,5, 0, 0,5, 1\}$, приходим от исходных уравнений (1)–(4) к уравнениям (11)–(12) для постоянных составляющих ($n=0$) и к уравнениям (13)–(16) для гармоник с частотой параметрических колебаний ($n=0,5$):

$$\begin{aligned} E_1 E_{q02} y_{21} \{R_0 + (\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}) R_{-0,5} + \\ + (\eta_{-0,5} + \eta_{1q-0,5}) R_{0,5} + (\eta_1 + \eta_{1q1}) R_{-1} + \\ + (\eta_{-1} + \eta_{1q-1}) R_1 - \eta_{1d0,5} R'_{0,5} - \eta_{1d-0,5} R'_{-0,5} - \\ - \eta_{1d1} R'_{-1} - \eta_{1d-1} R'_1\} + U_c E_{q02} y_{23} \{S_0 + (\eta_{0,5} + \\ + \eta_{1q0,5}) S_{0,5} + (\eta_{-0,5} + \eta_{1q-0,5}) S_{-0,5} + \\ + (\eta_1 + \eta_{1q1}) S_{-1} + (\eta_{-1} + \eta_{1q-1}) S_1 - \\ - \eta_{1d0,5} S'_{-0,5} - \eta_{1d-0,5} S'_{0,5} - \eta_{1d1} S'_{-1} - \\ - \eta_{1d-1} S'_1\} = P_{T2}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\eta_0 = 0; \quad \eta_{1q0} = 0; \quad \eta_{1d0} = 0; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} -T_{J2} \frac{s^2}{4} \xi_{0,5} + j\beta_2 \frac{s}{2} \xi_{0,5} + E_1 E_{q02} y_{21} \{R_{0,5} + \\ + (\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}) R_0 + (\eta_1 + \eta_{1q1}) R_{-0,5} + \\ + (\eta_{-0,5} + \eta_{1q-0,5}) R_1 - \eta_{1d0,5} R'_0 - \eta_{1d1} R'_{-0,5} - \\ - \eta_{1d-0,5} R'_1\} + U_c E_{q02} y_{23} \{S_{0,5} + (\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}) S_0 + \\ + (\eta_1 + \eta_{1q1}) S_{-0,5} + (\eta_{-0,5} + \eta_{1q-0,5}) S_1 - \\ - \eta_{1d0,5} S'_0 - \eta_{1d1} S'_{-0,5} - \eta_{1d-0,5} S'_1\} = 0; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \eta_{0,5} \lambda_2 + j \frac{s}{2} \eta_{0,5} + j \frac{s}{2} \eta_{1q0,5} \mu_3 + \\ + \frac{E_1}{E_{q02}} \mu y_{21} j \frac{s}{2} R'_{0,5} + \frac{U_c}{E_{q02}} \mu y_{23} j \times \\ \times \frac{s}{2} S'_{0,5} = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\eta_{1q0,5}\lambda_{1q2} + j\frac{s}{2}\eta_{1q0,5} + j\frac{s}{2}\eta_{0,5}\mu_4 +$$

$$+ \frac{E_1}{E_{q02}}\mu_1 y_{21} j\frac{s}{2} R'_{0,5} + \frac{U_c}{E_{q02}}\mu_1 y_{23} j \times$$

$$\times \frac{s}{2} S'_{0,5} = 0; \quad (15)$$

$$\eta_{1d0,5}\lambda_{1d2} + j\frac{s}{2}\eta_{1d0,5} + \frac{E_1}{E_{q02}}y_{21}\mu_2 j\frac{s}{2}R_{0,5} +$$

$$+ \frac{U_c}{E_{q02}}\mu_2 y_{23} j\frac{s}{2}S_{0,5} = 0. \quad (16)$$

В уравнении (13) $\xi_{0,5}$ — комплексная амплитуда разложения

$$\delta_2 = \sum_n \xi_n e^{jsnt}, \text{ где } n = \{-0,5, 0, 0,5\}. \quad (17)$$

Сопоставляя (17) и (5), получим связь между комплексными и действительными амплитудами разложений угла δ_2 :

$$\xi_0 = a_0; \quad \xi_{0,5} = \frac{a_{0,5}}{2j} e^{j\varphi_{0,5}}. \quad (18)$$

Решая совместно уравнения (14) и (15) относительно суммы переменных $\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}$ и (16) относительно $\eta_{1d0,5}$, получим:

$$\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5} = L'_d \left(j\frac{s}{2} \right) \left[\frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} R'_{0,5} + \right.$$

$$\left. + \frac{U_c}{E_{q02}} y_{23} S'_{0,5} \right]; \quad (19)$$

$$\eta_{1d0,5} = L'_q \left(j\frac{s}{2} \right) \left[\frac{E_1}{E_{q02}} y_{21} R_{0,5} + \right.$$

$$\left. + \frac{U_c}{E_{q02}} y_{23} S_{0,5} \right]. \quad (20)$$

Здесь

$$L'_d \left(j\frac{s}{2} \right) = \frac{s^2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 [\mu_1 (1 - \mu_3) + \mu_2 (1 - \mu_4)] -}{-s^2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 (1 - \mu_3 \mu_4) +}$$

$$\frac{-js \left(\frac{1}{2} \right) (\mu_1 \lambda_{1q2} + \mu_1 \lambda_2)}{+ js \left(\frac{1}{2} \right) (\lambda_2 + \lambda_{1q2}) + \lambda_2 \lambda_{1d2}}; \quad (21)$$

$$L'_q \left(j\frac{s}{2} \right) = -j \frac{s 0,5 \mu_2}{js 0,5 + \lambda_{1d2}}. \quad (22)$$

Величины $L'_d \left(j\frac{s}{2} \right)$ и $L'_q \left(j\frac{s}{2} \right)$ представляют собой частотные характеристики роторных контуров для частоты колебаний $s/2$.

Аналогично записываются уравнения электромагнитных переходных процессов в контурах ротора СМ-2 для гармоники $n=1$, откуда затем получаются выражения для $(\eta_1 + \eta_{1q1})$ и η_{1d1} , в правых частях которых имеются частотные характеристики $L'_d(js)$ и $L'_q(js)$ для частоты колебаний s .

Выражения для $(\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5})$, $\eta_{1d0,5}$, $(\eta_1 + \eta_{1q1})$, η_{1d1} подставляются в уравнения (11) и (13). С учетом того, что суммы произведений сопряженных

векторов уравнения (11) можно записать в виде

$$(\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}) R_{-0,5} + (\eta_{-0,5} + \eta_{1q-0,5}) R_{0,5} =$$

$$= 2 \operatorname{Re} [(\eta_{0,5} + \eta_{1q0,5}) R_{-0,5}],$$

получим из (11) уравнение с действительными коэффициентами:

$$M_{\text{пост}} = P_{T2}, \quad (23)$$

а из (13) — уравнение с комплексными коэффициентами, которые можно решать отдельно для реальной и мнимой частей:

$$-T_{J2} \frac{s^2}{4} \xi_{0,5} + (\operatorname{Re} + j \operatorname{Im}) M_{(0,5)} =$$

$$= (\operatorname{Re} + j \operatorname{Im}) A'_{f(0,5)}. \quad (24)$$

Здесь $M_{(0,5)}$ и $A'_{f(0,5)}$ — составляющие уравнения (13), пропорциональные соответственно $U_c E_{q02} y_{23}$ и $E_1 E_{q02} y_{23}$.

Разделим (24) на $T_{J2} \xi_{0,5}$ и получим:

$$-\frac{s^2}{4} + (\omega_{\varphi(0,5)}^2 + js 0,5 \beta_{\varphi(0,5)}) =$$

$$= \frac{1}{T_{J2} a_{0,5}} (\operatorname{Re} + j \operatorname{Im}) A_{f(0,5)}. \quad (25)$$

В уравнении (25) для эквивалентных обобщенных параметров СМ-2, находящейся в режиме параметрического резонанса, через $\omega_{\varphi(0,5)}$, $\beta_{\varphi(0,5)}$, $A_{f(0,5)}$ обозначены: эквивалентная собственная частота, эквивалентный коэффициент демпфирования, возмущение от асинхронного хода СМ-1 соответственно.

Характерные особенности параметрического резонанса в электрической системе. Решая (23) и (25) относительно a_0 , $a_{0,5}$, $\varphi_{0,5}$ при заданной частоте возмущения s , получим зависимость $a_0(s)$ и резонансные кривые $a_{0,5}(s)$. Решение осуществляется на ЦВМ методом Ньютона; начальные приближения должны быть заданы следующим образом: $a_0 \approx \approx \delta_{230}$; $a_{0,5}$, $\varphi_{0,5}$ — любые малые числа, но не нуль.

Расчет начинают с больших значений частоты возмущения $s_{\text{нач}} \geq 2$ Гц, постепенно уменьшая частоту с шагом $\Delta s = 0,01 - 0,1$ Гц. Выбор такого $s_{\text{нач}}$ обусловлен тем, что частота собственных колебаний нерегулируемой синхронной машины обычно 0,5—1 Гц. На рис. 2 и 3 представлены кривые параметрических колебаний, полученные для схемы рис. 1 (параметры схемы соответствуют данным [Л. 1]). Рис. 2 соответствует более тяжелому исходному доаварийному режиму работы СМ-2: $P_{T2} = 0,4$ отн. ед.; $\delta_{230} \approx 50^\circ$, рис. 3 — $P_{T2} = 0,292$ отн. ед.; $\delta_{230} = 19^\circ$. Серия кривых на каждом рисунке соответствует различным уровням возмущения — значениям э. д. с. асинхронно вращающейся машины E_1 . Поскольку расчет проводится при уменьшении частоты, то в результате получаются верхние ветви резонансных кривых $a_{0,5}(s)$, представляющие наибольший интерес с точки зрения опасности вторичного нарушения устойчивости.

Условия устойчивости параметрических колебаний определяются по методам [Л. 5], в соответствии с которыми можно получить, что уравнение

$$\frac{\partial M_{\text{пост}}}{\partial a_0} = 0, \quad (26)$$

где $M_{\text{пост}}$ — постоянная составляющая момента, приложенного к валу СМ-2, определяет условия, при которых произойдет вторичное нарушение устойчивости СМ-2 в виде аperiodического нарастания a_0 — постоянной составляющей параметрических колебаний угла δ_2 .

Анализ кривых рис. 2 и 3 обнаруживает следующие качественные особенности параметрического резонанса.

При заданном уровне возмущения от асинхронного хода параметрический резонанс возникает не при всех значениях частоты возмущения, а только в некоторой резонансной зоне $s_1 \div s_2$; например, для условий рис. 2 при $E_1 = 1,48$ $s_1 = 9,25$ рад/с; $s_2 = 12,2$ рад/с;

Существуют уровни возмущения, при которых параметрические колебания вообще не возбуждаются ни при каких значениях s .

Минимальный уровень возмущения $E_1^{\text{мин}}$, необходимый для параметрического резонанса («порог генерации»), выше при меньшей загрузке СМ-2 в исходном режиме. Так, $E_1^{\text{мин}} = 0,18$ (рис. 2) и $E_1^{\text{мин}} = 0,54$ (рис. 3).

Ширина резонансной зоны зависит от уровня возмущения: она тем больше, чем больше уровень возмущения E_1 .

Предельные условия, при которых наступает вторичное нарушение устойчивости вследствие параметрического резонанса, соответствуют

$$E_1^{\text{пред}} = 1,48; s_{\text{рез}} = 9,25 \text{ рад/с (рис. 2);}$$

$$E_1^{\text{пред}} = 2,08; s_{\text{рез}} = 9,3 \text{ рад/с (рис. 3).}$$

Отметим, что критические условия по главному резонансу соответствуют $E_1^{\text{кр}} = 0,123$; $s_{\text{рез}} = 3,1$ рад/с (для условий рис. 3) и $E_1^{\text{кр}} = 0,188$; $s_{\text{рез}} = 2,8$ рад/с (для условий рис. 3). Отсюда ясно, что $E_1^{\text{кр}} \ll E_1^{\text{пред}}$.

Однако, если скольжение асинхронного хода СМ-1 соответствует частотам параметрического, а не основного резонанса, то вторичное нарушение устойчивости СМ-2 может произойти при возбуждении и нарастании параметрических колебаний.

Условия возникновения параметрического резонанса. Для определения условий возбуждения параметрических колебаний в электрической системе воспользуемся асимптотическими методами теории нелинейных колебаний [Л. 3], развитыми в [Л. 6] применительно к задаче исследования резонансных явлений в электрических системах. Следуя [Л. 6], из уравнения, описывающего в первом приближении переходные процессы в СМ-2 при асинхронном ходе СМ-1,

$$\frac{d^2 \delta_2}{dt^2} + \beta_2 \frac{d \delta_2}{dt} + \omega_0^2 \sin \delta_2 = \frac{P_{T2}}{T_{J2}} - a_f \sin(\delta_2 - \delta_1), \quad (27)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{E_2 U_{c y_{23}}}{T_{J2}}; \quad a_f = \frac{E_2 E_1 y_{21}}{T_{J2}}, \quad (28)$$

в предположении $\delta_1 = st$ и периодического решения δ_2 вида (5), получаем два уравнения, определяющие изменение амплитуды и фазы параметрических колебаний СМ-2. Не приводя здесь громоздких преобразований, аналогичных сделанным в [Л. 6], запишем полученные в итоге уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{da_{0,s}}{dt} &= -\frac{\beta_2(0,s)a_{0,s}}{2} + \frac{a_f a_{0,s}}{4\omega} \left[\left(1 - \frac{a_{0,s}^2}{12}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{A}{2} \left(\omega - \frac{s}{2}\right) \right] \sin(a_0 + 2\varphi_{0,s}); \\ \frac{d\varphi_{0,s}}{dt} &= \omega_2(0,s) - \frac{s}{2} + \frac{a_f A}{8} \cos(a_0 + 2\varphi_{0,s}), \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{\omega s + \frac{s^2}{4}} \left[\left(\omega + \frac{s}{2}\right) + \right. \\ &\quad \left. + a_{0,s}^2 \frac{1}{6} \left(\omega - \frac{s}{2}\right) \right]; \\ \omega &= \sqrt{\omega_0^2 \cos a_0}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

При учете электромагнитных переходных процессов в контурах ротора СМ-2 величины $\omega_2(0,s)$, $\beta_2(0,s)$, a_0 в уравнениях (29) являются функциями параметров колебаний $a_{0,s}$, $\varphi_{0,s}$, s и определяются при решении уравнений (23) и (25).

Для установившихся параметрических колебаний (в нелинейной системе в отличие от линейной возможны устойчивые режимы стационарных параметрических колебаний [Л. 3]):

$$\frac{da_{0,s}}{dt} = 0; \quad \frac{d\varphi_{0,s}}{dt} = 0. \quad (31)$$

Полагая, что $\omega - \frac{s}{2} \approx 0$, получим:

$$\begin{aligned} \omega + \frac{s}{2} &\approx 2\omega; \quad \omega - \frac{s}{4} \approx \frac{\omega}{2}; \\ A &\approx \frac{2}{3\omega} \left(1 + \frac{a_{0,s}^2}{24}\right). \end{aligned}$$

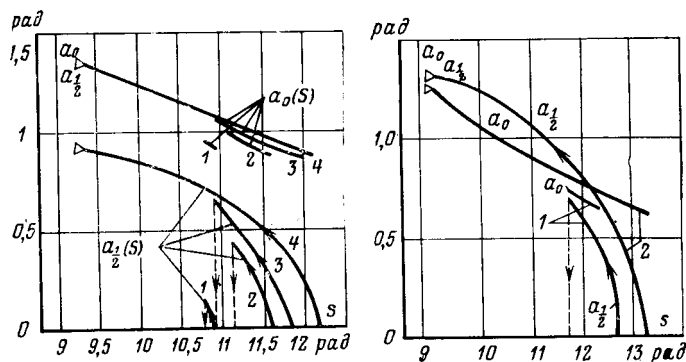


Рис. 2. Кривые параметрических колебаний.
 $\delta_{230} \approx 50^\circ$; 1 — $E_1 = 0,36$; 2 — $E_1 = 0,9$; 3 — $E_1 = 1,27$; 4 — $E_1^{\text{пред}} = 1,48$.
 Δ — нарушение устойчивости.

Рис. 3. Кривые параметрических колебаний.
 $\delta_{230} \approx 19^\circ$; 1 — $E_1 = 1,34$; 2 — $E_1^{\text{пред}} = 2,08$. Δ — нарушение устойчивости.

С учетом (31) и принятых приближений запишем из уравнений (29):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta_{\Sigma(0,5)} a_{0,5}}{2} &= \frac{a_f a_{0,5}}{4\omega} \left(1 - \frac{1}{12} a_{0,5}^2\right) \times \\ &\times \sin(a_0 + 2\varphi_{0,5}); \\ \omega_{\Sigma(0,5)} - \frac{s}{2} &= -\frac{a_f}{12\omega} \left(1 + \frac{1}{24} a_{0,5}^2\right) \times \\ &\times \cos(a_0 + 2\varphi_{0,5}). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Возведем каждое из этих уравнений в квадрат и сложим их:

$$\begin{aligned} \left[\omega_{\Sigma(0,5)} - \frac{s}{2}\right]^2 + \left[\frac{\beta_{\Sigma(0,5)} a_{0,5}}{2}\right]^2 &= \\ = \frac{a_f^2}{4^2 \omega^2} \left[a_{0,5}^2 \left(1 - \frac{1}{12} a_{0,5}^2\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} \left(1 + \frac{1}{24} a_{0,5}^2\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Выражение в правой части (33) после отбрасывания малых членов можно упростить:

$$\begin{aligned} \left[\omega_{\Sigma(0,5)} - \frac{s}{2}\right]^2 + \left[\frac{\beta_{\Sigma(0,5)} a_{0,5}}{2}\right]^2 &\approx \\ \approx \frac{a_f^2}{16\omega^2} \left[a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9} \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Умножим левую и правую части (34) на $4\omega^2$ и с учетом допущения

$$\begin{aligned} \left[\omega_{\Sigma(0,5)} - \frac{s}{2}\right]^2 4\omega^2 &\approx \left(\omega_{\Sigma(0,5)} - \frac{s}{2}\right)^2 \left(\omega + \frac{s}{2}\right)^2 \approx \\ &\approx \left[\omega_{\Sigma(0,5)}^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2\right]^2 \end{aligned} \quad (35)$$

запишем

$$\begin{aligned} \left[\omega_{\Sigma(0,5)}^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2\right]^2 + [\beta_{\Sigma(0,5)} a_{0,5} \omega]^2 &\approx \\ \approx \frac{a_f^2}{4} \left[a_{0,5}^2 - \frac{a_{0,5}^4}{6} + \frac{1}{9} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

отсюда

$$\begin{aligned} \left(\frac{s}{2}\right)^2 &\approx \omega_{\Sigma(0,5)}^2 \pm \frac{1}{2} \times \\ &\times \sqrt{a_f^2 \left[a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9} \right] - 4\beta_{\Sigma(0,5)}^2 a_{0,5}^2 \omega^2} \end{aligned} \quad (37)$$

или

$$\begin{aligned} s^2 &\approx (2\omega_{\Sigma(0,5)})^2 \pm \\ &\pm 2 \sqrt{a_f^2 \left[a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9} \right] - 4\beta_{\Sigma(0,5)}^2 a_{0,5}^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Уравнение (38) определяет резонансную кривую параметрических колебаний. Из (38) получаем условие возникновения параметрического резонанса:

$$a_f^2 \left[a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9} \right] \geq 4\beta_{\Sigma(0,5)}^2 a_{0,5}^2 \omega^2, \quad (39)$$

откуда минимальное возмущение, необходимое для возбуждения параметрических колебаний,

$$a_{f \min}^2 = 4\beta_{\Sigma(0,5)}^2 \omega^2 \frac{a_{0,5}^2}{a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9}}. \quad (40)$$

Поскольку при малых возмущениях $a_{0,5}$ также малы, из (40) можно получить приближенное выражение $a_{f \min}$, причем $\beta_{\Sigma(0,5)}$ рассчитывается в линейном приближении:

$$a_{f \min} \approx 2\beta_{\Sigma(0,5)} \omega. \quad (41)$$

Из (41) с учетом обозначений (28) и (30) получим минимально необходимый уровень возмущения («порог генерации»):

$$E_1^{\min} = \frac{T_{J2}}{E_{2y_{21}}} 2\beta_{\Sigma(0,5)} \sqrt{\omega_0^2 \cos a_0} \quad (42)$$

или

$$E_1^{\min} = U_c \frac{y_{23}}{y_{21}} 2\beta_{\Sigma(0,5)} \sqrt{\cos a_0}. \quad (42a)$$

Из (41) и (42a) следует, что чем больше эквивалентный коэффициент затухания $\beta_{\Sigma(0,5)}$, тем больше «порог генерации». Этот вывод совпадает с выводами [Л. 3]. Анализ эквивалентных коэффициентов затухания β_{Σ} [Л. 7] показывает, что для крупных синхронных машин обычно эквивалентный коэффициент демпфирования несколько уменьшается с увеличением загрузки машины. С учетом этого обстоятельства, а также в связи с тем, что E_1^{\min} пропорционально $\cos a_0$, видим, что порог генерации тем выше, чем меньше загрузка синхронно работающей машины в доаварийном режиме. Этот вывод подтверждается численными результатами (см. рис. 2 и 3). Выражение (42a) позволяет также проанализировать влияние схемы и ее параметров (y_{21} , y_{23} , U_c) на возникновение параметрических колебаний.

Границы резонансной зоны согласно (38) определяются неравенствами

$$(2\omega_{\Sigma(0,5)})^2 + \sqrt{B} > s^2 > (2\omega_{\Sigma(0,5)})^2 - \sqrt{B}, \quad (43)$$

где

$$B = a_f^2 \left[a_{0,5}^2 - \frac{1}{6} a_{0,5}^4 + \frac{1}{9} \right] - \beta_{\Sigma(0,5)}^2 a_{0,5}^2 \omega^2,$$

и потому ширина резонансной зоны

$$\Delta = 2\sqrt{B}.$$

Резонансная зона тем шире, чем больше возмущение в системе от асинхронного хода (a_f больше) и меньше эквивалентный коэффициент демпфирования $\beta_{\Sigma(0,5)}$.

Таким образом, полученные аналитические выражения (42a) и (44) позволяют проанализировать влияние различных факторов (схемы системы, доаварийного режима, параметров асинхронного режима) на условия возникновения явлений параметрического резонанса.

Приложение 1. Коэффициенты разложения нелинейных функций.

$$\begin{aligned} R_0 &= J_2 \sin(a_0 + 2\varphi_{0,5}); & R'_0 &= J_2 \cos(a_0 + 2\varphi_{0,5}); \\ R_{0,5} &= j \frac{J_1}{2} e^{-j(a_0 + \varphi_{0,5})}; & R'_{0,5} &= -\frac{J_1}{2} e^{-j(a_0 + \varphi_{0,5})}; \\ R_1 &= j \frac{J_0}{2} e^{-ja_0}; & R'_1 &= -\frac{J_0}{2} e^{-ja_0}; \\ R_{-0,5} &= -j \frac{J_1}{2} e^{j(a_0 + \varphi_{0,5})}; & R'_{-0,5} &= \frac{J_1}{2} e^{j(a_0 + \varphi_{0,5})}; \\ R_{-1} &= -j \frac{J_0}{2} e^{ja_0}; & R'_{-1} &= \frac{J_0}{2} e^{ja_0}; \\ S_0 &= J_0 \sin a_0; & S'_0 &= J_0 \cos a_0; \\ S_{0,5} &= -j J_1 \cos a_0 e^{j\varphi_{0,5}}; & S'_{0,5} &= j J_1 \sin a_0 e^{j\varphi_{0,5}}; \\ S_1 &= J_2 \sin a_0 e^{j2\varphi_{0,5}}; & S'_1 &= J_2 \cos a_0 e^{j2\varphi_{0,5}}; \\ S_{-0,5} &= j J_1 \cos a_0 e^{-j\varphi_{0,5}}; & S'_{-0,5} &= -j J_1 \sin a_0 e^{-j\varphi_{0,5}}; \\ S_{-1} &= J_2 \sin a_0 e^{-j2\varphi_{0,5}}; & S'_{-1} &= J_2 \cos a_0 e^{-j2\varphi_{0,5}}. \end{aligned}$$

Отметим, что здесь:

коэффициенты при e^{jsnt} и при e^{-jsnt} — сопряженные векторы: $R_{0,5} = \bar{R}_{-0,5}$; $R_1 = \bar{R}_{-1}$ и т. д.;

$$R'_0 = \frac{\partial R_0}{\partial a_0}; \quad S'_0 = \frac{\partial S_0}{\partial a_0};$$

$$\begin{aligned} R'_1 &= \frac{\partial R_1}{\partial a_0}; & S'_1 &= \frac{\partial S_1}{\partial a_0}; \\ R'_{0,5} &= \frac{\partial R_{0,5}}{\partial a_0}; & S'_{0,5} &= \frac{\partial S_{0,5}}{\partial a_0}. \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Экспериментальные исследования (на динамической модели) некоторых вопросов результирующей устойчивости электрических систем/ Ледянкин Д. П., Литкенс И. В., Помазкин В. П., Пуго В. И. — Электричество, 1975, № 7, с. 6—11.
2. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир, 1968.
3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1963.
4. Литкенс И. В., Пуго В. И. Исследование синхронной устойчивости генератора при наличии установившегося асинхронного хода в системе. — Изв. АН Латв. ССР. Сер. физических и технических наук, 1970, № 5, с. 113—123.
5. Пуго В. И. Исследование влияния длительного асинхронного хода в электрической системе на устойчивость синхронно работающих генераторов. — Электричество, 1973, № 6, с. 9—14.
6. Литкенс И. В., Пуго В. И., Сулайманов И. К. Влияние нестационарности периодического возмущения на резонансные явления в электрических системах. — Электричество, 1974, № 2, с. 5—9.
7. Литкенс И. В. Большие колебания синхронной машины при учете переходных процессов в контурах ротора. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1968, № 4, с. 27—40. [10.2.1978]

УДК [621.315.2 + 621.315.1]:63

Сравнение сельских кабельных и воздушных линий электропередачи

Академик ВАСХНИЛ БУДЗКО И. А., инженеры БРОНИЦКИЙ М. А., ВЫСКИРКА А. С.

Москва, Киев

Прогресс в производстве кабельной продукции и сооружении кабельных сетей предоставляет кабельным линиям электропередачи (КЛ) 0,38—10 кВ большие преимущества перед ВЛ. Кабельные линии широко распространены в сельских и пригородных районах технически развитых стран за рубежом [Л. 1]. Актуален вопрос сооружения КЛ в сельской местности и в Советском Союзе [Л. 2 и 3].

Сравнение вариантов исполнения линий электропередачи должно производиться при одинаковых пропускной способности, показателях качества передаваемой электроэнергии и степени надежности электроснабжения.

Требуемая пропускная способность линий электропередачи обеспечивается выбором сечений проводников. В силу особенностей ВЛ и КЛ разные способы выбора дают различные соотношения между принятыми сечениями проводов ВЛ и жил кабелей для одних и тех же нагрузок.

Согласно ПУЭ выбор сечений проводов ВЛ и жил кабелей необходимо производить по экономической плотности тока. Вследствие того, что экономическая плотность токов для кабелей выше, чем для ВЛ, при тех же значениях токов нагрузки расчетные сечения жил кабелей будут меньше расчет-

ных сечений проводов ВЛ (рис. 1). Существует интервал значений токов m , в пределах которого выбирается одно номинальное сечение проводов ВЛ (ближайшее большее стандартное), и интервал значений токов n внутри интервала m , в пределах которого сечение жил кабелей выбирается на ступень ниже сечения проводов. С увеличением расчетного тока интервал n приближается к интервалу m . Соотношение n/m для каждого выбираемого номинального сечения проводов ВЛ показывает, какая часть КЛ может выбираться с сечением жил на ступень ниже сечения проводов ВЛ.

Однако, как показано в [Л. 5], выбор сечений проводов и жил кабелей по экономической плотности тока не отвечает условию минимума приведенных затрат, поэтому в последнее время принято производить выбор проводов ВЛ по минимуму приведенных затрат, т. е. по экономическим интервалам нагрузок. Такая же тенденция устанавливается и в отношении выбора сечений жил кабелей.

Анализ экономических интервалов нагрузок, построенных для выбора проводов и кабелей, показывает, что в зависимости от конкретных условий сечение жил кабелей может быть на одну, две и даже три ступени ниже сечения проводов для тех

же нагрузок. Пример сопоставления приведен на рис. 2. Интервалы нагрузок построены для ВЛ на железобетонных опорах в IV РКУ по гололеду (пунктир) и для кабеля марки ААШв (сплошные линии), прокладываемого кабелеукладчиком в грунтах I-II группы, при стоимостных показателях в ценах 1969 г. Приведенные затраты для кабельных линий в этом случае меньше, чем для воздушных.

Сечение проводников линий электропередачи, выбранные по экономической плотности тока или экономическим интервалам нагрузок, обычно проверяются по допустимым потерям напряжения, при этом действительные потери напряжения в линиях не должны превышать допустимое значение, что обеспечивает требуемый уровень напряжения у потребителей.

Потери напряжения в линиях в процентах определяются по формуле

$$\Delta U_{\text{д}} = \frac{(PR + QX) l}{U_{\text{н}}^2} 100\%, \quad (1)$$

где R и X — удельное активное и индуктивное сопротивление линии; P — передаваемая по линии активная мощность; Q — реактивная мощность; l — протяженность линии; $U_{\text{н}}$ — номинальное напряжение сети.

Так как индуктивное сопротивление линий практически не зависит от сечения проводника, для нахождения сечения жил кабеля или проводов ВЛ достаточно определить активную составляющую потерь напряжения:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{а}} &= \Delta U_{\text{д}} - \Delta U_{\text{р}} = \Delta U_{\text{д}} - \frac{QXl}{U_{\text{н}}^2} 100 = \\ &= \left(\Delta U_{\text{д}} - \frac{M_{\text{р}}X}{U_{\text{н}}^2} 100 \right) \%, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta U_{\text{д}}$ — допустимая потеря напряжения в линии; $M_{\text{р}}$ — момент реактивной нагрузки.

Расчетное сечение жил кабеля или провода определится из уравнения

$$F = \frac{Sl \cos \varphi}{\gamma U_{\text{н}}^2 \Delta U_{\text{а}}} = \frac{M \cos \varphi}{\gamma U_{\text{н}}^2 \Delta U_{\text{а}}}, \quad (3)$$

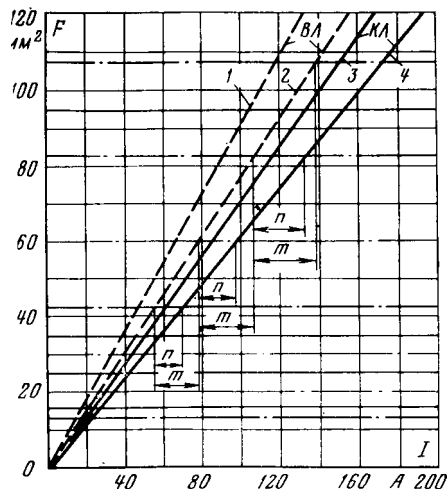


Рис. 1. Зависимость расчетных сечений алюминиевых проводов ВЛ и КЛ от нагрузки. Экономическая плотность нагрузки $j_{\text{э}} = 1,1$ (1), 1,3 (2), 1,4 (3), 1,6 А/мм² (4).

где S — полная передаваемая мощность; γ — удельная проводимость; M — момент полных нагрузок.

Выражение (3) с учетом (2) можно записать в виде:

$$F = \frac{M \cos \varphi}{\gamma U_{\text{н}}^2 \left(\Delta U_{\text{д}} - \frac{M \sin \varphi X}{U_{\text{н}}^2} 100 \right)}. \quad (4)$$

Результаты расчетов сечений проводов ВЛ и жил кабелей по допустимым потерям напряжения приведены на рис. 3.

Большее по сравнению с КЛ индуктивное сопротивление ВЛ обуславливает при тех же значениях моментов нагрузок большее расчетное сечение проводов. Но вследствие дискретности шкалы номинальных сечений и выбора всегда ближайшего большего сечения (иначе фактическая потеря напряжения будет выше допустимой) нет практической возможности полностью использовать это преимущество кабелей. Из рис. 3 видно, что существуют интервалы значений моментов нагрузок, в пределах которых сечение жил кабелей $F_{\text{К}(i-1)}$ выбирается на ступень ниже сечения проводов $F_{\text{В}i}$ и интервалы значений моментов нагрузки, в пределах которых выбираются одинаковые сечения проводов ВЛ и жил кабелей. В интервале моментов нагрузок $M_{\text{В}(i-1)}$, $M_{\text{В}i}$ для ВЛ необходимо выбирать провода сечением F_i . В этом же интервале моментов выбираемое номинальное сечение жил кабелей изменяется. В пределах от $M_{\text{В}(i-1)}$ до $M_{\text{К}(i-1)}$ сечение жил кабелей на ступень ниже и равно $F_{(i-1)}$, а в пределах от $M_{\text{К}(i-1)}$ до $M_{\text{В}i}$ равно номинальному сечению проводов ВЛ F_i .

Возможны интервалы моментов нагрузок, когда сечение жил кабелей выбирается на две ступени ниже и более. На рис. 3 такому случаю соответствует интервал моментов от $M_{\text{В}i}$ до $M_{\text{В}(i+1)}$. При этом $M_{\text{В}(i-1)} = M_{\text{К}i}$. Таким образом, имеются интервалы моментов нагрузок, в пределах которых выбираемое номинальное сечение проводов ВЛ постоянно, а сечение жил кабелей изменяется. При анализе эти интервалы приняты за базисные, относительно которых и в пределах которых рассматриваются

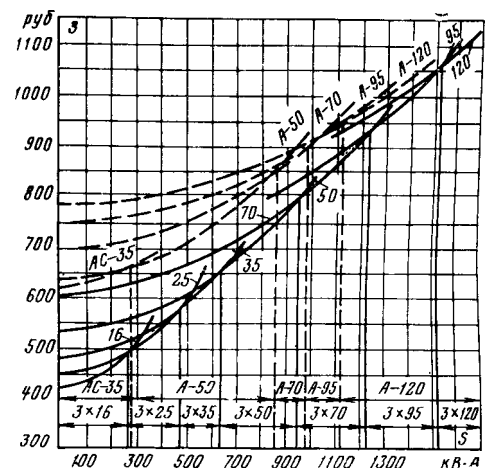


Рис. 2. Сопоставление экономических интервалов нагрузок для выбора проводов ВЛ 10 кВ на железобетонных опорах и сечения жил кабелей марки ААШв.

выбираемые номинальные сечения жил кабелей. При этом удобно пользоваться соотношением:

$$K_j = \frac{M_{K(i-j)} - M_{B(i-1)}}{M_{Bj} - M_{B(i-1)}}, \quad (5)$$

где $M_{K(i-j)}$ — конец интервала моментов нагрузок, в пределах которого сечение жил кабелей выбирается равным $F_{(i-j)}$ и начало интервала, в пределах которого сечение выбирается равным $F_{(i+1-j)}$; $M_{B(i-1)}$ — начало интервала моментов нагрузок, в пределах которого сечение проводов ВЛ выбирается равным F_i , а сечение жил кабелей — $F_{(i+1-j)}$; M_{Bj} — конец интервала моментов нагрузок, в пределах которого сечение проводов ВЛ выбирается равным F_i .

Коэффициент K_j показывает в относительных единицах, какую часть интервала моментов нагрузок, где выбираемое сечение проводов ВЛ F_i постоянно, составляет интервал, в котором сечение жил кабелей выбирается на ступень ниже ($F_{(i-1)}$). С увеличением моментов нагрузки значение K_j также растет. При $K_j=1$ во всем интервале моментов нагрузок, в пределах которого выбираемое сечение проводов ВЛ постоянно, сечение жил кабелей будет на ступень ниже.

Значение $K_j > 1$ соответствует случаю, когда выбираемое сечение жил кабелей будет на две ступени ниже соответственно выбранного сечения проводов ВЛ. При этом значение j принимается в выражении (5) равным двум и т. д. Соответствующие значения моментов определяются из выражения (4).

Установлено, что K_j не зависит от допустимой относительной потери напряжения ΔU_d и постоянно при неизменном значении коэффициента мощности $\cos \varphi$. Это упрощает задачу исследований, так как потери напряжения на определенных участках линий электропередачи будут отличными от суммарной потери напряжения ΔU_d . С уменьшением $\cos \varphi$ K_j увеличивается при тех же выбираемых сечениях проводов ВЛ.

Необходимо отметить, что вследствие дискретности сечений проводов фактически потери напряжения у кабельных линий будут ниже, чем у воздушных. Это следует из рис. 3. При одинаковых сечениях проводов и жил кабелей моменты нагрузки для КЛ могут быть выше, чем для ВЛ. Таким образом, при равных моментах нагрузок потери напряжения в КЛ ниже потерь в ВЛ (даже при сечении жил кабеля на ступень ниже).

Следовательно, для обеспечения сопоставимости вариантов исполнения линий по пропускной способности в целом необходимо принять, что при определенных нагрузках и протяженностях часть кабельных линий выполняется с сечением жил, меньшим сечения проводов ВЛ, а часть — с равными сечениями. При этом условие сопоставимости обеспечивается ограничением по потере напряжения, т. е. уровень напряжения у КЛ не ниже, чем у ВЛ.

Однако существуют условия, выполнение которых потребует увеличения сечения жил кабелей, выбранных рассмотренными способами. Это проверка сечений по условиям допустимых длительных токовых нагрузок и термической устойчивости.

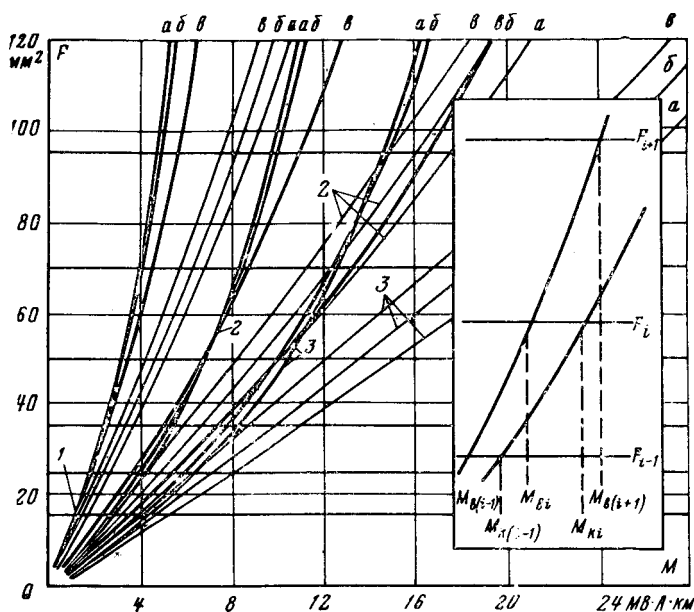


Рис. 3. Зависимость расчетных сечений проводов ВЛ 10 кВ и жил кабелей 10 кВ от моментов нагрузок.
 $\Delta U_d = 2,5$ (1), 5 (2), 7,5% (3); $\cos \varphi = 0,7$ (а), 0,8 (б), 0,93 (в).

В соответствии с ПУЭ допустимые длительные токовые нагрузки кабелей с бумажной пропитанной изоляцией значительно отличаются от допустимых длительных токовых нагрузок голых проводов. При тех же значениях токов нагрузки сечение жил кабелей должно выбираться выше на ступень и более. Сечение жил кабеля, выбранное по допустимым потерям напряжения (или по другим условиям), необходимо проверить по условию термической устойчивости. Проверка может привести к увеличению сечения жил кабеля относительно сечения проводов сопоставляемой ВЛ для передачи той же мощности.

Анализ показателей распределения длительных токовых нагрузок в послеаварийном режиме в начале линии указывает на возможность появления токов в 100 А. Вероятность совпадения максимума нагрузки и послеаварийной ситуации, равная 0,7, снижает это значение до 70 А. Для 70 А по условию допустимых длительных токовых нагрузок допускается сечение жил кабелей 16 мм² (допустимый длительный ток 75 А), а сечение провода ВЛ 10 мм². Однако сечение проводов ВЛ надо взять выше, так как по условиям механической прочности на ВЛ согласно ПУЭ должны применяться многопроволочные провода сечением не менее 35 мм² (алюминиевые) и 25 мм² (сталеалюминиевые). Анализ токов короткого замыкания на шинах 10 кВ подстанций 35/10 кВ в сетях сельскохозяйственного назначения УССР показал, что математическое ожидание установившегося тока короткого замыкания практически равно току термической устойчивости кабеля с минимальным сечением жил 16 мм². При этом вероятность появления таких токов не превышает 0,2, а вероятность появления больших токов еще ниже.

Отсюда следует, что ограничения по допустимым длительным токовым нагрузкам и термической устойчивости на выбор сечения жил кабелей влияют в незначительном числе случаев, учет которых при обобщенном характере проводимого анализа не может повлиять на результаты исследований.

При сооружении КЛ вместо ВЛ нужно учесть, что передаваемая по линии полная мощность в каждом варианте различна. Кабельные и воздушные линии являются источниками реактивной мощности [Л. 6], причем ВЛ — в значительно меньшей степени. Следовательно, значения полной передаваемой мощности и $\cos \varphi$ для КЛ отличны от аналогичных показателей ВЛ.

Полная передаваемая по ВЛ мощность

$$S_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2}. \quad (6)$$

В случае сооружения КЛ взамен ВЛ

$$S_K = \sqrt{P_K^2 + Q_K^2}. \quad (7)$$

Передаваемая активная мощность в обоих вариантах одинакова, реактивная — различна:

$$Q_K = Q_B - Q_G, \quad (8)$$

где Q_G — генерируемая КЛ реактивная мощность:

$$Q_G = q_0 \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 l, \quad (9)$$

где q_0 — удельная реактивная мощность, генерируемая одним километром КЛ.

Учитывая, что

$$P = S \cos \varphi; \quad Q = S \sin \varphi; \quad P_B = P_K,$$

выражение (7) можно записать в виде:

$$S_K = \sqrt{(S_B \cos \varphi)^2 + (S_B \sin \varphi - Q_G)^2}. \quad (10)$$

Коэффициент мощности КЛ

$$\cos \varphi' = \frac{S_B}{S_K} \cos \varphi. \quad (11)$$

Эффект снижения полной передаваемой по КЛ мощности зависит от соотношения Q_G/Q_B . Чем это соотношение ближе к единице, тем эффект снижения Q_K больше и тем выше коэффициент мощности $\cos \varphi$. Генерирование КЛ реактивной мощности Q_G уменьшает значение расчетных потерь электрической энергии в кабельных сетях.

Сопоставляемые варианты линий электропередачи должны обеспечивать одинаковую надежность электроснабжения потребителей. Анализ зарубежных данных показывает, что надежность электроснабжения КЛ в 3—4 раза выше, чем ВЛ. Исследования перспективных показателей надежности КЛ в сельской местности нашей страны показали, что поток отказов оценивается значением

0,02 отк./км·год, среднее время восстановления — 16 ч/отк., поток преднамеренных отключений — 0,31 откл./км·год и среднее время обслуживания — 4 ч/откл. Аналогичные показатели для ВЛ равны 0,15 отк./км·год, 5,5 ч/отк., 0,15 откл./км·год и 5,5 ч/откл. соответственно. Удельная эквивалентная продолжительность отключений для КЛ 0,75 ч/км × X год, а для ВЛ 1,1 ч/км·год, т. е. примерно в 1,5 раза выше. Однако следует подчеркнуть, что имеются реальные возможности по дальнейшему повышению элементной надежности КЛ за счет улучшения эксплуатации и сокращения плановых отключений, в то время как для ВЛ они практически исчерпаны. Таким образом, при сопоставлении необходимо учитывать или затраты на обеспечение одинаковой надежности в варианте с меньшей надежностью, или ущерб от недоотпуска электроэнергии в этом же варианте.

При сопоставлении КЛ и ВЛ необходимо также учитывать, что применение в сельской местности кабельных линий вместо воздушных позволяет сохранить для сельскохозяйственного производства земли, отводимые под опоры ВЛ. Эффект сохранения земли особенно ощутим при прокладке КЛ по ценным и поливным землям. Применение КЛ создает благоприятные условия для применения мощной широкозахватной сельскохозяйственной техники и обработки сельскохозяйственных посевов с помощью авиации, что позволяет повысить урожайность обрабатываемых культур и снизить стоимость обработки.

Исследования, проведенные для распределительных электрических сетей в сельской местности нашей страны, показали, что при соблюдении условий сопоставимости КЛ 10 и 0,38 кВ обладают значительными преимуществами перед воздушными. Эти преимущества обеспечиваются выбором сечений жил кабелей ниже сечений проводов и высокими показателями надежности кабельных линий по отношению к воздушным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IEEE Conference Record. Underground Transmission and Distribution Conference. Dallas, Tex., Apr. 1—5, 1974, New York, 1974, p. 668.
2. Будзко И. А. Повышение надежности электроснабжения. — Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства, 1975, № 7, с. 25—26.
3. Холмский Д. В., Броницкий М. А., Выскирка А. С. Эффективность применения кабельных линий 10 кВ. — Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства, 1977, № 6, с. 25—27.
4. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. М.: Экономика, 1969.
5. Блок В. М. Выбор оптимальных сечений проводов и кабелей по кривым экономических интервалов. — Электричество, 1975, № 1, с. 79—80.
6. Указания по компенсации реактивной мощности в распределительных сетях. М.: Энергия, 1974.

[22.3.1978]

Эквивалентирование частотных характеристик электрических систем

ГРУЗДЕВ И. А., ЖЕНЕНКО Г. Н., ТЕМИРБУЛАТОВ Р. А.

Ленинградский политехнический институт

Разработанные к настоящему времени алгоритмы и программы расчетов на ЦВМ колебательной статической устойчивости, основанные на D -разбиении, используют систему уравнений, определяющую устойчивость на всем диапазоне существующих частот. Это ограничивает возможность применения данных программ для исследования устойчивости сложных электрических систем.

Определение границы устойчивости на основе единой системы уравнений приводит к тому, что при расчетах отдельных ее участков число уравнений оказывается избыточным. Понизить порядок уравнений, определяющих соответствующие участки границы устойчивости сложной системы, можно путем частотного эквивалентирования с использованием ЦВМ.

Дополнительные возможности на этом пути открываются при разбиении сложной системы на подсистемы [Л. 1]. Процедура понижения порядка может быть выполнена для каждой из подсистем, что обеспечивает упрощение математического описания для системы в целом на отдельных частотных диапазонах.

Для практической реализации данной методики, использования ее для исследования реальных сложных электрических систем необходима разработка алгоритмов, позволяющих эффективно решать такие задачи, как получение амплитудно-фазовых частотных характеристик подсистем, их аппроксимацию и использование для расчетов областей устойчивости.

Рассмотрим методику расчета частотных характеристик подсистем. Полагаем, что сложная электрическая система разбивается на ряд подсистем, каждая из которых содержит m генераторов, p нагрузочных узлов, линии электропередачи и имеет l точек примыкания к остальной части системы.

Переходные процессы в генераторах описываются линеаризованными дифференциальными уравнениями Парка — Горева. Поскольку входящие в эти уравнения переменные определены в системе координат, жестко связанной с ротором каждой машины, для перехода к общей системе отсчета необходимо добавить следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_{qi} - \cos \delta_{i0} \Delta I'_i - \sin \delta_{i0} \Delta I''_i - I_{di0} \Delta \delta_i &= 0; \\ \Delta I_{di} + \sin \delta_{i0} \Delta I'_i - \cos \delta_{i0} \Delta I''_i + I_{qi0} \Delta \delta_i &= 0; \\ \Delta U_{qi} - \cos \delta_{i0} \Delta U'_i - \sin \delta_{i0} \Delta U''_i - U_{di0} \Delta \delta_i &= 0; \\ \Delta U_{di} + \sin \delta_{i0} \Delta U'_i - \cos \delta_{i0} \Delta U''_i + U_{qi0} \Delta \delta_i &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\Delta I'_i, \Delta I''_i, \Delta U'_i, \Delta U''_i$ — проекции векторов приращений тока и напряжения статора генератора на ортогональные оси, вращающиеся с синхронной скоростью; $\Delta I_{qi}, \Delta I_{di}, \Delta U_{qi}, \Delta U_{di}$ — проекции тех же векторов на оси d, q , жестко связанные с ротором.

Условия связи между узлами согласно методу узловых потенциалов записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I'_i &= \sum_j^{m+p+l} (g_{ij} \Delta U'_j - b_{ij} \Delta U''_j); \\ \Delta I''_i &= \sum_j^{m+p+l} (p_{ij} \Delta U'_j + g_{ij} \Delta U''_j), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где i — номер узла; $i = 1 \div m+p+l$; g_{ij}, b_{ij} — проводимости между рассматриваемыми узлами.

Если представить нагрузки в виде шунтов постоянной проводимости, то каждую подсистему можно привести к эквивалентной сетке относительно узлов примыкания и генераторных станций. Выражения для токов в узлах примыкания, а также токов статорных цепей синхронных машин имеют вид (для их проекций соответственно на действительную ось и ось q):

$$\begin{aligned} \Delta I'_i &= y_{ii} \sin \alpha_{ii} \Delta U'_i + y_{ii} \cos \alpha_{ii} \Delta U''_i - \\ &- \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^l (y_{ij} \sin \alpha_{ij} \Delta U'_j + y_{ij} \cos \alpha_{ij} \Delta U''_j) + \\ &+ \sum_{k=l+1}^{l+m} [y_{ik} \sin (\delta_{sk0} - \alpha_{ik}) \Delta E_{Qk} + E_{Qk0} y_{ik} \cos (\delta_{sk0} - \\ &- \alpha_{ik}) \Delta \delta_{sk} + y_{ik} \cos (\delta_{sk} - \alpha_{ik}) \Delta E_{rdk}]; \quad (3) \\ \Delta I_{qv} &= y_{vv} \sin \alpha_{vv} \Delta E_{Qv} + \sum_{j=1}^l [y_{vj} \sin (\delta_{vs0} - \alpha_{vj}) \Delta U'_j - \\ &- y_{vj} \cos (\delta_{vs0} - \alpha_{vj}) \Delta U''_j + U_{j0} y_{vj} \cos (\delta_{vs0} - \theta_{j0} - \\ &- \alpha_{ij}) \Delta \delta_{vs}] + \sum_{\substack{k=l \\ k \neq v}}^{m+l} [y_{vk} \sin (\delta_{vk0} - \alpha_{vk}) \Delta E_{Qk} + \\ &+ E_{Qk0} y_{vk} \cos (\delta_{vk0} - \alpha_{vk}) \Delta \delta_{vk} + y_{vk} \cos (\delta_{vk} - \alpha_{vk}) \Delta E_{rdk}], \quad (4) \end{aligned}$$

где i — номер узла примыкания, $i = 1 \div l$; v — номер генераторного узла, $v = l+1 \div l+m$; $\Delta \delta_{sk}$ — приращение угла ротора k -го генератора относительно синхронной оси; θ_{j0} — фаза напряжения в j -м узле относительно синхронной оси;

$\Delta E_{rdk} = \sum_{\lambda=1}^n E_{rd\lambda}^{(k)}$ — приращение суммарной э. д. с.,

индуктируемой в статоре k -го генератора токами η поперечных демпферных контуров.

При этой записи синхронная машина замещается комплексной э. д. с. $\dot{E}_v = E_{Qv} - jE_{rdv}$.

Выражения для проекций этих токов на мнимую ось и ось d , имеют аналогичный вид.

Заметим, что подобные равенства могут быть записаны и при учете нагрузок их частотными характеристиками. При этом собственные и взаимные проводимости будут функциями частоты и должны вычисляться при переходе от одного ее значения к другому.

Добавляя уравнения обмоток возбуждения, демпферных контуров и движения роторов, а также уравнения систем автоматического регулирования возбуждения и вращающего момента первичных двигателей, получаем совокупность уравнений, описывающих переходные процессы в подсистеме. Используя равенства (1), (2) или (3), из этой совокупности можно получить следующие матричные операторные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I' &= Y_1 \Delta U' + Y_2 \Delta U''; \\ \Delta I'' &= Y_3 \Delta U' + Y_4 \Delta U'', \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\Delta I'$, $\Delta I''$, $\Delta U'$, $\Delta U''$ — векторы, составляющими которых являются проекции векторов приращений тока и напряжения в узлах примыкания; Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 — матрицы операторных проводимостей, элементы которых определяются равенствами:

$$Y_{ij}^{(1)} = \frac{\Delta I'_i}{\Delta U'_{ij}}, \quad Y_{ij}^{(2)} = \frac{\Delta I'_i}{\Delta U''_{ij}}, \quad Y_{ij}^{(3)} = \frac{\Delta I''_i}{\Delta U'_{ij}}, \quad Y_{ij}^{(4)} = \frac{\Delta I''_i}{\Delta U''_{ij}}.$$

Выражения (5) определяют частотные свойства системы при малых колебаниях. При этом предполагается, что входными величинами для подсистемы являются проекции отклонений напряжений, а выходными — проекции отклонений токов в узлах примыкания.

Определение операторных проводимостей, входящих в выражение (5), аналитически возможно лишь для подсистем простейшей структуры. На практике целесообразно получать их из предварительно рассчитанных частотных характеристик подсистем. Для этого в каждом узле примыкания последовательно задаются проекции отклонений напряжения в виде гармонического сигнала и рассчитываются комплексные амплитуды отклонений соответствующих токов. Величины вида

$$Y_{ij}^{(1)}(j\omega) = \frac{\Delta I'_i(j\omega)}{\Delta U'_{ij}(j\omega)}, \quad i, j = 1 \div l$$

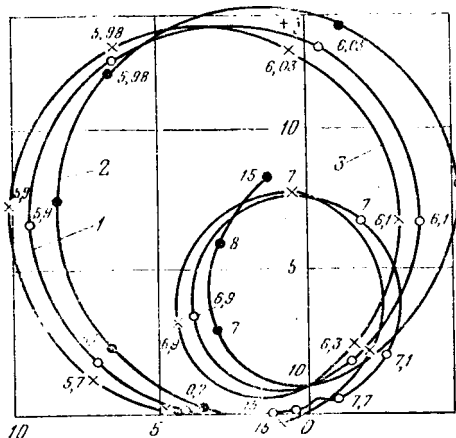


Рис. 1. Частотные характеристики $Y_{12}^{(2)}(j\omega)$.

представляют собой частотные характеристики подсистем, отвечающие операторным проводимостям в равенствах (5).

Частотные характеристики реальных подсистем имеют достаточно сложный вид, определяемый, главным образом, числом входящих в них синхронных машин и параметрами установившегося режима.

Для примера на рис. 1 и 2 приведены частотные характеристики $Y_{12}^{(2)}$, $Y_{11}^{(1)}$ для электрической системы (рис. 3), рассчитанные для диапазона частоты от 0 до 15 рад/с. Мощности станций и сопротивления элементов сети на рис. 3 указаны в относительных единицах. Эквивалентруемая часть, связанная с остальной системой двумя узлами примыкания (1 и 2), содержит три станции ГЗ, Г4, Г5. При принятом математическом описании генераторов и регулирующих устройств уравнения переходных процессов подсистемы имеют тридцатый порядок.

При аппроксимации подобных характеристик на всем рассматриваемом диапазоне для получения достаточной точности приходится использовать передаточные функции относительно высокого порядка. На рис. 1 (кривая 2) показана зависимость, аппроксимирующая частотную характеристику $Y_{12}^{(2)}$ на всем диапазоне частот от 0 до 15 рад/с. Соответствующая операторная проводимость имеет вид:

$$Y_{12}^{(2)} = \frac{-2,33 - 0,17p - 0,065p^2 -}{1 + 0,053p + 0,044p^2 + 0,0012p^3 +} \cdot \frac{-0,00389p^3 - 0,00017p^4}{+ 0,00045p^4 + 0,0000072p^5}. \quad (6)$$

Относительную ошибку аппроксимации оценим по выражению

$$\delta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sqrt{\left| \frac{Y_n(j\omega_j) - Y(j\omega_j)}{Y_n(j\omega_j)} \right|^2},$$

где $Y_n(j\omega_j)$, $Y(j\omega_j)$ — точки исходной и аппроксимирующей частотных характеристик; N — число точек характеристик.

При использовании равенства (6), как видно из рис. 1, достаточная точность аппроксимации обеспечивается лишь на отдельных участках характеристики. Для увеличения точности можно повышать порядок передаточной функции, имея в виду, что порядок исходной системы равен тридцати. Однако это будет приводить к снижению эффективности в целом самой методики, основанной на частотном эквивалентировании.

Между тем анализ частотных характеристик реальных электрических систем показывает, что их можно расчленить на отдельные участки, для аппроксимации которых можно использовать сравнительно простые выражения. Это объясняется тем, что соответствующие участки частотных характеристик определяются в основном доминиру-

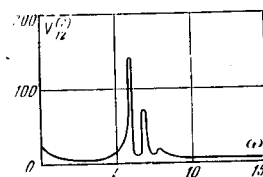


Рис. 2. Частотные характеристики $Y_{11}^{(1)}(j\omega)$.

ющими комплексными корнями, отвечающими собственным частотам колебаний роторов генераторов системы или подсистемы. Выбор участков, на которых проявляются отдельные доминирующие составляющие годографа, целесообразно проводить, анализируя изменение длины годографа при вариации частоты. Частоты, отвечающие минимумам зависимости

$$V_{ij}^{(k)} = \frac{dS_{ij}^{(k)}}{d\omega}, \quad k=1 \div 4,$$

определяют границы соответствующих диапазонов.

На рис. 4 показана функция $V_{12}^{(2)}$, построенная для частотной характеристики $Y_{12}^{(2)}$. Функция $V_{11}^{(1)}$ для характеристики $Y_{11}^{(1)}$ имеет аналогичный вид. В данном случае аппроксимация осуществлялась в диапазонах частот: 0—3,5; 3,5—6,5; 6,5—7,5; 7,5—15 рад/с. Однако, как показали расчеты, при слабо выраженном последнем максимуме можно объединить высокочастотные диапазоны. При этом аппроксимирующие операторные проводимости имеют вид:

в диапазоне частот 0—3,5 рад/с:

$$Y_{12}^{(2)} = \frac{-2,36 - 0,026p - 0,041p^2}{1 + 0,0093p + 0,025p^2},$$

$$Y_{11}^{(1)} = \frac{3,05 + 0,023p + 0,079p^2}{1 + 0,0093p + 0,025p^2}; \quad (7)$$

в диапазоне частот 3,5—6,5 рад/с:

$$Y_{12}^{(2)} = \frac{-3,35 - 0,02p - 0,081p^2}{1 + 0,0052p + 0,0277p^2},$$

$$Y_{11}^{(1)} = \frac{2,92 + 0,014p + 0,08p^2}{1 + 0,0052p + 0,0277p^2}; \quad (8)$$

в диапазоне частот 6,5—15 рад/с:

$$Y_{12}^{(2)} = \frac{-1,37 - 0,0034p - 0,0248p^2}{1 + 0,0034p + 0,0204p^2},$$

$$Y_{11}^{(1)} = \frac{2,91 + 0,0097p + 0,057p^2}{1 + 0,0034p + 0,0204p^2}. \quad (9)$$

При построении частотных характеристик для определенности последняя точка предыдущего интервала считается одновременно первой для следующего.

В этом случае, как видно из рис. 1 (кривая 3) и рис. 2 (кривая 2), обеспечивается хорошая точность аппроксимации.

Выражения для других операторных проводимостей имеют аналогичный вид. Таким образом, на каждом частотном диапазоне свойства подсистемы определяются матрицами операторных проводимостей, имеющих невысокий порядок.

Из уравнений (5) следует, что суммарный порядок дифференциальных уравнений, описывающих подсистему на одном из диапазонов, определяется равенством:

$$N = \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l n_{ij}^{(k)},$$

где $n_{ij}^{(k)}$ — порядок знаменателя операторной проводимости $Y_{ij}^{(k)}$. Если все операторные проводимости имеют одинаковый знаменатель, то суммарный порядок

$$N = 2ln,$$

где n — порядок знаменателя.

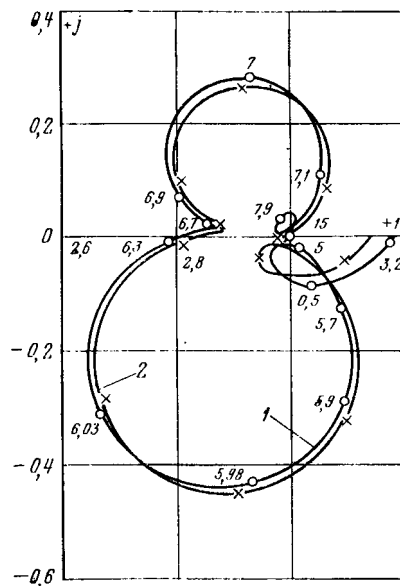


Рис. 3. Расчетная схема системы.

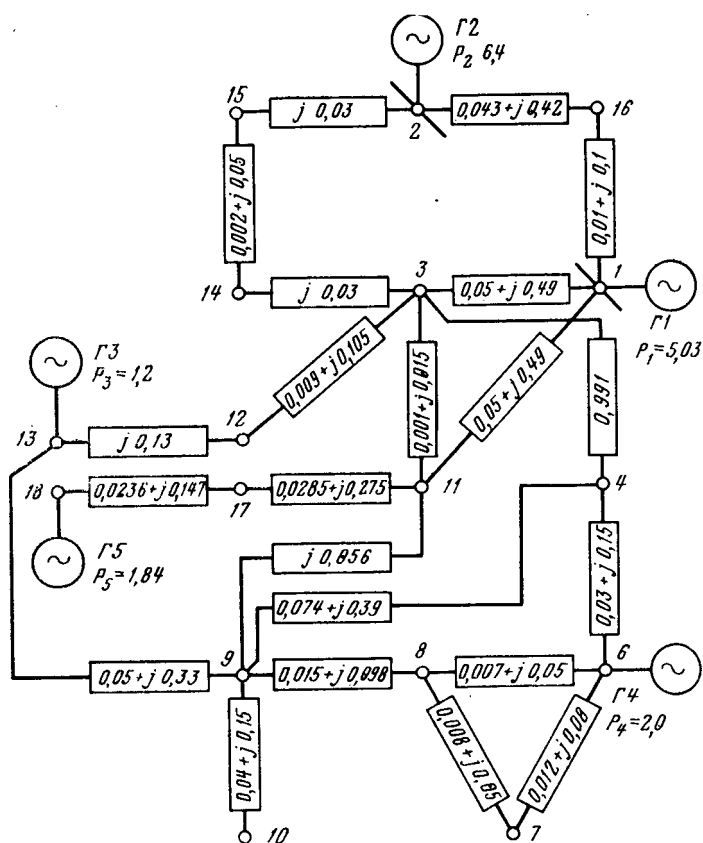


Рис. 4. Зависимости $V_{12}^{(2)}(\omega)$.

Теоретически все операторные проводимости в выражении (5) имеют одинаковый знаменатель. Неточность численных методов при использовании обычных программ аппроксимации приводит к различным знаменателям у аппроксимирующих выражений. Необходимым явилась разработка специального алгоритма аппроксимации, позволяющего получать одинаковый знаменатель у операторных проводимостей подсистемы и тем самым снижать суммарный порядок системы уравнений.

Каждая μ -я операторная проводимость аппроксимируется дробно-рациональной функцией вида¹:

$$Y_{\mu} = \frac{\sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} p^t}{\sum_{i=0}^n a_i p^i}, \quad (10)$$

где m_{μ} — порядок числителя μ -й проводимости.

Коэффициенты выражений (10) определяются из условия обеспечения минимума функции

$$F = \sum_{\mu=1}^{\eta} \sum_{v=1}^N h_{\mu}(\omega_v) \left| \frac{Y_{\mu v}(j\omega_v) - Y_{\mu}(j\omega_v)}{Y_{\mu v}(j\omega_v)} \right|^2, \quad (11)$$

где η — число аппроксимируемых функций; $h_{\mu}(\omega_v)$ — функция веса.

Выражение (11) можно записать в виде

$$F = \sum_{\mu=1}^{\eta} \sum_{v=1}^N h_{\mu}(\omega_v) g(j\omega_v) \left| \sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i - Y_{\mu v}^{-1}(j\omega_v) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (j\omega_v)^t \right|^2, \quad (12)$$

где

$$g(j\omega_v) = \left| \sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i \right|^{-2}.$$

Используя условия минимума функции F от параметров a_i , $b_{t\mu}$,

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial b_{t\mu}} = 0, \quad (13)$$

получаем нелинейную систему уравнений для определения искоемых коэффициентов. Для ее решения целесообразно использовать прием [Л. 2], при котором предварительно задаются приближенными значениями коэффициентов знаменателя a_i и определяют $g(j\omega_v)$. Тогда из условий (13) получается система уравнений, линейная относительно коэффициентов операторных проводимостей. В приложении приведены выражения для коэффициентов линейной системы, решениями которой являются параметры a_i , $b_{t\mu}$. По определенным значениям уточняется $g(j\omega_v)$ и расчет повторяется до достижения заданной точности.

¹ Операторная проводимость обозначена только одним индексом, соответствующим ее порядковому номеру.

Таким образом, коэффициенты a_i , $b_{t\mu}$ определяют ся путем последовательных приближений. Сходимость процесса обеспечивается за две — три итерации. Такая скорость обусловлена использованием при аппроксимации частотных характеристик по частям передаточных функций невысокого порядка. Существенно, что первоначальные значения a_i задаются по найденным из данной частотной характеристики доминирующим корням системы. Функция веса, входящая в (11), определяется равенством [Л. 3]:

$$h_{\mu}(\omega) = \frac{dS_{\mu}}{d\omega}(\omega).$$

Разработанный алгоритм позволяет аппроксимировать операторные проводимости подсистем передаточными функциями с одинаковым знаменателем. Выражения (7) — (9) получены с помощью экспериментальной программы, реализующей этот алгоритм.

Программа аппроксимации использует результаты расчетов частотных характеристик, которые вычисляются с автоматическим выбором шага по частоте. Контроль правильности выбора шага производится на основе анализа изменения приращения фазы каждой переменной. Во всех диапазонах аппроксимации алгоритм обеспечивает при заданной точности автоматический выбор минимального порядка аппроксимирующего выражения.

Определенные подобным образом операторные проводимости позволяют вводить выражения (5) в уравнения других подсистем и использовать существующие программы D -разбиения для расчета областей устойчивости по диапазонам частот.

Отметим, что частотные характеристики подсистем можно применять для расчетов статической устойчивости, минуя этап аппроксимации. Для этого должна быть предусмотрена возможность задать их в программах в форме таблиц действительных и мнимых частей:

$$Y_{ij}^{(k)}(j\omega_v) = \operatorname{Re} Y_{ij}^{(k)}(\omega_v) + j \operatorname{Im} Y_{ij}^{(k)}(\omega_v),$$

Для определенных частот ω_v . Значения частотных характеристик в промежуточных точках определяются путем интерполяции.

Приложение. Для определения коэффициентов a_i , $b_{t\mu}$, обеспечивающих минимум выражения (12), преобразуем его следующим образом:

$$F = \sum_{\mu=1}^{\eta} \sum_{v=1}^N A_v \left[\sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i - (U_{v\mu} + jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (j\omega_v)^t \right] \times \left[\sum_{i=0}^n a_i (-j\omega_v)^i - (U_{v\mu} - jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (-j\omega_v)^t \right],$$

где $A_v = h_v g(j\omega_v)$, $U_{v\mu} + jV_{v\mu} = Y_{\mu v}^{-1}$.

Коэффициенты a_i , $b_{t\mu}$ должны удовлетворять условиям (13). Используя их, получаем выражения вида

$$\frac{\partial F}{\partial a_k} = \sum_{\mu=1}^{\eta} \sum_{v=1}^N A_v \left\{ (j\omega_v)^k \left[\sum_{i=0}^n a_i (-j\omega_v)^i - (U_{v\mu} - jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (-j\omega_v)^t \right] \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (-j\omega_v)^t \Big] + (-j\omega_v)^k \left[\sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i - (U_{v\mu} + \right. \\ & \left. + jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (j\omega_v)^t \right] \Big\} = 0; \\ & \frac{\partial F}{\partial b_{l\mu}} = \sum_{v=1}^N A_v \left\{ [-(U_{v\mu} + jV_{v\mu}) (j\omega_v)^l] \left[\sum_{i=0}^n a_i (-j\omega_v)^i - \right. \right. \\ & \left. \left. - (U_{v\mu} - jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (-j\omega_v)^t \right] + [-(U_{v\mu} - jV_{v\mu}) (-j\omega_v)^l] \times \right. \\ & \left. \times \left[\sum_{i=0}^n a_i (j\omega_v)^i - (U_{v\mu} + jV_{v\mu}) \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (j\omega_v)^t \right] \right\} = 0, \end{aligned}$$

где $k = 0 \div n$, $l = 0 \div m_{\mu}$.

Полагая $a_0 = 1$, после ряда преобразований приводим их к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \eta \sum_{i=1}^n a_i (-1)^{\frac{k+i}{2}} [(-1)^i + (-1)^k] \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^{i+k} - \sum_{\mu=1}^{\eta} U_{v\mu} \sum_{t=0}^{m_{\mu}} \times \\ & \times b_{t\mu} (-1)^{\frac{k+t}{2}} [(-1)^t + (-1)^k] \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^{t+k} + \sum_{\mu=1}^{\eta} V_{v\mu} \sum_{t=0}^{m_{\mu}} \times \\ & \times b_{t\mu} (-1)^{\frac{k+t+1}{2}} [(-1)^t - (-1)^k] \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^{t+k} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \eta (-1)^{\frac{k}{2}} [1 + (-1)^k] \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^k; \\ & - \sum_{i=1}^n a_i (-1)^{\frac{i+l}{2}} [(-1)^i + (-1)^l] U_{v\mu} \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^{i+l} - \\ & - \sum_{i=1}^n a_i (-1)^{\frac{i+l+1}{2}} [(-1)^i + (-1)^l] V_{v\mu} \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^{i+l} + \\ & + \sum_{t=0}^{m_{\mu}} b_{t\mu} (-1)^{\frac{l+t}{2}} [(-1)^t + (-1)^l] (U_{v\mu}^2 + V_{v\mu}^2) \sum_{v=1}^N \times \\ & \times A_v \omega_v^{l+t} = (-1)^{\frac{l}{2}} [1 + (-1)^l] U_{v\mu} \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^l + \\ & + (-1)^{\frac{l+1}{2}} [1 - (-1)^l] V_{v\mu} \sum_{v=1}^N A_v \omega_v^l. \end{aligned}$$

Из полученной линейной системы уравнений действительными коэффициентами определяются параметры $a_i, b_{t\mu}$ иско-
мых передаточных функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Васин В. П., Скопинцев В. А. Статическая устойчивость автоматически регулируемых электрических систем при разделении их на подсистемы. — В кн.: Кибернетику на службу коммунизму. М.: Энергия, 1973, с. 63—74.
2. Штробель Х. Новый метод определения передаточной функции с помощью одновременного измерения действительной и мнимой частей частотной характеристики. — В кн.: Теория непрерывных автоматических систем и вопросы идентификации. М.: Энергия, 1971, с. 36—41.
3. Васин В. П., Скопинцев В. А. Аппроксимация амплитудно-фазовых характеристик объекта с целью нахождения его математической модели. В кн.: Кибернетику на службу коммунизму. М.: Энергия, 1973, с. 160—174.

[16.1.1978]



УДК 621.316.015.658.562

Выбор схем и параметров трехфазных фильтросимметрирующих устройств

Канд. техн. наук КУЗНЕЦОВ В. Г.
Институт электродинамики АН УССР

Существует большое число несимметричных и нелинейных потребителей мощности, подключение которых к трехфазным сетям и системам существенно ухудшает качество электроэнергии. К таким нагрузкам относятся однофазные установки электрошлакового переплава, единичная мощность которых достигает 5—10 МВ·А, однофазные индуктивные печи мощностью от 160 до 16 000 кВ·А, тяговые нагрузки переменного тока, преобразовательные установки.

Одним из наиболее эффективных средств уменьшения несимметрии трехфазных напряжений и улучшения их гармонического состава являются фильтросимметрирующие устройства (ФСУ) [Л. 1—3].

В качестве ФСУ можно использовать несимметричный фильтр высших гармоник [Л. 4]. Однако

в промышленных системах электроснабжения фаза пульсирующей мощности, обусловленная несимметричной нагрузкой, изменяется зачастую в узких пределах [Л. 5]. Использование в этих условиях несимметричного трехфазного фильтра приводит к необходимости компенсации дополнительной пульсирующей мощности, вызываемой реактивными элементами одной из «лишних» фаз ФСУ на основной частоте. Это приводит к увеличению установленной мощности устройства. К дополнительно увеличению установленной мощности ФСУ приводит также использование фильтровых LC-цепей во всех фазах сети. Так, например, при фазовом угле однофазной нагрузки $\varphi_n = 30^\circ$ установленная мощность элементов трехфазного несимметричного фильтра при полной компенсации тока обратной последовательности должна быть не ме-

нее 3,24 мощности эквивалентной однофазной нагрузки.

Обычно симметрирующие устройства применяются, когда результирующая пульсирующая мощность, создаваемая несимметричными нагрузками (либо установленная мощность однофазной нагрузки), превышает 2% мощности короткого замыкания системы $S_{к.з}$ в точке подключения несимметричных нагрузок [Л. 6]. Поэтому батареи конденсаторов, используемые в СУ, как правило, имеют мощность, значительно превышающую ту, которая необходима по условно допустимой перегрузки конденсаторов фильтра токами высших гармоник (согласно [Л. 7] эта мощность не должна быть менее 0,5% $S_{к.з}$).

Следовательно, при разработке ФСУ необходимо стремиться к обеспечению его минимальной установленной мощности, которая определяется по условиям симметрирования, с последующей проверкой элементов ФСУ на допустимую перегрузку токами высших гармоник.

В статье рассматриваются принципы построения и выбор параметров оптимальных схем ФСУ, которые по сравнению с известными решениями при прочих равных условиях позволяют осуществлять полное или частичное симметрирование токов основной частоты и фильтрацию токов высших гармоник в сети при минимальной установленной мощности элементов ФСУ. При этом энергетические характеристики ФСУ и их симметрирующие свойства анализируются на основной частоте, а фильтрующие свойства схем оцениваются по частотным характеристикам.

В общем случае схема ФСУ может быть представлена в виде трехполюсника, у которого связь между фазными токами и напряжениями имеет вид

$$\|I_{\phi}\| = \|Y_{\phi}\| \|\dot{U}_{\phi}\|, \quad (1)$$

где $\|Y_{\phi}\|$ — матрица собственных и взаимных проводимостей.

Матрица $\|Y_{\phi}\|$, элементы которой по 1-му закону Кирхгофа линейно зависимы, полностью характеризует схему ФСУ. Для линейных пассивных схем ФСУ из девяти элементов матрицы линейно зависимыми будут только три. Если выбрать одну из фаз за базисную, то обобщенная схема ФСУ будет представлять собой неуравновешенный четырехполюсник. Предположим, что в качестве базисной выбрана фаза 3. В этом случае матрица проводимостей будет характеризоваться параметрами проводимостей короткого замыкания $Y_{11\phi}$, $Y_{12\phi}$, $Y_{22\phi}$ четырехполюсника с входными зажимами 1, 1' и выходными — 2, 2' (зажимы 1' и 2' являются общими и соответствуют базисной фазе 3). Для данного случая уравнение (1) принимает вид:

$$\begin{pmatrix} I_{1\phi} \\ I_{2\phi} \\ I_{3\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11\phi} & Y_{12\phi} & -(Y_{11\phi} + Y_{12\phi}) \\ Y_{12\phi} & Y_{22\phi} & -(Y_{12\phi} + Y_{22\phi}) \\ -(Y_{11\phi} + Y_{12\phi}) & -(Y_{12\phi} + Y_{22\phi}) & Y_{11\phi} + 2Y_{12\phi} + Y_{22\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_{1\phi} \\ \dot{U}_{2\phi} \\ \dot{U}_{3\phi} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Используя (2), можно выразить связь между симметричными составляющими токов и напряжений нулевой (I^0_{ϕ} , \dot{U}^0), прямой (I^{ϕ}_{ϕ} , \dot{U}^{ϕ}) и обратной (I''_{ϕ} , \dot{U}'') последовательностей:

$$\begin{pmatrix} I^0_{\phi} \\ I^{\phi}_{\phi} \\ I''_{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^0_{\phi} & Y''_{\phi} \\ 0 & Y'_{\phi} & Y^0_{\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^{\phi} \\ \dot{U}'' \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Y^0_{\phi} &= Y_{11\phi} + Y_{12\phi} + Y_{22\phi}; \\ Y'_{\phi} &= Y_{11\phi} e^{-j\frac{\pi}{3}} + Y_{22\phi} e^{-j\pi} + 2Y_{12\phi} e^{-j\frac{2\pi}{3}}; \\ Y''_{\phi} &= Y_{11\phi} e^{j\frac{\pi}{3}} + Y_{22\phi} e^{j\pi} + 2Y_{12\phi} e^{j\frac{2\pi}{3}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из (3) получаем:

$$\begin{aligned} I^0_{\phi} &= 0; \quad I^{\phi}_{\phi} = Y^0_{\phi} \dot{U}^{\phi} + Y''_{\phi} \dot{U}''; \\ I''_{\phi} &= Y'_{\phi} \dot{U}^{\phi} + Y^0_{\phi} \dot{U}'' \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогичные уравнения могут быть получены и для несимметричной нагрузки, подключаемой к трехфазной сети:

$$\begin{aligned} I^0_n &= 0; \quad I'_n = Y^0_n \dot{U}' + Y''_n \dot{U}''; \\ I''_n &= Y'_n \dot{U}' + Y^0_n \dot{U}'' \end{aligned} \quad (6)$$

Токи в сети будут симметричны, если

$$I''_{\phi} + I''_n = 0. \quad (7)$$

Предположим, что система питающих напряжений нагрузочного узла симметрична. В этом случае условие (7) принимает вид:

$$Y'_{\phi} + Y'_n = 0 \quad (8)$$

или

$$\begin{aligned} Y_{11n} e^{-j\frac{\pi}{3}} + Y_{11\phi} e^{-j\frac{\pi}{3}} + Y_{22\phi} e^{-j\pi} + 2Y_{12\phi} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \\ = - \left(Y_{22n} e^{-j\pi} + 2Y_{12n} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку ФСУ обычно выполняются из реактивных элементов, то параметры проводимостей короткого замыкания могут быть записаны в виде

$$Y_{ik,\phi} = \pm y_{ik,\phi} e^{\pm j\frac{\pi}{2}}, \quad (10)$$

где $y_{ik,\phi} > 0$.

Входной коэффициент мощности узла «ФСУ — несимметричная нагрузка»

$$\cos \theta = \cos \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{Im} [Y^0_{\Sigma}]}{\operatorname{Re} [Y^0_{\Sigma}]} \right\}, \quad (11)$$

где

$$Y^0_{\Sigma} = Y_{11\phi} + Y_{11n} + Y_{12\phi} + Y_{12n} + Y_{22\phi} + Y_{22n}.$$

В общем случае несимметричная нагрузка может быть представлена в виде симметричной трехфазной и однофазной нагрузок, подключенных на одно из линейных напряжений. Предположим, что однофазная нагрузка $Y_n = y_n e^{-j\varphi_n}$ подключена на напряжение \dot{U}_{23} . Параметры проводимостей короткого замыкания нагрузки в этом случае

$$Y_{11n} = 0; \quad Y_{22n} = Y_n; \quad Y_{12n} = 0. \quad (12)$$

Решая систему уравнений (9) и (11) с учетом (10) и (12), получим параметры проводимостей короткого замыкания ФСУ:

$$\left. \begin{aligned} Y_{11\phi} &= \mp \frac{2}{3} y_n \cos \varphi_n \operatorname{tg} \theta e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{12\phi} &= \pm \frac{1}{3} y_n \cos \varphi_n (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{22\phi} &= \pm y_n \left(\sin \varphi_n - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \varphi_n - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \cos \varphi_n \operatorname{tg} \theta \right) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Полученная система уравнений (13) позволяет осуществить синтез схем ФСУ.

Простейшим математическим эквивалентом неуравновешенного четырехполюсника является П-образная схема (рис. 1), параметры ветвей которой определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} Y_{1\phi} &= Y_{11\phi} + Y_{12\phi}; \quad Y_{2\phi} = -Y_{12\phi}; \\ Y_{3\phi} &= Y_{12\phi} + Y_{22\phi}. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (13) параметры элементов ФСУ, необходимые для компенсации тока обратной последовательности на основной частоте,

$$\left. \begin{aligned} Y_{1\phi} &= \pm \frac{1}{3} y_n \cos \varphi_n (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{2\phi} &= \mp \frac{1}{3} y_n \cos \varphi_n (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Y_{3\phi} &= \pm y_n \left(\sin \varphi_n - \frac{1}{3} \cos \varphi_n \operatorname{tg} \theta \right) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Принимая во внимание (10), находим, что в диапазоне $-\sqrt{3} \leq \operatorname{tg} \theta \leq \sqrt{3}$

$$\operatorname{tg} \varphi_n \geq \frac{1}{3} \operatorname{tg} \theta, \quad (16)$$

$Y_{1\phi}$ и $Y_{3\phi}$ представляют собой емкости, а $Y_{2\phi}$ — индуктивность, т. е.

$$Y_{1\phi} = j\omega C_{1\phi}; \quad Y_{2\phi} = \frac{1}{j\omega L_{2\phi}}; \quad Y_{3\phi} = j\omega C_{2\phi}. \quad (17)$$

Рассмотрим фильтрующие возможности схемы. Используя (5), запишем выражения токов прямой и обратной последовательностей для v -й гармоники (полагаем, что напряжение обратной последовательности v -й гармоники $\dot{U}'_v = 0$):

$$I'_{v\phi} = (Y_{1v\phi} + Y_{2v\phi} + Y_{3v\phi}) \dot{U}'_v = Y_{v\phi}^0 \dot{U}'_v; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} I''_{v\phi} &= \left[(Y_{2v\phi} + Y_{3v\phi}) e^{-j \frac{\pi}{3}} + (Y_{1v\phi} + Y_{2v\phi}) e^{-j \pi} - \right. \\ &\quad \left. - 2Y_{2v\phi} e^{-j \frac{2\pi}{3}} \right] \dot{U}'_v = Y'_{v\phi} \dot{U}'_v. \end{aligned} \quad (19)$$

Максимальный фильтрующий эффект схемы будет иметь место при условии

$$Y_{v\phi}^0 = Y_{11\phi} + Y_{12\phi} + Y_{22\phi} = \infty. \quad (20)$$

Для рассматриваемой схемы это условие может быть записано в виде

$$Y_{1v\phi} = Y_{3v\phi} = \infty.$$

Условие (20) для фильтруемой гармоники порядка v_0 реализуется в виде последовательной LC-цепочки; при этом схема узла «ФСУ-нагрузка» принимает вид рис. 2 (сплошная линия). Порядок фильтруемой гармоники

$$v_0 = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{Z_{C31\phi}}{Z_{L31\phi}} = \frac{Z_{C23\phi}}{Z_{L23\phi}}. \quad (21)$$

Используя (5) и (21), найдем параметры ФСУ по условиям симметрирования и фильтрации:

$$\left. \begin{aligned} Z_{L31\phi} &= \frac{3z_n}{\cos \varphi_n (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta) (v_0^2 - 1)}; \quad Z_{C31\phi} = v_0^2 Z_{L31\phi}; \\ Z_{L23\phi} &= \frac{3z_n}{(3 \sin \varphi_n - \cos \varphi_n \operatorname{tg} \theta) (v_0^2 - 1)}; \\ Z_{C23\phi} &= v_0^2 Z_{L23\phi}; \\ Z_{L12\phi} &= \frac{3z_n}{\cos \varphi_n (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta) v_0}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Для Т-образной схемы замещения неуравновешенного четырехполюсника параметры, при которых ток обратной последовательности основной частоты равен нулю, определяются аналогично:

$$\left. \begin{aligned} Z_{1\phi} a &= \pm z_n (3 \sin \varphi_n - \cos \varphi_n \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Z_{2\phi} a &= \pm z_n \cos \varphi_n (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}; \\ Z_{3\phi} a &= \pm z_n \cos \varphi_n (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta) e^{\pm j \frac{\pi}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где

$$a = \sin 2\varphi_n \operatorname{tg} \theta + \cos^2 \varphi_n (1 - \operatorname{tg}^2 \theta).$$

При выполнении условия (16) на основной частоте

$$Z_{L1\phi} = j\omega L_{1\phi}; \quad Z_{L2\phi} = j\omega L_{2\phi}; \quad Z_{C3\phi} = \frac{1}{j\omega C_{3\phi}}. \quad (24)$$

Схема ФСУ для рассматриваемого случая приведена на рис. 2 пунктирной линией. Преобразуя сопротивления звезды в эквивалентный треугольник, найдем:

$$\left. \begin{aligned} Z_{12v\phi} &= jv \left(Z_{1\phi} + Z_{2\phi} - \frac{v^2 Z_{1\phi} Z_{2\phi}}{Z_{3\phi}} \right); \\ Z_{23v\phi} &= jv \left[Z_{2\phi} - \frac{Z_{3\phi}}{v^2} \left(1 + \frac{Z_{2\phi}}{Z_{1\phi}} \right) \right]; \\ Z_{31v\phi} &= jv \left[Z_{1\phi} - \frac{Z_{3\phi}}{v^2} \left(1 + \frac{Z_{1\phi}}{Z_{2\phi}} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

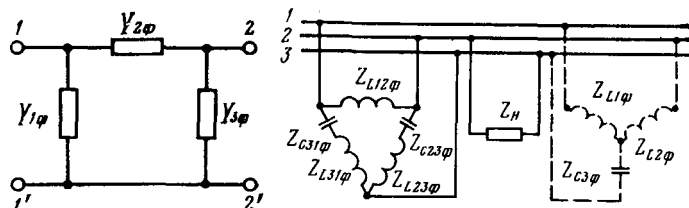


Рис. 1.

Рис. 2.

Фильтрующие свойства схемы будут иметь место при

$$Z_{12\varphi} = Z_{23\varphi} = Z_{31\varphi} = 0. \quad (26)$$

Отсюда находим

$$v_0 = \sqrt{\frac{(Z_{1\varphi} + Z_{2\varphi}) Z_{3\varphi}}{Z_{1\varphi} Z_{2\varphi}}},$$

или

$$v_0 = \sqrt{\frac{[3 \sin \varphi_H - \cos \varphi_H \operatorname{tg} \theta + \cos \varphi_H (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta)] (\sqrt{3} + \operatorname{tg} \theta)}{(3 \sin \varphi_H - \cos \varphi_H \operatorname{tg} \theta) (\sqrt{3} - \operatorname{tg} \theta)}}. \quad (27)$$

В дальнейшем для краткости схемы рис. 2, нарисованные сплошной и пунктирной линиями, будем обозначать соответственно рис. 2(с) и рис. 2(п).

В отличие от схемы рис. 2(с) в схеме рис. 2(п) номер фильтруемой гармоники зависит от входного и выходного коэффициентов мощности.

Установленная мощность элементов ФСУ по схеме рис. 2(с), отнесенная к мощности однофазной нагрузки, имеющей $\cos \varphi_H = 0,866$, может быть определена из выражения

$$S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^* = k(\theta) (v_0 - 5) + S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^*, \quad (28)$$

где $S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^*$ — установленная мощность ФСУ при фильтрации 5-й гармоники тока; $k(\theta)$ определяется входным коэффициентом мощности. Значения $k(\theta)$ и $S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^*$ приведены ниже (здесь и в дальнейшем $\cos \theta^*$ означает емкостный характер коэффициента мощности на входе нагрузочного узла):

$\cos \theta$	0,866	1,0	0,866*
$k(\theta)$	1,3	1,0	0,625
$S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^*$	4,1	3,5	3,1

Из (28) следует, что максимальная мощность ФСУ по схеме рис. 2(с) соответствует $\cos \theta = 0,5$, а минимальная — $\cos \theta = 0,5^*$.

Установленная мощность этого ФСУ при $\cos \theta = 0,5^*$ и $\cos \varphi_H = 0,866$ находится в пределах:

$$(v_0 = 13) 2,01 \leq S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^* \leq (v_0 = 5) 2,16.$$

Значительно меньшую установленную мощность имеет ФСУ по схеме рис. 2(п). Здесь независимо от φ_H и номера фильтруемой гармоники $S_{\varphi_{\text{ФСУ}}}^*$ при полной компенсации тока обратной последовательности практически не превышает мощность однофазной нагрузки, т. е. имеет минимально возможное значение. Это объясняется тем, что в данной схеме пульсирующие мощности, создаваемые элементами ФСУ, совпадают между собой по фазе и находятся в противофазе с пульсирующей мощностью нагрузки [Л. 2], в то время как в схеме ФСУ рис. 2(с) мощности плеч имеют угол сдвига $2\pi/3$.

Из рассмотрения зависимостей напряжения U_C на емкостном элементе ФСУ по схеме рис. 2(п) от

номера фильтруемой гармоники для различных фазовых углов нагрузки следует, что для ряда канонических гармоник $v_0 = 5-13$ оно может изменяться в пределах:

$$0,9U_{\text{л}} \leq U_C \leq 1,0U_{\text{л}},$$

где $U_{\text{л}}$ — линейное напряжение сети. Практически всегда можно подобрать такое значение φ_H , при котором $U_C \leq U_{\text{доп}}$. Иными словами, в схеме ФСУ рис. 2(п) в условиях несинусоидального напряжения сети конденсаторы будут находиться в более благоприятных условиях эксплуатации, чем в схеме рис. 2(с), а также в схемах трехфазных несимметричных LC-фильтров, где напряжение на конденсаторах относится к номинальному, как $v_0^2 : (v_0^2 - 1)$.

Необходимо отметить, что в схеме ФСУ по рис. 2(п) входной коэффициент мощности зависит от фазового угла нагрузки. Так, для активной нагрузки при $v_0 = 5$ он носит емкостный характер ($0,99^*$) и при $v_0 \rightarrow \infty \cos \theta \rightarrow 1$. Однако уже при $\varphi_H = 30^\circ$ он носит индуктивный характер и изменяется в пределах:

$$(v_0 = 13) 0,51 \leq \cos \theta \leq (v_0 = 5) 0,561.$$

Повысить $\cos \theta$ в данной схеме ФСУ можно путем введения электромагнитной связи между индуктивными элементами. В этом случае

$$v_0 = \sqrt{\frac{2Z_C}{Z_L(1-k)}}. \quad (29)$$

где k — коэффициент электромагнитной связи; Z_C — сопротивление емкостного элемента; Z_L — сопротивление индуктивного элемента (при $\varphi_H = 30^\circ$, $Z_{L1\varphi} = Z_{L2\varphi} = Z_L$).

В [Л. 5] показано, что использование индуктивного делителя в схеме симметрирующего устройства позволяет существенно уменьшить установленную мощность, габариты и вес его элементов. Однако соблюдение условия (29) возможно лишь при заданном коэффициенте связи, что не всегда выполняется при конструировании индуктивного делителя. В связи с этим целесообразно индуктивный делитель выполнять как автотрансформатор с коэффициентом связи, близким к единице, а последовательно с его обмотками подключать дополнительные элементы с сопротивлением Z_d . Эта схема представлена на рис. 3.

Значение эквивалентного коэффициента связи может быть определено из выражения

$$k' = Z_m / Z_L, \quad (30)$$

где Z_m и $Z_L = Z_m + Z_d$ — соответственно сопротивление взаимной индукции и эквивалентное индуктивное сопротивление делителя.

Эквивалентное индуктивное и емкостное сопротивления ФСУ по условию симметрирования определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} Z_L &= \frac{2z_H}{(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta)(1 + k')} e^{i \frac{\pi}{2}}; \\ Z_C &= \left[\frac{3}{3 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta} - \frac{1 - k'}{(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta)(1 + k')} \right] z_H e^{-i \frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

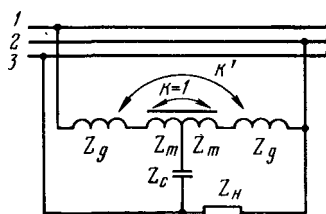


Рис. 3.

Для данной схемы, как следует из (29), порядок фильтруемой гармоники не зависит от сопро- тивления взаимоиндукции:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2Z_C}{Z_L}} = \sqrt{\frac{2Z_C}{Z_L(1-k')}}. \quad (32)$$

Это позволяет изменять Z_m в широких пределах и воздействовать $\cos \theta$, не нарушая условия филь- трации.

Подставив в (32) значения Z_L и Z_C из (31), найдем эквивалентный коэффициент связи в зави- симости от входного коэффициента мощности и фильтруемой гармоники:

$$k' = \frac{(3 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta) (v_0^2 - 1) - 3(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta)}{(3 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta) (v_0^2 - 1) + 3(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta)}. \quad (33)$$

Зависимости $k' = f(\cos \theta; v_0)$ приведены на рис. 4 (сплошные линии). Из анализа этих кривых сле- дует, что в схеме ФСУ с индуктивным делителем (рис. 3) входной коэффициент мощности может изменяться по величине и знаку в пределах от $\cos \theta = 0,866^*$ (при $k' = 1,0$) до $\cos \theta = 0,561$ ($v_0 = 5$)— $0,5$ ($v_0 \geq 17$) при $k' = 0$. При $k' = 0$ схема ФСУ по рис. 4 превращается в схему рис. 2(п). Используя (30)—(33), можно определить расчет- ные параметры ФСУ по схеме рис. 3:

$$\left. \begin{aligned} Z_C &= \frac{3z_n}{3 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta} \frac{v_0^2}{v_0^2 - 1} e^{-j\frac{\pi}{2}}; \\ Z_m &= \left(\frac{z_n}{1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta} - \frac{Z_C}{v_0^2} \right) e^{j\frac{\pi}{2}}; \\ Z_L &= \frac{2Z_C}{v_0^2} e^{j\frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Напряжение на емкостном элементе при этом

$$U_C^* = \frac{U_C}{U_n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_0^2 + 1}{v_0^2}. \quad (35)$$

Для канонических гармоник $v_0 = 5$ — 13 диапа- зон изменения составляет:

$$(v_0 = 13) 0,871 \leq U_C^* \leq (v_0 = 5) 0,902.$$

Установленная мощность ФСУ (рис. 3) может быть определена как сумма установленных мощ- ностей емкостного (S_C^*), двух индуктивных эле- ментов ($2S_L^*$) и индуктивного делителя автотранс- форматора ($S_{нд}^*$).

Зависимости установленных мощностей элемен- тов и ФСУ $\cos \theta$ приведены на рис. 4; пунктирная линия соответствует $v_0 = 5$, штрих-пунктирная — $v_0 = 19$. Следует отметить, что при $v_0 \geq 19$ кривые $S_{ФСУ}^*$ практически совпадают с установленной мощностью симметрирующего устройства с индук- тивным делителем (в диапазоне $0,866^* \leq \cos \theta \leq 0,7$).

Из рассмотрения этих зависимостей следует, что в схеме ФСУ рис. 3 установленная мощность $S_{ФСУ}^*$ определяется S_C^* , выбираемой по условию симмет- рирования с учетом значения и знака входного

коэффициента мощности. Дополнительное увеличе- ние мощности, обусловленное фильтрующими свой- ствами рассматриваемой схемы (приблизненно оно может быть определено как разность ординат меж- ду пунктирной и штрих-пунктирной линиями для соответствующего элемента), весьма мало. В ряде схем [Л. 3 и 4], а также в схемах с последователь- но соединенными LC-элементами эта мощность существенно больше.

В схеме ФСУ рис. 3 можно всегда подобрать такое значение S_C^* , при котором не будет пере- грузки конденсаторной батареи токами высших гармоник. При этом установленная мощность ФСУ в области емкостных значений $\cos \theta$ несколько пре- восходит мощность однофазной нагрузки S_n , а при $\cos \theta < 1$ $S_{ФСУ} < S_n$.

Во всех иных схемах $S_{ФСУ}$ в два и более раз пре- вышает мощность нагрузки. Используя (34), запи- шем выражение для частотной характеристики рас- ссматриваемой ФСУ с учетом поверхностного эф- фекта:

$$Z_{31\varphi} = Z_{23\varphi} = Z_{\varphi} = 2z_n \times \times \sqrt{\frac{1}{[q^2(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta)]^{-1} + \frac{3}{3 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta} \frac{(v^2 - v_0^2)^2}{v^2(v_0^2 - 1)}}}, \quad (36)$$

где $q = \frac{Z_L + 2Z_m}{r}$ — частная добротность обмотки ин- дуктивного делителя; r — активное сопротивление обмоток.

Из анализа частотных характеристик рассмот- ренных схем следует, что в случае ФСУ с индук- тивным делителем имеет место менее выраженная зависимость Z_{φ} от частоты по сравнению со схе- мой рис. 2(п) при $Z_{L12\varphi} = \infty$. Иными словами, схе- ма ФСУ рис. 3 обладает в большей степени свой- ствами широкополосного фильтра, чем схема ФСУ при отсутствии электромагнитной связи.

Существенно ухудшает фильтрующие свойства устройства поверхностный эффект. Это заметно на

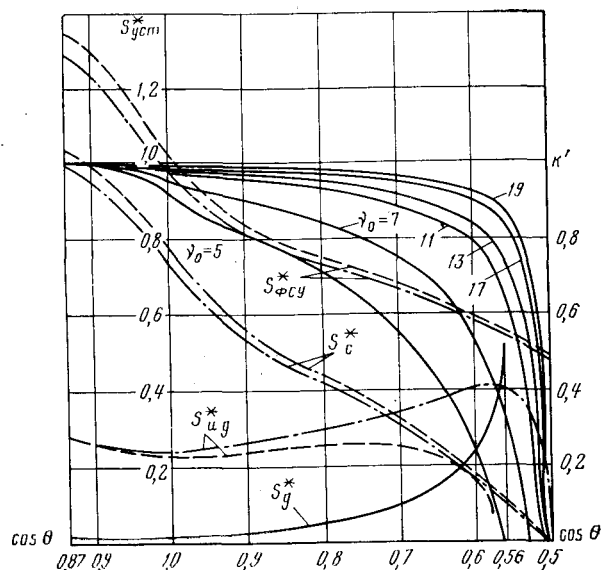


Рис. 4.

резонансных частотах, однако при $\nu_0 \geq 7$ с поверхностным эффектом необходимо считаться и при частотах, отличных от резонансных.

Как для ФСУ рис. 2(с), так и для ФСУ с индуктивным делителем при $\nu_0 \leq 7$ влияние добротности существенно только на резонансных частотах. При $\nu_0 \geq 11$ добротность следует учитывать практически во всем диапазоне частот.

Следует отметить, что при $q \geq 50$ (а на практике добротность индуктивного делителя находится в пределах от 50 до 100) дальнейшее увеличение добротности не приводит к существенному улучшению фильтрующих свойств ФСУ.

Весьма важной особенностью ФСУ с индуктивным делителем является то, что его частотная характеристика (39) существенно зависит от входного коэффициента мощности и его знака. Из анализа этой зависимости следует, что фильтрующие свойства устройства лучшим образом проявляются при $\cos \theta = 0,5$, имеющем индуктивный характер. По мере возрастания $\cos \theta$ и перехода его в емкостный квадрант $Z_{\text{вф}}$ возрастает и эффективность фильтрации уменьшается, но возрастает полоса фильтруемых гармоник.

Выводы 1. Рассмотренный метод синтеза схем ФСУ позволяет получить оптимальные параметры ФСУ и оценить их энергетические и частотные характеристики.

2. Выбор схемы ФСУ должен производиться из условия минимальной установленной мощности его

элементов, необходимой для симметрирования, с последующей проверкой на допустимую перегрузку токами высших гармоник.

3. Предложенная схема ФСУ осуществляет эффективную фильтрацию высших гармоник и симметрирование токов основной частоты при минимальной установленной мощности ФСУ, не превышающей мощность однофазной нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И. В., Севрюков В. К., Чубарь Л. А. — Фiltro-симметрирующие устройства в системах электроснабжения промышленных предприятий. — Электричество, 1976, № 2, с. 22—27.
2. Кузнецов В. Г., Шидловский А. К. Фiltro-симметрирующие устройства для повышения качества электроэнергии в сетях. — Электричество, 1976, № 2, с. 27—32.
3. Кордюков Е. И., Сапельченко А. М. Техничко-экономическая эффективность комплексного фiltro-симметрирующего устройства. — В кн.: Современные задачи преобразовательной техники. Киев: Наукова думка, 1975, ч. 6, с. 195—203.
4. Тимофеев Д. В. Режимы в электрических системах с тяговыми нагрузками. М.: Энергия, 1972.
5. Милях А. Н., Шидловский А. К., Кузнецов В. Г. Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях. Киев: Наукова думка, 1973.
6. Кузнецов В. Г., Шидловский А. К. Оценка несимметрии напряжений в трехфазной сети при подключении мощной однофазной нагрузки. — В кн.: Вестник Киевского политехнического института. Серия электроэнергетики. Киев: Вища школа, 1975, с. 54—58.
7. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. М.: Энергия, 1974.

[10.3.1978]

УДК 621.314.21.015:38.001.24

Влияние токоограничивающих сопротивлений в нейтралях трансформаторов на коммутационные перенапряжения

КАДОМСКАЯ К. П., СУПРУНОВ В. В.

Новосибирский электротехнический институт

Для ограничения токов несимметричных коротких замыканий в мощных энергоузлах могут быть применены токоограничивающие сопротивления — реакторы или резисторы, включаемые в нейтралы силовых трансформаторов. Эффективность токоограничивающих сопротивлений (ТС) тем больше, чем выше допустимый уровень напряжения на нейтралях трансформаторов в режиме несимметричного короткого замыкания.

При выборе типа и значения сопротивлений в нейтралях трансформаторов помимо стационарных режимов несимметричных коротких замыканий следует также рассмотреть влияние ТС на условия протекания электромагнитных и электромеханических переходных процессов. Только такой комплексный подход к решению поставленной задачи позволит обеспечить ее оптимальное решение.

Очевидно, сопротивления в нейтралях трансформаторов окажут влияние и на характер протекания переходных процессов, сопровождающих ту или иную коммутацию. Чем больше несимметрия схемы при коммутациях, тем существеннее ТС бу-

дет влиять на кратности возникающих при этом перенапряжений и на условия работы защитных устройств от коммутационных перенапряжений. С этой точки зрения коммутации могут быть разбиты на две основные группы — существенно несимметричные коммутации и коммутации со слабой несимметрией. К первым можно отнести те коммутации, которые протекают при наличии несимметричного (в подавляющем большинстве случаев однополюсного) короткого замыкания на линии: коммутации одностороннего отключения линии при наличии короткого замыкания и неуспешного АПВ, т. е. включения линии при непогасшей дуге подпитки.

К коммутациям со слабой несимметрией могут быть отнесены плановое включение линии и включение линии при успешном трехфазном автоматическом повторном включении. При осуществлении этих коммутаций несимметрия определяется разбросом в действии выключателей отдельных фаз и несимметрией остаточного напряжения на ВЛ.

Следует отметить, что поскольку токоограничивающие сопротивления целесообразно устанавливать лишь в мощных энергоузлах, то вынужденные составляющие напряжения в симметричном режиме на конце разомкнутой линии, примыкающей к такому узлу, относительно невелики: $(1,0-1,1)U_{\phi}$. Исследование влияния ТС на условия протекания коммутации со «слабой» несимметрией — успешного трехфазного автоматического повторного включения — показало, что при значениях ТС, выбранных исходя из требуемых значений уровня ограничения токов короткого замыкания и допустимого напряжения на нейтралях силовых трансформаторов и на неповрежденных фазах, существенного повышения напряжения в переходном процессе не наблюдается. Некоторое повышение перенапряжений при наличии в нейтралях реакторов обусловлено повышенными значениями нулевой составляющей напряжения. При наличии же резисторов повышенные значения нулевой составляющей процесса компенсируются ее быстрым затуханием вследствие включения в цепи нулевой последовательности резисторов.

Результаты некоторых конкретных расчетов перенапряжений, возникающих при успешном ТАПВ, проведенных для схемы рис. 1, даны в табл. 1. Параметры схемы, принятой при расчетах, отвечают классу 500 кВ. Значения токоограничивающих сопротивлений выбраны из рассмотрения стационарного режима однофазного короткого замыкания на шинах станции таким образом, чтобы напряжение на нейтрали в этом режиме не превышало бы уровня, отвечающего классу изоляции нейтрали 110 кВ, а напряжение на неповрежденных фазах не превышало бы $1,6 U_{\phi m}$ при применении разрядника типа РВМК-500П. В табл. 1 приведены результаты конкретных расчетов, иллюстрирующие влияние режима заземления нейтрали на основные характеристики переходного процесса, протекающего при одинаковых условиях протекания коммутации. Начальные напряжения на фазах линии к моменту ее включения, разбросы во временах включения отдельных фаз выключателей и начальная фаза

э. д. с. фазы, включаемой в первую очередь (фазы a), приведены в этой же табл. 1.

Из табл. 1 следует, что в данном конкретном случае резисторы практически не влияют на кратности перенапряжений, возникающих при плановом включении ВЛ и при успешном ТАПВ ВЛ. Оснащение же нейтралей трансформаторов токоограничивающими реакторами приводит к некоторому утяжелению переходного процесса. Таким образом, приведенные расчеты подтверждают предвзятельные соображения о слабом влиянии токоограничивающих сопротивлений, установленных в нейтралях трансформаторов, на кратности перенапряжений, возникающих при осуществлении коммутаций со слабой несимметрией. Серия расчетов, произведенных при широком варьировании параметров, определяющих условия протекания переходных процессов, позволяет заключить, что при плановом включении кратности перенапряжений при оснащении нейтралей токоограничивающими реакторами увеличатся до 8%, а при ТАПВ — до 15%. Очевидно, что уровень перенапряжений при ТАПВ может быть снижен, если на ВЛ будут устройства, разряжающие линию за время «бестоковой» паузы ТАПВ.

Коммутация неуспешного ТАПВ осуществляется при предельной несимметрии схемы. Несимметрия схемы и режима в этом случае определяется всеми факторами, присущими коммутации успешного ТАПВ, и, кроме того, несимметрией схемы вследствие наличия короткого замыкания на одной из фаз. Наибольшее влияние ТС на вынужденные составляющие процессов будет наблюдаться при коротком замыкании на шинах станции, где применено заземление нейтралей трансформаторов через ТС, при отсутствии связи этой станции с системой, нейтрали трансформаторов которой глухо заземлены.

Вынужденная составляющая напряжения, в большой мере определяющая тяжесть протекания переходного процесса при коммутации, определится из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{bk} &= \dot{U}_{в.к} \left(-\frac{3}{2} \frac{z_{\text{вх}0}}{2z_{\text{вх}} + z_{\text{вх}0}} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ \dot{U}_{ck} &= \dot{U}_{в.к} \left(-\frac{3}{2} \frac{z_{\text{вх}0}}{2z_{\text{вх}} + z_{\text{вх}0}} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь $U_{в.к}$ — вынужденная составляющая напряжения в точке короткого замыкания в симметричной схеме (при отсутствии короткого замыкания); $z_{\text{вх}1}$, $z_{\text{вх}0}$ — входные сопротивления схемы относительно точки короткого замыкания для прямой и нулевой последовательностей фаз.

Для схемы рис. 1, а:

$$\dot{U}_{в.к} = E_{\text{э.ст}} \frac{\sin(\lambda_2 + \alpha_2) \cos \alpha_1}{\sin(\lambda + \alpha_1 + \alpha_2)};$$

$$\dot{U}_N = 3 \dot{U}_{\text{ст}0} \frac{z_N}{z_{\text{ст}0}};$$

$$z_{\text{вх}1} = j z_w \frac{\text{tg}(\lambda_1 + \alpha_1) \text{tg}(\lambda_2 + \alpha_2)}{\text{tg}(\lambda_1 + \alpha_1) + \text{tg}(\lambda_2 + \alpha_2)};$$

Таблица 1

Вид коммутации	Фаза	Результат расчета		
		$z_N=0$	$3R_N=0,23z_w$	$3X_N=0,76z_w$
Плановое включение ВЛ $U_{0a}=U_{0b}=U_{0c}=0$	a	2,13	2,02	2,28
	b	1,99	1,92	2,03
	c	2,11	1,94	1,88
Успешное ТАПВ, $U_{0a}=0$; $\frac{U_{0b}}{U_{\phi m}} = \begin{cases} 0,49 & \text{при } z_N=0, \\ 0,67 & \text{при } z_N \neq 0 \end{cases}$	a	2,28	2,28	2,60
	b	2,19	2,27	2,50
	c	2,01	1,75	1,70
$\frac{U_{0c}}{U_{\phi m}} = \begin{cases} 0,69 & \text{при } z_N=0, \\ 0,94 & \text{при } z_N \neq 0 \end{cases}$	a	2,28	2,28	2,60
	b	2,19	2,27	2,50
	c	2,01	1,75	1,70

Примечание. $E_{\text{э.ст}}/U_{\phi} = 1,05$; $x_{\perp}/z_w = 0,15$; $x_{10}/z_w = 0,08$;

$x_{p1}/z_w = x_{p2}/z_w = 5,6$; $l_{\text{л}} = 400$ км; $z_w = 272$ Ом; $\lambda_0/\lambda = 1,5$; $z_{w0}/z_w = 2,2$;

$\phi_a = 45^\circ$; $t_c = 0,016$ с; $t_b = 0,018$ с.

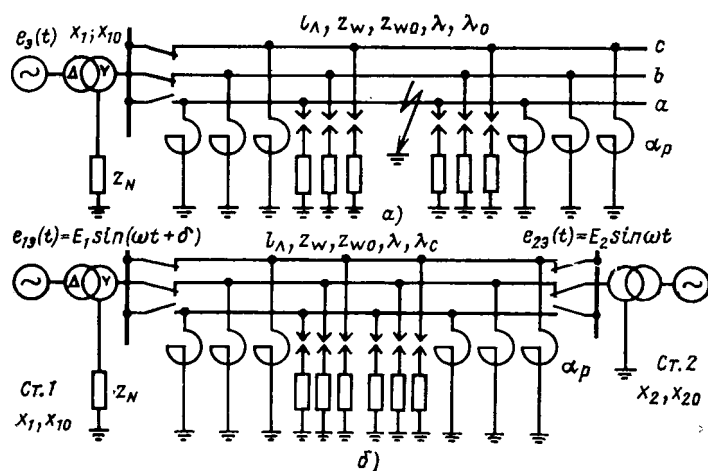


Рис. 1. Расчетные схемы электропередачи при исследовании перенапряжений, возникающих при плановом включении ВЛ и при трехфазном автоматическом повторном включении ВЛ (а), а также при однофазном автоматическом повторном включении ВЛ (б).

$$\dot{z}_{\text{вх}0} = \frac{\dot{z}'_0 \dot{z}''_0}{\dot{z}'_0 + \dot{z}''_0};$$

$$\dot{z}'_0 = z_{W0} \frac{jz_{W0} \sin \lambda_{10} + \dot{z}_{\text{сг}0} \cos \lambda_{10}}{z_{W0} \cos \lambda_{10} + j\dot{z}_{\text{сг}0} \sin \lambda_{10}};$$

$$\dot{z}''_0 = jz_{W0} \operatorname{tg}(\lambda_{20} + \alpha_{20});$$

$$\dot{z}_{\text{сг}0} = \frac{jx_{p1} [3R_N + j(x_{\text{сг}0} + 3x_N)]}{3R_N + j(x_{\text{сг}0} + 3x_N + x_{p1})};$$

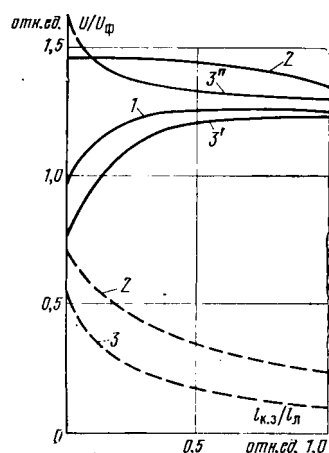
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{x_{1p1}}{z_W (x_1 + x_{p1})}; \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{x_{p2}}{z_W}; \operatorname{tg} \alpha_{20} = \frac{x_{p2}}{z_{W0}};$$

$$\dot{z}'_{\text{сг}0} = 3\dot{z}'_N + jx_{\text{сг}0};$$

$$\dot{U}_{\text{сг}0} = \frac{\dot{U}_{\text{ок}}}{\cos \lambda_{10} + j \frac{z_{W0}}{z_{\text{сг}0}} \sin \lambda_{10}}; \dot{U}_{\text{ок}} = \dot{U}_{\text{в.к}} \frac{\dot{z}_{\text{вх}0}}{2z_{\text{вх}0} + z_{\text{их}0}};$$

$$x_{\text{сг}0} = x_{10};$$

λ_1 и λ_2 — волновые длины участков линии от концов ВЛ, примыкающих к станции и системе, до точки короткого замыкания.



Зависимости вынужденных составляющих напряжения от расстояния до точки короткого замыкания на линии при различных способах заземления нейтрали в схеме, параметры которой приведены в табл. 1, даны на рис. 2. Из рис. 2 видно, что

Рис. 2. Напряжения на «здоровых» фазах (сплошные линии) и на нейтралях трансформаторов (пунктирные линии) в схеме рис. 1, а.

1 — $z_N = 0$; 2 — $3z'_N = j0,76z_W$; 3 — $3z'_N = 0,23z_W$ ($3'$ — напряжение на фазе b; $3''$ — на фазе c).

наибольшее превышение вынужденной составляющей напряжения при наличии в нейтралях трансформаторов ТС наблюдается при коротком замыкании в начале ВЛ. При этом к большим значениям вынужденных составляющих напряжения на неповрежденных фазах $U_{\text{в.к}}^{(1)}$ приведет включение в нейтраль трансформаторов резистора. По мере удаления точки короткого замыкания от шин станции напряжение $U_{\text{в.к}}^{(1)}$ при наличии резисторов снижается более резко, чем при реакторах.

При удалении места короткого замыкания от шин станции более чем на $(0,1 - 0,15)l$, вынужденная составляющая напряжения $U_{\text{в.к}}^{(1)}$ при заземлении через реакторы превышает соответствующую величину при использовании резисторов. Следует отметить, что поскольку в расчетах не учтены активные сопротивления линии, напряжения на «здоровых» фазах b и c в случае глухого заземления нейтрали ($z_N = 0$) и при наличии токоограничивающих реакторов одинаковы по величине. В случае же установок в нейтралях трансформаторов токоограничивающих резисторов модули напряжений на фазах b и c различны, причем большее значение имеет модуль напряжения на фазе, опережающей фазу, на которой произошло короткое замыкание (в данном случае на фазе c). Это объясняется наличием активной составляющей напряжения смещения нейтрали в месте короткого замыкания. Различие в модулях напряжений на «здоровых» фазах при удалении точки короткого замыкания от шин станции, очевидно, уменьшается из-за уменьшения активной составляющей напряжения на условной нейтрали в месте короткого замыкания.

Анализ рис. 2 показывает, что при наличии токоограничивающих резисторов наиболее тяжелые условия могут возникнуть при неуспешном ТАПВ, связанном с наличием короткого замыкания в начале ВЛ. При удалении точки короткого замыкания вынужденная составляющая напряжения приближается по величине к соответствующему значению при $z_N = 0$, а условия демпфирования переходного процесса при оснащении нейтрали токоограничивающими сопротивлениями облегчаются. Следует также отметить, что токоограничивающие сопротивления в нейтралях трансформаторов целесообразно устанавливать лишь в мощных энергоузлах, где увеличение вынужденной составляющей напряжения на «здоровых» фазах при коротком замыкании на шинах энергоузла не может быть существенным. Исследования влияния токоограничивающих резисторов на кратности перенапряжений, возникающих при неуспешном ТАПВ ВЛ, произведенные при достаточно широком варьировании параметров схем и условий осуществления коммутации, показали, что уровень перенапряжений при таком способе заземления нейтрали повышается не более чем на 15—20% в самом неблагоприятном случае — к. з. на шинах станции.

Для выявления наиболее общих закономерностей влияния на величину перенапряжений токоограничивающих реакторов были произведены статистические испытания на ЦВМ. Одновременно при проведении серии статистических испытаний оцени-

вались условия работы разрядников для защиты от коммутационных перенапряжений, установленных на линии, и условия работы линейной изоляции ВЛ. Расчеты производились для самого неблагоприятного случая несимметрии — короткого замыкания в начале ВЛ. Моменты включения фаз выключателей принимались распределенными по закону равномерной плотности в диапазоне 0—0,02 с, начальные напряжения на «здоровых» фазах линии также принимались распределенными по этому же закону в диапазонах $(-0,8 \div 0,8) U_{в.н}^{(1)}$ ($U_{в.н}^{(1)}$ — вынужденная составляющая напряжения в начале линии на «здоровых» фазах при однополюсном коротком замыкании в начале линии). При проведении расчетов на ЦВМ фиксировались максимумы напряжения на «здоровых» фазах линии в начале, середине и конце ВЛ, а также ресурсы, расходуемые в рабочих сопротивлениях разрядников типа РВМК-500П, установленных по концам ВЛ.

Ресурс, расходуемый в разрядниках, вычислялся как $A_{p\gamma i} = \sum I_{mji\gamma}^2$; $\gamma = b, c$; $I_{mji\gamma}$ — амплитуда тока при j -м срабатывании разрядника в фазе γ при i -м статистическом испытании.

Средний ресурс, расходуемый во время коммутации неуспешного АПВ, оценивался как

$$\bar{A}_p = (\bar{A}_b + \bar{A}_c)/2, \quad \bar{A}_{p\gamma i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1} \bar{A}_{p\gamma i},$$

где n — число статистических испытаний.

Определение вероятности перекрытия изоляции ВЛ производилось применительно к существующим конструкциям опор ВЛ 500 кВ.

Основные характеристики переходных процессов при неуспешном ТАПВ для случаев глухого заземления нейтрали и для случая заземления нейтрали через реакторы приведены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что оснащение нейтралей реакторами при уровне изоляции нейтралей трансформаторов, соответствующем классу 110 кВ, существенно понизило надежность работы как изоляции ВЛ, так и разрядников: вероятность перекрытия изоляции при коротком замыкании в начале ВЛ у шин мощной станции повысилась в 40 раз, а срок службы разрядника уменьшился примерно

в 25 раз. Однако при существующем уровне изоляции ВЛ 500 кВ даже такие утяжеленные условия работы разрядников и линейной изоляции вполне допустимы: число отключений ВЛ из-за перекрытий при неуспешном ТАПВ оказывается равным примерно 0,06 1/год, а средний срок службы разрядника превышает 20 лет. Относительно легкие условия работы изоляции и разрядников при наличии токоограничивающих реакторов обусловлены, в частности, невысокими значениями вынужденной составляющей напряжения в реальных электропередачах 500 кВ, примаикающих к мощным узлам, в которых целесообразна установка токоограничивающих сопротивлений в нейтралях силовых трансформаторов, и оснащением ВЛ шунтирующими реакторами, обеспечивающими примерно (80—85) % —ную компенсацию рабочей емкости линии.

Следует отметить, что при неуспешном ТАПВ напряжение на нейтралях трансформаторов достигает уровня около $1,1U_{фм}$, что для класса изоляции 110 кВ отвечает коэффициенту перенапряжений 1,6. Вместе с тем коэффициент импульса для внутренней изоляции трансформаторов составляет величину около 1,35. Последнее обстоятельство требует в случае применения токоограничивающих реакторов специальной защиты нейтрали. Наиболее надежная защита нейтрали может быть осуществлена при применении ограничителей перенапряжений на базе оксидноцинковых резисторов [Л. 2].

Влияние токоограничивающего реактора на протекание переходного процесса при ОАПВ ВЛ определяется влиянием реактора на процесс «бестоковой» паузы ОАПВ (когда аварийная фаза ВЛ отключена с двух сторон), определяющий начальные значения напряжений на включаемой фазе, и влиянием реактора на процесс, возникающий при включении фазы, определяемый в том числе вынужденной составляющей напряжения на односторонне включенной аварийной фазе.

Подробное исследование, относящееся к стационарным режимам односторонне включенной фазы и к режимам двухстороннего ее отключения, дано в [Л. 3], где показано, что при углах δ между эквивалентными э. д. с. примаикающих систем, отвечающих нормальному режиму, токоограничивающие сопротивления практически не влияют на условия протекания «бестоковой» паузы ОАПВ. При значениях углов, больших 90° , как токи подпитки дуги, так и восстанавливающиеся напряжения на отключенной фазе после погасания дуги в стационарном режиме при наличии токоограничивающих реакторов в нейтрали трансформаторов несколько уменьшаются. Это уменьшение обусловлено уменьшением электромагнитной составляющей напряжения на отключенной фазе из-за уменьшения токов в здоровых фазах при наличии \dot{z}_N . В [Л. 3] также показано, что вынужденные составляющие напряжения на односторонне включенной аварийной фазе (при погасшей дуге подпитки) могут превышать соответствующие значения при глухом заземлении нейтрали на 10—20% при углах, близких к углам нормального режима, и на 40—60% — при углах в диапазоне $\delta = 90^\circ$ — 180° . Это увеличение наблюдается при включении фазы со сто-

Таблица 2

Неуспешное ТАПВ	Характеристики переходного процесса					
	$M[U_{тср}]$	$\sigma[U_{тср}]$	$M[U_{тк}]$	$\sigma[U_{тк}]$	$\bar{A}_{p,к}$	$R_{пер.дз}$
При глухом заземлении нейтрали $z_N=0$	1,80	0,30	1,94	0,37	0,0025	0,0012
При заземлении нейтрали через реакторы $z_N=j3x_N=j0,76z_W$	2,34	0,36	2,29	0,24	0,0676	0,0470

Примечание. $U_{тср}$, $U_{тк}$ — максимум напряжения в середине и конце ВЛ.

Таблица 3

роны передающей станции, содержащей токоограничивающие сопротивления в нейтралях трансформаторов. При включении фазы со стороны приемной системы с глухим заземлением нейтралей вынужденные составляющие напряжения несколько снижаются по сравнению со случаем глухого заземления нейтралей передающей станции (на 4—6% при углах нормального режима и на 10—20% при $90^\circ \leq \delta \leq 180^\circ$).

Некоторое увеличение вынужденной составляющей напряжения на фазе, односторонне подключенной к передающей системе, в нейтралях трансформаторов которой включены \dot{z}_N , объясняется смещением нейтрали из-за протекания по токоограничивающим сопротивлениям токов, тем больших по значению, чем больше значение угла δ . Некоторое уменьшение вынужденной составляющей напряжения при одностороннем включении фазы к системе с глухим заземлением нейтрали объясняется действием продольной э. д. с. во включаемой фазе, обусловленной электромагнитной связью включаемой фазы с фазами, включенными с двух сторон. Поскольку эта э. д. с. направлена встречно к основной э. д. с., то ее увеличение при увеличении угла δ приводит к некоторому снижению напряжения на односторонне подключенной фазе ВЛ.

Следует также отметить, что полярности начального напряжения на фазе, отключенной с двух сторон, и значения вынужденной составляющей напряжения на включенной фазе в момент включения, от которых зависит интенсивность переходного процесса при включении фазы, противоположны. Это объясняется тем, что начальное напряжение на фазе, отключенной с двух сторон, определяется в основном электростатической составляющей связи отключенной фазы с включенными, и вектор этого напряжения в стационарном режиме близок по направлению к направлению суммы векторов э. д. с. \dot{E}_b и \dot{E}_c . Вынужденная же составляющая напряжения на фазе, односторонне подключенной к системе, в основном зависит от значения э. д. с. \dot{E}_a , и вектор этого напряжения близок по направлению к направлению вектора \dot{E}_a .

Таким образом, уменьшение при наличии \dot{z}_N начального напряжения по модулю облегчает условия протекания переходного процесса, в то время как увеличение при $\dot{z}_N \neq 0$ вынужденной составляющей напряжения приводит к его утяжелению. Для выявления количественных закономерностей о влиянии \dot{z}_N на кратности перенапряжений, возникающих при ОАПВ ВЛ, была проведена серия расчетов на ЦВМ. Результаты некоторых из этих расчетов приведены в табл. 3.

Следует отметить, что во всех расчетных случаях перенапряжения при оснащении нейтралей трансформаторов Ст. 1 резисторами $\dot{z}_N = 0,23z_N$ имеют меньший уровень, чем в случае оснащения нейтралей реакторами $\dot{z}_N = j0,76z_N$.

Из табл. 3 (так же как и результаты других расчетов, не приведенных в настоящей статье) следует, что оснащение нейтрали трансформаторов реакторами приводит к некоторому увеличению кратностей перенапряжений, возникающих при ОАПВ ВЛ со стороны системы с нейтралью, заземленной через токоограничивающие реакторы.

Угол δ	Вид коммутации	Характеристики процесса			
		$3z_N$	$U_{\text{в}}/U_{\text{ф}}$	$U_{\text{max}}/U_{\text{фн}}$	$k_{\text{п}}$
60°	Включение со стороны Ст. 1	0 $j0,76z_N$	1,21 1,30	2,22 2,34	1,85 1,80
	Включение со стороны Ст. 2	0 $j0,76z_N$	1,27 1,17	2,05 2,06	1,61 1,75
120°	Включение со стороны Ст. 1	0 $j0,76z_N$	1,43 1,69	2,33 2,56	1,64 1,50
	Включение со стороны Ст. 2	0 $j0,76z_N$	1,38 1,30	2,11 2,10	1,53 1,62

Примечание. $x_1/z_N = 0,15$; $x_{10}/z_N = 0,03$; $x_2/z_N = 0,25$; $x_{20}/z_N = 0,10$; $l_N = 400$ км; $\gamma_0/\lambda = 1,5$; $z_{W0}/z_N = 2,2$.

Однако сравнение этих расчетов и расчетов при ТАПВ ВЛ показывает, что несмотря на увеличение $U_{\text{в}}$ при ОАПВ по сравнению со случаем ТАПВ кратности перенапряжений при включении со стороны системы, оснащенной токоограничивающими сопротивлениями, не превышают соответствующих уровней при ТАПВ. Последнее обстоятельство объясняется малыми значениями напряжения на коммутируемой фазе перед ее включением при $50^\circ \leq \delta \leq 180^\circ$.

Произведенные расчеты показали также, что при включении фазы при ОАПВ со стороны приемной системы с глухим заземлением нейтрали уровни перенапряжений меньше уровней при ТАПВ и практически не зависят от величины и типа токоограничивающих сопротивлений в нейтралях передающей станции. Последнее обстоятельство позволяет рекомендовать программное включение ВЛ при ОАПВ, в первую очередь включение со стороны приемной системы с глухим заземлением нейтрали.

Выводы. 1. Токоограничивающие сопротивления, значения которых выбраны из допустимого уровня напряжения на нейтралях трансформаторов и на неповрежденных фазах в стационарном режиме однофазного короткого замыкания на шинах станции, практически не влияют на перенапряжения, возникающие при внезапных однофазных коротких замыканиях и при плановом включении ВЛ.

2. Токоограничивающие резисторы практически не влияют на перенапряжения при успешном ТАПВ, токоограничивающие реакторы в наиболее неблагоприятном случае короткого замыкания в начале ВЛ могут привести к увеличению перенапряжений на 10—15%.

3. Оснащение нейтралей реакторами приводит к утяжелению условий работы разрядников и линейной изоляции во время коммутации неуспешного ТАПВ. Так, перенапряжения на линейной изоляции 500 кВ в передаче, оснащенной по концам разрядниками РВМК-500П, при наличии токогра-

ничающих реакторов увеличиваются на 25—35%, что приводит к существенному (в десятки раз) увеличению вероятности перекрытия изоляции ВЛ и сокращению сроков службы разрядников. Это обстоятельство должно учитываться при проектировании линейной изоляции и средств защиты от коммутационных перенапряжений. Следует отметить также, что при применении токоограничивающих реакторов возникает необходимость защиты нейтралей трансформаторов, например с помощью оксидноцинковых ограничителей перенапряжений. Оснащение нейтралей резисторами практически не утяжеляет процесс неуспешного ТАПВ.

4. При оснащении ВЛ устройствами ОАПВ целесообразно применение программированного включения ВЛ при плановых и аварийных коммутациях. Так, при включении в первую очередь должны включаться выключатели со стороны системы с глу-

хим заземлением нейтралей трансформаторов, при отключении порядок работы выключателей должен быть обратным. При таком порядке работы выключателей токоограничивающие сопротивления, включенные в нейтралей трансформаторов мощных энергоузлов, либо практически не влияют на уровень перенапряжений, либо приводят к их снижению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентильные разрядники высокого напряжения/ Шишман Д. В., Бронфман А. И., Пружинина В. И., Савельев В. П. М.: Энергия, 1971.
2. Керамические резисторы с высоким коэффициентом нелинейности на основе окиси цинка/ Авдеенко Б. К., Бронфман А. И., Караченцев А. Я. и др. — Электричество, 1976, № 9, с. 61—63.
3. Супрунов В. В. Влияние токоограничивающих реакторов, включенных в нейтралей силовых трансформаторов, на условия осуществления ОАПВ. — Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук, 1976, № 8, вып. 2, с. 120—125.

[11.10.1977]

УДК 621.316.97.001.24

Расчет размещения защитных устройств в протяженных системах при электрическом и магнитном влиянии линии электропередачи

Канд. техн. наук КАЛЮЖНЫЙ В. Ф.

Москва

Линии электропередачи (ЛЭП) переменного тока, длительно работающие в несимметричном режиме, или при наличии перенапряжений в момент включения в работу, или при замыкании фазного провода на землю индуктируют в расположенных вблизи трассы линии электропередачи металлических протяженных системах продольные э. д. с. и потенциалы, являющиеся причиной возникновения значительных напряжений на металлических сооружениях по отношению к земле. Эти напряжения могут быть опасными для обслуживающего персонала или вызывать пробой изолирующих покрытий.

В качестве протяженных металлических систем (ПМС) могут быть рассмотрены:

линии электропередачи более низких классов напряжения;

изолированные от земли металлические трубы газо- и нефтепроводов, волноводов и световодов; цепи воздушных и кабельных линий связи;

металлическая арматура виноградников, ограждений и пр.

Защитными устройствами в этом случае могут быть разрядники, защитные резонансные фильтры, дренажные катушки, заземлители и т. д.

В опубликованной литературе по расчету размещения разрядников на воздушных линиях связи [Л. 1—3] в расчетных формулах представлены индуктируемые магнитным полем ЛЭП продольные э. д. с., продольные сопротивления проводов и сопротивления заземлений разрядников. При расчете сопротивления заземления и числа заземлений металлических труб волноводных и световодных линий связи [Л. 4 и 5], металлических оболочек кабелей связи [Л. 6] подверженная влиянию ПМС

представлена в виде Г-образных звеньев, состоящих из продольного сопротивления металлического сооружения и сопротивления заземлений разрядников. Практически во всех случаях расчетов не учитываются параметры передачи и условия нагрузок влияющей ЛЭП, а параметры передачи подверженной влиянию ПМС представлены в упрощенном виде, что является не всегда допустимым. В [Л. 7] учтены параметры передачи ПМС в общем виде, однако основное влияние рассмотрено только магнитное, кроме того, здесь также в общих формулах не учтены параметры передачи и нагрузки влияющей линии, а влияющая электрифицированная железная дорога представлена короче подверженной влиянию кабельной линии связи.

Получим расчетные формулы для определения места установки защитных устройств из общей теории электромагнитного влияния между цепями.

Рассмотрим общий случай параллельного сближения несимметричной ЛЭП и подверженной влиянию ПМС в общем виде для линий разной длины (рис. 1), при этом линии имеют произвольные коэффициенты распространения и произвольные нагрузки на концах.

Введем обозначения: $I_1(0)$, $U_1(0)$ — ток и напряжение в начале влияющей линии; γ_i , Z_{bi} — коэффициент распространения и волновое сопротивление соответствующей цепи; Z'_i , Z''_i — сопротивления нагрузок соответственно в начале и в конце соответствующей цепи; $n'_i = \text{Arth } \frac{Z'_i}{Z_{bi}}$, $n''_i = \text{Arth } \frac{Z''_i}{Z_{bi}}$ — коэффициенты рассогласования соот-

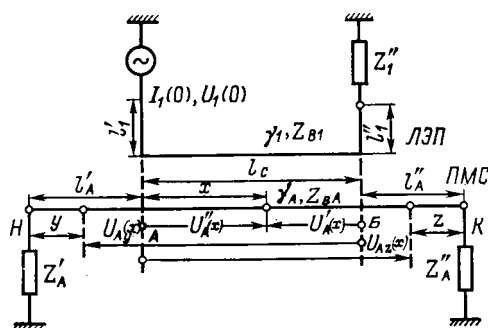


Рис. 1.

ветственно в начале и в конце цепи; l'_i — расстояние от начала соответствующей цепи до начала сближения; l''_i — расстояние от конца соответствующей цепи до конца сближения между ЛЭП и ПМС; l_c — длина сближения между ЛЭП и ПМС; $l_i = l'_i + l_c + l''_i$ — общая длина соответствующей цепи; Y_{iA} , Z_{iA} — электрическая проводимость и сопротивление взаимной индукции между однопроводными ЛЭП и ПМС.

Из общей теории влияния между двумя параллельными линиями запишем формулы для определения напряжения в точке x , подверженной влиянию ПМС. Это напряжение в данном случае по отношению к земле состоит из двух волн напряжения, направленных встречно и приходящих с участков ПМС соответственно слева и справа от точки x :

составляющая напряжения, приходящая справа от точки x :

$$U'_A(x) = -K \operatorname{sh}[n'_A + \gamma_A(l'_A + x)] \times \\ \times \left\{ \frac{F \operatorname{sh} \frac{(\gamma_A - \gamma_1)(x + l_c)}{2}}{\gamma_A - \gamma_1} \operatorname{ch}[n''_A + \gamma_A(l_c + l'_A) - n''_1 - \right. \\ \left. - \gamma_1(l_c + l'_1) - \frac{(\gamma_A - \gamma_1)(x + l_c)}{2}] - \right. \\ \left. - \frac{N \operatorname{sh} \frac{(\gamma_A + \gamma_1)(x - l_c)}{2}}{\gamma_A + \gamma_1} \operatorname{ch}[n''_A + \gamma_A(l_c + l'_A) + \right. \\ \left. + n''_1 + \gamma_1(l_c + l'_1) - \frac{(\gamma_A + \gamma_1)(x + l_c)}{2}] \right\}; \quad (1)$$

составляющая напряжения, приходящая слева от точки x :

$$U''_A(x) = +K \operatorname{sh}[n''_A + \gamma_A(l_A - l'_A - x)] \times \\ \times \left\{ \frac{N \operatorname{sh} \frac{(\gamma_A + \gamma_1)x}{2}}{\gamma_A + \gamma_1} \operatorname{ch}[n'_A + \gamma_A l'_A - n'_1 - \right. \\ \left. - \gamma_1(l_c + l'_1) + \frac{(\gamma_A + \gamma_1)x}{2}] - \frac{F \operatorname{sh} \frac{(\gamma_A - \gamma_1)x}{2}}{\gamma_A - \gamma_1} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch}[n'_A + \gamma_A l'_A + n'_1 + \gamma_1(l_c + l'_1) + \frac{(\gamma_A - \gamma_1)x}{2}] \right\}. \quad (2)$$

Общее напряжение

$$U_A(x) = U'_A(x) + U''_A(x). \quad (3)$$

В формулах (1) и (2):

$$K = \frac{U_1(0) Z_{BA} S}{\operatorname{sh}(n''_1 + \gamma_1 l_1) \operatorname{sh}(n'_A + n''_A + \gamma_A l_A)};$$

$$N = Y_{1A} + \frac{Z_{1A}}{Z_{A1} Z_{BA}}; \quad F = Y_{1A} - \frac{Z_{1A}}{Z_{B1} Z_{BA}};$$

S — коэффициент экранирования заземленных проводов, тросов.

При вычислениях только электрического влияния ЛЭП на подверженную влиянию ПМС в приведенных выше формулах следует принять $Z_{1A} = 0$, следовательно,

$$N = F = Y_{1A}.$$

При вычислениях только магнитного влияния следует принять соответственно $Y_{1A} \approx 0$, поэтому

$$N = -F = \frac{Z_{1A}}{Z_{B1} Z_{BA}}.$$

Кроме того, в формуле для коэффициента K вместо $\frac{U_1(0)}{\operatorname{sh}(n''_1 + \gamma_1 l_1)}$ следует поставить $\frac{I_1(0) Z_{B1}}{\operatorname{ch}(n''_1 + \gamma_1 l_1)}$. При

$0 \leq x \leq l_c$ определяем максимальные значения напряжения $U_A(x)$ на участке AB . Поступая таким же образом, определяем максимальные значения напряжения $U_{Ay}(x)$ на участке HA , при этом воспользуемся только формулой (1) для составляющей напряжения $U'_A(x)$, в которой необходимо принять $x=0$, и полученное выражение умножить на коэффициент

$$K(y) = \frac{\operatorname{sh}(n'_A + \gamma_A y)}{\operatorname{sh}(n'_A + \gamma_A l'_A)},$$

однако переменную y в этом случае следует изменять в пределах $0 \leq y \leq l'_A$. Таким образом,

$$U_{Ay}(x) = U'_A(x) K(y) \text{ при } x=0. \quad (4)$$

Для определения максимальных значений напряжения $U_{Az}(x)$ на участке BK воспользуемся только формулой (2) для составляющей напряжения $U''_A(x)$, в которой необходимо принять $x=l_c$ и полученное выражение умножить на коэффициент

$$K(z) = \frac{\operatorname{sh}(n''_A + \gamma_A z)}{\operatorname{sh}(n''_A + \gamma_A l''_A)}.$$

При этом переменную z следует изменять в пределах $0 \leq z \leq l''_A$. Таким образом,

$$U_{Az}(x) = U''_A(x) K(z) \text{ при } x=l_c. \quad (5)$$

Из полученных напряжений $U_A(x)$, $U_{Ay}(x)$ и $U_{Az}(x)$ определяем максимальные и в случае, если это напряжение превышает напряжение, допускаемое как безопасное, в данной точке ПМС устанавливаем защитное устройство: разрядник, резонансный контур, заземление и т. д., которое, срабатывая, должно существенно снизить максимальное индуктируемое напряжение. Если таких точек на трассе ПМС несколько, то защитное устройство устанавливается в первую очередь в точке с максимально индуктируемым напряжением по отноше-

нию к земле. После этого мы обязаны произвести повторный расчет с учетом новых коэффициентов рассогласования и появившихся дополнительных участков вдоль трассы ПМС.

Как правило, при одностороннем и двухстороннем питании ЛЭП максимально индуктируемые напряжения в ПМС по отношению к земле бывают в начале и в конце участка сближения ЛЭП и ПМС.

Установим в пунктах А и Б ПМС защитные устройства, имеющие в рабочем состоянии внутренние сопротивления, равные соответственно R_a и R_b (см. рис. 2).

Формулы для расчета составляющих индуктируемых напряжений в точке x соответственно $U_{A'}^{*'}(x) + U_{A''}^{*'}(x) = U_{A'}^{*'}(x)$ будут аналогичны (1) — (3) для схемы сближения (см. рис. 1), однако в общем виде в них следует принять $l'_A = l''_A = 0$ и заменить коэффициент рассогласования n'_A на коэффициент n'_a , определяемый по формуле

$$n'_a = \operatorname{Arth} \frac{R_a Z'_{\text{вх}}(a)}{Z_{\text{вА}} [R_a + Z'_{\text{вх}}(a)]}, \quad (6)$$

где

$$Z'_{\text{вх}}(a) = Z_{\text{вА}} \operatorname{th} (n'_A + \gamma_A l'_A) \quad (7)$$

— входное сопротивление ПМС слева от точки А, а коэффициент рассогласования n'_A заменить на n''_b , определяемый по формуле

$$n''_b = \operatorname{Arth} \frac{R_b Z''_{\text{вх}}(b)}{Z_{\text{вБ}} [R_b + Z''_{\text{вх}}(b)]}, \quad (8)$$

где

$$Z''_{\text{вх}}(b) = Z_{\text{вБ}} \operatorname{th} (n''_B + \gamma_B l'_B) \quad (9)$$

— входное сопротивление ПМС справа от точки Б.

В формулах (7) и (9) значения коэффициентов рассогласования n'_A и n''_A и участков ПМС соответственно l'_A и l''_A не равны нулю и должны учитываться в соответствии с рис. 1 или 2.

В точке А (рис. 2) индуктируемое напряжение $U_{AA}^*(x)$ определяется по формуле (1) с учетом (6)—(9), в которой необходимо принять $x=0$, а для точки y на участке НА полученное выражение необходимо умножить на дополнительный коэффициент $K(y)$, следовательно,

$$U_{Ay}^*(x) = U_{AA}^*(x) K(y). \quad (10)$$

В точке Б (рис. 2) индуктируемое напряжение $U_{AB}^*(x)$ определяется по формуле (2) с учетом (6)—(9); $x=l_c$, а для точки z на участке БК полученное выражение необходимо умножить на дополнительный коэффициент $K(z)$, следовательно,

$$U_{Az}^*(x) = U_{AB}^*(x) K(z). \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что расчетные формулы (10) и (11) по своей структуре аналогичны формулам (4) и (5).

Изменяя переменные $0 \leq y \leq l'_A$, $0 \leq x \leq l_c$ и $0 \leq z \leq l''_A$, определим максимальные значения напряжений $U_{Ay}^*(x)$, $U_{A'}^*(x)$ и $U_{Az}^*(x)$ соответственно на участках НА, АВ и БК (рис. 2). При

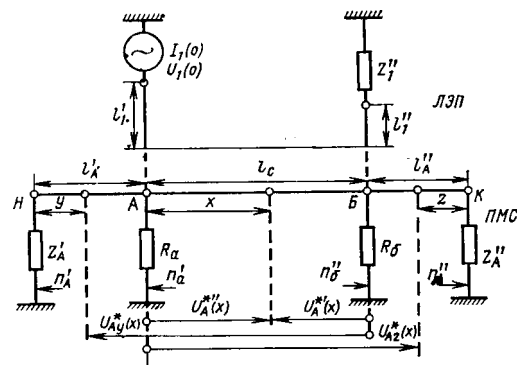


Рис. 2.

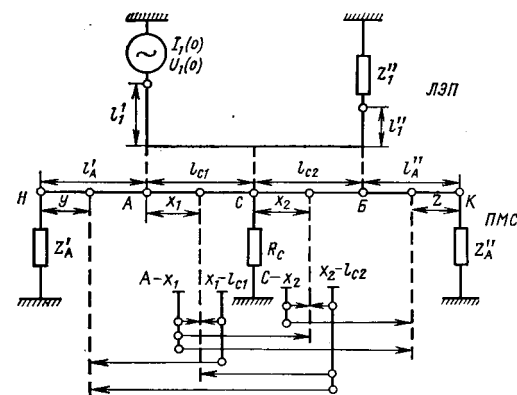


Рис. 3.

$R_a \approx 0$ и $R_b \approx 0$ значения коэффициентов рассогласования будут равны $n'_a \approx 0$ и $n''_b \approx 0$, поэтому на участках НА и БК расчет индуктируемых напряжений можно не производить. Предположим, что защитные устройства необходимо установить не только в пунктах А и Б, но и в пункте С (см. рис. 3). Внутренние сопротивления защитных устройств в рабочем состоянии соответственно равны R_a , R_b и R_c . В данном случае мы имеем два участка сближения АС и СБ с длиной сближения, равной соответственно l_{c1} и l_{c2} и переменными координатами x_1 и x_2 . Расчет индуктируемых напряжений на участках сближения АС и СБ можно производить также по формулам (6)—(11) для сближения на рис. 2. Однако в них необходимо произвести некоторые изменения.

На участке АС в расчетных формулах для определения напряжений $U_{A'}^*(x_1)$ и $U_{A''}^*(x_1)$ необходимо заменить x на x_1 , вместо l_c поставить l_{c1} и вместо l''_1 соответственно $l''_1 + l_{c2}$. Кроме того, вместо коэффициента рассогласования n''_b надо поставить значение n''_c :

$$n''_c = \operatorname{Arth} \frac{R_c Z''_{\text{вх}}(c)}{Z_{\text{вА}} [R_c + Z''_{\text{вх}}(c)]}, \quad (12)$$

где

$$Z''_{\text{вх}}(c) = Z_{\text{вА}} \operatorname{th} (n''_c + \gamma_A l_{c2}) \quad (13)$$

— входное сопротивление ПМС справа от точки С.

Коэффициент рассогласования n'_6 определяется по формуле (8).

На участке CB в расчетных формулах для определения напряжений $U'_A(x_2)$ и $U''_A(x_2)$ необходимо заменить x на x_2 , l_c на l_{c2} , l'_1 на $l'_1 + l_{c1}$, а вместо коэффициента рассогласования n'_a поставить значение n'_c :

$$n'_c = \text{Arth} \frac{R_c Z'_{\text{вх}}(c)}{Z_{\text{вА}} [R_c + Z'_{\text{вх}}(c)]}, \quad (14)$$

где

$$Z'_{\text{вх}}(c) = Z_{\text{вА}} \text{th} (n'_a + \gamma_A l_{c1}) \quad (15)$$

— входное сопротивление ПМС слева от точки C . Коэффициент рассогласования n'_a определяется по формуле (6).

Вследствие того, что $R_a \neq 0$, $R_6 \neq 0$ и $R_c \neq 0$, то кроме основных составляющих индуктируемых напряжений $U'_A(x_1)$, $U''_A(x_1)$ и $U'_A(x_2)$, $U''_A(x_2)$ соответственно на участках AC и CB появятся дополнительные составляющие напряжений $U_{Ay}(x_1)$, $U_{Ay}(x_2)$, $U_{Ax_1}(x_2)$, $U_{Ax_2}(x_1)$, $U_{Az}(x_1)$, $U_{Az}(x_2)$, пришедшие соответственно в точки y , x_1 , x_2 и z с соседних участков (рис. 3).

На участке AC составляющая напряжения $U_{Ax_1} \times (x_2)$ от участка BC определяется по формуле для определения напряжения $U'_A(x_2)$, в которой необходимо принять $x_2=0$ и полученное выражение умножить на дополнительный коэффициент, равный

$$K(x_1) = \frac{\text{sh}(n'_a + \gamma_A x)}{\text{sh}(n'_a + \gamma_A l_{c1})}.$$

Следовательно,

$$U_{Ax_1}(x_2) = U'_A(x_2) K(x_1) \text{ при } x_2=0. \quad (16)$$

На участке BC составляющая напряжения $U_{Ax_2}(x_1)$ от участка AC определяется по формуле для расчета напряжения $U'_A(x_1)$, в которой $x_1=l_{c1}$, и полученное выражение умножить на дополнительный коэффициент, равный

$$K(x_2) = \frac{\text{sh}[n'_6 + \gamma_A (l_{c2} - x_2)]}{\text{sh}(n'_6 + \gamma_A l_{c2})}.$$

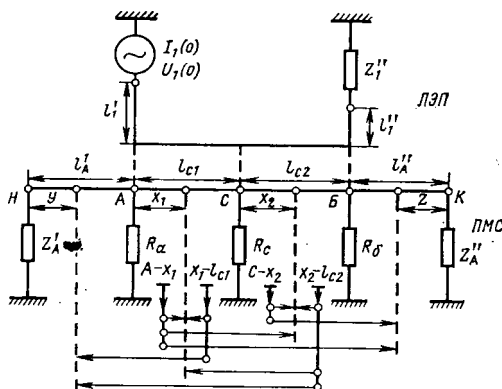


Рис. 4.

Следовательно,

$$U_{Ax_2}(x_1) = U''_{Ax_1} K(x_2) \text{ при } x_1=l_{c1}. \quad (17)$$

На участке HA в точке y составляющая напряжения $U_{Ay}(x_1)$ от участка AC определяется по формуле для расчета напряжения $U'_A(x_1)$, а составляющая напряжения $U_{Ay}(x_2)$ от участка BC определяется по формуле (16) для расчета напряжения $U_{Ax_1}(x_2)$, в которых необходимо принять $x_1=0$ и полученное выражение умножить на дополнительный коэффициент, равный $K(y)$. Следовательно,

$$U_{Ay}(x_1) = U'_A(x_1) K(y); \quad (18)$$

$$U_{Ay}(x_2) = U_{Ax_1}(x_2) K(y) \text{ при } x_1=0. \quad (19)$$

На участке BK в точке z составляющая напряжения $U_{Az}(x_2)$ от участка CB определяется по формуле для расчета напряжения $U''_A(x_2)$, составляющая напряжения $U_{Az}(x_1)$ от участка AC определяется по формуле (17) для расчета напряжения $U_{Ax_2}(x_1)$, в которых необходимо принять $x_2=l_{c2}$ и полученное выражение необходимо умножить на дополнительный коэффициент, равный $K(z)$. Следовательно,

$$U_{Az}(x_2) = U''_A(x_2) K(z); \quad (20)$$

$$U_{Az}(x_1) = U_{Ax_2}(x_1) K(z) \text{ при } x_2=l_{c2}. \quad (21)$$

Таким образом, для получения максимально возможных значений индуктируемых напряжений целесообразно суммировать арифметически основные и дополнительные составляющие напряжений как индуктируемых на данном участке, так и пришедших с соседних участков.

Изменяя текущие координаты в диапазоне $0 \leq y \leq l'_A$, $0 \leq x_1 \leq l_{c1}$, $0 \leq x_2 \leq l_{c2}$, $0 \leq z \leq l''_A$, соответственно на участках HA , AC , CB и BK , определяем максимальные значения индуктируемых напряжений, и если в некоторых точках они превышают норму, то в них устанавливают дополнительные защитные устройства. Расчеты выполняют до тех пор, пока индуктируемые ЛЭП напряжения в любой точке ПМС не будут превышать величину, нормируемую [Л. 3].

При расчетах индуктируемых напряжений может быть случай, когда защитные устройства отсутствуют в точках ПМС, соответствующих началу и концу общего участка сближения между ЛЭП и ПМС (см. рис. 4).

Расчетные формулы для определения составляющих индуктированных напряжений (рис. 4) будут аналогичны расчетным формулам для рис. 3. Здесь имеются также два участка совместного параллельного сближения с длиной соответственно l_{c1} и l_{c2} . При этом в расчетных формулах для рис. 3 следует принять $R_a=R_6=\infty$, следовательно, $n'_a=n'_A + \gamma_A l'_A$, $n'_6=n'_A + \gamma_A l''_A$. Кроме того, коэффициенты рассогласования в точке C

$$n'_c = \text{Arth} \frac{R_c Z'_{\text{вх}}(c)}{Z_{\text{вА}} [R_c + Z'_{\text{вх}}(c)]}, \quad (22)$$

где

$$Z'_{\text{вх}}(c) = Z_{\text{вА}} \text{th} [n'_A + \gamma_A (l'_A + l_{c1})] \quad (23)$$

— входное сопротивление ПМС слева от точки С;

$$n_c'' = \operatorname{Arth} \frac{R_c Z_{\text{вх}}''(c)}{Z_{\text{вА}} [R_c + Z_{\text{вх}}''(c)]}, \quad (24)$$

где

$$Z_{\text{вх}}''(c) = Z_{\text{вА}} \operatorname{th} [n_A'' + \gamma_A (l_A'' + l_{\text{сз}})] \quad (25)$$

— входное сопротивление ПМС справа от точки С.

В полученных формулах, изменяя переменные y, x_1, x_2 и z , также определяем точки с максимальными значениями индуктируемых напряжений и места установки защитных устройств.

Таким образом, индуктируемое электрическим и магнитным полями ЛЭП на данном участке ПМС напряжение состоит из двух основных составляющих (падающей и отраженной электромагнитных волн), которые рассчитывают по общим формулам (1) и (2). В этих формулах необходимо дополнительно определить коэффициенты рассогласования и входные сопротивления линии ПМС влево и вправо от мест установки защитных устройств. Кроме основных составляющих напряжения при внутреннем сопротивлении защитного устройства $R_{\text{з.у}} \neq 0$ на каждом из N параллельных участков сближения будет $(N-1)$ дополнительных составляющих напряжения, а на левом и правом участках ПМС соответственно с длиной участков l_A' и l_A'' будет N составляющих напряжений, пришедших с N участков сближения между ЛЭП и ПМС.

Обычно при одностороннем и двухстороннем питании ЛЭП при магнитном влиянии на ПМС рассматривают короткие замыкания фазового провода ЛЭП на землю в пунктах А и Б. При этом будет максимальное магнитное влияние токов ЛЭП на расположенную вблизи ПМС, так как в данном случае будет максимальной длина параллельного сближения l_c . При коротких замыканиях в середине участка сближения магнитное влияние ЛЭП, как правило, бывает меньше. Это обусловлено при одностороннем питании ЛЭП меньшей длиной, а при двухстороннем питании ЛЭП — наличием встречных э. д. с., вызванных токами короткого замыкания, приходящих к месту замыкания от соседних подстанций ЛЭП.

Как правило, для большинства ЛЭП и ПМС коэффициенты передачи сдвига фазы $\beta_1 l, \beta_A l$ значительно больше коэффициентов передачи затухания $\alpha_1 l, \alpha_A l$, поэтому общие формулы (1) и (2) могут быть значительно упрощены для электрически коротких и длинных линий ПМС и ЛЭП.

Для электрически коротких ЛЭП и ПМС, если выполняется условие

$$\frac{(\beta_1 \pm \beta_A) l_c}{2} \ll 0,8 \text{ рад},$$

гиперболические функции могут быть преобразованы:

$$\operatorname{sh} \beta x \approx \operatorname{th} \beta x = \beta x; \quad \operatorname{ch} \beta x \approx 1;$$

для электрически длинных линий ЛЭП и ПМС, если выполняется условие

$$\frac{(\alpha_1 \pm \alpha_A) l_c}{2} \geq 1,5 \text{ Нп},$$

можно принять:

$$\operatorname{sh} \frac{(\alpha_1 \pm \alpha_A) l_c}{2} \approx \operatorname{ch} \frac{(\alpha_1 \pm \alpha_A) l_c}{2} = \frac{1}{2} e^{\frac{(\alpha_1 \pm \alpha_A) l_c}{2}};$$

$$\operatorname{th} \frac{(\alpha_1 \pm \alpha_A) l_c}{2} \approx 1.$$

Общие формулы для расчета индуктированных напряжений могут быть упрощены также для различных значений коэффициентов рассогласования по концам ЛЭП и ПМС. При коротком замыкании на землю на конце линии или при сопротивлении защитного устройства на конце ПМС, равном или близком нулю, соответствующий коэффициент рассогласования $n_i = 0$, при полной изоляции от земли (холостой ход) на конце $n_i = j90^\circ$, а при нагрузке на конце на волновое сопротивление линии $n_i = \infty$.

Пример расчета. Предположим, нам необходимо рассчитать размещение разрядников в цветной цепи воздушной линии связи (ВЛС) с деревянными опорами при магнитном влиянии ЛЭП переменного тока с заземленной нейтралью и имеющей замыкание на землю одного из фазовых проводов.

Линия электропередачи и ВЛС одинаковой длины $l_1 = l_A = 100$ км, следовательно, в общих формулах (1)–(2) для рис. 1 следует принять $l_A' = l_A'' = l_1' = l_1'' = 0$; сближение параллельное, ширина сближения $a = 200$ м, удельная проводимость земли $\sigma_3 = 10 \cdot 10^{-3}$ См/м; ток в начале влияющей ЛЭП $I_1(0) = 10$ кА; круговая частота тока $f = 50$ Гц; коэф-

Значение x	Рассчитанные значения напряжения в проводе цепи ВЛС (кВ) при различном характере нагрузки						
	Изоляция по концам ВЛС				По концам ВЛС $R_{\text{з.п}} = 10$ Ом		
	Расчет по [Л. 3, ч. 1]	Расчет по формулам (1) и (2)			Расчет по формулам (1) и (2)		
		U_A'	U_A''	Σ	U_A'	U_A''	Σ
0	—55	$-56,5e^{j3^\circ}$	0	$-56,5e^{j3^\circ}$	$-2,17e^{j34^\circ}$	0	$-2,17e^{j34^\circ}$
1/8	—	—	—	—	$-15,6e^{j42^\circ}$	$+12,4e^{j45^\circ}$	$-3,3e^{j31^\circ}$
1/4	—	—	—	—	$-23,8e^{j41^\circ}$	$+21,2e^{j43^\circ}$	$-1,85e^{j36^\circ 20'}$
1/2	0	$-10,8e^{-j50^\circ}$	$+10,8e^{j50^\circ}$	0	$-29e^{j42^\circ 40'}$	$+29e^{j42^\circ 40'}$	0
31/4	—	—	—	—	$-21e^{j43^\circ}$	$+23,8e^{j41^\circ}$	$+1,85e^{j36^\circ 20'}$
71/8	—	—	—	—	$-12,4e^{j45^\circ}$	$+15,6e^{j42^\circ}$	$+3,3e^{j31^\circ}$
1	+55	0	$+56,5e^{j3^\circ}$	$+56,5e^{j3^\circ}$	0	$+2,17e^{j34^\circ}$	$+2,17e^{j34^\circ}$

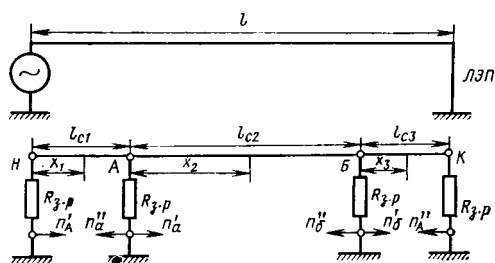


Рис. 5.

коэффициент экранирования заземленных проводов $S \approx 1$; сопротивление заземления разрядников $R_{з.р.} = 10$ Ом. Параметры линий в соответствии с [Л. 3]: $\gamma_1 = (0,03 + j1,7) \cdot 10^{-3}$ 1/км, $\gamma_A = (2,81 + j2,56) \cdot 10^{-3}$ 1/км, $Z_{в.а.} = 1355 \cdot e^{-j26^\circ 11'}$ Ом; ЛЭП на конце имеет короткое замыкание на землю одной из фаз, следовательно, $n''_1 = 0$, а провода цепи ВЛС по обоим концам изолированы от земли, поэтому $n'_A = n''_A = j90^\circ$.

Рассмотрим короткое замыкание фазного провода ЛЭП на землю на противоположной подстанции, т. е. в конце сближения с ВЛС. В этом случае максимальные значения индуктированных напряжений будут по концам цепи ВЛС (см. таблицу). Если включить разрядники по обоим концам цепи ВЛС с сопротивлением заземления $R_{з.р.} = 10$ Ом и разрядники сработают, то коэффициенты рассогласования будут равны $n'_A = n''_A = 0,0065 + j0,0035$. В таблице приведены также рассчитанные значения составляющих напряжений $U'_A(x)$ и $U''_A(x)$ и их суммарных значений для различных точек. Максимальные суммарные значения индуктированных напряжений получены в точках цепи ВЛС при $x = l/8$ и $x = 7l/8$. В этих точках (А и В, рис. 5) включаем разрядники с $R_{з.р.} = 10$ Ом, при этом получим схему сближения ЛЭП и ВЛС, представленную на рис. 5. Для данной схемы сближения следует принять:

$$l_{c1} = l_{c3} = l/6 = 16,7 \text{ км}; l'_A = l''_A = 0; l_{c2} = 66,6 \text{ км}; \\ n'_A = n''_A = 0,0065 + j0,0035; n'_B = n''_B = 0,0058 + j0,0012; \\ n'_A = n'_B = 0,0064 + j0,002.$$

Кроме того, в общих формулах следует принять:

на участке HA: $l'_1 = 0, l_c = l_{c1}, l''_1 = l - l_{c1}, n'_A = n''_A, x = x_1$;

на участке AB: $l'_1 = l_{c1}, l_c = l_{c2}, l''_1 = l_{c3}, n'_A = n'_B, n''_A = n''_B, x = x_2$;

на участке BK: $l'_1 = l - l_{c3}, l_c = l_{c3}, l''_1 = 0, n'_A = n'_B, x = x_3$.

Рассчитанные значения напряжений провода цепи ВЛС по отношению к земле получаем следующие:

$$\text{в точке } H \text{ при } x_1 = 0 \quad U'_A(H) = -1,77e^{-j13^\circ 30'} \text{ кВ};$$

$$\text{в точке } A \text{ при } x_1 = l_{c1} \quad U''_{HA}(A) = 1,59e^{-j26^\circ 10'} \text{ кВ (от участка HA)};$$

$$\text{в точке } A \text{ при } x_2 = 0 \quad U'_{AB}(A) = -1,78e^{-j36^\circ} \text{ кВ (от участка AB)};$$

$$\text{в точке } B \text{ при } x_3 = 0 \quad U'_A(B) = -1,77e^{-j13^\circ 30'} \text{ кВ};$$

$$\text{в точке } A \text{ от участка BK } U_{BK}(A) = -0,04e^{-j43^\circ} \text{ кВ}.$$

Общее суммарное напряжение провода цепи ВЛС по отношению к земле в точке А можно определить:

$$\Sigma U(A) = U'_{HA}(A) + U'_{AB}(A) + U'_{BK}(A) = +0,3e^{+j90^\circ 45'} \text{ кВ}.$$

Суммарное напряжение в точке В будет примерно равно напряжению $\Sigma U(A)$, а напряжение в точке К будет примерно равно напряжению $U'_A(H)$, но с противоположным знаком.

Согласно [Л. 3, табл. 2.4] при кратковременном воздействии ЛЭП на ВЛС допускается индуктированное напряже-

ние провода по отношению к земле $U_d \leq 1,3$ кВ. Рассчитанные напряжения в точках Н и К превышают U_d , поэтому уменьшить эти напряжения можно либо уменьшением сопротивления заземления заземлителей, либо уменьшить длину участков совместного параллельного сближения, соответственно HA и BK до 12 км вместо 16,7 км. В этом случае $U(H) = U(K) = 1270$ В, что менее U_d . Напряжения в точках А и В с учетом дополнительных составляющих напряжений соответственно меньше U_d .

На участках HA и BK (при их длине 12 км) индуктированное напряжение в произвольных точках при срабатывании разрядников не превышает индуктированные напряжения в точках Н и К, однако на участке AB могут быть точки линии, в которых индуктированное напряжение в проводе ВЛС может превысить U_d . Можно произвести дополнительный расчет и определить места установки последующих разрядников. В данном случае получим точки С и Д, отстоящие от точек А и В примерно на 12 км. При этом индуктируемое напряжение на участке CD во всех точках может не превысить U_d , так как ближе к середине линии ВЛС (середине участка сближения) индуктируемое напряжение уменьшается и после перехода через нуль меняет свой знак на противоположный (см. таблицу). На этом расчет размещения разрядников на цепи ВЛС можно закончить, так как короткое замыкание проводов ЛЭП на землю наиболее вероятно на подстанциях ЛЭП, либо за зоной сближения ЛЭП и ВЛС.

При учете короткого замыкания фазовых проводов ЛЭП в середине участка сближения или произвольных других точках разрядники в соответствии с расчетом целесообразно устанавливать через каждые 12 км. В наиболее тяжелых условиях по индуктированным напряжениям будут находиться разрядники, расположенные по концам рассматриваемого сближения, затем могут сработать разрядники, ближайшие к рассматриваемым, остальные разрядники могут не сработать, так как суммарные индуктируемые напряжения с соседних участков сближения будут иметь небольшое значение.

При двухстороннем питании ЛЭП следует учесть в каждой точке цепи ВЛС дополнительно индуктируемые напряжения от тока, распространяющегося к месту короткого замыкания на землю, от правой подстанции ЛЭП переменного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов М. И. Влияние внешних электромагнитных полей на цепи проводной связи и защитные мероприятия. М.: Связьиздат, 1959.
2. Костенко М. В. К вопросу об установке разрядников для защиты от опасных влияний. — В кн.: Защита устройств связи и сигнализации от влияния электротехнических установок высокого напряжения. Л.: Госэнергиздат, 1959.
3. Правила защиты устройств проводной связи, железнодорожной сигнализации и телемеханики от опасного и мешающего влияния линий электропередачи. Ч. 1. Опасные влияния. М.: Энергия, 1966; М.: Связь, 1969.
4. Калужный В. Ф. Защита световодных линий связи от электромагнитного влияния линий сильного тока. — Научно-технический сборник ВГПИ и НИИ Энергосетьпроект. М.: Энергия, 1972, вып. 6.
5. Калужный В. Ф. Защита волноводных линий связи от опасного влияния линий сильного тока. — Информационные материалы ин-та «Гипросвязь», 1970, вып. 4.
6. Желудков А. А., Сокольская Р. М. Защитное действие заземленных тросов и заземленных оболочек кабелей при опасном электромагнитном влиянии линий электропередачи на линии связи. — В кн.: Защита устройств связи и сигнализации от влияния электротехнических установок высокого напряжения. Л.: Госэнергиздат, 1959.
7. Ратнер М. П. Индуктивное влияние электрифицированных железных дорог на электрические сети и трубопроводы. М.: Транспорт, 1966.

[5.9.1977]

Моделирование дугогасительных процессов в камерах высоковольтных газовых выключателей

БОРОДЯНСКИЙ Г. Я., БУЯНТУЕВ С. Л., КАПЛАН Г. С., КУКЕКОВ Г. А.

Ленинградский политехнический институт

Рост номинальных напряжений в энергосистемах требует сокращения сроков, отводимых на разработку и создание высоковольтных выключателей. В связи с этим целесообразно рассмотреть возможности применения методов подобия [Л. 1] для определения дугогасительной способности высоковольтных газовых выключателей при их проектировании.

Методы теории подобия уже использовались при разработке дугогасительных камер [Л. 2], однако без последовательного подхода к образцам выключателей.

Строгое использование этих методов связано с фракционным анализом уравнений, характеризующих исследуемые процессы [Л. 3]. Такой подход и рассматривается в статье.

В основу исследования положена математическая модель процесса гашения дуги в камере выключателя, включающая уравнение Кирхгофа для внешней цепи (рис. 1, а) и динамическое уравнение дуги:

$$\left. \begin{aligned} L_0 \frac{di_0}{dt} + R_0 i_0 + U_d &= \varepsilon_0 \cos \omega_0 t; \\ i_0 &= i_1 + i_2 + i_d; \\ u_d &= \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + i_1 R_1; \\ u_d &= i_2 R_2; \\ \rho \frac{\partial W}{\partial t} + \rho v_x \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} + \sigma_c E_c^2 \right); \\ i_d &= 2\pi \int_0^r \sigma_c E_c r dr. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} W &= \int_0^r C_v dT; \quad h = W + \frac{P}{\rho}; \\ \sigma_c &= \sigma_1 (S - S_w)^{n_1}; \quad S = \int_0^r \lambda dT. \end{aligned}$$

Перейдем в (1) к безразмерным переменным, выбирая в качестве масштабных следующие значения:

$$\begin{aligned} I_* &= \frac{\varepsilon_0}{V(\omega_0 L_0)^2 + R_0^2} \approx \frac{\varepsilon_0}{\omega_0 L_0}; \\ E_*^{n_1+1} &= \left(\frac{2\pi}{I_*} \right)^{n_1-1} \frac{1}{r_w^2 \sigma_1}; \\ \tau &= \omega_0 t; \quad r_* = r_w; \quad U_* = I E_*. \end{aligned}$$

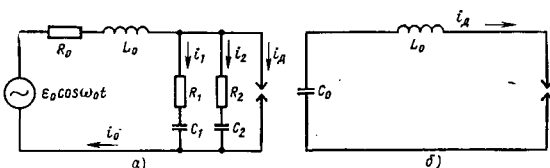


Рис. 1. Эквивалентная схема размыкания цепи.

а — генераторная схема; б — схема колебательного контура (нешунтированный разрыв).

После двукратного усреднения уравнения дуги [Л. 4] система уравнений (1) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI_d}{d\tau} + \rho I_d &= \cos \tau - \rho_0 I_1 - \frac{dI_1}{d\tau} - \lambda \rho_D U - \frac{\lambda}{\rho_2} \frac{dU}{d\tau}; \\ \frac{dI_1}{d\tau} + \eta_2 I_1 &= \frac{\lambda}{\rho_1} \frac{dU}{d\tau}; \\ \delta_1 \frac{d\mathcal{G}}{d\tau} + b_1 \mathcal{G} &= I_d^2; \\ U &= I_{dg}^{-\frac{n_1}{n_1+1}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{R_0}{\omega_0 L_0}; \quad \rho_2 = \frac{R_2}{\omega_0 L_0}; \quad \rho_D = 1 + \frac{R_0}{R_2}; \\ \rho_1 &= \frac{R_1}{\omega_0 L_0}; \quad \eta_2 = \frac{1}{R_1 C_1 \omega_0}; \quad \lambda = \frac{U_*}{\varepsilon_0}; \\ \delta_1 &= \frac{P N_{11} \omega_0 r_w^2 \kappa_3}{R(n_1 + 1)}; \\ b_1 &= \kappa_1 + \frac{q_{cp} N_{21} \psi_0 r_w^2 \omega}{K_0 l} \kappa_2. \end{aligned}$$

Модель (2) включает систему безразмерных комплексов:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{R_0}{\omega_0 L_0}; \\ K_2 &= \left(\frac{2\pi}{I_*} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}} \left(\frac{1}{r_w^2 \sigma_1} \right)^{\frac{1}{n_1+1}} \frac{l}{\varepsilon_0} \left(1 + \frac{R_0}{R_2} \right); \\ K_3 &= \left(\frac{2\pi}{I_*} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}} \left(\frac{1}{r_w^2 \sigma_1} \right)^{\frac{1}{n_1+1}} \frac{l}{\varepsilon_0} \frac{\omega_0 L_0}{R_2}; \\ K_4 &= \frac{1}{R_1 C_1 \omega_0}; \\ K_5 &= \left(\frac{2\pi}{I_*} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}} \left(\frac{1}{r_w^2 \sigma_1} \right)^{\frac{1}{n_1+1}} \frac{l}{\varepsilon_0} \frac{\omega_0 L_0}{R_1}; \\ K_6 &= \frac{P N_{11} (\omega_0) r_w^2 \kappa_3}{R(n_1 + 1)}; \\ K_7 &= \kappa_1 + \frac{q_{cp} N_{21} \psi_0 r_w^2 \omega}{K_0 l} \kappa_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

которыми определяется процесс гашения дуги. С помощью этих комплексов должно проводиться экспериментальное исследование дугогасительной способности камеры.

Условия экспериментального исследования камер требуют определения предельного давления отключения P по известному току отключения. В связи с этим комплексы $K_1 - K_5$ являются определяющими, а K_6 и K_7 — неопределяющими.

В самом общем виде проблема моделирования сводится к задаче определения функциональной зависимости между безразмерными определяющими и неопределяющими комплексами (3)

$$f(K_i) = 0. \quad (4)$$

Однако решение такой задачи возможно скорее принципиально, чем практически.

Поэтому важен практический путь моделирования, который задачу отыскания функции (4) сводит по существу к требованию идентичности определяющих параметров натурального и модельного образцов камеры:

$$(K_i)_\phi = (K_i)_{\text{мод}}, i=1, 2, \dots, 5. \quad (5)$$

Хотя вид функциональной связи (4) при этом остается неизвестен, ясно, однако, что при выполнении условий (5) соотношение (4) справедливо для природы и для модели тождественно. Практически удовлетворить всем условиям (5) невозможно. Поэтому необходимо решать задачу приближенного подобия камер при удовлетворении лишь части условий (5). Для ряда случаев вырождение некоторых из этих условий носит естественный характер. Рассмотрим эти случаи.

Будем использовать подобие для оценки абсолютной дугогасительной способности камеры (без шунтирующих разрыв цепей). В этом случае комплексы K_3 , K_4 и K_5 вырождаются, и система комплексов (3) сужается до четырех: K_1 , K_2 , K_6 , K_7 . Соответственно до двух ($K_{1\text{мод}}=K_{1\text{ор}}$; $K_{2\text{мод}}=K_{2\text{ор}}$) уменьшается и количество условий (5).

Если ограничиться анализом отключения индуктивной цепи, в которой $R_0 \ll \omega_0 L_0$, то комплекс K_1 вырождается.

Подобие процессов дугогашения будем рассматривать вблизи перехода тока через нуль; здесь из-за малости диаметра дугового шнура преобладающей в рассеянии энергии дуги является теплопроводность

$$\left(\frac{q_{\text{ср}} N_{21} \psi_0 r^2 w}{K_0 l} \kappa_2 \ll \kappa_1 \right).$$

Тогда система (3) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= \left(\frac{2\pi}{I_*} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}} \left(\frac{1}{r^2 w \sigma_1} \right)^{\frac{1}{n_1+1}} \frac{l}{\epsilon_0}; \\ K_6 &= \frac{P N_{11} \omega_0 r^2 w \kappa_3}{R(n+1)}; \\ K_7 &= \kappa_1. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Параметр κ_1 , входящий в динамическое уравнение дуги, характеризует интенсивность рассеяния энергии дугового разряда. Его значение определяется физическими свойствами дугогасящей среды и радиальными распределениями относительных температур [Л. 4]. Если модельные и натуральный образцы камеры выполнены с соблюдением геоме-

трического подобия

$$\frac{l_{\text{мод}}}{r_{w \text{ мод}}} = \frac{l_{\text{ор}}}{r_{w \text{ ор}}}, \quad (7)$$

то радиальные распределения относительных температур в них идентичны. Если к тому же оба образца испытываются с одинаковой дугогасящей средой, то комплексы K_7 модельного и натурального образцов тождественно равны.

В этом случае система комплексов (6) сужается до двух, один из которых

$$\tilde{K}_2 \Rightarrow \left(\frac{1}{I_*} \right)^{\frac{n_1-1}{n_1+1}} \left(\frac{1}{r^2 w} \right)^{\frac{1}{n_1+1}} \frac{l}{\epsilon_0},$$

является определяющим, другой $\tilde{K}_6 = P \omega_0 r^2 w$ — неопределяющим.

Отметим, что если выключатель испытывается в схеме колебательного контура (рис. 1, б), то соответствующее уравнение Кирхгофа для цепи в безразмерной форме имеет вид:

$$\frac{d^2 I_n}{d\tau^2} + I_n + K_2 \frac{du}{d\tau} = 0,$$

где K_2 определяется выражением (6), а

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_0 C_0}; \quad I_* = \epsilon_0 \sqrt{\frac{C_0}{L_0}}.$$

Так как новых комплексов при переходе к схеме (рис. 1, б) не возникает, это означает, что условия моделирования камер в генераторной схеме и схеме колебательного контура одинаковы.

Из анализа следует, что рассматриваемая система «дуга — цепь» определяется следующими величинами: I_* , r_w , σ_1 , l , ϵ_0 , P , N_{11} , ω_0 , R . Применяя π -теорему к функциональному соотношению $F(I_*, r_w, \sigma_1, l, \epsilon_0, P, N_{11}, \omega_0, R) = 0$, можно убедиться, что размерности входящих в него девяти параметров записываются с помощью четырех единиц: длины, массы, времени, тока. Следовательно, рассматриваемая система должна иметь согласно π -теореме пять безразмерных комплексов, четыре из которых определяющие. Однако четырех определяющих комплексов слишком много для моделирования. Необходимость уменьшения количества определяющих комплексов и отсутствие способов такого уменьшения с помощью теории подобия и размерностей отмечается в [Л. 3]. Проведенный фракционный анализ позволил преобразовать эти комплексы к более общему виду (6).

Можно утверждать, что если функциональная связь между комплексами \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 найдена, то по известным значениям величин, входящих в комплекс \tilde{K}_2 , в том числе по размерам камеры и току отключения, вычисляются комплекс \tilde{K}_6 и давление газа, необходимое для отключения.

При этом обеспечивается возможность экспериментального исследования дугогасительной камеры с соблюдением любого из двух видов подобия: внутреннего и внешнего [Л. 3].

Для внешнего подобия законы моделирования требуют одинаковых значений комплексов \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 в натурном и модельном образцах камеры, т. е. выполнения условий типа (5). Связь между пара-

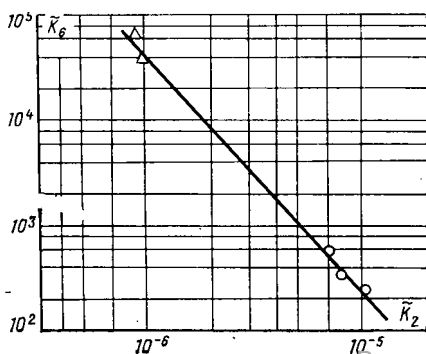


Рис. 2. Обобщенная зависимость $K_6 = (K_2)$. О — по данным экспериментальных исследований на модели дугогасителя выключателя типа ВВБ-110; Δ — по данным испытаний натурального образца выключателя ВВБ-110.

Таблица 1

Параметр	Модель (образец ВВБ)			Оригинал (образец ВВБ)	
	$r_w = 0,55 \text{ см}; l = 0,7 \text{ см}$			$r_w = 2,75 \text{ см}; l = 3,5 \text{ см}$	
ϵ_0 , кВ	10	10	10	55	55
I , кА	1	2	3	35,8	44,6
P , ат ¹	2,5	3,5	6,0	—	26

¹ 1 ат = 98035,5 Па.

Таблица 2

Комп- лекс	Модель (образец ВВБ)			Оригинал (образец ВВБ)	
	$r_w = 0,55 \text{ см}; l = 0,7 \text{ см}$			$r_w = 2,75 \text{ см}; l = 3,5 \text{ см}$	
\tilde{K}_2	$10,4 \cdot 10^{-8}$	$8,22 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$0,97 \cdot 10^{-8}$	$0,9 \cdot 10^{-8}$
\tilde{K}_6	$2,37 \cdot 10^2$	$3,32 \cdot 10^2$	$5,7 \cdot 10^2$	$3,8 \cdot 10^4$	$6,2 \cdot 10^4$

метрами подобных камер в этом случае определяется фиксированными значениями комплексов \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 .

При внутреннем подобии обеспечивается связь между параметрами не только разных камер, но и внутри одной камеры. Такое подобие, очевидно, носит гораздо более общий характер и дает возможность обобщения данных экспериментов и испытаний на отключающую способность.

Для отыскания вида функциональной зависимости $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$ использованы данные экспериментальных исследований на моделях дугогасителя выключателя ВВБ на отключающую способность, проведенные на колебательном контуре в лаборатории электрических аппаратов ЛПИ им. М. И. Калинина и данных испытаний выключателя ВВБ на сетевом испытательном стенде ЛПИ. Эти данные приведены в табл. 1.

В табл. 2 сведены результаты вычислений по этим данным комплексов \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 .

Из данных таблиц видно, что условия внешнего подобия ($\tilde{K}_{2\text{ор}} = \tilde{K}_{2\text{мод}}$, $\tilde{K}_{6\text{ор}} = \tilde{K}_{6\text{мод}}$) модельного и натурного образцов не выполняются. Эти данные могут быть использованы для построения обобщенной зависимости по отключающей способности.

С этой целью значения табл. 2 нанесены на график в координатах $\tilde{K}_2 - \tilde{K}_6$ при $n_1 = 2$ (рис. 2).

Проверка достоверности кривой, соединяющей экспериментальные точки, требует большего числа точек и, следовательно, дополнительных экспериментов. Поэтому дадим косвенные подтверждения правомочности предлагаемого метода моделирования.

Отметим, что нельзя, пользуясь только зависимостью $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$ (рис. 2), рассчитать такие параметры дугогасительной камеры выключателя, как радиус сопла, длина промежутка, давление газа в камере. Это возможно, когда математическая модель гашения отражает все факторы, сопутствующие электродуговому размыканию. Однако модель дуги (1) является по существу тепловой моделью и никак не учитывает электрический пробой. Условием подобия таких явлений является в простейшем случае одинаковость холодной электрической

прочности промежутков или соблюдение равенства:

$$\frac{\epsilon_0 \text{ мод}}{I_{\text{мод}}} = \frac{\epsilon_0 \text{ ор}}{I_{\text{ор}}}, \quad (8)$$

которое, как показывает анализ экспериментальных данных, выполняется.

С учетом этого равенства функциональную зависимость представим в следующем приближенном виде:

$$\tilde{K}_6 = \text{const}_1 \tilde{K}_2^{m_1}$$

или

$$Pr^2_w = \text{const } I^{m_*}.$$

Принимая константы одинаковыми для оригинала и модели и обозначая

$$\frac{r_{w\text{мод}}}{r_{w\text{ор}}} = \alpha, \quad \frac{P_{\text{мод}}}{P_{\text{ор}}} = \beta,$$

получим

$$\left(\frac{I_{* \text{мод}}}{I_{* \text{ор}}} \right)^m = \alpha^2 \beta. \quad (9)$$

С помощью данных табл. 1 определено значение $m = 1,76$, согласующееся с результатами, полученными в [Л. 2].

Наряду с обобщенной зависимостью $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$ для инженерной практики важно представление результатов в координатах P и I_* . На рис. 3 зависимость $P = f(I_*)$ изображена на фиксированном радиусе сопла $r_w = 8,75 \text{ см}$ и двух значениях напряжения источника $\epsilon_0 = 10 \text{ кВ}$ (кривая 1) и 55 кВ (кривая 2). Здесь же представлена аналогичная зависимость при фиксированном напряжении источника $\epsilon_0 = 10 \text{ кВ}$ и значениях радиуса сопла $r_w = 0,55$ (кривая 3) и $2,75 \text{ см}$ (кривая 4); эти зависимости позволяют быстро оценить количественное влияние таких параметров, как радиус сопла и напряжение источника, на отключающую способность по току разрабатываемого выключателя.

На рис. 3 (кривая 4) отмечены экспериментальные точки исследования отключающей способности на модели выключателя ВВБ.

При фиксированных значениях радиуса сопла и напряжения источника зависимость предельного тока отключения от давления гашения можно представить, как это следует из (9), в виде:

$$I_* = \text{const}_2 P^{0,57}.$$

Количественное соотношение между комплексами \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 , удовлетворительно согласующееся с экспериментом, получается, если воспользоваться выражением [Л. 5] для расчетной скорости на входе в дутьевое сопло

$$W_{\text{min}} = \frac{\Delta P F}{N_m} 860,$$

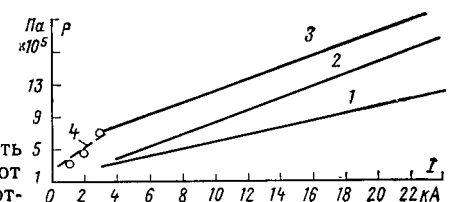


Рис. 3. Зависимость давления гашения от предельного тока отключения.

которое с учетом \tilde{K}_2 и \tilde{K}_6 можно записать в виде:

$$\tilde{K}_6 = W_{\min} \frac{\varepsilon_0^2}{860\pi L_0} \tilde{K}_2^3 \sqrt{2\pi}.$$

Приняв $W_{\min} = 10$ м/с [Л. 5], получим для модели при $I_* = 3$ кА $\tilde{K}_{\text{расч}} = 5,4 \cdot 10^2$, удовлетворительно согласующееся с $\tilde{K}_{\text{опыт}} = 5,7 \cdot 10^2$ (табл. 2).

Таким образом, функциональная зависимость $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$, равенства (7) и (8) составляют полную систему для расчета параметров дугогасительной камеры.

Пример. Пользуясь обобщенной зависимостью $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$, рассчитать параметры выключателя на ток отключения $I_* = 25$ кА при номинальном напряжении $\varepsilon_0 = 55$ кВ.

Принимаем (см. табл. 1):

$$\frac{l}{r_W} = \text{const} = A = 1,27; \quad \frac{l}{\varepsilon_0} = \text{const} = B = 0,7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{см}}{\text{В}};$$

находим радиус сопла $r_W = \frac{\varepsilon_0 B}{A} = 3$ см;

определяем длину разрыва $l = A r_W = 1,27 \cdot 3 = 3,81$ см; вычисляем определяющий комплекс

$$\tilde{K}_2 = \left(\frac{1}{I_*} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{r_W^2} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{l}{\varepsilon_0} = 1,14 \cdot 10^{-6}.$$

По обобщенной зависимости $\tilde{K}_6 = f(\tilde{K}_2)$ (рис. 2) находим комплекс \tilde{K}_6 :

$$\tilde{K}_6 = 3,5 \cdot 10^4;$$

по найденному значению \tilde{K}_6 вычисляем давление газа, необходимое для отключения:

$$P = \frac{K_6}{\omega_e r_W^2} = \frac{3,5 \cdot 10^4}{314 \cdot 9} = 12,4 \text{ ат.}]$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Теория подобия и моделирование (применительно к задачам электроэнергетики). М.: Высшая школа, 1976.
2. Кукеков Г. А., Каплан Г. С., Ветюкова Л. С. Сравнительные исследования ствола дуги при продольном дутье в шестифтористой сере и в воздухе. — Электротехника, 1970, № 4.
3. Клайн С. Дж. Подобие и приближенные методы. М.: Мир, 1968.
4. Бородинский Г. Я., Крижанский С. М. Простая модель дугового разряда переменного тока в продольном потоке газа. — ЭП. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, конденсаторы, 1976, вып. 4 (60).
5. Кукеков Г. А. Выключатели переменного тока высокого напряжения. Л.: Энергия, 1976.

[9.1.1978]

УДК [621.314.4:537.527.4].001.24

Динамика системы развивающихся параллельных импульсных дуг в плотных газах при разряде конденсатора

Канд. техн. наук РОМАНЕНКО И. Н.

Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова

Импульсный разряд конденсатора между двумя электродами можно осуществлять в виде нескольких параллельных дуговых каналов. Под параллельными условимся понимать дуги, развивающиеся в течение одного разряда общего накопителя энергии. Такой вид разряда обладает рядом преимуществ [Л. 1], имеющих большое практическое значение [Л. 2 и 3].

Из-за падающего в течение времени нарастания тока характера вольт-амперной характеристики дуги система параллельных дуг является неустойчивой системой. Любые различия токов дуг, флюктуационного характера или возникшие из-за разбросов времени пробоя промежутков, будут нарастать до момента достижения максимума общего тока, что может привести к значительной разнице токов параллельных дуг. На рис. 1 показана СФР-грамма трех параллельных дуг¹, одна

из которых начала развиваться с большим запозданием. Резкое различие диаметров дуг свидетельствует о большой разнице токов. Поскольку свойства такой системы дуг реализуются тем полнее, чем меньше различие между дугами, то при разработке устройств, использующих параллельные дуги, следует обеспечивать специальные условия, при которых разбросы токов в дугах к моменту достижения максимума общего тока не будут превышать заданного значения.

В статье изучается динамика системы развивающихся параллельных импульсных дуг в газах при повышенных давлениях в случае разряда конденсаторной батареи и дается разработка методики количественного анализа системы с учетом параметров цепи и начальных условий.

Основные допущения, принятые в статье:

развитие каждой дуги может быть описано на основе гидродинамической теории [Л. 4 и 5]; нелинейное сопротивление дуг слабо влияет на разрядный ток;

соседние дуги достаточно удалены друг от друга так, что их взаимным влиянием можно пренебречь;

индуктивность всей разрядной цепи $L_{\Sigma} \approx L_0 + L/n$, где L_0 — индуктивность цепи при абсолютном однородном распределении плотности тока в электродной системе; L — индуктивность петли каждой дуги с учетом взаимной индуктивности всех n петель;

Рис. 1. СФР-грамма параллельных импульсных дуг с большим разбросом токов.

разбросы токов в дугах не слишком велики, так что сопротивления дуг отличаются незначительно.

Как показано в [Л. 6 и 7], разброс времени запаздывания пробоя газовых промежутков соответствует нормальному закону распределения. В проводимом анализе заменим функцию нормального закона распределения ступенчатой, т. е. полагаем, что вначале пробивается один промежуток, а через время запаздывания t_3 синхронно пробиваются остальные $n-1$. Ниже будет показано, что этот случай обеспечивает наибольшее значение разбросов токов в дугах.

Таким образом, анализируется нелинейная схема рис. 2, уравнения которой:

$$\left. \begin{aligned} u(i_1) + Li'_1 - u(i_2) - \frac{L}{n-1} i'_2 &= 0; \\ \frac{1}{C_0} \int_{-\infty}^t (i_1 + i_2) dt + L_0(i'_1 + i'_2) + \\ + u(i_1) + r(i_1 + i_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Если токи получили в какой-либо момент времени приращения η_1 и η_2 , то эти приращения будут развиваться как $\eta_1(t)$ и $\eta_2(t)$. Тогда для токов можно записать:

$$i_1 = i_{1p} + \eta_1(t); \quad i_2 = i_{2p} + \eta_2(t). \quad (2)$$

Здесь $i_{1,2p}$ — равновесные значения токов при идентичном развитии дуг.

Разложив в ряд и взяв первые два члена ряда, представим падения напряжения на нелинейных элементах (дугах) также в виде суммы равновесного значения и приращения:

$$u(i, t) \approx u_p + \eta \left(\frac{du}{di} \right)_{i=i_p} \approx u_p + \eta r_d(i, t), \quad (3)$$

где r_d — дифференциальное сопротивление нелинейного элемента.

Подставив (2) и (3) в (1) и вычитая из полученной системы уравнений систему типа (1), записанную только для равновесного режима, получим:

$$\left. \begin{aligned} r_d \eta_1 + L \eta'_1 - \frac{r_d}{n-1} \eta_2 - \frac{L}{n-1} \eta'_2 &= 0; \\ \frac{1}{C_0} \int_0^t (\eta_1 + \eta_2) dt + L_0(\eta'_1 + \eta'_2) + \\ + r_d \eta_1 + L \eta'_1 + r(\eta_1 + \eta_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Нелинейность этой системы обусловлена r_d .

Вид вольт-амперных характеристик импульсных дуг в плотных газах (рис. 3) показывает возможность замены большей части спадающего участка характеристики прямой. Значение r_d может быть получено на основе выражения для вольт-амперной характеристики импульсной дуги [Л. 5] без учета приэлектродных падений напряжения:

$$u = \frac{g}{\tau^{2/3}} \left(\frac{i}{t} \right)^{1/3}. \quad (5)$$

Здесь $g = \left(\frac{2\xi p_0}{\pi \sigma} \right)^{1/3} d$; $\xi = K_p [1 + (\gamma - 1)^{-1}]$ [Л. 4];

$\sigma = \beta \cdot 3 \cdot 10^3$ (Ом·м) $^{-1}$; $\beta = 1$ при длине промежутка $d \geq 5 \cdot 10^{-3}$ м и $\beta \approx 0,5 + 10^2 d$ для $10^{-3} \leq d \leq 5 \times 10^{-3}$ м; τ — период колебаний тока; p_0 — начальная плотность газа; t — время от начала протекания тока.

Строго говоря, формула (5) — вольт-ампер-секундная динамическая характеристика дуги, однако для краткости в дальнейшем будем называть ее вольт-амперной характеристикой.

Тогда из (5) для дифференциального сопротивления одиночной дуги имеем:

$$r_d(i, t) = \frac{du}{di} = \frac{g}{3\tau^{2/3}} \left(\frac{1}{t^{1/3} i^{2/3}} - \frac{i^{1/3}}{t^{4/3} \frac{di}{dt}} \right). \quad (6)$$

Если $i = I_0 e^{-bt} \sin \omega t$, то, полагая, что в течение большей части времени нарастания тока $r_d \approx r_d(i, t = \frac{\tau}{8})$, получим

$$r_d \approx \frac{2g}{3\tau^{2/3} e^{-b\tau/12}} \left(1,26 - \frac{1,6}{1 - \frac{b}{\omega}} \right). \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} I_0 &= U_0 \left(\frac{C_0}{L_{11}} \right)^{1/2}; \quad b = \frac{r}{2L_{11}}; \\ \omega &= \frac{2\pi}{\tau} = \left(\frac{1}{L_{11}C_0} - \frac{r^2}{4L_{11}^2} \right)^{1/2}; \quad r < r_{кр} = 2 \left(\frac{L_{11}}{C_0} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Если затуханием тока можно пренебречь, то вместо (7)

$$r_d \approx - \frac{0,23g}{\tau^{2/3}}. \quad (8)$$

В случае n параллельных дуг ток в каждой близок к i/n (разбросы токов невелики) и сопротивление каждой дуги

$$r_{dn} = r_d n^{2/3}. \quad (9)$$

Сравнение расчетов по (7) и (8) с экспериментальными данными показало приемлемость принятой аппроксимации функции $r_d(i, t)$ на интервале $[t \approx \tau/30, t \approx \tau/4]$, см. пунктир на рис. 3, если время пробоя промежутка много меньше τ .

Таким образом, при условиях (7) — (9) система (4) линейна и для ее решения необходимо сформулировать начальные условия. Пусть к моменту начала протекания тока в $(n-1)$ -м промежутке ($t=0$) ток в первом достигает значения i_0 . В те-

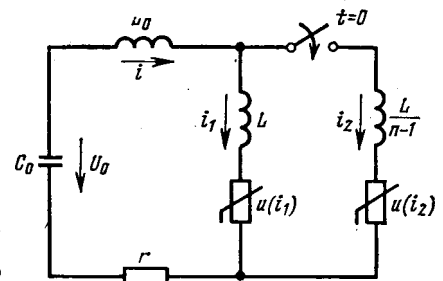


Рис. 2. Схема цепи разряда конденсатора на систему параллельных дуг ($n-1$ дуга включается с запаздыванием относительно первой).

чение некоторого времени нарастания ток в $(n-1)$ -м промежутке существенно отличается от закона затухающей синусоиды, принятого при выводе (7) и (8), и r_d велико по модулю (начальный участок спада вольт-амперной характеристики). Если это время много меньше полупериода тока, то на этом этапе увеличение разницы токов мало по сравнению с увеличением в течение полупериода и приближенно будем считать, что весь процесс определяется r_d , значение которого можно найти из (8). Тогда начальные условия $\eta_1(0)=i_0$, $\eta_2(0)=0$ и решение (4) запишется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= i_0 \frac{n-1}{n} e^{-t/\tau_1} + A e^{-t/\tau_2} \cos(\omega t + \varphi); \\ \eta_2 &= -i_0 \frac{n-1}{n} e^{-t/\tau_1} + A(n-1) e^{-t/\tau_2} \cos(\omega t + \varphi); \\ \eta &= \eta_1 + \eta_2; \tau_1 = L/r_{дн}; \tau_2 = \frac{2L_0(1+\alpha/n)}{r+r_{дн}/n}; \\ \alpha &= L/L_0; \omega = \left[\frac{1}{C_0 L_0(1+\alpha/n)} - \frac{1}{\tau_2^2} \right]^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Выражения для A и φ не приводятся из-за их громоздкости. Численные значения при варьировании параметров в диапазонах: $n=2-20$, $\alpha=0,1-5$, $\alpha/n=2,5-5 \cdot 10^{-3}$, $L_0=10^{-8}-10^{-5}$ Г, $C_0=10^{-7}-10^{-1}$ Ф показали, что $\varphi < 3^\circ$, и можно считать $\varphi \approx 0$, а $A \approx i_0/n$. Следует также отметить, что из-за разброса токов в дугах частота колебаний тока несколько возрастает.

Таким образом, приращение тока в первом промежутке

$$\eta_1 \approx i_0 \frac{n-1}{n} e^{-t/\tau_1} + \frac{i_0}{n} e^{-t/\tau_2} \cos \omega t. \quad (11)$$

Приращение тока в каждом из $n-1$ промежутков

$$\frac{\eta_2}{n-1} \approx -\frac{i_0}{n} e^{-t/\tau_1} + \frac{i_0}{n} e^{-t/\tau_2} \cos \omega t. \quad (12)$$

К моменту максимума t_m общего тока вторые слагаемые в (11) и (12) близки к нулю, и для

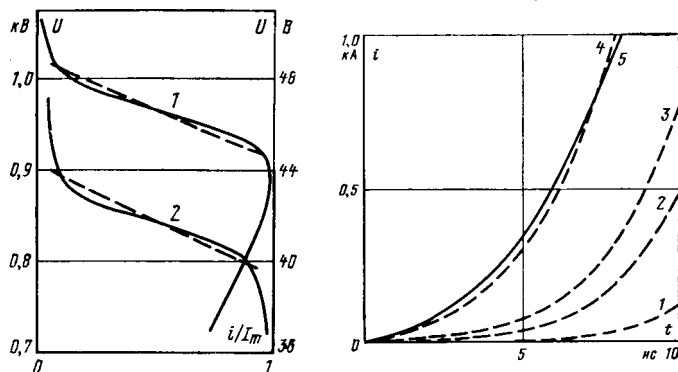


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики импульсных дуг в течение нарастания тока.

1 — $I_m=80$ кА, $\tau=6$ мкс; 2 — $I_m=16$ кА, $\tau=80$ мкс;
— эксперимент; --- расчет согласно (8).

Рис. 4. Зависимости $i(t)$, рассчитанные по формуле Теплера при различных начальных условиях ($U_0=20$ кВ; $d=0,84$ см; $C_0=5,5 \cdot 10^{-9}$ Ф; $L+L_0=17,5 \cdot 10^{-9}$ Г, воздух).

1 — $R_0=10^5$ Ом; 2 — 10^4 Ом; 3 — $5 \cdot 10^3$ Ом; 4 — 10^3 Ом; 5 — эксперимент по [Л. 10].

наибольшей возможной разницы токов параллельных дуг можно записать:

$$\Delta I \approx i_0 \frac{n-1}{n} e^{-t_m/\tau_1} + \frac{i_0}{n} e^{-t_m/\tau_2} = i_0 e^{-t_m/\tau_1}. \quad (13)$$

Аналогично можно показать, что если вначале пробивается $(n-1)$ -й промежуток, а затем оставшийся, то разница токов составит

$$\Delta I_1 \approx \frac{i_{01}}{n-1} e^{-t_m/\tau_1}, \quad (14)$$

что меньше рассмотренного выше случая и для определения наибольшего разброса токов следует использовать уравнение (13).

Когда по условиям работы схемы известно, что наибольшая разница тока дуги от его равновесного значения не должна превышать $\chi \frac{I_m}{n}$, где χ — доля от равновесного значения тока, то условие ограничения наибольшего разброса токов между дугами запишется в виде

$$\chi \frac{I_m}{n} + \chi \frac{I_m}{n(n-1)} = \frac{\chi I_m}{n-1} \geq i_0 e^{-t_m/\tau_1}. \quad (15)$$

В полученном выражении все величины достаточно просто выражаются через параметры контура и начальные условия, кроме значения тока i_0 в первоначально пробитом промежутке к моменту пробоя остальных. Определение i_0 сводится к выяснению функции $i(t)$ до момента включения $(n-1)$ -го промежутка (схема рис. 2 при $t < 0$) и времени запаздывания t_z включения этих промежутков относительно пробоя первого. Тогда $i_0 = i(t_z)$ при отсчете времени от момента пробоя первого промежутка.

В настоящее время функция $i(t)$ может быть оценена только приближенно. Для многоэлектронного пробоя данные по $i(t)$ получены в [Л. 8], там же изложена теория определения спада напряжения на пробитом промежутке.

В случае одноэлектронного пробоя можно рекомендовать несколько вариантов расчета. Как было показано в [Л. 9], известное уравнение Теплера хорошо описывает $i(t)$ в различных газах, причем постоянная Теплера слабо меняется в течение времени протекания тока и незначительно возрастает с увеличением начальной напряженности поля (исследован диапазон 30—300 кВ/см). Решение при этом может быть получено с применением ЦВМ, если известны условия в промежутке для какого-либо момента времени $t > 0$. Для выяснения начальных условий, при которых формула Теплера применима для расчета тока в rL_0C_0 -контуре при варьировании начальных условий, анализировалось на ЦВМ уравнение контура:

$$1 = \frac{dy}{dx} + \int_0^x y dx + \frac{Ky}{\int_0^x y dx}. \quad (16)$$

Здесь

$$K = \frac{kd}{U_0(C_0 L_0)^{1/2}}; \quad y = \frac{i}{U_0 \left(\frac{C_0}{L_0} \right)^{1/2}}; \quad x = \frac{t}{(C_0 L_0)^{1/2}};$$

k — постоянная Теплера; согласно [Л. 9] для воздуха $k \approx 0,45 \cdot 10^{-2}$ В·с/м; d — длина разрядного промежутка.

Пример сравнения результатов расчетов с экспериментом [Л. 10] показан на рис. 4. Результаты анализа позволяют сделать следующие выводы. Для успешного применения формулы Теплера в качестве начального условия можно брать значение заряда на единицу длины промежутка. При пробое промежутка статическим напряжением $q_0 \approx 0,5 \times 10^{-3} k$ (К/м), при воздействии импульсного напряжения $q_0 \approx 10^{-3} k$.

Для определения $i_0 = i(t_3)$ следует одновременно с расчетом $i(t)$ анализировать характер изменения напряжения $u_c(t)$ на остальных $n-1$ промежутках с учетом разделительной индуктивности L . Параметры цепи должны быть таковы, чтобы кривая $u_c(t)$ пересекла верхнюю границу вольт-секундной характеристики, что гарантирует пробой остальных промежутков с вероятностью построения вольт-секундной характеристики, а точка пересечения определит наибольшее время запаздывания t_3 пробоя $n-1$ промежутка.

Следует отметить, что реальная функция $u_c(t)$ может отличаться от расчетной из-за влияния взаимной индуктивности петель каждой дуги, в особенности между электродами промежутков, расположенных вблизи пробитого. Значения индуцированных таким образом э. д. с. зависят от конструктивного исполнения системы и могут быть оценены в каждом случае по кривой $i(t)$.

Для приближенных оценок может быть использовано выражение для напряжения на канале разряда, полученное при разряде линии на промежутки в [Л. 11]:

$$u \approx U_0 e^{-\frac{K}{\theta} t} = U_0 e^{-\beta t}. \quad (17)$$

Здесь $K = 0,0753$; $\theta = \frac{2p_0}{aE_0^2}$ — базисное время; p_0 — начальное давление; E_0 — начальная напряженность поля в промежутке; a — постоянная в известной формуле Вайцеля—Ромпе.

Выражение (17) применимо в диапазоне $\infty \gg B = \frac{\theta z}{L} \geq 0,04$ и $\frac{t}{\theta} \leq 30$.

В [Л. 12] была показана приемлемость формулы (17) для определения тока начальной стадии разряда конденсатора. Подставив (17) в уравнение $r(L+L_0)C_0$ -контура и пренебрегая r , для тока получим:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{U_0}{\beta(L+L_0) + \frac{1}{\beta C_0}} \{ e^{-\beta t} - \\ &- [1 + \beta^2(L+L_0)C_0]^{1/2} \cos(\omega_0 t + \psi) \}; \\ \omega_0 &= [(L+L_0)C_0]^{1/2}; \psi = \arctg \frac{\beta}{\omega_0}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Расчетные токи согласно (18) показаны на рис. 4. Время достижения максимальной производ-

ной тока t_1 определится из следующего уравнения:

$$\beta^2 e^{-\beta t_1} = -(\omega_0^2 + \beta^2)^{1/2} \cos(\omega_0 t_1 + \psi). \quad (19)$$

Для достаточно больших емкостей C_0 напряжение на конденсаторе слабо изменяется в интервале $t < t_1$ и на основе (17) для тока можно получить более простое выражение:

$$i = \frac{U_0}{L} \left[t + \frac{1}{\beta} (e^{-\beta t} - 1) \right]. \quad (20)$$

Приближение (17) позволяет рассчитать спад напряжения на непробитых промежутках при замене нелинейного элемента пробитого промежутка согласно теореме компенсации (см. рис. 5):

$$\begin{aligned} \frac{u_c}{U_0} &= \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha+1 + \beta^2 LC(n+\alpha)} e^{-\beta t} + \\ &+ \frac{\beta}{(\alpha+1) \left[\beta^2 + \frac{\alpha+1}{LC(n+\alpha)} \right]^{1/2}} \cos(\omega_1 t + \psi_1). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь

$$\psi_1 = \arctg \left(-\frac{2\omega_1}{\beta} \right); \quad \omega_1 = \left[\frac{\alpha+1}{LC(n+\alpha)} \right]^{1/2}.$$

Точка пересечения этой функции с верхней границей вольт-амперной характеристики определяет наибольшее время запаздывания разрядов t_3 и $i_0 = i(t_3)$, где $i(t)$ рассчитываются согласно (18) либо (20).

Для оценочных расчетов можно указать более простой путь. Экспериментальные данные, например [Л. 10], показывают, что к моменту времени $t \approx (2-3)t_1$ напряжение на канале разряда в большинстве случаев падает настолько, что напряжение на непробитых промежутках становится меньше пробивного. Если система поджига все-таки обеспечивает пробой всех n промежутков, то время $(2-3)t_1$ можно принять за t_3 . Тогда, определив t_1 согласно (19), получим $i(t_3)$ по (18) и (20).

Время достижения максимума тока

$$t_m \approx \frac{\tau}{4} \approx \frac{\pi}{2} \left[\frac{C_0(nL_0 + L)}{n} \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Максимальное значение общего тока при этом

$$I_m \approx U_0 \left(\frac{nC_0}{nL_0 + L} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{rt_m}{2 \left(L_0 + \frac{L}{n} \right)} \right]. \quad (23)$$

Используя (7), (9), (15), (22) и (23), получим уравнение, связывающее параметры цепи, число параллельных дуг и степень разброса тока в них с на-

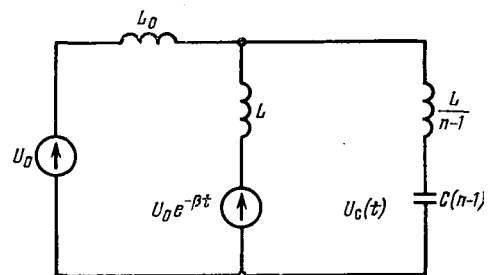


Рис. 5. Схема для расчета напряжения на непробитых промежутках (C — межэлектродная емкость одного промежутка).

чальными условиями:

$$\frac{g}{6L} \left[\frac{n(nL_0 + L)}{C_0 U_0^2 e^{-bt_m}} \right]^{1/3} \left(\frac{1,6}{1-b/\omega} - 1,26 \right) \leq \\ \leq \ln \left[\frac{\chi n^{1/2} e^{-bt_m}}{n-1} \frac{C_0^{1/2} U_0}{i_0 (nL_0 + L)^{1/2}} \right]. \quad (24)$$

Если затухание тока в первом полупериоде пренебрежимо мало, то вместо (24) получим:

$$0,045 \frac{g}{L} \left[\frac{n(nL_0 + L)}{W_0} \right] \leq \ln \left[\frac{2\chi}{i_0 (n-1)} \left(\frac{nW_0}{nL_0 + L} \right)^{1/2} \right]. \quad (25)$$

Здесь W_0 — энергия, запасенная в конденсаторе.

Увеличение индуктивности L , разделяющей дуги, как и рост энергии, запасенной в конденсаторе, приводит к увеличению степени устойчивости системы. Обратное влияние оказывает увеличение индуктивности контура и числа дуг.

Полученное уравнение показывает зависимость разброса токов в дугах от всех параметров цепи и начальных условий. Это означает, что каждое конкретное устройство, использующее параллельные импульсные дуги, должно рассчитываться применительно к заданной схеме и условиям разряда. Так, например, коммутирующий малоиндуктивный разрядник, хорошо выполняющий свои функции в одной схеме, может стать коммутатором с большой индуктивностью в другой цепи, если не выполняется условие (24).

Выражение (24) позволяет определить разброс токов в конкретных условиях разряда либо подобрать необходимое соотношение параметров и начальных условий для обеспечения разброса токов в дугах не более заданного.

Условие (24) проверялось экспериментально для двух различных цепей разряда конденсатора с параметрами.

1. $C_0=0,066$ мкФ; $L_0=0,71$ мкГ; $\alpha=L/L_0=0,396$; $U_0=45$ кВ; $n=7$; $d=0,7$ мм, воздух.

2. $C_0=3$ мкФ; $L_0=0,94$ мкГ; $\alpha=0,4$; $U_0=30$ кВ; $d=3$ мм; воздух; n варьировалось.

Разряд осуществлялся через управляемый коммутирующий разрядник самопробоем системы параллельных промежутков.

В первом случае расчетное значение наибольшего относительного разброса токов $\chi=0,102$, что при амплитуде $I_m=11$ кА составляет 0,16 кА.

Система параллельных импульсных дуг фотографировалась СФР-2М. Ток каждого канала рассчитывался по зависимости радиуса канала от тока и времени, полученной в [Л. 5]. Погрешность таких измерений определялась сравнением суммы токов всех дуг, полученных указанным способом, с общим током цепи, измеренным малоиндуктивным шунтом. Различие в токах этих измерений лежало в пределах 7–8%.

Наблюдавшиеся разбросы токов в серии 30 измерений изменялись от 0,07 до 0,13 кА, т. е. не превышали расчетного наибольшего значения.

Во втором случае $I_m=29$ кА. При этом раньше сформированные дуги могли оказать заметное влияние на развитие остальных. Для устранения этого влияния разрядные промежутки отделялись друг от друга диэлектрическими перегородками. Сравнение расчетных и измеренных значений χ

в этом случае приведено далее:

n	$\chi_{расч}$	$\chi_{эксп}$	n	$\chi_{расч}$	$\chi_{эксп}$
2	0,119	0,116	4	0,040	0,035
3	0,114	0,100	3	0,320	0,270

При $n=2, 3, 4$ (по порядку) вначале возникает одна дуга, а спустя время t_a остальные дуги, т. е. эксперимент полностью соответствует допущению о порядке следования пробоев, сделанных при выводе (24). Расчетные значения χ при этом определялись с учетом t_a , полученных экспериментально. Как видно, разница $\chi_{расч}$ и $\chi_{эксп}$ мала, что подтверждает справедливость сделанных допущений.

В последнем случае ($n=3$) каналы дуг возникали последовательно. $\chi_{расч}$ определялись по наибольшему t_a , когда пробивался последний промежуток, поэтому $\chi_{эксп}$ существенно меньше расчетного значения.

Выводы. 1. Динамика развивающихся параллельных импульсных дуг в плотных газах может успешно анализироваться при использовании кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики импульсной дуги.

2. Степень идентичности развития параллельных импульсных дуг зависит от их числа, параметров разрядного контура и начальных условий.

3. Полученное приближенное выражение, связывающее наибольшую разницу в токах параллельных импульсных дуг с параметрами контура и начальными условиями, может быть использовано для оценки режима развития дуг в конкретных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романенко И. Н. Анализ основных характеристик системы параллельных импульсных дуг в плотных газах. — Электричество, 1975, № 12, с. 63.
2. Barnes P. M., Browning I. L., James T. E. Nanohenry 50 kV multiple and single arc sparc gaps: 5th Symposium on Fusion Technology. Oxford, 1968, Paper 21.
3. Многоискровый высоковольтный тригatron/ Емельянов В. Г., Ковальчук Б. М., Лавринович В. А. и др. — ПТЭ, 1975, № 4, с. 89.
4. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. — ЖЭТФ, 1958, № 6, т. 34, с. 1548–1557.
5. Гончаренко Г. М., Романенко И. Н. Исследование канала импульсного разряда в гелии при давлении до 100 атм в атмосферном воздухе. — ЖТФ, 1970, № 12, т. 40, с. 2538.
6. Гурин А. Г., Котоп В. В. Определение вероятности безотказной работы высоковольтных разрядников при их параллельном включении. — В кн.: Электрофизическая аппаратура и электрическая изоляция. М.: Энергия, 1970.
7. Месяц Г. А., Бычков Ю. И. Статистическое исследование запаздывания пробоя газовых промежутков в сверхвысоких электрических полях в наносекундном диапазоне. — ЖТФ, № 9, т. 37.
8. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. М.: Советское радио, 1974.
9. Pfeifer W. Untersuchung des Verlaufs von Funkenentladungen in verschiedenen Gasen bei Oberdruck: Dissertation. Darmstadt, 1971.
10. Андреев С. И., Ванюков М. П. Применение искрового разряда для получения интенсивных световых вспышек длительностью 10^{-7} – 10^{-8} с. — ЖТФ, 1961, № 8, т. 31, с. 961–974.
11. Месяц Г. А. Емкостная коррекция фронта наносекундного импульса в схеме с искровым разрядником. — Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика, 1962, № 4, с. 68–70.
12. Романенко И. Н. Об одной из аппроксимаций вольт-амперной характеристики начальной стадии развития искры. — В кн.: Электрофизические процессы при импульсном разряде. Чебоксары, 1975, вып. 2.

[9.1.1978]

Вектор Пойнтинга в реакторе и трансформаторе

ЛЕЙТЕС Л. В.

ВЭИ им. В. И. Ленина

Передачу энергии в электромагнитном поле, как правило, исследуют и описывают с помощью вектора Пойнтинга — вектора плотности мощности (потока энергии) поля:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{численно } \Pi = EH \sin \angle \vec{E} \vec{H}), \quad (1)$$

где E и H — напряженности электрического и магнитного полей.

Поток этого вектора сквозь поверхность представляет мгновенную электромагнитную мощность, передаваемую сквозь эту поверхность [Л. 1].

К сожалению, при описании картины потоков вектора Пойнтинга в трансформаторах допускаются неточные, а иногда даже неверные утверждения. Эти утверждения смогли сохраняться в литературе (в книгах и даже учебниках) десятилетиями, поскольку при проектировании и испытаниях трансформаторов анализ картины передачи основных потоков мощности из обмотки в обмотку практически не используется (вектор Пойнтинга реально применяют в трансформаторостроении лишь для расчета добавочных потерь в электромагнитных экранах простейшей формы; были безуспешные попытки применения его для измерения потерь в подобных деталях). Тем не менее в статьях и в книгах, очевидно, следует излагать подобные вопросы достаточно строго в соответствии с физической сутью явлений и реальным соотношением рассматриваемых величин (параметров).

Недоразумения и ошибки связаны чаще всего с определением напряженности индуцированного электрического поля в переменном магнитном поле. Например, очень часто предполагают, что из осевой симметрии магнитного поля следует осевая симметрия электрического поля, тогда как на самом деле решающую роль для электрического поля играют граничные условия, т. е. расположение отводов и заземлений.

Ниже рассмотрены основные принципиальные особенности и характерные черты картины потоков вектора Пойнтинга (картины линий вектора, трубок потока мощности) в силовом трансформаторе. Для наглядности рассмотрение целесообразно начать с более простого статического электромагнитного устройства — электрического реактора, имеющего одну обмотку. При этом для определенности принято, что в данный момент напряжение и ток положительны, т. е. поток мощности направлен в реактор и энергия магнитного поля реактора увеличивается. В другие моменты времени энергия поля выводится из реактора; если пренебречь потерями и изменением картины магнитного поля из-за насыщения стали, то характер картины линий вектора Пойнтинга в однофазном устройстве всегда одинаков, меняются лишь интенсивность и знак [Л. 2 и 3]. При синусоидальном токе накопление и возврат энергии происходят дважды за период. Аналогичная картина имеет место в трансформаторе при индуктивной нагрузке.

Броневой реактор с одновитковой обмоткой и отводами из листа (рис. 1) представляется наиболее простым устройством с точки зрения рассматриваемой задачи. Если осевой размер обмотки h близок к высоте окна, то напряженность магнитного поля практически одинакова и равна $H = i/h$ во всем пространстве внутри обмотки и между отводами. По направлению эта напряженность параллельна оси обмотки. Несущественные искажения магнитного поля есть у краев (торцов) сечения шин (см. фиг. 26 в [Л. 2] или рис. 39 в [Л. 4]). Напряженность электрического поля наиболее важна в промежутке между шинами, имеющем ширину a . Здесь она примерно равна $E = u/a$. Следовательно, если пренебречь краевыми эффектами (искажениями), то вектор Пойнтинга в этой области и его поток равны:

$$\Pi = EH = \frac{u}{a} \frac{i}{h}; \quad p = \Pi ah = \frac{ui}{ah} ah = ui. \quad (2)$$

Внутри обмотки напряженность электрического поля быстро уменьшается с удалением от отводов (см. рис. 1). Вблизи отводов она примерно обратно пропорциональна длине электрической силовой линии, так что поток вектора Пойнтинга остается почти неизменным. С удалением от отводов вглубь обмотки уменьшается магнитный поток, охватываемый контуром из части витка и данной электрической силовой линии. Следовательно, становится заметным уменьшение потока вектора Пойнтинга — ведь поступающая энергия запасается в виде энергии магнитного поля во всей области внутри обмотки. Если потери не учитывать и лист обмотки считать сверхпроводящим, то у его поверхности отсутствует касательная (тангенциальная) состав-

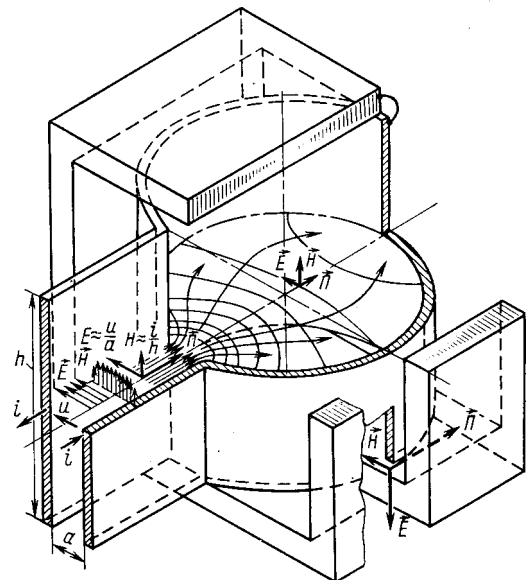


Рис. 1. Картина потоков мощности в броневом реакторе с одновитковой обмоткой.

ляющая напряженности электрического поля (равная произведению удельного сопротивления на плотность тока) и, следовательно, отсутствует нормальная к поверхности обмотки составляющая вектора Пойнтинга. При этом вся энергия остается в области внутри обмотки ($r < R$, где R — радиус обмотки).

Следует заметить, что именно на нормальной к поверхности обмотки составляющей вектора Пойнтинга (в приведенном примере отсутствующей) основано рассмотрение потоков мощности в трансформаторе и реакторе в [Л. 4]. Недоразумение было вызвано тем, что электрическое поле разлагалось на несколько составляющих, в числе которых была симметричная (равномерная по окружности, постоянная) составляющая индуктированного электрического поля, но названия и определения этим составляющим не давались. Результат интегрирования вектора Пойнтинга оставался правильным, поскольку каждая из остальных составляющих (электрическое поле, стационарное электрическое поле при отсутствии потерь, переменная составляющая индуктированного поля) дает нулевой поток энергии через рассматриваемую замкнутую поверхность. Например, если при определении напряженности электрического поля напряжение между шинами разделить не на расстояние между шинами, а на длину витка, то в дальнейшем расчете потока мощности после умножения полученного вектора Пойнтинга на длину витка и высоту обмотки (вместо расстояния между шинами и их высоты) получится численно правильный результат (но другого знака!).

Теперь рассмотрим потоки мощности в «щели» между торцами обмотки и торцевыми ярами. Здесь радиальная составляющая напряженности магнитного поля в сочетании с осевой напряженностью электрического поля (от обмотки к торцевому яру) дает значительный по размеру тангенциально направленный вектор Пойнтинга (см. правую нижнюю часть рис. 1). Для перехода к потоку мощности этот вектор умножается на очень малую площадь, так что поток оказывается малым. Осевая составляющая напряженности магнитного поля в этой области в сочетании с радиальной напряженностью электрического поля также дает небольшой тангенциально направленный поток вектора Пойнтинга. При электрическом соединении обмотки с магнитопроводом, показанном на рис. 1, в кольцевой «щели» между торцом обмотки и торцевым яром поток вектора Пойнтинга обеспечивает лишь передачу энергии, запасаемой в магнитном (и электрическом) поле этой же «щели».

Если бы обмотка и магнитопровод находились под разными потенциалами, т. е. между торцом обмотки и яром было сильное электрическое поле, то в этой области имел бы место кольцевой поток вектора Пойнтинга. Этот поток аналогичен рассмотренному в [Л. 2] (фиг. 25) или [Л. 3] (рис. 5-39) замкнутому кольцевому потоку энергии в заряженном цилиндрическом конденсаторе, находящемся в однородном осевом магнитном поле. В нашем случае в отличие от упомянутого конденсатора в области между отводами обмотки есть хотя бы небольшая тангенциальная напряженность электриче-

ского поля и осевая — магнитного, которые дают в этом месте радиальную составляющую вектора Пойнтинга, обеспечивающую передачу энергии в «щель».

В области между обмоткой и боковым яром имеющаяся малая напряженность магнитного поля направлена почти точно радиально (по «направлению радиуса, пересекающего ось обмотки в плоскости, перпендикулярной этой оси» [Л. 6]): почти параллельно электрической напряженности — и вектор Пойнтинга здесь ничтожно мал. Ведь одноименные составляющие электрической и магнитной напряженностей не дают потока мощности — их векторное произведение равно нулю. Еще меньше значения напряженности и вектор Пойнтинга за обмоткой вдали от боковых яром.

Теперь вернемся к основной части объема магнитного поля — к полю внутри обмотки ($r < R$), пренебрегая различием между высотой шины (шириной листа) и высотой [Л. 5] окна. Из соотношений (2) и

$$u_* = d\Phi/dt; \Phi = BS_\Phi; B = \mu_0 H; H = i/h; U = S_\Phi h \quad (3)$$

(S_Φ — площадь внутри обмотки, через которую проходит магнитный поток Φ ; V — объем поля) следует:

$$\begin{aligned} \frac{dW_m}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{BH}{2} V \right) = \mu_0 V H \frac{dH}{dt} = \\ &= i \frac{d(BS_\Phi)}{dt} = iu = \Pi ah = p. \end{aligned} \quad (4)$$

Как видно, мощность, поступающая со стороны отводов, расходуется на изменение энергии магнитного поля внутри обмотки W_m .

Более сложные реакторы рассмотрим на нескольких примерах. Пусть броневой (терминология по [Л. 5 и 6]) реактор имеет катушечную обмотку из двух дисковых катушек, содержащую w витков прямоугольного провода (рис. 2). Для определенности и простоты рассуждений примем, что витки круговые, а переходы между витками имеют вид явных крутых перегибов с соответствующим сужением (чтобы переходы не занимали много места по окружности). При этом только в зоне переходов имеются тангенциальные составляющие напряженности магнитного или электрического поля, при отсутствии которых нет радиально направленной составляющей вектора Пойнтинга. В этой зоне у наружных витков поле и поток вектора Пойнтинга почти не отличаются от имеющихся поля и потока в зоне отводов, где указанный поток равен $p = ui$. Однако с углублением в обмотку напряженность электрического поля линейно уменьшается до нуля у внутренних витков и соответственно уменьшается поток вектора Пойнтинга в межкатушечном канале. В то же время к внутреннему витку линейно возрастает напряженность магнитного поля до $H = iw/h$. В межвитковой изоляции имеется радиальная составляющая напряженности электрического поля $E = u/(wb)$, где b — толщина изоляции провода (на две стороны). При этом тангенциальный поток вектора Пойнтинга в изоляции внутренних витков двух

катушек

$$p = EH h_{\text{пров}} b 2 = \frac{u}{\omega b} \frac{i \omega}{h} 2 h_{\text{пров}} b = i \frac{2 h_{\text{пров}}}{h}, \quad (5)$$

где $h_{\text{пров}}$ — высота провода, т. е. при $2 h_{\text{пров}} = h$ весь поток энергии постепенно переходит из межкатушечного канала в межвитковую изоляцию, по которой проходит по спиральной линии вместе с проводами витков; затем у внутреннего межкатушечного перехода он попадает во внутреннее пространство обмотки, где распространяется согласно рис. 1.

Подобное рассмотрение двухслойной обмотки (см. рис. 3-5 в [Л. 7]) показывает, что в этом случае поток мощности распространяется по витковой линии в канале между слоями. Ведь векторное произведение большой радиальной напряженности электрического поля (от межслоевого напряжения) на осевую напряженность магнитного поля дает большой тангенциальный вектор Пойнтинга. Осева составляющая вектора Пойнтинга, пропорциональная осевой составляющей плотности тока в слоях, во много раз меньше. Из канала поток мощности выходит через межвитковую изоляцию. Если же витки намотаны не по винтовой линии, а по окружности, и имеются явно выраженные переходы между витками, то основная часть осевого потока вектора Пойнтинга проходит через изоляцию у этих переходов, причем вектор Пойнтинга на этих небольших участках велик.

В стержневом реакторе (рис. 3) электрическое напряжение между внутренними витками обмотки и магнитопроводом является причиной значительной радиальной напряженности электрического поля. Произведение ее на осевую напряженность магнитного поля дает значительный тангенциальный вектор Пойнтинга. В этом случае линии потока мощности внутри обмотки имеют вид спиралей согласно рис. 3. На пути от обмотки до стержня эта спираль делает примерно столько же витков, сколько витков включено между заземленной (соединенной со стержнем) и данной точками обмотки.

Пусть провода и зазоры очень мелкие и расположены очень часто, а высота обмотки h намного больше промежутка (канала) c (рис. 3) между обмоткой и стержнем. Кроме того, размер c гораздо меньше среднего диаметра D канала. Тогда в канале между обмоткой и стержнем напряженность магнитного поля неизменна и имеет только осевую составляющую:

$$H = H_{\text{ос}} = i \omega / h. \quad (6)$$

Радиальную напряженность электрического поля в канале у витка с номером k (считая от точки обмотки, имеющей потенциал стержня) можно считать неизменной и равной

$$E_{\text{рад}} = u \frac{k}{\omega} \frac{1}{c}. \quad (7)$$

Для упрощения не учитываем потери и магнитный поток в канале. При этом

$$\oint_{\pi D} E_{\text{танг}} dl = \frac{u}{\omega}; \quad \frac{\Pi_{\text{рад}}}{\Pi_{\text{танг}}} = \frac{H_{\text{ос}} E_{\text{танг}}}{H_{\text{ос}} E_{\text{рад}}} = \frac{E_{\text{танг}}}{E_{\text{рад}}}. \quad (8)$$

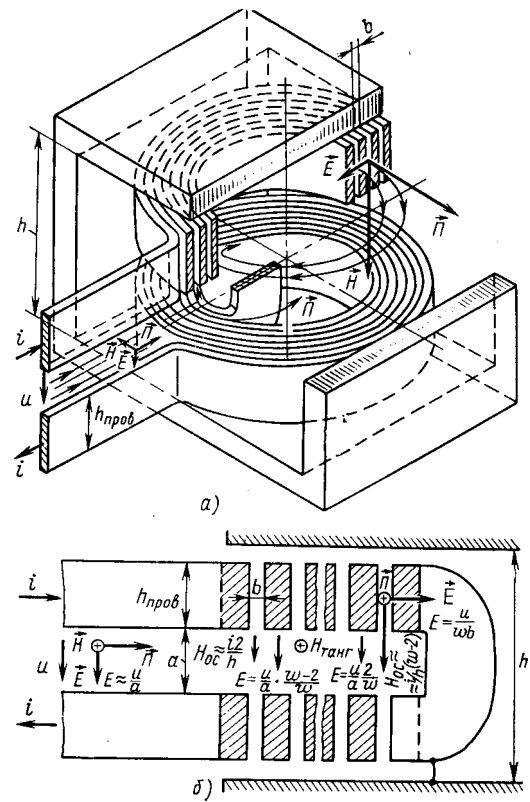


Рис. 2. Путь потока мощности в броневом реакторе с обмоткой в виде одной двойной дисковой катушки. а — общий вид; б — сечение катушки у переходов.

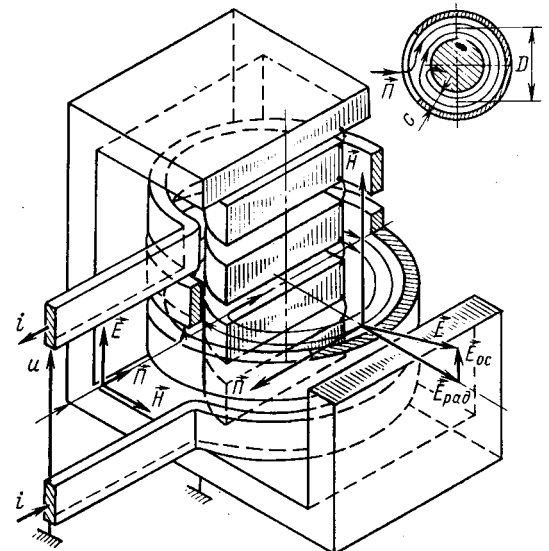


Рис. 3. Путь потока мощности в бронестержневом (с зазорами в стержне) реакторе с простой (однослойной) цилиндрической обмоткой.

Сдвиг линии вектора Пойнтинга в радиальном направлении за один оборот (виток) по окружности в канале между обмоткой и стержнем

$$\Delta_{\Pi} = \int_{\pi D} \frac{\Pi_{\text{рад}}}{\Pi_{\text{танг}}} dl = \frac{1}{E_{\text{рад}}} \int_{\pi D} E_{\text{танг}} dl =$$

$$= \frac{c\omega}{uk} \frac{u}{\omega} = \frac{c}{k} \quad (9)$$

и число оборотов линии в канале шириной c

$$n = \frac{c}{\Delta_{\Pi}} = k. \quad (10)$$

Весь тангенциальный поток вектора Пойнтинга в канале

$$P_{\text{танг}} = \int_0^h \Pi_{\text{танг}} c dz = c H_{oc} \int_0^h E_{\text{рад}} dz = c \frac{i\omega}{h} \times \\ \times \frac{u}{\omega c} \int_0^h k dz = uk_{\text{сред}}, \quad (11)$$

где $k_{\text{сред}} = \frac{1}{h} \int_0^h k dz$ — средний номер витков обмот-

ки, прилегающих к каналу между обмоткой и стержнем; z — координата вдоль оси.

Как видно, этот поток во много раз (при обычных непрерывных и винтовых обмотках, где k линейно изменяется по высоте обмотки от 0 до ω , в $\omega/2$ раз) больше передаваемой мощности, равной радиальному потоку вектора Пойнтинга через канал.

Картина линий вектора Пойнтинга внутри зазора между соседними вставками стержня определяется видом шихтовки и схемой соединения пластин между собой (см. рис. 4).

Как видно, картина линий потока мощности, отождествляемая с картиной поля вектора Пойнтинга, для реактора не столь проста, как она изображается в литературе, например в [Л. 4], и определяется прежде всего такими, казалось бы, второстепенными факторами, как схема соединения частей обмотки, потенциал проводящих частей и схема заземления их, конструкция вводов, отводов и переходов между витками и катушками обмотки.

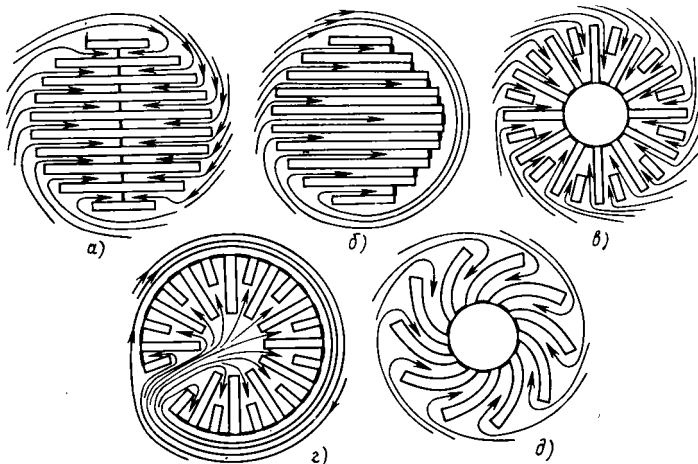


Рис. 4. Картина потоков мощности в зазоре стержневого реактора при разных видах шихтовки (а, б — плоской; в, г — радиальной; д — эвольвентной) и различных схемах заземления пластин (соединения пластин показаны жирными линиями).

В трансформаторах участки картины потоков мощности повторяют соответствующие участки картины в реакторах. Рассмотрим пример — рис. 5. Как видно, поток вектора Пойнтинга входит между проводами отводов первичной обмотки, проходит в изоляцию витков катушечной обмотки, далее проходит по спирали между проводами в дисковой обмотке аналогично случаю, рассмотренному на рис. 2, делает ряд (примерно k_1 — k_2 , где k_1 и k_2 — номера витков обмоток 1 и 2, прилегающих к каналу рассеяния, считая от заземленных точек обмотки) оборотов по спирали аналогично рис. 3, через витковую изоляцию проходит в межслоевой канал вторичной обмотки, поднимается в нем по винтовой линии и уходит между отводами вторичной обмотки. При этом не рассматривались потоки мощности, связанные с намагничиванием магнитопровода и с энергией магнитного поля рассеяния, весьма существенные в режимах холостого хода и короткого замыкания. Эти режимы трансформатора легко привести к случаям, аналогичным соответствующим реакторам, особенно если пренебречь потерями.

Поскольку в практических электромагнитных расчетах трансформаторов анализ картины потоков мощности от обмотки к обмотке не нужен, далее подробно рассматривать их не будем, а сразу сформулируем некоторые общие положения.

1. Картина потоков мощности в трансформаторе при холостом ходе не отличается от картины в реакторе подобной конструкции.

2. Картина потоков мощности в трансформаторе при коротком замыкании или в опыте короткого замыкания может рассматриваться как картина потоков мощности в реакторе с электромагнитными экранами, исключающими из магнитного поля некоторые области.

3. Линии (трубки) основного потока мощности, поступающие в первичную обмотку со стороны ее вводов и отводов, распространяются сквозь эту обмотку по каналам между слоями или рядами витков, т. е. по изоляционным прокладкам (прослойкам, промежуткам) между проводами и выходят в главный канал рассеяния, через который попадают во вторичную обмотку. В этой обмотке трубки потока мощности также проходят по промежуткам и каналам и уходят вдоль отводов и выводов этой обмотки.

4. Картина линий потока мощности существенно зависит от схемы обмоток и конструкции отводов и переходов в обмотках, а также от схемы заземления элементов магнитопровода и других нетоковедущих проводящих частей.

5. При обычных конструкциях обмоток линии (трубки) потока мощности в канале рассеяния имеют вид спирали при концентрических обмотках или винтовой линии при чередующихся обмотках. Число оборотов спирали или винтовой линии примерно равно разности номеров витков, прилегающих в этом месте к каналу рассеяния с его разных сторон (номера витков отсчитываются от заземленных точек обмоток).

В литературе положение с описанием потоков мощности в трансформаторах примерно такое же, как с описанием в реакторах, и даже еще хуже. Например, в [Л. 4, с. 180] и [Л. 7, с. 143] утверж-

дается, что в режиме короткого замыкания «примерно посередине зазора (главного канала рассеяния) между обмотками должна существовать цилиндрическая поверхность, на которой $E=0$. Из этого следует, что на этой поверхности вектор Пойнтинга $\Pi=0$, а сама поверхность является барьером, сквозь который не может проникнуть никакой поток (если не учитывать потери мощности в меди вторичной обмотки)». Однако на самом деле при равномерных concentрических обмотках в области за указанной поверхностью при замкнутой накоротку вторичной обмотке энергия может поступать только сквозь эту поверхность. Пренебречь энергией магнитного поля в половине объема канала рассеяния нельзя, например, реактивная мощность магнитного поля в этой области при коротком замыкании в несколько раз превышает номинальную мощность трансформатора.

Не бесспорно категорическое мнение автора [Л. 4, с. 182]: «Утверждают, что энергию от первичной обмотки ко вторичной переносят магнитные потоки рассеяния. Это неверно». Хотя спор о том, что переносит энергию, без формулировки соответствующего однозначного определения беспредметен (терминов «носитель» или «переносчик энергии» нет ни в [Л. 1], ни в [Л. 5 и 6], следует подчеркнуть, что поток вектора Пойнтинга от первичной обмотки ко вторичной всегда проходит именно через область, занятую полем рассеяния, пересекая трубки потока рассеяния. Поэтому, видимо, не менее логично считать, что поток рассеяния участвует в переносе энергии, чем утверждать, что «именно во время движения в воздушном зазоре (канале рассеяния) основного магнитного потока возникает электромагнитное поле, которое переносит энергию от первичной обмотки ко вторичной» [Л. 4, с. 182]. Кажется очевидным, что для «движения потока в канале» хоть какое-то время хоть в какой-то части этого канала должно существовать магнитное поле. Однако в строго симметричной тороидальной магнитной системе с равномерными обмотками и вводами коаксиальными кабелями, если первичной является внутренняя обмотка, основное магнитное поле совсем не попадает в канал рассеяния (его напряженность и индукция в этом канале равны нулю, точнее, меньше любой наперед заданной сколь угодно малой величины). Кроме того, автор [Л. 4] ошибочно считает, что в области, где отсутствует магнитная индукция ($B=0$ и, следовательно, $\text{rot } E=0$), обязательно отсутствует электрическая напряженность ($E=0$) [Л. 4, с. 186]. На самом деле в этой области индуцированное электрическое поле может существовать. В результате указанных недоразумений для объяснения работы тороидального трансформатора он был вынужден учитывать запаздывание процессов в удаленных от вводов витках обмотки. Однако тороидальный трансформатор одинаково работает, когда такое запаздывание составляет и тысячные, и миллионные доли периода. На самом деле для объяснения работы тороидального трансформатора нет необходимости в учете запаздывания — достаточно аккуратно рассмотреть электрическое и магнитное поля между отводами и в канале рассеяния.

В [Л. 3] дано достоверное описание передачи

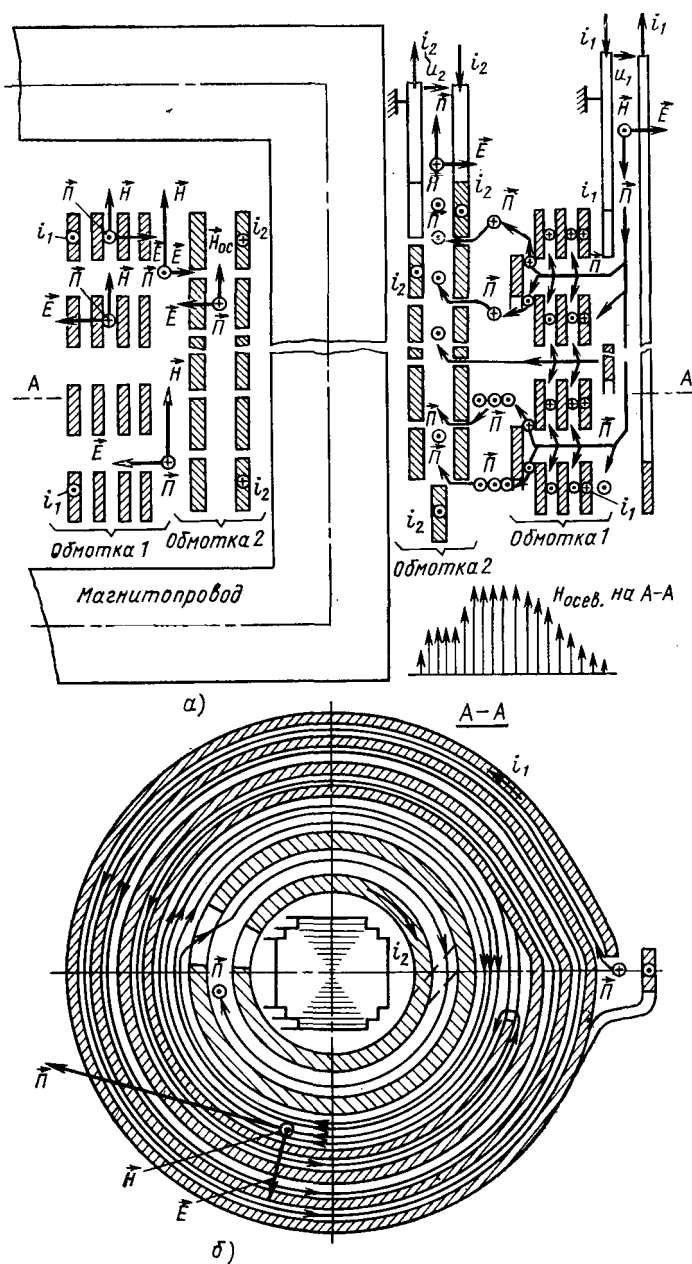


Рис. 5. Путь потока передаваемой мощности в двухобмоточном стержневом трансформаторе с первичной (наружной) непрерывной и вторичной (внутренней) двухслойной цилиндрической concentрическими обмотками.

энергии из первичной обмотки трансформатора во вторичную через канал рассеяния (§ 5.2). Однако на рис. 5-12,а, где показаны concentрические обмотки трансформатора, изображение вектора Пойнтинга отсутствует. На рис. 5-10,а вектор Пойнтинга показан по направлению выходящим от поверхности провода витка, что невозможно.

Неточные представления о картине потоков мощности и плотности энергии поля иногда приводят к неверным выводам. В частности в [Л. 4, с. 184] сказано: «для трансформатора при мощности 5000 кВ·А давление на всю поверхность обмотки равно: $F=ui/c=0,0166 H$ », где F — давление (сила), c — скорость света. На самом деле это лишь усилие, действующее на отводы вдоль их оси, а ра-

диальные усилия, действующие на обмотки, при обычной конструкции на несколько порядков больше.

Следует подчеркнуть, что недоразумения вызваны различным пониманием одних и тех же терминов. Приведенная критика основана на относительно недавно узаконенной однозначной терминологии [Л. 1], тогда как авторы критикуемых работ могли подразумевать другие определения.

Таким образом правильные представления о распределении потоков вектора Пойнтинга в реакторах и трансформаторах должны быть основаны на тщательном рассмотрении картины магнитного и электрического полей с учетом роли отводов и положения заземленных точек обмоток.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 19880-74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения.
2. Шимион К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964.
3. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969.
4. Брон О. Б. Электромагнитное поле как вид материи. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
5. ГОСТ 18624-73. Реакторы электрические. Термины и определения.
6. ГОСТ 16110-70. Трансформаторы силовые. Термины и определения.
7. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1974.

[4.11.1976]

УДК [621.318.43:538.122].001.24

Влияние насыщенных ферромагнитных масс на магнитное поле индуктивной катушки

ВАСИЛЬЕВ К. М.

Москва

Проблема создания индуктивных катушек, работающих в условиях сильных магнитных полей, связана с решением ряда инженерно-технических задач, среди которых важное место занимают вопросы применения ферромагнетика в качестве активного материала с одновременным использованием его электромагнитных и механических свойств. В работах [Л. 1—4] приведены данные, свидетельствующие о существенном влиянии ферромагнетика на увеличение индуктивности магнитных систем, на перераспределение магнитного поля в обмотке и возможную экономию сверхпроводящего материала. В [Л. 5 и 6] сравниваются стоимости магнитных систем крупных МГД-генераторов и делается вывод об эффективности применения ферромагнитного магнитопровода. Кожух может также оказать влияние на более благоприятное распределение электродинамических сил в обмотках, на повышение однородности магнитного поля, на снижение напряженности магнитного поля во внешнем пространстве.

В настоящей статье отражаются дальнейшие исследования сильно насыщенных систем на основе использования программ численного решения магнитостатической задачи с учетом нелинейности среды [Л. 2], а также ряда сервисных программ, позволяющих обработать полученные результаты. Накоплен значительный материал, который позволил сделать некоторые обобщения, касающиеся влияния сильно насыщенных ферромагнитных кожухов с различной геометрией на свойства изучаемых магнитных систем при различных степенях их нагружения.

Рассматривались зависимости максимальной индукции в обмотке, накапливаемой энергии, распределения поля индукции и плотности электродинамических сил, экранирующего эффекта от вели-

чины тока в обмотках и геометрии ферромагнитного кожуха.

Численные расчеты магнитных систем. В статье приведены результаты исследования системы обмоток прямоугольного сечения, заключенных в ферромагнитный кожух и создающих плоскопараллельное или осесимметричное магнитное поле. Влияние ферромагнитного кожуха оценивается в основном при больших значениях индукции в области обмоток ($B=5-10$ Т), ограниченных в случае применения сверхпроводника критической величиной индукции в сверхпроводнике. При этом предполагается, что изотропный ферромагнетик имеет кривую намагничивания Армко-железа [Л. 7], а геометрические размеры кожуха таковы, что напряженность за его пределами существенно ниже напряженности в тех же точках при отсутствии ферромагнетика (экранирование).

Результаты численных расчетов показывают, что если из магнитного поля системы с индукцией \vec{B} выделить ту его часть, которая создается обмотками при отсутствии кожуха (\vec{B}_0), то оставшаяся часть поля ($\vec{B}_M = \vec{B} - \vec{B}_0$), являющаяся полем намагниченного ферромагнетика, мало меняется при изменении тока в широком диапазоне несмотря на то, что магнитная проницаемость сильно насыщенного ферромагнетика меняется в широких пределах. Это можно проследить на примере нагружения током круговой катушки при наличии кожухов с различной геометрией (три варианта кожухов при токе в обмотке $I=2,6 \cdot 10^6$ А (рис. 1)). Так как на внешнее поле должно сильно повлиять наличие вертикальной стенки кожуха, то один из вариантов (3-й) учитывает влияние только горизонтальной стенки кожуха. Кроме того, значительную роль может сыграть наличие внутреннего ферромагнитного сердеч-

ника. Поэтому рассматривается также случай частичного заполнения внутренности ферромагнетиком (вариант 2-й). Расчеты показали, что максимальные изменения поля \vec{B}_M в области обмоток для каждого из вариантов не превышают 4—8% для диапазона изменения тока от $2,6 \cdot 10^6$ до $4,7 \times 10^6$ А (максимальная индукция в обмотках B_{\max} при увеличении тока растет в пределах от 5 до 9 Т).

Возможность разложения общего поля \vec{B} на поле тока в обмотках \vec{B}_0 при отсутствии ферромагнетика и примерно постоянное поле намагниченного ферромагнетика B_M вытекает из особенностей рассматриваемых магнитных систем: насыщенности ферромагнетика при высоких значениях индукции в обмотках и малого изменения направления силовых линий внутри кожуха при определенном диапазоне изменения тока в обмотках (см. приложение). В принятом диапазоне изменения тока предопределен характер зависимостей максимальной индукции в обмотках B_{\max} и накопленной энергии W от общего тока I . Тем самым облегчается изучение влияния кожуха на распределение поля индукции и ее составляющих (а следовательно, и составляющих давления электродинамических сил в обмотках), а также при оценке экранирующего эффекта.

Все численные расчеты проводились на ЦВМ «Минск-32» по программе, описанной в [Л. 2], реализующей в конечных разностях метод последовательного нагружения и метод Ньютона для решения нелинейных задач магнитостатического поля (плоскопараллельный и осесимметричный случаи).

Максимальная индукция в обмотках и энергия системы. Приводятся результаты исследования зависимости максимальной индукции и накопленной энергии системы от значения тока в обмотках при последовательном нагружении данной магнитной системы током. Величины B , B_0 и B_M в этом разделе относятся к точкам с максимальным значением индукции B_{\max} (на линии пересечения внутренней поверхности обмотки с горизонтальной плоскостью симметрии). Для простоты в дальнейшем они не имеют дополнительных обозначений.

Максимальная индукция в области обмоток постепенно нарастала до значений $B \approx 10$ Т. На рис. 2 представлено семейство кривых $B=B(I)$ для различных толщин стенок кожуха s (плоскопараллельное магнитное поле). Виден линейный характер изменения $B(I)$, начиная с некоторого значения тока (в зависимости от толщины стенок кожуха), причем угол наклона касательной примерно равен углу наклона прямой $B_0=B_0(I)$ для системы без ферромагнитного кожуха. Подобные данные для однослойной дипольной катушки приведены в [Л. 6]. Линейный характер изменения $B(I)=B_0(I)+B_M(I)$ при неизменной геометрии кожуха обусловлен постоянством поля индуцированных магнитных зарядов \vec{B}_M при изменении тока в обмотках в достаточно широком диапазоне (см. приложение).

По мере увеличения толщины стенок кожуха увеличивается приращение кривой $B_M(I)=B(I)-B_0(I)$ вдоль оси ординат, причем при небольших толщинах стенок приращение $B_M(I)$ примерно про-

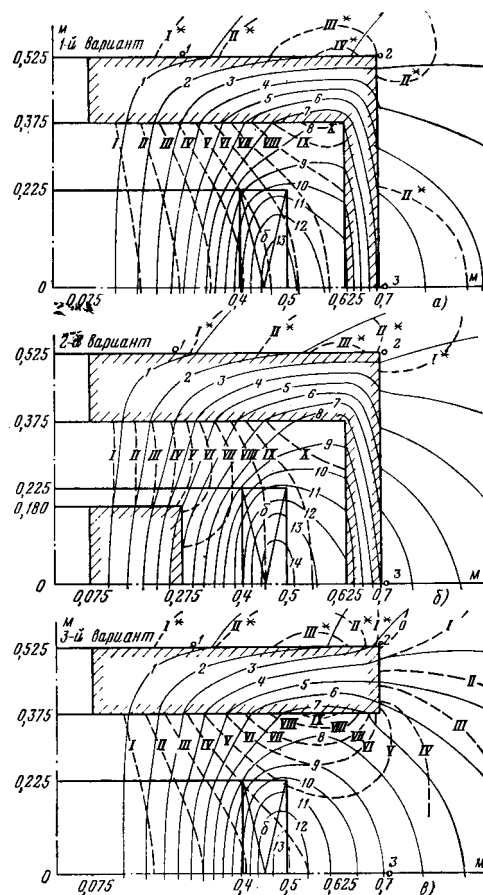


Рис. 1. Распределение магнитного потока полей \vec{B} и \vec{B}_M для осесимметричной системы с ферромагнитным кожухом для трех вариантов (1-й квадрант).

— линии уровня функции Ar (A — векторный магнитный потенциал поля \vec{B} , r — радиус); --- линии уровня функции $A_M r$ (A_M — векторный магнитный потенциал поля \vec{B}_M); $Ar \cdot 10^{-2} (T \cdot m^2)$: 1 — 3,25; 2 — $2 \times 3,25$; ... $A_M r \cdot 10^{-2} (T \cdot m^2)$: 1 — 1; II — 2; ...; 0 — 0; I* — (—1); II* — (—2); ...; $\delta = 57,77$ А/мм².

порционально s , в то время как при существенно больших s увеличение B_M замедляется, а зависимость $B(I)$ приобретает нелинейный характер. На примере приведенной выше магнитной системы видно, что увеличение толщины кожуха s в интервале $(0,25-0,5)s_0$ (при $s_0=0,55$ м) приводит при токе в обмотке $I=3,2 \cdot 10^6$ А к увеличению B с 4,27 до 4,71 Т (на 10%), в то время как изменение толщины в пределах $(0,75-1,0)s_0$ вызывает увеличение B от 5,0 до 5,05 Т (на 1%). При этом увеличение максимальной индукции в системе с толщиной кожуха $0,75 s_0$ (появление ненасыщенного ферромагнетика) по сравнению с системой без кожуха составляет 36% ($B_0=3,67$ Т).

На том же рис. 2 пунктирными линиями показано семейство кривых $B'(I)$ при различных, но фиксированных степенях экранирования (индукция на горизонтальной плоскости симметрии снаружи кожуха постоянна: $B_e=0,1-0,7$ Т, что достигалось за счет пропорционального изменения толщины стенок кожуха s). Видно, что зависимости имеют линейный характер, причем они близки к прямым, исходящим из начала координат. Это является следствием того, что по мере увеличения тока вместе

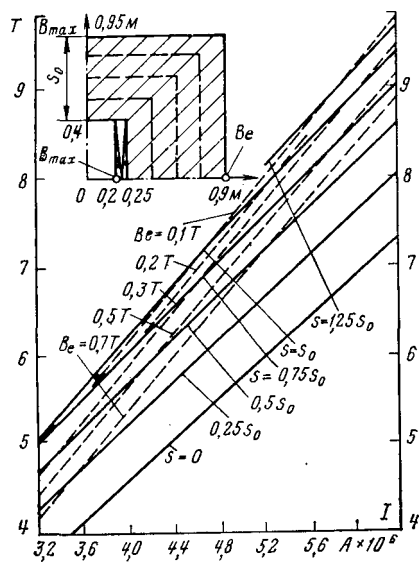


Рис. 2. Зависимости максимальной индукции от тока в обмотках $B_{\max}(I)$ для системы с плоскопараллельным магнитным полем.

— при пропорциональном изменении толщины стенок кожуха $s = ks_0$; --- при постоянстве индукции B_0 у наружной поверхности кожуха.

с полем однородной системы $B_0(I)$ увеличивается вклад ферромагнетика $B_m(I)$ в общее поле, так как из условия постоянства экранирования растет толщина стенок кожуха.

На рис. 3 изображены соответствующие семейства зависимостей энергии, накопленной в системе, от значений тока в обмотке. Видно, что при фиксированной толщине кожуха кривая $W = W(I)$ на значительном участке своей длины близка к сдвинутой вдоль оси ординат кривой $W_0 = W_0(I)$ для системы обмоток без ферромагнитного кожуха.

Действительно, общая энергия системы может быть представлена в виде

$$W = \int_V \left(\int_0^{\vec{A}} (\vec{\delta}, d\vec{A}) \right) dv = \int_V \left(\int_0^{\vec{A}_0} (\vec{\delta}, d\vec{A}_0) \right) dv + \int_V \left(\int_0^{\vec{A}_m} (\vec{\delta}, d\vec{A}_m) \right) dv,$$

где \vec{A} — векторный потенциал результирующего поля $\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_m$ ($\vec{B}_0 = \text{rot } \vec{A}_0$, $\vec{B}_m = \text{rot } \vec{A}_m$). В силу того, что по мере насыщения ферромагнетика, начиная с некоторого момента, поле потенциала \vec{A}_m меняется мало ($\vec{A}_m \approx \vec{A}_m^H = \text{const}$), его вклад в общую энергию W определяется постоянной величиной:

$$W_m = W - W_0 \approx \int_V \left(\int_0^{\vec{A}_m^H} (\vec{\delta}, d\vec{A}_m) \right) dv.$$

Для приведенной выше толщины стенок кожуха $s = 0,75s_0$ прирост энергии W по сравнению с W_0 равен $0,81 \cdot 10^6$ Дж/м (38%) при $I = 3,2 \cdot 10^6$ А. Аналогичные результаты получены для круговых катушек прямоугольного сечения, заключенных в ферромагнитный кожух. Последние исследовались, кроме того, при неоднородной плотности тока по сечению обмотки: на верхней трети высоты (в первом квадранте сечения) плотность тока в 1,5 раза выше, чем в средней части. В результате макси-

мальная индукция в обмотках несколько уменьшается, и сам максимум достигается в верхней части обмотки. Накопленная энергия также несколько уменьшается. Результаты численных расчетов круговых катушек сведены в табл. 1.

Распределение поля и экранирование. Изменения в распределении поля под влиянием различной геометрии кожуха рассматривались на примере указанных выше трех вариантов осесимметричных магнитных систем. Из рис. 1 видно, что вектор $\vec{B}_m = \vec{B} - \vec{B}_0$ (\vec{B}_0 — индукция обмотки без кожуха) несколько уменьшается вдоль радиуса от оси системы, т. е. в противоположном направлении по сравнению с индукцией \vec{B}_0 . Отсюда, учитывая примерное постоянство поля B_m в некотором диапазоне изменения тока, можно сделать выводы о влиянии ферромагнитного кожуха на однородность магнитного поля при различных значениях тока в обмотке.

С другой стороны, радиальные составляющие поля \vec{B}_m направлены к вертикальной оси системы, т. е. в противоположную сторону по сравнению с радиальными составляющими поля \vec{B}_0 обмоток без кожуха. Сравнивая между собой три варианта (рис. 1), видим, что значение наиболее опасных для рассматриваемых систем осевых составляющих давления электродинамических сил, приложенных к соответствующим виткам обмотки, в 3-м варианте даже несколько меньше, чем в 1-м, и еще меньше, чем во 2-м. Графики распределения осевых и радиальных составляющих давления электродинамических сил для трех вариантов при токе $I = 2,6 \times 10^6$ А приведены на рис. 4. Видно, что в случае кожуха по 3-му варианту, не экранирующего, а наоборот, усиливающего магнитное поле за пределами кожуха в радиальном направлении, уменьшают-

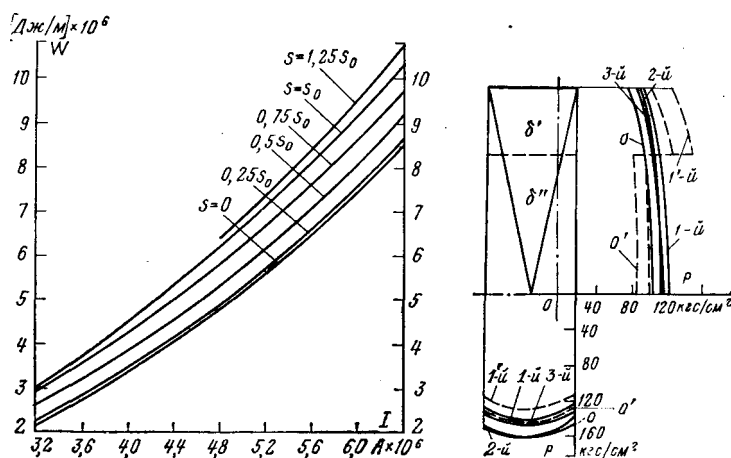


Рис. 3. Зависимости накопленной энергии от тока в обмотках $W(I)$ при пропорциональном изменении толщин стенок кожуха $s = ks_0$ (см. рис. 2).

Рис. 4. Распределение осевых и радиальных составляющих давления электродинамических сил для осесимметричных магнитных систем (1-й квадрант) при токе в обмотке $I = 2,6 \cdot 10^6$ А. 0 — катушка без кожуха; 1-й, 2-й, 3-й — катушка с ферромагнитными кожухами соответствующих типов (см. рис. 1); 0' и 1'-й — соответствующие магнитные системы с неравномерной плотностью тока по сечению обмотки ($\delta: \delta'' = 1,5:1$).

Таблица 1

Тип магнитной системы		Ток в обмотке $I \times 10^6$ А	Результаты расчета				
			Индукция, Т			Накоп- ленная энергия $W \times 10^6$ Дж	
			B_{\max}	у внешней поверхности			
				B_{e1}	B_{e2}	B_{e3}	
Без кожуха	0	2,0	3,66	0,79	0,28	0,47	1,616
		2,3	4,21	0,91	0,32	0,55	2,140
		2,6	4,76	1,03	0,36	0,62	2,736
		2,9	5,31	1,14	0,41	0,69	3,400
	0*	2,0	3,59	0,80	0,28	0,45	1,440
		2,3	4,12	0,92	0,32	0,52	1,904
		2,6	4,66	1,04	0,36	0,59	2,436
		2,9	5,20	1,16	0,41	0,66	3,028
С ферро- магнит- ным ко- жухом	1-й	2,0	4,04	0,36	0,41	0,43	1,828
		2,3	4,60	0,49	0,59	0,50	2,372
		2,6	5,16	0,63	0,67	0,58	2,976
		2,9	5,72	0,76	0,74	0,65	3,660
	1*-й	2,0	—	—	—	—	—
		2,3	—	—	—	—	—
		2,6	5,02	0,65	0,66	0,55	2,892
		2,9	5,57	0,79	0,74	0,62	3,556
	2-й	2,0	3,90	0,47	0,56	0,47	1,812
		2,3	4,37	0,61	0,64	0,55	2,352
		2,6	4,93	0,75	0,71	0,62	2,956
		2,9	5,48	0,89	0,78	0,70	3,636
	3-й	2,0	3,88	—	1,00	0,51	1,816
		2,3	4,45	—	1,12	0,58	2,368
		2,6	5,0	—	1,21	0,65	2,968
		2,9	5,56	—	1,31	0,72	—

* Плотность тока в обмотках систем 0' и 1'-й неравномерна по сечению.

ся по сравнению с 1-м и 2-м вариантами осевые и радиальные составляющие давления электродинамических сил. Экранирующий кожух (вариант 1-й) на 10% по сравнению с системой без кожуха уменьшает осевые и на 20% увеличивает радиальные давления в обмотке.

На том же рис. 4 показано, что в случае неравномерного распределения тока по сечению обмотки (вариант 1'-й) осевые давления электродинамических сил уменьшаются на 20% по сравнению с 1-м вариантом. Одновременно на 40% увеличиваются радиальные составляющие электродинамических сил в верхней части обмотки.

Влияние различной геометрии кожуха на изменение индукции магнитного поля у его наружной поверхности рассматривается на примере упомянутых выше трех вариантов кожухов для осесимметричной магнитной системы при токе в обмотке $I=2,6 \cdot 10^6$ А (результаты расчетов приведены в табл. 1). При выбранных значениях толщин горизонтальной и вертикальной стенок кожуха (s_r и s_v), а также зазоров между ними и обмоткой (Δ_r и Δ_v) экранирующее влияние ферромагнитного кожуха мало. Для лучшего экранирования понадобилось увеличение толщины вертикальной стенки кожуха и соответствующих зазоров. На рис. 5 приведен пример осесимметричной магнитной системы с лучшим экранированием за счет указанного изменения геометрии кожуха по 1-му варианту (при этом толщина катушки несколько увеличена по сравне-

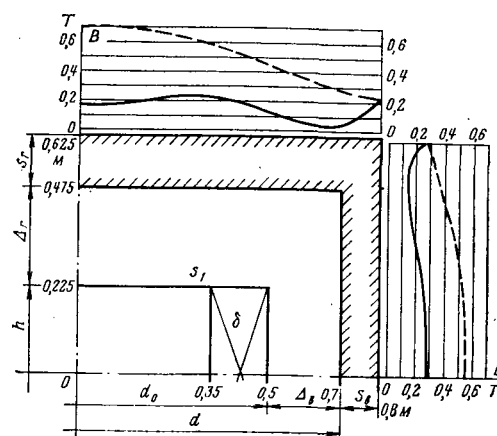


Рис. 5. Распределение индукции B_e у наружных поверхностей ферромагнитного кожуха для осесимметричной магнитной системы при токе в обмотке $I=2,6 \cdot 10^6$ А (—) и в тех же точках для системы без кожуха (---).

нию с вариантами, рассмотренными выше, для уменьшения давления электродинамических сил на обмотку). На рис. 5 изображены эпюры значений индукции у наружных поверхностей кожуха. Данная магнитная система явилась исходной в серии численных расчетов поля круговой катушки при поочередном изменении рассматриваемых размеров кожуха. Соответствующие значения индукции у поверхности кожуха и на некотором удалении от него приведены в табл. 2 ($r/d_0=1,625; 3,25$, где $d_0=1$ м — внешний диаметр обмотки, а r — расстояние от вертикальной оси симметрии). Видно, что магнитное поле уменьшается с увеличением толщины вертикальной стенки кожуха s_v и обоих зазоров Δ_r и Δ_v , в то время как увеличение толщины горизонтальной стенки s_r без изменения остальных параметров практически не меняет экранирующего эффекта на значительном расстоянии от кожуха.

Характер изменения экранирующего влияния кожуха при рассматриваемых изменениях его геометрии можно описать, грубо оценив дипольные моменты магнитных зарядов, индуцированных в ферромагнетике (см. приложение).

Выводы. Численные расчеты плоскопараллельных и осесимметричных магнитных полей, создаваемых обмотками прямоугольного сечения, показали, что при использовании ферромагнитного кожуха максимальные значения индукции в области обмоток B_{\max} в диапазоне изменения $5 \text{ Т} < B_{\max} < 10 \text{ Т}$ могут возрастать на 30—40% по сравнению со случаем обмотки с тем же числом ампер-витков в отсутствие кожуха. При этом энергия, накапливаемая в магнитной системе, возрастает на 25—40%.

Таким образом, улучшается организация магнитного потока и достигается одна и та же индукция при меньших токах. Так как проводниковый материал обмотки допускает определенные критические значения магнитных величин, то полное использование увеличения энергии за этот счет не может быть произведено и следует искать оптимальное решение. Этот вопрос рассматривается отдельно.

Таблица 2

Номер вари- анта	Вариант кожуха			Толщина стенок и зазор между кожухом и обмоткой				Индукция B_e , Т			
				Торцевая (гори- зонтальная) стенка		Радиальная (вертикальная) стенка		у наружной поверх- ности кожуха		на удалении от оси системы	
				Толщина s_r , м	Зазор Δ_r , м	Толщина s_b , м	Зазор Δ_b , м	торцевая стенка	радиа- льная стенка	1,625 м	3,25 м
1	Исходный вариант			0,15	0,25	0,10	0,20	0,212	0,272	0,025	0,0026
2	Изменения толщины стенок кожуха и зазо- ров между кожухом и обмоткой	торцевая стенка (гори- зонтальная)	уменьшена толщина s_r	0,10	0,25	0,10	0,20	0,445	0,262	0,023	0,0025
3			уменьшен зазор Δ_r	0,15	0,15	0,10	0,20	0,586	0,284	0,028	0,0030
4		радиальная стенка (вер- тикальная)	уменьшена толщина s_b	0,15	0,25	0,075	0,20	0,208	0,333	0,031	0,0033
5			уменьшен зазор Δ_b	0,15	0,25	0,10	0,125	0,203	0,404	0,028	0,0029
6				уменьшена толщина стенок s_r , s_b и за- зоры Δ_r , Δ_b	0,10	0,15	0,075	0,125	0,857	0,487	0,033
7	Катушка без кожуха							1,190* 0,705*	0,526* 0,351*	0,040	0,0045

* Для катушки без кожуха приведены значения индукции, соответствующие наружным поверхностям 1-го и 6-го вариантов кожухов.

2. За счет выбора геометрии кожуха, а также увеличения плотности тока у торцевых поверхностей осесимметричной обмотки можно добиться уменьшения радиальных составляющих индукции при одновременном увеличении осевых составляющих индукции в области обмотки. Это приводит к соответствующему уменьшению на 10—20% осевых составляющих и увеличению на 20—40% радиальных составляющих давления электродинамических сил, действующих на обмотку.

3. На примерах расчетов осесимметричных систем изучалось влияние толщины стенок ферромагнитного кожуха и зазоров, отделяющих их от обмоток, на экранирование магнитного поля вблизи кожуха и на значительном расстоянии от него. При изменении толщины стенок и зазоров магнитной системы, представленной на рис. 5 в пределах: $s_r = 0,1—0,15$ м (толщина горизонтальной стенки кожуха); $\Delta_r = 0,15—0,25$ м (зазор между горизонтальной стенкой и обмоткой); $s_b = 0,075—0,1$ м (толщина вертикальной стенки кожуха); $\Delta_b = 0,125—0,2$ м (зазор между вертикальной стенкой кожуха и обмоткой) индукция у горизонтальной стенки изменяется от 0,49 до 0,27 Т, а у вертикальной — соответственно от 0,86 до 0,21 Т (при $I = 2,6 \cdot 10^6$ А). На значительном расстоянии от кожуха наиболее существенное влияние на экранирование оказывают зазор Δ_r и толщина вертикальной стенки s_b , а для осесимметричных систем — еще и зазор Δ_b .

Примеры более полного экранирования за счет увеличения толщины стенок кожуха для магнитной системы прямолинейных шин (плоскопараллельное поле) приведены на рис. 2. Расчеты показывают следующие значения индукции у внешних поверхностей ферромагнитного кожуха при токе $I = 4,8 \times 10^6$ А и $s = s_0$: у вертикальной стенки $B_e = 0,108$ Т, у горизонтальной — $B_e = 0,017$ Т.

4. Исследование сильно насыщенных систем рассматриваемого типа было облегчено благодаря

тому, что влияние ферромагнитного кожуха при изменении тока в обмотках в достаточно широком диапазоне проявляется в добавлении к магнитному полю обмоток в отсутствие кожуха примерно постоянного поля магнитных зарядов \vec{B}_m . Этим определяется характер зависимостей максимальной индукции, накопленной энергии, плотности электродинамических сил и экранирования от значения тока в указанном диапазоне его изменения.

Приложение. Изменения в магнитном поле тока I , вызванные присутствием ферромагнетика, можно выявить, представив поле напряженности \vec{H} в виде суммы напряженностей вихревого (\vec{H}_0) и потенциального (\vec{H}_m) полей [Л. 8]:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_0 &= \vec{j}; \\ \text{div } \vec{B}_0 &= 0; \end{aligned} \right\} \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0; \quad (\text{П-1})$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_m &= 0; \\ \text{div } \vec{B}_m &= 0; \end{aligned} \right\} \vec{B}_m = \mu_0 (\vec{H}_m + \vec{J}); \quad (\text{П-2})$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_m; \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m. \quad (\text{П-3})$$

Поле \vec{H} является решением магнитоэстатической задачи при отсутствии ферромагнетика, а \vec{H}_m соответствует вкладу намагниченности ферромагнетика в суммарное поле H .

В соответствии с подходом [Л. 9]

$$\vec{H}_0 = \vec{H}^0 + \vec{H}^0_0, \quad (\text{П-1'})$$

где вихревая составляющая \vec{H}^0_0 тождественно равна 0 вне «вихревой» зоны, в качестве которой в случае обмоток прямоугольного сечения естественно выбрать область, ограниченную внешней боковой поверхностью обмоток, и параллельными торцевыми плоскостями s_1 (см. рис. 5).

Безвихревая составляющая \vec{H}^0 во всем пространстве является потенциальным полем, создаваемым простыми слоями магнитных зарядов противоположных знаков, распределенных по поверхностям s_1 с плотностью $\sigma(M) = \int_0^M \delta dx$ (точка 0 выбрана на внешней поверхности обмотки, а интегрирование ведется в горизонтальном направлении).

Первичные магнитные заряды поля \vec{H}_0 возбуждают вторичные поверхностные и объемные заряды с плотностями σ_m и ρ_m , соответствующими потенциальному полю \vec{H}_m , определяемому уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_m &= 0; \\ \text{div } \mu_0 \vec{H}_m &= \rho_m = -\text{div } (\mu_0 \vec{J}). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-2}')$$

Плотность объемных магнитных зарядов ρ_m при $\vec{J}=\text{const}$ (насыщенное состояние ферромагнетика) определяется скоростью расширения силовых трубок результирующего поля \vec{B} (кривизной линий, ортогональных к силовым линиям поля), а плотность поверхностных зарядов σ_m :

$$\sigma_m = -\mu_0 |\vec{J}| \cos \alpha, \quad (\text{П-4})$$

где α — угол наклона силовой линии к внутренней нормали кожуха.

Таким образом, изменения в плотностях распределения вторичных магнитных зарядов непосредственно определяются изменениями в направлении силовых линий в ферромагнетике. Как показали численные расчеты, последние малы в достаточно широком диапазоне изменения тока в обмотках. С этим связано примерное постоянство поля \vec{B}_m на достаточном удалении от кожуха в указанном диапазоне изменения тока.

Общая картина распределения индуцированных магнитных зарядов в кожухе может быть выявлена с учетом геометрии рассматриваемых магнитных систем и принятого диапазона изменения тока в обмотках. В этих условиях углы наклона силовых линий к внутренним и внешним поверхностям кожуха непосредственно над обмоткой в горизонтальной части кожуха и в большей части его вертикальной стенки малы. Поэтому в горизонтальной стенке кожуха вплоть до внутренней поверхности его вертикальной стенки распределен вторичный отрицательный магнитный заряд, суммарное значение которого равно:

$$Q_m^r = - \int_s \mu_0 |\vec{J}| ds, \quad (\text{П-5})$$

где криволинейный интеграл вычисляется в направлении, ортогональном силовым линиям поля \vec{B} , т. е. определяется толщиной горизонтальной стенки кожуха s_r :

$$Q_m^r \approx -\mu_0 |\vec{J}| s_r. \quad (\text{П-5}')$$

Суммарное значение общего магнитного заряда кожуха в I-м квадранте равно:

$$|Q_m| = - \int_{s_b} \mu_0 |\vec{J}| ds, \quad (\text{П-6})$$

где s_b — сечение кожуха горизонтальной плоскостью симметрии. В верхней части вертикальной стенки кожуха распределен суммарный магнитный заряд, равный примерно

$$Q_m^b \approx \mu_0 |\vec{J}| (s_r - s_b), \quad (\text{П-7})$$

и положительный, если $s_r > s_b$.

Характер распределения вторичных магнитных зарядов в ферромагнетике может быть использован для оценки влияния кожуха на магнитное поле в его внутренней полости и на экранирование внешнего пространства. Так, увеличение толщины стенок кожуха влечет за собой пропорциональное

увеличение суммарного значения индуцированных магнитных зарядов с одновременным изменением взаимного положения их центров распределения. Отсюда увеличение постоянной составляющей индукции в области обмоток B_m (также пропорциональное в случае относительно тонких стенок кожуха). Замедление роста B_m при сильном увеличении толщины стенок кожуха связано с перераспределением магнитных зарядов в ферромагнетике, а затем — и с переходом ферромагнетика в прилегающих к внешней поверхности кожуха участках в ненаасыщенное состояние.

С другой стороны, для оценки экранирующего влияния кожуха при изменении его геометрических размеров необходимо оценить дипольные моменты вторичных магнитных зарядов. С этой точки зрения толщина горизонтальной стенки s_r в первом приближении не влияет на экранирование вдали от поверхности кожуха (из данных, приведенных в табл. 2, следует даже уменьшение экранирующего эффекта при увеличении s_r от 0,1 до 0,15 м). Зазор между горизонтальной стенкой кожуха и обмоткой Δ_r влияет на расстояние между центрами распределения вторичных магнитных зарядов, не меняя их суммарного значения. Так, при изменении Δ_r от 0,15 до 0,25 м расстояние между верхней и нижней горизонтальными стенками кожуха, несущими разноименные магнитные заряды, увеличивается на 27%, а экранирующий эффект — соответственно на 25—27%. Увеличение толщины вертикальной стенки кожуха s_b (от 0,075 до 0,1 м) и зазора Δ_b , отделяющего ее от обмотки (от 0,125 до 0,2 м), влечет за собой увеличение суммарного магнитного заряда в той мере, в какой изменяется площадь сечения вертикальной стенки кожуха горизонтальной координатной плоскостью (соответственно на 33 и на 12%). Численные расчеты показывают увеличение экранирующего эффекта на расстоянии 1,625 и 3,25 м от вертикальной оси симметрии — соответственно на 53—67% при возрастании s_b и на 19—25% при возрастании Δ_b (табл. 2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 466631 [СССР]. Индуктивный накопитель энергии со сверхпроводящей обмоткой/ Меерович Э. А. Оpubл. в Б. И., 1975, № 13.
2. Меерович Э. А., Васильев К. М. Исследование магнитной системы индуктивного накопителя энергии с ферромагнитным кожухом при учете насыщения. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 3, с. 140—149.
3. Brechna H., Green M. A. Pulsed superconducting magnets. — Proc. App. Supercond. Conf. Annapolis, Md., 1972, p. 226—238.
4. Пат. № 3665351 [США]. Superconductive magnets/Donaldson G. W., Graham Ch. D., Hart H. R.
5. The use of iron in superconducting magnets for MHD: 13th Symp. Eng. Aspects Magnetohydrodyn/Hatch A. M., Zar J., Martson P. G., Nolan J. J. Stanford, 1973.
6. Брехна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976.
7. Займовский А. С., Чудновская Л. А. Магнитные материалы. М.: Наука, 1957.
8. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1956.
9. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Метод расчета вихревых магнитных полей с помощью скалярного магнитного потенциала. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 4.

[21.11.1977]

где

$$u_2 = C \sum_{k=0}^{\infty} a_k P_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha) \cos k\beta. \quad (10)$$

В соответствии с методом Кадена при определении поля вне тора тор следует рассматривать как идеально проводящий. Поэтому граничным условием на этом этапе решения будет $B_{\alpha} = 0$ при $\alpha = \alpha_0$, т. е.

$$\theta_e = ru_e = \text{const при } \alpha = \alpha_0. \quad (11)$$

Обозначая постоянную через $\frac{\Phi_0}{2\pi}$, можем, следовательно, написать:

$$[u_0 + u_2]_{\alpha=\alpha_0} = \frac{\Phi_0}{2\pi p_0} = \frac{\Phi_0}{\pi \sqrt{2} \operatorname{sh} \alpha_0} (\alpha_0, \beta)^{1/2},$$

где p_0 — значение p при $\alpha = \alpha_0$, а Φ_0 представляет собой, очевидно, полный магнитный поток, сцепленный с тором.

Подставляя сюда вместо u_0 и u_2 их выражения (9) и (10), а вместо $(\alpha_0, \beta)^{1/2}$ (ряд П2-3) из приложения 2, найдем:

$$a_0 = q_0 (1 - F), \quad a_k = 2q_k \left(1 + \frac{F}{4k^2 - 1} \right), \quad (12)$$

где

$$F = \frac{2F_0}{\pi^2 C} = \frac{\Phi_0}{\pi c^2 B_0} \quad (13)$$

и

$$q_k = \frac{Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}{P_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}.$$

Постоянная F , зависящая от индуктированного в торе тока, остается пока неопределенной. Способ ее определения будет указан ниже.

Составляющие магнитной индукции B_e в любой точке вне тора могут быть найдены по формулам (4). Для дальнейшего необходимо значение составляющей $B_{e\beta}$ на поверхности тора (при $\alpha = \alpha_0$).

Так как

$$B_{e\beta} = -\frac{1}{h_\varphi h_\alpha} \frac{\partial \theta_e}{\partial \alpha} = -\frac{p}{h_\varphi h_\alpha} \left[\frac{\partial u_e}{\partial \alpha} - ru_e \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{r} \right) \right]$$

и в соответствии с формулой (П2-3) из приложения 2

$$\frac{1}{p} = \frac{\sqrt{2}(\alpha, \beta)^{1/2}}{\operatorname{sh} \alpha} = -\frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} g_k(\alpha) \cos k\beta, \quad (14)$$

а, кроме того, на поверхности тора $ru_e = \frac{\Phi_0}{2\pi}$, то при $\alpha = \alpha_0$ имеем:

$$B_{e\beta}^0 = -C \frac{(\alpha_0, \beta)^{3/2}}{\sqrt{2} c^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_{k=0}^{\infty} [a_k P_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha) - f_k(\alpha) + F g_k(\alpha)]_{\alpha=\alpha_0} \cos k\beta.$$

Подставив сюда значения постоянных a_k и функций $f_k(\alpha)$ и $g_k(\alpha)$, выполнив дифференциро-

вание по α и приняв во внимание соотношения

$$P_{\nu}^1(z) Q_{\nu}^1(z) - Q_{\nu}^1(z) P_{\nu}^1(z) = \frac{\nu(\nu+1)}{z^2-1},$$

после некоторых преобразований найдем

$$B_{e\beta}^0 = \frac{C (\alpha_0, \beta)^{3/2}}{4 \sqrt{2} c^2 \operatorname{sh} \alpha_0} \sum_{k=0}^{\infty} b_k \cos k\beta, \quad (15)$$

где

$$b_0 = -\frac{1-F}{P_{-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}, \quad b_k = 2 \frac{4k^2 - (1-F)}{P_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}. \quad (16)$$

Эта формула и будет исходной при определении поля внутри тора.

Поле внутри тора. В соответствии с общей идеей метода Кадена на втором этапе решения задачи поле вне тора, определенное в предположении бесконечной проводимости оболочки, рассматривается как проникающее извне внутрь сквозь оболочку с большой, но конечной проводимостью. Если глубина проникновения электромагнитной волны в стенке экрана δ меньше ее толщины Δ , то между тангенциальной составляющей B_{et}^0 магнитной индукции на внешней поверхности экрана и тангенциальной составляющей E_{it}^0 напряженности электрического поля на его внутренней поверхности существует приближенное соотношение [Л. 3]:

$$E_{it}^0 = \frac{2k}{\mu_0 \gamma} B_{et}^0 e^{-k\Delta}, \quad (17)$$

где $k = \sqrt{j\omega\mu\gamma}$; ω — угловая частота изменения поля; $\mu = \mu_0$; γ — абсолютная магнитная проницаемость и удельная проводимость материала экрана¹.

В рассматриваемой нами задаче $B_{et}^0 = B_{e\beta}^0$, а E_{it}^0 представляет собой взятую с обратным знаком азимутальную составляющую $E_{i\varphi}$ вектора E_i , связанную с одноименной составляющей $A_{i\varphi}^0$ векторного потенциала на внутренней границе экрана зависимостью $E_{i\varphi}^0 = -j\omega A_{i\varphi}^0$. Таким образом,

$$A_{i\varphi}^0 = \frac{2k}{j\omega\mu_0\gamma} B_{e\beta}^0 e^{-k\Delta} = D B_{e\beta}^0, \quad (18)$$

где

$$D = \frac{2}{k} e^{-k\Delta}. \quad (19)$$

Формула (18) и представляет собой граничное условие, которому должно удовлетворять магнитное поле в области I внутри тора.

Представим функцию потока $\theta_i = h_\varphi A_{i\varphi}$ в этой области в виде произведения $\theta_i = C r u_i$, причем в соответствии со сказанным в приложении 1 будем искать u_i в виде ряда

$$u_i = \sum_{k=0}^{\infty} c_k Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha) \cos k\beta. \quad (20)$$

¹ Специальное исследование показывает, что формула (17) может быть использована и при несоблюдении условия $\delta < \Delta$, вплоть до значений $\delta = 1.5\Delta$.

При этом на внутренней поверхности тора (при $\alpha = \alpha_0$) должно быть:

$$\dot{\theta}_i = h_{\varphi} \dot{A}_{\varphi i} = h_{\varphi} DB_{\varphi}^0 = C p_0 u_i.$$

Подставляя вместо h_{φ} и B_{φ}^0 их выражения (2) и (15), получим:

$$\dot{u}_i|_{\alpha=\alpha_0} = \frac{D}{4c \operatorname{sh} \alpha_0} (\operatorname{ch} \alpha_0 - \cos \beta) \sum_{k=0}^{\infty} b_k \cos k\beta. \quad (21)$$

Группируя члены по косинусам кратных углов, будем иметь:

$$(\operatorname{ch} \alpha_0 - \cos \beta) \sum_{k=0}^{\infty} b_k \cos k\beta = \left(b_0 \operatorname{ch} \alpha_0 - \frac{b_1}{2}\right) + \\ + \left(b_1 \operatorname{ch} \alpha_0 - b_0 - \frac{b_2}{2}\right) \cos \beta + \dots$$

Приравнявая коэффициенты при $\cos k\beta$ по обе стороны равенства (21), найдем коэффициенты c_k и запишем $\dot{\theta}_i$ в виде

$$\dot{\theta}_i = N p \dot{v}, \quad (22)$$

где

$$N = \frac{CD}{4c \operatorname{sh} \alpha_0} = \frac{DRB_0}{2\pi}; \quad (23)$$

$$\dot{v} = \sum_{k=0}^{\infty} d_k \frac{Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha)}{Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)} \cos k\beta; \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= b_0 \operatorname{ch} \alpha_0 - \frac{b_1}{2}, \\ d_1 &= b_1 \operatorname{ch} \alpha_0 - b_0 - \frac{b_2}{2}, \\ d_k &= b_k \operatorname{ch} \alpha_0 - \frac{b_{k-1} + b_{k+2}}{2}, \quad (k \geq 2). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Составляющие магнитной индукции внутри тора определяются через $\dot{\theta}_i$ по формулам (4).

Для полного решения задачи остается еще определить постоянную F , входящую в формулы (16) для b_0 и b_k .

Определение постоянной F . Постоянная F , определяемая формулой (13), пропорциональна потоку Φ_0 , сцепляющемуся с тором, и зависит от тока, проходящего по тору в азимутальном направлении.

Если рассматривать тор как короткозамкнутое кольцо с равным нулю сопротивлением, то полный поток Φ_0 , сцепляющийся с тором, равен нулю, а следовательно, равна нулю и постоянная F .

Другой предельный случай представляет тор с весьма узким разрезом по диаметральной плоскости². Постоянная F может быть в этом случае найдена из условия равенства нулю суммарного то-

ка или, что то же, циркуляции вектора \mathbf{H} по любому контуру, сцепляющемуся с тором. Выбрав за контур интегрирования окружность $\alpha = \alpha_0$, можем написать:

$$i = \oint H_i dl = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{B_{\varphi}^0}{\mu_0} h_{\varphi} d\beta, \quad (26)$$

и подставляя сюда B_{φ}^0 и h_{φ} из (15) и (2), перемножив полученные ряды и выполнив почленное интегрирование с учетом ортогональности функций $\cos k\beta$ на промежутке $(-\pi, +\pi)$, получим:

$$i = \frac{C}{\mu_0 c} \left[b_0 g_0(\alpha_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} b_k g_k(\alpha_0) \right]. \quad (27)$$

Приравнявая ток i нулю, найдем значение постоянной F для тора с разрезом:

$$F = \frac{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k}{1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k}{4k^2 - 1}}, \quad (28)$$

где

$$\xi_k = 2 \frac{Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}{Q_{-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)} \frac{P_{-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}{P_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)}. \quad (29)$$

Нетрудно видеть, что постоянная F представляет собой отношение магнитного потока Φ_0 , сцепляющегося с тором, к потоку $\pi c^2 B_0$, сцепляющемуся с круговым контуром радиуса c в отсутствие тора. Поэтому очевидно, что $F \rightarrow 1$ при $R \rightarrow 0$. На рис. 2 построена кривая зависимости F от $R/h = 1/\operatorname{ch} \alpha_0$.

Коэффициент экранирования. Магнитное поле внутри тора, очевидно, неоднородно. Поэтому понятие о коэффициенте экранирования как об отношении значений магнитной индукции при наличии и при отсутствии экрана в данном случае применимо лишь по отношению к определенной составляющей индукции в определенной точке экранируемой области. Составляющие B_{α} и B_{β} определяются при этом по формулам (4), а функция потока $\dot{\theta}_i$ — по формуле (22).

Пусть, например, точка наблюдения взята на осевой линии тора (линии $z=0$, $r=c$), где сходятся все линии $\beta = \text{const}$ и где координата $\alpha \rightarrow \infty$. В этой точке магнитная индукция перпендикулярна плоскости $z=0$ и на линии $\beta = \pi/2$ имеет только одну составляющую B_{α} , определяемую первой из формул (4). Используя асимптотические представления функций $Q_{k-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha)$ при больших значениях аргумента [Л. 2 и 4], можно показать, что при $\alpha \rightarrow \infty$ в выражении для B_{α} будут отличны от нуля только члены с коэффициентами α_0 и α_1 , и для коэффициента экранирования $k_0 = B_{\alpha}/B_0$ на оси тора мы получим:

$$k_0 = \frac{\pi}{8} \frac{N}{c^2 B_0} \left[\frac{d_0}{Q_{-1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)} + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{d_1}{Q_{1/2}^1(\operatorname{ch} \alpha_0)} \right]. \quad (30)$$

² При наличии такого разреза приведенное выше решение задачи, очевидно, не учитывает локальных искажений поля в непосредственной близости от разреза. Вносимая этим погрешность тем меньше, чем больше радиус тора h по сравнению с радиусом его сечения R .

С другой стороны, легко показать, что для уединенного цилиндрического экрана радиуса R коэффициент экранирования k_{30} выражается формулой

$$k_{30} = 2 \frac{D}{R}. \quad (31)$$

Поэтому отношение $\eta_0 = k_3/k_{30}$, характеризующее влияние кривизны осевой линии оболочки на ее экранирующую способность,

$$\eta_0 = \frac{1}{32} \frac{R^2}{c^2} \left[\frac{d_0}{Q_{-1/2}(\text{ch } \alpha_0)} + \frac{3}{2} \frac{d_1}{Q_{1/2}(\text{ch } \alpha_0)} \right]. \quad (32)$$

На рис. 3 построены рассчитанные по этой формуле зависимости коэффициента η от отношения R/h . Кривая 1 относится к короткозамкнутому экрану ($F=0$), а кривая 2 — к разомкнутому экрану ($F \neq 0$).

Значения коэффициента экранирования в точках, не лежащих на осевой линии тора, могут в большей или меньшей степени отличаться от (30). Если, однако, определить коэффициент экранирования как отношение всего магнитного потока, проходящего через экранируемую область (т. е. сквозь кольцо с радиусами $r_1 = h - R$ и $r_2 = h + R$, лежащее в плоскости $z=0$) к магнитному потоку $\pi(r_2^2 - r_1^2) B_0 = 4\pi h R B_0$ сквозь то же кольцо при отсутствии экрана, то эта величина будет уже однозначной усредненной характеристикой экранирующей способности тора в целом. Для коэффициента экранирования \bar{k}_3 , определенного таким образом, имеем:

$$\bar{k}_3 = \frac{2\pi (\dot{\theta}_{i2} - \dot{\theta}_{i1})}{4\pi h R B_0},$$

где $\dot{\theta}_{i2}$ и $\dot{\theta}_{i1}$ — значения функции $\dot{\theta}_i = C p \dot{u}_i$ в точках ($\alpha = \alpha_0$, $\beta = 0$) и ($\alpha = \alpha_0$, $\beta = \pi$). Используя формулу (21) и относя \bar{k}_3 к k_{30} из формулы (31), получим:

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{k}_3}{k_{30}} = \frac{\text{th } \alpha_0}{8\pi \sqrt{2}} \left[\sqrt{\text{ch } \alpha_0 - 1} \sum_{k=0}^{\infty} b_k - \sqrt{\text{ch } \alpha_0 + 1} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k b_k \right]. \quad (33)$$

Соответствующие кривые построены на рис. 3 для короткозамкнутого (3) и разомкнутого (4) экранов.

Рассмотрение кривых рис. 3 позволяет сделать ряд выводов, касающихся относительной эффективности тороидальных электромагнитных экранов.

1. Коэффициент экранирования тороидального экрана может заметно (на 30% и более) отличаться от коэффициента экранирования соответствующего цилиндрического экрана.

2. Коэффициент экранирования разомкнутого тороидального экрана выше (а его экранирующая способность ниже), чем у соответствующего цилиндрического экрана (кривые 2 и 4). Таким образом, кривизна оси приводит к некоторому (хотя и небольшому) уменьшению эффективности экранирования.

3. Экранирующая способность короткозамкнутого тороидального экрана, как и следовало ожидать, выше, чем у соответствующих разомкнутых экранов (цилиндрического и тороидального).

4. При $R/h \leq 0,5$, т. е. в большинстве случаев, представляющих практический интерес, средний коэффициент экранирования лишь незначительно отличается от коэффициента экранирования, определенного для точек осевой линии экрана. В подобных случаях при оценке эффективности экранирования можно с одинаковым правом пользоваться формулами (32) или (33).

Приложение 1. При наличии осевой симметрии уравнение $\text{rot rot } \mathbf{A} = 0$, которому удовлетворяет векторный потенциал в области, свободной от токов, в системе тороидальных координат α , β , φ имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{h_\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{h_\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right) = 0, \quad (\text{П1-1})$$

где коэффициент Ламе $h_\varphi = r$ определяется формулой (2).

Уравнение (П1-1) не допускает непосредственного разделения переменных. Однако, если ввести новую переменную u , связанную с θ зависимостью

$$\theta = pu,$$

где

$$p = \frac{\text{sh } \alpha}{\sqrt{2} (\alpha, \beta)^{1/2}},$$

то для u получим уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + \text{cth } \alpha \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\text{sh}^2 \alpha} \right) u = 0,$$

уже допускающее разделение переменных. Полагая $u = A(\alpha)B(\beta)$, после обычных в таких случаях преобразований придем к двум уравнениям:

$$B'' + k^2 B = 0,$$

$$A'' + \text{cth } \alpha A' - \left(k^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{\text{sh}^2 \alpha} \right) A = 0,$$

первое из которых имеет решения $\cos k\beta$ и $\sin k\beta$, а второе (уравнение Лежандра) — присоединенные функции Лежандра первого и второго рода $P_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$ и $Q_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$. Так как функции $Q_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$ при $\alpha \rightarrow 0$ и функции $P_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$ при $\alpha \rightarrow \infty$ принимают бесконечно большие значения, то в рассматриваемой нами задаче для области 1 внутри тора ($\alpha \geq \alpha_0$) следует исключить из решения функции $P_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$, а для области 2 вне тора ($\alpha \leq \alpha_0$) — функции $Q_{k-1/2}^1(\text{ch } \alpha)$. Кроме того, в обеих областях в силу симметрии поля относительно плоскости $z=0$ решения должны быть четными функциями β , т. е. не должны содержать $\sin k\beta$. Таким образом, подходящими решениями для областей 1 и 2 будут

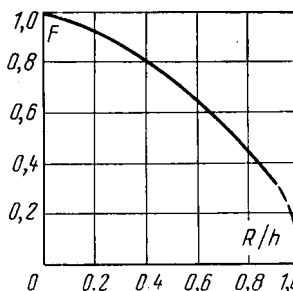


Рис. 2. Зависимость постоянной F от отношения R/h для разомкнутого тороидального экрана.

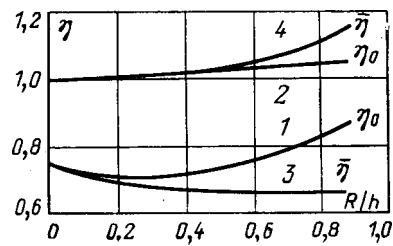


Рис. 3. Зависимость относительного коэффициента экранирования от отношения R/h для замкнутого (1 и 3) и разомкнутого (2 и 4) экранов.

соответственно выражения вида

$$u_k = Q^1_{k-1/2} (\operatorname{ch} \alpha) \cos k\beta;$$

$$u_k = P^1_{k-1/2} (\operatorname{ch} \alpha) \cos k\beta.$$

Приложение 2. Как известно [Л. 4], для $(\alpha, \beta)^{-1/2}$ справедливо следующее разложение в ряд Фурье по переменной β :

$$(\alpha, \beta)^{-1/2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[Q_{-1/2} (\operatorname{ch} \alpha) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} Q_{k-1/2} (\operatorname{ch} \alpha) \cos k\beta \right]. \quad (\text{П2-1})$$

Используя это разложение и зависимости

$$zQ_{-1/2}(z) - Q_{-1/2}(z) = 2(1 - z^2) Q'_{-1/2}(z);$$

$$2zQ_{k-1/2}(z) - Q_{k-1/2-1}(z) - Q_{k-1/2+1}(z) = \frac{4(z^2-1)}{4k^2-1} Q'_{k-1/2}(z),$$

где $Q'_v(z) = \frac{d}{dz} Q_v(z)$, можно получить соответствующие

представления и для величин $(\alpha, \beta)^{-3/2}$ и $(\alpha, \beta)^{1/2}$:

$$(\alpha, \beta)^{-3/2} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi \operatorname{sh} \alpha} \sum_{k=0}^{\infty} f_k(\alpha) \cos k\beta; \quad (\text{П2-2})$$

$$(\alpha, \beta)^{1/2} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \operatorname{sh} \alpha \sum_{k=0}^{\infty} g_k(\alpha) \cos k\beta, \quad (\text{П2-3})$$

где

$$f_0(\alpha) = g_0(\alpha) = Q^1_{-1/2} (\operatorname{ch} \alpha); \quad (\text{П2-4})$$

$$f_k(\alpha) = -(4k^2 - 1) g_k(\alpha) = 2Q^1_{k-1/2} (\operatorname{ch} \alpha), \quad k > 0. \quad (\text{П2-5})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaden H. Die elektromagnetische Schirmwirkung dünnwandiger, gestreckter Rotationsellipsoide bei hohen Frequenz.— Frequenz, 1969, Bd 23, No. 5, S. 159—164.
2. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. М.: ГИИТЛ, 1953.
3. Kaden H. Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik. Springer-Verlag, 1959.
4. Бейтмен Г., Эрдейн А. Внешние трансцендентные функции. Т. 1. М.: Наука, 1965.

[12.9.1977]

УДК 537.212.001.24

Расчет стационарного электрического поля методом интегральных уравнений

Канд. техн. наук ВИШНЕВСКИЙ А. М.

Ленинград

Метод интегральных уравнений является одним из наиболее эффективных методов решения многих важных прикладных задач, связанных с расчетом электрического, магнитного и электромагнитного полей [Л. 1—4]. Достоинства этого метода (в частности, универсальность, экономичность) становятся все более очевидными в связи с широким внедрением ЦВМ в практику инженерных расчетов. В последнее время в литературе [Л. 5 и 6] достаточно подробно рассматривались вопросы построения и особенности численного решения интегральных уравнений в приложении к расчету электростатических полей. Что же касается расчета стационарного электрического поля, то применительно к решению задач этого класса метод интегральных уравнений еще не получил такого систематического развития, хотя он с успехом и применялся для решения ряда частных задач [Л. 7].

Необходимость расчета стационарного электрического поля, создаваемого гальваническим взаимодействием разнородных металлов, возникает при решении различных задач, среди которых следует, в первую очередь, выделить исследование процессов контактной коррозии, проектирование систем протекторной и катодной защиты металлов, защиту подземных и подводных сооружений, находящихся в поле блуждающих токов [Л. 8].

Перейдем к формулировке задачи. Рассмотрим систему из разнородных металлических электродов,

находящихся в среде с удельной электропроводностью γ и соединенных между собой по внутренней цепи накоротко. Обозначим через S граничную поверхность, образованную поверхностями электродов (S_n , S_s) и изолированных участков (S_{in}). В дальнейшем для определенности будем рассматривать внешние задачи, наиболее характерные для исследования поля в практически безграничных естественных средах. Как известно [Л. 8], в линейной постановке потенциал электрического поля такой системы во внешней области удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta U = 0 \quad (1)$$

и смешанным граничным условиям:

$$U(q) - k(q) \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} = C(q); \quad q \in S_n, S_s; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U(q)}{\partial N_q} = 0; \quad q \in S_{in}, \quad (3)$$

где $C(q)$ — эффективный потенциал; N_q — внешняя нормаль к S в точке q ; $k(q) = \frac{b(q)\gamma}{a}$ — безразмерный

параметр ($k=0$ при $q \in S_s$); $b(q)$ — удельная поляризуемость металла¹ [Л. 9]; a — характерный линейный размер системы.

¹ Или удельное переходное сопротивление металла под слоем покрытия [Л. 9].

Связь безразмерных величин с размерными тока определяется равенствами:

$$\begin{aligned} U &= \frac{u}{u_0}; \quad X = \frac{x}{a}; \quad Y = \frac{y}{a}; \\ Z &= \frac{z}{a}; \quad R = \frac{r}{a}, \end{aligned} \quad (4)$$

где u_0 — масштаб потенциала.

Особенность формулировки задач расчета гальванических систем [Л. 9] связана с тем, что

$$C(q) = U_m - \Delta\varphi(q), \quad (5)$$

где $\Delta\varphi(q)$ — разность между стационарным потенциалом электрода в точке q и потенциалом «опорного» электрода, а U_m — потенциал металла, который в общем случае неизвестен². При этом доопределяет задачу условие электронейтральности гальванической системы:

$$\int_S \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} dS_q = 0. \quad (6)$$

В результате решения требуется, как правило, найти распределение потенциала или плотность

² Величину $C(q)$ можно считать известной при исследовании электрического поля систем, один из электродов которых имеет бесконечные размеры, а также в тех случаях, когда поле обладает симметрией или же при решении задачи в плоскопараллельном приближении требуется найти лишь распределение тока по поверхности электродов.

$$j_N(q) = -\gamma \frac{\partial U(q)}{\partial N} \quad (7)$$

непосредственно на поверхности электродов.

Сведение граничной задачи (1) — (3) к эквивалентным интегральным уравнениям производится на основе использования интегральных формул, устанавливающих связь потенциала и его нормальной производной в некоторой фиксированной точке t границы S^* со значениями плотности простого или двойного слоев [соответственно $\sigma(q)$ и $\tau(q)$] или с потенциалом и его нормальной производной в текущей точке q той же границы. Основные из этих формул приведены в табл. 1, где $P(t, q)$ — фундаментальное решение уравнения Лапласа, G_1, G_2, G_3 — функции Грина 1, 2 и 3-го рода³ [Л. 10]. Выражения для функций $P(t, q)$, входящих в формулы табл. 1, при трехмерном, осесимметричном и плоскопараллельном распределении потенциала даны в табл. 2, где X_q, Y_q, Z_q, R_q и X_t, Y_t, Z_t, R_t — координаты текущей и фиксированной точек границы S соответственно; $K(a)$ — полный эллиптический интервал 1-го рода с модулем a .

Практическое построение интегральных уравнений производится путем подстановки интегральных

* При осесимметричном распределении потенциала S представляет собой поверхность вращения (при этом $dS = R dL$, где L — образующая), а при плоскопараллельном распределении — контур.

³ Функция Грина G_3 соответствует фиксированному значению параметра $k = \text{const}$.

Таблица 1

Исходные интегральные соотношения		Выражения для потенциала и его нормальной производной	
		$U(t)$	$\frac{\partial U(t)}{\partial N_t}$
Выражения потенциала и его производной через потенциалы эквивалентных слоев	Простой слой	$\int_S \sigma(q) P(t, q) dS_q$	$-\frac{\sigma(t)}{2} + \int_S \sigma(q) \frac{\partial}{\partial N_t} P(t, q) dS_q$
	Двойной слой	$\frac{\tau(t)}{2} + \int_S \tau(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q$	$\frac{\partial}{\partial N} \int_S \tau(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q$
Выражения потенциала и его производной через функции Грина	G_1	—	$\frac{\partial}{\partial N_t} \int_S U(q) \frac{\partial}{\partial N_q} G_1(t, q) dS_q$
	G_2	$-\int_S \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} G_2(t, q) dS_q$	—
	G_3	$\frac{1}{k} \int_S C(q) G_3(t, q) dS_q$	—
Формула Грина		$2 \int_S U(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q -$ $- 2 \int_S \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} P(t, q) dS_q$	—

Таблица 2

Распределение потенциала	Выражения для функций $P(t, q)$
Трехмерное	$\frac{1}{4\pi V(X_q - X_t)^2 + (Y_q - Y_t)^2 + (Z_q - Z_t)^2}$
Осесимметричное	$\frac{1}{\pi V(R_q + R_t)^2 + (Z_q - Z_t)^2} \times$ $\times K\left(2 \sqrt{\frac{R_q R_t}{(R_q + R_t)^2 + (Z_q - Z_t)^2}}\right)$
Плоскопараллельное	$\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{V(X_q - X_t)^2 + (Y_q - Y_t)^2}$

соотношений, приведенных в табл. 1, в заданные граничные условия задачи, либо, наоборот, путем подстановки этих условий в указанные интегральные соотношения.

Полученные таким образом интегральные уравнения сведены в табл. 3, где через $S_{\Pi 2}$ обозначена та часть поверхности S_{Π} , на которой $k=k_2=\text{const}$, а $S_{\Pi 1}$ — часть S_{Π} , не включающая $S_{\Pi 2}$, т. е. $S_{\Pi} = S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}$. Второе из уравнений в каждой из строк табл. 3 соответствует условию электронейтральности гальванической системы⁴ (6). Исключение составляет лишь случай применения потенциала двойного слоя, когда правая часть $C(q)$ в граничных условиях (2) должна быть определена полностью⁵. При построении интегрального уравнения относительно плотности потенциала двойного слоя $\tau(q)$ на решение наложено дополнительное условие

$$\int_S \tau(q) dS_q = 0,$$

и в левую часть уравнения в соответствии с [Л. 4] добавлено слагаемое вида

$$\frac{1}{|S|} \int_S \tau(q) dS_q,$$

где

$$|S| = \int_S dS,$$

обеспечивающее единственность решения уравнения и минимизирующее норму интегрального оператора.

Поскольку граничное условие (3) формально следует из (2) при $k \rightarrow \infty$, интегральные уравнения на изолированных участках границы ($t \in S_{\Pi}$) получают предельным переходом при $k(t) \rightarrow \infty$.

После решения интегральных уравнений потенциал и его нормальная производная определяются с помощью интегральных формул, приведенных

в табл. 1, либо непосредственно из граничных условий (2). При использовании функции Грина 3-го рода для определения потенциала в любой точке t границы S справедливы равенства:

$$U(t) = \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}} U(q) \frac{k(q) - k_2}{k(q)} G_3(t, q) dS_q +$$

$$+ \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}} \frac{C(q)}{k(q)} G_3(t, q) dS_q$$

при $k(q) \neq 0$ и

$$U(t) = \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} [k(q) - k_2] G_3(t, q) dS_q +$$

$$+ \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 2}} C(q) G_3(t, q) dS_q$$

при $k(q) \neq \infty$.

Выбор при практических расчетах того или иного из уравнений, приведенных в табл. 3, определяется, прежде всего, ограничениями, накладываемыми на значения параметра k в пределах граничной поверхности, а также из условия наибольшей простоты численных расчетов.

Как видно из табл. 3, использование функций Грина приводит к интегральным уравнениям, которые в отличие от остальных приведенных уравнений содержат интегралы лишь по части граничной поверхности, что позволяет упростить численную реализацию рассматриваемого метода, особенно для систем с бесконечно протяженной границей. Поэтому применение интегральных уравнений, построенных с использованием функции Грина G_1 целесообразно в тех случаях, когда большая часть границы занята эквипотенциальными электродами, G_2 — при наличии на границе протяженных изоляционных участков и G_3 — в тех случаях, когда на большей части границы $k=\text{const}$. При этом, естественно, должно быть известно выражение соответствующей функции Грина в форме, удобной для выполнения численных расчетов.

Приведенные в табл. 3 интегральные уравнения являются уравнениями 2- или 3-го рода [Л. 11] со слабой особенностью⁶ [Л. 12]. Их численное решение производится обычно путем сведения к системе линейных алгебраических уравнений. Последнее может быть выполнено несколькими способами.

Первый из них применим к любому из уравнений табл. 3 и основан на разбиении границы S на m участков S_i ($i=1, 2, \dots, m$), в пределах каждого из которых вид искомой функции считается известным. При этом все интегралы заменяются суммами интегралов по отдельным участкам S_i (их обычно вычисляют аналитически), а интегральное уравнение — системой алгебраических уравнений относительно параметров, характеризующих принятое распределение искомой функции. Каждое из

⁴ Указанное уравнение используется лишь в тех случаях, когда U_m в (5) неизвестно.

⁵ Это связано со скоростью убывания потенциала двойного слоя с расстоянием.

⁶ Лишь в уравнениях, полученных с использованием потенциала двойного слоя и функции Грина 1-го рода, внешние операции дифференцирования по нормали в фиксированной точке под знаком интеграла приводят к ядру с неинтегрируемой особенностью.

Использованные интегральные соотношения	Ограничения на параметр k	Интегральные уравнения
Выражения потенциала и его производной через потенциалы эквивалентных слоев	Простой слой	$\begin{cases} k(t) \sigma(t) + 2 \int_S \sigma(q) \left[P(t, q) - k(t) \frac{\partial}{\partial N_t} P(t, q) \right] dS_q = 2C(t) \\ \int_S \sigma(q) dS_q = 0 \end{cases}$
	Двойной слой	$\tau(t) + 2 \int_S \tau_1(q) \left[\frac{\partial}{\partial N_q} P_1(t, q) + \frac{1}{2 S } \right] dS_q - 2k(t) \frac{\partial}{\partial N_t} \int_S \tau(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q = 2C(t)$
Выражения потенциала и его производной через функции Грина	G_1	$\begin{aligned} U(t) - k(t) \frac{\partial}{\partial N_t} \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} U(q) \frac{\partial}{\partial N_q} G_1(t, q) dS_q &= C(t) - \\ &- k(t) \frac{\partial}{\partial N_t} \int_{S_{\Sigma}} C(q) \frac{\partial}{\partial N_q} G_1(t, q) dS_q \\ \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} U(q) F(q) dS_q &= - \int_{S_{\Sigma}} C(q) F(q) dS_q, \quad F(q) = \frac{\partial}{\partial N_q} \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} \frac{\partial}{\partial N_t} G_1(t, q) dS_q \end{aligned}$
	G_2	$\begin{aligned} k(t) \frac{\partial U(t)}{\partial N_t} + \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} G_2(t, q) dS_q &= -C(t) \\ \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} dS_q &= 0 \end{aligned}$
	G_3	$\begin{cases} U(t) - \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Sigma}} U(q) \frac{k(q) - k_2}{k(q)} G_3(t, q) dS_q = \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}} \frac{C(q)}{k(q)} G_3(t, q) dS_q \\ \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Sigma}} \frac{U(q)}{k(q)} \left[1 + \frac{k(q) - k_2}{k^2} \Phi(q) \right] dS_q = \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Pi 2}} \frac{C(q)}{k(q)} \left[1 - \frac{\Phi(q)}{k_2} \right] dS_q, \\ \Phi(q) = \int_{S_{\Pi 2}} G_3(t, q) dS_q \end{cases}$
		$\begin{cases} k(t) \frac{\partial U(t)}{\partial N_t} - \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 1} + S_{\Sigma}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} [k(q) - k_2] G_3(t, q) dS_q = -C(t) + \frac{1}{k_2} \int_S C(q) G_3(t, q) dS_q \\ \int_{S_{\Pi} + S_{\Sigma}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} \left[1 + \frac{k(q) - k_2}{k^2} \Phi(q) \right] dS_q = \frac{1}{k_2} \int_{S_{\Pi 2}} C(q) \left[1 - \frac{\Phi(q)}{k_2} \right] dS_q, \\ \Phi(q) = \int_{S_{\Pi 2}} G_3(t, q) dS_q \end{cases}$
	$k \neq 0$	
Формулы Грина	$k \neq 0$	$\begin{aligned} U(t) + 2 \int_{S_{\Pi}} \frac{U(q)}{k(q)} P(t, q) dS_q - 2 \int_S U(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q &= 2 \int_{S_{\Pi}} \frac{C(q)}{k(q)} P(t, q) dS_q \\ \int_{S_{\Pi}} \frac{U(q)}{k(q)} dS_q &= \int_S \frac{C(q)}{k(q)} dS_q \end{aligned}$
	$k \neq \infty$	$\begin{aligned} k(t) \frac{\partial U(t)}{\partial N_t} + 2 \int_S \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} P_1(t, q) dS_q - 2 \int_{S_{\Pi}} \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q &= \\ = -C(t) + 2 \int_S C(q) \frac{\partial}{\partial N_q} P(t, q) dS_q \\ \int_S \frac{\partial U(q)}{\partial N_q} dS_q &= 0 \end{aligned}$

этих уравнений чаще всего записывается для геометрического центра участка S_i .

Второй способ, применяемый к уравнениям со слабой особенностью, связан с предварительным преобразованием их таким образом, чтобы подынтегральные выражения не содержали особенности⁷. После этого интегралы заменяются конечными суммами по одной из известных квадратурных формул, а сами уравнения — системами алгебраических уравнений относительно значений искомой функции в узлах принятой численной квадратуры. При этом для повышения точности решения желательно использовать квадратурные формулы возможно более высокого порядка точности.

Третий способ, реже используемый на практике в связи с громоздкостью вычислений, связан с применением проекционных методов Галеркина и наименьших квадратов [Л. 13]. Одним из достоинств этой группы методов является то обстоятельство, что быстрота их сходимости (в отличие, например, от метода механических квадратур) определяется лишь свойствами точного решения, но не свойствами ядер интегральных уравнений, которые в рассматриваемых задачах не являются гладкими.

Решение полученной системы линейных алгебраических уравнений, аппроксимирующей исходную систему интегральных уравнений, производится либо одним из прямых методов, либо итерационным методом последовательных приближений [Л. 14]. Последний метод весьма экономичен с точки зрения машинной реализации, и его часто рассматривают в качестве самостоятельного метода решения интегрального уравнения [Л. 3]. Основная трудность в реализации этого метода связана с необходимостью выяснения условий сходимости последовательных приближений, которая зависит как от параметра k в граничных условиях (2), так и от геометрии границы S .

Для применения метода последовательных приближений при учете условия электронейтральности (6) целесообразно предварительно преобразовать систему из двух интегральных уравнений к одному уравнению. Указанную операцию, например, при использовании потенциала простого слоя можно выполнить, если $k(t) \neq 0$. В этом случае несложные преобразования [Л. 3] приводят к интегральному уравнению вида

$$\sigma(t) + 2 \int_S \sigma(q) \left[\frac{1}{k(t)} P(t, q) - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial n_t} P(t, q) - \frac{D(q)}{Ak(t)} \right] dS_q = \frac{2B}{Ak(t)} - \frac{2\Delta\varphi(t)}{k(t)},$$

где

$$A = \int_S \frac{1}{k(t)} dS_i; \quad B = \int_S \frac{\Delta\varphi(t)}{k(t)} dS_i;$$

$$D(q) = \int_S \left[\frac{1}{k(t)} P(t, q) - \frac{\partial}{\partial n_t} P(t, q) \right] dS_t.$$

⁷ Один из способов устранения особенности указан в при-
мере.

В заключение следует отметить, что метод интегральных уравнений естественным образом обобщается и на случай расчета стационарного электрического поля при нелинейных граничных условиях. Однако при этом, естественно, значительно возрастает трудоемкость расчетов в связи с необходимостью численного решения аппроксимирующей системы нелинейных алгебраических уравнений.

Пример. Используя метод интегральных уравнений, произведем расчет распределения потенциала и тока контактной коррозии при гальваническом взаимодействии протяженного полосового электрода, расположенного на плоском участке металлической поверхности [Л. 8]. Граничные условия для потенциала имеют вид:

$$U - k_1 \frac{\partial U}{\partial Y} = 1; \quad Y = 0; \quad |X| \leq 1;$$

$$U - k_2 \frac{\partial U}{\partial Y} = 0; \quad Y = 0; \quad |X| > 1.$$

Примем сначала, что $k_2 = 0$. Тогда поверхность $Y = 0$, $|X| > 1$ становится эквипотенциальной. В этом случае использование функции Грина 1-го рода, как указывалось выше, дает возможность построить интегральное уравнение, содержащее интеграл лишь по поверхности полосового электрода, которое с учетом симметрии рассматриваемой области относительно плоскости $X = 0$ имеет вид:

$$U(X_t) - k_1 \frac{\partial}{\partial Y_t} \int_0^1 U(X_q) \frac{\partial G_1(X_t, X_q)}{\partial Y_q} dX_q \Big|_{Y_t=0}^{Y_t=0} = 1,$$

где

$$G_1(X_t, X_q) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{[(X_q - X_t)^2 + (Y_q + Y_t)^2] \times \dots}{[(X_q - X_t)^2 + (Y_q - Y_t)^2] \times \dots} \rightarrow \frac{\times [(X_q + X_t)^2 + (Y_q + Y_t)^2]}{\times [(X_q + X_t)^2 + (Y_q - Y_t)^2]}.$$

Для численного решения интегрального уравнения разобьем интервал $0 \leq X \leq 1$ на m одинаковых участков, в пределах каждого из которых примем потенциал постоянным. Воспользовавшись тем, что

$$\frac{\partial}{\partial Y_t} \int_{X_1}^{X_2} \frac{\partial G_1(X_t, X_q)}{\partial Y_q} dX_q \Big|_{Y_t=0}^{Y_t=0} = \frac{X_1 - X_2}{\pi} \left[\frac{1}{(X_2 - X_t)(X_1 - X_t)} + \frac{1}{(X_2 + X_t)(X_1 + X_t)} \right],$$

получим аппроксимирующую систему линейных алгебраических уравнений относительно значений потенциала в пределах участка с номером $j(U_j)$:

$$U_j + k_1 \sum_{i=1}^m U_i a_{ji} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

где

$$a_{ji} = \frac{m}{\pi} \left[\frac{1}{0,25 - (i - j)^2} + \frac{1}{0,25 + (i + j - 1)^2} \right].$$

Результаты численных расчетов, выполненных при $m = 96$, представлены на рис. 1.

Рассмотрим теперь случай, когда $k_2 \neq 0$. При этом на большей части граничной поверхности выполняются условия (2), и для расчетов целесообразно использовать интегральное уравнение, построенное с помощью функции Грина 3-го рода [Л. 15] и содержащее интеграл лишь по участку $|X| \leq 1$. Указанное уравнение имеет вид:

$$k_1 \frac{\partial U(X_t)}{\partial Y_t} - \frac{k_1 - k_2}{k_2} \int_0^1 \frac{\partial U(X_q)}{\partial Y_q} G_3(X_t, X_q) dX_q = -1 + \frac{1}{k_2} \int_0^1 G_3(X_t, X_q) dX_q,$$

где

$$G_s(X_t, X_q) = \frac{1}{\pi} \left(\text{ci} \frac{|X_q - X_t|}{k_2} \cos \frac{|X_q - X_t|}{k_2} + \right. \\ \left. + \text{si} \frac{|X_q - X_t|}{k_2} \sin \frac{|X_q - X_t|}{k_2} + \right. \\ \left. + \text{ci} \frac{|X_q + X_t|}{k_2} \cos \frac{|X_q + X_t|}{k_2} + \right. \\ \left. + \text{si} \frac{|X_q + X_t|}{k_2} \sin \frac{|X_q + X_t|}{k_2} \right);$$

si(X), ci(X) — интегральный синус и косинус соответственно.

Для выделения особенностей подынтегральной функции преобразуем уравнение следующим образом:

$$\frac{\partial U(X_t)}{\partial Y_t} \left[k_1 - \frac{k_1 - k_2}{k_2} H(X_t) \right] - \\ - \frac{k_1 - k_2}{k_2} \int_0^1 \left[\frac{\partial U(X_q)}{\partial Y_q} - \frac{\partial U(X_t)}{\partial Y_t} \right] G_s(X_t, X_q) dX_q = \\ = -1 + \frac{1}{k_2} H(X_t),$$

где

$$H(X_t) = \int_0^1 G_s(X_t, X_q) dX_q = \frac{k_2}{\pi} \left(\sin \frac{1 - X_t}{k_2} \text{ci} \frac{1 - X_t}{k_2} - \right. \\ \left. - \cos \frac{1 - X_t}{k_2} \text{si} \frac{1 - X_t}{k_2} + \sin \frac{1 + X_t}{k_2} \text{ci} \frac{1 + X_t}{k_2} - \right. \\ \left. - \cos \frac{1 + X_t}{k_2} \text{si} \frac{1 + X_t}{k_2} \right).$$

Заменив в последнем уравнении интеграл квадратурной формулой Симпсона с числом узлов m , приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений

$$\frac{\partial U_j}{\partial Y} \left[k_1 - (k_1 - k_2) H_j + (k_1 - k_2) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m a_{ji} \right] - \\ - \frac{k_1 - k_2}{k_2} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m \frac{\partial U_i}{\partial Y} a_{ji} = -1 + H_j,$$

где

$$H_j = \frac{1}{\pi} \left[\sin \frac{1 - h(j-1)}{k_2} \text{ci} \frac{1 - h(j-1)}{k_2} - \right. \\ \left. - \cos \frac{1 - h(j-1)}{k_2} \text{si} \frac{1 - h(j-1)}{k_2} + \right. \\ \left. + \sin \frac{1 + h(j-1)}{k_2} \text{ci} \frac{1 + h(j-1)}{k_2} - \right. \\ \left. - \cos \frac{1 + h(j-1)}{k_2} \text{si} \frac{1 + h(j-1)}{k_2} \right];$$

$$a_{ji} = \frac{h}{3} \begin{cases} E_{ji}, & i = 1, 2, \dots, m; \\ 4E_{ji}, & i = 2t, t = 1, 2, \dots, \frac{m-1}{2}; \\ 2E_{ji}, & i = 2t+1, t = 1, 2, \dots, \frac{m-3}{2}; \end{cases} \quad h = \frac{1}{m-1}; \\ E_{ji} = \frac{1}{\pi} \left(\text{ci} \frac{h|i-j|}{k_2} \cos \frac{h|i-j|}{k_2} + \right. \\ \left. + \text{si} \frac{h|i-j|}{k_2} \sin \frac{h|i-j|}{k_2} + \text{ci} \frac{h|i+j-2|}{k_2} \times \right. \\ \left. \times \cos \frac{h|i+j-2|}{k_2} + \text{si} \frac{h|i+j-2|}{k_2} \sin \frac{h|i+j-2|}{k_2} \right).$$

Рис. 1. Распределение потенциала по поверхности полосового электрода.

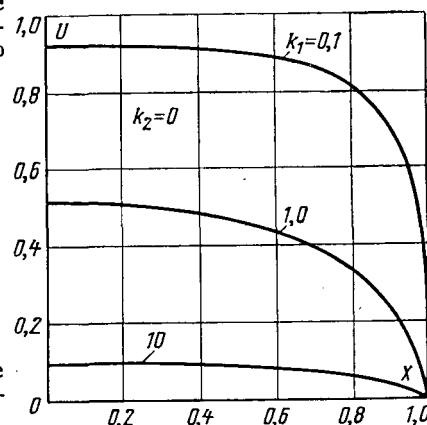
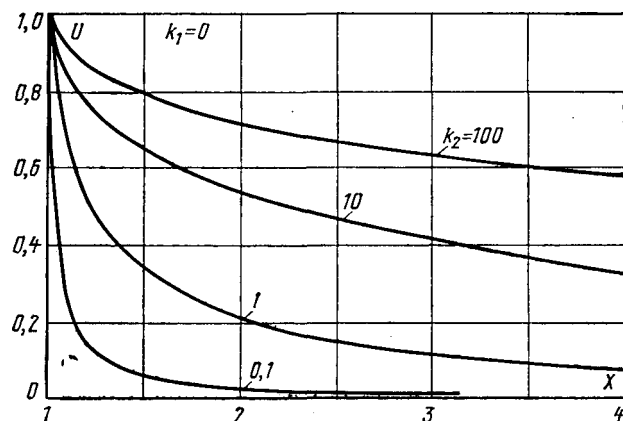


Рис. 2. Распределение потенциала по плоскому участку металлической поверхности.



На рис. 2 приведены результаты расчета распределения потенциала по поверхности $Y=0$, $|X| > 1$ для $k_1=0$, полученные при $m=101$. Значения полного безразмерного тока полосового электрода

$$I = - \int_0^1 \frac{\partial U(X_q)}{\partial Y_q} dX_q$$

при различных значениях параметра k сведены в табл. 4.

Таблица 4

Вариант	Значение полного безразмерного тока полосового электрода 1 при различных k_i			
	0,1	1	10	100
$i=1, k_2=0$	2,780	1,143	0,1855	0,01984
$i=2, k_1=0$	2,958	1,806	1,041	0,6434

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белоносов С. М. Интегральные уравнения краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца в случае тел вращения. — В кн.: Вычислительные системы. Новосибирск, 1964, вып. 12.
- Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. Киев: Техника, 1967.
- Тозони О. В., Маергойз И. Д. Методы расчета трехмерных электромагнитных полей. Киев: Техника, 1974.
- Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975.
- Колечицкий Е. С. Численные расчеты электростатических полей с использованием интегральных уравнений первого рода. — Электричество, 1975, № 8, с. 21—25.

6. Маергойз И. Д. Расчет электростатических полей методом интегральных уравнений 2-го рода. — Электричество, 1975, № 12, с. 11—15.

7. Гнусин Н. П., Поддубный Н. П., Маслий А. И. Основы теории расчета и моделирования электрических полей в электролитах. Новосибирск: Наука, 1972.

8. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Вопросы расчета и моделирования электрохимической антикоррозионной защиты судов. Л.: Судостроение, 1965.

9. Павловский Р. А. Критерии подобия и условия моделирования электрического поля гальванических систем. — В кн.: Исследования по электроосаждению и растворению металлов. М.: Наука, 1971, с. 28—39.

10. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970.

11. Бицадзе А. В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.

12. Михлин С. Г. Курс математической физики. М.: Наука, 1968.

13. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970.

14. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1960.

15. Вишневский А. М., Кленов Г. Э. К расчету потенциальных полей со смешанными граничными условиями III рода. — Инженерно-физический журнал, 1977, т. 33, № 4, с. 749—750.

[17.6.1977]

УДК [621.319.4:537.212].001.24

Расчет электрического поля вдоль поверхности раздела диэлектриков у края электрода

Канд. техн. наук КОНОТОП В. В., инж. РУДАКОВ В. В.

Харьковский политехнический институт

При оценке значения напряжения начала появления поверхностных разрядов принято представлять систему электродов и диэлектрических сред в виде электрической эквивалентной схемы замещения [Л. 1]. Метод эквивалентных схем дает возможность качественно оценить влияние геометрии, расположения и свойств диэлектрических сред на распределение электрического поля вдоль поверхности раздела диэлектриков, но из-за трудностей определения значений элементов схемы замещения не дает возможности дать количественную оценку этого распределения.

В статье предложен расчет электрического поля вдоль поверхности раздела диэлектриков методом вторичных источников [Л. 2] в области, изображенной на рис. 1,а.

Пусть диэлектрические среды имеют активные проводимости γ_1 и γ_2 и диэлектрические проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 соответственно.

Напряженность переменного во времени электрического поля определяется известным выражением [Л. 3]:

$$\vec{E} = -\text{grad } U + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t},$$

где \vec{E} — напряженность электрического поля; U — потенциал электрического поля; \vec{A} — вектор-потенциал электрического поля.

Пусть геометрические размеры рассматриваемой области значительно меньше длины волны возмущающего напряжения $U_1(t)$, тогда составляющей напряженности электрического поля $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ можно пренебречь [Л. 3] и считать, что электромагнитное поле описывается уравнением Пуассона.

Граничные условия. Пусть потенциал электрода

$\mathcal{E}2$ (рис. 1,а) равен нулю, а потенциал электрода $\mathcal{E}1$ изменяется во времени, т. е.

$$\left. \begin{aligned} U(x, t) &= U_1(t) \quad \text{при } x \leq 0, y = h; \\ U(x, t) &= 0 \quad \text{при } -\infty < x < +\infty, y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Граничные условия (1) не учитывают неоднородность диэлектрических сред, поэтому необходимо ввести дополнительное условие равенства нормальных составляющих полной плотности тока на границе раздела диэлектриков [Л. 3]:

$$\gamma_1 E_{1N}(x, t) + \epsilon_1 \frac{\partial E_{1N}(x, t)}{\partial t} = \gamma_2 E_{2N}(x, t) + \epsilon_2 \frac{\partial E_{2N}(x, t)}{\partial t}, \quad (2)$$

где $x > 0, y = h$; $E_{1N}(x, t)$, $E_{2N}(x, t)$ — нормальные составляющие напряженности электрического поля на поверхности раздела диэлектриков, действующие в первой и второй диэлектрических средах соответственно.

Начальные условия. Пусть в момент времени $t = -0$ в различных точках области (рис. 1,а) электрическое поле характеризуется ненулевыми значениями потенциала, определяемыми предшествующим изменением потенциала во времени на электроде $\mathcal{E}1$. Тогда в момент времени $t = +0$ потенциал и напряженность электрического поля не могут измениться скачком в каждой точке области, так как последняя имеет емкостно-активный характер. Поскольку и при $t = -0$ и при $t = +0$ электрическое поле описывается уравнением Пуассона, то учет начальных условий только для границ области автоматически включает начальные условия в любой точке области. Поэтому достаточно записать начальные условия для границ области

(рис. 1,а):

$$\left. \begin{aligned} U(x)|_{t=0} &= U' \quad \text{при } x \leq 0, y=h; \\ U(x)|_{t=0} &= 0 \quad \text{при } -\infty < x < \infty, y=0; \\ E_{1N}(x)|_{t=0} &= E'_{1N}(x), E_{2N}(x)|_{t=0} = E'_{2N}(x) \\ &\quad \text{при } x > 0, y=h. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Методика решения задачи. Используя принцип изображений, приведем задачу по определению электрического поля (рис. 1,а) к эквивалентной задаче (рис. 1,б), где потенциал первого электрода равен $U_1(t)$, а второго $-U_1(t)$.

Заменим влияние диэлектрических сред влиянием вторичных электрических зарядов, расположенных вдоль поверхности раздела диэлектриков. Пусть $q(x, t)$ — плотность электрических зарядов по прямой $y=h$; $-\infty < x < +\infty$, а $-q(x, t)$ по прямой $y=-h$; $-\infty < x < +\infty$.

Выразим потенциал и напряженность электрического поля на границе рассматриваемой области через введенные плотности электрических зарядов, применяя преобразование Лапласа во времени: на границе $x \leq 0, y=h$

$$U_1(x_L, p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, p) \times \\ \times \ln \frac{(2h)^2 + (x - x_L)^2}{(x - x_L)^2} dx; \quad (4)$$

на границе $x_L > 0, y=h$

$$\begin{aligned} (\gamma_1 + \epsilon_1 p) \left[\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, p) \times \right. \\ \times \frac{2h}{(2h)^2 + (x - x_L)^2} dx + \left. \frac{q(x_L, p)}{2\epsilon_0} \right] - \\ - \epsilon_1 E'_{1N}(x_L) = (\gamma_2 + \epsilon_2 p) \left[\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, p) \times \right. \\ \times \frac{2h}{(2h)^2 + (x - x_L)^2} dx - \left. \frac{q(x_L, p)}{2\epsilon_0} \right] - \\ - \epsilon_2 E'_{2N}(x_L), \end{aligned} \quad (5)$$

где x_L — фиксированная координата границы области.

Преобразуем (5) к виду

$$\begin{aligned} \pi q(x_L, p) + \lambda(p) \int_{-\infty}^{\infty} q(x, p) \frac{2h}{(2h)^2 + (x - x_L)^2} dx = \\ = \frac{\epsilon_1 E'_{1N}(x_L) - \epsilon_2 E'_{2N}(x_L)}{\gamma_1 + \gamma_2 + p(\epsilon_1 + \epsilon_2)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\lambda(p) = \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + p(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\gamma_1 + \gamma_2 + p(\epsilon_1 + \epsilon_2)}.$$

Решение системы интегральных уравнений (4) и (6) по определению $q(x, p)$ с двумя независимыми аргументами p и x представляют сложную задачу (вопрос о сходимости интегралов в уравнениях (4) и (6) при $x \rightarrow 0$ и $y=h$, когда $q \rightarrow \infty$, рассмотрен в приложении).

Воспользуемся приближенными методами решения. Конечной целью является определение распределения потенциала вдоль поверхности раздела диэлектриков по формуле (4) при $x_L > 0, y=h$, если найдено $q(x, p)$.

Представим $U_n(x, p)$ (напряжение вдоль поверхности раздела диэлектриков) в виде $U_n(x, p) = \frac{\varphi(x, p)}{p^s}$

[Л. 4], где функция $\varphi(x, p)$ регулярна и ограничена в полуплоскости $\text{Re } p > 0$ (предполагаем, что особые точки $U_n(x, p)$ лежат на отрицательной полуоси абсцисс p , что всегда можно сделать параллельным переносом осей координат).

Будем интерполировать функцию $\varphi(p)$ с помощью линейной комбинации системы функций $p^{-\mu}$ ($\mu=0, 1, 2, \dots, n$) [Л. 4]. Выберем $n+1$ равноотстоящих узлов интерполирования p_k , расположенных на действительной полуоси $(0, \infty)$, $p_k = k+1$ ($k=0, 1, 2, \dots, n$).

Тогда оригинал будет иметь вид [Л. 4]:

$$U_n(x, t) \approx \sum_{k=0}^n \left\{ \sum_{i=0}^n \frac{a_{ki} t^{s+i-1}}{\Gamma(s+i)} \right\} \varphi(k+1), \quad (7)$$

где коэффициенты a_{ki} разложения многочлена

$$\frac{(-1)^{n-k} (k+1)^n}{k! (n-k)!} \times \frac{(p-1)(p-2)\dots(p-n-1)}{p^n (p-k-1)} \quad (8)$$

по степеням $1/p$ могут быть легко вычислены.

Точность вычислений по времени уже при семи-десяти узлах интерполирования становится достаточной (0; 5%), т. е. чтобы получить хорошую точность по времени, достаточно определить $U_n(x, p_k)$ для семи-девяти значений p_k .

Вернемся к интегральным уравнениям (4) и (6). Подставляя в эти уравнения значения $p_k=1, 2, 3, \dots, n+1$, получим $(n+1)$ пар интегральных уравнений, но уже с одним аргументом x . Заменим в уравнениях (4) и (6) интегралы суммами и введем масштаб по времени $t^* = Mt$, тогда для k -й пары уравнений получаем систему алгебраических уравнений:

$$U_1(x_L, p_k) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=0}^m \beta(x_i - x_L) q(x_i, p_k); \quad (9)$$

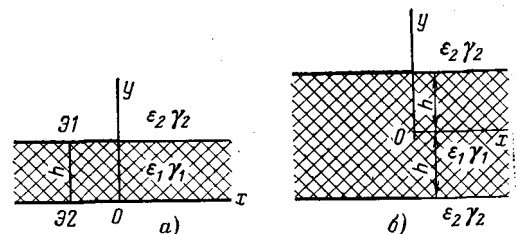


Рис. 1. Модель края обкладки конструкции конденсаторного типа.

а — заданная; б — эквивалентная заданной.

$$\pi q(x_{Lj}, p_k) + \lambda_1(p_k) \sum_{i=0}^m \theta(x_i - x_{Lj}) q(x_i, p_k) \approx \frac{2\pi\epsilon_0 M [\epsilon_1 E'_{1N}(x_{Lj}) - \epsilon_2 E'_{2N}(x_{Lj})]}{\gamma_1 + \gamma_2 + pM(\epsilon_1 + \epsilon_2)}, \quad (10)$$

где $\beta(x_i - x_{Lj})$ и $\theta(x_i - x_{Lj})$ — коэффициенты, зависящие от свойств соответствующих ядер в интегралах и выбора формулы приближенного интегрирования:

$$\lambda_1(p_k) = \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + p_k M (\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\gamma_1 + \gamma_2 + p_k M (\epsilon_1 + \epsilon_2)}. \quad (11)$$

Решив систему уравнений (9) и (10) для всех p_k относительно $q(x, p_k)$, определим $U_\pi(x_{Lj}, p_k)$ по формуле (9) для $x_{Lj} > 0$. Получим $n+1$ значение $U_\pi(x_{Lj})$. Анализируя ряд значений $U_\pi(x_{Lj}, p_k)$ для всех p_k и фиксированного x_{Lj} , а также используя физические соображения, оценим s . Затем определяем $\Phi(p_k) = p_k^s U_\pi(x_{Lj}, p_k)$. Далее по формуле (7) находим $U_\pi(x_{Lj}, t^*)$.

Пример расчета. Рассмотрим случай, характерный для включения косинусных конденсаторов под напряжение в момент максимума напряжения. Пусть система (рис. 1, а) представляет собою область края обкладки косинусного конденсатора.

Пусть потенциал электродов Э1 и Э2 при $t=0$ равен нулю. В момент времени $t \geq 0$ напряжение на обкладках начинает изменяться по косинусоидальному закону (предполагаем, что электрод Э2 заземлен), т. е.

$$U_1(t) = U_0 \cos \omega t + U_0 \frac{p}{p^2 + \omega^2}; \quad U_0 = \text{const.}$$

Требуется определить $U_\pi(x, t)$ (распределение потенциала вдоль поверхности раздела диэлектриков, $x > 0$, $y=h$) при следующих значениях параметров: $\epsilon_1 = 3,5\epsilon_0$; $\epsilon_2 = 2,2\epsilon_0$; $\omega = 314$ рад/с; $\gamma_2 = 10^3 \gamma_1$; $\gamma_2 = 10^{-10} + 10^{-6}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$, что соответствует бумажно-масляной изоляции при $\gamma_2 = 10^{-10}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ (при $\gamma_2 > 10^{-10}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ масло сильно загрязнено).

Начальные условия: $E'_{1N}(x) = E'_{2N}(x) = 0$. Решим (9) и (10) при сделанных предположениях.

В качестве квадратурной формулы численного интегрирования по x применим формулу прямоугольников, т. е. разобьем область интегрирования по x на отрезки и будем считать $q(x, p_k)$ постоянной величиной на каждом отрезке, причем точность вычислений достигается выбором резко неравномерного закона изменения длин отрезков интегрирования в соответствии с качественным характером изменения $q(x, p_k)$ от x .

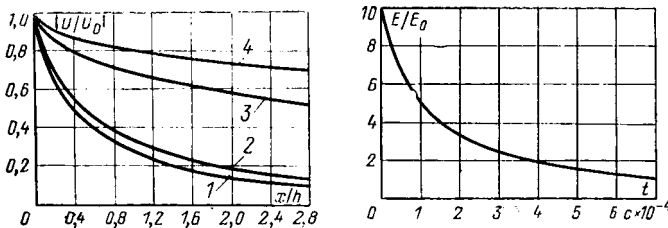


Рис. 2. Зависимость $\left| \frac{U}{U_0} \right| = f\left(\frac{x}{h}\right)$ для $t = 0,01$ с.

1 — $\gamma_2 = 10^{-9}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$; 2 — 10^{-8} Ом $^{-1}$.м $^{-1}$; 3 — 10^{-7} Ом $^{-1}$.м $^{-1}$; 4 — 10^{-6} Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ (кривая 1 также соответствует распределению потенциала при $t=0$ для всех значений γ_2).

Рис. 3. Зависимость $E/E_0 = f(t)$ у края обкладки конденсатора ($x/h = 0,002$) для $\gamma_2 = 10^{-6}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ ($E_0 = U_0/h$).

Выбор узлов интегрирования по закону $x_0 = -100h$ и при $i \geq 1$ $x_i = 10^{-2}z(i - 0,5m)^3 h$ дает следующую погрешность при определении потенциала вдоль поверхности раздела диэлектриков (при $x \geq 0,001 h$) при сравнении с точным решением для $\lambda=0$; $\lambda=-0,5$; $\lambda=0,5$ ($p \rightarrow \infty$) [Л.5]:

$m = 10$

$z = 1$; $\delta = 3$ — менее 3%;

$z = 10^{-2}$; $\delta = 5$ — менее 5%;

$z = 10^{-4}$; $\delta = 7$ — менее 12%;

$m = 18$ и $m = 30$

$z = 1$; $\delta = 3$ — менее 3%;

$z = 10^{-2}$; $\delta = 5$ — менее 0,4%;

$z = 10^{-4}$; $\delta = 7$ — менее 0,4%.

Таким образом, при $m \geq 18$ и минимальном шаге интегрирования, меньшем $0,001 h$ достигается высокая точность в определении потенциала при $x \geq 0,001 h$. Пусть $m=30$, $\delta=5$, $z=10^{-2}$.

Тогда, преобразуя уравнения (9) и (10), получим:

$$\sum_{i=0}^m q(x_i, p_k) \left\{ (x_{Lj} - x_i) \ln \left[\frac{(2h)^2 + (x_{Lj} - x_i)^2}{(x_{Lj} - x_i)^2} \right] - (x_{Lj} - x_{i+1}) \ln \left[\frac{(2h)^2 + (x_{Lj} - x_{i+1})^2}{(x_{Lj} - x_{i+1})^2} \right] + 2 \left(\arctg \frac{x_{Lj} - x_i}{2h} - \arctg \frac{x_{Lj} - x_{i+1}}{2h} \right) \right\} = \frac{4\pi\epsilon_0 U_0 p_k}{p_k^2 + M^{-2}\omega^2}; \quad (12)$$

$$\pi q(x_{Lj}) + \lambda_1(p_k) \sum_{i=0}^m q(x_i, p_k) \left[\arctg \frac{x_{Lj} - x_i}{2h} - \arctg \frac{x_{Lj} - x_{i+1}}{2h} \right] = 0, \quad (13)$$

где x_{Lj} — средняя точка интервалов, $j=0, 1, 2, \dots, m$.

Пусть $k=0, 1, 2, \dots, 7$. Решив восемь систем $m+1$ алгебраических уравнений (12) и (13), определим значения $q(x_i, p_k)$, после подстановки которых в (9) при $x_{Lj} > 0$ найдем $U_\pi(x_{Lj}, p_k)$. Анализируя ряд значений U_π для фиксированного x_{Lj} , а также физические соображения (вид возмущающего напряжения, пренебрежение индуктивными проводимостями) показывают, что $s=1$ для всех U_π .

Подставляя значения $s=1$ и $\Phi(p_k) = p_k U_\pi(x, p_k)$ в формулу (7), получаем распределение напряжения по поверхности раздела диэлектриков во времени $U_\pi(x, t^*)$.

Значения $U_\pi(x, t)$ при $t=0$ и $t=\pi/\omega=0,01$ с приведены на рис. 2 для различных γ_2 .

Как видно из рис. 2, при значениях $\gamma_2 \leq 10^{-9}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ распределение напряжения вдоль поверхности раздела диэлектриков в первый момент времени и через полпериода действующего напряжения одинаково. При увеличении γ_2 от 10^{-9} до 10^{-6} Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ распределение напряжения вдоль поверхности раздела диэлектриков при $t=\pi/\omega$ становится все более равномерным по отношению к неизменному для всех значений γ_2 распределению напряжения в начальный момент времени.

На рис. 3 приведена зависимость распределения напряженности электрического поля E вдоль поверхности диэлектриков при $\gamma_2 = 10^{-6}$ Ом $^{-1}$.м $^{-1}$ для различных моментов времени воздействия напряжения. Как видно, в начальный момент времени наблюдается наибольшее усиление электрического поля у кромки электрода. По истечении времени 0,0005 с переходный процесс практически заканчивается и в дальнейшем для всех $t > 0,0005$ с устанавливается благоприятное распределение электрического поля у кромки электрода.

Анализ приведенных зависимостей позволяет объяснить часто наблюдаемый на практике случай пробоя диэлектрика в косинусном конденсаторе в момент его включения под напряжение, когда такой пробой невозможно объяснить схем-

ными решениями. Как известно [Л. 6], в процессе работы конденсаторов вследствие разложения масла у края обкладки образуется науглероженная область с большой проводимостью и, следовательно, улучшающая распределение напряжения вдоль раздела диэлектриков в стационарном режиме работы.

Однако при включении такого конденсатора при максимуме напряжения в начальный момент времени не происходит улучшения распределения электрического поля за счет увеличения γ_2 , как это имеет место в стационарном режиме, что и может привести к пробоем состарившейся ранее бумажно-масляной изоляции.

Приложение. Известно [Л. 7], что при $p \rightarrow \infty$ (учитываются только диэлектрические свойства сред) и $\lambda = 0$ при $x \rightarrow 0$ и $y = h$ $q \sim B/x^\alpha$ ($B = \text{const}$, $\alpha = 0,5$). При $\epsilon_1 < \epsilon_2$ α может только уменьшаться (т. е. $\alpha \geq 0,5$), а при $\epsilon_1 > \epsilon_2$ α может только увеличиваться (т. е. $\alpha_0 \geq 0,5$), но до значения, не

большого 1. Если $\alpha > 1$, то $\int_0^x q(x) dx \rightarrow \infty$ на конечном от-

резке, что противоречит физической постановке задачи.

Так как при решении задачи рассматриваются конкретные значения ϵ_1 и ϵ_2 , то α не может быть равно 1, иначе всегда найдутся такие отношения ϵ_1/ϵ_2 , которые будут больше рассматриваемых и, следовательно, с большим α . Следовательно, $\alpha < 1$.

Легко показать, что аналогичные соотношения выполняются для случая $p \rightarrow 0$, т. е. в случае учета только активных проводимостей.

Так как в задаче, рассматриваемой в статье, учитываются и диэлектрические свойства и активные проводимости диэлектриков, т. е. их определенная суперпозиция, то при $x \rightarrow 0$ и $y = h$ $q(x, p) \sim B(p)/x^\alpha$, где $\alpha < 1$.

По критерию сходимости Коши интегралы в уравнениях (4) и (6) при $x \rightarrow 0$ и $y = h$ для $\alpha < 1$ сходятся абсолютно [Л. 8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техника высоких напряжений/ Под редакцией М. В. Костенко. М.: Высшая школа, 1973.
2. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. Киев: Техника, 1974.
3. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971.
4. Крылов В. И., Скобля Н. С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа. М.: Наука, 1974.
5. Лебедев Н. П. Электрическое поле у края плоского конденсатора с диэлектрической прокладкой. — ЖТФ, 1958, № 6, т. 28, с. 1330—1339.
6. Кучинский Г. С. и др. Силовые электрические конденсаторы. М.: Энергия, 1975.
7. Балаклеев В. Н., Золотарев Н. А. Расчет краевой емкости датчика, построенного по типу плоского конденсатора. — Изв. вузов. Электромеханика, 1975, № 5, с. 453—466.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970.

[10.3.1977]

ПЛАКАТЫ ПО ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ

Издательство «ЭНЕРГИЯ» подготовило к выпуску комплект из 14 плакатов «ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ». Подборка плакатов является учебным пособием для средних специальных учебных заведений и имеет соответствующий гриф МВССО СССР. Содержит изложение начал электроники, описание современных приборов: электронно-вакуумных, ионных, полупроводниковых, фотоэлектронных. Ряд плакатов разъясняет основы вычислительной техники, устройство генераторов и ЭВМ.

Плакаты могут быть использованы также в ПТУ, на курсах повышения квалификации, в техкабинетах предприятий.

Для приобретения плакатов необходимо до 1 ОКТЯБРЯ т. г. оформить предварительный ЗАКАЗ по следующему адресу: 196066, г. Ленинград, Московский пр., д. 189, магазин № 92 «Энергия», отдел «Книга — почтой». Заказ должен быть подписан руководителем организации (четко указать фамилию) и главным бухгалтером, скреплен печатью.

После выхода плакатов из печати в I полугодии 1979 г. они будут высылаться наложенным платежом. Ориентировочная стоимость комплекта 2 руб. 20 коп.

К СВЕДЕНИЮ ОРГАНИЗАЦИЙ И ПРЕДПРИЯТИЙ!

Издательство «Энергия» доводит до сведения всех организаций и предприятий, что прием заказов на плакаты по экономии электрической и тепловой энергии, объявленных в Бланк-заказе № 7 на 1978—1979 гг., окончен 1 мая 1978 г.

Удовлетворить заказы, поступившие позже 1 мая 1978 г., издательство не имеет возможности.

В настоящее время издательство «Энергия» готовит новую серию цветных плакатов по экономии электрической и тепловой энергии, намеченных к выпуску в 1980 г.

Бланк-заказ на эту серию плакатов будет выпущен в 1979 г., о чем будет сообщено дополнительно.

Метод экспериментального определения обобщенных характеристик поведения релейной защиты в переходных режимах

Канд. техн. наук БЕРДОВ Г. В., инж. СЕРЕДИН М. М.

Энергосетьпроект, Южное отделение

Параметры срабатывания устройств релейной защиты нужно определять с учетом возможных переходных процессов в первичных цепях и цепях защиты — это особенно важно для современных быстродействующих устройств защиты.

Для установившегося режима при синусоидальных токе и напряжении значения регулируемых параметров (уставки) реле надежно определяют по расчетным значениям параметров срабатывания — количественным характеристикам (как правило, действующего значения) тока, напряжения (или их комбинации), при которых должно происходить срабатывание реле.

Аналитическое определение параметров срабатывания по рассчитанным формам тока или напряжения в переходном режиме возможно, если удастся, определить количественные характеристики тока или напряжения, которые остаются неизменными в реальном диапазоне форм тока или напряжения [Л. 1 и 2]. Однако ввиду сложной структуры современных реле, а также возможности переходных процессов в самом реле, определение этой инвариантной по отношению к параметрам процесса характеристики входного сигнала в условиях срабатывания реле затруднительно.

Поэтому целесообразно непосредственное определение зависимости вида

$$P_{\text{рег}} = f(P_1, P_2, \dots, P_n, C_{01}, C_{02}, \dots, C_{0n}, t_{\text{ср}}), \quad (1)$$

где $P_{\text{рег}}$ — регулируемый параметр, уставка реле;

P_1, P_2, \dots, P_n — параметры процесса;

$C_{01}, C_{02}, \dots, C_{0n}$ — начальные условия; $t_{\text{ср}}$ — время срабатывания реле.

Число аргументов зависимости (1) значительно увеличивается при анализе работы реле в переходных режимах, сопровождающихся насыщением магнитопроводов силовых трансформаторов и трансформаторов тока (ТТ). В связи с этим существенно возрастают затраты при проведении экспериментов и обработке результатов.

Для сокращения числа независимых переменных целесообразно использовать обобщенные переменные (комплексные параметры), которые можно определить из дифференциальных уравнений, описывающих переходный процесс в рассматриваемой системе.

При этом в соответствии с л-теоремой между обобщенными переменными сохраняется однозначная связь [Л. 3].

Рассмотрим определение обобщенных переменных зависимости (1), характеризующих процесс в первичной цепи ТТ. В режиме короткого замыкания (к. з.) и при насыщении силовых трансформаторов (например, при включении их ненагруженными под напряжение) дифференциальное уравнение имеет вид

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m \sin(\omega t' + \alpha_0), \quad (2)$$

где L — эквивалентная индуктивность контура к. з. или контура, содержащего обмотку насыщенного трансформатора; R — эквивалентное активное сопротивление контура в рассматриваемых режимах.

Для получения обобщенных переменных разделим (2) на Ri , лпуская при этом знаки дифференцирования [Л. 3]. Получим обобщенные переменные:

$$\pi_1 = \frac{Li}{Ri} = \frac{T}{t}; \quad \pi_2 = \frac{U_m}{Ri}; \quad \pi_3 = \omega t + \alpha_0.$$

Преобразуем π_2 для случаев к. з. и насыщения силового трансформатора, учитывая, что для реальной сети $U_m = I_m \omega L$, поскольку $\omega L \gg R$.

Случай к. з.

$$\pi_2 = \frac{I_m \omega L_{\text{к.з.}}}{Ri} = \frac{I_{\text{макс к.з.}}}{i} \frac{\omega T_{\text{1к.з.}}}{1 + K_{\text{см0}}},$$

где $I_{\text{макс к.з.}}$ — амплитуда тока к. з. с учетом апериодической

слагающей; $K_{\text{см0}} = \frac{I_a}{I_m}$ — начальное значение коэффициента сме-

щения тока, соответствующее начальному углу α_0 ;

$T_{\text{1к.з.}}$ — эквивалентная постоянная времени контура к. з.

Комплекс π_2 распадается на

$$\pi'_2 = \frac{I_{\text{макс к.з.}}}{i}; \quad \pi''_2 = \frac{1}{1 + K_{\text{см0}}}; \quad \pi'''_2 = \omega T_{\text{1к.з.}}$$

В случае насыщения силового трансформатора, сопровождающегося броском намагничивающего тока преобразования аналогичны

$$\pi'_2 = \frac{I_{\text{макс б. н. т.}}}{i}; \quad \pi''_2 = \frac{1}{1 + A_0}; \quad \pi'''_2 = \omega T_{\text{1б. н. т.}}$$

где $I_{\text{макс б. н. т.}}$ — амплитуда броска намагничивающего тока в первый период; A_0 — начальное значение смещения оси синусоиды потокоосцепления относительно точки перегиба характеристики намагничивания [Л. 4].

Комплексы ωT_1 и $\omega t + \alpha_0$ в обоих случаях можно не учитывать, поскольку существенным для процесса является комплекс, зависящий от их отношения $\frac{t}{T}$ (в качестве обоб-

щенных переменных можно использовать величины, обратные полученным π). Комплексы π'_2 целесообразно заменить $K_{\text{см0}}$ и A_0 , которыми они однозначно определяются.

Значение i в комплексе π'_2 полностью определяется в момент срабатывания значениями других комплексов и значением $I_{\text{макс}}$, поэтому фиксировать при экспериментах можно только $I_{\text{макс}}$.

Вместо тока $I_{\text{макс}}$ в режиме к. з. можно использовать действующее значение переменной составляющей тока к. з. $I_{\text{к.з.}}$, поскольку значение $K_{\text{см0}}$ известно.

В результате получаем, что при ненасыщенных ТТ зависимость (1) принимает вид:

$$P_{\text{рег}} = f \left[K_{\text{см0}}(A_0), \frac{I_{\text{макс к.з.}}}{i} \left(\frac{I_{\text{макс б. н. т.}}}{i} \right), \frac{t_{\text{ср}}}{T_{\text{1к.з.}}} \left(\frac{t_{\text{ср}}}{T_{\text{1б. н. т.}}} \right) \right]. \quad (3)$$

Рассмотрим определение обобщенных переменных зависимости (1) при насыщении магнитопроводов защитных ТТ апериодическими составляющими первичных токов. Число обобщенных переменных при этом увеличивается за счет параметров ТТ.

Уравнения процессов в ТТ:

$$\frac{d\psi}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt};$$

$$i'_1 = i_2 + i_0;$$

$$\psi = f(i_0).$$

Здесь L_2, R_2 — суммарные индуктивность и активное сопротивление обмотки ТТ и нагрузки. Выразим из второго

уравнения i_0 и подставим в первое уравнение

$$\frac{d\psi}{dt} = R_2 i'_1 - R_2 i_0 + L_2 \frac{di'_1}{dt} - L_2 \frac{di_0}{dt}. \quad (4)$$

Разделив (4) на $R_2 i'_1$, опуская при этом знаки дифференцирования, получим следующие обобщенные переменные:

$$\pi_1 = \frac{\psi}{R_2 t i'_1}; \quad \pi_2 = \frac{i_0}{i'_1}; \quad \pi_3 = \frac{L_2 i'_1}{t R_2 i'_1} = \frac{T_2}{t};$$

$$\pi_4 = \frac{L_2 i_0}{t R_2 i'_1} = \frac{T_2}{t} \frac{i_0}{i'_1} = \pi_2 \pi_3,$$

где T_2 — постоянная времени вторичной цепи ТТ.

Мгновенное значение потокоцепления ψ в комплексе π_1 при насыщении магнитопровода ТТ можно заменить [Л. 3] характерной величиной (определяющей при прочих равных условиях характер процесса) — разностью потокоцеплений, соответствующих индукциям насыщения и остаточной: $\psi_s - \psi_r$.

Форма первичного тока в любой момент известна и характеризуется значениями $K_{см0}(A_0)$, $\frac{t}{T_{ик.з}} \left(\frac{t}{T_{16.н.т.}} \right)$, поэтому вместо i'_1 в [комплекс π_1] можно подставить $I_{\max \text{ к. з.}}$, $I_{\max \text{ б. н. т.}}$:

$$\pi'_1 = \frac{\psi_s - \psi_r}{t R_2 I'_{\max}} = \frac{T_\phi}{t},$$

где T_ϕ — фиктивная постоянная времени;

$$T_\phi = \frac{\psi_s - \psi_r}{R_2 I_{\max}}.$$

При $\psi > \psi_s$ приращение потокоцепления за время t [Л. 4]:

$$\Delta\psi = L_d \text{ сред } i_0,$$

где $L_d \text{ сред}$ — среднее значение дифференциальной индуктивности, рассчитываемой за время t .

Поскольку при данном t значение $L_d \text{ сред}$ полностью определяется типом ТТ и сортом стали магнитопровода, в комплексе π_1 (для случая $\psi > \psi_s$) можно вместо $L_d \text{ сред}$ использовать характерную величину L_0 — индуктивность ветви намагничивания ТТ с магнитопроводом из неферромагнитного материала ($\mu = \mu_0$).

В этом случае комплекс π_1 принимает вид:

$$\pi''_1 = \frac{L_0 i_0}{R_2 t i'_1} = \frac{T_0}{t} \pi_2,$$

$T_0 = \frac{L_0}{R_2}$ — постоянная времени вторичного контура ТТ с насыщенным магнитопроводом при учете только активного сопротивления R_2 .

Комплекс $\pi_2 = i_0/i'_1$ при исследованиях не учитывается, так как отражает режим работы ТТ, однозначно определяемый остальными комплексами.

Таким образом, при насыщенном ТТ зависимость (1) принимает вид (для ТТ с магнитопроводами из стали одного сорта):

$$P_{\text{пер}} = f \left[K_{см0}(A_0), \frac{t_{ср}}{T_{ик.з}(\text{б.н.т.})}, \frac{t_{ср}}{T_0}, \frac{t_{ср}}{T_2}, \frac{t_{ср}}{T_{ф.з}(\text{б.н.т.})}, \frac{I_{\max \text{ к.з.}}(\text{б.н.т.})}{i} \right]. \quad (5)$$

Чтобы облегчить независимое варьирование обобщенных переменных, зависимость (5) лучше искать в эквивалентном виде, получаемом при изменении обобщенных переменных путем их деления и умножения:

$$t_{ср} = f \left[K_{см0}(A_0), \frac{T_1}{T_\phi}, \frac{T_1}{T_0}, \frac{T_1}{T_2}, P_{\text{пер}}, I_{\max} \right]. \quad (6)$$

В этом случае независимость варьирования аргументов достигается изменением входящих в них параметров процесса. Например, при необходимости изменения T_1/T_ϕ можно

изменить T_1 , однако для постоянства обобщенных переменных T_1/T_2 и T_1/T_0 нужно подставить другое R_2 , а для постоянства T_ϕ и T_1/T_ϕ изменить ψ_r .

При проектировании релейной защиты часто известны не все параметры, определяющие переходный процесс. Например, для T_2 и T_0 можно достоверно указать только диапазон, границы которого в значительной степени зависят, например, от номинального вторичного тока ТТ.

Поведение реле в условиях переходного процесса практически может быть оценено по зависимостям $t_{ср}/T_\phi = f \left(\frac{t_{ср}}{T_1} \right)$

или $t_{ср} = f \left(\frac{T_1}{T_\phi} \right)$, приведенным для нескольких значений $P_{\text{пер}}$

и I_{\max} и представляющим области с границами, определяемыми диапазоном значений T_2 и T_0 .

При экспериментах по определению зависимостей (5) и (6) для обеспечения режимов с наибольшими возможными значениями $K_{см0}$ и A_0 можно использовать специальные динамические схемы формирования токов.

Значения $K_{см0}$ и A_0 заданы или измерены по осциллограммам процессов, причем при расчете $K_{см0}$ не учитывается затухание тока в течение периода.

Граничные значения T_2 и T_0 , значения T_1 , I_{\max} и $P_{\text{пер}}$ устанавливаются при экспериментах. Для того, чтобы задать значение T_ϕ , кроме I_{\max} и R_2 , необходимо знать (задать) значение остаточной индукции в магнитопроводе ТТ.

В качестве примера рассмотрим определение зависимости между обобщенными переменными, характеризующей действие токового реле нулевой последовательности на полупроводниковых приборах в переходном процессе.

Эксперименты проводились в лабораторных условиях на физической модели ТТ, в первичную цепь которого включен линейный дроссель с высокой добротностью. Включение на источник питания производилось с помощью фазовключающей схемы в момент перехода напряжения через нуль.

Остаточная индукция в магнитопроводе ТТ устанавливалась во всех опытах одинаковой и равной 1Т. Вариация обобщенных переменных при экспериментах обеспечивалась изменением R_2 .

На рис. 1 показаны первичный и вторичный токи ТТ и ток контактов реле в рассматриваемом режиме.

На рис. 2 приведена зависимость времени срабатывания грубого органа реле, реагирующего на первую гармонику тока, от обобщенной переменной T_1/T_ϕ . Зависимости рис. 2 сняты для значений тока срабатывания грубого органа $I_{ср} = 2 \div 6$ А, определяемых по условию отстройки от броска намагничивающего тока и переходного тока небаланса на выходе фильтра токов нулевой последовательности. Действующее значение тока к. з. $I_{к.з.} = 12,5$ А. Верхние границы зон разброса рис. 2 соответствуют $T_0 = 0,5$ мс, нижние — $T_0 = 0,05$ мс; диапазон T_0 соответствует реальным условиям. Значения T_2 при этом изменяются в диапазоне, соответствующем $\cos \varphi_2 = 0,9 \div 0,1$. Наименьшее среднее значение времени срабатывания грубого органа $t_{ср} = 30$ мс определяется переходным процессом в фильтре 1-й гармоники.

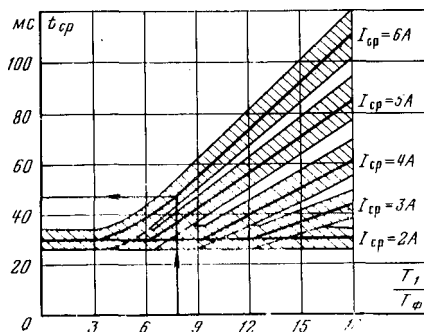


Рис. 2.

По зависимости рис. 2 можно, например, оценить время срабатывания реле, если известны T_1 и T_{Φ} . Для снятия более подробных кривых с учетом изменения T_2 , T_0 , $I_{к.з.}$, кроме $I_{ср}$ ($P_{рег}$) и T_1/T_{Φ} , необходимо значительно увеличить количество опытов. Например, при пяти значениях каждого из обобщенных аргументов потребуется более трех тысяч опытов. Однако следует учитывать, что для данного типа реле экспериментальная работа проводится только один раз (с момента его разработки до прекращения выпуска).

Возможно, что использование теории планирования эксперимента [Л. 5] позволит уменьшить количество опытов, необходимых для получения зависимости (6) между обобщенными переменными, если выражение для аппроксимирующего полинома будет достаточно простым.

Пример. Определим время срабатывания грубого органа токового реле нулевой последовательности, реагирующего на 1-ю гармонику тока, при установке реле в ускоренную ступени защиты от замыканий на землю.

Тип ТТ фильтра токов нулевой последовательности — ТФНД-110М-Д/Д0,5, $n_{тг}=600/5$, $W_2=239$, сечение магнитопровода $S=19,1$ см² (сталь Э-310), $R_2=1,5$ Ом, $I_{к.з.}=12,5$ А, $T_1=52$ мс (данные из реальной сети).

Ток срабатывания грубого органа по условию отстройки от переходного тока небаланса на выходе фильтра токов нулевой последовательности равен 6 А.

Для холоднокатаной стали $B_s=1,7$ Т, $B_r=1$ Т (неуспешное АПВ).

Амплитуда тока к. з. с учетом аperiodической слагающей в первый период $I'_{max}=32$ А.

Определим

$$T_{\Phi} = \frac{\psi_s - \psi_r}{R_2 I'_{max}} = 6,6 \text{ мс.}$$

Для значения аргумента $T_1/T_{\Phi}=7,9$ по средней линии зоны разброса зависимости рис. 2 для $I_{ср}=6$ А определяем $t_{ср}=47$ мс.

Таким образом, обобщенная форма представления связи между параметрами процесса, регулируемые параметрами реле и временем срабатывания указывает на возможность использования полученных в лабораторных условиях зависимостей для анализа поведения реле при переходных процессах в сети. Обобщенная форма отражения экспериментальных данных упрощает и повышает точность сравнительного анализа поведения реле, использующих, например, информацию о токе и построенных на различных принципах.

Выводы. 1. Экспериментальное определение зависимости между обобщенными переменными переходного процесса, несущее характер формальной фиксации значений обобщенных переменных в условиях срабатывания реле, исключает необходимость трудоемкого подбора количественной характеристики подводимого к реле тока (напряжения).

2. Использование обобщенных переменных процессов и однозначность зависимости между ними позволяет производить качественный сравнительный анализ поведения реле различных типов при переходных процессах в реальной сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исследование токового реле обратной последовательности при включениях ненагруженных силовых трансформаторов/ Засыпкин А. С., Бердов Г. В., Середин М. М., Поперняк В. В. — Изв. вузов. Электромеханика, 1975, № 2.
2. Засыпкин А. С., Тарамалы Б. Д. Исследование поведения реле РНТ и ДЗТ при импульсных токах. — Изв. вузов. Электромеханика, 1974, № 8.
3. Теория подобия и размерностей. Моделирование/ Алабужев П. М., Геренимус В. Б., Минкевич Л. М., Шеховцев Б. А. М.: Высшая школа, 1968.
4. Дроздов А. Д. Электрические цепи с ферромагнитными сердечниками в релейной защите. М.: Энергия, 1965.
5. Бердов Г. В., Середин М. М. Применение теории планирования эксперимента при исследовании устройств релейной защиты. — Электричество, 1976, № 9.

[23.1.1978]

Исследование воспламеняющей способности токов повышенной частоты в цепях с малой индуктивностью

Канд. техн. наук ПИВНЯК Г. Г., инж. СВИСТЕЛЬНИК О. А.

Днепропетровск

Исследованию воспламеняющей способности токов высокой частоты посвящен ряд работ [Л. 1—5]. Их анализ и проведенные эксперименты показывают, что вследствие большого количества факторов, влияющих на границу воспламенения, и сложного характера наблюдаемых процессов еще недостаточно изучена искробезопасность электрических цепей и устройств.

Оценка искробезопасности цепей производится по характеристикам искробезопасности, получаемым статистическим методом на базе большого числа опытных данных. Экспериментальные зависимости воспламеняющего тока, полученные для водородно-воздушной смеси свидетельствуют об уменьшении воспламеняющей способности электрических разрядов при увеличении частоты [Л. 3 и 4]. При дальнейшем ее увеличении наблюдается рост воспламеняющей способности разрядов [Л. 5]. Аналогичные исследования были проведены также для метано-воздушной смеси. Однако из-за отсутствия источника питания высокой частоты с необходимыми параметрами определена искробезопасность цепей только для частот свыше 20 кГц при напряжении 100—170 В [Л. 3].

Актуальность работ в этой области диктуется широким применением в угольной, нефтяной и газовой промышленности различных устройств и аппаратов, использующих токи повышенной частоты и требующих искробезопасного исполнения. Получает промышленное освоение шахтный бесконтактный электровозный транспорт повышенной частоты (5 кГц).

Безопасность его эксплуатации связана с обеспечением искробезопасности посторонних контуров, находящихся в поле тяговой сети [Л. 6].

В данной статье рассмотрены вопросы воспламеняющей способности токов частотой 5—40 кГц в цепях с малой индуктивностью при напряжении до 100 В. Искробезопасность токов частотой 5 кГц исследована на примере посторонних контуров, в которых при работе бесконтактного транспорта наводится э. д. с., допустимое значение которой не должно превышать 40 В по условиям защиты человека от поражения электрическим током. Индуктивность посторонних контуров находится в пределах от 10 до 200 мкГ, емкость $2-30 \cdot 10^{-9}$ Ф сопротивление постоянному току 1—400 Ом.

Для исследования воспламеняющей способности токов повышенной частоты в таких цепях разработан специальный источник питания. Его особенность — наличие низкоомного безреактивного выхода. Это позволяет получить точные данные при исследовании безреактивных цепей с низким напряжением и определить токи, воспламеняющие метано-воздушную смесь (8,5% объемных). Выходной каскад источника построен по мостовой схеме генератора с посторонним возбуждением. Его необходимые характеристики обеспечиваются наличием усилительных элементов в каждом плече моста. Для снижения коэффициента нелинейности верхние плечи моста включены по схеме катодного повторителя. Самовозбуждение генератора исключается разделением схемы на четыре блока каждый с самостоятельным входом. Источник

УДК 621.372.014.029.5.001.5

питания мощностью 1,5 кВт имеет высокую линейность выходных характеристик в диапазоне частот от 400 Гц до 4 кГц при глубоком регулировании напряжения на выходе (от 0 до 160 В).

Исследования проведены по общепринятой методике испытаний искробезопасных систем. Воспламеняющим принимался ток, соответствующий вероятности воспламенения 10^{-3} . Необходимое число опытов определено на основании предельной теоремы Лапласа и равно 16. Такое число опытов позволяет утверждать (с вероятностью 0,95), что полученная частота воспламенений отличается от вероятности их появления не более чем на 50%. Для определения токов, соответствующих вероятности 10^{-3} , в логарифмической сетке координат построены зависимости частоты воспламенения от воспламеняющего тока.

Для искробезопасных в цепях с током до 3 А применен механизм МЭК, предусматривающий скольжение вольфрамовой проволоки по кадмиевому диску. В цепях с током свыше 3 А искробезопасное осуществлено автоматической взрывной камерой непрерывного действия (УНД-2) путем разрыва луженой проволоки диаметром 0,26 мм. В качестве взрывчатой смеси применена метано-воздушная смесь, содержащая 8,5% (объемных) метана. Контроль процентного содержания метана осуществлялся оптическим интерферометром ИТР-1. Испытания производились при давлении взрывчатой смеси 760 ± 10 мм рт. ст. и температуре $20-22^\circ\text{C}$.

На рис. 1 приведены экспериментальные зависимости воспламеняющего тока частотой 5 кГц от напряжения и индуктивности цепи. Как видно, при низких напряжениях (левая часть характеристик до точки перегиба) влияние индуктивности на воспламеняющую способность тока весьма значительно. При изменении индуктивности от 10 до 200 мкГ воспламеняющий ток уменьшается в 7 раз. После достижения характеристиками точек перегиба влияние индуктивности снижается. При напряжениях свыше 80 В и изменении указанных значений индуктивности цепи воспламеняющая способность токов практически остается на одном уровне. Поэтому при оценке искробезопасности цепей с малой индуктивностью (до 10^{-4} Г) в диапазоне низких напряжений влиянием индуктивности пренебречь нельзя.

Для определения искробезопасности электрических цепей с различными параметрами, целесообразно иметь аналитические зависимости, описывающие приведенные графики.

Обработка полученных результатов методом регрессий позволила установить, что для полученных графиков справедливо

$$I_B = U^{k_1} m. \quad (1)$$

Здесь m — коэффициент, отражающий зависимость воспламеняющего тока от индуктивности цепи, равный

$$m = k_2 L^{k_3}. \quad (2)$$

С учетом (2) получим

$$I_B = k_3 U^{k_1} L^{k_2}, \quad (3)$$

где k_1 , k_2 — соответственно коэффициенты, определяющие угол наклона характеристик $I_B = f(U)$ и $m = f(L)$; k_3 — коэффициент, характеризующий положение точки пересечения графиков $m = f(L)$ с осью ординат.

При напряжениях 3–40 В и индуктивности цепи 10–200 мкГ коэффициенты k_1 , k_2 и k_3 имеют два значения относительно точек излома исследуемых графиков. Пунктирная линия на рис. 1,а соединяет эти точки и описывается уравнением, аналогичным выражению (1):

$$I'_B = 180 U^{-2,1173}. \quad (4)$$

С помощью метода множественной корреляции рассчитаны коэффициенты и определена сходимость полученных выражений с экспериментальными данными. Значения коэффициентов для токов I исследуемой цепи приведены далее:

Ток	k_1	k_2	k_3
$I \leq I'_B$	—0,1691	—0,5927	71,7517
$I > I'_B$	—1,3364	—0,2366	478,112

¹ 1 мм рт. ст. = 133,3 Па.

Коэффициент корреляции $r=0,9638$, что указывает на достаточную достоверность полученных результатов в исследуемом диапазоне напряжений и индуктивностей. Расчет большого количества цепей при разнообразии их параметров можно выполнять на основе этих зависимостей с использованием ЦВМ.

Исследования зависимости максимальной искробезопасной мощности, отдаваемой источником питания в исследуемую цепь, от параметров цепи и напряжения (рис. 2) показали, что они имеют экстремальный характер. При уменьшении индуктивности цепи экстремум наступает раньше и более четко выражен. В случае линейного закона спада тока в разряде значение энергии, поступающей в него, определяется [Л. 3]:

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{UI}{6} \tau, \quad (5)$$

где L — индуктивность цепи; I — размыкаемый ток; U — напряжение источника питания; τ — максимальная продолжительность разряда.

Воспламенение горючей смеси улучшается вследствие отдачи энергии от раскаленных контактов, что характерно при протекании по ним больших токов. На восходящей ветви зависимости $P=f(U, L)$ при низких значениях индуктивности дуга имеет неустойчивый характер горения, а время горения не превышает 20 мкс. При увеличении напряжения и уменьшении тока возрастает доля энергии, поступающей от источника питания $\frac{UI}{6} \tau$, улучшаются условия горения дуги

и увеличивается время ее горения. После достижения экстремума уменьшается влияние раскаленных контактов. Все большая часть энергии в дугу поступает от источника питания, что объясняет уменьшение его воспламеняющей мощности.

С увеличением индуктивности цепи возрастают доля энергии магнитного поля $LI^2/2$ и время горения дуги. В результате воспламенение происходит при меньшем токе, а влияние раскаленных контактов уменьшается. Это является причиной появления максимума искробезопасной мощности при высоком напряжении.

Осциллограммы токов в момент разрыва искробезопасного механизма камеры УНД-2 подтверждают выводы об определяющем влиянии дуговой стадии разряда в индуктивных цепях [Л. 3 и 4]. В цепях с малой индуктивностью особенно четко виден приэлектродный скачок тока, свойственный дуговым разрядам.

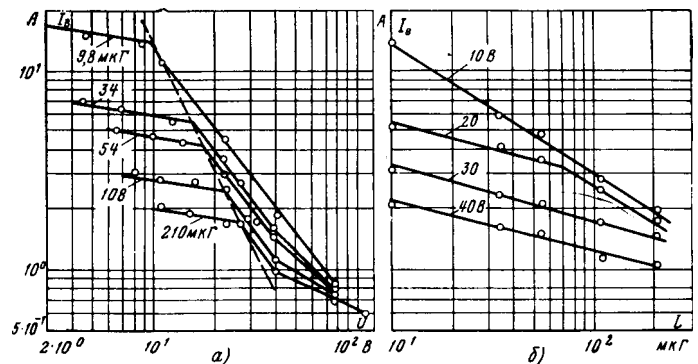


Рис. 1. Зависимости минимального воспламеняющегося тока частотой 5 кГц от напряжения в цепях с различной индуктивностью (а) и от индуктивности (б).

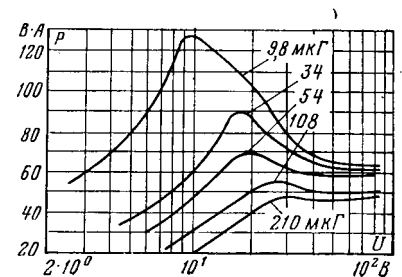


Рис. 2. Кривые максимальной искробезопасной мощности источника питания при частоте 5 кГц

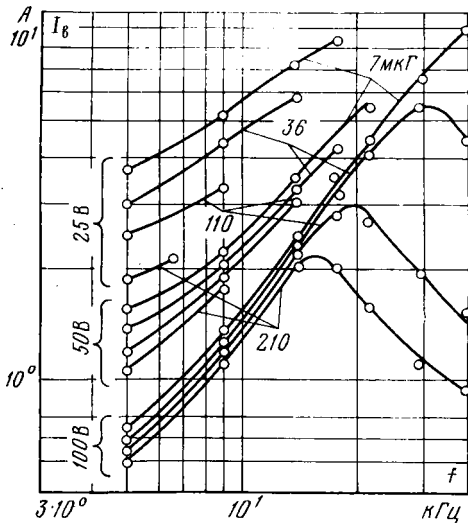


Рис. 3. Зависимости воспламеняющегося тока, соответствующего вероятности воспламенения $P=10^{-3}$, от частоты при различных значениях индуктивности и напряжения цепи.

На рис. 3 приведены экспериментально полученные кривые изменения воспламеняющей способности токов от частоты при различных значениях напряжения и индуктивности цепи. Результаты осциллографирования токов показали, что длительность разрядов при принятых условиях размыкания колеблется в пределах 10–100 мкс в зависимости от параметров цепи. Время горения дугового разряда соизмеримо с полупериодом тока и ограничивается его длительностью. Рост частоты приводит к уменьшению продолжительности разряда. Соответственно уменьшается энергия, передаваемая от источника питания в дугу [Л. 5]:

$$W = \frac{1}{\pi f} I_d U_d, \quad (6)$$

где f — частота тока в цепи; I_d , U_d — ток и напряжение дуги.

Это обстоятельство снижает воспламеняющую способность разрядов, которая может быть сохранена только при увеличении тока цепи.

При размыкании цепи вследствие наличия в ней индуктивности и распределенной емкости, возникают свободные колебания и, как следствие, появляются напряжения на контактах, соизмеримые с напряжениями источника. Для исследуемой цепи с параметрами E_0 , I_0 , L и C , подключенной к генератору, максимальное значение напряжения на контактах

$$U_{\max} = E_0 + I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} e^{-\delta \frac{\pi}{\omega_0}}, \quad (7)$$

где δ — коэффициент затухания контура; ω_0 — частота собственных колебаний цепи.

Время, при котором достигается значение U_{\max} определяется частотой собственных колебаний. С увеличением частоты до определенных значений возрастает воспламеняющий ток (восходящая ветвь кривых). При этом U_{\max} может достигать значений, когда возможен повторный пробой искрового промежутка и время горения дуги ограничивается только временем размыкания контактов. Одновременно увеличивается сдвиг фаз между напряжением и током.

При сдвиге фаз $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и малом значении δ напряжение

на размыкаемых контактах может достичь удвоенной амплитуды э. д. с. генератора. Это приводит к увеличению выделяющейся в дуге энергии, и поддержание воспламеняющей способности на одном уровне в дальнейшем возможно только при уменьшении тока в цепи. Частота тока, при которой наблюдается снижение воспламеняющей способности разрядов, зависит от параметров исследуемой цепи.

Полученные данные подтвердили предположение [Л. 5], что для метано-воздушной смеси так же, как и для водородно-воздушной, зависимость воспламеняющей способности тока от частоты и индуктивности имеет экстремальный характер.

При неизменной индуктивности цепи с возрастанием частоты воспламеняющий ток растет и при определенной частоте достигает наибольшего значения. Дальнейшее увеличение частоты приводит к возрастанию воспламеняющей способности тока. Максимум воспламеняющего тока неизменен для каждого значения индуктивности и достигается раньше в случае меньшего напряжения цепи. Наибольшие значения воспламеняющего тока расположены на одной прямой в логарифмической системе координат. В диапазоне частот, где наблюдается возрастание воспламеняющего тока, влияние индуктивности снижается с увеличением напряжения. При уменьшении воспламеняющего тока с ростом частоты влияние индуктивности существенно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев П. Ф. О физических основах взрывобезопасности рудничного электрооборудования. — В кн.: Вопросы горной электромеханики. МакНИИ, 1959, вып. 2, т. IX, с. 3–28.
2. Ковалев П. Ф., Гаврильченко Л. И. Установка для испытаний на искробезопасность. — В кн.: Сборник научных статей МакНИИ, 1961, № 17, с. 3–8.
3. Кравченко В. С. Воспламеняющая способность электрических разрядов при размыкании цепей тока промышленной, звуковой и ультразвуковой частот. — Электричество, 1954, № 1, с. 54–59.
4. Кравченко В. С. Искробезопасность электрических цепей переменного тока высокой частоты. — Электричество, 1961, № 1, с. 77–81.
5. Гаврильченко Л. И. К вопросу исследования воспламеняющей способности токов высокой частоты для определения параметров искробезопасных систем взрывания. — В кн.: Сборник научных статей МакНИИ, 1960, № 13, с. 25–28.
6. Чубаров Л. А., Пустогвар С. В., Пивняк Г. Г. Промышленные испытания нового шахтного бесконтактного электропровода. — Уголь, 1975, № 4, с. 39–40.

[10.1.1977]

УДК 621.313.322-82.045.001.5

Исследование систем крепления пазовой части обмотки статора крупных генераторов

ВАКСЕР Б. Д., КОГАН В. О., ПОЛЯКОВ Р. С., ПРЕСНОВ Ю. Л.

Ленинград

Опыт эксплуатации мощных генераторов показал, что повышенная вибрация стержней обмотки статора в пазах резко ухудшает работоспособность машины, так как приводит к усталостному разрушению элементарных проводников, эрозийному разрушению изоляции и ее истиранию [Л. 1–3]. Увеличение удельных нагрузок в современных крупных гене-

раторах требует тщательного исследования условий, определяющих вибрационное состояние пазовой части стержней обмотки.

Ведущие электромашиностроительные фирмы используют две системы крепления стержней в пазах сердечника, отличающиеся направлением сил зажатия стержня.

При тангенциальной системе крепления, описанной впервые в [Л. 4], создаются силы, прижимающие боковую поверхность стержня к стенке паза с помощью упругих прокладок, устанавливаемых в зазоре между этими поверхностями.

При радиальном креплении действующие в направлении дна паза усилия создаются с помощью упругих элементов, вводимых между стержнем и пазовым клином [Л. 5]. Радиальная система имеет определенные преимущества — лучшую технологичность, ремонтпригодность, возможность улучшения технико-экономических показателей машины при лучшем заполнении паза. Существенный недостаток, снижающий надежность этой системы, — необходимость сохранения плотного закрепления пазовых клиньев во время эксплуатации; по этой причине ряд крупнейших фирм применяет тангенциальное крепление [Л. 6].

Несмотря на большой опыт эксплуатации, отсутствуют данные сравнительного исследования различных систем крепления и выбора оптимального варианта. Некоторые испытания, выполненные на пазовых моделях, воспроизводящих рабочие условия [Л. 6], имели целью лишь подтвердить эффективность используемых систем. Кроме того, в этих испытаниях обмотка не подвергалась воздействию тепловых циклов (т. ц.), оказывающих, как будет показано ниже, решающее влияние на устойчивость радиальной системы крепления.

В отечественной практике выбор той или иной системы в настоящее время определяется технологическими условиями на заводах-изготовителях, патентными соображениями и пока не подкреплена обоснованными представлениями об условиях виброустойчивости обмотки и влияющих на них факторах.

В статье экспериментально исследовались различные системы крепления с целью оценки влияния на их виброустойчивость основных эксплуатационных условий и характеристик элементов крепления. Рассматривалось влияние температуры, электродинамического усилия (э. д. у.) и вибрации, т. ц. нагрева и охлаждения обмотки.

В качестве основной характеристики системы крепления, поддающейся контролю, исследовалась жесткость упругих элементов крепления или развиваемая ими сила прижатия. Особый интерес представляла оценка возможности сохранения усилий, вызываемых деформацией изоляции и стержней при укладке и заклипке обмотки в процессе длительной эксплуатации. Такие деформации, связанные с технологически неизбежными отклонениями формы и размеров стержня, создают значительные силы и играют главную роль в креплении обмотки при отсутствии специальных упругих элементов.

Для испытаний использовалась описанная в [Л. 7] установка, состоящая из полномасштабной пазовой модели (п. м.) и необходимых систем питания и охлаждения, позволявших изменять действующие факторы в широком диапазоне и вести длительные испытания с тепловыми циклами. В шести пазах модели, воспроизводившей сегмент сердечника реально-го гидрогенератора, размещалась двухслойная обмотка из стержней, имевших длину 1,75 м, сечение токоведущей части 16×70 мм и терморезистивную изоляцию слюдотерм толщиной 4 мм.

Регулирование тока в стержнях позволяло проводить исследования в диапазоне значений радиального погонного э. д. у. F'_{rm} , вызванного потоком поперечного пазового растояния, от 0,6 до 4,5 кН/м (для верхнего стержня), что соответствовало условиям работы как генераторов с косвенным охлаждением, где $F'_{rm} \leq 1$ кН/м, так и машин с водяным охлаждением обмотки статора типа гидрогенераторов Красноярской или Саяно-Шушенской ГЭС, где $F'_{rm} \approx 4$ кН/м. Для сравнения можно указать, что объем тока в пазу в генераторах первого типа составляет около 5 кА, а в генераторах второго типа 9—11 кА. Частота тепловых циклов нагрева до $120-130^\circ\text{C}$ и охлаждения до $20-30^\circ\text{C}$ составляла 2—3 1/ч.

В качестве основных показателей вибрационного состояния стержней обмотки п. м. были приняты, как и в [Л. 8], значения наибольшей по длине стержня двойной амплитуды вибрации ($2A_{rm}$) и податливости $\phi = 2A_{rm}/F'_{rm}$, характеризующей зависимость вибрации от электродинамического усилия. Кроме того, оценивалось состояние пазовых клиньев.

Система тангенциального крепления (т. к.). Фактически любая реальная конструкция является системой крепления смешанного типа. В частности, в случае использования т. к. следует учитывать, что даже при отсутствии дополнительных упругих элементов под клином может быть получена значительная радиальная сила заклипывания за счет технологической деформации стержня и изоляции. Эта сила сохраняется лишь в первый период эксплуатации, и поэтому наибольший

интерес представляет изучение свойств «чистого» т. к., которое может быть выполнено только на п. м.

В этих опытах верхние стержни обмотки п. м. устанавливались над нижними на опорах, расположенных по краям пазовой части, и не заклипывались сверху. Сила, развиваемая упругими элементами т. к. (боковые прокладки волнообразной формы), регулировалась изменением остаточного зазора $\delta_{ост}$ между прокладкой и стержнем.

Для устанавливаемых прокладок предварительно определялась зависимость $P_\tau = f(\delta_{ост})$, где P_τ — давление сжатия прокладок, с помощью специальных опытов оценивался коэффициент трения k_τ и его зависимость от P_τ ; по этим данным определялась сила трения стержня в пазу $F'_\tau = 2k_\tau P_\tau S$, где S — площадь, занимаемая в пазу прокладками.

Измерения вибрации показали, что распределение $2A_{rm}$ по длине стержня имеет максимум в середине пазовой части для любых значений F'_τ , в том числе и при $F'_\tau > F'_{rm}$.

На рис. 1 представлены зависимости наибольшего $2A_{rm}$ от F'_{rm} , полученные при двух значениях P_τ (т. е. F'_τ), соответствующих значениям остаточного зазора 0,1 и 0,5 мм, и разных температурах. Из рис. 1 видно, что линейность этих зависимостей сохраняется во всем исследованном диапазоне F'_{rm} , в частности при $F'_{rm} > F'_\tau$.

Приведенные данные показывают эффективность демпфирования вибрации, создаваемого т. к., даже при относительно небольшом тангенциальном усилии. Например, значение $2A_{rm}$ не превышает 12 мкм при весьма большом э. д. у. $F'_{rm} \approx 4$ кН/м и боковом зазоре $\delta_{ост} \approx 0,5$ мм, вдвое превышающем применяемый обычно. Повышение температуры практически не повлияло на вибрационное состояние.

По этим причинам т. к. оказывается достаточно устойчивым в эксплуатации, несмотря на возможность некоторого снижения тангенциального усилия, развиваемого упругими прокладками при длительной их выдержке в деформированном состоянии. Перемещения стержней, вызываемые т. ц., а также возможное изменение геометрических размеров стержней не оказывают существенного влияния на вибрационное состояние.

Интересно отметить, что процесс развития колебаний реального стержня при использовании т. к. существенно сложнее, чем это следует из учета только закона сухого трения, так как измерения показали, во-первых, существование вибрации при $F'_{rm} \ll F'_\tau$ и, во-вторых, отсутствие скачка зависимости $2A_{rm} = f(F'_{rm})$ в точке $F'_{rm} \approx F'_\tau$. При отсутствии т. к. колебания стержня достаточно хорошо описываются известными уравнениями колебаний балки на двух опорах — измеренная вибрация оказалась равной расчетному динамическому прогибу.

Система радиального крепления (р. к.). Для установления параметров системы, определяющих ее вибрационное состояние, рассмотрим модель крепления стержня, в качестве которой может быть принята опирающаяся на случайное основание балка, подвергаемая знакопеременной нагрузке с двойной частотой сети 2ω при наличии постоянной составляющей, прижимающей балку к основанию (дну паза).

Анализ уравнения колебаний такой модели, составленного с учетом вязко-упругого сопротивления [Л. 9]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{k_0 J}{\rho F} \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \frac{E J \partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{q_0(x)}{\rho F} \sin 2\omega t,$$

где EJ — изгибная жесткость стержня; F, ρ — площадь сечения и плотность материала стержня; k_0 — коэффициент вязкости; $q_0(x) = F'_{rm}$ — возмущающая нагрузка, показывает, что высвобождение некоторой критической длины стержня $l_{кр}$, соответствующей резонансу по первой форме колебаний на частоте 2ω , приводит к существенному возрастанию вибрации, амплитуда которой становится пропорциональной значению высвобожденной длины приблизительно в шестой степени. Из этого уравнения следует, что вибрация пропорциональна возмущающей силе, а также зависит от условий закрепления балки.

Таким образом, основными параметрами р. к. являются расстояние между крепящими элементами и радиальное усилие. Для определения влияния этих показателей были проведены специальные опыты.

Чтобы оценить величину $l_{кр}$, определялась зависимость $2A_{rm}$ от расстояния между точками плотной установки клиньев (рис. 2). Как видно из приведенной на рис. 2 кривой, резкое увеличение вибрации начинается при $l_{св} \approx 40$ см. Это значение является оценкой $l_{кр}$ для стержней с геометрически-

Рис. 1. Зависимость максимальной вибрации от амплитуды э. д. у. при тангенциальном креплении с помощью упругих волнистых прокладок, установленных с остаточным зазором 0,1 мм (1) и 0,5 мм (2, 2') при температуре 20°C (1 и 2) и 105°C (2').

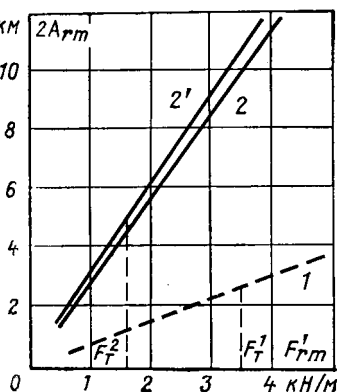


Рис. 2. Зависимость максимальной вибрации от расстояния между точками плотной установки клиньев для радиального крепления при $F'_{rm}=3$ кН/м, $t=20^\circ\text{C}$.

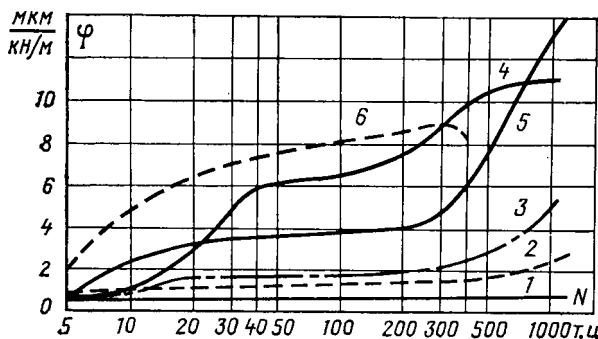
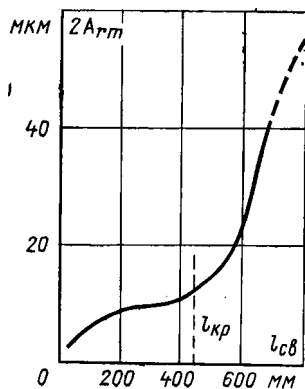


Рис. 3. Зависимость податливости системы радиального крепления от числа тепловых циклов для стержней нормальной формы (кривые 1—3) и стержней с некоторыми искривлениями формы (кривые 4—6).

ми и механическими параметрами, характерными для крупных гидрогенераторов, т. е. в системе р. к. оказывается недопустимым полное ослабление клиньев на длине, большей 40 см (2—4 клина подряд).

Для количественной оценки усилий, которые должны создавать устанавливаемые под клиньями упругие элементы проводилось исследование системы пневматического крепления. В этом опыте над верхним стержнем под клиньями размещался эластичный шланг, заполняемый азотом под давлением до 100 Н/см², что соответствовало радиальному погонному усилию прижатия $Q'=14$ кН/м.

Распределения $2A_{rm}$ по длине стержня имеют характерный максимум в средней точке, что соответствует форме колебаний балки с опорами на концах. Зависимость податливости φ от Q'/F'_{rm} оказалась близкой к обратной пропорциональной. Однако при достижении значения $Q'\approx 15$ кН/м, т. е. пятикратной по отношению к э. д. у., максимальная вибрация оставалась значительной (примерно 15 мкм) и превышала почти в 1,5 раза вибрацию при относительно слабом т. к. ($\delta_{ост}\approx 0,5$ мм), создающем силу трения $F'_T\approx 0,5F'_{rm}=1,5$ кН/м. Из этого следует, что эффективное подавление вибрации при таком креплении требует весьма больших усилий, многократно превышающих F'_{rm} и возрастающих с увеличением длины стержня.

Рассмотрим влияние эксплуатационных факторов.

Зависимость вибрации от э. д. у. F'_{rm} (квадрата тока), как показали многочисленные измерения при различных вариантах р. к., является линейной, и постоянство податливости $\varphi=2A_{rm}/F'_{rm}$ соблюдается во всем диапазоне э. д. у.

Зависимости вибрации от температуры имеют сложный характер и во многих случаях существенно меняются под действием т. ц. Исследование таких зависимостей необходимо для более полной оценки вибрационного состояния р. к. по мере эксплуатации генератора. Наиболее характерным для систем р. к. является наличие зоны минимума вибрации при температуре 30—70°C, которая, по-видимому, связана с зависимостью от температуры демпфирующих свойств системы, жесткости стержня и условий его закрепления.

Ослабление клиньев и деградация р. к. под действием тепловых циклов. Очевидно, виброустойчивость систем р. к. определяется сохранением радиальных усилий под клиньями (обычно используется термин «плотность клиньев») в процессе эксплуатации. Определенная плотность клиньев должна сохраняться и при т. к., хотя это и не влияет существенно на работоспособность крепления.

Можно было предполагать, что процесс ослабления клиньев определяется, во-первых, тепловыми циклами, вызывающими перемещение стержней и связанное с этим изменение условий их закрепления, и, во-вторых, действием рабочих э. д. у. и вибрации. Для выявления собственных эффектов от действия т. ц. и э. д. у. были проведены специальные испытания.

В первом опыте обмотка п. м. подвергалась действию э. д. у. $F'_{rm}=3$ кН/м при постоянной температуре 25—30°C в течение 40 ч. Предварительно было установлено, что заметное ослабление части клиньев и нарастание вибрации при совместном действии э. д. у. и т. ц. происходило за время $t_0\approx 10$ —12 ч. Таким образом, длительность этого опыта (воздействие только э. д. у. без т. ц.) более чем втрое превышало значение t_0 . В конце этого периода вибрация стержней практически осталась на исходном уровне (2—3 мкм), и плотность всех клиньев в пазах сохранилась.

Во втором опыте в стержнях одного из пазов поддерживалась постоянная температура 25—30°C (с помощью постоянного протока охлаждающей воды через эти стержни), тогда как остальные подвергались воздействию т. ц. После 320 ч испытаний (670 т. ц.) при $F'_{rm}=3$ кН/м все клинья в пазу с постоянной температурой сохранили плотность, а в остальных ослабло до 50% всех клиньев. Опыты приводят к выводу, что т. ц. играют решающую роль в процессе ослабления клиньев.

Наблюдения показали далее, что интенсивность этого процесса существенно зависит от начальной формы стержней. На рис. 3 приведены зависимости податливости φ от числа т. ц. для двух групп стержней: обычного исполнения (кривые 1—3) и изготовленных по опытной технологии с некоторыми искривлениями в пазовой части (кривые 4—6). (Под искривлениями пазовой части понимается неплоскость граней стержня.)

Как видно из рис. 3, во второй группе стержней значение φ резко возросло уже в начале испытаний, достигнув значений $\frac{7 \text{ мкм}}{\text{кН/м}}$ после 30 т. ц., а к концу опытов (1062 т. ц.) превзо-

шло исходный уровень более чем в 10 раз. Столь резкое возрастание вибрации этих стержней объясняется выравниванием их формы при т. ц. под действием созданных заклиниванием радиальных усилий. Этот вывод подтверждается результатами испытаний стержней второй группы после повторной заклиновки, показавшими значительное повышение виброустойчивости — после 1700 Тц податливость не превысила $\frac{2 \text{ мкм}}{\text{кН/м}}$.

Важно отметить, что крепление стержней в исходном состоянии, как и их перезаклиновка после 1062 т. ц., осуществлялись с использованием специальных «мягких» прокладок, обеспечивавших значительные упругие силы при сжатии их на 0,5—1,0 мм.

Постепенная деградация крепления наблюдается и при «хорошей» форме стержней. Этот процесс иллюстрируют зависимости 1—3 на рис. 3, где кривая 3 относится к стержню, закрепленному с применением только жестких прокладок под клиньями, а кривые 1 и 2 получены при использовании указанных выше специальных прокладок. В еще большей степени различие между этими вариантами крепления стержней «хорошей» формы проявилось в интенсивности ослабления клиньев.

Действие т. ц. при плотной начальной заклиновке «хороших» стержней вызывает, как показал проведенный после испытаний осмотр, некоторую деформацию изоляции под клиньями в виде небольших углублений на узкой грани стерж-

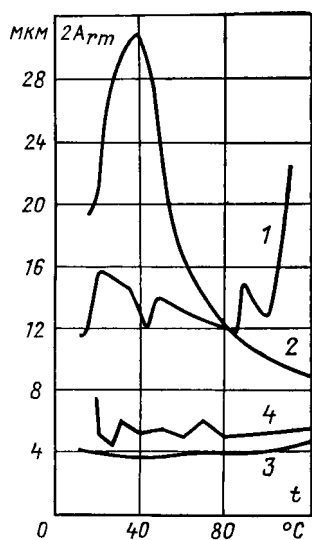


Рис. 4. Зависимость максимальной вибрации от температуры изоляции для систем тангенциального и комбинированного крепления.

1 — тангенциальное крепление с упругими волнистыми прокладками толщиной 0,4 мм, $\delta_{ост} \approx 0,5$ мм; 2 — тангенциальное крепление с помощью компаунда «эластосил»; 3 — комбинированное крепление, состоящее из варианта 2 в сочетании со специальными прокладками под клином (после 670 т. ц.); 4 — комбинированное крепление, состоящее из варианта 1 в сочетании со специальными прокладками под клином (после 350 т. ц.).

ня. Это, по-видимому, является причиной уменьшения радиальных усилий и ослабления клиньев.

Приведенные выше данные позволяют представить механизм деградации р. к. и ухудшения заклиновки следующим образом. Нагрев изоляции до температуры стеклования (по некоторым данным она составляет 90—110°C) и действие повышенных усилий заклиновки вызывают образование вязкоупругой и пластической деформаций изоляции. При этом происходит выравнивание формы стержня и резкое снижение усилия, первоначально созданного при заклинивании.

Многочисленные тепловые перемещения и э. д. у. способствуют увеличению размеров зоны остаточной деформации и дальнейшему уменьшению радиальных усилий, созданных сравнительно небольшой деформацией упругих подклиновых элементов. Дальнейшему разуплотнению клиньев может способствовать также возникновение значительной вибрации в области повышенной температуры, обнаруженное при изучении вибротемпературных зависимостей.

Анализ процесса ослабления клиньев приводит к выводу, что в машинах с повышенной рабочей температурой (например, в генераторах с косвенным охлаждением) нецелесообразно создание постоянных больших усилий заклиновки с помощью упругих элементов, так как это требует размещения под клиньями прокладок большой жесткости с большим начальным сжатием и в дальнейшем может привести к значительной деформации и повреждению изоляции. Заклиновка же без упругих элементов в таких машинах вызывает быстрое ослабление части клиньев и допустима только при наличии т. к.

В машинах с умеренной рабочей температурой и повышенными э. д. у. (генераторы с непосредственным водяным охлаждением обмотки), как показал производственный опыт, имеет место некоторое ослабление клиньев при отсутствии упругих элементов после прогрева машины. Это явление, по-видимому, также связано с вязкоупругими свойствами изоляции, и использование систем р. к. с повышенным усилием заклиновки в таких машинах не представляется перспективным.

Система комбинированного крепления. Опыты показали, что резкое повышение эффективности радиального крепления (при сохранении его преимуществ) достигается добавлением к нему тангенциального, развивающего относительно слабую силу трения. Исследовались следующие варианты дополнительного т. к.:

упругое крепление путем установки волнообразных боковых прокладок малой жесткости с малой деформацией (прокладки имели толщину 0,4 мм, остаточный зазор составлял 0,5 мм);

адгезионное крепление путем заполнения бокового зазора кремний-органическим компаундом холодного отверждения «эластосил». Компаунд наносился на широкие грани стержня

перед его укладкой в паз. Комбинированное крепление осуществлялось сочетанием каждого из указанных вариантов т. к. с заклиновки с применением описанных выше специальных подклиновых прокладок.

Наиболее полное представление об эффекте, достигаемом комбинированием креплений, дают приведенные на рис. 4 температурные зависимости вибрации для обоих вариантов т. к. и двух видов комбинированного крепления. Как следует из рис. 4, сочетание р. к. с относительно слабым т. к. устраняет увеличение вибрации в областях низкой и повышенной температур, резко снижает уровень $2A_{rm}$ и обеспечивает виброустойчивость обмотки.

Требования к плотности пазовых клиньев при тангенциальной и комбинированной системах крепления. Известно, что существующие высокие требования к плотности пазовых клиньев обуславливают необходимость дорогостоящей и опасной для изоляции операции перезаклиновки обмотки после стендовых испытаний на заводах-изготовителях и при профилактических ремонтах в эксплуатации. Эта исторически сложившаяся практика исходит из предположения, что ослабление клиньев неизбежно приводит к резкому росту вибрации в пазовой части стержней.

Анализ результатов испытаний на п. м. позволил по-новому подойти к этому вопросу.

Изучение состояния клиньев и измерения вибрации в процессе длительных испытаний различных систем комбинированного крепления показали, что при воздействии большого числа т. ц. (более 200) происходит ослабление значительного числа клиньев (от 20 до 80%), однако это не вызывает заметного повышения вибрации, средняя величина которой в наших опытах после 1700 т. ц. оставалась на уровне 2—5 мкм при $F'_{rm} = 3$ кН/м.

На основании проведенных испытаний, эквивалентных (по числу т. ц. с максимально возможными превышениями температуры) эксплуатации в течение около 5 лет, можно утверждать, что система комбинированного крепления обеспечивает ограничение максимальной величины вибрации до уровня 15 мкм (при среднем уровне 5—6 мкм), даже при ослаблении значительной части пазовых клиньев. В еще большей степени обеспечивается при ослаблении клиньев виброустойчивость системы т. к. Окончательный вывод о предельно допустимом ослаблении клиньев при тангенциальном и комбинированном крепление может быть сделан после всесторонней эксплуатационной проверки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эксплуатация турбогенераторов с непосредственным охлаждением/ Голоднова О. С., Линдорф Л. С., Мамиконянц Л. Г. и др. М.: Энергия, 1972.
2. Ваксер Б. Д., Преснов Ю. Л. Поверхностная эрозия статорной изоляции высоковольтных электрических машин. — Электротехника, 1973, № 7.
3. Richardson P., Hawley R. Quadrature axis force and generator's core vibration. — IEEE Trans. PAS, 1973, vol. 92, No. 4.
4. Пат. № 3158770 (США). Armature bar damping arrangement/Coggeshall A., Whittlesey J.
5. Пат. № 3909931 (США). Method for securing winding bars in slots of electric generators/Lambrecht D.
6. Control of electromagnetic forces on stator windings of large turbine — generators/Bucci C., Coggeshall A., Drexler K., Gibbs E. — IEEE Trans. Paper, 1971, Febr.
7. Ваксер Б. Д. и др. Макетная установка для комплексных испытаний статорной изоляции гидрогенераторов. — ЭП. Электрические машины, 1974, № 10/44.
8. Ваксер Б. Д. и др. Исследование крепления стержней обмотки статора гидрогенератора. — Электротехника, 1975, № 12.
9. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960.

[30.11.1977]

Влияние высших гармоник индукции на синхронный момент и электромагнитную мощность гистерезисного двигателя

Кандидаты техн. наук МАСТЯЕВ Н. З., ТРЕГУБОВ В. А.

Московский энергетический институт

Высшие гармоники в пространственной форме индукции воздушного зазора оказывают специфическое влияние на момент гистерезисного двигателя, обусловленное нелинейностью и неоднозначностью свойств материала активной части. Возникновение высших гармоник поля объясняется как несинусоидальностью пространственной формы м. д. с. статора, так и неравномерной проводимостью магнитной цепи, например зубчатостью воздушного зазора. В статье имеются в виду высшие гармоники, вызванные именно этими причинами.

Цель статьи — исследование влияния высших гармоник на момент гистерезисного двигателя с учетом свойств материала активной части ротора.

В ряде исследований [Л. 1 и 2] показано, что несинусоидальная форма индукции с изменением знака производной приводит к тому, что материал ротора двигателя перемагничивается не только по основной петле гистерезиса, но и по частным циклам. Перемагничивание материала ротора по частным циклам означает, что в каждый момент времени взаимосвязь пространственной формы индукции и напряженности поля будет определяться не петлей (называемой обычно пространственной), аналогичной по форме гистерезисной петле перемагничивания материала, как для идеального двигателя, у которого высшие гармоники отсутствуют [Л. 3], а петлей более сложной формы (рис. 1), лежащей внутри петли идеального двигателя при ($B_{m1}=B_m$). Поскольку момент двигателя пропорционален площади такой пространственной петли, то перемагничивание материала ротора по частным циклам, связанным с наличием высшей гармоники индукции, приводит к уменьшению момента двигателя, выражающееся в уменьшении площади пространственной петли [Л. 1 и 2]. Рассмотрим более подробно существо этого явления.

Пусть первые пространственные гармоники индукции и напряженности поля идеального двигателя B_{10} и H_{10} имеют фазовый сдвиг на угол γ_{10} , определяемый свойствами материала ротора, как показано на рис. 2. Наличие высшей гармоники поля приведет к дополнительному (по сравнению с идеальным случаем) изменению индукции и напряженности поля в соответствии с магнитными свойствами материала ротора. На участке материала ротора, находящемся в магнитном состоянии, соответствующем восходящей ветви петли гистерезиса, эти изменения будут характеризоваться уменьшением напряженности поля и индукции, поскольку частный цикл на этом участке может возникнуть только при уменьшении м. д. с. между максимумами высшей гармоники.

На участке материала ротора, находящемся в магнитном состоянии, соответствующем нисходящей ветви петли,

указанные дополнительные изменения будут характеризоваться увеличением напряженности поля и индукции, поскольку частный цикл на этом участке может возникнуть только при увеличении м. д. с. между минимумами высшей гармоники.

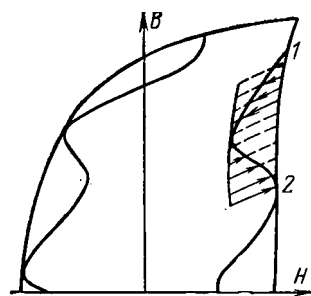


Рис. 1. Пространственная петля распределения с учетом и без учета влияния высших гармоник.

Таким образом, изменения индукции и напряженности поля, вызванные м. д. с. высшей гармоники будут определяться кривыми ΔB и ΔH (рис. 2), причем отрицательные полуволны их соответствуют восходящей ветви петли, а положительные — нисходящей. Если разложить эти кривые в ряд Фурье, то получим первые гармоники $H_{1доп}$, $B_{1доп}$. Сложение этих дополнительных полей первых гармоник с соответствующими полями первых гармоник идеального двигателя H_{10} и B_{10} (рис. 2) дает результирующие значения первых гармоник $H_{1рез}$, $B_{1рез}$ для реального двигателя с учетом влияния высшей гармоники.

Легко обнаружить, что амплитуды результирующих значений первых гармоник и их фазы заметно изменились (от γ_{10} до γ_1). Из рис. 2 видно, что основное влияние высшей гармоники сказывается на первой гармонике напряженности поля, поскольку магнитная проницаемость на частном цикле мала и ΔH велико.

Изменение амплитуды и фазы первых гармоник, естественно, приводит к изменению тока, электромагнитной мощности и момента двигателя. Разработка метода расчета характеристик реального двигателя сводится, главным образом, к расчету тех изменений амплитуды и фазы первых гармоник поля, которые возникают под воздействием высших гармоник.

Следует отметить, что собственные моменты высших гармоник имеют качественно такой же характер, как и в других электрических машинах.

Рассмотрение пространственной петли, построенной с учетом высшей гармоники, показывает, что от пространственной петли идеального двигателя она отличается тем, что содержит «вырывы», обусловленные перемагничиванием элементов материала ротора по частным циклам. Если определить площадь «вырыва», то можно оценить, насколько изменился момент идеального двигателя под влиянием высшей гармоники.

Для упрощения заменим частный цикл прямой линией, аналогичной прямой возврата, используемой в теории электрических машин с постоянными магнитами. Поскольку частный цикл лежит всегда внутри основной петли, то формой «вырыва» (рис. 3) является фигура, ограниченная кривой вида $(1+\sin \nu \varphi)$, наклоненная к основанию. Площадь «вы-

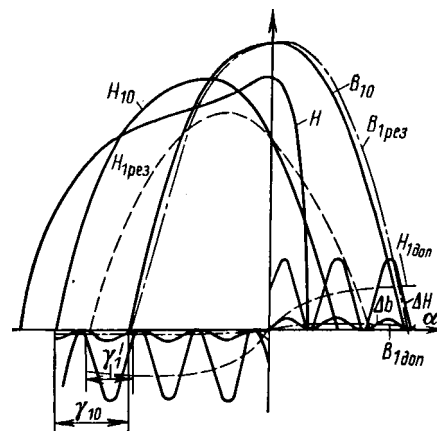


Рис. 2. Разложение в ряд Фурье пространственной формы индукции и напряженности поля.

рыва» равна площади фигуры, ограниченной указанной кривой, плюс (или минус) площадь фигуры, ограниченной основанием, на котором построена эта кривая, и участком нисходящей (или восходящей) ветви пространственной петли идеального двигателя, аналогичной по форме петле гистерезиса. Если принять, что площадь последней фигуры, показанной на рис. 3 частой штриховкой, одинакова как для восходящей ветви петли, так и для нисходящей, то это существенно упростит расчеты, а ошибка при определении суммарной площади «вырывов» будет равна всего лишь разности площадей указанных фигур, что по отношению к суммарной площади «вырывов» не превысит 5%.

Легко показать, что площадь наклонной фигуры, ограниченной кривой вида $(1 + \sin \nu \rho \varphi)$, равна площади такой же прямой фигуры с одинаковой высотой (амплитудой).

Площадь фигуры, определяющей «вырыв»,

$$s_a = \frac{1}{2} b h, \quad (1)$$

где h — высота (двойная амплитуда синусоиды); b — основание.

Высота (рис. 3)

$$h = a \sin \alpha, \quad (2)$$

где

$$a = \frac{\Delta B_2}{\cos(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

причем

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \mu_{\text{ч.ц.}} \quad (4)$$

Основание

$$b = \frac{\Delta B_1}{\cos \beta}, \quad (5)$$

причем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta H_1}{\Delta B_1}. \quad (6)$$

Значение ΔB_1 определяется изменением 1-й гармоники индукции за период высшей пространственной гармоники (между двумя ее максимумами) (рис. 4). Для определения ΔB_1 примем какое-либо фазовое положение высшей гармоники по отношению к первой, например, соответствующее представленному на рис. 4. Значение ΔB_1 может быть определено как разность значений индукции по 1-й гармонике за период высшей гармоники:

$$\Delta B_{1k} = B_{m1} \left[\left| \sin \frac{2\pi k}{\nu} \right| - \left| \sin \frac{2\pi(k-1)}{\nu} \right| \right] \quad (7)$$

или после преобразований

$$\Delta B_{1k} = 2B_{m1} \left| \cos \frac{\pi(2k-1)}{\nu} \right| \sin \frac{\pi}{\nu}, \quad (8)$$

где k — номер и количество «вырывов». Общее число «вырывов» равно числу частных циклов, возникающих на петле перемагничивания точки ротора при данном порядке высшей гармоники, т. е. $k = [(\nu \pm 1) - 1]$. Знак плюс соответствует здесь обратной гармонике, минус — прямой. Значение ΔB_2 характеризует амплитуду высшей гармоники, т. е.

$$\Delta B_2 = 2B_{m\nu}. \quad (9)$$

Амплитуда высшей гармоники индукции $B_{m\nu}$ может быть определена по амплитуде высшей гармоники м. д. с. статора [Л. 5 и 6] с учетом конечной величины магнитной проницаемости ротора, проводимости воздушного зазора и зубчатости статора. Если выразить $B_{m\nu}$ в долях амплитуды 1-й гармоники, то для тангенциальной составляющей индукции получим

$$B_{m\nu} = \frac{1}{2} \rho B_{m1}, \quad (10)$$

где

$$\rho = \frac{2B_{m\nu}}{B_{m1}}, \quad (11)$$

тогда

$$\Delta B_2 = \rho B_{m1}. \quad (12)$$

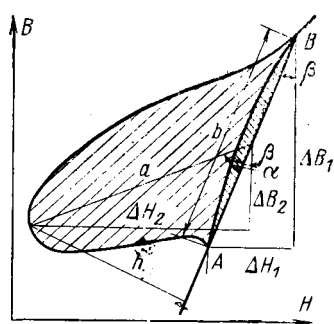


Рис. 3. Геометрические размеры «вырыва».

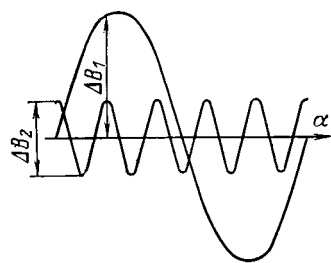


Рис. 4. Изменение 1-й гармоники индукции за период изменения высшей пространственной гармоники.

Теперь остается определить угол β . Для этого представим, что восходящая и нисходящая ветви петли исходят из начала координат. Проведем среднюю линию, абсциссы которой равны полусумме абсцисс двух кривых. В таком случае связь между B и H можно выразить однозначно:

$$\frac{H}{H_m} = \left(\frac{B}{B_m} \right)^n, \quad (13)$$

тогда

$$\Delta H = \frac{H_m}{B_m^n} (B_1^n - B_2^n), \quad (14)$$

причем B_1, B_2 — любые два значения индукции. Для k -го участка

$$\Delta H_k = H_m \left[\left| \sin^n \frac{2\pi k}{\nu} \right| - \left| \sin^n \frac{2\pi(k-1)}{\nu} \right| \right]. \quad (15)$$

Угол β может быть найден из выражения:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H_m \left[\left| \sin^n \frac{2\pi k}{\nu} \right| - \left| \sin^n \frac{2\pi(k-1)}{\nu} \right| \right]}{B_m \left[\left| \sin \frac{2\pi k}{\nu} \right| - \left| \sin \frac{2\pi(k-1)}{\nu} \right| \right]}. \quad (16)$$

В итоге получим для площади одного «вырыва» следующую формулу:

$$s_a = \rho B_{m1}^2 \left| \cos \frac{\pi(2k-1)}{\nu} \right| \sin \frac{\pi}{\nu} \times \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \frac{1}{\cos(\alpha + \beta)}. \quad (17)$$

Полная площадь «вырывов» на пространственной петле для данного момента времени с учетом того, что полное число «вырывов» $k = (\nu \pm 1) - 1$, равна:

$$S_a = \rho B_{m1}^2 \sin \frac{\pi}{\nu} \sum_{k=1}^{k(\nu \pm 1) - 1} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \frac{1}{\cos(\alpha + \beta)} \left| \cos \frac{\pi(2k-1)}{\nu} \right|. \quad (18)$$

С достаточной точностью можно принять, что $\beta = 0$, тогда

$$\alpha \approx \operatorname{arctg} \mu_{\text{ч.ц.}}; \quad (19)$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_{\text{ч.ц.}}^2}}. \quad (20)$$

До сих пор рассмотрение и вывод расчетных соотношений велось для идеализированного случая, когда частный цикл на временной петле гистерезиса не имеет площади. Выражение для площади частного цикла имеет вид:

$$s_{\text{ч.ц.}} = \pi B_{m\nu} H_{m\nu} \sin \gamma_{\text{ч.ц.}} \quad (21)$$

Полагая]

$$H_{m\nu} = \frac{B_{m\nu}}{\mu_{\text{ч.ц.}}}, \quad (22)$$

получаем для площади частного цикла выражение:

$$S_{\text{ч.ц.}} = \pi \frac{1}{\mu_{\text{ч.ц.}}} \left(\frac{1}{2} \rho B_{m1} \right)^2 \sin \gamma_{\text{ч.ц.}} \quad (23)$$

Суммарная площадь пространственных частных петель, которые имеют место в данный момент времени на двойном полюсном делении,

$$S_{\text{ч.ц.}} = \pi \frac{1}{\mu_{\text{ч.ц.}}} \left(\frac{1}{2} \rho B_{m1} \right)^2 k \sin \gamma_{\text{ч.ц.}} \quad (24)$$

Как известно, поле высшей гармоники в роторе обладает значительной эллиптичностью даже при довольно «тонком» роторе. В связи с этим при расчете потерь эту эллиптичность необходимо учитывать. Средний коэффициент эллиптичности $k_{\text{эл}}$ может быть определен по [Л. 3] с заменой ρ на ρv .

Влияние эллиптичности поля на потери может быть оценено коэффициентом $k_{\text{г.эв}}$ в соответствии с кривыми [Л. 4], для которых аппроксимирующие выражения имеют вид:

$$k_{\text{г.эв}} = 1 + 26k_{\text{эл}} \frac{\Delta B_v}{2} \text{ при } 0 \leq \frac{\Delta B_v}{2} < 0,1; \quad (25)$$

$$k_{\text{г.эв}} = 1 + \frac{2k_{\text{эл}}}{1 + k_{\text{эл}}} \left(\frac{2B_{m1}}{\Delta B_v} - 1 \right)^{0,75} \text{ при } \frac{\Delta B_v}{2} > 0,1, \quad (26)$$

где B_{m1} соответствует петле с $\sin \gamma_{\text{max}}$.

Поскольку индукция по толщине ротора распределена неравномерно, возникает необходимость учета этого явления подобно тому, как это сделано в [Л. 3] введением коэффициента $k_{\text{эв}}$ с заменой ρ на ρv . С учетом сказанного часть площади пространственной петли, определяемой перемагничиванием материала ротора по реальному частному циклу, находится по выражению:

$$S_{\text{ч.ц.}} = \pi \frac{1}{\mu_{\text{ч.ц.}}} \left(\frac{1}{2} \rho B_{m1} \right)^2 k \sin \gamma_{\text{ч.ц.}} k_{\text{г.эв}} k_{\text{эв}} \quad (27)$$

Результирующая площадь петли распределения

$$S_{\text{рез}} = S_{\text{п.п.}} - S_{\text{в}} - S_{\text{ч.ц.}} \quad (28)$$

где $S_{\text{п.п.}}$ — площадь петли распределения идеального двигателя.

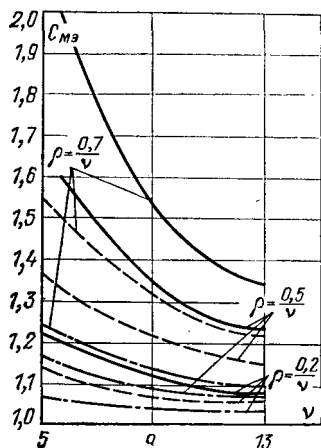
Результирующая площадь петли распределения пропорциональна моменту на валу и механической мощности двигателя. Если площадь $S_{\text{ч.ц.}}$ не учитывать, то полученная при этом результирующая площадь соответствует электромагнитной мощности при синхронной скорости вращения:

$$S_{\text{э.м.}} = S_{\text{п.п.}} - S_{\text{в}} \quad (29)$$

Поскольку момент двигателя определяется результирующей площадью петли распределения, то важно знать максимальное значение результирующей индукции, которое в синхронном режиме будет больше на величину амплитуды высшей гармоники по сравнению с максимальной индукцией идеального двигателя, т. е.

$$B_m = B_{m1} \left(1 + \frac{1}{2} \rho \right).$$

Рис. 5. Зависимость коэффициента C_m от порядкового номера высшей гармоники, ее относительной амплитуды и $b_m = \frac{B_m}{B_{m1}}$.



Изменение синхронного момента под действием высших гармоник может быть охарактеризовано коэффициентом $C_m = \frac{M_{\text{п.}}}{M_{\text{м.с.}}}$, где $M_{\text{п.}}$ — пусковой момент; $M_{\text{м.с.}}$ — максимальный

синхронный момент. Коэффициент C_m может быть выражен через соответствующие площади петли распределения в пусковом и синхронном режимах:

$$C_m = \frac{S_{\text{п.п.}}}{\pi(S_{\text{п.п.}} - S_{\text{в}} - S_{\text{ч.ц.}})}, \quad (30)$$

где $\kappa = \left(1 + \frac{1}{2} \rho \right)^2$ учитывает изменение максимального значения индукции. С учетом изложенного ранее выражение для C_m может быть получено в виде:

$$C_m = \frac{\pi \sin \gamma}{\kappa \left[\pi \sin \gamma - \rho \frac{\mu_m}{\mu_{\text{ч.ц.}}} \left(\sin \frac{\pi}{v} \sum_{i=1}^k \frac{1}{\cos \beta \cos (\alpha + \beta)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left| \cos \frac{\pi(2k-1)}{v} \right| + \frac{\pi \rho}{4} k \sin \gamma_{\text{ч.ц.}} \right] \right]}, \quad (31)$$

где

$$\mu = \frac{B_m}{H_m}.$$

Полученное выражение позволяет проанализировать влияние различных факторов на синхронный момент двигателя. Такой анализ был проведен на ЦВМ. Результаты расчетов приведены на рис. 5. Анализ показал:

1. С ростом порядкового номера гармоники значение C_m резко уменьшается, особенно при больших амплитудах гармоники. Это обстоятельство связано с тем, что амплитуда тангенциальной составляющей гармоники обратно пропорциональна порядковому номеру гармоники.

2. Увеличение коэффициента выпуклости материала $k_{\text{вм}}$ (соответствующего B_{m1}) приводит к существенному росту C_m ,

и при значительной амплитуде индукции двигатель с большим значением $k_{\text{в}}$ может не войти в синхронизм. Данный эффект связан с тем, что при увеличении выпуклости петли гистерезиса уменьшается магнитная проницаемость на частном цикле и увеличивается площадь «вырывая» на пространственной петле.

3. Увеличение относительной индукции b_m ведет к увеличению C_m . Особенно резко это увеличение проявляется при насыщении материала ротора.

Выводы. 1. Вследствие нелинейности свойств материала ротора гистерезисного двигателя высшие гармоники м. д. с. статора и магнитной проводимости воздушного зазора оказывают влияние на амплитуду и фазу первых гармоник поля в роторе. Это влияние, в свою очередь, сказывается на моменте двигателя: приводят к уменьшению синхронного момента. Таким образом, искажение механической характеристики гистерезисного двигателя, выражающееся в уменьшении синхронного момента по сравнению с пусковым, объясняется, главным образом, влиянием высших гармоник поля.

2. Полученные зависимости позволяют определять момент двигателя с учетом влияния высшей гармоники на любой частоте вращения. На практике имеет смысл учитывать влияние только наиболее сильно проявляющихся гармоник, а именно, первых гармоник зубцового порядка. При расчетах в этом случае должна быть определена амплитуда гармоники, эквивалентной по производимому влиянию двум парным гармоникам зубцового порядка, порядок которой равен числу зубцов на пару полюсов двигателя.

3. Рассчитанные с учетом (31) механические характеристики двигателей отличаются от экспериментальных примерно на 20%, что дает возможность судить о справедливости изложенных положений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Музыка Ю. А. Влияние зубцов на пусковые характеристики гистерезисных электродвигателей. — Электротехника, 1969, № 5.
- Тир В. Р. Теория гистерезисного двигателя. — AIEE Trans., 1940, v. 59.

3. Мастяев Н. З., Орлов И. Н. Гистерезисные электродвигатели, ч. I и II, МЭИ, 1963.
4. Горжецкий И. И. Гистерезисный электродвигатель. ЦИТИ ЭПП. М., 1959.
5. Стома С. А. Магнитное поле гистерезисной машины. — Электротехника, 1968, № 6.
6. Стома С. А. Влияние несинусоидальности магнитного

поля в зазоре на пусковой момент гистерезисного двигателя. — Электричество, 1968, № 10.

7. Трегубов В. А. Исследование и методы расчета моментов и потерь от высших гармоник в гистерезисном двигателе, Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1972. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.

[27.9.1976]

УДК [621.313.333+621.314.26].018.3.001.24

Расчет поверхностных явлений в глубоком пазу асинхронного двигателя при питании его от источника прямоугольных импульсов

ЛАНГЕН А. М., СОЛОВЬЕВ В. А., СЕНИКОВСКИЙ И. В.

Москва

При работе асинхронного электродвигателя (АД) совместно со статическим преобразователем частоты (СПЧ) кривая напряжения питания двигателя содержит высокий процент высших гармоник, причем, как правило, максимальной амплитуды достигают гармоники 7—13-го порядков. Влияние несинусоидальности кривой напряжения питания на показатели АД оценивается обычно по значениям момента и потерь от соответствующих гармоник напряжения. Возможность вытеснения тока в пазу ротора под действием высших гармоник не рассматривается.

Вероятность появления эффекта вытеснения обусловлена наличием высших гармоник тока, которые и при промышленной частоте основной гармоники могут иметь частоты примерно 400—600 Гц. Таким образом, возникает проблема распределения тока несинусоидальной формы в пазу ротора с учетом вытеснения и оценки влияния поверхностных явлений в пазу ротора на характеристики АД при питании его несинусоидальным напряжением.

Так как теория проблемы сложна, целесообразно провести упрощенное исследование для получения приближенной оценки значимости эффекта вытеснения. Предположим, что основные сопротивления АД представлены индуктивным сопротивлением рассеяния и активным сопротивлением ротора. Определим выражение для тока в активно-индуктивной цепи при питании от источника двухполярных прямоугольных импульсов напряжения. Все расчеты будем проводить для паза с медным проводником, имеющим прямоугольную форму (рис. 1) со следующими параметрами:

$$\beta = \frac{R_0}{L_\Sigma} = \frac{l}{\gamma ha} \cdot \frac{a}{\mu_0 lh \left(\frac{h_0}{h} + \frac{1}{3} \right)} = \frac{1}{k_\beta} \cdot \frac{3\lambda}{3 + \lambda},$$

где $R_0 = \frac{l}{\gamma ha}$ — сопротивление проводника паза по постоянному току; $L_\Sigma = \frac{\mu_0 lh}{a} \left(\frac{h_0}{h} + \frac{1}{3} \right)$ — суммарная индуктивность паза по постоянному току; γ — удельная проводимость меди; $k_\beta = \mu_0 \gamma h^2$ — коэффициент вытеснения тока; $\lambda = \frac{h}{h_0}$ — относительная глубина паза.

Рассмотрим случай включения цепи на напряжение с длительностью импульсов, равной 180° , при этом изображение функции напряжения имеет вид:

$$u(s) = \frac{U}{s} \sum_{n=1}^N [e^{-nTs} (1 + e^{Ts}) - 2e^{-[\alpha + (n-1)]Ts}], \quad (1)$$

где T — период импульсов напряжения; $\alpha = T_1/T$ — коэффи-

циент заполнения импульсов (в рассматриваемом случае $\alpha = 0,5$); T_1 — длительность импульса; U — амплитуда напряжения питания; n — номер периода.

Изображение тока при неизменных параметрах цепи

$$I(s) = \frac{u(s)}{L_\Sigma s + R_0}. \quad (2)$$

Оригинал тока

$$i(t) = \frac{U}{R_0} \sum_{n=1}^N \{ [1 - e^{-\beta[t - (n-1)T]}] |_{t \geq (n-1)T} - 2[1 - e^{-\beta\{t - [\alpha + (n-1)]T\}}] |_{t \geq [\alpha + (n-1)]T} + [1 - e^{-\beta(t - nT)}] |_{t \geq nT} \}. \quad (3)$$

При питании асинхронного электродвигателя с глубокими пазами ротора необходимо учитывать изменение проводимости rL -цепи схемы замещения вследствие вытеснения тока. В операционной форме проводимость схемы замещения с учетом вытеснения тока может быть представлена в виде¹:

$$g(s) = \frac{\lambda}{R_0 \sqrt{k_\beta s} [\lambda \operatorname{cth} \sqrt{k_\beta s} + \sqrt{k_\beta s}]}. \quad (4)$$

По теореме разложения найдем оригинал

$$g(t) = \frac{2\lambda^2}{k_\beta R_0} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_v^2 + \lambda(\lambda + 1)} e^{-\frac{1}{k_\beta} \mu_v^2 t}, \quad (5)$$

где μ_v — корни уравнения;

$$\lambda \operatorname{cth} \sqrt{k_\beta s} + \sqrt{k_\beta s} = 0. \quad (6)$$

Практически можно ограничиться конечным числом корней уравнения (6), т. е. $v=1, 2, 3, \dots, q$, где q — конечное число.

Значение тока $i(t)$ можно найти как свертку функций напряжения и проводимости:

$$i(t) = u(t) * g(t) = \int_0^t u(\tau) g(t - \tau) d\tau. \quad (7)$$

Оригинал функции напряжения

$$u(t) = U \sum_{n=1}^N \{ [t - (n-1)T] |_{t \geq (n-1)T} - 2[t - [\alpha + (n-1)]T] |_{t \geq [\alpha + (n-1)]T} + (t - nT) |_{t \geq nT} \}. \quad (8)$$

¹ Мокану С. Неуставившийся процесс вытеснения тока в прямоугольном проводнике в пазу ротора. — Архив электротехники, 1973, № 3, т. 55.

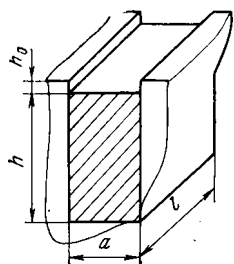


Рис. 1.

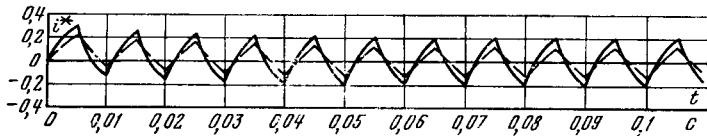


Рис. 2.

Подставляя (5) и (8) в (7), получаем после преобразований формулу для расчета тока в rL -цепи с учетом эффекта вытеснения:

$$i(t) = \frac{r_2 U \lambda^2}{k_B R_0} \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^q \frac{1}{\mu^2_v [\mu^2_v + (\lambda + 1) \lambda]} \times \\ \times \left\{ \left(1 - e^{-\frac{1}{k_B} \mu^2_v [t - (n-1)T]} \right) \Big|_{t \geq (n-1)T} + \right. \\ \left. + \left(1 - e^{-\frac{1}{k_B} \mu^2_v (t-nT)} \right) \Big|_{t \geq nT} - \right. \\ \left. - 2 \left(1 - e^{-\frac{1}{k_B} \mu^2_v \{t - [\alpha + (n-1)]T\}} \right) \Big|_{t \geq [\alpha + (n-1)]T} \right\} \quad (9)$$

На основании (3) и (9) можно получить кривые тока в rL -цепи при включении ее на импульсное напряжение при постоянном коэффициенте заполнения импульсов α без учета и с учетом эффекта вытеснения тока соответственно.

Определим формулу для расчета тока в рассматриваемой цепи при питании ее от источника прямоугольных импульсов, длительности которых промодулированы по синусоидальному закону. При этом коэффициент заполнения α изменяется в соответствии с формулой:

$$\alpha = C + b \sin \frac{2\pi}{m} k, \quad (10)$$

где C — среднее значение коэффициента заполнения импульсов; b — максимальное отклонение α от его среднего значения; m — отношение несущей частоты к частоте модуляции; T — период несущей частоты; k — номер периода несущей частоты; n — номер периода модуляции.

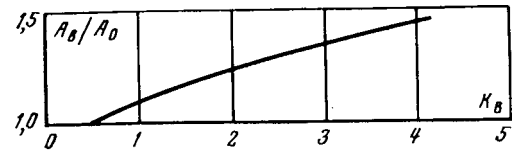


Рис. 4.

Для числа периодов модуляции $n = N$ с учетом (10) получим:

$$u(s) = \frac{U}{s} \sum_{n=1}^N \left\{ e^{-(n-1)msT} + e^{-nmsT} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{k=1}^{m-1} e^{-[k + (n-1)m]Ts} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{k=1}^m e^{-\left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] Ts} \right\}. \quad (11)$$

Переходя к оригиналу найдем:

$$u(t) = U \sum_{n=1}^N \left\{ [t - (n-1)mT] \Big|_{t \geq (n-1)mT} + (t - nmT) \Big|_{t \geq nmT} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \{t - [k + (n-1)m]T\} \Big|_{t \geq [k + (n-1)m]T} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{k=1}^m \left\{ t - \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + (n-1)m \right] T \right\} \Big|_{t \geq \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] T} \right\}. \quad (12)$$

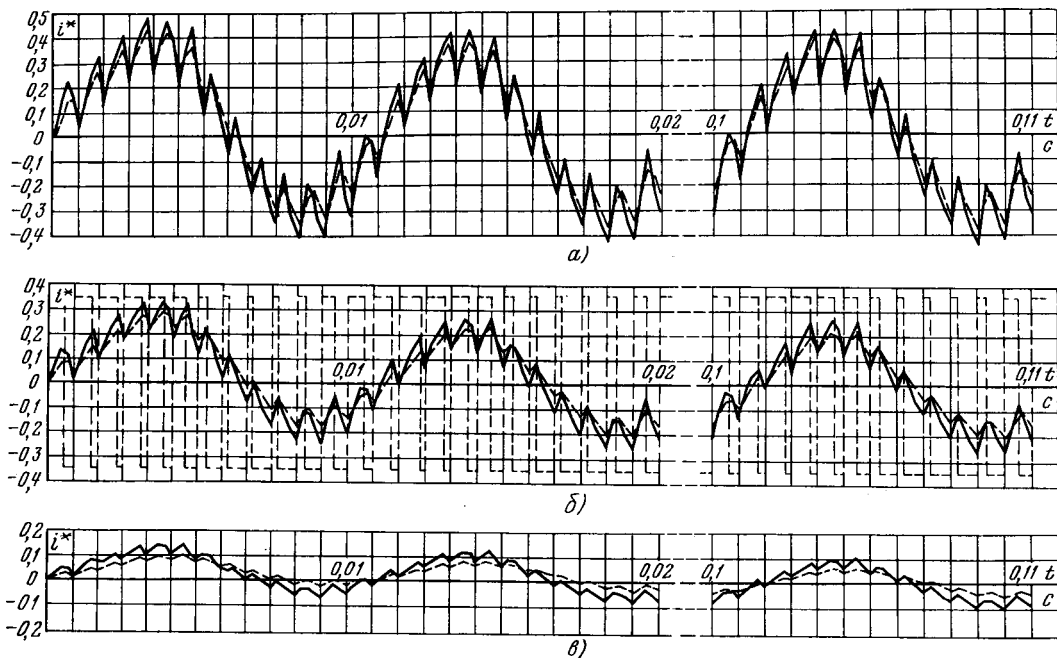


Рис. 3.

Подставляя (11) в (2) и переходя от изображения к оригиналу, получаем выражение для тока в цепи при постоянных параметрах:

$$i(t) = \frac{U}{R_0} \sum_{n=1}^N \left\{ [1 - e^{-\beta [t - (n-1)mT]}] \Big|_{t \geq (n-1)mT} + [1 - e^{-\beta (t - nmT)}] \Big|_{t \geq nmT} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{k=1}^{m-1} [1 - e^{-\beta \{t - [k + (n-1)m]T\}}] \Big|_{t \geq [k + (n-1)m]T} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{k=1}^m \left[1 - e^{-\beta \left\{ t - \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] T \right\}} \right] \Big|_{t \geq \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] T} \right\}. \quad (13)$$

Подставляя (12) и (5) в (7), получаем выражение для тока в rL -цепи при ШИМ напряжении по синусоидальному закону с учетом эффекта вытеснения тока:

На рис. 4 приведена зависимость относительной амплитуды первой гармоники тока в пазу ротора от коэффициента вытеснения тока, построенная на основании расчетов, иллю-

стрированных рис. 3, где A_b — амплитуда первой гармоники тока в пазу с учетом эффекта вытеснения; A_0 — амплитуда первой гармоники тока в пазу без учета эффекта вытеснения.

$$i(t) = \frac{2U\lambda^2}{k_b R_0} \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^q \frac{1}{\mu_v^2 [\mu_v^2 + \lambda(\lambda+1)]} \left\{ \left[1 - e^{-\frac{1}{k_b} \mu_v^2 [t - (n-1)mT]} \right] \Big|_{t \geq (n-1)mT} + \right. \\ \left. + \left[1 - e^{-\frac{1}{k_b} \mu_v^2 [t - nmT]} \right] \Big|_{t \geq nmT} + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \left[1 - e^{-\frac{1}{k_b} \mu_v^2 \{t - [k + (n-1)m]T\}} \right] \Big|_{t \geq [k + (n-1)m]T} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{k=1}^m \left[1 - e^{-\frac{1}{k_b} \mu_v^2 \left\{ t - \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] T \right\}} \right] \Big|_{t \geq \left[\left(C + b \sin \frac{2\pi}{m} k \right) + (k-1) + (n-1)m \right] T} \right\}. \quad (14)$$

По выражениям (3), (9) и (13), (14) был сделан расчет на ЦВМ в относительных единицах при переменных β и k_b . Результаты расчетов иллюстрированы на рис. 2 и 3, где $i^* = i(t)/I_0$, $I_0 = U/R_0$. Частота первой гармоники питающего напряжения $f = 100$ Гц.

На рис. 2 показаны кривые тока при питании rL -цепи немодулированным прямоугольным напряжением, при этом $\beta = 57,5$; $T = 0,01$ с; $k_b = 4 \cdot 10^{-2}$; $\lambda = 10$.

На рис. 3 показаны кривые тока при включении rL -цепи на ШИМ напряжение с параметрами: $m = 12$; $C = 0,5$; $b = 0,3$; $T = 0,0008333$ с. Параметры паза следующие: а) $\beta = 460$; $k_b = 0,5 \cdot 10^{-2}$; б) $\beta = 230$; $k_b = 10^{-2}$; в) $\beta = 57,5$; $k_b = 4 \cdot 10^{-2}$. Во всех случаях $\lambda = 10$. На рисунках сплошной линией показан ток в пазу с учетом эффекта вытеснения, пунктиром — без учета.

Как видно из рис. 2, 3 и 4 за счет действия эффекта вытеснения при постоянном k_b происходит рост первой гармоники тока и одновременно с этим рост пульсаций тока. При малых k_b эффект вытеснения оказывается в основном только на росте пульсаций тока. При увеличении коэффициента k_b эффект вытеснения начинает сказываться и на росте относительной амплитуды первой гармоники тока, причем эта зависимость имеет почти линейный характер.

Были также проведены расчеты токов для обоих видов питающего напряжения при постоянных коэффициентах β и k_b и при переменном λ . Они показали, что с уменьшением относительной глубины паза эффект вытеснения сказывается меньше и при определенных значениях λ может значительно уменьшить как первую гармонику тока в пазу, так и пульсаций тока.

[22.3.1978]

УДК 621.313.13-181.4.001.2

Оптимизация размеров активного слоя асинхронных микродвигателей с помощью методов планирования эксперимента

Кандидаты техн. наук ЛОПУХИНА Е. М., СЕМЕНЧУКОВ Г. А., инж. СЕНТЮРИХИН Н. И.

Москва

Оптимизационное проектирование асинхронных двигателей мощностью от единиц до сотен ватт, машин преимущественно несимметричных (конденсаторных, однофазных с пусковыми элементами и др.), — задача сложная и многофакторная [Л. 1]. Использование в логических схемах общей оптимизации таких машин блоков частной оптимизации сокращает число варьируемых факторов и упрощает задачу. Применение относитель-

ных величин позволяет обобщить результаты частных оптимизаций с помощью методов планирования эксперимента для микромашин разной мощности и частоты вращения. Получаемые аналитические зависимости для оптимальных значений упрощают расчеты на ЦВМ и существенно облегчают ручные расчеты. Если по конструкторско-технологическим требованиям приходится отклоняться от оптимального варианта, то эти за-

всисмоти дают возможность оценить ухудшение показателей и сделать его минимальным.

Геометрию машины однозначно определяют семь независимых переменных:

Наружный диаметр пакета статора	D_H
Удельный объем активных материалов	$V_{уд} = \pi D_H^2 l / 4 P_H, \text{ см}^3 / \text{Вт}$
Отношение внутреннего и внешнего диаметров статора	$k_D = D / D_H$
Относительная площадь паза статора	$k_{zS} = 4 S_{nS} Z_S / \pi (D_H^2 - D^2)$
То же ротора	$k_{zR} = 4 S_{nR} Z_R / \pi D^2$
Относительная высота паза статора	$\bar{h}_{nS} = h_{nS} / D$
То же ротора	$\bar{h}_{nR} = h_{nR} / D$

Пять из них — относительные величины, характеризующие поперечную геометрию. Использование в качестве независимой переменной удельного объема $V_{уд}$ обеспечивает оценку использования активных материалов с самого начала расчета. Наружный диаметр коррелируется с высотой оси.

Кроме того, в число независимых переменных входят несколько величин, характеризующих обмоточные данные машины. Их состав зависит от типа двигателя и схемы включения обмоток. Общей переменной для всех типов машин выбрано номинальное скольжение s_H .

В общем алгоритме оптимизации [Л. 1] используются две частные оптимизации: геометрии пазов и обмоточных данных. Первая из них рассматривается в данной статье. Она сводится к определению оптимальных относительных высот пазов статора и ротора при заданных сочетаниях остальных независимых переменных. При такой постановке задачи известными являются значения диаметров, длины пакетов, площади пазов статора и ротора, а также значение индукции в воздушном зазоре:

$$B_\delta = \frac{50,7 p}{k_{0R}^2 f D^2} \sqrt{\frac{k_{RR} P_H (P_H + P_{мех})}{k_{zR} s_H (1 - s_H)}}, \quad (1)$$

где k_{0R} , k_R — коэффициенты скоса и влияния короткозамкнутых колец.

Изменение соотношения высоты и ширины паза может принципиально оказать влияние на магнитную проводимость пазового рассеяния λ_n , коэффициент насыщения k_μ (суммарную м. д. с.) и потери в стали P_c . Однако доля пазового рассеяния у асинхронных микродвигателей невелика ($\lambda_n / \Sigma \lambda < 0,3$), из-за малого числа пазов на полюс и фазу преобладает дифференциальное рассеяние. Около 70% величины λ_n связано с неизменными клиновой частью паза и прорезью, кроме того, в машинах малой мощности суммарное сопротивление обмотки в 2—3 раза меньше активного сопротивления.

Таким образом, изменение соотношения высоты и ширины паза столь мало влияет на сопротивление рассеяния, что не скажется на характеристиках двигателя, значениях кратности максимального и пускового моментов, коэффициента мощности и др. Явление вытеснения тока в пазах ротора также не сказывается. Эти выводы подтверждаются результатами анализа параметров более 150 выпускаемых промышленностью микродвигателей.

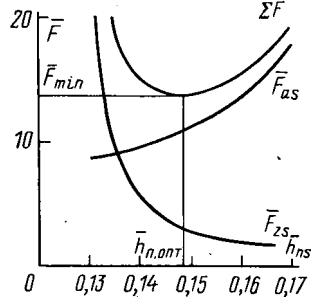


Рис. 1.

Доля потерь в стали в общих потерях машины малой мощности относительно невелика и обычно не превышает 20%. В то же время намагничивающий ток составляет до 80% номинального.

Рациональный выбор соотношений размеров ширины зубца и высоты спинки в листах статора и ротора позволяет снизить, особенно в высоконасыщенных машинах, относительное значение намагничивающего тока и коэффициента насы-

щения k_μ . В качестве критерия оптимальности геометрии листов выбран минимум м. д. с. статора F_S (ротора F_R) [Л. 2 и 3]. Полученная при этом высота паза $h_{n,опт}$ является оптимальной.

При решении задачи были сделаны следующие допущения: реальные пазы заменяются идеализированными, имеющими форму равнобокой трапеции; зубцы имеют постоянную ширину по всей длине. Для уточнения площади пазов с учетом их реальной формы используются коэффициенты:

$$k_{3S} = \frac{S_{nS}}{(S_{nS})_{ид}}; \quad (2)$$

$$k_{3R} = \frac{S_{nR}}{(S_{nR})_{ид}}. \quad (3)$$

Все размеры листов записываются в относительных единицах для обобщения результатов на ряд машин различной мощности:

Статор	Ротор
$\bar{b}_{nS} = \frac{k'_{zS} \left(\frac{1}{k_D^2} - 1 \right)}{4 \bar{h}_{nS}};$	$\bar{b}_{nR} = \frac{k'_{zR}}{4 \bar{h}_{nR}};$
$\bar{b}_{zS} = 1 + \bar{h}_{nS} - \bar{b}_{nS};$	$\bar{b}_{zR} = \bar{D}_R - \bar{h}_{nR} - \bar{b}_{nR};$
$\bar{h}_{aS} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_D} - 1 \right) - \bar{h}_{nS};$	$\bar{h}_{aR} = \frac{2+p}{3,2p} \left(\frac{\bar{D}_R}{2} - \bar{h}_{nR} \right);$
$\bar{L}_{aS} = \frac{\pi}{2p} \left(\frac{1}{k_D} - \bar{h}_{aS} \right);$	$\bar{L}_{aR} = \frac{\pi}{2p} (\bar{D}_R - 2\bar{h}_{nR} - \bar{h}_{aR});$

где

$$\begin{aligned} \bar{h}_{nS(R)} &= \frac{h_{nS(R)}}{D}; & \bar{b}_{nS(R)} &= \frac{b_{nS(R)} Z_S(R)}{\pi D}; \\ \bar{h}_{aS(R)} &= \frac{h_{aS(R)}}{D}; & \bar{b}_{zS(R)} &= \frac{b_{zS(R)} Z_S(R)}{\pi D}; & \bar{D}_R &= 1 - \frac{2\delta}{D}; \\ L_{aS(R)} &= \frac{L_{aS(R)}}{D}; & k'_{zS} &= \frac{k_{zS}}{k_{3S}}; & k'_{zR} &= \frac{k_{zR}}{k_{3R}}. \end{aligned}$$

Значения относительных м. д. с.

$$\bar{F}_S = \frac{F_S}{D} = 2 \bar{h}_{nS} H_{zS} + \bar{L}_{aS} H_{oS}; \quad (4)$$

$$\bar{F}_R = \frac{F_R}{D} = 2 \bar{h}_{nR} H_{zR} + \bar{L}_{aR} H_{aR}. \quad (5)$$

Отношения индукций в спинках и зубцах статора и ротора определяются из геометрических соотношений:

$$\frac{B_{aS}}{B_{zS}} = \frac{b_{zS} Z_S}{2 \pi p h_{aS}}; \quad (6)$$

$$\frac{B_{aR}}{B_{zR}} = \frac{b_{zR} Z_R}{2 \pi p h_{aR}}. \quad (7)$$

Для оптимальной геометрии листов рассчитываются относительные потери в стали статора:

$$\bar{P}_c = \frac{P_c}{\pi D^2 l} = \gamma_{ст} k_c p_{10/50} \left[B_{zS}^2 \bar{h}_{nS} \bar{b}_{zS} + B_{aS}^2 \left(\frac{\bar{h}_{aS}}{k_D} - \bar{h}_{aS} \right) \right]. \quad (8)$$

Коэффициент насыщения k_μ для конкретной машины находится при известных значениях внутреннего диаметра статора D , воздушного зазора δ и индукции в нем B_δ :

$$k_\mu = 1 + \frac{D (\bar{F}_S + \bar{F}_R)}{1,6 \delta k_B B_\delta 10^4}. \quad (9)$$

Относительная м. д. с. статора \bar{F}_S при заданном числе пар полюсов p является в общем случае функцией четырех

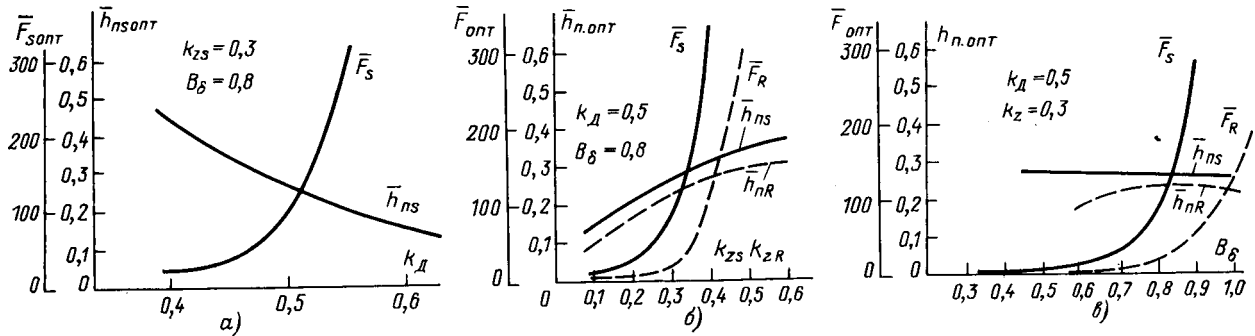


Рис. 2.

переменных:

$$\bar{F}_S = f(B_\delta, \bar{h}_{nS}, k_{zS}, k_D), \quad (10)$$

а ротора — трех переменных:

$$\bar{F}_R = f(B_\delta, \bar{h}_{nR}, k_{zR}). \quad (11)$$

При неизменном значении магнитной индукции в зазоре B_δ и постоянных конструктивных коэффициентах k_D, k_{zS}, k_{zR} зависимости $\bar{F}_S = f(\bar{h}_{nS})$ и $\bar{F}_R = f(\bar{h}_{nR})$ имеют явно выраженный минимум (рис. 1). Таким образом, оптимальная высота паза статора и соответствующая ей м. д. с. являются функцией трех переменных:

$$\bar{h}_{nS}, \bar{F}_S(\text{опт}) = f(B_\delta, k_{zS}, k_D); \quad (12)$$

для ротора число независимых переменных равно двум:

$$\bar{h}_{nR}, \bar{F}_R(\text{опт}) = f(B_\delta, k_{zR}). \quad (13)$$

Из-за большого объема вычислений решение задачи было целесообразно проводить на ЦВМ, а результаты расчетов обобщить с помощью методов планирования эксперимента [Л. 4]. Задача была запрограммирована и решалась на ЦВМ «Минск-32». Зависимости относительных значений высоты пазов и оптимальных м. д. с. статора и ротора от конструктивных коэффициентов и индукции в воздушном зазоре для стали марки 2013 приведены на рис. 2, а, б и в.

Исследования проводились в широком диапазоне изменения конструктивных коэффициентов. Пределы варьирования выбраны на основании статистического анализа данных 150 современных асинхронных микродвигателей и составляют соответственно:

$$0,1 \leq k_{zS} \leq 0,5; 0,1 \leq k_{zR} \leq 0,5; 0,45 \leq k_D \leq 0,65.$$

Индукция в воздушном зазоре изменялась от 0,6 до 1 Т. Расчеты проведены для двух- и четырехполюсных машин.

С помощью полного факторного эксперимента получены полиномиальные зависимости от конструктивных коэффициентов и индукции в воздушном зазоре оптимальных величин: высот пазов статора и ротора; потерь в стали статора при оптимальной геометрии

$$A_1 = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{1,2} x_1 x_2 + b_{1,3} x_1 x_3 + b_{2,3} x_2 x_3 + b_{1,2,3} x_1 x_2 x_3; \quad (14)$$

$$A_2 = b_0 + b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 + b_{1,2} y_1 y_2 + b_{1,3} y_1 y_3 + b_{2,3} y_2 y_3 + b_{1,2,3} y_1 y_2 y_3; \quad (15)$$

где A_1, A_2 — искомые величины соответственно для статора и ротора;

$$x_1 = \frac{k'_{zS} - 0,3}{0,2}; x_2 = \frac{k_D - 0,55}{0,1}; x_3 = \frac{B_\delta - 0,8}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{k'_{zR} - 0,3}{0,2}; y_2 = \frac{B_\delta - 0,8}{0,2}; k'_{zS} = \frac{k_{zS}}{k_{zS}}; k'_{zR} = \frac{k_{zR}}{k_{zR}}.$$

Полиномы (14) для статора и (15) для ротора линейны и имеют хорошую адекватность ($\pm 5\%$). Коэффициенты регрессии b_i для различных искомых величин сведены в табл. 1.

Сравнение показывает, что $b_3; b_{1,3}; b_{2,3}; b_{1,2,3}$ на порядок меньше других. Это свидетельствует о том, что оптимальная высота паза практически не зависит от индукции в воздушном зазоре B_δ .

По полученным полиномам проведены расчеты для шести двигателей серии 4А (табл. 2). Как видно из таблицы, высота пазов h_{nS}, h_{nR} и величина \bar{P}_c/B_δ^2 в этих двигателях практически совпадают с найденными по полиномам.

Серия 4А является высокоиспользованной и оптимизирована на ЦВМ [Л. 5 и 6]. Таким образом, полученные полино-

Таблица 1

Марка стали	Искомая величина	Число пар полюсов	Коэффициенты регрессии							
			b_0	b_1	b_2	b_3	$b_{1,2}$	$b_{1,3}$	$b_{2,3}$	$b_{1,2,3}$
2011	\bar{h}_{nS}	2	0,205	0,095	-0,0975	0	-0,0375	-0,005	-0,0025	0,0025
	\bar{h}_{nR}	2	0,200	0,08	—	-0,005	—	0,015	—	—
	\bar{h}_{nS}	4	0,239	0,094	-0,106	-0,006	-0,03	-0,009	-0,009	-0,006
	\bar{h}_{nR}	4	0,2125	0,082	—	-0,0025	—	-0,0225	—	—
	\bar{P}_c	2	86,0	46,33	5,59	-3,59	-0,98	-4,12	-1,5	-0,99
	\bar{P}_c	4	36,0	21,22	-1,97	-0,84	-2,05	-1,44	-1,29	-0,69
1213	\bar{h}_{nS}	2	0,19	0,072	-0,1125	-0,005	-0,023	-0,0022	-0,0033	0,0044
	\bar{h}_{nR}	2	0,185	0,09	—	0,01	—	-0,031	—	—
	\bar{h}_{nS}	4	0,239	0,077	-0,115	0,01	-0,067	-0,0067	-0,01	0,0267
	\bar{h}_{nR}	4	0,225	0,12	—	0,02	—	0	—	—

Таблица 2

Двигатель	\bar{h}_{nS}		\bar{h}_{nR}		B_{aS}/B_{zS}		B_{aR}/B_{zR}		\bar{P}_c/B_δ^2	
	р	п	р	п	р	п	р	п	р	п
4AA56A2	0,177	0,179	0,226	0,222	0,796	0,812	0,786	0,722	62,47	63,6
4AA63A2	0,174	0,174	0,158	0,190	0,842	0,808	0,696	0,795	62,47	63,6
4AX71A2	0,148	0,146	0,200	0,213	0,865	0,842	0,737	0,739	62,47	63,6
4AA56A4	0,187	0,188	0,208	0,215	0,912	0,928	0,618	0,603	34,32	35,75
4AA63A4	0,179	0,169	0,156	0,186	0,878	0,765	0,553	0,637	34,32	35,75
4AX71A4	0,170	0,168	0,185	0,188	0,826	0,786	0,664	0,646	33,37	32,97

Примечание. р—реальные значения; п—рассчитанные с помощью полиномов для $\bar{h}_{опт}$.

миальные зависимости могут быть с успехом использованы для оптимизации геометрии листов; они могут быть применены как для предварительных расчетов, так и в общих схемах оптимизации двигателей. Полиномы могут использоваться для окончательного определения геометрии. Отступления от оптимального варианта необходимы только в случае, если не выполняются технологические ограничения.

Выводы. 1. Выбор рациональной геометрии листов статора и ротора является частной задачей оптимизации серий асинхронных конденсаторных микродвигателей, имеющей самостоятельное значение.

2. Для уменьшения намагничивающего тока и потерь в стали асинхронных микродвигателей целесообразно оптимизировать геометрию листов статора и ротора по минимуму их м. д. с.

3. Полученные при минимальных значениях м. д. с. значения индукции в спинке статора и ротора отличаются соответственно на 10—25 и 20—40% от индукций в зубцах.

4. Как показали исследования, высота пазов статора и ротора практически мало зависит от индукции в воздушном зазоре, а определяется геометрическими соотношениями в машине (k_z, k_D).

5. Полученные зависимости эффективно используются при оптимизационных расчетах асинхронных микромашин. Они позволяют сократить число независимых варьируемых факто-

ров и тем самым облегчить и ускорить поиск оптимального варианта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Параметрические методы оптимизации асинхронных конденсаторных бытовых двигателей с помощью ЦВМ/ Лопухина Е. М., Семенчуков Г. А., Рустамов Т. Б. и др.—ЭП. Бытовая электротехника, 1975, № 4 (29), с. 5—7.

2. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. Л.: Энергия, 1968.

3. Лодочников Э. А., Зайчик В. М., Рыбин Н. В. Определение конфигурации пазов трехфазных асинхронных двигателей с помощью метода выпуклого программирования.— В кн.: Асинхронные микромашины. Каунас, 1969, с. 330—337.

4. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М.: Наука, 1965.

5. Воскресенский А. П., Мордвинов Ю. В., Сорокер Т. Г. Об оптимальном проектировании серий асинхронных двигателей 4А.— Электротехника, 1976, № 10, с. 10—13.

6. Черток Б. Н., Алымкулов К. А. Проектирование однофазных двигателей на базе трехфазных (на опыте серии 4А).— Электротехника, 1976, № 10, с. 13—16.

[27.4.1977]



УДК 621.313.33.001.24

К уточнению теории асинхронных машин

Канд. техн. наук ЗАЙЧИК В. М.

Воронеж

При выводе многих важных соотношений теории асинхронных машин используется следующее приближенное выражение для тока ротора, приведенного к статорной обмотке [Л. 1, с. 83]:

$$I'_2 = \frac{U}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 \frac{r'_2}{s}\right)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2}}, \quad (1)$$

где r_1, r'_2, x_1, x'_2 —активные и индуктивные сопротивления, Ом; s —скольжение; U —напряжение фазы статора, В; c_1 —коэффициент, зависящий от параметров статорной обмотки (r_1 и x_1), а также от активного и индуктивного сопротивлений контура намагничивания (r_m и x_m);

$$c_1 = \sqrt{\frac{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2}{r_m^2 + x_m^2}}.$$

Используя равенство (1) и известное соотношение для момента M [Л. 1, с. 86]

$$M = \frac{m_1 (I'_2)^2 r'_2}{s \omega_1}, \quad (2)$$

устанавливают часто употребляемое выражение

$$M = \frac{m_1 U^2 r'_2}{s \omega_1 \left[\left(r_1 + c_1 \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2 \right]}. \quad (3)$$

Использование выражения (3) применительно к машинам малой мощности может привести к существенным погрешностям обусловленным допущением, которое делается при выводе (1). В [Л. 1, с. 82] дана формула для определения точного значения тока I'_2 в комплексной форме:

$$I'_2 = - \frac{\dot{U}}{Z_1 + C_1 Z'_{23}}, \quad (4)$$

где

$$Z_1 = r + jx_1; \quad Z'_{23} = \frac{r'_2}{s} + jx'_2;$$

$$C_1 = c_1 e^{-j\alpha};$$

$$\alpha = \arctg \frac{x_m r'_1 - x_1 r_m}{x_m (x_m + x_1) + r_m (r_m + r_1)}.$$

При определении модуля тока I'_2 в [Л. 1, с. 83] комплекс C_1 заменяется действительным числом c_1 , в результате чего после преобразований получают равенство (1).

В случае, когда угол γ близок нулю, погрешность, вызванная сделанным допущением, невелика. Это относится к крупным и средним машинам, а также к малым машинам, мощность которых составляет сотни ватт. Однако для машин, мощность которых измеряется десятками и единицами ватт, сочетание параметров может оказаться таким, что пренебрежение значением γ вызовет ощутимую погрешность. Часто в силу своего функционального назначения асинхронные двигатели малой мощности имеют мягкую механическую характеристику и предназначаются для работы в зоне больших скольжений. При этом использование упрощенных соотношений может оказаться недопустимым. Для всех этих случаев в статье предлагаются соотношения, полученные с учетом значения γ .

С помощью (4) можно установить точную формулу:

$$I'_2 = \frac{U}{\sqrt{\left[r_1 + c_1 \left(\frac{r'_2}{s} \cos \gamma + x'_2 \sin \gamma \right)^2 + \left[x_1 + c_1 \left(x'_2 \cos \gamma - \frac{r'_2}{s} \sin \gamma \right)^2 \right]}} \quad (5)$$

Подставив (5) в (2), получим уточненное выражение для момента M , представленное ниже; приведены также формулы для вычисления скольжений s_1 и s_{II} , соответствующих заданному моменту M , а также скольжений s_1 и s_2 , соответствующих конкретному значению полной механической мощности P'_{2m} :

Приближенные соотношения

$$M = \frac{m_1 U^2 r'_2}{s \omega_1 \left[\left(r_1 + c_1 \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2 \right]};$$

$$s_{I, II} = \frac{c_1 r'_2}{K \pm \sqrt{K^2 - r_1^2 - (x_1 + c_1 x'_2)^2}},$$

где

$$K = \frac{m_1 U^2}{2 \omega_1 M c_1} - r_1;$$

$$s_{1,2} = \frac{c_1 r'_2}{L \pm \sqrt{L^2 - r_1^2 - (x_1 + c_1 x'_2)^2 - \frac{m_1 U^2 r'_2}{P'_2}}},$$

где

$$L = \frac{m_1 U^2}{2 P'_2 c_1} - r_1.$$

Уточненные соотношения

$$M = \frac{m_1 U^2 r'_2}{s \omega \left\{ \left[r_1 + c_1 \left(\frac{r'_2}{s} \cos \gamma + x'_2 \sin \gamma \right)^2 + \left[x_1 + c_1 \left(x'_2 \cos \gamma - \frac{r'_2}{s} \sin \gamma \right)^2 \right] \right\}};$$

$$s_{I, II} = \frac{c_1 r'_2}{Q \pm \sqrt{Q^2 - (r_1 + c_1 x'_2 \sin \gamma)^2 - (x_1 + c_1 x'_2 \cos \gamma)^2}},$$

где

$$Q = \frac{m_1 U^2}{2 \omega_1 M c_1} - r_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma;$$

$$s_{1,2} = \frac{c_1 r'_2}{R \pm \sqrt{R^2 - (r_1 + c_1 x'_2 \sin \gamma)^2 - (x_1 + c_1 x'_2 \cos \gamma)^2 - \frac{m_1 U^2 r'_2}{P'_2}}},$$

где

$$R = \frac{m_1 U^2}{2 P'_2 c_1} - r_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma.$$

(Формулы для c_1 и γ :

$$c_1 = \sqrt{\frac{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2}{r_m^2 + x_m^2}};$$

$$\gamma = \arctg \frac{x_m r_1 - x_1 r_m}{x_m (x_m + x_1) + r_m (r_m + r_1)}.$$

В соотношениях для $s_{I, II}$ знак плюс перед корнем относится к восходящей ветви механической характеристики, знак минус — к нисходящей. В соотношениях для $s_{1,2}$ знак плюс перед корнем относится к s_1 , знак минус — к s_2 .)

Пренебрежение углом γ может вызвать погрешность также при определении максимального момента M_m , скольжения s_m , соответствующего максимальному моменту, максимального значения полной механической мощности P'_{2m} и скольжения s_p , соответствующего величине P'_{2m} . Уточненные и приближенные (без учета угла γ) соотношения для определения указанных величин представлены ниже; приведены также формулы для определения коэффициента α , равного отношению э. д. с. статорной обмотки E_1 к фазному напряжению U :

Приближенные соотношения

$$s_m = \frac{\pm c_1 r'_2}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2}}$$

$$M_m = \frac{\pm m_1 U^2}{2 \omega_1 c_1 [\sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2} \pm r_1]}$$

$$s_p = \frac{c_1 r'_2}{c_1 r'_2 \pm \sqrt{(r_1 + c_1 r'_2)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2}}$$

$$P'_{2m} = \frac{\pm m_1 U^2}{2 c_1 [\sqrt{(r_1 + c_1 r'_2)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2} \pm (r_1 + c_1 r'_2)]}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\left(\frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x'_2)^2}{\left(r_1 + c_1 \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2}}$$

Уточненные соотношения

$$s_m = \frac{\pm c_1 r'_2}{\sqrt{(r_1 + c_1 x'_2 \sin \gamma)^2 + (x_1 + c_1 x'_2 \cos \gamma)^2}}$$

$$M_m = \frac{\pm m_1 U^2}{2 \omega_1 c_1 [\sqrt{T^2 + (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma + c_1 x'_2)^2} + T]},$$

$$T = r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma$$

$$s_p = \frac{1}{1 \pm \sqrt{1 + \frac{r_1^2 + x_1^2 + (c_1 x'_2)^2 + 2 c_1 [x'_2 (r_1 \sin \gamma + x_1 \cos \gamma) + r'_2 (r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma)]}{(c_1 r'_2)^2}}}$$

$$P'_{2m} = \frac{\pm m_1 U^2}{2 c_1 [\sqrt{Y^2 + (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma + c_1 x'_2)^2} \pm Y]},$$

$$Y = r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma + c_1 r'_2$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\left(\frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x'_2)^2}{\left[r_1 + c_1 \left(\frac{r'_2}{s} \cos \gamma + x'_2 \sin \gamma \right)^2 + \left[x_1 + c_1 \left(x'_2 \cos \gamma - \frac{r'_2}{s} \sin \gamma \right)^2 \right]}}$$

(Знак плюс относится к двигательному режиму, знак минус — к генераторному.)

При исследовании режимов работы асинхронных машин получила широкое распространение формула относительного момента, устанавливающая выражение для момента M в долях максимального [Л. 1, с. 89]:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta s_m}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + \beta s_m}, \quad (6)$$

где

$$\beta = \frac{2r_1}{c_1 r'_2}.$$

Выражение (6) также не учитывает угол γ и, следовательно, использование этого выражения применительно к микромашинам обуславливает погрешности. Для вывода более точного соотношения поступим следующим образом. Запишем два выражения для моментов M и M_m :

$$M = \frac{m_1 U^2 r'_2}{s \omega_1 \left\{ \left[r_1 + c_1 \left(\frac{r'_2}{s} \cos \gamma + x'_2 \sin \gamma \right) \right]^2 + \left[x_1 + c_1 \left(x'_2 \cos \gamma - \frac{r'_2}{s} \sin \gamma \right) \right]^2 \right\}};$$

$$M_m = \frac{m_1 U^2 r'_2}{s_m \omega_1 \left\{ \left[r_1 + c_1 \left(\frac{r'_2}{s_m} \cos \gamma + x'_2 \sin \gamma \right) \right]^2 + \left[x_1 + c_1 \left(x'_2 \cos \gamma - \frac{r'_2}{s_m} \sin \gamma \right) \right]^2 \right\}}.$$

Разделив почленно представленные выражения, найдем после преобразований:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta' s_m}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + \beta' s_m}, \quad (7)$$

где

$$\beta' = \frac{2(r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma)}{c_1 r'_2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Г. Н. Электрические машины. М.: Госэнергоиздат, 1963, ч. 2.

[4.10.1977]

УДК 621.316.35:538.323

Расчет электродинамических усилий между шинами конечного сечения

Кандидаты техн. наук ЕВТУШЕНКО В. А., ЧУНИХИН А. А.

Москва

В конструкциях электрических аппаратов электродинамические усилия (э. д. у.) между шинами, расположенными под углом друг к другу рассчитываются при допущении, что проводники (шины) являются круглыми и бесконечно тонкими. В этом случае расчет э. д. у. выполняют по формуле [Л. 1]:

$$F_{1/2} = 1,02 \frac{I_1}{10} \frac{I_2}{10} k_{1/2}, \quad (1)$$

где I_1, I_2 — ток соответственно в шинах 1 и 2 кА; $k_{1/2}$ — коэффициент контура, образованного шинами 1 и 2.

Однако известно, что для параллельных шин сделанное выше допущение о том, что шины являются бесконечно тонкими и круглыми при определении э. д. у. между ними, приводит к значительным погрешностям. Для них найден коэффициент формы, при введении которого в формулу (1) погрешность при определении э. д. у. уменьшается. В связи с тем, что в конструкциях электрических аппаратов, например в контактных системах подвесных разъединителей и др., очень часто встречаются шины, расположенные под прямым или острым углом друг к другу, найдем выражение для определения э. д. у. между ними с учетом их сечения.

Рассчитаем э. д. у. воздействия шины с током I_1 на шину с током I_0 (см. рисунок).

Так как обычно в практике используются шины с отношением толщины к ширине как 1:10 и более, то будем считать шину тонкой. Систему координат расположим так, как показано на рисунке. При этом точки шины с током I_0 выразим в координатах x_0, y_0, z_0 , а точки шины с током I_1 — в координатах x_1, y_1, z_1 .

Магнитную проницаемость среды примем $\mu_a \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м. Сделаем допущение, что ток в шинах распределен равномерно. Элемент с током, расположенный в окрестности точки А, согласно закону Био-Савара создает в точке В поле напряженностью [Л. 2]

$$d\vec{H}_1 = \frac{di_1}{4\pi} \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (2)$$

где $di_1 = \frac{I_1}{a} dx$ — ток, протекающий через элемент dx , dl ; r — радиус-вектор;

$$r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2 + (z_0 - z)^2};$$

$$y = l \cos \gamma; \quad z = l \sin \gamma. \quad (3)$$

Раскрывая выражение (2), имеем:

$$d\vec{H}_1 = \frac{I_1 dx dl}{4\pi a r^3} \{ [(z_0 - z) \cos \gamma + y \sin \gamma]^3; (x_0 - x) \sin \gamma; -(x_0 - x) \cos \gamma \}. \quad (4)$$

Сила dF , действующая на элемент с током $di_0 = \frac{I_0}{a} dx_0$,

$$d\vec{F} = \mu_a \frac{I_0}{a} dx_0 [d\vec{H}_1, \vec{dl}_0]. \quad (5)$$

Подставив значения dH_1 из (4) в (5) и раскрыв векторное произведение, получим:

$$\left. \begin{aligned} dF_x &= \mu_a \frac{I_1 I_0}{4\pi a^2 r^3} dx dx_0 dl (x_0 - x) \sin \gamma dz_0; \\ dF_y &= \mu_a \frac{I_1 I_0}{4\pi a^2 r^3} dx dx_0 dl [(z_0 - z) \cos \gamma + y \sin \gamma] dz_0; \\ dF_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Учитывая (3) и подставляя значения переменных:

$$\left. \begin{aligned} d &\leq x \leq d+a; \\ b &\leq l \leq l_1; \\ 0 &\leq x_0 \leq a; \\ c &\leq z_0 \leq l_0, \end{aligned} \right\}$$

получаем выражения для определения э. д. у. воздействия шины с током I_1 на шину с током I_0 :

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \mu_a \frac{I_0 I_1}{4\pi a^2} \int_d^{d+a} dx \int_0^a dx_0 \int_b^{l_1} dl \times \\ &\times \int_c^{l_0} \frac{(x_0 - x) \sin \gamma}{[(x_0 - x)^2 + l^2 \cos^2 \gamma + (z_0 - l \sin \gamma)^2]^{3/2}} dz_0; \\ F_y &= -\mu_a \frac{I_0 I_1}{4\pi a^2} \int_d^{d+a} dx \int_0^a dx_0 \int_b^{l_1} dl \times \\ &\times \int_c^{l_0} \frac{(z_0 - l \sin \gamma) \cos \gamma + l \cos \gamma \sin \gamma}{[(x_0 - x)^2 + l^2 \cos^2 \gamma + (z_0 - l \sin \gamma)^2]^{3/2}} dz_0; \\ F_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

При $\gamma=0$ и $d=0$ из (7) получаются выражения для определения э. д. у. между взаимно перпендикулярными пересекющимися шинами:

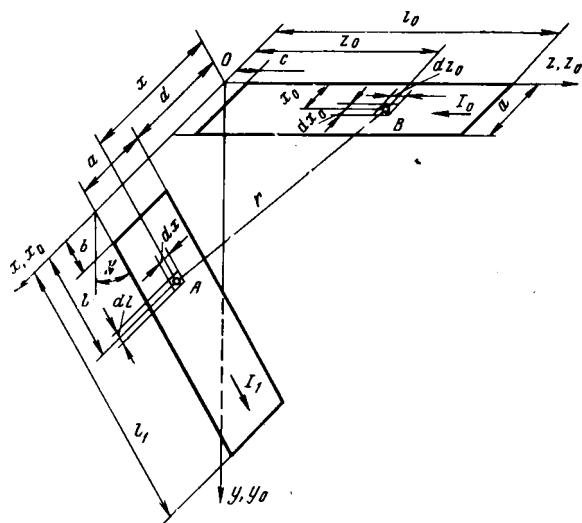
$$\left. \begin{aligned} F_x &= 0; \\ F_y &= -\mu_a \frac{I_1 I_0}{4\pi a^2} \int_0^a dx \int_0^a dx_0 \times \\ &\times \int_0^l dy \int_0^c \frac{z_0 dz_0}{[(x_0 - x)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}}; \\ F_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

По аналогии с (1) величину, зависящую только от геометрических размеров шины, назовем коэффициентом контура. Для взаимно перпендикулярных шин он равен:

$$\left. \begin{aligned} \beta_x &= 0; \\ \beta_y &= \frac{1}{a^2} \int_0^a dx \int_0^a dx_0 \int_0^l dy \times \\ &\times \int_0^c \frac{z_0 dz_0}{[(x_0 - x)^2 + y^2 + z_0^2]^{3/2}}; \\ \beta_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для определения коэффициента контура в проектно-вычислительном отделе института «Теплоэлектропроект» составлена программа и выполнен расчет на ЦВМ. Значения β_y для некоторых размеров взаимно перпендикулярных шин приведены в таблице (таблица составлена для случая, когда $b=c=5$ мм).

Из приведенных результатов расчета видно, что неучет ширины при определении коэффициента контура взаимно



Значения размеров, мм			Значение коэффициента контура β_y		Значения размеров, мм			Значение коэффициента контура β_y	
a	l	l_0	без учета ширины шин	с учетом ширины шин	a	l	l_0	без учета ширины шин	с учетом ширины шин
80	300	300	3,04	2,18	160	500	500	3,56	2,19
120	300	300	3,04	1,90	200	500	500	3,56	2,01
160	300	300	3,04	1,70	240	500	500	3,56	1,87
200	300	300	3,04	1,54	80	1000	1000	4,25	3,39
240	300	300	3,04	1,40	160	1000	1000	4,25	2,88
80	500	500	3,56	2,68	240	1000	1000	4,25	2,55
120	500	500	3,56	2,40					

перпендикулярных шин приводит к значительным погрешностям. Однако расчеты для других случаев расположения шин показали, что при зазоре между шинами, равном их ширине, погрешность, получаемая при определении коэффициента контура без учета ширины, составляет 5—10% (зависит также от длины шин). Для коротких шин погрешность больше, чем для длинных.

Таким образом, для определения действительных значений электродинамических усилий воздействия одной шины с током на другую необходимо также учитывать их ширину и выполнять расчет по приведенным выше выражениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холявский Г. Б. Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах. М.: Энергия, 1971.
2. Ионкин П. А. и др. Теоретические основы электротехники. Т. 2. М.: Высшая школа, 1976.
3. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. М.: Физматгиз, 1962.
4. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Гостехиздат, 1951.

[3.2.1978]

Проблема фильтрации высших гармоник тока и напряжения в электроэнергетических системах

(Таллин, 26—27 апреля 1977 г.)

Вопросы фильтрации высших гармоник тока и напряжения обсуждались на заседании секции № 3 «Проблемы теории нелинейных электрических цепей сложных электроэнергетических и электромеханических систем» Научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики».

Выбору структуры и параметров фильтров переменного тока на преобразовательных подстанциях большой мощности посвятил свой доклад Ю. С. Крайчик (ИНИИПТ). Фильтры должны: защищать систему от гармоник тока, генерируемых преобразователями, участвовать в компенсации реактивной мощности, улучшить режимы преобразователей и развязывать коммутационные процессы в разных преобразователях. В составе фильтров следует предусматривать хорошо настроенные узкополосные звенья для наиболее сильно выраженных гармоник, а также широкополосные звенья для гармоник тока более высоких порядков. Последние обладают свойствами случайных величин. Параметры фильтров для подстанций большой мощности определяются входными сопротивлениями замыкающих сетей, которые меняются в широких пределах и вносят неопределенность в исходные данные по расчету фильтров. Для сужения диапазона неопределенности необходимо продолжить изучение частотных характеристик сетей. При расчете фильтров должна учитываться количественная оценка надежности фильтровых конденсаторных батарей.

Наиболее жесткие требования к качеству фильтрации гармоник диктуются правилами защиты устройств проводной связи. Эти правила нормируют, однако, малозффективные относительные показатели. Они должны быть скорректированы и согласованы.

В целях упрощения фильтров на преобразовательных подстанциях большой мощности не следует допускать шестифазных режимов преобразования, что позволит снизить мощность фильтров примерно в 1,5 раза.

В докладе Л. А. Добрушина (ВЭИ) затронуты вопросы методики расчета фальтроскомпенсирующих устройств для устранения вредного воздействия на сеть нелинейных нагрузок. Предложен алгоритм расчета совокупностей резонансных цепей и параллельных конденсаторных батарей, позволяющий выбирать параметры этих элементов при разнот структуре фальтроскомпенсирующих устройств.

Доклад А. К. Шидловского, В. Г. Кузнецова и Ю. С. Михайлеца (ИЭД АН УССР) «Выбор схем и параметров фальтроссимметрирующих устройств» был посвящен рассмотрению ряда схем этих устройств и оценке их фильтрующих и симметрирующих возможностей. Показано, что при наличии вентильных нагрузок целесообразно использование устройств с широкой полосой фильтруемых гармоник. Отмечена перспективность фазосимметрирующего устройства с соединением индуктивного и емкостных элементов в треугольник. Даны рекомендации по выбору параметров таких устройств при изменении сопротивления сети с учетом неидеальной настройки элементов фильтровых звеньев при полной и частичной компенсации тока обратной последовательности.

В. Г. Аввакумов (Винницкий политехнический институт) выступил с докладом «Параметрический синтез силовых фильтров как нелинейная экстремальная задача исследования операций». При параметрическом синтезе фильтров высших гармоник, фальтроссимметрирующих устройств или фальтросуравновешивающих устройств многоцелевого назначения необходимо учитывать специфические условия работы конденсаторов. При этом целесообразно использовать методологию адекватного отображения на математической модели условий функ-

ционирования силовых фильтров в электрической системе. Показан пример параметрического синтеза фильтров при минимальных расчетных затратах.

В докладе И. В. Жежеленко и А. М. Липского (Ждановский металлургический институт) рассмотрены особенности работы резонансных фильтров в сетях с резкопеременной нагрузкой. При динамических режимах пуска и торможения действующие значения гармоник тока в переходных режимах возрастают как за счет увеличения канонических, так и появления неканонических гармоник тока. Переходные процессы пуска и торможения при установке одного резонансного фильтра, настроенного на частоту гармоник наименьшего порядка, затухают быстрее, чем при установке нескольких параллельных фильтров, настроенных на разные частоты. Применение одного фильтра целесообразнее также для повышения срока службы фильтровых конденсаторов. Добротность контура фильтра 5-й гармоники должна быть 25—50, 11-й — около 100. В докладе И. В. Жежеленко, Ю. В. Слепова и В. В. Тохтамыша затронуты экономические аспекты проблемы фильтрации высших гармоник и предложен алгоритм оптимизации несинусоидальных режимов напряжения с помощью силовых резонансных фильтров, обеспечивающий минимум расчетных затрат.

В докладе Л. И. Дорожко и В. М. Семенова (ЭНИН) «Пассивные регулируемые фильтры» проведено сравнение шунтовых цепочечных фильтров: нерегулируемых и имеющих автоматическую подстройку резонансной частоты. Меньшей мощности и меньшим потерям последних противостоит большая (на 30—35%) стоимость фильтрового реактора. Если наряду с задачей ограничения гармоник необходимо генерировать дополнительную реактивную мощность и регулировать напряжение на нагрузке, может оказаться целесообразным применение П-образного фильтра низкой частоты с управляемым реактором в цепи нагрузки. Однако мощность такого фильтра в 3—4 раза больше, чем цепочечного фильтра.

П. И. Тамкиви (Институт термодинамики и электрофизики АН ЭССР) в докладе «Активные энергетические фильтры» отметил, что пока активные фильтры получили распространение в технике обработки и передачи информации, где их энергетические показатели имеют второстепенное значение. Использование активных фильтров в технике преобразования и передачи энергии требует обеспечения приемлемых технико-экономических показателей, достижение которых возможно при некотором увеличении потерь энергии. Разумное решение проблемы требует системного подхода при выборе принципов работы и схемных решений всех узлов преобразователя и фильтров. Дальнейшее развитие энергетических активных фильтров связано с освоением мощных транзисторов.

В докладе В. В. Сарва (ИТЭФ АН ЭССР) «Индуктивно-ключевые фильтры для улучшения спектрального состава переменного тока преобразователей» затронут вопрос усовершенствования таких цепей на основе исследования частотно-энергетических характеристик. В устройствах с индуктивным накопителем энергии, ритмично управляемым переключением числа витков, можно достичь удовлетворительного сглаживания тока на выходе преобразователей при относительно малой мощности магнитных ключей.

На новый источник неканонических гармоник переменного тока указал в своем докладе «Неканонические гармоники в си- (ВЭИ). При близости их частот к резонансной частоте входного сопротивления одной из соединяемых выпрямительно-инверторной установкой систем переменного тока возможны стемах, связанных звеном постоянного тока» А. И. Ступель

перегрузка фильтров и искажения напряжений в системах. Такие асинхронные гармоники могут оказаться помехой для регуляторов, поддерживающих настройку узкополосных фильтров. Их амплитуды пропорциональны входному сопротивлению системы на частоте гармоники и обратно пропорциональны индуктивности реактора в цепи выпрямленного тока. Ограничение искажений может быть достигнуто соответствующей настройкой широкополосного фильтра и выбором реактора.

Вопросу выбора параметров фильтров системы «сеть—выпрямитель—фильтр—автономный инвертор» посвятили доклад Г. И. Сабанеева, Ю. В. Лобанов и Ю. И. Болотовский (Уфимский авиационный институт). При составлении модели исследуемой системы на АВМ использованы операционные усилители типа «источник и преобразователь тока» и применена теория трафов для уменьшения числа операционных элементов. Определены граничные значения параметров фильтра и зависимости коэффициента пульсаций входного тока от параметров фильтра, что позволяет выбирать эти параметры по заданному коэффициенту пульсаций.

А. А. Федоров, В. С. Иванов и И. В. Слуцкер рассмотрели в своем докладе условия параллельной работы фильтров высших гармоник в промышленных сетях. При отклонении параметров отдельных фильтров от резонансной настройки токораспределение фильтруемой в них гармоники нарушается, возникают ненормальные, а в ряде случаев и аварийные режимы. При равнознаковом небалансе фильтров возникает усиление тока гармоники в сети, а сами фильтры перегружаются. Простым средством выравнивания гармоник тока в параллельных фильтрах, настроенных на одну и ту же гармонику, является соединение средних точек фильтров между собой. Перспективным решением для сетей 6—10 кВ промышленных предприятий, как указал в своем сообщении М. П. Рябов (Тяжпромэлектропроект), является применение силовых резонансных фильтров без автоматической их настройки. В 1976 г. изготовлен опытно-промышленный образец фильтра 5-й гармоники мощностью 1200 кВ·А, испытания которого на одном из

металлургических заводов показали, что уровень гармоники тока в сети уменьшается в 5—6 раз. Фильтр внедрен в опытно-промышленную эксплуатацию.

В докладе Б. М. Валова, В. В. Литвака и В. В. Прокопчика (ТПИ) предложена методика выбора фильтрокомпенсирующих устройств с учетом требований ступенчатого регулирования реактивной мощности и показан пример решения задачи для одного из металлургических заводов. В. И. Кузьминов (Винницкий политехнический институт) в своем выступлении отметил возможность аварийного усиления высших гармоник тока при наличии фильтрокомпенсирующих и симметрирующих устройств.

Вопрос выбора конденсаторов для фильтров энергетического назначения с учетом дополнительных требований к ним рассмотрен в докладе В. В. Ермуратского (ОЭК АН МССР). По некоторым типам конденсаторов предложены параметры электрических схем замещения, определенные расчетно-экспериментальным путем, и даны рекомендации по применению конденсаторов различных типов в энергетических фильтрах.

Участники заседания в дискуссии по докладом подчеркнули важность комплексного подхода к решению задачи фильтрации высших гармоник тока и напряжения в электрических сетях и системах с целью обеспечения высокого качества электрической энергии.

Резюмируя обсуждение, М. С. Либкинд отметил актуальность внедрения в электрических сетях специальных устройств, нормализующих их режимы. В настоящее время в энергосистемах таких устройств недостаточно. Техническая возможность создания устройств многоцелевого назначения, совмещающих фильтрацию высших гармоник с компенсацией реактивной мощности, не вызывает сомнений. Важной задачей является организованное накопление и научный анализ опыта эксплуатации фильтров энергетического назначения и уточнение на этой основе синтеза и оптимального проектирования фильтрокомпенсирующих устройств.

Доктор техн. наук ГЛИНТЕРНИК С. Р.

СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ СТРАХОВ

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения крупного ученого в области теоретической электротехники и переходных процессов в электрических цепях и системах, заведующего кафедрой автоматизации и телемеханики Московского института инженеров транспорта, доктора технических наук, профессора Сергея Владимировича Страхова.

С. В. Страхов окончил в 1930 г. электротехнический факультет МВТУ, с этого же времени началась его педагогическая деятельность в Московском энергетическом институте, где он начал читать лекции по теоретическим основам электротехники и токам короткого замыкания. В 1934 г. в МЭИ была издана литографским способом книга С. В. Страхова «Токи короткого замыкания», явившаяся первым учебником в СССР по этой дисциплине.

В 1935—1939 гг. С. В. Страхов работал старшим научным сотрудником Энергетического института имени Г. М. Кржижановского. Здесь им впервые было проведено интересное исследование по оценке влияния э. д. с. трансформации, наводимых в статоре, на динамическую устойчивость синхронной машины. Этой работой было положено начало применению $d, q, 0$ координат (преобразования Парка) для математического



моделирования переходных электро-механических процессов в электро-энергетических системах, т. е. развитию метода, впоследствии названного С. В. Страховым методом мгновенных значений.

Ученая степень кандидата технических наук была присуждена С. В. Страхову без защиты диссертации в 1938 г.

В 1936—1943 гг. он работал и. о. профессора и заведующим кафедрой теоретической электротехники Ивановского энергетического института. С 1943 по 1960 г. С. В. Страхов — доцент кафедры ТОЭ МЭИ и соавтор широко известных в СССР и за рубежом учебников по основам электротехники и основам теории цепей. Эти учебники вышли в свет в четырех изданиях, переведены за рубежом и выпущены издательством «Мир» на английском языке двумя изданиями. В 1956 г. МЭИ была издана его брошюра, посвященная расчету переходных процессов методом интеграла Фурье и явившаяся первым пособием на русском языке. В 1960 г. вышла в свет монография С. В. Страхова, в которой был впервые предложен метод мгновенных значений применительно к электроэнергетическим системам любой сложности.

В 1958 г. С. В. Страхов защитил докторскую диссертацию, посвященную исследованию переходных процессов в электроэнергетических системах, в которой был подробно разработан метод мгновенных значений. В 1961 г. он был утвержден в ученом звании профессора.

В 1960 г. С. В. Страхов начал работать в Московском институте инженеров транспорта, где организовал и возглавил кафедру автоматизации и телемеханики. Профессор С. В. Страхов уделяет большое внимание подготовке молодых научных кадров. Им подготовлено 4 доктора и 30 кандидатов технических наук. С группой учеников и сотрудников он много лет ведет научную работу по исследованию динамики и оптимальных управлений в автономных электроэнергетических системах, а также по применению второго метода Ляпунова

к исследованию динамической устойчивости электроэнергетических систем.

За многолетние и плодотворные комплексные научные исследования в области переходных процессов в машинах переменного тока и в электроэнергетических системах Президиум Академии наук СССР присудил С. В. Страхову в 1967 г. премию им. П. Н. Яблочкова.

С 1969 г. С. В. Страхов является членом Научного Совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики при Академии

наук СССР, много лет он ведет большую научно-методическую работу, являясь активным членом Научно-методической комиссии по автоматике и телемеханике Минвуза СССР. Свыше 25 лет С. В. Страхов является вначале ученым секретарем, а затем председателем Электротехнической секции Московского Дома ученых АН СССР; в 1964 г. он избран членом Совета МДУ АН СССР.

С. В. Страхов награжден рядом медалей. Желаем ему здоровья и дальнейших творческих успехов.

Группа товарищей

КЯЗИМ НОВРУЗ АЛИ ОГЛЫ КУЛИЗАДЕ

(К 70-летию со дня рождения)

В мае с. г. исполнилось 70 лет со дня рождения и 45 лет инженерной, научной, педагогической и общественной деятельности профессора Кулизаде Кязима Новруз Али оглы, крупного ученого-энергетика, одного из ведущих специалистов в области электроэнергетики нефтяной промышленности.

В 1929 г. К. Н. Кулизаде поступил на энергетический факультет Азербайджанского политехнического института (ныне Азербайджанский институт нефти и химии им. М. Азизбекова), который с отличием окончил в 1934 г. За годы работы на производстве он прошел большой путь от инженера-электрика нефтяного промысла до главного энергетика «Азнефть», всегда оставаясь горячим сторонником прогрессивных направлений развития сложного и многоотраслевого электроэнергетического хозяйства нефтяной промышленности. В 1940 г. К. Н. Кулизаде перешел на научную работу сначала в Бакинский научно-исследовательский институт по технике безопасности в нефтяной промышленности, а затем в Энергетический институт АН Азерб. ССР, где работал до 1952 г. вначале старшим научным сотрудником, а затем заместителем директора института по научной работе, одновременно возглавляя лабораторию электропривода.

В эти годы юбиляр провел ряд оригинальных исследований в области электропривода нефтепромысловых машин и механизмов, теории и практики передвижных электросетей нефтяных промыслов, защитных заземлений электроустановок в условиях нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей промышленности. К. Н. Кулизаде явился инициатором создания школы научных кадров энергетики в Азербайджане, проявив подлинный талант организатора науки.

Одновременно с производственной и научной деятельностью К. Н. Кулизаде вел систематическую педагогическую работу в Азербайджанском институте нефти и химии, на кафедре, возглавляемой основоположником электрификации нефтяных промыслов профессором М. М. Скворцовым, после смерти которого в 1947 г. стал заведующим кафедрой электротехники и энергетики нефтяной промышленности. С 1970 г. Н. К. Кули-



заде — ректор этого института, одного из ведущих нефтяных вузов страны.

На основе обобщения многолетних исследований в области электроэнергетики нефтяных промыслов К. Н. Кулизаде была подготовлена и в 1961 г. успешно защищена докторская диссертация, несколько позднее он был утвержден в ученое звание профессора.

Круг научных интересов К. Н. Кулизаде широк и многообразен: им выполнен ряд фундаментальных работ в области электрооборудования для бурения и добычи нефти, электроснабжения нефтяных промыслов, электропотребления объектов нефтяной промышленности. Особый интерес представляют работы юбиляра, связанные с созданием новых систем электрооборудования современных нефтебуровых установок, синхронных двигателей малой мощности и регулируемого привода переменного тока для станков-качалок, улучшением качества напряжения и повышением устой-

чивости нефтепромысловых узлов нагрузок, разработкой прогрессивных методов нормирования и прогнозирования электропотребления в бурении, добыче, транспорте и переработке нефти и газа. Внедрение результатов этих работ создало возможности для существенного повышения эффективности основных производственных процессов нефтяной промышленности, улучшения их технико-экономических показателей и рационального использования электрической энергии.

Проф. К. Н. Кулизаде является автором свыше 160 научных работ, в том числе 32 книг — учебников и учебных пособий, монографий и брошюр. За последние 15 лет под руководством К. Н. Кулизаде подготовлено и защищено свыше 30 кандидатских диссертаций.

К. Н. Кулизаде с успехом сочетает большую научно-педагогическую и административную работу с многогранной общественной деятельностью. Он неоднократно избирался в состав руководящих органов городской и районной партийных организаций, был депутатом Бакинского городского Совета ряда созывов, делегатом XXVIII и XXIX съездов Компартии Азербайджана; в настоящее время является членом коллегии МВ и ССО Азерб. ССР, членом главной редакции Азербайджанской Советской Энциклопедии, редактором журнала «Нефть и газ», членом ряда научно-методических советов и комиссий МВ и ССО СССР.

Многолетняя и плодотворная деятельность юбиляра отмечена высокими государственными наградами: орденами Ленина, Трудового Красного Знамени, Красной Звезды, «Знак Почета», медалями СССР, Почетными грамотами Верховного Совета Азерб. ССР, золотой медалью Общества германо-советской дружбы.

За большие заслуги в развитии науки юбиляру присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки Азербайджанской ССР; он избран почетным доктором Фрайбергской Горной Академии ГДР.

Группа товарищей

АЛЕКСЕЙ ФРОЛОВИЧ ФЕДОСЕЕВ

Советская авиационная электротехника понесла тяжелую утрату. 11 февраля 1978 г. скоропостижно скончался выдающийся конструктор и ученый в области авиационной электротехники, Главный конструктор, доктор технических наук, профессор Алексей Фролович Федосеев.

Алексей Фролович родился 13 марта 1913 г. в с. Армеево Пензенской губернии. После окончания средней школы на-

ходил на комсомольской работе. В 1932 г. он был направлен на учебу в Московский энергетический институт.

Вся дальнейшая деятельность А. Ф. Федосеева после окончания в 1937 г. института была связана с авиационной промышленностью, где он проработал в течение 40 лет, из которых 30 лет Главным конструктором. Им сделан решающий вклад в развитие этой важной области промышленности.

Алексей Фролович руководил широким спектром научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, активно участвовал в работах многих всесоюзных научно-технических конференций, опубликовал ряд научных трудов, являлся автором многих изобретений, внедренных в промышленность. Характерная особенность А. Ф. Федосеева как ученого и конструктора — широкое привлечение к научным исследованиям молодежи, постоянная забота о повышении научного уровня исследований и внедрении их в промышленность. Им воспитаны многие высококвалифицированные специалисты и научные работники.

А. Ф. Федосеев — член КПСС с 1941 г., избирался делегатом XXII и XXIV съездов партии.

Большие заслуги Алексея Фроловича Федосеева перед Родиной отмечены высокими правительственными наградами. Ему было присвоено звание Героя Социалистического Труда, он награжден двумя орденами Ленина, орденом Октябрьской Революции, орденом Трудового Красного Знамени, орденом Отечественной войны II степени и многими медалями, дважды удостоивался звания лауреата Государственной премии.

А. Ф. Федосеев был человеком большой души, редкого обаяния. Он пользовался любовью и уважением всех, кто его знал, — работников промышленности, ученых и преподавателей высшей школы.

Светлая память об Алексее Фроловиче Федосееве, талантливом конструкторе и ученом, патриоте и коммунисте, навсегда сохранится в сердцах его коллег и учеников.

Группа коллег, учеников и товарищей

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (зав. редакторским отделом), Л. С. Кудинова, А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 15.05.78
Усл. печ. л. 12,0

Подписано к печати 06.07.78
Уч.-изд. л. 14,2

T-11158
Тираж 9284 экз.

Формат 60×90/16

Печать высокая
Зак. 678

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Зейлидзон Е. Д., Портной М. Г., Рабинович Р. С., Сова- лов С. А. — Анализ опыта эксплуатации автоматиче- ской частотной разгрузки в энергосистемах СССР . . .	1	Конотоп В. В., Рудаков В. В. — Расчет электрического по- ля вдоль поверхности раздела диэлектриков у края электрода	66
Пуго В. И. — Параметрический резонанс как причина вто- ричного нарушения устойчивости	8	ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ	
Будзко И. А., Броницкий М. А., Выхирка А. С. — Сравне- ние сельских кабельных и воздушных линий электро- передачи	13	Бердов Г. В., Середин М. М. — Метод экспериментального определения обобщенных характеристик поведения релейной защиты в переходных режимах	70
Груздев И. А., Жененко Г. Н., Темирбулатов Р. А. — Экви- валентирование частотных характеристик электрических систем	17	Пивняк Г. Г., Свистельник О. А. — Исследование воспа- ляющей способности токов повышенной частоты в це- пях с малой индуктивностью	72
Кузнецов В. Г. — Выбор схем и параметров трехфазных фильтросимметрирующих устройств	21	Ваксер Б. Д., Коган В. О., Поляков Р. С., Преснов Ю. Л. — Исследование систем крепления пазовой части обмотки статора крупных генераторов	74
Кадомская К. П., Супрунов В. В. — Влияние токоограни- чивающих сопротивлений в нейтралах трансформато- ров на коммутационные перенапряжения	26	СООБЩЕНИЯ	
Калужный В. Ф. — Расчет размещения защитных устройств в протяженных системах при электрическом и магнитном влиянии линии электропередачи	31	Мастяев Н. З., Трегубов В. А. — Влияние вышших гармо- ник индукции на синхронный момент и электромгнит- ную мощность гистерезисного двигателя	78
Бородинский Г. Я., Буянтуйев С. Л., Каплан Г. С., Куке- ков Г. А. — Моделирование дугогасительных процессов в камерах высоковольтных газовых выключателей	37	Ланген А. М., Соловьев В. А., Сениковский И. В. — Расчет поверхностных явлений в глубоком пазу асинхронного двигателя при питании его от источника прямоуголь- ных импульсов	81
Романенко И. Н. — Динамика системы развивающихся па- раллельных импульсных дуг в плотных газах при разряде конденсатора	40	Лопухина Е. М., Семенчуков Г. А., Сентюрихин Н. И. — Оптимизация размеров активного слоя асинхронных микродвигателей с помощью методов планирования эксперимента	83
Лейтес Л. В. — Вектор Пойнтинга в реакторе и трансфор- маторе	45	Зайчик В. М. — К уточнению теории асинхронных машин	86
Васильев К. М. — Влияние насыщенных ферромагнитных масс на магнитное поле индуктивной катушки	50	Евтушенко В. А., Чунихин А. А. — Расчет электродинами- ческих усилий между шинами конечного сечения	88
Цейтлин Л. А. — Торoidalный электромагнитный экран	56	ХРОНИКА	90
Вишневский А. М. — Расчет стационарного электрического поля методом интегральных уравнений	60		

CONTENTS

Analysis of Operating Experience With Automatic Fre- quency Load Shedding in Power Systems of the USSR — E. D. Zeilidson, M. G. Portnoy, R. S. Rabi- novitch, S. A. Sovalov	1	Calculating the Electric Field Along the Surface Between Dielectrics Near the Edge of the Electrode — V. V. Konotop, V. V. Rudakov	66
Parametric Resonance — the Cause for Secondary Dis- ruption of Stability — V. I. Pugo	8	FROM OPERATING EXPERIENCE	
A Comparison of Rural Cable and Overhead Transmission Lines — I. A. Budzko, M. A. Bronitski, A. S. Viskirka	13	An Experimental Method for Determining Generalized Performance Characteristics of Protective Relaying During Transients — G. V. Berdov, M. M. Seredin	70
Obtaining Equivalents for Power System Frequency Cha- racteristics — I. A. Grudev, G. N. Djenenko, R. A. Temirbulatov	17	Investigating the Inflammability of High Frequency Cur- rents in Low Inductance Circuits — G. G. Pivnyak, O. A. Svistelnik	72
Selection of Schemes and Parameters for Three-Phase Balancing Devices Employing Filters — V. G. Kuz- netsov	21	A Study of Systems for Fastening the Stator Winding Slotting in Large Generators — B. D. Waxer, V. O. Kogan, R. S. Polyakov, U. L. Presnov	74
The Influence of Current Limiting Impedances in Trans- former Neutrals on Switching Surges — K. P. Kadom- skaya, V. V. Suprunov	26	REPORTS	
Allocation of Protections in Extensive Systems With Account Taken of the Electrical and Magnetic In- fluence of Transmission Lines — V. F. Kaliudjny	31	How Upper Harmonics in the Induction Influence the Synchronous Torque and the Electromagnetic Power of an Hysteresis Motor — N. Z. Mastayev, V. A. Tre- gubov	78
Modelling Arc Extinction Processes in the Chutes of HV Gas Filled Circuit Breakers — G. J. Borodyanski, S. L. Buyantuyev, G. S. Kaplan, G. A. Kukikov	37	Calculating Skin Effects in Deep Slots of an Induction Motor Fed From a Square-Wave Source — A. M. Lan- gen, V. A. Solovyev, I. V. Senikovski	81
The Dynamics of a System of Parallel Impulse Arcs De- veloping in Dense Gases Associated With Discharge of a Capacitor — I. N. Romanenko	40	Optimizing the Dimensions of the Active Layer in Induc- tion Micromotors by Planned Experiment Methods — E. M. Lopukhina, G. A. Semenchukov, N. I. Senti- urikhin	83
The Pointing Vector in a Reactor and Transformer — L. V. Leites	45	Refinements in Induction Motor Principles — V. M. Zai- chik	86
The Influence of Saturated Ferromagnetic Masses on the Magnetic Field of an Induction Coil — K. M. Vasi- lyev	50	Calculating Electrodynamical Forces Between Buses of Finite Section — V. A. Yevtushenko, A. A. Chunikhin	88
A Toroidal Electromagnetic Screen — L. A. Tseitlin	56	CHRONICLE	90
Calculation of Stationary Electric Fields by an Integral Equation Method — A. M. Vishnevski	60		

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.018.52.001.8

Анализ опыта эксплуатации автоматической частотной разгрузки в энергосистемах СССР. Зейлидзон Е. Д., Портной М. Г., Рабинович Р. С., Совалов С. А. — «Электричество», 1978, № 7.

Излагаются результаты анализа опыта эксплуатации современной системы АЧР в ЕЭС СССР за последние годы. Производится оценка эффективности работы аварийной разгрузки в условиях крупных по мощности, сложных по структуре и протяженных по территории энергообъединений. Библ. 7.

УДК 621.311.016.35.001.24

Параметрический резонанс как причина вторичного нарушения устойчивости. Пуго В. И. — «Электричество», 1978, № 7.

Рассматриваются явления параметрического резонанса и параметрических колебаний в сложной электрической системе при наличии асинхронного хода. Предлагается методика качественного анализа и количественной оценки предельных возмущений, создаваемых асинхронным ходом в системе, превышение которых приводит ко вторичному нарушению устойчивости синхронно работающих машин вследствие параметрического резонанса. Библ. 7.

УДК [621.315.2+621.315.1]:63

Сравнение сельских кабельных и воздушных линий электропередачи. Будзко И. А., Броничский М. А., Вискйрка А. С. — «Электричество», 1978, № 7.

При технико-экономическом сравнении кабельных (КЛ) и ВЛ 0,38—10 кВ основным условием сопоставимости является равная пропускная способность при обеспечении требуемого качества электроэнергии и уровня надежности электроснабжения. При этом необходимо учитывать ограничения по длительно допустимым нагрузкам и токам термической устойчивости. При соблюдении условий сопоставимости сечение жил кабелей сельских КЛ оказывается на 1—2 ступени ниже сечения проводов ВЛ. Библ. 6.

УДК 621.311.016.351.001.24

Эквивалентирование частотных характеристик электрических систем. Груздев И. А., Жененко Г. Н., Темирбулатов Р. А. — «Электричество», 1978, № 7.

Показана возможность существенного понижения порядка систем уравнений, определяющей статическую колебательную устойчивость электрической системы, на отдельных частотных диапазонах. Для сложных систем разработана методика получения частотных характеристик подсистем со многими узлами примыкания. Предложена методика и разработаны алгоритмы аппроксимации частотных характеристик подсистемы. Библ. 3.

УДК 621.316.015.658.562

Выбор схем и параметров трехфазных фильтросимметрирующих устройств. Кузнецов В. Г. — «Электричество», 1978, № 7.

Предложен метод, позволяющий синтезировать схемы фильтросимметрирующих устройств (ФСУ) при наличии однофазной или несимметричной трехфазной нагрузок. Даны рекомендации по выбору оптимальных схем и параметров ФСУ, предназначенных для работы в трехфазных электрических сетях. Показано, что установленная мощность ФСУ может быть сведена к значению, практически не превышающему установленную мощность эквивалентной однофазной нагрузки. Библ. 7.

УДК 621.314.21.015.38.001.24

Влияние токоограничивающих сопротивлений в нейтральных трансформаторов на коммутационные перенапряжения. Кадомская К. П., Супрунов В. В. — «Электричество», 1978, № 7.

Рассматривается влияние ТС на условия протекания разного рода коммутаций с сильной и слабой несимметрией. Показано, что на перенапряжения, возникающие при осуществлении коммутаций со слабой степенью несимметрии (плановом включении и включении при успешном ТАПВ) ТС не оказывают существенного влияния. В случае же коммутаций, характеризующихся существенной несимметрией — неуспешном ТАПВ и успешном ОАПВ — применение токоограничивающих реакторов приводит к существенному утяжелению условий работы разрядников и линейной, и подстанционной изоляции. Показано, что при применении ОАПВ целесообразно применение программированного включения и отключения линии, т. е. включения линии со стороны системы с глухим заземлением нейтрали, отключения — в противоположном порядке. В случае ОАПВ при таком порядке выполнения коммутаций токоограничивающие сопротивления приводят к уменьшению перенапряжений. Библ. 3.

УДК 621.316.542.064.241.027.3.064.42.001.57

Моделирование дугогасительных процессов в камерах высоковольтных газовых выключателей. Бородинский Г. Я., Буянтуев С. Л., Каплан Г. С., Кукеков Г. А. — «Электричество», 1978, № 7.

Получена система комплексов — критериев, к функциональной зависимости между которыми в общем виде сводится задача моделирования процесса гашения дуги. Показано, что при моделировании дугогасительного процесса в выключателе без шунтирующих разрывов цепей и соблюдении геометрического подобия функциональная зависимость содержит только два комплекса. Отыскание этой зависимости проведено на основе данных испытаний натурального и модельного образцов камеры. Полученная зависимость сопоставлена с известной формулой для предельной скорости дутья, а также с результатами эксперимента по определению предельного давления гашения.

Дан пример расчета давления гашения для выключателя при заданных напряжении и токе отключения. Библ. 5.

УДК [621.314.4:537.527.4].001.24

Динамика системы развивающихся параллельных импульсных дуг в плотных газах при разряде конденсатора. Романенко И. Н. — «Электричество», 1978, № 7.

На основе гидродинамической модели канала импульсной дуги в газах при повышенных давлениях подбирается линейная аппроксимация падающего участка вольт-амперной характеристики дуги. Это позволило линеаризовать систему уравнений, описывающих характер изменения приращения токов в цепи разряда конденсатора на параллельные разрядные промежутки и получить решения в общем виде в случае не слишком больших разбросов токов в дугах. Получено соотношение, связывающее наибольший разброс токов в дугах с параметрами цепи и начальными условиями. С помощью скоростного фотографирования проведена экспериментальная проверка результатов анализа, подтверждающая приемлемость сделанных при выводе допущений. Библ. 12.

УДК [621.318.43+621.314.21]:537.212:621.3.013

Вектор Пойнтинга в реакторе и трансформаторе. Лейтес Л. В. — «Электричество», 1978, № 7.

Рассмотрена картина основных потоков вектора Пойнтинга в реакторах нескольких видов и в двухобмоточном трансформаторе. Линии (трубки) потока мощности распространяются по каналам, межслоевой, межкатушечной и межвитковой изоляции обмоток. В канале рассеяния они имеют вид спирали при концентрических обмотках и винтовой линии — при чередующихся. Библ. 7.

УДК [621.318.43:538.122].001.24

Влияние насыщенных ферромагнитных масс на магнитное поле индуктивной катушки. Васильев К. М. — «Электричество», 1978, № 7.

Рассматриваются индуктивные катушки, работающие в условиях сильных магнитных полей. Изучается влияние ферромагнитного кожуха на осесимметричные и плоскопараллельные магнитные поля, создаваемые обмотками прямоугольного сечения.

На основании численных расчетов конкретных магнитных систем с последующей обработкой результатов сделаны выводы о влиянии геометрии кожуха и величины тока в обмотке на максимальную индукцию в обмотке, величину запасаемой энергии, давления электродинамических сил и экранирование. Библ. 9.

УДК 621.316.97

Тороидальный электромагнитный экран. Цейтлин Л. А. — «Электричество», 1978, № 7.

Рассмотрена и решена задача экранирования для тороидального электромагнитного экрана, находящегося под действием однородного магнитного поля, параллельного оси тора.

Для случая экрана из хорошо проводящего материала получены выражения, позволяющие определить электрическое и магнитное поле внутри экрана. Определен коэффициент экранирования и установлена его зависимость от геометрических и физических характеристик экрана. Библ. 4.

УДК 537.212.001.24

Расчет стационарного электрического поля методом интегральных уравнений. Вишне в с к и й А. М. — «Электричество», 1978, № 7. Рассматривается задача расчета стационарного электрического поля, создаваемого гальваническим взаимодействием разнородных металлов. Анализируются различные пути сведения исходной краевой задачи к решению эквивалентной системы интегральных уравнений и особенности численной реализации алгоритмов. Дается пример расчета распределения потенциала и тока контактной коррозии. Библ. 15.

УДК [621.319.4:537.212].001.24

Расчет электрического поля, предшествующего появлению поверхностных разрядов. Коно то п В. В., Рудаков В. В. — «Электричество», 1978, № 7. Решена задача по определению электрического поля у края электрода конструкции конденсаторного типа с несовершенным и неоднородным диэлектриком для любых видов воздействующего напряжения с любыми начальными условиями с помощью метода вторичных источников. Приведен конкретный пример расчета поля для бумажно-масляной изоляции и показана возможная причина выхода из строя косинусных конденсаторов в момент их включения под напряжение. Библ. 8.

УДК 621.316.925.012.6.001.6

Метод экспериментального определения обобщенных характеристик поведения релейной защиты в переходных режимах. Бер до в Г. В., Се ре д и н М. М. — «Электричество», 1978, № 7. Получены обобщенные переменные, характеризующие переходные процессы при насыщении магнитопроводов защитных трансформаторов тока аperiodическими слагаемыми. Для определения поведения устройств релейной защиты в переходных режимах предлагается путем эксперимента находить зависимость между обобщенными переменными для момента срабатывания реле. Библ. 5.

УДК 621.372.014.029.5.001.5

Исследование воспламеняющей способности токов повышенной частоты в цепях с малой индуктивностью. П и в н я к Г. Г., С в и с т е л ь н и к О. А. — «Электричество», 1978, № 7. Рассмотрена воспламеняющая способность токов частотой 5–40 кГц в цепях с малой индуктивностью при напряжении до 100 В. Получены графики искробезопасности цепей с индуктивностью до 200 мкГ при частоте тока 5 кГц и аналитические зависимости, их описывающие. Исследована максимальная искробезопасная мощность источника питания в указанном диапазоне параметров цепи. Библ. 6.

УДК 621.313.322-82.045.001.5

Исследование систем крепления пазовой части обмотки статора крупных генераторов. Ва к с е р Б. Д., Ко ган В. О., По ля ков Р. С., Пр е с н о в Ю. Л. — «Электричество», 1978, № 7. Приведены данные экспериментального исследования на пазовой модели крупного гидрогенератора трех систем крепления пазовой части обмотки с термореактивной изоляцией: радиальной, тангенциальной и комбинированной. Выявлено влияние различных факторов (температуры, тепловых циклов, вибрации, э. д. у.) и характеристик элементов крепления на виброустойчивость обмотки. Рассмотрен механизм деградации различных систем крепления, определяемой главным образом изменением геометрических размеров стержней и изоляции. Подтверждена высокая виброустойчивость обмотки при использовании тангенциального крепления, намечены пути усовершенствования радиальной системы крепления. Библ. 9.

УДК 621.313.39.018.3

Влияние высших гармоник индукции на синхронный момент и электромагнитную мощность гистерезисного двигателя. Ма с т я е в Н. З., Т р е г у б о в В. А. — «Электричество», 1978, № 7. В статье рассматривается влияние высших гармоник поля на изменение синхронного момента гистерезисного двигателя, приводятся аналитические зависимости для расчета синхронного момента с учетом высших гармоник. Библ. 7.

УДК 621.313.33.001.24

К уточнению теории асинхронных машин. З а й ч и к В. М. — «Электричество», 1978, № 7. Приводятся уточненные расчетные зависимости, используемые для определения эксплуатационных характеристик симметричных асинхронных машин малой мощности. Библ. 1.