

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1978



· ЭНЕРГИЯ ·

6

УДК 621.311-52.001.24

## Оценка качества исходных данных и точности результатов при определении режима электрической системы

БОГДАНОВ В. А.

Москва

Для эффективного управления энергосистемами необходима полная и достоверная информация о параметрах текущих и предстоящих режимов электрической сети. Определение каждого режима должно осуществляться по имеющимся исходным данным, обеспечивая формирование информационной модели электрической сети [Л. 1]. Необходимые исходные данные поступают от устройств телемеханики, входят в диспетчерскую суточную ведомость и могут быть получены на основании специальных замеров.

Часть исходных данных составляют параметры схемы замещения, принимаемые независимыми от режимов работы энергосистемы.

Другую часть исходных данных составляют параметры режима, к числу которых относятся: описание топологии схемы, коэффициенты трансформации регулируемых трансформаторов, модули узловых напряжений и токов, активная и реактивная мощность в узлах и ветвях и т. п. При этом описание топологии схемы может быть однозначно определено по телесигнализациям положения коммутационных аппаратов [Л. 2].

Качество информационной модели можно охарактеризовать временем расчета и точностью получаемых результатов, определяемой степенью совпадения вычисляемых и реальных значений параметров режима.

Если оперативность вычислений зависит в основном от эффективности используемых расчетных методов, то на точность результатов влияют: степень соответствия математической модели сети, погрешность расчетных методов, погрешность задания параметров схемы и измерений параметров режима.

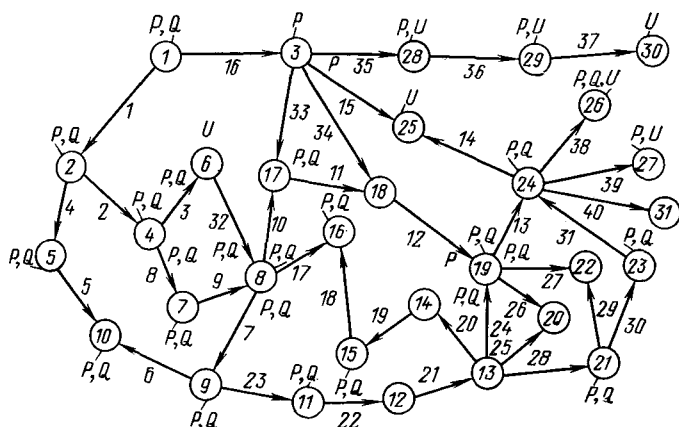
Можно выделить два подхода к определению параметров установившегося режима. В первом,

традиционном, подходе параметры определяются в результате решения различными итеративными методами системы уравнений установившегося режима. Этот подход не свободен от недостатков.

Так, в качестве измерений используются только значения активной и реактивной нагрузки или активной нагрузки и модуля напряжения каждого узла, исключая базисный, где обычно задается только модуль напряжения. Создание системы, обеспечивающей измерение указанных параметров, затруднительно как по техническим, так и по экономическим соображениям. Кроме того, во многих случаях узлы расчетной схемы являются эквивалентными, т. е. не имеют аналога в реальной сети. Отсутствие указанных измерений хотя бы в одном из узлов приводит к отказу от расчета режима всей сети в целом. Не обеспечивается возможность получения удовлетворительной точности результатов при использовании измерений с погрешностью, значение которой известно априори.

Одно неверное измерение может привести к появлению ошибок в расчете режима всей сети, т. е. влияние неточных измерений может иметь глобальный характер.

Во втором подходе, который сравнительно недавно стал применяться в практике диспетчерского управления, определяются оценки, которые, удовлетворяя уравнениям установившегося режима, обеспечивают минимум средневзвешенного квадрата отклонения между расчетными и измеряемыми значениями параметров. В качестве коэффициентов веса используются величины, обратно пропорциональные дисперсии погрешности каждого измерения. Чаще всего в изложенной постановке задача решается с использованием метода наименьших квадратов [Л. 3].



Для получения достаточно точных оценок по измерениям, содержащим ошибки, в этом случае необходимо наличие избыточных измерений. При этом весовые коэффициенты каждого измерения должны быть заданы возможно более точно, т. е. необходимо априорное значение погрешности каждого измерения. Ошибочное задание весовых коэффициентов приводит к смещению оценок всех параметров режима. Поэтому возникает необходимость предварительной оценки точности имеющихся измерений. В силу изложенного целесообразна разработка методов определения режима, обеспечивающих оперативное получение точных результатов на основе максимального использования минимального числа измерений. При этом должно обеспечиваться эффективное обнаружение и подавление измерений, содержащих большие ошибки. В тех случаях, когда по имеющимся измерениям не обеспечивается определение режима всей сети, необходим расчет всех фрагментов (районов), где имеется достаточное количество измерений требуемого качества.

В статье рассматривается один из возможных подходов к решению указанной проблемы.

**Взаимосвязь расчетных методов и состава и размещения измерений.** С точки зрения использования в качестве исходных данных для определения режима каждая совокупность измерений может быть охарактеризована оперативностью реализации на ЦВМ соответствующих расчетных методов, возможностью расчета режима электрической сети большой размерности отдельными, произвольно выбираемыми фрагментами, возможностью получения однозначного решения при различных сочетаниях знаков и абсолютных значений исходных данных, влиянием погрешности измерений на точность результатов расчета, числом контролируемых пунктов, необходимых для получения измерений, обеспечивающих определение режима всей сети.

Используемые для определения параметров установившегося режима расчетные методы могут быть разделены на две группы. К первой относятся прямые (безытеративные) методы, позволяющие определять режим по измерениям параметров режима в ветвях сети [Л. 1].

В каждой ветви измеряются модули напряжений, тока и потоки активной и реактивной мощностей в начале и конце ветви.

Ко второй группе относятся итеративные методы, обеспечивающие определение режима по измерениям в узлах. В каждом узле измеряются модули

напряжения и токи, а также активная и реактивная мощность нагрузки.

Использование измерений модулей токов в ветвях и узлах для определения режима возможно только в частных случаях, когда известны: направления потоков активной и реактивной мощностей в узлах и ветвях, модуль напряжения узла, в котором измеряется модуль тока, численное значение активной или реактивной мощности соответствующего узла или ветви.

Прямые методы наряду с оперативностью реализации обеспечивают возможность расчета режима электрической системы большой размерности при минимальных требованиях к объему оперативной памяти ЦВМ. Эта возможность обеспечивается благодаря тому, что вычисление неизмеряемых параметров каждой ветви может осуществляться раздельно, вне связи с соседними ветвями. Отсутствие или потеря части измерений не приводит к отказу от расчета. Во всех случаях обеспечивается определение параметров режима для тех ветвей, которые имеют достаточный состав измерений.

При использовании итеративных методов возможен расчет режима большой электрической системы отдельными фрагментами (подсистемами). Однако разбиение большой системы на раздельно рассчитываемые фрагменты, как правило, возможно только при выполнении целого ряда условий на границах раздела [Л. 4 и 5].

Выражения, обеспечивающие расчет всех параметров каждой ветви по наиболее часто встречающимся сочетаниям измерений, приведены в табл. 1. Все выражения получены для однофазной схемы замещения сети, не содержащей в ветвях э. д. с. и взаимных сопротивлений. Каждая ветвь, соответствующая линии электропередачи, представляется П-образной схемой замещения, ветви трансформаторов — Г-образной схемой, параметры которой приведены к началу ветви. Коэффициент трансформации идеального трансформатора, подключенного к концу ветви, определяется отношением

$$K_{\tau} = \dot{U}_{\text{к.х}} / \dot{U}_{\text{н.х}}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_{\text{к.х}}$  и  $\dot{U}_{\text{н.х}}$  — соответственно напряжения холостого хода в конце и начале трансформаторной ветви.

Схема электрической сети представляется ориентированным графом, начало и конец каждой ветви которого выбираются произвольно.

Направления потоков мощности в ветвях положительны, если поток направлен от узла, где осуществляются измерения. В соответствии с этим мощность, генерируемая в узле, считается положительной, а мощность нагрузки — отрицательной.

Из всех возможных измерений в ветвях наилучшими по всем перечисленным показателям являются совокупности, приведенные в п. 1 и 2 табл. 1.

Указанный состав измерений обеспечивается при минимальном числе необходимых контролируемых пунктов [Л. 1].

Аналогичными показателями характеризуется совокупность измерений, показанная в п. 3 и 4 табл. 1. Однако при определенном сочетании знаков и абсолютных значений измерений и параметров ветви в этом случае возможно неоднозначное решение.

Таблица 1

№ п/п.	Известные параметры начала (н) и конца (к) ветви	Преобразование исходных данных для ветвей		Модуль напряжения	Аргумент падения напряжения
		трансформатора	линии электропередачи		
1	$P_H, Q_H, U_H$ $I_H, P_K, U_K, \text{sign } Q_H$ $I_H, Q_K, U_K, \text{sign } P_H$	$P_i = P_H; Q_i = Q_H - Y_{\mu} U_H^2$ $U_i = U_H; U_K = U_j \bmod \dot{K}_T$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K - \arg \dot{K}_T$	$P_i = P_H; Q_i = Q_H + 0,5 Y_{\mu} U_H^2$ $U_i = U_H; U_K = U_j$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K$	$U_j =$ $= \sqrt{\left( U_i - \frac{P_i R + Q_i X}{U_i} \right)^2 + \left( \frac{Q_i R - P_i X}{U_i} \right)^2}$	$\delta_j - \delta_i =$ $= \arctg \frac{P_i X - Q_i R}{P_i R + Q_i X - U_i U_j}$
2	$P_K, Q_K, U_K$ $I_K, P_H, U_H, \text{sign } Q_K$ $I_K, Q_H, U_H, \text{sign } P_K$	$P_i = P_K; Q_i = Q_K$ $U_i = \frac{U_K}{\bmod \dot{K}_T}; U_j = U_H$ $\delta_i = \delta_K - \arg \dot{K}_T; \delta_j = \delta_H$	$P_i = P_K; Q_i = Q_K + 0,5 Y_{\mu} U_K^2$ $U_i = U_K; U_j = U_H$ $\delta_i = \delta_K; \delta_j = \delta_H$		
3	$P_H, Q_H, U_K$	$U_j = \frac{U_K}{\bmod \dot{K}_T}; P_i = P_H$ $Q_i = Q_H - Y_{\mu} U_j^2; U_i = U_H$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K - \arg \dot{K}_T$	$U_j = U_K; P_i = P_H$ $Q_i = Q_H + 0,5 Y_{\mu} U_j^2; U_i = U_H$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K$	$U_i = \sqrt{U_{di}^2 + U_{qi}^2};$ $U_{di} = \frac{U_j}{2} \pm$ $\pm \sqrt{0,25 U_j^2 + P_i R + Q_i X - U_i^2};$ $U_{qi} = \frac{P_i X - Q_i R}{U_j}$	
4	$P_K, Q_K, U_H$	$U_j = U_H; P_i = P_K$ $Q_i = Q_K; U_K = U_i \bmod \dot{K}_T$ $\delta_i = \delta_K - \arg \dot{K}_T; \delta_j = \delta_H$	$U_j = U_H; P_i = P_K$ $Q_i = Q_K + 0,5 Y_{\mu} U_j^2; U_K = U_i$ $\delta_i = \delta_K; \delta_j = \delta_H$		
5	$P_H, U_H, U_K$	$U_i = U_H; U_j = \frac{U_K}{\bmod \dot{K}_T}$ $P_i = P_H; z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K - \arg \dot{K}_T$	$U_i = U_H; U_j = U_K$ $P_i = P_H; z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\delta_i = \delta_H; \delta_j = \delta_K$		
6	$P_K, U_H, U_K$	$U_i = \frac{U_K}{\bmod \dot{K}_T}; U_j = U_H$ $P_i = P_K; z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\delta_i = \delta_K - \arg \dot{K}_T; \delta_j = \delta_H$	$U_i = U_K; U_j = U_H$ $P_i = P_K; z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\delta_i = \delta_K; \delta_j = \delta_H$		

Однозначность обеспечивается при введении ограничения на минимально допустимое значение модуля узлового напряжения. Если принять, что ни в одном из режимов модуль напряжения не должны быть ниже  $0,8 U_{\text{ном}}$ , то второе слагаемое в выражении для вычисления  $U_{di}$  положительно, когда

$$|P_i X - Q_i R| < 0,5 U_j^2. \quad (2)$$

Весьма важно, что во всех реально возможных режимах величина под корнем в выражении для вычисления  $U_{di}$

$$0,25 U_j^4 + (P_i R + Q_i X) U_j^2 - (P_i X - Q_i R)^2 > 0. \quad (3)$$

Если параметры ветви заданы точно, то условие (3) может использоваться для выявления грубых ошибок измерений.

В выражениях, приведенных в п. 3 и 4 табл. 1, при вычислении поперечной составляющей падения напряжения и реактивной мощности, обусловленной наличием шунтов на землю, принято допущение о равенстве модулей напряжения начала и конца ветви. Это допущение приводит к погрешности, максимальное значение которой для сетей 220—500 кВ не превышает десятых долей процента.

Первое слагаемое в выражении для вычисления аргумента падения напряжения (см. п. 5 и 6

табл. 1) положительно, если реактивное сопротивление ветви  $X \geq 0$ .

Существенным недостатком этого состава измерений является сильное влияние их погрешности на точность вычисления потоков реактивной мощности. Кроме того, для получения подобных измерений по всем ветвям дерева сети число необходимых контролируемых пунктов должно быть равно числу узлов схемы.

Наряду с рассмотренными в табл. 1 возможны еще 14 сочетаний измерений в ветвях. Однако эти сочетания крайне редко встречаются в составе реальных измерений и практически не используются для определения режима вследствие высокой вероятности получения неоднозначных решений при определенном сочетании знаков и абсолютных значений исходных данных, высокой чувствительности к ошибкам измерений, необходимости большого количества контролируемых пунктов, число которых для определения режима всей сети должно быть равно числу узлов рассматриваемой схемы.

Не приводя всех выражений, используемых для определения режима при данных сочетаниях измерений, отметим лишь одно весьма важное обстоятельство. В случаях, когда активная (реактивная) мощность и модуль напряжения измеряются с одной стороны ветви, а реактивная (активная) мощность — с другой, используя преобразования исходных данных, аналогичные указанным в табл. 1,

можно показать, что во всех возможных режимах

$$\left. \begin{aligned} U_i^4 - 4R^2 Q_i^2 + 4RP_i U_i^2 &> 0; \\ U_i^4 - 4X^2 P_i^2 + 4XQ_i U_i^2 &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Если параметры ветви заданы точно, то условия (4) могут использоваться для выявления грубых ошибок в составе измерений. Таким образом, для определения режима по данным измерений целесообразно использование прямых расчетных методов, обеспечивающих оперативность вычислений при минимальных требованиях к объему оперативной памяти ЦВМ в сочетании с возможностью расчета режима электрической системы большой размерности отдельными, произвольно выбираемыми фрагментами.

**Общие вопросы оценки качества исходных данных.** Между точностью исходных данных и погрешностью получаемых результатов существует тесная взаимосвязь. Пусть имеется измеренное значение параметра режима  $\Pi_{из}$  и его расчетное значение  $\Pi_{рп} = F_i(\dot{\Pi}_1)$ , определенное по совокупности исходных данных  $\dot{\Pi}_1$ . В состав  $\dot{\Pi}_1$  входят  $t$  элементов массива, описывающего топологию соответствующего участка сети,  $s$  элементов массива параметров схемы и  $m$  измерений и расчетных значений параметров режима. При этом  $\Pi_{из}$  не входит в совокупность  $\dot{\Pi}_1$ , т. е. является избыточным измерением. Полагаем, что вероятности ошибок измерения (задания) каждого элемента перечисленных выше массивов одинаковы, не коррелированы и составляют соответственно  $p(\Delta\Pi_t)$ ,  $p(\Delta\Pi_s)$  и  $p(\Delta\Pi_m)$ . Тогда вероятность того, что каждый элемент указанных массивов задан с погрешностью  $\Delta\Pi_t$ ,  $\Delta\Pi_s$  и  $\Delta\Pi_m$

$$p_z = [1 - p(\Delta\Pi_t)]^t [1 - p(\Delta\Pi_s)]^s [1 - p(\Delta\Pi_m)]^m.$$

При этом максимально возможное рассогласование между измеренным и расчетным значениями параметра

$$|\Pi_{из} - \Pi_{рп}| \leq \beta_i, \quad (5)$$

$$\beta_i = |\Delta\Pi_i| + |\alpha_i|, \quad (6)$$

где  $\Delta\Pi_i$  — максимально допустимая ошибка измерения параметра  $\Pi_i$ ;  $\alpha_i$  — максимально возможная погрешность, с которой вычисляется  $\Pi_{рп}$  при известной погрешности задания параметров совокупности  $\dot{\Pi}_1$ .

Полагаем  $p(\Delta\Pi_t)$  бесконечно малой величиной. Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \sum_{s=1}^s |\Delta\Pi_s| \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_s} \right| + \sum_{m=1}^m |\Delta\Pi_m| \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_m} \right| = \\ &= \sum_{j=1}^{s+m} |\Delta\Pi_j| \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_j} \right|, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Delta\Pi_j$  — ошибка задания (измерения) каждого параметра  $\Pi_j$ , входящего в совокупность исходных данных  $\dot{\Pi}_1$ .

Условие (5) может быть записано в виде

$$\left| \frac{\Pi_{из} - \Pi_{рп}}{\Pi_{из}} \right| \leq \frac{|\alpha_{i*}| + |\varepsilon_i|}{|1 - \varepsilon_i|}, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_i = \left| \frac{\Pi_{из} - \dot{\Pi}_i}{\dot{\Pi}_i} \right|$  — относительная погрешность

измерения параметра, точное значение которого равно  $\dot{\Pi}_i$ .

Если в составе совокупности  $\dot{\Pi}_1$  имеется  $m$  параметров, из которых  $r$  измерены (заданы), а  $m-r$  получены в результате предыдущих вычислений, максимальная погрешность определения параметра

$$\begin{aligned} \alpha_{i*} &= \frac{1}{\Pi_{из}} \sum_{j=1}^r |\varepsilon_j \Pi_{из}| \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_j} \right| + \sum_{j=r+1}^m |\alpha_{j*} \Pi_{рп}| \times \\ &\times \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_j} \right| + \sum_{j=m+1}^{s+m} |\varepsilon_j \Pi_{из}| \left| \frac{\partial F_i(\dot{\Pi}_1)}{\partial \Pi_j} \right|, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\alpha_{j*}$  — относительная погрешность вычисления параметров, входящих в  $\dot{\Pi}_1$ , определяемая по (7);  $\Pi_{рп}$  — заданное значение параметра.

Хотя в (7) и (9) не учитывается влияние погрешности задания топологии схемы, выполнение условий (5) или (8) в большинстве случаев означает правильность задания конфигурации соответствующего участка сети, так как ошибки в описании топологии схемы вызывают большую погрешность вычислений.

Следует отметить, что (7) и (9) позволяют получить лишь максимальные (верхние) оценки суммарной погрешности вычисления параметров. Более точная оценка суммарной погрешности определения параметров может быть получена, если оперировать не с модулями ошибок, а с их дисперсиями, поскольку именно для дисперсий некоррелированных случайных величин дисперсия суммы равна сумме дисперсий.

Однако при обработке замеров характерных режимных дней определение дисперсий ошибок измерений весьма затруднительно вследствие нестационарности режимов и недостаточной периодичности измерений. Кроме того, даже получение верхних оценок по (7) и (9) связано с громоздкими вычислениями. Поэтому в практических расчетах рекомендуется для каждого параметра назначать максимально допустимое рассогласование между расчетными и измеренными значениями, исходя из требуемой точности вычислений и характеристик имеющейся измерительной системы.

Из (7) видно, что одному значению  $\alpha_i$  могут соответствовать различные сочетания значений  $\Delta\Pi_j$ . При этом ошибки ряда параметров могут превышать допустимые. Поэтому для повышения достоверности оценки качества исходных данных может применяться следующий подход.

Полагаем, что в составе исходных данных могут быть выделены  $d$  совокупностей, каждая из которых обеспечивает определение расчетного значения соответствующего параметра  $\Pi_1 = F_1(\dot{\Pi}_1)$ ,  $\Pi_{2p} = F_2(\dot{\Pi}_2)$ , ...,  $\Pi_{dp} = F_d(\dot{\Pi}_d)$ .

Известны измеренные значения каждого из указанных параметров, которые являются избыточными, поскольку  $\Pi_{из} \notin \dot{\Pi}_1$ ,  $\Pi_{из} \notin \dot{\Pi}_2$ , ...,  $\Pi_{из} \notin \dot{\Pi}_d$ .

Пусть параметр  $\Pi_i$  входит в  $f$  совокупностей, для каждой из которых выполняется условие (5), и в  $g$  совокупностей, для которых условие (5) не выполняется.

Таблица 2

№ п/п	Состав измерений в начале (н) и в конце (к) ветви	Преобразование исходных данных ветвей		Расчетный параметр	Условие точности измерений
		трансформатора	линии электропередачи		
1	$I_H, P_H, Q_H, U_H$	$I_i = I_H; P_i = P_H; Q_i = Q_H; U_i = U_H$	$I_i = I_H; P_i = P_H; Q_i = Q_H; U_i = U_H$		$ I_j - I_i  \leq \frac{3\varepsilon  I_i }{1 - \varepsilon}$
2	$I_K, P_K, Q_K, U_K$	$I_i = I_K; P_i = P_K; Q_i = Q_K; U_i = U_K$	$I_i = I_K; P_i = P_K; Q_i = Q_K; U_i = U_K$		
3	$I_H, P_H, Q_H, U_K$	$I_i = I_H; P_i = P_H; Q_i = Q_H; U_i = U_H$ $U_H$ — по п. 3 табл. 1	$I_H = I_H; P_i = P_H; Q_i = Q_H; U_i = U_H$ $U_H$ — по п. 3 табл. 1		
4	$U_H, I_K, P_K, Q_K$	$I_i = I_K; P_i = P_K; Q_i = Q_K; U_i = U_K$ $U_K$ — по п. 4 табл. 1	$I_i = I_K; P_i = P_K; Q_i = Q_K; U_i = U_K$ $U_K$ — по п. 4 табл. 1		
5	$P_H, Q_H, U_H, I_K$	$I_i = I_K \bmod K_T; P_i = P_H; U_i = U_H$ $Q_i = Q_H - Y_\mu U_H^2$	$I_i = I_K; U_K$ — по п. 1 табл. 1 $P_i = \frac{P_H^2 + (Q_H + 0,5Y_c U_H^2)^2}{U_H^2} R - P_H$ $Q_i = \frac{P_H^2 + (Q_H + 0,5Y_c U_H^2)^2}{U_H^2} X - Q_H - 0,5Y_c (U_H^2 + U_K^2); U_i = U_K$	$I_j = \frac{\sqrt{P_i^2 + Q_i^2}}{\sqrt{3}U_i}$	$ I_j - I_i  \leq \frac{3,25\varepsilon  I_i }{1 - \varepsilon}$
6	$I_H, P_K, Q_K, U_K$	$I_i = I_H; U_H$ — по п. 2 табл. 1 $P_i = \frac{P_K^2 + Q_K^2}{U_K^2} \bmod K_T^2 R - P_K$ $Q_i = \frac{P_K^2 + Q_K^2}{U_K^2} \bmod K_T^2 X - Q_K + Y_\mu U_H^2$ $U_i = U_H$	$I_i = I_H; U_H$ — по п. 2 табл. 1 $P_i = \frac{P_K^2 + (Q_K + 0,5Y_c U_K^2)^2}{U_K^2} R - P_K$ $Q_i = \frac{P_K^2 + (Q_K + 0,5Y_c U_K^2)^2}{U_K^2} X - Q_K - 0,5Y_c (U_K^2 + U_H^2); U_i = U_H$		
7	$P_H, Q_H, I_K, U_K$	$I_i = I_K \bmod K_T; P_i = P_H; U_i = U_H$ $U_H$ — по п. 2 табл. 1 $Q_i = Q_H - Y_\mu U_H^2$	$I_i = I_K; U_H$ — по п. 2 табл. 1 $P_i = \frac{P_H^2 + (Q_H + 0,5Y_c U_H^2)^2}{U_H^2} R - P_H$ $Q_i = \frac{P_H^2 + (Q_H + 0,5Y_c U_H^2)^2}{U_H^2} X - Q_H - 0,5Y_c (U_H^2 + U_K^2); U_i = U_K$		

Численное значение  $\Pi_i$  является точным, если  $f-g \geq 2$ . При  $f-g=1$  значение будем относить к числу условно точных. Если  $f-g=0$  качество  $\Pi_i$  не может быть оценено при имеющемся составе измерений.

В тех случаях, когда  $f-g=-1$ , значение  $\Pi_i$  считается сомнительным.

Значение  $\Pi_i$  считается ошибочным, если  $f-g \leq -2$ .

Точные исходные данные должны гарантировать требуемое качество получаемых результатов. Условно точные исходные данные обеспечивают высокую вероятность получения результатов требуемого качества. Однако не исключается возможность выполнения условия (5) при определенном сочетании недопустимо больших ошибок в задании ряда исходных данных.

При использовании сомнительных данных вероятность получения точных результатов крайне мала. В то же время не исключается возможность того, что условие (5) не выполняется только из-за большой погрешности соответствующего избыточного измерения.

Для повышения достоверности получаемых оценок к числу точных могут относиться только те па-

раметры, для которых  $f-g \geq 3$ . Условно точным данным будет при этом соответствовать  $1 \leq f-g \leq 2$ .

В общем случае задача выделения совокупностей исходных данных, каждая из которых может быть проверена по условию (5), однозначно решается только после расчета рассматриваемого установившегося режима, в процессе которого определяется состав и размещение избыточных измерений. Однако при большой избыточности измерений оценка качества исходных данных может предшествовать расчету режима.

Если измеряются модули тока и потоки активной и реактивной мощностей в начале и конце ветви, а также модули напряжения в инцидентных ей узлах, то может быть выделено 70 совокупностей, каждая из которых содержит по четыре измерения. Из 70 возможных 53 сочетания позволяют провести оценку качества исходных данных, относящихся к рассматриваемой ветви, по условию (5). В табл. 2 для ряда сочетаний из четырех возможных измерений в ветви и инцидентных ей узлах приведены полученные по (8) и (9) условия оценки точности исходных данных. Условия справедливы, если параметры ветви заданы точно, а измерения имеют одинаковую относительную погрешность  $\varepsilon$ .

По условию, соответствующему п. 1 табл. 2, может проверяться совокупность измерений напряжения, активной и реактивной мощностей и модуля тока в узле.

Качество измерений проверяется по балансу активных и реактивных мощностей в узлах:

$$\left\{ \begin{aligned} \left| P_{yl} - \sum_{q=1}^n P_{yq} \right| &\leq \varepsilon_{pl} P_{yl} + \sum_{q=1}^n \varepsilon_{pq} P_{yq}; \\ \left| Q_{yl} - \sum_{q=1}^n Q_{yq} \right| &\leq \varepsilon_{ql} Q_{yl} + \sum_{q=1}^n \varepsilon_{qQ} Q_{yq}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $\varepsilon_{pl}$  и  $\varepsilon_{ql}$  — максимально допустимая относительная погрешность измерения нагрузки узла;  $\varepsilon_{pq}$  и  $\varepsilon_{qQ}$  — максимально допустимая относительная погрешность измерения потоков активной и реактивной мощностей в ветвях, инцидентных рассматриваемому узлу;  $n$  — число ветвей, инцидентных узлу  $l$ .

В тех случаях, когда измеряется балансная активная нагрузка каждого узла и потоки активной мощности во всех межсистемных связях, возможна оценка точности всей совокупности измерений по условию

$$\sum_{j=1}^N |\varepsilon_{pj} P_{yj}| + \sum_{q=1}^L |\varepsilon_{pq} P_{mq}| \geq \left| \sum_{j=1}^N P_{yj} - \sum_{q=1}^L P_{mq} - \pi \right|, \quad (11)$$

где  $L$  — число межсистемных связей;  $P_{mq}$  — поток активной мощности по межсистемной связи;  $\pi$  — суммарные потери активной мощности в рассматриваемой сети.

Предварительная оценка качества исходных данных по условиям (3), (4), (10), (11) и табл. 2 повышает вероятность получения требуемой точности результатов. Однако при этом рассматриваются лишь локальные совокупности исходных данных, в состав которых в ряде случаев не входят параметры схемы. Поэтому даже в тех случаях, когда предварительная оценка позволяет выделить совокупность точных измерений, достаточную для расчета режима всей сети, требуемая точность получаемых результатов не гарантируется. Необходимо провести специальный анализ, подтверждающий, что в процессе расчета режима использовались только точные параметры и точное описание схемы сети. Исходя из изложенного, окончательная оценка качества исходных данных может быть получена только после расчета рассматриваемого режима и оценки точности полученных результатов.

**Определение режима при произвольном составе и размещении измерений.** Расчету режима должна предшествовать фильтрация ошибок, в процессе которой анализируется возможность оценки качества измерений по условиям (3), (4), (10), (11) и соотношениям табл. 2. Фильтрация позволяет выделить из исходных массивов ИУ и ИВ, отражающих наличие измерений в узлах и ветвях, точные, условно точные и непроверяемые измерения, образующие массивы  $\overline{ИУ}$  и  $\overline{ИВ}$ .

Расчет начинается с просмотра массивов  $\overline{ИУ}$  и  $\overline{ИВ}$ . В качестве базисного может использоваться любой узел, в котором измеряется напряжение и одна из инцидентных узлу ветвей имеет состав из-

мерений, совпадающий с одним из приведенных в табл. 1.

Ветвь, все параметры которой определены, является контролируемой. Ветвь относится к числу контролируемых, когда ограничивающие ее узлы являются контролируемыми, т. е. определены модули и аргументы напряжения этих узлов; один из инцидентных узлов является базисным или контролируемым и состав измерений в ветви совпадает с одним из указанных в табл. 1.

В тех случаях, когда состав измерений ветви недостаточен для расчета, должна осуществляться проверка возможности определения потоков мощности в ветви по балансу.

После просмотра всех ветвей, инцидентных базисному узлу, переходят к рассмотрению измерений в ветвях, инцидентных полученным контролируемым узлам. Этот процесс длится до тех пор, пока все ветви схемы не станут контролируемыми или не выявится отсутствие необходимого состава измерений.

Модуль и аргумент напряжения каждого узла определяются через параметры схемы и измерения участка дерева сети, представляющего собой путь (расчетную траекторию) между базисным и рассматриваемым узлом. Для фиксации последовательности, в которой определяются параметры каждого контролируемого узла, а также состава используемых исходных данных, сформируем массив  $\overline{ПР}$ . В этом массиве для каждого узла указываются номер контролируемой ветви и инцидентного ей контролируемого узла, через которые определяются модуль и аргумент напряжения данного узла. Кроме того, указывается номер расчетного района, в который входит данный узел, и индексируется состав используемых исходных данных.

Если наряду с измеренными есть значения параметров, полученные в результате предыдущих вычислений, определение режима должно проводиться с преимущественным использованием этих значений.

На каждом этапе вычислений в массивах  $\overline{ИУ}$  и  $\overline{ИВ}$  коды измерений, использованных для расчета, обнуляются. Поэтому элементы этих массивов, имеющие по окончании расчета отличные от нуля значения, соответствуют избыточным измерениям.

Обычно удается выделить несколько районов, каждый из которых образуется совокупностью электрически соединенных ветвей. Аргументы напряжения контролируемых узлов каждого района определяются относительно соответствующего базисного узла.

Один и тот же узел схемы может входить в число контролируемых узлов двух или большего числа расчетных районов. Каждый такой узел заносится в массив  $\overline{ПР}$  соответствующее число раз с указанием использованных в каждом случае исходных данных и номера расчетного района.

Все расчетные районы, имеющие общие контролируемые узлы, могут быть объединены. Объединение осуществляется приведением аргументов напряжений всех контролируемых узлов к единому базисному узлу. Для каждого расчетного района вычисляется постоянная приведения

$$\Delta_l = \Delta_i - \Delta_{ij}, \quad (12)$$

где  $\Delta_{ii}$  — аргумент напряжения общего контролируемого узла  $i$  относительно базисного узла первого расчетного района;

$\Delta_{ij}$  — аргумент напряжения того же узла относительно базисного узла расчетного района  $J$ .

Если просмотр измерений во всех нерассмотренных узлах и ветвях показывает, что ни один из узлов не может считаться базисным, дальнейший расчет оставшейся части сети прямыми методами невозможен.

Выделим узлы, для каждого из которых справедливо следующее: узел не является контролируемым; в узле известны активная и реактивная нагрузки или активная нагрузка и модуль напряжения; все инцидентные узлу ветви противоположными своими концами присоединены к контролируемому узлам одного расчетного района сети или к узлам, где известна активная и реактивная нагрузки или активная нагрузка и модуль напряжения. Удовлетворяющие этим условиям узлы с инцидентными им ветвями образуют первую строку списка  $L$ . Во второй строке этого списка для каждого узла указываются номера всех инцидентных ему ветвей, а в третьей — номера узлов с противоположной стороны каждой ветви.

Режим района сети, описываемого списком  $L$ , может быть определен любым итеративным методом, если номера узлов, указанные в третьей строке этого списка, хотя бы один раз встречаются в первой строке.

Сформулируем условия, позволяющие с минимальными изменениями использовать любую из имеющихся программ, для итеративного расчета режима района сети, описываемого списком  $L$ .

Один из контролируемых узлов, с которыми инцидентны ветви списка  $L$ , принимается в качестве базисного.

Нагрузки неконтролируемых узлов, которые через инцидентные им ветви соединяются с другими неконтролируемыми узлами и с контролируемым узлом, выбранным в качестве базисного, принимаются равными измеренным значениям.

Нагрузки неконтролируемых узлов, которые через инцидентные им ветви соединяются с контролируемыми узлами, не являющимися базисными, корректируются перед каждой итерацией вычисления узловых напряжений:

$$S_j^k = S_{jn} - \sum_{i=1}^q \frac{|\dot{U}_j^{k-1}|^2 - \dot{U}_j^{k-1} \dot{U}_i}{Z_{ji}}, \quad (13)$$

где  $S_j^k$  — значение нагрузки узла  $j$ , связанного с одним или несколькими контролируемыми узлами, перед  $k$ -й итерацией вычисления узловых напряжений;  $S_{jn}$  — измеренное значение нагрузки узла  $j$ ;  $\dot{U}_j^{k-1}$  — напряжение узла  $j$ , полученное после  $(k-1)$ -й итерации; перед первой итерацией эта величина принимается равной номинальному напряжению узла с нулевым значением аргумента;  $\dot{U}_i$  — сопряженное значение напряжения контролируемого узла смежного с узлом  $j$ ; сохраняется неизменным во всех итерациях;  $Z_{ji}$  — сопряженное значение сопротивления ветви;  $q$  — число контролируемых узлов, с которыми соединен узел  $j$ , исключая базисный узел района  $L$ .

Таким образом, последовательное чередование прямых и итеративных методов обеспечивает расчет всех параметров установившегося режима для той части сети, где имеется достаточное число, состав и размещение измерений. При этом одновременно с задачей определения режима решается задача оценки достаточности измерений с выделением и топологической привязкой каждого избыточного измерения.

**Оценка точности результатов расчета и качества исходных данных.** Совокупность исходных данных, использованных для определения модуля и аргумента напряжения узла прямыми методами, включает в себя параметры ветвей и измерения в узлах и ветвях, через которые проходит расчетная траектория данного узла.

Для контролируемого узла, определенного итеративными методами, совокупность использованных исходных данных включает в себя параметры всех ветвей и измерения во всех узлах соответствующего района  $L$ , а также расчетные траектории каждого граничного узла.

Если потоки мощности в одной из ветвей, входящих в соответствующую расчетную траекторию, были вычислены по балансу, в состав совокупности использованных исходных данных должны войти параметры всех инцидентных данному узлу ветвей, а также расчетные траектории всех узлов, ограничивающих эти ветви с противоположной стороны.

В состав совокупности данных, используемых для определения расчетного значения избыточных измерений в ветви, должны входить расчетные траектории ограничивающих ее узлов и параметры данной ветви.

В состав совокупности исходных данных, используемой для определения расчетного значения избыточных измерений активной и реактивной мощностей и модуля тока нагрузки узла, должны входить параметры ветвей и расчетные траектории данного и смежных ему узлов.

Если сопоставление избыточного измерения с его расчетным значением показывает, что условие (5) выполняется, прибавляется единица к текущему значению тех элементов массива  $U$ , которые соответствуют узлам, входящим в состав совокупности исходных данных, использованных для получения расчетного значения сравниваемых параметров.

В тех случаях, когда условие (5) не выполняется, единица прибавляется к значениям соответствующих элементов массива  $C$ .

После сравнения всех избыточных измерений численные значения элементов массивов  $U$  и  $C$  показывают, сколько раз каждый узел входил в состав расчетных траекторий, для которых выполнялось или соответственно не выполнялось условие (5).

Если параметры контролируемого узла определялись прямыми методами, значение соответствующего элемента массива  $K$ , используемого для оценки точности результатов расчета и качества исходных данных

$$k_j = y_j - c_j, \quad (14)$$

где  $y_j$  и  $c_j$  — значения элементов массивов  $U$  и  $C$ , соответствующих узлу  $j$ .



Для узлов, определенных итеративным методом, значение элемента определяется по показателю

$$\gamma_L = \frac{(1 + \Sigma y_{jL})(\Sigma y_{jL} + \Sigma c_{jL})}{(1 + \Sigma c_{jL})l}, \quad (15)$$

где  $y_{jL}$  и  $c_{jL}$  — значения элементов массивов  $Y$  и  $C$  для каждого из узлов района  $L$ .

Если  $\gamma_L \geq 2$ , то  $k_{jL} = 2$ . Значениям  $2 > \gamma_L \geq 1$  соответствует  $k_{jL} = 1$ .

При  $\gamma_L = 0$ ,  $k_{jL} = 0$ . В тех случаях, когда  $1 > \gamma_L > 0$ , определяется показатель

$$\bar{\gamma}_L = \frac{(1 + \Sigma c_{jL})(\Sigma y_{jL} + \Sigma c_{jL})}{(1 + \Sigma y_{jL})l}. \quad (16)$$

Если  $\bar{\gamma}_L \geq 2$ , то  $k_{jL} = -2$ . При  $2 > \bar{\gamma}_L \geq 1$ ,  $k_{jL} = -1$ . Значениям  $1 > \bar{\gamma}_L > 0$  соответствует  $k_{jL} = 0$ .

Вся совокупность исходных данных удовлетворяет требованиям точности, если соответствующий элемент  $k_{jL} \geq 2$ .

Если  $k_j = 1$ , в составе использованных для расчета исходных данных имеются условно точные параметры.

Качество исходных данных и точность полученных результатов не могут быть оценены, если  $k_j = 0$ .

В составе использованной совокупности могут содержаться сомнительные данные, а точность результатов не гарантируется, если  $k_j = -1$ .

Ошибочным исходным данным и результатам соответствует  $k_j \leq -2$ . Если параметры контролируемого узла признаны ошибочными или сомнительными, поиск ошибочных исходных данных осуществляется в составе совокупности данных, включающей в себя:

для контролируемого узла, определяемого итеративными методами, параметры всех ветвей и измерения во всех узлах соответствующего района  $L$ , а также расчетные траектории между каждым граничным узлом данного района и первым по ходу расчета контролируемым узлом, параметры которого признаны точными;

для контролируемого узла, определяемого прямыми методами, участок расчетной траектории между рассматриваемым и первым по порядку точным узлом, а также параметры всех инцидентных ошибочному (сомнительному) узлу ветвей, не вошедших в соответствующую расчетную траекторию.

Следовательно, эффективность локализации и выявления ошибочных исходных данных определяется числом, составом и размещением избыточных измерений.

**Пример.** Проведем оценку качества исходных данных и точности результатов определения режима электрической системы, схема которой представлена ориентированным графом на рисунке, где показаны все измерения в узлах и ветвях.

При данном составе и размещении измерений предварительная оценка качества исходных данных невозможна. Просмотр измерений показывает, что в качестве базисного может использоваться узел 6.

Для фиксации последовательности определения параметров каждого контролируемого узла и состава используемых при этом исходных данных сформируем массив  $PP$ , показанный в табл. 3.

В первой строке табл. 3 указаны номера всех узлов схемы. Во второй строке приведены номера ветвей, используемых для определения напряжения узла, номер которого указан в первой строке.

Номер контролируемого узла, относительно которого определяются параметры соответствующего узла первой строки,

Таблица 3

Номер контролируемого узла	Номер ветви	Номер узла	Исходные данные	Расчетный район	Номер контролируемого узла	Номер ветви	Номер узла	Исходные данные	Расчетный район
1	1	2	Б-2	1	18	—11	17	Б-1	1
2	2	4	Б-2	1	19	—12	18	6	1
3	—16	1	Б-1	1	20	—13	24	3	2
4	3	6	2	1	21	—26	19	1	2
5	—4	2	А	Л-1	22	—28	13	А	Л-2
6	—5	10	7	Л-1	23	—29	22	А	Л-2
7	—8	4	В	1	24	30	23	7	Л-2
8	—9	7	1	1	25	—27	19	1	2
9	—7	8	Б-1	1	26	—30	21	7	Л-2
10	—5	5	Б-1	1	27	31	24	А	Л-2
11	—6	9	7	Л-1	28	38	26	Б-2	2
12	—23	9	А	Л-1	29	—15	3	5	1
13	—22	11	Б-1	1	30	—39	24	В	2
14	24	19	2	2	31	—35	3	6	2
15	19	15	Б-2	1	28	—36	3	Б-5	1
16	18	16	Б-2	1	29	—37	28	Б-5	1
17	—17	8	1	1	30	—40	29	Б-5	1
	—10	8	1	1	31		24	Б-1	2

записывается в третьей строке. Базисный узел индексируется буквой  $B$ . Цифры от 1 до 6 указывают на то, что контролируемый узел определяется с использованием расчетных выражений и состава параметров, указанных в соответствующей строке табл. 1.

Буква  $B$  перед цифрой означает, что предварительно активные параметры соответствующей ветви определяются по балансу мощностей в узле, номер которого указан в третьей строке. Пятая строка табл. 3 указывает номер расчетного района, в который входит соответствующий контролируемый узел. Если узел входит в район, режим которого определяется итеративными методами, то в четвертой строке цифра 7 соответствует измерению активной и реактивной нагрузок, а цифра 8 — активной нагрузке и модулю напряжения. При этом в пятой строке ставится буква  $L$ . Для индексации граничных контролируемых узлов, через которые соединяются участки схемы, рассчитываемые прямыми и итеративными методами, в четвертой строке используется буква  $A$ .

Как видно из табл. 3, при данном составе и размещении измерений расчет режима всей сети осуществляется с использованием как прямых, так и итеративных методов. При этом рассматриваемая сеть разделяется на два расчетных района с базисными узлами 6 и 26 соответственно. В составе первого расчетного района итеративными методами определяется режим участка сети, образуемого узлами 5 и 10 с инцидентными им ветвями. В составе второго расчетного района этими методами определяется режим участка сети, образуемого узлами 21 и 23 с инцидентными им ветвями.

Поскольку узел 19 входит в число контролируемых узлов как первого, так и второго района сети в соответствии с (12) аргументы напряжения узлов второго расчетного района могут быть приведены к базисному узлу 6. После этого определяются параметры режима в ветвях 14, 20 и 21.

После расчета режима всей сети отличные от нуля элементы массивов  $IB$  и  $IY$  соответствуют избыточным измерениям. Ими являются модули тока узлов 18, 20, 22 и ветвей 6, 14, 20, 33, 37, а также напряжение узла 31.

Сравнение избыточных измерений с их расчетными значениями показывает, что условие (5) не выполняется только для измерений токов в узле 18 и ветвях 14 и 37.

Модуль тока узла 18 определяется через модуль и аргументы напряжения узлов 3, 17—19 и параметры ветвей 11, 12, 34.

По табл. 3 определяем расчетные траектории каждого из указанных узлов. Для узла 3 в состав расчетной траектории войдут исходные данные, использованные для определения модулей и аргументов напряжений узлов 1—10, 16, 17. Определив аналогичным путем расчетные траектории узлов 17—19, получим, что совокупность исходных данных, использованных для вычисления модуля тока узла 18, включает в себя расчетные траектории контролируемых узлов 1—10, 16—19, 24, 26.

Таблица 4

Номер контролируемого узла	$y_j$	$c_j$	$k_j$	Номер контролируемого узла	$y_j$	$c_j$	$k_j$
1	5	3	2	17	6	3	3
2	6	3	3	18	4	3	1
3	5	3	2	19	4	2	2
4	6	3	3	20	1	0	1
5	6	3	2	21	2	0	2
6	6	3	3	22	2	0	2
7	6	3	3	23	2	0	2
8	6	3	3	24	4	2	2
9	6	3	3	25	1	2	—1
10	6	3	2	26	4	2	2
11	0	0	0	27	1	0	1
12	0	0	0	28	0	1	—1
13	4	0	4	29	0	1	—1
14	1	0	1	30	0	1	—1
15	1	0	1	31	1	0	1
16	6	3	3				

Во второй и третьей строках табл. 4 численные значения элементов массивов  $Y$  и  $C$  показывают, сколько раз каждый контролируемый узел входил в состав расчетных траекторий, для которых выполнялось или соответственно не выполнялось условие (5). В последней строке табл. 4 приведены полученные по (14)—(16) значения элементов массива  $K$  каждого узла.

Параметры контролируемых узлов 25, 28—30 являются сомнительными. Точность определения модулей и аргументов напряжений узлов 11—12 не может быть оценена по имеющимся избыточным измерениям. Контролируемые узлы 14, 15, 18, 20, 27 и 31 являются условно точными. Остальные контролируемые узлы определены точно.

Поиск ошибочных должен осуществляться в составе совокупности, включающей в себя параметры ветвей 14, 15, 33—37, а также измерения в узлах 3, 25, 28—30 и ветвях 14—15.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богданов В. А. Информационная модель электрической сети автоматизированной системы диспетчерского управления. Электричество, 1973, № 5, с. 1—7.
2. Богданов В. А., Волков Р. П. Анализ топологии электрической сети по данным телеметрии в автоматизированной системе диспетчерского управления. — Электричество, 1975, № 5, с. 24—29.
3. Methods for electric power system state estimation: comparative analysis of computing simulation based upon generalized load flow, tracking and least square methods/Ariatti E., Castagnoli V., Marzio L., Ricci P. — IV Power Systems Computation Conference. Grenoble, 1973, 11—16 sept.
4. Хачатрян В. С. Решение уравнений установившихся режимов больших электрических систем с применением метода декомпозиции. — Электричество, 1976, № 6, с. 12—19.
5. Фазылов Х. Ф., Брискин И. Л., Насыров Т. Х. Алгоритм расчетов установившихся режимов больших электрических систем. — Электричество, 1972, № 9, с. 11—14.

[18.1.1978]

УДК 621.311-52.001.24

## Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетических системах

Канд. техн. наук БОГАТЫРЕВ Л. Л.

Уральский политехнический институт

При создании автоматической системы ситуационного управления режимами работы электроэнергетических систем (ЭЭС) большое значение приобретает проблема распознавания различных аварийных ситуаций. Для решения этой задачи с успехом могут быть использованы методы теории распознавания образов, когда исследуемый режим, описываемый  $m$  параметрами (признаками), представляется в виде вектора (объекта) в  $m$ -мерном пространстве наблюдений [Л. 1].

Распознавание образов — это принятие решения, устанавливающего принадлежность нового, ранее в процессе изучения не рассматривавшегося объекта, к данному классу объектов (образу) путем сравнения свойств этого объекта с уже известными и изученными. Если под классом подразумевать множество объектов, объединенных некоторым общим свойством, то для формирования образов необходимо выработать алгоритм, с помощью которого объекты, сходные между собой, могли бы быть отнесены к одному образу. Количественной характеристикой образа является мера сходства между объектами, составляющими данный класс. Формализация понятия меры сходства основана на гипотезе компактности, т. е. предположении о том, что подмножества распознаваемых классов состояний ЭЭС являются в определенном смысле простыми и могут быть отделены друг от друга с помощью гиперповерхностей.

Класс аварийных ситуаций определяется по комплексу параметров, характеризующих нормальный режим работы системы, состояние схемы ЭЭС и вид возмущения. В качестве таких параметров в сложных ЭЭС могут приниматься мощности электростанций и нагрузок, напряжения в узлах системы, потоки мощности и токи по линиям (по величине и направлению), реактивные сопротивления основного оборудования, сбросы или набросы нагрузок на валы агрегатов станций во время аварии, продолжительность аварии, тип установленных регуляторов и устройств противоаварийной автоматики в ЭЭС и т. д.

Легко заметить, что вся совокупность параметров (признаков), характеризующих аварийную ситуацию в ЭЭС, может быть разбита на три группы:

количественные признаки, если значения признаков могут быть выражены в численном виде (например, параметры режима, длительность аварии, сопротивления элементов ЭЭС и т. д.);

качественные (ранговые) признаки, если значения признака не выражаются числами, но характеризуют различную степень проявления какого-либо свойства объектов, вследствие чего возможна ранжировка признаков (например, виды коротких замыканий, регуляторы возбуждения пропорционального и сильного действия и т. п.);

классификационные (номинальные) признаки, когда значения признака не являются числами и не

связаны естественным упорядочением. Этот тип признаков можно представить при решении задач распознавания ситуаций в ЭЭС в виде логических переменных, принимающих значения нуль или единица. Единица означает наличие признака, а нуль — его отсутствие. К последней группе признаков относятся направление потоков мощности по линиям, наличие или отсутствие АПВ на ВЛ, состояние линий электропередачи и резервных генераторов в ЭЭС (включены или отключены) и т. п.

Если представить  $m$ -мерный вектор  $\mathbf{X}$ , каждая координата которого может принимать лишь  $\tau_i$  значений, бинарным вектором  $\mathbf{X} = (x^1, \dots, x^{\tau})$  размерности  $\tau = \sum_{i=1}^m \tau_i$ , то состояние системы с учетом качественных и логических признаков выразится в виде

$$\mathbf{X} = (x^1, \dots, x^{\tau}, y^1, \dots, y^{\tau}, z^1, \dots, z^{\lambda}), \quad (1)$$

где  $y^1, \dots, y^{\tau}$  — ранжированные признаки, представленные в виде комбинаций нуля и единицы, а  $z^1, \dots, z^{\lambda}$  — логические переменные, принимающие значения 0 или 1 [Л. 2].

Нетрудно видеть, что размерность пространства состояний ЭЭС в этом случае значительно увеличивается.

Для решения задачи распознавания аварийных ситуаций ЭЭС, когда объект представляется в виде вектора  $\mathbf{X}$  (1), можно использовать как детерминированные, так и статистические методы [Л. 2]. Если алгоритм распознавания объектов в дискретном пространстве базируется на сравнении хемминговых расстояний, то при описании признака в двоичной форме следует требовать сохранения линейной упорядоченности множества значений этих признаков. Причем заметим, что этому требованию не соответствует простой перевод десятичных цифр в двоичную форму записи. Для выполнения требований линейной упорядоченности весь диапазон значений количественного признака разбивается на некоторое число участков (градаций) и каждому участку ставится в соответствие один разряд двоичного числа. Если признак принял значение  $j$ -го участка, то все разряды, начиная с  $j$ -го, принимают значение 1. Иногда приписывают значение 1 только  $j$ -му разряду.

Иначе говоря, чтобы определить количественные составляющие вектора  $\mathbf{X}(1)$ , каждой координате  $x^i$  ставится в соответствие вектор  $\hat{x}_i$ , координаты которого  $\hat{x}_i^1, \dots, \hat{x}_i^{\tau_i}$  определяются следующим образом:

$$\hat{x}_i^k = \begin{cases} 0, & \text{если } x^i \notin C^k(k); \\ 1, & \text{если } x^i \in C^k(k), \end{cases}$$

где  $C^k(k)$  — соответствующие градации изменения переменной  $x^i$ . Координаты векторов  $\hat{x}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) записываются подряд, образуя новый вектор  $\mathbf{X}_i = (x^1, \dots, x^{\tau})$  так, что первые  $\tau_1$  координаты этого вектора совпадают с  $\hat{x}_1$ , следующие  $\tau_2$  образуют  $\hat{x}_2$  и т. д.

В связи с высокой размерностью пространства состояний системы при решении задачи распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС очень важное значение имеет минимизация входного описания системы, т. е. сокращение размерности пространства без существенного уменьшения надежности распознавания.

В общем случае необходимо минимизировать объем пространства признаков  $\rho = \prod_{i=1}^m \tau_i$ , где  $\tau_i$  — коли-

чество градаций по  $i$ -й оси, а  $m$  — число количественных признаков. Ясно, что нужно стремиться не только к уменьшению числа признаков, но и к сокращению числа градаций. В пользу последнего утверждения говорит и тот факт, что стоимость одного двоичного разряда составляет два-четыре процента стоимости ЦВМ. Обычно при уменьшении  $m$  объем пространства  $\rho$  сокращается более эффективно, чем при уменьшении  $\tau_i$  [Л. 4].

Для количественных признаков, характеризующих состояние ЭЭС, можно поставить задачу выбора сравнительно небольшого числа наиболее существенных, информативных параметров. Дело в том, что разбиение количественных признаков на небольшое число однородных групп позволит сделать вывод, что компоненты, входящие в одну группу, сильно связаны друг с другом и несут информацию о каком-то одном свойстве исследуемого объекта. Следовательно, можно надеяться, что мы не понесем большого ущерба в информации, если для дальнейшего исследования оставим лишь по одному представителю от каждой такой группы.

В общем случае понятие однородности объектов задается либо введением правила вычислений расстояния  $S(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  между любой парой объектов исследуемого множества  $\{\mathbf{X}\}$ , либо заданием некоторой функции  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$ , характеризующей степень близости (сходства, подобия) объектов с номерами  $i$  и  $j$ . Если задана функция  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$ , то близкие в смысле этой метрики объекты считаются однородными, принадлежащими к одному классу.

При задании функции  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  должны выполняться требования симметрии  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = r(\mathbf{X}_j, \mathbf{X}_i)$ , максимального сходства объекта с самим собой  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_i) = \max r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  и монотонного убывания  $r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  по  $S(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$ , т. е. из  $S(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_i) \geq S(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$  должно с необходимостью следовать выполнение неравенства

$$r(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_i) \leq r(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j).$$

Чаще всего в качестве мер близости между отдельными признаками, как и между наборами таких признаков, используются различные характеристики степени их коррелированности (коэффициенты корреляции).

Меры близости объектов, описываемых набором бинарных признаков, обычно основаны на характеристиках  $\mu_{ij}^{(0)}$ ,  $\mu_{ij}^{(1)}$  и  $\mu_{ij} = \mu_{ij}^{(0)} + \mu_{ij}^{(1)}$ , где  $\mu_{ij}^{(0)}$ ,  $(\mu_{ij}^{(1)})$  — число нулевых (единичных) компонент, совпадающих в объектах  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{X}_j$ . Если все  $p$  признаков объекта можно считать равноправными, а эффект от совпадения или несовпадения нулей тот же, что и от совпадения или несовпадения еди-

ниц, то в качестве меры близости объектов  $X_i$  и  $X_j$  используют величину

$$r(X_i, X_j) = \mu_{ij}/p.$$

Для объектов, задаваемых дихотомическими признаками, в качестве меры различия между объектами широко используется хеммингово расстояние

$$S_H(X_i, X_j) = \sum_{s=1}^p |x_i^{(s)} - x_j^{(s)}|,$$

равное, следовательно, числу  $v_{ij}$  несовпадений значений соответствующих признаков в рассматриваемых  $i$ -м и  $j$ -м объектах.

Задача распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС состоит в том, что если имеется конечное множество  $D$  объектов обучающей выборки с известной классификацией

$$X_i = (x_{i1}, \dots, x_{iN}), \quad i = 1, \dots, N_1;$$

$$X_j = (x_{j1}, \dots, x_{jN}), \quad j = 1, \dots, N_2; \quad N_1 + N_2 = N$$

из классов  $A_1$  (например, устойчивые режимы) и  $A_2$  (неустойчивые режимы) соответственно, причем  $X_i \in D_1$ ,  $X_j \in D_2$  и  $D_1 \cup D_2 = D$ , то необходимо найти решающее правило, относящее некоторый объект  $X_s$  с неизвестной классификацией ( $X_s \notin D$ ) к тому или иному классу.

**Выбор наиболее информативных количественных параметров.** При решении задачи распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС важное значение имеет минимизация входного описания объекта, т. е. определения минимального числа наиболее информативных признаков, в пространстве которых решение исходной задачи происходит без существенного увеличения функции потерь — своеобразного критерия информативности параметров.

Количественные параметры, характеризующие аварийную ситуацию в ЭЭС, зачастую сильно коррелированы друг с другом, и учет всех коррелированных параметров при решении задачи распознавания класса аварийных ситуаций усложняет и замедляет процесс получения результата, сильно увеличивает объем информационной части автоматической системы ситуационного управления и, что самое главное, не способствует увеличению точности решения.

В связи с этим возникает задача группировки параметров — выделения относительно независимых групп признаков, что позволяет значительно сократить число переменных, сохранив из каждой группы один или несколько признаков-представителей. Для решения последней задачи могут быть использованы методы факторного анализа и главных компонент, корреляционных плеяд и алгоритмы экстремальной группировки параметров, различные методы таксономии [Л. 1].

Для решения задачи группировки количественных признаков аналогично ранее введенному понятию  $m$ -мерного пространства признаков  $R^m$  вводится  $N$ -мерное пространство объектов  $R^N$ . Каждый признак в этом пространстве может быть изображен точкой или вектором, направленным из начала координат в эту точку. Совокупность таких точек (векторов) делится на группы в зависимости от зна-

чений некоторых мер сходства (расстояния) между ними. Таким образом, задача группировки параметров по своей принципиальной постановке не отличается от задачи многомерной классификации объектов [Л. 3] и, следовательно, для ее решения могут быть использованы алгоритмы таксономии с тем отличием, что классификация происходит не в пространстве признаков  $R^m$ , а в пространстве объектов  $R^N$ . Эффективным методом решения задачи группировки параметров является диагонализация матрицы парной связи количественных признаков, т. е. переставление строк и столбцов в матрице связи признаков таким образом, чтобы в преобразованной матрице вдоль главной диагонали выделялись квадратные блоки с большими элементами, а элементы, расположенные вне блоков, были бы относительно малыми. В результате происходит объединение признаков в группы (блоки) так, что признаки, входящие в любую группу, обладают большей силой связи между собой, чем параметры, принадлежащие к разным группам.

Выбор представителей групп производится на основе ряда содержательных и формальных соображений. С формальной точки зрения выбор данного признака тем предпочтительней, чем ближе признак к эталону (условному среднему признаку группы) и чем теснее связан признак со значением функции, т. е. чем сильнее влияние признака на свойства класса. При выборе представителя какой-либо группы необходимо обращать внимание и на связь признаков из группы с уже отобранными представителями других групп (эта связь должна быть по возможности минимальной).

При определении степени близости или удаления объектов используются потенциальные функции [Л. 3]:

$$\Psi(X_1, X_2) = (1 + aR_{x_1, x_2}^2)^{-1}, \quad (2)$$

где  $R_{x_1, x_2}$  — коэффициент корреляции между параметрами  $X_1$  и  $X_2$ .

Функцию  $\Psi(X_1, X_2)$  можно трактовать как расстояние между объектами  $X_1$  и  $X_2$ , так как она всюду положительна ( $a > 0$ ), обладает свойством симметрии  $\Psi(X_1, X_2) = \Psi(X_2, X_1)$ , достигает минимума, когда связь между параметрами наибольшая и возрастает с уменьшением силы связи (коэффициента корреляции) между параметрами. При решении задачи группировки параметров можно предложить критерий, позволяющий из множества возможных группировок выбрать наилучшую. Естественно, при прочих равных условиях классификация тем лучше, чем ближе друг к другу объекты внутри каждого класса и чем дальше классы друг от друга.

В качестве меры близости объектов внутри класса можно принять собственное внутригрупповое расстояние

$$\Psi(A, A) = \frac{2}{N_A(N_A - 1)} \sum_{i, p, p > j} \Psi(X_i, X_p), \quad (3)$$

где  $N_A$  — число объектов в классе.

Очевидно, что  $\Psi(A, A)$  тем меньше, чем теснее между собой расположены объекты внутри класса, чем компактнее класс.

Если в результате классификации получено  $k$  классов, то среднее внутригрупповое расстояние

$$I_1 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Psi(A_i, A_i). \quad (4)$$

Когда сравниваются между собой несколько разных классификаций, то  $I_1$  будет минимальна у той из них, в которой объекты каждого класса в среднем лежат наиболее тесно.

В качестве меры близости классов между собой можно принять величину

$$I_2 = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i,j=1, j>i}^k \Psi(A_i, A_j), \quad (5)$$

где  $k$  — число классов в классификации;

$$\Psi(A_i, A_j) = \frac{1}{N_{A_i}} \sum_{i=1}^{N_{A_i}} \Psi(X_i, A_j)$$

— мера близости между классами  $A_i$  и  $A_j$ .

В последнем выражении  $\Psi(X_i, A_j)$  — среднее расстояние между объектом  $X_i$  ( $X_i \in A_i$ ) и множеством объектов класса  $A_j$ ;

$$\Psi(X_i, A_j) = \frac{1}{N_{A_j}} \sum_{j=1}^{N_{A_j}} \Psi(X_i, X_j). \quad (6)$$

Если сравнивать между собой несколько разных классификаций, то величина  $I_2$  будет максимальной у той из них, где классы в среднем расположены дальше друг от друга. Критерий качества таксономии должен быть таким, чтобы наилучшая классификация соответствовала относительно большому  $I_2$  и, одновременно, относительно малому  $I_1$ :

$$I = I_2 - I_1 = \max. \quad (7)$$

Та классификация из нескольких разных объективных классификаций одной и той же совокупности объектов, для которой критерий  $I$  принимает максимальное значение, очевидно, является объективно оптимальной классификацией.

Выбрав представителей классов из полученных таксонов, можно перейти к решению задачи распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС.

Минимизация входного описания системы и классификация аварийных ситуаций осуществлялись на примере некоторой объединенной ЭЭС, входящей в состав ЕЭС СССР. За расчетные приняты нагрузки и схема сети объединенной энергосистемы (ОЭС) на 1979/1980 гг. Нагрузки радиальных сетей приведены к опорным узлам, шунтирующие сети 110 кВ эквивалентированы.

В качестве количественных параметров  $\{x\}$ , характеризующих режимы системы, приняты напряжения в узлах и потоки мощности по линиям. За нормальные режимы работы ОЭС взяты режимы максимальных и минимальных нагрузок с различными комбинациями генерируемых мощностей на станциях и некоторые ремонтные режимы, а за аварийные — режимы с предельными по статической устойчивости перетоками при аварийных отключениях одной или двух ВЛ 500 кВ. По результатам расчетов на ЦВМ М-222 была организована обучающая выборка из 30 режимов, принадлежа-

щим различным классам (15 нормальных, представляющих класс  $A_1$ , и 15 аварийных, составляющих класс  $A_2$ ). Число количественных признаков, определяющих состояния ОЭС известной классификации, равнялось 107. Различными эвристическими методами [Л. 1] и на том основании, что наилучшими для распознавания являются те признаки, у которых разность средних значений велика по сравнению со стандартными отклонениями [Л. 5], была выбрана наиболее информативная подсистема из 30 признаков. В состав этой подсистемы вошли самые различные по занимаемому в схеме ОЭС месту параметры: большие транзитные перетоки в соседнюю ОЭС или энергорайон с большим потреблением, перетоки от шин 500 и 220 кВ электростанций, напряжения на шинах 500 кВ подстанций с большим потреблением и транзитных подстанций.

Определив корреляционную матрицу  $\|R\|_{30}^{30}$  наиболее информативных параметров для решения задачи распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС, с помощью выражения (2) переходим к матрице  $\Psi$  взаимных расстояний между параметрами (при  $a=10$ ).

Одним из наиболее простых алгоритмов группировки параметров по степени их связи (близости) между собой в пространстве объектов  $R^N$  является метод, близкий по своей природе к алгоритму корреляционных плеяд [Л. 6]. Для этого в матрице взаимных расстояний  $\Psi$  находится минимальный элемент (за исключением диагональных) и, начиная с этого элемента, строится граф минимальных расстояний между параметрами. Вершинам графа соответствуют параметры, а ребрам — минимальные расстояния. Пусть минимальным элементом матрицы  $\Psi$  оказался  $\Psi(X_k, X_l) = \Psi_1$ . Строится две вершины графа  $X_k$  и  $X_l$  с ребром, соответствующим  $\Psi_1$ . Затем находится минимальный (не считая  $\Psi_1$ ) элемент в  $l$ -м столбце матрицы (он будет соответствовать параметру, наиболее тесно после  $X_k$  связанному с  $X_l$ ) и минимальный (не считая  $\Psi_1$ ) элемент в  $k$ -й строке матрицы (он будет соответствовать параметру, наиболее тесно после  $X_l$  связанному с  $X_k$ ). Пусть наименьшим из этих двух элементов оказался  $\Psi(X_k, X_m) = \Psi_2$ . Строится третья вершина графа  $X_m$ , соединенная ребром  $\Psi_2$  с вершиной  $X_k$ .

Подобным образом продолжаем построение графа, на каждом шаге находя параметр, наиболее тесно связанный с одним из двух параметров, рассматривавшихся на предыдущем шаге. Построение графа заканчивается, когда будут найдены все 30 вершин графа. Выбрав пороговую величину минимального расстояния между параметрами  $\Psi = h$ , исключаем из графа все ребра, которым соответствуют большие  $h$ , взаимные расстояния между параметрами. В результате получим группировку параметров, обеспечивающую наиболее тесную в среднем связь между параметрами каждой из групп и одновременно наименее тесную в среднем связь между параметрами разных групп. Недостатком предлагаемого алгоритма является неоднозначность решения задачи таксономии в пространстве  $R^N$ , связанная с неопределенностью значения пороговой величины  $h$ . В связи с этим необходимо произвести уточнение произведенной группировки путем максимизации критерия (7) при различных значениях

порога  $h$ . Зависимость  $I$  от числа таксонов представлена на рис. 1. Легко заметить, что оптимальное число таксонов для рассматриваемой задачи равно семи (при числе объектов в таксонах от двух до семи). В качестве представителей таксонов были выбраны семь параметров: три напряжения на шинах подстанций и четыре потока мощности по линиям.

Взяв в качестве наиболее информативных количественных признаков состояния системы представителей таксонов, а логических — направления потоков мощности, переходим к рассмотрению задачи распознавания аварийных ситуаций в ЭЭС.

**Алгоритмы распознавания аварийных ситуаций.** Располагая совокупностью объектов обучающей выборки (множеством режимов известной классификации), не представляет труда определить ширину интервала градаций, необходимую для представления количественного параметра в дискретной форме:

$$\Delta C^i = \frac{x_{imax} - x_{imin1}}{\tau_i},$$

где  $x_{imax}$  и  $x_{imin1}$  — соответственно максимальное и минимальное значения параметра  $x_i$  в располагаемой обучающей выборке;  $\tau_i$  — число градаций  $i$ -го параметра. Размерность  $p$  вектора  $X$ , описывающего состояние системы, определяется в этом случае как  $p = m\tau_i + g$ , где  $m$  и  $g$  — соответственно числа количественных и логических признаков. Для кодировки логических признаков примем, что если мощность  $P_{ij}$  направлена от узла  $i$  к узлу  $j$ , то логическая переменная принимается за нуль, когда же направление мощности обратное — за единицу. После кодировки всех объектов обучающей выборки получим  $N$  векторов  $X$ , характеризующих классы состояний системы, где  $N = \sum_{i=1}^2 N_i$ , а  $N_i$  — число состояний, принадлежащих каждому  $i$ -му классу.

Для описания процедуры распознавания детерминированным методом можно использовать понятие «векторы сопоставления», под которыми понимаются векторы, получаемые сложением по модулю два (mod 2) распознаваемого вектора  $X$  с каждым из векторов классов состояний системы [Л. 7]. При поразрядном сложении векторов по mod 2 имеем:  $1 \oplus 1 = 0$ ;  $0 \oplus 0 = 0$ ;  $1 \oplus 0 = 1$ ;  $0 \oplus 1 = 1$ , где знак  $\oplus$  означает сложение по модулю два.

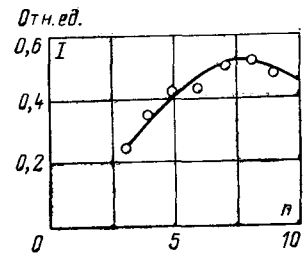
Считается, что состояние  $X$  системы относится к  $i$ -му классу, если абсолютная величина усредненных значений сумм нулевых координат векторов сопоставления для  $i$ -го класса больше, чем соответствующая сумма для  $j$ -го класса, т. е.:

$$\frac{1}{N_i} \sum_{k_i} r_p(X, X_{ki}) > \frac{1}{N_j} \sum_{k_j} r_p(X, X_{kj}), \quad (8)$$

$$r_p(X, X_{ki}) \geq T_p, \quad r_p(X, X_{kj}) \geq T_p,$$

где  $N_i$ ,  $N_j$  — число состояний ОЭС, принадлежащих классам  $i$  и  $j$ ;  $T_p$  — порог срабатывания распознающего устройства, определяющий границы класса состояний;  $r_p(X, X_{ki})$ ,  $r_p(X, X_{kj})$  — метрики в пространстве  $R$ , представляющие собой число нулевых координат  $p$ -координатных векторов сопоставления,

Рис. 1. Зависимость критерия качества таксономии  $I$  от числа таксонов  $n$ .



образованных сложением по mod 2 вектора  $X$  с векторами  $X_{ki}$  и  $X_{kj}$ , т. е. число совпадающих одна с другой двоичных координат векторов  $X$  и  $X_{ki}$  ( $X$  и  $X_{kj}$ ).

При ретроспективных контрольных просчетах элементов обучающей выборки была определена суммарная ошибка распознавания классов нормальных и аварийных режимов рассматриваемой ОЭС по данному алгоритму при различных градациях количественных параметров (с учетом и без учета логических переменных). Зависимость ошибки распознавания классов ситуаций в ОЭС от степени дискретизации количественных параметров приведена на рис. 2.

Анализ приведенной зависимости (кривая 1) показывает, что с увеличением числа градаций количественных признаков ошибка распознавания уменьшается. Учет логических переменных способствует существенному сокращению ошибки распознавания. Так, например, при четырех градациях без учета логических переменных ошибка распознавания составляет 23,3%, а с учетом логических переменных — 13,3%. Таким образом, увеличение размерности  $p$  вектора  $X$  с 28 до 32 за счет только логических составляющих способствует уменьшению ошибки распознавания почти в 2 раза.

Заметим, что решение задачи с учетом всех 30 наиболее информативных параметров системы дает ошибку распознавания порядка 10%. Следовательно, использование только представителей таксонов для решения задачи распознавания классов состояний ОЭС способствует помимо сокращения пространства информативных количественных параметров в 4 раза, уменьшению и ошибки распознавания (до 6,7% при  $\tau=10$ ).

Вероятностный алгоритм распознавания базируется на принципе максимума отношения правдоподобия. Располагая совокупностью объектов  $N_1$  и  $N_2$  обучающей выборки, принадлежащих соответственно к классам нормальных и аварийных режимов ОЭС, можно определить вероятность появления единицы в каждом  $k$ -м разряде ( $k=1, \dots, p$ )  $i$ -го класса ( $i=1, 2$ ), т. е. величины

$$p_k = P(x_k=1 | A_1);$$

$$q_k = P(x_k=1 | A_2).$$

В случае  $p_k > q_k$  следует ожидать, что в  $k$ -м разряде вектора состояния системы  $X$  будет чаще появляться единица в классе нормальных режимов ( $A_1$ ), нежели в классе аварийных режимов ( $A_2$ ).

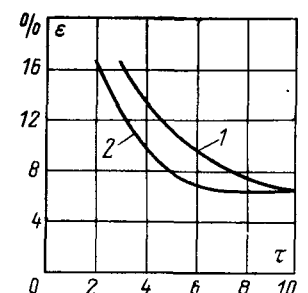


Рис. 2. Зависимость ошибки распознавания  $\varepsilon$  от числа градаций  $\tau$  количественных признаков  $\tau$ .  
1 — детерминированный метод;  
2 — вероятностный метод.

В предположении условной независимости между разрядами вектора  $\mathbf{X}$  вероятности отнесения определенной кодовой комбинации к классу  $A_1$  или  $A_2$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} P(\mathbf{X}|A_1) &= \prod_{k=1}^p p_k^{x_k} (1-p_k)^{1-x_k}; \\ P(\mathbf{X}|A_2) &= \prod_{k=1}^p q_k^{x_k} (1-q_k)^{1-x_k}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Величины  $p_k$  и  $q_k$  получаются в результате подсчета частоты появления единицы в  $k$ -м разряде в совокупности кодов, представляющих собой множество классов нормальных и аварийных режимов, а  $x_k$  принимает значение только 1 или 0.

Так как отношение правдоподобия выражается в виде  $\theta = P(\mathbf{X}|A_1)/P(\mathbf{X}|A_2)$ , то решающее правило, определяемое как логарифм отношения правдоподобия, выглядит следующим образом:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^p \left[ x_k \log \frac{p_k}{q_k} + (1-x_k) \log \frac{(1-p_k)}{(1-q_k)} \right]. \quad (10)$$

Если теперь для какой-нибудь неизвестной ситуации в ОЭС, описываемой вектором  $\mathbf{X}_s$ , получим  $F(\mathbf{X}_s) > 0$ , то эту неизвестную ситуацию следует отнести к классу нормальных режимов ОЭС ( $\mathbf{X}_s \in A_1$ ), а при  $F(\mathbf{X}_s) \leq 0$  — классу аварийных режимов, приводящих к нарушению устойчивой работы ОЭС ( $\mathbf{X}_s \in A_2$ ).

Ошибка распознавания при ретроспективных контрольных просчетах объектов обучающей выборки по вероятностному алгоритму (10) при различных градациях количественных признаков представлена на рис. 2 (кривая 2). Легко заметить, что вероятностный алгоритм дает меньшую ошибку распознавания по сравнению с детерминированным. Кроме того, на основе полученной зависимости можно сделать вывод о наиболее целесообразном числе градаций для количественных признаков.

Минимаксное число градаций равно шести, так как при дальнейшем увеличении степени дискретизации количественных признаков уменьшение ошибки распознавания не происходит. Эффективность вероятностного алгоритма по сравнению с детерминированным уменьшается по мере роста размерности  $p$  вектора  $\mathbf{X}$ . При  $p=74$  оба алгоритма дают одинаковую ошибку распознавания, составляющую 6,7%. Максимальный уровень ошибки соответствует размерности  $p=11$ , когда каждый количественный признак принимает только одно из двух значений (ноль или единица). Интересно заметить, что ошибка распознавания в этом случае существенно зависит от способа кодировки количественных признаков, т. е. от метода определения порога квантования  $x_{\text{пор}}$ , так как

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{если } x_i < x_{\text{пор}}; \\ 1, & \text{если } x_i \geq x_{\text{пор}}. \end{cases}$$

Максимальная ошибка получается, если  $x_{\text{пор}} = \frac{x_{\text{imax}} + x_{\text{imin}}}{2}$ . Порог, определяемый как

$$x_{\text{пор}} = \frac{M(x_i)|A_1 - M(x_i)|A_2}{2},$$

где  $M(x_i)|A_1$  и  $M(x_i)|A_2$  — соответственно математические ожидания параметров  $x_i$  для классов нормальных и аварийных режимов ОЭС, способствует уменьшению ошибки распознавания. Минимальная ошибка распознавания классов ситуаций в ОЭС получается, если порог  $x_i$  определяется исходя из законов распределения параметра  $x_i$  по классам путем минимизации неопределенности системы (энтропии) или максимизации информативности признака  $x_i$  [Л. 8]. При оптимальной величине порога квантования  $x_{\text{пор}}$  ошибка распознавания составляет 16,7%.

Если организовать процесс обучения распознающей системы в условиях нормальной эксплуатации ОЭС, то с течением времени будет происходить увеличение объема обучающей выборки, что способствует повышению надежности получаемых результатов. Предлагаемые методы распознавания аварийных ситуаций в ОЭС могут найти практическое применение при создании ситуационных систем управления режимами работы ОЭС.

**Выводы.** 1. Учет логических признаков при решении задачи распознавания аварийных ситуаций в ОЭС способствует сокращению ошибки распознавания.

2. Распознавание классов аварийных ситуаций в ОЭС целесообразно осуществлять на основе вероятностных методов, обеспечивающих минимальную ошибку распознавания при наименьшем числе градаций количественных признаков.

3. Минимизация входного описания системы производится в результате решения задачи классификации количественных признаков в пространстве объектов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богатырев Л. Л., Стихин Г. П. Использование методов теории распознавания образов для управления режимами сложных энергетических систем. — Электричество, 1975, № 12.
2. Богатырев Л. Л. Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетической системе. — Изв. СО АН СССР, 1977, № 3, вып. 1.
3. Айвазян С. А., Бежаева Э. И., Староверов О. В. Классификация многомерных наблюдений. М.: Статистика, 1974.
4. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. М.: Советское радио, 1972.
5. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир, 1976.
6. Терентьев П. В. Метод корреляционных плеяд. — Вестник ЛГУ, 1959, № 9.
7. Шибанов Г. П. Распознавание в системах автоконтроля. М.: Машиностроение, 1973.
8. Вопросы статистической теории распознавания/ Барабаш Ю. Л., Варский Б. В., Зиновьев В. Т. и др. М.: Сов. радио, 1967.

[15.12.1977]



# О точности построения характеристик надежности электроэнергетических систем по статистическим данным

ФАРХАДЗАДЕ Э. М.

Азербайджанский институт нефти и химии

Улучшение основных эксплуатационных характеристик электроэнергетических систем (ЭЭС) — безотказности, долговечности, ремонтпригодности и живучести — связано с совершенствованием практического использования накопленной статистической информации о повреждаемости и ремонте оборудования. Анализ этой информации предполагает разделение событий отказа элементов ЭЭС по некоторым признакам. К ним относятся тип оборудования, место установки, причина отказа, условия возникновения, время отказа и др.

Каждый признак может быть представлен группой разновидностей. Так, признак «причина повреждения» разделяется на повреждение вследствие дефекта изготовления, воздействия метеорологических факторов, некачественного ремонта и т. д.

Если обозначим общее число событий отказа в интервале  $\Delta t$  через  $n$ , а общее число единиц оборудования через  $M$ , то под разделением данных по  $i$ -му признаку будем понимать формирование последовательности значений  $n_{i,j}$  и  $M_{i,j}$  с  $j=1, 2, \dots, k_i$ , где  $k_i$  — число разновидностей  $i$ -го признака, а под разделением данных по каждому из  $r$  признаков с фиксированной разновидностью признака  $f_i \in r$  — последовательность значений  $n_{i,f}$  и  $M_{i,f}$  с  $i=1, r$ .

После разделения  $n$ ,  $M$  и  $\Delta t$  используются для расчета численных значений точечных  $P^*$  или функциональных  $P^*(t)$  эксплуатационных характеристик.

Различие оценок  $P^*$  и  $P^*(t)$  до и после разделения исходных данных обусловлено функциональной и статистической составляющими. Функциональная составляющая характеризует зависимость от данного сочетания разновидностей признаков события, а статистическая — случайное расхождение. Чем  $n$  и  $M$  меньше, тем больше влияние статистической составляющей.

Таким образом, наблюдаемое расхождение численных значений  $P^*$  и  $P^*(t)$  может быть случайным, и потому, прежде чем рекомендовать оценки эксплуатационных характеристик по располагаемым статистическим данным и некоторому числу признаков события  $r$ , необходимо установить целесообразность разделения этих данных по каждому из  $r$  признаков.

В существующей практике анализа статистических материалов эксплуатации энергосистем возможность случайного расхождения оценок не учитывается. «Механическое» разделение данных приводит к неоправданному снижению точности  $P^*$  и  $P^*(t)$ , не исключает субъективный подход к разработке мероприятий по изменению надежности, увеличивает степень неопределенности результата расчетов эксплуатационных характеристик ЭЭС.

Если требуется сравнить надежность однотипного оборудования по данным различных энергосистем, решается обратная задача — проверка допустимости объединения выборок.

Для решения этих задач в практике обработки статистических данных используется «условный» критерий проверки гипотезы о равенстве двух вероятностей отказа  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$  [Л. 1] и метод «весовых коэффициентов» [Л. 2].

Как известно [Л. 1], если число отказов первой группы данных равно  $n_1$ , а второй  $n_2$ , то при заданном соотношении единиц оборудования групп  $M^*_1 = M_1 : (M_1 + M_2)$ , гипотеза о равенстве вероятностей отказа  $Q^*_1 = n_1 : M_1$  и  $Q^*_2 = n_2 : M_2$  принимается, когда  $n_1$  удовлетворяет условию  $d' \leq n_1 \leq d''$ . Граничные значения критической области  $[d' \ d'']$  биномиального приближения «условного» критерия для доверительной вероятности  $\beta = 0,9$  приведены в [Л. 3]. Метод «весовых коэффициентов» предполагает проверку условия непревышения расхождения оценок параметра потока отказов трехсигмового предела [Л. 2].

Рассматриваемым методам свойственны известные ограничения. «Условный» критерий из многих  $P^*$  и  $P^*(t)$  проверяет гипотезу для вероятности отказа, табулирован для фиксированных значений  $M^*_1$  и  $\beta$ . Для всех остальных значений расчет достаточно громоздок. Метод «весовых коэффициентов» прост, однако при малом числе «источников» информации оценка дисперсии параметра потока отказов неустойчива, имеет большой разброс.

Поскольку точность оценки  $P^*$  наглядно отображается шириной доверительного интервала, представляет интерес вопрос о соотношении граничных значений доверительных интервалов сопоставляемых оценок  $P^*_i$ .

Многолетний опыт расчета численных значений эксплуатационных характеристик оборудования и устройств по материалам системы Азэнерго и анализу данных других источников показывают, что доверительные интервалы  $P^*$  при  $\beta \geq 0,9$  обычно накладываются. Если вычисляются оценки  $P^*_i$  и  $P^*_j$  и их доверительные интервалы соответственно равны  $[P_{1i}, P_{2i}]_\beta$  и  $[P_{1j}, P_{2j}]_\beta$ , то имеет место неравенство  $P_{2i} > P_{1j}$  или  $P_{2j} > P_{1i}$ . Накладываются также доверительные интервалы показателей для оборудования разного типа (трансформаторы, генераторы, выключатели и пр.), а также для оборудования с различной надежностью.

Если сопоставляется несколько оценок  $P^*$ , например для ряда разновидностей признака, то наблюдаются случаи попарного наложения доверительных интервалов. Для размещенных в порядке возрастания (или убывания) оценок  $P^*$ , накладываются доверительные интервалы первого и второго показателя, второго и третьего, третьего и четвертого и т. д.

Для подтверждения этого воспользуемся данными анализа надежности масляных выключателей по материалам [Л. 4]. Здесь отмечается и обосновывается увеличение «частоты отказов» за период  $\Delta t_1$  (1960—1976 гг.) по сравнению с повреждаемостью за период  $\Delta t_2$  (1956—1959 гг.).



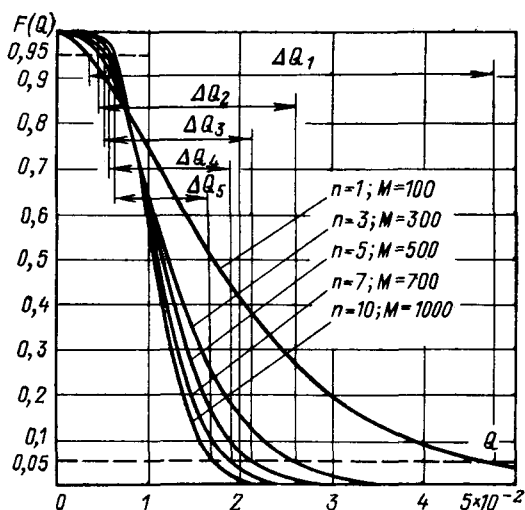


Рис. 1. Сравнительная оценка разброса значений  $Q$  при различных  $n$  и  $M$ .

Если сопоставить граничные значения доверительных интервалов оценок  $h^*(\Delta t_1)$  и  $h^*(\Delta t_2)$ , можно заметить, что уже при  $\beta \geq 0,9$  они накладываются. Аналогичные результаты могут быть получены при проверке соотношения граничных значений вероятности отказов выключателей с номинальным напряжением 35 кВ до и после иерархической проверки вводов с применением морозостойкой мастики (эффективность этого мероприятия подтверждена практикой).

Отметим, что наблюдаемые соотношения граничных значений доверительных интервалов оценок  $P^*$  оборудования и устройств ЭЭС вызвали определенное недоверие как относительно точности самих оценок, так и надежности информационной базы вообще. И будучи известными в большей части случаев эти соотношения не принимались во внимание.

А можно ли вообще сформулировать условия принятия гипотезы о равенстве оценок  $P^*$ , исходя из наблюдаемых соотношений граничных значений доверительных интервалов?

Если обратиться к данным [Л. 3] и вычислить граничные значения доверительных интервалов оценок  $Q^*_1 = n_1 : M_1$  и  $Q^*_2 = n_2 : M_2$ , где  $n_1 + n_2 = n$ ,  $n_1 = d'$ ,  $M_1 < M_2$ ,  $Q^*_1 < Q^*_2$ ,  $Q^*_1 = (n_1 - 1) : M_1$  и  $Q^*_2 = (n_2 + 1) : M_2$ , получим:  $Q_{21} > Q_{12}$  и  $\tilde{Q}_{21} < \tilde{Q}_{12}$ . Таким образом, если  $d' \leq n \leq d''$ , доверительные интервалы накладываются, если же  $d'' < n < d'$  — не накладываются. Аналогичный вывод имеет место, если сопоставить граничные значения доверительных интервалов оценок:

$$Q^*_1 = (n - d'') : M_1; Q^*_2 = d'' : M_2; \tilde{Q}^*_1 = (n - d'' - 1) : M_1 \text{ и } \tilde{Q}^*_2 = (d'' + 1) : M_2.$$

В качестве примера рассмотрим случай, когда  $n = 20$ ,  $M^*_1 = 0,4$ ,  $n_1 = d' = 3$ ,  $n_2 = 17$ ,  $M_1 = 100$ ,  $M_2 = 150$ . Вычислим оценки  $Q^*$ :  $Q^*_1 = 0,03$ ,  $Q^*_2 = 0,113$ ,  $\tilde{Q}^*_1 = 0,02$ ,  $\tilde{Q}^*_2 = 0,12$ . Учитывая, что  $Q^*_1 < Q^*_2$  и  $Q^*_2 < \tilde{Q}^*_2$  по формулам [Л. 6] рассчитываем граничные значения доверительного интервала:  $Q_{21} = 0,075735$ ,  $Q_{12} = 0,073479$ ,  $\tilde{Q}_{21} = 0,061636$ ,  $\tilde{Q}_{12} =$

$= 0,078976$ . Неравенство  $Q_{21} > Q_{12}$  свидетельствует о наложении доверительных интервалов оценок  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$ , когда  $n_1 = d'$ , а неравенство  $\tilde{Q}_{21} < \tilde{Q}_{12}$  — об отсутствии наложения, когда  $n_1 < d'$ . Если учесть, что при  $n_1 = d' = 3$  применение «условного» критерия позволяет принять гипотезу о равенстве  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$ , а при  $n_1 = 2 < d'$  — считать их различными, можно утверждать, что проверка условия  $d' \leq n \leq d''$  адекватна сопоставлению граничных значений доверительных интервалов оценок  $Q^*$ . Когда интервалы накладываются, то оценки  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$  согласно «условному» критерию принимаются равными.

Этот вывод позволяет существенно снизить громоздкость ручного счета значений  $d'$  и  $d''$  для  $M^*_1$  и  $\beta$ , не равных табличным [Л. 3], допускает сопоставление произвольного числа оценок  $Q^*$ .

Сформулируем последовательность проверки гипотезы о равенстве двух вероятностей отказа «условным» критериям:

сопоставляет  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$ ;

для меньшей из двух оценок вычисляем верхнюю границу доверительного интервала  $Q_2$ , а для большей — нижнюю границу  $Q_1$ ;

сопоставляем значения  $Q_2$  и  $Q_1$ . Если  $Q_2 \geq Q_1$ , принимается гипотеза  $Q^*_1 = Q^*_2$ , если же  $Q_2 < Q_1$ , считаем, что расхождение оценок  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$  для заданного  $\beta$  не случайно, а их соотношение соответствует наблюдаемому.

Таким образом, если отмеченные выше ограничения «условного» критерия удалось снять, возникли новые значительные ограничения. Эти ограничения отмечены при сравнении граничных значений доверительных интервалов оценок  $P^*$ , вычисляемых по реально достижимым статистическим данным: зависимость результата решения от  $\beta$ , сложность статистического различия оценок  $P^*$  большей части оборудования и устройств ЭЭС, попарное наложение доверительных интервалов  $P^*_{i \in M}$ .

До сих пор мы сопоставляли оценки  $P^*$ , вычисляемые по эксплуатационным данным энергосистем.

Определим теперь соотношение граничных значений доверительных интервалов оценок  $P^*$  генеральной характеристики  $P$ .

Предположим, что оценки  $P^*$  равны, но вычислены по различным значениям числа отказов  $n$  и числа единиц оборудования  $M$ . На рис. 1 приведены функции распределения вероятности отказа  $F(Q)$  для  $Q^* = 0,01$ . Кривые рис. 1 свидетельствуют не только о снижении разброса  $\Delta Q$  при росте  $n$  и  $M$ , но и характерном вложении доверительных интервалов. Аналогичные зависимости имеют место для всех видов  $P^*$ , что нетрудно проверить посредством анализа точных формул для расчета граничных значений доверительных интервалов. Отметим также, что факт вложения доверительных интервалов оценок не зависит от  $\beta$ .

В реальных условиях значения оценок  $P^*$ , как правило, не равны. Поэтому проверим соотношение доверительных интервалов для практически возможных значений  $P^*$ .

Необходимым условием для этих оценок является случайное расхождение их численных значений.

Таблица 1

№ п/п.	Значения оценок вероятности возникновения отказа $Q^*$ при $Q_{и}=0,1$				№ п/п.	Значения оценок вероятности возникновения отказа $Q^*$ при $Q_{и}=0,1$			
	Число опытов, м					Число опытов, м			
	1000	200	100	50		1000	200	100	50
1	0,079	0,035	0,030	0,020	8	0,098	0,100	0,090	0,100
2	0,086	0,070	0,050	0,040	9	0,100	0,100	0,100	0,120
3	0,089	0,075	0,070	0,060	10	0,102	0,105	0,110	0,120
4	0,092	0,080	0,080	0,060	11	0,104	0,110	0,120	0,120
5	0,093	0,085	0,090	0,080	12	0,108	0,115	0,120	0,140
6	0,095	0,090	0,090	0,080	13	0,112	0,145	0,130	0,160
7	0,097	0,095	0,090	0,100					

Таблица 2

N	Граничные значения доверительного интервала оценок $Q^*$				
	M	n	$Q^*$	$Q_B$	$Q_H$
1	200	14	0,070	0,131	0,032
2	200	17	0,085	0,149	0,042
3	200	19	0,095	0,163	0,049
4	200	23	0,115	0,187	0,064
5	100	5	0,050	0,136	0,014
6	100	12	0,120	0,230	0,050
Σ	1000	92	0,092	0,118	0,067

Оценки для вероятности безотказной работы  $P$ , вероятности отказа  $Q$ , математического ожидания длительности исправной работы  $\bar{T}$  и параметра потока отказов  $h$  получены методом статистических испытаний на ЦВМ «Минск-32».

В табл. 1 приведены вычисленные методом статистических испытаний и расположенные в порядке возрастания оценки  $Q^*$ , для различного числа опытов  $M$  и действительного значения вероятности отказа  $Q=0,1$ . Моделирующий алгоритм описан в [Л. 5].

Данные табл. 1 позволяют проанализировать соотношение граничных значений доверительных интервалов для различного числа сопоставляемых показателей  $k$ . Нетрудно заметить, что  $k = 2 \div 20$  ( $k_{\min} = 100 : 50 = 200 : 100 = 2$ ,  $k_{\max} = 1000 : 50 = 20$ ). Предположим, что мы располагаем статистическими данными из шести независимых «источников». Требуется проверить допустимость объединения этих данных.

Примем также, что  $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 200$

а  $M_5 = M_6 = 100$ , так чтобы  $M_\Sigma = \sum_{i=1}^6 M_i = 1000$ .

Выберем произвольно четыре реализации оценок  $Q$  для  $M=200$  и две для  $M=100$ . Очевидно,

$$n_\Sigma = Q^* M_\Sigma = \sum_{i=1}^6 Q^* M_i = \sum_{i=1}^6 n_i.$$

Выбранные значения приведены в табл. 2, где  $N$  — номер выборки;  $M$  — число опытов;  $n$  — число отказов;  $Q^*$  — оценка вероятности отказа ( $Q^* = n : M$ );  $Q_B$  — верхнее граничное значение доверительного интервала;  $Q_H$  — нижнее граничное значение доверительного интервала. По формулам [Л. 6] рассчитываем граничные значения доверительных интервалов каждой из семи оценок  $Q^*$  и

заносим данные в табл. 2. Теперь сопоставим граничные значения доверительных интервалов. Поскольку различие оценок случайно, а

$$Q_{1\max} = \max(Q_{11}, Q_{12}, \dots, Q_{16}) = 0,064 < Q_{1\Sigma} = 0,067 \text{ и } Q_{2\min} = \min(Q_{21}, Q_{22}, \dots, Q_{26}) = 0,131 > Q_{2\Sigma} = 0,118,$$

факт вложения интервалов подтверждается. Однако было бы ошибочным считать, что вложение интервалов имеет место для всех реализаций оценок  $Q^*$ . Подтверждением тому являются данные табл. 2, когда

$$M_1 = M_2 = 100, n_1 = 5, n_2 = 12, n_3 = 17.$$

Рассмотрим теперь соотношение граничных значений доверительных интервалов случайной величины  $\bar{T}$ , имеющей экспоненциальное распределение. Для объективности воспользуемся данными табл. 7 [Л. 6].

Для первой выборки  $\bar{T}_{11} = 1565$  ч,  $\bar{T}_{21} = 3286$  ч,  $\bar{T}^*_{11} = 2184$  ч, а для второй выборки  $\bar{T}_{12} = 1730$  ч,  $\bar{T}_{22} = 3640$  ч,  $\bar{T}^*_{22} = 2411$  ч. Вычислим аналогичные оценки для выборки, состоящей из случайных реализаций  $T$  первой и второй выборок ( $n_\Sigma = 40$ ):

$$\bar{T}_{1\Sigma} = \frac{2n\bar{T}^*_{\Sigma}}{\chi^2_{2}(\beta)} = \frac{2 \cdot 40(2184 + 2411)}{2 \cdot 101,879} = 1807 \text{ ч;}$$

$$\bar{T}_{2\Sigma} = \frac{2n\bar{T}^*_{\Sigma}}{\chi^2_{2}(1-\beta)} = 3046 \text{ ч.}$$

Поскольку  $\bar{T}_{1\Sigma} > \bar{T}_{12} > \bar{T}_{11}$ , а  $\bar{T}_{2\Sigma} < \bar{T}_{21} < \bar{T}_{22}$ , то факт вложения доверительных интервалов подтверждается и для оценок  $\bar{T}^*$ . Однако при сопоставлении данных отдельных выборок [Л. 6] можно заметить, что вложения интервалов нет. Обобщим результаты.

Если оценки рассматриваемых эксплуатационных характеристик равны, то имеет место соотношение:

$$\left. \begin{aligned} P_{1\Sigma} &\geq \max\{P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1k}\}; \\ P_{2\Sigma} &\leq \min\{P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2k}\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $P_{1i}$  и  $P_{2i}$  — нижнее и верхнее граничные значения доверительного интервала соответственно. Неравенство (1) имеет место и при некотором разбросе рассматриваемых оценок  $P^*_1, P^*_2, P^*_3, \dots, P^*_k$ .

Если неравенство (1) выполняется, то оно имеет место при всех  $\beta$ .

Если сопоставить точные формулы расчета с формулами приближенной оценки граничных значений доверительного интервала [Л. 6], когда принимается предположение о нормальном законе распределения случайной величины, нетрудно заметить, что характер их зависимостей от  $n$  различен. Для точных формул характерна нелинейная зависимость, а для приближенных формул — линейная. Кроме того, для приближенных формул, когда  $n \rightarrow \infty$  условие (1) выполняется лишь для  $P^*_1 = P^*_2 = \dots = P^*_k$ .

Эта зависимость от  $n$  позволяет заключить, что естественный случайный разброс оценок  $P^*$  генеральной характеристики  $P$  отражается в распре-

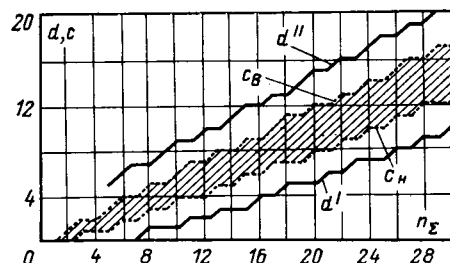


Рис. 2. Сопоставление критических областей рекомендуемого критерия (заштрихована) и «условного» критерия [Л. 2].

делении статистик Пирсона  $\chi^2_2$  и Стьюдента  $t_2$ , а неравенство (1) позволяет выявить этот разброс.

Изложенное позволяет рекомендовать простой и удобный в применении «интервальный» критерий проверки гипотезы о равенстве точечных оценок эксплуатационных характеристик оборудования ЭЭС. Сопоставляемые оценки принимаются равными, если выполняется условие (1). Существенным преимуществом «интервального» критерия является независимость его от  $\beta$ .

Разделение исходных данных может проводиться по разновидностям признака, относящихся к каждой из  $M$  единиц оборудования. К таким признакам относятся причины отказа, условия и характер проявления и др.

Предположим, что для некоторого  $M$  значение величины  $n_x$  представлено в виде  $n_1$  и  $n_2$  и требуется сопоставить  $Q^*_1 = n_1 : M$  и  $Q^*_2 = n_2 : M$ . Для применения условия (1) предполагаем, что  $Q^*_2 = n_2 : 2M$ . Если  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$  различаются случайно (условие (1) выполняется), то разделение по рассматриваемому признаку нецелесообразно.

Представляет интерес результат сопоставления критической области значений числа событий отказа по «условному» [Л. 1] и рекомендуемому критериям. Рассмотрим случай, когда  $M_1 = M_2 = 0,5M_x$ . Поскольку при  $n_1 > n_2$  значение  $Q_{11} > Q_{12}$ , а  $Q_{21} < Q_{22}$  границы критической области  $c_1$  и  $c_2$  при коэффициенте доверия  $\beta$  и простейшем потоке отказов будут определяться неравенствами:

$$\left. \begin{aligned} 0,5x[0,5(1+\beta), 2n_x] &\geq x[0,5(1+\beta), 2c_1]; \\ 0,5x[0,5(1-\beta), 2(n_x+1)] &\leq x[0,5(1-\beta), 2(c_2+1)], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $x[\dots]$  — так называемая  $0,5(1 \pm \beta)$  процентная точка распределения  $\chi^2_2$  с  $2n_x$  (или  $2(n_x+1)$  степенями свободы.

Последовательности расчета значений  $c_1$  и  $c_2$  приведены в табл. 3. Здесь же даны предельно допустимые значения соотношения вероятности возникновения отказа. Следовательно, при общем числе отказов  $n_x \leq 30$  предельное соотношение  $Q^*_1$  и  $Q^*_2$  при  $M_1 = M_2$  и  $Q^*_1 > Q^*_2$  не ниже 1,3, что необходимо иметь в виду при статическом анализе эксплуатационных материалов. На рис. 2

Таблица 3

n	Последовательность определения критической области по критерию (1)							
	$2(n+1)$	$2n$	$0,5x[0,5(1-\beta), 2(n+1)]$	$2(c_1+1)$	$0,5x[0,5(1+\beta), 2n]$	$2c_2$	$c_1$	$c_2$
1	4	2	6,7	2	0,01	1	0	0
3	8	6	10,1	3	0,436	4	1	2
5	12	10	13,1	4	1,28	7	1	3
7	16	14	16,0	5	2,33	9	2	4
9	20	18	18,8	7	3,51	11	3	5
11	24	22	21,5	9	4,77	14	4	7
13	28	26	24,1	11	6,10	16	5	8
15	32	30	26,7	13	7,48	18	6	9
20	42	40	33,1	17	11,1	24	8	12
25	52	50	39,3	22	14,9	29	10	14
30	62	60	45,4	26	18,8	35	12	17

показано соотношение критических областей по данным [Л. 3] и табл. 3. Как видно из рис. 2, критическая область, ограниченная кривыми  $c_1$  и  $c_2$  меньше, чем область, ограниченная кривыми  $d'$  и  $d''$  (в обозначениях [Л. 3]).

Сформулируем рекомендуемую последовательность оценки произвольной  $P^*$  для заданного числа признаков  $r$  с фиксированной разновидностью события.

Вычисляется характеристика  $P^*$  для всей совокупности статистических данных. Обозначим ее через  $P^*_x$ .

Проводится разделение данных по каждому признаку и вычисляются  $P^*_{i3}$  и  $P^*_{iп}$ , где  $i=1, \bar{r}$ ;  $P^*_{i3}$  — оценка по заданной разновидности  $i$ -го признака;  $P^*_{iп}$  — оценка по всем прочим разновидностям  $i$ -го признака.

Для каждого признака определяется  $P^*_{imax} = \max[P^*_{i3}, P^*_{iп}]$  и  $P^*_{imin} = \min[P^*_{i3}, P^*_{iп}]$  с  $i=1, \bar{r}$ .

Вычисляется  $\delta P_i = P^*_{imax} : P^*_{imin}$  для  $i=1, \bar{r}$ .

Определяется  $\delta P^*_{max} = \max[\delta P^*_1, \delta P^*_2, \dots, \delta P^*_r]$ .

Очевидно, что случайный характер различия оценок  $P^*_{j3}$  и  $P^*_{jп}$  для  $j$ -го признака с  $\delta P^*_{max}$  одновременно свидетельствует о случайном разбросе этих оценок и для всех остальных признаков (выборочная реализация фиксирована).

По формуле (1) устанавливается характер отличия  $P^*_{j3}$  и  $P^*_{jп}$  для  $j$ -го признака с  $\delta P^*_{max}$ .

Если расхождение  $P^*_{j3}$  и  $P^*_{jп}$  случайно, вычисляемая эксплуатационная характеристика равна  $P^*_x$ .

Если расхождение  $P^*_{j3}$  и  $P^*_{jп}$  не случайно, разделение данных проводится в той же последовательности, но за  $P^*_x$  принимается  $P^*_{j3}$  и разделяются статистические данные, используемые для вычисления этой оценки.

Отметим, что рассмотрение признаков в порядке убывания их значимости (в виде  $\delta P^*_{max}$ ) позволяет достичь наибольшей точности оценки  $P^*$  по сравнению с любым иным рассмотрением порядка размещения признаков.

В условиях эксплуатации значительный интерес представляют кривые  $\Pi^*(t)$ . Широко распространены кривые изменения числа отказов по годам  $\omega^*(t)$ , длительности эксплуатации  $h^*(t)$ , изменения вероятности отказа по месяцам и времени суток, кривые накопленного числа отказов и т. д.

Закономерности изменения  $\Pi^*(t)$  существенно зависят от располагаемых статистических данных и числа интервалов группирования  $k$ . Чем данных меньше, а  $k$  больше, тем разброс оценок  $\Pi^*(t_i)$  в  $i$ -ом интервале ( $i=1, \bar{k}$ ) больше. Заметим, что если для точечных оценок  $\Pi^*$  практикуется разделение статистических данных по ряду признаков, то зависимости  $\Pi^*(t)$  рассчитываются, как правило, по всем регистрируемым событиям. Последнее связано с малым числом реально получаемых статистических данных.

Задача выявления общих закономерностей изменения  $\Pi^*(t)$  может быть решена в два этапа. На первом этапе при фиксированном числе интервалов группирования (величина  $k$  рассматривается как число разновидностей признака «интервал времени») проводится контроль точности характеристики  $\Pi^*(t)$  по мере разделения данных. Критерий (1) при этом видоизменяется:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_{1\bar{z}}(t_j) &\geq \max [\Pi_{13}(t_j), \Pi_{1\pi}(t_j)]; \\ \Pi_{2\bar{z}}(t_j) &\leq \min [\Pi_{23}(t_j), \Pi_{2\pi}(t_j)]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Таким образом, если гипотеза о несущественном различии общих закономерностей кривых  $\Pi_{1\bar{z}}^*(t)$  и  $\Pi_{2\bar{z}}^*(t)$  верна, то доверительная область  $[\Pi_{1\bar{z}}(t), \Pi_{2\bar{z}}(t)]_1$  должна вкладываться в доверительные области, вычисленные для первой  $[\Pi_{13}(t), \Pi_{23}(t)]_1$  и второй  $[\Pi_{1\pi}(t), \Pi_{2\pi}(t)]_1$  групп данных. Величина  $k \leq k_{\text{доп}} = [\ln \gamma] : [\ln \beta]$ , где  $\gamma$  — коэффициент значимости доверительных областей, а  $\beta$  — коэффициент значимости каждого из  $k$  интервалов.

На втором этапе анализируется целесообразность разделения рассматриваемого интервала времени на  $k$  периодов. Критерий контроля точности имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_1(t_j, t_{j+1}) &\geq \max [\Pi_1(t_j), \Pi_1(t_{j+1})]; \\ \Pi_2(t_j, t_{j+1}) &\leq \min [\Pi_2(t_j), \Pi_2(t_{j+1})]; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$j = 1, (1), (k-1).$$

Перейдем теперь к вопросу контроля точности функций распределения случайной величины  $F(x)$ .

Если тип функции  $F(x)$  известен, а параметры распределения вычисляются по статистическим данным, алгоритм контроля точности однопараметрического распределения аналогичен алгоритму для точечных оценок  $\Pi^*$ .

Когда же число параметров распределения равно или более двух, граничные значения доверительных областей функций распределения могут быть вычислены подстановкой граничных значений параметров распределения, а гипотеза о несущественном различии функций  $F_2(x)$  и  $F_3(x)$  справедлива, если выполняется условие:

$$\left. \begin{aligned} F_{1\bar{z}}(x) &\geq \max [F_{13}(x_i), F_{1\pi}(x_i)]; \\ F_{2\bar{z}}(x) &\leq \min [F_{23}(x_i), F_{2\pi}(x_i)]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$i=1, k$$

Если известна эмпирическая функция распределения случайной величины  $x$ , доверительная область  $[F_1(x), F_2(x)]$  может быть вычислена с использованием статистики Колмогорова. Проверка гипотезы о степени различия функций  $F_2(x)$  и  $F_3(x)$  проводится по формуле (5).

Наибольший интерес, как и наибольшую сложность, представляет оценка доверительной области функции распределения интервалов между отказами. Фиксируемая в эксплуатации выборка значений интервалов не представительна (длительность периода с известной информацией о надежности оборудования и устройств ЭЭС значительно меньше средней длительности их исправной работы). Оценку доверительной области  $F(\tau)$  рекомендуется проводить численным решением уравнения восстановления относительно верхней и нижней границ изменения оценки параметра потока отказов во времени  $h^*(t)$ . Описание алгоритма расчета приведено в [Л. 7]. Однозначность соответствия доверительных областей  $h^*(t)$  и  $F^*(t)$  позволяет проверку гипотезы о различии функций  $F_2(x)$  и  $F_3(x)$  проводить по формулам (3) и (4).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956.
2. Михайлов В. В., Эдельман В. А. Оценка показателей надежности элементов энергетических систем по разнородной информации. — Электричество, 1968, № 4.
3. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965.
4. Семьяшкин Ф. И. Характеристики надежности электроэнергетического оборудования, полученные на основе данных эксплуатации. — В кн.: Доклады на 2 Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. М.: Энергия, 1969.
5. Фархадзаде Э. М. Оценка влияния дифференцирования исходной информации на надежность системы. — В кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск: Изд. СЭИ СО АН СССР, 1976.
6. Рябинин И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. Л.: Судостроение, 1971.
7. Фархадзаде Э. М. Оценка статистической функции распределения по характеристике потока отказов. — Электричество, 1976, № 6.

[27.1.1978]



# Формирование алгоритмов противоаварийного управления для обеспечения устойчивости сложных энергосистем

Кандидаты техн. наук КОВАЛЕВ В. Д., ФЕДЯЕВ И. Б.

Всесоюзный электротехнический институт

Одной из важнейших задач систем противоаварийного управления является обеспечение динамической устойчивости энергосистем. Основным средством обеспечения динамической устойчивости является, как известно, аварийная разгрузка электростанций путем отключения части генераторов или экстренной разгрузки паровых турбин. Вопросы формирования величины аварийной разгрузки, необходимой для обеспечения динамической устойчивости, решены с достаточной для практических целей точностью применительно к энергосистемам простой структуры [Л. 1—3]. Для сложных многомашинных энергосистем алгоритмы противоаварийного управления, оценивающие устойчивость и определяющие необходимые величины управляющих воздействий, целесообразно определять с помощью аппроксимирующих функциональных зависимостей [Л. 1], полученных на основе предварительного исследования устойчивости моделей конкретных энергосистем.

В [Л. 4] предлагается оценку устойчивости осуществлять по знаку аппроксимирующей функции вида

$$S = c_0 + \sum_{i=1}^m c_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_i x_j,$$

где  $c_0$ ,  $c_i$ ,  $c_{ij}$  — весовые коэффициенты;  $x_i$  — элементы, зависящие от параметров энергосистемы. Весовые коэффициенты определяются таким образом, чтобы для устойчивых режимов  $S < 0$ , для неустойчивых  $S \geq 0$ . Для этих целей предлагается использовать метод наименьших квадратов или методы решения задач линейного программирования. Для построения аналогичной функциональной зависимости в [Л. 5] предлагается определять весовые коэффициенты по критерию минимума суммы ошибок классификации.

Принятые в [Л. 4 и 5] методы формирования алгоритмов противоаварийного управления не позволяют определять минимально необходимые величины управляющих воздействий. Кроме того, отсутствуют обоснования по выбору структуры алгоритмов противоаварийного управления, контролируемых параметров энергосистемы, а также рекомендации по определению опытных точек.

В настоящей статье приводится регулярный метод формирования алгоритмов противоаварийного управления, оценивающих устойчивость и определяющих минимально необходимые величины управляющих воздействий. Определение класса функций, аппроксимирующих границы областей устойчивости, осуществляется с помощью метода функций Ляпунова. При определении опытных точек вблизи границ областей устойчивости моделей энергосистем предлагается использовать методы многофакторного планирования эксперимента. Формирование управляющих воздействий осуществляется путем аппроксимации граничных точек с одной их стороны и минимизации отклонений

расчетных управляющих воздействий от опытных, полученных путем исследования устойчивости моделей конкретных энергосистем.

**Разделяющие поверхности областей устойчивости.** Для такого сложного объекта, как многомашинная энергосистема, точное аналитическое определение разделяющей поверхности (границы)  $S$  областей устойчивости не представляется возможным. Приближенное выражение разделяющей поверхности можно определить, используя метод функций Ляпунова:

$$S \approx V - l = 0, \quad (1)$$

где  $V$  — значение функции Ляпунова к моменту выхода схемы на послеаварийную характеристику;  $l$  — критериальная постоянная.

Принимая для многомашинной энергосистемы в ее позиционной идеализации функцию Ляпунова [Л. 6] и определяя координаты критериальной постоянной согласно [Л. 7], разделяющую поверхность областей устойчивости, получим в следующем виде:

$$V - l = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \frac{J_i J_j}{\sum_{i=1}^m J_i} \frac{\omega_{ij}^2}{2} + \\ + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m B_{ij} [(-1)^{k_{ij}} \cos \delta_{ij}^0 - \cos (\delta_{ij}^0 + \delta_{ij}) - \\ - \sin \delta_{ij}^0 (\delta_{ij} + k_{ij} (\mp \pi + 2\delta_{ij}^0))] = 0, \quad (2)$$

где  $m$  — количество электростанций;  $J_i$  — постоянная инерции эквивалентных генераторов  $i$ -й электростанции;  $\omega_{ij}$  — разность угловых скоростей векторов э. д. с.;  $B_{ij} = E'_i E'_j y_{ij} \cos \alpha_{ij}$ ,  $k_{ij}$  — коэффициенты, принимающие в соответствии с критериальной постоянной значения 0 или 1;  $\delta_{ij}^0$ ,  $\delta_{ij}$  — разность углов векторов э. д. с. в установившемся послеаварийном режиме и их отклонения.

Примем следующие допущения к исследуемой позиционной модели энергосистемы для области режимов, в которой при заданном составе сети может произойти нарушение устойчивости энергосистемы:

модули э. д. с. за переходными реактивными сопротивлениями генераторов и модули векторов напряжений в нагрузочных узлах при вариации доаварийного режима изменяются незначительно;

при изменении режима коэффициенты  $k_{ij}$ , а также знаки при  $\pi$  в выражениях  $\pm \pi - 2\delta_{ij}^0$  не изменяются или их изменение незначительно влияет на критериальную постоянную;

разгрузка электростанций для целей противоаварийного управления осуществляется в конце возмущения мгновенно;

электромагнитная мощность генераторов электростанций в интервалах времени аварийного режима постоянна;

аргументы тригонометрических функций допускают с достаточной для практических целей точностью линеаризацию в диапазоне углов  $\delta^0_{ij}$ ,  $\delta_{ij}$ , опасных для устойчивости энергосистемы.

Произведем в выражении (2) замену переменных с учетом принятых допущений на режимные параметры, наиболее целесообразные с практической точки зрения для контролирования (доаварийные активные мощности  $P_{0i}$  генераторов электростанций и нагрузок, сбросы активных мощностей  $\Delta P_i$  на генераторах электростанций во время возмущения). Разделяющую поверхность областей устойчивости получим в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_{0i} + \sum_{i=1}^m \beta_i \Delta P_i + \sum_{i=1}^l \gamma_i \Delta P_{pi} + \sum_{i,j} v_{ij} \Pi_i \Pi_j + c = 0, \quad (3)$$

где  $\Delta P_{pi}$  — величина аварийной разгрузки  $i$ -й электростанции;  $\Pi_i$  — условное обозначение режимных параметров;  $P_{0i}$ ,  $\Delta P_i$ ,  $\Delta P_{pi}$ ;  $l \leq m$ ;  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $v_{ij}$ ,  $c$  — весовые коэффициенты, являющиеся функциями послеаварийного состава сети и доаварийного состава агрегатов электростанций; коэффициенты  $\beta_i$  и  $v_{ij}$  при слагаемых с  $\Delta P_i$  зависят также от длительности возмущения.

Как видно, разделяющая поверхность областей синхронной динамической устойчивости с учетом принятых допущений представляет собой форму не выше второго порядка от параметров режима с весовыми коэффициентами, зависящими от параметров системы.

Мощности некоторых генераторов и нагрузок могут быть заменены в выражении (4), исходя из конкретных условий, на доаварийные значения мощностей линий электропередач.

Если приведенные допущения не выполняются для конкретной энергосистемы в области режимов, где может произойти нарушение устойчивости, то всегда можно определить подобласти режимов, в которых они справедливы с достаточной для практики точностью. В этом случае весовые коэффициенты рассчитываются для каждой подобласти режимов.

Анализ моделей энергосистем простой структуры, содержащих асинхронные нагрузки [Л. 8] и автоматические регуляторы возбуждения, показывает, что соответствующие разделяющие поверхности, полученные с учетом принятых допущений, также представляют собой формы не выше второго порядка от параметров режима. Для оценки областей устойчивости и управляющих воздействий в дополнение к координатам необходимо контролировать аварийные сбросы мощностей на нагрузках и доаварийные значения токов возбуждения генераторов электростанций. Вместо тока возбуждения можно контролировать доаварийные напряжения на шинах и реактивные мощности генераторов электростанций.

**Аппроксимация границ областей устойчивости.** Величины управляющих воздействий, рассчитанные по аппроксимирующим зависимостям, не должны быть меньше опытных, полученных из расчетов устойчивости моделей конкретных энергосистем. Недостаточная интенсивность управляющих воздей-

ствий приведет к нарушению устойчивости. Поэтому аппроксимирующие функции должны проводиться с одной стороны граничных точек заданной выборки. В то же время избыточность управляющих воздействий должна быть минимальна, так как она приводит к дополнительной потере генерирующей мощности энергосистемы.

Представим разделяющую поверхность (3) следующим матричным выражением:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{C}_{11} \mathbf{X} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{X} + c_0 = 0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{X}$  — вектор-столбец параметров режима, интенсивностей возмущений и дозирровок управляющих воздействий;

$\mathbf{C}_{11}$  — треугольная матрица весовых коэффициентов, зависящих от параметров энергосистемы;

$\mathbf{C}_1$  — вектор-столбец весовых коэффициентов;  $t$  — символ транспонирования матрицы;

$c_0$  — скалярная величина.

Весовые коэффициенты аппроксимирующих функциональных зависимостей вида (4) должны удовлетворять для  $N$  опытных точек следующей матричной системе линейных неравенств:

$$\mathbf{F}_{11} \mathbf{C} - \mathbf{P} \geq 0, \quad (5)$$

где  $\mathbf{F}_{11}$  — матрица  $K \times N$  значений режимных параметров и интенсивностей возмущений, представленных в выражении (4), а также их квадратичных составляющих;

$\mathbf{C}$  — вектор-столбец  $1 \times K$  весовых коэффициентов;

$\mathbf{P}$  — вектор-столбец  $1 \times N$  значений управляющих воздействий для каждого из опытов;

$K$  — число неизвестных весовых коэффициентов.

Компоненты вектора  $\mathbf{P}$  могут входить также в элементы матрицы  $\mathbf{F}_{11}$ . Образует целевую функцию  $Z$  как сумму с некоторых левых частей выражения (5):

$$Z = \mathbf{F}_s \mathbf{C} - \mathbf{P}_s, \quad (6)$$

где  $\mathbf{F}_s$  — вектор-строка,  $1 \leq s \leq N$ ;  $\mathbf{P}_s$  — скалярная величина.

Тогда задача аппроксимации сводится к отысканию таких решений  $N$  линейных неравенств (5), при которых целевая функция (6) принимает минимальное значение. Минимизация целевой функции соответствует минимизации суммы с отклонений расчетных управляющих воздействий от опытных при выполнении условий (5). Минимизация функции  $Z$  целесообразна относительно таких с опытных точек, вероятность появления которых наибольшая.

Целевая функция (6) может быть не ограничена снизу. В силу указанной особенности для решения рассматриваемой задачи аппроксимации предлагается метод, состоящий из двух этапов. На первом этапе применяется метод последовательного приближения вектора весовых коэффициентов ортогонально гиперплоскостям

$$\mathbf{F}_{11} \mathbf{C} - \mathbf{P} = 0, \quad (7)$$

образуемым каждым из опытов в пространстве весов, по выражению:

$$\mathbf{C}^{j+1} = \mathbf{C}^j + \frac{\mathbf{P}_i - \mathbf{F}_i^T \mathbf{C}^j}{\mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i} \mathbf{F}_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (8)$$

где  $C^j$  — значение вектора весовых коэффициентов на  $j$ -й гиперплоскости системы (7);

$F_i$  — вектор-столбец из элементов  $i$ -й строки матрицы  $F_{11}$ ;

$P_i$  —  $i$ -й элемент вектора  $P$ .

Данная итерационная процедура сходится к точному решению нормальной системы линейных уравнений (опытные точки могут образовывать нормальные системы линейных уравнений). В случае переопределенных систем линейных уравнений вектор неизвестных коэффициентов приводится в некоторую  $\varepsilon$  — окрестность решения. Для ускорения сходимости итерационной процедуры после  $J$  итераций (за итерацию принят цикл последовательного приближения по всем гиперплоскостям), когда приближение коэффициентов становится монотонным, коэффициенты на  $(J+1)$ -й итерации предлагается вычислять по выражению

$$C^{J+1} = C^J + \alpha(C^J - C^{J-1}), \quad (9)$$

где  $\alpha$  — корректирующий коэффициент, определяемый из минимума суммы квадратов невязок системы (7):

$$\alpha = \frac{(P - F_{11}C^J)^T F_{11}(C^J - C^{J-1})}{(F_{11}(C^J - C^{J-1}))^T F_{11}(C^J - C^{J-1})}.$$

Итерационный процесс расчета весовых коэффициентов системы (7) заканчивается, когда

$$|C_i^J - C_i^{J-1}| < \delta,$$

где  $\delta$  — заданная точность, или когда число итераций сравняется с заданным. Полученное решение с последующим изменением свободной составляющей весовых коэффициентов, чтобы выполнялись условия (5), соответствует приближенному решению поставленной задачи аппроксимации.

Весовые коэффициенты, рассчитанные на первом этапе, образуют начальное приближение для второго этапа или являются окончательными результатами расчета, когда целевая функция (6) не ограничена снизу.

На втором этапе осуществляется уточнение весовых коэффициентов. Для этой цели используется градиентный метод приближения весовых коэффициентов по гиперплоскостям (7) и их пересечениям. Алгоритм второго этапа приводится ниже.

Если вектор весовых коэффициентов находится на пересечении  $l$  ( $1 \leq l \leq K$ ) гиперплоскостей (это условие выполняется и после первого этапа), то, определяя  $l$  весовых коэффициентов через остальные из совместного решения  $l$  уравнений системы (7) и подставляя их в выражение (6), получаем

$$Z = -H_s C - P'_s.$$

Заполняя нулевые элементы вектора  $H_s$  значениями, полученными из совместного решения  $l$  уравнений системы (7), имеем

$$C^{j+1} = C^j + \gamma_i H_s. \quad (10)$$

Вектор  $H_s$  определяет направление перемещения,  $\gamma_i$  — коэффициент перемещения. Для оценки коэффициента  $\gamma_i$  выражение (10) подставляем в (7), после чего каждое из уравнений системы (7) разрешаем относительно  $\gamma_i$ :

$$\gamma_i = \frac{P_i - F_i^T C^j}{F_i^T H_s}, \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

Из полученного множества  $\gamma_i$  выбирается наименьшее положительное  $\gamma_m$ , соответствующее достижению  $m$ -й гиперплоскости системы (7). Эта величина и будет искомой для выражения (10). Далее, если возможно, осуществляем перемещение по  $m$ -й гиперплоскости, если нет ( $\min\{\gamma_i\} = 0$ ), то определяем новое значение  $l$  и расчет продолжается до тех пор, пока  $l$  не сравняется с заданным числом или числом неизвестных весовых коэффициентов  $K$ . В последнем случае осуществляется проверка на возможность перемещения по пересечению  $K-1$  гиперплоскостей и, если минимум не достигнут, расчет продолжается.

При формировании алгоритмов противоаварийного управления конкретных энергосистем следует считать с погрешностями определения опытных точек и практической реализации алгоритмов. Чрезмерная точность аппроксимации опытных точек нецелесообразна. Руководствуясь достаточной для практики точностью, в аппроксимирующем выражении следует оставить только значимые переменные. При этом следует учитывать возможности измерения и передачи по телеканалам контролируемых переменных.

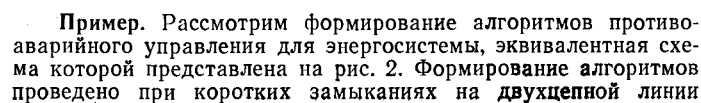
Определение опытных точек вблизи границ областей устойчивости энергосистем целесообразно осуществлять на моделях энергосистем с использованием методов многофакторного планирования эксперимента. Для минимизации общего количества опытов предлагается следующая схема планирования экспериментов.

На первом этапе исследования с целью определения невлиятельных переменных применяются двухуровневые планы эксперимента для всего множества варьируемых параметров. Невлиятельные переменные определяются по соответствующим весовым коэффициентам линейного аппроксимирующего выражения, полученного для нормированных значений переменных, с последующей проверкой отклонений между экспериментальными и предсказанными с помощью аппроксимирующих выражений значениями управляющих воздействий. Если линейная аппроксимация не удовлетворяет заданной точности, то осуществляется дальнейший расчет опытных точек с целью их аппроксимации линейными и квадратичными формами от контролируемых переменных. Для этих целей целесообразно использовать трехуровневые композиционные планы. Невлиятельные переменные предлагается закреплять при этом на уровнях, неблагоприятных с точки зрения устойчивости энергосистемы. Соответствующие уровни определяются по знаку весового коэффициента невлиятельной переменной в линейном аппроксимирующем выражении, полученном по результатам первого этапа исследования.

Пределы варьирования переменных необходимо выбирать лишь для области режимов, в которой без управляющих воздействий происходит нарушение устойчивости энергосистемы. Из-за всевозможных режимных ограничений (ограничения по току статора генераторов, пределам мощности по линиям электропередач и т. п.) некоторые строки матрицы планирования могут оказаться практически не реализуемыми. В таких случаях следует коррек-



Программа *UPRA1* осуществляет автоматическую корректировку части элементов матрицы планирования при достижении ограничений по току статора генераторов, а при достижении ограничений остальными переменными выдает соответствующие указания.





электропередачи Л-2 длительностью 0,12 с и отключении затянувшегося короткого замыкания устройством резервирования отказа выключателя через 0,4 с после его начала. Анализ устойчивости энергосистемы с помощью программы UPRA1 показал, что в качестве управляющего воздействия целесообразно выбрать отключение генераторов на электростанции 4.

При определении опытных точек вблизи границы области динамической устойчивости в интервалах, где возможно нарушение устойчивости энергосистемы, варьировались: доаварийная активная мощность электростанции  $4P_4$  в интервале 2,7—8,0 отн. ед.; доаварийное значение напряжения  $U_4$  в интервале 0,9—1,1 отн. ед.; доаварийные значения активной нагрузки  $P_{н4}$  в интервале 0,1—3,87 отн. ед.;  $P_{н5}$  — в интервале 0,04—0,41 отн. ед.; доаварийные активные мощности по линиям электропередачи Л-1  $P_{л-1}$  в интервале 2,5—5 отн. ед. и Л-2  $P_{л-2}$  в интервале 4—5,2 отн. ед.; шунты короткого замыкания первой и второй ступеней возмущения в максимально возможном диапазоне. Мощности по ВЛ варьировались за счет изменения загрузки эквивалентных электростанций 2 и 3.

На первом этапе исследования эксперименты проводились по плану  $2^{10-6}$  [Л. 10], в соответствии с которым определено 16 точек вблизи границы области динамической устойчивости.

Линейная аппроксимация опытных точек, выполненная с помощью программы APROK, имеет вид:

$$\Delta P_p = 0,677P_{л-2} + 0,093P_{л-1} - 1,807U_4 - 0,036P_{н4} + \\ + 0,233P_{н5} + 0,484\Delta P_{л-2}^{(1)} + 3,765\Delta P_{л-2}^{(2)} - 0,187\Delta P_{л-1}^{(1)} - \\ - 0,214\Delta P_{л-1}^{(2)} - 1,45,$$

где  $\Delta P_{л-i}^{(1)}$ ,  $\Delta P_{л-i}^{(2)}$  — сбросы мощности на  $i$ -й линии электропередачи в начальный момент короткого замыкания и в начале интервала второй ступени возмущения. Приведенное выражение обуславливает среднее отклонение расчетных управляющих воздействий от опытных в 10% максимальной мощности электростанции 4. Минимизация целевой функции осуществлялась относительно всех опытных точек.

Анализ слагаемых полученного выражения на значимость показывает, что нагрузки  $P_{н4}$  и  $P_{н5}$  незначительно влияют на величину управляющего воздействия. Поэтому дальнейший расчет опытных точек проведен без вариаций нагрузок. Расчеты проводились в соответствии с планом  $H_{ав}$  [Л. 11], включающим в себя 29 опытов. Часть опытов, совпадающих с предшествующим планом, не воспроизводилась.

Аппроксимация полученных опытных точек полными квадратичными и линейными формами от  $P_4$ ,  $P_{л-1}$ ,  $P_{л-2}$ ,  $U_4$ ,  $\Delta P_4^{(1)}$ ,  $\Delta P_4^{(2)}$  снижает среднее отклонение расчетных управляющих воздействий от опытных до 5%. Отбрасывая менее значимые параметры из аппроксимирующего выражения с полными квадратичными и линейными формами, получаем:

$$\Delta P_p = 0,73P_4 - 3,49P_{л-2} + 4,0P_{л-1} - 3,11U_4 - 0,51\Delta P_4^{(1)} - \\ - 4,72\Delta P_4^{(2)} - 0,89P_4U_4 - 0,7P_4\Delta P_4^{(2)} + 5,35P_{л-2}U_4 +$$

$$+ 2,46P_{л-2}\Delta P_4^{(2)} - 4,29P_{л-1}U_4 + 0,37P_{л-1}\Delta P_4^{(2)} - 3,16U_4^2 + \\ + 0,76U_4\Delta P_4^{(1)} - 2,12U_4\Delta P_4^{(2)} + 1,54(\Delta P_4^{(2)})^2 - 0,38.$$

Среднее отклонение расчетных управляющих воздействий от опытных для полученного выражения составляет 7%.

Неучет сбросов мощности во время возмущения увеличивает среднее отклонение расчетных управляющих воздействий от опытных до 20%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перспективы развития методов и средств АСДУ для обеспечения устойчивости ЕЭС СССР/ Веников В. А., Лугинский Я. Н., Мамиконянц Л. Г. и др. — В кн.: Доклады на III Всесоюзном научно-техническом совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. Л.: Энергия, 1973, с. 9—15.
2. Карпов В. А., Розанов М. Н., Федяев И. Б. Принципы построения устройств, выявляющих опасные динамические возмущения на электропередачах от мощных электростанций. — Электричество, 1968, № 10, с. 5—10.
3. Иофьев Б. И., Чекаловец Л. Н., Лугинский Я. Н. Автоматическое управление мощностью паровых турбин с целью повышения устойчивости. — Электричество, 1969, № 12, с. 9—16.
4. Security evaluation in power systems using pattern recognition/Pang C. K., Prabhakara F. S., El-Abiad A. H., Koivo A. J. — IEEE Trans. on Power App. and Syst., 1974, vol. PAS-93, May/June.
5. Богатырев Л. Л., Стихин Г. П. Использование методов теории распознавания образов для управления режимами сложных энергетических систем. Электричество, 1975, № 12, с. 6—11.
6. Путилова А. Т., Тагиров М. А. Функция Ляпунова для уравнений взаимного движения синхронных машин. — Труды СибНИИЭ, 1971, вып. 17, с. 125—131.
7. Кальвер, Хорвэрд, Риббенс-Павелла. Применение общего критерия динамической устойчивости многомашинной энергетической системы. — В кн.: Планирование развития и управление режимами работы энергетических систем (СИГРЭ-72). М.: Энергия, 1975, с. 103—110.
8. Ковалев В. Д. Функция Ляпунова для электростанции, работающей на одно направление, с асинхронной нагрузкой. — В кн.: Применение метода функций Ляпунова в энергетике. Новосибирск: Наука, 1975, с. 69—73.
9. Качанова Н. А. Электрический расчет сложных энергосистем на ЦВМ. Киев: Техника, 1966.
10. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М.: Наука, 1965.
11. Андрукович П. Ф., Голикова Т. И., Костина С. Г. Планы второго порядка на гиперкубе, близкие по своим свойствам к D-оптимальным. — В кн.: Новые идеи в планировании эксперимента. М.: Наука, 1969, с. 140—153.

[28.12.1976]

УДК 621.314.224.8.088

## Вероятность возникновения больших погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах и оценка действия релейных защит

ДРОЗДОВ А. Д., ГАРМАШ В. А., БЕРКОВИЧ М. А., ИЛЬНИЧНИН В. В.

Новочеркасск, Москва

В условиях все возрастающих мощностей объединенных энергосистем непрерывно повышаются требования к надежности релейной защиты, в особенности сетей напряжением 500 кВ и выше. Следует учитывать, однако, что на показатели работы релейной защиты влияет точность трансформаторов тока (ТТ) в переходных режимах. При наличии в токе короткого замыкания (к.з.) апериодической

слагающей с большой постоянной времени погрешности ТТ достигают 80—85%, что может привести к задержке в срабатывании защит при к.з. в защищаемой зоне или к неправильным действиям защит при внешних к.з.

Большие апериодические слагающие в токах к.з. возникают не всегда. Для оценки условий работы релейной защиты необходимо знать, как

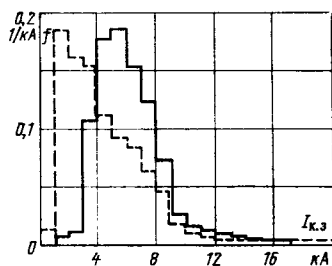


Рис. 1. Гистограммы токов к. з. в сети 500 кВ.  
— при однофазном повреждении; — при трехфазном повреждении.

Известно, что разные типы релейной защиты неодинаково ведут себя при насыщении ТТ. В статье на основании эксплуатационных данных о повреждаемости сетей 500 кВ определена вероятность возникновения тяжелых переходных режимов, которую можно считать верхней границей вероятности возможных неправильных действий релейной защиты из-за насыщения ТТ. Предлагаемая методика может быть применена при исследовании действий релейной защиты в сетях более высокого напряжения.

На максимальную погрешность ТТ в переходном режиме влияют: кратность тока к. з.; относительная величина апериодической слагающей; постоянная времени первичной цепи; величина и характер нагрузки; величина и знак остаточной индукции. Определяющими являются три первых фактора.

Кратность тока к. з. зависит от удаленности места повреждения и вида к. з., является величиной вполне определенной и всегда может быть рассчитана.

Постоянная времени первичной цепи также зависит от места и вида к. з. Кроме того, на ее величину влияет переходное сопротивление в месте повреждения, особенно при однофазном замыкании на землю.

Относительная величина апериодической слагающей тока зависит от момента к. з.

**Виды повреждений и величины токов к. з. в сети 500 кВ.** По данным ЦДУ ЕЭС к. з. в сети 500 кВ по видам распределяются следующим образом: однофазные — 94%; двухфазные на землю — 2%; двухфазные — 1%; трехфазные — 3%.

Процентное содержание многофазных к. з. является условным, так как в большинстве случаев они возникают из однофазного повреждения, а самостоятельно случаются значительно реже.

Дальнейшие расчеты проводятся с учетом этого распределения. Считается, что возникновение к. з.

часто возникают к. з. с токами, содержащими апериодические слагающие, действие которых приводит к значительным искажениям и погрешностям во вторичных токах ТТ. Статья посвящена вероятности возникновения таких переходных режимов. В дальнейшем эти переходные режимы будем называть тяжелыми.

на любом участке линии равновероятно. В соответствии с этим на рис. 1 представлены гистограммы токов при различных видах к. з. Гистограммы соответствуют максимальному режиму ВЛ 500 кВ, отходящей от Красноярской ГЭС.

**Постоянная времени цепи короткого замыкания.** Постоянная времени максимальна на шинах мощных станций и уменьшается с удалением места повреждения. Как показали испытания, постоянная времени на шинах 500 кВ Братской ГЭС, например, составляет  $T_1 = 0,24$  с. При удалении точки к. з. от станции постоянная времени существенно уменьшается и для междофазных повреждений на расстояниях 20 и 85 км от станции равна 0,12 и 0,07 с соответственно. На всех подстанциях и линиях их соединяющих постоянная времени  $T_1 \approx 0,05$  с. Расчеты показывают, что сопротивление дуги в месте повреждения на постоянную времени существенного влияния не оказывает, поэтому оно в дальнейшем не учитывается.

На рис. 2 показана гистограмма постоянной времени первичной цепи при междофазном к. з. Постоянная времени первичной цепи при однофазном к. з. существенно зависит от сопротивления заземления в месте повреждения и удельного сопротивления пути тока в земле.

Возьмем в качестве примера станцию с током однофазного к. з. на шинах 500 кВ  $I^{(1)} = 24$  кА и постоянной времени  $T^{(1)}_1 = 0,24$  с. Если к. з. происходит на ближайшей опоре ВЛ через ее контур заземления с сопротивлением  $r = 0,5 \div 10$  м, то постоянная времени резко уменьшается и составляет  $T^{(1)}_1 = 0,071 \div 0,044$  с. Учитывая значительное влияние сопротивления заземления на постоянную времени цепи однофазного к. з., при определении постоянной времени этого вида повреждения будем использовать значения сопротивлений заземления опор. Считаем, что все однофазные к. з. происходят через контуры заземлений опор, хотя нередко случаи перекрытий на деревья, краны и т. д., когда сопротивление растеканию тока значительно больше.

На рис. 3 показана гистограмма сопротивлений заземления опор, построенная по результатам обследования 2500 опор ВЛ 500 кВ «Волгоград — Москва», которая в дальнейшем принята за расчетную.

**Относительная величина апериодической слагающей в точке к. з.** Достоверное значение апериодической слагающей может быть получено на основании анализа большого количества осциллограмм к. з. за несколько лет. В настоящее время подобный статистический материал собрать невозможно, поскольку эти осциллограммы за все время эксплуатации ВЛ 500 кВ не сохранились. Поэтому для

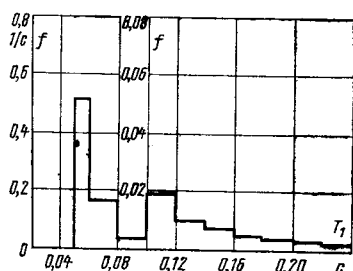


Рис. 2. Гистограмма постоянной времени первичной цепи при междофазных к. з.

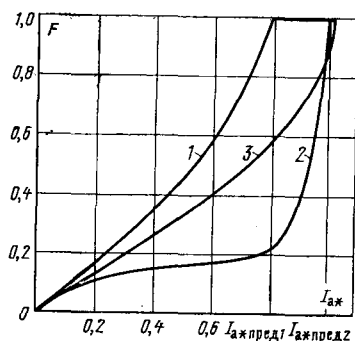


Рис. 4. Функция распределения начального значения аperiodической слагающей тока к. з. 1, 2 — при включении выключателя на металлическое к. з.; 3 — при повреждении от молнии.

определения аperiodической слагающей воспользуемся статистическими сведениями о причинах, вызывающих к. з., дополнив их расчетами.

Расчеты основаны на следующем. Аperiodическая слагающая тока к. з. предельна, если в момент повреждения напряжение между полюсами близко к нулю [Л. 1]. Однако большая часть повреждений наступает в момент, когда это напряжение близко к максимальному и большая аperiodическая слагающая не возникает. Поэтому в первую очередь необходимо по статистическим данным о причинах к. з. установить долю повреждений, в которых возникновение значительных аperiodических слагающих невозможно, а в оставшихся случаях определить вероятность возникновения тяжелого переходного режима.

На основании многолетних эксплуатационных наблюдений составлена таблица, в которой приведены данные о причинах повреждений в сети 500 кВ и указано процентное отношение числа к. з. по данной причине к общему количеству рассмотренных случаев.

Рассмотрим возможность возникновения значительной аperiodической слагающей тока к. з. для каждой группы случаев.

Группа 1. Короткие замыкания в результате перехода импульсного перекрытия в силовую дугу. Большие аperiodические слагающие возможны, функция распределения их начального значения представлена кривой 3 на рис. 4 и формулой (3).

Группы 2 и 3. Короткое замыкание происходит в результате сближения полюсов в воздухе. Для появления предельной аperiodической слагающей при схождении полюсов необходимо, чтобы электрическая прочность воздушного промежутка уменьшалась быстрее, чем изменяется напряжение на полюсах, т. е.

$$\frac{du_{np}}{dt} > \left( \frac{du}{dt} \right)_{\max}, \quad (1)$$

или

$$vE_{np} > \omega U_m,$$

где  $v$  — скорость сближения полюсов;  $E_{np}$  — пробивная напряженность воздуха;  $U_m$  — амплитуда синусоидального напряжения частоты  $\omega$  на сближающихся полюсах.

Тогда выражение для скорости сближения, при которой возможна предельная аperiodическая слагающая

$$v > \frac{\omega U_m}{E_{np}}. \quad (2)$$

№ п/п	Причины к. з.	Отношение к числу первичных повреждений, %	Отношение к общему числу к. з., %
1	Перекрытия изоляции при грозе	9,0	5,8
2	Обрывы проводов	6,5	4,2
3	Обрывы гирлянд	10,8	7,0
4	Падение опор	1,2	0,8
5	Обрывы тросов	5,4	3,5
6	Перекрытия с провода на трос (на опору) и между проводами при гололеде и ветре	29,5	19,2
7	Перекрытия изоляции при неблагоприятных метеорологических условиях и загрязнениях	10,7	7,0
8	Перекрытия изоляции при пожаре	6,0	3,9
9	Набросы и перекрытия на краны, стогометатели, деревья, линии других напряжений	6,0	4,3
10	Ошибочные включения заземляющих ножей	0,5	0,3
11	Перекрытия изоляции оборудования ЛЭП в РУ	4,4	2,9
12	Прочие и невыясненные причины за апрель—октябрь	6,7	4,4
13	Прочие и невыясненные причины за ноябрь—март	2,0	1,3
14	Ошибочные включения выключателя на к. з.	0,7	0,4
15	Неуспешные автоматические и ручные повторные включения	54	35

Из этой формулы следует, что чем выше номинальное напряжение сети, тем больше скорость сближения полюсов, необходимая для получения предельной аperiodической слагающей тока к. з. или, другими словами, с увеличением номинального напряжения сети вероятность возникновения аperiodической слагающей тока к. з., являющегося результатом схождения полюсов, уменьшается.

Оценим возможные аperiodические слагающие при падении провода на землю. На провод при его падении действуют сила притяжения и силы тяжения вдоль провода, замедляющие его движение при подходе к земле. Приблизительно оценим скорость падения провода как скорость свободного падения с высоты  $h_{cp}$  (средней между высотой подвеса провода на опоре (около 20 м) и расстоянием до земли в середине пролета (около 8 м)). По известной формуле  $v = \sqrt{2gh_{cp}} = 17,5$  м/с.

Средняя пробивная напряженность воздуха для промежутков ВЛ 400—750 кВ составляет 6 кВ/см [Л. 2 и 3]. Графическим построением определяем, что относительное значение аperiodической слагающей при данном виде повреждений не может быть более 0,57.

Группы 4 и 5 характеризуются еще меньшими скоростями схождения полюсов за счет остаточной прочности опоры при ее падении (группа 4) и небольшого расстояния между тросом и проводами (группа 5). Следовательно, возможные аperiodические слагающие в этих группах меньше, чем в группах 2 и 3.

В группе 6 наибольшие скорости движения проводов возможны при их пляске. В соответствии с [Л. 4] период колебаний проводов ВЛ=400 кВ равен 2—8 с при амплитуде 7,5—15 м. Однако следует помнить, что пробой (обычно между прово-

дом и тросом) происходит при больших отклонениях провода от нормального положения, когда скорость движения провода невелика. Поэтому большие аperiодические слагающие в этой группе повреждений также невозможны.

Группы 7 и 8. Перекрытие загрязненной или увлажненной изоляции, а также при пожарах происходит всегда на максимуме напряжения, так как ухудшение ее качества при этом происходит очень медленно. Аperiодическая слагающая в токе к.з. отсутствует.

Группа 9. Короткое замыкание происходит в результате схождения полюсов, еще более медленного, чем для групп 2—5. Возникновение больших аperiодических слагающих тока невозможно.

Группа 10. Аperiодические слагающие невозможны из-за очень малой скорости сближения полюсов.

Группа 11. Повреждение оборудования распределительных устройств происходит в результате старения или загрязнения изоляции, а также в результате механических повреждений (падение колонок разъединителей и т. д.). В таких случаях возникновение значительных аperiодических слагающих невозможно.

Группа 12 может быть отнесена к группе повреждений от молнии.

Группа 13. Случаи этой группы по причине к.з. распределены по другим группам таблицы, ввиду малой величины в расчетах не учитывается.

Группы 14 и 15. Короткое замыкание происходит в результате очень быстрого сближения полюсов. Вероятность появления аperiодической слагающей в этом случае такая же, как и в сетях 110—330 кВ, поскольку воздушные выключатели, устанавливаемые в распределительных устройствах этих напряжений, набираются из стандартных элементов пропорционально номинальному напряжению, т. е. сохраняется пропорциональность между скоростью сближения контактов и напряжением сети.

Если принять, что контакты выключателя при включении проходят расстояние, начиная с которого возможен пробой до полного сближения примерно за 0,005 с [Л. 5], а момент подачи команды на включение считать подчиненным закону равномерной плотности, то можно определить функцию распределения для начального значения аperiодической слагающей при включении выключателя на к.з. Такая функция представлена на рис. 4 кривыми 1 и 2. Кривая 2 соответствует попаданию момента повреждения на восходящую ветвь напряжения, а 2 — на нисходящую. При увеличении скорости сближения полюсов обе кривые вырождаются в кривую 3, построенную для скорости сближения  $v \rightarrow \infty$  и повреждений от молнии, аналитическое выражение которой имеет вид

$$F(I_{a*}) = \frac{2}{\pi} \arcsin I_{a*}. \quad (3)$$

При уменьшении  $v$  изломы кривых 1 и 2 сдвигаются влево, т. е. уменьшается предельно возможное значение аperiодического тока  $I_{a* \text{ пред.}}$ . Действительная функция распределения смещена относительно кривых 1 и 2 в сторону меньших зна-

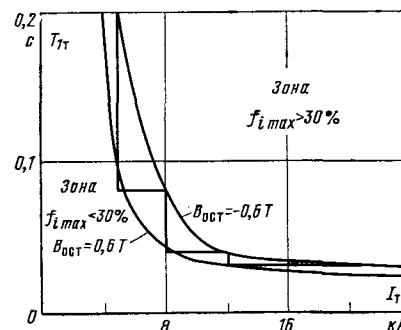


Рис. 5. Кривые параметров тяжелого переходного режима при  $f_{i, \max} = 30\%$ ,  $I_{a*} = 0,5$ .

чений аperiодических слагающих. Объясняется это тем, что обычно в месте повреждения имеется остаточная электрическая прочность, а кривые рассчитаны для металлического к.з.

Определим частоту к.з., в которых большая аperiодическая слагающая возможна. Это случаи групп 1 и 12 таблицы (атмосферные перенапряжения):

$$p_m = 0,058 + 0,044 = 0,102$$

и случаи групп 14 и 15

$$p_{п.в} = 0,35 + 0,004 = 0,354.$$

**Нагрузки и остаточные индукции ТТ.** Нагрузки ТТ принимаем равными номинальным.

Известно, что для каскадных ТТ, нагруженных на номинальную нагрузку, влияние остаточной индукции на максимальную погрешность невелико [Л. 6]. Она сказывается на трансформации первых периодов. В тех случаях, когда знак остаточной индукции не совпадает со знаком индукции от аperiодической слагающей тока к.з. (благоприятная остаточная индукция), первые периоды трансформируются лучше, т. е. остаточная индукция способствует правильной работе защит. В тех случаях, когда знаки индукции совпадают, трансформация ухудшается. В дальнейших расчетах принимается, что остаточная индукция в каскадных ТТ может изменяться от 0,6 до  $-0,6$  Тл и имеет равномерный закон распределения.

**Методика определения вероятности тяжелого переходного режима.** Если обозначить граничные параметры тяжелого переходного режима  $I_T$ ,  $T_{1T}$ ,  $I_{a*T}$ , то режимы, в которых одновременно  $I_{k.з.} > I_T$ ,  $T_1 > T_{1T}$ ,  $I_{a*} > I_{a*T}$ , следует считать тяжелыми. Для однофазных к.з. тяжесть режима по постоянной времени будем характеризовать условием  $r_3 < r_T$ . Здесь  $r_T$  — переходное сопротивление, при котором  $T^{(1)} = T_{1T}$ .

Вероятность возникновения тяжелого переходного режима в общем случае может быть определена следующим образом:

$$p[(I_{k.з.} > I_T), (I_{a*} > I_{a*T}), (T_1 > T_{1T})] = \int_{I_T}^{I_{\max}} \int_{I_{a*T}}^{I_{a*}} \int_{T_{1T}}^{T_{1\max}} f(I_{k.з.}, I_{a*}, T_1) dI_{k.з.} dI_{a*} dT_1, \quad (4)$$

где  $f(I_{k.з.}, I_{a*}, T_1)$  — плотность распределения системы случайных величин  $I_{k.з.}$ ,  $I_{a*}$ ,  $T_1$ , которая в общем виде неизвестна.

Для использования в решении задачи плотностей распределения необходимо знать, являются ли случайные величины  $I_{k.з.}$ ,  $I_{a*}$ ,  $T_1$  зависимыми.

Относительное начальное значение аperiodической слагающей тока к. з. однозначно определяется моментом повреждения, поэтому является независимой случайной величиной по отношению к  $I_{к.з}$  и  $T_1$ .

При междуфазных повреждениях  $I_{к.з}$  и  $T_1$  являются зависимыми величинами, поскольку с приближением точки к. з. к станции увеличиваются как  $I_{к.з}$ , так и  $T_1$ . Тогда формула (4) для междуфазных к. з. примет вид:

$$p_{м.ф}[(I_{к.з} > I_T), (I_{а*} > I_{а*Т}), (T_1 > T_{1Т})] = \int_{I_{а*Т}}^1 f_1(I_{а*}) dI_{а*} \int_{I_T}^{I_{\max}} \int_{T_{1Т}}^{T_{\max}} f_2(I_{к.з}, T_1) dI_{к.з} dT_1. \quad (5)$$

Приближенно можно считать, что если  $I_{к.з} > I_T$ , то и  $T_1 > T_{1Т}$ . Тогда расчет ведется по двум формулам:

$$p_{м.ф}[(I_{к.з} > I_T), (I_{а*} > I_{а*Т})] = \int_{I_{а*Т}}^1 f_1(I_{а*}) dI_{а*} \times \times \int_{I_T}^{I_{\max}} f_3(I_{к.з}) dI_{к.з}; \quad (6)$$

$$p'_{м.ф}[(T_1 > T_{1Т}), (I_{а*} > I_{а*Т})] = \int_{I_{а*Т}}^1 f_1(I_{а*}) dI_{а*} \int_{T_{1Т}}^{T_{\max}} f_4(T_1) dT_1. \quad (7)$$

Поскольку  $I_{к.з}$  и  $T_1$  величины зависимые, пользоваться формулой  $p_{м.ф} = p'_{м.ф} p''_{м.ф}$  нельзя, а необходимо принять в качестве  $p_{м.ф}$  большую из двух получившихся величин.

При однофазных замыканиях  $T^{(1)}_1$  можно считать независимой от  $I_{к.з}$ , поскольку на  $T^{(1)}_1$  при больших кратностях тока решающее влияние оказывает сопротивление растеканию тока в месте повреждения  $r_3$ , а там, где  $r_3$  практически не сказывается, обычно  $I_{к.з} < I_T$ . Не принимая в расчет повреждений через  $r_3 > r_T$  для однофазного к. з., можно записать:

$$p_0[(I_{а*} > I_{а*Т}), (I_{к.з} > I_T), (T_1 > T_{1Т})] = \int_{I_{а*Т}}^1 f_1(I_{а*}) dI_{а*} \int_{I_T}^{I_{\max}} f_5(I_{к.з}) dI_{к.з} \int_0^{r_T} f_6(r_3) dr_3. \quad (8)$$

Результирующая вероятность тяжелого переходного режима определяется суммированием вероятностей различных видов к. з. с учетом частоты их возникновения.

**Вероятность переходного режима с большой погрешностью трансформаторов тока.** В качестве граничных условий тяжелого переходного режима принимаем следующие: относительное значение аperiodической слагающей тока к. з.  $I_{а*} > I_{а*Т} = 0,5$ ;  $T_{1Т}$  и  $I_T$  определяются из графика рис. 5, представляющего зависимость постоянной времени  $T_{1Т}$  тока к. з. от его величины  $I_T$  при  $I_{а*} = I_{а*Т} = 0,5$ , когда токовая погрешность по периодической составляющей для ТФНКД-500  $f_{i\max} = 30\%$ . Кривые построены для остаточных индукций 0,6 и  $-0,6$  Тл и обыч-

ного для ТФНКД-500 2000/1А коэффициента трансформации.

Для расчета вероятности возникновения тяжелого переходного режима кривые рис. 5 заменим ломаной. Тогда к тяжелым можно отнести следующие режимы:  $I_{а*} > 0,5$ ,  $I_{к.з} = 12 \div 24$  кА,  $T_1 > 0,03$  с;  $I_{а*} > 0,5$ ,  $I_{к.з} = 8 \div 12$  кА,  $T_1 > 0,04$  с;  $I_{а*} > 0,5$ ,  $I_{к.з} = 5 \div 8$  кА,  $T_1 > 0,08$  с.

Режимы с токами к. з. менее 5 кА можно не учитывать. Кроме того, при таких токах постоянные времени  $T_1 > 0,1$  с практически ожидать трудно.

По изложенной методике подсчитаны вероятности возникновения режимов с максимальной погрешностью  $f_{i\max} > 30\%$ . Оказалось, что  $p_{30\%} = 5\%$ . Такой же расчет для  $f_{i\max} > 40\%$  дал  $p_{40\%} = 0,9\%$ .

Отсюда следует, что максимальная погрешность каскадных ТТ типа ТФНКД-500 может быть более 30% в одном из двадцати и более 40% в одном из ста десяти случаев к. з. В расчетах не учтено некоторое число к. з., при которых погрешность ТТ также может превысить 30—40%: короткие замыкания, при которых  $I_{а*} < 0,5$ , и повреждения групп 2 и 3, при которых  $I_{а*} = 0,5 \div 0,57$ . Однако вероятность возникновения таких к. з. мала. В силу принятых нами допущений (кратности токов к. з. взяты для самой мощной передачи, повторные включения происходят только на металлические повреждения, токи однофазных к. з. проходят только по контурам заземления опор и т. д.) неучет указанных к. з. в достаточной степени компенсируется.

**Вероятность неправильной работы защит из-за насыщения трансформаторов тока.** Рассчитанные вероятности еще не являются вероятностями неправильных действий защит 500 кВ. Если известна переходная погрешность, при которой релейная защита начинает неправильно функционировать, то по данной методике можно оценить вероятность неправильных ее действий. Однако точных данных здесь нет. Предварительные исследования показывают высокую отстройку от режимов насыщения ТТ дифференциальных [Л. 6], высокочастотных дифференциально-фазных [Л. 7], направленных [Л. 8], токовых [Л. 9] защит. При трехфазных и двухфазных замыканиях на землю возникновение больших аperiodических слагающих во всех фазах одновременно нереально, поэтому неправильные действия существующих защит вряд ли возможны.

В отличие от случаев неправильной работы релейной защиты, вызванных импульсными пробоями изоляции ТТ 500 кВ, диагностика неправильных действий защит из-за насыщения ТТ представляет значительные трудности. Если же все невыявленные в эксплуатации случаи отнести за счет насыщения ТТ и сравнить с полученными вероятностями возникновения тяжелых переходных режимов, окажется, что относительное их число не превосходит  $p_{40\%} = 0,9\%$ . Это позволяет предположить, что опасные для релейной защиты переходные режимы характеризуются максимальными переходными токовыми погрешностями ТТ, превышающими 40%.

Радикальным способом устранения возможных неправильных действий защит при к. з. является

применение новых или модернизированных ТТ, способных работать без насыщения. Однако дорогостоящие ТТ новых типов следует применять только в тех энергоузлах электрических систем, где такие режимы наиболее вероятны (с учетом роста токов к. з. в связи с дальнейшим развитием энергосистем). Во всех случаях прежде всего следует оценить работоспособность защит с существующими трансформаторами тока.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. М.: Энергия, 1970.
2. Акопян А. А., Панов А. В., Шеренцис А. Н. Уровни изоляции электропередачи 400 кВ. — В кн.: Дальняя электропередача Волжская ГЭС им. В. И. Ленина — Москва. М.: Госэнергоиздат, 1958.
3. Высоковольтные и механические испытания линейной изоляции 750 кВ/ Гутман Ю. Н., Скобейдо А. П., Соломо-

нин Е. Н. и др. — В кн.: Дальние электропередачи 750 кВ. Ч. 1, М.: Энергия, 1974.

4. Соколов Б. В. Проектирование линий 400 кВ Волжская ГЭС имени В. И. Ленина — Москва. — В кн.: Дальняя электропередача Волжская ГЭС имени В. И. Ленина — Москва. М.: Госэнергоиздат, 1958.

5. Шперлинг Б.-Р. Т. Статистическое моделирование перенапряжений при автоматическом повторном включении линии. — Изв. НИИПТ, 1968, № 14.

6. Переходные режимы работы каскадных трансформаторов тока 500 кВ/ Дроздов А. Д., Хлебников С. Д., Подгорный Э. В., Висящев А. Н. — Электрические станции, 1970, № 5

7. Королев Е. П., Либерзон Э. М. Работа защиты типа ДФЗ-2 при искаженной форме кривой тока. — Электрические станции, 1971, № 6.

8. Подгорный Э. В., Шаров Е. Т., Гринштейн В. И. Работа индукционных реле направления мощности в переходных режимах коротких замыканий. — Электрические станции, 1972, № 4.

9. Подгорный Э. В., Богдан А. В. Работа быстродействующей отсечки при переходных токах короткого замыкания с учетом насыщения трансформаторов тока. — Электрические станции, 1971, № 10.

[17.2.1978]

УДК 621.382.233.026.014.3

## Процесс коммутации тока в вентильном преобразователе, работающем в области опережающих углов сдвига

Кандидаты техн. наук ХОМСКИЙ И. Г., ЛИПАТОВ В. С.

Москва

Успехи в разработке мощных электронных ламп, повышение их надежности и срока службы, появление принципиально новых мощных коммутирующих приборов — электронно-лучевых вентилей (ЭЛВ) [Л. 1], позволяют поставить на практическую основу вопрос о применении их в энергетике.

Свойство полной управляемости ЭЛВ, т. е. возможность прерывать ток в вентиле воздействием только по цепи управления, позволяет использовать их в выпрямителях и инверторах не только в режиме естественной коммутации, но и в режиме принудительной коммутации в области опережающих углов сдвига, включая режим источника реактивной мощности, когда активное сопротивление выходной цепи равно нулю.

В преобразователях с ЭЛВ, работающих в области опережающих углов сдвига, наиболее серьезной проблемой является ограничение перенапряжений, возникающих при коммутации тока. Эффективным и экономичным способом ограничения перенапряжений является применение схемы с зарядом конденсатора через выпрямитель и разрядом его через вспомогательный инвертор, ведомый сетью [Л. 2]. В этом случае большая часть энергии перенапряжений возвращается обратно в сеть переменного тока. Принципиальная схема устройства приведена на рис. 1.

Для определения параметров преобразователя, выпрямительного моста, инвертора, а также значения емкости конденсатора необходимо рассмотреть электромагнитные процессы при коммутации тока в фазах.

Примем следующие допущения:

активными сопротивлениями элементов контура

коммутации, включая сопротивление открытых вентилей, пренебрегаем;

включение и выключение вентилей происходит мгновенно;

сглаживающая индуктивность  $L_d$  в цепи преобразователя бесконечно большая и ток нагрузки  $I_d$  постоянен; то же самое относится и к сглаживающей индуктивности  $L_{d1}$  в цепи инвертора и току  $I_{d1}$ , потребляемому инвертором;

в интервале между коммутациями конденсатор разряжается до напряжения  $U_0 \geq U_{\text{лм}}$ , где  $U_{\text{лм}}$  — амплитуда линейного напряжения преобразователя;

длительность процесса коммутации значительно меньше периода напряжения сети, поэтому изменением фазных напряжений за это время можно пренебречь.

Эквивалентная схема цепи коммутации изображена на рис. 2. Составим систему уравнений для мгновенных значений токов и напряжений:

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_2 &= I_d; \\ e_1 - e_2 &= L \left( \frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right) + u_c; \\ u_c &= \frac{1}{C} \int i_c dt; \\ i_1 &= i_c + I_{d1}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Обозначим

$$e_1 - e_2 = e = -E_{\text{лм}} \sin(\omega t + \alpha). \quad (2)$$

Здесь  $e_1$  и  $e_2$  — фазные э. д. с.;  $E_{\text{лм}}$  — амплитуда линейной э. д. с.

Величину  $E_{\text{лм}}$  можно назвать противокоммутирующей э. д. с. по аналогии с коммутирующей э. д. с. в условиях естественной коммутации вентилей.





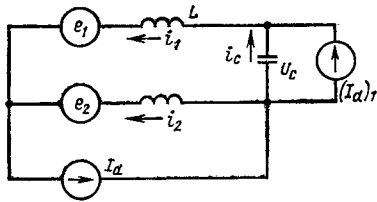


Рис. 2. Схема контура коммутации тока в фазах (эквивалентная схема замещения).

$L$  — индуктивность фазы трансформатора;  $i_1, i_2$  — токи соответственно в фазах А и В трансформатора;  $I_c$  — ток через конденсатор  $C$ ;  $U_c$  — напряжение на конденсаторе.

После преобразования уравнений (8) и (15) с учетом (7) получим:

$$\left. \begin{aligned} U_{cm} - U_0 &= (I_d - I_{d1}) \rho \operatorname{tg} \frac{\omega_0 t_1}{2}; \\ \omega_0 t_1 + \frac{I_d - I_{d1}}{I_{d1}} \operatorname{tg} \frac{\omega_0 t_1}{2} &= \frac{\omega_0}{300}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Уравнения (7) и (16) позволяют получить соотношения между параметрами контура коммутации, определяемые его собственной частотой  $\omega_0$ , токами  $I_d, I_{d1}$  и напряжениями  $U_{cm}, U_0, e$ .

Для решения задачи в общем виде введем следующие обозначения в относительных единицах:

$\Delta U_c^* = \frac{U_{cm} - U_0}{E_{\text{лн}}}$  — относительное значение пульсаций

напряжения на конденсаторе;  $\Delta U_0^* = \frac{U_0 - e}{E_{\text{лн}}}$  — относительное значение превышения минимального напряжения на конденсаторе над противокоммутирующей э. д. с.;  $R = \frac{E_{\text{лн}}}{I_d}$  — сопротивление условной ак-

тивной нагрузки преобразователя при токе  $I_d$ , включающее и внутреннее сопротивление преобразователя;  $a = \frac{I_d}{I_{d1}}$  — отношение тока нагрузки к входному

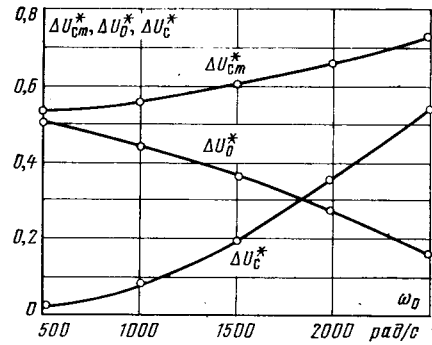
току инвертора;  $b = \frac{\omega L}{R}$  — относительное значение коммутационного падения напряжения (в условиях естественной коммутации преобразователя) при токе  $I_d$ .

В новых обозначениях выражения (7) и (16) преобразуются в следующие:

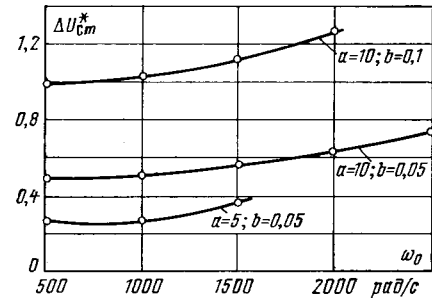
$$\left. \begin{aligned} \Delta U_0^* &= \frac{\rho}{R} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \operatorname{tg} \frac{\omega_0 t_1}{2}; \\ \Delta U_c^* &= \frac{\rho}{R} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \operatorname{tg} \frac{\omega_0 t_1}{2}; \\ \omega_0 t_1 + (a - 1) \operatorname{tg} \frac{\omega_0 t_1}{2} &= \frac{\omega_0}{300}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Как видно из этих выражений, относительные значения минимального напряжения на конденсаторе и амплитуда пульсаций сложным образом зависят от параметров контура коммутации  $\omega_0, \rho$  и относительного значения тока инвертора.

Последнее уравнение выражений (17) является трансцендентным и решается численным методом. Задавая  $a$  и  $\omega_0$ , определяется значение  $\omega_0 t_1$ , которое подставляется в первое и второе уравнения (17).



а)



б)

Рис. 3. Зависимости параметров преобразователя  $\Delta U_{cm}^*$ ,  $\Delta U_0^*$ ,  $\Delta U_c^*$  от собственной частоты  $\omega_0$  контура коммутации при  $a=10=\text{const}$ ,  $b=0,05=\text{const}$  (а) и  $\Delta U_{cm}^*$  от  $\omega_0$  при различных значениях параметров  $a$  и  $b$  (б).

На рис. 3 приведены зависимости  $\Delta U_0^*$ ,  $\Delta U_c^*$  и их суммы  $\Delta U_{cm}^* = \Delta U_c^* + \Delta U_0^*$ , которая представляет собой относительное значение превышения максимального напряжения на конденсаторе над противокоммутирующей э. д. с., от  $\omega_0$ . Из этих кривых видно, что при увеличении емкости  $C$  (уменьшении  $\omega_0$ ) амплитуда пульсаций заметно уменьшается. Одновременно растет  $U_0$ , максимальное напряжение на конденсаторе уменьшается. Увеличение относительного значения тока инвертора (снижение  $a$ ) приводит к существенному снижению напряжения на конденсаторе, а увеличение индуктивности  $L$  (или величины  $b$ ) к их почти пропорциональному увеличению.

Анализ выражений (17) показывает, что для каждого значения индуктивности контура коммутации (параметр  $b$ ) существует область значений токов инвертора (параметр  $a$ ) и емкости  $C$  конденсатора (параметр  $\omega_0$ ), позволяющих ограничить напряжение на конденсаторе до заданного уровня. На рис. 4 приведены полученные из указанных выражений зависимости емкости конденсатора от параметра  $a$  для преобразователя со следующими данными:  $I_d=100$  А;  $E_{\text{лн}}=50$  кВ;  $b=0,05$  ( $L=0,079$  Г) и  $b=0,1$  ( $L=0,159$  Г) для уровней перенапряжений  $\Delta U_{cm}^*=0,4$  и  $\Delta U_{cm}^*=0,5$ .

Из рис. 4 видно, что начиная с определенных критических значений параметра  $a$ , значение ограничивающей емкости начинает резко возрастать. Оптимальные значения  $C$  и  $a$  находятся на участках кривых, близких к этим критическим значениям. Увеличение индуктивности контура коммутации так же, как и снижение уровня перенапряжений, приводит к необходимости существенного увеличения тока инвертора.



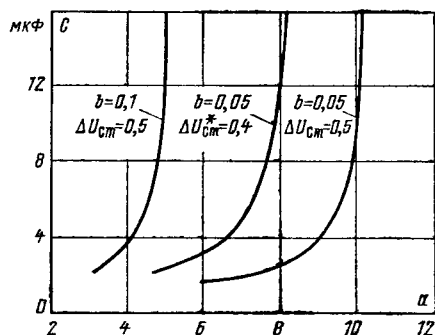


Рис. 4. Зависимость ограничивающей емкости  $C$  от параметра  $a$ .

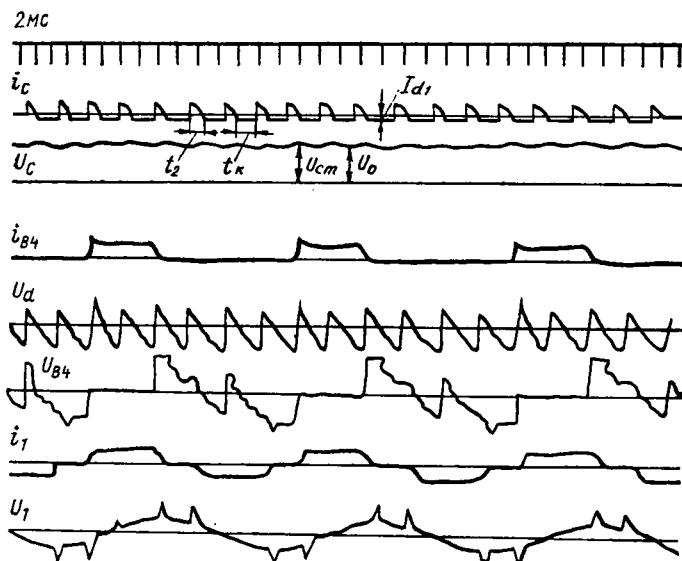


Рис. 5. Осциллограммы токов и напряжений в преобразователе.  $i_c$  — ток через конденсатор;  $U_c$  — напряжение на конденсаторе;  $i_{B4}$  — ток через вентиль  $B_4$ ;  $U_{B4}$  — напряжение на вентиле  $B_4$ ;  $U_d$  — напряжение на дросселе  $L_d$ ;  $i_1$  — ток в фазе  $A$ ;  $U_1$  — напряжение фазы  $A$ .

Для частного случая, когда остаточное напряжение на емкости равно амплитуде линейного напряжения преобразователя  $U_0 = U_{лм} \approx E_{лм}$  и  $\Delta U^*_{cm} = 0$ , параметр  $\omega_0 t_1$  становится равным  $\pi/2$ . Этот случай соответствует минимальному значению емкости конденсатора  $C$  и соответственно максимальному значению тока инвертора  $I_{d1}$ . При этом формулы (17) значительно упрощаются.

После преобразования получим:

$$\left. \begin{aligned} a^2 - a \left( 0,43 + \frac{0,52 \Delta U^*_{cm}}{b} \right) - 0,57 &= 0; \\ \omega_0 &= 300(a + 0,57). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Из уравнений (18) можно определить значения  $a$  и  $\omega_0$  для данных  $U^*_{cm}$  и  $b$ , а зная величины  $L$  и  $I_d$  — определить значения  $C$  и  $I_{d1}$ . Для режима компенсатора при  $\alpha \approx -90^\circ$  и  $e \approx U_{лм}$  выражения для  $C$  и  $I_{d1}$  можно получить в явном виде:

$$C = \frac{2L}{\left( 600L + \frac{\Delta U_c}{I_d} \right)^2};$$

$$I_{d1} = \frac{I_d}{1 + \frac{\Delta U_c}{600LI_d}}.$$

Здесь  $\Delta U_c$  — амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе, которая определяет перенапряжения в компенсаторе.

Проведенные выше исследования и полученные соотношения справедливы не только для преобразователей, выполненных на полностью управляемых вентилях, но и для тиристорных преобразователей с двухступенчатой коммутацией [Л. 3] при допущении, что время выключения тириستоров значительно меньше интервала коммутации тока в фазах. На экспериментальной модели была воспроизведена работа мостового преобразователя в режиме компенсатора реактивной мощности при  $\alpha \approx -90^\circ$ . Осциллограммы, иллюстрирующие работу вентильного преобразователя с рассмотренной схемой ограничения перенапряжений, приведены на рис. 5.

Эксперименты подтвердили правильность полученных в настоящей работе соотношений, которые могут быть использованы для расчета параметров преобразователей, работающих за счет принудительной коммутации вентилей в области опережающих углов сдвига.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. С. № 367482 (СССР). Электронный высоковольтный вентиль/ Будкер Г. И., Переводчиков В. И. Оpubл. в Б. И., 1973, № 8.
2. Тиристорный источник реактивной мощности/ Гумановский Б. Я., Плесков В. И., Воропаев С. И., Поскробко А. А. — Электричество, 1970, № 11, с. 55—60.
3. Веников В. А. и др. Статические источники реактивной мощности в электрических сетях. М.: Энергия, 1975.

[28.7.1977]

# Расчет частичных емкостей в трехэлектродных симметричных емкостных преобразователях

Кандидаты техн. наук СТРУНСКИЙ М. Г., ГОРБОВ М. М.

Ленинград, Барнаул

Трехэлектродные емкостные преобразователи широко используются как для измерения различного рода неэлектрических величин, так и при метрологических исследованиях [Л. 1]. Это объясняется высокой стабильностью их основных параметров, а также малой чувствительностью к мешающим факторам и паразитным шунтирующим проводимостям; кроме того, современные трансформаторные мосты позволяют измерять весьма малые емкости с абсолютной погрешностью  $0,5\text{аФ}$  ( $0,5 \times 10^{-18}\text{Ф}$ ) и относительной погрешностью до  $0,001\%$  [Л. 1 и 2]. В частности, частичная емкость трехэлектродных преобразователей, выполненных в виде конденсаторов с перекрестной емкостью, не зависит от размеров внутреннего сечения конденсаторов, мало изменяется для различных форм их сечения, величины зазоров между смежными электродами и наличия тонкой диэлектрической пленки на поверхностях электродов [Л. 3 и 4]. Следует также указать, что воспроизведение единицы емкости как в СССР, так и за рубежом, осуществляется с помощью конденсатора с перекрестной емкостью, являющегося первичным эталоном фарады [Л. 5]. Применение трехэлектродных конденсаторов, например, для контроля поперечных размеров цилиндрических проводников, позволяет создать надежные, технологичные в изготовлении первичные преобразователи с высокими метрологическими и эксплуатационными характеристиками [Л. 6].

Существенное повышение точности измерений дает сочетание двух трехэлектродных преобразователей при одновременном измерении частичных емкостей между высокопотенциальным электродом и заземленным контролируемым проводником, а также между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами [Л. 7].

Очевидно, что для разработки оптимальных конструкций трехэлектродных преобразователей первостепенную роль играет аналитическое определение частичных емкостей между различными электродами. В [Л. 3] получена формула для расчета частичной емкости<sup>1</sup>  $C_{12}^0$  между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами конденсатора прямоугольного сечения, которая в случае квадратного сечения (конденсатор с перекрестной емкостью [Л. 3—5]) имеет вид:

$$C_{12}^0 = \varepsilon \frac{\ln 2}{\pi}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды.

Формула (1) используется при создании устройств для воспроизведения единицы емкости, при измерении же поперечных размеров проводников необходимо знать частичные емкости в более сложных системах с учетом влияния контролируе-

мого проводника. В статье дается расчет трехэлектродного симметричного преобразователя для достаточно общего случая, когда сечение его является прямоугольным (с произвольным соотношением сторон), а между электродами помещена тонкая электропроводящая пластина (контролируемый проводник) любой ширины<sup>2</sup> (рис. 1а),

Как известно [Л. 1], трехэлектродный преобразователь состоит из высокопотенциального и низкопотенциального электродов, заключенных в экран, при этом потенциалы электродов 2, 4 и 5, а также заземленного контролируемого проводника 3 практически равны между собой, так как преобразователь, как правило, включается в трансформаторный мост с заземленной средней точкой. Для уменьшения влияния краевого эффекта обычно вводятся охранные электроды, поэтому электростатическое поле<sup>3</sup> в подобной системе проводников можно считать плоскопараллельным. При проектировании трехэлектродных преобразователей необходимо знать частичную емкость  $C_{12}$  между высокопотенциальным и низкопотенциальным электродами, а также частичную емкость  $C_{13}$  между высокопотенциальным электродом и контролируемым проводником. Определение остальных частичных емкостей существенного интереса не представляет, так как они шунтируют трансформатор или индикатор и не влияют на результаты измерений. Расчет трехэлектродного преобразователя и заключается в определении частичных емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$ .

Для определения частичных емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$  введем плоскопараллельную расчетную модель, приведенную на рис. 1,б, и воспользуемся методом комплексного потенциала. С этой целью примем заштрихованную область на рис. 1,б за часть плоскости комплексного переменного  $z$  и конформно отобразим ее на верхнюю полуплоскость нового комплексного переменного  $\xi$  (рис. 1,в) таким образом, чтобы соблюдалось следующее соответствие точек исходной и отображенной плоскостей:

Точки в плоскости $z$	0	$j h$	$\pm b$	$\pm l$	$\pm l + j h$
Точки в плоскости $\xi$	0	$\infty$	$\pm a_0$	$\pm a_1$	$\pm a_2$

Такое отображение осуществляется известной (см., например, [Л. 9]) функцией

$$\xi = a_1 \operatorname{sn} \left( \frac{z}{A_1}, k_0 \right), \quad (2)$$

<sup>2</sup> Если размеры вносимого проводника не слишком велики (что обычно и осуществляется на практике), то примененная методика допускает практический расчет и для более сложных поперечных сечений проводника (круглого, эллиптического, прямоугольного и др.).

<sup>3</sup> Линейные размеры преобразователей во много раз меньше длины волны электромагнитного поля, создаваемого питающим напряжением, поэтому поле в преобразователе с высокой степенью точности рассматривается как электростатическое.

<sup>1</sup> Учитывая, что система электродов в емкостных преобразователях электронейтральна, разделение частичных емкостей на собственные и взаимные производить не требуется [Л. 8].

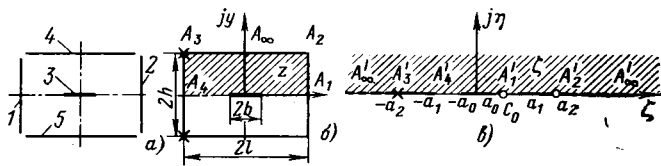


Рис. 1. Схема емкостного трехэлектродного преобразователя, имеющего прямоугольное сечение.

а — схема преобразователя с контролируемым проводником; б — расчетная модель (X — изолированные стержни электродов); в — система электродов в отображенной плоскости. 1 и 2 — высокопотенциальный и низкопотенциальный электроды; 3 — контролируемый проводник; 4 и 5 — экранирующие электроды.

в которой модуль  $k_0$  эллиптического синуса определяется из соотношения

$$\frac{h}{l} = \frac{K'_0}{K_0}, \quad (3)$$

а постоянная  $A_1$  находится по формуле

$$A_1 = \frac{l}{K_0}, \quad (4)$$

где  $K_0$  и  $K'_0$  — полные эллиптические интегралы первого рода с модулями

$$k_0 = \frac{a_1}{a_2} \text{ и } k'_0 = \sqrt{1 - k_0^2}, \quad (5)$$

соответственно.

Так как при  $z=b$   $\xi=a_0$ , то из (2) с учетом (4) получим

$$\frac{a_0}{a_1} = \operatorname{sn} \left( K_0 \frac{b}{l}, k_0 \right) \quad (6)$$

или при достаточно малых  $\frac{b}{l}$ ,

$$\frac{a_0}{a_1} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1} \approx K_0 \frac{b}{l}. \quad (6a)$$

Поскольку  $\frac{a_1}{a_2} = k_0$  определяется из (3) или по кривой рис. 2, приведенной для наиболее часто встречающегося в практике диапазона отношений  $h/l$ , и, в частности, при  $h/l=1$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} K_0; \quad \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 1,85407, \quad (7)$$

то все геометрические параметры в отображенной плоскости можно считать известными. Тогда, учитывая, что при конформных отображениях разности потенциалов между соответствующими электродами и суммарные заряды последних, а следовательно, и емкости сохраняются, достаточно найти частичные емкости в системе электродов, приведенной на рис. 1,в.

Для точного расчета емкостей применим метод непосредственного определения напряженности поля [Л. 8 и 10], согласно которому комплексная напряженность

поля  $E$  системы, изображенной на рис. 1,в, имеет вид:

$$\dot{E} = \frac{A(\xi - c_0)}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(\xi^2 - a_1^2)}}, \quad (8)$$

где  $A$  и  $c_0$  — действительные постоянные, определяемые по заданным разностям потенциалов или зарядам (см. приложение 1).

В соответствии с определением [Л. 8] искомые частичные емкости находятся по формулам:

$$C_{12} = \frac{\tau_2}{\Delta U}; \quad (9)$$

$$C_{13} = \frac{\tau_3}{\Delta U}, \quad (9a)$$

где  $\tau_2$  и  $\tau_3$  — заряды низкопотенциального электрода и контролируемого проводника соответственно;  $\Delta U$  — разность потенциалов между высокопотенциальным и остальными электродами, имеющими одинаковый потенциал.

Выполнив, исходя из (8), требуемые вычисления (приложение 1) согласно (9) получим следующие точные выражения для определения частичных емкостей (на единицу длины):

$$C_{12} = \varepsilon \frac{4}{\pi} \frac{1}{1 + \frac{a_0}{a_1}} \times \sqrt{\frac{1 - \frac{a_0}{a_2} \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_0}{a_2} \frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}}{\left(1 - \frac{a_0}{a_1}\right) \Pi(\varphi, n, k) - \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right) \frac{1 - \frac{a_0}{c_0}}{1 + \frac{a_2}{c_0}} F(\varphi, k)}}} \quad (10)$$

$$C_{13} = \varepsilon \frac{4}{\pi} \frac{1}{\frac{a_0}{a_2} + \frac{a_1}{a_2}} \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{a_0^2}{a_2^2}\right)^{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_1}{a_2}}}}{\left[ \frac{1 + \frac{a_1}{c_0}}{1 + \frac{a_2}{c_0}} K(k) - \frac{\frac{a_1 - a_0}{a_2 - a_2}}{1 - \frac{a_0}{a_2}} \Pi(n, k) \right]}} \quad (11)$$

где

$$c_0 + a_2 = a_2 \frac{1 - \frac{a_0^2}{a_2^2}}{1 + \frac{a_0}{a_2} \left[ 1 - 2 \frac{\Pi(n, k')}{K(k')} \right]}; \quad (12)$$

$F(\varphi, k)$ ,  $\Pi(\varphi, n, k)$ ;  $K(k)$ ,  $\Pi(n, k)$ ;  $K(k')$ ,  $\Pi(n, k')$  — неполные и полные эллиптические интегралы первого и третьего рода, модули, аргумент и параметры которых приведены в табл. 1.

С целью получения удобных для анализа и расчетов формул разложим все функции, содержащие

\* Постоянная  $c_0$  определяет координату так называемой особой точки второго рода, т. е. точки, в которой напряженность поля равна нулю, а направление вектора  $E$  — неопределенно.

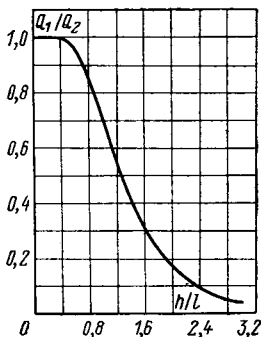


Рис. 2. График для определения отношения  $\frac{a_1}{a_2}$ .

Таблица 1

Модуль		Аргумент	Параметр		
$k$	$k' = \sqrt{1-k^2}$		$n$	$n_1$	$n_2$
$\frac{2\sqrt{\frac{a_0}{a_1}}}{1 + \frac{a_0}{a_1}}$	$\frac{1 - \frac{a_0}{a_1}}{1 + \frac{a_0}{a_1}}$	$\arcsin \sqrt{\frac{(1 + \frac{a_0}{a_1})(1 - \frac{a_1}{a_2})}{2(1 - \frac{a_0}{a_2})}}$	$\frac{2(1 + \frac{a_0}{a_2})}{(1 + \frac{a_0}{a_1})(1 + \frac{a_1}{a_2})}$	$\frac{2\frac{a_0}{a_1}(1 - \frac{a_1}{a_2})}{(1 + \frac{a_0}{a_1})(1 - \frac{a_0}{a_2})}$	$\frac{(1 - \frac{a_0}{a_1})(1 - \frac{a_0}{a_2})}{(1 + \frac{a_0}{a_1})(1 + \frac{a_0}{a_2})}$

ся в (10)–(12), в ряды и воспользуемся тем, что на практике обычно  $\frac{a_0}{a_1} \ll 1$ ,  $\frac{a_0}{a_2} \ll 1$ .

Тогда, сохранив только линейные относительно  $\frac{a_0}{a_1}$  и  $\frac{a_0}{a_2}$  члены и используя (6а), после некоторых преобразований и упрощений (приложение 2), получим:

$$C_{12} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1} \approx \varepsilon \frac{2}{\pi} \left[ \ln \frac{a_2}{a_1} - \frac{\arcsin^2 \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}{\ln \left( \frac{4}{K_0} \frac{l}{b} \right)} \right]; \quad (13)$$

$$C_{13} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1} \approx \varepsilon \frac{2 \arcsin \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}{\ln \left( \frac{4}{K_0} \frac{l}{b} \right)}. \quad (14)$$

В частности, для преобразователя квадратного сечения после подстановки (7) в (13) и (14) формулы для расчета частичных емкостей приобретают особо простой вид:

$$C_{12} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1, \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}} \approx \varepsilon \frac{\ln 2}{\pi} - \varepsilon \frac{\pi}{8 \ln \left( 2,15742 \frac{l}{b} \right)}; \quad (13a)$$

$$C_{13} \Big|_{\frac{b}{l} \ll 1, \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}} \approx \varepsilon \frac{\pi}{2} \frac{1}{\ln \left( 2,15742 \frac{l}{b} \right)}. \quad (14a)$$

Проанализируем полученные результаты. Формулы (10) и (11) показывают, что в общем случае емкости  $C_{12}$  и  $C_{13}$  весьма сложным образом зависят от геометрических параметров системы. В формуле (13а) первое слагаемое характеризует начальную емкость преобразователя и совпадает с (1), а второе — определяет изменение емкости преобразователя, связанное с внесением контролируемого проводника.

Как видно из (13а), наличие проводника, находящегося при потенциале, одинаковом с потенциалом низкопотенциального электрода, ведет к уменьшению частичной емкости между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами (при достаточно малых отношениях  $b/l$  степень этого уменьшения характеризуется логарифмической зависимостью). Физически это объясняется тем, что несмотря на малые размеры проводника изменение потенциала поля в центре преобразователя ведет к существенному перераспределению электростати-

ческого поля и, как следствие, к уменьшению потока, замыкающегося на низкопотенциальный электрод. С увеличением  $b/l$  указанный эффект проявляется сильнее.

Формула (14а) показывает, что частичная емкость  $C_{13}$  между высокопотенциальным электродом и проводником также изменяется по логарифмическому закону, однако в отличие от частичной емкости  $C_{12}$  с ростом  $b/l$  не уменьшается, а возрастает. Это непосредственно связано с увеличением потока, замыкающегося на проводник, при увеличении размеров последнего.

Для определения значений частичных емкостей преобразователей, а также для установления погрешностей приближенных формул были выполнены (на «Минск-32») численные расчеты<sup>4</sup>. Результаты расчетов при  $\varepsilon = \varepsilon_0$  (в пФ/м), а также определенные на их основании погрешности  $\delta$  приближенных формул ( $\delta = \frac{C_{\text{точн}} - C_{\text{пр}}}{C_{\text{точн}}} 100\%$ ) приведены в табл. 2.

<sup>4</sup> Проведение расчетов, точность которых позволяла бы определять погрешность приближенных формул в широком диапазоне отношений  $b/l$ , потребовало разработки специальных программ для вычисления эллиптических интегралов, фигурирующих в формулах (10) и (11) в связи с тем, что существующие таблицы [Л. 11–13] не обеспечивают требуемой точности, а значения интегралов третьего рода при  $n < -1$  отсутствуют в литературе.

Таблица 2

Отношение		Значения частичных емкостей и погрешностей приближенных формул					
$h/l$	$b/l$	$C_{12\text{точн}}$	$C_{12\text{пр}}$	$\delta, \%$	$C_{13\text{точн}}$	$C_{13\text{пр}}$	$\delta, \%$
0,75422	$10^{-5}$	0,58844	0,58844	0	0,71324	0,71324	0
	$10^{-4}$	0,56241	0,56241	0	0,88079	0,88079	0
	$10^{-3}$	0,52038	0,52038	0	1,15123	1,15123	0
	$10^{-2}$	0,44137	0,44112	$6 \cdot 10^{-3}$	1,66149	1,66132	$10^{-3}$
	$10^{-1}$	0,25703	0,23800	7,4	3,01180	2,98311	1,0
1,00000	$10^{-5}$	1,66813	1,66813	0	1,13084	1,13084	0
	$10^{-4}$	1,60290	1,60290	0	1,39177	1,39177	0
	$10^{-3}$	1,49854	1,49853	$7 \cdot 10^{-4}$	1,80923	1,80923	0
	$10^{-2}$	1,30515	1,30475	$3 \cdot 10^{-3}$	2,58455	2,58441	$5 \cdot 10^{-3}$
	$10^{-1}$	0,85665	0,82351	3,9	4,54661	4,52185	0,5
1,25070	$10^{-5}$	3,20757	3,20757	0	1,46439	1,46439	0
	$10^{-4}$	3,09836	3,09836	0	1,79930	1,79930	0
	$10^{-3}$	2,92440	2,92439	$3 \cdot 10^{-4}$	2,33283	2,33283	0
	$10^{-2}$	2,60428	2,60377	$2 \cdot 10^{-3}$	3,31624	3,31613	$3 \cdot 10^{-3}$
	$10^{-1}$	1,86301	1,81948	2,3	5,75227	5,73236	0,4
1,51009	$10^{-5}$	5,08703	5,08703	0	1,71228	1,71228	0
	$10^{-4}$	4,93784	4,93784	0	2,10224	2,10224	0
	$10^{-3}$	4,70066	4,70065	$2 \cdot 10^{-4}$	2,72219	2,72219	0
	$10^{-2}$	4,26565	4,26508	$10^{-3}$	3,86081	3,86073	$2 \cdot 10^{-3}$
	$10^{-1}$	3,25748	3,20709	1,5	6,65201	6,63633	0,3
1,99388	$10^{-5}$	8,98637	8,98637	0	1,98546	1,98546	0
	$10^{-4}$	8,78587	8,78587	0	2,43643	2,43643	0
	$10^{-3}$	8,46754	8,46753	$10^{-4}$	3,15247	3,15247	0
	$10^{-2}$	7,88484	7,88421	$8 \cdot 10^{-3}$	4,46461	4,46456	$10^{-3}$
	$10^{-1}$	6,53049	6,47361	0,9	7,65805	7,64753	0,1

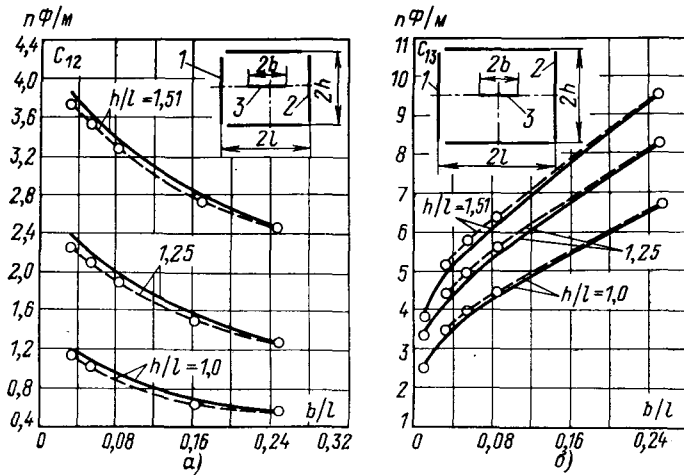


Рис. 3. Теоретические и экспериментальные зависимости частичной емкости  $C_{12}$  (а) и  $C_{13}$  (б) преобразователя от отношения  $b/l$  при различных отношениях  $h/l$ . ——— теоретические значения [ $C_{12}$  по формуле (10);  $C_{13}$  — по формуле (11)]; - - - - - экспериментальные значения.

Анализ табл. 2 показывает, что численные значения емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$ , найденные по точным и приближенным формулам, в диапазоне отношений от  $10^{-5}$  до  $10^{-3}$  совпадают между собой до пятого-четвертого знака после запятой включительно. С увеличением отношения  $b/l$  относительная погрешность определения частичных емкостей с помощью приближенных формул несколько увеличивается и достигает 7,4% при  $b/l=0,1$  и  $h/l=0,75$  (для частичной емкости  $C_{12}$ ). Применяемый обычно на практике диапазон отношений  $b/l$  составляет от  $10^{-4}$  до  $10^{-2}$ . Для этого диапазона  $\delta=0-0,06\%$ .

Из данных табл. 2 видно также, что внесение пластины между электродами преобразователя вызывает существенное изменение его емкости. Так, например, даже при  $b/l=10^{-5}$  ( $h/l=1$ ) внесение пластины вызывает уменьшение частичной емкости  $C_{12}$  на 14%, а в случае изменения  $b/l$  от  $10^{-2}$  до  $10^{-1}$  — более чем на 40%. При изменении  $b/l$  от  $10^{-2}$  до  $10^{-1}$  емкость  $C_{13}$  возрастает примерно на 55%.

С целью уточнения соответствия расчетной модели реальным конструкциям были проведены измерения частичных емкостей в преобразователях (приложение 3).

Результаты экспериментов приведены на рис. 3 и показывают, что теоретические и экспериментальные значения емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$  вполне удовлетворительно согласуются между собой. Все экспериментальные кривые для  $C_{12}$  расположены ниже теоретических, а для  $C_{13}$  — выше вследствие влияния толщины пластины (с увеличением толщины пластины частичная емкость  $C_{12}$  падает, а  $C_{13}$  возрастает).

С ростом отношения  $b/t$  влияние толщины пластины должно уменьшаться, и расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями частичных емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$  также должно быть меньше, что и подтверждается экспериментом (например, при отношении  $b/t=200$  расхождение не превышает 0,9%, т. е. находится в пределах погрешности эксперимента).

Таким образом, примененная расчетная модель хорошо учитывает основные особенности работы преобразователей. Наличие точных формул для расчета частичных емкостей трехэлектродных преобразователей позволяет обоснованно решать вопросы их проектирования и определять весьма малые поперечные размеры проводников расчетным путем (без использования образцовых мер).

**Приложение 1.** К расчету частичных емкостей  $C_{12}$  и  $C_{13}$ . Найдем предварительно постоянную  $c_0$  в формуле (8) (постоянная  $A$  может быть определена через  $\Delta U$  или  $\tau_2$ , или  $\tau_3$ , однако для целей статьи ее нахождение интереса не представляет).

Условием для определения  $c_0$  является равенство нулю разности потенциалов между электродами 2 и 3 (рис. 1, а):

$$0 = \int_{a_0}^{a_1} \frac{(\xi - c_0) d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \int_{a_0}^{a_1} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} - (a_2 + c_0) \times \times \int_{a_0}^{a_1} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}}. \quad (\text{П1-1})$$

Вычислив содержащиеся в (П1-1) интегралы [Л.14]

$$\int_{a_0}^{a_1} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \frac{2}{a_1 + a_0} K(k'); \quad \int_{a_0}^{a_2} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(a_1^2 - \xi^2)}} = \frac{2}{(a_1 + a_0)(a_2 - a_0^2)} [(a_2 + a_0) K(k') - 2a_0 \Pi(n_2, k')],$$

после несложных преобразований получим формулу (12).

Разность потенциалов  $\Delta U$  определим по формуле

$$\Delta U = \lim_{\xi \rightarrow -a_2} \left[ \pi (\xi + a_2) \frac{A(c_0 - \xi)}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(\xi^2 - a_1^2)}} \right] = A \frac{\pi(c_0 + a_2)}{\sqrt{(a_2^2 - a_0^2)(a_2^2 - a_1^2)}}. \quad (\text{П1-2})$$

Для вычисления зарядов  $\tau_2$  и  $\tau_3$  воспользуемся теоремой Гаусса, учитывая при этом принцип симметрии (см. рис. 1):

$$\frac{\tau_2}{\epsilon} = 2A \int_{a_1}^{a_2} \frac{(\xi - c_0) d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(\xi^2 - a_1^2)}}, \quad (\text{П1-3})$$

причем [Л.14]

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(\xi^2 - a_1^2)}} = \frac{2}{a_0 + a_1} F(\varphi, k); \quad \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(\xi^2 - a_0^2)(\xi^2 - a_1^2)}} = \frac{2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_2)(a_1 + a_2)} [(a_1 + a_2) F(\varphi, k) - (a_1 - a_0) \times \times \Pi(\varphi, n, k)].$$

Подстановка (П1-2) и (П1-3) в (9) приводит к формуле (10).

Аналогично заряд  $\tau_3$  находится по формуле

$$\frac{\tau_3}{\epsilon} = 2A \int_{-a_0}^{a_0} \frac{(c_0 - \xi) d\xi}{(\xi + a_2) \sqrt{(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)}}, \quad (\text{П1-4})$$

в которой [Л.14]

$$\int_{-a_0}^{a_0} \frac{d\xi}{V(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)} = \frac{2}{(a_0 + a_1)} K(k);$$

$$\int_{-a_0}^{a_0} \frac{d\xi}{(\xi + a_2) V(a_0^2 - \xi^2)(a_1^2 - \xi^2)} =$$

$$= \frac{2}{(a_0 + a_1)(a_2 - a_1)} \left[ K(k) - \frac{a_1 - a_0}{a_2 - a_0} \Pi(n_1, k) \right].$$

Подстановка (П1-2) и (П1-4) в (9а) дает (11).

Приложение 2. Вывод приближенных формул для  $C_{12}$  и  $C_{13}$ .

При  $\frac{a_0}{a_1} \ll 1$  и  $\frac{a_0}{a_2} \ll 1$  эллиптические интегралы, входящие в формулы (10) и (11), можно разложить в ряды [Л.12] и, сохранив первые члены, представить в виде:

$$\Pi(\varphi, n, k) \approx b_0 + \frac{1}{2|n|} (b_0 - \varphi) k^2,$$

где

$$b_0 = \frac{1}{V|n|-1} \operatorname{arth}(V|n|-1 \operatorname{tg} \varphi) \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_0}{a_1} \right) \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_1}{a_2}}} \ln \frac{a_2}{a_1},$$

так как

$$V|n|-1 \operatorname{tg} \varphi \approx \frac{1 - \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_1}{a_2}}; \quad \operatorname{arth}(V|n|-1 \operatorname{tg} \varphi) \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

и, следовательно,

$$\Pi(\varphi, n, k) \approx \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{a_0}{a_1} \right)} \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_1}{a_2}}} \ln \frac{a_2}{a_1} +$$

$$+ \frac{a_0}{a_1} \left( 1 + \frac{a_1}{a_2} \right) \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \frac{a_1}{a_2}}{1 - \frac{a_1}{a_2}}} \ln \frac{a_2}{a_1} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arcsin} \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_1}{a_2} \right)} \right]. \quad (\text{П2-1})$$

$$\Pi(n_2, k') = \frac{\pi}{2} \frac{V|n_2| \Lambda_0(\vartheta, k')}{V(|n_2| - k'^2)(1 + n_2)},$$

где  $\Lambda_0(\vartheta, k')$  — лямбда-функция [Л.12]:

$$\Lambda_0(\vartheta, k') = 2/\pi [E(k') F(\vartheta, k) + K(k') E(\vartheta, k) - K(k') F(\vartheta, k)];$$

$$\vartheta = \operatorname{arcsin} \sqrt{\frac{|n_2| - k'^2}{|n_2| k^2}} = \operatorname{arcsin} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right) \left(1 + \frac{a_0}{a_1}\right)}{2 \left(1 - \frac{a_0}{a_2}\right)}} \approx \frac{1}{2} \left[ \left( \operatorname{arcsin} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_0}{a_1} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}} \right].$$

Учитывая, что

$$E(k') \approx 1 + \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{4}{k} \right) - \frac{1}{2} \right] k^2 \approx 1 +$$

$$+ \frac{a_0}{a_1} \ln \left( \frac{4a_1}{a_0} \right) - \frac{a_0}{a_1};$$

$$F(\vartheta, k) \approx \vartheta + \frac{a_0}{a_1} (\vartheta - \sin \vartheta \cos \vartheta),$$

$$K(k') \approx \ln \left( \frac{4}{k} \right) + \frac{1}{4} \left[ \ln \left( \frac{4}{k} \right) - 1 \right] k^2 \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_0}{a_1} \right) \ln \frac{4a_1}{a_0}, \quad (\text{П2-2})$$

$$E(\vartheta, k) \approx \vartheta - \frac{a_0}{a_1} (\vartheta - \sin \vartheta \cos \vartheta);$$

$$\Lambda_0(\vartheta, k') \approx \frac{2}{\pi} \left[ \vartheta - \frac{a_0}{a_1} \sin \vartheta \cos \vartheta \left( 1 - \ln \frac{4a_1}{a_0} \right) \right]$$

и в результате

$$\Pi(n_2, k') \approx \frac{\left( 1 + \frac{a_0}{a_1} \right) \left[ \vartheta - \frac{a_0}{a_1} \sin \vartheta \cos \vartheta \left( 1 - \ln \frac{4a_1}{a_0} \right) \right]}{2 \frac{a_0}{a_1} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}. \quad (\text{П2-3})$$

Подставляя (П2-2) и (П2-3) в (12), получим

$$c_0 + a_2 \approx a_2 \left[ 1 - \frac{\operatorname{arcsin} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}{\sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2} - 1} \ln \frac{4a_1}{a_0}} \right]^{-1} \quad (\text{П2-4})$$

Так как

$$F(\varphi, k) \approx \varphi + \frac{1}{4} k^2 (\varphi - \sin \varphi \cos \varphi) \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_0}{a_1} \right) \operatorname{arcsin} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}, \quad (\text{П2-5})$$

то подстановка (П1-1), (П2-4) и (П2-5) в (10) дает

$$C_{12} \approx \varepsilon \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{a_2}{a_1} - \frac{\operatorname{arcsin}^2 \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}{\ln \frac{4a_1}{a_0}} \right), \quad (\text{П2-6})$$

а (6а) в (П2-6) — формулу (13).

Поскольку при  $\frac{a_0}{a_1} \ll 1$  и  $\frac{a_0}{a_2} \ll 1$  значения  $n_1 \ll 1$  и  $k \ll 1$ ,

то

$$\Pi(n_1, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 + n_1 \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \approx$$

$$\approx \int_0^{\pi/2} (1 - n_1 \sin^2 \varphi) \left( 1 + \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \varphi \right) d\varphi \approx$$

$$\approx \int_0^{\pi/2} d\varphi + \left( \frac{1}{2} k^2 - n_1 \right) \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi \approx \frac{\pi}{2} \left( 1 + 2 \frac{a_0}{a_1} - \frac{a_0}{a_2} \right), \quad (П2-7)$$

$$K(k) \approx \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} k^2 \right) \approx \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{a_0}{a_1} \right). \quad (П2-8)$$

С учетом (П2-4), (П2-7) и (П2-8) формула (11) примет вид

$$C_{12} \approx \varepsilon \frac{2 \arcsin \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}}{\ln \frac{4a_1}{a_0}}. \quad (П2-9)$$

Подставляя (6а) в (П2-9), находим искомую формулу (14).

**Приложение 3.** Измерение частичных емкостей в преобразователях.

Для определения частичной емкости  $C_{12}$  использовались преобразователи со следующими размерами: отношение  $h/l = 1; 1,25$  и  $1,51$ ;  $l = 59$  мм; длины высокопотенциального и охранного электродов 300, 100 и 100 мм соответственно; отношение расстояния между охранным и низкопотенциальным электродами к длине последнего составляло 0,03%. Проводящая пластина имела толщину  $t = 0,08$  мм и ширину  $2b = 1,9; 3,07; 4,97; 9,85$  и  $14,77$  мм. Преобразователь помещался в общий экран, с которым электрически соединялись исследуемая пластина, а также экранные и охранные электроды. Измерение частичной емкости  $C_{12}$  осуществлялось с помощью трансформаторного моста переменного тока на частоте 150 кГц с погрешностью 0,05%. Общая погрешность эксперимента не превышала 1%.

Аналогичные условия соблюдались и при экспериментальном определении емкости  $C_{13}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грохольский А. Л., Никулин В. И. О перспективах применения емкостных датчиков. — Автометрия, 1967, № 1, с. 17—23.
2. Грохольский А. Л., Соболевский К. М. Мосты переменного тока с индуктивно связанными плечевыми элементами. — Автометрия, 1965, № 1, с. 68—75.
3. Lampard D. G. A new theorem in electrostatics with applications to calculable standards of capacitance. — Proc. IEE, 1957, January, Monograph No. 216M, p. 10.
4. Lampard D. G., Cutkosky R. D. Some results on the cross-capacitances per unit length of cylindrical three-terminal capacitors with thin dielectrical films on their electrodes. — Proc. IEE, 1960, January, Monograph No. 351M, p. 112—119.
5. Кротков И. Н. Теоретические основы методики воспроизведения единицы электрической емкости. — Измерительная техника, 1976, № 4, с. 71—76.
6. Система автоматического измерения диаметра электропроводящего волокна/ Горбов М. М., Цирилин А. М., Федотов В. К., Яков В. К. — Механизация и автоматизация производства, 1976, № 4, с. 24—25.
7. А. с. № 532752 (СССР). Устройство для бесконтактного измерения площади поперечного сечения провода/ Горбов М. М., Федотов В. К. Оpubл. в Б. И., 1976, № 39.
8. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. Л., Энергия, 1969.
9. Журавский А. М. Справочник по эллиптическим функциям. М.: Изд. АН СССР, 1941.
10. Сочнев А. Я. Применение метода непосредственного определения напряженности к расчетам плоскопараллельных полей. — ЖТФ, 1967, вып. 3, т. 37, с. 453—466.
11. Беляков В. М., Кравцова Р. И., Раппопорт М. Г. Таблицы эллиптических интегралов. Т. I и II. Изд. АН СССР, 1962—1963, с. 1442.
12. Byrd P. F., Friedman M. D. Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Physicists. Berlin; Göttingen; Heidelberg: Springer-Verlag, 1954.
13. Сегал Б. И., Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы. М.: Изд. АН СССР, 1950.
14. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1965.

[20.6.1977]

УДК 621.3.014.12:538.6.001.57

## Электрическое моделирование магнитного поля поверхностных токов

Доктор техн. наук ПАВЛОВСКИЙ Р. А., инж. КАСАТКИН В. Н.

Ленинград

При разработке различных электромагнитных систем широкое применение находят методы моделирования магнитных полей на электрических моделях (электролитических ваннах, электрических сетках и др.). Основанные на известной аналогии между постоянными магнитным и электрическим полями эти модели в отличие от магнитных являются более простыми, позволяют легче изменять исходные параметры систем и, кроме того, обеспечивают большую точность при измерении характеристик поля.

Методы электрического моделирования магнитных полей подробно рассмотрены в [Л. 1—7], при этом показано, что наиболее эффективным методом моделирования вихревого магнитного поля токов является сведение его к потенциальному полю эквивалентных источников — магнитных зарядов.

Вместе с тем при произвольном распределении тока в пространстве определение плотности эквивалентных источников наталкивается на ряд трудностей, связанных с неоднозначностью решения этой задачи.

Ниже показано, что в частном случае, когда ток распределен по поверхности, эквивалентные источники магнитного поля могут быть представлены в виде простого слоя, плотность которого определяется однозначно путем решения вспомогательной краевой задачи. Такой подход может использоваться при электрическом моделировании магнитных полей, создаваемых в неоднородной среде различными оболочками с током, тонкослойными обмотками и т. п. Отметим также, что в качестве частного случая системы с поверхностным распределением тока может рассматриваться система разнесенных между собой проводов.

Пусть на замкнутой поверхности  $S$  задано распределение тока, характеризующее его поверхностной плотностью  $\vec{i}$  (рис. 1). Как известно, магнитное поле, создаваемое поверхностным током, вне и внутри  $S$  описывается уравнениями:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mu \vec{H} = 0 \quad (2)$$

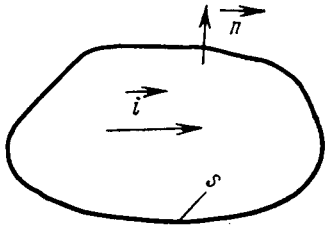


Рис. 1. Схема оболочки с током.

с граничными условиями на поверхности  $S$ :

$$\text{Rot } \vec{H} = \vec{i}; \quad (3)$$

$$\text{Div } \mu \vec{H} = 0, \quad (4)$$

где

$$\text{Rot } \vec{H} = [\vec{n}, (\vec{H}_e - \vec{H}_i)]; \quad (5)$$

$$\text{Div } \mu \vec{H} = \vec{n}(\mu_e \vec{H}_e - \mu_i \vec{H}_i); \quad (6)$$

$\vec{n}$  — внешняя нормаль к поверхности  $S$ , а индексы  $e$  и  $i$  относятся к внешней и внутренней (по отношению к  $S$ ) областям соответственно.

В данном случае для описания поля  $\vec{H}$  как вне, так и внутри  $S$ , можно ввести скалярный потенциал. При этом разрыв касательной составляющей поля (а следовательно, и потенциала) можно учесть, заменив поверхностный ток двойным магнитным слоем, плотность которого  $\tau$  связана с поверхностной плотностью тока известным (см., например [Л. 8]) соотношением:

$$\vec{i} = \frac{1}{\mu} [\text{grad}_s \tau, \vec{n}], \quad (7)$$

где индекс  $s$  означает, что рассматривается градиент в точке на поверхности  $S$ .

Таким образом, моделирование магнитного поля поверхностных токов может осуществляться заданием на поверхности  $S$  двойного электрического слоя. Однако реализация на электрической модели двойного слоя заданной плотности вызывает определенные технические трудности и, главное, приводит к заметной погрешности, обусловленной конечными размерами тоководящих элементов и конечным расстоянием между ними. Поэтому возникает вопрос о возможности замены поверхностного распределения тока не двойным, а простым слоем и об однозначном определении его плотности.

Следуя общему подходу, развитому в [Л. 1—5], введем вектор  $\vec{H}_0$ , непрерывный в области  $V$ , ограниченной поверхностью  $S^*$ , удовлетворяющий уравнениям:

$$\text{rot } \vec{H}_0 = 0; \quad (8)$$

$$\text{div } \mu \vec{H}_0 = 0 \quad (9)$$

и следующему граничному условию на поверхности  $S$ :

$$\text{Rot } \vec{H}_0 = \vec{i}. \quad (10)$$

Обозначим

$$\vec{H} - \vec{H}_0 = \vec{H}_s. \quad (11)$$

Тогда, исходя из (1) — (6) и (8) — (11), приходим к следующим уравнениям и граничным условиям для вектора  $\vec{H}_s$ :

$$\text{rot } \vec{H}_s = 0; \quad (12)$$

$$\text{div } \mu \vec{H}_s = 0; \quad (13)$$

$$\text{Rot } \vec{H}_s = 0; \quad (14)$$

$$\text{Div } \mu \vec{H}_s = -\text{Div } \mu \vec{H}_0. \quad (15)$$

В соответствии с (12) можно ввести скалярный потенциал  $\psi$  ( $H_s = -\text{grad } \psi$ ), удовлетворяющий уравнению

$$\text{div } \mu \text{grad } \psi_{e,i} = 0 \quad (16)$$

и граничным условиям

$$\psi_e = \psi_i|_S; \quad (17)$$

$$\mu_e \frac{\partial \psi_e}{\partial n} - \mu_i \frac{\partial \psi_i}{\partial n} = -\sigma_m|_S, \quad (18)$$

где

$$\sigma_m = -\text{Div } \mu \vec{H}_0. \quad (19)$$

Таким образом, если распределение  $\vec{H}_0$  известно, то исследуемое магнитное поле поверхностных токов в соответствии с (11) приводится к потенциальному полю  $\vec{H}_s$ , создаваемому эквивалентными источниками, поверхностная плотность которых  $\sigma_m$  определяется по формуле (19).

Рассмотрим вопрос об определении поля вектора  $\vec{H}_0$ , который в дальнейшем будем называть сторонней намагниченностью. Покажем, что в рассматриваемом случае это поле может быть определено однозначно путем решения вспомогательной краевой задачи.

В силу (8) введем потенциал  $\psi_0$ :

$$\vec{H}_0 = -\text{grad } \psi_0, \quad (20)$$

назвав его соответственно потенциалом сторонней намагниченности. Как нетрудно видеть, он удовлетворяет уравнению:

$$\text{div } \mu \text{grad } \psi_0 = 0 \quad (21)$$

или, если внутри  $V$  среда однородна, уравнению Лапласа:

$$\Delta \psi_0 = 0. \quad (22)$$

Граничные условия для потенциала сторонней намагниченности могут быть легко получены в предположении, что  $\vec{H}_0 = 0$  вне области  $V$ . Действительно, в этом случае в соответствии с (10) для касательной составляющей  $\vec{H}_0$  имеем:

$$\vec{H}_{0,s} = \pm [\vec{n}, \vec{i}]. \quad (23)$$

\* Область  $V$  может быть как внутренней, так и внешней по отношению к  $S$  (о выборе области  $V$  см. ниже).



Отсюда легко найти распределение потенциала  $\psi_0$  на границе:

$$\psi_0(P_s) = \pm \int_{P_0}^{P_s} [\vec{i}, \vec{n}] d\vec{l}^{**}, \quad (24)$$

где  $P_s$  — текущая точка поверхности  $S$ ;  $P_0$  — точка нулевого потенциала, а интегрирование ведется по любому контуру, лежащему на поверхности  $S$ .

Таким образом, определение потенциала сторонней намагниченности сводится к решению краевой задачи (21) и (24), которая в случае однородной среды внутри  $V$  переходит в задачу Дирихле (22) и (24). Соответственно поверхностная плотность эквивалентных источников находится как

$$\sigma_m = \mu H_{0,n}|_S = -\mu \frac{\partial \psi_0}{\partial n} \Big|_S^{***}. \quad (25)$$

Распределение  $\psi_0$  на границе определяется (24) с точностью до произвольной постоянной, зависящей от выбора точки  $P_0$ . Если область  $V$  внутренняя, то эта постоянная может выбираться произвольно, если же область  $V$  внешняя, ее необходимо определить из условия

$$\int_S \frac{\partial \psi_0}{\partial n} ds = 0.$$

В ряде случаев точка  $P_0$  может быть выбрана из соображений симметрии распределения тока  $\vec{i}$ .

Решение задачи определения  $\psi_0$  и соответственно  $\sigma_m$  может осуществляться как расчетным путем (если область  $V$  имеет простую форму), так и с помощью моделирования.

Для упрощения указанной задачи путем сведения ее к задаче Дирихле с граничными условиями (24) область  $V$  целесообразно выбирать таким образом, чтобы в ней выполнялось условие  $\mu = \text{const}$ . Так, если магнитные неоднородности локализованы целиком вне или внутри поверхности  $S$ , то область  $V$  выбирается соответственно внутренней или внешней.

Особое значение имеет правильный выбор области  $V$  в тех случаях, когда поверхность, на которой распределен ток, не замкнута (например, тонкослойные катушки или предельный случай — разнесенные между собой провода с током). В этих случаях поверхность  $S$  необходимо выбрать таким образом, чтобы она

совпадала с поверхностями, на которых распределен ток;

имела наиболее простую форму;

не содержала внутри (или вне) себя неоднородную среду.

Если же рассматриваемая система такова, что выбором поверхности  $S$  не удастся локализовать

\*\* В формулах (23) и (24) знак плюс относится к случаю, когда область  $V$  внутренняя (по отношению к  $S$ ), а минус — внешняя.

\*\*\* Формулы (7), (22), (24) и (25) устанавливают связь между двойным и простым слоями, создающими одинаковое поле вне (или внутри)  $S$ . Эта связь может использоваться при исследовании потенциальных полей в различных приложениях.

неоднородность внутри (или вне) ее, то возникает необходимость решения уравнения (21), что несколько усложняет задачу. Вообще говоря, и в этом случае можно определять  $\psi_0$  как решение уравнения Лапласа (22) с условием (23). Однако в дальнейшем при моделировании поля  $\vec{H}_0$  на границах подобластей с различными значениями проницаемости  $\mu'$  и  $\mu''$  необходимо задавать граничное условие

$$\mu' H'_{zn} - \mu'' H''_{zn} = (\mu' - \mu'') H_{0,n}. \quad (26)$$

Реализация условия (26) достигается, как известно, вводом на границе подобластей дополнительных источников тока.

Таким образом, методика электрического моделирования магнитного поля поверхностных токов заключается в следующем:

выбирается область определения сторонней намагниченности с учетом приведенных выше требований;

путем расчета или моделирования решается вспомогательная краевая задача (22) и (24) в области  $V$  и с помощью соотношения (25) находится поверхностная плотность эквивалентных источников  $\sigma_m$ ;

моделируется поле эквивалентных источников  $\vec{H}_0$  с учетом реальной неоднородности среды;

определяется искомое поле  $\vec{H}$  как

$$\vec{H} = \begin{cases} \vec{H}_0 & \text{вне } V; \\ \vec{H}_0 + \vec{H}_m & \text{внутри } V. \end{cases} \quad (27)$$

Рассмотрим соотношения, связывающие между собой магнитные величины реальной системы и электрические величины моделей. При этом в приводимых ниже формулах величины модели, служащей для определения поля  $\vec{H}_0$ , обозначим индексом «1», а величины модели, служащей для определения поля  $\vec{H}_m$  — индексом 2. \*\*\*\*

При определении поля  $\vec{H}_0$  связь между магнитными и электрическими величинами должна отвечать соотношениям:

$$\frac{\psi_0}{\psi_{0\max}} = \frac{U_1}{U_{1\max}}; \quad (28)$$

$$\frac{H_0 l}{\psi_{0\max}} = \frac{E_1 l_1}{U_{1\max}}; \quad (29)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{\gamma_1}{\gamma_{1,0}}, \quad (30)$$

где  $U_1$ ,  $E_1$  — потенциал и напряженность электрического поля модели 1;  $\psi_{0\max}$ ,  $U_{1\max}$  — максимальные значения соответственно потенциала сторонней намагниченности и электрического потенциала модели 1, принятые за масштаб<sup>1</sup>;  $l$ ,  $l_1$  — сходственные геометрические параметры (масштабы длины) ре-

\*\*\*\* Вообще говоря, на практике для решения обеих указанных задач, как правило, может использоваться одна и та же модель (см. приведенный далее пример).

<sup>1</sup> Значение  $\psi_{0\max}$  определяется граничным условием (24), а значение  $U_{1\max}$  техническими характеристиками модели 1.

альной системы и модели 1 соответственно;  $\gamma_1$  — удельная электропроводность среды у модели 1;  $\mu_0$ ,  $\gamma_{1,0}$  — характерные значения (масштабы) магнитной проницаемости и удельной электропроводности в сходственных точках.

Из (25) с учетом (29) следует:

$$\sigma_m = -\mu \frac{l_1}{l} \frac{\psi_{0 \max}}{U_{1 \max}} E_{1n}. \quad (31)$$

При моделировании магнитного поля  $\vec{H}_0$  по найденному распределению эквивалентных источников  $\sigma_m$  аналогичные соотношения имеют вид:

$$\frac{\psi_{\mu_0 l}}{\sigma_{m \max}} = \frac{U_{2,0} \gamma_{2,0} l_2}{\sigma_{\varepsilon \max}}; \quad (32)$$

$$\frac{\mu_0 H_0}{\sigma_{m \max}} = \frac{\gamma_{2,0} E_2}{\sigma_{\varepsilon \max}}; \quad (33)$$

$$\sigma_m / \sigma_{m \max} = \sigma_{\varepsilon} / \sigma_{\varepsilon \max}; \quad (34)$$

$$\mu / \mu_0 = \gamma_2 / \gamma_{2,0}. \quad (35)$$

где  $\sigma_{\varepsilon}$  — поверхностная плотность источников тока модели 2;  $\sigma_{m \max}$ ,  $\sigma_{\varepsilon \max}$  — максимальные значения (масштабы) плотности эквивалентных источников магнитного поля и плотности источников тока на модели 2\*\*\*\*;  $\gamma_2$  — удельная электропроводность среды у модели 2.

Из (31) и (33) получаем

$$\vec{H}_0 = \frac{\psi_{0 \max}}{U_{1 \max}} \frac{\gamma_{2,0} E_{1n \max}}{\sigma_{\varepsilon \max}} \frac{l_1}{l} \vec{E}_2. \quad (36)$$

Формула (36) служит для расчета поля  $\vec{H}_0$  по заданным параметрам рассматриваемой системы источников магнитного поля и характеристикам моделей 1 и 2.

В качестве примера использования предлагаемого метода рассмотрим моделирование магнитного поля четырехпроводной линии, расположенной внутри бесконечно длинного цилиндрического экрана квадратного сечения со стороной  $c$  (см. рис. 2), выполненного из ферромагнитного материала с магнитной проницаемостью  $\mu$  ( $\mu \gg \mu_0$ , где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость окружающей среды) и имеющего толщину  $\delta$ , много меньшую размеров экрана ( $\delta \ll c$ ). Последнее позволяет принять на поверхности экрана приближенные граничные условия (см. [Л. 10]) в виде:

$$\psi_e - \psi_i \approx 0; \quad (37)$$

$$\frac{\partial \psi_e}{\partial n} - \frac{\partial \psi_i}{\partial n} \approx \frac{\mu \delta}{\mu_0} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2}, \quad (38)$$

где  $n$ ,  $s$  — внешняя нормаль и касательная к поверхности экрана, а индексы  $e$  и  $i$  соответствуют областям вне и внутри экрана.

Моделирование магнитного поля рассматриваемой системы осуществлялось для случая  $b/a = 3/5$ ,  $c/a = 6/5$ . При этом использовалось моделирующее устройство в виде электрической сетки размером  $64 \times 32$  шага, построенной в декартовых координатах. Шаговые сопротивления сетки имели значение 1 кОм. Для уменьшения погрешности за счет ко-

\*\*\*\* Значение  $\sigma_{m \max}$  определяется по формуле (31) при  $E_{1n} = E_{1n \max}$ , значение  $\sigma_{\varepsilon \max}$  определяется техническими характеристиками модели 2.

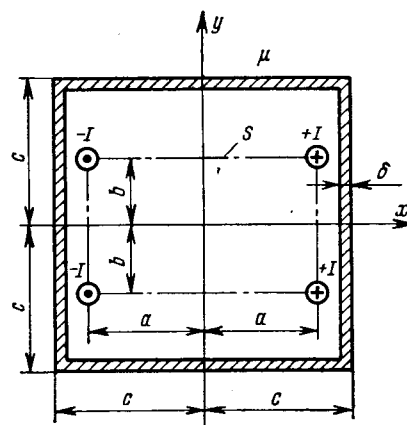


Рис. 2. Система параллельных проводов с током в тонкостенном экране.

нечных размеров сетки по ее периферии были включены дополнительные сопротивления, образующие так называемый удлинитель [Л. 9].

На сетке последовательно решались задачи определения поля сторонней намагниченности (плотности эквивалентных источников) и магнитного поля вне экрана.

В данном случае при решении первой из указанных задач в качестве поверхности  $S$ , ограничивающей область определения сторонней намагниченности  $V$ , может быть принята, вообще говоря, произвольная поверхность, лежащая внутри экрана и проходящая через проводники с током. Из соображений простоты в качестве  $S$  была выбрана цилиндрическая поверхность прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$ . При этом поверхностная плотность тока определялась как

$$i = i(x, y) = \pm I [\delta(y-b) + \delta(y+b)] \text{ при } x = \pm a,$$

где  $\delta$  — дельта-функция.

Соответствующие такому распределению плотности тока граничные значения потенциала сторонней намагниченности  $\psi_0$ , полученные в соответствии с (24), приведены на рис. 3. В силу симметрии системы токов распределение  $\psi_0$  также симметрично, причем в точках расположения проводов, где  $\psi_0$  испытывает конечный разрыв, были приняты его средние значения.

За масштабы потенциала сторонней намагниченности и длины исходной системы были приняты величины:  $\psi_{0 \max} = I$ ;  $l = a$ .

Соответствующие и масштабы у электрической модели имели следующие значения:  $U_{1 \max} = 10$  В;  $l_1 = 5h$ , где  $h$  — шаг сетки.

В соответствии со значением шаговых сопротивлений сетки

$$\gamma_1 = \gamma_{1,0} = 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}.$$

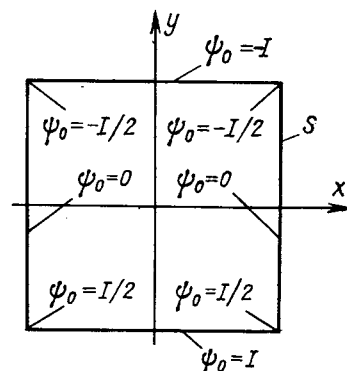


Рис. 3. Область определения сторонней намагниченности.

Поскольку моделируемое поле  $\Phi_0$  симметрично относительно осей координат, на модели отражалась лишь четверть исходной области:  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$  (см. рис. 4), при этом граничные условия имели вид:

$$U^*_1 = \begin{cases} -1 & \text{при } 0 \leq x^M < 5, y^M = 3; \\ -\frac{1}{2} & \text{при } x^M = 5, y^M = 3; \\ 0 & \text{при } x^M = 5, 0 \leq y^M < 3; \\ & 0 \leq x^M \leq 5, y^M = 0; \end{cases}$$

$$\frac{\partial U^*_1}{\partial x^M} = 0 \text{ при } x^M = 0, 0 < y^M < 3;$$

$$U^*_1 = U_1/U_{10},$$

где  $x^M, y^M$  — координаты точек модели (выраженные в шагах сетки).

При указанных граничных условиях определялись значения нормальной составляющей электрического поля модели на границе

$$E_{1n} = \begin{cases} E_{1y} & \text{при } y = 3; \\ E_{1x} & \text{при } x = 5 \end{cases}$$

как разности потенциалов между соответствующими соседними узловыми точками, отнесенные к шагу сетки. Найденное распределение  $E_{1n}$  на поверхности  $S$ :

$x^M, h$	$y^M, h$	$E_{1n}, B h^{-1}$	$x^M, h$	$y^M, h$	$E_{1n}, B h^{-1}$
0	3	-3,39	4	3	-5,58
1	3	-3,45	5	3	-0,59
2	3	-3,62	5	2	4,40
3	3	-4,14	5	1	1,79

В точке  $x^M=5, y^M=3$  значение  $E_{1n}$  определялось как среднее из значений этой величины в двух узловых точках, соседних с указанной.

Как видно из приведенных данных,

$$|E_{1n \max}| = 5,58 B h^{-1}.$$

При моделировании магнитного поля  $\vec{H}_0$  схема расположения граничных узловых точек, аппроксими-

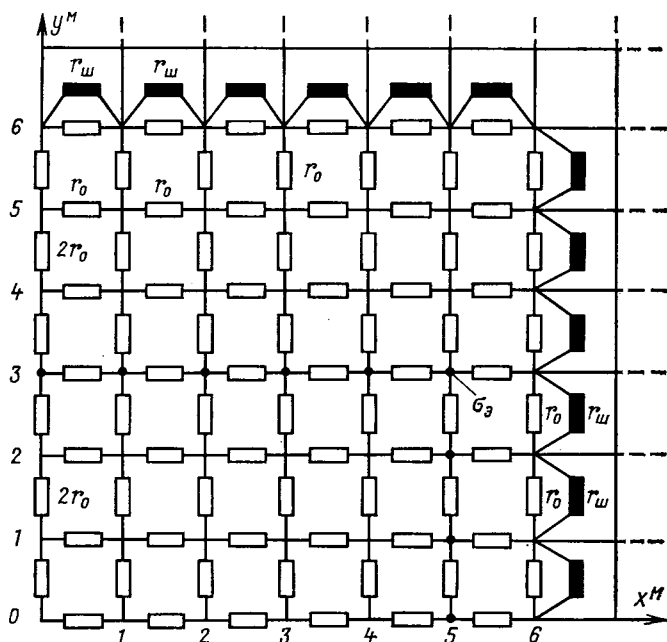


Рис. 4. Схема задания граничных условий на электрической сетке.

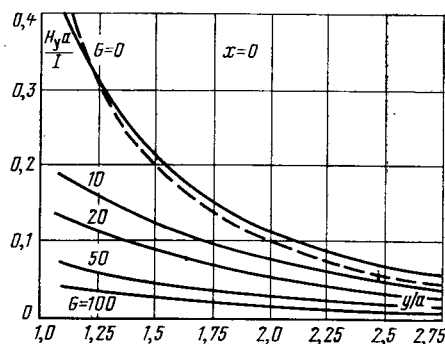


Рис. 5. Результаты моделирования (—) и расчета (---).

мирующих поверхность  $S$ , оставалась неизменной (см. рис. 4). В эти узловые точки подавался ток, распределение которого  $\sigma_z$  было подобно распределению  $E_{1n}$  найденному при решении предыдущей задачи.

Поверхность экрана аппроксимировалась с помощью шунтирующих сопротивлений  $r_{ш}$ , значения которых определялись в соответствии с граничными условиями (38):

$$r_{ш} = \frac{r_0}{G}, \quad G = \frac{\mu \delta}{\mu_0 l_h},$$

где  $l_h$  — размер натуре, соответствующий одному шагу сетки

$$(l_h = \frac{a}{5}).$$

На остальной части границы задавались условия

$$U_2 = 0 \text{ при } y^M = 0;$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial x^M} = 0 \text{ при } x^M = 0.$$

Моделирование осуществлялось для различных значений  $G$  при следующих значениях параметров модели:

$$\sigma_{z \max} = 2,79 \cdot 10^{-3} A h^{-2}; \quad \gamma_2 = \gamma_{2,0} = \gamma_{1,0} = 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} h^{-1}.$$

Так же, как и при решении предыдущей задачи, измерялись значения составляющих напряженности электрического поля по осям координат  $E_{2x}, E_{2y}$ . Далее с помощью формулы (36) вычислялись соответствующие составляющие напряженности магнитного поля  $\vec{H} = \vec{H}_0$ .

Некоторые из полученных результатов, позволяющих судить о степени ослабления магнитного поля в зависимости от величины  $G$ , характеризующей параметры экрана, представлены на рис. 5. Там же для сравнения приведена расчетная кривая для  $G=0$ .

Сравнение результатов расчета и моделирования как в рассматриваемом случае, так и при решении ряда других задач показывает, что предлагаемый подход обеспечивает вполне приемлемую точность при электрическом моделировании магнитного поля, создаваемого поверхностным распределением тока.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. Л., Энергия, 1974.
2. Грешняков В. М. Приведение квазистационарного магнитного поля к потенциальному полю источников. — Электричество, 1960, № 8.
3. Демирчян К. С. Общий метод моделирования вихревых магнитных полей в однородной среде. — Электричество, 1966, № 9.
4. Демирчян К. С. Моделирование вихревого магнитного поля в неоднородной среде. — Электричество, 1967, № 6.
5. Демирчян К. С., Чечурин В. А. Метод расчета вихревых магнитных полей с помощью скалярного магнитного потенциала. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 4.
6. Основич Л. Д. Приведение стационарного магнитного поля к потенциальному полю без источников. — Изв. Сиб. отд. АН СССР. Сер. техн. наук, 1969, № 8, вып. 2.
7. Okoshi T. Resistance Network Analog Simulation of the Magnetic Field Produced by a Solenoid. — IEEE Trans. on Electr. Div., 1965, vol. 12, No. 1.
8. Тозони О. В. Электромагнитное поле в однородной среде при заданном распределении источников. — В кн.: Кибернетика и вычислительная техника. Киев, Наукова думка, 1972, вып. 17.
9. Ниццкий Л. В. Аналоговые и разностные методы решения внешних краевых задач. — Учен. записки Рижского политех. ин-та, 1965, вып. 2, т. 12.
10. Цейтлин Л. А. Об определении магнитных и электрических полей тонких слоев и оболочек. — ЖТФ, 1958, № 6, т. 28.

[21.4.1977]

УДК 621.365.5.001.24

## Аналитический расчет цилиндрических индукционных систем

ЛУПИ С., НЕМКОВ В. С.

Аналитический расчет индукционных систем для нагрева длинных сплошных и полых цилиндров внешними индукторами произвольной длины приведен во многих работах [Л. 1—5]. Для немагнитных сплошных и полых цилиндров составлены таблицы и номограммы, позволяющие быстро найти параметры индукторов. Расчет внутренних индукторов рассмотрен значительно меньше, в основном для нагрузки в виде тонкостенной трубы [Л. 1, 4 и 6]. Усложнение системы, связанное с учетом многослойности загрузки [Л. 7] и наличия магнитопроводов, приводит к резкому увеличению числа характеризующих ее независимых переменных, усложнению конечных формул и практической нецелесообразности построения расчетных таблиц и графиков для всего пространства параметров. В то же время широкое применение ЦВМ позволяет производить счет для каждого конкретного случая. При этом можно значительно расширить объем получаемой информации, рассчитывая не только интегральные параметры индукторов, но и распределение электромагнитного поля и мощности. Для сложных систем при расчете на ЭВМ становится удобным построить алгоритм, не используя громоздких конечных формул [Л. 8].

Такой подход использован в статье для расчета системы с двухслойной цилиндрической нагрузкой, внутренней или наружной по отношению к обмотке индуктора. Предусматривается наличие магнитопроводов без потерь и с большой магнитной проницаемостью. Эта система охватывает большое число практически интересных случаев индукторов, однако при необходимости алгоритм легко может быть перестроен и на случай нагрузки из большего числа слоев путем увеличения порядка матричного уравнения, описывающего граничные условия для векторов поля на поверхностях раздела слоев.

Выражения для векторного потенциала. Рассматриваемые системы (рис. 1) состоят из ряда одинаковых равноудаленных обмоток с равными токами  $I$  и числами витков  $N$ , цилиндрической двухслой-

ной нагрузки, расположенной внутри обмоток или снаружи от них, и внешнего или внутреннего магнитопровода с большой магнитной проницаемостью ( $\mu \rightarrow \infty$ ). Электромагнитные свойства материала  $\rho_i$  и  $\mu_i$  в пределах каждого слоя считаются постоянными. Приняв за начало цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$  центр одной из обмоток и учитывая симметрию и периодичность поля по оси  $z$ , для векторного потенциала поля можем записать следующее выражение<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{A}_i = & [B'_0 I_1(\alpha_{0i} r) + B''_0 K_1(\alpha_{0i} r)] + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} [B'_n I_1(\alpha_{ni} r) + B''_n K_1(\alpha_{ni} r)] \cos \lambda_n z, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $B'_n$  и  $B''_n$  — неизвестные коэффициенты;  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $i = 1, 2, 3$  — индекс, характеризующий рассматриваемую область;

$\lambda_n = \frac{\pi n}{L}$  — постоянная разделения переменных;

$$\alpha_{ni} = \sqrt{\lambda_n^2 + 2j/\delta_i^2}; \quad j = \sqrt{-1};$$

$\delta_i = \sqrt{\frac{2\rho_i}{\omega \mu_0 \mu_i}}$  — глубина проникновения тока в материал  $i$ -го слоя;  $I_1, K_1$  — модифицированные функции Бесселя первого порядка.

Остальные обозначения соответствуют рис. 1 или являются общепринятыми.

Для воздушного промежутка ( $i=3$ ), содержащего обмотки,  $\alpha_{n3} = \lambda_n$  и первый член выражения (1), соответствующий нулевой пространственной гармонике ( $n=0$ ), должен быть заменен на  $(B'_0 r + B''_0/r)$ .

В этой области оказывается удобным представить векторный потенциал  $\dot{A}_3$  в виде суммы поля

<sup>1</sup> В статье векторный потенциал характеризуется величиной  $\dot{A} = \dot{A}_{m\varphi} / \sqrt{2}$ , где  $\dot{A}_{m\varphi}$  — комплексная амплитуда азимутальной составляющей потенциала.

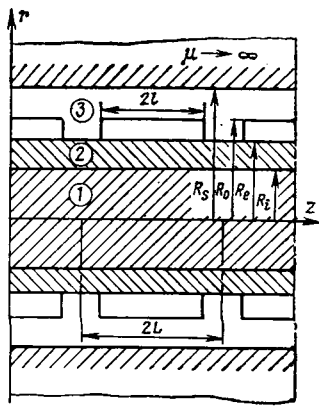


Рис. 1. Эскиз системы с внешними периодическими индукторами.

возбуждения  $\dot{A}_e$  пустых катушек и поля реакции  $\dot{A}_r$  нагрузки и магнитопровода ( $\dot{A}_3 = \dot{A}_{3e} + \dot{A}_{3r}$ ).

Потенциал поля возбуждения имеет вид [Л. 1 и 4]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_{3e} &= \frac{p_0}{2} \frac{r}{R_0} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n I_1(\lambda_n r) K_1(\lambda_n R_0) \cos \lambda_n z \\ \text{при } r \leq R_0; \\ \dot{A}_{3e} &= \frac{p_0}{2} \frac{R_0}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n I_1(\lambda_n R_0) K_1(\lambda_n r) \cos \lambda_n z \\ \text{при } r \geq R_0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{где } p_0 = \mu_0 R_0 \frac{N I}{2L}; \quad p_n = \frac{2}{\pi} \mu_0 R_0 \frac{N I}{2L} \frac{\sin \lambda_n L}{n}.$$

На основе формул (1) и (2) получаем выражения для векторного потенциала в разных слоях.

Для системы с внешними индукторами

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_n I_1(\gamma_n r) \cos \lambda_n z; \\ \dot{A}_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n [L_n I_1(\beta_n r) + M_n K_1(\beta_n r)] \cos \lambda_n z; \\ \dot{A}_3 &= \dot{A}_{3r0} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n [T_n I_1(\lambda_n r) + S_n K_1(\lambda_n r)] \cos \lambda_n z. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $\gamma_n = \alpha_{n1}$ ;  $\beta_n = \alpha_{n2}$ ;  $\dot{A}_{3r0}$  — потенциал поля реакции для нулевой пространственной гармоники. Величину  $\dot{A}_{3r0}$  легко получить из рассмотрения одномерной задачи:

для внешних индукторов с магнитопроводом или без него (рис. 1)

$$\dot{A}_{3r0} = \frac{p_0}{2} \frac{R_0}{r} T_0;$$

для внутренних индукторов без магнитопровода

$$\dot{A}_{3r0} = \frac{p_0}{2} \frac{r}{R_0} T_0;$$

для внутренних индукторов с магнитопроводом

$$\dot{A}_{3r0} = \frac{p_0}{2} \frac{R_0}{r} \left[ T_0 - \left( \frac{r}{R_0} \right)^2 \right].$$

Неизвестные коэффициенты  $F_n$ ,  $L_n$ ,  $M_n$ ,  $S_n$  и  $T_n$  в формулах (3) находим из условий непрерывности векторного потенциала и тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля  $H_z$  на гра-

ницах раздела сред ( $r=R_e$  и  $r=R_i$ ), а также из условия  $H_z=0$  на поверхности магнитопровода.

Для произвольной гармоники ( $n \neq 0$ ) получаем матричное уравнение, справедливое как для внутренних, так и для внешних индукторов

$$\begin{vmatrix} c_{11} & -I_1(\beta_n R_i) & -K_1(\beta_n R_i) & 0 & 0 \\ c_{21} & -I_0(\beta_n R_i) & K_0(\beta_n R_i) & 0 & 0 \\ 0 & I_1(\beta_n R_e) & K_1(\beta_n R_e) & -K_1(\lambda_n R_e) & -I_1(\lambda_n R_e) \\ 0 & u_n I_0(\beta_n R_e) & -u_n K_0(\beta_n R_e) & K_0(\lambda_n R_e) & -I_0(\lambda_n R_e) \\ 0 & 0 & 0 & -K_0(\lambda_n R_s) & I_0(\lambda_n R_s) \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} F_n \\ L_n \\ M_n \\ S_n \\ T_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Для внешних индукторов (рис. 1)

$$\begin{aligned} c_{11} &= I_1(\gamma_n R_i); \quad c_{21} = u_n I_0(\gamma_n R_i); \\ c_1 &= K_1(\lambda_n R_0) I_1(\lambda_n R_e); \\ c_2 &= K_1(\lambda_n R_0) I_0(\lambda_n R_e); \\ c_3 &= I_1(\lambda_n R_0) K_0(\lambda_n R_s). \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } u_n = \frac{\beta_n}{\mu_2 \lambda_n} \text{ и } v_n = \frac{\mu_2 \gamma_n}{\mu_1 \beta_n}.$$

Для внутренних индукторов в выражениях для ( $c_{11}$ , ...,  $c_3$ )  $I_1$  нужно заменить на  $K_1$ , а  $I_0$  на  $(-K_0)$  и наоборот.

В случаях, когда магнитопровод отсутствует, число границ раздела сред равно двум и число неизвестных коэффициентов уменьшается до четырех. При этом  $T_n=0$  для системы с внешними индукторами и  $S_n=0$  — с внутренними. Остальные граничные условия и соответствующие им уравнения в (4) сохраняются.

Для нулевой гармоники ( $n=0$ ) неизвестные коэффициенты  $F_0$ ,  $L_0$ ,  $M_0$  и  $T_0$  могут быть найдены из матричного уравнения, составленного по-прежнему на основании граничных условий:

$$\begin{vmatrix} d_{11} & -I_1(\beta_0 R_i) & -K_1(\beta_0 R_i) & 0 \\ d_{21} & -I_0(\beta_0 R_i) & K_0(\beta_0 R_i) & 0 \\ 0 & I_1(\beta_0 R_e) & K_1(\beta_0 R_e) & d_{34} \\ 0 & I_0(\beta_0 R_e) & -K_0(\beta_0 R_e) & d_{44} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} F_0 \\ L_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ D_1 \\ D_2 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Значения членов  $d_{11}$ ,  $d_{21}$ ,  $d_{34}$ ,  $d_{44}$ ,  $D_1$  и  $D_2$  зависят от вида системы и приведены в таблице.

Зная выражения для векторного потенциала, можно легко найти как интегральные параметры, так и распределение поля и мощности в системе.

**Напряженности электрического и магнитного поля.** Напряженность электрического поля  $\vec{E}_i$  и плотность тока  $\vec{j}_i$  в произвольном слое  $i$

$$\vec{E}_i = \vec{\delta}_i \rho_i = -j\omega \vec{A}_i = \frac{\omega \mu_0 R_0}{4l} N i \vec{k}_E. \quad (6)$$

Составляющие напряженности магнитного поля  $\vec{H}_i$  находим на основании соотношения

$$\vec{H}_r + \vec{H}_z = \frac{\text{rot } \vec{A}_i}{\mu_i} = \frac{N I}{2l} (\vec{k}_{Hr} \vec{e}_r + \vec{k}_{Hz} \vec{e}_z). \quad (7)$$

Индуктор		Значение членов матричного уравнения (5)					
		$d_{11}$	$d_{21}$	$d_{31}$	$d_{41}$	$D_1$	$D_2$
Внешний		$I_1 (\gamma_0 R_i)$	$v_0 I_0 (\gamma_0 R_i)$	$-\frac{R_0}{2R_e}$	0	$\frac{R_e}{2R_0}$	$\frac{\mu_2}{\beta_0 R_0}$
Внутренний	с сердечником	$K_1 (\gamma_0 R_i)$	$-v_0 K_0 (\gamma_0 R_i)$	$-\frac{R_0}{2R_e}$	0	$\frac{R_0^2 - R_e^2}{2R_0 R_e}$	$-\frac{\mu_2}{\beta_0 R_0}$
	без сердечника	$K_1 (\gamma_0 R_i)$	$-v_0 K_0 (\gamma_0 R_i)$	$-\frac{R_e}{2R_0}$	$-\frac{\mu_2}{\beta_0 R_0}$	$\frac{R_0}{2R_e}$	0

Здесь для удобства введены безразмерные значения напряженностей —  $k_E$ ;  $k_{Hz}$  и  $k_{Hr}$ , аналогичные приведенным ранее [Л. 9] для внешних индукторов.

**Распределение мощности в нагрузке.** Удельную объемную мощность  $P_{vz}$  в 1 и 2 слоях нагрузки находим из (3) и (6) на основании уравнения:

$$p_{vz} = \frac{|E_i|^2}{\rho_i} = \frac{\omega^2}{\rho_i} |\dot{A}_i|^2. \quad (8)$$

Распределение мощности вдоль оси  $z$  может быть получено путем интегрирования  $p_{vz}$  по радиусу  $r$ , однако этот метод приводит к сложному выражению, включающему двойной ряд.

Так как для случая длинной нагрузки полная мощность распределена по ее длине практически так же, как и удельная мощность  $p_{vz}$  на поверхности, алгоритм расчета предусматривает вычисление отношения

$$k_{pz} = \frac{p_{vz}}{p_{v0}} = \left| \frac{k_E(R_e, z)}{k_E(R_e, 0)} \right|^2, \quad (9)$$

где  $p_{v0}$  — удельная мощность при  $z=0$  и  $R=R_e$ .

В некоторых случаях важно знать активные мощности, поглощаемые каждым слоем в отдельности. Выражение для расчета мощности  $P_1$  в слое 1 легко получить, применяя теорему Пойнтинга к поверхности радиуса  $R_i$  [Л. 9]. Полная активная мощность ( $P_1 + P_2$ ) определяется на основании выражения для сопротивления, вносимого нагрузкой в обмотку. Относительная мощность, выделяющаяся во внутреннем слое,

$$k_p = \frac{P_1}{P_1 + P_2}.$$

**Сопротивление индуктора.** Значение сопротивления индуктора  $z_i$  вычисляется из условия, что напряжение  $U$ , приложенное к обмотке, уравновешивает падение напряжения на активном сопротивлении  $r_0$  обмотки и э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ , наведенную в ее витках результирующим магнитным полем:

$$\mathcal{E}_0 = -j\omega\pi R_0 \frac{N}{l} \int_{-l}^l \dot{A}_s(R_0, z) dz. \quad (10)$$

Для внешних индукторов с магнитопроводом получаем при  $r_0=0$

$$z_i = r_i + jx_i = -\frac{\mathcal{E}_0}{I} = jx_{i0} \left\{ \frac{l}{L} (1 + T_0) + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{L}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [I_1(\lambda_n R_0) K_1(\lambda_n R_0) + S_n K_1(\lambda_n R_0) + T_n I_1(\lambda_n R_0)] \frac{\sin^2 \lambda_n l}{n^2} \right\}, \quad (11)$$

где  $x_{i0}$  — индуктивное сопротивление пустого индуктора без учета краевого эффекта.

Для внутренних индукторов с сердечником вместо  $(1 + T_0)$  в (11) нужно поставить  $T_0$ . При отсутствии магнитного экрана у внешних индукторов или сердечника у внутренних выражение (11) сохраняется с учетом того, что в этих случаях равны нулю соответственно  $T_n$  или  $S_n (n \neq 0)$ .

Расчет может быть выполнен не только для согласно включенных периодически расположенных индукторов (рис. 1), но также и в других случаях, представляющих практический интерес.

Встречно включенные индукторы. В этом случае, уже изученном для простых видов нагрузок [Л. 1, 2 и 5] векторный потенциал в системе с шагом индукторов  $2L$  может быть выражен через потенциалы двух систем с согласно включенными индукторами, расположенными с шагом  $2L$  и  $4L$ .

Сопротивление  $z_s$  одной обмотки при встречном включении равно

$$z_s = 2z_c'' - z_c', \quad (12)$$

где  $z_c''$  и  $z_c'$  — значения  $z_{ic}$ , вычисленные по формулам (11) для индукторов, расположенных с шагом  $4L$  и  $2L$  соответственно.

Одиночные индукторы. С возрастанием расстояния  $L$  между индукторами система рис. 1 сводится к случаю одиночных индукторов с бесконечно длинными нагрузкой и магнитопроводом. При этом ряд в (11) не сходится при  $L \rightarrow \infty$  и необходимо его преобразование в интеграл [Л. 4]. Достаточно точные результаты могут быть получены, однако, с помощью рядов при правильном выборе значений  $L$ , при которых магнитная связь между обмотками становится пренебрежимо малой.

Система с двумя индукторами. На практике часто встречается система из двух коаксиальных индукторов с различными радиусами и длинами, взаимодействием между которыми пренебречь нельзя. Сопротивление такой системы мож-

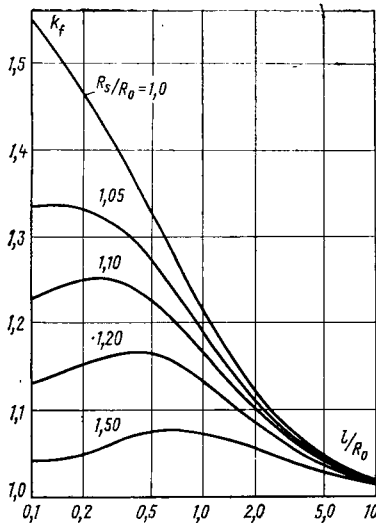


Рис. 2. Зависимость коэффициента, учитывающего влияние магнитопровода на индуктивность соленоида от его относительной длины.

но найти на основании соотношений:

$$\left. \begin{aligned} &\text{для последовательного соединения} \\ &\dot{z}_s = \dot{z}_A + \dot{z}_B + 2\dot{z}_{AB}; \\ &\text{для параллельного соединения} \\ &\dot{z}_p = \frac{\dot{z}_A \dot{z}_B - \dot{z}_{AB}^2}{\dot{z}_A + \dot{z}_B - 2\dot{z}_{AB}}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $\dot{z}_A$  и  $\dot{z}_B$  — сопротивления уединенных индукторов  $A$  и  $B$ , рассчитанные по (11) при  $L \gg l$ ;  $\dot{z}_{AB}$  — сопротивление, учитывающее взаимное влияние индукторов.

Его значение равно э. д. с., наведенной в одной из обмоток, принятой разомкнутой, единичным током, проходящим по второй обмотке. Всегда соблюдается условие  $\dot{z}_{AB} = \dot{z}_{BA}$ .

В общем случае независимого питания обмоток  $A$  и  $B$  систему следует рассматривать как четырехполюсник, режим работы которого определяется уравнениями

$$\begin{vmatrix} \dot{z}_A & \dot{z}_{AB} \\ \dot{z}_{AB} & \dot{z}_B \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_A \\ I_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Расчет  $\dot{z}_{AB}$  также предусмотрен программой. При вычислении  $\dot{z}_{AB}$  необходимо индуктор, имеющий больший радиус, например,  $A$ , если  $R_A > R_B$ , выбрать в качестве основного и найти э. д. с., наведенную его полем во второй обмотке. Полупериод поля  $L$  при этом должен быть больше величины  $(t + l_B)$ , где  $t$  — расстояние между центрами обмоток  $A$  и  $B$ . Рекомендуется брать  $L > t + l_B + 2R_0$ , что гарантирует малое влияние периодических отражений индуктора  $A$  на сопротивление  $\dot{z}_{AB}$ .

**Описание программы и примеры расчетов.** На основании приведенных формул составлена универсальная программа для расчета цилиндрических систем, содержащих девять основных независимых переменных. Программа используется как для проектирования индукционных нагревателей, так и для исследования их параметров. При расчетах в машину вводится указатель вида системы, независимые переменные и массив точек, в которых

требуется найти напряженности электрического и магнитного поля. Число членов ряда выбирается автоматически. Счет прекращается, когда три последовательных члена оказываются меньше наперед заданной малой части  $\varepsilon$  накопленной суммы по всем рассчитываемым параметрам. Минимальное число членов — четыре, полное число членов зависит от вида системы и обычно не превышает 20—25 при  $\varepsilon = 0,005$ . Время расчета одного варианта на ЦВМ Минск-32 составляет несколько минут.

Рассмотрим несколько примеров использования программы, имеющих как иллюстративное, так и самостоятельное значение. Большой интерес представляет изучение влияния внешнего магнитопровода на индуктивность катушек, характеризующее коэффициентом увеличения индуктивности  $k_f$ :

$$k_f = \frac{x_i}{x_{i0} k_L}, \quad (15)$$

где  $x_i$  — сопротивление катушки с учетом магнитопровода;  $k_L$  — поправочный коэффициент индуктивности соленоида (коэффициент Нагаока).

Из кривых  $k_f = f\left(\frac{l}{R_0}, \frac{R_s}{R_0}\right)$  (рис. 2) следует, что

при малых длинах катушек магнитопровод существенно влияет на их индуктивность, причем при  $R_s \neq R_0$  существует определенная длина соленоида, при которой это влияние максимально. Для  $R_s \approx R_0$  этот максимум стремится к двум при  $l \rightarrow 0$ .

Исследовано влияние зазора между согласно и встречно включенными индукторами при различных видах деталей и расстояниях до магнитопровода. Для одного из вариантов системы зависимости активного и реактивного сопротивлений индукторов от расстояния между ними приведены на рис. 3. Магнитопровод существенно изменяет как параметры уединенных индукторов ( $h \gg R_0$ ), так и взаимное влияние соединенных катушек.

Для обмоток, плотно примыкающих друг к другу ( $h=0$ ), внешний магнитопровод не оказывает влияния при согласном включении и сильно повышает  $r_i$  и  $x_i$  при встречном соединении. Взаимное влияние обмоток при введении магнитопровода резко ослабляется. Так, в рассматриваемом примере взаимное влияние для согласно включенных обмоток заметно до  $h=2R_0$  без магнитопровода ( $R_s \rightarrow \infty$ ) и практически исчезает при  $h > R_0$  для  $R_s = 1,05R_0$ .

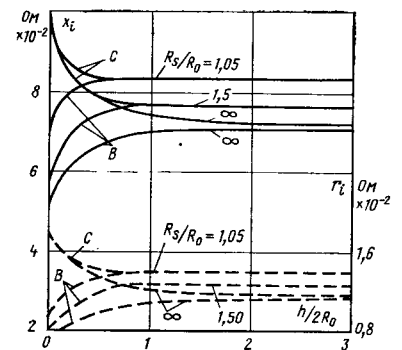


Рис. 3. Зависимость активного и реактивного сопротивлений индукторов от зазора  $h$  между ними при нагреве сплошного цилиндра (частота 2075 Гц; индукторы:  $R_0 = 5$  см,  $l = 5$  см,  $N = 10$ ,  $r_0 = 3,14 \cdot 10^{-3}$  Ом; деталь:  $R_e = 3,125$  см,  $\rho = 10^{-4}$  Ом·см,  $\mu = 1$ ). С — согласно включение индукторов; В — встречное.

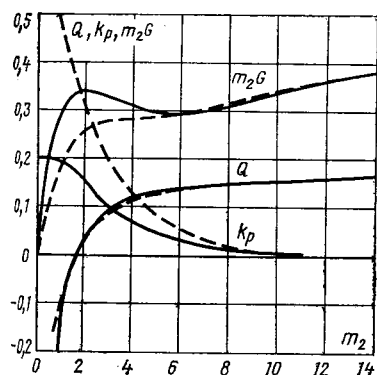


Рис. 4. Зависимость коэффициентов сопротивлений, вносимых в индуктор двухслойным цилиндром, от его относительного радиуса (индуктор:  $R_0/l=5$ ,  $N=1$ ; деталь:  $R_e/R_0=0,8$ ,  $R_i/R_e=0,7$ ).

—  $\mu_1=50$ ;  $\rho_2=10^{-4}$  Ом·см;  $\mu_2=1$ ;  
— — —  $\mu_1=10$ ;  $\rho_1=6 \cdot 10^{-5}$ ;  
 $\mu_2=1$ .

Анализ распределения мощности по длине нагреваемой детали показал, что при использовании магнитопровода мощность за пределами индуктора падает быстрее, чем без него. Оказалось также, что, вопреки существующему мнению, внешний магнитопровод не всегда приводит к выравниванию распределения мощности под индуктором, а иногда может даже усилить ее неравномерность.

Интересно отметить, что при постоянстве приложенного напряжения активная мощность индукторов по мере их раздвижения сначала быстро увеличивается (на 15—30%) [Л. 9], а затем падает, оставаясь выше первоначального значения (для  $h=0$ ). Эти зависимости могут быть использованы для регулирования мощности путем раздвижения секций.

При изучении зависимости параметров индукторов от размеров системы и частоты их сопротивления удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= r_0 + r'_2 + j(x_1 - \Delta x) = \\ &= r_0 + jx_1 + x_{10} \left( \frac{R_e}{R_0} \right)^2 (G - jQ), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $x_1$  — сопротивление пустого индуктора;  $r'_2$  и  $\Delta x$  — активное и реактивное сопротивления, вносимые деталью в индуктор;  $G$  и  $Q$  — коэффициенты вносимых сопротивлений.

На рис. 4 показана зависимость коэффициента распределения мощности  $k_p$  по слоям двухслойного

цилиндра от его относительного внешнего радиуса  $m_2 = R_e \sqrt{2/\delta}$ . Здесь же приведены кривые коэффициентов  $Q$  и  $G$  (для удобства отложены значения  $m_2 G$ ).

При низкой частоте ( $m_2 < 1,8$ ) значения  $Q$  меньше нуля и сопротивление нагруженного индуктора больше, чем пустого, вследствие подмагничивающего влияния магнитной сердцевинной детали. С увеличением  $m_2$  преобладает размагничивающее влияние токов, наведенных в наружном слое, и  $x_i < x_1$ .

Для внутренних индукторов рассмотрена зависимость сопротивлений  $r_i$  и  $x_i$  от толщины стенки  $d$  нагреваемой трубы.

При отсутствии сердечника ( $R_s=0$ ) сопротивление  $r'_2$  имеет максимум как и при нагреве внешним индуктором. При введении магнитного сердечника вносимое активное сопротивление резко возрастает и стремится к бесконечности при  $d \rightarrow \infty$ . Реактивное сопротивление при этом также увеличивается, но остается конечным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961.
2. Lavers I. D., Biringer P. P. An improved method of calculating the induction heating equivalent circuit parameters: VII Congress U. I. E. Warsaw, 1972, No. 602.
3. Onoe M. Analysis of a finite solenoid coil near a conductor. — Electrical Engineering (in Japan), 1968, vol. 88, No. 10.
4. Немков В. С. Индукционный нагрев тонкостенных труб в цилиндрических индукторах. — Труды ВНИИТВЧ, 1966, вып. 7.
5. Lupi S., Morini A. Induction heating of cylindrical rods using multiple coils. — Elektrowärme international, 1971, vol. 29, No. 12, p. 663—667.
6. Fikus F. Induktionserwärmung mit einem Innenfeld-induktor für Netzfrequenz: VII Kongress U. I. E. Warschau, 1972, No. 607.
7. Родигин Н. М. Индукционный нагрев стальных изделий. М.: Metallurgizdat, 1950.
8. Герасимов В. Г. Электроматнитный контроль однослойных и многослойных изделий. М.: Энергия, 1972.
9. Lupi S., Nemkov V. S. The calculation of inductors with periodical fields. — Elektrowärme International, 1977, Bd B, No. 35, S. 103—109.

[21.9.1977]

УДК 62-83.001.4

## Двухмашинный агрегат сверхмощного синхронного электропривода

Акад. АН СССР ГЛЕБОВ И. А., доктор техн. наук ВАСИЛЬЕВСКИЙ С. П.,  
канд. техн. наук ШУЛАКОВ Н. В., инженеры КЛЮЧНИКОВ А. Т., ТРЕФИЛОВ В. А.

Ленинград, Пермь

Одной из задач, стоящих перед электротехнической промышленностью, является создание сверхмощных, высоконадежных и экономичных синхронных двигателей единичной мощностью 60—200 МВт [Л. 1]. Известно, что степень надежности таких двигателей в значительной мере определяется их надежностью в переходных и, в частности, пусковых режимах. В соответствии с этим, чем благоприятнее протекают переходные процессы при пуске, тем выше надежность и долговечность этих машин.

В настоящее время используются следующие системы облегченного пуска мощных синхронных машин:

асинхронные на пониженном напряжении;  
синхронные с электромашинными или статическими преобразователями частоты;  
со вспомогательным разгонным двигателем, в том числе каскадные.

Эти системы в состоянии обеспечить благоприятные и надежные условия их пуска. Не оста-



навливаясь на известных достоинствах и недостатках, присущих каждой из этих систем применительно к различным условиям пуска двигателей, следует отметить, что все они обуславливают соответствующее увеличение затрат на пусковые устройства, а следовательно, и на привод в целом.

Применение прямого способа пуска по системе трансформатор — двигатель частично сокращает эти затраты, но при этом в значительной степени ухудшаются условия пуска и повышаются требования к надежности двигателей. С ростом мощности двигателей применение прямого способа пуска становится все более проблематичным.

Как показали проведенные исследования, одним из возможных решений данной проблемы может явиться агрегатное исполнение двухмашинных приводов с использованием каскадной системы их пуска. Такой агрегат представляет собой электромашинную жестко связанную валом систему, состоящую из главного рабочего синхронного двигателя *СД* и вспомогательного асинхронного фазного двигателя *РД*, выполняющего при пуске роль разгонного, а в рабочем режиме, будучи синхронизированным, дополнительного рабочего двигателя. Суммарная мощность агрегата должна быть равна мощности привода. В частности, мощность двигателя *СД* в приводе турбомашин составляет 70—80% всей мощности, а двигателя *РД* — соответственно 20—30% этой мощности.

Двигатель *СД* рассчитывается без учета режима пуска, т. е. только из условий рабочего режима, а двигатель *РД* — на режим асинхронного пуска агрегата в каскаде с *СД* и последующей его синхронизацией в рабочем режиме. Работоспособность и рациональность такого агрегата могут быть установлены на основе исследования всех режимов с момента включения двигателей в каскаде под напряжение до параллельной их работы на общий вал.

В соответствии с этим исследовались:

электрохимические переходные процессы при разгоне агрегата в каскаде от  $s=1$  до подсинхронной скорости;

процесс синхронизации агрегата;

условия устойчивости параллельной работы двигателей на общий вал.

Принципиальная схема системы управления агрегатом представлена на рис. 1. Управление агрегатом осуществляется следующим образом. Выключателем *МВЗ* двигателя *СД* и *РД* включаются последовательно в каскад. При введенном пусковом реостате *ПР* выключателем *МВ1* агрегат включается под напряжение сети. При общем токе каскада  $I_k$  напряжения составляют на разгонном двигателе  $U_A=0,95U_n$  и на *СД* соответственно  $U_B=0,05U_n$ . Далее при заданном законе изменения сопротивления *ПР* агрегат разгоняется до подсинхронной скорости. При достижении подсинхронной скорости производится синхронизация агрегата, которая в принципе может осуществляться возбуждением как *СД*, так и *РД*. Увеличение напряжения на *СД* осуществляется путем его возбуждения. При окончании процесса синхронизации агрегата выключателем *МВ2* осуществляется соединение обмоток *СД* «звездой». Двигатель *РД* выключате-

лем *МВ3* отсоединяется от *СД*, а выключателем *МВ4*, будучи возбужденным, включается под напряжение сети. После этого оба двигателя работают параллельно на общий вал.

Известно, что система облегченного пуска сверхмощных двигателей с предварительным разгоном до подсинхронной скорости и последующим включением под напряжение исключает лишь перегрев его ротора в то время, как ударные токи и моменты достигают таких же величин, как и при включении его при неподвижном роторе. Система же каскадного пуска с *РД* обеспечивает, кроме того, исключение действия ударных токов и моментов.

**Электрохимические переходные процессы.** При исследовании электрохимических переходных процессов в таком агрегате его необходимо рассматривать как синхронно-асинхронный каскад. Тогда при условии идеализации машин и известных допущениях [Л. 2] система преобразованных уравнений, описывающая в общем виде эти процессы в осях  $d, q$ , будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} u_d &= R i_d + p \psi_{dA} - \omega_A \psi_{qA} + p \psi_{dB} - \omega_B \psi_{qB}; \\ u_q &= R i_q + p \psi_{qA} + \omega_A \psi_{dA} + p \psi_{qB} + \omega_B \psi_{dB}; \\ u_{dr} &= R_r i_{dr} + p \psi_{drA}; \\ u_{qr} &= R_r i_{qr} + p \psi_{qrA}; \\ 0 &= r_D i_D + p \psi_D; \\ 0 &= r_Q i_Q + p \psi_Q; \\ u_f &= R_f i_f + p \psi_f; \\ p \omega &= \frac{1}{J_\Sigma} (M_k - M_c); \\ M_k &= M_A + M_B; \\ M_A &= \psi_{dA} i_q - \psi_{qA} i_d; \\ M_B &= \psi_{dB} i_q - \psi_{qB} i_d, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $u_d, u_q$  — составляющие результирующего вектора напряжения сети;  $i_d, i_q$  — составляющие результирующего вектора тока каскада;  $p = \frac{d}{dt}$  — символ дифференцирования по синхронному времени,  $t = 2\pi f t$ ;  $J_\Sigma$  — суммарный момент инерции, приведенный к валу главного двигателя;  $M_k$  — электромагнитный момент каскада.

Разгонный двигатель в каскаде при его размагничивании представляет собой синхронную машину, работающую в своеобразном режиме с изменяющимся магнитным потоком статора. Обмотка ротора *РД* при подключении к источнику постоянного тока создает вращающуюся в пространстве м. д. с. Амплитуда этой м. д. с. определяется не только значением постоянного тока, числом витков, но и схемой соединения фаз обмотки ротора. Для размагничивания *РД* можно практически реализовать только четыре варианта схем соединения обмотки ротора: две — в «звезду» и две — в «треугольник». Физическая сущность переходного процесса размагничивания *РД* может быть установлена на основе аналитических зависимостей между

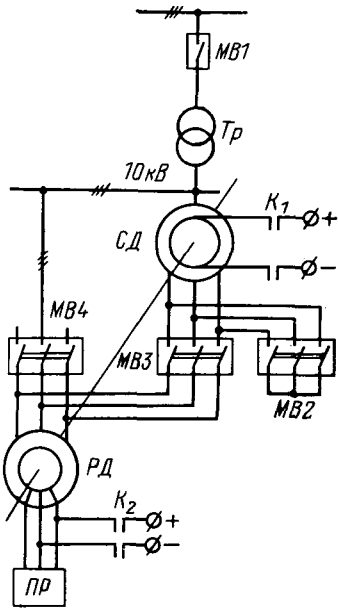


Рис. 1. Принципиальная схема управления двухмашинным агрегатом.

$i_a=0$  токи, напряжения и потоки будут иметь составляющие, направленные только по оси  $q$ , т. е.  $u_{qr}=U_p$ ,  $i_{qr}=I_p$ . При включении же постоянного тока в фазы  $a$  и  $b$  (последняя соединена с  $c$ ) токи, напряжения и потоки будут иметь составляющие, направленные только по оси  $d$ , т. е.  $u_{dr}=U_p$ ,  $i_{qr}=I_p$ . Таким образом, благодаря закорачиванию обмотки ротора через источник постоянного тока на роторе РД образуется одноосная обмотка с вращающимся в пространстве магнитным полем, результирующая н. с. которого действует или по оси  $d$ , или по оси  $q$ . При другом сочетании фаз на роторе образуется двухосная обмотка с вращающимся в пространстве магнитным полем постоянного тока. Магнитодвижущая сила в этом случае может быть подразделена на две части, одна из которых создает поле, ориентированное вдоль оси  $d$ , а другая — вдоль оси  $q$ .

Следовательно, между направлением результирующей н. с. постоянного тока и осью фазы  $a$  ротора будет какой-то угол  $\gamma$ , который определяется схемой соединения обмоток, при этом его можно изменять через  $30^\circ$  в пределах от  $0$  до  $360^\circ$ .

Исследование процессов в агрегате производится методом их моделирования на АВМ. С целью получения оптимальной математической модели уравнения (1) преобразованы к виду:

$$\begin{aligned} p i_d &= \frac{1}{A_d} [u_d - R i_d + B \psi_d - B k_{fd} \psi_f - B k_{df} \psi_{dB} + \\ &+ R_r k_r i_{drA} + \omega (\psi_{qB} + \psi_{qA})]; \\ p i_q &= \frac{1}{A_q} [u_q - R i_q + a'_q k_q \psi_q - a'_q k^2_q \psi_{qB} + \\ &+ R_r k_r i_{qrA} - \omega (\psi_{dB} + \psi_{dA})]; \end{aligned}$$

мгновенными значениями фазных токов и напряжений ротора и токами и напряжениями, выраженными в неподвижной относительно ротора системе координат  $d, q$ . Эти зависимости имеют вид для токов:

$$\left. \begin{aligned} i_{dr} &= \frac{2}{3} \left( i_a + \frac{i_b + i_c}{2} \right); \\ i_{qr} &= \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для напряжений вид аналогичен. Заметим, что в системе координат ротора токи и напряжения не содержат коэффициентов, которые являются функциями угла  $\theta$ .

Анализ уравнений (2) показывает, что при подаче постоянного тока в фазы  $b$  и  $c$  при

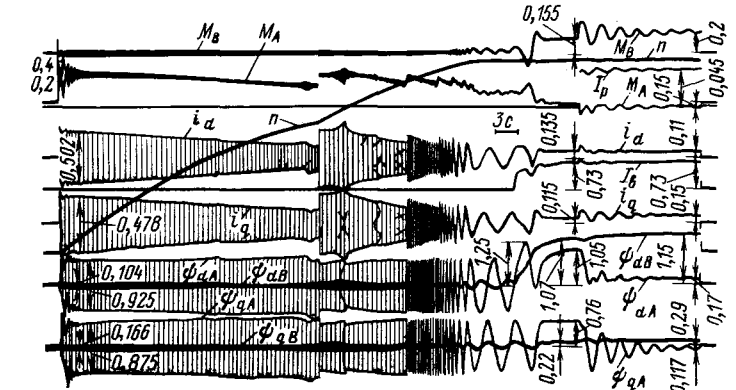


Рис. 2. Осциллограмма каскадного пуска турбодвигателя СТД-20000-2.

$$\left. \begin{aligned} p \psi_D &= a''_D (k_{df} \psi_{dB} + k_{fd} \psi_f - \psi_D); \\ p \psi_Q &= a''_Q (k_q \psi_{qB} - \psi_Q); \\ p \psi_f &= u_f - R_f i_f; \\ p \psi_{drA} &= -R_r i_{drA} + U_{dp}; \\ p \psi_{qrA} &= -R_r i_{qrA} + U_{qp}; \\ \psi_{dB} &= x''_d i_d + k_{fd} \psi_f + k_{Df} \psi_D; \\ \psi_{qB} &= x''_q i_q + k_Q \psi_Q; \\ \psi_{dA} &= x'_s i_d + k_r \psi_{drA}; \\ \psi_{qA} &= x'_s i_q + k_r \psi_{qrA}; \\ i_{drA} &= \frac{1}{x'_r} (\psi_{drA} - k_s \psi_{dA}); \\ i_{qrA} &= \frac{1}{x'_r} (\psi_{qrA} - k_s \psi_{dA}); \\ i_f &= \frac{1}{x_f} (\psi_f - k_{dD} \psi_{dB} - k_{Dd} \psi_D); \\ M_K &= \psi_{dB} i_q - \psi_{qB} i_d + \psi_{dA} i_q - \psi_{qA} i_d; \\ p s &= \frac{1}{J_\Sigma} (M_c - M_K); \quad p \delta = s; \quad \omega = 1 - s, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$A_d = x''_d + x'_s; \quad A_q = x''_q + x'_s; \quad R = r_{cA} + r_{cB};$$

$$B = r_D k_D (1 - k_{fD}) \frac{1}{x''_f};$$

$$k_{fd} = \left( 1 - \frac{x_{fs}}{x''_f} \right) \frac{x''_D}{x_{D\sigma}}; \quad k_{df} = \left( 1 - \frac{x_{d\sigma}}{x''_d} \right) \frac{x''_D}{x_{D\sigma}};$$

$$k_{Dd} = \left( 1 - \frac{x_{D\sigma}}{x''_D} \right) \frac{x''_f}{x_{fs}}; \quad k_{dD} = \left( 1 - \frac{x_{d\sigma}}{x''_d} \right) \frac{x''_f}{x_{fs}};$$

$$k_{fD} = \left( 1 - \frac{x_{fs}}{x_{d\sigma}} \right) \frac{x''_d}{x_{d\sigma}}; \quad k_{Df} = \left( 1 - \frac{x_{D\sigma}}{x''_D} \right) \frac{x''_d}{x_{d\sigma}};$$

$$\alpha''_D = \frac{r_D}{x''_D}; \quad \alpha''_Q = \frac{r_Q}{x''_Q}; \quad k_D = \frac{x_{ad}}{x_D}; \quad k_Q = \frac{x_{aq}}{x_Q};$$

$$k_q = \frac{x_{aq}}{x_q}; \quad k_r = \frac{x_m}{x_r}; \quad k_s = \frac{x_m}{x_s}; \quad x'_s = x_s \sigma;$$

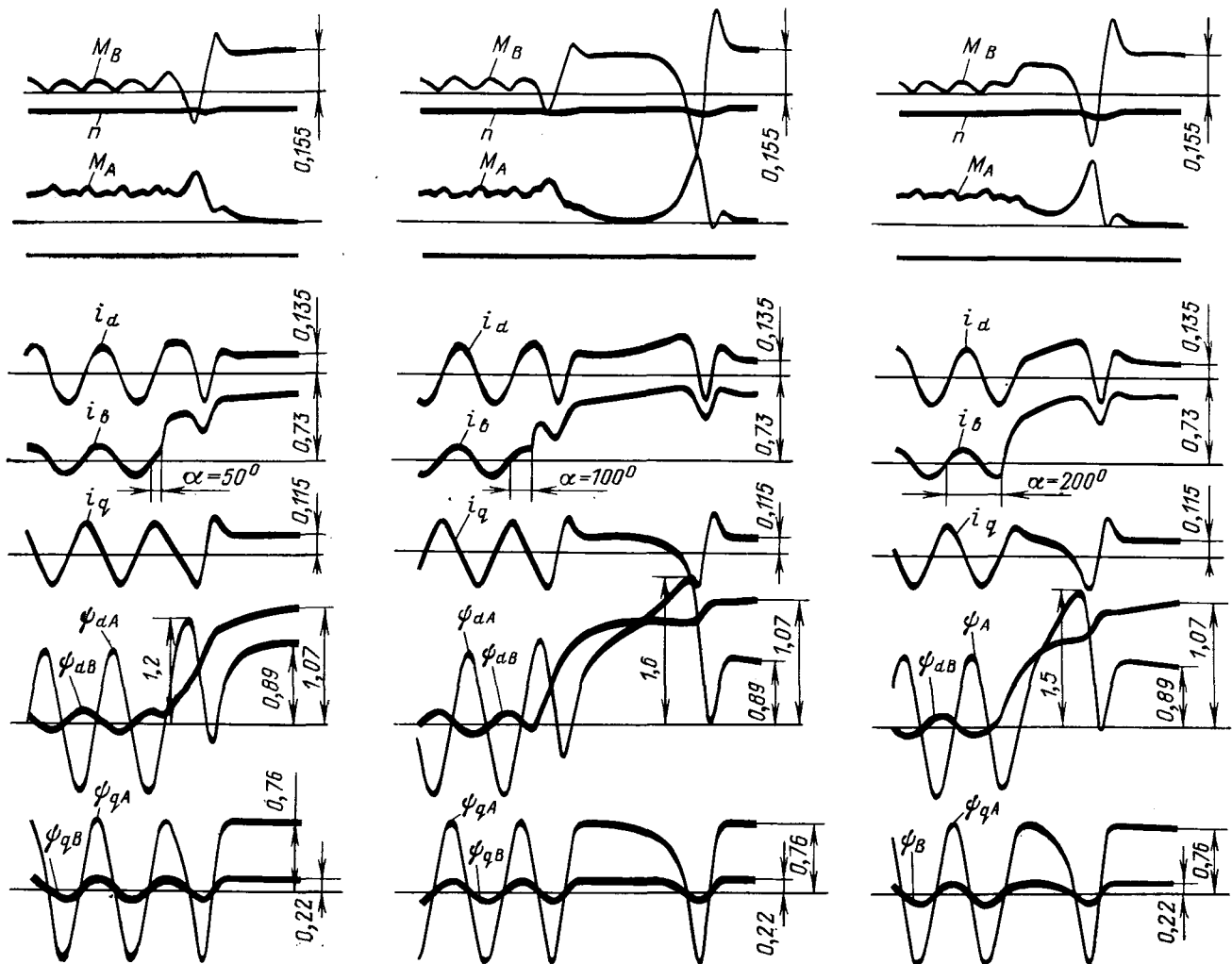


Рис. 3. Осциллограммы процесса синхронизации главного двигателя.

$$x'_r = x_r \sigma; J_s' = 0,862 \frac{GD^2 n^2 c}{S_{\text{баз}}}; R_r = r_p + R_n(s);$$

$$u_d = -U_m \sin \delta; u_q = U_m \cos \delta;$$

$u_{dr}, u_{qr}$  — составляющие напряжения размагничивания РД.

Следует заметить, что при моделировании процесса размагничивания РД для случая, когда  $\gamma = 90^\circ$ , в системе уравнений (3) отсутствует составляющая напряжения  $u_{dr}$ . При этом коэффициент  $A_d$  следует заменить коэффициентом  $A'_d = x''_d + x_s$ , а  $\omega \psi_{dA}$  на  $x_s \omega i_d$ . Уравнения (3) записаны в относительных единицах. Учитывая последовательное соединение машин при записи уравнений в относительных единицах за базисные приняты соответствующие величины синхронного двигателя.

Универсальная математическая модель, составленная на основе системы уравнений (3), позволяет исследовать переходные процессы при каскадном пуске СД и любом законе изменения сопротивления пускового реостата и любой схеме подачи постоянного тока в обмотку ротора РД в процессе размагничивания, не прибегая к ее перестройке. Данная математическая модель была реализована на АВМ типа ЭМУ-10. При этом напряжения на

двигателях определялись соответствующими потоко-сцеплениями статоров.

На рис. 2 в качестве примера представлена осциллограмма каскадного пуска турбодвигателя СТД-20000-2, используемого для привода турбокомпрессора, с разгонным двигателем ФАЗ-4000-2,  $M_c = 0,15 M_n$ . Пуск осуществляется при шести ступенях пускового реостата ПР, пусковой ток  $I_n = 0,5 I_n$ , время пуска до установившегося скольжения  $t_n = 60$  с, время синхронизации  $t_c = 3$  с, ток возбуждения при синхронизации  $I_b = 0,73$  отн. ед., ток размагничивания  $I_p = 0,15$  отн. ед.,  $\text{с}_{\text{уст}} = 0,55\%$ .

Установлено, что напряжение на СД практически зависит только от тока возбуждения, а на РД — от тока возбуждения, тока размагничивания и нагрузки. При этом зависимость напряжения на РД от токов возбуждения и размагничивания имеет U-образный характер, а зависимость напряжения на СД от тока возбуждения имеет вид характеристики холостого хода. Номинальному напряжению на СД соответствует величина тока возбуждения, при которой реактивная составляющая тока каскада в установившемся режиме равна нулю. Следовательно, падение напряжения на РД, обусловленное активной составляющей тока каскада, должно

компенсироваться соответствующей величиной тока размагничивания. Поскольку активная составляющая тока зависит от величины момента сопротивления, то величину тока размагничивания следует задавать в функции момента сопротивления, т. е. нагрузки. Таким образом, с увеличением момента сопротивления необходимо увеличить ток размагничивания.

**Исследование процесса вхождения в синхронизм.** Проведенные исследования показали, что синхронизировать агрегат можно как возбуждением СД, так и возбуждением РД.

Синхронизация возбуждением СД. На основании статических вольт-амперных характеристик каскада, полученных на АВМ, установлено, что оптимальное значение тока возбуждения при синхронизации главного двигателя соответствует минимальному значению тока статора на его U-образной характеристике при заданном моменте сопротивления. При этом напряжение на СД будет номинальным. Это значение тока возбуждения составляет 0,55 отн. ед.

Синхронизация турбодвигателя при токе возбуждения, большем оптимального его значения, сопровождается перенапряжениями как на главном, так и на РД двигателях. Напряжение на РД в установившемся режиме может быть приближено определено выражением

$$U_A \approx I_K x_s,$$

где  $I_K$  — ток каскада, зависящий как от значения момента сопротивления, так и тока возбуждения;  $x_s$  — синхронное индуктивное сопротивление.

В результате исследований на АВМ установлено, что в случае применения в качестве разгонного двигателя нормального исполнения с большим индуктивным синхронным сопротивлением ( $x_s = 19,7$  отн. ед.) агрегат при возбуждении турбодвигателя не втягивается в синхронизм, так как не выполняются условия надежной синхронизации. Известно, что надежной синхронизации должны удовлетворять два условия:

$$M_{c(\max)} = \frac{U_c x_{ad}}{x_d + x_c} I_B = \frac{U_c x_m}{x_d + x_s} I_{BA} > M_c;$$

$$s_{вх} = (0,44 - 0,48) \sqrt{\frac{M_{c(\max)}}{T_m f}} > s_{уст},$$

где  $M_{c(\max)}$  — максимальный электромагнитный момент;  $s_{вх}$  — входное скольжение;  $s_{уст}$  — установившееся скольжение;  $U_c$  — напряжение сети (отн. ед.);  $I_B$ ,  $I_{BA}$  — токи возбуждения турбодвигателя и РД (отн. ед.);  $x_{ad}$ ,  $x_m$ ,  $x_d$ ,  $x_s$  — сопротивления взаимной индукции и синхронные индуктивные сопротивления соответственно турбодвигателя и РД (отн. ед.);  $T_m$  — механическая постоянная агрегата (с);  $f$  — частота.

Если же одно из этих условий не выполняется, то синхронизация оказывается практически невозможной. Значение установившегося скольжения определяется точкой пересечения кривых асинхронного момента РД и момента сопротивления турбокомпрессора. Следовательно, увеличение  $M_{c(\max)}$  при возбуждении турбодвигателя может быть достигнуто лишь только за счет уменьшения сопротивления  $x_s$ , которое обеспечивает снижение напря-

жения на РД в синхронном режиме и уменьшение амплитуды колебаний напряжения на нем при втягивании агрегата в синхронизм. При уменьшении сопротивления  $x_s$  до значения, равного 6,58 отн. ед., агрегат синхронизируется при токе возбуждения, несколько большем оптимального его значения  $I_B = 0,73$  отн. ед. При этом напряжение на турбодвигателе возрастает до  $1,1 U_H$ , а на РД составляет  $1,17 U_H$  (рис. 2).

Проведенные исследования позволили сделать вывод, что по условиям синхронизации главного двигателя и отсутствия перенапряжений на РД значение  $x_s$  должно превышать  $x_d$  не более, чем в 2,5 раза, т. е.  $x_s \leq 2,5 x_d$ . Перенапряжения на РД и длительность их воздействия в значительной степени зависят также от момента подачи тока возбуждения в обмотку ротора турбодвигателя. Момент подачи тока возбуждения можно определить углом  $\alpha$ , отсчитываемым от момента времени, когда ток ротора турбодвигателя в асинхронном режиме, возрастая, проходит через нуль (рис. 3). Из сравнения осциллограмм (рис. 3) видно, что при  $\alpha = 50^\circ$  перенапряжение на РД составляет  $1,2 U_H$ , при  $\alpha = 100^\circ$  оно равно  $1,6 U_H$ , при  $\alpha = 280^\circ$   $1,5 U_H$ . Время синхронизации соответственно: 3, 10 и 6 с. Таким образом, для сокращения времени вхождения в синхронизм и уменьшения перенапряжения на РД синхронизацию желательно осуществлять при  $\alpha = 0 - 50^\circ$ .

При этом в случае применения специального РД с увеличенным воздушным зазором, т. е. с уменьшением  $x_s$ , перенапряжений на нем в процессе синхронизации возникать не будет при любых углах  $\alpha$ .

**Синхронизация возбуждением РД.** При исследованиях на АВМ, а также при испытаниях промышленного образца системы установлено, что синхронизация агрегата может быть также обеспечена путем возбуждения РД. При этом в качестве РД могут быть использованы серийно выпускаемые асинхронные двигатели с фазным ротором нормального исполнения. При своевременном возбуждении синхронизация РД не вызывает колебаний напряжения на нем, так как предвключенное индуктивное сопротивление СД на порядок ниже, чем синхронное сопротивление серийных асинхронных фазных двигателей, выполняющих роль вспомогательного двигателя РД [Л. 3].

Исследования процесса синхронизации агрегата при возбуждении РД показали, что на процесс вхождения его в синхронизм значительное влияние оказывает момент подачи тока возбуждения. Установлено, что успешная синхронизация при этом осуществляется только при углах  $\alpha = 250 - 270^\circ$ . При этом обмотка ротора РД должна быть подключена к источнику постоянного тока таким образом, чтобы вектор м. д. с., создаваемой этим током, отставал от вектора м. д. с. обмотки возбуждения турбодвигателя на  $60^\circ$ . Несвоевременное включение постоянного тока приводит к колебаниям тока, а следовательно, и напряжения на РД и значительным колебаниям ротора, в результате чего затрудняется синхронизация агрегата.

**Параллельная работа синхронного и разгонного двигателей.** Установлено, что включение РД на

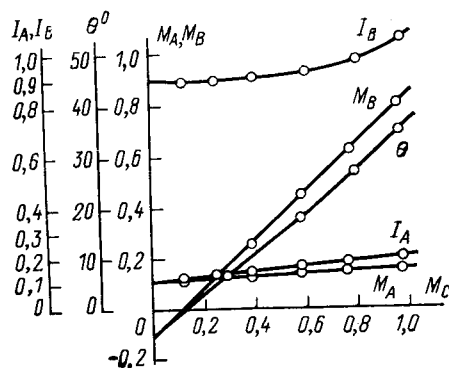


Рис. 4. Зависимости токов, моментов и угла  $\theta$  в функции момента сопротивления при параллельной работе двигателей.

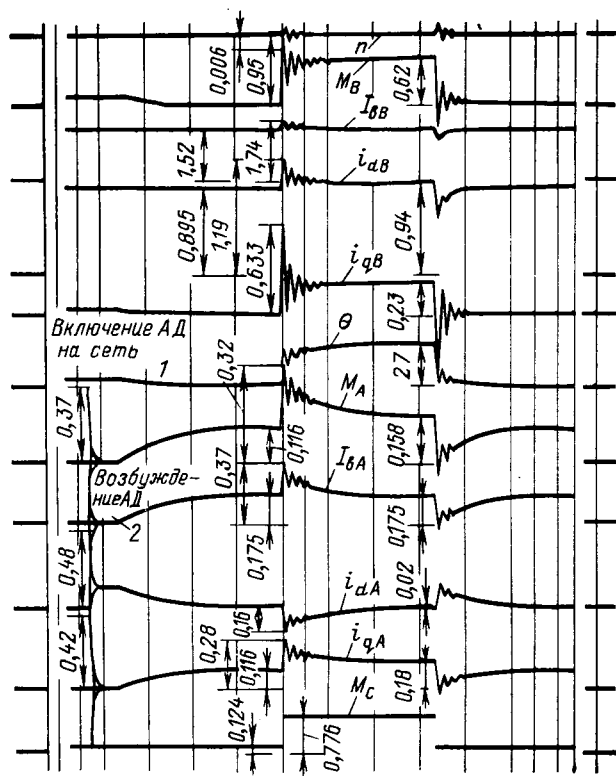


Рис. 5. Осциллограмма переходного процесса двухмашинного агрегата при набросе и сбросе нагрузки.

сеть можно производить, не выключая постоянного тока в цепи его ротора при любой нагрузке в пределах номинальной главного двигателя. При этом броски тока не превышают номинальный ток главного двигателя.

Учитывая то обстоятельство, что оси м. д. с. обмоток возбуждения турбодвигателя и РД сдви-

нуты на угол  $\gamma=60^\circ$ , а номинальный угол нагрузки турбодвигателя составляет  $\theta_n=25-35^\circ$ , угол нагрузки РД при этом будет  $85-95^\circ$ . Следовательно, момент, развиваемый синхронизированным РД, будет максимальным при токе возбуждения, соответствующем номинальному току ротора в асинхронном режиме. Значение мощности, соответствующее максимальному моменту, составляет примерно  $0,8P_n$ . Это обусловлено тем, что переменный ток ротора составляет 0,816 эквивалентного по м. д. с. постоянного тока возбуждения. Для того чтобы синхронизированный РД развивал номинальную мощность, значение тока возбуждения должно быть увеличено на 20%.

Исследования также показали, что при изменении момента сопротивления в пределах от 0 до  $0,1M_n$  турбодвигатель работает в режиме генератора, а РД — в режиме двигателя. От  $0,1M_n$  до  $0,2M_n$  нагрузку несет в основном синхронизированный РД. По мере увеличения  $M_c$  увеличиваются и моменты, развиваемые двигателями (рис. 4), а распределение нагрузки между ними происходит согласно их угловым характеристикам. В результате исследований установлено, что агрегат работает устойчиво практически при любом законе изменения момента сопротивления (рис. 5), в том числе и при резко переменной нагрузке.

**Выводы.** 1. Результаты всех исследований доказали реальную возможность создания двухмашинных агрегатов с каскадным способом пуска сверхмощных турбодвигателей и использованием разгонного фазного двигателя как в пусковом, так и в рабочем режиме.

2. Установлено, что в качестве разгонного можно использовать серийно выпускаемый асинхронный фазный двигатель нормального исполнения.

3. При суммарной мощности агрегата, равной мощности привода, его пуск осуществляется при токах, не более номинального тока главного двигателя.

4. Агрегат устойчиво работает при резко переменной нагрузке, превышающей номинальную на 25%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Данилевич Я. Б. Современное состояние и проблемы создания турбо-гидрогенераторов и синхронных компенсаторов. — Электричество, 1976, № 3, с. 1—7.
2. Каскадный пуск генератор-двигателей ГАЭС/ Глебов И. А., Васильевский С. П., Шулаков и др. — Электричество, 1975, № 1, с. 49—54.
3. Hariharan S., Kuppurajulu A. Effect of switching instant on the pulling into step of a synchronous induction motor. — IEEE Conf. Rec. 9th Annu. Mett. IEEE Ind. Appl. Soc., Pittsburg, Pa., 1974, part 1. New York, 1974, p. 387—395. [1.2.1977]

# Расчет м. д. с. реакции якоря машин постоянного тока

Канд. техн. наук МАНДРЫКА О. Р., инж. КРУПЕНЯ М. П.

Харьков

Известен ряд работ, в которых предлагается оценивать коммутацию машин постоянного тока (МПТ) по результатам решения на ЦВМ системы нелинейных дифференциальных уравнений. Успех применения такого метода в значительной мере зависит от объективности исходных данных, в том числе и от значений коммутирующей э. д. с., получаемой в результате совместного действия магнитных полей обмоток дополнительных полюсов и якоря. Рассчитать магнитное поле дополнительного полюса (а затем и э. д. с.) можно одним из общепринятых методов. В то же время при расчете э. д. с. от поля обмотки якоря (реакция якоря) отсутствует единая методика; широкое распространение для определения м. д. с. реакции якоря получили три формулы [Л. 1—3]:

$$F_{\text{я}} = \frac{A\tau}{2}; \quad (1)$$

$$F_{\text{я}} = \frac{A\tau}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{b_{\text{к}}}{\tau}\right); \quad (2)$$

$$F_{\text{я}} = \frac{A\tau}{2} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{b_{\text{к}}}{\tau}\right), \quad (3)$$

где  $b_{\text{к}}$  — ширина зоны коммутации.

Результаты расчета по этим формулам отличаются в 1,2—1,4 раза. Однако такие расхождения не вызвали заметных отличий в конечном результате — величине зазора дополнительного полюса. Дело в том, что методики [Л. 1—3] основаны на приравнивании реактивной и коммутирующей э. д. с., значения которых рассчитываются по-разному, но с помощью различных допущений и эмпирических коэффициентов согласуются с результатами практики. Так, при расчетах реактивной э. д. с. по-разному определяются индуктивности рассеяния по коронкам зубцов и лобовых частей, по-разному учитывается влияние одновременно коммутирующих секций. Коммутирующая э. д. с. приводится в соответствие с реактивной, главным образом, за счет э. д. с. реакции якоря, при этом авторы [Л. 1—3] стараются сумму э. д. с. реакции якоря и реактивной сохранить неизменной, поскольку эти э. д. с. во время коммутации всегда действуют согласно. Например, по методике [Л. 3] наименьшее значение имеет э. д. с. реакции якоря, а по методике [Л. 1] она получается наибольшей. Реактивная же э. д. с., наоборот, по методике [Л. 3] имеет наибольшее значение, а по методике [Л. 1] — наименьшее.

Современные ЦВМ позволяют при определении индуктивностей рассеяния по коронкам зубцов и лобовых частей широко использовать строгие методы расчета магнитных полей. Учет взаимного влияния секций во время коммутации выполняется однозначно при решении системы дифференциальных уравнений. Таким образом, неопределенности, вносимые разными методиками расчета реактивной э. д. с., разрешимы.

Назрела необходимость внести ясность и однозначность в определение э. д. с. реакции якоря. Применим для этой цели строгий метод расчета,

при котором э. д. с. реакции якоря определяется как алгебраическая сумма изменения потокоцеплений одной секции с остальными при вращении якоря, питаемого постоянным током. (Остальные обмотки МПТ считаются обесточенными.) Основные положения этого метода сформулированы в [Л. 2 и 4].

Необходимо отметить, что автор [Л. 4] приводит две методики: непосредственного расчета э. д. с. реакции якоря через проводимости воздушного зазора и определения м. д. с., по которой рассчитывается искомая э. д. с. реакции якоря как э. д. с. вращения, причем определенно высказывается в пользу первой методики.

Автор [Л. 2] фактически заканчивает свою методику расчетом кривой м. д. с., поскольку вычисляет э. д. с. при неизменном зазоре вдоль окружности якоря, которая отличается от м. д. с. постоянным коэффициентом.

По мнению авторов статьи, рассчитывать следует м. д. с., переход от которой к э. д. с. реакции якоря не составляет никаких трудностей. Преимущество такого подхода заключается в том, что значение м. д. с. не зависит от геометрических размеров МПТ и позволяет в «чистом» виде оценить влияние обмоточных данных на м. д. с. и э. д. с. реакции якоря. Значения м. д. с. разных обмоток можно рассчитать один раз и результаты свести в таблицы, которые затем использовать при проектировании. Это, кстати, и сделано в [Л. 4] для большинства распространенных в то время обмоток. Однако такое решение нельзя применить для э. д. с., так как при этом необходимо учесть влияние размеров полюса, в связи с чем таблицы становятся громоздкими и теряют общность.

В настоящей статье рассматривается метод определения м. д. с. реакции якоря, который отличается от методов, изложенных в [Л. 2 и 4], отсутствием предварительных громоздких графических построений для каждого интервала коммутации и позволяет значительно упростить подготовку исходных данных для ЦВМ. Кроме того, предлагаемый метод позволяет избежать неоднозначности в решении, получаемой в [Л. 2 и 4]. В [Л. 4] утверждается, что «распределение ампер-витков может быть неопределенным в известных границах», между тем эта неопределенность — недостаток методики, по которой вначале рассчитывается м. д. с. для секции в целом, а затем находится м. д. с. одной стороны секции. Для обмоток с укороченным шагом такая задача не всегда решается однозначно.

**Основные положения.** Поскольку м. д. с. реакции якоря не зависит от конфигурации воздушного зазора [Л. 2 и 4], может быть принята следующая схема расчета.

При равномерном воздушном зазоре рассчитывается э. д. с. реакции якоря, по которой определяется м. д. с. эквивалентного магнитного поля  $F_{\text{х}}$ . По этой м. д. с. и реальной проводимости воздушного зазора находится э. д. с. реакции якоря;

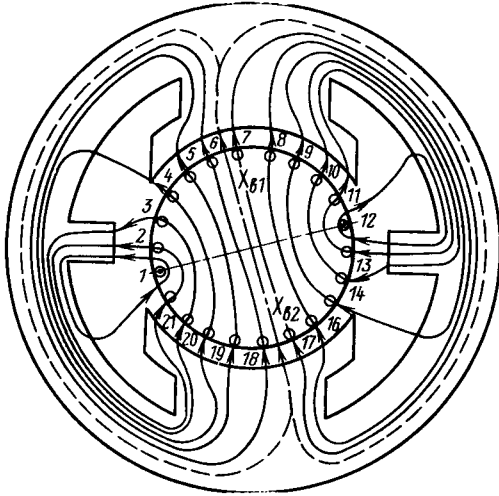


Рис. 1. Магнитное поле коммутующей секции.

$$e_x = \frac{\mu_0 F_x l v}{\delta_x}, \quad (4)$$

где  $l$ ,  $v$  — длина якоря и скорость его вращения;  $\mu_0/\delta_x$  — магнитная проводимость воздушного зазора.

Определим э. д. с., индуцируемую в секциях якоря МПТ с равномерным зазором, при следующих допущениях:

электродвижущие силы всех секций одного паза от магнитного потока в воздушном зазоре одинаковы;

токи параллельных ветвей считаем неизменными;

демпфирующим действием вихревых токов и магнитным сопротивлением стали пренебрегаем; правомочность этого допущения следует из положения [Л. 2 и 4] о том, что кривая м. д. с. реакции якоря не зависит от конфигурации зазора;

м. д. с. секции имеет прямоугольную форму; в этом случае не учитывается ослабление магнитного поля над пазами, в которых лежат стороны коммутующей секции, поэтому при использовании излагаемой ниже методики необходимо рассеяние по коронкам определять по [Л. 4], где предложен способ компенсации данного допущения:

$$L_k = \mu_0 \frac{l}{b_n} \left[ \delta_0 (1 - y) - b_n \frac{2}{\pi} \ln 2 \right],$$

где  $b_n$  — ширина паза;  $\delta_0$  — зазор под серединой дополнительного полюса;

$$y = \frac{2}{\pi} \left[ \arctg \frac{2\delta}{b_n} - \frac{b_n}{4\delta} \ln \left( 1 + \frac{4\delta^2}{b_n^2} \right) \right].$$

При равномерном воздушном зазоре во всех секциях якоря индуцируется э. д. с. только коммутующими секциями [Л. 2 и 4], поскольку потокосцепление некоммутирующих секций не изменяется при вращении якоря. В силу периодичности якорных обмоток расчет можно выполнять для двойного полюсного деления  $2\tau$ , тогда в секционных сторонах, лежащих в  $n$ -м пазу, будут наводить э. д. с. секции, коммутирующие под двумя соседними щетками А и Б:

$$e_n = - \sum_{i=k_{A\beta}}^{k_{A1}} M_{ni} \frac{dI_i}{dt} - \sum_{i=k_{B\beta}}^{k_{B1}} M_{ni} \frac{dI_i}{dt}, \quad (5)$$

где  $k_{A\beta} \div k_{A1}$ ,  $k_{B\beta} \div k_{B1}$  — номера секций, коммутирующих соответственно под щетками А и Б;  $M_{ni}$  — коэффициент взаимоиנדукции между  $i$ -й коммутирующей секцией и секционными сторонами, лежащими в  $n$ -м пазу;  $I_i$  — ток  $i$ -й секции в рассматриваемый момент времени.

**Определение коэффициентов взаимоиנדукции.** Чтобы избежать неопределенности в решении, получаемом при расчете э. д. с. секции в целом [Л. 4], предлагается находить э. д. с. каждой из сторон секции в отдельности. Рассмотрим на примере рис. 1 определение э. д. с., наводимой коммутирующей секцией 1 (пазы 1—12) в некоммутирующей секции 3 (пазы 3—14). Магнитный поток секции 1 состоит из двух равных частей, одна из которых сцеплена со стороной секции в пазу 1, другая — со стороной в пазу 12 (ветвление потока происходит в точках  $x_{b1}$  и  $x_{b2}$ , через которые проходит магнитная ось секции). Потокосцепление с секцией 3 можно представить как сумму магнитного потока, заключенного между пазами 3 и точкой ветвления  $x_{b1}$ , и магнитного потока между пазом 14 и точкой  $x_{b2}$ . Такое представление показывает, что можно определять отдельно потокосцепление, э. д. с. и коэффициент взаимоиנדукции для каждого из пазов якоря (т. е. для секционных сторон, лежащих в нем).

Магнитный поток секции определяется ее м. д. с. (рис. 2):

$$\Phi = \frac{\mu_0 t_1 l y_2 p}{\delta z} I_i w_c, \quad (6)$$

где  $t_1$  — зубцовый шаг якоря;  $z/p$  — число пазов на пару полюсов;  $y_1$ ,  $y_2$  — шаги секции в пазах;  $\delta$  — эквивалентный воздушный зазор у якоря;  $w_c$  — число витков секции.

Коэффициент взаимоиנדукции  $n$ -го паза прямо пропорционален магнитному потоку  $i$ -й секции, заключенному между осью паза и магнитной осью секции. Если  $n$ -й паз отсчитывать от паза с левой стороны  $i$ -й секции, то получим следующие выражения для коэффициента взаимоиנדукции:

при  $n \leq y_1 + 1$

$$M_{ni} = w_c^2 \frac{\mu_0 t_1 l y_2}{\delta (y_1 + y_2)} \left( \frac{y_1}{2} - n + 1 \right); \quad (7)$$

при  $n \geq y_1 + 1$

$$M_{ni} = -w_c^2 \frac{\mu_0 t_1 l y_1}{\delta (y_1 + y_2)} \left( \frac{y_2}{2} - n + 1 + y_1 \right). \quad (8)$$

Знак коэффициента взаимоиנדукции  $n$ -го паза изменяется при переходе через магнитную ось коммутирующей секции ( $x_{b1}$ ,  $x_{b2}$ ).

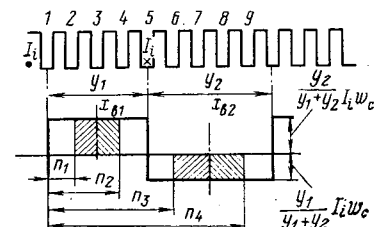


Рис. 2. К определению коэффициента взаимоиנדукции секции.

Таблица 1

Выражения для номеров коммутирующих секций и длительность интервалов коммутации (в коллекторных пластинах)

Интервал коммутации	Параметры якоря			
	$\beta = \pi, \text{ ч};$ $k/p = \text{ч. ч.}$	$\beta = \pi, \text{ ч};$ $k/p = \text{н. ч.}$	$\beta = \beta_0 + r_0;$ $k/p = \text{ч. ч.}$	$\beta = \beta_0 + r_0;$ $k/p = \text{н. ч.}$
Щетка А	$\left(\frac{k}{p} + 1 + c - \beta\right) \div c$	$\left(\frac{k}{p} + 1 + c - \beta\right) \div c$	$\left(\frac{k}{p} + c - \beta_0\right) \div c$	$\left(\frac{k}{p} + c - \beta_0\right) \div c$
Щетка В	$\left(\frac{k}{2p} + 1 + c\right) \div \left(\frac{k}{2p} + c\right)$	$\left(\frac{k}{2p} + 1 + c - \beta\right) \div \left(\frac{k}{2p} + c\right)$	$\left(\frac{k}{2p} + c - \beta_0\right) \div \left(\frac{k}{2p} + c\right)$	$\left(\frac{k}{2p} + c - \beta_0\right) \div \left(\frac{k}{2p} + c\right)$
Длительность интервалов	—	—	—	—
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	—	—	—
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	—	—	—
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	—	—	—
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	—	—	—

**Составление уравнений.** Для определения э. д. с. реакции якоря на двойном полюсном делении достаточно рассчитать э. д. с., индуктируемую во всех пазах, расположенных в интервале  $2\tau$ , при повороте якоря на один зубцовый шаг. Зубцовый период разобьем на интервалы коммутации, в течение которых под обеими щетками замкнуты одни и те же секции. Принимаем, что нумерация секций и пазов якоря ведется слева направо, направление вращения якоря со стороны коллектора — левое, под набегающим краем щетки А в течение первого интервала коммутирует секция 1. Номера секций, коммутирующих под щетками А и Б в течение разных интервалов коммутации, зависят от щеточного перекрытия  $\beta$  и числа коллекторных пластин  $k/p$ .

В табл. 1 приведены формулы для расчета номера коммутирующей секции, в которых  $c$  — номер коллекторного периода ( $c = 1 + u_n$ );  $s$  — номер интервала коммутации;  $\beta_0, r_0$  — целая и дробная части щеточного перекрытия.

Для расчета коэффициента взаимоиנדукции по формулам (7) и (8) необходимо найти номера пазов, в которых размещены стороны коммутирующих секций. Принимаем, что левые стороны секций совпадают с номерами коллекторных пластин и что в пазу 1 лежат левые стороны секций 1, 2, ...,  $u_n$ . Положение правых сторон секций определяется по номерам левых сторон, лежащих в другом слое. Тогда левая сторона  $k_i$  секции лежит в пазу

$$z_{il} = \frac{k_i}{u_n}, \quad (9)$$

а правая в пазу

$$z_{ip} = \frac{k_i + y_{1k}}{u_n}, \quad (10)$$

где  $y_{1k}$  — первый шаг обмотки в коллекторных делениях.

Результаты расчета по формулам (9) и (10) округляются до ближайшего большего целого числа.

Если  $z_{ip} > \frac{z}{p}$ , то номер паза определяется как

$$z_{ip} = \frac{k_i + y_{1k}}{u_n} - \frac{z}{p}. \quad (10a)$$

Для каждого интервала коммутации составим поочередно для всех пазов якоря, расположенных в интервале  $2\tau$ , уравнения (5). При этом, если отсутствует информация об изменении токов коммутирующих секций, следует задаваться прямолинейной коммутацией, тогда все производные коммутирующих токов одинаковы по значению:

$$\frac{di_i}{dt} = \frac{2i_a}{T}, \quad (11)$$

где  $i_a$  — ток параллельной ветви;  $T$  — период коммутации.

Эти производные имеют под отрицательной щеткой А знак минус, под положительной щеткой Б знак плюс. Уравнение (5) может быть записано следующим образом:

$$e_n = \frac{2i_a}{T} M_{rn}, \quad (12)$$

где  $M_{rn}$  — результирующий коэффициент взаимо-



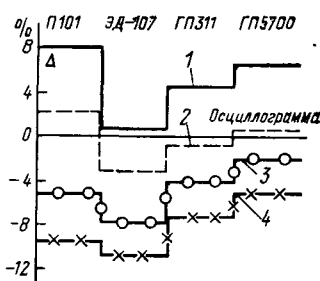


Рис. 3. Отклонение расчетных значений м. д. с. реакции якоря от осциллограмм.

1 — по [Л. 1]; 2 — по предлагаемой методике; 3 — по [Л. 2]; 4 — по [Л. 3].

Таблица 2

Параметры $u_n, \epsilon_k$ : $\frac{k\omega_c}{p}$	Максимальное значение м. д. с. реакции якоря обмоток для щеточного перекрытия		
	2	3	4
1; 0,5; 27	0,96	0,894	0,84
2; 0; 26	1,0	0,898	0,846
2; 1; 26	0,923	0,898	0,846
2; 2; 26	0,846	0,846	0,846
3; 0,5; 27	1,0	0,963	0,944
3; 1,5; 27	0,96	0,944	0,91
3; 2,5; 27	0,833	0,815	0,805
4; 0; 28	1,0	1,0	1,0
4; 1; 28	1,0	1,0	0,928
4; 2; 28	1,0	0,905	0,857
4; 3; 28	0,857	0,81	0,786
4; 4; 28	0,714	0,714	0,714

индукции  $n$ -го паза в данном интервале коммутации;

$$M_{rn} = \sum_{i=k_{A\beta}}^{k_{A1}} M_{ni} - \sum_{i=k_{L\beta}}^{k_{E1}} M_{ni}. \quad (12a)$$

Значение э. д. с., рассчитанное по (12), остается постоянным на протяжении всего интервала коммутации, длительность которого определяется параметрами якоря (см. табл. 1).

Конечной целью расчета является определение эквивалентной неподвижной кривой м. д. с. якоря, при вращении в магнитном поле которой наводится в секциях э. д. с., равная э. д. с. реакции якоря. Приравняв (4) и (12) и выполнив простые преобразования, получим:

$$F_x = \frac{2i_a}{b_{щ}} \frac{D_k}{D_{я}l} \frac{M_{rn}}{\delta}, \quad (13)$$

где  $b_{щ}$  — ширина щетки;  $D_{я}$ ,  $D_k$  — диаметры якоря и коллектора.

**Основные результаты расчета.** По описанной выше методике составлена программа для ЦВМ «Минск-22», в которой результаты выдаются на широкую печать с построением графика м. д. с. Выполнены расчеты ряда одноходовых и двухходовых якорных обмоток при изменении параметров  $z/p$ ,  $u_n$ ,  $\epsilon_k$ ,  $\beta$ .

Расчеты показали, что общеизвестная расчетная схема с размещением на окружности якоря токового слоя, имеющего постоянную линейную нагрузку, справедлива только вне зоны коммутации. Поведение же кривой м. д. с. внутри коммутационной зоны можно охарактеризовать амплитудой  $F_{я}$ . В табл. 2 приведены амплитуды м. д. с. (отнесенные к  $A\tau/2$ ) некоторых распространенных якорных

обмоток ( $m=1$ ;  $z/p=\text{н. ч.}$ ). Из табл. 2 видно, что зависимость  $F_{я}$  от  $u_n$ ,  $\beta$  и  $\epsilon_k$  носит иной характер, чем по выражениям (1)–(3).

Установлено, что у якорных обмоток, для которых выполняется неравенство

$$\beta \leq u_n - \epsilon_k, \quad (14)$$

максимальное значение м. д. с. реакции якоря равно  $A\tau/2$ , однако ширина ступени максимума м. д. с. различна и может быть определена следующим образом:

$$b_{я} = u_n - \epsilon_k - \beta + 1. \quad (14a)$$

Анализ кривых м. д. с. якорных обмоток, отличающихся только числом коллекторных пластин и током параллельной ветви, показал, что ординаты кривой м. д. с.  $F_{x2}$  одной обмотки  $(i_{a2}, \frac{k_2\omega_{c2}}{2p_2})$  могут быть определены по кривой м. д. с. другой обмотки  $(i_{a1}, \frac{k_1\omega_{c1}}{2p_1})$ , рассчитанной ранее на ЦВМ, по следующему выражению:

$$F_{x2} = \frac{i_{a2}k_2\omega_{c2}}{2p_2} - \frac{i_{a2}k_1\omega_{c1}}{2p_1} + F_{x1} \frac{i_{a2}}{i_{a1}}. \quad (15)$$

Таким образом, представляется возможным рассчитывать на ЦВМ таблицы м. д. с. реакции якоря при базовых  $i_a$ ,  $k\omega_c/p$ , которые можно использовать с помощью формулы (15) при проектировании МПТ.

Расчетные исследования показали, что при  $\frac{k}{2p} > 20$  и  $\beta > 3$  можно не учитывать дробную часть щеточного перекрытия и округлять  $\beta$  до ближайшего целого числа. В этом случае можно значительно упростить алгоритм расчета и снизить время на его выполнение. (При этом погрешность не более 2%.)

Сопоставлены результаты расчета максимального значения м. д. с. по предлагаемой методике и по формулам [Л. 1–3], а также с результатами осциллографирования четырех МПТ, разных по мощности (100, 303, 2000 и 5700 кВт) и конструктивному исполнению.

Для осциллографирования по центру пазового клина укладывался измерительный проводник, концы которого через контактные кольца подключались к электронному осциллографу. При исследованиях через вращающийся якорь пропускался ток от постороннего источника. При этом все остальные обмотки МПТ были обесточены. Результаты обработки осциллограмм и расчетов представлены в виде диаграммы на рис. 3, из которой видно, что расчет по предлагаемой методике дает результаты, близкие к осциллограммам для всех четырех машин.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иоффе А. Б. Тяговые электрические машины. М.: Энергия, 1965.
2. Рихтер Р. Электрические машины. М.; Л.: ОНТИ, 1936, т. 1.
3. Цорн М. Поверочный расчет реактивной э. д. с. и воздушного зазора под добавочным полюсом. М.: Перевод ЦБТИ НИИЭМ, П4726.
4. Dreyfus L. Die stromwendung Grosser Gleichstrommaschinen. Berlin: I. Springer, 1929.

[7.9.1977]

# Характеристики коронного разряда в элегазе

БОРТНИК И. М.

Москва

Исследование характеристик коронного разряда в элегазе в данной статье предпринято в связи с установленным [Л. 1] характером предпробойных явлений при высоком давлении газа в однородном поле, который имел ряд черт, позволяющих считать, что в промежутке перед пробоем существует специфическая форма коронного разряда с микровыступов на поверхности электродов. Знание характеристик коронного разряда и его перехода в перекрытие промежутка может способствовать решению задачи установления механизма пробоя сжатых газов при высоком давлении. Поэтому ниже приведены результаты не фундаментального изучения характеристик коронного разряда в  $\text{SF}_6$ , а изучения и анализа их отдельных черт в определенном объеме, необходимом для решения указанной задачи.

Прежде всего была проверена степень точности расчета напряжения зажигания коронного разряда, в том числе для систем электродов, у которых наименьший радиус кривизны коронирующего электрода имеет величину в единицы или десятки микрон. Расчетное значение напряжения зажигания может быть определено по характеристикам элементарных процессов ионизации и захвата электронов. Известно много работ, где на основе аппроксимаций характеристик этих процессов и использования таунсендовского или стримерного критериев зажигания разряда выведены аналитические выражения для расчета напряженности (а по известной картине электростатического поля в промежутке — и напряжения) зажигания разряда.

Практически все выражения имеют вид, аналогичный формуле Пика:

$$E_0 = 89p^A \left[ 1 + \frac{B}{(pr_0)^k} \right], \quad (1)$$

хотя различие аппроксимаций и критериев приводит к различным коэффициентам  $A$ ,  $B$  и  $k$ . Кроме того, в ряде случаев выражение (1) получено как простой результат аппроксимации экспериментальных данных.

Для уточнения значений  $A$ ,  $B$  и  $k$  был проведен расчет  $E_0$  на ЦВМ с непосредственным использованием экспериментальных значений коэффициентов ионизации и прилипания [Л. 2] для систем электродов с различной расходимостью электрического поля. Расчет проведен на основе критерия Таунсенда, так как ранее было показано, что вид принятого критерия очень слабо влияет на значения  $E_0$  [Л. 3]. Аппроксимация результатов расчета выражением типа (1) дает с хорошей точностью следующие значения коэффициентов:  $A=1$ ,  $B=0,13$ ,  $k=0,54$  — для поля, изменяющегося пропорционально  $r^{-1}$ ,  $A=1$ ,  $B=0,202$ ,  $k=0,557$  — для поля, пропорционального  $r^{-2}$ ,  $A=1$ ,  $B=0,192$ ,  $k=0,54$  — для поля промежутка гиперболоид — плоскость и поля полуэллипсоидального выступа на одном из плоских электродов. До  $pr_0=5 \cdot 10^{-4}$  ат·см<sup>1</sup> напряжен-

ность поля в зоне ионизации изменяется на длине свободного пробега электрона в элегазе не более, чем на 5%.

Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в данном и других [Л. 7—9] исследованиях, показывает правильность определения напряжения зажигания разряда по характеристикам элементарных процессов, в том числе для микронных размеров радиусов кривизны электродов. Экспериментальные данные были получены с помощью аппаратуры, описанной в [Л. 1]. Для промежутка стержень — плоскость радиус закругления конца стержня  $r_0$  изменялся в пределах от  $1,5 \cdot 10^{-3}$  до  $2 \cdot 10^{-1}$  см, длина промежутка  $d$  от 0,25 до 5,0 см, форма стержня — от цилиндра с полусферической головкой до гиперболоида, давление газа — от 0,1 до 8 ат.

Экспериментами по определению пробивных напряжений промежутков подтвержден специфический характер зависимости пробивного напряжения от давления газа (см. рис. 1) как для положительной, так и для отрицательной полярности стержня, хотя в последнем случае максимум электрической прочности наблюдается при давлении по крайней мере в 2 раза большем. Так как в зоне III на рис. 2 пробивное напряжение промежутка может быть рассчитано, зона II является переходной, то основное внимание уделено изучению характеристик разряда в зоне I. Это определяется и тем, что «коронный» разряд с микронеоднородностей в однородном поле практически всегда горит при  $p$  и  $r_0$ , соответствующих зоне I. Действительно, из сопоставления данных различных исследований можно сделать вывод, что хотя значение  $p_{кр}$  является верхней границей зоны I по давлению и зависит от вида электродной системы,  $p_{кр}r_0$  практически всегда превышает  $5 \cdot 10^{-2}$  ат·см, т. е.  $p_{кр}$  для реальных радиусов вершин микронеоднородностей составит не менее 10 ат.

Проведенные исследования позволили установить при  $d/r_0 \gg 1$  и давлении, меньшем критического, следующие общие закономерности:

пробивное напряжение  $U_{пр}$  и предпробивной ток  $I_{пр}$  — зависят практически лишь от произведения  $pd$  (см. рис. 2);

вольт-амперные характеристики разряда для геометрически подобных систем совпадают при оди-

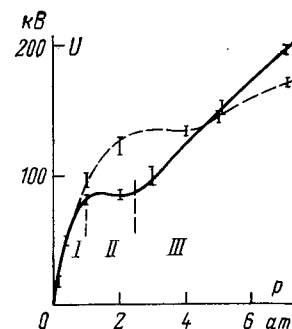


Рис. 1. Характеристики пробоя промежутка стержень — плоскость.

$d=2,0$  см,  $r_0=0,2$  см.

— — — — — положительная; — — — — — отрицательная полярности стержня; I, II, III — зоны разряда (показаны для положительной полярности).

<sup>1</sup> 1 ат =  $98,1 \times 10^3$  Па.

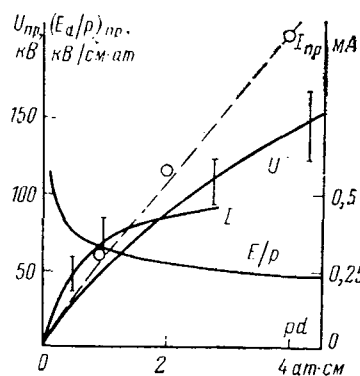


Рис. 2. Характеристики пробоя промежутка гиперболюид — плоскость при  $p < p_{кр}$ . — — — «оптимальная» электрическая прочность; ○ — данные [Л. 6],  $d=15$  см,  $r_0=1,4, 2, 4, 6$  см.

$I_{пр}$  для всех исследованных систем (см. рис. 3); полный ток в заданном промежутке при постоянстве отношения напряжения на промежутке к начальному напряжению не зависит от давления газа;

по мере приближения к  $p_{кр}$   $I_{пр}$  снижается до нуля сначала при положительной, затем в случае большего давления — при отрицательной полярности.

Отсюда видна определяющая роль объемного заряда, внедряемого в промежуток протекающим перед пробоем током коронного разряда, в нарушении распределения электростатического поля промежутка таким образом, что разряд, так же как и в однородном поле при высоком давлении газа [Л. 1], развивается при средней напряженности поля существенно меньшей, чем  $89p$  кВ/см, соответствующей равенству коэффициентов ионизации и прилипания для электронов в элегазе. Однако объемный заряд может привести к неоднородному распределению напряженности поля в промежутке, повысив ее у некоронирующего электрода до значения, при котором выполняется условие самостоятельности разряда. Так как поле при этом слабо-неоднородно, то достижение такой напряженности у некоронирующего электрода приведет к пробое промежутка.

Учитывая, что разряд в зоне I развивается вдоль оси промежутка, для расчета распределения напряженности поля перед пробоем с учетом объемного заряда можно воспользоваться методом Дейча — Попкова [Л. 4]. Принимаемые в этом методе допущения приводят к погрешности в расчете значений напряженности поля на осевой линии не более 5% [Л. 5]. Такая точность вполне достаточна для проверки предположения о возможности пробоя промежутка из-за увеличения напряженности поля у некоронирующего электрода. Распределение напряженности поля вдоль оси промежутка при плотности тока на плоскости  $j$  задается выражением:

$$E(x) = \frac{1}{1 + \frac{d}{r_0} - \frac{(d-x)^2}{r_0 d}} \times$$

$$\times \sqrt{E_0^2 + \frac{2jpd}{k_0 8,9 \cdot 10^{-14}} \left[ 1 + \frac{1}{r_0} \left( 1 + \frac{x}{r_0} - \frac{x^2}{3r_0 d} \right) \right]}, \quad (2)$$

где  $x$  — текущая координата, отсчитываемая от вершины гиперболюида,  $k_0=0,5$  см<sup>2</sup>/В·с — подвижность ионов элегаза при 1 ат. Значение  $j$  подбирается по условию  $\int_0^d E(x) dx = U$ . Расчет показал,

что, хотя напряженность поля у некоронирующего электрода действительно выше, чем при напряжении зажигания коронного разряда, при пробивном напряжении на промежутке она не достигает значения, необходимого для выполнения условия самостоятельности разряда. На рис. 2 и 4 показаны результаты расчета для некоторых частных случаев.

Дополнительная проверка применимости допущений Дейча — Попкова для расчета распределения поля вдоль оси промежутка в элегазе была проведена путем экспериментального определения значения плотности тока на плоскости и сопоставления его с рассчитываемым по выражению (2). Для этой цели было использовано устройство, в котором плоский электрод разрезной и поворачивается так, что вставленный в этот электрод зонд «сканирует» зону протекания тока [Л. 1]. Размеры зонда  $0,15 \times 0,006$  см, и при повороте электрода он пересекает зону протекания тока по сечению, проходящему через ось промежутка. Экспериментально было также показано, что распределение тока по плоскости (см. рис. 5) при заданном токе не зависит от давления, а распределение тока по плоскости вблизи оси промежутка не зависит ни от давления газа, ни от величины полного тока.

Таким образом, пробой промежутка не может быть объяснен исходя из условия достижения у плоского электрода напряженности поля, достаточной для выполнения условия самостоятельности разряда, вследствие искажения распределения поля объемным зарядом. Однако это же предположение может быть правомерным при учете возможного нагрева газа и соответствующего понижения его плотности за счет подводимой к коронирующему промежутку мощности, которая достигает в экспериментах 40 Вт при объеме, занимаемом разрядом, около 2 см<sup>3</sup>.

Для проверки этой возможности были проведены измерения скорости движения и температуры газа в промежутке с помощью термоанометра. При этом плоский электрод заменялся сеткой, за которой на расстоянии около 0,2 см располагался датчик термоанометра. Оказалось, что температура газа перед пробоем во всем исследованном диапазоне параметров газа и промежутка повышается на несколько градусов. Это можно объяснить, учитывая очень большие скорости электрического ветра в промежутке (до 20 м/с). Оценка показывает, что при таких скоростях проходящая через сечение разрядного промежутка масса газа может быть нагрета примерно на 0,5°C. Следует,

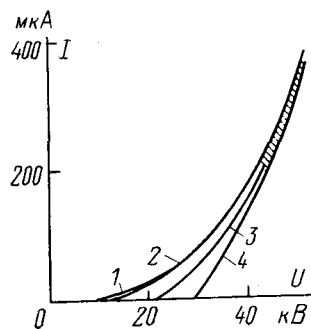


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики.  $p=1$  ат ( $1 \text{ ат} = 98,1 \cdot 10^3 \text{ Па}$ ),  $d=1$  см.  
1, 2, 3, 4 — для  $r_0$ , равного соответственно 30, 100, 200, 2000 мкм.

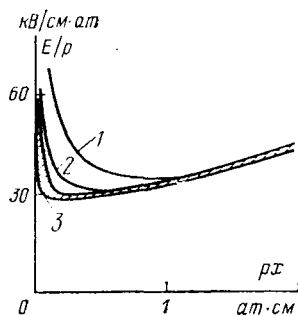


Рис. 4. Распределение напряженности поля в промежутке гиперболоид — плоскость перед пробоем,  $pd=2$  ат·см,  $U=72$  кВ.  
1 —  $d=1$  см,  $d/r_0=10$ ; 2 —  $d=4$  см,  $d/r_0=10$ ; 3 —  $d=1+4$  см,  $d/r_0 \geq 10^2$ .

однако, иметь в виду, что в экспериментах с малым объемом камеры или с промежутками, где вынос тепла газом затруднен, температура газа может быть существенно выше. Это характерно для коаксиальных цилиндров, где при коронировании может подводиться мощность до 100 Вт на сантиметр длины промежутка. Но в промежутке гиперболоид — плоскость предположение о понижении плотности газа за счет его нагрева не подтверждается. Сильный же электрический ветер может быть частично причиной появления длинного «хвоста» в распределении плотности тока по плоскости при больших токах, так как скорости ветра и дрейфа ионов становятся сопоставимыми по величине.

Полученные экспериментально результаты позволяют предположить, что пробой в промежутке стержень — плоскость при давлении меньше критического происходит при достижении определенного значения  $E/p$  в некоторой точке промежутка, достаточного для распространения головки стримера через весь промежуток, причем это значение зависит лишь от  $pd$  (см. рис. 2). Действительно, из формулы (2) следует, что при больших токах (перед пробоем) зависимость  $E/p$  от расстояния между электродами во всем промежутке, кроме очень узкой зоны у вершины стержня, близка к линейной.

Зависимость (3) близка к линейной и значения минимальной и максимальной (у поверхности плоского электрода) напряженностей поля в промежутке перед пробоем соответственно составят:

$$E_{\min}/p_{\text{пр}} = 0,8U_{\text{пр}}/pd; \quad E_d/p_{\text{пр}} = 1,3U_{\text{пр}}/pd.$$

Эти значения справедливы с точностью до величины падения напряжения в зоне ионизации (около 5%). Таким образом, из зависимости  $U_{\text{пр}}$  только от  $pd$  следует постоянство  $E_{\min}/p$  или  $E_d/p$  в случае пробоя при заданном  $pd$ . Однако до конца не ясно достижение какого из этих двух значений  $E/p$  более важно для выполнения условия распространения стримера через весь промежуток.

С учетом того, что распределение большей части тока в промежутке слабо зависит от давления газа и величины тока при заданных  $pd$  и  $d/r_0$  (рис. 5), а значение относительной плотности тока

вдоль оси промежутка сохраняется неизменным, экспериментальная зависимость  $I_{\text{пр}}(pd)$  следует из зависимости  $U_{\text{пр}}$  только от  $pd$ . Отсюда же следует и совпадение вольт-амперных характеристик промежутков с одинаковыми  $pd$  и  $d/r_0$ . Более того, экспериментальные данные рис. 3 позволяют высказать следующее предположение: так как при неизменных  $p$  и  $d$  увеличение  $r_0$  приводит к увеличению  $U_0$  и крутизны вольт-амперной характеристики, то в связи с тем, что пробой происходит почти при одинаковых значениях  $U_{\text{пр}}$  и  $I_{\text{пр}}$  при всех  $r_0$ , можно ожидать неустойчивого (броском) роста тока для промежутков с таким  $r_0$ , когда  $U_0$  близко к  $U_{\text{пр}}$  для резконеоднородного поля. В этом случае пробой должен развиваться без предшествующей короны. Принято считать, что пробой в промежутках с неоднородным полем развивается без предшествующей короны при таком «оптимальном» значении радиуса электрода с наибольшей кривизной, когда напряженность поля на этом электроде минимальна при заданном  $U$ . Для промежутка гиперболоид — плоскость  $r_{\text{опт}} = d/1,54$ . Тогда из формулы (1) следует выражение для пробивного напряжения промежутка с  $r_{\text{опт}}$ :

$$U_{\text{пр.опт}} = 46,2pd \left[ 1 + \frac{0,242}{(pd)^{0,54}} \right]. \quad (3)$$

Исходя из изложенного, следует ожидать показанного на рис. 2 практического совпадения  $U_{\text{пр}}$  для промежутков с резконеоднородным полем и  $U_{\text{пр.опт}}$  в определенной области значений  $pd$ . Интересно отметить, что близкими к значениям  $U_{\text{пр.опт}}$  оказываются и данные по  $U_{\text{пр}}$  для длинных промежутков в элегазе [Л. 6].

Экспериментальные данные по пробую промежутков с резконеоднородным полем в элегазе и предложенное их объяснение позволяют следующим образом представить картину развития разряда в элегазе в однородном поле при высоком давлении и объяснить ранее опубликованные экспериментальные данные [Л. 1].

Для пробоя промежутка с однородным полем необходимо выполнить два условия: условие зажигания разряда хотя бы в части промежутка и условие распространения головки стримера через весь промежуток. При выполнении закона подобия (малые  $p$  и  $E \leq 100-200$  кВ/см) эти условия совпадают и выполняются при одном и том же напряжении. При наличии отклонений от закона подобия условия не всегда совпадают. За второе условие можно принять достижение определенной достаточной для распространения стримера напряженности поля в промежутке. Нет никаких оснований считать, что значения  $E/p_{\text{стр}}$  будут разные в однородном поле и промежутке стержень — плоскость.

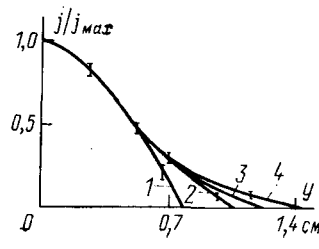


Рис. 5. Распределение плотности тока по плоскости в функции расстояния от оси промежутка, отрицательная полярность,  $d=0,8$  см,  $r_0=0,008$  см,  $p=1-5$  ат.  
1, 2, 3, 4 — для полного тока, равного соответственно 6, 30, 100, 250 мкА.

Легко показать путем расчета (при допущении Дейча — Попкова) распределения напряженности поля в промежутке между плоскими электродами с полуэллипсоидальным выступом на одном из электродов, что при протекании тока микрокороны напряженность поля у некоронирующего электрода перед пробоем в 1,0—1,5 раза выше средней напряженности поля в промежутке в зависимости от соотношения величин напряженностей поля при пробое и при зажигании микрокороны. Поэтому можно принять, что стример в однородном поле распространяется через весь промежуток при достижении средней напряженности поля, равной или несколько большей (максимум в 1,3 раза), чем средняя напряженность поля в промежутке стержень — плоскость при  $d/r_0 \gg 1$  и одинаковом значении  $pd$ , определяемая из рис. 2. Тогда, если состояние электродов (степень обработки и площадь поверхности) таково, что при  $E/p < E/p_{\text{стр}}$  у вершины микронеоднородности выполняется условие самостоятельности разряда, то в промежутке до его полного пробоя будет протекать заметный ток самостоятельного разряда и пробой произойдет лишь при выполнении условия  $E/p = E/p_{\text{стр}}$ . Пробивное напряжение будет при этом минимально возможным для заданного  $pd$  при любых (в разумных пределах) неоднородностях. Оно является тем минимумом, к которому стремится пробивное напряжение с увеличением площади электродов. Если же микронеоднородности таковы, что выполнение условия самостоя-

тельности разряда у их вершины возможно лишь при  $E/p > E/p_{\text{стр}}$ , то пробой произойдет сразу же при достижении значения напряженности, достаточного для выполнения условия самостоятельности разряда.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bortnik I. M., Vertikov V. P. To the calculation of gaseous  $\text{SF}_6$  — insulation/Intern. Symp. on high volt. techn. Zurich, 1975, p. 337—342.
2. Teich T. H., Sangi B. Discharge parameters for some electronegative gases and emission of radiation from electron avalanches/Intern. Symp. of high volt. techn. Munich, 1972, p. 391.
3. Бортник И. М., Кук Ч. М. Характеристики зажигания разряда в  $\text{SF}_6$  при сверхвысоких напряжениях. — ЖТФ, вып. 42, № 11.
4. Попков В. И. К теории униполярной короны. — Электричество, 1949, № 1, с. 33—48.
5. Основы электрогазодинамики дисперсных систем/Верещагин И. И., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. М.: Энергия, 1974.
6. Steiniger E. Durchschlagsverhalten von  $\text{SF}_6$  bei gleichwechsel- und Stoßspannungsbeanspruchung. — ETZ-A, 1965, Jg 86, No. 18, S. 538—549.
7. Арсон А. Г. О пробое коронирующих промежутков в газе. — ЭП. Аппараты высокого напряжения, 1972, № 10 (19).
8. Sangkasaad S. Breakdown characteristics of compressed  $\text{SF}_6$  in concentric spheres field/Proc. IEE Conf. on Gas Discharges. London, 1976, p. 145.
9. Liapin A. G., Popkov V. I., Shevtsov E. N. The range and criterion of similarity of dc corona on hyperboloids against plane in pressurized air and  $\text{SF}_6$ /Proc. IEE Conf. on Gas Discharges. London, 1976, p. 250.

[15.12.1977]

УДК 621.314.237.042.14:538.24

## Процесс и энергия намагничивания листового магнитопровода при прямоугольном напряжении

ЧЕРКАШИН Ю. С.

Москва

Затрагиваемой теме посвящено много научных и экспериментальных работ. В [Л. 1] изложение осложнено рядом математических выкладок, за которыми теряется наглядность и обозримость решения. В [Л. 2] рассматривается воздействие ступенчатой функции напряженности магнитного, а не электрического поля; именно последнее имеет место при намагничивании магнитопроводов импульсных трансформаторов.

В настоящей статье исследуется процесс проникновения электромагнитного поля в толщу пластины и одновременно определяются затраты энергии на намагничивание. Приводится также решение этой задачи при намагничивании материалов с очень круто восходящими участками петли гистерезиса. Этот процесс с несколько иных позиций рассмотрен в [Л. 3], однако там не приводится сравнение этих двух режимов намагничивания, не вычислены и не сравниваются потери энергии в обоих случаях. Приводимые ниже решения проводятся строгими методами теории поля, результаты вычислений представлены в виде графиков.

Обращается внимание на физическую сторону процесса намагничивания.

Рассмотрим тонкую плоскую пластину (рис. 1) магнитного материала, обладающую электропроводностью и охваченную одним витком обмотки. Предполагаем, что ширина и длина пластины намного превышают ее толщину, а активным сопротивлением витка импульсному току можно пренебречь. Предполагается также, что исходное магнитное состояние материала восстанавливается к началу каждого следующего импульса. (Например, индукция минус  $1,05B_c$  и напряженность поля  $1,2H_c$  поддерживаются с помощью цепи подмагничивания, блокированной реактором.)

Принимая во внимание, что наличие постоянного магнитного поля никак не проявляется в электрической цепи, последующие выводы проведем для приращений векторов магнитного поля, обозначив для простоты

$$\Delta B = B \text{ и } \Delta H = H; (\Delta B)_{\text{ср}} = B_{\text{ср}}; (\Delta H)_{\text{ср}} = H_{\text{ср}}; \Delta B_{\text{max}} = B_{\text{max}} \text{ и т. п.}$$

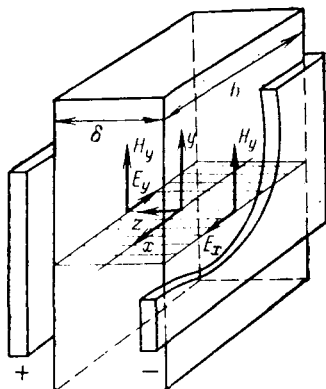


Рис. 1. Пластина магнитопровода, охваченная витком обмотки.

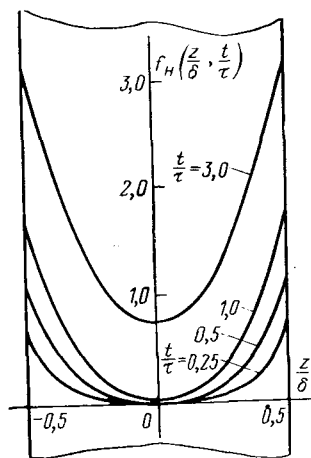


Рис. 2. Кривые распределения напряженности магнитного поля по сечению пластины магнитопровода.

Для плоской электромагнитной волны в проводящей среде первое и второе уравнения Максвелла и их решения в операторной форме имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH_y(z, p)}{dz} &= -\frac{1}{\rho} E_x(z, p); \\ \frac{dE_x(z, p)}{dz} &= -\mu\mu_0 p H_y(z, p); \\ E_x(z, p) &= C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z}; \\ H_y(z, p) &= \frac{1}{Z_C} (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление магнитного материала;  $p$  — оператор Лапласа;  $\mu$  — магнитная проницаемость материала;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $C_1, C_2$  — произвольные постоянные интегрирования;  $\gamma = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\rho}} p$  — постоянная распространения;  $Z_C = \sqrt{\mu\mu_0 \rho p}$  — волновое сопротивление.

При выбранных направлениях осей координат и векторов электрического и магнитного полей получим:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z = \frac{\delta}{2} \quad -E_{x0} &= \left( C_1 e^{-\gamma \frac{\delta}{2}} + C_2 e^{\gamma \frac{\delta}{2}} \right); \\ \text{при } z = -\frac{\delta}{2} \quad E_{x0} &= \left( C_1 e^{\gamma \frac{\delta}{2}} + C_2 e^{-\gamma \frac{\delta}{2}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\delta$  — толщина пластины;  $h$  — ширина пластины;  $U_H$  — прямоугольное напряжение, приложенное к выводам витка;  $E_{x0} = -U_0 \frac{1}{2h}$  — значение электрического поля на поверхности пластины.

Решение двух последних уравнений дает:

$$E_x(z, p) = -E_{x0} \frac{\operatorname{sh} \gamma z}{\operatorname{sh} \gamma \frac{\delta}{2}} \quad (3)$$

Для определения напряженности магнитного поля в соответствии со вторым уравнением системы (1)

$$H_y(z, p) = \frac{-1}{\mu\mu_0 p} \frac{dE_x(z, p)}{dz} \quad (4)$$

необходимо найти производную напряженности электрического поля по координате  $z$ :

$$\frac{dE_x(z, p)}{dz} = -E_{x0} \frac{\gamma \operatorname{ch} \gamma z}{\operatorname{sh} \gamma \frac{\delta}{2}}. \quad (5)$$

Оригинал этой функции согласно справочным данным [Л. 4]:

$$\frac{dE_x(z, t)}{dz} = -E_{x0} \left[ \frac{2}{\delta} + \frac{4}{\delta} \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \cos \frac{2\pi s z}{\delta} \right], \quad (6)$$

где

$$\tau = \frac{\mu\mu_0 \delta^2}{4\pi^2 \rho} \quad (7)$$

— постоянная времени вихревых токов.

Наличие множителя  $\frac{1}{p}$  в операторном уравнении (4) соответствует интегрированию оригинала функции (6) в пределах от 0 до  $t$ . В результате интегрирования получим

$$\begin{aligned} H_y(z, t) &= E_{x0} \left[ \frac{2t}{\mu\mu_0 \delta} + \frac{\delta}{\pi^2 \rho} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s^2} \left( 1 - e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right) \times \right. \\ &\quad \times \cos \frac{2\pi s z}{\delta} \left. \right] = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} \left[ \frac{t}{2\tau} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s^2} \cos \frac{2\pi s z}{\delta} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s^2} \cos \frac{2\pi s z}{\delta} e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Первая сумма скобок представляет собой разложение в гармонический ряд функции

$$\pi^2 \left( \frac{z^2}{\delta^2} - \frac{1}{12} \right).$$

С учетом этого окончательно найдем для магнитного поля:

$$\begin{aligned} H_y(z, t) &= \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} \frac{t}{2\tau} \left[ 1 + \frac{2\pi^2 \tau}{t} \left( \frac{z^2}{\delta^2} - \frac{1}{12} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\tau}{t} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s^2} \cos \frac{2\pi s z}{\delta} e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right] = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} f_H \left( \frac{z}{\delta}, \frac{t}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Среднее значение этой функции по толщине пластины

$$H_{cp}(t) = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} \frac{t}{2\tau} = \frac{B_{cp}(t)}{\mu\mu_0}, \quad (10)$$

откуда с учетом (7) получим

$$E_{x0} = \frac{B_{cp} \delta}{2t}. \quad (11)$$

Для электрического поля найдем

$$E_x = -\rho \frac{\partial H_y(z, t)}{\partial z} = -E_{x0} \left[ \frac{2z}{\delta} + \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s} \times \right. \\ \left. \times \sin \frac{2\pi s z}{\delta} e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right] = -E_{x0} f_E \left( \frac{z}{\delta}, \frac{t}{\tau} \right). \quad (12)$$

Графики функций  $f_H(z/\delta, t/\tau)$  и  $f_E(z/\delta, t/\tau)$  приведены на рис. 2 и 3. Параметром кривых является относительный момент времени  $t/\tau$ . При  $t/\tau=0,25$  поля сосредоточены у поверхности пластины, причем магнитное поле мало, а электрическое поле на краю пластины равно своему неизменному значению  $E=U_n/2h$ . В дальнейшем поля проникают в глубь материала. При значении  $t/\tau=1$  кривая распределения магнитного поля еще почти касается оси абсцисс и при увеличении времени свыше  $t/\tau>3$  будет параболой, которая, не изменяясь, поднимается вверх, а распределение электрического поля становится линейным.

Очевидно, напряженность магнитного поля на поверхности пластины определяет значение тока намагничивания, протекающего по обмотке:

$$H_{y0}(t) = H_y \left( \frac{\delta}{2}, t \right) = \\ = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} \frac{t}{2\tau} \left[ 1 + \frac{2\tau}{t} \left( \frac{\pi^2}{6} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^2} e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right) \right] = \\ = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} \frac{t}{2\tau} f_B \left( \frac{t}{\tau} \right) = \frac{E_{x0} \delta}{\pi^2 \rho} f_i \left( \frac{t}{\tau} \right). \quad (13)$$

График функции  $f_i \left( \frac{t}{\tau} \right)$  приведен на рис. 1, а. Пунктиром показаны две составные части функции: прямая  $f'_i = \frac{t}{2\tau}$  и кривая  $f''_i$ , отображающая сумму двух членов круглых скобок.

Отношение  $\frac{B_{cp}(t)}{\mu_0 H_{y0}(t)}$  часто называют эквивалентной магнитной проницаемостью. С учетом (10) получаем

$$\mu_{жв} = \frac{B_{cp}(t)}{\mu_0 H_{y0}(t)} = \frac{\mu}{f_B \left( \frac{t}{\tau} \right)}, \quad (14)$$

т. е. функция  $f_B$  показывает, во сколько раз эффективная проницаемость меньше исходной проницаемости материала. На рис. 4,а эквивалентная проницаемость пластины характеризуется котангенсом угла наклона прямой, проведенной из начала координат в данную точку кривой  $f_i(t/\tau)$ .

Определим степень превышения напряженности магнитного поля и индукции на краю пластины над средним значением этих величин:

$$\frac{H_{y0}}{H_{cp}} = \frac{B_{y0}}{B_{cp}} = \left[ 1 + \frac{2\tau}{t} \left( \frac{\pi^2}{6} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^2} e^{-\frac{s^2 t}{\tau}} \right) \right] = f_B \left( \frac{t}{\tau} \right). \quad (15)$$

Выражение (15) совпадает с решением в [Л. 1].

Рис. 3. Кривые распределения напряженности электрического поля по сечению пластины магнитопровода.

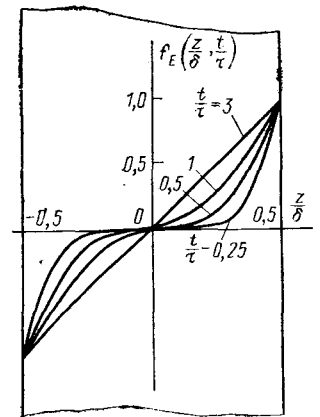


График функции  $f_B(t/\tau)$  приведен на рис. 4,а. С его помощью может быть решена обратная задача — определение относительного момента времени по заданному превышению поля на краю пластины над средним значением.

Перейдем к определению потерь в стержне магнитопровода, для чего найдем значение вектора Пойнтинга через боковую поверхность пластины. Энергия в нее проникает с двух сторон. Мощность на единицу поверхности

$$P = [\vec{E}\vec{H}] = 2E_{x0}H_{y0} = \frac{2E_{x0}^2\delta}{\pi^2\rho} f_i \left( \frac{t}{\tau} \right). \quad (16)$$

Первая часть функции —  $f'_i$  соответствует мощности намагничивания, вторая —  $f''_i$  мощности потерь от вихревых токов. Например, в момент времени  $t/\tau=3$  мощность намагничивания примерно равна мощности потерь от вихревых токов; для последующих моментов времени мощность намагничивания непрерывно возрастает, а мощность потерь от вихревых токов остается практически постоянной.

Определим удельную энергию (на единицу объема), поглощаемую пластиной магнитопровода за время  $\tau_n$ . Интегрируя формулу (16) в пределах от 0 до  $\tau_n$  и учитывая, что эта мощность поглощается объемом  $1(\text{м}^2) \cdot \delta$ , получим

$$w = \frac{E_{x0}^2\tau_n}{3\rho} \left[ \frac{3}{2\pi^2} \frac{\tau_n}{\tau} + 1 - \frac{6}{\pi^2} \frac{\tau}{\tau_n} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^4} \left( 1 - e^{-\frac{s^2\tau_n}{\tau}} \right) \right] = \\ = \frac{E_{x0}^2\tau_n}{3\rho} f_w \left( \frac{\tau_n}{\tau} \right). \quad (17)$$

График функции  $f_w$  приведен на рис. 4,б. Пунктиром показаны две составные части функции: прямая  $f'_w$  пропорциональна энергии намагничивания, кривая  $f''_w$ , соответствующая сумме двух последних членов в квадратных скобках, пропорциональна энергии потерь от вихревых токов.

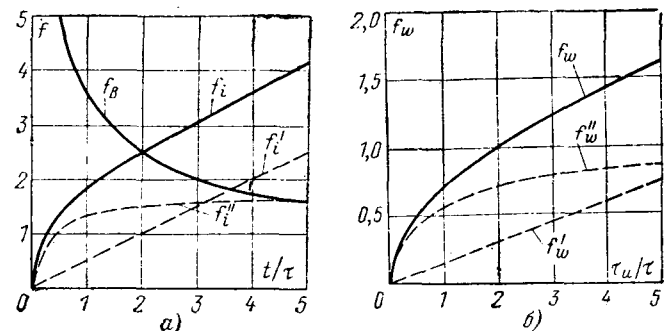


Рис. 4. Графики функций  $f_i \left( \frac{t}{\tau} \right)$  и  $f_B \left( \frac{t}{\tau} \right)$  (а) и  $f_w \left( \frac{\tau_n}{\tau} \right)$  (б).

При значениях  $\tau_H \geq 10\tau$  последний член в квадратных скобках, представляющий сумму ряда, составляет не более 7% единицы и им можно пренебречь. Тогда с учетом (7) и (11) получим

$$\omega = \frac{B_{cp}^2 \delta^2}{12\rho\tau_H} f_{\omega} \left( \frac{\tau_H}{\tau} \right) \approx \frac{B_{cp}^2}{2\mu\mu_0} + \frac{B_{cp}^2 \delta^2}{12\rho\tau_H}. \quad (18)$$

Первый член в уравнении (18) представляет собой энергию намагничивания магнитопровода, второй — энергию потерь от вихревых токов. После умножения  $\omega$  на частоту повторения импульсов  $f_H$ , получим среднюю мощность потерь, потребляемую от генератора импульсов. Энергия намагничивания сама по себе не приводит к нагреву магнитопровода трансформатора, однако если ни одна из обмоток не будет в послепульсный период шунтирована нагрузкой с малым сопротивлением, то эта энергия может перейти в энергию вихревых токов. Например, при времени восстановления исходного магнитного состояния, равном длительности рабочего импульса, энергия потерь от вихревых токов удваивается за счет энергии намагничивания, накопленной во время импульса. Справедливость этого утверждения становится ясной, если рассмотреть приведенную к одному числу витков (например, к одному витку) схему импульсного трансформатора.

Так как напряжения на выводах всех обмоток при этом условии одинаковы, то и большая часть тока намагничивания будет протекать по обмотке, у которой меньше сопротивление нагрузки, т. е. той, у которой постоянная времени больше. Для уменьшения потерь в магнитопроводе в послепульсный период одна из обмоток трансформатора должна быть шунтирована нагрузкой, при которой постоянная времени цепи больше, чем постоянная времени вихревых токов. Поскольку напряжение в послепульсный период имеет обратную полярность, то эта нагрузка может быть подключена к обмотке через вентиль. В некоторых случаях роль такой нагрузки могут играть паразитные емкости обмоток трансформатора, тогда энергия намагничивания частично переходит в энергию нагрева обмоток.

Потери энергии на намагничивание за цикл не могут быть меньше потерь, определяемых площадью петли гистерезиса

$$\omega_r = 2H_c B_{cp}, \quad (19)$$

тогда общая удельная энергия нагрева магнитопровода

$$\omega_c = 2H_c B_{cp} + K_{\tau} \frac{B_{cp}^2 \delta^2}{12\rho\tau_H}, \quad (20)$$

где коэффициент  $K_{\tau}$  определяется параметрами цепи, в которой используется электромагнитное устройство.

Большой интерес представляет решение рассматриваемой задачи при учете насыщения материала магнитопровода. Для строгого решения этой задачи в правую часть второго уравнения Максвелла должна быть подставлена функция  $B(z, \rho) = f(H_y)$ , аппроксимирующая кривую намагничивания материала и позволяющая найти как решение полученного нелинейного дифференциального уравнения,

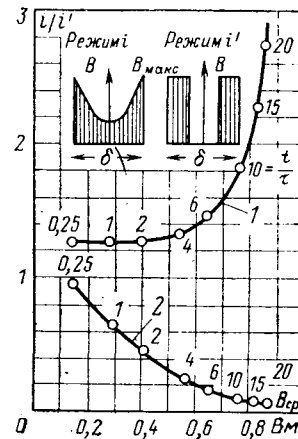


Рис. 5. Графики зависимости отношения токов намагничивания для материалов с  $\mu = \text{const}$  и ППГ.

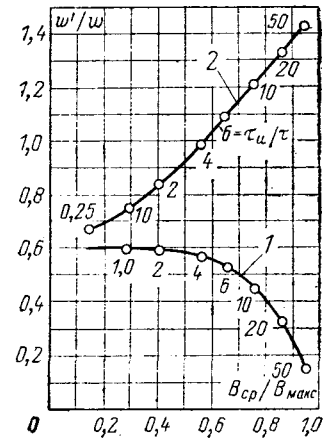


Рис. 6. Графики зависимости отношения удельных энергий намагничивания для материалов с  $\mu = \text{const}$  и ППГ.

так и переход от этого решения к оригиналу. Однако на этом пути возникают существенные математические трудности.

Рассмотрим частный случай, когда материал имеет прямоугольную петлю гистерезиса (ППГ), т. е. магнитная проницаемость бесконечно велика при перемагничивании от  $-B_s$  до  $+B_s$ , а по достижении индукции насыщения равна нулю. Намагничивание пластины из такого материала будет начинаться с ее краев и сразу достигать там насыщения. В каждом элементарном слое  $dz$  будет происходить перемагничивание от  $-B_s$  до  $+B_s$  ( $B_{max} = \Delta B_{max} = 2B_s$ ). Так как поток должен увеличиваться пропорционально времени, то граница перемагничивания будет передвигаться к центру листа со скоростью  $v$ , которую определим из соотношений:

$$\Delta\Phi = 2B_{max} \Delta z h = 2E_{x0} h \Delta t = B_{cp} \delta h, \quad (21)$$

отсюда

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} = v = \frac{E_{x0}}{B_{max}}. \quad (22)$$

Решение для напряженности магнитного поля ищем в виде

$$H'_y(z, t) = K \left( \frac{\delta}{2} - z + vt \right). \quad (23)$$

После подстановки (23) в первое уравнение Максвелла найдем:

$$K = \frac{E_{x0}}{\rho}; \quad H'_y(z, t) = \frac{E_{x0}}{\rho} \left( \frac{\delta}{2} - z \right) + \frac{E_{x0} t}{\rho B_{max}}. \quad (24)$$

На поверхности пластины

$$H'_y \left( \frac{\delta}{2}, t \right) = H'_{y0}(t) = \frac{E_{x0} t}{\rho B_{max}}.$$

Это значение напряженности поля определяет ток в обмотке трансформатора. Для материала с линейной зависимостью  $B$  от  $H$  та же зависимость определяется формулой (13). Предположим, что точное значение крутизны восходящего и нисходящего участков петли гистерезиса неизвестно. Мате-



риал будет намагничиваться либо как линейный по «параболической» кривой, либо как прямоугольный с насыщением краев.

Сравним эти два режима по значению тока намагничивания и затрат энергии в предположении равенства максимальных значений индукции на краях пластины:

$$B_{y0} = B_{\max} \approx 2B_s$$

и, следовательно, при одинаковых отношениях среднего и максимального значений индукции:

$$\frac{B_{\text{ср}}}{B_{\max}} = \frac{B_{\text{ср}}}{2B_{\text{ср}}}; \quad \frac{H_{y0}(t)}{H'_{y0}(t)} = \frac{i}{i'} = \frac{1}{\pi^2} \frac{t}{\tau} f_B^2\left(\frac{t}{\tau}\right). \quad (25)$$

График этой функции приведен на рис. 5. Быстрое увеличение тока для режима намагничивания линейного материала (кривая 1) обусловлено ростом индуктивной составляющей тока намагничивания. При построении кривой 2 в функции  $f_B$  был исключен член, учитывающий эту индуктивную составляющую тока. Таким образом, кривая 2 показывает отношение только вихревых составляющих токов. Точками и цифрами на кривых отмечены отношения длительности импульса к постоянной времени вихревых токов линейного материала, при которых достигается данное отношение  $B_{\text{ср}}/B_{\max}$ .

Определим потери в пластинах магнитопровода, выполненного из материала с прямоугольной кривой намагничивания, и сравним их с потерями для случая  $\mu = \text{const}$ . Для этого найдем значение вектора Пойнтинга через единицу поверхности пластины:

$$P = 2E_{x0}H'_{y0} = \frac{2E_{x0}^2 t}{\rho B_{\max}}. \quad (26)$$

Интегрируя это уравнение по времени в пределах от 0 до  $\tau_n$  и относя найденное значение к объему  $1(\text{м}^2) \cdot \delta$ , получим удельные потери энергии от вихревых токов в стальной пластине с прямоугольной петлей намагничивания:

$$\omega' = \frac{E_{x0}^2 \tau_n^2}{\rho \delta B_{\max}} = \frac{B_{\text{ср}}^2 \delta^2}{8\rho \tau_n} \frac{B_{\text{ср}}}{B_{\max}}. \quad (27)$$

Удельные энергии, как и токи, сравним при одинаковых отношениях среднего значения индукции

к максимальному, используя (27), (18) и (21):

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{3}{2} \frac{1}{f_B\left(\frac{\tau_n}{\tau}\right) f_{\omega}\left(\frac{\tau_n}{\tau}\right)}. \quad (28)$$

График этой функции приведен на рис. 6. Кривая 1 построена с учетом общих потерь энергии на намагничивание и от вихревых токов. При построении кривой 2 учитывались только потери от вихревых токов. Из сопоставления кривых видно, что потери на намагничивание начинают играть заметную роль, начиная с  $\tau_n > 5\tau$  и  $B_{\text{ср}}/B_{\max} = 0,6$ . При этом потери от вихревых токов для обоих случаев примерно одинаковы (кривая 2). В предельном случае при  $B_{\text{ср}}/B_{\max} = 1$  потери от вихревых токов в пластине с ППГ лишь в полтора раза больше, чем в пластине из материала с  $\mu = \text{const}$ .

Потери из гистерезиса определяются так же, как и в предыдущем случае:

$$\omega_{\Gamma} = 2H_c B_{\text{ср}}.$$

Обычно при  $\tau_n \approx \tau$  потери от гистерезиса и вихревых токов сопоставимы, а для тонких лент при  $\tau_n > \tau$  гистерезисные потери могут значительно превышать потери от вихревых токов.

Поскольку все магнитные материалы насыщаются, деление на материалы с прямоугольной и непрямоугольной кривой намагничивания в указанном выше смысле чисто условно. На практике часто имеет место работа материала в том и другом режиме в течение различных частей импульса. По-видимому, переходом из одного режима работы в другой можно объяснить некоторые эффекты «магнитной вязкости» или «последствия».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ицхоки Я. С. Импульсные трансформаторы. М.: Энергоиздат, 1950.
2. Лукин Ф. В. Переходные процессы в линейных элементах радиотехнических устройств. М.: Оборонгиз, 1950.
3. Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. М.: Наука, 1956.
4. Теумин И. И. Справочник по переходным электрическим процессам. М.: Связьиздат, 1951.

[15.11.1977]

УДК 621.332.064.1:658.382.3

## Условия электробезопасности обслуживания рельсового пути в тяговой сети 2×25 кВ

Канд. техн. наук КОСАРЕВ Б. И., инж. КОСОЛАПОВ Г. Н.

Москва

Рост объема перевозок железных дорог СССР требует усиления существующих систем энергоснабжения электрических железных дорог. Одним из способов усиления электрических железных дорог переменного тока является применение системы энергоснабжения 2×25 кВ с автотрансформаторами (АТ). Принято решение спроектировать и испытать эту систему на одном из опытных участков. Принципиальная схема участка электроснабжения,

техничко-экономические достоинства и описание основных физических процессов в системе 2×25 кВ приведены в [Л. 1].

К числу проблем, решаемых при внедрении этой системы, относится электробезопасность обслуживания рельсовых путей и соединенных с ними устройств энергоснабжения, СЦБ.

Исследованию условий электробезопасности на электрических железных дорогах предшествует

определение токораспределения в тяговых сетях. Получить полную, точную картину токораспределения по элементам тяговой сети  $2 \times 25$  кВ, как показали исследования, можно только при электрическом расчете математической модели тяговой сети на ЦВМ. Поэтому поставленная задача решалась путем создания схемы замещения тяговой сети, позволившей с точностью, приемлемой для инженерных расчетов, получить основные соотношения, пригодные для любого участка цепи. С этой целью было проведено подробное исследование участка тяговой сети с односторонним питанием (схема замещения показана на рис. 1, в точках 2 и 2' — разрыв цепи), а токораспределение при двустороннем питании рассчитывалось методом наложения.

Как показали расчеты на ЦВМ, при определении тока короткого замыкания проводимостью ветвей схемы замещения, обозначенных на рис. 1 пунктирной линией, можно пренебречь. В [Л. 2] показано, что учет тока в тяговой сети за правым АТ, непосредственно питающим короткое замыкание, и тока в рельсовой цепи между подстанцией и левым АТ, расположенным на участке с коротким замыканием, незначительно влияет на ток короткого замыкания. Следовательно, схему замещения тяговой сети при расчете тока короткого замыкания можно представить в виде автотрансформаторного участка, который питается от подстанций по двухпроводным линиям «контактная сеть — дополнительный провод» длиной  $L_{A(B)}$  и сопротивлением

$$Z_{т.с. A(B)} = (Z_k + Z_\phi - 2Z_h) L_{A(B)},$$

где  $L_{A(B)}$  — расстояние от тяговой подстанции  $A(B)$  до левого (правого) АТ, питающего место короткого замыкания.

Схема замещения рассчитывалась методом контурных токов; расчет сложной тяговой сети сводился к расчету ряда однородных, причем переходное сопротивление «рельсы — земля» принималось равным нулю [Л. 2].

Выражения для определения тока имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} i_{к.з} &= \frac{2\dot{E}_{A(B)}}{Z_{A(B)}}; \\ Z_{A(B)} &= Z_{с.а. A(B)} + Z_{т.с. A(B)} + Z_{AT} + \\ &+ 4(Z_k - \mu Z_h) l_{12(23)} - \frac{(2Z_k l_{12(23)} + Z_{AT})^2}{(Z_k + Z_\phi) l_{13} + 2Z_{AT}}; \\ i_{з(2)} &= i_{к.з} \frac{Z_k l_{12(23)} + 0,5Z_{AT}}{(Z_k + Z_\phi) l_{13} + 2Z_{AT}}; \\ i_{з(3)} &= i_{к.з} - i_{з(2)}; \\ \mu &= Z_h / Z_p, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $Z_k$  — удельное сопротивление контура «контактная подвеска — однопутный участок — земля»;  $Z_\phi$  — удельное сопротивление контура «дополнительный провод — земля»;  $Z_p$  — удельное сопротивление контура «рельсы — земля»;  $l_{12}$ ,  $l_{23}$  — расстояния от места короткого замыкания соответственно до  $AT_2$  и  $AT_3$ ;  $l_{13}$  — расстояние между  $AT_2$  и  $AT_3$ .  $Z_h$  — сопротивление взаимной индукции между контурами «контактная сеть — рельсы», «дополнительный провод — рельсы», «контактная сеть — дополнительный провод».

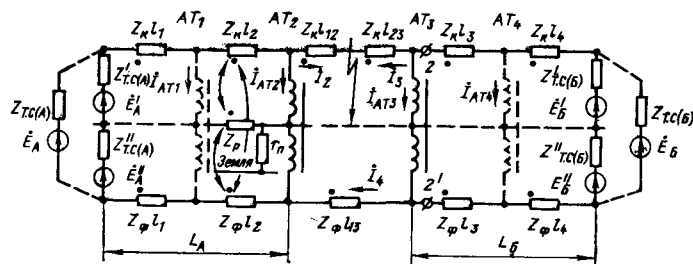


Рис. 1. Схема замещения тяговой сети  $2 \times 25$  кВ с автотрансформаторами.

рами «контактная сеть — рельсы», «дополнительный провод — рельсы», «контактная сеть — дополнительный провод». При расположении дополнительного провода на месте усиливающего все сопротивления взаимной индукции можно принять равными;  $Z_{с.а. A(B)}$  — суммарное сопротивление питающей системы и трансформаторной подстанции.

Расчет токораспределения в тяговой сети  $2 \times 25$  кВ при двустороннем питании может быть сведен к расчету двух схем с односторонним питанием. Для этого определяются значения токов фидеров тяговых подстанций. Затем, включая вместо источников э. д. с. два источника тока с токами, равными фидерным, переходим к двум схемам с односторонним питанием. Используя соотношения (1), находим необходимые токи и алгебраическим суммированием получаем общую картину токораспределения.

Токи фидеров  $i_A$  и  $i_B$  определяются из выражений:

$$i_A = \frac{\dot{E}_A Z_A - \dot{E}_B Z_{AB}}{Z_A Z_B - Z_{AB}^2}; \quad i_B = \frac{\dot{E}_B Z_B - \dot{E}_A Z_{AB}}{Z_A Z_B - Z_{AB}^2}, \quad (2)$$

где

$$Z_{AB} = \frac{(Z_k l_{12} + 0,5Z_{AT})(Z_k l_{23} + 0,5Z_{AT})}{(Z_k + Z_\phi) l_{13} + 2Z_{AT}}. \quad (3)$$

Сопротивления тяговой сети, вычисленные по (1), сверены с их значениями, полученными в [Л. 3]; расхождения не превысили 10%.

В реальных условиях сопротивления контактной сети и дополнительного провода не равны между собой. Это приводит к появлению нескомпенсированного тока в рельсовой цепи между подстанциями и группой питающих АТ, что вызывает увеличение электромагнитного влияния тяговой сети  $2 \times 25$  кВ на коммуникации, расположенные вдоль трассы железной дороги. Значение нескомпенсированного тока  $i_{нк}$  как при одно-, так и при двустороннем питании определяется из выражения ( $Z_{AT} = 0$ );

$$i_{нк} = i_k - i_\phi = 2i_{A(B)} \frac{Z_\phi - Z_k}{Z_\phi + Z_k},$$

где  $i_k$  — ток в контактной подвеске;  $i_\phi$  — ток в дополнительном проводе.

Формулы, полученные для расчета токов по элементам тяговой сети, позволяют определить напря-

жение «рельсы — земля» и перейти к оценке условий электробезопасности.

В статье исследование условий электробезопасности при обслуживании рельсовых путей и соединений с ними устройств проведено с учетом случайного характера явлений, приводящих к поражению электрическим током, что позволяет полно и всесторонне проанализировать возникновение опасной ситуации.

Вероятность поражения человека от воздействия электрического тока  $P(\Pi)$  определяется вероятностями возникновения режима короткого замыкания в тяговой сети  $P_{к.з.}$ , касания человеком рельсового пути  $P_k$  или соединенных с ним устройств, вероятностью превышения допустимого напряжения на обслуживаемых устройствах  $P(U_p > U_d)$ , совпадением моментов воздействия электрического тока и наиболее уязвимой фазы кардиоцикла  $P_\phi(t_k \subset \tau)$ , при этом

$$P(\Pi) = P_{к.з.} P_k P(U_p > U_d) P_\phi(t_k \subset \tau). \quad (4)$$

Математическое ожидание  $M(\Pi)$  числа возможных поражений в год на сети электрифицированных железных дорог приближенно можно оценить по формуле

$$M(\Pi) = \frac{AN_k L_d I_k}{T L^2} P(U_p > U_d) P(t_k \subset \tau), \quad (5)$$

где  $N_k$  — число коротких замыканий по развернутой длине участка контактной сети ( $L=100$  км) за рассматриваемый период  $T$  ( $T=8760$  ч);  $A$  — объем работ на длине  $L$ , связанных с прикосновением к устройствам, которые при коротких замыканиях в тяговых сетях находятся под напряжением, чел.-ч. Эта величина зависит от грузонапряженности участка  $\Gamma$  [т·км/(км·год)];  $L_d$  — развернутая длина электрифицированных линий, км;  $I_k$  — длина опасной зоны при коротком замыкании, км;  $P_\phi(t_k \subset \tau) = 2t_k \tau / t_c$  — вероятность возникновения фибрилляции, которая зависит от того, как накрывает импульс тока, действующего на человека, фазу  $T$  кардиоцикла:  $t_k$  — время срабатывания токовой защиты;  $t_c$  — период кардиоцикла;  $\tau$  — продолжительность фазы  $T$  кардиоцикла.

Следовательно, степень опасности эксплуатационных работ обусловлена технологическими особенностями обслуживания рельсового пути, надежностью работы системы энергоснабжения, а также условиями прикосновения к потенциально опасным элементам конструкций. Условия электробезопасности при обслуживании рельсовых путей и соединений с ними устройств выполняются, если напряжение «рельсы — земля»  $U_p$  в месте касания меньше допустимого  $U_d$ , т. е.  $U_p \leq U_d$ .

Для определения вероятности события  $P(U_p > U_d) = P(U_p - U_d > 0)$  необходимо знать законы распределения составляющих, которые могут быть получены либо экспериментально, либо статистическим моделированием. Экспериментально закон распределения допустимого напряжения получить практически невозможно из-за чрезмерной опасности поражения, эксперименты же по измерению напряжений «рельсы — земля» требуют больших затрат, поэтому в статье был принят метод статистического моделирования на ЦВМ [Л. 5].

Значения напряжений «рельсы — земля» в любой точке  $x$  однородного рельсового пути можно вычислить по формуле

$$\dot{U}_p = 0,5 (1 - \mu) Z_b \left\{ \sum_{i=1}^n 2I_{AT_i} (e^{-\gamma |l_{AT_i} - x|} - e^{-\gamma x}) + I_{к.з.} (e^{-\gamma |l_{к.з.} - x|} - e^{-\gamma x}) \right\},$$

где  $Z_b = \sqrt{Z_p r_n}$  — волновое сопротивление рельсового пути;  $\gamma = \sqrt{Z_p / r_n}$  — постоянная распространения рельсового пути;  $I_{AT_i}$ ,  $l_{AT_i}$  — токи и координаты АТ;  $I_{к.з.}$ ,  $l_{к.з.}$  — ток и место короткого замыкания.

Значения напряжения «рельсы — земля» в месте короткого замыкания

$$\dot{U}_p^{к.з.} = 0,5 (1 - \mu) Z_b \left\{ \sum_{i=1}^n 2I_{AT_i} (e^{-\gamma |l_{AT_i} - l_{к.з.}|} - e^{-\gamma l_{к.з.}}) + I_{к.з.} (1 - e^{-\gamma l_{к.з.}}) \right\}. \quad (6)$$

Пренебрегая токами АТ, удаленных от короткого замыкания, и переходя к обозначениям выражений (1), получаем:

$$\dot{U}_p^{к.з.} = 0,5 (1 - \mu) Z_b \{ (1 - e^{-\gamma l_{12}}) I_2 + (1 - e^{-\gamma l_{23}}) I_3 - (e^{-\gamma l_{13}} - e^{-\gamma l_{12}}) I_4 \}.$$

На напряжения «рельсы — земля» влияют случайные факторы: место короткого замыкания, переходное сопротивление «рельсы — земля», мощность питающей системы. При расчетах  $U_p^{к.з.}$  координата точки короткого замыкания принималась равномерно распределенной в интервале 0—20 км.

Законы распределения переходного сопротивления «рельсы — земля», полученные статистическим моделированием, — логарифмически нормальные с параметрами  $m_{lg r_n} = 0,8439$ ;  $\sigma_{lg r_n} = 0,1057$  ( $m_{r_n} = 7,191$  Ом·км;  $\sigma_{r_n} = 1,775$  Ом·км) для участков с железобетонными шпалами в районах с вечной мерзлотой и  $m_{lg r_n} = 0,5817$ ;  $\sigma_{lg r_n} = 0,0981$  ( $m_{r_n} = 3,915$  Ом·км;  $\sigma_{r_n} = 0,895$  Ом·км) для средней полосы. Результаты расчетов с незначительной погрешностью были аппроксимированы линейной зависимостью:

$r_n = 0,1017 + 0,1502 \rho_6 + 0,5381 R_{ш} + 1,5863 \rho_3 - 0,4777 Z_p + 0,0621 h_n + 0,2730 \rho_n$  — для районов с вечной мерзлотой;  $r_n = -0,0434 + 0,1234 \rho_6 + 0,5496 R_{ш} + 1,709 \rho_3 + 0,0434 Z_p + 0,0051 h_n + 0,2592 \rho_n$  — для средней полосы. Здесь  $\rho_6$ ,  $\rho_n$ ,  $\rho_3$  — удельные сопротивления материала балластной призмы, насыпи, эквивалентной земли, Ом·км;  $R_{ш}$  — сопротивление шпалы, кОм;  $Z_p$  — модуль сопротивления рельсового пути, Ом/км;  $h_n$  — высота насыпи, м.

Обработка данных о сопротивлении питающих систем для ряда железных дорог показала, что наибольшее приближение к эмпирическому распределению дает логарифмически нормальное с пара-

метрами  $m_{lg z_c} = -0,09995$  и  $\sigma_{lg z_c} = 0,23633$  в пересчете для 27,5 кВ.

Статистическим моделированием и последующей обработкой данных на ЦВМ было получено, что в качестве теоретического закона распределения напряжений «рельсы — земля» в месте короткого замыкания для систем энергоснабжения  $2 \times 25$  кВ можно принять четырехмоментное распределение Пирсона 1 типа [Л. 9 и 10] с плотностью вероятности

$$f(U_p) = f_0 (U_p + U_{p1})^{q_1} (U_{p2} - U_p)^{q_2},$$

где

$$f_0 = (U_{p1} + U_{p2})^{-(q_1 + q_2 + 1)} \frac{\Gamma(q_1 + q_2 + 2)}{\Gamma(q_1 + 1) \Gamma(q_2 + 1)} = 0,2958;$$

$U_{p1} = -0,0662$ ;  $U_{p2} = 2,537$ ;  $q_1 = 2,8163$ ;  $q_2 = 1,162$ ; критерий типа кривой  $\chi = -0,0829$ .

В тяговых сетях, как и во всех устройствах с большими токами замыкания на землю, условия электробезопасности определяются кратковременным протеканием тока по пути «рука — ноги». Принимая сопротивление обуви и переходного контакта под рукой в месте касания равными нулю, имеем:

$$U_d = \frac{u_c + 1,5r_{ic}}{\alpha_{пр} (r_3, r_6, r_n)} = k i_c \frac{1000 + 1,5r}{\alpha_{пр} (r_3, r_6, r_n)}, \quad (7)$$

где  $u_c$ ,  $i_c$  — случайные величины падений напряжений на теле человека и фибрилляционные токи;  $1000 + 1,5r = R$  — сопротивление тела человека при токах, близких к фибрилляционным, и сопротивление растеканию с ног человека;  $k$  — коэффициент пересчета значений фибрилляционного тока для моделирующего животного  $i_c$  к фибрилляционным токам для человека; зависит от веса человека, вероятности появления фибрилляции сердца  $P_f$  и т. д., так, при  $P_f = 0,14\%$  для среднего веса человека  $k = 2,24$ , при возрастании  $P_f$  значение коэффициента  $k$  увеличивается, поэтому с запасом в сторону повышения уровня электробезопасности в дальнейшем  $k$  принято равным 2,24; по данным [Л. 6] значения фибрилляционного тока для моделирующего животного при фиксированном времени воздействия распределены по логарифмически нормальному закону, например, при  $t = 0,2$  с его параметры  $m_{lg i_c} = 2,566$ ;  $\sigma_{lg i_c} = 0,1$ ;  $\alpha_{пр} (r_3, r_6, r_n)$  — коэффициент прикосновения к рельсам магистральных железных дорог; определяется сопротивлением и структурой земли (эквивалентное сопротивление которой  $r_3$ ), сопротивлением балластной призмы  $r_6$ ; переходным сопротивлением «рельсы — земля» [Л. 7].

Законы распределения сопротивления балласта и растеканию с ног человека в зависимости от нахождения человека установлены в [Л. 8], а расчеты эквивалентного сопротивления земли в районах с вечной мерзлотой показали, что наибольшее приближение обеспечивается логарифмически нормальным законом с  $m_{lg r_3} = 3,1603$  и  $\sigma_{lg r_3} = 0,1832$ .

Полученные расчетные функции плотности распределения допустимых напряжений «рельсы —

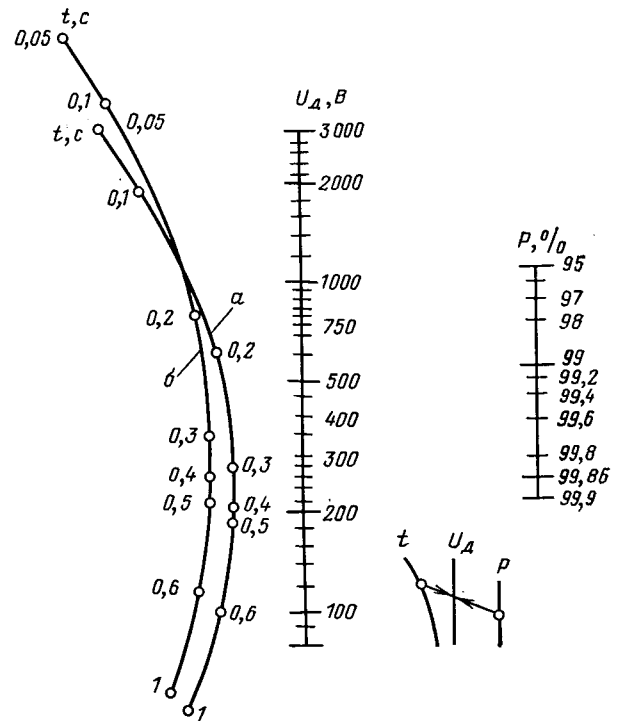


Рис. 2. Номограмма для определения допустимых напряжений «рельсы-земля» для железных дорог центральной европейской части СССР (а) и в районах вечной мерзлоты (б).

земля» для случая нахождения человека у балластной призмы хорошо согласуются с логарифмически нормальным распределением. В частности, параметры законов распределения для длительности воздействия тока 0,1; 0,2; 0,3 с, а также значения допустимых напряжений «рельсы — земля» при вероятности безопасной работы  $P = 0,9986$  сведены в табл. 1. На рис. 2 представлена номограмма допустимых напряжений «рельсы — земля» при различных вероятностях безопасной работы и длительности воздействия тока.

Установлено, что допустимое напряжение «рельсы — земля» практически не зависит от вида шпал,

Таблица 1

Длительность воздействия тока $t, с$	Параметры законов распределения и значения допустимых напряжений «рельсы-земля»		
	$m_{lg U_d}$	$\sigma_{lg U_d}$	$U_d$
0,1	0,5013	0,2123	821
	0,6604	0,2339	1022
0,2	-0,00022	0,1209	488
	0,1614	0,1537	553
0,3	-0,2554	0,1252	258
	-0,094	0,1572	301

Примечание. В числителе — результаты расчета для центральной европейской части СССР, в знаменателе — для районов с вечной мерзлотой.

на которые уложен путь. Зачастую коэффициент прикосновения к электроустановкам имеет незначительную дисперсию и может быть принят постоянным. Тогда плотность распределения допустимого напряжения можно представить как совместную плотность системы двух независимых случайных величин  $i_c$  и  $R$ , причем параметры распределения  $R$  находятся по теореме о числовых характеристиках [Л. 4]. Согласно [Л. 4] функция распределения допустимых напряжений при фиксированном времени действия тока  $t$  запишется в виде

$$F(U_d) = \frac{k}{a_{np}} \int_D t_{i_c R}(i_c, R) di_c dR, \quad (8)$$

где интегрирование ведется по области  $D$  в плоскости  $i_c R$ , для которой выполняется условие  $i_c R < U$ .

Воспользуемся плотностями распределения  $f(i_c)$  и  $f(R)$  и перепишем (7) следующим образом:

$$F(U_d) = \frac{k}{a_{np}} \frac{1}{2\pi\sigma_R \lg i_c} \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{(R - m_R)^2}{2\sigma_R^2} \right\} \times \\ \times dR \int_0^{U_d/R} \frac{1}{i_c} \exp \left\{ -\frac{(\lg i_c - m_{\lg i_c})^2}{2\sigma_{\lg i_c}^2} \right\} di_c. \quad (9)$$

Плотность распределения допустимых напряжений найдем как  $\partial F(U_d) / \partial U_d$ :

$$f(U_d) = \frac{k}{a_{np}} \frac{1}{U_d} \frac{1}{2\pi\sigma_R \lg i_c} \int_0^\infty \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{(R - m_R)^2}{2\sigma_R^2} - \frac{\left( \lg \frac{U_d}{R} - m_{\lg i_c} \right)^2}{2\sigma_{\lg i_c}^2} \right\} dR. \quad (10)$$

Функция и плотность распределения  $U_d$  из (9) и (10) вычисляются численным интегрированием, что требует значительно меньше машинного времени по сравнению со статистическим моделированием формулы (7).

Для количественной оценки электробезопасности необходимо, как было отмечено выше, знать распределение случайной величины  $U = U_p - U_d$ . В соответствии с [Л. 4] плотность  $g(U)$  и функция  $G(U)$  распределения величины  $U$  в общем виде запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} g(U) &= \int_{-\infty}^\infty f_{U_p}(U_p) f_{U_d}(U_p - U) dU_p; \\ G(U) &= \int_{-\infty}^\infty dU \int_{-\infty}^\infty f_{U_p}(U_p) f_{U_d}(U_p - U) dU_p, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

причем верхним пределом интегрирования  $g(U)$  является нуль, ибо условие безопасной работы обслуживающего персонала соблюдается только до этого значения  $U_p - U_d$ .

Композиция законов распределения  $U_p$  и  $U_d$  была выполнена по формулам численного интегрирования при различных длительностях воздействия тока для систем энергоснабжения 25 кВ и  $2 \times 25$  кВ. В частности, результаты расчета  $P(U_p >$

Таблица 2

Длительность воздействия тока $t$ , с	Значения $P(U_p > U_d)$	
	а	б
0,2	0,5863	0,4093
0,3	0,9023	0,8387
0,4	0,9680	0,9242

Примечание. а—для системы 25 кВ; б—для системы  $2 \times 25$  кВ.

$> U_d)$  для случая касания с земли рельсового пути на железобетонных шпалах в районах с вечной мерзлотой представлены в табл. 2.

По результатам расчетов были определены математические ожидания  $M(P)$  числа возможных поражений. Так, для случая касания рельсов с земляного полотна и времени отключения короткого замыкания  $t_{кз} = 0,2$  с получено  $M(P) = 0,535$  в системе 25 кВ, а в проектируемой системе энергоснабжения  $2 \times 25$  кВ  $M(P) = 0,377$ . При уменьшении грузонапряженности количественные показатели электробезопасности увеличиваются. Так, при  $\Gamma = 12-15$  т·км/(км·год) для системы 25 кВ  $M(P) = 0,226$ .

Безопасность обслуживания рельсовых путей и соединенных с ними устройств может быть обеспечена снижением перенапряжений в рельсовых сетях.

Значения потенциалов «рельсы — земля» могут быть также уменьшены посредством включения в цепь отсоса дополнительного провода, соединенного с рельсовой цепью через два дроссельных стыка на третий. Для обеспечения безопасности труда также рекомендуется: уменьшить длительность аварийного режима в тяговых сетях до 0,2 с и менее; изолировать металлические ручки путевого инструмента на напряжение не менее 1000 В; измерять напряжение «рельсы — земля» в режиме короткого замыкания при увеличении мощности тяговых подстанций, энергосистем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бородулин Б. М. Новая система энергоснабжения для участков переменного тока. — Электрическая и тепловая тяга, 1974, № 9, с. 24—25.
2. Косарев Б. И., Косолапов Г. Н., Чернов Ю. А. Расчет токораспределения в тяговых сетях переменного тока с автотрансформаторами. — Труды МИИТ, 1974, вып. 467, с. 44—55.
3. Gondo Toimy. AC Electrification with AT (Auto-Transformer) and its Consideration. — Electric Railways, 1968, No. 6, p. 2—5.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.
5. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969.
6. Первичные критерии электробезопасности при кратковременных воздействиях токов промышленной частоты/ Богушевич М. С., Власов С. П., Гурвич Н. Л. и др. — Электричество, 1975, № 5, с. 65—68.
7. Косарев Б. И. Расчет коэффициента прикосновения к рельсам и переходного сопротивления «рельсы — земля». — Промышленная энергетика, 1976, № 1, с. 14—17.
8. Косарев Б. И., Бычков А. И. Повышение электробезопасности при обслуживании железнодорожных путей и заземленных на них металлических сооружений на участках переменного тока. — Охрана труда (ЦНИИТЭИ МПС), 1976, вып. 1 (60), с. 19—30.
9. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971.
10. Напряженное состояние рам тележек электроподвижного состава в условиях эксплуатации/ Бирюков И. В., Бурчак Г. П., Савоськин А. Н. и др. — Труды МИИТ, 1976, вып. 502, с. 25—77.

[7.6.1977]

# Перспективы в области разработки оборудования для передачи энергии постоянным током

(по материалам ВЭЛК, Москва, июнь 1977 г.)

Канд. техн. наук ШУЛЬГА Р. Н.

Промышленное использование электропередач постоянного тока (ППТ) с применением статических преобразователей началось с 1950 г. вводом первой ППТ 200 кВ Кашира — Москва. За прошедшие 25 лет в мире введены в эксплуатацию 12 ППТ и две вставки постоянного тока общей мощностью 13 МВт. За следующие десять лет (1975—1985 гг.) ожидается, что общая мощность ППТ достигнет 28 ГВт, т. е. удвоится [Л. 1]. Применение ППТ обусловлено рядом технико-экономических преимуществ сравнительно с ЛЭП переменного тока: для передачи больших количеств энергии на дальние расстояния или кабелем через водные преграды и городские массивы, для связи энергосистем с целью повышения их устойчивости и ограничения токов короткого замыкания. Стремительный рост общей мощности ППТ за последние годы в значительной мере обусловлен повсеместным переходом в конце 60-х годов с ртутных (БРВ) на высоковольтные тиристорные вентили (ВТВ). Применение ВТВ позволяет повысить надежность ППТ, снизить стоимость оборудования за счет его широкого применения, уменьшить габариты преобразовательной подстанции и в конечном итоге создать сети постоянного тока.

В СССР разработано оборудование для создания ППТ наивысшего напряжения 1500 кВ для передачи мощности 6 ГВт на расстояние до 2500 км и ведутся исследования по созданию в перспективе ППТ 2200—2500 кВ.

Ниже рассмотрены новые идеи, изложенные в докладах секции № 2 ВЭЛК, в области передачи энергии постоянным током по направлениям: совершенствования схем преобразовательных подстанций, улучшения использования и надежности ППТ, а также принципов ее управления, разработки вентильного и трансформаторного оборудования, разрядников и др.

**Совершенствование схем преобразовательных подстанций** [Л. 2] обусловлено принципиальной возможностью создания ВТВ на любое напряжение и ток при обеспечении заданной надежности. При применении БРВ для обеспечения высокого напряжения на полюсе необходимо каскадно включать до четырех преобразовательных мостов, напряжение на которых было ограничено допустимым напряжением вентилей (100—150 кВ). Низкая надежность БРВ диктовала необходимость частых вводов и отключений любого из мостов с применением шунтирующих вентилей (ШВ) и аппаратов (ША).

В случае применения ВТВ схема полюса подстанции может представлять, как это принято в большинстве последних проектов, один 12-фазный преобразователь в виде каскада двух 6-фазных мостов без ШВ и ША. Такая схема является наиболее простой, но требует повышенной надежности работы преобразовательного оборудования.

Повышение мощности ППТ может достигаться как параллельным, так и последовательным соеди-

нением указанных 12-фазных схем. При этом каскадная схема обладает следующими достоинствами:

просто и надежно осуществляется отключение неисправного моста путем его шунтирования;

авария в одном мосте практически не влияет на работу остальных мостов;

главная изоляция мостов может выполняться со ступенчато снижающимся уровнем сравнительно с напряжением полюса.

Схема с параллельным соединением ветвей является более простой и обеспечивает наивысший к. п. д. из-за сохранения напряжения полюса при отключении неисправной ветви. Основным недостатком такой схемы является необходимость отключения неисправной ветви с применением либо выключателей постоянного тока, либо выключателей нагрузки, которые отключают ветвь инвертора в паузу АПВ с кратковременным сбросом мощности полюса.

При параллельном соединении ветвей в каждую из них должен входить сглаживающий реактор, который традиционно включается в верхний полюс подстанции с целью улучшения степени ее защиты от перенапряжений и снижения гармоник тока в линии. Впервые использованное на ППТ Inga—Shaba (Республика Заир) вынесение реактора в заземленный полюс снижает уровень изоляции реактора и в некоторой степени снижает амплитуду тока короткого замыкания на землю. При этом, однако, повышается уровень изоляции нижнего моста, утяжеляются перенапряжения на подстанции, главным образом по длительности, существенно растет содержание высших гармоник в линии, которые создают помехи линиям связи и устройствам автоматики.

Применение ВТВ требует более глубокого ограничения аварийных сверхтоков сравнительно с БРВ. Расчетным режимом обычно является короткое замыкание между полюсом и фазой моста, приводящее к воздействию на силовой трансформатор и вентили тока с амплитудой, в 10—15 раз превышающей номинальный ток. В результате в ВТВ приходится в 1,5—2 раза увеличивать число параллельно соединенных тириستоров сравнительно с номинальным режимом.

Возможным средством ограничения аварийных сверхтоков в ВТВ, позволяющим выбирать число тиристоров по рабочему току, является последовательное соединение сетевых обмоток трансформаторов либо включение фильтров-пробок между его обмотками, либо применение короткозамыкателей [Л. 2]. По первому способу аварийный ток при пробое вентилей не превышает трехкратного номинального значения, однако возникают двухкратные перенапряжения на вентилеях неповрежденного моста; по второму — ток не превышает шестикратного значения, а перенапряжения — кратности 1,4 (при включении фильтра между третичными обмотками каскадно соединенных трансформаторов).

Применение короткозамыкателей ограничивает лишь сверхтоки в ВТВ и приводит к появлению значительных перенапряжений на оборудовании. Первые два способа не нашли применения из-за повышения стоимости подстанций; короткозамыкатели установлены лишь на ППТ Saboga—Bassa.

Другими направлениями схемных разработок являются:

повышение фазности преобразователей (24- и 36-фазных);

присоединение вентильных мостов через конденсаторы вместо трансформаторов;

применение принудительной коммутации вентилей в области отрицательных углов отпираания с выдчей в сеть реактивной мощности;

использование в некоторых случаях для выпрямителя диодов вместо тиристоров [Л. 2].

Указанные направления в настоящее время не используются либо по экономическим соображениям, либо из-за утяжеления воздействий на оборудование. Применение диодов снижает надежность и ухудшает динамические характеристики ППТ.

**Схемы, повышающие степень использования и надежность ППТ.** С переходом на ВТВ надежность ППТ стала определяться не подстанциями, а линиями. Наиболее распространенной является схема биполярной ППТ, для которой при аварии или ремонте одного из полюсов линии целесообразно с помощью дополнительного коммутационного оборудования переключать все преобразователи на другой полюс линии, пропускная способность которого должна допускать протекание двойного тока (схема ППТ Inga—Shaba).

Для повышения надежности линии ее можно секционировать с помощью выключателей с тем, чтобы при ремонте одного из участков линии ток проходил по обоим полюсам работающих участков. Прогресс в области секционирования ППТ и затем создание сетей постоянного тока зависят от успешной разработки выключателей постоянного тока и выбора оптимального закона автоматического регулирования разветвленных ППТ.

Другими предложениями являются: выполнение биполярной ППТ УВН с разными уровнями напряжения полюсов с целью снижения габаритов линии, исключение грозозащитных тросов на ЛЭП с использованием быстродействующего АПВ из-за повышения импульсной прочности ЛЭП УВН, улучшение конструкции и материалов линейных изоляторов с целью повышения их надежности [Л. 1 и 2].

**Управление мощными ППТ, связывающими слабые системы переменного тока [Л. 3],** порождает ряд проблем: выбор безопасного для инвертора установившегося режима, обеспечение устойчивости систем регулирования (САР) преобразователями при малых возмущениях и управление инвертором при коротком замыкании в приемной сети.

Для повышения устойчивости инвертора предлагается регулировать ток инвертором (а не выпрямителем, как принято обычно), а напряжение поддерживать выпрямителем с пониженным до 2—5° углом регулирования. В результате угол погасания инвертора может быть соответственно уве-

личен без увеличения потребления реактивной мощности в целом для преобразователей ППТ. Для обеспечения устойчивости ППТ при малых углах регулирования в случае применения генераторной системы управления (ГСУ) предлагается выполнить ее с переменным коэффициентом, так что амплитуда развращивающей «пилы» будет пропорциональна углу регулирования.

В отличие от традиционного способа регулирования синхронным компенсатором напряжения на шинах примыкающей системы (ШПТ) предлагается его стабилизировать за счет увеличения угла погасания инвертора и, следовательно, потребляемой инвертором реактивной мощности. Применение ГСУ не устраняет полностью асимметрии импульсов управления из-за искажений напряжения ШПТ, поэтому необходимо применять автоматическое симметрирующее устройство, обеспечивающее равноинтервальную последовательность импульсов с отклонением не более 0,1°.

Наибольшей сложностью является обеспечение устойчивости инвертора при возникновении удаленных и довольно частых коротких замыканий в разветвленной приемной сети. Разработана система противоаварийного управления (СПУ), которая выявляет момент возникновения короткого замыкания, зону работы вентилей и форсирует угол опережения в соответствии с выбранным законом.

Введение дополнительных сигналов в регулятор мощности ППТ позволяет существенно повысить устойчивость и улучшить качество переходного процесса в примыкающей к ППТ энергосистеме [Л. 4].

**Перспективы в области вентильного оборудования [Л. 1, 5 и 6].** Основными принципами построения ВТВ в настоящее время являются:

модульная структура в сочетании с автономным питанием собственных нужд;

световая система управления для УВН и кабельно-трансформаторная для НН;

управление тиристорами с помощью импульсов малой длительности с целью облегчения устройств автономного питания и повышения качества управляющих сигналов;

использование защитных схем, включающих дроссели, стабилитроны, RC-цепочки, средства управления с целью ограничения динамических воздействий на тиристоры;

принудительное охлаждение тиристоров воздухом, деионизованной водой, маслом или фреоном. Первые два способа обычно используются для ВТВ внутренней установки, последние — при наружной установке ВТВ;

Перспективы в области разработки ВТВ обусловлены:

переходом на тиристоры с диаметром кремния 70—100 мм вместо 50 мм с лучшим распределением тока и охлаждением с целью отказа от параллельного соединения тиристоров (сейчас соединяются два-три в параллель);

разработкой силовых фототиристоров, управляемых по воздуху или через световод лазерными диодами с целью упрощения ВТВ и повышения его надежности;

повышением номинального напряжения тири-



стором с 2—3 до 4—5 кВ без заметного увеличения потерь и времени выключения с целью удешевления ВТВ и повышения его надежности;

разработкой ВТВ наружной установки с элегазовой изоляцией и фреоновым охлаждением либо работающих в масле;

конструктивным выполнением в виде отдельно-го 6-фазного моста или 12-фазного преобразователя вместо вентиля или фазы при напряжении полюса ниже 200—300 кВ;

укрупнением ВТВ с целью использования в ППТ УВН вплоть до напряжения 2,5 МВ при небольшом числе преобразовательных мостов.

При разработке трансформаторного оборудования для ППТ СВН возникают проблемы в области изоляции, электромагнитных явлений, совершенствования испытательной базы и новых технологических процессов [Л. 7]. Распределение переменной составляющей напряжения в маслобарьерной изоляции происходит практически мгновенно по емкостям системы, в то время как для постоянной составляющей — в течение десятков минут по сопротивлению, зависящим от состояния изоляции, поэтому традиционные методы кратковременных испытаний не могут быть использованы. Испытания должны осуществляться длительным (1 ч) приложением постоянного напряжения с коэффициентом запаса, равным 1,5.

Целесообразно дополнительно ввести длительное испытание пульсирующим напряжением на 10—20% превышающим рабочее напряжение в течение десятков часов, а также воздействием крутого среза напряжения с амплитудой, на 10—15% превышающей защитный уровень разрядника для учета возможности перекрытия внешней изоляции. Для изоляции линейного реактора необходимо на 20—30% увеличить испытательное напряжение для учета наложения грозового импульса на рабочее напряжение противоположной полярности.

В области разрядников постоянного тока (РПТ) в мировой практике наметились тенденции к применению искровых промежутков с управлением активным дугогашением, которое может осуществляться либо задержкой процесса растягивания дуги, либо контролем момента растягивания дуги по значению тока через разрядник, контролем уровня напряжения на многоколонковом разряднике в процессе дугогашения, либо контролем длительности горения дуги с большим током на периферии камеры гашения. В СССР на основе использования второго способа разработаны комбинированные искровые промежутки (КИП), в которых при воздействии перенапряжения дуга вращается, создавая малое падение напряжения, и начинает растягиваться при снижении напряжения до номинального уровня [Л. 8].

Экспериментальное исследование процесса гашения показало, что электрическая прочность системы КИП много меньше суммы восстанавливающих прочностей единичных промежутков, что требует введения дополнительной нелинейной шунтировки КИП с помощью резисторов и варисторов. В СССР разработаны РПТ на основе КИП для ППТ 1500 кВ с защитным уровнем 1,7—1,8 по отношению к рабочему напряжению.

Дальнейшее снижение защитного уровня разрядников для ППТ УВН ожидается при применении ограничителей перенапряжения в виде сверхнелинейных окисно-цинковых резисторов. Такие ограничители из-за отсутствия искровых промежутков позволяют снизить защитный уровень и пропускную способность разрядников, не уменьшая надежности ППТ. Наиболее перспективно использование ограничителей для защиты ВТВ и главной изоляции полюса ППТ, а результате чего может быть достигнуто существенное снижение стоимости преобразовательной подстанции.

**Компенсация реактивной мощности**, потребляемой преобразовательной подстанцией, осуществляется с помощью конденсаторных батарей, занимающих большую часть территории подстанции. Снижение стоимости и габаритов подстанции может быть обусловлено повышением фазности преобразователя [Л. 2], выполнением конденсаторов с элегазовой изоляцией [Л. 1] и, наконец, применением вентильных компенсаторов (ВК) [Л. 9].

Вентильный компенсатор, образованный последовательным соединением реактора (трансформатора) и тиристорного вентиля, позволяет с высоким быстродействием регулировать реактивную мощность, которая выдается параллельно или последовательно присоединенной конденсаторной батарее. Хотя пределы статической устойчивости синхронного и вентильного компенсатора близки, область динамической устойчивости ВК существенно выше.

Вентильный компенсатор с искусственной коммутацией, представляющий два моста по схеме «выпрямитель — реактор — инвертор» позволяет плавно регулировать реактивную мощность от нуля до максимума, потребляя или выдавая реактивную мощность в зависимости от углов регулирования либо тока нагрузки. Последний способ регулирования является оптимальным и обеспечивает наибольшее быстродействие и минимум потерь. Благодаря близости структуры ВК с искусственной коммутацией наиболее подходит для установки на шинах инверторной подстанции с целью стабилизации напряжения сети [Л. 9], однако в настоящее время они не используются из-за утяжеления воздействий на оборудование и высокой стоимости.

**Применение выключателей постоянного тока (ВПТ)** открывает заманчивую возможность создания сети постоянного тока с более высокой пропускной способностью, чем на переменном токе. Такой выключатель должен прерывать рабочий ток ППТ, отключить ненагруженную ЛЭП и совместно с системой регулирования ППТ ликвидировать аварии; ВПТ состоит из коммутирующего элемента, параллельно которому подключается для искусственного перевода тока через нуль LC-контур либо конденсатор. В качестве энергопоглощающего элемента ВПТ обычно используется разрядник с дугогашением (применяется также для обрыва остаточного тока ВПТ). В качестве коммутатора наиболее эффективно использовать высоковольтные вакуумные выключатели (ВВ) на основе вакуумных дугогасительных камер (ВДК) [Л. 10]. Вакуумные выключатели просты в управлении, имеют наивысшее быстродействие, высокую восстанавливающую



ся электрическую прочность и могут быть использованы в ЗКРУ.

За последние годы разработаны ВВ на напряжение порядка 100 кВ и можно ожидать, что при их последовательном включении будет освоен диапазон СВН. В настоящее время освоен диапазон отключаемых токов до 40 кА, и в ближайшие годы он по-видимому увеличится до 100 кА.

Основными проблемами при разработке ВВ являются: необходимость деления напряжений между ВДК, трудность отвода тепла от контактов, требование высокой надежности (без повторных пробоев) при отключении малых токов.

Анализ материалов ВЭЛК в области разработки оборудования ППТ показывает, что в ближайшие годы должно произойти существенное ускорение внедрения ППТ за счет применения ВТВ, снижения стоимости и габаритов преобразовательных подстанций при повышении их надежности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dougherty J., Hingorani N. G. Общие перспективы развития систем постоянного тока в США. ВЭЛК, доклад 2-31.
2. Поссе А. В., Худяков В. В. Перспективные схемы передачи энергии постоянным током и принципы обеспечения надежности их оборудования. ВЭЛК, 1977, доклад 2-33.

3. Ольшванг М. В., Ступель А. И., Цфасман Г. М. Некоторые новые аспекты управления передачей постоянного тока, связывающей слабые системы переменного тока. ВЭЛК, 1977, доклад 2-37.

4. Yoshida Y., Machida T., Watanabe A. Усовершенствование стабильности в переходных режимах и демпфирования параллельно работающих передач постоянного и переменного тока с применением принципа максимума и новой схемы управления фазой импульса. ВЭЛК, 1977, доклад 2-36.

5. Лытаев Р. А., Таратута И. П., Фотин В. П. Перспективы применения высоковольтной преобразовательной техники для ЛЭП постоянного тока. ВЭЛК, 1977, доклад 2-32.

6. Fischer F. E., Glassanos A., Hingorani N. G. Преобразовательные подстанции с газовой изоляцией. ВЭЛК, 1977, доклад 2-39.

7. Воеводин И. Д., Белецкий В. И., Лоханин А. К. Трансформаторное оборудование для ЛЭП постоянного тока. ВЭЛК, 1977, доклад 2-34.

8. Волькену В. А., Торосян А. С., Лаврентьев Г. Г. Принципы построения разрядников для защиты электропередач постоянного тока от перенапряжений и некоторые результаты их испытаний. ВЭЛК, 1977, доклад 2-38.

9. Глинтерник С. Р., Чванов В. А., Худяков В. В. Вентильные компенсаторы реактивной мощности и схемы с искусственной коммутацией. ВЭЛК, 1977, доклад 2-48.

10. Воздвиженский В. А. Перспективы применения высоковольтных вакуумных выключателей. ВЭЛК, 1977, доклад 2-59.

[18.1.1978]

### Вниманию читателей!

В целях информации министерств и ведомств СССР, промышленных предприятий, учреждений и научных организаций о стандартах Международной электротехнической комиссии (МЭК) Издательство стандартов в 1977 г. выпустило указатель «Международные стандарты МЭК», в котором помещены сведения о документах МЭК, поступивших во Всесоюзный информационный фонд стандартов и технических условий (ВИФС) на 1 января 1977 г.

В указатель включено 1077 наименований документов, размещенных по разделам, классам и группам в соответствии с классификатором государственных стандартов СССР, внутри групп — по алфавиту. Указатель включает также перечень номеров стандартов МЭК, расположенных в порядке их возрастания с указанием групп и технических комитетов МЭК.

Первый выпуск указателя «Международные стандарты МЭК» можно приобрести в магазинах стандартов. Цена указателя 38 коп.

Одновременно сообщаем, что в магазинах стандартов имеются в продаже стандарты МЭК на русском языке.

Распространение стандартов и другой нормативно-технической документации в централизованном порядке осуществляет Центральная контора по распространению стандартов. Адрес конторы: 117259, Москва, Б. Черемушкинская ул., 30, корп. 2, ЦКРС.

## Эффективность работы резонансных фильтров в переходных режимах вентильных преобразователей

ЖЕЖЕЛЕНКО И. В., ЛИПСКИЙ А. М.

Жданов

Применение резонансных фильтров в сетях с нелинейными нагрузками является одним из наиболее эффективных способов снижения уровней гармоник в системах электроснабжения предприятий. Как известно, фильтры являются многофункциональными устройствами, что существенно увеличивает эффективность применения их при дефиците реактивной мощности.

Методика расчета фильтров для сетей со спокойным режимом разработана достаточно подробно [Л. 1 и др.]. Известно, что при переходных процессах, обусловленных, в частности, коммутациями фильтров, переходный процесс при отсутствии специальных демпфирующих сопротивлений длится не более 0,1 с [Л. 1]. Однако вопросы, связанные с эффективностью работы фильтров при быстром изменении составляющих амплитудного и фазового спектров токов и напряжений сети (реверсивные прокатные станы с тиристорными электроприводами, электродуговые печи), выяснены не до конца. К таким вопросам относятся перегрузка фильтров, изменение коэффициента несинусоидальности и другие, решение которых позволит скорректировать методику выбора фильтров. Эти вопросы рассматриваются в статье применительно к сетям обжимных прокатных станов. Вентильный электропривод таких станов имеет, как правило, преобразователь, работающий по одной из известных схем и выделенный на отдельную секцию (систему) шин.

**Амплитудный спектр сетевого тока вентильного преобразователя в переходном режиме.** Для определения гармоник тока и напряжения в цепях фильтров и в сети необходимо знать законы изменения гармоник сетевого тока в переходном режиме, вызванном процессом управления (пуском, торможением) электроприводом.

Соответствующие зависимости могут быть получены путем разложения в ряд Фурье кривых сетевых токов. В процессе управления вентильными преобразователями электроприводов обжимных прокатных станов интервал качественной повторяемости, а также угол проводимости сетевого тока в течение периода напряжения питающей сети меняются по нелинейному закону, так как по нелинейному закону меняется угол управления.

Выражения сетевого тока преобразователя на каждом интервале качественной повторяемости, на основании которых получается совокупность уравнений для сетевого тока в течение периода напряжения питающей сети, находятся известными способами, например с помощью разностных уравнений или метода приращивания. Нами был принят последний метод. Для вывода уравнений кривой сетевого тока в переходном режиме принимались обычные допущения, позволяющие существенно упростить выкладки без заметного снижения точности и общности конечных результатов:

питающая сеть, вентильный преобразователь и его система сетевого (импульсно-фазового) управления симметричны, вентили идеальны;

индуктивность цепи выпрямленного тока имеет конечное значение, определяемое из условия непрерывности выпрямленного тока при значениях его, равных 0,02 номинального и более [Л. 2];

активные сопротивления элементов контура коммутации и цепи постоянного тока являются сосредоточенными, значения их не зависят от порядка гармоники.

Так как при выводе уравнений сетевого тока преобразователя значения углов управления в течение переходного ре-

жима известны, система автоматического управления электропривода из рассмотрения исключается.

Особенностью пускового (тормозного) режима работы электропривода является неизменность выпрямленного тока с известной кратностью по отношению к номинальному. Это позволяет при использовании для расчетов ЦВМ построить достаточно простой алгоритм определения углов управления.

Зная выражения, описывающие сетевой ток преобразователя в течение интервала качественной повторяемости, в соответствии с методикой [Л. 2] можно определить совокупность выражений, описывающих кривую сетевого тока преобразователя при схемах соединения обмоток анодных трансформаторов  $\Delta/Y$  и  $Y/Y$ .

Гармонический состав непериодической кривой сетевого тока можно определить, рассматривая процесс управления как модуляцию установившегося режима управляющим воздействием [Л. 4]. Допускаемая при этом ошибка обратно пропорциональна времени пуска (торможения) электропривода, порядку гармоники и не превышает 2%. Пренебрегая составляющими сплошного спектра, для каждого периода напряжения питающей сети можно найти гармоники сетевого тока. Амплитудный спектр его состоит из гармоник канонических и неканонических порядков, а также составляющих боковых частот [Л. 3]. Последними можно пренебречь, поскольку продолжительность переходного процесса (порядка 1 с) значительно превосходит период напряжения питающей сети.

Ввиду близости центральных и боковых частот сопротивлений расчетной схемы замещения для них будем считать одинаковыми.

Относительная величина гармоник сетевого тока  $j(t)$  в общем виде представляется выражением

$$j(t) = \frac{j_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} \sin(\nu\omega t + \psi_{\nu}), \quad (1)$$

где  $A_{\nu}$  и  $\psi_{\nu}$  — относительная величина амплитуды и фаза  $\nu$ -й гармоники в момент времени  $t$ , соответствующий середине рассматриваемого периода напряжения питающей сети.

Для дискретных моментов времени  $t = kT$  ( $k=0, 1, 2, 3, \dots$ ) находятся амплитуды гармоник, которые затем соеди-

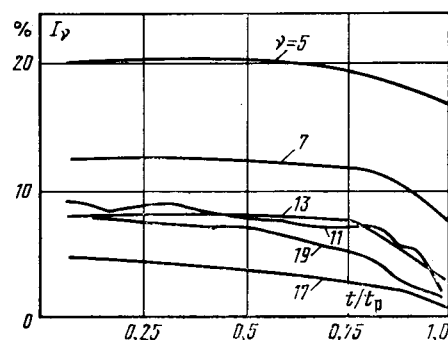


Рис. 1. Кривые изменения гармоник тока в процессе пуска 6-фазного вентильного преобразователя.

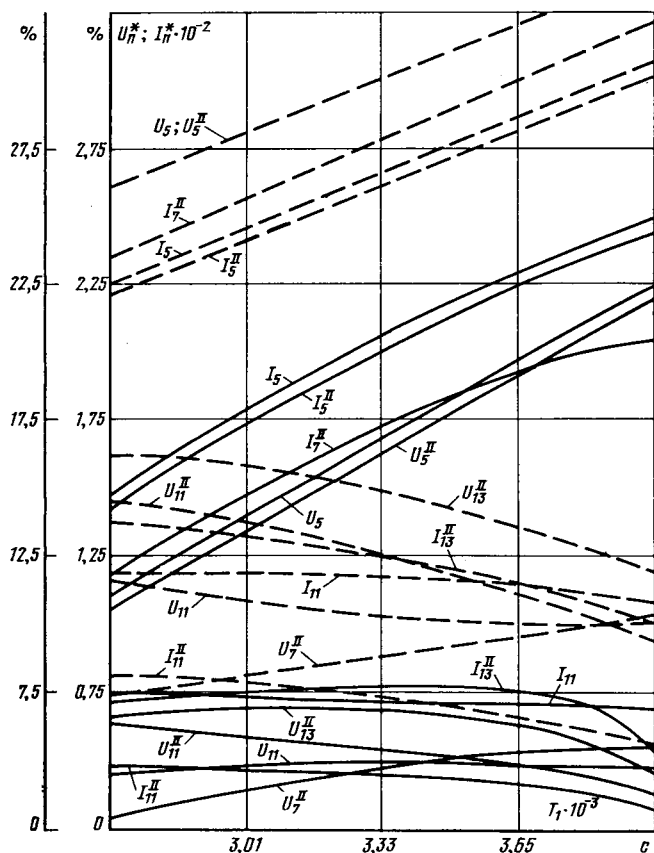


Рис. 2. Кривые перегрузки фильтров 5-й ( $I_5$ ,  $U_5$ ), 5 и 7-й ( $I_{11,5}$ ,  $U_{11,5}$ ,  $I_{11,7}$ ,  $U_{11,7}$ ) гармоник в переходных режимах сети с 6-фазными преобразователями и фильтров 11-й ( $I_{11}$ ,  $U_{11}$ ), 11 и 13-й ( $I_{11,11}$ ,  $U_{11,11}$ ,  $I_{11,13}$ ,  $U_{11,13}$ ) гармоник в переходных режимах с 12-фазными преобразователями;

$$\text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,1; \text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,2.$$

яются непрерывной кривой. Кривые  $j(t)$  сетевого тока реверсивного прокатного стана типа «блюминг» с мощностью вентильного преобразователя главного привода 10 МВт, подключенного к сети с мощностью короткого замыкания 300 МВ·А, представлены на рис. 1. Вольное количество расчетов, выполненных для сетей обжимных прокатных станов с мощностью вентильных преобразователей 3—20 МВт и мощностью короткого замыкания 300—500 МВ·А, позволили установить ряд особенностей формирования амплитудных спектров гармоник сетевых токов в переходных режимах. Так, относительные значения (в долях тока 1-й гармоники) тока  $v$ -й гармоники достигают  $1/v$ , гармоники, кратные трем, не превышают 0,5%, остальные гармоники неканонических порядков — не более 2%.

Особенности работы резонансных фильтров в переходных режимах. Для расчета уровней высших гармоник тока, генерируемых вентильным преобразователем в питающую сеть в переходных режимах, и расчета фильтров выразим параметры питающей сети и фильтра через фиктивные постоянные величины  $T$ . Преобразовав соответствующим образом выражения для токов высших гармоник в фильтрах [Л. 5], относительные величины гармоник тока в цепях фильтра  $I_{fv}(t)$  и сети  $i_{cv}(t)$  найдем из уравнений:

$$I_{fv}(t) = i_v(t) \frac{0,2v^2\omega^2 kT_1}{v^2\omega^2 T_{Lv} - T_{cv} + 0,2v^2\omega^2 kT_1}; \quad (2)$$

$$i_{cv}(t) = i_v(t) \frac{v^2\omega^2 T_{Lv} - T_{cv}}{v^2\omega^2 T_{Lv} - T_{cv} + 0,2v^2\omega^2 kT_1}, \quad (3)$$

$$\text{где } T_{cv} = \frac{3\omega_0}{2q_v}; T_{Lv} = \frac{T_{cv}}{v^2\omega_0}; T_1 = \frac{x_c}{(R + R_d)\omega_0}; k = \frac{x_c}{x_T}.$$

Здесь  $\omega_v$  — резонансная частота фильтра;  $\omega_0$  — угловая частота сети;  $R$  и  $R_d$  — активные сопротивления фазы сети переменного тока и цепи выпрямленного тока;  $x_T$  и  $x_c$  — индуктивные сопротивления фазы трансформатора преобразователя и сети при  $v=1$ ;  $q_v$  — относительная мощность батареи конденсаторов фильтров.

При установке двух фильтров структура выражения для  $i_{fv}(t)$  и  $i_{cv}(t)$  аналогична.

На рис. 2 представлены кривые  $I(T_1)$  и  $U(T_1)$ , характеризующие перегрузку конденсаторов фильтров по току и перенапряжения на них в переходном режиме. Отличие в характере кривых перегрузок конденсаторов в сетях с 6 и 12-фазными преобразователями объясняется особенностями законов изменения уровней высших гармоник канонических и неканонических порядков в переходных режимах рассматриваемых схем вентильных преобразователей. При выполнении расчетов полагалось, что фильтры выбраны по среднеквадратическому значению полной мощности [Л. 5]. Анализ кривых позволяет заключить, что в случае 6- и 12-фазных преобразователей перегрузка конденсаторов по току может достигать соответственно 30—40 и 140%. Напряжение на конденсаторах может повышаться на 2—4%. Это обстоятельство объясняется резким возрастанием гармоник тока в фильтре в переходных режимах. Использование двух фильтров (5 и 7, 11 и 13-й гармоник) практически не снижает перегрузки конденсаторов в сравнении со случаем, когда установлен один фильтр (5 или 11-й гармоники).

Оценим относительное сокращение срока службы  $\Delta t^*$  выпускаемых в настоящее время отечественной промышленностью конденсаторов фильтров:

$$\Delta t^* = 1 - 2 \frac{A_{к.г.} P_a \eta}{\theta} + \frac{\delta t}{t}, \quad (4)$$

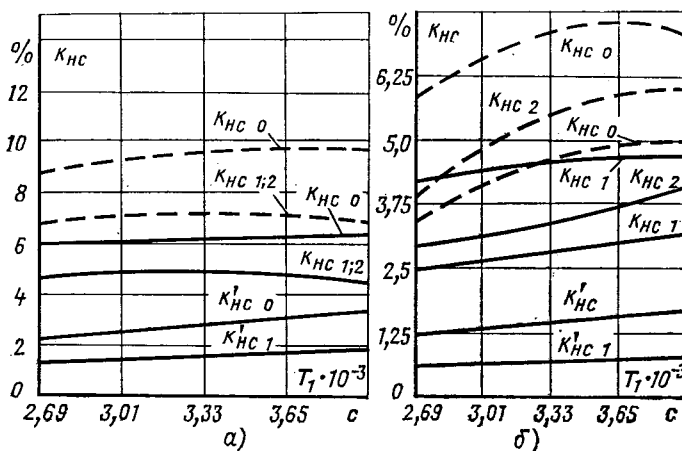


Рис. 3. Графики изменения коэффициента несинусоидальности напряжения в переходных режимах сети.

а — с 6-фазными преобразователями с фильтром 5-й ( $k_{nc1}$ ), 5 и 7-й гармоник ( $k_{nc2}$ ) и без фильтра ( $k_{nc0}$ ); с фильтром 5-й гармоники ( $k'_{nc1}$ ) и без фильтра ( $k'_{nc}$ ) в установившемся режиме;

$$\text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,1; \text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,2;$$

б — с 12-фазными преобразователями с фильтром 11-й ( $k_{nc1}$ ), 11 и 13-й гармоник ( $k_{nc2}$ ) и без фильтра ( $k_{nc0}$ ); с фильтром 11-й гармоники ( $k'_{nc1}$ ) и без фильтра ( $k'_{nc}$ ) в установившемся режиме;

$$\text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,1; \text{---} \frac{x_c}{x_T} = 0,2.$$

где

$$\delta t = T_0 \left\{ - \frac{1}{\left( \frac{U_m}{U_{н.н.}} \right)^2 \left( - \frac{U_m^4}{U_{н.н.}^4} + 1 \right) \arccos \frac{U_m}{U_{н.н.}}} + \frac{1}{\left( \sum_{v=1}^n U_v \right)^2 \left[ - \frac{\left( \sum_{v=1}^n U_v \right)^4}{U_{н.н.}^4} + 1 \right] \arccos \frac{\sum_{v=1}^n U_v}{U_{н.н.}}} \right\};$$

$$t = T_0 \frac{1}{\left( \frac{U_m}{U_{н.н.}} \right)^2 \left( - \frac{U_m^4}{U_{н.н.}^4} + 1 \right) \arccos \frac{U_m}{U_{н.н.}}};$$

$\sum_{v=1}^n U_v$  — сумма амплитудных значений всех гармоник;  $U_{н.н.}$  — амплитуда напряжения, соответствующего началу ионизации;  $A_{к.г.}$  — постоянный коэффициент, зависящий от габарита конденсатора;  $P_a$  — мощность потерь в конденсаторах при промышленной частоте;  $\Theta$  — температурная постоянная;

$$\eta = \frac{\sum_{v=1}^n v U_v^2}{\sum_{v=1}^n U_v^2}.$$

При определении  $\eta$  были учтены среднеквадратические величины гармоник тока (напряжения) за время переходного процесса. Предполагалось также, что конденсаторы работают в установившемся, а не повторно-кратковременном режиме.

Для учета реального режима работы необходимо значения  $\Delta t^*$  умножить на поправочный коэффициент

$$k = \sqrt{\frac{t_n}{t_{п}}}, \quad (6)$$

где  $t_n$  и  $t_{п}$  — время переходного процесса и полное время цикла. При  $k=0,7$  срок службы изоляции конденсаторов сокращается на 40–50% в сравнении со случаем, когда они работают в установившемся режиме. Установка двух фильтров (5 и 7-й гармоник) вместо одного приводит к аналогичному сокращению срока службы конденсаторов обоих фильтров; при установке фильтров 11 и 13-й гармоник срок службы конденсаторов снижается в большей мере.

При увеличении мощности батарей конденсаторов фильтров срок службы изоляции их в силу меньшего нагрева возрастает.

Представляет интерес оценить изменение коэффициента несинусоидальности кривой напряжения на шинах преобразователя. Результаты расчета для сетей с 6 и 12-фазными преобразователями с мощностью короткого замыкания более 300 МВ·А и отношением сопротивлений сети и трансформатора преобразователя, равном 0,1 или 0,2, представлены на рис. 3.

Предполагалось, что в сети установлены один или два резонансных фильтра. Из рассмотрения кривых можно заклю-

чить, что в переходных режимах сетей с шестифазными преобразователями коэффициент несинусоидальности возрастает в 2–2,5 раза. В случае 12-фазных схем преобразователей возрастание коэффициента несинусоидальности происходит значительно в большей мере (более, чем в 4 раза).

В сетях с 12-фазными преобразователями фильтры в большей мере снижают коэффициент несинусоидальности напряжения, чем в сетях с 6-фазными преобразователями.

Это обстоятельство также свидетельствует о преимуществах 12-фазных преобразователей. Поскольку, как уже отмечалось, время переходного процесса может составлять около половины времени цикла прокатки, интегральная вероятность появления соответствующих значений коэффициента несинусоидальности оказывается порядка 0,5. Поэтому в случае, если коэффициент несинусоидальности для переходного режима превосходит 5%, несинусоидальность напряжения должна считаться недопустимой. Выбор мощностей батарей конденсаторов резонансных фильтров должен производиться с учетом отмеченных особенностей работы в переходных режимах и методики оценки ущерба от действия гармоник, приведенной в [Л. 1].

При этом мощность батареи конденсаторов фильтров определяется по относительным уровням высших гармоник тока канонических порядков, равным  $1/v$ , неканонических (за исключением кратных трем) — равных 2% тока 1-й гармоники переходного режима. Опыт эксплуатации фильтров, рассчитанных подобным образом, подтверждает достаточную корректность этой методики.

**Выводы.** 1. В переходных режимах работы вентильных преобразователей эффективность работы резонансных фильтров снижается в сравнении с установившимся режимом. При этом срок службы конденсаторов фильтров значительно снижается в сравнении со случаем, когда они работают в установившемся режиме. Возрастание коэффициента несинусоидальности в сетях с 12-фазными преобразователями оказывается большим, чем в сетях с 6-фазными преобразователями. Количество установленных фильтров почти не влияет на величину коэффициента несинусоидальности.

2. Выбор мощности батарей конденсаторов фильтров следует производить с учетом особенностей работы их в переходных режимах. В частности, при выборе фильтров в сетях обжимных прокатных станов ток конденсаторных батарей, рассчитанный обычными методами, в зависимости от параметров следует увеличивать на величину, определяемую из приведенных графиков.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И. В. Резонансные фильтры в электрических сетях. — Электричество, 1974, № 7, с. 14–19.
2. Зильберблат И. Э., Ямпольский Д. А. Выбор катодного реактора в системах УРВ-Д. — В кн.: Автоматизированный электропривод производственных механизмов. М.—Л.: Энергия, 1965, т. 1, с. 140–143.
3. Электропередача постоянного тока как элемент энергетических систем/ Нейман Л. Р., Глинтерник С. Р., Емельянов А. В., Новицкий В. Г. Изд. АН СССР, 1962.
4. Булгаков А. А. Основы динамики управляемых вентильных систем. Изд. АН СССР, 1963.
5. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электрооборудования промпредприятий. М.: Энергия, 1974.

(15.9.1977)

УДК 621.3.048.001.4

## К анализу профилактических испытаний бумажно-масляной изоляции аппаратов высокого напряжения

Инж. ЛОКШИН М. В.

Москва

Какими бы качествами ни обладала изоляционная конструкция (ИК) при выпуске с завода, показатели ее эксплуатационной надежности будут низкими, если плохо организованы мероприятия, предотвращающие ее аварийные отказы. Одним из таких мероприятий являются профилактические испытания изоляции.

Наиболее распространенный вид профилактических испытаний изоляции — неразрушающие профилактические испыта-

ния, при которых контроль состояния изоляции осуществляется по прогнозирующему параметру с помощью измерений [Л. 1].

В качестве прогнозирующего параметра может быть принят любой параметр, характеризующий состояние изоляции ( $R_{из}$ ,  $\lg \delta$ ,  $C$ ,  $\Delta C/C$ ,  $C_2/C_{50}$  и т. д.).

Однако для контроля состояния различных видов изоляции целесообразно использовать прогнозирующий параметр,

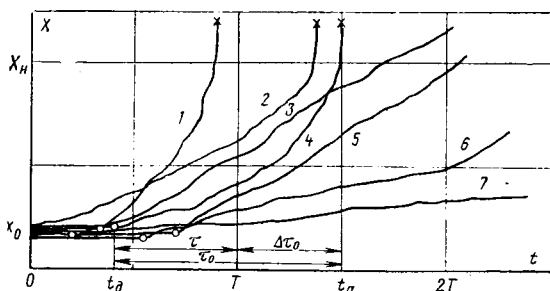


Рис. 1. График случайного процесса изменения состояния изоляции и прогнозирующего параметра  $X(t)$ .

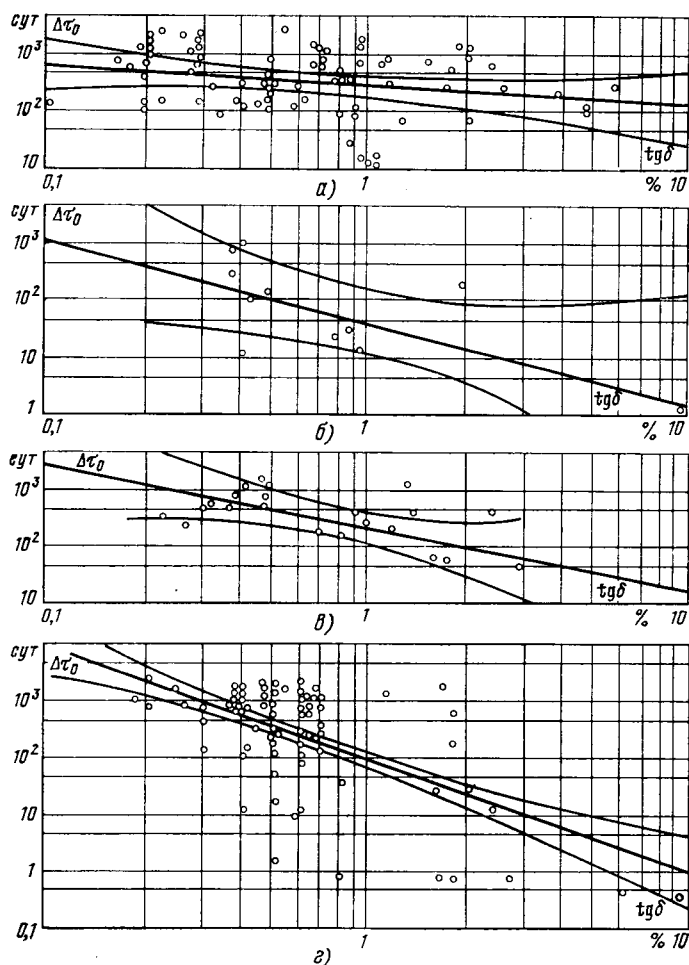


Рис. 2. Корреляция между  $\text{tg} \delta$  и  $\Delta\tau_0$  бумажно-масляной изоляции.

а — вводы БМ-110; б — вводы БМТ-220; в — трансформаторы тока ТФКН-330; г — вводы БМТ-500.

имеющий максимальную эффективность [Л. 1], которая определяется связью между его значением, полученным при измерении, и степенью дефектности изоляции или остаточным временем жизни дефектной изоляции, отсчитываемым от момента измерения параметра. Поскольку характер возникшего дефекта и последующих воздействий эксплуатационных факторов на дефектную изоляцию является случайным, то развитие дефекта носит случайный характер и представляет собой случайную функцию времени.

Изменение во времени значения прогнозирующего параметра, в какой-то мере отражающего степень дефектности изоляции, тоже носит случайный характер и представляет собой также случайную функцию времени [Л. 1 и 2]. Ввиду того, что и степень дефектности изоляции и значение прогнозирующего параметра, полученное при измерениях, носят слу-

чайный характер, эффективность последнего определяется силой стохастической связи между ними и лежит в пределах от 0 до 1.

Эффективность прогнозирующего параметра влияет на показатели эксплуатационной надежности изоляции. Чем эффективнее прогнозирующий параметр, тем точнее можно определить при профилактике состояние изоляции, с большей вероятностью обнаружить дефект и предотвратить отказ.

С 1953 г. в качестве изоляции высоковольтных аппаратов начала применяться бумажно-масляная изоляция конденсаторного типа. В начале 60-х годов она получила широкое применение для вводов 110—500 кВ и трансформаторов тока 330 кВ. Для контроля состояния бумажно-масляной изоляции в качестве основного прогнозирующего параметра используется  $\text{tg} \delta$ .

В связи с большим числом отказов этого вида изоляции появились предположения, что профилактика по  $\text{tg} \delta$  не влияет на показатели ее эксплуатационной надежности [Л. 3].

Выводы, сделанные в [Л. 3], ускорили начало проведения работы по определению эффективности измеренного  $\text{tg} \delta$  как параметра, характеризующего состояние бумажно-масляной изоляции, и по определению влияния профилактических испытаний на показатели ее эксплуатационной надежности.

Для решения поставленной задачи были изучены материалы энергосистем по аварийным повреждениям вводов и трансформаторов тока с бумажно-масляной изоляцией, происшедшим за период с 1956 по 1975 г. В работе были использованы данные по измерению  $\text{tg} \delta$  изоляции и отказам только тех аппаратов, причиной аварии которых являлся отказ изоляции. В целях использования всех данных по отказам изоляции для определения показателей ее эксплуатационной надежности было определено примерное количество вводов каждого класса напряжения и трансформаторов тока 330 кВ, вводимых в эксплуатацию ежегодно.

Поскольку отказавшие аппараты эксплуатировались в различных условиях, то показатели надежности, полученные в процессе проведенной работы, являются средними для изоляции данного вида аппарата.

При анализе эффективности измеренного  $\text{tg} \delta$  как прогнозирующего параметра все значения  $\text{tg} \delta$  были приведены к одной и той же температуре изоляции ( $\theta_n = 20^\circ\text{C}$ ).

Эффективность измеренного  $\text{tg} \delta$  бумажно-масляной изоляции аппаратов как прогнозирующего параметра. На рис. 1 приведен график случайного процесса изменения состояния изоляции, на котором 1—7 — реализации случайной функции  $X(t)$  изменения прогнозирующего параметра, соответствующие различному характеру дефекта и эксплуатации изоляции;  $X_0$  — случайное начальное значение прогнозирующего параметра;  $X_n$  — норма для прогнозирующего параметра — уровень прогноза (профилактического контроля);  $t_d$  — случайный момент возникновения дефекта в период нормальной эксплуатации изоляции;  $t_a$  — случайный момент отказа изоляции от дефекта в момент  $t_d$ ;  $\tau_0$  — случайный период развития дефекта в отказ;  $\tau$  — случайный период времени от момента возникновения дефекта до момента контроля состояния изоляции;  $\Delta\tau_0$  — случайное остаточное время жизни изоляции от момента измерения прогнозирующего параметра до отказа;  $T$  — период контроля состояния изоляции (период между измерениями величины прогнозирующего параметра  $X$ ).

В момент  $t=0$  начинается эксплуатация изоляции и развитие дефектов периода приработки. Точками помечены моменты появления дефектов изоляции, а звездочками — моменты отказов изоляционных конструкций (ИК).

Реализации 1, 3—6 соответствуют периоду нормальной эксплуатации ИК, реализации 2 — периоду их приработки, а реализация 7 — медленному старению изоляции.

График, приведенный на рис. 1, может быть построен по результатам непрерывного наблюдения за состоянием изоляции группы однотипных ИК одного класса напряжения.

При существующей системе профилактических испытаний изоляции со снятием рабочего напряжения, измерения значения прогнозирующего параметра производятся периодически в моменты времени  $T, 2T, \dots, iT$ . Поэтому по результатам этих измерений реализации  $X(t)$  можно построить лишь условно, а моменты  $t_d$  практически определить невозможно. Следует иметь в виду, что такие реализации случайной функции включают в себя и ошибки измерений.

По результатам наблюдения за состоянием дефектной изоляции вплоть до ее отказа можно определить стохастическую связь между значениями прогнозирующего параметра  $X$  и  $\Delta\tau_0$ , сила которой и определяет его эффективность.

Поскольку скорость изменения состояния дефектной бумажно-масляной изоляции в данный момент времени пропорциональна достигнутому состоянию [Л. 4], то согласно [Л. 5] двумерное распределение случайных величин  $\lg \delta$  и  $\Delta\tau_0$  должно быть логнормальным и в соответствии с [Л. 6] должна иметь место линейная (нормальная) корреляция между  $\lg \delta$  и  $\lg \Delta\tau_0$ . Как показали результаты обработки эксплуатационных данных для бумажно-масляной изоляции вводов 110—500 кВ и трансформаторов тока 330 кВ двумерное распределение оказалось близким к логнормальному. Ему соответствуют уравнение линии регрессии

$$\overline{\lg \Delta\tau_0} = \lg a_0 - a \lg \lg \delta$$

и коэффициент корреляции

$$r = -a \frac{\sigma_{\lg \lg \delta}}{\sigma_{\lg \Delta\tau_0}},$$

который и определяет эффективность  $\lg \delta$ , как прогнозирующего параметра. Поэтому все корреляционные графики, приведенные ниже, построены в логарифмическом масштабе.

На рис. 2 показана корреляция между  $\lg \delta$  и остаточным временем жизни дефектной бумажно-масляной изоляции вводов и трансформаторов тока. На графике рис. 2,а для вводов БМ-110 по  $N=79$  парам совместных значений  $\Delta\tau_0$  и  $\lg \delta$ , которые на графике обозначены точками, построена линия регрессии

$$\overline{\lg \Delta\tau_0} = 1,65 - 0,41 \lg \lg \delta$$

и ее доверительный интервал по [Л.7] с доверительной вероятностью  $P_\alpha = 0,9$ . Коэффициент корреляции равен  $r = -0,278$  и с  $P_\alpha = 0,9$  его абсолютное значение лежит в пределах доверительного интервала [Л. 8]  $0,1 \leq |r| \leq 0,45$ .

При анализе эффективности  $\lg \delta$  как параметра, прогнозирующего состояние бумажно-масляной изоляции вводов 220, 500 кВ и трансформаторов тока 330 кВ, доверительная вероятность как и для вводов 110 кВ принималась всюду равной 0,9.

На рис. 2,б приведен корреляционный график для бумажно-масляной изоляции вводов БМТ-220, построенный по  $N=11$  парам совместных значений  $\Delta\tau_0$  и  $\lg \delta$ . Здесь уравнение линии регрессии

$$\overline{\lg \Delta\tau_0} = -1,23 - 1,46 \lg \lg \delta,$$

коэффициент корреляции  $r = -0,66$ , а его абсолютное значение лежит в пределах доверительного интервала

$$0,21 \leq |r| \leq 0,88.$$

На рис. 2,в приведен корреляционный график для бумажно-масляной изоляции трансформаторов тока ТФКН-330, построенный по  $N=23$  парам совместных значений  $\Delta\tau_0$  и  $\lg \delta$ .

Ему соответствует уравнение линии регрессии

$$\overline{\lg \Delta\tau_0} = 0,1 - 1,14 \lg \lg \delta,$$

коэффициент корреляции  $r = -0,66$ , а его абсолютная величина лежит в пределах доверительного интервала

$$0,41 \leq |r| \leq 0,8.$$

На рис. 2,г приведен корреляционный график для бумажно-масляной изоляции вводов БМТ-500, построенный по  $N=80$  парам совместных значений  $\Delta\tau_0$  и  $\lg \delta$ . Здесь уравнение линии регрессии

$$\overline{\lg \Delta\tau_0} = -2,01 - 2,02 \lg \lg \delta,$$

коэффициент корреляции  $r = -0,633$ , а его абсолютное значение лежит в пределах доверительного интервала

$$0,52 \leq |r| \leq 0,74.$$

Согласно [Л. 6] все приведенные значения коэффициентов корреляции являются значимыми, а следовательно, и значимой является эффективность измеренного  $\lg \delta$ , как параметра, характеризующего состояние бумажно-масляной изоляции вводов 110, 220, 500 кВ и трансформаторов тока 330 кВ.

Из изложенного видно, что эффективность  $\lg \delta$ , хотя и значима, но меньше 1. Отсюда следует, что процесс отбраковки, пропуска и отказов дефектных ИК при периодическом контроле их состояния по  $\lg \delta$  носит случайный характер и анализ его может быть проведен только вероятностно-статистическими методами.

Эффективность измеренного  $\lg \delta$ , как прогнозирующего параметра, зависит от особенностей ИК, характера дефекта,

методики и точности измерений. Поскольку при существующих условиях эксплуатации сложно воздействовать на характер физической связи между  $\lg \delta$  и  $\Delta\tau_0$ , наиболее простой путь повышения эффективности  $\lg \delta$ , как прогнозирующего параметра, заключается в усовершенствовании профилактических испытаний изоляции. Это относится в первую очередь к профилактическим испытаниям изоляции вводов БМ-110, поскольку при контроле ее состояния имеет место самая низкая эффективность  $\lg \delta$ , как прогнозирующего параметра.

**Влияние профилактических испытаний на показатели надежности бумажно-масляной изоляции аппаратов.** Как известно [Л. 9, 10], профилактика влияет на показатели и характеристики эксплуатационной надежности контролируемых объектов. В тех случаях, когда контроль осуществляется по прогнозирующему параметру, эффективность которого меньше единицы, влияние профилактики наиболее заметно на плотности распределения отказов  $f(t)$ .

На оси времени можно отметить (в соответствии с периодичностью) моменты проведения профилактики. Ее влияние определяется по разрежениям (уменьшениям плотности), которые возникают после этих моментов.

В период нормальной эксплуатации при наличии профилактических испытаний за разрежениями плотности распределения отказов должны следовать повышения плотности, обусловленные появлением дефектов в исправной изоляции между моментами профилактики. Для качественного анализа на рис. 3 приведены приближенные огибающие гистограмм отказов бумажно-масляной изоляции. Для наглядности ординаты кривой 1 увеличены в 10 раз. На кривых видны периоды приработки и нормальной эксплуатации. Периодам приработки соответствуют участки наибольшей плотности отказов. Наиболее распространенная периодичность профилактических испытаний бумажно-масляной изоляции вводов 110 кВ — через каждые 3 года с начала их эксплуатации.

На кривой 1 рис. 3 видны явно выраженные разрежения и последующие повышения плотности после 3, 6 и 9 лет эксплуатации. По гистограммам отказов изоляции определена ее надежность

$$P_t = 1 - Q_t = 1 - \sum_{i=1}^t f(i\Delta t) \Delta t.$$

При существующей системе профилактики на десятом году эксплуатации бумажно-масляная изоляция вводов 110 кВ имеет надежность  $P_{10} = 0,996$ .

Наиболее распространенная периодичность профилактических испытаний изоляции вводов БМТ-220 — через каждые 3 года после первого года их эксплуатации. На кривой 2 разрежения наблюдаются после 1 года и 4 лет эксплуатации.

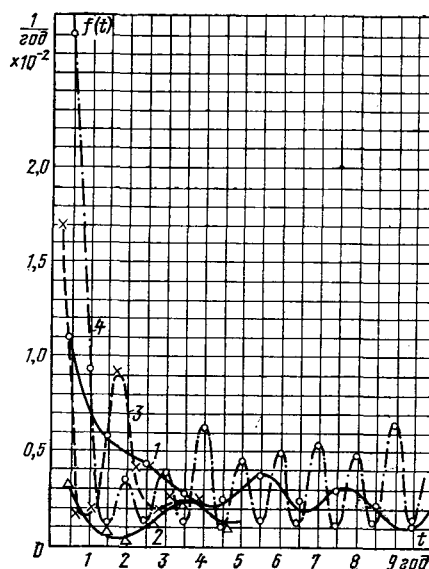


Рис. 3. Эмпирическая плотность распределения отказов бумажно-масляной изоляции.

1—4 — то же, что на рис. 2.

При существующей системе профилактики на пятом году эксплуатации изоляция вводов БМТ-220 имеет надежность  $P_5 = 0,991$ .

Наиболее распространенная периодичность профилактических испытаний изоляции ТФКН-330 — через каждые 3 года после первого года их эксплуатации. На кривой 3 разрежения видны примерно после 1 года и 3—4 лет эксплуатации.

При существующей системе профилактики на пятом году эксплуатации изоляция ТФКН-330 имеет надежность  $P_5 = 0,978$ .

Наиболее распространенная периодичность профилактики изоляции БМТ-500 — через 1 год с начала эксплуатации. Разрежения на кривой 4 в основном соответствуют такой периодичности. Однако после четвертого, седьмого и девятого года эксплуатации заметны и влияния профилактических испытаний изоляции, проводимых для некоторых групп вводов БМТ-500 с периодичностью через каждые 2—3 года после первого года их эксплуатации.

При существующей системе профилактики надежность изоляции БМТ-500 на десятом году эксплуатации  $P_{10} = 0,928$ .

Как следует из изложенного и рис. 3, изоляции более высоких классов напряжения соответствуют более короткие периоды приработки и несмотря на более высокое качество и эффективность профилактических испытаний — более низкие показатели эксплуатационной надежности. Это может быть объяснено, в частности, большими рабочими напряжениями в изоляции аппаратов более высоких классов рабочих напряжений.

В [Л. 11] указаны причины отказов ИК, использованных при построении кривых рис. 3. Как следует из [Л. 11], отказы ИК аппаратов высших классов напряжения (330 и 500 кВ) в большинстве случаев связаны с качеством ИК, ошибками эксплуатационного персонала и недостаточной эффективностью профилактических испытаний.

Учитывая повышенные требования к надежности этих ИК и малые значения  $t_0$  (иногда несколько часов) рекомендовано контролировать их состояние под рабочим напряжением [Л. 12]. Такие способы контроля описаны в [Л. 13 и 14].

**Выводы.** 1. Процесс периодического контроля состояния бумажно-масляной изоляции высоковольтного оборудования по  $\lg \delta$  носит случайный характер.

2. Для бумажно-масляных ИК с дефектом связь между измеренным значением  $\lg \delta$  и остаточным временем жизни изоляции  $\Delta t_0$ , отсчитываемым от момента измерения, является стохастической.

3. Поскольку эффективность измеренного  $\lg \delta$  как параметра, определяющего состояние бумажно-масляной изоляции, характеризуется степенью связи случайных величин  $\lg \delta$  и  $\Delta t_0$ , а их двумерное распределение близко к логнормальному, то в качестве показателя этой эффективности использован коэффициент корреляции между  $\lg \lg \delta$  и  $\lg \Delta t_0$ .

4. Для ИК трансформаторов, тока ТФКН-330, вводов БМ-110, БМТ-220 и БМТ-500 показатель эффективности  $\lg \delta$ ,

как прогнозирующего параметра, — значим, а значение его зависит от особенностей ИК, условий их эксплуатации, характера дефекта и качества профилактических испытаний. Оно может быть повышено за счет качества измерений.

5. Существующая система профилактики повышает надежность ИК с бумажно-масляной изоляцией.

6. Наибольшая плотность отказов бумажно-масляных ИК — до 1 года. В этот период необходим контроль их состояния.

7. Длительность периодов приработки бумажно-масляных ИК аппаратов 110, 220, 330 и 500 кВ тем меньше, чем выше класс напряжения. Это объясняется увеличением напряженностей в ИК с ростом рабочих напряжений.

8. Для анализа и оптимизации периодического контроля состояния ИК с бумажно-масляной изоляцией по параметру должна быть разработана математическая модель такого контроля, учитывающая все его особенности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герцбах И. Б. Модели профилактики. М.: Советское радио, 1969.
2. Дружинин Г. В. Об отказах систем автоматики при старении или износе элементов. — Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика. 1960, № 4, с. 189—194.
3. Воскресенский В. Ф. Некоторые итоги опыта профилактических испытаний электрооборудования. — Электрические станции, 1967, № 6, с. 42—48.
4. Вайда Д. Исследования повреждений изоляций. М.: Энергия, 1968.
5. Румшицкий Л. З. Элементы теории вероятностей. М.: Наука, 1970.
6. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971.
7. Румшицкий Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента. М.: Наука, 1971.
8. Длин А. М. Математическая статистика в технике. М.: Советская наука, 1958.
9. Базовский И. Надежность. М.: Мир, 1965.
10. Степанов С. В. Профилактические работы и сроки их проведения. М.: Советское радио, 1972.
11. Бажанов С. А. Причины повреждения маслонаполненных вводов 110—500 кВ. — Электрические станции, 1974, № 7, с. 53—56.
12. Нормы испытания электрооборудования/СПО ОРГРЭС. М., 1977.
13. Сви П. М. Контроль изоляции под рабочим напряжением. — Электричество, 1971, № 3, с. 25—31.
14. Локшин М. В. Мостовой способ измерения диэлектрических потерь изоляции высоковольтных аппаратов под рабочим напряжением. — Электричество, 1973, № 2, с. 59—64.

[18.7.1977]



УДК 62-83:621.313.323

## Импульсные возбудители для микромашин с магнитным возбуждением

ДЕЛЕКТОРСКИЙ Б. А., ТАРАСОВ В. Н.

Московский энергетический институт

Магнитоэлектрические машины, как и другие типы синхронных машин, нуждаются в общем случае в регулировании возбуждения с целью оптимизации энергетических характеристик и повышения степени устойчивости. В настоящее время оно частично осуществляется лишь в генераторах с комбинированным возбуждением [Л. 1]. В магнитоэлектрических двигателях какое-либо регулирование магнитного потока не производится. Исключение составляют лишь гистерезисные двигатели, у которых при синхронной скорости создается так называемый «режим перевозбуждения». Чаще всего он достигается 1,5—2-кратным релейным изменением напряжения питания. Это, как правило, требует 3—4-кратного увеличения установленной мощности источника питания и вызывает дополнитель-

ные потери. Известны и другие пути реализации «перевозбуждения» [Л. 2]. С их помощью осуществляется лишь дискретное повышение степени намагниченности ротора, которое сопровождается большими электромеханическими колебаниями ротора, т. е. плавное регулирование возбуждения с увеличением или уменьшением уровня намагниченности они не реализуют.

Отсутствие технически приемлемого регулятора намагниченности ротора определило задачу поиска, предпринятого авторами статьи. В качестве такового хотелось бы видеть устройство, осуществляющее независимое воздействие по цепи якоря без существенного увеличения установленной мощности источника питания без дополнительных обмоток и тоководов.



Оно должно быть простым, миниатюрным, с незначительным собственным потреблением. В [Л. 3] рекомендовано использовать импульсные способы намагничивания, а в [Л. 4] предложен один из вариантов импульсных возбудителей. Именно импульсный способ регулирования намагниченности ротора с использованием якоря микродвигателя в качестве намагничивающего аппарата представляется авторам наиболее плодотворным при решении поставленной задачи.

Предпосылкой этому является то обстоятельство, что электромагнитная энергия, передаваемая ротору при намагничивании и перемагничивании, не зависит в первом приближении от длительности импульса тока, а определяется лишь его амплитудой. Энергия же потерь в якоре при намагничивании пропорциональна длительности импульса тока. Следовательно, целесообразно в допустимых пределах увеличивать амплитуду и сокращать время импульса напряжения, т. е. повышать его мощность. Реально время намагничивания составляет десятые (сотые) доли периода частоты питания. Поэтому при относительно низкой частоте следования намагничивающих импульсов запасаемая энергия намагничивающего источника, а также энергия потерь в коммутационных устройствах, составляют малую долю энергии основного источника питания, что открывает принципиальные возможности достижения малых габаритов возбудителя.

Распределение поля в воздушном зазоре и сформированная им намагниченность ротора в случае намагничивания его аппаратом статора зависят от расположения фазных обмоток последнего. Поэтому временной характер воздействия импульсного возбудителя по цепям обмотки принципиально не требует знакопеременного изменения его напряжения, т. е. с целью упрощения достаточно выполнить возбудитель однополярным. Момент включения возбудителя и положение сформированного им импульса результирующей м. д. с. должны быть достаточно строго согласованы с положением оси остаточной намагниченности ротора с целью стабилизации положения полюсов ротора или принудительного их перемещения.

Из этих соображений возбудитель должен содержать: конденсаторно-разрядное устройство, способное импульсно отдавать большую мощность при малой установившейся мощности заряда; систему маломощных зарядных и мощных разрядных цепей с соответствующими ключами; схему управления и дополнительные ключи, обеспечивающие согласование основного и импульсного источников без взаимного шунтирования и с максимальным совместным использованием.

Указанное сочетание элементов возбудителя не обязательно требует отдельного (самостоятельного) выполнения каждого. Функционально в их качестве могут выступать существующие элементы типовых источников питания. Так, при работе двигателя от автономного статического преобразователя в качестве импульсного источника (конденсатора) может использоваться конденсатор на входе инвертора, а в качестве разрядных ключей — ключи инвертора и т. д. Однако наиболее общий случай соответствует работе от общей сети переменного тока. На рис. 1, а, б и в приведены варианты соединения возбудителя и общей сети, эффективность использования которых, как будет показано ниже, различна. Везде ключ  $K_1$  размыкает цепь основного источника  $U_0$  при подключении ключом импульсного источника  $U_H$ .

Эффективность работы возбудителя характеризуется способностью создать требуемую амплитуду м. д. с. за минимальное время, которое зависит от сформированного возбудителем совместно с основным источником питания результирующего импульса напряжения и от суммарных комплексных динамических внутренних сопротивлений двигателя, основного и импульсного источников.

При работе от основной сети питания с синусоидальной формой кривой напряжения результирующий вектор напряжения на комплексной плоскости представляет собой величину [Л. 5]

$$\bar{U}_0 = U_{mf} e^{j(\omega t + \alpha_n)},$$

годографом которого является окружность с радиусом, равным амплитуде синусоидального фазного напряжения. Здесь  $\omega$  — частота питания;  $\alpha_n$  — угловая координата в пределах периода, которую для определенности отсчитываем от нулевого значения положительной полуволны в фазе А. Тогда в комплексной плоскости при совмещении вещественной оси с осью фазы А отсчет  $\alpha_n$  будет проводиться от оси  $-j$  (рис. 2, а).

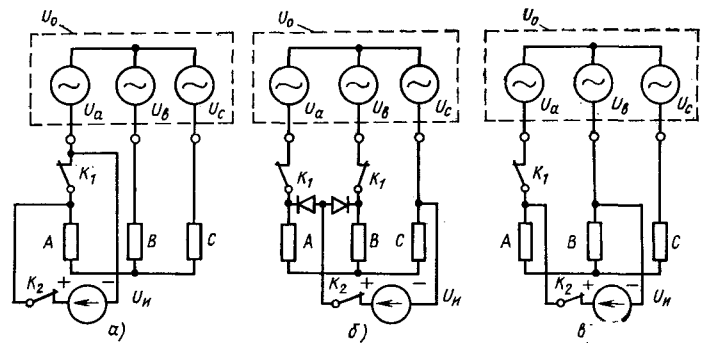


Рис. 1.

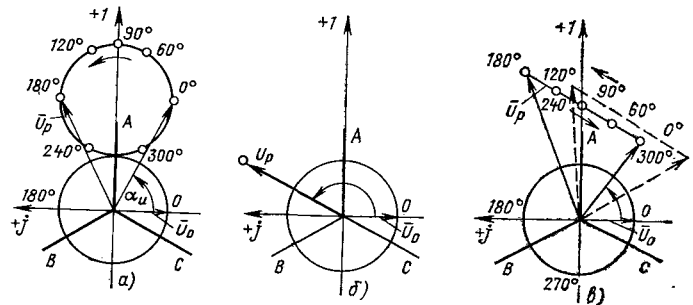


Рис. 2.

Включение импульсного источника по схеме рис. 1, а приводит к образованию результирующего вектора напряжения:

$$\bar{U}_p = \frac{2}{3} U_H + U_{mf} e^{j(\omega t + \alpha_n)}.$$

В результате годограф  $\bar{U}_0$  оказывается смещенным относительно начала координат (рис. 2, а). Если момент включения  $U_H$  выбран в пределах  $-\pi/2 < \alpha_n < \pi/2$ , то имеет место перемещение  $\bar{U}_p$  от соответствующего положения  $\bar{U}_0$  по направлению вращения (против часовой стрелки). За направлением движения  $\bar{U}_p$  будет следовать вектор м. д. с. статора и соответственно вектор намагниченности ротора. Будем считать такой поворот  $\bar{U}_p$  опережающим. Соответственно в диапазоне  $\frac{1}{2}\pi < \alpha_n < \frac{3}{2}\pi$  имеет место отстающее намагничивание.

Вектор  $\bar{U}_p$  может быть установлен по отношению к  $\bar{U}_0$  в любой фазе, что позволяет выбором  $\alpha_n$ , во-первых, осуществлять не только намагничивание, но и размагничивание ротора, во-вторых изменять уровень намагниченности с сохранением направления ее оси и, в-третьих, регулировать положение этой оси. Последнее представляет самостоятельный интерес при регулировании или стабилизации положения ротора синхронного двигателя относительно опорной системы координат [Л. 3].

Недостаток рассмотренной схемы состоит в необходимости пропускать импульс намагничивающего тока через основной источник, при значительной внутренней индуктивности которого приходится увеличивать либо  $U_H$ , либо время намагничивания. Дополнительное неудобство при регулировании создается также тем, что намагничивающий и размагничивающий векторы при одинаковом  $U_H$  значительно различаются (на  $2\bar{U}_0$ ).

На рис. 1, б показана схема с параллельным соединением источника импульсов с фазами двигателя. При включении импульсного источника полностью отключается основной и

$\bar{U}_p = \frac{2}{3} U_H e^{j\frac{\pi}{3}}$ . Вектор  $U_p$  неподвижен в пространстве

(рис. 2, б) и одинаков как для намагничивания, так и для размагничивания. Недостаток схемы состоит в необходимости использования дополнительного силового управляемого ключа  $K_1$  в фазе В и в наличии двух вентилях.

Компромиссным решением задачи является схема соединения рис. 1, в, где источник импульсов подсоединен лишь



к двум фазам двигателя. Если основной источник имеет малое внутреннее сопротивление, то фазные напряжения и  $\bar{U}_p$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{3} \left[ 2U_n + U_{m\lambda} \sin \left( \omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \\ U_b &= \frac{1}{3} \left[ -U_n + U_{m\lambda} \sin \left( \omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \\ U_c &= \frac{1}{3} \left[ -U_n - 2U_{m\lambda} \sin \left( \omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2} \right) \right]; \\ \bar{U}_p &= \frac{2}{3} \left[ \bar{U}_n + U_{m\lambda} \sin \left( \omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2} \right) e^{j\frac{\pi}{3}} \right], \end{aligned}$$

где  $U_{m\lambda}$  — амплитуда линейного напряжения.

В этом случае  $\bar{U}_p$  является суммой двух векторов, один из которых изменяется во времени по гармоническому закону (рис. 2, в). На комплексной плоскости геометрическим местом  $\bar{U}_p$  является отрезок прямой линии под углом  $\pi/3$  к вещественной оси и длиной  $\frac{2}{3} U_{m\lambda}$ , центральная точка которого на-

ходится на расстоянии  $\frac{2}{3} U_n$  от центра годографа — круга

вектора  $\bar{U}_0$ . При этом в части области отстающего намагничивания  $\pi/2 < \alpha_n < \pi$ , применяемой обычно для увеличения намагниченности ротора [Л. 3 и 6], имеет место максимальное значение  $\bar{U}_p$ , что позволяет экономично использовать энергию основного и импульсного источников. Из этих же соображений нерациональным является подключение «минуса» импульсного источника к фазе С (фазе, напряжение в которой отстает во времени на угол  $240^\circ$  от напряжения фазы, к которой подключен «плюс» импульсного источника), так как в этом случае в указанной области  $\alpha_n$  имеем минимальные значения  $\bar{U}_p$  и для осуществления намагничивания необходимы большие значения  $\bar{U}_n$ , а следовательно, и энергоемкости импульсного источника.

Если динамическое сопротивление основного источника велико, то импульс намагничивающего тока не замыкается через фазу С, в этом случае

$$\bar{U}_p = \frac{2}{3} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} U_n e^{-j\frac{\pi}{6}} + U_{m\lambda} \sin \left( \omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2} \right) e^{j\frac{\pi}{3}} \right].$$

Разница между значениями  $\bar{U}_p$  для случаев малого и большого внутренних сопротивлений основного источника невелика и качественно (пунктир) показана на рис. 2, в при  $U_n = 2U_{m0}$ . На практике это приводит к необходимости несколько корректировать значения  $t_n$  и  $\alpha_n$  при переходе от одного типа источника к другому (например, от вращающегося к статическому), чтобы достигнуть одного уровня намагниченности (коррекция  $t_n$  должна компенсировать изменение амплитуды  $\bar{U}_p$ ).

Таким образом, последняя схема включения (рис. 2, в) является предпочтительнее из-за минимального количества

коммутационных ключей, не критичности работы регулятора к типу основного источника питания с малым или с большим внутренним сопротивлением, малой разницы между максимальными импульсами намагничивания и размагничивания, возможности регулировать изменение фазы  $\bar{U}_p$  (что позволяет в области  $\pi/2 < \alpha_n < \pi$  осуществлять намагничивание, а при  $\frac{4}{3}\pi < \alpha_n < \frac{11}{6}\pi$  — размагничивание ротора), возможно-

сти соответствующим выбором значений  $\alpha_n$  и  $t_n$  осуществлять регулирование с минимальными электромеханическими возмущениями.

Результаты испытаний ряда микродвигателей с диаметром рашотки статора до 35 мм и с коэффциентной силой ротора до 30 кА/м показали, что для изменения степени возбуждения двигателя от 0,4 до 1 достаточно регулировать ширину намагничивающего импульса до 0,15 периода частоты питания при  $U_n/U_{m\lambda} = 1 \div 3$ . Некоторые практические варианты выполнения возбуждения рассмотрены в [Л. 6]. Макетный образец по схеме рис. 1, в был реализован для обслуживания электродвигателей мощностью до 250 В·А. В импульсе он создавал ток до 4 А при напряжении до 300 В. Масса элементов схемы составила 90 г. Существуют пути дальнейшей миниатюризации возбуждателя для указанной мощности как за счет его функционального объединения с основным источником, так и за счет улучшения элементной базы возбуждателя (использование бескорпусных транзисторов и т. д.). Кроме рассмотренного применения возбуждателя для регулирования уровня намагниченности ротора, возможно использовать его в режиме периодического намагничивания ротора гистерезисного двигателя с постоянными значениями  $U_n$ ,  $t_n$  и  $\alpha_n$ . В этом случае достигается стабилизация энергетических характеристик, а также параметрическое демпфирование качаний [Л. 3].

В заключение отметим, что проведенные исследования выполнены для микродвигателей переменного тока, однако нет оснований полагать, что полученные выводы не могут быть распространены на микродвигатели постоянного тока и генераторы малой мощности со стабилизацией напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балагуров В. А., Галтеев Ф. Ф., Ларионов А. Н. Электрические машины с постоянными магнитами. Л.: Энергия, 1964.
2. Гуров Г. И., Делекторский Б. А., Тарасов В. Н. Способы перевозбуждения гистерезисных гироскопических электродвигателей. — Доклады по итогам НИР за 1968—1969 гг. Секция «Электромеханическая». МЭИ, 1969, 121—124 с.
3. Делекторский Б. А., Тарасов В. Н. Пути совершенствования гистерезисного привода гироскопа. — Труды МЭИ. Электромеханика гироскопов, 1974, вып. 187, с. 21—30.
4. А. С. 455429 (СССР). Устройство импульсного перевозбуждения гистерезисного двигателя / Тарасов В. Н. Оpubл. в Б. И., 1974, № 48.
5. Кривицкий С. О., Эпштейн И. И. Динамика частотно-регулируемых электроприводов с автономными инверторами. М.: Энергия, 1970.
6. Тарасов В. Н. Миниатюризация устройств перевозбуждения гистерезисных электродвигателей. — Труды МЭИ. Электромеханика гироскопов. 1976, вып. 291, с. 72—77.

[5.5.1977]

# Оценка надежности сложных структур систем энергетики

Канд. техн. наук ТИСЛЕНКО В. В.

Киев

Одним из этапов количественной оценки надежности сложных систем энергетики является их структурный анализ. Рассматриваемая система (это может быть энергосистема, электросеть города, зона питания подстанции и т. п.) преобразуется в структурную схему — ориентированный граф, где элементы, заданные своими надежностными характеристиками, образуют ребра и вершины. «Входами» в такой граф являются источники питания, «выходами» — потребители или узлы нагрузки.

В зависимости от поставленной задачи формулируются признаки отказа системы — прекращение питания одного, нескольких или всех узлов нагрузки. Дальнейший анализ структуры обычно выполняется путем выделения наборов элементов — сечений, отказ которых приводит к нарушению связности графа, т. е. к отказу системы. Выделение сечений графа — самостоятельная задача, сложность решения которой возрастает с ростом числа элементов и их связей.

В настоящее время ведутся поиски способов направленного выбора совокупности сечений, которая достаточно точно характеризует надежность структуры. Это позволит отказаться от прямого перебора возможных сочетаний элементов, затруднительных даже при использовании ЦВМ. В [Л. 1] предложен метод выделения доминирующего сечения и сечений, близких к нему по уровню надежности. Здесь исходный граф преобразуется в двойственный, и определение группы сечений исходного графа сводится к определению групп путей двойственного графа: последнее легче поддается формализации. Однако такой метод не всегда обеспечивает выбор определяющей группы сечений. В этом легко убедиться, если незначительно изменить показатели надежности элементов структуры, приведенной в [Л. 1] (рис. 1). Составив двойственный граф (рис. 2) и определив по методике [Л. 1] максимальную вероятность совпадения отказов элементов, убедимся, что доминирующее сечение  $lmn$  не совпадает с полученным в [Л. 1]. В группу определяющих не вошли некоторые важные сечения, в частности, сечение  $abc$ . Результирующая вероятность отказов, определенная из [Л. 1],  $Q(\Pi) = 208,04 \cdot 10^{-6}$ , что составляет 67% результирующей вероятности отказов, определенной по всем минимальным сечениям с числом элементов не более четырех.

В [Л. 2] предложен итеративный метод определения минимальных путей. Однако переход от функции работоспособности к функции неработоспособности путем простого отрицания неудобен, особенно в задачах синтеза, так как не позволяет выполнить анализ влияния надежности элементов на надежность системы. Если же итерационный метод сочетать с преобразованием исходного графа в двойственный, то это позволит выбрать совокупность минимальных сечений, определяющих надежность системы с заданной степенью точности. Причем, решая задачу в общем виде, точность можно задавать максимальным числом элементов  $t$ , содержащихся в сечении; если известны показатели надежности элементов, то точность решения может быть задана численным значением.

**Пример 1.** Рассматривается структура (рис. 1), которая преобразована в двойственный граф (рис. 2). Требуется определить совокупность минимальных путей, соответствующих минимальным сечениям исходного графа.

Решение выполняется в общем виде. Учитываются только пути (сечения), содержащие не более четырех элементов.

Определение надежности во всех узлах графа производится по формуле

$$R_k^{(s)} = \sum_{q=1}^{\gamma} R_q^{(s-1)} R_{qk},$$

где  $R_k^{(s)}$  — надежность  $k$ -го узла после  $s$ -й итерации;  $R_q^{(s-1)}$  — надежность  $q$ -го узла, соседнего с  $k$ -м, определенная на предыдущей  $(s-1)$ -й итерации;  $R_{qk}$  — надежность дуги, соединяющей узлы  $q$  и  $k$ ;  $\gamma$  — число узлов, соседних с рассматриваемым.

При решении учитываем следующие условия:

«наложение» двух одинаковых дуг не учитывается, т. е.

$$R_{ij} R_{ij} = 0; \forall i, j;$$

если один из путей  $A_P$  содержит в себе все элементы, входящие в другой путь  $A_L$ , то первый путь отбрасывается:

$$A_P + A_L = A_L; A_L \in A_P;$$

надежность дуги, имеющей направление от  $k$ -го узла, не учитывается:

$$R_k(-R_{qk}) = 0;$$

путь, содержащий более  $t$  элементов (условие точности расчета, в примере  $t=4$ ) не учитывается:

$$A_t = \prod_{k=1}^{\gamma} R_k = 0.$$

Для ускорения итерационного процесса показатели надежности узла на  $s$ -й итерации можно определить по показателям надежности соседних узлов, полученных на той же итерации.

**Решение.** По общей формуле (1) определяются показатели надежности узлов данной структуры. Здесь

$$\begin{aligned} 1'_s &= :I'c + 2'_s - 1g + 3'_s - 1(-b) = I'c = 2'_s - 1g; \\ 2'_s &= :I'k + 1'_sg + 4'_s - 1j; \\ 3'_s &= :1'_sb + 4'_s - 1e + 5'_s - 1i; \\ 4'_s &= :I'n + 2'_sj + 3'_se + 5'_s - 1i; \\ 5'_s &= :3'_sd + 4'_sl + 6'_s - 1h; \\ 6'_s &= :4'_sm + 5'_sh; \\ \Pi'_s &= :3'_sa + 6'_sl. \end{aligned}$$

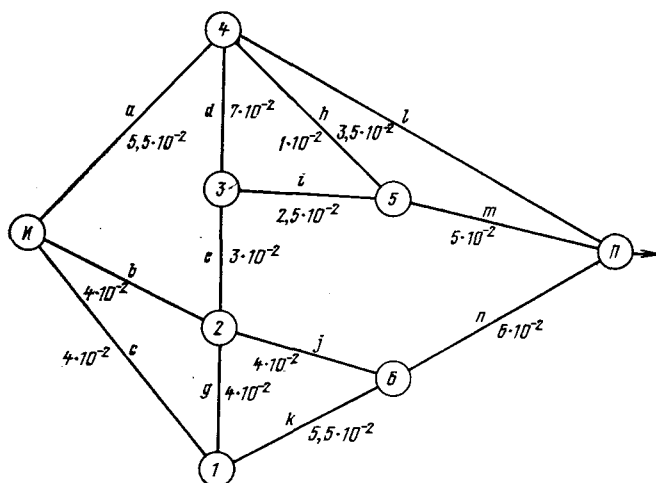


Рис. 1.

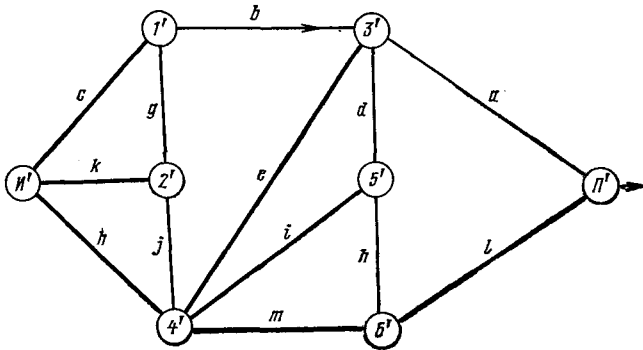


Рис. 2.

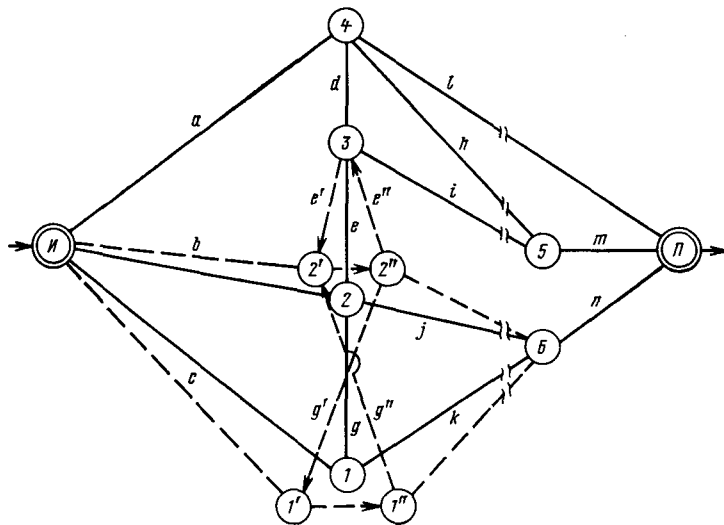


Рис. 3.

В формулах буквами обозначены дуги по рис. 2, цифрами — номера узлов.

Нулевой шаг итерации

$$H'_0 = : 1; 1'_0 = : 0; 2'_0 = : 0; 3'_0 = : 0; 4'_0 = : 0; 5'_0 = : 0; 6'_0 = : 0; H''_0 = : 0.$$

Первый шаг итерации

$$\begin{aligned} 1'_1 &= : 1c + 0g = c; \\ 2'_1 &= : 1k + cg + 0j = k + cg; \\ 3'_1 &= : cb + 0e + 0d = cb; \\ 4'_1 &= : 1n + (k + cg)j + cbe + 0i = n + kj + cgj + cbe; \\ 5'_1 &= : cbd + (n + kj + cgj + cbe)i + 0h = cbd + ni + \\ &\quad + kji + cgji + cbei; \\ 6'_1 &= : (n + kj + cgj + cbe)m + (cbd + ni + kji + cgji + \\ &\quad + cbei)h = : nm + kjm + cgjm + cbem + cbdh + \\ &\quad + nih + kjih; \\ H'_1 &= : cba + (nm + kjm + cgjm + cbem + cbdh + nih + \\ &\quad + kjih)l = : cba + nml + kjml + nihl. \end{aligned}$$

Второй шаг итерации

$$\begin{aligned} 1'_2 &= : c + (k + cg)g = c + kg; \\ 2'_2 &= : k + (c + kg)g + (n + kj + cgj + cbe)j = k + cg + \\ &\quad + nj + cbej; \\ 3'_2 &= : cb + kgb + ne + kje + cgje + nid + kjid; \\ 4'_2 &= : n + kj + cgi + cbe + kgbe + cbdi; \\ 5'_2 &= : cbd + kgb + ned + kjed + ni + kij + cgji + cbei + \\ &\quad + nmh + kjmh; \\ 6'_2 &= : nm + kjm + cgjm + cbem + cbdh + nedh + nih + kjih; \\ H'_2 &= : cba + kgb + nea + kjea + nida + nml + \\ &\quad + kjml + nihl. \end{aligned}$$

Третий шаг итерации

$$\begin{aligned} 1'_3 &= : 1'_2; & 2'_3 &= : 2'_2; \\ 3 &= : cb + kgb + nigb + ne + kje + cgje + nid + kjid + nmh; \\ 4'_3 &= : 4'_2; & 5'_3 &= : 5'_2; \\ 6'_3 &= : 6'_2; & H'_3 &= : H'_2. \end{aligned}$$

Процесс закончен ( $H'_3 = H'_2$ ).

Описанный алгоритм достаточно просто реализуется при планарном графе. В случае непланарного графа задача усложняется, приходится рассматривать  $2^z$  планарных графов ( $z$  — минимальное число дуг, отделяющих «выход» от внешней грани графа). Кроме того, затруднительно использовать теорему разложения на множители [Л. 3], если оценка надежности выполняется по нескольким показателям (например, по параметру потока отказов и времени восстановления).

Рассмотрим метод, позволяющий определять минимальные сечения, для которого безразлично, рассматривается планарный или непланарный граф. Исходный граф, содержащий  $N$  узлов, состоит из двух деревьев:  $n$ -дерева, в которое входят источник питания и  $n$  присоединенных к нему узлов со связывающими их дугами, и  $(N-n)$ -дерева, состоящего из потребителя и  $(N-n)$  присоединенных к нему узлов с дугами (рис. 3, сплошные линии). Дуги, соединяющие оба дерева, образуют одно из минимальных сечений. Таким образом, задача нахождения минимальных сечений в этом случае сводится к определению совокупности  $n$ -деревьев и дуг, связывающих их с  $(N-n)$ -деревьями.

Алгоритм решения задачи следующий. Составляется матрица «узлы — дуги», в  $q$ -ю строку которой выписываются все дуги, выходящие из  $q$ -го узла. Определяется совокупность  $n_j$ -деревьев ( $j=1, m$ ). Для этого к источнику питания, представляющему первое  $n_1$ -дерево, поочередно присоединяются узлы, непосредственно с ним связанные. Процесс присоединения узлов продолжается до тех пор, пока все узлы (кроме потребителя) не войдут в  $n_j$ -дерево. На каждом шаге проверяется принадлежность узлов, не вошедших в  $n_j$ -дерево,  $(N-n)$ -дереву. Затем для каждого  $n_j$ -дерева определяется соответствующее ему минимальное сечение. Для этого выписываются все дуги, входящие в  $n_j$ -дерево; дуги, встречающиеся дважды, исключаются. Оставшиеся дуги образуют минимальное сечение. Этот этап можно упростить, если использовать минимальное сечение предыдущего  $n_{j-1}$ -дерева, узлы которого полностью входят в рассматриваемое  $n_j$ -дерево за исключением очередного присоединяемого узла.

**Пример 2.** Определим минимальные сечения структуры, представленной на рис. 1.

Составим матрицу «узлы — дуги»:

$$\begin{array}{l} \text{Узлы } H : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 \\ \text{Дуги } a, b, c : c, g, k : b, e, g, j : d, e, i : a, d, h, i : h, i, m : j, k, n : l, m. \end{array}$$

Определим совокупность  $n_j$ -деревьев ( $j=1, m$ ) и произведем проверку принадлежности оставшихся узлов  $(N-n)$ -дереву. Если все узлы вошли в оба дерева, то совокупность дуг образует  $j$ -минимальное сечение, в противном случае  $n_j$ -дерево исключается из рассмотрения. Так, структура, данная на рис. 3, содержит 30 минимальных сечений.

Определим минимальные сечения. Источник (узел  $H$ ) образует  $n_1$ -дерево. В него входят дуги  $a, b, c$ . Это первое минимальное сечение:  $S_1 = abc$ . Образует  $n_2$ -дерево из узлов  $H$  и  $1$ . Сюда входят дуги  $a, b, c$  и  $g, k$ . Дуга  $c$  входит в  $n_2$ -дерево дважды, поэтому исключается:  $S_2 = abgk$ . Следующее  $n_3$ -дерево состоит из узлов  $H$  и  $2$ , в которые входят дуги  $a, b, c$  и  $b, g, e, i$ . Дуга  $b$  встречающаяся дважды, исключается:  $S_3 = acei$ . Остальные минимальные сечения определяются аналогично. Дальнейший ход показан на примере ряда деревьев:

Номер $n$ -дерева	Предыдущее $n$ -дерево, присоединяемый узел	Входящие дуги	Минимальное сечение
5	$H1,$ 2	$a, b, g, k$ $b, e, g, j$	$aejk$
12	$H12,$ 3	$a, e, j, k$ $d, e, i$	$adijk$
21	$H123,$ 4	$a, d, i, j, k$ $a, d, h, l$	$hijkl$
27	$H1234,$ 5	$h, i, j, k, l$ $h, i, m$	$ijklm$

Вся совокупность полученных минимальных сечений рассматриваемой структуры выглядит следующим образом:

$n$ -дерево	$(N-n)$ -дерево	Минимальные сечения $S_i$	$n$ -дерево	$(N-n)$ -дерево	Минимальные сечения $S_i$
И	П654321	<i>abc</i>	И146	П532	<i>bdghjln</i>
И1	П65432	<i>abgk</i>	И234	П651	<i>cghijl</i>
И2	П65431	<i>acegi</i>	И235	П641	<i>acdghjm</i>
И4	П65321	<i>bcdhl</i>	И435	П621	<i>bcelm</i>
И12	П6543	<i>aejk</i>	И1234	П65	<i>hijkl</i>
И14	П6532	<i>bdghkl</i>	И1235	П64	<i>adhjkm</i>
И16	П5432	<i>abgin</i>	И1236	П54	<i>adin</i>
И23	П6541	<i>acdgi</i>	И1246	П53	<i>dehln</i>
И24	П6531	<i>cdeghjl</i>	И1435	П62	<i>bagklm</i>
И43	П6521	<i>bcehil</i>	И2345	П61	<i>cgilm</i>
И45	П6321	<i>bcdilm</i>	И12345	П6	<i>jklm</i>
И123	П654	<i>adij</i>	И12346	П5	<i>hiln</i>
И124	П653	<i>dehijkl</i>	И12356	П4	<i>adhmnl</i>
И126	П543	<i>aen</i>	И123456	П	<i>lmn</i>
И134	П652	<i>beghikl</i>			
И145	П632	<i>bdgiklm</i>			

Также определяется набор минимальных сечений и для ориентированных графов, только дугам, «входящим» в узел, присваивается особая сетка, в минимальное сечение эти дуги не входят.

Рассмотренный метод выбора минимальных сечений по деревьям графа более громоздок, чем предыдущий — итеративный, так как по нему определяются все минимальные сечения структуры, что для требуемой точности расчета иногда излишне. Однако при сложных конфигурациях схемы, анализе непланарных графов, определении нескольких показателей надежности этот метод может оказаться более подходящим.

Рассмотренные методы оперируют только с показателями надежности дуг. Однако в структурах, представляющих собой схемы замещения систем энергетики, узлы также обладают конечной надежностью (например, шины распределительных устройств). Можно предложить способ преобразования исходной структуры в ориентированный граф с дополнительными

дугами, надежность которых соответствует надежности заменяемых ими узлов [Л. 4]. Так, если требуется учесть надежность узлов 1 и 2 при определении показателей надежности схемы рис. 3, преобразование схемы осуществляется следующим образом. Узлы 1 и 2 заменяются направленными в сторону «выхода»  $\Pi$  дугами  $1'-1''$  и  $2'-2''$  с показателями надежности узлов 1 и 2 соответственно. Фиктивные узлы  $1', 1'', 2', 2''$  обладают абсолютной надежностью. Дуга  $g$  заменяется на две дуги  $g'$  и  $g''$  с той же, что и дуга  $g$ , надежностью (рис. 3, пунктирные линии); дуга  $e$  также заменяется на  $e'$  и  $e''$ . Дальнейший анализ структуры выполняется одним из описанных методов при учете того, что в результате преобразования узлов и дуги получается непланарный граф.

**Выводы.** 1. Для оценки надежности сложных структур, представляющих собой планарные графы, целесообразно применять метод определения минимальных сечений, включающий построение двойственного графа и итеративный способ определения минимальных путей и позволяющий определять показатели надежности с заданной степенью точности.

2. Выбор минимальных сечений любой структуры можно осуществить по совокупности  $n$ -деревьев, образованных узлами и дугами графа. Этот метод применим для планарных и непланарных графов, а также для графов с ориентированными и неориентированными дугами.

3. Для оценки надежности узлов можно использовать преобразования узлов в направлении дуги графа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фокин Ю. А., Чан-динь-лонг. Оценка надежности электроснабжения узлов нагрузки сложных схем. — Электричество, 1976, № 8, с. 13—18.
2. Китушин В. Г. Определение логической функции работоспособности электрической системы. — «Электричество», 1976, № 8, с. 65—67.
3. Рябинин И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. Л.: Судостроение, 1971.
4. Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1965.

[27.7.1977]

УДК 621.314.011.24

## Графическая интерпретация некоторых функций, описывающих полупроводниковые устройства

Канд. техн. наук БЕРЕЗОВСКИЙ А. Ф.

Ярославль

Применительно к расчетам полупроводниковых преобразователей в [Л. 1] показаны следующие преимущества временных диаграмм в полярных координатах (ВДПК).

1. Если для изображения синусоидальной функции в прямоугольных координатах необходимо построить не менее шести точек на половине периода, то для выполнения такой задачи в полярных координатах достаточно провести окружность, диаметром которой является вектор максимального значения функции, построенный из начала координат. Синусоидальная функция определяется как проекция вектора на вращающуюся по часовой стрелке ось времени или как хорда упомянутой окружности.

2. При нахождении среднего значения синусоидального напряжения (тока) сразу получаем готовый результат, так как интеграл от синуса равен отрицательному косинусу, а последний в виде перпендикулярной хорды легко определяется на ВДПК.

В [Л. 2] применительно к расчетам полупроводниковых реле предложен прием, при котором среднее значение выпрямленного напряжения на выходе схемы сравнения выражается через характерные хорды ВДПК, а затем — через амплитуды и фазы напряжений на входе схемы сравнения.

Рассмотрим наглядный прием графической интерпретации степеней и произведений синусоидальных функций путем многократного проектирования отрезков на ВДПК. Такое проектирование выполняется следующим образом: отрезок, равный мгновенному значению синусоидальной функции, проектирует-

ся на диаметр ВДПК, т. е. на вектор-амплитуду исследуемого напряжения (тока), затем полученный на диаметре отрезок проектируется на линию мгновенного значения синусоидальной функции и т. д.

С помощью такого приема произведем гармонический анализ напряжения на активной нагрузке, питающейся сначала от однофазного однополупериодного, а потом от двухполупериодного тиристорного выпрямителя.

Предположим, что в однополупериодном выпрямителе тиристор работает с углом открытия  $\alpha = \theta_1$  и на рисунке представлена ВДПК напряжения, причем

$$m_U \overline{AO} = U_m; \theta = \omega t; \theta_2 = \pi,$$

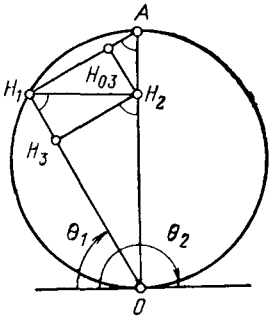
где  $U_m$  — амплитуда синусоидального напряжения  $U_m \sin \omega t$  на входе тиристора;  $m_U$  — масштаб напряжения;  $\omega$  — угловая частота;  $t$  — время.

Учитывая, что на рисунке

$$\overline{H_1 O} = \overline{AO} \sin \theta_1; \overline{AH_1} = \overline{AO} \cos \theta_1, \quad (1)$$

путем многократного проектирования получаем:

$$\left. \begin{aligned} \overline{H_1 H_2} &= \overline{AO} \sin \theta_1 \cos \theta_1; \overline{H_2 O} = \overline{AO} \sin^2 \theta_1; \\ \overline{AH_2} &= \overline{AO} \cos^2 \theta_1; \overline{H_2 H_3} = \overline{AO} \sin^2 \theta_1 \cos \theta_1; \\ \overline{AH_{03}} &= \overline{AO} \cos^3 \theta_1; \overline{H_3 O} = \overline{AO} \sin^3 \theta_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



Когда  $\theta_1 > \pi/2$ , в выражениях (1) и (2) необходимо учитывать знаки синусоидальных функций.

Имея в виду выразить напряжение на нагрузке с помощью ряда Фурье, используем (1) и (2) для преобразования коэффициентов гармонического ряда с целью получения их геометрической интерпретации. Коэффициент постоянной составляющей

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} U_m \sin \theta d\theta = \frac{U_m}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{U_m}{\pi} \left| -\cos \theta \right|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{m_U}{\pi} (\overline{AO} + \overline{AH_1}). \quad (3)$$

Коэффициент 1-й гармоники при косинусе

$$a_1 = \frac{U_m}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{U_m}{2\pi} \left| \sin^2 \theta \right|_{\theta_1}^{\theta_2} = -\frac{m_U}{2\pi} \overline{H_2O}. \quad (4)$$

Коэффициент 1-й гармоники при синусе

$$b_1 = \frac{U_m}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \frac{U_m}{\pi} \left| \frac{-\sin \theta \cos \theta}{2} + \frac{\theta}{2} \right|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{m_U}{\pi} [0,5 \overline{H_1H_2} + 0,5 \overline{AO} (\theta_2 - \theta_1)]. \quad (5)$$

Коэффициент 2-й гармоники при косинусе

$$a_2 = \frac{U_m}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos 2\theta d\theta = \frac{U_m}{\pi} \left| \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{3} + \frac{2}{3} \cos \theta - \frac{1}{3} \cos^3 \theta \right|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{m_U}{\pi} \left[ -\frac{1}{3} \overline{H_2H_3} - \frac{1}{3} \overline{AO} - \frac{2}{3} \overline{AH_1} + \frac{1}{3} \overline{AH_3} \right]. \quad (6)$$

Заметим, что на рисунке достаточно наглядно интерпретируется функция:

$$\overline{AO} \cos 2\theta_1 = \overline{AH_2} - \overline{H_2O}.$$

Коэффициент 2-й гармоники при синусе

$$b_2 = \frac{U_m}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \sin 2\theta d\theta = \frac{2U_m}{3\pi} \left| \sin^3 \theta \right|_{\theta_1}^{\theta_2} = -\frac{2m_U}{3\pi} \overline{H_3O}. \quad (7)$$

На рисунке также наглядно интерпретируется функция:

$$\overline{AO} \sin 2\theta_1 = 2\overline{H_1H_2}.$$

Уравнения (3)–(7) дают коэффициенты для приближенного определения напряжения  $u_{н1т}$  на сопротивлении нагрузки, подключенной на выходе однофазного однополупериодного тиристорного выпрямителя:

$$u_{н1т} \approx a_0/2 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t. \quad (8)$$

В однофазном двухполупериодном тиристорном выпрямителе напряжение  $u_{н2т}$ , возникающее на сопротивлении нагрузки с помощью второго тиристора, определяется аналогичным уравнением; его можно получить, подставив в (8) вместо  $t$  величину  $(t - \pi/\omega)$ .

Суммарное напряжение  $u_{нз}$  на нагрузке выражается следующим образом:

$$u_{нз} = u_{н1т} + u_{н2т} \approx a_0 + 2a_2 \cos 2\omega t + 2b_2 \sin 2\omega t.$$

Рассмотрим еще функцию средней за период, т. е. активной мощности  $P_n$  на сопротивлении нагрузки  $R_n$ . При подключении нагрузки на выходе однополупериодного однофазного тиристорного выпрямителя получим:

$$P_{н1т} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{U_m^2}{R_n} \sin^2 \theta d\theta = \frac{U_m^2}{2R_n} b_1, \quad (9)$$

где  $b_1$  — коэффициент 1-й гармоники при синусе согласно (5).

Двухполупериодный выпрямитель обеспечит активную мощность  $P_{нз}$  вдвое больше, чем  $P_{н1т}$  по (9). Действующие токи  $I_{н1т}$  в однополупериодном и  $I_{нз}$  в двухполупериодном тиристорном выпрямителе находим путем преобразований, аналогичных (9):

$$I_{н1т} = \frac{1}{R_n} \sqrt{\frac{U_m b_1}{2}}; \quad I_{нз} = \frac{\sqrt{U_m b_1}}{R_n}. \quad (10)$$

Учитывая выражения для действующего входного напряжения  $U = U_m/\sqrt{2}$  и для полной мощности  $S = UI$ , получим соответствующие уравнения для коэффициентов мощности  $P/S$ , которые из-за несинусоидальности тока в общем случае будут меньше единицы, несмотря на чисто активную нагрузку  $R_n$ :

$$\frac{P_{н1т}}{S_{1т}} = \sqrt{\frac{b_1}{U_m}}, \quad \frac{P_{нз}}{S_z} = \sqrt{\frac{2b_1}{U_m}}. \quad (11)$$

Уравнения (11) в частном случае справедливы также для аналогичных нерегулируемых однофазных выпрямителей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давидов П. Д. Использование временных диаграмм в полярных координатах для расчета полупроводниковых преобразователей. — Электричество, 1968, № 4, с. 55–60.
2. Березовский А. Ф. Использование временных диаграмм в полярных координатах для расчета полупроводниковых реле. — Электричество, 1971, № 9, с. 87–89.

[19.1.1978]



# Об устойчивости совместной работы синхронного двигателя и инвертора тока с самовозбуждением

Канд. техн. наук АФАНАСЬЕВ А. А., инж. НИКИФОРОВ В. Е.

Чебоксары

Вентильно-машинная система, состоящая из синхронного двигателя и инвертора тока, вентили которого отпираются с частотой и в зависимости от его выходного (переменного) напряжения, представляет собой одну из разновидностей вентильных двигателей постоянного тока (ВД). Такие ВД, у которых источником напряжения тактовой синхронизации является сама возбужденная обмотка якоря, имеют некоторые преимущества перед аналогичными двигателями с датчиками положения ротора. К этим преимуществам следует отнести прежде всего сравнительное постоянство выходного напряжения инвертора из-за малой вариации фазы тока якоря и возможность отказа от специального датчика тактовой синхронизации. Для ряда электроприводов, например, с редкими пусками, но переменным характером нагрузки, эти преимущества могут оказаться решающими [Л. 1 и 2]. Выходное напряжение инвертора тока является несинусоидальным, поэтому его можно использовать для возбуждения (синхронизации) отпирающих импульсов системы импульсно-фазового управления (СИФУ) инвертора только после предварительной фильтрации с целью выделения основной гармоники. Наличие коммутационных «провалов» и «выбросов» в кривой этого напряжения вынуждает применять сравнительно мощные фильтры на входе СИФУ, параметры которых, как показывают расчеты и опыт, влияют на поведение вентильной машины в установившемся и переходном режимах. Это влияние может привести из-за присущих данной электромеханической системе особенностей к качественным изменениям, связанным с устойчивостью совместной работы синхронного двигателя и инвертора тока.

В статье рассматриваются результаты исследования статической устойчивости (устойчивости в «малом») вентильно-машинной системы, оценивается влияние ее параметров на эту устойчивость.

При математическом описании системы приняты следующие допущения:

синхронная машина представляется идеализированной моделью Парка — Горева, в которой учитывается насыщение главной магнитной цепи;

взаимные индуктивности между обмотками якоря и индуктора синхронного двигателя  $\tilde{L}_{ad}$  и  $\tilde{L}_{aq}$ , соответствующие малы приращениям м. д. с. в окрестности точки установившегося режима, определяются с помощью магнитной характеристики холостого хода машины;

инвертор тока аппроксимируется непрерывными зависимостями, связывающими входные и выходные величины токов и напряжений [Л. 3];

токи и напряжения на входе и выходе инвертора не содержат высших гармонических;

частота изменения угла отпирания инвертора не превышает критическую [Л. 4].

Для общности случая полагаем, что рассматриваемый ВД имеет кроме обмотки независимого возбуждения  $f_{dн}$  также и последовательные обмотки возбуждения  $f_{dc}$  и  $f_{qc}$ , расположенные по осям  $d$  и  $q$  машины и включенные в цепь постоянного тока инвертора (рис. 1).

В машине с насыщенной магнитной цепью потокоцепления обмоток являются нелинейными функциями их токов. В качестве независимых переменных могут быть выбраны токи  $i_j$  ( $j=1, \dots, 5$ ; этим числовым индексам в возрастающем порядке соответствуют обмотки  $d$ ,  $f_{dн}$ ,  $k_d$ ,  $q$ ,  $k_q$ ) тех обмоток, которые представлены дифференциальными уравнениями Парка — Горева.

Малые приращения токов и потокоцеплений связаны между собой матричным уравнением:

$$[\tilde{\Psi}_i] = [L_{ij}] [\tilde{i}_j], \quad (1)$$

где  $i=1, \dots, 7$  (числовым индексам в порядке их возрастания соответствуют обмотки  $d$ ,  $f_{dн}$ ,  $k_d$ ,  $q$ ,  $k_q$ ,  $f_{dc}$ ,  $f_{qc}$ ).

Члены матрицы динамических индуктивностей  $[L_{ij}]$  равны частным производным от потокоцеплений обмоток по независимым токам, взятым в точке равновесия системы.

Для удобства линеаризации дифференциальных уравнений ВД примем за независимые переменные вместо токов  $i_j$  ( $j=$

$=1, \dots, 5$ ) указанных выше обмоток потокоцепления  $\Psi_i$  ( $i=1, \dots, 5$ ) этих обмоток.

Напряжение синхронизации поступает в СИФУ с выхода низкочастотного фильтра (рис. 1). Угол опережения отпирания инвертора  $\beta_1$ , фиксированный относительно обобщенного вектора напряжения синхронизации  $U^{\Phi}_{m1}$  (рис. 2), следует рассматривать в качестве одного из управляющих воздействий ВД. С помощью СИФУ величина этого угла в разомкнутой системе может задаваться как независимый параметр ( $\beta_1 = \text{const}$ ). Угол опережения отпирания инвертора  $\beta_1$ , фиксированный относительно обобщенного вектора выходного напряжения инвертора  $U^{\Phi}_{m1}$ , очевидно, из-за частотной зависимости фазовой характеристики фильтра и непостоянства скорости вращения вектора  $U^{\Phi}_{m1}$  в переходном режиме нельзя считать параметром управления ВД. В соответствии с векторной диаграммой (рис. 2) справедливо:

$$\beta_1 = \beta_1^* - (\theta + \theta^{\Phi}). \quad (2)$$

Ориентируясь для определенности на часто используемый резисторно-емкостный фильтр, получим для выходного напряжения всех трех фаз фильтра дифференциальные уравнения:

$$T \frac{du^{\Phi}_i}{dt} + u^{\Phi}_i = u^{\Phi}_i; \quad (i = a, b, c), \quad (3)$$

где  $T = r_{\Phi} C_{\Phi}$  — постоянная времени фильтра.

Записывая эту систему уравнений в координатах  $d, q, 0$  синхронного двигателя [Л. 5], получим:

$$\left. \begin{aligned} T \left( \frac{du^{\Phi}_d}{dt} - u^{\Phi}_q \omega_p \right) + u^{\Phi}_d &= -u_d, \\ T \left( \frac{du^{\Phi}_q}{dt} + u^{\Phi}_d \omega_p \right) + u^{\Phi}_q &= -u_q, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $u^{\Phi}_d, u^{\Phi}_q, u_d, u_q$  — координатные составляющие напряжения соответственно фильтра и обмотки якоря ВД.

Из уравнений (4) для установившегося режима  $\left( \frac{du^{\Phi}_d}{dt} = \frac{du^{\Phi}_q}{dt} = 0 \right)$  можно найти, что

$$\text{tg} (\theta + \theta^{\Phi}) = T \omega_p. \quad (5)$$

Это равенство указывает, что в соответствии с формулой (2), разным значениям частоты вращения ротора будут отвечать разные значения угла отпирания инвертора  $\beta_1$ . Только при отсутствии фильтра ( $T=0$ ) будем иметь:

$$\theta^{\Phi} = -\theta; \quad \beta_1 = \beta_1^*. \quad (6)$$

<sup>1</sup> Обычно входной ток фильтра в 10 и более раз превышает ток на его выходе, поэтому влиянием сопротивления нагрузки фильтра (входного сопротивления СИФУ) можно пренебречь.

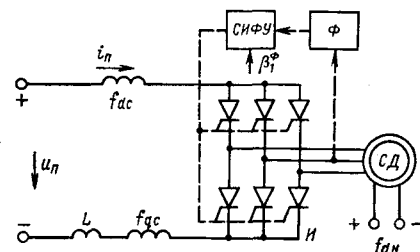


Рис. 1. Принципиальная схема вентильного двигателя.

И — инвертор тока; СД — синхронный двигатель; СИФУ — система импульсно-фазового управления инвертора; Ф — фильтр на входе СИФУ; L — сглаживающий дроссель инвертора;  $f_{dн}$ ,  $f_{dc}$ ,  $f_{qc}$  — обмотки возбуждения, независимая и последовательные по осям  $d$  и  $q$  соответственно.



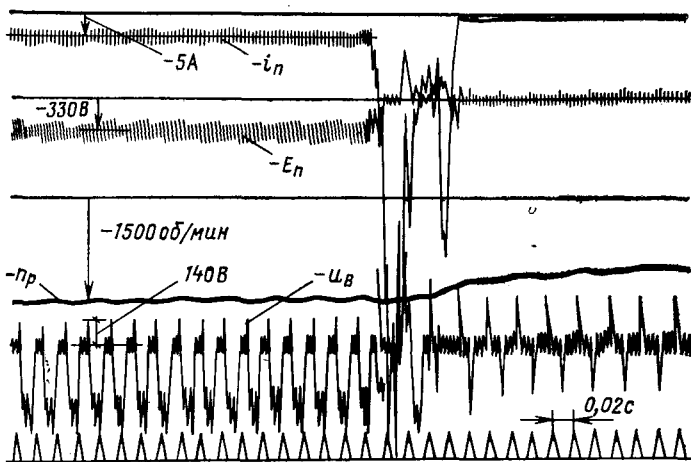


Рис. 4. Переходный процесс при скачкообразном уменьшении постоянной времени фильтра СИФУ инвертора.

$E_n$  — напряжение между анодными и катодными шинами инвертора (противо-э. д. с. инвертора);  $u_B$  — напряжение вентиля;  $n_p$  — скорость вращения ВД.

номинальных значений тока якоря, частоты вращения ротора,  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_n$  в разомкнутой системе ( $x_0 = x_{10} = x_{11} = 0$ ) при  $\partial M_c / \partial \omega_p = 0$ . Коэффициенты  $k_{fde}$  и  $k_{fqe}$  пропорциональны числам витков серийных обмоток  $f_{de}$  и  $f_{qe}$ . Положительные значения  $k_{fde}$  соответствуют согласному включению обмоток  $f_{de}$  и  $f_{qn}$ , а положительные значения  $k_{fqe}$  — встречному включению обмоток  $f_{qe}$  и  $q$ . Для обеспечения режима полной компенсации м. д. с. якоря по обеим осям указанные коэффициенты у рассматриваемого ВД при  $\cos \varphi_1 = 0,9$  должны быть:

$$k_{fde} = 0,55; k_{fqe} = 1,3.$$

Как видно из рис. 3, эти значения соответствуют устойчивому ВД.

На рис. 4 показана осциллограмма переходного процесса, вызванного скачкообразным уменьшением постоянной времени фильтра СИФУ (путем шунтирования части сопротивления  $r_{\phi}$ ) от значения  $T = 10,1 \cdot 10^{-4}$  с до  $T = 0,69 \cdot 10^{-4}$  с  $< T_{кр} = 2 \cdot 10^{-4}$  с. Видно, что уменьшение  $T$  приводит к быстрому росту входного тока инвертора  $i_n$  (переходу в неустойчивый режим), вызывающему через некоторое время опрокидывание инвертора (при  $i_n / i_{n,n} = 3,1$ ) и срабатывание его защиты. Следует заметить, что в соответствии с равенствами (2) и (5) уменьшение  $T$  сопровождается при  $\omega_p = \text{const}$  и  $\beta \varphi_1 = \text{const}$  ростом угла опережения отпирания инвертора  $\beta_1$  и, как следствие, — увеличением запирающего напряжения вентиля.

**Приложение.** Технические данные и параметры лабораторного макета ВД:  $P_n = 2,8$  кВт;  $U_n = 260$  В;  $I_n = 8,5$  А;  $n_n = 1500$  об/мин;  $\cos \varphi_n = 0,9$ ;  $p = 2$ ;  $J = 0,079$  кг·м<sup>2</sup>; ненасыщен-

ные индуктивные параметры ( $\Gamma$ ):  $L_{ad} = 0,0474$ ;  $L_{aq} = 0,0289$ ;  $L_s = 0,0046$ ;  $L_{afdn} = 0,0157$ ;  $L_{akd} = 0,0073$ ;  $L_{akq} = 0,0068$ ;  $L_{afdc} = 0,0187$ ;  $L_{afqc} = 0,0316$ ;  $L = 0,07$ ; активные сопротивления (Ом):  $r = 1,07$ ;  $r_{fdn} = 0,102$ ;  $r_{kd} = 2,22$ ;  $r_{kq} = 2,98$ ;  $R_{fde} = 2,24$ ;  $R_{fqe} = 2,76$ ;  $R = 2,24$ ;  $k_{fde} = 1,5$ ;  $k_{fqe} = 1,3$ ;  $T = 0,01$  с.

При расчете статических и динамических индуктивных параметров ВД с насыщенной магнитной цепью использовалась характеристика холостого хода [Л. 7], аппроксимируемая уравнением:

$$I'_f = \sum_{i=1}^n A_i \psi^i. \quad (\text{П-1})$$

Принятые обозначения:

$U_{m1}$ ;  $I_{m1}$  — амплитуды основных гармоник напряжения и тока обмотки якоря;  $u_n$ ;  $i_n$  — напряжение на входе и ток цепи постоянного тока инвертора;  $E_{m0}$  — амплитудное значение э. д. с. холостого хода фазы обмотки якоря;  $U_{m1}^*$ ;  $U_{m1}$  — комплексные амплитуды напряжений одноименных фаз соответственно инвертора и обмотки якоря, равные друг другу по модулю и сдвинутые по фазе на  $180^\circ$ ;  $k_{fde}$ ,  $k_{fqe}$  — коэффициенты приведения к обмотке якоря токов последовательных обмоток возбуждения по осям  $d$  и  $q$ ;  $\beta_1$ ;  $\beta \varphi_1$  — углы отпирания инвертора, отсчитываемые относительно точек пересечения кривых основных гармоник фазных напряжений на выходе соответственно инвертора и фильтра СИФУ;  $\varphi_1$  — фазовый сдвиг основных гармоник тока и напряжения на выходе инвертора;  $M_c$  — статический момент сопротивления на валу ВД;  $\omega_p$  — электрическая скорость вращения ВД;  $\gamma$  — угол коммутации инвертора;  $u_{fdn}$  — напряжение независимой обмотки возбуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аракелян А. К., Афанасьев А. А., Чиликин М. Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором. М.: Энергия, 1977.
2. Nabock A., Kollensperger D. Stand der Entwicklung des Stromrichtermotors. — Siemens Z., 1971, Bd 45, No. 4, S. 177—179.
3. Булгаков А. А. Основы динамики управляемых вентильных систем. М.: Изд-во АН СССР, 1965.
4. Шипило В. П. Автоматизированный вентильный электропривод. М.: Энергия, 1969.
5. Страхов С. В. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960.
6. Афанасьев А. А. Об устойчивости вентильного двигателя постоянного тока с синхронизацией инвертора по напряжению якоря. — В кн.: Электрические машины. Чебоксары, 1977, вып. 2.
7. Данилевич Я. Б., Домбровский В. В., Казовский Е. Я. Параметры электрических машин переменного тока. М.; Л.: Наука, 1965.

[15.12.1977]

#### ОБЪЯВЛЕНИЕ

Очередная сессия СИГРЭ состоится в Париже с 30 августа по 7 сентября 1978 г. в здании конференций ЮНЕСКО.

В ходе сессии, на которую представлено 153 доклада, будет продолжено рассмотрение технических проблем электроэнергетических систем, изучающихся в рамках СИГРЭ экспертами всего мира.

Работа сессии будет проходить в 15 специализированных группах, каждая из которых будет иметь один полный день для обсуждения проблем, касающихся генераторов, трансформаторов, выключателей, линий постоянного тока, изоляционных материалов, кабелей, систем транспорта, перенапряжений, релейной защиты, телепередачи и помех от энергетических сетей.

Заседание каждой из групп начнется с рассмотрения основных тем, определенных для каждой из них, и закончится общей дискуссией по основным вопросам, которые занимают в этом году инженеров-сетевиков.

Кроме обсуждения общих проблем, касающихся будущего энергосистем, будут проведены:

заседание Круглого стола, на котором будут рассмотрены практические вопросы управления энергосистемами (30 августа);

заседание комитета № 41, на котором будут рассмотрены вопросы дальнейшего развития энергосистем (4 сентября).



# Выбор мощности автономного источника энергии переменного тока электромобиля с частотно-управляемым тяговым приводом

Канд. техн. наук ПРОЛЫГИН А. П.

Москва

Создание пневмоколесных транспортных машин особо большой грузоподъемности и повышенной проходимости обуславливает использование электрических трансмиссий. Для таких машин — электромобилей [Л. 1] — наиболее целесообразен индивидуальный мотор-колесный привод.

Разработке и внедрению электрических трансмиссий постоянного тока способствовали простота таких трансмиссий, а также многолетний опыт создания общепромышленных приводов и тепловозных передач. Однако в силу известных недостатков привода на постоянном токе (большие масса и размеры силового электрооборудования, повышенные расходы на обслуживание и ремонт электрических машин из-за наличия щеточно-коллекторного узла и др.) в последнее время все большее внимание уделяется разработке различных модификаций тяговых мотор-колесных приводов переменного тока, в том числе с частотно-управляемыми бесколлекторными двигателями.

Электрическая трансмиссия переменного тока (рис. 1) содержит первичный тепловой двигатель ТД, сочлененный с синхронным генератором СГ, на зажимы которого подключены индивидуальные вентильные преобразователи частоты ПЧ, питающие тяговые электродвигатели ТЭД. Необходимость минимизации массы и размеров установленного электрооборудования, приобретающая для автономных транспортных средств первостепенное значение, требует применения первичных источников и генераторов, имеющих мощность, практически равную (с учетом к. п. д. передачи) мощности потребителей — электродвигателей мотор-колес.

Преобразователь, предназначенный для работы в этих условиях, должен быть сравнительно простым, надежным и устойчиво функционирующим в заданном диапазоне регулирования частоты и напряжения при возможных значительных изменениях нагрузки.

Наиболее полно перечисленным выше требованиям удовлетворяет тиристорный преобразователь частоты с непосредственной связью (НПЧ) и разделным питанием фаз электродвигателя, принципиальная схема которого приведена на рис. 2. Подобная схема силовой части преобразователя применительно к тяговым мотор-колесным приводам используется и за рубежом [Л. 2]. Важно подчеркнуть, что в случае работы НПЧ на ТЭД мощностью до 200—300 кВт преобразователь может быть выполнен с применением выпускаемых в настоящее время тиристоров без параллельного или последовательного их включения.

Напряжение на выходе НПЧ, обеспечивающего раздельное питание фаз тягового электродвигателя, можно получить любой формы, в том числе и синусоидальной. Однако в последнем случае фазы СГ загружаются значительными реактивными токами, а амплитуда первой гармонической питающего ТЭД напряжения будет меньше максимально возможной, что существенно снижает использование СГ. Для повышения амплитуды первой гармонической и упрощения схемы системы управления преобразователем рационально осуществлять включение вентилей с постоянным и минимальным углом задержки, при котором выходное напряжение имеет наибольшее значение, а нагрузка генератора реактивным током незначительна. Такое управление позволяет иметь на выходе каждой фазы преобразователя напряжение прямоугольной (или близкой к ней) формы. Подавление третьей и кратных ей гармоник, имеющих место в этом случае, достигается специальным фильтром ФГ (рис. 2), который, как показали экспериментальные исследования [Л. 3 и 4], также значительно снижает гармонические составляющие других порядков (пятой, седьмой, одиннадцатой и т. д.).

Известно, что работа СГ на вентильный ПЧ (в том числе и на НПЧ) характеризуется коммутационными процессами, приводящими к режимам чередующихся двухфазных (а в некоторых случаях даже трехфазных) коротких замыканий. Длительность этих процессов с достаточной достоверностью определяется индуктивным сопротивлением цепи коммутации (реактансом коммутации)  $x_k$ . Процессы, обусловленные перекрытием токов вентилей в интервале коммутации, приводят

к существенному искажению кривой напряжения в силовой цепи СГ—ПЧ—ТЭД. Кривая тока и напряжения на входе и выходе ПЧ отличается по форме, частоте и гармоническому составу; действующие значения токов и напряжений в общем случае также различны. Поэтому для согласования значений регулируемых параметров ТЭД и СГ, а также выявления требуемой расчетной мощности СГ, необходимой для реализации двигателями мотор-колес заданной тяговой характеристики электромобиля, целесообразно ввести в рассмотрение передаточные коэффициенты ПЧ по напряжению  $k_{U(n)}$ , току  $k_{I(n)}$ , а также коэффициенты мощности преобразовательной нагрузки  $\chi_n$  и синхронного генератора  $\chi_{СГ}$ .

В ранее опубликованных работах делались попытки оценить нагрузку источника напряжения при питании частотно-управляемых двигателей через преобразователь с естественной коммутацией. Однако эти публикации относятся к НПЧ, работающим на нагрузку, фазы которой соединены в звезду, а число фаз источника больше трех. Так, в [Л. 5] рекомендуется принимать коэффициент преобразования э. д. с. генератора, равным единице; коэффициент преобразования тока и коэффициент мощности выводятся для случая синусоидальной модуляции и числе фаз генератора  $m \geq 6$  при допущении, что время восстановления запирающих свойств вентилей равно нулю и коммутация происходит мгновенно. Такие допущения возможны при расчетах стационарных частотно-управляемых приводов, работающих от сетей практически бесконечной мощности частотой 50 Гц, когда собственное время восстановления запирающих свойств тиристоров и время коммутации пренебрежимо мало по сравнению со временем полупериода питающего напряжения.

Для расчета выбранной системы частотно-управляемого тягового привода электромобиля использовать приведенные в [Л. 5] соотношения нельзя, так как питание НПЧ, число которых не менее двух, осуществляется от автономного трехфазного СГ соизмеримой мощности частотой 400—800 Гц, имеющего значительное реактивное сопротивление коммутации  $\chi_k$ . Поэтому собственное время коммутации (спадание тока до нуля в одной из коммутирующих секций и нарастание тока в другой) и время восстановления запирающих свойств выпускаемых промышленностью тиристоров соизмеримо со временем межкоммутационных интервалов.

В [Л. 6] на основе анализа реальной кривой напряжения на выходе НПЧ (зажимах ТЭД) получено выражение, определяющее его действующее значение  $U_g$  в функции амплитуды неискаженной фазной э. д. с. генератора  $E_m$ , а также углов включения вентилей в выпрямительном режиме  $\alpha_j$ , инверторном режиме  $\beta_j$  и углов коммутации  $\gamma_{nj}$ ,  $\gamma_{nj}$  соответственно для тех же режимов:

$$U_g = E_m \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{9}{8\pi n_n} \sum_{j=1}^{j=n_n} \left\{ 2\gamma_{nj} - \cos(2\beta_j - \gamma_{nj}) \times \right. \\ \times \left[ 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_{nj}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_{nj}\right) \right] - \\ \left. - \frac{9}{8\pi n_n} \sum_{j=n_n}^{j=n_n} \left\{ 2\gamma_{nj} - \cos(2\alpha_j + \gamma_{nj}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[ 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_{nj}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_{nj}\right) \right] \right\} \right\}} \quad (1)$$

где  $n_n$ ,  $n_n$  — целое число интервалов длительностью  $\pi/3\omega_r$ , в течение которых протекают соответственно инверторный и выпрямительный режимы работы фазы НПЧ;  $n_n$  — полное чис-

ло интервалов времени  $\pi/3\omega_r$  в полупериоде выходного напряжения ( $n_{\pi}=n_{\alpha}+n_{\beta}$  или  $n_{\pi}=3f_r/f_1+\Delta g$ );  $j$  — индекс, означающий номер рассматриваемого интервала;  $f_r, f_1$  — соответственно частоты напряжений на входе НПЧ (частота напряжения СГ) и на выходе НПЧ;  $\omega_r$  — угловая частота напряжения СГ ( $\omega_r=2\pi f_r$ );  $\Delta g < 1$  — некоторая величина, необходимая для получения значения  $n_{\pi}$  в виде целого числа;  $E_m$  — амплитудное значение неискаженной э. д. с. фазы СГ за реактансом коммутации  $X_k$ .

Выражение (1) можно использовать для расчета действующего значения напряжения при любых видах модуляции. В случае прямоугольной модуляции, когда  $\alpha = \text{const}$ ,  $\beta = \text{const}$ , можно дополнительно принять, что среднее значение угла коммутации  $\gamma_{cp}$  в течение каждого полупериода выходной частоты  $f_1$  также постоянно и, кроме того, соблюдается условие  $\beta = \alpha + \gamma_{cp}$  (или, что то же,  $2\beta - \gamma_{cp} = 2\alpha + \gamma_{cp}$ ); тогда (1) упрощается:

$$U_g = \sqrt{\frac{3}{2}} E_m \sqrt{1 - \frac{3(n_{\pi}-3)}{4\pi n_{\pi}} \left\{ 2\gamma_{cp} - \cos(2\alpha - \gamma_{cp}) \times \right.} \\ \left. \times \left[ 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_{cp}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_{cp}\right) \right] \right\}} \quad (2)$$

Так как напряжение на зажимах СГ искажено за счет коммутаций тока вентилями НПЧ, то действующее значение линейного напряжения  $U_{г.л}$  отличается от действующего значения неискаженной э. д. с. и определяется известным выражением, выведенным для случая работы СГ на выпрямитель при тех же углах  $\alpha$  и  $\gamma_{cp}$ :

$$U_{г.л} = \sqrt{\frac{3}{2}} E_m \sqrt{1 - \frac{3}{2\pi} [\gamma_{cp} - \cos(2\alpha - \gamma_{cp}) \sin \gamma_{cp}]} \quad (3)$$

Тогда коэффициент передачи НПЧ по напряжению  $k_U = U_g/U_{г.л}$  определяется отношением (1) или (2) к (3). Полный коэффициент передачи НПЧ по напряжению от СГ к фазе ТЭД с учетом передаточного коэффициента фильтра гармоник, кратных трем, находится из произведения  $k_{U(n)} = k_U k_{U(\Phi)}$ . Согласно [Л. 3, 4 и 6]  $k_{U(\Phi)} = 2\sqrt{2/3} \approx 0,945$ . С учетом выражения для  $k_{U(n)}$  получаем

$$k_{U(n)} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{1 - \frac{3(n_{\pi}-3)}{4\pi n_{\pi}} \left\{ 2\gamma_{cp} - \cos(2\alpha - \gamma_{cp}) \times \right.} \\ \left. \times \left[ 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_{cp}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \gamma_{cp}\right) \right] \right\}}{1 - \frac{3}{2\pi} [\gamma_{cp} - \cos(2\alpha + \gamma_{cp}) \sin \gamma_{cp}]} \quad (4)$$

Коэффициент передачи НПЧ по току определяется как отношение действующего значения тока фазы двигателя  $I_g$  к действующему значению тока фазы генератора, т. е.  $k_{I(n)} = I_g/I_r$ . Согласно [Л. 7] имеем

$$k_{I(n)} = \frac{\sqrt{3}}{4 \left[ 1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi) \right]} \times \\ \times \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{3}{2\pi} \frac{2 + \cos(2\alpha + \gamma_{cp}) \sin \gamma_{cp} - \gamma_{cp} [1 - 2\cos \alpha \cos(\alpha + \gamma_{cp})]}{\cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma_{cp})}}} \quad (5)$$

Для инженерных расчетов можно принять

$$k_{I(n)} = \frac{0,45}{1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi)} \quad (6)$$

где  $\cos \varphi$  — коэффициент мощности, определяемый углом сдвига между первыми гармониками фазного напряжения и тока ТЭД.

Полученные коэффициенты передачи НПЧ по напряжению и току дают возможность детально исследовать нагрузку генератора, работающего в силовой цепи электрической транс-

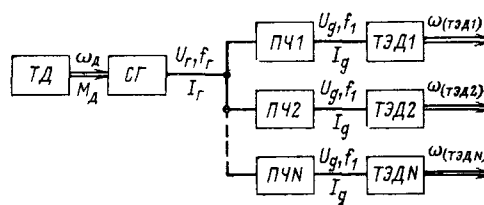


Рис. 1. Структурная схема электрической трансмиссии переменного тока.

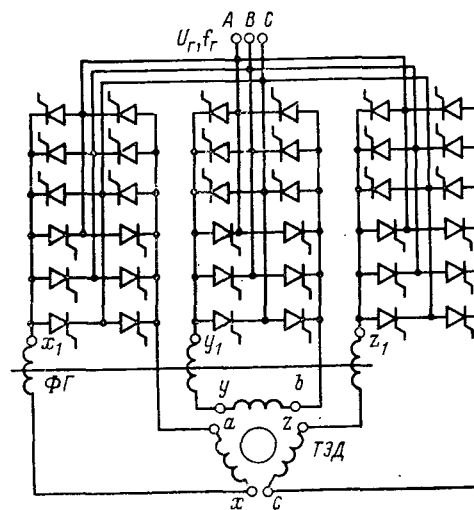


Рис. 2. Принципиальная схема тиристорного непосредственного преобразователя частоты с разделением питания фаз двигателя.

миссии, и найти выражение для определения расчетной мощности СГ. С этой целью рассмотрим коэффициент мощности преобразовательной нагрузки и собственно СГ.

Коэффициент мощности преобразовательной нагрузки  $\chi_n$  (т. е. нагрузки, подключенной на зажим СГ через ПЧ) можно найти из выражения:

$$\chi_n = \frac{P_n}{m_r U_{г.ф} I_{г.ф}} \quad (7)$$

где  $P_n = P_n + \Delta P_n$  — активная мощность, потребляемая преобразователем от генератора;  $P_n$  — активная мощность нагрузки;  $\Delta P_n$  — активная мощность потерь на элементах преобразователя;  $m_r$  — число фаз СГ;  $I_{г.ф}, U_{г.ф}$  — соответственно действующее значение фазных тока и напряжения СГ.

Коэффициент мощности генератора определим из выражения:

$$\chi_{сг} = \frac{P_r}{m_r E_{г.ф} I_{г.ф}} \quad (8)$$

Указанный коэффициент мощности целесообразно вводить в рассмотрение лишь при существенно нелинейной нагрузке, например, при работе СГ на вентильный преобразователь соизмеримой мощности. Значение  $\chi_{сг}$  отличается от  $\chi_n$  тем, что вместо действующего значения напряжения на выходе генератора  $U_{г.ф}$  в расчете участвует действующее значение неискаженной э. д. с. генератора  $E_{г.ф}$ . Следовательно, значение  $\chi_{сг}$  является расчетным и характеризует отношение активной мощности, потребляемой преобразователем, к расчетной электрической мощности СГ, которую он должен иметь для обеспечения двигателями заданной тяговой характеристики.

Выражения, позволяющие определить коэффициенты  $\chi_n$  и  $\chi_{сг}$  в системе СГ-НПЧ-ТЭД, получаем, пренебрегая составляющей активной мощности нагрузки от высших гармоник,

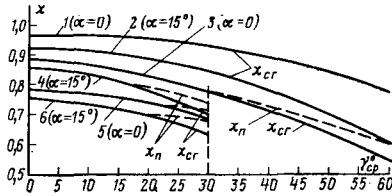


Рис. 3. Зависимости изменения коэффициентов мощности преобразовательной нагрузки и синхронного генератора в функции угла коммутации  $\gamma_{ср}$ .

1, 2 — зависимости  $\chi_{сг}(\gamma)$  при работе на выпрямитель; 3, 4 — зависимости  $\chi_{сг}(\gamma)$  и  $\chi_{п}(\gamma)$  в режиме  $n_{п}=600$ ; 5, 6 — зависимости  $\chi_{сг}(\gamma)$  и  $\chi_{п}(\gamma)$  в режиме  $n_{п}=6$ .

т. е.  $\sum_{v>1}^{\infty} P_{нv} \approx 0$ , где  $v$  — номер гармоники; тогда

$$\chi_{п} = \frac{\Delta P_{п} + P_{н(1)}}{m_r U_{г.ф} I_{г.ф}} = \frac{\Delta P_{п} + m I_{г(1)} U_{г(1)} \cos \varphi}{m_r U_{г.ф} I_{г.ф}}; \quad (9)$$

$$\chi_{сг} = \frac{\Delta P_{п} + P_{н(1)}}{m_r E_{г.ф} I_{г.ф}} = \frac{\Delta P_{п} + m I_{г(1)} U_{г(1)} \cos \varphi}{m_r E_{г.ф} I_{г.ф}}. \quad (10)$$

Как известно,  $P_{н(1)}/[P_{н(1)} + \Delta P_{п}] = \eta_{п}$  — к. п. д. преобразователя. Значение  $\Delta P_{п}$  можно определить из опыта короткого замыкания НПЧ как некую функцию тока  $I_{г}$ . Поскольку число фаз  $m$  преобразовательной нагрузки НПЧ-ТЭД в рассматриваемом случае совпадает с числом фаз  $m_r$  генератора, то выражения (9) и (10) запишутся в виде:

$$\chi_{п} = \frac{\sqrt{3}}{m_r \eta_{п}} k_{I(n)} k_{U(n)} k_{I(1)} k_{U(1)} \cos \varphi; \quad (9a)$$

$$\chi_{сг} = \frac{\sqrt{3}}{m_r \eta_{п}} k_{I(n)} k_{U(n)} \frac{U_{г.ф}}{E_{г.ф}} k_{I(1)} k_{U(1)} \cos \varphi, \quad (10a)$$

где  $k_{U(1)} = U_{г(1)}/U_{г}$ ,  $k_{I(1)} = I_{г(1)}/I_{г}$  — коэффициенты искажения формы кривой напряжения и тока;  $U_{г(1)}$ ,  $I_{г(1)}$  — действующие значения первой гармонической напряжения и тока фазы ТЭД.

При низкой частоте выходного напряжения НПЧ ( $n_{п} \rightarrow \infty$ ) малых значениях углов  $\alpha$  и  $\gamma_{ср}$  ( $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\gamma_{ср} \rightarrow 0$ ) и наличии фильтра ФГ амплитуда первой гармонической напряжения фазы ТЭД составляет:

$$U_{гм(1)} = \frac{3U_{гм}}{\pi} \approx 0,955 U_{гм}.$$

Иначе говоря,  $k_{U(1)} \approx 0,955$ , а  $k_{I(1)}$  изменяется в зависимости от характера нагрузки в пределах  $0,955 < k_{I(1)} < 1$  и с точностью  $\pm 2,5\%$  может быть принят равным 0,975. С учетом последнего и ранее выведенных соотношений имеем:

$$\chi_{п} = \frac{0,658 \cos \varphi}{\eta_{п} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi) \right]} \times \sqrt{\frac{4\pi n_{п} - 3(n_{п} - 3) \{ 2\gamma_{ср} - \cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \}}{2n_{п} \{ 2\pi - 3[\gamma_{ср} - \frac{1}{2} [2 + \cos(2\alpha + \gamma_{ср})] \sin \gamma_{ср} + \frac{1}{2\pi} [\cos \alpha - \frac{1}{3} \sin(\frac{\pi}{3} - \gamma_{ср}) + \sin(\frac{\pi}{3} + \gamma_{ср})] \} \{ -\cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \sin \gamma_{ср} \} + \gamma_{ср} [1 + 2 \cos \alpha \cos(\alpha + \gamma_{ср}) - \cos(\alpha + \gamma_{ср})^2] \}}}}; \quad (11)$$

$$\chi_{сг} = \frac{0,658 \cos \varphi}{\eta_{п} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi) \right]} \times \sqrt{\frac{4\pi n_{п} - 3(n_{п} - 3) \{ 2\gamma_{ср} - \cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \}}{1 - 3 \frac{[2 + \cos(2\alpha + \gamma_{ср})] \sin \gamma_{ср} + \frac{1}{2\pi} [\cos \alpha - \frac{1}{3} \sin(\frac{\pi}{3} - \gamma_{ср}) + \sin(\frac{\pi}{3} + \gamma_{ср})] \{ \gamma_{ср} [1 + 2 \cos \alpha \cos(\alpha + \gamma_{ср}) - \cos(\alpha + \gamma_{ср})^2] \}}}}. \quad (12)$$

Используя приближенное выражение для тока (5), формулы (11) и (12) можно упростить:

$$\chi_{п} = \frac{0,685 \cos \varphi}{\eta_{п} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi) \right]} \times \sqrt{\frac{4\pi - 3(n_{п} - 3) \{ 2\gamma_{ср} - \cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \}}{2n_{п} \{ 2\pi - 3[\gamma_{ср} - \frac{1}{2} [3 \sin(\frac{\pi}{3} - \gamma_{ср}) + \sin(\frac{\pi}{3} + \gamma_{ср})] \} \{ -\cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \sin \gamma_{ср} \} \}}}}; \quad (11a)$$

$$\chi_{сг} = \frac{0,685 \cos \varphi}{\eta_{п} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} (1 - \cos \varphi) \right]} \times \sqrt{\frac{1 - \frac{3(n_{п} - 3)}{4\pi n_{п}} \{ 2\gamma_{ср} - \cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \}}{\frac{1}{2} [3 \sin(\frac{\pi}{3} - \gamma_{ср}) + \sin(\frac{\pi}{3} + \gamma_{ср})] \{ -\cos(2\alpha + \gamma_{ср}) \sin \gamma_{ср} \} \}}}}. \quad (12a)$$

Для сравнения на рис. 3 приведены кривые изменения  $\chi_{п}$  и  $\chi_{сг}$  в функции угла  $\gamma_{ср}$  для случаев  $n_{п}=600$  (пусковая частота ТЭД, при которой  $f_1=0,005f_r$ ),  $n_{п}=6$  (максимальная частота ТЭД, при которой  $f_1=0,5f_r$ ) и значениях  $\alpha=0$  и  $\alpha=15^\circ$ . На том же рис. 3 нанесены кривые  $\chi_{сг}(\gamma_{ср})$ , когда СГ нагружен на неуправляемый выпрямитель. Необходимо отметить, что принятые ранее допущения ограничивают область достоверных значений  $\chi_{п}$  и  $\chi_{сг}$  режимами работы НПЧ с углами  $\alpha + \gamma_{ср} \leq 60^\circ$ .

Из графиков рис. 3 следует, что кривые зависимостей коэффициентов мощности от углов  $\alpha$  и  $\gamma_{ср}$  при работе СГ на выпрямитель и на НПЧ практически конгруэнтны, однако последние лежат ниже даже в зоне, характеризующейся малыми значениями углов  $\alpha$  и  $\gamma_{ср}$  и низкими выходными частотами. Важно подчеркнуть, что с увеличением нагрузки (увеличением угла коммутации  $\gamma_{ср}$ ) значения  $\chi_{сг}$  начинают значительно отличаться от  $\chi_{п}$ . Эта разница растет также с повышением выходной частоты НПЧ. Указанное легко проследить, сравнив кривые  $\chi_{п}(\gamma_{ср})$  и  $\chi_{сг}(\gamma_{ср})$  для аналогичных режимов работы. Приведенные выше соотношения не только позволяют технически обоснованно согласовать параметры СГ с регулируемые параметры ТЭД и НПЧ (ток, напряжение, выходная частота, индуктивное сопротивление цепи коммутации, параметры тиристоров и др.), но и, главным образом, определить требуемую расчетную мощность СГ.

В качестве примера рассмотрим случай, в котором силовая цепь СГ-НПЧ-ТЭД работает в режиме пуска ( $n_{п}=600$ ,  $\alpha=15^\circ$ ,  $\gamma_{ср}=30^\circ$ ) и при максимальной частоте ( $n_{п}=6$ ,  $\alpha=15^\circ$ ,  $\gamma_{ср}=17^\circ$ ). Цифровые данные взяты из испытаний электротрансмиссии транспортного модуля, имеющего мощность

ТЭД мотор-колеса 40 кВт). Согласно (12) для обоих режимов необходимая расчетная мощность  $СГ$

$$S_{CG \text{ расч}} = \frac{P_H}{\eta_n \chi_{CG}} \approx 1,43 \frac{P_H}{\eta_n}.$$

Указанные обстоятельства накладывают важные дополнительные требования на выбор  $СГ$  для систем тягового частотно-управляемого привода электромобиля.

**Выводы.** 1. Предлагаемый метод определения коэффициентов  $\chi_n$  и  $\chi_{CG}$  и расчета потребной мощности тягового синхронного генератора может найти широкое применение в проектировании частотно-управляемых приводов электромобилей с заданным диапазоном регулирования электродвигателей мотор-колес.

2. При прямоугольной модуляции выходного напряжения НПУ правомерно принимать угол коммутации вентилей усредненным за полупериод выходной частоты и тем самым существенно упрощать расчеты, не внося дополнительных погрешностей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефремов И. С., Пролягин А. П., Гушо-Малков Б. П. Состояние и перспективы развития пассажирского и грузового электромобильного транспорта. — «Электричество», 1975, № 1, с. 1—12.

2. Lowson L. The practical cycloconverter. — IEEE Trans. on Ind. and Gen. Appl., 1968, vol. V-IGA-4, No. 2.

3. Селиверстов В. В. и др. Улучшение спектра выходного напряжения преобразователя частоты мощной автономной транспортной машины. — ЭП. Тяговое и подъемно-транспортное электрооборудование, 1975, вып. 1 (33), с. 12—14.

4. Пролягин А. П. и др. Экспериментальное исследование спектрального состава тока и напряжения асинхронного двигателя при питании его от преобразователя частоты с непосредственной связью в схеме автономной транспортной машины. — ЭП. Тяговое и подъемно-транспортное электрооборудование, 1975, вып. 3 (36), с. 3—4.

5. Лотоцкий В. Л., Алексеев И. И. Обобщенная методика расчета коэффициента мощности в системе синхронный генератор — преобразователь частоты и числа фаз. — Труды МИРЭА, 1970, вып. 47, с. 97—108.

6. Бухштабер Е. Я., Андреев Ю. М., Исаакян К. Г. Анализ кривой напряжения непосредственного преобразователя частоты при питании от автономного генератора соизмеримой мощности. — ЭП. Тяговое и подъемно-транспортное электрооборудование, 1976, вып. 2 (44), с. 13—16.

7. Бухштабер Е. Я., Андреев Ю. М. Анализ токовой загрузки генератора при работе на непосредственный преобразователь частоты. — ЭП. Тяговое и подъемно-транспортное электрооборудование, 1976, вып. 4 (46), с. 20—22.

[11.4.1977]

УДК 621.313.018.782.3.001.24

## К расчету переходных процессов в демпферных контурах электрических машин

Канд. техн. наук ЧАБАН В. И.

Львовский политехнический институт

Переходные процессы в демпферных контурах электрических машин рассчитываются приближенными методами, основанными на замене глубокого паза многозвеньевыми цепными схемами [Л. 1]. К недостатку этих методов следует отнести значительное повышение порядка замкнутой системы дифференциальных уравнений объекта при соблюдении удовлетворительной точности анализа [Л. 2]. Методы цепных схем базируются на теории цепей. В то же время, как показывает анализ [Л. 3], наиболее удачным является сочетание теории цепей и электромагнитного поля. Решение при этом существенно упрощается и отличается математической строгостью. Отметим также, что в ряде работ, например [Л. 4], для расчета переходных процессов неправомерно заимствуются теоретические результаты, полученные Эмде для случая синусоидально изменяющегося во времени тока.

В статье предлагается дальнейшее развитие теоретических результатов [Л. 3] на случай двумерного вытеснения тока по сечению проводника.

Обратимся к демпферному контуру электрической машины. Выбрав путь интегрирования внутри токопровода вдоль его длины, запишем циркуляцию вектора напряженности электрического поля:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_{\Sigma}}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\Phi_{\Sigma}$  — суммарный поток контура интегрирования. Пусть часть токопровода длиной  $l$ , называемая в дальнейшем пазовой, помещена в ферромагнитном материале произвольного профиля сечения паза. Поверхностные явления в токопроводе проявляются в основном в его пазовой части, на остальных участках (лобовых) этим явлением допустимо пренебречь.

Поток  $\Phi_{\Sigma}$  представим в виде суммы [Л. 3]:

$$\Phi_{\Sigma} = \Phi_i + \Phi_e, \quad (2)$$

где  $\Phi_i$  — внутренний поток, определяемый линиями магнитной индукции, пересекающими тело пазовых участков токопровода;

$\Phi_e$  — внешний поток по отношению к телу токопровода, включающий также часть внутреннего потока на лобовых участках.

Условимся, что путь интегрирования в плоскости  $yOz$  поперечного сечения паза проходит через некоторую точку  $M$  с фиксированными координатами  $\chi$  и  $\xi$  (рис. 1). Это позволяет, не теряя общности, решать задачу в двумерном пространстве. Тогда, выполнив интегрирование в левой части (1), имеем:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = ri + \sum_k r_k i_k + E(\chi, \xi) l, \quad (3)$$

где  $r$ ,  $r_k$  — собственное и взаимное сопротивления лобовых частей демпферного контура;  $E(\chi, \xi)$  — значение напряженности электрического поля вдоль пути интегрирования, проходящего в пазовых участках токопровода;  $i$ ,  $i_k$  — токи.

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем

$$\frac{d\Phi_e}{dt} = -ri - \sum_k r_k i_k - u, \quad (4)$$

где обозначено [Л. 3]

$$u = E(\chi, \xi) l + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}. \quad (5)$$

Производную (4) можем конкретизировать с помощью одного из известных методов, например,

$$\frac{d\Phi_e}{dt} = L \frac{di}{dt} + \sum_k M_k \frac{di_k}{dt},$$

где  $L$ ,  $M_k$  — коэффициенты само- и взаимной индукции.

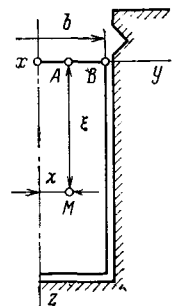


Рис. 1. Произвольный профиль паза.

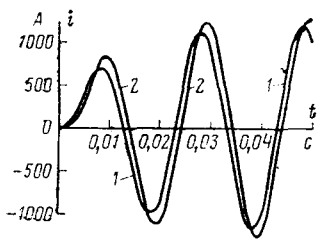


Рис. 2. Расчетные зависимости  $i=i(t)$  демпферного контура при учете (кривая 1) и без учета (кривая 2) скин-эффекта для случая:  $r=0,2 \cdot 10^{-5}$  Ом;  $Z=0,445 \cdot 10^{-6}$  Г; размеры паза  $0,003 \times 0,036 \times 0,128$  м. Закон изменения внешнего потока во времени задан:

$$\frac{d\Phi_e}{dt} = -0,4[1 - \exp(-100t)] \sin 314t.$$

Величина (5) по существу является интегральным способом описания электрического поверхностного эффекта, поэтому она не должна зависеть от выбранного нами пути интегрирования. Для доказательства этого воспользуемся уравнениями электромагнитного поля:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}; \quad (6a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (6b)$$

$$\vec{\delta} = \gamma \vec{E}; \quad (7a)$$

причем

$$\vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (7b)$$

Согласно выбранной системе координат (рис. 1)

$$\vec{E} = \vec{x} E_x; \quad (8a)$$

$$\vec{H} = \vec{y} H_y + \vec{z} H_z, \quad (8b)$$

тогда с учетом (7) выражения (6) принимают вид:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \gamma E_x; \quad (9a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (9b)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (9b)$$

С учетом (7b) и (8b)

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \mu \int \left( \frac{\partial H_y}{\partial t} \vec{y} + \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{z} \right) d\vec{S}, \quad (10)$$

где  $\sigma$  — поверхность, поток индукции через которую определяет  $\Phi_i$ . В качестве этой поверхности целесообразно выбрать две плоскости  $AM$  и  $AB$  соответственно

$$\sigma_1 = l \vec{z}; \quad (11a)$$

$$\sigma_2 = l \left( \frac{b}{2} - \vec{x} \right), \quad (11b)$$

где  $b$  — ширина поверхности токопровода. Благодаря такому выбору упрощается представление элементов  $d\vec{S}$ :

$$d\vec{S}_1 = \vec{y} dz; \quad (12a)$$

$$d\vec{S}_2 = \vec{z} dy. \quad (12b)$$

С учетом (11) и (12) поверхностный интеграл (10) выражается в обыкновенные

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = l \left[ \int_0^{\xi} \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} dz + \int_x^{b/2} \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} dy \right]. \quad (13)$$

Подставляя (9b) и (9в) в (13), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} &= l \left[ \int_0^{\xi} \frac{\partial E_x(\chi, z)}{\partial z} dz + \int_x^{b/2} \frac{\partial E_x(y, 0)}{\partial y} dy \right] = \\ &= l \left[ E \left( \frac{b}{2}, 0 \right) - E(\chi, \xi) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (14) выражение (5) принимает окончательный вид:

$$u = E \left( \frac{b}{2}, 0 \right) l, \quad (15)$$

то и требовалось доказать.

На основании (15) можем сформулировать правило: для интегрального описания явления скин-эффекта в пазу электрической машины при произвольной конфигурации токопровода и произвольном законе изменения тока во времени достаточно располагать значением напряженности электрического поля на внутреннем крае поверхности токопровода.

Здесь же отметим, что в ряде практически важных задач напряженность электрического поля на поверхности проводника изменяется незначительно [Л. 5] или же является постоянной величиной, например, в случае глубокого паза с параллельными стенками.

Формула (15) отличается своей универсальностью. Она позволяет в процессе расчета учитывать насыщение окружающего токопровода ферромагнетика (при реализации полевых моделей) или же, что более просто, учитывать конечное, но постоянное значение его магнитной проницаемости и, наконец, принимать  $\mu_{Fe} = \infty$ ; возможен здесь также учет нагрева среды, но для этого уравнения электромагнитного поля следует дополнить уравнением нестационарной теплопроводности.

Изложенная методика доведена до конкретного приложения, в частности, на ее основе разработаны математические модели глубокопазных индукционных двигателей. Результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных таких режимов как пуск, реверс и т. п. показали, что с достаточной степенью точности (в пределах 5%) для практических нужд можно ограничиться случаем  $\mu_{Fe} = \infty$ . Этот важный вывод открывает реальные возможности построения теории не только электротехнических устройств, но также и целых систем на основе комплексного сочетания теории цепей и теории электромагнитного поля. Причем полевые методы следует применять лишь в тех случаях, когда физические процессы отличаются наибольшей сложностью: интенсивные магнитные поля носят вихревой характер — это относится к пазовым участкам токопроводов. Именно здесь в наибольшей степени проявляется электрический поверхностный эффект, оказывающий существенное влияние на протекание переходного процесса в системе. В области безвихревых магнитных полей следует использовать методы теории нелинейных цепей. Это относится к задаче учета насыщения магнитопроводов. В полевой постановке эта задача чрезмерно усложняется и с точки зрения анализа сложных систем становится неприемлемой.

Исходной информацией для построения картины поля в пазу является значение тока на предыдущем шаге интегрирования. Эта цель достигается наиболее просто с помощью известного расчетного уравнения [Л. 5]:

$$\operatorname{rot} \left( \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A} \right) = \vec{x} \frac{i}{s} - \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (16)$$

где  $\vec{A}$  — вектор-потенциал магнитного поля;  $s$  — площадь сечения токопровода. Выражение (16) получено без учета эффекта близости. В настоящее время это допущение является общепринятым.

Если учесть, что вектор  $\vec{A}$  аналогично (8b) имеет только составляющую по оси  $x$  при условии  $\mu = \text{const}$ , выражение (16) существенно упрощается:

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = \mu \gamma \frac{\partial A_x}{\partial t} - \mu \frac{i}{s}. \quad (17)$$

Численную реализацию уравнения (17) следует осуществлять на основе неявной разностной схемы, достоинством которой по сравнению с более простой (явной) является то, что она не накладывает дополнительных условий на выбор значения временного шага  $\Delta t$ , что особенно важно с точки зрения интегрирования замкнутой системы уравнений электрической машины или целой системы.

Уравнение (17) предопределяет задание начальных и краевых условий. Учитывая огромное разнообразие конкретных задач, а также жесткость положенных в основу анализа тех или иных допущений, этот вопрос в каждом конкретном случае требует индивидуального подхода. На наш взгляд, наиболее удачно эта задача решается в [Л. 5].

В случае прямоугольного глубокого паза электромагнитное поле рассчитывается значительно проще [Л. 6]. Для примера на рис. 2 приведены результаты расчета переходного процесса в уединенном демпферном контуре индукционного двигателя при заданном законе изменения внешнего потока контура во времени.

Полевое решение задачи учета электрического поверхностного эффекта исключает использование традиционных понятий

## Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств. М.: Высшая школа, 1976, 416 с.

Автоматические системы управления, регулирования и контроля с каждым годом находят все возрастающее применение в промышленности, на транспорте, в связи, оборонной и космической технике.

Одними из основных элементов практически любой автоматической системы являются электрические микромашины, разные по устройству, принципу действия, назначению. Выпуск их в настоящее время составляет десятки миллионов штук в год. Разработки электрических микромашин автоматических устройств ведутся многочисленными организациями различных министерств и ведомств. Высшие и средние учебные заведения занимаются подготовкой специалистов по электрическим микромашинам. Однако до последнего времени не было издано учебника по электрическим микромашинам автоматических устройств, в котором был бы систематизирован и доходчиво изложен материал по всем применяемым в настоящее время машинам автоматики.

Выход в свет первого учебника для вузов по электрическим машинам автоматических устройств — важное событие как для специалистов, занимающихся разработкой электрических микромашин, так и для специалистов, занимающихся их применением.

Структура книги хорошо продумана автором, что значительно облегчает усвоение излагаемого в ней, часто сложного в теоретическом отношении, материала.

Книга состоит из четырех разделов.

Первый раздел, состоящий из двух глав, посвящен теории несимметричных двухфазных и однофазных микромашин переменного тока, которые особенно широко применяются в современных схемах автоматических устройств.

Во втором разделе, состоящем из пяти глав, автор излагает материал по неуправляемым микродвигателям автоматических устройств переменного и постоянного тока, которые он называет силовыми. Здесь наряду с обычными, хорошо известными, рассматриваются новые двигатели: синхронные с постоянными магнитами, тихоходные с электромагнитной редукцией, тихоходные с катящимися и волновым роторами, бесконтактные двигатели постоянного тока.

В третьем разделе, состоящем из четырех глав, излагаются теория, устройство, принцип действия и основные особенности управляемых — исполнительных, микродвигателей автоматических устройств: асинхронных, синхронных (шаговых) коллекторных двигателей постоянного тока (обычных и малоинерционных). Автор внес много нового в теорию асинхронных исполнительных двигателей, работающих в несимметричных режимах, показав, что их свойства при любом способе

управления определяются в основном свойствами двигателя при симметричном питании. Удачно систематизирован материал по шаговым двигателям.

В четвертом разделе, состоящем из четырех глав, излагается материал о точностных микромашинах автоматических устройств: тахогенераторах, сельсинах, магнессинах, поворотных трансформаторах, машинах гироскопических систем. Автор называет их информационными электрическими микромашинами. Автор уделяет большое внимание вопросам погрешностей, что весьма ценно, так как основное требование, которое предъявляется к машинам данного класса, — точность.

В целом книгу следует считать удачной. Автору удалось при относительно небольшом ее объеме изложить обширный материал практически о всех электрических микромашинах, применяемых в современных схемах автоматики, дать их теорию, основные особенности, требования, к ним предъявляемые, указать области применения.

Учебник хорошо читается, чему способствуют логичность его построения, удачные иллюстрации, отсутствие громоздких математических выражений — все это говорит о большой работе, проделанной автором при подготовке рукописи к печати. Знакомство с книгой свидетельствует также о глубоких знаниях автора в области электрических машин автоматических устройств, теорией и разработкой которых он занимается многие годы, являясь ведущим специалистом в этой области.

К недостаткам книги, на наш взгляд, следует отнести то, что в ней не уделяется достаточного внимания вопросам динамических режимов электрических машин, в которых они работают в схемах автоматики очень часто. Кроме того, автор не рассматривает вопросы изменения характеристик машин при изменении температуры окружающей среды, что на практике часто встречается.

Книга бы значительно выиграла, если бы автор в приложении к ней привел основные технические данные электрических машин автоматических устройств, серийно выпускаемых отечественной промышленностью. Ради этого можно было бы увеличить объем книги.

В заключение хочется поздравить автора и издательство «Высшая школа» с выпуском в свет такой ценной для науки и практики книги. Она нужна не только студентам вузов и инженерам, занимающимся непосредственно разработкой электрических машин автоматических устройств, но и широкому кругу специалистов по автоматизированному электроприводу и автоматизированным системам управления, регулирования и контроля в различных отраслях техники.

Академик Б. Н. ПЕТРОВ

теории цепей: внутренней индуктивности и сопротивления, таящихся здесь физический смысл. Вся сложность процесса учитывается путем перемножения напряженности электрического на краю поверхности токопровода на его длину. Множество этих произведений, соответствующее числу электрических контуров, образует матрицу-столбец, фигурирующую в правой части дифференциальных уравнений объекта. Введение подобной матрицы-столбца позволяет исключительно просто обобщить известные математические модели отдельных электротехнических объектов на случай учета электрического поверхностного эффекта, не нарушая структуры его уравнений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mocanu G. J. Nichtstationäre Stromverdrängung in einer Maschinennut von rechteckigen Querschnitt. — A. F. E., 1973, Bd 52, H-3, S. 164—170.

2. Klingshirn E. A., Jordan H. E. Simulation of polyphase induction machines with deeprotor bare. — IEEE Trans. Power App. and Syst., 1970, vol. 89, No. 6, p. 1038—1043.

3. Чабан В. И. Об учете переходного скин-эффекта в круглом токопроводе. Теоретическая электротехника. Львов: Вища школа, 1977, вып. 22.

4. Padarew N., Jetsehw D. Die Bestimmung der dynamischen Kennlinien von Asynchronmotoren unter Berücksichtigung der Sättigung und der Stromverdrängung mit Digitalrechner. — Electric, 1971, Bd 25, No. 9, S. 344—345.

5. Reichert K. Die Numerische Berechnung der Nutstreuung und der Wirbelströme in Nutenleitern elektrischer Maschinen. — A. F. E., 1969, Bd 53, H-2, S. 69—83.

6. Чабан В. И. К учету вытеснения тока в проводниках электротехнических устройств. Теоретическая электротехника. Львов: Вища школа, 1974, вып. 17.

[18.8.1977]

## СОДЕРЖАНИЕ

Богданов В. А. — Оценка качества исходных данных и точности результатов при определении режима электрической системы	1	Косарев Б. И., Косолапов Г. Н. — Условия электробезопасности обслуживания рельсового пути при коротких замыканиях в тяговой сети 2×25 кВ	64
Богатырев Л. Л. — Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетических системах	9	Шульга Р. Н. — Перспективы в области разработки оборудования для передачи энергии постоянным током	69
Фархадзаде Э. М. — О точности построения характеристик надежности электроэнергетических систем по статистическим данным	15	<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Ковалев В. Д., Федяев И. Б. — Формирование алгоритмов противоаварийного управления для обеспечения устойчивости сложных энергосистем	20	Жежеленко И. В., Липский А. М. — Эффективность работы резонансных фильтров в переходных режимах вентильных преобразователей	73
Дроздов А. Д., Гармаш В. А., Беркович М. А., Ильиничнин В. В. — Вероятность возникновения больших погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах и оценка действия релейных защит	24	Локшин М. В. — К анализу профилактических испытаний бумажно-масляной изоляции аппаратов высокого напряжения	75
Хомский И. Г., Липатов В. С. — Процесс коммутации тока в вентильном преобразователе, работающем в области опережающих углов сдвига	29	Делекторский Б. А., Тарасов В. Н. — Импульсные возбудители для микромашин с магнитным возбуждением	78
Струнский М. Г., Горбов М. М. — Расчет частичных емкостей в трехэлектродных симметричных емкостных преобразователях	33	<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Павловский Р. А., Касаткин В. Н. — Электрическое моделирование магнитного поля поверхностных токов	38	Тисленко В. В. — Оценка надежности сложных структур систем энергетики	81
Лупи С., Немков В. С. — Аналитический расчет цилиндрических индукционных систем	43	Березовский А. Ф. — Графическая интерпретация некоторых функций, описывающих полупроводниковые устройства	83
Глебов И. А., Васильевский С. П., Шулаков Н. В., Ключников А. Т., Трефилов В. А. — Двухмашинный агрегат сверхмощного синхронного электропривода	47	Афанасьев А. А., Никифоров В. Е. — Об устойчивости совместной работы синхронного двигателя и инвертора тока с самовозбуждением	85
Мандрыка О. Р., Крупеня М. П. — Расчет м. д. с. реакции якоря машин постоянного тока	53	Пролыгин А. П. — Выбор мощности автономного источника энергии переменного тока электромотоцикла с частотно-управляемым тяговым приводом	88
Бортник И. М. — Характеристики коронного разряда в газе	57	Чабан В. И. — К расчету переходных процессов в демпферных контурах электрических машин	91
Черкашин Ю. С. — Процесс и энергия намагничивания листового магнитопровода при прямоугольном напряжении	60	Библиография	93

## CONTENTS

Appraising the Quality of the Initial Data and the Accuracy of the Results in Determining Power System Operating Conditions — V. A. Bogdanov	1	Electric Safety Conditions in Servicing the Rails for Short Circuits on 2x25 kV Traction Networks — B. I. Kosarev, G. N. Kosolapov	64
Recognizing Emergency Situations in Power Systems — L. L. Bogatirev	9	Prospects and Areas for Development of Equipment for D. C. Transmission Systems — R. N. Shulga	69
On the Accuracy of Reliability Characteristics for Power Systems Evolved on the Basis of Statistical Data — E. M. Farhadzade	15	<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
Development of Algorithms for Emergency Control to Maintain Stability of Complex Power Systems — V. D. Kovalev, I. B. Fedyaev	20	The Effectiveness of Tuned Filters During Transients in Electronic Converters — I. V. Djedjelenko, A. M. Lipski	73
The Probability of Large Errors Arising in Current Transformers During Transients and an Appraisal of Relay Protection Performance — A. D. Drozdov, V. A. Garmash, M. A. Berkovitch, V. V. Ilyinichnin	24	On the Analysis of Preventive Tests on Paper — Oil Insulation for HV Apparatus — M. V. Lokshin	75
Current Commutation Processes in an Electronic Converter for Lead Angle Conditions — I. G. Homski, V. S. Lipatov	29	Impulse Exciters for Micro-machines Having Magnetic Excitation — B. A. Delektorski, V. N. Tarasov	78
Calculating the Partial Capacitances in Three — Electrode Symmetrical Capacitance Converters — M. G. Strunski, M. M. Gorbov	33	<b>REPORTS</b>	
Electrical Modelling of the Magnetic Field of Skin Layer Currents — R. A. Pavlovski, V. N. Kasatkin	38	An Appraisal of the Reliability of Complex Structures in Power Engineering Systems — V. V. Tislenko	81
An Analytical Calculation of Cylindrical Induction Systems — S. Lupy, V. S. Nemkov	43	A Graphical Interpretation of Several Functions Describing Semiconductor Devices — A. F. Berezovski	83
A Two-Machine Unit for an Extra-Large Synchronous Drive — I. A. Glebov, S. P. Vasilyevski, N. V. Shulakov, A. T. Kliutchnikov, V. A. Trefilov	47	On the Stability of Joint Operation of a Synchronous Motor and a Current Inverter With Self Excitation — A. A. Afanasiev, V. E. Nikiforov	85
Calculating the MMF of the Armature Reaction in D. C. Machines — O. R. Mandrika, M. P. Krupenya	53	Selecting the Rating of an Independent A. C. Power Source for an Electromobile Having a Frequency Controlled Traction Drive — A. P. Prolygin	88
Corona Discharge Characteristics in SF <sub>6</sub> — I. M. Bortnik	57	On Calculating Transients in Damping Circuits of Electric Machines — V. I. Chaban	91
Processes and the Energy of Magnetization of a Sheet Shaped Magnetic Circuit for a Square-Wave Voltage — U. S. Cherkashin	60	<b>BIBLIOGRAPHY</b>	93



# Рефераты публикуемых статей

УДК 621.311.52.001.24

Оценка качества исходных данных и точности результатов при определении режима электрической системы. Богданов В. А. — «Электричество», 1978, № 6.

Рассмотрены вопросы определения режима электрической системы по данным измерений. Показано, что комбинированное использование прямых и итеративных расчетных методов обеспечивает определение режима при произвольном составе и размещении измерений в узлах и ветвях сети. В процессе определения режима решается задача оценки достаточности измерений с выделением каждого избыточного измерения. Для повышения точности результатов осуществляется предварительная фильтрация ошибочных измерений. На каждом этапе вычислений обеспечивается запоминание совокупностей исходных данных, использованных для определения модуля и аргумента напряжения каждого узла.

Обеспечивается также локализация ошибочных исходных данных, наиболее эффективно реализуемая для районов сети, режим которых определялся прямыми расчетными методами. Библ. 5.

УДК 621.311-52.001.24

Распознавание аварийных ситуаций в электроэнергетических системах. Богатырев Л. Л. — «Электричество», 1978, № 6.

Рассматривается применение детерминированных и вероятностных методов решения задачи распознавания аварийных ситуаций в объединенной электроэнергетической системе с учетом логических переменных. Приводится алгоритм минимизации входного описания объекта и исследуется зависимость ошибки распознавания аварийных ситуаций в электроэнергетической системе от степени дискретизации количественных параметров, характеризующих состояние системы. Библ. 8.

УДК 621.311.019.3.001.24

О точности построения характеристик надежности электроэнергетических систем по статистическим данным. Фархадзаде Э. М. — «Электричество», 1978, № 6.

Путем исследования установлена аналогия результатов проверки гипотезы о равенстве двух вероятностей отказа «условным» критерием с результатами проверки путем сопоставления граничных значений их доверительных интервалов. Достигнуто существенное снижение громоздкости ручного счета при проверке этой гипотезы для не-табулированных значений относительного числа «опытов» и коэффициента доверия. Рекомендован «интервальный критерий», на основе которого разработаны методы контроля точности при разделении статистических данных для точечных оценок эксплуатационных характеристик, кривых изменения этих оценок во времени, оценок функций распределения случайных величин. Библ. 7.

УДК 621.311.016.35:518.5

Формирование алгоритмов противоаварийного управления для обеспечения устойчивости сложных энергосистем. Ковалев В. Д., Федяев И. Б. — «Электричество», 1978, № 6.

Приводится метод формирования алгоритмов противоаварийного управления сложными автоматизированными энергосистемами на основе аппроксимирующих функциональных зависимостей, позволяющий определять минимально необходимые величины управляющих воздействий для сохранения устойчивости. На основе анализа критериев устойчивости, полученных с помощью прямого метода Лапунова, определена структура алгоритмов, а также выявлены контролируемые режимные параметры энергосистем, необходимые для оценки областей синхронной динамической устойчивости и величин управляющих воздействий. Предложен метод и алгоритм аппроксимации граничных точек областей устойчивости, наиболее полно отвечающей условиям задачи противоаварийного управления. Библ. 11.

УДК 621.314.224.8.088

Вероятность возникновения больших погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах и оценка действия релейных защит. Дроздов А. Д., Гармаш В. А., Беркович М. А., Ильиничин В. В. — «Электричество», 1978, № 6.

Обработкой статистического материала о кратностях, постоянных времени и причинах коротких замыканий в системах 500 кВ установлено, что вероятность возникновения таких режимов, приводящих к погрешности ТТ более 40%, составляет 0,9%. Опыт показывает, что даже при такой погрешности защиты действуют правильно, что объясняется высоким быстродействием и малой чувствительностью большинства защит к насыщению ТТ. Библ. 9.

УДК 621.382.233.026.014.3

Процесс коммутации тока в вентильном преобразователе, работающем в области опережающих углов сдвига. Хомский И. Г., Липатов В. С. — «Электричество», 1978, № 6.

Рассмотрены электромагнитные процессы при коммутации тока в преобразователе, выполненном на полностью управляемых вентильях с принудительной коммутацией. Получены основные расчетные соотношения для токов и напряжений в преобразователе, формулы и графические зависимости для определения параметров элементов преобразователя. Библ. 3.

УДК [621.319.42:621.317.79].001.24

Расчет частичных емкостей в трехэлектродных симметричных емкостных преобразователях. Струнский М. Г., Горбов М. М. — «Электричество», 1978, № 6.

На основе метода комплексного потенциала, а также метода непосредственного определения напряженности поля получены точные формулы для расчета частичных емкостей между высокопотенциальным и низкопотенциальными электродами, а также между высокопотенциальным электродом и контролируемым проводником в трехэлектродных емкостных преобразователях.

Показано, что при достаточно малых размерах проводников погрешность выведенных приближенных формул не превышает 0,06%, а изменения частичных емкостей противоположны по знаку и характеризуются логарифмической зависимостью. Результаты измерений на ряде преобразователей показали хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных. Установлено, что изменение поперечных размеров проводников вызывает существенное изменение частичных емкостей трехэлектродных преобразователей, что позволяет успешно использовать их для контроля поперечных размеров проводников. Библ. 14.

УДК 621.3.014.12:538.6.001.57

Электрическое моделирование магнитного поля поверхностных токов. Павловский Р. А., Касаткин В. Н. — «Электричество», 1978, № 6.

Рассматривается вопрос об электрическом моделировании вихревого магнитного поля, создаваемого поверхностным распределением тока путем приведения его к потенциальному полю эквивалентных источников — магнитных зарядов. Показано, что в этом случае система эквивалентных источников может быть представлена в виде простого слоя, плотность которого определяется однозначно путем решения вспомогательной краевой задачи. Введение простого слоя существенно упрощает построение электрической модели и повышает точность моделирования. Приведен пример моделирования на электрической сетке магнитного поля системы линейных проводов с током, находящихся в экране квадратного сечения. Дано сопоставление результатов моделирования и расчета. Библ. 10.

УДК 621.365.5.001.24

Аналитический расчет цилиндрических индукционных систем. Луи С., Немков В. С. — «Электричество», 1978, № 6.

Приводится алгоритм электрического расчета линейных индукционных систем с внешними или внутренними цилиндрическими индукторами и двухслойной нагрузкой. Алгоритм позволяет рассчитывать интегральные параметры, распределение поля и мощности в системе, взаимное влияние индукторов и т. д. Приводятся результаты расчетов, иллюстрирующие возможности метода. Библ. 8.

УДК 62-83.001.4

Двухмашинный агрегат сверхмощного синхронного электропривода. Глебов И. А., Васильевский С. П., Шулаков Н. В., Ключников А. Т., Трефилов В. А. — «Электричество», 1978, № 6.

На основе результатов исследований электромеханических переходных процессов на АВМ доказана реальная возможность создания двухмашинных агрегатов с каскадным способом пуска сверхмощных турбодвигателей и использованием разгонного двигателя как в пусковом, так и в рабочем режиме. Исследованы режимы синхронизации главного и разгонного двигателей, размагничивание РЛ и работа агрегата в механическом каскаде при резкопеременной нагрузке. Показано влияние токов размагничивания разгонного двигателя и возбуждения турбодвигателя на перераспределение напряжений на машинах при различных моментах сопротивления на валу. На основе анализа результатов всех исследований сформулированы основные требования, предъявляемые к разгонным двигателям. Библ. 3.

УДК 621.313.2.013.4.001.24

Расчет м. д. с. реакции якоря машин постоянного тока. Мандрыка О. Р., Крупеня М. П. — «Электричество», 1978, № 6. Магнитодвижущая сила реакции определяется как алгебраическая сумма изменений потокосцеплений каждой из сторон секции с остальной якорной обмоткой, что позволяет избежать неопределенности в решении, получаемой другими методами. Проанализированы результаты расчета и выполнено сравнение с осциллограммами. Библ. 4.

УДК 621.315.618.9.015.532.001.5

Характеристики коронного разряда в элегазе. Бортник И. М. — «Электричество», 1978, № 6.

С целью установления механизма пробоя элегаза при высоком давлении в однородном поле проведено исследование характеристик коронного разряда в элегазе в резконеоднородном поле. Показано, что характеристики зажигания разряда в полях с различной степенью расходимости электрического поля могут быть рассчитаны в соответствии с характеристиками элементарных процессов в элегазе. На основе исследованных вольт-амперных характеристик и характеристик пробоя и их зависимости от параметров промежутка показано, что пробой промежутка с резконеоднородным (перед зажиганием коронного разряда) полем происходит при достижении определенного значения отношения напряженности поля у внешнего электрода (или минимальной в промежутке) к давлению газа, зависящего от произведения давления газа на межэлектродное расстояние. Библ. 6.

УДК 621.314.237.042.14:538.24

Процесс и энергия намагничивания листового магнитопровода импульсного трансформатора. Черкашин Ю. С. — «Электричество», 1978, № 6.

Приведено решение задачи проникновения плоской волны электромагнитного поля ступенчатой формы в толщу пластины магнитопровода. Показано, что часть энергии намагничивания в послемпульсный период переходит к энергии вихревых токов. Эта часть зависит от параметров схемы, в которой используется данное электромагнитное устройство. Приведено решение той же задачи при учете насыщения материала на краях пластины магнитопровода. Дано сопоставление потерь энергии в линейном режиме намагничивания и режиме с насыщением краев. Библ. 4.

УДК 621.332.064.1:658.382.3

Условия электробезопасности обслуживания рельсового пути при коротких замыканиях в тяговой сети 2х25 кВ. Косарев Б. И., Косолапов Г. Н. — «Электричество», 1978, № 6.

Рассмотрены вопросы электробезопасности при обслуживании устройств электрооборудования в тяговых сетях магистральных железных дорог, электрифицированных по системе 2х25 кВ. Предложены формулы для расчета токов коротких замыканий и напряжений «рельсы—земля» в системе 2х25 кВ. Приведена номограмма для определения допустимых напряжений «рельсы—земля» как функции вероятности безопасной работы и длительности аварийного режима в тяговых сетях. Библ. 10.



УДК 621.314.6:621.372.542.3

Эффективность работы резонансных фильтров в переходных режимах вентиляльных преобразователей. Жежелев И. В., Липский А. М. — «Электричество», 1978, № 6.

В переходных режимах работы вентиляльных преобразователей уровни высших гармоник тока изменяются в больших пределах, что приводит к увеличению коэффициента несинусоидальности напряжения питающей сети, снижению эффективности фильтров высших гармоник, сокращению срока службы конденсаторов фильтров, рассчитанных по установившемуся режиму. Расчет фильтров необходимо проводить с учетом уровней гармоник тока в переходных режимах. Библ. 5.

УДК 621.3.048.001.4

К анализу профилактических испытаний бумажно-масляной изоляции аппаратов высокого напряжения. Локшин М. В. — «Электричество», 1978, № 6.

Даются оценки эффективности  $\lg \delta$ , как параметра, характеризующего состояние бумажно-масляной изоляции вводов 110–500 кВ и трансформаторов тока 330 кВ.

Показано влияние принятой системы профилактических испытаний на показатели эксплуатационной надежности бумажно-масляной изоляции.

Делаются выводы об особенностях и путях совершенствования профилактических испытаний изоляции по параметру. Библ. 14.

УДК 62-83:621.313.323

Импульсные возбудители для микромашин с магнитным возбудителем. Делекторский Б. А., Тарасов В. Н. — «Электричество», 1978, № 6.

Предлагается способ регулирования возбуждения двигателя с магнитным возбуждением. Анализируются варианты выполнения импульсных возбудителей при работе двигателя от общей сети. Даются рекомендации по их выполнению. Библ. 6.

УДК 621.313.322-82.045.001.5

Исследование систем крепления пазовой части обмотки статора крупных генераторов. Ваксер Б. Д., Коган В. О., Поляков Р. С., Преснов Ю. Л. — «Электричество», 1978, № 6.

Приведены данные экспериментального исследования на пазовой модели крупного гидрогенератора трех систем крепления пазовой части обмотки с терморезистивной изоляцией: радиальной, тангенциальной и комбинированной. Выявлено влияние различных факторов (температуры, тепловых циклов, вибрации, э. д. у.) и характеристик элементов крепления на виброустойчивость обмотки.

Рассмотрен механизм деградации различных систем крепления, определяемой главным образом изменением геометрических размеров стержней и изоляции. Подтверждена высокая виброустойчивость обмотки при использовании тангенциального крепления, намечены пути совершенствования радиальной системы крепления. Библ. 9.

УДК 621.314.011.001.24

Использование временных диаграмм в полярных координатах для интерпретации некоторых функций, описывающих полупроводниковые устройства. Березовский А. Ф. — «Электричество», 1978, № 6.

Показан прием графической интерпретации степеней и произведений синусоидальных функций путем многократного проектирования отрезков на временной диаграмме в полярных координатах. Библ. 2.

УДК [621.313.323+621.314.572].016.351.001.24

Об устойчивости совместной работы синхронного двигателя и инвертора тока с самовозбуждением. Афанасьев А. А., Никифоров В. Е. — «Электричество», 1978, № 6.

Излагаются результаты исследования статической устойчивости вентильного двигателя (ВД) постоянного тока, выполненного на основе синхронной машины и инвертора тока, тактовым датчиком которого является возбужденная обмотка якоря. Структурная схема такого ВД предполагает наличие низкочастотного фильтра на входе системы импульсно-фазового управления инвертора, так как напряжение якоря из-за коммутационных особенностей несинусоидально. Показано, что при анализе статической устойчивости ВД необходимо учитывать параметры этого фильтра, в противном случае устойчивая вентильно-машинная система может трактоваться как неустойчивая. Библ. 7.

УДК 629.113.6:620.91.001.24

Выбор мощности источника энергии переменного тока электромобиля с частотно-управляемым тяговым приводом. Пролыгин А. П. — «Электричество», 1978, № 6.

Предложен метод определения коэффициента мощности преобразовательной нагрузки и расчета требуемой мощности тягового синхронного генератора, питающего частотно-управляемые двигатели мотор-колес. Получены аналитические выражения коэффициентов мощности как собственно преобразователя, так и системы «синхронный генератор-преобразователь». Найденные в результате анализа расчетные зависимости рекомендуется использовать при выборе мощности синхронного генератора (в том числе повышенной частоты) в процессе проектирования частотно-управляемых приводов электромоделей с заданным диапазоном регулирования электродвигателей мотор-колес. Библ. 7.

УДК 621.313.018.782.3.001.24

К расчету переходных процессов в демпферных контурах электрических машин. Чабан В. И. — «Электричество», 1978, № 6.

Предлагается базирующийся на уравнениях электромагнитного поля численный метод анализа переходных процессов в демпферных контурах электрических машин. Показано, что для учета поверхностных явлений в токопроводе достаточно располагать значением напряженности электрического поля на его поверхности. В основе анализа — паз произвольного профиля поперечного сечения. Приводится пример расчета. Библ. 5.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко И. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев, Л. С. Кудинова, А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: Москва, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор О. Д. Кузнецова

Сдано в набор 13.04.78

Подписано к печати 02.06.78

T-11121

Формат 60×90/4

Печать высокая

Усл. печ. л. 12

Уч. изд. л. 14,75

Тираж 943 экз.

Зак. 635

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.