

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1978



· ЭНЕРГИЯ ·

5

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

5
1978
МАЙ

*Советские ученые! Повышайте эффектив-
ность научных исследований, укрепляйте
связь науки с производством!*

Слава советской науке!

(Из Призывов ЦК КПСС к 1 Мая 1978 года)

УДК 538.311.001.24

Расчет магнитостатических полей в неоднородных анизотропных и нелинейных средах

МАЕРГОЙЗ И. Д.

Киев

Стремление повысить единичные мощности электроэнергетических установок и рационально использовать свойства материалов побуждает совершенствовать методы расчета электромагнитного поля в электротехнических устройствах. Высокая точность расчета поля недостижима без все более полного и подробного учета реальных электрофизических свойств материалов. Поэтому создание эффективных методов расчета статических полей в неоднородных анизотропных и нелинейных средах имеет большое теоретическое и прикладное значение [Л. 1].

Большой практический интерес представляет создание общих методов расчета поля, пригодных как для разнообразных свойств сред, так и для произвольных, разумно сложных форм границ раздела сред. Использование таких методов позволит при электромагнитных расчетах варьировать свойства материалов, геометрию границ раздела сред и таким путем находить на стадии проектирования целесообразные конструктивные решения.

Аналитические методы расчета статических полей хотя и сохраняют свое значение, все же имеют ограниченное применение. Так, например, развитые в [Л. 2 и 3] аналитические методы расчета статических полей в кусочно-однородных анизотропных

средах применимы только для тех задач, в которых изотропирующая деформация пространства не приводит к разрывам сплошности среды. Поэтому преимущественно получают развитие универсальные численные методы расчета статических полей в анизотропных и нелинейных средах. Так, в [Л. 4] дано развитие метода конечных элементов применительно к расчету трехмерных статических полей в нелинейной ферромагнитной среде. В [Л. 5] предложен метод расчета поля, моделирующий процесс «последовательного нагружения» магнитной системы и позволяющий рассчитывать поле на всех промежуточных этапах его установления.

Для расчета статических полей в нелинейной ферромагнитной среде в основном используются итерационные методы. Даже в методе «последовательного нагружения», который по своей идее является безытерационным, для уточнения расчета поля, выполненного на некотором промежуточном этапе «нагружения», используются последовательные приближения [Л. 5]. Применение итерационных методов связано с определением области их сходимости. Многие итерационные методы, как, например, метод Ньютона, обладают только локальной сходимостью в окрестности решения нелинейной задачи, при этом очень трудно эффек-

тивно, т. е. через исходные данные задачи, определить область сходимости. Поэтому представляют практический интерес такие итерационные методы, которые сходятся с любого начального приближения.

В настоящей статье предложены новые общие итерационные методы расчета статических полей. Общность предложенных методов заключается, с одной стороны, в том, что эти методы применимы для разнообразных форм границ раздела сред и для произвольного расположения токонесущих проводников; с другой стороны, эти итерационные методы позволяют единообразно рассчитывать статические поля в неоднородных, неоднородно анизотропных, в нелинейных и анизотропных нелинейных средах и сходятся с любого начального приближения при условиях, которые практически выполняются для всех безгистерезисных пассивных сред.

В основе предложенных методов лежит физическая концепция вторичных источников. При математическом обосновании этих методов были использованы те средства и понятия, которые возникли на стыке математической физики и функционального анализа и достаточно полное представление о которых дает [Л. 6]. Краткое указание на целесообразность использования таких математических средств для решения нелинейных задач магнитоэлектростатики можно найти в [Л. 7].

В статье рассматривается расчет только магнитоэлектростатических полей. Возможность применения предлагаемых методов для расчета электростатических полей очевидна.

Математические доказательства сходимости последовательных приближений, оценок скорости сходимости и других фактов не поместились в настоящей статье.

Концепция вторичных источников. Пусть требуется рассчитать магнитное поле в системе, показанной на рис. 1. Напряженность и индукция поля в такой магнитной системе удовлетворяют следующим уравнениям и краевым условиям:

$$\operatorname{rot} \vec{H}^+ = 0, \operatorname{div} \vec{B}^+ = 0 \text{ в } V^+; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}^- = \begin{cases} \vec{\delta} \text{ в } V^{\delta} \\ 0 \text{ в } V^- - V^{\delta} \end{cases}, \operatorname{div} \vec{B}^- = 0 \text{ в } V^-; \quad (2)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}^- - \vec{H}^+] = 0, (\vec{n}, \vec{B}^- - \vec{B}^+) = 0 \text{ на } S \quad (3)$$

и убывают к нулю на бесконечности.

Индукция и напряженность поля связаны соотношениями:

$$\vec{B}^+ = \mu_0 (\vec{H}^+ + \vec{J}^+), \vec{B}^- = \mu_0 \vec{H}^-, \quad (4)$$

где \vec{J}^+ — вектор намагниченности.

Полагая

$$\rho = -\mu_0 \operatorname{div} \vec{J}^+, \sigma = \mu_0 (\vec{n}, \vec{J}^+), \quad (5)$$

из (1) — (5) находим:

$$\operatorname{rot} \vec{H}^+ = 0, \operatorname{div} \vec{H}^+ = \frac{\rho}{\mu_0}; \quad (6)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}^- = \begin{cases} \vec{\delta} \text{ в } V^{\delta} \\ 0 \text{ в } V^- - V^{\delta} \end{cases}, \operatorname{div} \vec{H}^- = 0; \quad (7)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}^- - \vec{H}^+] = 0, (\vec{n}, \vec{H}^- - \vec{H}^+) = \frac{\sigma}{\mu_0}, \quad (8)$$

т. е. поле напряженности \vec{H} может быть уподоблено полю, созданному как заданными первичными источниками — токами в обмотке V^{δ} , так и вторичными источниками — зарядами ρ и σ .

В этом заключается концепция вторичных источников [Л. 8 и 9]. Эта концепция является общей и применима при любых свойствах ферромагнитной среды V^+ .

Если плотности вторичных источников ρ и σ найдены, то напряженность \vec{H} может быть определена по формуле

$$\begin{aligned} \vec{H}(Q) = & \frac{1}{4\pi} \int_{V^{\delta}} \frac{[\vec{\delta}(M), \vec{r}_{MQ}]}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \left\{ \int_{V^+} \rho(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dV_M + \right. \\ & \left. + \oint_S \sigma(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, каждый способ нахождения плотностей ρ и σ превращает концепцию вторичных источников в соответствующий метод расчета поля. Методы расчета поля, основанные на концепции вторичных источников, обладают следующими достоинствами:

расчет поля во всем неограниченном пространстве сводится к нахождению плотностей вторичных источников ρ и σ в V^+ и на S ; это существенно сужает область поиска неизвестных и может дать преимущества, особенно значительные при расчете тонкостенных ферромагнитных экранов;

имеется возможность расчета поля без искусственного ограничения области его распределения; это позволяет повысить точность расчета вообще и особенно внешних полей, учет и экранирование которых становится актуальной проблемой в связи с резким ростом токовых нагрузок в электротехнических (особенно в сверхпроводящих) устройствах;

результат расчета получается в удобной для обозрения и исследования замкнутой форме (9), в которой зависимость поля от координат точки Q передается аналитически заданными ядрами интегралов; последнее позволяет точно находить пространственные производные напряженности поля путем аналитического дифференцирования ядер потенциалов из (9), что имеет существенное значение при решении многих важных задач из области ускорительной техники и электронно-оптических фокусирующих устройств.

До настоящего времени концепция вторичных

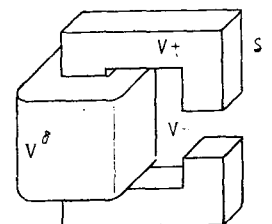


Рис. 1.

источников развивалась для расчета полей преимущественно в одном направлении, состоящем в выводе и решении интегральных уравнений относительно плотностей вторичных источников. Вывод интегральных уравнений основан на математической теории потенциала. Первые интегральные уравнения относительно σ , предназначенные для аналитического расчета статических полей в кусочно-однородных изотропных средах, были предложены в [Л. 10]. В последующих многочисленных исследованиях, подытоженных в [Л. 11 и 12], были выведены интегральные уравнения, предназначенные для численных расчетов как статических полей, так и вихревых токов в неоднородных анизотропных и нелинейных средах. В этих исследованиях показана целесообразность использования и других видов вторичных источников, например двойных слоев зарядов, а также предложен новый принцип раздельного введения вторичных источников для каждой из однородных сред, что для целого ряда задач позволило избежать введения объемных источников типа ρ . Так, для расчета статических полей в кусочно-однородных анизотропных средах и расчета вихревых токов в однородных изотропных и анизотропных проводниках были выведены [Л. 13 и 14] интегральные уравнения минимальной размерности, которые нужно решать только на границе раздела сред.

Описанное направление развития концепции вторичных источников имеет свои недостатки, состоящие в том, что для каждого класса задач, характеризующегося определенными свойствами сред, необходимо выводить новые интегральные уравнения для ρ и σ . При этом сами интегральные уравнения усложняются при усложнении свойств сред. Кроме того, для нелинейных задач вывод интегральных уравнений сам по себе не является радикальным средством расчета поля, поскольку необходимо еще разрабатывать сходящиеся итерационные методы для решения нелинейных интегральных уравнений.

В настоящей статье концепция вторичных источников развивается для расчета статических полей в другом направлении, состоящем в создании итерационных методов определения ρ и σ , структурно общих для неоднородных, неоднородно анизотропных, нелинейных и анизотропно нелинейных сред и сходящихся при любом выборе начального приближения. Построение этих итерационных методов не связано с применением интегральных уравнений для ρ и σ , а использует формулировку задачи расчета поля в виде краевой задачи (1) — (4).

Свойства сред и связанные с ними неравенства. Сформулируем условия, при которых сходятся излагаемые ниже итерационные методы расчета поля. Если рассматривается линейная неоднородно анизотропная среда, то достаточные условия сходимости состоят в том, что для каждой точки анизотропной среды тензор магнитной проницаемости представляется в виде вещественной симметричной положительно определенной матрицы, т. е. для произвольного трехмерного вектора $\vec{\xi}$ и любой точки анизотропной среды, должны выполняться

неравенства

$$m |\vec{\xi}|^2 \leq (\hat{\mu} \vec{\xi}, \vec{\xi}) \leq M |\vec{\xi}|^2. \quad (10)$$

Величины m и M могут быть истолкованы как минимальное и максимальное для всех точек среды значения проницаемости по главным осям.

Для нелинейной ферромагнитной среды достаточные условия сходимости состоят в том, что в каждой точке свойства этой среды должны описываться однозначной зависимостью $\vec{B}(\vec{H})$, для которой при любых \vec{H} матрица Якоби $\hat{Y} = \left\{ \frac{\partial B_{x_i}}{\partial H_{x_j}} \right\}$, ($x=x_1, y=x_2, z=x_3$) является вещественной симметричной положительно определенной матрицей, т. е. для любого вектора $\vec{\xi}$, любого \vec{H} и любой точки среды

$$m |\vec{\xi}|^2 \leq (\hat{Y}(\vec{H}) \vec{\xi}, \vec{\xi}) \leq M |\vec{\xi}|^2. \quad (11)$$

Очевидно, что для линейной анизотропной среды $\hat{Y} = \hat{\mu}$, поэтому неравенство (10) можно рассматривать как частный случай неравенства (11).

Поясним, что сформулированные условия являются весьма общими. Так симметрия матрицы Якоби следует из безгистерезисности ферромагнитной среды. Приведем простое доказательство этого утверждения. Из безгистерезисности среды следует, что при циклическом перемагничивании ее элементарного объема потери энергии отсутствуют, т. е.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{B} = 0, \quad (12)$$

где L — произвольный замкнутый контур в \vec{H} -пространстве, S — другой стороны,

$$0 = \oint_L d(\vec{H}, \vec{B}) = \oint_L \vec{H} d\vec{B} + \oint_L \vec{B} d\vec{H},$$

откуда с учетом (12) находим

$$\oint_L \vec{B} d\vec{H} = 0, \quad (13)$$

т. е. поле индукции \vec{B} является безвихревым в \vec{H} -пространстве. Поэтому для $i \neq j$ имеем

$$\frac{\partial B_{x_i}}{\partial H_{x_j}} - \frac{\partial B_{x_j}}{\partial H_{x_i}} = 0, \quad (14)$$

что и выражает симметрию матрицы Якоби.

Поясним физический смысл неравенств (11). Пусть в некоторой точке состояние безгистерезисной ферромагнитной среды характеризуется векторами \vec{B} и \vec{H} . Если напряженность поля в этой точке получит приращение $\Delta \vec{H}$, составляющее угол θ с \vec{H} , то возникает соответствующее приращение $\Delta \vec{B}$. Можно показать, что неравенства (11) будут выполнены, если для любых \vec{B} , \vec{H} , θ , $\Delta \vec{B}$ и $\Delta \vec{H}$ справедливы оценки:

$$m_1 |\Delta \vec{H}| \leq |\Delta \vec{B}| \leq M |\Delta \vec{H}|, \quad (15)$$

$$\cos(\Delta \vec{B}, \Delta \vec{H}) \geq m_2, \quad m = m_1 m_2. \quad (16)$$

Правое неравенство (15) отражает явление насыщения, т. е. для любых фиксированных \vec{B} , \vec{H} и θ зависимость $|\Delta \vec{B}| = f(|\Delta \vec{H}|)$ расположена под прямой, тангенс угла наклона которой равен M . Левое неравенство (15) означает, что насыщение не может быть полным, т. е. для любых фиксированных \vec{B} , \vec{H} и θ зависимость $|\Delta \vec{B}| = f(|\Delta \vec{H}|)$ является монотонно возрастающей и расположена над прямой, тангенс угла наклона которой равен m_1 . Неравенство (16) выражает корре-

лированность по направлению векторов $\Delta \vec{B}$ и $\Delta \vec{H}$, т. е. при любых \vec{B} , \vec{H} , θ , $\Delta \vec{B}$ и $\Delta \vec{H}$ угол между $\Delta \vec{B}$ и $\Delta \vec{H}$ является острым и не может быть больше, чем некоторый угол $\psi < \frac{\pi}{2}$.

Описанные свойства сред, следствием которых являются неравенства (11), представляются естественными и, по-видимому, выполняются для всех пассивных безгистерезисных моделей ферромагнитных сред — изотропных и анизотропных.

При построении итерационных процессов важно знать значения величин m и M . Можно показать, что для изотропной безгистерезисной ферромагнитной среды с зависимостью $\vec{B} = \mu(|\vec{H}|)\vec{H}$ величины M и m определяются по формулам:

$$M = \max_H \mu(H), \quad m = \min_H \mu_d(H) = \min_H \frac{dB}{dH}. \quad (17)$$

Для сред с более сложными зависимостями $\vec{B}(\vec{H})$ значения M и m могут быть определены путем расчета, основанного на том факте, что m и M совпадают соответственно с минимальным и максимальным для всех \vec{H} собственными значениями якобиана, поэтому m и M могут быть определены путем многократного решения кубического характеристического уравнения $\det(\hat{Y} - \lambda \hat{I}) = 0$ в случае пространственных полей и аналогичного квадратного уравнения для плоских полей. Таким путем, например, могут быть найдены m и M для одноосно анизотропной ферромагнитной среды, которой эквивалентуется реальная мелкослойная среда шихтованных сердечников.

Итерационные методы, в которых на каждом приближении необходимо рассчитывать поле в безграничной однородной среде. В предлагаемом итерационном методе напряженность \vec{H}_{k+1} поля, рассчитываемого на $k+1$ приближении, удовлетворяет следующим уравнениям и крайевым условиям:

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^+ = 0, \quad \text{div } \vec{H}_{k+1}^+ = \frac{\rho_{k+1}}{\mu_0}; \quad (18)$$

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^- = \begin{cases} \vec{\delta} \text{ в } V^+, \\ 0 \text{ в } V^- - V^+, \end{cases} \quad \text{div } \vec{H}_{k+1}^- = 0; \quad (19)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_{k+1}^- - \vec{H}_{k+1}^+] = 0, \quad (\vec{n}, \vec{H}_{k+1}^- - \vec{H}_{k+1}^+) = \frac{\sigma_{k+1}}{\mu_0}. \quad (20)$$

Плотности ρ_{k+1} и σ_{k+1} определяются по результатам предыдущего приближения согласно формулам:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - \beta \text{div } \vec{B}_k^+; \quad (21)$$

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \beta(\vec{n}, \vec{B}_k^+ - \mu_0 \vec{H}_k^-), \quad (22)$$

где $\vec{B}_k^+ = \hat{\mu} \vec{H}_k^+$ — для анизотропной среды и $\vec{B}_k^+ = \vec{B}(\vec{H}_k^+)$ — для нелинейной ферромагнитной среды.

Можно доказать, что при любом выборе начального приближения итерационный метод (18) — (22) сходится к решению краевой задачи (1) — (3), если параметр β удовлетворяет неравенствам

$$0 < \beta < \frac{2\mu_0}{M}. \quad (23)$$

При этом сходимость понимается в смысле стремления к нулю интеграла $\int |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV$, в котором интегрирование ведется по всему пространству, а \vec{H} — искомая напряженность поля.

Последовательные приближения (18) — (22) будут сходиться не медленнее, чем геометрическая прогрессия со знаменателем $\alpha = \max \left\{ |1 - \beta|, \left| 1 - \frac{\beta M}{\mu_0} \right| \right\}$.

Наилучшую оценку для скорости сходимости последовательных приближений можно получить, полагая $\beta = \frac{2\mu_0}{M + \mu_0}$; при этом скорость сходимости будет не меньше, чем у геометрической прогрессии со знаменателем $\alpha = \frac{M - \mu_0}{M + \mu_0}$.

Согласно (18) — (20) поле \vec{H}_k может быть найдено по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \vec{H}_k(Q) = & \frac{1}{4\pi} \int_{V^+} \frac{[\vec{\delta}(M), \vec{r}_{MQ}]}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \left\{ \int_{V^+} \rho_k(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dV_M + \right. \\ & \left. + \oint_S \sigma_k(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M \right\}, \quad (24) \end{aligned}$$

после чего согласно (21) — (22) могут быть вычислены ρ_{k+1} и σ_{k+1} и вновь по формуле (24) вычислено следующее приближение \vec{H}_{k+1} .

Отметим, что в математическом отношении близкие к (18) — (22) итерационные методы решения краевых задач для нелинейных эллиптических уравнений рассмотрены в [Л. 15 и 16], при этом в [Л. 16] делается попытка применения развитого там метода к расчету магнитного поля в нелинейной ферромагнитной среде. Итерационный метод (18) — (22) отличается от предложенных в [Л. 15 и 16] методов последовательных приближений следующими существенными моментами:

в [Л. 15 и 16] рассматривались краевые задачи в ограниченных областях и в предложенных там итерационных процессах для нахождения каждого приближения необходимо решать некоторую краевую задачу для уравнения Пуассона; итерационный процесс (18) — (22) позволяет рассчитывать поле во всем неограниченном пространстве, при этом каждое приближение находится значительно проще — путем счета по явным формулам (24), (21), (22);

рассмотренные в [Л. 15 и 16] краевые задачи по своей постановке далеки от реальных магнитостатических задач (так в магнитостатических приложениях из [Л. 16] рассматривается задача Дирихле и не учитывается вихревой характер магнитного поля); построенные в [Л. 15 и 16] итерационные процессы не связаны с физической концепцией вторичных источников;

в приведенном в [Л. 15] наброске доказательства сходимости последовательных приближений имеется ошибка, которая повторена в [Л. 16].

Алгоритм нахождения каждого приближения итерационного процесса (18) — (22) очень прост. Однако преимущества, связанные с простотой вычислений, могут быть нивелированы медленной сходимостью последовательных приближений, которая будет иметь место при больших значениях M/μ_0 . Поэтому итерационный метод (18) — (22) целесообразно применять для таких неоднородно анизотропных сред, у которых малой является величина M/μ_0 (ситуация более типичная, когда рассматриваются электростатические задачи) или в тех задачах, когда анизотропия и неоднородность среды слабо проявлены, т. е. когда величины M и μ

близки друг к другу. При слабо проявленной анизотропии и неоднородности хорошее начальное приближение можно получить, заменяя неоднородно анизотропную среду однородно изотропной средой с проницаемостью $(M+m)/2$ и рассчитывая статическое поле в такой кусочно-однородной изотропной среде. Полученное таким образом начальное приближение целесообразно уточнять с помощью итерационного метода (18)–(22).

При решении нелинейных задач итерационный метод (18)–(22) целесообразно применять для расчета поля в сильно насыщенных магнитных системах, в которых, например, используются сверхпроводящие обмотки. В таких магнитных системах проницаемость принимает малые значения почти во всем объеме ферромагнитной среды и поэтому целесообразно использовать следующий прием ускорения сходимости. Задаемся убывающей последовательностью значений $H^{(i)}$: $H^{(1)} > H^{(2)} > \dots > H^{(i)} > H^{(i+1)} > \dots > 0$ и рассматриваем семейство зависимостей $\mu^{(i)}(H)$, совпадающих для $H > H^{(i)}$ с реальной зависимостью $\mu^{(i)}(H) = \mu(H)$ и продолженных для $H \leq H^{(i)}$ таким образом, что $\mu^{(i)}(H) = \mu(H^{(i)}) = M_i = \text{const}$. При этом $M_1 < M_2 < \dots < M_i < M_{i+1} < \dots < M$. Вместо исходной задачи будем последовательно решать вспомогательные задачи, для которых свойства среды описываются зависимостями $\mu^{(i)}(H)$, и решение каждой предыдущей задачи будем рассматривать как начальное приближение для решения последующей задачи. При этом процесс вычислений может сильно ускориться, поскольку:

для каждой вспомогательной задачи последовательные приближения сходятся быстрее, чем для исходной задачи; для малых i $M_i \ll M$ и преимущество в скорости сходимости может быть значительным;

при переходе от одной вспомогательной задачи к другой скорость сходимости последовательных приближений замедляется, однако это компенсируется наличием хорошего начального приближения;

часто нет необходимости находить решения всех вспомогательных задач, так как, если для i -й вспомогательной задачи $|\vec{H}|$ во всех точках области больше, чем $H^{(i)}$, то очевидно, что решение этой вспомогательной задачи совпадает с решением реальной исходной задачи.

В сильно насыщенных магнитных системах поле часто может быть рассчитано путем последовательного решения нескольких вспомогательных задач.

Ввиду простоты вычислений итерационный метод (18)–(22) целесообразно также использовать для уточнения инженерных расчетов, выполненных на основе соотношений теории магнитных цепей. При этом, как и прежде, для ускорения сходимости следует переходить от реальной зависимости $\mu(H)$ к «укороченной» зависимости, совпадающей с реальной только в диапазоне вероятных значений H . Сам этот диапазон можно оценить исходя из расчетов, выполненных по соотношениям теории магнитных цепей.

В итерационном методе (18)–(22) при переходе от одного приближения к другому пересчитываются плотности скалярных вторичных источников

ρ и σ . Учитывая (5), можно установить другую эквивалентную форму итерационного метода (18)–(22), в которой при переходе от одного приближения к другому будет пересчитываться распределение вектора намагниченности \vec{J}^+ внутри ферромагнитной среды. Такой пересчет осуществляется по следующим соотношениям:

$$\vec{H}_{k+1}^+(Q) = (1 - \beta) \vec{H}_k^+(Q) + \frac{\beta}{4\pi} \text{grad} \int_{V^+} \frac{(\vec{J}_k^+(M), \vec{r}_{MQ})}{r_{MQ}^3} dV_M + \beta \vec{H}^0(Q); \quad (25)$$

$$\vec{J}_{k+1}^+(M) = \vec{J}(\vec{H}_{k+1}^+(M)), \quad (26)$$

а зависимость $\vec{J}^+(M) = \vec{J}(\vec{H}^+(M))$ определяется по зависимости $\vec{B}^+ = \vec{B}(\vec{H}^+)$ согласно формуле

$$\vec{J}^+ = \frac{\vec{B}(\vec{H}^+) - \mu_0 \vec{H}^+}{\mu_0}.$$

Формулы (25) и (26) можно рассматривать как сходящийся с любого начального приближения итерационный метод решения нелинейного интегрального уравнения

$$\vec{H}(\vec{J}^+(M)) = \frac{1}{4\pi} \text{grad} \int_{V^+} \frac{(\vec{J}^+(M), \vec{r}_{MQ})}{r_{MQ}^3} dV_M + \vec{H}^0(Q), \quad (27)$$

тем самым попутно устанавливается и существование решения этого уравнения. Отметим, что уравнение (27) использовалось для численных расчетов полей во многих работах и особенно широко в [Л. 17]. Итерационный метод (25) и (26) открывает новые возможности в использовании этого уравнения для расчета статических полей в нелинейной ферромагнитной среде, особенно при сильном насыщении, когда целесообразно применять описанный выше прием ускорения сходимости.

При экранировании внешних магнитных полей часто применяют тонкостенные ферромагнитные оболочки. Значительная часть силовых линий внешнего магнитного потока затягивается в оболочку и проходит по ней. Этот внутренний и касательный к поверхности оболочки поток приводит к тому, что при переходе через оболочку нормальная составляющая индукции изменяется скачком. Поэтому тонкостенную оболочку можно эквивалентировать простым слоем поверхностных магнитных зарядов η , распределенных по срединной поверхности S оболочки. Исходя из итерационного метода (18)–(22), можно доказать, что для замкнутой оболочки плотность зарядов η может быть найдена с помощью следующего сходящегося с любого начального приближения итерационного метода:

$$\eta_{k+1} = (1 - \beta) \eta_k - \beta h \text{div}_S \vec{B}_k^+, \quad (28)$$

где параметр β удовлетворяет неравенству (23); h — толщина оболочки; $\vec{B}_k^+ = \vec{B}(\vec{H}_k^+)$; $\text{div}_S \vec{B}_k^+$ — поверхностная дивергенция, т. е. если в некоторой

точке S выбрана локальная декартова система координат так, что оси x и y лежат в касательной к S в этой точке плоскости, то

$$\operatorname{div}_S \vec{B}_k^+ = \frac{\partial B_{kx}^+}{\partial x} + \frac{\partial B_{ky}^+}{\partial y}.$$

Напряженность поля на k -м приближении определяется по формуле

$$\vec{H}_k(Q) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \oint_S \eta_k(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M + \vec{H}^0(Q), \quad (29)$$

где $\vec{H}^0(Q)$ — напряженность экранируемого поля, созданного всеми остальными источниками.

Затем согласно (28) определяется плотность η_{k+1} и вновь по формуле (29) определяется $\vec{H}_{k+1}(Q)$ и т. д.

В случае разомкнутых тонкостенных оболочек особые трудности возникают при учете условий на краю оболочки. Поэтому такие задачи требуют отдельного рассмотрения.

Итерационные методы, в которых на каждом приближении необходимо рассчитывать поле в кусочно-однородной среде. Имеется широкий круг задач, для которых итерационный метод (18) — (22) сходится медленно. Это задачи расчета поля в анизотропных средах, у которых отношение M/μ_0 велико, а анизотропия и неоднородность заметно проявлены; а также задачи расчета поля в магнитных системах, ферромагнитная среда которых не очень сильно насыщена. Для указанных задач целесообразно применять другой итерационный метод, обладающий более высокой скоростью сходимости. В этом итерационном методе неоднородно анизотропная или нелинейная ферромагнитная среда заменяется линейной однородно изотропной средой с проницаемостью $\mu_3 = (M + m)/2$ и на каждом приближении рассчитывается статическое поле в такой кусочно-однородной изотропной среде, созданное заданными токами, а также объемными и поверхностными зарядами, распределенными в V^+ и по S (см. рис. 1). Напряженность \vec{H}_{k+1} магнитного поля, рассчитываемого на $k+1$ приближении, удовлетворяет следующим уравнениям и краевым условиям:

$$\operatorname{rot} \vec{H}_{k+1}^+ = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H}_{k+1}^+ = \frac{\rho_{k+1}}{\mu_3}; \quad (30)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_{k+1}^- = \begin{cases} \vec{\delta} & \text{в } V^\delta, \\ 0 & \text{в } V^- - V^\delta, \end{cases} \quad \operatorname{div} \vec{H}_{k+1}^- = 0; \quad (31)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_{k+1}^- - \vec{H}_{k+1}^+] = 0,$$

$$(\vec{n}, \mu_0 \vec{H}_{k+1}^- - \mu_3 \vec{H}_{k+1}^+) = v_{k+1}. \quad (32)$$

Плотности ρ_{k+1} и v_{k+1} определяются по результатам предыдущего приближения:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - \operatorname{div} \vec{B}_k^+; \quad (33)$$

$$v_{k+1} = (\vec{n}, \vec{B}_k^+ - \mu_3 \vec{H}_k^+), \quad (34)$$

где $\vec{B}_k^+ = \mu \vec{H}_k^+$ — для анизотропной среды; $\vec{B}_k^+ = \vec{B}(\vec{H}_k^+)$ — для нелинейной ферромагнитной среды.

Можно доказать, что при любом выборе начального приближения итерационный метод (30) — (34) сходится быстрее, чем геометрическая прогрессия со знаменателем

$$\alpha = \frac{1 - m/M}{1 + m/M}, \quad (35)$$

при этом сходимость понимается в смысле стремления к нулю величины

$$\frac{\mu_3}{\mu_0} \int_{V^+} |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV \int_V |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV.$$

Для численного решения краевой задачи (30) — (32) целесообразно использовать метод интегральных уравнений [Л. 11 и 12]. При этом напряженность \vec{H}_{k+1} будем определять по формуле

$$\begin{aligned} \vec{H}_{k+1}(Q) = & \frac{1}{4\pi} \int_{V^\delta} \frac{[\vec{\delta}(M), \vec{r}_{MQ}]}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_3} \int_{V^+} \rho_{k+1}(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \oint_S \sigma_{k+1}(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M, \end{aligned} \quad (36)$$

в которой плотность σ_{k+1} должна находиться из следующего интегрального уравнения:

$$\begin{aligned} \sigma_{k+1}(Q) - \frac{\lambda}{2\pi} \oint_F \sigma_{k+1}(M) \left[\frac{(\vec{r}_{MQ}, \vec{n}_Q)}{r_{MQ}^3} - \frac{2\pi}{S} \right] dS_M = \\ = \frac{\lambda\mu_0}{2\pi\mu_3} \int_{V^+} \rho_{k+1}(M) \left[\frac{(\vec{r}_{MQ}, \vec{n}_Q)}{r_{MQ}^3} - \frac{2\pi}{S} \right] dV_M + \\ + \frac{\lambda\mu_0}{2\pi} \int_{V^\delta} \frac{(\vec{n}_Q, [\vec{\delta}(M), \vec{r}_{MQ}])}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ + \frac{2\mu_0}{\mu_3 + \mu_0} v_{k+1}(Q); \end{aligned} \quad (37)$$

$$\lambda = \frac{\mu_3 - \mu_0}{\mu_3 + \mu_0}.$$

Интегральное уравнение (37) однозначно разрешимо при любых λ . Вопросы численного решения интегральных уравнений подобного типа рассмотрены в [Л. 11, 12 и 18].

После изложенного можно сформулировать следующий алгоритм нахождения последовательных приближений: по результатам предыдущего приближения \vec{H}_k согласно формулам (33) и (34) определяются плотности ρ_{k+1} и v_{k+1} , затем численно решается интегральное уравнение (37) и находится плотность σ_{k+1} , после чего по формуле (36) вычисляется следующее приближение \vec{H}_{k+1} . За начальное приближение целесообразно принять результаты расчета поля в кусочно-однородной изо-

тропной среде, имеющей в V^+ проницаемость μ_0 , или результаты расчетов, выполненные на основе соотношений теории магнитных цепей.

Из (35) следует, что при расчете поля в анизотропной среде скорость сходимости последовательных приближений (30)–(34) не зависит от отношения M/μ_0 , как это было в итерационном методе (18)–(22), а определяется величиной m/M . При этом даже при сильно проявленной анизотропии и неоднородности, что имеет место, например, при $m/M=0,1$, скорость сходимости будет достаточно высокой: $\alpha < 0,82$.

При применении итерационного метода (30)–(34) для расчета поля в нелинейной ферромагнитной среде можно использовать следующий прием ускорения сходимости. Выберем расширяющую последовательность отрезков $[H_-^{(i)}, H_+^{(i)}]$:

$$0 < \dots < H_-^{(i)} < H_-^{(i+1)} < \dots < H_-^{(1)} < H_-^{(1)} < \dots < H_+^{(i)} < \dots < H_+^{(i+1)} < \dots < H_+^{(1)} < H_+^{(1)} < \dots$$

и рассмотрим семейство зависимостей $\mu^{(i)}(H)$, совпадающих с $\mu(H)$ на отрезках $[H_-^{(i)}, H_+^{(i)}]$ и продолженных за пределами этих отрезков таким образом, что $\mu^{(i)}(H) = \mu(H_-^{(i)}) = M_i$ для $H < H_-^{(i)}$ и $\mu_d(H) = \mu_d(H_+^{(i)}) = m_i$ для $H > H_+^{(i)}$. Вместо исходной задачи будем последовательно решать вспомогательные задачи, для которых свойства среды описываются зависимостью $\mu^{(i)}(H)$, и решение каждой предыдущей задачи будем рассматривать как начальное приближение для решения последующей задачи.

Поскольку $\alpha_i = \frac{1 - m_i/M_i}{1 + m_i/M_i}$ образуют возрастающую последовательность, то итерации для каждой вспомогательной задачи будут сходиться быстрее, чем для исходной задачи; а некоторое снижение скорости сходимости последовательных приближений, происходящее при переходе от одной вспомогательной задачи к другой, будет компенсироваться наличием хорошего начального приближения.

Кроме того, если для решения i -й вспомогательной задачи $H_-^{(i)} \leq |\vec{H}| \leq H_+^{(i)}$, то решение этой задачи совпадает с решением реальной исходной задачи. Первый отрезок $[H_-^{(i)}, H_+^{(i)}]$ целесообразно выбрать совпадающим с диапазоном вероятных значений H , которые можно оценить на основе расчетов, выполненных по соотношениям теории магнитных цепей.

При расчете полей в неоднородно анизотропных средах, для которых отношение M/m очень велико, итерационный процесс (30)–(34) может сходиться медленно. То же явление может иметь место при расчете статических полей в нелинейной ферромагнитной среде, если насыщение последней является очень неравномерным, т. е. если диапазон возможных значений H таков, что для этого диапазона отношение M/m очень велико. Для указанных задач целесообразно использовать другой итерационный метод, обладающий более высокой скоростью сходимости и представляющий собой модификацию метода (30)–(34).

В излагаемом методе область V^+ дробится на N подобластей V_p^+ ($p = 1, 2, \dots, N$). Поверхности, разделяющие области V_q^+ и V_l^+ , обозначаются через S_{ql}^+ . В каждой из подобластей реальная среда заменяется однородной изотропной средой с проницаемостью μ_p . Если реальная среда в V^+ является неоднородной анизотропной, то разбиение на подобласти производится таким образом, чтобы в каждой из подобластей V_p^+ неоднородность и анизотропия среды были как можно слабее проявлены, т. е. чтобы в V_p^+ выполнялись неравенства

$$m_p |\vec{\xi}|^2 \leq (\vec{\mu} \vec{\xi}, \vec{\xi}) \leq M_p |\vec{\xi}|^2 \quad (38)$$

с такими m_p и M_p , что $\max_p \left\{ \frac{M_p - m_p}{M_p + m_p} \right\}$ был как можно меньшим. При этом принимаем $\mu_p = \frac{M_p + m_p}{2}$. Если реальная среда является нелинейной ферромагнитной, то разбиение на подобласти производится таким образом, чтобы для каждой из подобластей V_p^+ насыщение было как можно более равномерным.

Иначе говоря, для каждой V_p^+ диапазон вероятных значений $|\vec{H}|$ должен быть таковым, чтобы в этом диапазоне выполнялись неравенства

$$m_p |\vec{\xi}|^2 \leq (\vec{H} \vec{\xi}, \vec{\xi}) \leq M_p |\vec{\xi}|^2 \quad (39)$$

с такими m_p и M_p , для которых $\max_p \left\{ \frac{M_p - m_p}{M_p + m_p} \right\}$ был как можно меньшим. Для каждой из подобластей V_p^+ вместо реальной зависимости $\mu(H)$ целесообразно использовать «укороченную» зависимость $\mu^{(p)}(H)$, совпадающую с $\mu(H)$ только в диапазоне вероятных значений H и продолженную за пределы этого диапазона так, что $\max_H \mu^{(p)}(H) = M_p$ и $\min_H \mu_d^{(p)}(H) = m_p$.

При этом для каждой V_p^+ принимаем $\mu_p = \frac{M_p + m_p}{2}$.

В предлагаемом итерационном методе на каждом шаге последовательных приближений рассчитывается статическое поле в кусочно-однородной изотропной среде, созданное заданными токами, а также объемными и поверхностными зарядами, распределенными в V_p^+ ($p = 1, 2, \dots, N$) и на поверхностях S и S_{ql}^+ границ раздела сред. Напряженность \vec{H}_{k+1} магнитного поля, рассчитываемого на $k+1$ приближении, удовлетворяет следующим уравнениям и краевым условиям:

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^+ = 0, \quad \text{div } \vec{H}_{k+1}^+ = \frac{\rho_{k+1}}{\mu_p} \quad \text{в } V_p^+ \quad (p = 1, 2, \dots, N); \quad (40)$$

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^- = \begin{cases} \vec{\delta} \text{ в } V^{\delta}, \\ 0 \text{ в } V^- - V^{\delta}, \end{cases} \quad \text{div } \vec{H}_{k+1}^- = 0 \text{ в } V^-; \quad (41)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_{k+1}^- - \vec{H}_{k+1}^+] = 0, \quad (\vec{n}, \mu_0 \vec{H}_{k+1}^- - \mu_p \vec{H}_{k+1}^+) = \nu_{k+1} \text{ на } S; \quad (42)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_{q,k+1}^+ - \vec{H}_{l,k+1}^+] = 0, \quad (\vec{n}, \mu_q \vec{H}_{q,k+1}^+ - \mu_l \vec{H}_{l,k+1}^+) = \nu_{ql}^q \text{ на } S_{ql}^+, \quad (43)$$

где плотности ρ_{k+1} , ν_{k+1} , ν_{ql}^q определяются по результатам предыдущего приближения:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - \text{div } \vec{B}_k^+; \quad (44)$$

$$\nu_{k+1} = (\vec{n}, \vec{B}_k^+ - \mu_p \vec{H}_k^+); \quad (45)$$

$$\nu_{ql}^q = (\vec{n}, \mu_q \vec{H}_{q,k}^+ - \mu_l \vec{H}_{l,k}^+ + \vec{B}_{l,k}^+ - \vec{B}_{q,k}^+). \quad (46)$$

Здесь $\vec{H}_{q,k+1}^+$ и $\vec{H}_{l,k+1}^+$ — предельные на S_{ql}^+ значения \vec{H}_{k+1}^+ соответственно со стороны областей V_q^+ и V_l^+ ; аналогичный смысл имеют $\vec{H}_{l,k}^+$, $\vec{H}_{q,k}^+$, $\vec{B}_{l,k}^+$ и $\vec{B}_{q,k}^+$.

Можно доказать, что при любом выборе начального приближения итерационный метод (40)–(46) сходится быстрее, чем геометрическая прогрессия со знаменателем

$$\alpha = \max_p \left\{ \frac{1 - m_p/M_p}{1 + m_p/M_p} \right\};$$

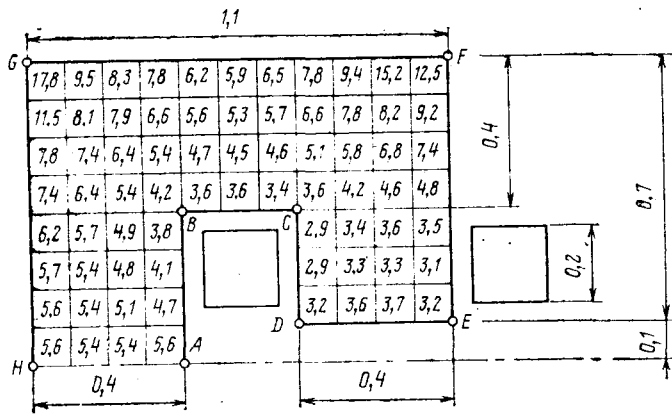


Рис. 2.

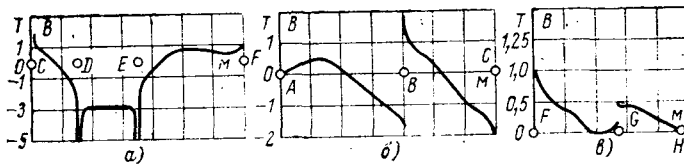


Рис. 3.

при этом сходимость понимается в смысле стремления к нулю величины

$$\sum_{p=1}^N \frac{1}{\mu_0} \int_{V^+} |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV + \int_{V^-} |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV,$$

где \vec{H} — искомая напряженность.

Очевидно, что соответствующим разбиением области V^+ можно добиться того, что для каждой подобласти V^+_p величины m_p и M_p будут существенно ближе друг к другу, чем M к m , поэтому итерационный метод (40)–(46) будет сходиться существенно быстрее, чем метод (30)–(34).

При решении краевой задачи (40)–(46) напряженность целесообразно представлять в виде

$$\begin{aligned} \vec{H}_{k+1}(Q) = & \frac{1}{4\pi} \int_{V^+} \frac{[\vec{\delta}(M), \vec{r}_{MQ}]}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \sum_{p=1}^N \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V^+_p} \rho_{k+1}(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dV_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \oint_S \sigma_{k+1}(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M + \\ & + \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S^+} \sigma_{k+1}^+(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^3} dS_M, \end{aligned} \quad (47)$$

где S^+ — поверхность, состоящая из всевозможных поверхностей $S_{q_i}^+$, разделяющих между собой подобласти V^+_p .

Для определения плотностей σ_{k+1} и σ_{k+1}^+ можно использовать интегральное уравнение, аналогичное уравнению (37); при этом сам алгоритм нахождения последовательных приближений (40)–(46) будет таким же, как и для итерационного метода (30)–(34).

Полезно отметить, что из (43) и (46) следует, что при $k \rightarrow \infty$ плотность $\sigma_{k+1}^+ \rightarrow 0$, т. е. в пределе выражение (47) переходит в (9).

При расчете полей в неоднородно анизотропных средах, в каждой точке которых анизотропия сильно проявлена, итерационный метод (40)–(46) может сходиться медленно. То же явление может иметь место при расчете статических полей в нелинейно анизотропной ферромагнитной среде с резко проявленными анизотропными свойствами (например, при расчете поля в одноосно анизотропной среде, эквивалентирующей мелкослоистую среду шихтованных сердечников). Для указанных задач целесообразно использовать итерационный метод, в котором неоднородно анизотропная или нелинейно анизотропная среда в V^+ заменяется однородно анизотропной средой. При построении этого метода используется более подробная информация о свойствах среды, чем та, которую можно почерпнуть из оценок (10) и (11). Эта информация основана на следующих более точных оценках, справедливых для каждой точки среды:

$$(\hat{m} \vec{E}, \vec{E}) \leq (\hat{\mu} \vec{E}, \vec{E}) \leq (\hat{M} \vec{E}, \vec{E}); \quad (48)$$

$$(\hat{m} \vec{E}, \vec{E}) \leq (\hat{Y}(\vec{H}) \vec{E}, \vec{E}) \leq (\hat{M} \vec{E}, \vec{E}), \quad (49)$$

где \hat{m} и \hat{M} — диагональные матрицы с постоянными коэффициентами m_{ii} и M_{ii} .

В предлагаемом итерационном методе среда в области V^+ заменяется однородно анизотропной средой с тензором магнитной проницаемости $\hat{\mu}_s = \frac{1}{2}(\hat{M} + \hat{m})$ и на каждом шаге последовательных приближений рассчитывается статическое поле в такой кусочно-однородно анизотропной среде, созданное заданными токами, а также объемными и поверхностными зарядами, распределенными в области V^+ и на ее поверхности S . Напряженность \vec{H}_{k+1} магнитного поля, рассчитываемого на $k+1$ приближении, удовлетворяет следующим уравнениям и краевым условиям:

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^+ = 0, \quad \text{div}(\hat{\mu}_s \vec{H}_{k+1}^+) = \rho_{k+1}; \quad (50)$$

$$\text{rot } \vec{H}_{k+1}^- = \begin{cases} \vec{\delta} \text{ в } V^+, \\ 0 \text{ в } V^- - V^+, \end{cases} \quad \text{div } \vec{H}_{k+1}^- = 0; \quad (51)$$

$$[\vec{n}, \vec{H}_{k+1}^- - \vec{H}_{k+1}^+] = 0,$$

$$(\vec{n}, \mu_0 \vec{H}_{k+1}^- - \hat{\mu}_s \vec{H}_{k+1}^+) = \nu_{k+1}, \quad (52)$$

где плотности ρ_{k+1} и ν_{k+1} определяются по результатам предыдущего приближения:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - \text{div } \vec{B}_k^+; \quad (53)$$

$$\nu_{k+1} = (\vec{n}, \vec{B}_k^+ - \hat{\mu}_s \vec{H}_k^+), \quad (54)$$

а $\vec{B}_k^+ = \hat{\mu} \vec{H}_k^+$ — для линейной анизотропной среды; $\vec{B}_k^+ = \vec{B}(\vec{H}_k^+)$ — для анизотропно нелинейной среды.

Можно доказать, что при любом выборе начального приближения, итерационный метод (50) — (54) сходится быстрее, чем геометрическая прогрессия со знаменателем $\alpha = \max_i \frac{M_{ii} - m_{ii}}{M_{ii} + m_{ii}}$, при этом сходимость понимается в смысле стремления к нулю величины

$$\int_{V^+} |\vec{H} - \vec{H}_k| dV + \mu_0 \int_{V^-} |\vec{H} - \vec{H}_k|^2 dV.$$

Очевидно, что для анизотропных сред V^+ числа M_{ii} и m_{ii} могут быть значительно ближе друг к другу, чем число M к m из оценок (10) и (11). Поэтому итерационный метод (50) — (54) будет сходиться существенно быстрее, чем методы (30) — (34) и (40) — (46).

Для решения краевой задачи (50) — (52) можно использовать предложенный в [Л. 11 и 13] метод расчета статических полей в кусочно-однородных анизотропных средах.

В тех задачах, в которых на фоне локально резко выраженной анизотропии среды сильно проявлена неоднородность или имеет место сильная неравномерность насыщения среды, целесообразно применять модификацию итерационного метода (50) — (54), в которой среда в V^+ заменяется кусочно-однородной анизотропной средой. Такая модификация метода (50) — (54) строится подобно итерационному методу (40) — (46).

Пример расчета. В качестве иллюстрации рассмотрим применение итерационного метода (18) — (22) к расчету плоскопараллельного магнитного поля в сильно насыщенной С-образной магнитной системе, показанной на рис. 2. Подобные магнитные системы используются, например, при построении циклических ускорителей элементарных частиц. Стремление повысить интенсивность магнитного поля приводит к необходимости использования сверхпроводящих обмоток. При этом, несмотря на глубокое насыщение железа, применение магнитопровода целесообразно, так как позволяет существенно повысить напряженность поля в рабочей области-зазоре и к тому же в определенной степени экранирует внешнее поле.

Магнитное поле в системе, показанной на рис. 2, рассчитывалось при токе в обмотках, равном $9,2 \cdot 10^5$ А. Кривая намагничивания стали принималась такой же, как и в [Л. 5]. Расчеты проводились при двух различных начальных приближениях, за которые принимались распределения поля в системе при проницаемости магнитопровода, равной соответственно μ_0 и $5\mu_0$. Итерационный метод (18) — (22) использовался вместе с описанным ранее приемом ускорения сходимости. При разных начальных приближениях последовательные приближения привели к одному и тому же результату. На рис. 2 показано разбиение на участки площади поперечного сечения магнитопровода, использованное при численном расчете. Там же приведены средние для каждого участка значения относительной проницаемости. На рис. 3 приведены графики изменения нормальной составляющей индукции по контуру магнитопровода.

Заключение. Выше обсуждалась численная реализация предложенных итерационных процессов, основанная на использовании интегральных методов расчета поля. Однако предложенные итерационные процессы могут быть полезны и при применении других численных методов, например, метода Галеркина или метода конечных элементов. Предложенные методы открывают новые возможности для математического моделирования статических полей в неоднородных анизотропных и нелинейных средах с использованием моделирующих установок с однородными средами. Все эти вопросы требуют отдельного рассмотрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основная тематика журнала «Электричество» на 1976—1980 гг. — Электричество, 1976, № 6, с. 91—93.
2. Нетушил А. В. Электрические поля в анизотропных средах. — Электричество, 1950, № 3.
3. Нетушил А. В. Электромагнитные поля в анизотропных средах. — Изв. вузов. Электромеханика, 1962, № 5, с. 475—489.
4. Демирьян К. С., Солнышкин Н. И. Расчет трехмерных магнитных полей методом конечных элементов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 5.
5. Меерович Э. А., Васильев К. М. Исследование магнитной системы индуктивного накопителя с ферромагнитным кожухом при учете насыщения. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 3, с. 140—149.
6. Лалыженская О. А. Краевые задачи математической физики. Наука, 1973.
7. Воронич И. И., Красовский Ю. П. О методе упругих решений. — Доклады АН СССР, 1959, № 4, т. 126, с. 740—743.
8. Тамм И. Е. Основы теории электричества. Наука, 1976.
9. Поливанов К. М. Ферромагнетики. М.: Госэнергоиздат, 1957.
10. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, 1948.
11. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. Киев: Техника, 1974.
12. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975.
13. Маергойз И. Д. Расчет статических полей в кусочно-однородных анизотропных средах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 2, с. 117—124.
14. Маергойз И. Д. Интегральные уравнения для расчета трехмерного квазистационарного электромагнитного поля. — Изв. вузов. Электромеханика, 1972, № 7, с. 687—696.
15. Кошелев А. И. О сходимости метода последовательных приближений для квазилинейных эллиптических уравнений. — Доклады АН СССР, 1962, т. 142, № 5, с. 1007—1010.
16. Сапоговас М. П. Метод конечных разностей для решения квазилинейных эллиптических уравнений с разрывными коэффициентами. — Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965, т. 5, № 4.
17. Пеккер И. И. К расчету магнитных систем методом интегрирования по источникам поля. — Изв. вузов. Электромеханика, 1968, № 9.
18. Маергойз И. Д. Расчет электростатических полей методом интегральных уравнений II рода. — Электричество, 1975, № 12, с. 11—15.

¹ Приводимый расчет был выполнен И. Г. Юхимовым.

Алгоритм расчета электрических распределительных сетей автономных систем

КРИВЕНЦЕВ В. И.

Московский институт инженеров гражданской авиации

Системы распределения электрической энергии современных транспортных средств достаточно развиты. Вместе с тем они обладают рядом отличительных особенностей, к числу которых относятся заметное влияние их показателей на эффективность транспортного средства, использование сетей разного рода тока с неодинаковыми уровнями допустимых потерь напряжения [Л. 1], выполнение участков сети проводами с разными проводящими свойствами, возможным различием числа параллельных линий на участках, простотой монтажа проводов (в жгутах или россыпью) и т. д. В процессе конструктивного совершенствования транспортного средства его система распределения электрической энергии подвергается многократным перестройкам. При этом имеет большое значение широкое использование ЦВМ для целей ускорения процесса проектирования и расчета распределительных электрических сетей.

За последнее время в связи с использованием ЦВМ для целей автоматизации проектирования систем все чаще обращаются к методам программированной оптимизации, в том числе и целочисленной. Так, в [Л. 2] предложен общий подход к рассматриваемой задаче, который, в частности, учитывает дискретность шкалы проводов, требования надежности и т. п. Однако реализация этого подхода требует разработки специальных программ для ЦВМ, чего можно избежать, если для решения этой задачи использовать математическую модель в виде системы нелинейных алгебраических уравнений. Предлагаемая в статье методика отличается от ранее опубликованной в [Л. 3] тем, что допустимые потери напряжения для различных потребителей одной и той же сети принимаются неодинаковыми.

Метод оптимизации электрических сетей транспортных средств. Задача построения оптимальной системы распределения электрической энергии на транспортном средстве формулируется следующим образом. Получить условный минимум критерия в расчетной сети в форме стартовой массы или приведенных затрат [Л. 2 и 3], считая, что выбранный критерий эффективен: учитывает особенности транспортного средства, выражается через параметры оптимизации в виде

$$K(\delta U) = A_0 \sum_{i=1}^N m_i l_i n_i + \\ + A' \sum_{i=1}^N \frac{m_i \omega_{0i} l_i^2 \cos \varphi_i}{\zeta_i \gamma_i} \cdot \frac{I_i}{\delta U_i} + \\ + \sum_{i=1}^N B_i \frac{m_i \tau_i}{\zeta_i \cos \varphi_i} I_i \delta U_i \quad (1)$$

и находится в области, заданной дисциплинирующими ограничениями

$$\|g_i\| = \|C\| \|\zeta_i \delta U_i\| - \|\delta U_{1,j}\| = 0, \quad (2)$$

и неравенствами:

$$\left. \begin{aligned} \|F_1(\delta U)\| &= \|\delta U_{\text{в}}\| - \|\delta U_i\| \geq 0; \\ \|F_2(\delta U)\| &= \|\delta U_{\text{н}}\| - \|\delta U_i\| \geq 0; \\ \|F_3(\delta U)\| &= \|\delta U_{\text{с}}\| - \|\delta U_i\| \geq 0; \\ \|F_4(\delta U)\| &= \|\delta U_{\text{м}}\| - \|\delta U_i\| \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $i=1, 2, 3, \dots, N$ — номер участка сети; $j=A+1, A+2, N$ — номер потребителя электрической энергии; A_0, A' и B — коэффициенты, характеризующие либо технико-экономические показатели транспортного средства и проводов, либо их массовые характеристики; $n_i, m_i, l_i, \omega_{0i}, \cos \varphi_i, I_i, \zeta_i, \gamma_i, \tau_i, \delta U_i$ — число параллельных линий, число фаз, длина линии, объемная плотность изолированного провода, коэффициент мощности, ток, коэффициент избыточности, проводимость провода, время максимальных потерь, потери напряжения на i -м участке сети соответственно; $\|g_i\| = \|g_{A+1}(\delta U), \dots, g_N(\delta U)\|^T$ — вектор ограничений, τ — знак транспонирования матрицы-строки; $\|C\|$ — прямоугольная матрица соединений участков сети; $\|\delta U_{1,j}\|$ — вектор-столбец допустимых потерь напряжения в активном сопротивлении провода; $\|\delta U_{\text{в}}\|, \|\delta U_{\text{н}}\|, \|\delta U_{\text{с}}\|, \|\delta U_{\text{м}}\|$ — векторы-столбцы потерь напряжения на активном сопротивлении провода, регламентированы условиями экономичности, нагрева, срабатывания защитных устройств и механической прочности.

Коэффициент избыточности определяется по числу параллельных линий:

$$\zeta_i, n_i > 1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{n_i}}. \quad (4)$$

Целевая функция (1) в области, заданной ограничениями (2) и (3), непрерывна и нелинейна относительно переменных δU_i . Следовательно, она имеет экстремум. Задача поиска экстремума может быть решена методом постоянных множителей Лагранжа. При этом безусловная функция определяется в области, ограниченной компактным множеством

$$M = \{\delta U / g_i(\delta U) = 0, \delta U_i > 0, j = A+1, A+2, \dots, N\}, \quad (5)$$

в форме функции Лагранжа

$$\Phi(\delta U) = K(\delta U) + \sum_{j=A+1}^N r_j g_j(\delta U). \quad (6)$$

В решении используется только одно ограничение типа $\|\delta U\| > 0$ и вектор граничных условий, представляемый вектором-функцией связи (2).

Функция $\Phi(\delta U)$ исследуется на безусловный экстремум на основе необходимого условия его су-

существования

$$\nabla \Phi(\delta U) = 0, \quad (7)$$

где ∇ — оператор дифференцирования, и на основе обеспечения достаточного условия существования ее минимума в точке экстремума:

$$\|Y\|^T \nabla^2 \Phi(\delta U) \|Y\| > 0, \quad (8)$$

где $\|Y\|$ — любой вектор-столбец, отличный от нуля.

Так как $\Phi(\delta U)$ удовлетворяет условиям (7) и (8), то можно считать, что в стационарной точке имеет место минимум функции Лагранжа. Применительно к магистральной электрической сети (рис. 1) минимум безусловной функции Лагранжа описывается следующей совокупностью нелинейных уравнений [Л. 4]:

$$\begin{aligned} & A' \left(\frac{k_1 I_1}{\delta U_1^2} - \sum_{i=A+1}^{i=B} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} - \sum_{i=B+1}^{i=C} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} - \dots - \sum_{i=M+1}^{i=N} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} \right) = B_1 b_1 I_1 - \\ & - \sum_{i=A+1}^B B_i b_i I_i - \sum_{i=B+1}^C B_i b_i I_i - \dots - \sum_{i=M+1}^N B_i b_i I_i; \\ & A' \left(\frac{k_2 I_2}{\delta U_2^2} - \sum_{i=B+1}^{i=C} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} - \dots - \sum_{i=M+1}^{i=N} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} \right) = B_2 b_2 I_2 - \sum_{i=B+1}^C B_i b_i I_i - \\ & - \dots - \sum_{i=M+1}^N B_i b_i I_i; \\ & \dots \\ & A' \left(\frac{k_A I_A}{\delta U_A^2} - \sum_{i=M+1}^{i=N} \frac{k_i I_i}{\delta U_i^2} \right) = B_A b_A I_A - \sum_{i=M+1}^N B_i b_i I_i; \\ & \|C\| \|\zeta_i \delta U_i\| - \|\delta U_{1,j}\| = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

здесь

$$k_i = \frac{m_i l_i^2 \omega_{0i} \cos \varphi_i}{\zeta_i \gamma_i}; \quad b_i = \frac{m_i r_i}{\zeta_i \cos \varphi_i}; \quad (11)$$

$\|C\|$ — прямоугольная матрица размером $(N-A) \times N$, учитывает топологические свойства электрической сети и указывает на последовательность соединения участков в сети в направлении от точки регулируемого напряжения до потребителя электрической энергии. Наличие в последовательной цепи участка обозначается в ней единицей, а отсутствие — нулем.

Системы нелинейных уравнений, описываемых оптимальное состояние в сети (9), и линейных

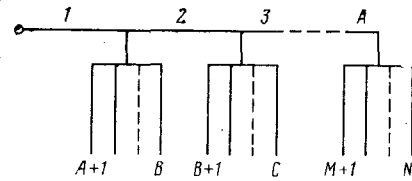


Рис. 1.

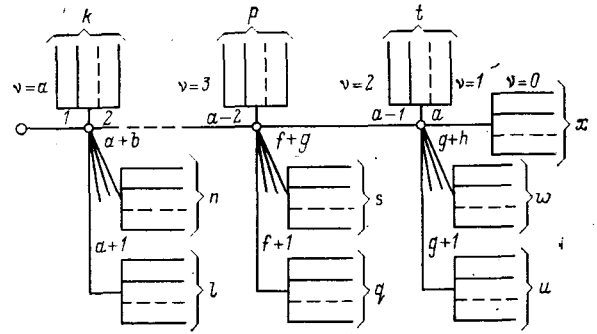


Рис. 2.

уравнений (10) при $\|\delta U\| > 0$ полностью определяют вектор искомого решения:

$$\|\delta U^0\| = \|\delta U_1^0, \delta U_2^0, \dots, \delta U_N^0\|. \quad (12)$$

Приведение разветвленных электрических сетей к сети магистрального типа посредством исключения переменных. Для решения системы нелинейных уравнений на ЦВМ можно воспользоваться обобщенным методом Ньютона, обращаясь к стандартным программам. Если соответствующие стандартные программы отсутствуют, то можно воспользоваться частичным преобразованием системы распределения электрической энергии путем приведения разветвленной электрической сети к сети магистрального типа. При этом становится возможным использовать малые вычислительные машины.

Приведение разветвленной сети к сети магистрального типа предусматривает приближенное решение задачи и основано на допущении одинаковости потерь напряжения от точки регулируемого напряжения до потребителя на некоторых участках разветвленной сети и одинаковости оптимальных расчетных потерь напряжения на активных сопротивлениях ее разветвленных участков.

Применительно к электрической сети, изображенной на рис. 2, принимаются одинаковыми допустимые потери напряжения, приходящиеся на их активные сопротивления, для следующих пакетов потребительских линий: $\{k\}$, $\{n\}$, ..., $\{l\}$, ..., $\{p\}$, ..., $\{s\}$, ..., $\{q\}$, $\{t\}$, $\{w\}$, ..., $\{u\}$, $\{x\}$, т. е. $\delta U_k \approx \delta U_{k-1} \approx \delta U_{k-2}, \dots, \delta U_p \approx \delta U_{p-1} \approx \delta U_{p-2}, \dots, \delta U_x \approx \delta U_{x-1} \approx \delta U_{x-2}, \dots$. Тогда величины потерь напряжения в системе уравнений (9) выносятся за знаки сумм, а суммы заменяются произведением векторов $\|k\|$ и $\|l\|$.

Так, например, для участков сети a и $\{x\}$ на рис. 2 уравнение оптимального состояния записывается в более компактном виде:

$$\frac{k_a I_a}{\delta U_a^2} - \frac{\|k_x\|^T \|l_x\|}{\delta U_x^2} = C_a, \quad (13)$$

где

$$C_a = \frac{1}{A^r} (B_a b_a I_a - \|B_x b_x\|^T \|I_x\|), \|k_x\|^T,$$

 $\|I_x\|$ — векторы-столбцы.

Из (13) можно получить

$$\frac{\delta U_a}{\delta U_x} = \varepsilon_{ax} T_{ax} = \sqrt{1 - \frac{C_a \delta U_a^2}{k_a I_a}} \sqrt{\frac{k_a I_a}{\|k_x\|^T \|I_x\|}}, \quad (14)$$

где

$$\varepsilon_{ax} = \sqrt{1 - \frac{C_a \delta U_a^2}{k_a I_a}};$$

$$T_{ax} = \sqrt{\frac{k_a I_a}{\|k_x\|^T \|I_x\|}}.$$

Здесь ε_{ax} — коэффициент; T_{ax} — коэффициент распределения потерь напряжения. Величина ε_{ax} зависит от времени максимальных потерь τ . При малой продолжительности протекания максимального тока $\varepsilon_{ax} \approx 1$. В общем случае ε_{ax} зависит и от распределения потерь напряжения на магистральных участках сети. Следовательно, при его вычислении возможна и итеративная процедура. Для

устранения неопределенности на первой итерации целесообразно принять значение ε_{ax} , соответствующее $\delta U_a = 1$ В.

Используя уравнение оптимального состояния в сети, можно выразить потери напряжения на магистральном участке сети $a-1$ также через δU_x .

В самом деле, для узловой точки за участком $a-1$ можно записать:

$$\frac{k_{a-1} I_{a-1}}{\delta U_{a-1}^2} - \frac{\|k_t\|^T \|I_t\|}{\delta U_t^2} - \frac{k_a I_a}{\delta U_a^2} - \sum_{\alpha=u}^{\alpha=w} \frac{\|k_\alpha\|^T \|I_\alpha\|}{\delta U_\alpha^2} = C_{a-1}. \quad (15)$$

Учитывая, что

$$\delta U_t = \delta U_a + \delta U_x = (1 + \varepsilon_{ax} T_{ax}) \delta U_x;$$

$$\delta U_{g+1} + \delta U_u = \delta U_a + \delta U_x = (1 + \varepsilon_{ax} T_{ax}) \delta U_x;$$

$$\delta U_{g+h} + \delta U_w = \delta U_a + \delta U_x = (1 + \varepsilon_{ax} T_{ax}) \delta U_x,$$

ν	Коэффициент распределения	Поправочный коэффициент
0	$T_{xx} = \delta U_x / \delta U_x$	$\varepsilon_{xx} = 1$
1	$T_{ax} = \sqrt{\frac{k_a I_a}{\ k_x\ ^T \ I_x\ }}$	$\varepsilon_{ax} = \sqrt{1 - \frac{C_a \delta U_a^2}{k_a I_a}}$
2	$T_{(a-1)x} = \sqrt{\frac{k_{a-1} I_{a-1}}{\frac{k_a I_a}{\varepsilon_{ax}^2 T_{ax}^2} + \frac{1}{(1 + \varepsilon_{ax} T_{ax})^2} \left\{ \ k_t\ ^T \ I_t\ + \sum_{\alpha=u}^{\alpha=w} \ k_\alpha\ ^T \times \right. \\ \left. \times \ I_\alpha\ [1 + \varepsilon_{(g+i)a} T_{(g+i)a}]^2 \right\}}}$	$\varepsilon_{(a-1)x} = \sqrt{1 - \frac{C_{a-1} \delta U_{a-1}^2}{k_{a-1} I_{a-1}}}$
3	$T_{(a-2)x} = \sqrt{\frac{k_{a-2} I_{a-2}}{\frac{k_{a-1} I_{a-1}}{\varepsilon_{(a-1)x}^2 T_{(a-1)x}^2} + \frac{1}{[1 + \varepsilon_{ax} T_{ax} + \varepsilon_{(a-1)x} T_{(a-1)x}]^2} \times \\ \times \left\{ \ k_p\ ^T \ I_p\ + \sum_{\alpha=q}^{\alpha=S} \ k_\alpha\ ^T \ I_\alpha\ [1 + \varepsilon_{(f+i)a} T_{(f+i)a}]^2 \right\}}}$	$\varepsilon_{(a-2)x} = \sqrt{1 - \frac{C_{a-2} \delta U_{a-2}^2}{k_{a-2} I_{a-2}}}$
a	$T_{1x} = \sqrt{\frac{k_1 I_1}{\frac{k_2 I_2}{\varepsilon_{2x}^2 T_{2x}^2} + \frac{1}{[1 + \varepsilon_{ax} T_{ax} + \dots + \varepsilon_{2x} T_{2x}]^2} \left\{ \ k_k\ ^T \ I_k\ + \right. \\ \left. + \sum_{\alpha=l}^{\alpha=n} \ k_\alpha\ ^T \ I_\alpha\ [1 + \varepsilon_{(a+i)a} T_{(a+i)a}]^2 \right\}}}$	$\varepsilon_{1x} = \sqrt{1 - \frac{C_1 \delta U_1^2}{k_1 I_1}}$

найдем

$$\delta U_u = \frac{1 + \varepsilon_{ax} T_{ax}}{1 + \varepsilon_{(g+1)u} T_{(g+1)u}} \delta U_x;$$

.....

$$\delta U_w = \frac{1 + \varepsilon_{ax} T_{ax}}{1 + \varepsilon_{(g+h)w} T_{(g+h)w}} \delta U_x.$$

Здесь

$$T_{(g+1)u} = \sqrt{\frac{k_{g+1} I_{g+1}}{\|k_u\|^T \|I_u\|}}, \dots, T_{(g+h)w} = \sqrt{\frac{k_{g+h} I_{g+h}}{\|k_w\|^T \|I_w\|}}.$$

Подставляя в (15) выражение для δU_t , δU_a , δU_u , ..., δU_w , получим рекуррентное соотношение для коэффициента распределения:

$$T_{(a-1)x} = \sqrt{\frac{k_{a-1} I_{a-1}}{\frac{k_a I_a}{(\varepsilon_{ax} T_{ax})^2} + (1 + \varepsilon_{ax} T_{ax})^2 \times \left\{ \|k_t\|^T \|I_t\| + \sum_{\substack{\alpha=w \\ i=n \\ \alpha=u \\ i=1}}^{\alpha=w \\ i=n} \|k_\alpha\|^T \|I_\alpha\| [1 + \varepsilon_{(g+i)\alpha} T_{(g+i)\alpha}]^2 \right\}}}.$$

В соответствии с выражением (14) можно установить, что

$$\varepsilon_{(a-1)x} = \sqrt{1 - \frac{C_{a-1} \delta U_{a-1}^2}{I_{a-1} k_{a-1}}},$$

где

$$C_{a-1} = \frac{1}{A'} (B_{a-1} b_{a-1} I_{a-1} - \|B_t b_t\|^T \|I_t\| - \|B_u b_u\|^T \|I_u\| - \dots - \|B_w b_w\|^T \|I_w\| - \|B_x b_x\|^T \|I_x\|).$$

По аналогии с вышеизложенным можно также установить обобщенное рекуррентное соотношение для вычисления коэффициентов распределения соответствующих всем последующим магистральным участкам сети (рис. 2), расположенным в порядке $v=2, 3, 4, \dots, a$:

$$T_{(a+1-v)x} = \sqrt{\frac{k_{a+1-v} T_{a+1-v}}{\frac{k_{a+(2-v)} I_{a+(2-v)}}{\{\varepsilon_{[a+(2-v)]x} T_{[a+(2-v)]x}\}^2} + \frac{1}{\left\{1 + \sum_{\substack{\alpha=w, s, \dots, n \\ i=h, g, \dots, b}}^{\alpha=w, s, \dots, n \\ i=h, g, \dots, b}} \varepsilon_{[a+(2-v)]x} T_{[a+(2-v)]x}\right\}^2} \left\{ \|k_\beta\|^T \|I_\beta\| + \sum_{\substack{\alpha=u, g, \dots, l \\ i=1}}^{\alpha=w, s, \dots, n \\ i=h, g, \dots, b}} \|k_\alpha\|^T \|I_\alpha\| [1 + \varepsilon_{(\tau+l)\alpha} T_{(\tau+l)\alpha}]^2 \right\}}} \quad (16)$$

Здесь $\beta=t, p, \dots, k$; $\gamma=g, f, \dots, a$; $\beta \rightarrow v$, $\gamma \rightarrow u$.

На основе (16) в таблице приведены формулы для вычисления рекуррентных соотношений и коэффициентов ε для сети, изображаемой на рис. 2.

Посредством коэффициентов распределения и коэффициентов ε можно исключить все переменные

на участках разветвленной сети с одинаковой допустимой потерей напряжения, выразив их через δU_x .

В эффективности метода можно убедиться на примере, приведенном в конце статьи.

Приведение электрических сетей разного уровня напряжения и рода тока к базисным уровню напряжения и роду тока. Системы распределения электрической энергии современных транспортных средств представляют собой совокупность первичных, вторичных, а иногда третичных связанных между собой систем распределения. Преобразование электрической энергии в них осуществляется посредством нерегулируемых статических трансформаторов и трансформаторно-выпрямительных устройств.

В системах такого типа оптимальное распределение потерь напряжения в электрической сети одного напряжения или рода тока зависит от оптимального распределения потерь напряжения в сети другого напряжения и рода тока. Поэтому оптимизационные расчеты должны производиться для всей системы распределения электрической энергии в целом, а не в отдельности. Важной при этом является процедура приведения параметров электрической сети с разными уровнями напряжения и родом тока к одному базисному напряжению и роду тока.

За базисные параметры удобно принять параметры первичной электрической сети, выполняемой на переменном токе повышенного напряжения.

Пользуясь известным способом приведения параметров вторичной обмотки трансформатора к первичной, можно выразить параметры вторичной сети через базисные.

Так, для активных сопротивлений i -х участков сети

$$r'_i = r_i k_\tau^2 = \frac{l_i k_\tau}{\gamma s_i / k_\tau} = \frac{l_i}{\gamma s_i},$$

а для реактивных

$$x'_i = x_{oi} l_i k_\tau^2 = x'_{oi} l'_i,$$

где $k_\tau = U_\beta / U$ — отношение базисного напряжения к напряжению вторичной сети (коэффициент трансформации); $l'_i = k_\tau l_i$ — приведенная длина i -го участка сети; $x'_{oi} = k_\tau x_{oi}$ — приведенное удельное реактивное сопротивление i -го участка сети; $s'_i = \frac{s_i}{k_\tau}$ — приведенное сечение провода для i -го участка вторичной сети.

Силовой трансформатор представляется в расчетной электрической сети своими сопротивлениями короткого замыкания r_K и x_K .

Аналогичным способом параметры сети постоянного тока после трансформаторно-выпрямительного устройства (ТВУ) приводятся к базисным параметрам.

Коэффициент трансформации определяется по отношению среднего значения выпрямленного тока к действующему значению переменного тока на входе выпрямительного устройства:

$$k_\tau = k_i k_n \frac{I_d}{I_1},$$

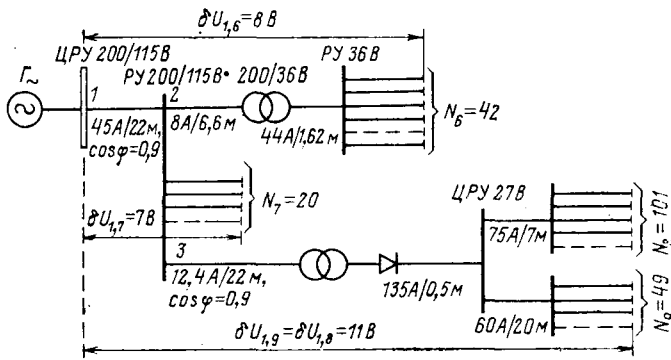


Рис. 3.

где $k_I = I_2/I_d$ — отношение вторичного действующего значения переменного тока, протекающего по обмотке трансформатора ТВУ, к среднему выпрямленному значению тока (зависит от способа соединения выпрямительного моста и числа фаз); k_H — коэффициент, учитывающий падение напряжения на нелинейном сопротивлении ТВУ; I_1 — первичный действующий ток ТВУ, соответствующий I_d , определяется по нагрузочной характеристике ТВУ.

Коэффициент, учитывающий падение напряжения на нелинейном сопротивлении ТВУ, можно вычислить по следующему выражению, полученному исходя из условия баланса мощностей на входе и на выходе:

$$k_H = k_U \frac{(U_1 - \Delta U) I_1}{k_I U_d I_d},$$

где $k_U = U_d/U_2$ — отношение средневывпрямленного напряжения к фазному действующему напряжению на вторичной обмотке трансформатора ТВУ (зависит от способа соединения выпрямителей в мостовой схеме и числа фаз); U_1 — фазное действующее первичное напряжение трансформатора; ΔU — фазное падение напряжения на нелинейном сопротивлении ТВУ, приведенное к первичной обмотке трансформатора ТВУ.

Падения напряжения на ТВУ нетрудно определить по сопротивлениям $r_{ТВУ}$ и $x_{ТВУ}$, измеренным в опыте короткого замыкания.

Приведение средневывпрямленного напряжения и тока к базисным осуществляется по соотношениям:

$$U'_{di} = U_{di} \frac{k_T}{k_U}, \quad I'_{di} = I_{di} \frac{k_I k_H}{k_T}.$$

На основе этих соотношений можно получить выражение для приведенных сопротивлений i -х участков сети постоянного тока:

$$r'_i = r_i \frac{k_T^2}{k_I k_U k_H} = \frac{I_i k_T^2}{\gamma s_i k_I k_U k_H} = \frac{I'_i}{\gamma s'_i},$$

где $I'_i = \frac{k_I I_i}{\sqrt{k_I k_U k_H}}$ — приведенная длина i -го участка сети постоянного тока; $s'_i = \frac{s_i}{k_T} \sqrt{k_I k_U k_H}$ —

приведенное сечение провода на i -м участке сети постоянного тока.

Трансформаторно-выпрямительное устройство также замещается в расчетной электрической сети своими нелинейными сопротивлениями короткого замыкания $r_{ТВУ}$, $x_{ТВУ}$, соответствующими нагрузочному режиму ТВУ.

Пример. На рис. 3 изображена схема распределительной электрической сети среднего магистрального самолета. Электрическая энергия переменного тока 200/115 В, 400 Гц поступает от генератора к шинам потребителей 200/115 В, к трансформатору мощностью 3 кВ·А, 200/36 В и к выпрямительному устройству ВУ-6Б на 200/27 В. К шинам распределительного устройства 200/115 В подключено 20 линий с разной длиной и нагрузками. К шинам распределительного устройства 36 В подключено 42 линии пилотажно-навигационного комплекса. А к шинам 27 В постоянного тока подключены 101 и 15 линий системы управления.

В соответствии с требованиями [Л. 1] и ОСТ-1-00195-76 напряжение на шинах 200/115 В должно поддерживаться регулятором и не должно быть ниже 115 В, а на клеммах потребителей электрической энергии не ниже: в основной сети переменного тока 108 В; во вторичной сети постоянного тока 24 В; во вторичной сети переменного тока 32,4 В.

Учитывая, что нагрузка пилотажно-навигационного комплекса на всех этапах полета остается неизменной, целесообразно за счет отпаек трансформатора установить напряжение на распределительном устройстве 36 В на уровне 37 В.

Технико-экономические показатели для основной системы распределения: $A' = 36,4$ руб/кг, $B = 0,072$ руб/(Вт·ч); для вторичной системы распределения (36 и 27 В):

$$A' = 36,4 \text{ руб/кг, а } B = 0,118 \text{ руб/(Вт·ч)}.$$

Время максимальных потерь на всех магистральных участках $t = 3,5$ ч. Токи и длина участка на схеме рис. 3 показаны в виде дроби.

Коэффициенты приведения параметров вторичных сетей к базисным для сети 36 В:

$$k_{TP} = \frac{U_1}{U_2} = 5,55;$$

для сети 27 В:

$$k_T = k_I k_H \frac{I_d}{I_1} = 9;$$

$$k_{TP I} = \frac{k_I k_H}{k_T} = 0,0925; \quad k_{TP U} = \frac{k_T}{k_U} = 3,85;$$

$$k_{TP R} = 41,5, \quad k_{TP S} = 0,157, \quad k_{TP L} = 6,4.$$

Активное сопротивление трансформатора 200/36 В $R_{TP} = 0,875$ Ом, сопротивление выпрямительного устройства $R_{ТВУ} = 0,93$ Ом. Падение напряжения на трансформаторе, приведенное к стороне 220/115 В, $\delta U_{TP} = 7$ В. Падение напряжения на сопротивлении ТВУ, приведенное к стороне 200/115 В, $\delta U_{ВУ} = 11,5$ В.

Допустимая потеря напряжения от шин 200/115 В до потребителя 36 В:

$$\Delta U_{1,6} = \frac{1}{\sqrt{3}} (U_{\max} - U_{\min}) k_{TP} \approx 15 \text{ В}.$$

Допустимая потеря напряжения от шин 200/115 В до потребителя 27 В постоянного тока, приведенная к стороне 200/115 В:

$$\Delta U_{1,8} = \Delta U_{1,9} = U_{\min}^w - U_{\min}^n k_{TP U} = 22,5 \text{ В}.$$

Допустимая потеря напряжения в сети 115 В от шин 220/115 В до потребителя 200/115 В:

$$\Delta U_{1,7} = U_{\min}^w - U_{\min}^n = 115 - 108 = 7 \text{ В}.$$

Допустимая потеря напряжения в проводах последовательно соединенных участков сети:

$$\delta U_{1,6} = \Delta U_{1,6} - \delta U_{TP} - \delta U_{ВУ} \approx 8 \text{ В};$$

$$\delta U_{1,8} = \delta U_{1,9} = \Delta U_{1,8} - \delta U_{ТВУ} - \delta U_{ВУ} = 11 \text{ В};$$

$$\delta_{1,7} = \Delta U_{1,7} - \delta U_{ВУ} = 7 \text{ В}.$$

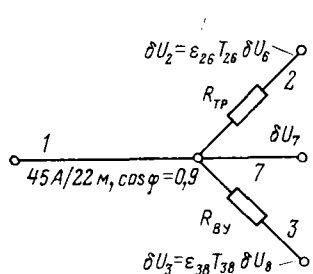


Рис. 4.

Для эквивалентной магистральной сети можно составить следующую совокупность уравнений, описывающих ее оптимально:

$$\frac{k_1 I_1}{\delta U_1^2} - \frac{k_2 I_2}{\delta U_2^2} - \frac{k_3 I_3}{\delta U_3^2} - \frac{\|k_{j7}\|^T \|I_{j7}\|}{\delta U_7^2} = C_1;$$

$$\zeta_1 \delta U_1 + \zeta_2 \delta U_2 + \zeta_6 \delta U_6 = \delta U_{1,6};$$

$$\zeta_1 \delta U_1 + \zeta_7 \delta U_7 = \delta U_{1,7};$$

$$\zeta_1 \delta U_1 + \zeta_3 \delta U_3 + \zeta_4 \delta U_4 + \zeta_8 \delta U_8 = \delta U_{1,8}.$$

Так как в пакетах потребительских линий обычно не предусматривается введение избыточности на их участках, то $\zeta_6 = \zeta_7 = \zeta_8 = 1,0$.

Перед расчетом избыточность магистральных участков сети не известна, поэтому ею целесообразно задаваться, например, одинаковой для всех участков и равной среднему значению от возможной избыточности: $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 1,5$.

Учитывая, что $\delta U_2 = \varepsilon_{26} T_{26} \delta U_6$, $\delta U_3 = \varepsilon_{38} T_{38} \delta U_8$, $\delta U_4 = \varepsilon_{48} T_{48} \delta U_8$ и

$$\delta U_6 = \frac{\delta U_{1,6} - \zeta_1 \delta U_1}{1 + \zeta_2 \varepsilon_{26} T_{26}} = \frac{8 - 1,5 \delta U_1}{1,158};$$

$$\delta U_7 = 7 - 1,5 \delta U_1;$$

$$\delta U_8 = \frac{\delta U_{1,8} - \zeta_1 \delta U_1}{1 + \zeta_3 \varepsilon_{38} T_{38} + \zeta_4 \varepsilon_{48} T_{48}} = \frac{11 - 1,5 \delta U_1}{1,425},$$

и подставляя в уравнение оптимального состояния значения δU_2 , δU_3 , δU_7 , δU_6 и δU_8 , получим:

$$\frac{k_1 I_1}{\delta U_1^2} - \frac{k_2 I_2}{\left[\frac{\varepsilon_{26} T_{26}}{1 + \zeta_2 \varepsilon_{26} T_{26}} (\delta U_{1,6} - \zeta_1 \delta U_1) \right]^2} -$$

$$- \frac{k_3 I_3}{\left[\frac{\varepsilon_{38} T_{38}}{1 + \zeta_3 \varepsilon_{38} T_{38} + \zeta_4 \varepsilon_{48} T_{48}} (\delta U_{1,8} - \zeta_1 \delta U_1) \right]^2} -$$

$$- \frac{\|k_{j7}\|^T \|I_{j7}\|}{(\delta U_{1,7} - \zeta_1 \delta U_1)^2} = C_1,$$

или после подстановки численных значений параметров

$$\frac{13}{\delta U_1^2} - \frac{0,775}{[0,091 (8 - 1,5 \delta U_1)]^2} - \frac{3,13}{[0,094 (11 - 1,5 \delta U_1)]^2} - \frac{5,55}{(7 - 1,5 \delta U_1)^2} = -0,135.$$

Решение этого уравнения дает следующее:

$$\delta U_1 = 1,35 \text{ В.}$$

Остальные потери напряжения легко выражаются через δU_1 : $\delta U_6 = 5,15 \text{ В}$; $\delta U_7 = 4,97 \text{ В}$; $\delta U_8 = 6,3 \text{ В}$; $\delta U_2 = \varepsilon_{26} T_{26} \delta U_6 = 0,54 \text{ В}$; $\delta U_3 = \varepsilon_{38} T_{38} \delta U_8 = 0,843 \text{ В}$; $\delta U_4 = \varepsilon_{48} T_{48} \delta U_8 = 0,87 \text{ В}$;

$$\delta U_4 + \delta U_8 = \delta U_5 + \delta U_9 = (1 + \varepsilon_{59} T_{59}) \delta U_9;$$

$$\delta U_9 = \frac{\delta U_4 + \delta U_8}{1 + \varepsilon_{59} T_{59}} = 4,72 \text{ В};$$

$$\delta U_5 = \varepsilon_{59} T_{59} \delta U_9 = 2,46 \text{ В}; \quad \delta U'_4 = 0,22 \text{ В}; \quad \delta U'_5 = 0,64 \text{ В}.$$

Выбор сечений проводов на магистральных участках сети:

$$s_{1\Sigma} = \frac{I_1 l_1}{\gamma \delta U_1} = 18 \text{ мм}^2; \text{ выбирается провод марки БПДО } 3 \times$$

$$\times 6 \text{ мм}^2, \quad \zeta_1 = 1,5; \quad s_{2\Sigma} = \frac{I_2 l_2}{\gamma \delta U_2} = 4,63 \text{ мм}^2; \text{ выбирается провод}$$

$$\text{марки БИФ } 3 \times 1,5 \text{ мм}^2, \quad \zeta_2 = 1,5; \quad s_{3\Sigma} = \frac{I_3 l_3}{\gamma \delta U_3} = \frac{12,4 \cdot 25,2}{50 \cdot 0,843} =$$

$$= 7,45 \text{ мм}^2; \text{ выбирается провод марки БИФ } 3 \times 2,5 \text{ мм}^2, \quad \zeta_3 =$$

$$= 1,5. \text{ Сечение провода за выпрямителем: } [s'_{3\Sigma} = s_{3\Sigma} / k_{\text{прс}} =$$

$$= 47,5 \text{ мм}^2, \text{ выбирается провод марки БПДО } 3 \times 16 \text{ мм}^2,$$

$$\zeta'_3 = 1,5; \quad s'_{4\Sigma} = \frac{I'_4 l'_4}{\gamma \delta U'_4} = 48 \text{ мм}^2; \text{ выбирается провод марки}$$

$$\text{БПДО } 3 \times 16 \text{ мм}^2, \quad \zeta'_4 = 1,5; \quad s'_{5\Sigma} = \frac{I'_5 l'_5}{\gamma \delta U'_5} = 37,5 \text{ мм}^2; \text{ выби-}$$

$$\text{рается провод марки БПДО } 4 \times 10 \text{ мм}^2, \quad \zeta'_5 = 1,33.$$

Таким образом, оптимально в системе распределения достигнут за одну итерацию.

Нетрудно заметить, что рассматриваемую систему распределения можно облегчить, если предъявить к ней менее жесткие требования в отношении надежности электроснабжения.

Выводы. Путем исключения переменных и замены их одной обобщенной возможно разветвленную электрическую сеть транспортного средства рассматривать как сеть магистрального типа. Предложенный алгоритм позволяет реализовать расчет оптимальной сети при произвольном уровне избыточности на ее магистральных участках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Системы электроснабжения самолетов и вертолетов. ГОСТ 19705. М., Изд-во стандартов, 1974.
2. Мурадян А. Е. Оптимизация разветвленных сетей, комплектованных из стандартных элементов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 2, с. 94—100.
3. Винославский В. Н. Распределение допустимой потери напряжения в электрических сетях из условия минимальных приведенных затрат. — Электричество, 1974, № 11, с. 28—31.
4. Кривенцов В. И., Морозовский В. Т. Проектирование электрических сетей автономных систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 2, с. 42—51.

[17.10.1977]

Алгоритмизация электромеханических переходных процессов автономных электроэнергетических систем на основе упрощенных и полных уравнений Парка—Горева

СЕНДЮРЕВ В. М.

Ленинград

В настоящее время разработано большое количество программ для решения задач по автоматизации исследовательских работ, связанных с анализом динамических режимов электроэнергетических систем. Однако основным их недостатком является привязка к конкретным расчетным схемам, что лишает алгоритмы общности, ограничивает сферу использования. В то же время разработка каждой новой программы является задачей чрезвычайно трудоемкой даже в условиях использования алгоритмических языков. Это объясняется сложностью расчетных алгоритмов, необходимостью представления дифференциальных уравнений разрешенными относительно производных, большим объемом арифметических расчетов.

Радикальным выходом из создавшегося положения является создание специализированных систем математического обеспечения, позволяющих автоматизировать построение математических моделей. При этом работа потребителя сводится к необходимости задания лишь ряда структурных признаков моделируемого объекта в кодированной форме, а в случае наличия дисплея — в графическом виде.

Подобные системы математического обеспечения могут быть созданы лишь в том случае, если имеется разработанная теория исследуемых объектов, устанавливающая закономерности построения алгоритмов непосредственно по расчетной схеме станции. Такое решение на основе упрощенных уравнений элементов в форме Y для автономных электроэнергетических систем (АвЭС) изложено в [Л. 1]. При этом алгебраическая система уравнений позволяет найти статорные токи элементов, а затем узловые напряжения и эти переменные использовать далее для вычисления правых частей дифференциальных уравнений. Такое представление алгоритма в дальнейшем будем называть формой Z .

Алгебраическая часть алгоритма формы Z содержит матрицы с размерностью $2n$, где n — число элементов схемы распределения: синхронных и асинхронных машин, пассивных потребителей, представляемых комплексными сопротивлениями. Кроме того, число слагаемых матричной части соответствует количеству узловых точек схемы распределения.

Анализ показал, что может быть получен алгоритм электромеханических процессов АвЭС, матричная часть которого позволяет непосредственно на основе начальных значений переменных определять узловые напряжения расчетной схемы. Этот алгоритм в дальнейшем назовем формой Y . Входящие в него матрицы имеют размерность $2v$, где v — число узловых точек схемы; количество слагаемых алгебраической части постоянно.

Преимущество алгоритмов формы Y перед формой Z заключается, таким образом, в сокращении

числа членов алгебраической части, особенно значительном при $n > v$. Это приводит к уменьшению количества арифметических операций при вычислении векторов узловых напряжений, а в конечном счете — к повышению быстродействия математической модели.

В статье приводится вывод общего в форме Y алгоритма АвЭС радиальной структуры с произвольным числом узловых точек и элементов. Используемая при этом методика позволяет получить также безытеративный алгоритм АвЭС на основе полных уравнений элементов. Последний дает возможность определять полные токи при коротких замыканиях, синхронизации, пусках отдельных потребителей, однако быстродействие соответствующих математических моделей, как указывалось в [Л. 1], в сравнении с упрощенной моделью снижается. Преимуществом полных алгоритмов является также возможность анализа несимметричных режимов АвЭС, для чего уравнения задающего элемента или отдельных пассивных цепей должны быть представлены в виде, приведенном в [Л. 2]. Применение упрощенных алгоритмов может быть рекомендовано в случае выполнения прикидочных расчетов. При уточняющих расчетах режимов работы АвЭС желательно использование полных алгоритмов [Л. 3 и 4].

Упрощенный алгоритм процессов АвЭС в форме Y на основе уравнений элементов в форме Y . Схему распределения АвЭС, не имеющую кольцевых соединений, можно представить в виде ориентированного графа типа дерево (см. рисунок); при этом ребрами его являются соединительные линии с сопротивлением Z_{π} .

Будем считать, что в узловых точках схемы подключено произвольное число элементов, однако в каждом конкретном узле все они отнесены к единственной системе координат (что означает наличие не более одной синхронной машины в узле).

Обозначим через $I_{\Sigma 1}, I_{\Sigma 2}, \dots, I_{\Sigma 6}$ суммарные матрицы токов статорных цепей элементов, а через U_1, U_2, \dots, U_6 — матрицы векторов узловых напряжений 1—6 узлов, отнесенные к соответствующим системам координат. $I_{\Sigma 2}, I_{\Sigma 3}, \dots, I_{\Sigma 6}$ — матрицы токов линий, отнесенные ко 2—6-й системам координат.

Напряжение первой узловой точки получим из соотношения

$$U_1 = -Z_1(I_{\Sigma 1} + C_{12}I_{\Sigma 2} + C_{13}I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16}I_{\Sigma 6}), \quad (1)$$

где Z_1 — задающее комплексное сопротивление;

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \delta_{ij} & \sin \delta_{ij} \\ -\sin \delta_{ij} & \cos \delta_{ij} \end{bmatrix}$$

— матрица преобразования переменных от j -й к i -й системам координат; δ_{ij} — взаимные углы между

осями координат, определяемые из дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\delta_{ij}}{dt} = \omega_i - \omega_j, \quad (2)$$

число которых равно $\nu(\nu-1)/2$; ω_i , ω_j — угловые частоты вращения систем координат (роторов синхронных машин).

Напряжение последующей узловой точки выражается через предыдущее на основании закона Ома:

$$U_n = C_{n, n-1} U_{n-1} - Z_n I_n I_{\Sigma n}. \quad (3)$$

Записывая далее уравнения первого закона Кирхгофа для всех узловых точек схемы, можно показать, что ток любой линии равен сумме токов всех узлов, расположенных за концом соответствующего ребра графа:

$$\begin{pmatrix} I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} + C_{34} I_{\Sigma 4} + C_{35} I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Поэтому для любой схемы распределения набор равенств типа (3) после подстановки значений токов из выражения (4) с учетом соотношения (1) дает систему ν матричных уравнений, связывающих ν узловых напряжений схемы с суммарными токами элементов узлов. В частности, для рассматриваемой схемы распределения получим следующее уравнение в клеточных матрицах:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ C_{21} U_1 \\ C_{31} U_1 \\ C_{43} U_3 \\ C_{53} U_3 \\ C_{61} U_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_1 (I_{\Sigma 1} + C_{12} I_{\Sigma 2} + C_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16} I_{\Sigma 6}) \\ Z_2 I_{\Sigma 2} \\ Z_3 (I_{\Sigma 3} + C_{34} I_{\Sigma 4} + C_{35} I_{\Sigma 5}) \\ Z_4 I_{\Sigma 4} \\ Z_5 I_{\Sigma 5} \\ Z_6 I_{\Sigma 6} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

После элементарных преобразований находим:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{31} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{43} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{53} & 0 & 1 & 0 \\ -C_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_6 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & C_{34} & C_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{\Sigma 1} \\ I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{pmatrix},$$

или в сокращенном обозначении

$$[\mathcal{R}_1] [U] = -[Z] [\mathcal{R}] [I]. \quad (6)$$

Далее, учтем, что уравнения статорных элементов в форме Y могут быть представлены в следующем виде [Л. 1]:

$$I = YU + G. \quad (7)$$

Тогда ток элементов n -й узловой точки выражается следующим образом:

$$I_{\Sigma n} = \left(\sum_{i=1}^k I_i \right)_n = \left(\sum_{i=1}^k Y_i \right)_n U_n + \left(\sum_{i=1}^n G_i \right)_n = Y_{\Sigma n} U_n + G_{\Sigma n}, \quad (8)$$

где $Y_{\Sigma n}$ — суммы матриц проводимостей статорных цепей k элементов n -й узловой точки; $G_{\Sigma n}$ — суммы векторов-столбцов активных составляющих уравнений статорных цепей n -й узловой точки.

На основании (8) обобщенный вектор узловых токов может быть представлен соотношением

$$\begin{pmatrix} I_{\Sigma 1} \\ I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{\Sigma 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\Sigma 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{\Sigma 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{\Sigma 4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{\Sigma 5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{\Sigma 6} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_{\Sigma 1} \\ G_{\Sigma 2} \\ G_{\Sigma 3} \\ G_{\Sigma 4} \\ G_{\Sigma 5} \\ G_{\Sigma 6} \end{pmatrix},$$

или в сокращенном обозначении

$$[I] = [Y] [U] + [G]. \quad (9)$$

Подставляя далее (9) в (6), после приведения подобных членов находим выражения для определения узловых напряжений схемы распределения:

$$[U] = -([R_1] + [Z] [\mathcal{R}] [Y])^{-1} [Z] [\mathcal{R}] [G], \quad (10)$$

где $[R_1]$ и $[R]$ — координатные матрицы; $[Z]$ — квазидиагональная матрица сопротивлений кабельных перемычек.

Таким образом, алгоритм в форме Y процессов в АвЭС описывается системой алгебраических уравнений (10) и совокупностью приведенных в [Л. 1] групп дифференциальных уравнений элементов, повторяемых по числу электрических машин.

Алгоритм процессов АвЭС на основе полных уравнений элементов. При использовании полных уравнений справедливо следующее уравнение для задающего элемента:

$$U_1 = -L_1 \frac{d}{dt} I_{\Sigma 1} - Z_1 I_{\Sigma 1}, \quad (11)$$

где $L_1 = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix}$, $Z_1 = \begin{bmatrix} r_1 & -L_1 \omega \\ L_1 \omega & r_1 \end{bmatrix}$ — матрицы индуктивного и полного сопротивлений. Учитывая, что ток задающего элемента может быть выражен через суммарные статорные токи электрических машин, подключенных в узловые точки:

$$I_{\Sigma 1} = (I_{\Sigma 1} + C_{12} I_{\Sigma 2} + C_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16} I_{\Sigma 6}), \quad (12)$$

а также что при использовании полных уравнений все токи являются непрерывными дифференцируемыми функциями и, следовательно:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 1} = & \left(\frac{d}{dt} I_{\Sigma 1} + C_{12} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 2} + \right. \\ & \left. + C_{13} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 6} \right) + \\ & + (C'_{12} I_{\Sigma 2} + C'_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C'_{16} I_{\Sigma 6}). \end{aligned} \quad (12')$$

После подстановки выражений (12) и (12') в (11) находим:

$$\begin{aligned} U_1 = & -L_1 \left(\frac{d}{dt} I_{\Sigma 1} + C_{12} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 2} + \right. \\ & \left. + C_{13} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16} \frac{d}{dt} I_{\Sigma 6} \right) - \\ & - L_1 (C'_{12} I_{\Sigma 2} + C'_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C'_{16} I_{\Sigma 6}) - \\ & - Z_1 (I_{\Sigma 1} + C_{12} I_{\Sigma 2} + C_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{16} I_{\Sigma 6}), \end{aligned} \quad (13)$$

где $C'_{ij} = \frac{d}{dt} C_{ij}$.

Выражая напряжение последующей узловой точки через предыдущее, получим пять уравнений с шестью неизвестными узловыми напряжениями, которые можно представить в виде уравнения в клеточных матрицах:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} C_{21} U_1 \\ C_{31} U_1 \\ C_{41} U_1 \\ C_{51} U_1 \\ C_{61} U_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_6 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{bmatrix} - \\ & - \begin{bmatrix} Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\Sigma 2} \\ I_{\Sigma 3} \\ I_{\Sigma 4} \\ I_{\Sigma 5} \\ I_{\Sigma 6} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

Продифференцируем зависимость (4) и подставим (4) и найденный результат в уравнение (14). Дополним его выражением (13), взяв его в качестве первой строки. После приведения подобных членов находим:

$$[\mathcal{R}][u] = -[\mathcal{Z}] \left([\mathcal{R}] \frac{d}{dt} [\mathcal{Z}] + [\mathcal{R}'] [\mathcal{Z}] \right) - [\mathcal{Z}] [\mathcal{R}] [\mathcal{Z}], \quad (15)$$

где $[\mathcal{Z}]$ — диагональная матрица самоиндуктивностей; $[\mathcal{Z}]$ — обобщенный вектор-столбец суммарных токов статорных цепей элементов, $[\mathcal{R}'] = \frac{d}{dt} [\mathcal{R}]$.

Из полученного выражения невозможно найти узловые напряжения схемы в функции проекций векторов статорных токов элементов (начальные значения которых заданы на каждом шаге интегрирования), поскольку в правой части его содержатся слагаемые, пропорциональные производным от токов по времени. Покажем, что эти слагаемые могут быть выражены через узловые напряжения и токи статорных и роторных контуров элементов. С целью упрощения рассмотрим уравнения синхронной машины без демпферных контуров. При этом используем систему относительных единиц равных взаимных индуктивностей и намагничивающих сил MF :

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_b}{dt} &= \frac{M_{ad}}{\Delta} (U_d - r_a i_d + L_q i_q \omega) + \frac{L_d}{\Delta} (U_b - r_b i_b); \\ \frac{di_d}{dt} &= \frac{L_b}{\Delta} (U_d - r_a i_d + L_q i_q \omega) - \frac{M_{aq}}{\Delta} (U_b - r_b i_b); \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{1}{L_q} (U_q - r_a i_q - L_d i_d \omega - M_{ad} i_b \omega); \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{T_M} [L_{ad} (i_b + i_d) i_q - L_{aq} i_q i_d + M_{dv}], \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\Delta = L_b L_d - M_{ad}^2$.

В уравнениях (16) r_a , r_b — активные сопротивления фазы статора и обмотки возбуждения; L_b , L_d , L_q — соответственно индуктивности обмотки возбуждения, синхронные продольная и поперечная; M_{ad} , M_{aq} — взаимные индуктивности по продольной и поперечной осям; M_{dv} — движущий момент первичного двигателя.

Второе и третье уравнение из выражения (16) представим в матричной форме:

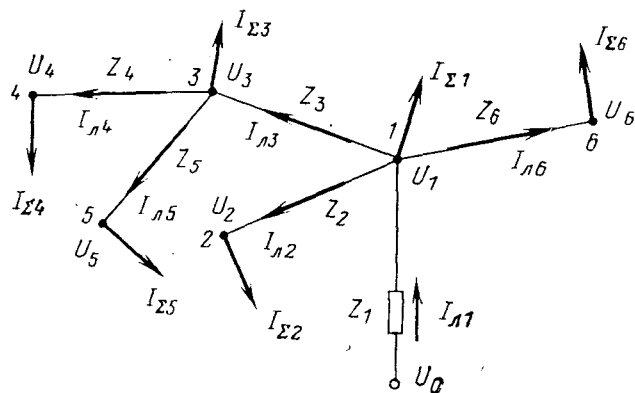
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} \frac{L_b}{\Delta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} -\frac{L_b}{\Delta} r_a i_d - L_q i_q \omega - \frac{M_{ad}}{\Delta} (U_b - r_b i_b) \\ -\frac{1}{L_q} (r_a i_q + L_d i_d \omega + M_{ad} i_b \omega) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

или в сокращенном виде:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I} = \mathbf{Q} \mathbf{U} + \mathbf{H}. \quad (17)$$

К аналогичной форме приводятся уравнения статорных токов синхронной машины с демпферными обмотками, асинхронной машины и статической нагрузки. Поэтому производную от суммарного вектора тока узла по времени для n -й узловой точки с k элементами можно представить в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} I_{\Sigma n} = \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{Q}_i \right)_n U_n + \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{H}_i \right)_n = \mathbf{Q}_{\Sigma n} U_n + \mathbf{H}_{\Sigma n}. \quad (18)$$



Граф автономной электроэнергетической системы.

Производная от обобщенного вектора-столбца суммарных статорных токов элементов в (15) выразится соотношением

$$\frac{d}{dt} [\mathcal{I}] = \begin{bmatrix} Q_{\Sigma 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\Sigma 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\Sigma 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{\Sigma 4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{\Sigma 5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{\Sigma 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{\Sigma 1} \\ H_{\Sigma 2} \\ H_{\Sigma 3} \\ H_{\Sigma 4} \\ H_{\Sigma 5} \\ H_{\Sigma 6} \end{bmatrix} = [\mathcal{D}] [\mathcal{U}] + [\mathcal{H}]. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (15), после приведения подобных членов получим общее выражение для определения узловых напряжений схемы:

$$[\mathcal{U}] = -([\mathcal{R}_1] + [\mathcal{E}][\mathcal{R}][\mathcal{D}])^{-1} \{[\mathcal{E}][\mathcal{R}][\mathcal{H}] + ([\mathcal{E}][\mathcal{R}'] + [\mathcal{Z}][\mathcal{R}])[\mathcal{I}]\}. \quad (20)$$

Таким образом, при использовании полных уравнений алгоритм АвЭС также распадается на систему алгебраических и систему дифференциальных уравнений, из которых первая отражает связи между статорными цепями элементов и соединяющими их фидерами. Система дифференциальных уравнений состоит из однотипных групп, повторяемых по числу элементов АвЭС и представленных, подобно уравнениям (16), в виде, разрешенном относительно производных от токов и угловых частот вращения по времени. При этом, как упомянуто выше, в качестве начальных значений должны быть заданы переменные, входящие под знак производных, что позволяет однозначно определить по выражению (20) узловые напряжения схемы, а затем вычислить и арифметическую часть дифференциальных уравнений.

Правила формирования графа АвЭС и матричной части алгоритма. Структурные особенности рас-

четной схемы определяются формой матриц $[\mathcal{R}]$ и $[\mathcal{R}_1]$, которая, в свою очередь, зависит от принятого способа нумерации точек графа АвЭС и ориентации его ребер. При необходимости перебора мест включения задающего элемента необходима перенумерация узловых точек и переменных. Построение графа и формирование $[\mathcal{R}]$ и $[\mathcal{R}_1]$ определяются следующими правилами.

1. Корнем графа является нулевая точка задающего элемента, узловые точки нумеруются от корня к вершинам; в том же направлении ориентируются ребра графа. Индексы токов ребер совпадают с номерами узловых точек схемы, в направлении которых они ориентированы.

2. Номера строк матриц $[\mathcal{R}_1]$ и $[\mathcal{R}]$ соответствуют номерам узловых точек и номерам токов ребер графа.

3. Произведение матриц $[\mathcal{R}_1][\mathcal{U}]$ определяет падения напряжений на сопротивлениях ребер, поэтому в каждой i -й строке $[\mathcal{R}_1]$ отличны от нуля клетки i -го и j -го столбцов, где j и i — номера узловых точек начала и конца ребер, причем координатная матрица j -го столбца берется со знаком минус.

4. Произведение матриц $[\mathcal{R}][\mathcal{I}]$ выражает падение токи ребер через токи элементов узлов, поэтому в каждой i -й строке $[\mathcal{R}]$ отличны от нуля клетки i -го и последующих столбцов, если i -й ток линии содержит токи элементов узла, номер которого равен номеру рассматриваемого столбца.

5. Первый индекс координатных матриц, входящих в $[\mathcal{R}_1]$ и $[\mathcal{R}]$, соответствует номеру строки, второй — номеру столбца, при их совпадении клетка заполняется единичной матрицей.

Диагональная и квазидиагональная матрицы $[\mathcal{E}]$ и $[\mathcal{Z}]$ составлены соответственно из индуктивностей и матриц сопротивлений фидеров в последовательности, определяемой нумерациями узловых точек схемы. Формы остальных матриц очевидны из преобразований.

Заключение. Изложенные методы построения алгоритмов дают возможность получать системы уравнений в безытеративной форме, т. е. в виде, разрешенном относительно производных. Алгебраическая часть, формируемая на основе графа АвЭС, отражает структурные особенности схемы распределения и позволяет на каждом шаге интегрирования определить узловые напряжения через начальные значения переменных, а затем на этой основе вычислить арифметическую часть дифференциальных уравнений.

Методы построения подпрограмм системы математического обеспечения, автоматизирующей процессы построения математических моделей АвЭС, достаточно сложны и не могут быть изложены в рамках настоящей статьи. Работа по созданию таких систем должна выполняться с привлечением высококвалифицированных специалистов по программированию. В процессе разработки таких программ целесообразно предусматривать организацию банков хранения информации о генераторных агрегатах и их характеристиках, приводных двигателях, исполнительных механизмах, регуляторах возбуждения и т. д. При этом обеспечивается максимальное удобство эксплуатации систем пользователями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сендюров В. М. Алгоритмизация упрощенных уравнений Парка—Горева автономных электроэнергетических систем. — Электричество, 1976, № 1, с. 73—75.
2. Сендюров В. М. Условия несимметрии в системе осей $d, q, 0$ для смешанной статической нагрузки с отстающим коэффициентом мощности. — Электричество, 1971, № 7, с. 1—3.

3. Веников В. А. Электромеханические переходные процессы в электрических системах. М.: Госэнергоиздат, 1958.
4. Веретенников Л. П. Исследование процессов в судовых электроэнергетических системах. Теория и методы. Л.: Судостроение, 1975.

[22.10.1977]

УДК 621.314.224.8.024

Переходные режимы электромагнитных трансформаторов постоянного тока

Кандидаты техн. наук ПОДГОРНЫЙ Э. В., ШАРОВ Е. Т.

Новочеркасск

Электромагнитные трансформаторы постоянного тока (ТПТ) широко применяются как датчики тока в схемах измерения, регулирования и защиты мощных электросетей постоянного тока [Л. 1—3]. Однако при коммутациях во внешней сети и в схеме самих ТПТ возможно появление всплесков вторичного тока i_2 , существенно влияющих на работу вторичных устройств. Например, всплески тока i_2 вызывают ложное или неселективное срабатывание дифференциальной защиты мощных преобразовательных мостов [Л. 4].

В статье дан анализ переходных режимов и определены условия возникновения и характеристики всплесков вторичного тока одиночных ТПТ. Конечной целью анализа явилась разработка мероприятий по исключению этих всплесков.

Расчетная схема ТПТ. Схема ТПТ, являющегося неререверсивным магнитным усилителем, состоит (рис. 1, а) из питающего трансформатора ТП, двух сердечников I и II с подмагничиванием, каскада промежуточных трансформаторов тока ТТП и ПТТ, однофазного выпрямительного моста ВМ и нагрузки r_2, L_2 [Л. 3]. Расчет переходных режимов ТПТ проведем при условии, что первичная обмотка сердечников I и II (обмотка управления) включена в цепь источника тока. Это позволяет пренебречь влиянием вторичной цепи ТПТ на цепь управления и построить электрическую схему замещения ТПТ без магнитных связей, где параметры обмотки управления не учитываются. Каскад промежуточных трансформаторов считаем идеальным и учитываем только коэффициентом трансформации. Вентили ВМ также считаем идеальными.

Все электрические величины в схеме ТПТ приведены к виткам вторичной обмотки одного сердечника ТПТ. Расчетная система уравнений для схемы ТПТ:

$$(r'_c + r'_{106M}) i'_{1TP} + (L'_c + L'_{1s}) \frac{di'_{1TP}}{dt} + \frac{d\psi_{TP}}{dt} = u'_1; \quad (1)$$

$$i_2 r_2 + \frac{d\psi_I}{dt} + \frac{d\psi_{II}}{dt} = \frac{d\psi_{TP}}{dt}; \quad (2)$$

$$i'_{1TP} = i_{0TP} + i_2; \quad i_{0I} = i_2 + i'_1; \quad i_{0II} = i_2 - i'_1; \quad (3)$$

$$\psi_{TP}(i_{0TP}), \quad \psi_I(i_{0I}), \quad \psi_{II}(i_{0II}), \quad (4)$$

где $r'_c L'_c$ и $r'_{106M} L'_{1s}$ — параметры соответственно первичной сети и первичной обмотки ТП; i'_{1TP} — ток в первичной обмотке ТП.

Этой системе уравнений соответствует схема замещения на рис. 1, б. В схеме замещения сердечники I, II и ТП представлены нелинейными дросселями с расчетной характеристикой намагничивания, активные сопротивления обмоток которых вынесены во внешние цепи. При аналитических расчетах переходных режимов ТПТ в качестве расчетной характеристики $\Psi(i)$ для сердечников ТПТ удобно взять однозначную прямоугольную характеристику намагничивания, как это принято в теории магнитных усилителей [Л. 1]. При этом достаточно точно определяются условия возникновения всплесков вторичного тока ТПТ.

Для уточненных расчетов характеристик всплесков на ЦВМ целесообразно взять для сердечников I, II и ТП в качестве расчетной характеристики $\Psi(i)$ среднюю кривую намагничивания в соответствии с рекомендациями [Л. 5]. Возможность использования однозначных характеристик $\Psi(i)$ обусловлена тем, что при возникновении всплесков тока в схеме ТПТ максимальная напряженность магнитного поля в сердечниках I, II и ТП при их насыщении намного больше коэрцитивной силы материала сердечника, т. е. относительная ширина петли гистерезиса незначительна.

При анализе переходных режимов ТПТ, когда в обмотке управления тока нет (включение на холостой ход, отключение первичного тока и др.), схема замещения на рис. 1, б упрощается. В этих режимах сердечники ТПТ заменяются одним эквивалентным дросселем с сечением $S_{ЭКВ} = 2S_{I(II)}$ и остаточной индукцией, равной полусумме остаточных индукций сердечников I, II в момент коммутации.

Условия возникновения всплесков тока во вторичной цепи ТПТ. В нагрузочных режимах амплитуда переменной составляющей индукции B_{max} в ненасыщенном сердечнике I или II выбирается по условию [Л. 2]: $B_{max} < 2B_s$, где B_s — индукция насыщения. Если это условие не выполняется, то оба сердечника оказываются насыщенными одновременно и однополярно относительно напряжения питания u_1 , и во вторичной цепи ТПТ возникают

всплески тока. Увеличение индукции в ненасыщенном сердечнике возможно в двух случаях.

При появлении свободной составляющей индукции, величина которой определяется моментом коммутации относительно напряжения питания. Сюда относятся переходные режимы при включении ТПТ, резких колебаниях напряжения питания, отключении первичного тока. В этих режимах во вторичной цепи ТПТ возникают затухающие всплески тока.

При неравенстве длительностей полуволн вторичного тока i_2 ТПТ, когда увеличивается длительность ненасыщенного состояния сердечника I или II в интервале наибольшей по длительности полуволны тока. Это возможно в установившемся режиме при появлении переменной составляющей в первичном токе. В этом случае возникают периодические незатухающие всплески тока i_2 .

В интервале одновременного насыщения сердечников I и II напряжение питания u'_1 приложено только к сопротивлению нагрузки, которое и ограничивает величину всплеска. Всплеск тока рассматривается как переходный ток при включении цепи r, L на синусоидальное напряжение [Л. 6]. Параметры всплеска (амплитуда, длительность) определяются моментом одновременного насыщения ωt_s сердечников I и II и зависят от характера нагрузки. Момент насыщения ωt_s , в свою очередь, определяется моментом коммутации и величиной $B_s - B_{r\text{эКВ}}$. При чисто активной нагрузке ток всплеска

$$i_2 \approx \frac{U'_{1m}}{r_2} \sin \omega t; \quad \omega t_s \leq \omega t \leq \pi.$$

Длительность всплеска при такой нагрузке не превышает 180° .

При активно-индуктивной нагрузке амплитуда всплесков уменьшается, но увеличивается их длительность. Если $L_2/r_2 \leq 10^{-3}$, то можно не учитывать L_2 , так как погрешность в расчете амплитуды и длительности всплеска не превышает при этом соответственно 10% и 15–25%.

Включение ТПТ на холостой ход. При включении ТПТ на холостой ход в схеме ТПТ могут возникать наибольшие всплески тока с амплитудой, в несколько сот раз превышающей амплитуду тока холостого хода. До момента ωt_s насыщения сердечников I и II ток $i_2 = 0$ и уравнение (1) имеет вид:

$$\frac{d(\Psi_I + \Psi_{II})}{dt} = \frac{d\Psi_{\text{ЭКВ}}}{dt} = U'_{1m} \sin \omega t. \quad (5)$$

Интегрируя (5) от момента включения $\omega t_{\text{вкл}}$ до π , определим максимальное значение индукции в сердечнике I (II) в переходном режиме:

$$B_{\text{max}} = B_{r\text{эКВ}} + B_m(1 + \cos \omega t_{\text{вкл}}), \quad (6)$$

где B_m — амплитуда индукции холостого хода в одном сердечнике.

Наибольшее значение правой части выражения (6) при $\omega t_{\text{вкл}} = 0$ равно $B_{r\text{эКВ}} + 2B_m$. Отсюда условие отсутствия всплесков тока i_2 :

$$B_{r\text{эКВ}} + 2B_m < B_s. \quad (7)$$

Если условие (7) не выполняется, то после насыщения сердечников I и II $\frac{d(\Psi_I + \Psi_{II})}{dt} = 0$, и во вторичной цепи ТПТ возникает всплеск тока. При наихудшем сочетании остаточных индукций в сер-

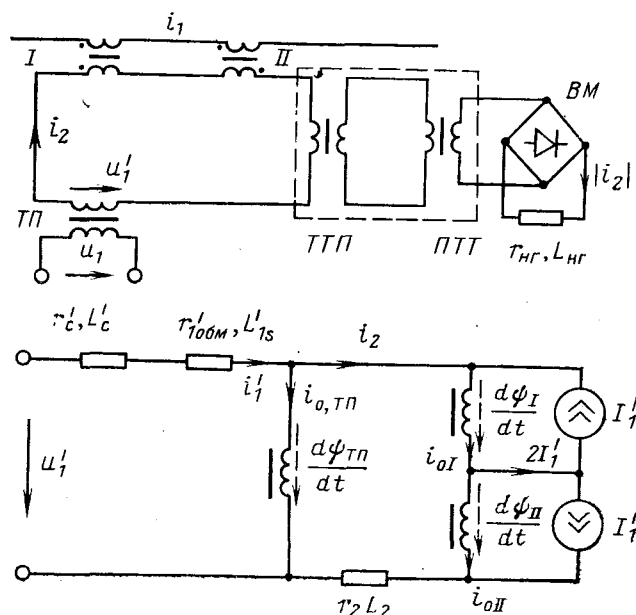


Рис. 1. Электрическая схема (а) и схема замещения одиночного электромагнитного трансформатора постоянного тока (б).

дечниках I, II ($B_{r\text{эКВ}} = B_s$) длительность первого всплеска максимальна и достигает 180° при активной нагрузке и $240-280^\circ$ (в реальных схемах) при активно-индуктивной нагрузке. Практически $B_{r\text{эКВ}} \leq (0,7-0,8)B_s$, поэтому длительность первых всплесков меньше. Максимальная амплитуда всплеска $i_{2\text{max}} = U'_{1m}/r_2$. Всплески тока такой амплитуды возможны только в первый полупериод после коммутации. После окончания первого всплеска тока сердечники I, II перемагничиваются следующей полуволной напряжения u'_1 в ненасыщенной области, и при прямоугольной характеристике намагничивания сердечников I, II в следующие периоды всплески тока не возникают. У реальных сердечников характеристика намагничивания отличается от прямоугольной, и небольшой переходный ток намагничивания во вторичной цепи ТПТ существует несколько периодов.

Если при включении u_1 раньше насыщается ТП, то в первичной цепи ТП возникает бросок тока намагничивания аналогично тому, как это происходит при включении однофазных силовых трансформаторов на холостой ход [Л. 6]. Во вторичной цепи ТПТ всплески тока не возникают. На схеме замещения (рис. 1, б) этому соответствует шунтирование вторичной цепи ТПТ ветвью намагничивания ТП ($d\Psi_{\text{ТП}}/dt = 0$).

Из сравнения моментов насыщения сердечников ТП и I, II следует условие опережающего насыщения сердечника ТП при включении ТПТ на холостой ход [Л. 7]:

$$\frac{B_{m\text{ТП}}}{B_{m\text{I(II)}}} > \frac{B_{s\text{ТП}} - B_{r\text{ТП}}}{B_{s\text{I(II)}} - B_{r\text{эКВ}}}. \quad (8)$$

При выполнении условия (8) всплески вторичного тока i_2 при включении ТПТ на холостой ход не возникают.

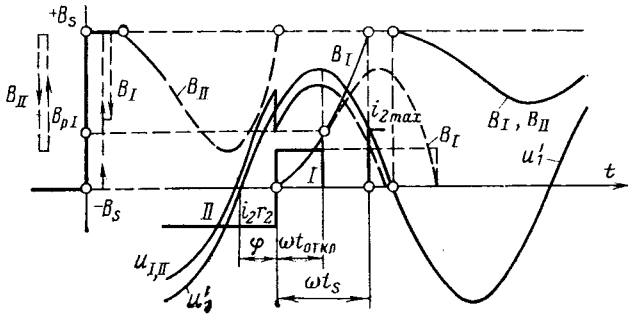


Рис. 2. Начальный интервал переходного процесса в ТПТ при отключении первичного тока.

Резкие колебания напряжения питания ТПТ. В установившемся режиме холостого хода и в нагрузочных режимах возможны резкие колебания напряжения питания ТПТ, например, при коротком замыкании в сети собственных нужд мощных электроустановок, включающей цепи питания ТПТ, и последующем восстановлении напряжения. При этом после снижения напряжения питания в сердечниках *I* и *II* возникают остаточные потоки, а после восстановления напряжения — свободные потоки, максимальные значения которых соответствуют восстановлению напряжения при переходе его через нуль.

Для режимов колебания напряжения u_1 без перерыва питания ТПТ определим допустимый диапазон колебаний напряжения. Обозначим через $n = \frac{U_{1ном} - U_{ост}}{U_{1ном}}$ отклонение напряжения. При кратковременном снижении напряжения питания предельное значение остаточной индукции $B_{гпред} = B_m$. Тогда через полпериода после восстановления напряжения до номинального максимальная амплитуда индукции в сердечнике эквивалентного дросселя в режиме холостого хода

$$B_{max} = (1 + 2n) B_m.$$

Всплески тока i_2 не возникают, если $(1 + 2n) \times B_m < B_s$, следовательно, максимально допустимое снижение напряжения питания

$$n < 0,5 \left(\frac{B_s}{B_m} - 1 \right). \quad (9)$$

Случай $n=1$ соответствует режиму включения ТПТ на холостой ход, когда возможны всплески тока i_2 наибольшей амплитуды и длительности.

Условие, аналогичное (9), получается и для режимов резкого увеличения напряжения питания, поэтому оно определяет диапазон возможных колебаний напряжения питания ТПТ.

На практике возможны длительные режимы работы ТПТ с повышенным напряжением питания. При выборе $r_2 \leq r_{2ном}$ сопротивление r_2 незначительно уменьшает амплитуду индукции в сердечниках *I* и *II*, поэтому с небольшим запасом условие отсутствия всплесков тока i_2 при длительном повышении напряжения питания можно принять следующим:

$$U_{1м} < 0,95 \frac{B_s}{B_m} U_{1ном}.$$

Отключение первичного тока ТПТ. Такой режим можно рассматривать как частный случай включения ТПТ на холостой ход при определенных начальных условиях, задаваемых предшествующим режимом и моментом коммутации [Л. 8]. При этом достаточно рассмотреть отключение в один из полупериодов вторичного тока (см. рис. 2).

В интервале полуволны тока $[0, \pi]$ переменная составляющая индукции в ненасыщенном сердечнике *I* или *II*

$$B_I = \frac{1}{\omega_2 S} \int [U'_{1м} \sin(\omega t + \varphi) - I'_{1r_2}] dt = \\ = 2B_m \left[\left(1 - \frac{2\omega t}{\pi} \right) \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right],$$

где $\varphi = \arccos \frac{I'_{1r_2}}{U'_{1м}} \frac{\pi}{2}$ — фазный сдвиг между напряжением питания и вторичным током i_2 ТПТ [Л. 2]. В момент отключения индукции в сердечниках *I* и *II* будут остаточными для последующего режима:

$$B_{rI} = -B_s + 2B_m \left[\left(1 - \frac{2\omega t_{откл}}{\pi} \right) \cos \varphi - \cos(\omega t_{откл} + \varphi) \right]; \\ B_{rII} = +B_s.$$

После отключения тока i_1 напряжение питания прикладывается к ненасыщенному сердечнику *I* или *II*. Если отключение i_1 происходит до момента перехода u_1 через нуль, то далее произойдет увеличение индукции в этом сердечнике. Величина приращения индукции определяется величиной фазного сдвига φ (падением напряжения на r_2) и максимальна при отключении i_1 в момент переключения сердечников *I* и *II* (изменение знака тока i_2), когда $B_{гэв} = 0$. Максимальное значение индукции в ненасыщенном сердечнике:

$$B_{max} = B_{rI} + \frac{1}{\omega_2 S \omega} \int_{\omega t_{откл}}^{\pi - \varphi} U'_{1м} \sin(\omega t + \varphi) d\omega t = \\ = -B_s + 2B_m \left[\left(1 - \frac{2\omega t_{откл}}{\pi} \right) \cos \varphi + 1 \right]. \quad (10)$$

Отсюда при $\omega t_{откл} = 0$ получим условие отсутствия всплесков тока i_2 :

$$B_m (1 + \cos \varphi) < B_s,$$

и минимальное значение первичного тока i_1 , при отключении которого всплески тока еще отсутствуют:

$$I'_{1min} = \frac{2U'_{1м}}{\pi r_2} \left(\frac{B_s}{B_m} - 1 \right). \quad (11)$$

При расчете по выражению (11) для многих типов ТПТ $I_{1min} > I_{1ном}$. В таких схемах появление всплесков намагничивающего тока во вторичной цепи ТПТ при отключении первичного тока возможно при уменьшении фазного сдвига φ , например, при отключении сверхтоков или при перегруженных ТПТ. Очевидно, что отключение i_1 всплесков тока i_2 не вызывает, если выбрать для сердечников *I* и *II* $B_m < \frac{B_s}{2}$.

В проведенном исследовании было принято, что отключение первичного тока ТПТ происходит скачком. При конечной скорости отключения интеграл в выражении (10) и всплески тока i_2 меньше.

Появление переменной составляющей в первичном токе ТПТ. Такой режим возникает, например, в электропередачах постоянного тока при двухфазных опрокидываниях инвертора [Л. 9], когда в противо-э. д. с. инвертора появляется переменная составляющая основной частоты. Первичный ток ТПТ приближенно описывается выражением:

$$i_1 \approx I_1(1 + k \sin \omega t),$$

где $k < 1$ — коэффициент модуляции.

Рассмотрим установившийся граничный режим без всплесков тока i_2 (рис. 3). За начало отсчета примем момент перехода через нуль синусоидальной составляющей первичного тока. Тогда фазный сдвиг между напряжением питания и положительной полуволной вторичного тока ТПТ $\varphi = \Psi_u + \alpha_1$, где Ψ_u — фаза напряжения, α_1 — фаза i_2 . Обозначим через α_2 момент изменения знака тока i_2 .

Из условия равенства нулю приращения индукции в сердечниках I и II за период следует, что среднее за период значение вторичного тока ТПТ также равно нулю. Это значит, что при появлении переменной (синусоидальной) составляющей в первичном токе i_1 длительности полуволн вторичного тока и, следовательно, амплитуды переменных составляющих индукций $B_{I \max}$, $B_{II \max}$ в сердечниках I и II будут различными. В отличие от описанных переходных режимов ТПТ, где изменение индукций в сердечниках I и II связано с появлением свободных потоков, в рассматриваемом режиме увеличение амплитуды индукции в одном сердечнике ТПТ происходит за счет уменьшения индукции в другом. Если $B_{I(II) \max}$ в сердечнике, ненасыщенном в интервале наибольшей по длительности полуволны тока i_2 , превысит значение $2B_s$, то оба сердечника окажутся однополярно насыщенными и во вторичном токе i_2 возникнет всплеск. В рассматриваемом режиме возникают периодические незатухающие всплески.

Для упрощения анализа примем $r_2 = 0$. Условие равенства нулю среднего значения вторичного тока ТПТ за период запишем в виде

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (1 + k \sin \omega t) d\omega t = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1 + 2\pi} (1 + k \sin \omega t) d\omega t. \quad (12)$$

Из рис. 3 определим $\alpha_2 = 2(\pi - \Psi_u - \alpha_1)$. Тогда после интегрирования (12) получим трансцендентное уравнение для α_1 :

$$k[\cos \alpha_1 - \cos(2\Psi_u + \alpha_1)] = 2\left(\Psi_u + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right). \quad (13)$$

Из (13) следует, что основными параметрами, определяющими возможность возникновения всплесков тока i_2 , являются фаза Ψ_u синусоидальной составляющей в токе i_1 относительно напряжения питания u'_1 и глубина модуляции k первичного тока i_1 .

При $\Psi_u = 0, \pi$ из (13) получим $\alpha_1 = \pm \frac{\pi}{2}$. В этом случае длительности полуволн вторичного тока i_2

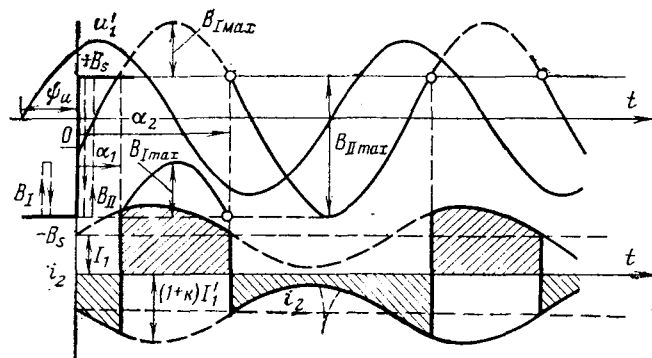


Рис. 3. Установившийся режим ТПТ с переменной (синусоидальной) составляющей в первичном токе.

ТПТ и амплитуды индукций в сердечниках I и II равны, поэтому всплески тока i_2 не возникают при любом значении $k < 1$.

Наибольшее увеличение $B_{I(II)}$ соответствует фазе $\Psi_u = \pm \frac{\pi}{2}$. Определим для этого случая минимально

необходимое для возникновения всплесков тока i_2 значение k_{\min} . В интервале наибольшей по длительности полуволны тока i_2 условие отсутствия всплесков (рис. 5) выглядит следующим образом:

$$B_{\max} \approx 2B_m \left[1 + \sin \left(\alpha_1 + \Psi_u - \frac{\pi}{2} \right) \right] < 2B_s. \quad (14)$$

При $\Psi_u = \pi/2$ условие (14) принимает вид: $B_{\max} = 2B_m(1 + \sin \alpha_1) < 2B_s$, а уравнение (13): $k \cos \alpha_1 = -\alpha_1$.

Значение k_{\min} определяется при известных параметрах сердечников ТПТ из совместного решения (13) и (14). Например, для сердечников ТПТ-10, ТПТ-300, ТПТ-400 $B_m = 0,6T$, $B_s = 0,75T$ и $k_{\min} = 0,26$.

Окончанием всплеска является момент, когда $i_{всп} = i'_1$. Длительности полуволн вторичного тока ТПТ при этом изменяются так, что выполняется условие (12).

При выборе $r_2 < r_{2ном}$ сопротивление r_2 незначительно влияет на амплитудные значения B_I , B_{II} , поэтому полученное из (13) и (14) значение k_{\min} можно принять в качестве граничного при оценке возможности возникновения всплесков вторичного тока ТПТ в режиме двухфазного опрокидывания инвертора.

Максимальная амплитуда всплесков тока i_2 в рассматриваемом режиме значительно меньше, чем при включении ТПТ на холостой ход, а их длительность не превышает 30—40°. Из проведенного анализа следует, что всплески вторичного тока ТПТ при появлении переменной составляющей в первичном токе не возникают, если выбрать для сердечников ТПТ $B_m < \frac{B_s}{2}$.

Включение напряжения питания при наличии тока управления. Особенностью переходного вторичного тока i_2 ТПТ при такой коммутации, кроме возможных всплесков, является неравенство для

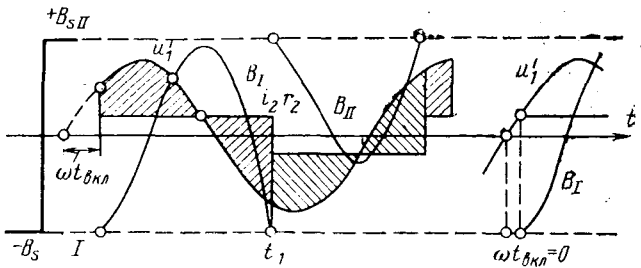


Рис. 4. Начальный интервал переходного процесса в ТПТ при включении напряжения питания и включенной первичной сети.

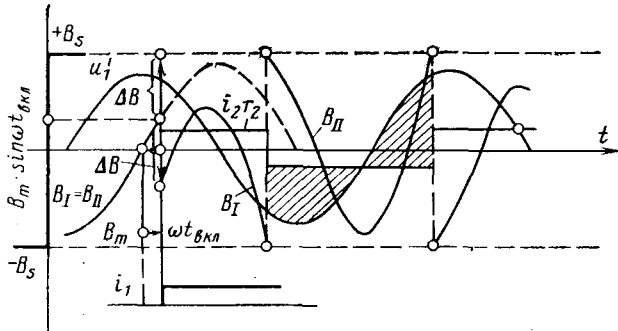


Рис. 5. Начальный интервал переходного процесса в ТПТ при включении первичного тока и включенном напряжении питания.

тельности полувольт тока [Л. 1]. При этом во вторичной цепи ТПТ протекает свободный заряд $Q_{св}$, учет которого также необходим при оценке работы вторичных устройств.

Достаточно рассмотреть включение напряжения питания в интервале одной его полувольты (рис. 4). За начало отсчета примем момент перехода u_1 через нуль. Перед коммутацией оба сердечника ТПТ насыщены: $B_I(0) = -B_s$, $B_{II}(0) = +B_s$. Затем один из сердечников выходит из насыщения и во вторичной цепи ТПТ скачком устанавливается ток $i_2 = i'_1$. Знаки первых полувольт напряжения и тока i_2 совпадают.

Предварительно рассмотрим особенности изменения тока i_2 при включении u_1 вблизи нуля (рис. 4). Обозначим через $c = \frac{I'_1 r_2}{U'_{1m}}$ относительное значение

падения напряжения на нагрузке. При малых углах включения $-\arcsin c < \omega t_{вкл} < \arcsin c$ напряжение u'_1 приложено только к сопротивлению нагрузки и, пока напряжение на нагрузке не станет равным $I'_1 r_2$, ток $i_2 = \frac{U'_{1m}}{r_2} \sin \omega t$.

При этом в токе i_2 возникает провал, максимальная длительность которого составляет $2\arcsin c$.

Изменение индукции в ненасыщенном сердечнике I(II) аналогично изменению индукции в сердечнике эквивалентного дросселя с $B_{рзкв} = 0$ при включении ТПТ на холостой ход. Дополнительно учитывается влияние нагрузки. Максимальную амплитуду переменной составляющей индукции

в интервале первой полувольты тока i_2 определим из (1)

$$B_{\max} = \frac{1}{\omega w_2 S} \int_{\arcsin c}^{\pi - \arcsin c} (U'_{1m} \sin \omega t - I'_1 r_2) d\omega t = \\ = 2B_m [2\sqrt{1-c^2} - c(\pi - 2\arcsin c)]. \quad (15)$$

Отсюда следует, что всплески вторичного тока ТПТ в рассматриваемом режиме не возникают, если выбрать $B_m < \frac{B_s}{2}$.

Переходный процесс во вторичной цепи ТПТ (выравнивание длительностей полувольт тока i_2) определяется моментом коммутации и значением r_2 . При приближении момента включения $\omega t_{вкл}$ к установившемуся значению фазного сдвига φ и увеличении r_2 выравнивание длительностей полувольт тока i_2 происходит быстрее. Моменты переключения сердечников I и II в переходном режиме и, следовательно, длительности полувольт тока i_2 определяются из уравнения типа (1), записанных в виде условия замкнутости гистерезисного цикла. Например, для момента ωt_1 окончания первой полувольты тока i_2 :

$$\int_{\omega t_{вкл}}^{\pi - \arcsin c} (U'_{1m} \sin \omega t - I'_1 r_2) d\omega t + \int_{\pi - \arcsin c}^{\omega t_1} (U'_{1m} \sin \omega t - I'_1 r_2) d\omega t = 0. \quad (16)$$

Расчет переходного вторичного тока ТПТ сводится к расчету массива трансцендентных уравнений для моментов изменения знака тока i_2 , полученных из уравнений вида (16). При $\omega t_{вкл} = \arcsin c$ получим уравнение, соответствующее максимальной длительности первой полувольты тока i_2 и, следовательно, максимальному свободному заряду, протекающему во вторичной цепи ТПТ в переходном режиме:

$$\cos \omega t_1 + \cos \omega t_1 = \sqrt{1-c^2} + c \arcsin c.$$

Обозначим через $\theta_1, \theta_3, \dots, \theta_{2n-1}$ моменты появления положительных полувольт через $\theta_2, \theta_4, \dots, \theta_{2n}$ — отрицательных полувольт тока i_2 в переходном режиме ($n=1, 2, 3, \dots$). Тогда из уравнений вида (16) получим систему трансцендентных уравнений для моментов окончания положительных и отрицательных полувольт тока:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{2n} - \theta_{2n-1} &= \frac{1}{c} (\cos \theta_{2n-1} - \cos \theta_{2n}); \\ \theta_{2n+1} - \theta_{2n} &= \frac{1}{c} (\cos \theta_{2n+1} + \cos \theta_{2n}). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Разность левых частей уравнений (17), представляющих собой длительности положительной и отрицательной полувольт n -го периода, пропорциональна свободному заряду за этот период. Свободный заряд, протекающий во вторичной цепи ТПТ за все время переходного процесса

$$Q_{св} = I'_1 \frac{\Delta \theta}{\omega} = \frac{I'_1}{c\omega} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \cos \theta_{2n-1} - \sum_{n=1}^{\infty} \cos \theta_{2n+1} \right). \quad (18)$$

Очевидно, $\cos \theta_{n+1} = \cos \varphi$. Тогда при $\theta_1 = \theta_{\text{вкл}} =$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} = \arcsin c$ получим из выражения (18):

$$Q_{\text{св max}} = \frac{I'_1}{\omega} (\sqrt{1 - c^2} - \cos \varphi) = \\ = \frac{I'_1}{\omega} \left(\sqrt{\frac{1}{c^2} - 1} - \frac{\pi}{2} \right).$$

Включение первичного тока. При включении первичного тока ТПТ, находившегося в режиме холостого хода, также возникает переходный процесс выравнивания полувольт вторичного тока. Начальный послекоммутационный интервал переходного режима показан на рис. 5.

За начало отсчета примем момент перехода через нуль индукции холостого хода. Достаточно рассмотреть включение в интервале одной полувольт индукции. В момент включения

$$B_{I \text{ нач}} = B_{II \text{ нач}} = B_m \sin \omega t_{\text{вкл}},$$

и в соответствии с уравнениями (3) один из сердечников ТПТ, для которого разность $(B_s - B_{\text{нач}})$ меньше, переходит в насыщенное состояние. Скачок индукции в этом сердечнике составляет:

$$\Delta B = B_s - B_m \sin \omega t_{\text{вкл}}.$$

Суммарное потокоцепление вторичных обмоток сердечников I и II в момент коммутации неизменно, поэтому во втором сердечнике возникает скачок индукции противоположного знака (рис. 5). Начальное значение переменной составляющей индукции в ненасыщенном сердечнике

$$B'_{I \text{ нач}} = B_{I \text{ нач}} - \Delta B = -B_s + 2B_m \sin \omega t_{\text{вкл}}$$

или при отсчете от $-B_s$:

$$B'_{I \text{ нач}} = 2B_m \sin \omega t_{\text{вкл}}.$$

Так как один из сердечников ТПТ остается ненасыщенным, то ток во вторичной цепи ТПТ устанавливается скачком. При небольших значениях изменение индукции в сердечниках ТПТ после коммутации незначительно отличается от установившегося режима и переходный процесс во вторичной цепи ТПТ практически не возникает. В частности, при $r_2 = 0$ вторичный ток ТПТ устанавливается сразу. Длительность первой полувольты тока i_2 всегда меньше 180° , а амплитуда переменной составляющей индукции при любой фазе включения не превышает $2B_m$, т. е. за счет скачков индукции в сердечниках ТПТ всплески тока i_2 в интервале первой полувольты не возникают. В следующем периоде приращение индукции в ненасыщенном сердечнике также недостаточно для однополярного насыщения обоих сердечников ТПТ.

Следовательно, при такой коммутации всплески вторичного тока ТПТ не возникают, а величина свободного заряда, протекающего во вторичной цепи, меньше, чем при включении напряжения питания, когда есть ток i_1 .

Реверс (перемена полярности) первичного тока. При перемене полярности первичного тока i_1 вто-

ричный ток ТПТ, выполняемого по схеме рис. 1, а не изменяет направления [Л. 1]. В соответствии с уравнениями (3) в момент реверса тока i_1 сердечник, перематнивавшийся в ненасыщенной области, насыщается. Второй сердечник, до этого насыщенный, переходит в ненасыщенное состояние. При этом суммарное потокоцепление вторичных обмоток сердечников ТПТ не изменяется и перематнивание ненасыщенного сердечника происходит далее так, как это было бы с другим сердечником, если бы реверса тока i_1 не было. Переходный процесс в схеме ТПТ не возникает.

Таким образом, всплески тока во вторичной цепи электромагнитных ТПТ возникают при одновременном и однополярном относительно напряжения питания насыщения сердечников ТПТ. Наибольшей амплитуды и длительности всплески тока i_2 достигают в режиме включения ТПТ на холостой ход. Остальные режимы можно рассматривать как частные случаи этого переходного процесса.

Для исключения всплесков вторичного тока ТПТ в переходных режимах, обусловленных коммутацией в первичной цепи (изменение тока i_1), достаточно выбрать для сердечников ТПТ $B_m < \frac{B}{2}$.

Для переходных ТПТ, вызванных коммутациями в цепи напряжения питания, это условие недостаточно; здесь возможность появления всплесков тока во многом определяется возможными высокими остаточными индукциями в сердечниках ТПТ. Для исключения всплесков тока i_2 в этих режимах необходимо дополнительно согласование параметров сердечников ТПТ и ТП по условию (8).

Особенностью переходных режимов ТПТ при включении одного из источников в схеме ТПТ и включенном другом является неравенство длительностей полувольт вторичного тока. При этом во вторичной цепи ТПТ возникает свободный заряд, учет которого также необходим при оценке работы вторичных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сторм Г. Ф. Магнитные усилители. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1957.
2. Толстов Ю. Г. Измерительные трансформаторы постоянного тока и напряжения. М.: Госэнергоиздат, 1951.
3. Белицкая М. С., Лиманов Е. А. Трансформаторы постоянного тока и напряжения. М.—Л.: Энергия, 1964.
4. Мелик-Саркисов Б. С. Защита электропередачи постоянного тока. — Изв. НИИПТ, 1957, № 2.
5. Подгорный Э. В., Хлебников С. Д. Моделирование и расчеты переходных режимов в цепях релейной защиты. М.: Энергия, 1974.
6. Дроздов А. Д. Электрические цепи с ферромагнитными сердечниками в релейной защите. М.—Л.: Энергия, 1965.
7. Броски токов при включении трансформаторов постоянного тока на холостой ход/Подгорный Э. В. и др. — Изв. вузов. Электромеханика, 1972, № 5.
8. Всплески тока во вторичной цепи трансформатора постоянного тока при отключении первичного тока/Подгорный Э. В. и др. — Изв. вузов. Энергетика, 1973, № 9.
9. Пименов В. П., Поссе А. В. Опрокидывание инвертора. — Электричество, 1956, № 6.

[5.7.1976]

Критерий преобразования схем замещения многообмоточных трансформаторов в более простые схемы

Канд. техн. наук ВАСЮТИНСКИЙ С. Б.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина

Несмотря на большое число работ, посвященных схемам замещения многообмоточных трансформаторов, отсутствуют удобные критерии существования упрощенных схем. В связи с этим остаются открытыми вопросы, в каких случаях применимы так называемые цепные схемы, применимы ли и когда именно схемы в виде n -лучевых звезд и т. д. В данной статье рассматриваются схемы замещения без учета намагничивающего тока.

Наиболее известными схемами замещения многообмоточных трансформаторов с числом обмоток, большим трех, являются схемы полных многоугольников с непересекающимися диагоналями (рис. 1). Эти схемы неудобны тем, что в них имеется несколько замкнутых контуров. В [Л. 1] приведен критерий преобразования сложных сетей в виде полных многоугольников в схемы в виде n -лучевых звезд, но он практически не применим для многообмоточных трансформаторов из-за громоздкости получающихся формул и трудности их анализа.

Для четырех- и пятиобмоточного трансформатора существуют точные схемы замещения в виде звездообразных многоугольников (рис. 2). Параметры схемы замещения для четырехобмоточного трансформатора (рис. 2,а) следующие [Л. 2]:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_{124} - \frac{Z_5 Z_6}{2(Z_5 + Z_6)}; & Z_2 &= Z_{213} - \frac{Z_5 Z_6}{2(Z_5 + Z_6)}; \\ Z_3 &= Z_{324} - \frac{Z_5 Z_6}{2(Z_5 + Z_6)}; & Z_4 &= Z_{413} - \frac{Z_5 Z_6}{2(Z_5 + Z_6)}; \\ Z_5 &= K_2 + \sqrt{K_1 K_2}; & Z_6 &= K_1 + \sqrt{K_1 K_2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $Z_{mnp} = 0,5(Z_{m-n} + Z_{m-p} - Z_{n-p})$ — сопротивление луча трехлучевой схемы замещения трехобмоточного трансформатора с обмотками m, n и p ; Z_{m-n} — сопротивление к. з. между парой обмоток m и n ;

$$K_1 = 2(Z_{143} - Z_{142}); \quad K_2 = 2(Z_{123} - Z_{124}). \quad (2)$$

Схема замещения в виде звездообразного четырехугольника превращается в цепную (рис. 3,а), если $Z_5 = 0$ или $Z_6 = 0$. Случай $Z_5 = 0$ имеет место при $K_2 = 0$, т. е. когда

$$Z_{123} = Z_{124}. \quad (3)$$

Это равенство является критерием существования точной цепной схемы четырехобмоточного трансформатора. Оно может быть переписано в виде

$$Z_{1-3} - Z_{1-4} = Z_{2-3} - Z_{2-4}, \quad (4)$$

которое удовлетворяется, если

$$Z_{1-3} = Z_{1-4} \text{ и } Z_{2-3} = Z_{2-4} \quad (5)$$

или

$$Z_{3-1} = Z_{3-2} \text{ и } Z_{4-1} = Z_{4-2}. \quad (6)$$

Уравнение (5) соответствует случаям, когда обмотки 3 и 4 расположены симметрично относительно обмоток 1 и 2. Примеры показаны на

рис. 3,б и в. В первом случае имеется две нерасщепленные и одна расщепленная на две части обмотки; во втором — одна нерасщепленная и другая расщепленная на три части обмотки. Уравнение (6) соответствует аналогичным случаям, но при другой нумерации обмоток. Взаимное расположение обмоток относительно друг друга на рис. 3,б и в может меняться.

Параметры точной цепной схемы замещения получаются следующими:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_{123} = Z_{124}; & Z_2 &= Z_{213} = Z_{214}; \\ Z_3 &= Z_{341} = Z_{342}; & Z_4 &= Z_{431} = Z_{432}; \\ Z_{23} &= Z_{134} - Z_{124}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Если в схеме 2,а положить $Z_6 = 0$, то придем к выводам, аналогичным при $Z_5 = 0$.

В большинстве практических случаев для четырехобмоточного трансформатора цепная схема замещения не является точной, но она может быть использована как приближенная. Параметры приближенной схемы замещения не могут быть получены из параметров точной схемы, так как первые имеют более сложный вид. Они могут быть найдены из условия получения наименьшей квадратичной погрешности [Л. 3].

Выведенный критерий существования точной цепной схемы позволяет установить, какая должна быть принята индексация сопротивлений в приближенной схеме замещения, чтобы получилась минимально возможная погрешность. Она должна быть такой, чтобы условия (4) выполнялись с минимальной ошибкой. Например, для концентрически расположенных обмоток индексация параметров схемы замещения на рис. 3,а должна быть аналогичной нумерации обмоток трансформатора (рис. 3,г). Действительно, из рис. 3,г следует, что $\delta_{14} - \delta_{13} = \delta_{24} - \delta_{23}$, поэтому для плоскопараллельного чисто осевого поля рассеяния при одинаковой высоте обмоток (условия, которые обычно принимаются при выводе индуктивности рассеяния) справедливо равенство:

$$x_{1-4} - x_{1-3} = x_{2-4} - x_{2-3},$$

что дает минимально возможную ошибку выполнения условия (4).

Из схемы рис. 2,а можно получить схему замещения в виде четырехлучевой звезды (рис. 4,а), если в уравнении (1) положить $Z_5 = Z_6 = 0$. Эти условия будут выполнены, если $K_1 = K_2 = 0$, т. е. если

$$Z_{123} = Z_{124} = Z_{134}, \quad (8)$$

где Z_{123} , Z_{124} , Z_{134} — сопротивления трехлучевых схем замещения трехобмоточных трансформаторов, образованных первой и любыми двумя другими обмотками четырехобмоточного трансформатора при разомкнутых остальных обмотках.

Уравнение (8) является критерием существования у четырехобмоточного трансформатора точной

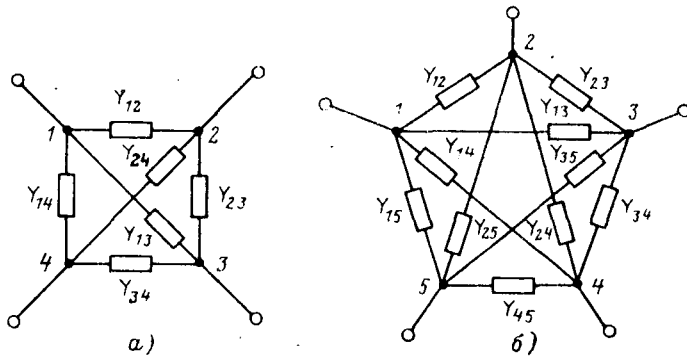


Рис. 1. Схемы замещения трансформаторов в виде замкнутых многоугольников.

а — четырехобмоточного; б — пятиобмоточного.

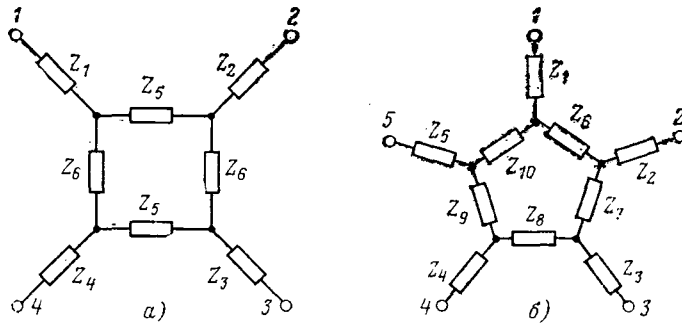


Рис. 2. Схемы замещения трансформаторов в виде звездообразных многоугольников.

а — четырехобмоточного; б — пятиобмоточного.

схемы замещения в виде четырехлучевой звезды. Оно может быть переписано в виде равенства:

$$\begin{aligned} Z_{1-2} + Z_{1-3} - Z_{2-3} &= Z_{1-2} + \\ &+ Z_{1-4} - Z_{2-4} = Z_{1-3} + Z_{1-4} - Z_{3-4}, \end{aligned} \quad (8a)$$

которое справедливо, если

$$\left. \begin{aligned} Z_{1-2} &= Z_{1-3} = Z_{1-4} \\ Z_{2-3} &= Z_{2-4} = Z_{3-4} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для обмоток, расположенных на одном стержне, выполнение условий (9) вряд ли возможно, однако оно возможно в однофазном трансформаторе, имеющем симметричную магнитную систему, если обмотки 2, 3, 4 и параллельные ветви обмотки 1 расположены на разных стержнях (рис. 4, б). Параметры точной схемы замещения в виде звезды:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{123} = Z_{124} = Z_{134}; \quad Z_2 = Z_{213} = Z_{214} = Z_{234}; \\ Z_3 &= Z_{312} = Z_{314} = Z_{324}; \quad Z_4 = Z_{412} = Z_{413} = Z_{423}. \end{aligned}$$

В случаях, когда схема замещения в виде четырехлучевой звезды не является точной, она иногда может быть использована как приближенная. Погрешности в значениях напряжений к. з. при этом равны:

$$\begin{aligned} \Delta Z_{12} &= Z_{1-2} - Z'_1 - Z'_2; \\ \Delta Z_{13} &= Z_{1-3} - Z'_1 - Z'_3; \\ \Delta Z_{14} &= Z_{1-4} - Z'_1 - Z'_4; \\ \Delta Z_{23} &= Z_{2-3} - Z'_2 - Z'_3; \\ \Delta Z_{24} &= Z_{2-4} - Z'_2 - Z'_4; \\ \Delta Z_{34} &= Z_{3-4} - Z'_3 - Z'_4, \end{aligned}$$

где $Z'_1 - Z'_4$ — параметры приближенной схемы замещения. Они могут быть найдены из условия минимума суммы квадратов погрешностей:

$$\Sigma (\Delta Z)^2 = (\Delta Z_{12})^2 + (\Delta Z_{13})^2 + \dots$$

Взяв производные от этого выражения по Z'_1, Z'_2, Z'_3 и Z'_4 и приравняв их нулю, найдем параметры приближенной звездообразной схемы замещения:

$$\left. \begin{aligned} Z'_1 &= \frac{Z_{123} + Z_{124} + Z_{134}}{3}; \quad Z'_2 = \frac{Z_{213} + Z_{214} + Z_{234}}{3}; \\ Z'_3 &= \frac{Z_{312} + Z_{314} + Z_{324}}{3}; \quad Z'_4 = \frac{Z_{412} + Z_{413} + Z_{423}}{3}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Таким образом, сопротивление каждого из лучей приближенной схемы замещения в виде четырехлучевой звезды равно среднему значению сопротивлений трехлучевых схем, выходящих из данной вершины. Это правило распространяется на многообмоточный трансформатор с любым числом обмоток $n > 3$.

Наименьшая погрешность приближенной схемы замещения в виде звезды имеет место в тех случаях, когда условия (8а) или (9) выполняются наиболее точно. Примером может служить однофазный трехстержневой трансформатор с несимметричной магнитной системой, на каждом стержне которого размещено по одной параллельной ветви обмотки 1 и по одной из обмоток 2, 3 или 4 (рис. 4, в). Если

$$x_{1-2} = x_{1-3} = x_{1-4},$$

то

$$x_{2-3} \approx x_{2-4} \approx x_{3-4}.$$

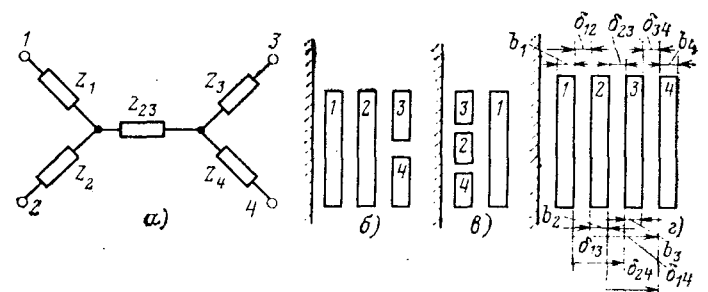


Рис. 3. Цепная схема замещения четырехобмоточного трансформатора (а) и расположения обмоток: точно (б, в) и приближенно (г) соответствующие схеме замещения.

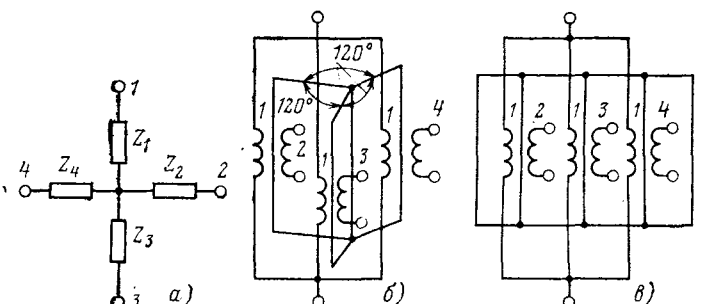


Рис. 4. Схема замещения четырехобмоточного трансформатора в виде звезды (а) и расположения обмоток: точно (б) и приближенно (в) соответствующие схеме замещения.

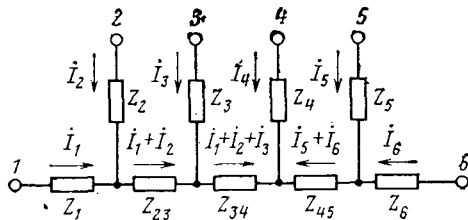


Рис. 5. Цепная схема замещения шестиобмоточного трансформатора.

Это объясняется тем, что магнитными связями по полю рассеяния между обмотками, расположенными на разных стержнях, почти всегда можно пренебречь по сравнению с магнитными связями между обмотками одного стержня, поэтому $x_{2-3} \approx x_{1-2} + x_{1-3}$; $x_{2-4} \approx x_{1-2} + x_{1-4}$; $x_{3-4} \approx x_{1-3} + x_{1-4}$, т. е. $x_{2-3} \approx x_{2-4} \approx x_{3-4}$, и условия (9) приближенно выполняются. Полученные критерии существования точной цепной и в виде звезды схем замещения четырехобмоточного трансформатора можно распространить на n -обмоточный трансформатор с любым числом обмоток $n > 3$. Любые три обмотки многообмоточного трансформатора образуют трехобмоточный трансформатор, который при разомкнутых остальных обмотках имеет схему замещения в виде трехлучевой звезды. Поэтому в каждой вершине n -обмоточного трансформатора можно считать присоединенными $0,5(n-1)(n-2)$ лучей трехлучевых схем замещения. Критерий существования точной схемы замещения в виде n -лучевой звезды состоит в том, что сопротивления всех лучей, выходящих из одной вершины, равны между собой. Например, для вершины 1

$$Z_{123} = Z_{124} = Z_{125} = \dots = Z_{134} = Z_{135} = \dots = Z_{136} = \dots = Z_{145} = Z_{146} = \dots \quad (11)$$

Чтобы доказать это, подставим уравнение (11) в уравнение э. д. с. многообмоточного трансформатора [Л. 4]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 - \dot{U}_1 &= i_2 Z_{122} + i_3 Z_{123} + i_4 Z_{124} + i_5 Z_{125} + \dots; \\ \dot{U}_3 - \dot{U}_1 &= i_2 Z_{132} + i_3 Z_{133} + i_4 Z_{134} + i_5 Z_{135} + \dots; \\ \dot{U}_4 - \dot{U}_1 &= i_2 Z_{142} + i_3 Z_{143} + i_4 Z_{144} + i_5 Z_{145} + \dots; \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Тогда с учетом уравнения м. д. с.

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \dots + i_n = 0 \quad (13)$$

получим

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 - i_1 Z_{123} &= \dot{U}_2 - i_2 Z_{213} = \dot{U}_3 - i_3 Z_{314} = \\ &= \dot{U}_4 - i_4 Z_{415} = \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

которое показывает, что при сделанных допущениях схема замещения n -обмоточного трансформатора имеет вид n -лучевой звезды.

Критерий существования точной цепной схемы замещения для n -обмоточного трансформатора при любом $n > 3$ состоит в том, что равны сопротивления не всех лучей трехлучевых звезд, а только сопротивления отдельных групп, например, для вершины 1:

$$\left. \begin{aligned} Z_{123} &= Z_{124} = Z_{125} = Z_{126} = \dots; \\ Z_{134} &= Z_{135} = Z_{136} = Z_{137} = \dots; \\ Z_{145} &= Z_{146} = Z_{147} = Z_{148} = \dots; \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Чтобы доказать это, подставим (15) в уравнения (12). Тогда с учетом уравнения н. с. (13) получим, например, для шестиобмоточного трансформатора

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 - \dot{U}_2 &= i_1 Z_{123} - i_2 Z_{213}; \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_3 &= i_2 Z_{213} + (i_1 + i_2)(Z_{134} - Z_{123}) - i_3 Z_{314}; \\ \dot{U}_3 - \dot{U}_4 &= i_3 Z_{314} + (i_1 + i_2 + i_3)(Z_{145} - Z_{134}) - i_4 Z_{415}; \\ \dot{U}_4 - \dot{U}_5 &= i_4 Z_{415} - (i_5 + i_6)(Z_{156} - Z_{145}) - i_5 Z_{516}; \\ \dot{U}_5 - \dot{U}_6 &= i_5 Z_{516} - i_6 Z_{615}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Как видно из рис. 5, уравнения (16) являются уравнениями цепной схемы замещения шестиобмоточного трансформатора. Параметры этой схемы следующие:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{123}; \quad Z_2 = Z_{213}; \quad Z_3 = Z_{314}; \quad Z_4 = Z_{415}; \\ Z_5 &= Z_{516}; \quad Z_6 = Z_{615}; \quad Z_{23} = Z_{134} - Z_{123}; \\ Z_{34} &= Z_{145} - Z_{134}; \quad Z_{45} = Z_{156} - Z_{145}. \end{aligned}$$

Сопротивления между любыми двумя вершинами схемы замещения равны сопротивлениям к. з. между парами обмоток, например для вершин 2 и 3:

$$Z_{2-3} = Z_{213} + Z_{134} - Z_{123} + Z_{314}.$$

Аналогичные доказательства можно привести для трансформатора с любым числом обмоток. Для использования критериев (11) и (15) не нужно знать параметры схемы замещения многообмоточного трансформатора, а лишь параметры трехлучевых схем трехобмоточных трансформаторов, образованных любыми тремя обмотками многообмоточного трансформатора при разомкнутых остальных обмотках.

По методике, указанной для четырехобмоточного трансформатора, можно найти параметры приближенных схем замещения — цепных и в виде звезд для многообмоточного трансформатора с любым $n > 3$, а также погрешности приближенных схем.

Расчеты показывают, что для концентрически расположенных обмоток цепные схемы дают сравнительно небольшие погрешности, а схемы в виде звезд — значительно большие. Однако в некоторых других случаях, например для расщепленных обмоток, погрешность может быть меньше и приближенные схемы в виде n -лучевых звезд могут использоваться для предварительных или оценочных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горев А. А., Костенко М. В. Приведение сложных сетей к простейшим эквивалентным схемам. — Электричество, 1948, № 3, с. 40—43.
2. Starr F. M. An equivalent circuit for the four-winding transformer. — General Electric review, 1933, vol. 36, No. 3, p. 150—152.
3. Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974.
4. Васютинский С. Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. М.: Энергия, 1970.

[5.7.1977]

Электрические схемы замещения трехфазного трансформатора с тяговой нагрузкой и бесконтактным плавным пофазным регулированием напряжения

Канд. техн. наук, доц. ВЕТЛУГИН Е. М.

На тяговых подстанциях электрических железных дорог переменного тока широкое применение находят трехфазные силовые трансформаторы с соединением обмоток по схеме звезда — треугольник. Первичная обмотка трансформатора подключается к трехпроводной линии электропередачи на напряжение 110—220 кВ. Как следует из [Л. 1], для трансформаторов 150—220 кВ предусматривается обязательное глухое заземление нейтрали. На тяговых подстанциях 110 кВ нейтраль заземляется не у всех трансформаторов. Нейтрали трансформаторов, не заземленные наглухо, заземляют через разрядник.

Весьма актуальной является проблема повышения эффективности тяги переменного тока. Одним из вариантов решения этой проблемы может служить применение плавного бесконтактного пофазного регулирования напряжения упомянутых трехфазных трансформаторов, выполненных по схеме, изображенной на рис. 1, а, б. Принцип работы этой схемы регулирования заключается в следующем. В два соседних отвода каждого «плеча» тяговой вторичной обмотки трансформатора включены реакторы, подмагничиваемые постоянным током. При одновременном намагничивании одного реактора и снятии подмагничивания с другого происходит плавное изменение сопротивления реакторов, благодаря чему ток нагрузки плавно переводится с одного отвода на другой, что и обеспечивает плавное изменение напряжения у потребителей. Описанный принцип регулирования может находить применение в трансформаторах любых мощностей с диапазоном регулирования напряжения между соседними отводами до (20—25)% U_n . Дополнительное падение вторичного напряжения при этом (за счет реакторов в предельных режимах подмагничивания) составляет порядка (2—4)% U_n .

Ограничение диапазона регулирования напряжения между соседними отводами обусловлено тем, что увеличение этого параметра вызывает дополнительное увеличение мощности, потребляемой реакторами, что приводит к дополнительному снижению коэффициентов мощности и полезного действия агрегата. Вопрос выбора оптимального значения диапазона регулирования необходимо решать с учетом конкретных факторов, например возможности колебания подводимого напряжения и ряда других [Л. 2].

В настоящей статье рассмотрены некоторые соотношения и предлагаются простые электрические схемы замещения трансформатора с тяговой нагрузкой и бесконтактным плавным пофазным регулированием напряжения с помощью подмагничивания реакторов, включенных по схеме рис. 1, б. Характерной особенностью полученных схем замещения является то, что каждое из эквивалентных сопро-

тивлений соответствующей фазы в отличие от обычных схем замещения [Л. 3], зависит от сопротивления нагрузок двух фаз.

При получении схем замещения приняты следующие основные допущения:

1) не учитывается намагничивающий ток трансформатора и потери в его магнитной системе, т. е. ток холостого хода при отключенных реакторах (впоследствии к полученным схемам замещения может быть добавлена ветвь тока холостого хода);

2) хотя задача учета сопротивлений короткого замыкания между регулировочной частью обмотки и остальными обмотками поддается строгому решению, чтобы избежать громоздких выкладок, эти сопротивления не учитываются. Правомочность этого допущения является одной из специфических особенностей рассматриваемой схемы; это допущение подтверждено проверочным расчетом, который ввиду громоздкости не приведен в статье. Отклонение результатов расчета, проведенного в широком диапазоне мощностей с учетом и без учета отмеченного допущения, составило около (1—2)%. Результаты расчетов данного агрегата существенно зависят от расположения частей обмоток, что в основном учитывается параметром Z_R .

В целях сокращения математических выкладок некоторые рассуждения приведены лишь для «плеча № 1». Аналогичные рассуждения справедливы и для «плеча № 2», но с соответствующей заменой индексов в формулах.

Основные уравнения, описывающие процессы в «плече № 1» вторичной цепи трансформатора (рис. 1, б), могут быть приведены к виду:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{a\phi} + \gamma_{(1)} \dot{U}_{a\alpha} &= \dot{I}_{n11} Z_{n11} + \dot{I}_{p22(1)} Z_{p2(1)}; \\ \dot{I}_{p21(1)} Z_{p1(1)} &= \dot{I}_{p22(1)} Z_{p2(1)}; \\ \dot{U}_{a\alpha} &= \dot{I}_{c(1)} (Z_{p1(1)} + Z_{p2(1)}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\dot{I}_{p21(1)}$, $\dot{I}_{p22(1)}$ — составляющие токов в обмотках переменного тока реакторов, обусловленные током нагрузки «плеча № 1»; $\dot{I}_{c(1)}$ — циркулирующий ток в контуре регулируемого участка обмотки «плеча № 1», возникающий под воздействием напряжения между двумя ответвлениями; $\gamma_{(1)}$ — коэффициент регулирования «плеча № 1».

Коэффициент регулирования $\gamma_{(1)}$ рекомендуется рассчитывать по разработанной в [Л. 4 и 5] методике последовательных приближений:

$$\gamma_{(1)} = \frac{Z_{p2(1)}}{Z_{p(1)}},$$

где

$$Z_{p(1)} = Z_{p1(1)} + Z_{p2(1)}.$$

Подробное обоснование основных уравнений (1) также изложено в [Л. 4 и 5]. Они являются исход-

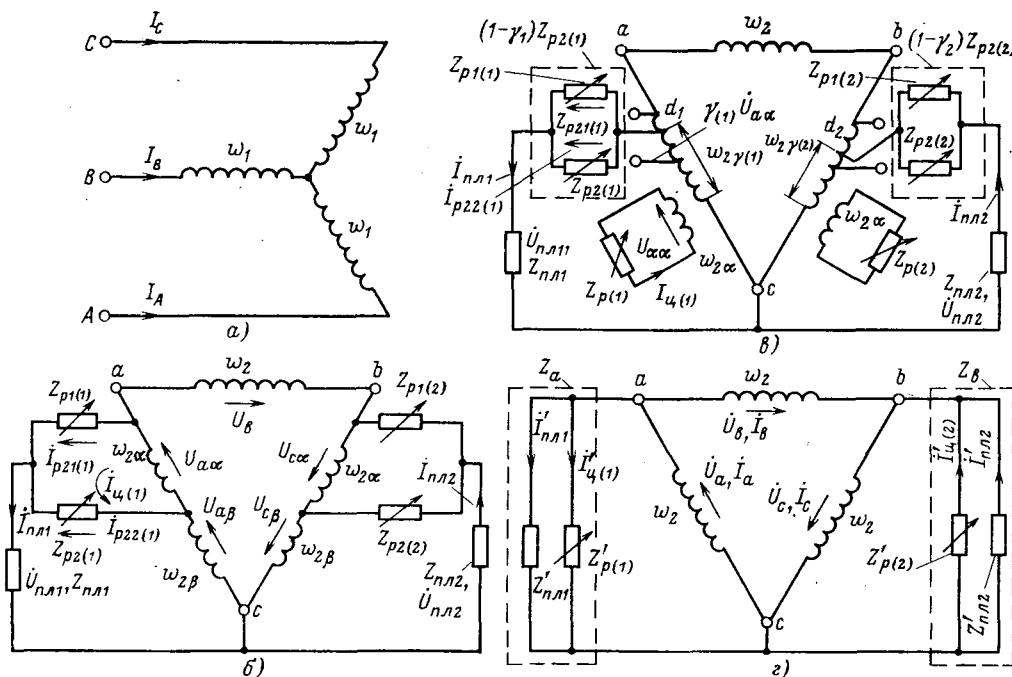


Рис. 1. Электрические схемы обмоток трехфазного силового трансформатора с пофазным регулированием напряжения.

a — первичная обмотка; b — вторичная обмотка; α — вторичная эквивалентная обмотка; β — вторичная эквивалентная обмотка, приведенная к числу витков ω_2 .

Из рис. 1,2 видно, что эквивалентный трансформатор ничем не отличается от обычной схемы трехфазного силового трансформатора при тяговой нагрузке. Эквивалентный трансформатор может быть использован, например, для получения электрической схемы замещения регулируемого агрегата. Для этого произведем приведение параметров Z_a и Z_b (рис. 1,2) к первичной обмотке, т. е.

ными положениями для дальнейших рассуждений. Им соответствует схема эквивалентной вторичной обмотки трансформатора, изображенная на рис. 1,в. Эквивалентная схема упрощает вывод ряда соотношений, а также позволяет наглядно представить физическую сущность регулирования. Каждому положению подвижного контакта d_1 (рис. 1,б) соответствует вполне определенный коэффициент регулирования $\gamma_{(1)}$, который может изменяться от нуля до единицы. Таким образом, каждому режиму подмагничивания реакторов соответствует вполне определенное эквивалентное число витков $\omega_{2\gamma(1)}$ регулируемой обмотки трансформатора:

$$\omega_{2\gamma(1)} = \omega_{2\beta} + \gamma_{(1)} \omega_{2\alpha}.$$

Следовательно, если

$$\gamma_{(1)} = 1, \text{ то } \omega_{2\gamma(1)} = \omega_2, \quad U_{\text{пл1}} = U_{\text{max}}.$$

Если

$$\gamma_{(1)} = 0, \text{ то } \omega_{2\gamma(1)} = \omega_{2\beta}, \quad U_{\text{пл1}} = U_{\text{min}}.$$

Как было отмечено, аналогичные рассуждения могут быть проведены и для «плеча № 2». После приведения контуров эквивалентной обмотки (рис. 1,б) с числами витков $\omega_{2\gamma(1)}$, $\omega_{2\gamma(2)}$, $\omega_{2\alpha}$ к числу витков ω_2 получим эквивалентный вариант схемы, изображенной на рис. 1,г, где

$$Z_a = \frac{Z'_{p(1)} Z'_{\text{пл1}}}{Z'_{p(1)} + Z'_{\text{пл1}}}, \quad Z_b = \frac{Z'_{p(2)} Z'_{\text{пл2}}}{Z'_{p(2)} + Z'_{\text{пл2}}},$$

причем

$$Z'_{p(1)} = K_a^2 Z_{p(1)}; \quad Z'_{p(2)} = K_a^2 Z_{p(2)};$$

$$Z'_{\text{пл1}} = K_{\gamma(1)}^2 [Z_{\text{пл1}} + (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p(1)}];$$

$$Z'_{\text{пл2}} = K_{\gamma(2)}^2 [Z_{\text{пл2}} + (1 - \gamma_{(2)}) Z_{p(2)}];$$

$$K_{\gamma(1)} = \frac{\omega_2}{\omega_{2\gamma(1)}} = \frac{\omega_2}{\omega_{2\beta} + \gamma_{(1)} \omega_{2\alpha}};$$

$$K_{\gamma(2)} = \frac{\omega_2}{\omega_{2\gamma(2)}} = \frac{\omega_2}{\omega_{2\beta} + \gamma_{(2)} \omega_{2\alpha}};$$

$$K_a = \frac{\omega_2}{\omega_{2\alpha}}.$$

к числу витков ω_1 :

$$Z'_a = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 Z_a = K^2 Z_a; \quad Z'_b = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 Z_b = K^2 Z_b.$$

Из теории несимметричной работы трехфазного трансформатора при соединении обмоток по схеме «звезда — треугольник» известны уравнения токов фаз A, B, C [Л. 6, стр. 249]. Рассматриваемый случай является частным случаем несимметричной работы трансформатора при $Z_c = 0$. Подставляя в упомянутые [Л. 6] формулы токов $Z_c = 0$ и произведя соответствующие подстановки с учетом выражений $U_A = \alpha^2 \dot{U}_C$; $\dot{U}_B = \alpha^2 \dot{U}_A$; $\dot{U}_C = \alpha^2 \dot{U}_B$ получим следующие уравнения токов фаз A, B, C :

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_{\text{эKB}A}}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_{\text{эKB}B}}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_{\text{эKB}C}},$$

причем

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{эKB}A} &= \frac{(Z'_a + Z_K)(Z'_a + 2Z'_b + Z_K) - Z'_a(Z'_a - Z'_b)}{(1 + \alpha^2)Z'_a + 2Z'_b + Z_K}; \\ Z_{\text{эKB}B} &= \frac{(Z'_b + 2Z'_a + Z_K)(Z'_b + Z_K) + Z'_b Z'_a - Z'_b}{Z'_b + Z_K + \alpha^2(Z'_b - Z'_a)}; \\ Z_{\text{эKB}C} &= \frac{(2Z'_b + Z_K)(2Z'_a + Z_K) - Z'_a Z'_b}{2Z'_a + Z_K - \alpha^2 Z'_b}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где Z_K — сопротивление короткого замыкания (при отключенных реакторах) пар обмоток одного стержня трансформатора с числом витков ω_1 и ω_2 (причем $\omega_2 = \omega_{2\alpha} + \omega_{2\beta}$), приведенное к числу витков первичной обмотки ω_1 .

Полученную систему уравнений (2) можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{эKB}A} &= (Z_{\text{эKB}A} - Z_K) + Z_K = Z'_{\text{эKB}A} + Z_K; \\ Z_{\text{эKB}B} &= (Z_{\text{эKB}B} - Z_K) + Z_K = Z'_{\text{эKB}B} + Z_K; \\ Z_{\text{эKB}C} &= (Z_{\text{эKB}C} - Z_K) + Z_K = Z'_{\text{эKB}C} + Z_K, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $Z'_{эква}$, $Z'_{экваB}$, $Z'_{экваC}$ — эквивалентные сопротивления нагрузки соответствующих фаз, приведенные к числу витков первичной обмотки w_1 .

Полученным уравнениям токов I_A , I_B , I_C соответствуют электрические схемы замещения (рис. 2) трех фаз регулируемого трансформатора без учета намагничивающей ветви. Вторичные напряжения и токи, приведенные к числу витков w_1 и указанные на рис. 2, описываются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_a &= K \dot{U}_a; \quad \dot{U}'_b = K \dot{U}_b; \quad \dot{U}'_c = K \dot{U}_c; \\ I'_a &= \frac{1}{K} I_a; \quad I'_b = \frac{1}{K} I_b; \quad I'_c = \frac{1}{K} I_c. \end{aligned}$$

Все изложенные соображения справедливы и для схемы плавно-ступенчатого регулирования. При этом необходимо регулировочную обмотку трансформатора снабдить ответвлениями, а переход со ступени на ступень осуществлять перемагничиванием реакторов с последующим переключением обесточенных отводов [Л. 4].

Таким образом, трехфазный силовой трансформатор с тяговой нагрузкой и плавным пофазным регулированием напряжения подмагничиваемыми реакторами может быть заменен тремя магнитно и электрически не связанными схемами, каждая из которых имитирует соответствующую фазу трансформатора. Характерной особенностью схем замещения является то, что каждое из эквивалентных сопротивлений в отличие от обычных схем замещения зависит от сопротивлений нагрузок двух фаз. Полученные схемы замещения могут быть использованы при расчете и анализе регулируемого агрегата. Так можно рассчитать напряжения у потребителя при нагрузке, пользуясь разработанной и приведенной ниже методикой.

Пример. Пофазное регулирование осуществляется по схеме (рис. 1, а, б) трехфазного силового трансформатора со следующими параметрами: $S_{\Sigma} = 30$ кВ·А; $U_{1\pi} = 380$ В; $U_{2\pi} = 220$ В; соединения обмоток Δ/Δ ; $Z_K = 0,14 \angle 75^\circ$, Ом; $Z_{\pi 11} = Z_{\pi 12} = 3 \angle 37^\circ$, Ом; $\cos \varphi_{\pi 11} = \cos \varphi_{\pi 12} = 0,8$; диапазон регулирования в режиме холостого хода: -25% $U_{\pi 1 \max}$, т. е. (220—165) В.

Требуется определить для заданных сопротивлений нагрузки $Z_{\pi 11}$ и $Z_{\pi 12}$ напряжения $U_{\pi 11}$ и $U_{\pi 12}$ для трех режимов: максимального (режим № 1), промежуточного (режим № 2) и минимального (режим № 3) значений вторичного напряжения.

Расчет режима № 1

$$\begin{aligned} Z_{p1(1)} &= Z_{p1(2)} = Z_{p1(\min)} = 0,15 \angle 74^\circ, \text{ Ом}, \\ Z_{p2(1)} &= Z_{p2(2)} = Z_{p2(\max)} = 15 \angle 76^\circ, \text{ Ом}. \end{aligned}$$

По полученным формулам сначала были определены следующие величины, необходимые для дальнейшего расчета:

$$\begin{aligned} \gamma_{(1)} &= 0,99 \angle 0^\circ; \quad (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p2(1)} = 0,15 \angle 76^\circ, \text{ Ом}; \\ K_{\gamma(1)} &= 0,998 \approx 1; \quad K = 1 \quad (\text{поскольку напряжение } 380/220 \text{ В при } \Delta/\Delta); \quad Z_{\text{эква}} = 3,65 \angle 55^\circ, \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Далее расчет рекомендуется вести в следующей последовательности.

1. Рассчитываем ток фазы

$$I_A = -I'_a = \frac{U_A}{Z_{\text{эква}}} = \frac{220 \angle 0^\circ}{3,65 \angle 55^\circ} = 60,3 \angle -55^\circ \text{ А}.$$

2. Через падение напряжения на сопротивлении Z_K определяем вторичное напряжение \dot{U}'_a (рис. 2) и далее напряжение \dot{U}_a (рис. 1, а) и $\dot{U}_{2\gamma(1)}$ (рис. 1, в):

$$\begin{aligned} \dot{U}'_a &= -[\dot{U}_A - I_A Z_K] = \\ &= -[220 \angle 0^\circ - 60,3 \angle -55^\circ \cdot 0,14 \angle 75^\circ] = 212 \angle 179^\circ \text{ В}; \end{aligned}$$

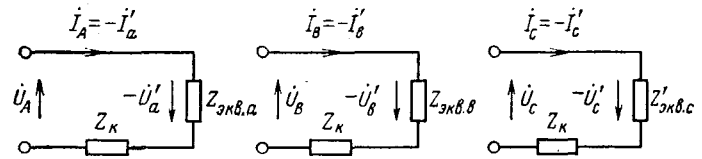


Рис. 2. Электрические схемы замещения трехфазного силового трансформатора с пофазным регулированием напряжения.

$$\dot{U}_a = \frac{\dot{U}'_a}{K} = \frac{212 \angle 179^\circ}{1} = 212 \angle 179^\circ \text{ В};$$

$$\dot{U}_{2\gamma(1)} = \frac{\dot{U}_a}{K_{\gamma(1)}} = \frac{212 \angle 179^\circ}{1} = 212 \angle 179^\circ \text{ В}.$$

3. Рассчитываем ток «плеча №1» (рис. 1, в):

$$\begin{aligned} I_{\pi 1} &= \frac{\dot{U}_{2\gamma(1)}}{Z_{\pi 11} + (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p2(1)}} = \\ &= \frac{212 \angle 179^\circ}{3 \angle 37^\circ + 0,15 \angle 76^\circ} = 68,5 \angle 141^\circ \text{ А}. \end{aligned}$$

4. Через падение напряжения на параллельно включенных реакторах определяем напряжение у потребителя $U_{\pi 11}$ (рис. 1, в):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\pi 11} &= \dot{U}_{2\gamma(1)} - I_{\pi 1} (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p2(1)} = \\ &= 212 \angle 179^\circ - 68,5 \angle 141^\circ \cdot 0,15 \angle 76^\circ = 204 \angle 178^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

Так как режимы в плечах симметричны, то

$$U_{\pi 11} = U_{\pi 12} = 204 \text{ В}.$$

Расчет режима № 2

$$Z_{p1(1)} = Z_{p1(2)} = Z_{p1(2)} = 0,61 \angle 77^\circ \text{ Ом}.$$

Как и в предыдущем случае, сначала были определены следующие параметры:

$$\begin{aligned} \gamma_{(1)} &= 0,5 \angle 0^\circ; \quad (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p2(1)} = 0,30 \angle 77^\circ \text{ Ом}; \\ K_{\gamma(1)} &= 1,14; \quad K = 1; \quad Z_{\text{эква}} = 4,75 \angle 55^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

По аналогии с расчетом режима № 1 (пп. 1, 2, 3 и 4), используя параметры, соответствующие данному случаю, нетрудно рассчитать искомые напряжения. После соответствующих подстановок и решений получаем:

$$U_{\pi 11} = U_{\pi 12} = 176 \text{ В}.$$

Расчет режима № 3

$$Z_{p1(1)} = Z_{p1(2)} = Z_{p1(\max)} = 15 \angle 76^\circ \text{ Ом};$$

$$Z_{p2(1)} = Z_{p2(2)} = Z_{p2(\min)} = 0,15 \angle 74^\circ \text{ Ом};$$

$$\gamma_{(1)} = 0; \quad (1 - \gamma_{(1)}) Z_{p2(1)} = 0,15 \angle 74^\circ \text{ Ом};$$

$$K_{\gamma(1)} = 1,33; \quad K = 1; \quad Z_{\text{эква}} = 6,45 \angle 55^\circ \text{ Ом}.$$

Как и в предыдущем случае, после аналогичных пунктов 1, 2, 3 и 4 решений получаем

$$U_{\pi 11} = U_{\pi 12} = 154 \text{ В}.$$

По приведенной методике можно рассчитать любые промежуточные режимы подмагничивания. Определение сопротивлений реакторов в плечах 1 и 2 рекомендуется проводить по методике, изложенной в [Л. 4 и 5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдова И. К., Попов Б. И., Эрлих В. М. Справочник по эксплуатации тяговых подстанций и постов секционирования. М.: Транспорт, 1974.
2. Клейнерман М. И. Автоматическое бесконтактное регулирование на тяговых трансформаторах. Тезисы докладов VIII и IX научно-технических конференций УЭМИИТ и НТО Свердловской железной дороги. Свердловск, 1965.
3. Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974.
4. Ветлугин Е. М., Урманов Р. Н. Некоторые вопросы теории комбинированного регулирования напряжения трансформатора. — Электричество, 1966, № 11.
5. Ветлугин Е. М., Бабькин В. П., Зиненко О. С. К расчету некоторых соотношений при пофазном регулировании напряжения трехфазного трансформатора дросселями насыщения. — Труды УЭМИИТ, 1972, вып. 35.
6. Васютинский С. В. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970.

[8.8.1977]

Применение обобщенной кривой затухания для расчета токов включения силовых трансформаторов

Кандидаты техн. наук ЗАСЫПКИН А. С., БЕРДОВ Г. В., инж. СЕРЕДИН М. М.

Уставки устройств релейной защиты по условию отстройки от режима включения силовых трансформаторов (автотрансформаторов) часто определяются значением тока к моменту времени t , соответствующему истечению выдержки времени защиты, времени ускорения или времени, через которое во вторичном токе защитных трансформаторов тока появляются отрицательные полуволны. Учет затухания тока включения за указанные промежутки времени может позволить в некоторых случаях существенно снизить уставки соответствующих устройств [Л. 1].

В статье рассматривается применение обобщенной кривой [Л. 2] для расчета затухания токов при включении под напряжение трансформаторов (автотрансформаторов) и групп трансформаторов в ряде встречающихся в практике эксплуатации случаев. Обобщенная кривая затухания

$$1+A_t=f(t/T),$$

приведенная на рис. 1, отражает связь между комплексными параметрами процесса включения трансформатора на холостой ход.

Здесь T — постоянная контура включения при насыщенном магнитопроводе трансформатора [Л. 3]; A_t — относительное смещение синусоиды потокосцепления, обусловленного э. д. с. источника, в рассматриваемый момент времени t :

$$A_t = \frac{\psi_{at} - \psi_s}{\psi_m},$$

где ψ_{at} — значение аperiodической составляющей суммарного потокосцепления сети и трансформатора в момент времени t ; ψ_s — потокосцепление насыщения — координата точки пересечения оси ординат с касательной к вебер-амперной характеристике трансформатора после полного насыщения стали; ψ_m — амплитудное значение потокосцепления, обусловленного э. д. с. источника.

Как показали исследования токов включения на ЦВМ и в энергосистемах [Л. 2], эта кривая с приемлемой точностью справедлива для различных видов включения — однофазного, двухфазного, трехфазного. Рассмотрим применение обобщенной кривой для практических расчетов токов включения с учетом затухания в различных схемах, показанных на рис. 2.

Включение одиночного трансформатора (рис. 2, а). Максимальное значение тока включения в произвольный момент времени $t=t_0+\tau$ без учета быстро затухающей аperiodической составляющей тока в обмотках, соединенных в треугольник, определяется по формуле [Л. 2]

$$i_{\max t} = i_{\max 0} \frac{1+A_t}{1+A_0} = i_{\max 0} k_{\text{зат. м}} \quad (1)$$

где $k_{\text{зат. м}}$ — коэффициент затухания максимального значения тока.

При однофазном (1) и трехфазном (3) включениях [Л. 3 и 5]

$$i_{\max 0}^{(1,3)} = \frac{E_{cm}}{x_c + x_{\text{нас}}^{(1,3)}} (1+A_0); \quad A_0 = \cos \alpha - \frac{B_{s*} - B_{r*}}{E_{c*}}. \quad (2)$$

Здесь $i_{\max 0}$ — максимальное значение тока включения при действительных начальных условиях без учета затухания; E_{cm} — амплитуда эквивалентной фазной э. д. с. системы; A_0 — начальное значение относительного смещения; $x_c, x_{\text{нас}}$ — эквивалентные индуктивные сопротивления системы и включаемой обмотки трансформатора с насыщенным магнитопроводом (сопротивления $x_{\text{нас}}^{(1)}$ при однофазном включении и $x_{\text{нас}}^{(3)}$ при трехфазном включении отличаются за счет «помогающего эффекта» [Л. 4]); α — начальная фаза напряжения при включении; B_{s*}, B_{r*}, E_{c*} — относительные значения индукции насыщения, остаточной индукции трансформатора и э. д. с. системы, отнесенные соответственно к номинальной индукции и номинальному напряжению трансформатора.

Наибольшее теоретически возможное (нереальное) значение $1+A_0=2$ имеет место при $B_r=B_s$ и $\alpha=0$. Значение $1+A_0$, соответствующее действительным начальным условиям и рассчитываемое по (2), определяет начальное значение t_0/T на обобщенной кривой затухания (рис. 1). Необходимое для подстановки в (1) значение $1+A_t$ находится по обобщенной кривой для $\frac{t}{T} = \frac{t_0 + \tau}{T}$, где τ — время,

отсчитываемое от момента включения. Постоянная времени контура включения при насыщенном магнитопроводе трансформатора

$$T = \frac{x_c + x_{\text{нас}}}{\omega(r_c + r_n)}, \quad (3)$$

где r_c — эквивалентное активное сопротивление системы, определяемое по схеме замещения для расчета тока короткого замыкания на выводах трансформатора при отсутствии всех индуктивных сопро-

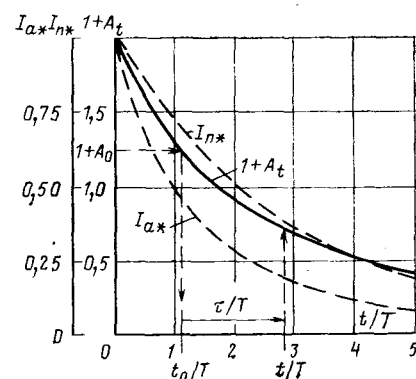


Рис. 1.

тивлений [Л. 5]; r_T — последовательное активное сопротивление ветви схемы замещения трансформатора со стороны включения, приближенно рассчитываемое через потери короткого замыкания [Л. 6].

В зависимости от вида включения и начальных условий изменяются значения $i_{\max 0}$, A_0 , T , но порядок определения величины $1 + A_t$ остается одним и тем же.

При однофазном включении любое интегральное значение тока (действующее, среднее и др.) в рассматриваемый момент времени можно определить по значениям $i_{\max t}$ и A_t , воспользовавшись таблицей коэффициентов [Л. 7], рассчитанных для смещенной синусоиды без отрицательных полувольт. На рис. 1 построены указанным способом кривые затухания апериодической и периодической составляющих $I_{a*}(t/T)$ и $I_{п*}(t/T)$:

$$I_{a*} = \frac{I_{at}}{I_a(A_0=1)} = k_{cp}(1 + A_t);$$

$$I_{п*} = \frac{I_{пт}}{I_{п(A_0=1)}} = \sqrt{2} k_d k_{п}(1 + A_t),$$

где k_{cp} , k_d , $k_{п}$ — соответственно коэффициенты среднего и действующего значений и действующего значения периодической составляющей тока включения, зависящие от A_t [Л. 7].

Как показали исследования на ЦВМ, кривыми $I_{a*}(t/T)$ и $I_{п*}(t/T)$ можно пользоваться с погрешностью, не превышающей 10%, и при других видах включения для определения коэффициентов затухания апериодической и периодической составляющих:

$$k_{зат.а} = \frac{I_{a*}}{I_{a*0}}, \quad k_{зат.п} = \frac{I_{п*}}{I_{п*0}}. \quad (4)$$

Пример 1. Для сравнения результатов расчета по предлагаемой методике с экспериментальными данными [Л. 2] определим максимальное значение тока в 1 и 15 периодах после трехфазного включения на холостой ход со стороны ВН автотрансформатора АТДЦТН-200000/330. Исходные данные:

$$E_{cm} = \frac{\sqrt{2} \cdot 318}{\sqrt{3}} = 259 \text{ кВ}; \quad E_{c*} = \frac{318}{330} = 0,96; \quad x_c = 42,8 \text{ Ом}$$

(эквивалентное индуктивное сопротивление системы прямой последовательности); $r_c = 5,5 \text{ Ом}$;

$$x_{нас} = x_{в*}^{(3)} \frac{U_{ном}^2}{S_{ном}} = 0,583 \frac{330^2}{200} = 317 \text{ Ом} \quad (x_{в*}^{(3)} \text{ взято из табл. 1 [Л. 4]}); \quad r_T \approx r_{ан}, \text{ рассчитываемому по потерям короткого замыкания}$$

$$r_T \approx \frac{1}{2} \frac{U_{ВН}^2}{S_{ном}^2} \left[P_{ВН-НН} \left(\frac{S_{ном}}{S_{НН}} \right)^2 + P_{ВН-СН} - P_{СН-НН} \left(\frac{S_{ном}}{S_{НН}} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \frac{330^2}{200^2} \left[0,406 \left(\frac{200}{80} \right)^2 + 0,647 - 0,351 \left(\frac{200}{80} \right)^2 \right] = 1,35 \text{ Ом};$$

$$B_{s*} = \frac{B_s}{B_{ном}} = \frac{2}{1,65} = 1,21, \text{ где потери к. з. и } B_{ном} \text{ взяты из паспорта автотрансформатора; } B_{r*} = 0,5 \text{ при эксперименте [Л. 2] (в общем случае расчетное значение } B_{r*} \text{ следует выбирать по рекомендациям [Л. 8])}.$$

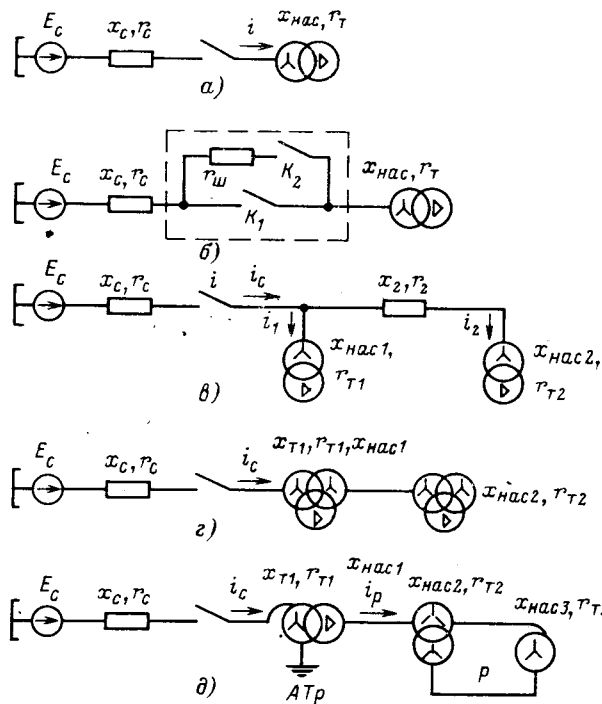


Рис. 2.

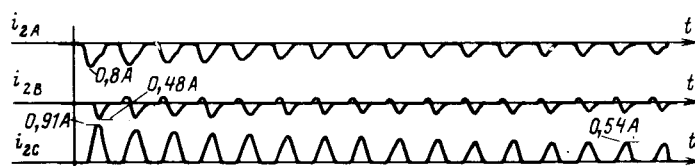


Рис. 3.

Расчет. При $\alpha = 0$ по (2):

$$1 + A_0 = 2 - \frac{1,21 - 0,5}{0,96} = 1,26; \quad i_{\max 0}^{(3)} = \frac{259}{42,8 + 317} \cdot 1,26 = 0,91 \text{ кА}.$$

$$\text{По (3)} \quad T^{(3)} = \frac{42,8 + 317}{314(5,5 + 1,35)} = 0,167 \text{ с}.$$

Для значения $1 + A_0 = 1,26$ по рис. 1 находим $t_0/T = 1,1$ и для периодов 1 и 15 при $\frac{t_{(1)}}{T} = 1,1 + \frac{0,01}{0,167} = 1,16$ и $\frac{t_{(15)}}{T} = 1,1 + \frac{0,01 + 0,02 \times 14}{0,167} = 2,84$ получаем $1 + A_{(1)} = 1,24$, $1 + A_{(15)} = 0,73$.

Искомые токи по (1):

$$i_{\max(1)}^{(3)} = 0,91 \frac{1,24}{1,26} = 0,9 \text{ кА}; \quad i_{\max(15)}^{(3)} = 0,91 \frac{0,73}{1,26} = 0,53 \text{ кА}.$$

На рис. 3 приведена упоминавшаяся в примере [Л. 2] осциллограмма тока включения, когда максимальный ток в фазе С близок к наибольшему возможному. Как видно, при $i_{\max(1)} = 0,91 \text{ кА}$ имеем $i_{\max(15)} = 0,54 \text{ кА}$ (коэффициент трансформации тока 1000/1), что близко к рассчитанным значениям.

Включение трансформатора через активное сопротивление (рис. 2,б). Если трансформатор включается на холостой ход через активное сопротивление

ние $r_{ш}$, встроенное в выключатель для ограничения внутренних перенапряжений, то наибольший возможный ток включения значительно снижается. После шунтирования сопротивления $r_{ш}$ главными контактами K_1 ток практически не возрастает. Максимальное значение тока включения в первом периоде рассчитывается по формуле (1). Значение $1+A_t$ находится по рис. 1 для $\tau=0,01$ с и $T = \frac{x_c + x_{нас}}{\omega(r_c + r_t + r_{ш})}$, остальные величины те же, что и в предыдущем случае.

По этой методике можно рассчитать значение активного сопротивления, обеспечивающего затухание тока включения в первом же периоде до заданного значения.

Пример 2. По исходным данным примера 1 определить значение шунтируемого сопротивления, при котором максимальное значение тока включения не превысило бы амплитуду номинального тока автотрансформатора $I_{номт} = \sqrt{2} \cdot 0,35 = 0,495$ кА.

Расчет. Из формулы (1) при требуемом значении $r_{ш}$ в первый период

$$1 + A_1 = \frac{I_{номт}}{i_{max0}} (1 + A_0) = 0,685.$$

Для этого значения по обобщенной кривой затухания рис. 1 находим $t/T = 3,05$. Следовательно,

$$\frac{\tau}{T} = \frac{t}{T} - \frac{t_0}{T} = 1,95;$$

требуемое значение постоянной времени

$$T = \frac{0,01}{1,95} = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

требуемое значение шунтируемого сопротивления

$$r_{ш} = \frac{x_c + x_{нас}}{\omega T} - (r_c + r_t) = 218 \text{ Ом}.$$

При $r_{ш} \geq 218$ Ом максимальное значение тока включения не может быть больше $I_{номт}$ даже при шунтировании $r_{ш}$ через один период.

Включение линии с трансформаторами на ответвлениях (рис. 2,в). Если значения B_{s*} и B_{r*} у включаемых трансформаторов одинаковы, то для определения коэффициентов затухания апериодической и периодической составляющих и максимального значения тока включения в линии (эквивалентных коэффициентов затухания $k_{зат.э}$) подключаемая схема рис. 2,в, поскольку $r \ll x$, может быть представлена эквивалентными параметрами:

$$\left. \begin{aligned} x_{нас.э} &= \frac{x_{нас1}(x_2 + x_{нас2})}{x_{нас1} + x_2 + x_{нас2}}; \\ r_э &= r_{т1}C_{10}^2 + (r_2 + r_{т2})C_{20}^2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где C_{10} , C_{20} — коэффициенты токораспределения в схеме без активных сопротивлений:

$$\begin{aligned} C_{10} = \frac{i_{10}}{i_{с0}} &= \frac{x_2 + x_{нас2}}{x_{нас1} + x_2 + x_{нас2}}; & C_{20} = \frac{i_{20}}{i_{с0}} &= \\ &= \frac{x_{нас1}}{x_{нас1} + x_2 + x_{нас2}}; \end{aligned} \quad (6)$$

$i_{с0}$, i_{10} , i_{20} — токи в схеме рис. 2,в без учета затухания.

Эквивалентная постоянная времени контура включения при насыщенных магнитопроводах

трансформаторов $T_э$ определяется по (3), в которую вместо $x_{нас}$ и r_t должны быть подставлены $x_{нас.э}$ и $r_э$. В остальном порядок расчета коэффициентов $k_{зат.э}$ остается прежним.

Для расчета токов включения каждого трансформатора необходимо учесть изменение коэффициентов токораспределения C_1 и C_2 в течение переходного процесса. Это можно сделать, определив по соответствующей кривой рис. 1 коэффициент перераспределения токов $k_c = \frac{C_2}{C_{20}} < 1$ аналогично определению коэффициента затухания, но для

$$T_{12} = \frac{x_{нас1} + x_2 + x_{нас2}}{\omega(r_2 + r_{т2} - r_{т1}C_{10}/C_{20})}, \quad (7)$$

где T_{12} — эквивалентная постоянная времени контура, замыкающегося через трансформаторы 1 и 2.

Соответствующее значение токов i_2 и i_1 (максимальное, апериодической или периодической составляющих) в момент времени t определяется по формулам:

$$I_{2t} = I_{с0}k_{зат.э}C_{20}k_c; \quad I_{1t} = I_{с0}k_{зат.э} - I_{2t}. \quad (8)$$

Описанный прием можно применить при любом числе трансформаторов на ответвлениях. Если трансформаторы на ответвлениях имеют магнитопроводы из различных сталей (у трансформаторов с магнитопроводами из холоднокатаной стали $1 + A_0$ больше, чем из горячекатаной), то расчет можно производить как для трансформаторов из холоднокатаной стали, предварительно увеличив $x_{нас}$ трансформаторов из горячекатаной стали в $\frac{1 + A_{0(хк)}}{1 + A_{0(гк)}}$ раз [Л.9].

Включение каскада трансформаторов (рис. 2,г). Затухание тока включения каскада трансформаторов с одинаковыми группами соединения первичных и вторичных обмоток определяется с использованием Г-образной схемы замещения трансформатора [Л. 6 и 10] аналогично предыдущему случаю. Так, если в первом трансформаторе первичная обмотка является наружной, то под $x_{нас1}$ понимается сопротивление его вторичной (внутренней) обмотки при насыщенном магнитопроводе; сопротивление $x_{т1} \approx \frac{U_k(1-2)\%}{100}$ и $r_{т1(1)}$ (первичной обмотки) включены последовательно с сопротивлением системы, а $r_{т1(2)}$ (вторичной обмотки) — последовательно с сопротивлением второго трансформатора. Поэтому

$$T_э = \frac{x_c + x_{т1} + x_{нас1} \parallel x_{нас2}}{\omega[r_c + r_{т1(1)} + (r_{т2} + r_{т1(2)})C_{20}^2]}; \quad (9)$$

$$C_{20} = \frac{x_{нас1}}{x_{нас1} + x_{нас2}}, \quad T_{12} = \frac{x_{нас1} + x_{нас2}}{\omega(r_{т2} + r_{т1(2)})}. \quad (10)$$

Включение автотрансформатора с последовательным регулировочным трансформатором на створе НН (рис. 2,д). Последовательный регулировочный трансформатор (Р) состоит из двух элементов: последовательного трансформатора с сопротивлениями последовательной обмотки $x_{нас2}$, $r_{т2}$ и регулировочного автотрансформатора с сопротивлениями первичной обмотки $x_{нас3}$, $r_{т3}$.

Как показали расчеты на ЭВМ, затухание тока включения в первичной обмотке автотрансформато-

ра ATp при изменении параметров схемы замещения в реальном диапазоне можно рассчитывать, не учитывая наличия последовательного регулировочного трансформатора (расчет производится как для случая включения одиночного трансформатора). Постоянная времени T для расчета коэффициента затухания тока в автотрансформаторе определяется выражением (3).

Для определения тока срабатывания дифференциальной защиты последовательного регулировочного трансформатора P необходимо учитывать затухание тока включения, протекающего в цепях НН автотрансформатора ATp , за время возможного насыщения защитных трансформаторов тока апериодической составляющей тока включения i_p . Изменение эквивалентного потокоцепления обмоток последовательного регулировочного трансформатора $\Delta\psi_{p.э}$, обуславливающее затухание тока включения i_p , определяется следующим выражением:

$$\Delta\psi_{p.э} = (r_c + r_{T1(1)}) \int_0^t i_c dt + (r_{T1(3)} + r_{T2} + r_{T3}) \int_0^t i_p dt, \quad (11)$$

где $r_{T1(1)}$, $r_{T1(3)}$ — активные сопротивления первичной обмотки автотрансформатора ATp и третичной обмотки, соединенной в треугольник.

Величины, входящие в (11), приведены к одной ступени напряжения (знак приведения опущен).

Значение r_{T2} определяется только сопротивлением последовательной обмотки последовательного трансформатора, так как в режиме насыщения последовательного трансформатора и регулировочного автотрансформатора электромагнитной связью между ними можно пренебречь. Для изменения потокоцепления в относительных единицах имеем [Л. 2]:

$$\frac{\Delta\psi}{\psi_m} = (1 + A_0) - (1 + A_t). \quad (12)$$

С учетом (12) выражение (11) можно переписать следующим образом:

$$[(1 + A_{0p.э}) - (1 + A_{tp.э})] = [(1 + A_{0ATp}) - (1 + A_{tATp})] + [(1 + A_{0p}) - (1 + A_{tp})].$$

Значения A_{0ATp} , A_{0p} зависят от марки стали магнитопроводов автотрансформатора и элементов последовательного регулировочного трансформатора; $A_{0p.э} = A_{0p}$, поскольку при перемагничивании магнитопровода автотрансформатора по вертикальному участку вебер-амперной характеристики к последовательному регулировочному трансформатору приложено номинальное напряжение. Вынесем $1 + A_{0p.э}$, $1 + A_{0ATp}$, $1 + A_{0p}$ из квадратных скобок и учтем (1):

$$(1 + A_{0p.э})(1 - k_{зат.п.э}) = (1 + A_{0ATp})(1 - k_{зат.ATp}) + (1 + A_{0p})(1 - k_{зат.п}). \quad (13)$$

Решая (13) относительно $k_{зат.п.э}$, получим:

$$k_{зат.п.э} = k_{зат.п} + \frac{1 + A_{0ATp}}{1 + A_{0p}} (k_{зат.ATp} - 1).$$

Значения $k_{зат.ATp}$ и $k_{зат.п}$ определяются для условий независимого включения автотрансформатора и последовательного регулировочного трансформатора под напряжение.

Постоянная времени T_p для расчета коэффициента затухания тока в последовательном регулировочном трансформаторе $k_{зат.п}$ определяется по выражению:

$$T_p = \frac{x_{нас2} + x_{нас3}}{\omega(r_{T1(3)} + r_{T2} + r_{T3})}. \quad (14)$$

Рассмотренный метод был успешно применен и в других, не вошедших в статью случаях включения на холостой ход: мощных автотрансформаторов с многорамным магнитопроводом и компенсационными обмотками; трансформатора с добавочным трансформатором в нейтрали для продольного регулирования напряжения; трансформатора параллельно другому трансформатору, работающему на холостом ходу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Засыпкин А. С., Бердов Г. В. Предотвращение ложной работы ускоряемых ступеней релейной защиты линий с ответвлениями и трансформаторов. — Электрические станции, 1971, № 4, с. 57—61.
2. Засыпкин А. С., Бердов Г. В., Середин М. М. Определение параметров силового трансформатора с насыщенным магнитопроводом. — Электричество, 1975, № 12, с. 24—28.
3. Дроздов А. Д. Электрические цепи с ферромагнитными сердечниками в релейной защите. М.: Энергия, 1965.
4. Бердов Г. В., Засыпкин А. С. Упрощенные способы расчета величин реактивных сопротивлений обмоток трехфазных силовых трансформаторов и автотрансформаторов при включении их на холостой ход. — В кн.: Научно-технический сборник института «Энергосетьпроект», 1971, вып. 4, с. 25—35.
5. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. М.: Энергия, 1970.
6. Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974.
7. Засыпкин А. С., Бердов Г. В. К вопросу о броске намагничивающего тока в цепи заземленных нейтралей силовых трансформаторов при их включении на холостой ход. — Изв. вузов. Энергетика, 1970, № 7, с. 5—9.
8. Засыпкин А. С. Остаточная индукция в ненагруженных силовых трансформаторах после отключения от сети. — Изв. вузов. Электромеханика, 1977, № 2, с. 168—172.
9. Бердов Г. В., Поперняк В. В., Середин М. М. Расчет параметров срабатывания защит линий электропередачи с ответвлениями по условию отстройки от броска тока намагничивания трансформаторов. — Труды института Энергосетьпроект, 1976, вып. 7, с. 14—21.
10. Пинцов А. М. Уравнения и схемы замещения трансформаторов с учетом тока намагничивания. — Электричество, 1976, № 4, с. 29—34.

[27.7.1977]

Импульсные пьезокерамические генераторы с магнитострикционным приводом

Инж. ЗУБКОВ А. С.

Москва

Современное состояние производства различных электромеханических преобразователей (генераторы, двигатели, импульсные высоковольтные и низковольтные источники электроэнергии и т. д.) характеризуется внедрением в них новых материалов и использованием новых принципов преобразования энергии с целью уменьшения их размеров, улучшения характеристик, увеличения надежности и к. п. д. В связи с этим изучение и исследование новых электромеханических преобразователей, способных конкурировать с широко известными устройствами аналогичного назначения, приобретает особое значение. Ниже описывается принцип работы и оцениваются перспективы возможного использования импульсного пьезокерамического генератора (ПГ).

Относительная простота конструкции, отсутствие обмоток, высокая надежность, стойкость к радиации и широкий диапазон конструктивных возможностей — все это явилось причиной многочисленных исследований ПГ для различных целей, проводимых во всем мире.

Однако применение на первом этапе ПГ для прямого преобразования механической энергии в электрическую вследствие некоторых их особенностей сильно затруднено. Прежде всего эта область использования пьезокерамических материалов является новой для конструкторов и исследователей. С другой стороны, из-за малого значения заряда, возникающего за каждый цикл, использование ПГ ограничено. Этот заряд в сравнении, например, с химическими источниками электрической энергии имеет небольшую плотность.

В связи с указанным возникла необходимость исследовать области наиболее эффективного применения ПГ и разработать конструкцию с учетом их особенностей.

Большое значение имеет привод ПГ. В настоящее время чаще всего используется механический привод, который имеет существенные недостатки (инерционность, низкая надежность, большой износ и шум при работе и т. д.). Поэтому здесь рассматриваются возможности применения привода нового типа с использованием магнитострикционных (МС) материалов с возбуждением от постоянных магнитов и ферромагнитным коммутатором.

Устройство и принцип работы ПГ с магнитострикционным приводом. Пьезогенератор с магнитострикционным приводом (ПГ с МСП) представляет собой электромеханический преобразователь, работа которого основана на использовании прямого пьезоэлектрического эффекта. Такое устройство с активным элементом из пьезокерамического материала (ПКМ) имеет возбуждение от постоянных магнитов (или электромагнитное возбуждение) с ферромагнитным коммутатором магнитного потока в МСП. Принципиальная схема ПГ с МСП приведена на рис. 1.

Магнитная цепь машины состоит из вращающихся магнитов 1 с полюсными наконечниками 2,

полюсных башмаков 3 и магнитострикционного стержня 4. Между полюсными наконечниками магнита и полюсными башмаками имеется воздушный зазор 0,1—0,5 мм. Полюсные наконечники и полюсные башмаки изготовлены из электротехнической стали. Магнитострикционный стержень выполнен из материала с отрицательной магнитострикцией (никеля). Для увеличения МС-перемещений магнито-стриктор может изготавливаться по дифференциальной схеме с использованием материалов, обладающих как положительной, так и отрицательной магнитострикцией.

Пьезогенератор состоит из двух пьезокерамических элементов (ПКЭ) 5 цилиндрической формы, помещенных с небольшим зазором в корпус 6 из электроизоляционного материала. Между элементами 5 ставится прокладка 7 с выводом 8. Предварительное напряженно-упругое состояние системы создается винтом 10 через упоры 9.

При вращении постоянного магнита-ротора магнитный поток Φ в МС-стержне меняется по направлению и по значению (вследствие изменения проводимости магнитной цепи). При горизонтальном положении магнита (когда полюсные наконечники магнита полностью перекрывают полюсные башмаки $\alpha=0^\circ$) поток достигает наибольшего значения. При повороте ротора на угол $\alpha=90^\circ$, когда магнит находится в вертикальном положении, поток в МС-сердечнике падает до нуля. При дальнейшем повороте ротора поток в сердечнике изменяет свое направление на обратное и при повороте на $\alpha=180^\circ$ от первоначального положения поток опять достигает максимального значения, но имеет обратное направление.

Таким образом, за половину оборота ротора поток изменился от положительного максимума $+\Phi$ до отрицательного максимума $-\Phi$. Полный оборот соответствует полной волне магнитного потока.

Увеличение в МС-стержне потока приводит к уменьшению размеров его активной части $l_{\text{тр}}$. При этом ПКЭ сжимаются, и на их обкладках наводится заряд, обнаруживаемый как разность потенциалов. Выходное напряжение ПГ $U_{\text{вых}}$ через изолированный вывод подводится к нагрузке. Магнитострикционный эффект является четным эффектом. Следовательно, за один оборот ротора от ПГ можно получить два положительных и два отрицательных импульса. В принципе ПГ с МСП может быть выполнен и на большее число импульсов, которое определяется числом полюсов ротора.

Описанный ПГ с МСП по существу является маломощным генератором электрических импульсов и обладает следующими особенностями. Заряд на обкладках ПКЭ (практически без изменений) может сохраняться в течение нескольких секунд при разомкнутой внешней цепи и неподвижном роторе. Значение выходного сигнала определяется напряженностью магнитного поля в МС-сердечнике и не зависит от скорости относительного перемеще-

ния ротора и неподвижной части магнитной цепи. Максимум амплитуды сигнала соответствует максимуму магнитного потока в сердечнике.

Пьезокерамический генератор. Создание имеющих практическое значение пьезокерамических материалов относится к 1941—1945 гг., когда были открыты характерные электрические свойства у титаната бария. К настоящему времени, кроме титаната бария, создано большое количество ПКМ. Наилучшими пьезосвойствами обладают ПКМ, представляющие собой твердый раствор цирконата свинца в титанате свинца $Pb(Zr, Ti)O_3$, называемый цирконатом-титанатом свинца (ЦТС).

Рассмотрим основные соотношения, описывающие работу ПГ при внешних механических воздействиях и выясним влияние некоторых параметров на эффективность его работы.

Исследования показывают, что в определенных пределах в ПКМ пьезоэффект является линейным эффектом. В случае, например, прямого пьезоэффекта механическое напряжение T вызывает прямо пропорциональное ему значение электрической поляризации \bar{P} . Указанная поляризация \bar{P} возникает и тогда, когда электрическое поле $\bar{E}=0$. Следовательно, она равна электрической индукции \bar{D} .

Для прямоугольной системы координат примем обозначение осей x, y, z через 1, 2, 3 [Л. 1]. Между компонентами электрической индукции $\bar{D}(D_1, D_2, D_3)$ и компонентами напряжения $T(T_1, T_2, T_3$ — напряжения растяжения — сжатия, T_4, T_5, T_6 — напряжения сдвига в плоскостях, перпендикулярных соответственно осям 1, 2, 3) имеет место следующая зависимость:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где d_{ij} — пьезомодуль.

Уравнение (1) описывает явление прямого пьезоэффекта. Чтобы определить пьезомодуль анизотропного тела, необходимо задать 18 констант. На практике дело упрощается тем, что в зависимости от степени анизотропии отдельные константы становятся равными друг другу и нулю. Для пьезокерамики матрица пьезомодулей будет выглядеть следующим образом:

$$\|d_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} d_{33}=d_{31} \\ d_{24}=d_{15} \end{matrix} \quad (2)$$

Независимых констант три: d_{31} , d_{33} и d_{15} . Если в пределах действия закона Гука в упругом теле создать механическое напряжение T , то возникающая в нем деформация S , как и напряжение T , имеет шесть компонент $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$. В этом случае упругие свойства материала без учета влияния электрического поля описываются уравнением:

$$\|S\| = \|s_{ij}^E\| \cdot \|T\|. \quad (3)$$

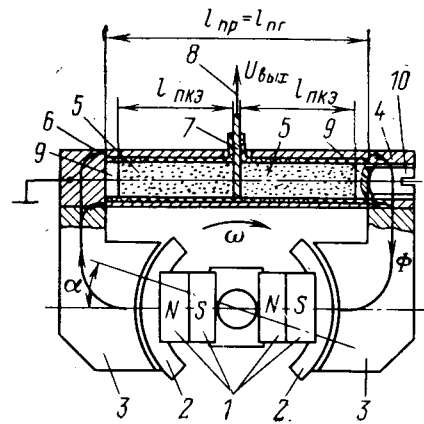


Рис. 1. Принципиальная схема пьезокерамического генератора с магнитострикционным приводом.

Упругая податливость s_{ij}^E является тензором четвертого ранга и содержит 36 компонент. Матрица упругой податливости s_{ij}^E для пьезокерамики имеет следующий вид:

$$\|s_{ij}^E\| = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E)$

где независимых констант пять: $s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E, s_{55}^E$.

Для рассмотрения зависимости между напряжением T , возникающим в пьезокерамике, и напряженностью электрического поля \bar{E} , с одной стороны, и возникающими при этом индукцией \bar{D} и деформацией S , с другой, пользуются уравнениями пьезоэффекта, полученными из термодинамического описания явления [Л. 2]. Существует несколько форм записи уравнений пьезоэффекта. Мы ограничимся лишь одной из них:

$$\left. \begin{aligned} \|D\| &= \|d\| \cdot \|T\| + \|\epsilon^T\| \cdot \|E\| \\ \|S\| &= \|s^E\| \cdot \|T\| + \|\epsilon_t\| \cdot \|E\| \end{aligned} \right\} \text{ (d-форма),} \quad (5)$$

где индекс t обозначает транспонированную матрицу; s^E — упругая податливость при $E=0$; ϵ^T — диэлектрическая проницаемость при $T=0$.

Если расписать уравнение (5) по всем компонентам, то получим:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Упорядочение ориентировок кристаллитов в ПКМ при поляризации делает этот материал анизотропным. В анизотропной пьезоэлектрической керамике направление смещения частиц может не совпадать с направлением действия механического напряжения T , а принимать направление, соответствующее полю \bar{D} .

Это означает, что напряжение T создает поле D не только в направлении, по которому оно ориентировано (D_3), но и в перпендикулярных D_1 и D_2 . Геометрическая сумма этих полей и дает поле \bar{D} , направление которого не совпадает с направлением действия напряжения T . Характер зависимости между векторами описывается в этом случае тензорами.

Следовательно, при чистом сжатии или растяжении возникает не только деформация сжатия и растяжения, но и сдвиговая деформация, а также другие ее виды. Возникновение сложных деформаций в значительной степени зависит от условий эксперимента, формы и размеров образца и пр. Это является одной из основных причин разброса в значениях выходных характеристик ПГ. Как показали проведенные нами экспериментальные исследования, используемые на практике методы ориентировочного определения напряжения ПГ без учета явления анизотропии, нелинейности изменения упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических свойств, влияния электрических и механических граничных условий, приводит к существенным ошибкам. Производя перемножение и сложение матриц (6), стоящих справа, а затем приравняв члены полученных матриц, стоящих слева и справа, получаем:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= d_{15}T_5 + \epsilon_{11}^T E_1; \\ D_2 &= d_{15}T_4 + \epsilon_{11}^T E_2; \\ D_3 &= d_{13}(T_1 + T_2) + d_{33}T_3 + \epsilon_{33}^T E_3. \end{aligned} \right\} \quad (6')$$

При холостом ходе ПГ $\bar{D} = 0$

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= -\frac{d_{15}}{\epsilon_{11}^T} T_5; \\ E_2 &= -\frac{d_{15}}{\epsilon_{11}^T} T_4; \\ E_3 &= -\left[\frac{d_{33}}{\epsilon_{33}^T} T_3 + \frac{d_{31}}{\epsilon_{33}^T} (T_1 + T_2) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6'')$$

Знак напряженности поля (или напряжения) принимается положительным или отрицательным в зависимости от того, совпадает оно или нет с напряжением поляризации. Имея это в виду, в дальнейшем знак минус опускаем. Введем следующие обозначения:

$$\frac{d_{15}}{\epsilon_{11}^T} = g_{15}; \quad \frac{d_{31}}{\epsilon_{11}^T} = g_{31} \quad \text{и} \quad \frac{d_{33}}{\epsilon_{33}^T} = g_{33} \quad \text{и перепишем (6'')}$$

в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= g_{15}T_5; \\ E_2 &= g_{15}T_4; \\ E_3 &= g_{33}T_3 + g_{31}(T_1 + T_2). \end{aligned} \right\} \quad (6''')$$

Предположим, что механические напряжения равномерно распределены по сечению и высоте ПКЭ, тогда, интегрируя (6'''), получим составляющие напряжения ПГ:

$$U_1 = \int_0^{l_{\text{ПКЭ}}} g_{15}T_5 dl_{\text{ПКЭ}} = g_{15}T_5 l_{\text{ПКЭ}}; \quad (7)$$

$$U_2 = \int_0^{l_{\text{ПКЭ}}} g_{15}T_4 dl_{\text{ПКЭ}} = g_{15}T_4 l_{\text{ПКЭ}}; \quad (8)$$

$$U_3 = \int_0^{l_{\text{ПКЭ}}} g_{33}T_3 dl_{\text{ПКЭ}} + \int_0^{l_{\text{ПКЭ}}} g_{31}T_1 dl_{\text{ПКЭ}} + \int_0^{l_{\text{ПКЭ}}} g_{31}T_2 dl_{\text{ПКЭ}} = [g_{33}T_3 + g_{31}(T_1 + T_2)] l_{\text{ПКЭ}}. \quad (9)$$

Рассмотрим на основании уравнений (7)–(9) влияние соотношения геометрических размеров ПКЭ на выходное напряжение ПГ, которое определяется составляющей U_3 .

Если отношение площади поперечного сечения ПКЭ $S_{\text{ПКЭ}}$ к его высоте $l_{\text{ПКЭ}}$ велико (тонкий диск), то компоненты механического напряжения T_5 и T_4 , вызывающие сдвиговые деформации образца, малы, а следовательно, малы и составляющие выходного напряжения U_1 и U_2 . Направление вектора U практически совпадает с направлением U_3 :

$$U_{\text{вых}} = U_3 \approx U = [g_{33}T_3 + g_{31}(T_1 + T_2)] l_{\text{ПКЭ}}.$$

В нашем случае ПКЭ подвергается не одному напряжению, а системе напряжений, вызываемых внешней силой, направленной по оси z , а также внутренними механическими силами, силами трения по опорным поверхностям ПГ и электрическим полем. Составляющие такой системы напряжений T_1 , T_2 и T_3 направлены по осям координат.

Составляющие T_1 и T_2 препятствуют расширению образца в плоскости, перпендикулярной оси z , и, следовательно, имеют тот же знак, что и T_3 . В этом случае g_{33} и g_{31} будут иметь противоположные знаки.

С увеличением отношения $\left(\frac{S_{\text{ПКЭ}}}{l_{\text{ПКЭ}}} \right) T_1$ и T_2 увеличиваются, следовательно (при неизменной внешней силе) выходное напряжение ПГ уменьшается. Значения T_1 и T_2 зависят также от коэффициента

трения между торцами образцов и поверхностями прокладок и упоров. Коэффициент трения, в свою очередь, зависит от состояния опорных поверхностей ПКЭ, твердости, чистоты поверхности, точности изготовления и материала прокладок и упоров ПГ. Таким образом, чем больше отношение $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)$ и чем больше силы трения на торцах ПКЭ, тем меньше удельная генерирующая способность γ_U ПГ $\left(\gamma_U = \frac{U_{вых}}{l_{ПКЭ}}\right)_{T_3 = const}$.

Если отношение $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)$ уменьшается (стержень малого сечения), то появляются значительные сдвиговые деформации от T_3 и T_4 , что сопровождается (при неизменной внешней силе), ростом составляющих напряжений U_1 и U_2 . Направление действия внешней силы и напряжения U сдвинуты относительно друг друга на некоторый угол α , определяемый значением составляющих напряжения U_1 и U_2 . Следовательно, выходное напряжение, равное $U_{вых} = U_3 = U \cos \alpha$, будет уменьшаться.

Таким образом, выходное напряжение ПГ зависит от соотношения геометрических размеров ПКЭ, причем как с увеличением, так и с уменьшением отношения $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)$ удельное выходное напряжение пьезогенератора падает. Следовательно, для каждой марки ПКМ при заданной нагрузке и длине ПКЭ имеется такое соотношение $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)_{l_{ПКЭ} = const}$, при котором γ_U максимально.

Применением специальных прокладок и упоров в ПГ можно существенно уменьшить силы трения на торцах ПКЭ и тем самым увеличить его генерирующую способность при прочих равных условиях.

Экспериментальная проверка приведенных выше выводов показала, что $U_{вых}$ зависит от материала прокладок и наконечников ПКЭ, их твердости, чистоты поверхности, точности изготовления ПКЭ и всего ПГ.

Зависимость $U_{вых} = f(T_3)$ для ПГ с прокладками из закаленной стали и свинца показаны на рис. 2. При снятии данных зависимостей условия опытов оставались неизменными. Из графика видно, что ПГ с прокладками из закаленной стали при одинаковых механических напряжениях генерирует напряжение на 25% больше, чем ПГ со свинцовыми прокладками. Исследовалась в качестве материала прокладок и упоров для ПГ металлизированная карбидтитановая керамика. Наблюдаемое увеличение напряжения было в пределах 2—3% по сравнению с пьезогенератором со стальными прокладками.

Экспериментальные исследования подтвердили также, что большое влияние на $U_{вых}$ оказывает форма и соотношение геометрических размеров ПКЭ.

Зависимости $U_{вых} = f\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)_{l_{ПКЭ} = const}$ при постоянной высоте $l_{ПКЭ} = 15$ мм и $l_{ПКЭ} = 12$ мм даны на рис. 3.

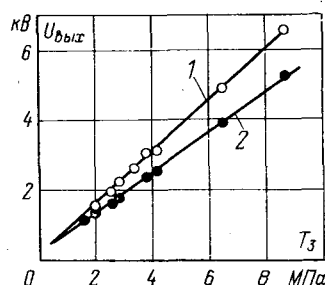


Рис. 2. Зависимость выходного напряжения от нагрузки для ПГ с прокладками из закаленной стали (1) и прокладками из свинца (2).

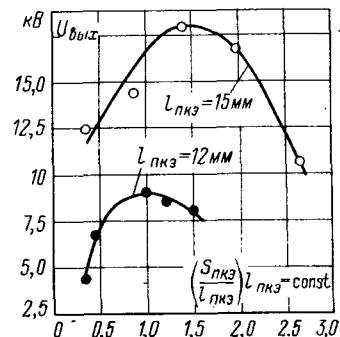


Рис. 3. Зависимости $U_{вых} = f\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)_{l_{ПКЭ} = const}$ для ПКЭ системы ЦТС при $T_3 = 35$ МПа.

Кривые имеют при нагрузке $T_3 = 35$ МПа явно выраженный максимум, причем с уменьшением высоты образцов максимум сдвигается влево, в сторону меньших отношений $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{l_{ПКЭ}}\right)_{l_{ПКЭ} = const}$.

Рассмотрим частный случай, когда направление действия поля \vec{D} совпадает с направлением полярной оси (ось 3), т. е. D_1 и D_2 равны нулю. Разность потенциалов между электродами или напряжение ПГ:

$$U_{вых} = \int_0^{l_{ПКЭ}} E_3 dl_{ПКЭ} = \int_0^{l_{ПКЭ}} g_{33} T_3 dl_{ПКЭ} + \int_0^{l_{ПКЭ}} g_{31} T_1 dl_{ПКЭ} + \int_0^{l_{ПКЭ}} g_{31} T_2 dl_{ПКЭ}. \quad (10)$$

Предположим, что все механические напряжения, за исключением T_3 , равны нулю. Пьезоэлектрический материал работает в линейной части характеристики упругого поля S и T и электрического поля D и E . Допустим, что внутренние силы в пьезоэлектрическом элементе равномерно распределены по сечению и высоте. При принятых ограничениях уравнение (10) для ПГ с ПКЭ в виде сплошного цилиндра примет вид:

$$U_{вых} = g_{33} l_{ПКЭ} \frac{4P}{\pi d^2} = g_{33} l_{ПКЭ} T_3, \quad (11)$$

где P — внешнее усилие, прикладываемое к пьезоэлементу; g_{33} — пьезомодуль, выражающий напряженность электрического поля, возникающего в случае приложения единичного механического напряжения (его также называют коэффициентом выходного напряжения); d — диаметр пьезоэлемента.

Таким образом, для получения высоких значений напряжения (импульсные пьезоэлектрические генераторы напряжения) необходимо выбирать такой состав ПКМ, который имеет наибольшее значение коэффициента g_{33} .

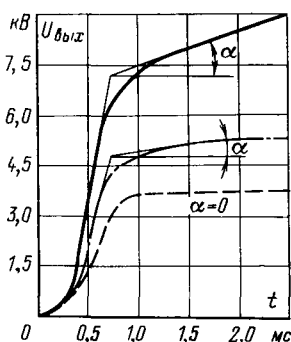


Рис. 4. Осциллограммы импульсов выходного напряжения ПКЭ при различных нагрузках. — при $T=5$ МПа; — — — 8 МПа; — 13 МПа.

Статическую емкость керамического пьезоэлемента можно найти из известного соотношения:

$$C_0 = \frac{\varepsilon^T_{33} \pi d^2}{4l_{\text{ПКЭ}}}. \quad (12)$$

Тогда генерируемый заряд за один цикл, при приложении усилия P будет равен:

$$Q = C_0 U_{\text{вых}} = \varepsilon^T_{33} g_{33} P = d_{33} P, \quad (13)$$

так как

$$d_{33} = \varepsilon^T_{33} g_{33}. \quad (14)$$

Следовательно, для получения максимального заряда (импульсные пьезокерамические генераторы тока) целесообразно применять керамику, обладающую наибольшим пьезомодулем d_{33} . Связь между пьезомодулями d_{33} и g_{33} дает выражение (14).

Максимальное значение энергии можно получить от ПГ на ПКМ с большим коэффициентом электромеханической связи (КЭМС) K_{33} . При выборе марки ПКМ для ПГ имеют значение не только выходные характеристики и энергетические соотношения, но и их механическая и электрическая прочность, стабильность свойств во времени, устойчивость к воздействию влаги, температуры, высоких электрических полей и механических нагрузок и т. д. Тем не менее, при прочих равных условиях нужно применять ПКМ, обладающие в соответствующих режимах наибольшими значениями g_{33} , d_{33} и K_{33} .

Эти и другие показатели зависят от многих факторов: значения и длительности механического воздействия, числа циклов нагружения, значения напряженностей электрических полей и т. д. Некоторые из этих зависимостей будут рассмотрены ниже.

Как уже указывалось, для пьезокерамических материалов при нормальных условиях линейные зависимости между механическим напряжением и деформацией, с одной стороны, и электрическим полем и индукцией, с другой, существуют только в ограниченном интервале амплитуд приложенного воздействия. Сильные сигналы (большие механические напряжения и высокие электрические поля) вызывают переполяризацию доменов, что приводит к большому отклонению от линейности.

Чтобы понять поведение ПКМ при сильных сигналах, необходимо рассмотреть микроструктуру керамики, особенно вопросы, связанные с границами кристаллитов. На фотографиях поверхности ПКМ (полученных с помощью электронного микроскопа) можно видеть кристаллиты размером 3—10 мкм. Кристаллиты отдалены друг от друга межкристаллитной прослойкой. Каждый кристаллит внутри разделяется на несколько доменов. Поверхность соприкосновения отдельных доменов образует так называемые доменные стенки [Л. 1].

При явлениях, связанных с движением структурных элементов ПКМ, таких как пластическая деформация (движение дислокаций и других дефектов) под действием сильных механических напряжений, переполяризация (движение доменных стенок), границы кристаллитов оказывают большое влияние на свойства керамики. Они, например, препятствуют движению дислокаций. По этой причине ПКМ отличается большой твердостью.

Кристаллы и межкристаллитные прослойки имеют различные механические и электрические характеристики. В кристаллитах имеет место спонтанная поляризация, а граничные слои, очевидно, находятся в наэлектризованной фазе и состоят из таких параэлектрических материалов, как примеси, непрореагировавшие компоненты и стеклообразное связующее.

Проведенные исследования ПКМ показали, что при небольших внешних воздействиях распределение полярных осей доменов не нарушается. После снятия нагрузки практически все домены, изменившие ориентацию полярной оси, возвращаются в свое исходное состояние. Эта область простирается примерно до давлений порядка 5 МПа. Экспериментальные значения здесь практически полностью совпадают с расчетными [по уравнению (11)].

При приложении к ПКМ большого механического напряжения, вызывающего в нем остаточные деформации, происходит необратимая переориентация доменов. После снятия нагрузки не все домены, изменившие ориентацию полярной оси, возвращаются в свое первоначальное состояние. В течение некоторого времени происходит дополнительная перестройка доменной структуры, пока она вновь не достигнет состояния, соответствующего минимуму свободной энергии.

На рис. 4 показан вид типичных осциллограмм выходного напряжения ПГ, полученных с помощью осциллографа С8-7А на запоминающей трубке. В опыте использовалась установка нагружения с механическим приводом. Образец из керамики ЦТС-23 в форме сплошного цилиндра сжимался до заданного уровня напряжений 5, 8, 10 и 13 МПа. Затем он разряжался и производился сброс нагрузки с одинаковой во всех опытах скоростью. Из осциллограмм видно, что до напряжений 5 МПа после снятия нагрузки (практически мгновенно) все переориентированные домены возвращаются в свое первоначальное положение ($\alpha=0$).

При $T_3 > 5$ МПа в течение некоторого времени происходит перестройка доменной структуры, что сопровождается ростом $U_{\text{вых}}$. Чем выше T_3 , тем большее количество доменов не успевает перестроиться и тем более интенсивно идет увеличение $U_{\text{вых}}$ (α возрастает) после снятия нагрузки до нуля. Часть полярных осей доменов при $T_3 > 10$ МПа вообще не возвращается в исходное положение, что сопровождается снижением удельной генерирующей способности пьезоэлементов:

$$\eta_0 = \left(\frac{U_{\text{вых}}}{T_3} \right) l_{\text{ПКЭ}} = \text{const}.$$

Реориентация доменов является основной причиной того, что значение $U_{\text{вых}}$ зависит не только от T_3 , но и от значения и длительности предшествующей

щих нагрузок, от длительности интервала между нагружениями, выдержки перед снятием показаний приборов, от скорости приложения и снятия нагрузки, от температуры и некоторых конструктивных параметров. Влияние состава ПКМ на $U_{\text{вых}}$ исследовалось в работах [Л. 3 и 4]. Автором этих работ установлено, что большей генерирующей способностью при высоких механических нагрузках обладают ПКМ состава ЦТС-23.

При проектировании пьезогенератора следует учитывать, что на выходные характеристики его оказывает влияние самопроизвольное изменение свойств ПКМ с течением времени (старение керамики) и изменение пьезо- и диэлектрических свойств под нагрузкой.

Обобщающий анализ свойств ПКМ с учетом времени и температуры оказывается очень сложным и не укладывается в простые экспериментально полученные кривые подобно кривым намагничивания ферромагнитных материалов. Функциональная зависимость между пятью параметрами: выходным напряжением $U_{\text{вых}}$, механическим напряжением T_3 , временем t , температурой t° и конструктивным фактором k_k :

$$f(U_{\text{вых}}, T_3, t, t^\circ, k_k) = 0$$

не является однозначной и содержит в сложном виде дифференциальные и интегральные соотношения входящих в нее величин. Так как в общем виде аналитическое или графическое описание указанной функции получить не удастся, то влияние времени, температуры и конструктивного фактора рассматривается применительно к каждому конкретному случаю.

Магнитострикционный привод пьезокерамического генератора. Из магнитострикционных материалов в настоящее время преимущественно применяется пермендюр (положительная величина МС насыщения $\lambda_s = 80 \cdot 10^{-6}$) и чистый никель (отрицательная величина МС насыщения $\lambda_s = -35 \cdot 10^{-6}$ [Л. 5 и 6]). Ценными свойствами этих материалов является относительно высокое значение константы магнитострикции λ , точки Кюри и высокая механическая прочность. Одним из важнейших требований, предъявляемых к МС-материалам, является получение максимальных значений λ при возможно меньшей напряженности магнитного поля. Пермендюр и никель соответствуют этому требованию в большей степени по сравнению с другими материалами.

При использовании в качестве материала сердечника привода пьезогенератора пермендюра или никеля знак константы магнитострикции λ определяет конструктивное выполнение привода.

Для выяснения возможности создания ПГ с МСП на заданный уровень выходного напряжения рассмотрим простейшую схему такого устройства (рис. 5). На первом этапе решения задачи не акцентируется внимание на способах возбуждения магнитостриктора. Считаем, что как при холостом, так и при рабочем ходе (под нагрузкой) достигается наибольшее МС-перемещение, равное $\lambda = \lambda_p = 0,875\lambda_s$ при $H = H_p$. Увеличение напряженности намагничивающего поля выше H_p нецелесообразно, так как при этом λ увеличивается незначительно.

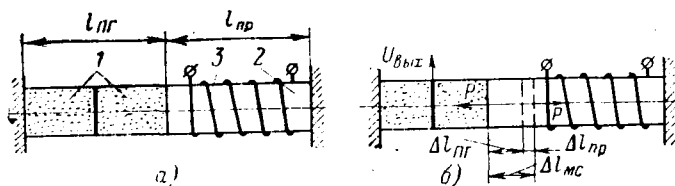


Рис. 5. Расчетная схема пьезогенератора с магнитострикционным приводом.

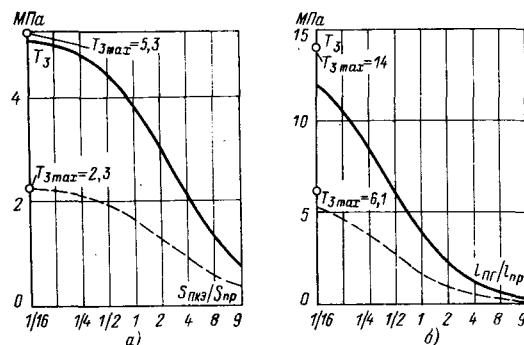


Рис. 6. Зависимость механического напряжения T_3 в ПКЭ от отношения площадей $S_{\text{ПКЭ}}/S_{\text{пр}}$ при $l_{\text{пг}} = l_{\text{пр}}$ (а) и от отношения длин $l_{\text{пг}}/l_{\text{пр}}$ при $S_{\text{ПКЭ}} = S_{\text{пр}}$ (б) для ПГ с МСП из пермендюра и никеля.
— 50 КФ; --- никель.

Сделаем ряд допущений:

упругие характеристики всех элементов устройства линейны и не зависят от их механического, электрического и магнитного состояний;

рассматривается квазистатический режим работы в изотермических условиях;

крепление элементов устройства (корпус) считается абсолютно жестким;

устройство работает при малых перемещениях в пределах действия закона Гука.

На рис. 5 показана схема ПГ с МСП, имеющего электромагнитное возбуждение. Пьезоэлементы 1 механически последовательно соединены с МС-стержнем 2 из материала с положительным значением λ . На МС-стержне имеется обмотка 3. Пьезоэлементы и магнитостриктор по концам жестко закреплены. В некоторый момент времени через обмотку 3 пропускается импульс тока. При этом МС-стержень деформируется, в результате чего система перейдет из ненагруженного в нагруженно-упругое состояние.

Заменим действие силы, возникающей за счет МС-деформации, некоторой продольной силой P , приложенной в плоскости соединения ПГ с магнитостриктором. Под действием силы P , ПГ и магнитостриктор получают абсолютное укорочение $\Delta l_{\text{пг}}$ и $\Delta l_{\text{пр}}$ соответственно. В результате в стыке образуется зазор

$$\Delta l_{\text{мс}} = \Delta l_{\text{пг}} + \Delta l_{\text{пр}}, \quad (15)$$

который в реальных условиях компенсируется полчаемой стержнем 2 магнитострикционной деформацией.

Поскольку у нагруженной системы все элементы находятся в одинаковых условиях, деформация ε по оси отдельных элементов остается одной и той

Номер п/п	Материал ПКЭ генератора	Параметр						
		Упругая податливость ПКЭ $E=0 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{H} \times 10^{-12}$	Пьезомодуль $g_{33} \frac{\text{В} \cdot \text{м}}{\text{Н}} \times 10^{-3}$	Материал МС-привода	Упругая податливость МСП $H=0 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{H} \times 10^{-12}$	Магнитострикционная насыщенность $\lambda_s \times 10^{-6}$	Механическое напряжение $T_s, \text{Па} \times 10^8$	Выходное напряжение ПГ $U_{\text{вых}} / I_{\text{ПКЭ}} = g_{33} T_s, \text{кВ/м}$
1	ЦТС-23	13,3	22	Никель	5	-35	1,67	36,8
2	ЦТС-23	13,3	22	50КФ(ЭП-207)	4,2	+80	4,0	88,0
3	ЦТС-23	13,3	22	13Al-Fe	6,25	+40	1,79	39,4
4	ЦТС-23	13,3	22	30Pd-Fe	4,7	+194	9,44	206,0
5	ЦТС-23	13,3	22	Mn-Bi	5,7	-250	11,5	253,0
6	ЦТС-23	13,3	22	Феррит(CoFe_2O_4)	11,0	-200	7,5	165,0
7	ЦТВС-2	13,32	34	50КФ(ЭП-207)	4,2	+80	3,58	121,5
8	ТРМ-300 (Япония)	15,0	31	30Pd-Fe	4,7	+194	8,63	268,0
9	PZT-7A (США)	13,9	40	Mn-Bi	5,7	-250	11,2	448,0

$$I_{\text{ПКЭ}} = \frac{I_{\text{пр}}}{2}$$

же, равной среднему значению по длине, соответственно:

$$\epsilon_{\text{ПГ}} = \frac{\Delta l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{ПГ}}}; \quad \epsilon_{\text{пр}} = \frac{\Delta l_{\text{пр}}}{l_{\text{пр}}},$$

где ϵ — относительная деформация элементов.

За счет магнитострикционного эффекта стержень 2 получит относительную линейную деформацию: $\lambda_p = \frac{\Delta l_{\text{мс}}}{l_{\text{пр}}}$.

Система будет находиться в равновесии, если $\lambda_p l_{\text{пр}} = \epsilon_{\text{ПГ}} l_{\text{ПГ}} + \epsilon_{\text{пр}} l_{\text{пр}}$:

$$\lambda_p = \epsilon_{\text{ПГ}} \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right) + \epsilon_{\text{пр}}. \quad (15')$$

С другой стороны,

$$\epsilon_{\text{ПГ}} = \frac{T_s}{Y_{33}^E}; \quad \epsilon_{\text{пр}} = \frac{T_{\text{пр}}}{Y_{33}^H},$$

где $T_s = \frac{P}{S_{\text{ПКЭ}}}$; $T_{\text{пр}} = \frac{P}{S_{\text{пр}}}$; Y_{33}^E , Y_{33}^H — константы упругости.

Тогда (15') примет вид:

$$\lambda_p = \frac{P}{Y_{33}^E S_{\text{ПКЭ}}} \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right) + \frac{P}{Y_{33}^H S_{\text{пр}}} = P \left[\frac{s_{33}^E}{S_{\text{ПКЭ}}} \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right) + \frac{s_{33}^H}{S_{\text{пр}}} \right], \quad (15'')$$

где $s_{33}^E = \frac{1}{Y_{33}^E}$; $s_{33}^H = \frac{1}{Y_{33}^H}$; s_{33}^H — упругая податливость магнитострикционного стержня при $H=0$.

Из (15'') найдем $T_s = \frac{P}{S_{\text{ПКЭ}}}$

$$T_s = \frac{0,875 \lambda_s}{\left[s_{33}^E \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right) + s_{33}^H \left(\frac{S_{\text{ПКЭ}}}{S_{\text{пр}}} \right) \right]}. \quad (16)$$

Пусть площадь поперечного сечения ПКЭ равна площади сечения стержня $S_{\text{ПКЭ}} = S_{\text{пр}}$, а длина привода равна длине ПГ $l_{\text{пр}} = l_{\text{ПГ}}$. Из (16) получаем

$$T_s = \frac{0,875 \lambda_s}{s_{33}^E + s_{33}^H}. \quad (17)$$

Подставим полученное выражение для T_s в уравнение (11):

$$U_{\text{вых}} = g_{33} I_{\text{ПКЭ}} \frac{0,875 \lambda_s}{s_{33}^E + s_{33}^H}. \quad (18)$$

По уравнению (18) проведены расчеты выходного напряжения различных ПГ с МСП, выполненных по схеме, показанной на рис. 5. Результаты расчетов сведены в таблицу.

С уменьшением отношения $\left(\frac{S_{\text{ПКЭ}}}{S_{\text{пр}}} \right)$ напряжения в МС стержне будут уменьшаться, поскольку ПГ и стержень соединены последовательно. Величина механической деформации стержня уменьшается и, следовательно, T_s увеличивается. Если $S_{\text{ПКЭ}} \neq S_{\text{пр}}$, то выражение (16) примет следующий вид (при $l_{\text{ПГ}} = l_{\text{пр}}$):

$$T_s = \frac{0,875 \lambda_s}{\left[s_{33}^E + s_{33}^H \left(\frac{S_{\text{ПКЭ}}}{S_{\text{пр}}} \right) \right]}. \quad (19)$$

На рис. 6 приведены зависимости механического напряжения T_s в ПКЭ (ЦТС-23) генератора с МСП из пермендюра и никеля от отношения площадей $\left(\frac{S_{\text{ПКЭ}}}{S_{\text{пр}}} \right) l_{\text{ПГ}} = l_{\text{пр}}$.

Представляет интерес выяснить также зависимость

$T_s = f \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right)_{S_{\text{ПКЭ}} = S_{\text{пр}}}$. Из (16) следует

$$T_s = \frac{0,875 \lambda_s}{\left[s_{33}^E \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right) + s_{33}^H \right]}. \quad (20)$$

На основании уравнения (20) построена зависимость $T_s = f \left(\frac{l_{\text{ПГ}}}{l_{\text{пр}}} \right)$ при $S_{\text{ПКЭ}} = S_{\text{пр}}$ для ПГ с МСП. Пьезогенератор выполнен также из ПКМ марки ЦТС-23, а привод из пермендюра и никеля (рис. 6, б).

Как видно из графиков (рис. 6), существенно увеличить механическое напряжение в ПКЭ генера-

тора и, следовательно, выходное напряжение его за счет изменения отношений $\left(\frac{S_{ПКЭ}}{S_{пр}}\right)$ и $\left(\frac{I_{ПГ}}{I_{пр}}\right)$ не удастся. Следовательно, особенно важно, чтобы применяемый для привода магнитострикционный материал имел высокое значение константы магнитострикции насыщения λ_s . Например, для высоковольтного ПГ с МСП на 15–20 кВ, выполненного по схеме, показанной на рис. 5, требуется материал с λ_s на порядок больше, чем у пермендюра. Такие материалы существуют, но они пока дорогие и находятся в стадии лабораторных исследований. В дальнейшем материалы с высоким значением λ_s могут найти применение в указанных устройствах. Для привода относительно низковольтных генераторов (3–5 кВ) можно использовать широко известные магнитострикционные материалы — пермендюры и никель.

Вывод. Приведенные в статье расчеты пьезогенераторов с магнитострикционным приводом показывают, что схему ПГ с МСП (рис. 5) в настоящее время легко реализовать в устройствах для получения маломощных электрических импульсов для систем автоматического контроля и регулирования. Целесообразность разработки таких ПГ с МСП подтверждается их уникальными выходными характеристиками, а именно:

амплитуда выходного напряжения $U_{вых}$ не зависит от скорости изменения магнитного потока и,

следовательно, от скорости относительного перемещения входного звена в поляризованной магнитной цепи привода;

определенный уровень $U_{вых}$ достигается в строго заданном положении входного звена;

при использовании ПГ с МСП в качестве датчика не требуются усилительный и формирующий каскады;

генерируемый на обкладках ПКЭ заряд может сохраняться (практически без изменений) в течение нескольких секунд;

форма волны $u_{вых}$ полностью определяется формой волны магнитного потока в магнитострикторе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Окадзаки К. Технология керамических диэлектриков. М.: Энергия, 1976.
2. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практическое применение. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1949.
3. Шведова Л. А. О пьезокерамическом генераторе для системы зажигания двигателей внутреннего сгорания. — Электричество, 1971, № 10, с. 60–62.
4. Шведова Л. А. Исследование возможности использования явления пьезоэлектрического эффекта в системах зажигания ДВС: Дис. на степень канд. техн. наук М., 1975. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Московский автомобильный ин-т.
5. Прецизионные сплавы. Справочник/ Под ред. Б. В. Молотилова. М.: Металлургия, 1974.
6. Белов К. П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнетиках. М.: ГИТТЛ, 1957.

[4.11.1977]



УДК 621.313.332.001.24

Расчет стационарных режимов асинхронного генератора с обмоткой подмагничивания, присоединенной к выводам обмотки статора

Канд. техн. наук КИЦИС С. И., инж. АМБРОС Ф. С.

Как известно, дополнительная подмагничивающая тороидальная обмотка на спинке статора асинхронного самовозбуждающегося генератора (АСГ) может использоваться при необходимости регулирования (изменения) напряжения генератора и для стабилизации напряжения генератора.

В первом случае обмотка подмагничивания может питаться от независимого источника напряжения [Л. 1]. Порядок расчета параметров стационарных режимов АСГ с независимым питанием обмотки подмагничивания при фиксированных токах подмагничивания известен [Л. 2] и сводится к определению магнитной характеристики генератора при заданном значении м. д. с. подмагничивающей обмотки с последующим расчетом параметров режима по методике, разработанной для генератора без подмагничивающей обмотки [Л. 3, 9 и 10].

Во втором случае обмотка подмагничивания включается через выпрямитель непосредственно на

клеммы генератора [Л. 1 и 14] с целью создания отрицательной обратной связи по напряжению (рис. 1). Эффект стабилизации выходного напряжения достигается при этом автоматически за счет уменьшения подмагничивания магнитопровода при снижении напряжения на зажимах с ростом нагрузки. В данном случае расчет не может быть непосредственно сведен к методике расчета режимов АСГ без подмагничивающей обмотки, поскольку м. д. с. обмотки подмагничивания заранее неизвестна.

Магнитное состояние генератора определяется как м. д. с. обычных статорной и роторной обмотки машины, так и м. д. с. обмотки подмагничивания, которая, в свою очередь, зависит от выходного напряжения, определяемого магнитным состоянием генератора и параметрами нагрузки. В связи с этим применение для анализа АСГ со стабилизирующей обмоткой подмагничивания семейства обычных кривых одновременного намагничивания

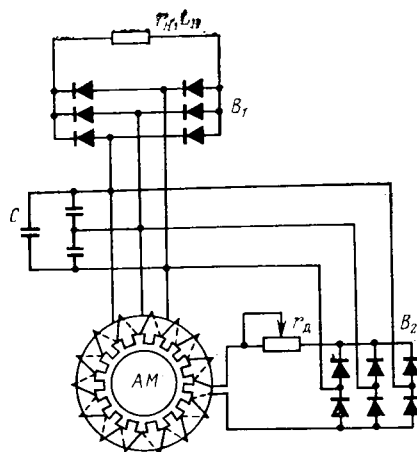


Рис. 1. Принципиальная схема асинхронного самовозбуждающегося генератора со стабилизирующей обмоткой подмагничивания, присоединенной к его клеммам и выходом на постоянный ток.

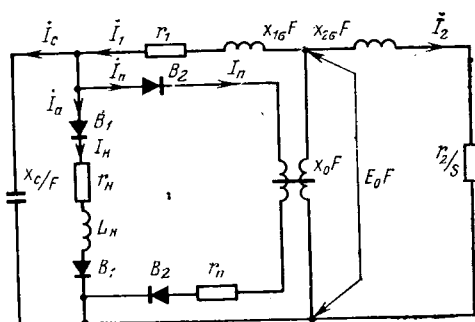


Рис. 2. Эквивалентная схема фазы генератора.

машины, заранее определенных при некоторой, например, синхронной частоте колебаний и различных фиксированных м. д. с. подмагничивания, оказывается неэффективным, поскольку неизвестно, на какой из кривых может оказаться рабочая точка, соответствующая магнитному состоянию генератора. Тем более, что нам неизвестна частота генерируемых свободных колебаний, которая зависит от параметров резонансного контура соответствующей статической схемы замещения [Л. 4]. В этих условиях принципиальное значение имеет установление аналитической связи между основными величинами, характеризующими электромагнитный процесс в генераторе: э. д. с. намагничивающего контура E_0 , током стабилизирующей подмагничивающей обмотки I_n и сопротивлением взаимной индукции x_0 с учетом обмоточных и конструктивных параметров машины. Необходимо также проведение других специальных исследований, которые не могут быть сведены только к уже достигнутым результатам анализа АСГ без подмагничивающей обмотки. Например, актуально учесть влияние на частоту генерируемых колебаний, взаимную индуктивность машины и другие параметры режима сопротивления цепи обмотки подмагничивания r_n и т. п.

Экспериментальные исследования показывают эффективность применения АСГ со стабилизирующей подмагничивающей обмоткой для питания через выпрямитель нагрузки постоянного тока, по-

этому в статье анализируются стационарные режимы генератора, работающего на выпрямительный блок.

Наличие стабилизирующей обмотки подмагничивания и выпрямительного преобразователя вносит свои особенности в общепринятую Т-образную схему замещения асинхронной машины при самовозбуждении (рис. 2). (Условные обозначения поясняются в приложении 1.)

Для анализа удобно использовать понятие эквивалентных синусоид [Л. 5] тока, э. д. с., напряжения, индукции и т. д., которые в данной работе отождествляются с основными гармониками этих величин. В асинхронной машине с подмагничиваемой спинкой статора, как показано в [Л. 6 и 7], происходит перераспределение магнитных потоков как в спинке, так и в воздушном зазоре. В результате в кривой индукции появляются так называемые гармоники насыщения, вращающиеся с частотой вращения основного поля. Действие этих высших гармоник учитывается введением переменных коэффициентов формы кривой поля в воздушном зазоре k_B и полюсного перекрытия α_B , зависящих от коэффициента насыщения зубцов и напряженности подмагничивающего поля в спинке H_n [Л. 7].

Действующее значение основной гармоники тока в линии на входе мостового трехфазного выпрямителя B_1 (рис. 2) связано с постоянной составляющей выпрямленного тока в цепи нагрузки соотношением [Л. 8]:

$$|I_n|_n = \mu I_n, \quad \mu = \frac{\pi}{3\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Аналогично для цепи подмагничивания генератора

$$|I_n|_n' = \mu I_n. \quad (2)$$

Как известно, в мостовом трехфазном выпрямителе постоянная составляющая выпрямленного тока не зависит от реактивной составляющей сопротивления нагрузки ωL_n . Эквивалентное сопротивление фазы выпрямителя B_1 со стороны входа для расчетного соединения фаз в звезду при идеальных диодах [Л. 8]

$$R_n = \rho r_n, \quad \rho = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}. \quad (3)$$

Аналогично для выпрямителя B_2

$$R_n = \rho r_n. \quad (4)$$

В случае эквивалентного представления трехфазного мостового выпрямителя со стороны входа в виде трехфазной схемы, фазы которой соединены в треугольник, коэффициент эквивалентного сопротивления фазы будет в 3 раза больше. Выбор той или иной эквивалентной схемы представления выпрямителей B_1 и B_2 определяется реальной схемой соединения фазных обмоток генератора. Для удобства анализа эти схемы должны быть одинаковы. Как следует из рис. 2, активный ток I_a генератора преодолевает активное сопротивление

$$R = \rho r_n r_n / (r_n + r_n). \quad (5)$$

Эквивалентные синусоиды токов и напряжений генератора связаны векторной диаграммой, пред-

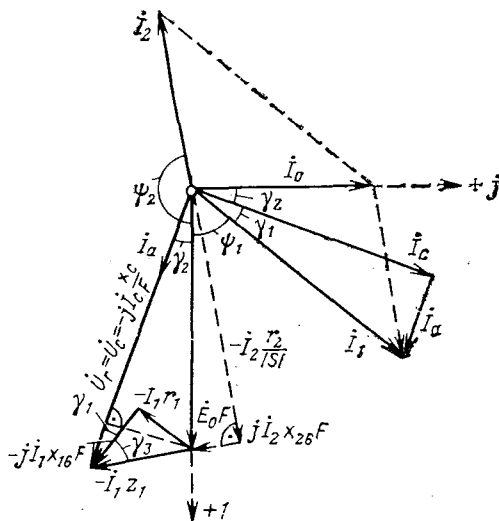


Рис. 3. Векторная диаграмма генератора.

ставленной на рис. 3. Диаграмма совмещена с осями комплексной плоскости, положительные направления которых согласованы с общепринятым положительным направлением вращения вектора на диаграмме против часовой стрелки.

Для получения некоторых основных соотношений, характеризующих стационарные режимы АСГ с обратной связью по напряжению, реализуемой с помощью обмотки подмагничивания спинки статора, используем методику совместного анализа схемы замещения рис. 2 и векторной диаграммы режима рис. 3 [Л. 9 и 10]. В результате анализа найдем уравнение для расчета частоты свободных колебаний АСГ с учетом влияния стабилизирующей обмотки подмагничивания, присоединенной к клеммам генератора:

$$a_0 F^7 + a_1 F^6 + a_2 F^5 + a_3 F^4 + a_4 F^3 + a_5 F^2 + a_6 F + a_7 = 0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= (r_1 x_{2s}^2 + r_2 x_{1s}^2) R^4; \quad a_1 = -\alpha (2r_1 x_{2s}^2 + r_2 x_{1s}^2) R^4; \\ a_2 &= [r_1 x_{2s}^2 \alpha^2 + r_1 r_2 (r_1 + r_2) - 2r_2 x_{1s} x_c] R^4 + x_c^2 x_{2s}^2 R^3 + \\ &+ 2R^2 (r_1 + r_2) x_{1s}^2 x_c^2; \quad a_3 = \alpha [r_2 (2x_{1s} x_c - r_1^2) R^4 - \\ &- 2x_{2s}^2 x_c^2 R^3 - 2(2r_1 + r_2) x_{1s}^2 x_c^2 R^2]; \\ a_4 &= x_c^2 \{r_2 R^4 + [x_{2s}^2 \alpha^2 + r_2 (2r_1 + r_2)] R^3 + 2[r_1 r_2 (r_1 + \\ &+ r_2) + r_1 x_{2s}^2 \alpha^2 - r_2 x_{1s} x_c] R^2 + x_{2s}^2 x_c^2 (r_1 + r_2 + R)\}; \\ a_5 &= -\alpha x_c^2 [r_2 R^4 + 2r_1 r_2 R^3 - 2r_2 (x_{1s} x_c - r_1^2) R^2 + \\ &+ 2x_{2s}^2 x_c^2 R + (2r_1 + r_2) x_{1s}^2 x_c^2]; \quad a_6 = x_c^4 \{r_2 R^2 + \\ &+ [r_2 (2r_1 + r_2) + x_{2s}^2 \alpha^2] R + r_1 [r_2 (r_1 + r_2) + x_{2s}^2 \alpha^2]\}; \\ a_7 &= -\alpha x_c^4 (r_2 R^2 + 2r_1 r_2 R + r_1^2 r_2). \end{aligned}$$

Исследование (6) для конкретных практических примеров показывает наличие единственного положительного действительного корня, имеющего физический смысл. Найти этот корень нетрудно, поскольку заранее известен диапазон значений частоты, в котором его следует искать: $0 < F < \alpha$. Причем, имея в виду, что отрицательные скожде-

ния в машине сравнительно малы, в рассматриваемом режиме диапазон поиска допустимо сузить наполовину, т. е. $\alpha/2 < F < \alpha$.

Значение сопротивления взаимной индукции (при синхронной частоте) генератора со стабилизирующей обмоткой подмагничивания, непосредственно связанное с сопротивлением магнитопровода машины [Л. 11], определяется по заданным значениям параметров генератора и нагрузки:

$$x_0 = z(F) / [(\sin \psi_1 + \cos \psi_1 \operatorname{tg} \psi_2) F], \quad (7)$$

где ψ_1, ψ_2 — абсолютные значения начальных фаз токов статора и ротора;

$$z(F) = \sqrt{\left[r_1 + \frac{(x_c/F)^2 R}{R^2 + (x_c/F)^2}\right]^2 + \left[x_{1s} F - \frac{(x_c/F) R^2}{R^2 + (x_c/F)^2}\right]^2} \quad (8)$$

— полное сопротивление току статора АСГ с учетом влияния обмотки подмагничивания и нагрузки;

$$\sin \psi_1 = \{[(x_c/F) R^2] / [R^2 + (x_c/F)^2]\} - x_{1s} F / z(F); \quad (9)$$

$$\cos \psi_1 = \left[r_1 + \frac{(x_c/F)^2 R}{R^2 + (x_c/F)^2}\right] / z(F); \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \psi_2 = x_{2s} F / (r_2 / s). \quad (11)$$

Результаты расчета сопротивления взаимной индукции x_0 при анализе асинхронного самовозбуждающегося генератора без подмагничивающей обмотки позволяют совершенно определенно судить о стационарном режиме работы генератора. В рассматриваемом случае двойного намагничивания спинки статора переменным и постоянным токами одного определения x_0 еще недостаточно для того, чтобы конкретно судить о стационарном режиме АСГ. Для устранения возникающей неопределенности установим аналитическую связь между э. д. с. намагничивающего контура E_0 , током подмагничивания спинки I_H и сопротивлением взаимной индукции x_0 . Намагничивающий ток генератора I_0 определяется из уравнения для м. д. с. машины:

$$2\sqrt{2} m_1 k_{061} \omega_1 I_0 / (\pi p) = F_\delta + F_c + F_{z1} + F_{z2} + F_p. \quad (12)$$

С другой стороны, из схемы замещения рис. 2 ток намагничивания

$$I_0 = E_0 / x_0. \quad (13)$$

Выразим магнитные напряжения на отдельных участках магнитной цепи через э. д. с. намагничивающего контура E_0 . Сопоставляя выражения для магнитного потока Φ асинхронной машины, полученные из формулы для э. д. с. E_0 [Л. 13] и формулы, выражающей закон магнитной цепи в применении к воздушному зазору, найдем:

$$F_\delta = \delta k_\delta E_0 / (2k_B k_{061} \omega_1 f_0 \mu_0 \alpha_3 \tau l_\delta). \quad (14)$$

Магнитные напряжения зубцов статора и ротора могут быть найдены, если известны расчетные напряженности магнитного поля H'_{z1}, H'_{z2} в зубцах статора и ротора, определенные, как это принято, через напряженности в минимальном, максимальном и среднем сечениях зубца.

Для увеличения влияния регулирования магнитного сопротивления спинки генератора с подмагничиванием спинки статора конструируются и выполняются с ненасыщенной зубцовой зоной [Л. 12],

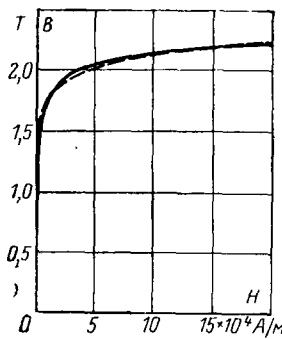


Рис. 4. Кривая намагничивания электротехнической стали Э11 (пунктиром показан график функции $H=0,3475 \operatorname{sh} 6,2 B$).

поэтому поток в зубце практически равен потоку в воздушном зазоре на ширине зубцового деления. С учетом этого обстоятельства значения магнитной индукции в минимальном, среднем и максимальном сечениях зубцов статора и ротора генератора можно определить по формулам:

$$\left. \begin{aligned} B_{zk \min} &= B_{\delta} t_k l_{\delta} / (b_{zk \min} k_c l_k); \\ B_{zk \text{cp}} &= B_{\delta} t_k l_{\delta} / (b_{zk \text{cp}} k_c l_k); \\ B_{zk \max} &= B_{\delta} t_k l_{\delta} / (b_{zk \max} k_c l_k), \quad k = 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Принимая, что зависимость между магнитными напряженностью и индукцией в стали машины выражается гиперболическим синусом (рис. 4), а также имея в виду соотношение

$$\begin{aligned} B_{\delta} &= E_{\delta} / (4k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 \alpha_{\delta} \tau l_{\delta}) = \\ &= E_0 / (4k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 \alpha_{\delta} \tau l_{\delta}), \end{aligned} \quad (16)$$

получаем магнитные напряжения зубцов статора в виде

$$\begin{aligned} F_{zk} &= \frac{h_{zk} \alpha'}{3} \left(\operatorname{sh} \frac{\beta' t_k E_0}{4k_B \alpha_{\delta} b_{zk \min} k_c l_k k_{\delta} \omega_1 f_0 \tau} + \right. \\ &+ 4 \operatorname{sh} \frac{\beta' t_k E_0}{4k_B \alpha_{\delta} b_{zk \text{cp}} k_c l_k k_{\delta} \omega_1 f_0 \tau} + \\ &+ \left. \operatorname{sh} \frac{\beta' t_k E_0}{4k_B \alpha_{\delta} b_{zk \max} k_c l_k k_{\delta} \omega_1 f_0 \tau} \right), \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (17)$$

Среднее значение индукции в среднем (по длине средней линии индукции в роторе l_p) сечении ярма в функции э.д.с. намагничивающего контура выражается в виде

$$B_p = E_0 / (8k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c). \quad (18)$$

Соответствующая B_p напряженность в ярме ротора

$$H_p = \alpha' \operatorname{sh} [\beta' E_0 / (8k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c)]. \quad (19)$$

Магнитное напряжение в ярме ротора можно определить в соответствии с рекомендацией [Л. 13]:

$$F_p = \xi H_p l_p, \quad (20)$$

где ξ — коэффициент, учитывающий изменение индукции вдоль средней линии l_p ;

$$\xi = 1,02 \div 0,5 B_p. \quad (21)$$

Выражение (21) аппроксимирует соответствующую графическую зависимость, приведенную в [Л. 13]. После подстановки в (20) соотношений (19) и (21) с учетом (18) и формулы для подсчета длины средней линии индукции в роторе l_p [Л. 13] найдем:

$$\begin{aligned} F_p &= [1,02 - E_0 / (16k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c)] [\pi (D'_a + \\ &+ h_p) / (2p)] \alpha' \operatorname{sh} \frac{\beta' E_0}{8k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c}. \end{aligned} \quad (22)$$

Используя (13), (14), (17) и (22), нетрудно выразить через э.д.с. намагничивающего контура E_0 и магнитное напряжение в спинке статора, так как из (12)

$$F_c = \frac{2\sqrt{2} m_1 \omega_1 k_{\delta} I_0}{\pi p} - (F_{\delta} + F_{z1} + F_{z2} + F_p). \quad (23)$$

С другой стороны, магнитное напряжение спинки статора

$$F_c = \int_0^{l_c} h_{a1} dx, \quad l_c = \pi (D_a - h_c) / (2p). \quad (24)$$

Основная пространственная волна напряженности по средней линии спинки может быть представлена в виде

$$h_{a1} = H_{a1} \sin(\pi x / l_c). \quad (25)$$

С учетом (25) из (24) найдем:

$$F_c = (D_a - h_c) H_{a1} / p. \quad (26)$$

Амплитудное значение основной волны напряженности переменного магнитного поля в спинке может быть связано с э.д.с. намагничивающего контура после совместного преобразования (23), (13), (14), (17), (22) и (26) соотношением

$$\begin{aligned} H_{a1} &= \left(\frac{A}{x_0} - C \right) E_0 - D_1 \left(\operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1 \min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1 \text{cp}}} + \right. \\ &+ \left. \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1 \max}} \right) - D_2 \left(\operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2 \min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2 \text{cp}}} + \right. \\ &+ \left. \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2 \max}} \right) - (M - N E_0) \operatorname{sh}(Q E_0), \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{2} m_1 \omega_1 k_{\delta} / [\pi (D_a - h_c)]; \\ C &= p \delta k_{\delta} / 2 (D_a - h_c) k_B \alpha_{\delta} k_{\delta} \omega_1 f_0 \alpha_{\delta} \tau l_{\delta}; \quad D_1 = \\ &= p h_{z1} \alpha' / [3 (D_a - h_c)]; \quad G_1 = \beta' t_1 / (4k_B \alpha_{\delta} k_c l_1 k_{\delta} \omega_1 f_0 \tau); \\ D_2 &= p h_{z2} \alpha' / [3 (D_a - h_c)]; \quad G_2 = \beta' t_2 / (4k_B \alpha_{\delta} k_c l_2 k_{\delta} \omega_1 f_0 \tau); \\ M &= 1,02 \pi (D'_a + h_p) \alpha' / [2 (D_a - h_c)]; \\ N &= \pi (D'_a + h_p) \alpha' / [32 k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c (D_a - h_c)]; \\ Q &= \beta' / (8k_B k_{\delta} \omega_1 f_0 h_p l_2 k_c). \end{aligned}$$

Учитывая изменение магнитного поля в спинке во времени, необходимо записать:

$$h_{a1} = H_{a1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right).$$

При подаче постоянного тока I_{Π} в обмотку подмагничивания

$$h_{a1} = H_{\Pi} + H_{a1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right).$$

В соответствии с законом полного тока

$$I_{\Pi} = \pi (D_a - h_c) H_{\Pi} / \omega_{\Pi}. \quad (28)$$

Имея в виду, что зависимость между мгновенными значениями результирующей напряженности магнитного поля в спинке и соответствующими

значениями магнитной индукции выражается гиперболическим синусом, запишем:

$$H_n + H_{a1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) = \alpha' \operatorname{sh} \left\{ \beta' \left[B_n + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ak} \sin \left[k \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) \right] \right] \right\}.$$

Учитывая действие высших гармонических магнитного поля введением переменных коэффициентов k_B и α_3 [Л. 7], последнее соотношение можно переписать следующим образом:

$$H_n + H_{a1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) = \alpha' \operatorname{sh} \left\{ \beta' \left[B_n + B_{a1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) \right] \right\}. \quad (29)$$

Электродвижущая сила намагничивающего контура выражается через индукцию в спинке статора:

$$E_{of} = E_0 f_1 / f_0 = 8 k_B B_{a1} l_c k_c k_{об1} \omega_1 f_0 F,$$

откуда

$$B_{a1} = K E_0, \quad K = 1 / (8 k_B l_c k_c k_{об1} \omega_1 f_0). \quad (30)$$

С учетом (27) и (30) соотношение (29) примет вид:

$$H_n + \left[\left(\frac{A}{x_0} - C \right) E_0 - D_1 \left(\operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1max}} \right) - D_2 \left(\operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2max}} \right) - (M - N E_0) \operatorname{sh} (Q E_0) \right] \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) = \alpha' \operatorname{sh} \left\{ \beta' \left[B_n + K E_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{l_c} x \right) \right] \right\}. \quad (31)$$

Полагая в (31) $\omega t = 0$ и поочередно подставляя $x = -l_c/2$ и $x = l_c/2$, получаем два уравнения относительно постоянных составляющих напряженности и магнитной индукции:

$$H_n \pm \left(\frac{A}{x_0} - C \right) E_0 - D_1 \left(\operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1max}} \right) - D_2 \left(\operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2max}} \right) - (M - N E_0) \operatorname{sh} (Q E_0) = \alpha' \operatorname{sh} \left\{ \beta' [B_n \pm K E_0] \right\}, \quad (32)$$

откуда с учетом (28)

$$I_n = \frac{\xi}{\operatorname{th}(\beta' K E_0)} \sqrt{\left[\left(\frac{A}{x_0} - C \right) E_0 - D_1 \left(\operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1max}} \right) - D_2 \left(\operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2max}} \right) - (M - N E_0) \operatorname{sh} (Q E_0) \right]^2 - [\alpha' \operatorname{sh}(\beta' K E_0)]^2}, \quad (33)$$

где $\xi = \pi(D_a - h_c)/\omega_n$.

Рассмотрим теперь последовательность определения э.д.с. намагничивающего контура E_0 . Ток в обмотке подмагничивания связан с фазным напряжением генератора соотношением [Л. 8]:

$$I_n = K_1 U_r / r_n, \quad (34)$$

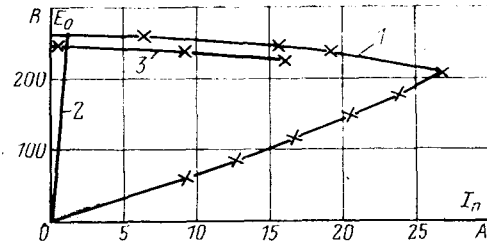


Рис. 5. Графическое решение уравнения (44) для числовых данных, приведенных в приложении 2.

1 — график зависимости (33) в первом приближении; 2 — график зависимости (40); 3 — график зависимости (33) во втором приближении.

где $K_1 = 2,34$ в случае соединения фаз статора в звезду; $K_1 = 1,35$ в случае соединения фаз статора в треугольник. Переменное напряжение генератора можно определить аналитически [Л. 10] с помощью векторной диаграммы (рис. 3). Из треугольника, образованного векторами \vec{U}_r , $\vec{E}_0 F$, $(-I_n z_1)$, имеем:

$$U_r = U_c = E_0 F \cos \gamma_2 + I_n z_1 \cos(\gamma_1 + \gamma_3), \quad (35)$$

где из треугольника токов I_c , I_a , I_1 и схемы (рис. 2)

$$\gamma_1 = \operatorname{arctg}(I_a / I_c) = \operatorname{arctg}[x_c / (FR)], \quad (36)$$

из треугольника сопротивлений обмотки статора

$$\gamma_3 = \operatorname{arctg}(r_1 / x_{1s} F), \quad (37)$$

и, наконец,

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - (\psi_1 + \gamma_1), \quad z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{1s}^2 F^2}. \quad (38)$$

Здесь угол сдвига ψ_1 между E_0 и I_1 представляет собой начальную фазу тока I_1 и равен аргументу комплексного сопротивления (8), взятому с обратным знаком. В соответствии с эквивалентной схемой токи в обмотках статора и ротора равны:

$$I_1 = E_0 F / z(F); \quad I_2 = E_0 F / z_2(F); \quad z_2(F) = \sqrt{\left(\frac{r_2}{s} \right)^2 + (x_{2s} F)^2}. \quad (39)$$

Подставляя (35) в (34), с учетом первого из соотношений (39) найдем:

$$I_n = v E_0, \quad v = K_1 \frac{F}{r_n} \left[\cos \gamma_2 + \frac{z_1(F)}{z(F)} \cos(\gamma_1 + \gamma_3) \right]. \quad (40)$$

Совместное рассмотрение (33) и (40) приводит к уравнению для определения E_0 :

$$\frac{\xi}{\operatorname{th}(\beta' K E_0)} \sqrt{\left[\left(\frac{A}{x_0} - C \right) E_0 - D_1 \left(\operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_1 E_0}{b_{z1max}} \right) - D_2 \left(\operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2min}} + 4 \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2cp}} + \operatorname{sh} \frac{G_2 E_0}{b_{z2max}} \right) - (M - N E_0) \operatorname{sh} (Q E_0) \right]^2 - [\alpha' \operatorname{sh}(\beta' K E_0)]^2} - v E_0 = 0. \quad (41)$$

Уравнение (41) трансцендентно. Его решение может быть получено с помощью ЭВМ или с помощью простейших вычислительных средств, если

воспользоваться следующим способом. В координатах E_0 , I_n (рис. 5) рассчитываются и строятся графики зависимостей (40), (33). Точка их пересечения определяет решение уравнения (41).

Остальные величины, характеризующие стационарный режим рассматриваемого генератора, определяются из нижеследующих очевидных соотношений.

Фазные емкостный и активный токи:

$$I_c = U_r F / x_c; I_a = U_r / R. \quad (42)$$

Расчетные фазные токи выпрямителей B_1 и B_2 :

$$|I_{B1}|_\phi = U_r / r_{B1}; |I_{B2}|_\phi = U_r / r_{B2}. \quad (43)$$

Токи в линиях на входе выпрямителей B_1 и B_2 равны расчетным фазным токам для эквивалентного соединения в звезду и в $\sqrt{3}$ раза превосходят соответствующие фазные токи для эквивалентного соединения в треугольник. Соответствующие выпрямленные токи находятся с помощью (1) и (2).

Полезная мощность

$$P_2 = 3U^2 r / r_{B2}. \quad (44)$$

К. п. д.

$$\eta = P_2 / (P_2 + \Sigma p_i), \quad (45)$$

где $\Sigma p_i = 3(I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2) + I_n^2 r_n$ — суммарные потери в генераторе.

Момент на валу генератора определяем исходя из закона сохранения энергии, в соответствии с принятой схемой замещения (рис. 2):

$$M = 9,55 P / \Omega, \quad (46)$$

где $P = 3(I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_a^2 R)$ — активная мощность, расходуемая генератором, Вт; Ω — угловая частота вращения ротора, об/мин.

При осуществлении практических расчетов по предложенной методике с целью учета действия гармоник насыщения [Л. 6 и 7] рекомендуется придерживаться следующей последовательности действий.

В первом приближении необходимо задаться ориентировочными (вероятными) значениями коэффициента формы поля k_B и коэффициента полюсного перекрытия α_δ . После проведения расчета параметров режима с помощью приведенных выше соотношений рассчитываются значения напряженности подмагничивающего поля:

$$H_n = I_n \omega_n / [\pi(D_a - h_c)] \quad (47)$$

и коэффициента насыщения

$$k_z = (F_\delta^2 + F_{z1} + F_{z2}) / F_\delta. \quad (48)$$

Далее, из зависимостей [Л. 7]

$$k_B = f_1(H_n, k_z) \text{ и } \alpha_\delta = f_2(H_n, k_z) \quad (49)$$

определяются уточненные значения k_B и α_δ , соответствующие рассчитанным значениям H_n и k_z , после чего расчет повторяется. При необходимости получения более точных данных можно по зависимостям (49) определить k_B и α_δ , соответствующие значениям H_n и k_z , полученным в результате второго расчета, и т. д. В принципе этот расчет следует вести до тех пор, пока принятые для расчета значения k_B и α_δ не будут достаточно близки к их значениям, получаемым из характеристик (49). Заметим, что указанный расчетный процесс относится к числу весьма быстро сходящихся (см. приложение 2). Достоинством описанной методики является

то, что она сравнительно несложна и допускает ведение расчетов «вручную» с помощью обычных вычислительных средств. В то же время процедура расчета может быть автоматизирована посредством использования ЭВМ.

Приложение 1. Условные обозначения. r_1 , x_{1s} , r_2 , x_{2s} — активные и реактивные (рассеяния) параметры статорной и приведенной к статору роторной цепей машины, соответствующие синхронной частоте; x_0 — сопротивление взаимной индукции асинхронной машины, соответствующее синхронной частоте; x_c — сопротивление конденсаторов на фазу при синхронной частоте; $F = f_1 / f_0$ — текущая частота колебаний в статоре в долях синхронной; s — скольжение, которое удобно выразить в виде

$$s = (F - \alpha) / F, \quad (\text{П1-1})$$

где $\alpha = \Omega / \Omega_0$ — частота вращения ротора в долях синхронной; $B_1(B_2)$ — выпрямитель в цепи нагрузки (обмотки подмагничивания); r_n — активное сопротивление нагрузки на выходе B_1 ; r_n — сопротивление обмотки подмагничивания и регулировочного реостата на выходе B_2 ; μ — коэффициент выпрямленного тока; ρ — коэффициент эквивалентного сопротивления фазы трехфазного мостового выпрямителя; $I_n(I_n)$ — постоянная составляющая выпрямленного тока в цепи обмотки подмагничивания (нагрузки); $|I_n|_n$, $|I_n|_n$ — модуль комплексного действующего значения тока в линии на входе выпрямителя $B_1(B_2)$; $I_1, I_2, I_0, I_1, I_2, I_0$ — соответственно комплексные действующие значения токов статора, ротора (приведенное), намагничивания и модули этих комплексов; ω_1 — число витков фазы статора; k_{061} — обмоточный коэффициент; m_1 — число фаз статора; p — число пар полюсов машины; F_δ — амплитуда м. д. с. воздушного зазора (на два зазора); F_c — амплитуда м. д. с. спинки статора; F_{z1}, F_{z2} — амплитуды м. д. с. зубцов статора (ротора); F_p — амплитуда м. д. с. яра ротора; $E_0(f_0)$ — э. д. с. намагничивающего контура при текущей (синхронной) частоте; k_B — коэффициент формы кривой поля в воздушном зазоре; α_δ — коэффициент полюсного перекрытия; l_δ — расчетная длина статора; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; τ — полюсное деление обмотки статора; δ — значение воздушного зазора; k_δ — коэффициент воздушного зазора; $h_{z1}(h_{z2})$ — высота зубца статора (ротора); $H_{z1}(H_{z2})$ — напряженность магнитного поля в зубце статора (ротора); α' , β' — коэффициенты аппроксимации кривой намагничивания стали гиперболическим синусом; B_δ — амплитуда основной гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре; $t_1(t_2)$ — шаг по зубцам статора (ротора); $b_{z1}(b_{z2})$ — ширина зубца статора (ротора); $l_1(l_2)$ — суммарная длина пакетов статора (ротора) без вентиляционных каналов; k_c — коэффициент заполнения пакета сталью; $h_c(h_p)$ — высота яра статора (ротора); $D'(D'_a)$ — внешний (внутренний) диаметр пакета ротора; $D_a(D)$ — внешний (внутренний) диаметр пакета статора; $B_{a1}(H_{a1})$ — амплитуда основной гармоники магнитной индукции (напряженности) поля в спинке статора; $l_c(l_p)$ — длина средней линии индукции в яре статора (ротора).

Приложение 2. Пример. Рассчитать параметры стационарного режима генератора со стабилизирующей обмоткой подмагничивания (присоединенной к его клеммам через трехфазный выпрямитель), характеризующего следующими обмоточными и конструктивными данными:

$r_1 = 3,5$ Ом; $r_2 = 7,35$ Ом; $x_{1s} = 6,3$ Ом; $x_{2s} = 6,25$ Ом; $\omega_1 = 336$; $k_{061} = 0,966$; $r_n = 300$ Ом; $\omega_n = 144$; $m_1 = 3$; $p = 3$; $\tau = 0,0796$ м; $D_a = 0,245$ м; $D = 0,152$ м; $D' = 0,1512$ м; $D'_a = 0,048$ м; $h_c = 0,0215$ м; $l_1 = 0,09$ м; $l_2 = 0,094$ м; $l_\delta = 0,09$; $l_c = 0,117$ м; $l_p = 0,0438$ м; $\delta = 0,0004$ м; $q_1 = 2$; $z_1 = 36$; $z_2 = 54$; $t_1 = 0,0134$ м; $t_2 = 0,0088$ м; $h_{z1} = 0,025$ м; $h_{z2} = 0,020$ м; $h_p = 0,0356$ м; $f_0 = 50$ Гц; $k_c = 0,95$; $k_\delta = 1,45$; $b_{z1\max} = 0,00764$ м; $b_{z1cp} = 0,00722$ м; $b_{z1\min} = 0,0068$ м; $b_{z2\max} = 0,0058$ м; $b_{z2cp} = 0,0045$ м; $b_{z2\min} = 0,0032$ м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м.

Коэффициенты аппроксимации характеристики намагничивания стали Э 11: $\alpha' = 0,3475$ А/м; $\beta' = 6,2$ Т⁻¹; ротор генератора вращается с синхронной скоростью $\alpha = 1$; сопротивление $x_c = 53$ Ом; параметр нагрузки $r_n = 144$ Ом; фазы статора и конденсаторов соединены по схеме Δ/Δ .

Для проведения расчета в первом приближении зададимся значениями коэффициентов $k_B = 1,09$ и $\alpha_\delta = 0,715$, которыми обычно предварительно задаются в случае нормальных асинхронных машин [Л. 13]. Для заданного типа соединений фаз

Параметры и коэффициенты		Результаты расчета				
обозначение и размерность	экспериментальное значение	Номер формулы	первое приближение $k_B=1,09; \alpha_\delta=0,715$		второе приближение $k_B=1,1; \alpha_\delta=0,68$	
			Результаты	Ошиб-ка, %	Результаты	Ошиб-ка, %
F	0,938	(6)	0,922	1,72	тот же	1,72
S	—	(11)	—0,0847	—	" "	—
$z, \text{ Ом}$	—	(8)	50,6	—	" "	—
$z_2, \text{ Ом}$	—	(39)	87,4	—	" "	—
$\sin \psi_1$	—	(9)	0,916	—	" "	—
$\cos \psi_1$	—	(10)	0,404	—	" "	—
$\tan \psi_2$	—	(11)	—0,0665	—	" "	—
$x_0, \text{ Ом}$	—	(7)	61,8	—	" "	—
ξ	—	(33)	0,00486	—	" "	—
A	—	(27)	3880	—	" "	—
C	—	(27)	34,2	—	35,5	—
D_1	—	(27)	0,0388	—	тот же	—
D_2	—	(27)	0,031	—	" "	—
G_1	—	(27)	$2,73 \cdot 10^{-4}$	—	$2,95 \cdot 10^{-4}$	—
G_2	—	(27)	$1,52 \cdot 10^{-4}$	—	$1,58 \cdot 10^{-4}$	—
M	—	(27)	0,21	—	тот же	—
N	—	(27)	$2,26 \cdot 10^{-4}$	—	$2,24 \cdot 10^{-4}$	—
Q	—	(27)	$1,38 \cdot 10^{-2}$	—	$1,36 \cdot 10^{-2}$	—
K	—	(30)	$3,83 \cdot 10^{-3}$	—	$3,8 \cdot 10^{-3}$	—
γ_1	—	(36)	$17^\circ 10'$	—	тот же	—
γ_3	—	(37)	$31^\circ 10'$	—	" "	—
ψ_1	—	—	$66^\circ 20'$	—	" "	—
γ_2	—	(38)	$5^\circ 50'$	—	" "	—
$z_1, \text{ Ом}$	—	(38)	6,78	—	" "	—
$E_0, \text{ В}$	—	(41)	264	—	248	—
$I_1, \text{ А}$	4,05	(39)	4,82	19	4,51	11,35
$I_2, \text{ А}$	2,35	(39)	2,79	18,7	2,61	11,05
$U_{\Gamma}, \text{ В}$	216	(35)	263,8	22,1	248,1	14,85
$I_c, \text{ А}$	3,8	(42)	4,53	19,2	4,32	13,6
$I_a, \text{ А}$	—	(42)	1,475	—	1,39	—
$ I_{\text{нл}} , \text{ А}$	1,55	(43)	1,73	11,6	1,63	5,2
$ I_{\text{нл}} , \text{ А}$	0,69	(43)	0,835	21	0,782	13,3
$I_{\text{нл}}, \text{ А}$	2,0	(1)	2,34	17	2,2	10
$I_{\text{п}}, \text{ А}$	0,9	(2)	1,12	24,5	1,05	16,6
$P_2, \text{ Вт}$	576	(44)	795	38	704	22
$\Sigma p_i, \text{ Вт}$	622	(45)	792	27,4	696	11,9
$\eta, \%$	48,2	(45)	50,1	3,95	52,5	8,2
$P, \text{ Вт}$	11,98	(46)	1587	32,5	1400	16,9
$M, \text{ Н·м}$	11,44	(46)	1528	33,6	13,36	16,8
$H_{\text{п}}, \text{ А/м}$	—	(47)	231	—	216,5	—
$F_\delta, \text{ А}$	—	(14)	673	—	655	—
$F_{z1}, \text{ А}$	—	(17)	204	—	228	—
$F_{z2}, \text{ А}$	—	(17)	348	—	270	—
k_z	—	(48)	1,82	—	1,76	—

генератора $\rho=1,827$, поэтому для приведенных значений параметров r_n и $r_{\text{п}}$ находим: $R_n=268,8 \text{ Ом}$; $R_{\text{п}}=548,1 \text{ Ом}$; $R=178,6 \text{ Ом}$.

Рассчитываем коэффициенты уравнения (16): $a_0=43,6 \times 10^{10}$; $a_1=-57,3 \cdot 10^{10}$; $a_2=-387,6 \cdot 10^{10}$; $a_3=363,6 \cdot 10^{10}$; $a_4=-2340 \cdot 10^{10}$; $a_5=-2170 \cdot 10^{10}$; $a_6=204 \cdot 10^{10}$; $a_7=-191 \cdot 10^{10}$.

Дальнейшую последовательность расчета и его результаты иллюстрирует приводимая таблица. Заметим, что расчеты от строки для определения I_1 до строки для определения M в первом приближении делать необязательно, они выполнены с иллюстративной целью.

Выводы. 1. Необходимость учета обратной связи по напряжению, реализуемой с помощью дополнительной тороидальной подмагничивающей обмотки на спинке статора, вносит существенные отличия в расчет стационарных режимов АСГ. Приведенные в статье соотношения позволяют проводить всесторонний анализ стационарных режимов бесколлекторного генератора постоянного тока, выполненного

на базе АСГ со стабилизирующей обмоткой подмагничивания, присоединенной к его клеммам.

2. Достоинством предложенного метода расчета является его аналитичность. Для расчета необходимо располагать обмоточными и конструктивными данными машины, а также коэффициентами аналитической аппроксимации кривой намагничивания стали, которая может быть взята из справочника.

3. Для упрощения результатов анализа в работе не учитываются потери в стали машины. При необходимости это можно сделать, используя методику [Л. 9].

4. Представляется весьма актуальным проведение дополнительных исследований магнитного поля асинхронной машины с подмагничиваемым статором по методике [Л. 7] для ряда машин с целью уточнения значений коэффициента формы поля k_B и коэффициента полюсного перекрытия α_δ при больших значениях коэффициента насыщения k_z (в диапазоне 1,4—3 и более) и различных значениях напряженности подмагничивающего поля $H_{\text{п}}$. Это позволит повысить точность результатов, получаемых с помощью предложенной в статье методики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И. П. Самовозбуждаемый асинхронный генератор — усилитель переменного тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1964, № 10, с. 1220—1224.
2. Балагуров В. А., Кецаис А. А., Лохнин В. В. Расчет внешних характеристик асинхронного генератора с регулированием напряжения посредством подмагничивания спинки якоря. — Электротехника, 1974, № 5, с. 15—16.
3. Балагуров В. А., Кецаис А. А., Лохнин В. В. Построение внешних характеристик асинхронного генератора. — Электротехника, 1974, № 2, с. 24—26.
4. Самовозбуждение и самораскачивание в электрических системах/ Веников В. А., Аниасимова Н. Д., Долгинов А. И., Федоров Д. А. М.: Высшая школа, 1964.
5. Нейман Л. Р., Демирян К. С. Теоретические основы электротехники. М.: Энергия, 1967, т. 2, ч. 3.
6. Миловзоров В. П. Исследование работы трехфазного асинхронного двигателя небольшой мощности с подмагничиваемым магнитопроводом и применение его для следящего привода: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1955. В надзаг.: М-во высш. и сред. образования СССР, Мос. авиационный ин-т.
7. Миловзоров В. П. Магнитное поле асинхронного двигателя с подмагниченным статором. — Труды Рязанского радиотехнического института, 1958, т. III, с. 86—93.
8. Комар В. Г. Работа полупроводниковых выпрямителей в цепях управления. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1952.
9. Кицис С. И. Аналитический метод учета потерь в стали асинхронного самовозбуждающегося генератора в тормозном режиме. — Электричество, 1973, № 2, с. 80—82.
10. Кицис С. И. К анализу статистики асинхронного самовозбуждающегося генератора с учетом влияния нагрузки. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 6, с. 135—140.
11. Кицис С. И. Определение сопротивления магнитопровода асинхронной машины с конденсаторным возбуждением. — Изв. вузов. Электромеханика, 1971, № 9, с. 1038.
12. Кобыляцкий Н. И., Амброс Ф. С., Собор И. В. Асинхронный генератор с подмагничиванием спинки статора. — В кн.: Энергетика и электротехнология. Сборник Кишиневского политехнического института им. С. Лазо. Кишинев: Штиинца, 1972.
13. Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. Проектирование электрических машин. М.: Энергия, 1969.
14. Торопцев Н. Д. Авиационные асинхронные генераторы. М.: Транспорт, 1970.

[18.1.1977]

Сравнение схем демпфирования высокочастотных колебаний напряжения при коммутациях вентилей в высоковольтных преобразователях

Инженеры НАХОДКИНА В. Г., ТАРАСОВ А. Н., доктор техн. наук ТОЛСТОВ Ю. Г.

Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского

В последние годы в отечественной и зарубежной электротехнической промышленности и электроэнергетике происходит переориентация с высоковольтных ртутных вентилей на полупроводниковые (тиристорные) вентиляльные блоки [Л. 1 и 2]. Применение в схемах высоковольтных преобразователей, например, для электропередач постоянного тока, полупроводниковых вентиляльных блоков на базе последовательно соединенных тириستоров вызывает необходимость более тщательного демпфирования высокочастотных колебаний напряжения, возникающих в преобразователе при периодических коммутациях вентилей.

Слабое демпфирование коммутационных переходных процессов повышает уровень рабочего напряжения полупроводникового вентиляльного блока. Связанное с этим увеличение необходимого числа последовательно соединенных тиристоров в вентиляльном блоке, естественно, ухудшает массогабаритные и стоимостные показатели высоковольтного полупроводникового тиристорного вентиля (ВТВ). Сильное демпфирование высокочастотных колебаний напряжения увеличивает потери и размеры элементов демпфирующей цепочки, что также отрицательно сказывается на экономических показателях ВТВ.

Как известно, демпфирование высокочастотных колебаний напряжения, возникающих в преобразователе при коммутациях вентилей, осуществляется шунтированием колебательных LC -контуров цепочками RC [Л. 1 и 2]. Преимущественно применяется включение демпфирующих цепочек параллельно вентилям или параллельно схемным обмоткам преобразовательного трансформатора по схеме звезда и треугольник (рис. 1). Каждый способ включения демпфирующих цепочек RC имеет определенное достоинство и недостатки. Включение цепочки RC параллельно схемным обмоткам трансформатора требует дополнительной цепочки RC , включаемой на полюсы преобразовательного моста (на рис. 1,б — цепочка $R_d C_d$).

В случае включения демпфирующих цепочек RC параллельно вентилям дополнительная цепочка RC , шунтирующая полюсы моста, не требуется, но в этом случае демпфирующие цепочки хуже используются по мощности, поскольку каждая такая цепочка примерно $1/3$ периода оказывается замкнутой [Л. 2].

Расчету демпфирующих цепочек и выбору места их включения в трехфазных преобразователях с ртутными вентилями посвящено достаточно большое число работ, однако, конкретных рекомендаций и определенного критерия по применению того или другого способа включения демпфирующих цепочек не выработано. Задача выбора схемы включения и параметров демпфирующих цепочек в высоковольтных преобразователях усложняется тем, что кроме демпфирования высокочастотной составляющей анодного напряжения при коммута-

циях тока (при включении и выключении вентилей) требуется обеспечить также эффективное затухание высокочастотных колебаний тока при включении вентилей с целью исключения прерывистого включения вентилей и ограничения зоны «искусственной» (емкостной) коммутации [Л. 3—5]. Кроме того, в каскадно-мостовых преобразователях при выборе схемы включения демпфирующих цепочек следует учитывать необходимость деления напряжения по вентилям и мостам при погасании тока преобразователя и демпфирования колебаний напряжения, возникающих при аварийных и нормальных коммутациях преобразовательных мостов преобразователя [Л. 6 и 7]. Вероятно, при выборе схемы включения демпфирующих цепочек следует стремиться к тому, чтобы решить указанные задачи, т. е. получить определенный демпфирующий эффект, при минимальной установленной емкости конденсаторов и минимальных потерях мощности в резисторах демпфирующих цепочек.

В статье рассматривается демпфирование высокочастотных колебаний анодного напряжения, возникающих при коммутациях тока в трехфазных мостовых преобразователях, разными схемами включения демпфирующих цепочек. Проводится сравнение значения ударных коэффициентов напряжения на вентиле и потерь мощности в резисторах при различных схемах демпфирования. На основе сравнительного анализа по качеству колебательного процесса анодного напряжения вентиля выработаны рекомендации по выбору схемы включения демпфирующих цепочек.

Демпфирование высокочастотной составляющей анодного напряжения разными схемами включения демпфирующих цепочек. Для расчета высокочастотных колебаний анодного напряжения ВТВ представляется целесообразным применить методы математического моделирования на ЦВМ. Математическое моделирование позволяет провести детальный анализ колебательных процессов в преобразователе, возникающих при коммутациях ВТВ, и учесть достаточное число переменных параметров, влияющих на амплитуду и частоту высокочастотной составляющей анодного напряжения [Л. 3].

Анализ колебательных процессов, возникающих при коммутациях ВТВ, проведем для схем одно-мостового преобразователя, показанных на рис. 1. В схеме преобразователя все распределенные емкости оборудования заменены сосредоточенными, на схеме рис. 1,а демпфирующие цепочки RC включены параллельно каждому ВТВ, а на схеме рис. 1,б — по схеме треугольника. Трансформатор преобразователя заменен эквивалентной схемой, в которой индуктивности L_T представляют собой приведенные индуктивности рассеяния сетевых и вентиляльных обмоток трансформатора, а также могут учитывать эквивалентную индуктивность системы переменного тока. Кроме того, будем считать, что параметры внешней цепи со стороны

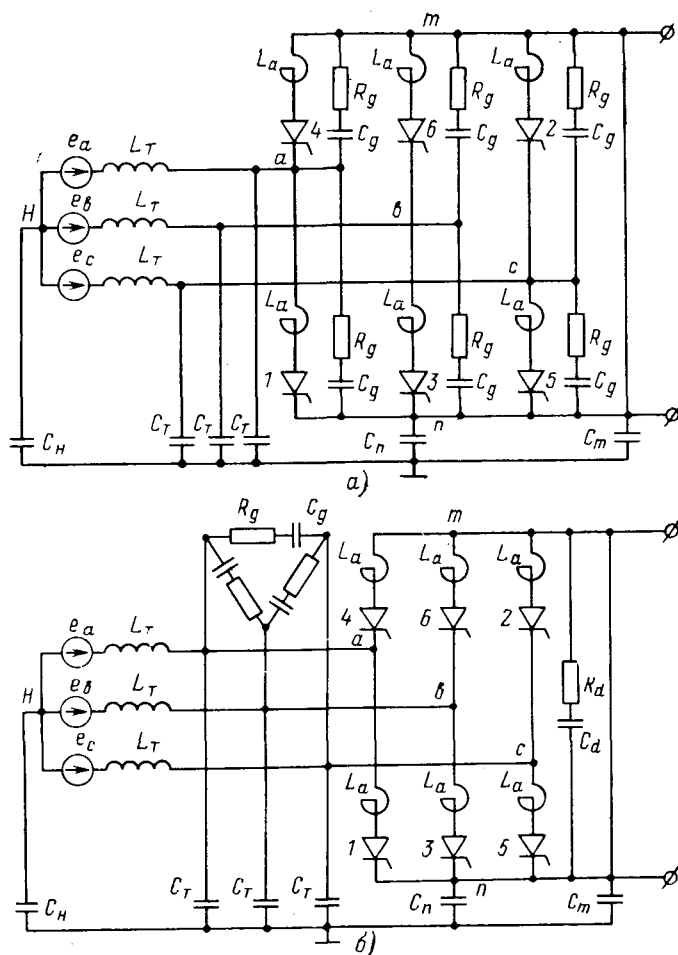


Рис. 1. Схемы демпфирования колебаний анодного напряжения в трехфазных мостах.

а — включение цепочки RC параллельно вентилю; б — по схеме треугольника.

полюсов (например, других преобразовательных мостов в многомостовой преобразовательной подстанции) не оказывают влияния на колебательные процессы при коммутации ВТВ, и они полностью локализируются внутри рассматриваемой схемы преобразователя.

Указанное допущение справедливо, естественно, при отсутствии взаимного влияния мостов каскадно-мостового преобразователя, что возможно, если преобразователь примыкает к достаточно мощной системе переменного тока или на стороне переменного тока преобразователя установлены мощные конденсаторные батареи фильтров. Кроме того, влияние смежных мостов на колебательные процессы при коммутациях тока можно оценить увеличением емкости полюса, к которому примыкают другие мосты преобразователя.

На схеме рис. 1 введены следующие обозначения: e_a, e_b, e_c — мгновенные значения э. д. с. фаз преобразовательного трансформатора:

$$e_a = E_{\phi.m} \sin \omega t;$$

$$e_b = E_{\phi.m} \sin (\omega t - 2\pi/3);$$

$$e_c = E_{\phi.m} \sin (\omega t + 2\pi/3),$$

где $E_{\phi.m}$ — амплитуда фазного напряжения трансформатора; C_T — емкость фазы трансформатора на землю; C_H — емкость нейтрали трансформатора на землю; C_m, C_n — емкости полюсов преобразовательного моста на землю; L_T — индуктивность рассеяния фаз трансформатора; L_a — индуктивность анодного реактора; $R_d C_d$ — демпфирующая цепочка; $R_d C_d$ — демпфирующая цепочка, включаемая на полюсы моста; 1—6 — ВТВ моста.

При нормальной работе мостовой схемы попеременно проводят ток два или три ВТВ (так называемый режим 2—3). Предположим, что проводят ток ВТВ 5 и 6. Тогда, если не учитывать сопротивление проводящих ВТВ фаз b и c и представить их короткозамкнутыми цепями, схемы рис. 1 можно преобразовать и представить в виде, как показано на рис. 2, а, где непроводящие ВТВ сохранены в схеме и заменены соответствующими демпфирующими цепями $R_d C_d$. Подобная схема получается и при соединении демпфирующих цепочек в звезду, если соответствующую звезду цепочек RC преобразовать в эквивалентный треугольник.

Из рис. 2, а нетрудно видеть, что эквивалентные схемы моста с двумя проводящими вентилями практически одинаковы для всех рассматриваемых

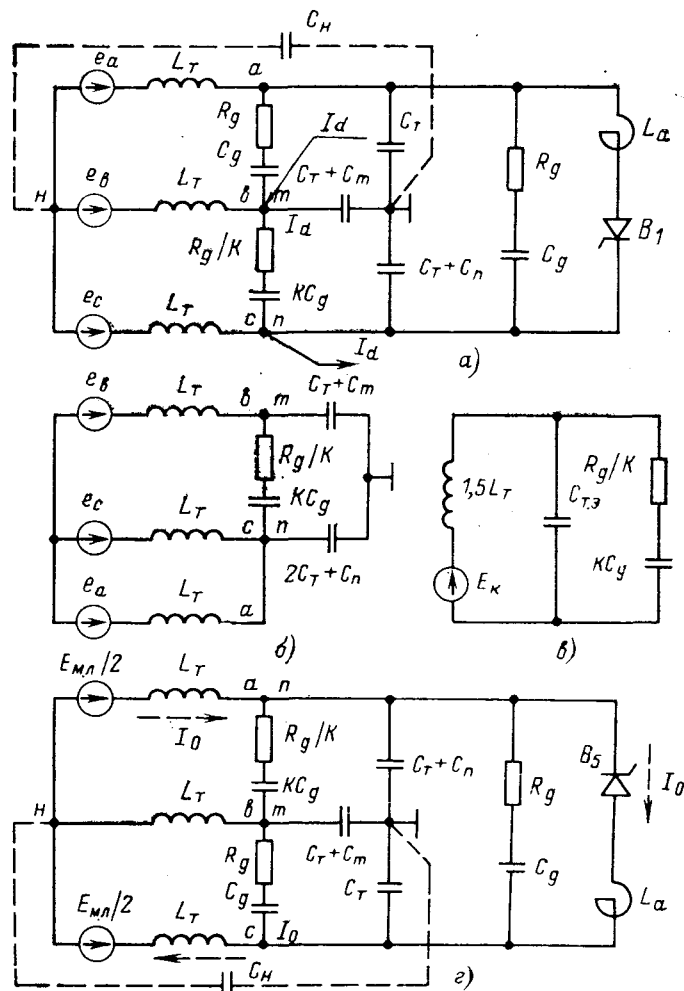


Рис. 2. Эквивалентные схемы для расчета высокочастотной составляющей анодного напряжения ВТВ.

схем включения демпфирующих цепочек и отличаются только значением коэффициента K , входящим в параметры элементов отдельных ветвей. В схеме включения демпфирующих цепочек RC параллельно ВТВ $K=2$, для схемы включения треугольников (без учета, цепочки $R_d C_d$, шунтирующей полюсы моста) $K=1$ (рис. 2,а).

Как видно из эквивалентной схемы, для получения одинакового демпфирующего эффекта схема включения демпфирующих цепочек в звезду требует почти в 3 раза большей емкости демпфирующих конденсаторов. По этой причине ниже будет рассматриваться только включение демпфирующих цепочек параллельно вентилю и по схеме треугольника.

Далее положим, что в момент $\omega t = \alpha$ (в инверторе $\omega t = \beta = \delta_0 + \gamma$) начинается коммутация тока с ВТВ 6 фазы c на ВТВ 1 фазы a . В течение нескольких микросекунд напряжение на ВТВ 1 спадает почти до нуля и ВТВ 4, включенный в другое плечо коммутирующей фазы a , оказывается практически подключенным к полюсам моста. Если не учитывать индуктивность анодного реактора L_a и считать плечо с ВТВ 1 короткозамкнутым, схема на рис. 2,а преобразуется в схему, как показано на рис. 2,б. В этом случае напряжения, действующие на непроводящие ВТВ фаз a , b и c , можно определить как напряжения в схеме рис. 2,а до момента включения ВТВ 1, на которые накладывается колебательная составляющая напряжения, возбуждаемая в схеме рис. 2,в, скачком $\frac{E_{м.л}}{2} \times$

$$\times \sin \alpha \left(\text{в инверторе } \frac{E_{м.л}}{2} \sin \beta \right).$$

На рис. 2,б видно, что эквивалентные схемы моста с тремя проводящими вентилями практически одинаковы для рассматриваемых схем включения демпфирующих цепочек и отличаются только численным значением коэффициента K , входящим в параметры элементов ветви $R_d C_d$.

При коммутации возрастание тока в ВТВ 1 фазы a сопровождается уменьшением тока в ВТВ 5 фазы c . В момент $\omega t = \alpha + \gamma$ (в инверторе $\omega t = \beta - \delta_0$) коммутация заканчивается и ток в ВТВ 5 переходит через нуль, на ВТВ 5 восстанавливается обратное напряжение. В этом случае схема рис. 2,б преобразуется в схему, как показано на рис. 2,г. Если считать, что колебательные процессы, вызванные включением ВТВ 1, к моменту выключения ВТВ 5 затухают, то для схемы рис. 2,г начальные условия будут нулевыми. При этом напряжения на непроводящих ВТВ фаз a , b , c можно определить как напряжение в схеме рис. 2,б до момента выключения ВТВ 5, на которые накладываются колебательные составляющие напряжения, возбуждаемые в схеме рис. 2,г скачком $E_{м.л} \sin(\alpha + \gamma)$ (в инверторе $E_{м.л} \sin \delta_0$).

Следует отметить, что максимальное восстанавливающееся напряжение при погасании ВТВ будет иметь место при $\alpha + \gamma \approx 90^\circ$, когда $e_a = -e_c = \frac{E_{м.л}}{2}$; $e_b = 0$, где $E_{м.л}$ — амплитуда линейного напряжения.

При использовании в качестве вентильных элементов преобразователя ВТВ, содержащего последовательно соединенные тиристоры, переход тока через нуль сопровождается протеканием обратного тока, обусловленного наличием накопленного заряда тиристоров. На рис. 2,г протекание обратного тока I_0 показано пунктирной стрелкой. Известно, что разброс значений накопленного заряда приводит к возникновению перенапряжений на отдельных тиристорах ВТВ, однако на значение восстанавливающегося напряжения он не оказывает практического влияния [Л. 8 и 9]. Для ограничения напряжений, обусловленных разбросом значений, накопленных зарядов, каждый тиристор в общем случае шунтируется делительной цепочкой RC или цепочкой лавинной защиты, состоящей из двух встречно включенных лавинных диодов [Л. 1].

Проведенные исследования показали, что существенно повлиять на амплитуду и частоту восстанавливающегося напряжения делительные цепочки ВТВ могут только в том случае, если их параметры (эквивалентные емкость и сопротивление) соизмеримы с параметрами демпфирующих цепочек. Реальные параметры делительных цепочек ВТВ не оказывают существенного влияния на рассматриваемые переходные процессы, поэтому при дальнейшем анализе схем демпфирования делительные цепочки ВТВ не учитываются. Далее принимаем, что уровень ограничения напряжения лавинной защиты превышает максимальное повторяющееся напряжение ВТВ, равное произведению амплитуды линейного напряжения $E_{м.л}$ и ударного коэффициента напряжения на вентиле, обеспечиваемого схемой демпфирования преобразователя. Под ударным коэффициентом напряжения на вентиле понимается отношение первого максимума колебательной составляющей анодного напряжения к значению э. д. с. в контуре коммутации в момент выключения ВТВ:

$$K_{уд} = \frac{U_{1м}}{E_{м.л}}.$$

Кроме того, поскольку время нарастания восстанавливающегося напряжения до первого максимума не превышает 100—200 мкс, то изменение напряжения питающей сети оказывает ничтожно малое влияние на амплитуду восстанавливающегося напряжения, например, изменение напряжения сети при частоте 50 Гц и угле $\alpha + \gamma \approx 90^\circ$ не превышает 1—2%. Поэтому изменением напряжения питающей сети с частотой 50 Гц можно пренебречь и считать напряжения источников в расчетных схемах рис. 2,в и г постоянными, т. е.

$$E_k = E_{м.л} \sin \alpha \text{ и } E_k = E_{м.л} \sin(\alpha + \gamma) - \text{const.}$$

Для общности результатов анализ колебательных процессов, возникающих при коммутациях ВТВ, проведем в относительных единицах, для чего введем новую переменную $\tau = t / \sqrt{2L_T C_T}$ и функцию $x_i = q_i / C_T E_{м.л}$, где q_i — контурный заряд i -го контура. Для схемы рис. 2,г будет справедлива следующая система дифференциальных уравнений, приведенная к нормальному виду:

$$\frac{dY}{d\tau} = AY + E, \quad (1)$$

где Y — вектор переменных, представляющих контурные заряды и токи; A — квадратная матрица элементов схемы; E — вектор, представляющий э.д.с. вентильных обмоток преобразовательного трансформатора:

$$\frac{dY}{d\tau} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \\ x_3 \\ \dot{x}_4 \\ x_5 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

сти ударного коэффициента напряжения на вентиле $K_{уд}$ в схеме рис. 2,г от относительных параметров демпферной цепочки μ_1 и δ .

Как видно из полученных графиков (рис. 3,а), кривые, представляющие зависимость ударного коэффициента $K_{уд}=f(\delta)$ при $\mu_1=\text{const}$, имеют четко выраженный минимум, т. е. можно сказать, что для каждого значения емкости демпфирующей цепочки μ_1 существует определенное значение демпфирующего сопротивления δ , при котором ударный коэффициент $K_{уд}$ получается минимальным. По мере увеличения μ_1 минимум кривых $K_{уд}=f(\delta)$ при $\mu_1=\text{const}$ сдвигается в сторону меньших значений сопротивлений демпфирующей цепочки, причем при увеличении μ_1 от 1 до 10 оптимальное значение сопротивления демпфирующей цепочки ($\delta_{\text{опт}}$) уменьшается примерно с 2 до 1.

Из полученных графиков следует, что увеличение ударного коэффициента при включении демпфирующих цепочек по схеме треугольника не пре-

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -\frac{2}{3}(2+a) & 0 & \frac{2}{3}(a-b) & 0 & -\frac{2}{3}(2+a) & \frac{2}{3}(a-b) & \frac{2}{3}(2+b) \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{2}{3}(a-1) & 0 & -\frac{2}{3}(a+2b) & 0 & \frac{2}{3}(a-1) & -\frac{2}{3}(a+2b) & \frac{2}{3}(1+2b) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{k}{\delta}(1+a) & 0 & ka/\delta & 0 & -kc/\delta & ka/\delta & k/\delta \\ \hline a/\delta & 0 & -\frac{a+b}{\delta} & 0 & a/\delta & -d/\delta & b/\delta \\ \hline 1/\delta & 0 & b/\delta & 0 & 1/\delta & b/\delta & -e/\delta \\ \hline \end{array}$$

Параметры элементов преобразователя приведены в системе уравнений (1) к относительным величинам

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{C_d}{C_T}; \quad \mu_2 = \frac{C_n}{C_T}; \quad \mu_3 = \frac{C_m}{C_T}; \\ \rho_k &= \sqrt{2L_T/C_T}; \quad \delta = R_d/\rho_k. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для сокращения записи квадратной матрицы A дополнительно введены следующие обозначения:

$$a = \frac{1}{1+\mu_3}; \quad b = \frac{1}{1+\mu_2}; \quad c = 1+a+\frac{1}{k\mu_1};$$

$$d = a+b+\frac{1}{\mu_1}; \quad e = 1+b+\frac{1}{\mu_1}.$$

Принятая система уравнений (1) с коэффициентами (2) позволяет проанализировать колебательные процессы, возникающие при коммутациях ВТВ, в широком диапазоне изменения параметров преобразователя. С этой целью на ЦВМ Минск-32 было произведено решение задачи для значений коэффициентов (2), соответствующих соотношениям параметров реальных высоковольтных преобразователей. По результатам расчета на рис. 3,а построены кривые, представляющие собой зависимо-

вышает 1—2% для $\delta \leq 1$ и возрастает до 5% при $\delta > 1$, т. е. в реальном диапазоне изменения сопротивления резистора демпфирующей цепочки $\delta \leq 2$ указанное увеличение ударного коэффициента не превышает 5%. Следовательно, для достижения одинакового демпфирующего эффекта при погасании ВТВ включение демпфирующих цепочек по схеме треугольника требует на преобразовательный мост в 2 раза меньше емкости конденсаторов, чем при включении таких же цепочек параллельно каждому вентилю.

Однако, как указывалось ранее, в случае включения цепочек RC по схеме треугольника в преобразователе требуется дополнительная цепочка $R_d C_d$, включаемая на полюсы моста.

Для удобства сравнения примем параметры цепочки $R_d C_d$ равными эквивалентным параметрам, которые получаются при неработающем преобразовательном мосте для демпфирующих цепочек, включенных параллельно вентилям, т. е.

$$R_d = \frac{2}{3} R_d; \quad C_d = \frac{3}{2} C_d.$$

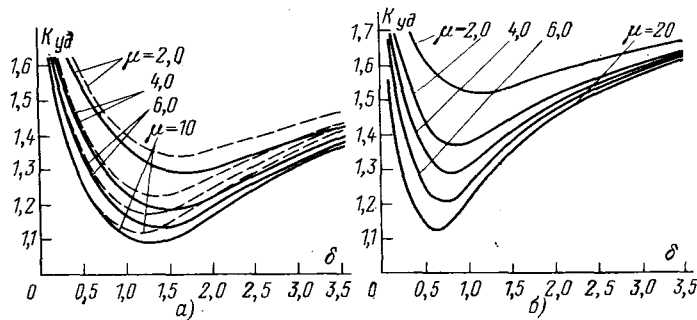


Рис. 3. Зависимость ударного коэффициента $K_{уд}$ от параметров демпфирующей цепочки при погасании ВТВ (а) и от параметров демпфирующей цепочки в упрощенной эквивалентной схеме рис. 2, в (б).

— включение цепочки RC параллельно вентилу; — — — — по схеме треугольника.

В этом случае с учетом емкости C_d суммарная емкость на преобразовательный мост получается меньше только на 25%.

Теперь покажем, каким образом схемы включения демпфирующих цепочек влияют на затухание высокочастотных колебаний напряжения при включении ВТВ. Для схемы рис. 2, в также справедлива система дифференциальных уравнений (1), имеющая только более низкий порядок. В новой системе уравнений параметры элементов преобразователя приведем к относительным единицам следующим образом:

$$\mu = C_d / C_{т.э}; \quad \delta' = R_d / \rho'_k;$$

$$\rho'_k = \sqrt{1,5 L_{т.э} / C_{т.э}},$$

где для моста с заземленным полюсом

$$C_{т.э} = C_{т.э} + C_m;$$

для моста с незаземленными полюсами

$$C_{т.э} = \frac{(2C_{т.э} + C_n)(C_{т.э} + C_m)}{3C_{т.э} + C_n + C_m}.$$

На рис. 3, б построены кривые, представляющие зависимости ударного коэффициента $K_{уд}$ в схеме рис. 2, в, от относительных параметров демпфирующих цепочек μ и δ' . Из представленных кривых достаточно просто определить ударный коэффициент напряжения на вентиле для рассматриваемых схем включения демпфирующих цепочек при включении ВТВ. Для этого определяются величины μ и δ' :

$$\mu = KC_d / C_{т.э}; \quad \delta' = R_d / K\rho'_k,$$

где $K=3$ для схемы включения демпфирующих цепочек параллельно вентилу; $K=2$ для схемы включения демпфирующих цепочек в треугольник (при учете цепочек $R_d C_d$ $K \geq 3,5$) и по соответствующим значениям μ и δ' из кривых рис. 3, б находятся ударные коэффициенты.

С учетом цепочки $R_d C_d$ ($R_d = \frac{2}{3} R_d$; $C_d = \frac{3}{2} C_d$),

включенной на полюсы моста, ударные коэффициенты в обеих схемах оказываются практически одинаковыми (разница не превышает 1—2% для всего расчетного диапазона δ'). Однако, если не учитывать полюсную цепочку $R_d C_d$, то ударный коэффициент при включении демпфирующих цепочек по схеме треугольника увеличивается на 3—5% для $\delta' \leq 1$ и до 10% при $\delta' > 1$. Следовательно, можно сказать, что и при включении ВТВ демпфирующий эффект (с точки зрения затухания высокочастот-

ных колебаний напряжения) в рассматриваемых схемах включения демпфирующих цепочек практически одинаков.

Следует отметить, что в некоторых случаях при выборе параметров демпфирующих цепочек в той или иной схеме демпфирования требуется скоординировать значение демпфирующего сопротивления R_d , выбранное по минимуму ударного коэффициента, с условиями, обеспечивающими также эффективное затухание колебаний тока при включении ВТВ [Л. 4 и 5]. Разумеется, целесообразность такой координации следует подтвердить технико-экономическим обоснованием.

В каскадно-мостовых преобразователях на полюсах мостов в установившихся режимах возможны колебания напряжения, имеющие резонансный характер. Параметры существующих и проектируемых высоковольтных преобразователей таковы, что при числе мостов, равном или большем четырех, резонансные явления, приводящие к повышению напряжения на главной изоляции (полюсах) преобразователя, могут возникнуть на частотах 6-й и кратных ей гармоник. Проведенные исследования показали, что значительно снизить резонансные повышения напряжения на главной изоляции за счет усиления демпфирующих цепочек невозможно. Для снижения резонансных повышений напряжения рекомендуется к полюсам каждого моста подключать RLC -фильтры, настраиваемые на соответствующие резонансные частоты гармоник [Л. 7]. Таким образом, при определенных параметрах каскадно-мостовых преобразователей независимо от схемы включения демпфирующих цепочек необходима дополнительная цепочка (фильтр), шунтирующая полюсы каждого моста.

В этом случае, когда по указанным причинам к полюсам мостов каскадно-мостового преобразователя подключается фильтр-демпфер RLC , схема включения демпфирующих цепочек RC в треугольник для демпфирования колебаний напряжения при коммутациях вентилей (ВТВ) более эффективна, поскольку требуемая емкость демпфирующих конденсаторов получается в 2 раза меньше, чем при включении таких же демпфирующих цепочек RC параллельно вентилу (ВТВ). В случае включения демпфирующих цепочек в треугольник деление напряжения по мостам при погасании тока преобразователя осуществляется фильтрами-демпферами RLC , подключенными к полюсам мостов и имеющими емкости конденсаторов, практически на порядок превышающие емкость демпфирующих цепочек $R_d C_d$. Деление напряжения по вентилям (ВТВ) в этом случае можно обеспечить делительными RC -цепочками ВТВ или лавинными ограничителями напряжения.

На рис. 4 приведены расчетные кривые анодного напряжения после погасания ВТВ для разных схем демпфирования. Как видно, при одинаковых параметрах демпфирующих цепочек независимо от схемы их включения кривые анодного напряжения достаточно хорошо совпадают между собой.

Расчет мощности потерь в демпфирующих цепочках. Сопоставление мощности потерь в рассматриваемых схемах демпфирования проведем при-

ближенным методом, учитывая потери в резисторах только при коммутационных скачках напряжения. Потери на участках, составленных из отрезков синусоид учитывать не будем. Действительно, как показали зарубежные исследования [Л. 9] основные потери мощности создаются за счет быстрых разрядов и зарядов конденсаторов демпфирующей цепи, т. е. в моменты скачков напряжений и весьма незначительны в промежутке между ними.

На рис. 5 представлены кривые воздействующих напряжений, цифрами 1—12 обозначены коммутационные скачки напряжения.

Коммутационные скачки напряжения, приложенного к цепочкам RC , включенным параллельно вентилю, равны:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_1 &= E_{м.л} \sin(\alpha + \gamma); \\ \Delta u_2 &= \Delta u_4 = \Delta u_6 = \frac{E_{м.л}}{2} \sin \alpha; \\ \Delta u_3 &= \Delta u_5 = \Delta u_7 = -\frac{E_{м.л}}{2} \sin(\alpha + \gamma); \\ \Delta u_8 &= E_{м.л} \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Соответственно коммутационные скачки напряжения, приложенного к цепочке RC , включенной по схеме треугольника, равны:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_1 &= \Delta u_7 = E_{м.л} \sin(\alpha + \gamma); \\ \Delta u_2 &= \Delta u_4 = \Delta u_8 = \Delta u_{10} = \frac{E_{м.л}}{2} \sin \alpha; \\ \Delta u_3 &= \Delta u_5 = \Delta u_9 = \Delta u_{11} = -\frac{E_{м.л}}{2} \sin(\alpha + \gamma); \\ \Delta u_6 &= \Delta u_{12} = E_{м.л} \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Энергия, выделенная в резисторе R_d за один скачок

$$Q_i = \frac{C_d \Delta u_i^2}{2}, \quad (5)$$

где $i=1, 2, 3, \dots, 8$ для цепочки RC , включенной параллельно вентилю и $i=1, 2, 3, \dots, 12$ для цепочки RC , включенной по схеме треугольника.

Суммируя энергию отдельных скачков за период, получим:

$$Q_{\Pi} = \sum_{i=1}^{i=8} Q_i = \frac{7}{8} C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\} \quad (6)$$

и

$$Q_{\Delta} = \sum_{i=1}^{i=12} Q_i = \frac{3}{2} C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\}, \quad (7)$$

где Q_{Π} — энергия, выделенная за период в резисторе R_d цепочки RC , включенной параллельно вентилю; Q_{Δ} — энергия, выделенная за период в резисторе R_d цепочки RC , включенной по схеме треугольника.

При частоте сети f мощность потерь в резисторе R_d будет равна:

при включении цепочек RC параллельно вентилю

$$P_{\Pi} = \frac{7}{8} f C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\}; \quad (8)$$

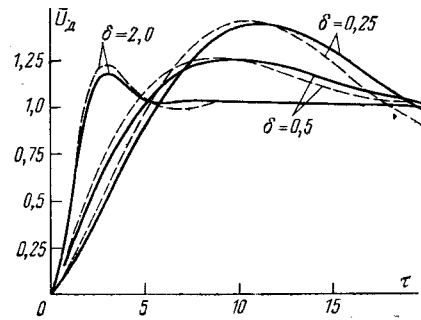


Рис. 4. Кривые обратного напряжения на ВТВ при различных параметрах демпфирующей цепочки.

— включение цепочки RC параллельно вентилю; — — — по схеме треугольника.

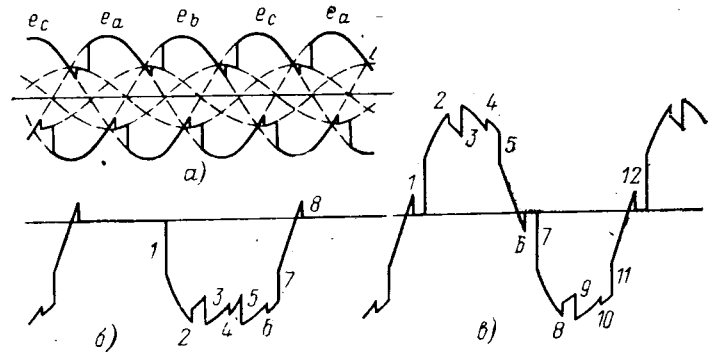


Рис. 5. Кривые воздействующих напряжений.

а — фазного напряжения; б — напряжения, приложенного к цепочке RC , включенной параллельно вентилю; в — напряжения, приложенного к цепочке RC , включенной по схеме треугольника.

при включении цепочки RC по схеме треугольника

$$P_{\Delta} = \frac{3}{2} f C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\}. \quad (9)$$

Суммарная мощность потерь в резисторах демпфирующих цепочек определяется как

$$P_{с.п} = n_{\Pi} P_{\Pi}$$

или

$$P_{с.п} = n_{\Delta} P_{\Delta},$$

где n_{Π} и n_{Δ} — число резисторов демпфирующих цепочек в расчете на один преобразовательный мост, т. е. $n_{\Pi}=6$ и $n_{\Delta}=3$.

Итак, окончательно получим выражение для суммарной мощности потерь в резисторах демпфирующих цепочек:

при включении цепочек RC параллельно вентилю

$$P_{с.п} = \frac{21}{4} f C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\}; \quad (10)$$

при включении цепочек RC по схеме треугольника

$$P_{с.п} = \frac{9}{2} f C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \gamma)\}. \quad (11)$$

Найдем отношение мощностей потерь при разных схемах включения демпфирующих цепочек, обеспечивающих одинаковый демпфирующий эффект

$$K_P = \frac{P_{с.п}}{P_{с.д}} = 1,17,$$

т. е. суммарная мощность потерь в резисторах при включении демпфирующих цепочек параллельно вентилю на 17% больше, чем при включении тех же цепочек по схеме треугольника.

Если учесть мощность потерь в резисторе цепочки $R_d C_d$ ($C_d = \frac{3}{2} C_d$), шунтирующей полосы, которая равна

$$P_d = \frac{9}{8} i C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma)\}, \quad (12)$$

то суммарная мощность потерь в резисторах при включении демпфирующих цепочек по схеме треугольника получается равной

$$P_{сд} + P_d = \frac{45}{8} i C_d E_{м.л}^2 \{\sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma)\} \quad (13)$$

и отношение мощностей потерь равно

$$K_P = \frac{P_{с.п}}{P_{сд} + P_d} = 0,93,$$

т. е. с учетом мощности потерь в цепочке $R_d C_d$ суммарная мощность потерь при включении демпфирующих цепочек параллельно вентилю получается уже на 7% меньше, чем при включении демпфирующих цепочек по схеме треугольника.

Следует указать, что выражения (8)—(13) не учитывают дополнительные искажения в кривой анодного напряжения каскадно-мостового преобразователя, вызванные коммутационными процессами в соседних мостах, и справедливы поэтому только при отсутствии взаимного влияния мостов.

Выводы. 1. В одномостовых трехфазных преобразователях включение демпфирующих цепочек по схеме треугольника при обеспечении практически одинакового демпфирующего эффекта (увеличение ударного коэффициента напряжения на вентиле не превышает 5%) требует на 25% меньше суммарной емкости конденсаторов демпфирующих цепочек на преобразовательный мост, чем включение демпфирующих цепочек с такими же параметрами параллельно вентилю.

Суммарная мощность потерь в резисторах (с учетом потерь в полюсной демпфирующей цепочке) получается при этом на 7% больше, чем при включении таких же демпфирующих цепочек параллельно вентилю. Итак, в одномостовых трехфазных преобразователях с точки зрения демпфирования колебаний напряжений на вентиле обе схемы включения демпфирующих цепочек являются практически равноценными.

2. В преобразователях, если независимо от способа включения демпфирующих цепочек полюсы

мостов необходимо шунтировать мощными фильтрами-демпферами RLC или RC , включение демпфирующих цепочек по схеме треугольника требует в 2 раза меньше суммарной установленной емкости демпфирующих конденсаторов на преобразовательный мост, чем включение таких же цепочек параллельно вентилю. Увеличение ударного коэффициента напряжения на вентиле в случае включения демпфирующих цепочек по схеме треугольника составляет 1—2% для $\delta \leq 1$ и возрастает до 5% для $\delta > 1$. Суммарная мощность потерь в резисторах получается на 17% меньше, чем при включении таких же демпфирующих цепочек параллельно вентилю. Поэтому в преобразователях при наличии полюсных цепочек RLC или RC более эффективной схемой по демпфированию колебаний напряжений на вентиле является включение демпфирующих цепочек по схеме треугольника. В случае отсутствия фильтров-демпферов RLC или RC обе схемы включения демпфирующих цепочек по условиям демпфирования колебаний анодного напряжения на вентиле являются практически одинаковыми. В этом случае предпочтение следует отдать схеме включения демпфирующих цепочек, обеспечивающей более высокие технические показатели при демпфировании других колебательных процессов, возникающих при работе преобразователя в нормальных и аварийных режимах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основные технические проблемы передачи электроэнергии постоянным током высокого напряжения. Итоги науки и техники/ Под редакцией Стукачева А. В. М., ВИНТИ, 1972.
2. Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока. М.: Энергия, 1973.
3. Находкина В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. Демпфирование высокочастотных колебаний напряжения в высоковольтных преобразователях. — Электричество, 1976, № 3.
4. Степанова В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. — Анализ высокочастотных колебаний тока при коммутациях вентиля в высоковольтных преобразователях с применением ЦВМ. — ЭП. Преобразовательная техника, 1976, вып. 7 (78).
5. Анализ процесса коммутации в высоковольтных преобразователях при малых токах нагрузки/ Гринштейн Б. И., Находкина В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. — Электричество, 1976, № 11.
6. Шульга Р. Н. Воздействия напряжений на вентили преобразователя при некоторых авариях. — ЭП. Преобразовательная техника, 1975, вып. 2 (61).
7. Шульга Р. Н. Определение максимальных рабочих напряжений на вентилях одномостового и многомостового преобразователя. — Преобразовательная техника, 1973, вып. 10 (45).
8. Karady G., Gilsig T. The calculation of turn-off overvoltage in a high voltage DC thyristor valve. — IEEE Trans. Power App. and Syst., 1972, vol. 91, No. 2.
9. Beausejour Y., Karady G. Valve damping circuit design for HVDC Systems. — IEEE Trans. Power App. and Syst., 1973, vol. 92, No. 5.

{31.5.1977}



Решение разностных уравнений для краевых задач эллиптического типа методами теории цепей

ТЕТЕЛЬБАУМ Я. И.

Москва

Решение краевых задач эллиптического типа обычно основано на решении систем конечно-разностных уравнений большой размерности. В качестве примера можно указать на задачи моделирования процессов разработки нефтяных месторождений [Л. 1], требующие десятков тысяч узлов конечно-разностной сетки. Увеличение числа узлов связано с обеспечением необходимой точности конечно-разностной аппроксимации, для чего требуется на расстоянии между источниками (скважинами) размещать по 4—8 участков сетки [Л. 1].

Решение таких систем уравнений на однопроцессорных ЦВМ требует очень большого машинного времени, если задача не укладывается в объеме оперативной памяти и требуется разбиение на подобласти с организацией обмена с внешними или буферными запоминающими устройствами.

Поэтому для больших задач широко применяются технические средства параллельной обработки эллиптических операторов, в частности, оператора Лапласа с помощью аналоговых или цифровых вычислительных сред — электрических сеток, как в составе автономных устройств, так и в гибридных вычислительных комплексах.

Однако при большой размерности задачи моделируемая область не вписывается с необходимой точностью и в размеры имеющейся вычислительной среды (сетки), особенно если она построена на цифровых элементах, например, микропроцессорах. При этом равно как и для ЦВМ, когда сказывается недостаток объема ОЗУ, возникает необходимость использовать методы с неполным представлением пространства.

Для решения задач теории поля можно указать на прямые, т. е. непосредственно приводящие к решению методы и на итерационные методы.

Применение прямых методов решения очень больших систем линейных алгебраических уравнений является весьма сложной задачей из-за очень большого объема вычислений и ошибок округления. Чтобы уменьшить вычислительные трудности в [Л. 2] был предложен прямой метод диакоптики, сущность которого состоит в разделении большой системы на блоки и получении точного решения объединенной системы путем решения дополнительной системы скелетных уравнений. Однако метод [Л. 2] дает вычислительные преимущества только при ограниченном числе точек разрыва при разделении подобластей. Отсюда понятен интерес к возможности итерационных методов.

Известны методы поэлементной итерации, строчной итерации и переменных направлений. Однако основное значение в машинных расчетах имеет блочная итерация. При методе блочной итерации моделируемая область разбивается на блоки с перекрытиями. Решения, полученные внутри одного блока, дают возможность уточнить граничные условия для другого. При этом перекрытие используется для «сшивки» решений отдельных блоков [Л. 7].

Однако итерационные методы обладают плохой сходимостью при решении больших задач. Очень существенным их недостатком при большом числе итераций является то, что в больших задачах на каждой итерации требуется переписывать во внешнюю память информацию обо всех точках поля, что существенно замедляет обмен. При этом очевидно, что чем больше подобластей, на которые поделено поле, тем больше необходимое число итераций.

Хорошая сходимость итерационных методов определяется удачным начальным приближением для решения эллиптического оператора. Для получения хорошего начального приближения иногда предлагается метод «грубой сетки». Однако при машинных расчетах он малоэффективен, так как требует полного пересчета всех параметров области и объединения источников в некоторые групповые эквивалентные источники в узлах грубой сетки, что трудно алгоритмируется и дает большие погрешности.

В данной статье предлагается использовать для решения задач большой размерности прямые методы в приближенной постановке, что позволяет получить решение с достаточной точностью сразу или, по крайней мере, хорошее начальное приближение, причем для доуточнения в случае необходимости нужно применять лишь незначительное число итераций.

За основу принят метод диакоптики. Однако при использовании метода диакоптики в приближенной форме для решения краевой задачи большой размерности необходимо преодолеть ряд трудностей.

1. Для уменьшения количества переменных в уравнениях сшивки сопряжение подобластей производится по ограниченному числу точек, т. е. через каждые h узлов по периметру. Если подобласть содержит n^2 узлов, то для внутренней подобласти число точек сопряжения составит $4n/h$.

2. Для упрощения уравнений сшивки предложена упрощенная эквивалентная схема подобласти, позволяющая ограничиться в основном трехчленными уравнениями сшивки.

При этом количество параметров подобласти, входящих в уравнения сшивки, для подобласти в n^2 узлов уменьшается по отношению к точному решению в зависимости от периметра сшивки в $\alpha = (0,17—0,67)nh$ раз, а количество машинных опытов короткого замыкания для определения этих параметров уменьшается в $\beta = (0,5—2)n$ раз, так как для определения параметров предлагаемых эквивалентных схем нужны лишь два опыта. Учитывая граничные подобласти, в которых сшивка производится не по всему периметру, получим оценку понижения трудоемкости $\alpha\beta$ для области из N подобластей в виде

$$\alpha\beta = AhK, \quad (1)$$

где A — общее число узлов в моделируемой области; h — шаг сшивки, выраженный в участках сет-

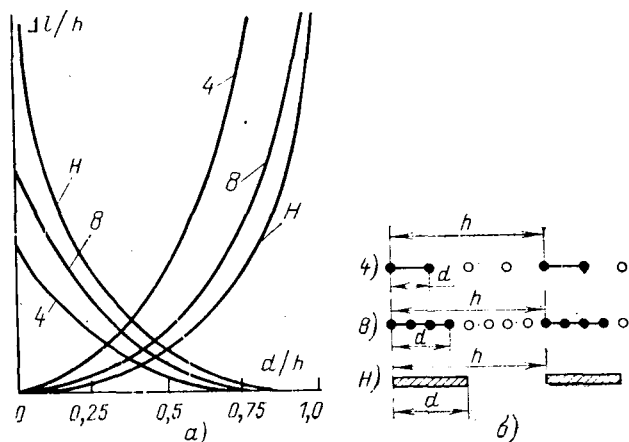


Рис. 1. Характеристики сдвига границы области для сеточных электродов.

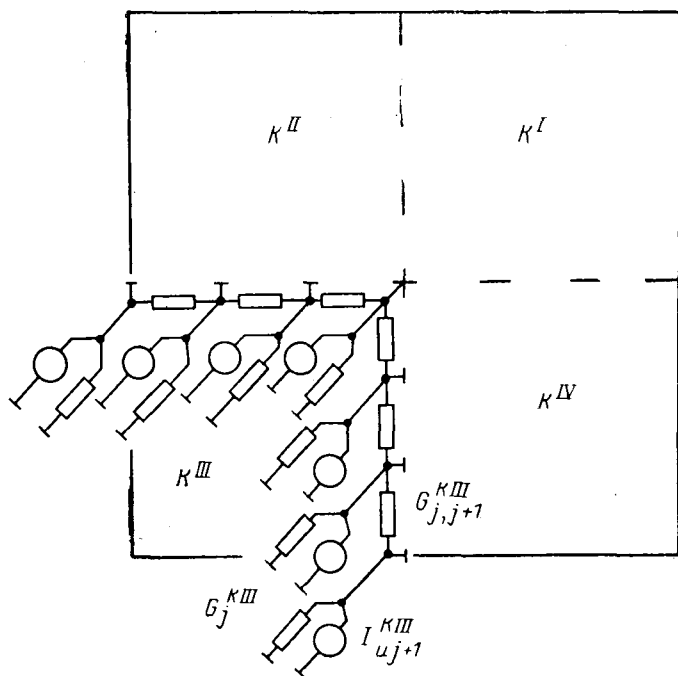


Рис. 2. Схемы сшивки подобластей.

ки; K — коэффициент, учитывающий N и неполный периметр сшивки; $K=0,04-0,085$.

Для больших областей $A \geq 10^3$ понижение трудоемкости предлагаемого приближенного метода по сравнению с точным является весьма существенным.

3. Уравнения сшивки в отличие от обычной методики [Л. 2] составляются не в Z - или R -параметрах, а в Y - или G -параметрах, т. е. не в сопротивлениях, а в проводимостях.

Как видно из вышеизложенного, каждая подобласть соединяется с соседними ограниченном числом соединительных точек. В аналоговом моделировании существует два метода сшивки подобластей: метод электрической лупы, применяемый в сетках, и метод электродов, применяемый в моделях в виде сплошных сред, например, в электролитических ваннах [Л. 3].

Недостаток метода электрической лупы заключается в том, что сопротивления переходного слоя требуют дополнительных вычислений и геометрия этого переходного слоя не соответствует ортогональной геометрии сеточной области, т. е. элементы области надо пересчитывать и перестраивать ее конфигурацию. Поэтому в данной статье предлагается применить метод электродов к сеточной области.

В предлагаемом методе сеточных электродов, названным так для краткости по аналогии с электродами в электролитической ванне, отсутствуют вышеуказанные недостатки. Сеточными электродами, таким образом, являются входы многополюсников сшиваемых подобластей, имеющие при ограниченном числе точек сопряжения переходные сопротивления; аналогично сопротивлению решетки электродов в непрерывных средах [Л. 4 и 5].

На рис. 1 приведен график для определения оптимальной ширины сеточного электрода d в зависимости от шага сетки h . Для дискретной сетки не выполняется оптимальное соотношение $d/h=0,5$, как для сплошной среды. Кривые рис. 2,а получены путем цифрового моделирования на сетке по той же методике, которая используется в непрерывных средах, т. е. путем расчета смещения границ области при постановке продольных и поперечных электродов. Приведены кривые для шага $h=4$ и $h=8$, которые сравниваются с непрерывной средой (н).

Из рис. 1 видно, что ветви, соответствующие продольным и поперечным электродам, несимметричны, как это имеет место в сплошных средах для неплоских электродов [Л. 6]. Они пересекаются при $d/h=0,44$ для $h=8$ и $d/h=0,30$ при $h=4$, т. е. оптимальное соотношение длины сеточного электрода к шагу $3/8$ и соответственно $1/4$ (рис. 2,б). При этом избыточный сдвиг границы из-за установки электрода составит: $\Delta l/h=0,13$ при $h=4$ и $\Delta l/h=0,12$ при $h=8$, что практически соответствует сдвигу на полрада при $h=4$ или соответствующему изменению продольных и поперечных сопротивлений одного ряда сетки.

Таким образом, при выборе оптимальной длины сеточного электрода учет дополнительного сдвига границы позволяет наиболее просто компенсировать искажения, внесенные сеточными электродами.

При применении метода диакоптики эквивалентная схема подобластей однозначно определяется из опытов холостого хода и короткого замыкания. Существенное упрощение приближенного метода диакоптики состоит в том, что, как экспериментально было проверено методом цифрового моделирования, источники внутри подобластей хорошо экранируют между собой граничные электроды, что позволяет пользоваться приближенной эквивалентной схемой подобласти с учетом только близких связей, так что матрица коэффициентов скелетных уравнений сшивки является в основном трехдиагональной, т. е. мало заполненной, что существенно облегчает ее обращение.

Опыты цифрового моделирования проводились для определения главных и взаимных проводимостей эквивалентных схем подобластей. Было установлено, что проведение всего двух серий опытов

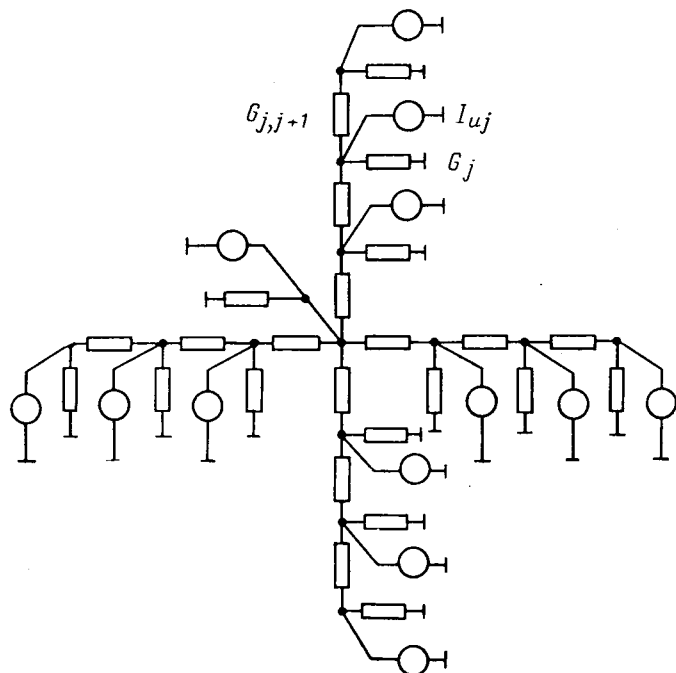


Рис. 3. Эквивалентная схема скелетных уравнений сшивки.

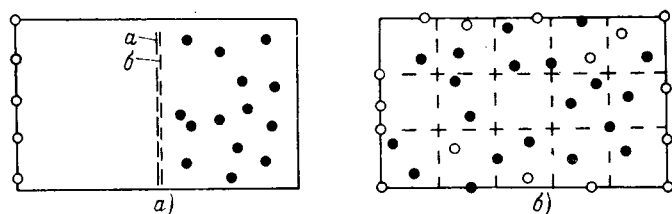


Рис. 4. Карты разбиения на подобласти в решенных задачах. О — нагнетательные скважины; ● — эксплуатационные; — — — — электроды.

задания граничных и нулевых напряжений на соседние электроды в шахматном порядке позволяет определить главные и взаимные проводимости упрощенных эквивалентных схем с высокой степенью точности, ограничиваясь только взаимными проводимостями с соседними электродами, прилегающими к данному электроду, так как величины взаимных проводимостей резко падают по мере удаления от электрода.

При отсутствии источников внутри подобластей в центре ее ставится фиктивный источник. При этом в эквивалентных схемах вычисляются проводимости, связывающие граничные электроды с центром подобласти.

Приведем алгоритм приближенного решения задачи поля в G -параметрах.

Для примера на рис. 2 показано разбиение области на четыре подобласти. На границе подобластей задаем решетку электродов, шаг решетки выбирается $h \leq l_{\text{ср}}$, где $l_{\text{ср}}$ — среднее расстояние между источниками (скважинами), выраженное в участках сетки, затем производится два машинных опыта определения параметров эквивалентных схем подобластей. Для этого в решетку электродов подаются поочередно значения единичного и нулевого потенциалов так, что в первом опыте (а), например, нечетные узлы имеют единичный, а четные нулевой потенциал, а в опыте (б) — наоборот. Со-

держащиеся внутри области узлы сетки с источниками I рода заземляются, II рода отключаются, III рода заземляются через соответствующие добавочные сопротивления.

В каждом машинном опыте (а, б) определяются токи, втекающие в нулевые граничные электроды I_{aj} при $j=2k+2$ и I_{bj} при $j=2k+1$ и вытекающие из граничных электродов с единичными потенциалами I_{aj} при $j=2k+1$ и I_{bj} при $j=2k+2$.

По этим данным однозначно определяются главные и взаимные проводимости G_j и $G_{j,j+1}$ цепочной эквивалентной схемы подобласти, изображенной в блоке I рис. 2, а именно:

$$G_j^{kI} = \frac{1}{u} (I_{aj} - I_{bj}); \quad G_{j,j+1}^{kI} = \frac{I_{bj}}{u} - G_{j-1,j}^{kI}; \quad j=2k+1; \quad (2a)$$

$$G_j^{kI} = \frac{1}{u} (I_{bj} - I_{aj}); \quad G_{j,j+1}^{kI} = \frac{I_{aj}}{u} - G_{j-1,j}^{kI}; \quad j=2k+2, \quad (26)$$

где k^I — индекс подобласти.

Производится опыт холостого хода для подобласти и определяются напряжения в точках расположения граничных электродов U_{jx} . По этим напряжениям определяются токи эквивалентных источников в цепочной схеме подобласти из выражений:

$$I_{uj}^{kI} = -U_{(j-1)x}^{kI} G_{j-1,j}^{kI} + U_{jx}^{kI} (G_{j-1,j}^{kI} + G_j^{kI} + G_{j,j+1}^{kI}) - U_{(j+1)x}^{kI} G_{j,j+1}^{kI}. \quad (3)$$

Как мы видим, при всех трех машинных опытах и расчетах поле проводимостей для каждой подобласти заносится в аналоговый или цифровой параллельный процессор только один раз.

Эквивалентные схемы всех подобластей сшиваются в сопрягаемых узлах в единую скелетную схему рис. 3, в которой параллельно складываются токи источников, главные и взаимные проводимости сопрягаемых элементов:

$$I_{uj} = I_{uj}^{kI} + I_{uj}^{kII} + \dots; \quad (4a)$$

$$G_j = G_j^{kI} + G_j^{kII} + \dots; \quad (46)$$

$$G_{j,j+1} = G_{j,j+1}^{kI} + G_{j,j+1}^{kII} + \dots \quad (4b)$$

Уравнения скелетной схемы в основном трехчленном виде

$$-G_{j-1,j} U_{j-1} + (G_{j-1,j} + G_j + G_{j,j+1}) U_j - G_{j,j+1} U_{j+1} = I_{uj}. \quad (5)$$

Число скелетных уравнений для прямоугольной области из X квадратных подобластей по n^2 узлов по одной стороне и Y по другой (всего XY подобластей) при шаге решетки сеточных электродов h составит

$$S = (2XY - X - Y) \left(\frac{n-1}{n} + 1 \right) - 3(X-1)(Y-1). \quad (6)$$

Обычно $S < n^2$. Скелетные уравнения решаются численными методами или на той же аналоговой сеточной модели, причем число координат сеточной модели уменьшается на единицу.

Задача		Полученные характеристики		
		Невязка по модулю ¹ σ_{μ} , %	Отношение невязки по модулю к среднеквадратичной невязке	Отношение максимальной невязки к среднеквадратичной
А	$h=8$	0,30	0,70	1,75(<3)
	$h=4$	0,93	1,06	1,30(<3)
Б	$h=4$	1,96	0,8	1,9(<3)

¹ Средняя относительная погрешность определения граничных напряжений.

После нахождения напряжений на границе сшивки подобластей из решения скелетных уравнений производится интерполяция граничных напряжений подобластей. Получение окончательных значений потенциалов в граничных узлах каждой подобласти дает возможность найти решение задачи поля для каждой подобласти в отдельности.

Таким образом, в приближенном методе диакоптики за время решения задачи процессор обращается к каждой подобласти только 2 раза в отличие от итерационных методов, требующих обращения к каждой подобласти на каждой итерации.

Приближенными методами диакоптики были решены следующие реально поставленные задачи.

А. Область на 1500 узлов с 19 скважинами разбивается на две подобласти (рис. 4,а) для случая с шагом электродов $h=8$ и для шага электродов $h=4$.

Б. Область на 1300 узлов с 36 скважинами разбивается на 15 подобластей по 100 узлов (рис. 4,б), $h=4$.

В результате решения задач получены точностные характеристики, которые приведены в таблице.

Погрешность в задаче А для случая $h=8$ получилась меньше, чем для $h=4$, вследствие учета в первом случае смещения границы области из-за установки сеточных электродов.

Итерационное уточнение в данных задачах не понадобилось.

В заключение необходимо отметить, что при решении объемных задач по методу диакоптики сшивки подобластей производится двумерными электродами, оптимальная форма которых может быть выбрана аналогично форме электродов в объемной электролитической ванне. При этом основные принципы решения сохраняются в силе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максимов М. М., Рыбicka Л. П. Математическое моделирование процессов разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 1975.
2. Крон Г. Исследование систем по частям — диакоптика. М.: Мир, 1972.
3. Тетельбаум И. М. Электрическое моделирование. М.: Физматгиз, 1959.
4. Егоров П. М. Экспериментальное исследование потенциалов полей посредством конформно преобразованных моделей. — Электричество, 1954, № 3, с. 6—14.
5. Ниццкий Л. В. Аналоговые и разностные методы решения внешних краевых задач. — Ученые записки Рижского политехнического института, 1965, т. XII.
6. Негушил А. В. Размеры контактных решеток при моделировании полей в электролитической ванне. — Электричество, 1955, № 4, с. 50—53.
7. Chen Wei, McNamee L. P. Iterative solution of large scale systems by hybrid techniques. — IEEE Trans. Comput., 1970, vol. 19, No. 10.

[15.12.1977]

УДК 538.552.2.001.24

О расчете коэффициентов экранирования аналитических оболочек, содержащих внутри низкочастотный дипольный источник электромагнитного поля

Канд. техн. наук АПОЛЛОНСКИЙ С. М.

Ленинград

Под аналитическими оболочками $N(x_2, x_3)$ в статье понимаются такие, которые совпадают с полной координатной поверхностью одной из ортогональных криволинейных систем координат x_1, x_2, x_3 . В качестве источника низкочастотного электромагнитного поля выбран произвольно ориентированный и расположенный в пространстве диполь $D(\vec{M}(t), \vec{r}_0)$, который определяется однозначно тремя компонентами момента диполя $\vec{M}(Mx_1, Mx_2, Mx_3)^*$, изменяющимися во времени t , и координатами центра диполя $r_0(x_{10}, x_{20}, x_{30})$.

* Вместо трех компонентов момента диполя могут быть определены его модуль M_m и два угла ориентации.

Известно, что электрические машины, электромагнитные аппараты и т. д. являются источниками электромагнитных полей широкого частотного спектра. Возникает задача об их снижении методами пассивного экранирования. Как правило, экранирование замкнутыми оболочками каждого из источников не всегда экономически оправдано и технологически осуществимо, а поэтому используют экраны, охватывающие сразу несколько источников. В ряде случаев в качестве такого экрана выступает оболочка помещения, внутри которого находятся источники электромагнитного поля.

Поскольку поля отдельных источников в пространстве распределяются сложным образом, а обо-

лочки могут иметь сложную форму, при исследованиях прибегают к тем или иным допущениям: оболочки предполагаются аналитическими (например поверхностями второго порядка), а поля источников аппроксимируют в виде полей диполей, произвольно ориентированных и расположенных в пространстве [Л. 1 и 2]. Удобство в применении дипольных моделей очевидно: при высокой точности в описании поля реального источника поля их легко суммируются, а при приведении к центру координатной системы заменяются набором полей мультиполей, что позволяет коэффициенты экранирования S_N и обратного действия W_N получать в аналитическом виде.

Если электромагнитные процессы рассматриваются в квазистационарном приближении, то для описания момента $\vec{M}(t)$ диполя используется выражение

$$\vec{M}(t) = M_m \vec{e}_{x_0} \exp[j(\omega t - \alpha \xi)],$$

где M_m — модуль момента диполя; \vec{e}_{x_0} — единичный вектор; ω — угловая частота электромагнитного поля; α — коэффициент; ξ — координата.

Коэффициент α и координата ξ определяются видом электромагнитного поля:

для вращающегося поля

$$\alpha = \pi/\tau, \quad \xi = \varphi,$$

где τ — полусное деление; φ — угловая координата; для бегущего поля

$$\alpha = \pi/\tau, \quad \xi = x,$$

где x — линейная координата; для пульсирующего поля

$$\alpha = 0.$$

В опубликованной литературе имеется много работ, в которых рассматриваются вопросы экранирования источников электромагнитного поля различными аналитическими оболочками. По постановке и подходу к решению их можно разбить на две группы. Для толстостенных экранов, когда толщина Δ оболочки не очень мала по сравнению с диаметром d^{**} ($\Delta > 0,1d$), рассмотрение проводится при учете электромагнитных процессов в материале оболочки [Л. 4—6]. В тех случаях, когда толщина оболочки много меньше диаметра ($\Delta < 0,1d$), рассмотрение проводят без учета электромагнитных процессов в оболочке, связывая поле во внешней и внутренних областях граничными условиями специального вида [Л. 7—9].

Следует отметить, что решения из работ первой группы обладают громоздкостью, потребностью в проведении большого количества вычислений, меньшей наглядностью по сравнению с решениями из работ второй группы. Поэтому методы решения, которые используются в последнем случае, более привлекательны для инженеров. Если учесть, что толщина Δ экранирующих оболочек, как правило, значительно меньше их диаметров d ($\Delta \ll d$), то отказ от расчетов поля в экране представляется вполне закономерным. В тех немногих случаях, когда условие $\Delta \ll d$ нарушается, нетрудно скоррек-

тировать полученные результаты с учетом появляющейся при расчетах погрешности.

В статье дается метод расчета аналитических оболочек без учета электромагнитных процессов в материале экрана при использовании граничных условий [Л. 9]. Приводятся коэффициенты экранирования и обратного действия сферического и цилиндрического экранов и проводится сопоставление с результатами, известными из опубликованной литературы.

Под коэффициентами экранирования S_N и обратного действия W_N , как и в [Л. 10], понимаются коэффициенты по пространственным гармоникам¹:

$$S_N = \frac{\Psi_{nm}^{(e)} + \Psi_{2nm}^{(i)}}{\Psi_{nm}^{(i)}}; \quad (1)$$

$$W_N = \frac{\Psi_{1nm}^{(i)}}{\Psi_{nm}^{(e)}}, \quad (2)$$

где $\Psi_{nm}^{(e)}$, $\Psi_{1nm}^{(i)}$, $\Psi_{2nm}^{(i)}$ — n, m -гармоники скалярных магнитных потенциалов поля диполя и индуцированных полей во внутреннем пространстве и за экраном.

Потенциал $\Psi^{(e)}$ дипольного источника $D(\vec{M}(t), \vec{r}_0)$ в ортогональной криволинейной системе координат x_1, x_2, x_3 удовлетворяет уравнению Лапласа (кроме точки, где непосредственно расположен диполь) и может быть представлен координатными функциями решения этого уравнения в виде ($\Psi^{(e)} \in [x_{10}, \infty]$):

$$\Psi^{(e)} = \sum_{(n)} \sum_{(m)} [A_{nm} Y_{1nm}(x_2, x_3) + B_{nm} Y_{2nm}(x_2, x_3)] \times \\ \times P_{nm}(x_1), \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

где A_{nm}, B_{nm} — постоянные интегрирования, выраженные через известные параметры диполя; $Y_{1nm} \times Y_{2nm}(x_2, x_3)$, $Y_{2nm}(x_2, x_3)$ — поверхностные гармоники; $P_{nm}(x_1)$ — координатная функция второго рода ($P_{nm} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \infty, P_{nm}(\infty) = 0$).

Потенциалы $\Psi_1^{(i)}$ и $\Psi_2^{(i)}$ удовлетворяют уравнению Лапласа [Л. 7] и могут быть записаны в виде

$$\Psi_1^{(i)} = \sum_{(n)} \sum_{(m)} [a_{nm}^{(1)} Y_{1nm}(x_2, x_3) + b_{nm}^{(1)} Y_{2nm}(x_2, x_3)] \times \\ \times F_{nm}(x_1); \quad (4)$$

$$\Psi_2^{(i)} = \sum_{(n)} \sum_{(m)} [a_{nm}^{(2)} Y_{1nm}(x_2, x_3) + b_{nm}^{(2)} Y_{2nm}(x_2, x_3)] \times \\ \times P_{nm}(x_1), \quad (5)$$

где $a_{nm}^{(1)}, a_{nm}^{(2)}, b_{nm}^{(1)}, b_{nm}^{(2)}$ — искомые постоянные интегрирования; $F_{nm}(x_1)$ — координатные функции 1-го рода [$F_{nm} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, F_{nm}(\infty) = \infty$].

Суммарные скалярные потенциалы Ψ_1 и Ψ_2 , определенные по обе стороны от экранирующей оболочки:

$$\Psi_1 = \Psi^{(e)} + \Psi_1^{(i)}, \quad \Psi_2 = \Psi^{(e)} + \Psi_2^{(i)}, \quad (6)$$

^{**} Под диаметром выпуклой объемной фигуры понимает наибольшее из расстояний между двумя ее точками [Л. 3].

¹ В статье применяется символический метод записи гармонических во времени величин. Точки, отмечающие комплексные амплитуды, для упрощения записи не ставятся.

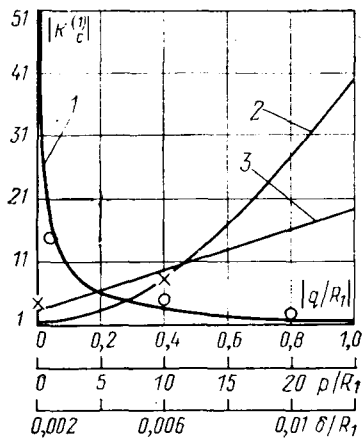


Рис. 1. Графики изменения коэффициента $|K_c^{(1)}| = 1/S_c^{(1)}$ для сферы.
1 — $|K_c^{(1)}| = F(|q/R_1|)$ при $p/R_1, \delta/R_1 = \text{const}$; 2 — $|K_c^{(1)}| = F(p/R_1)$ при $|q/R_1|, \delta/R_1 = \text{const}$; 3 — $|K_c^{(1)}| = F(\delta/R_1)$ при $|q/R_1| = a \frac{R_1}{\delta}, p/R_1 = \text{const}$.
О, X — результаты эксперимента.

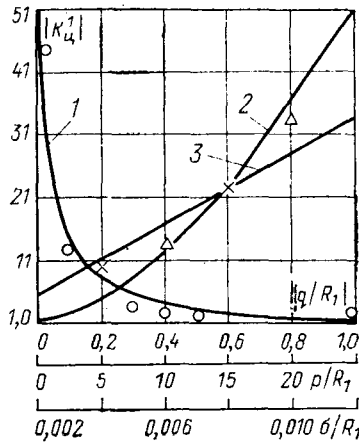


Рис. 2. Графики изменения коэффициента $|K_c^{(1)}| = 1/S_c^{(1)}$ для цилиндра.
1 — $|K_c^{(1)}| = F(|q/R_1|)$ при $p/R_1, \delta/R_1 = \text{const}$; 2 — $|K_c^{(1)}| = F(p/R_1)$ при $|q/R_1|, \delta/R_1 = \text{const}$; 3 — $|K_c^{(1)}| = F(\delta/R_1)$ при $|q/R_1| = b \frac{R_1}{\delta}, p/R_1 = \text{const}$. О, X — результаты эксперимента.

связываются с помощью граничных условий [Л.9]:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (\Psi_1 - \Psi_2)_{x_1=\xi_1} = \frac{hx_1}{hx_2 hx_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_2} p \frac{hx_3}{hx_2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial x_2} (\Psi_1 + \Psi_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} p \frac{hx_2}{hx_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (\Psi_1 + \Psi_2) \right\}_{x_1=\xi_1}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (\Psi_1 + \Psi_2)_{x_1=\xi_1} = \frac{hx_1}{hx_2 hx_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_2} q \frac{hx_3}{hx_2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial x_2} (\Psi_2 - \Psi_1) + \frac{\partial}{\partial x_3} q \frac{hx_2}{hx_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (\Psi_2 - \Psi_1) \right\}_{x_1=\xi_1}, \quad (8)$$

где

$$p = \frac{(\mu - \mu_0) \delta}{2\mu_0}; \quad q = \frac{2}{j\omega\mu\gamma\delta}; \\ \delta = \frac{2}{k} \text{th} \frac{k\Delta}{2}; \quad k = \sqrt{j\omega\mu\gamma} \left(\frac{\Delta}{\lambda} \rightarrow 0, \delta \rightarrow \Delta \right);$$

μ, μ_0 — магнитные проводимости материала экрана и окружающего пространства; λ — длина электромагнитной волны; γ — электрическая проводимость материала оболочки; ξ_1 — координата расстояния до поверхности оболочки; hx_1, hx_2, hx_3 — коэффициенты Ламе.

Если подставить выражения для Ψ_1 и Ψ_2 в условия (7) и (8), то при сравнении одинаковых поверхностных гармоник с учетом уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \frac{hx_3}{hx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} Y_l(x_2, x_3) + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{hx_2}{hx_3} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial x_3} Y_l(x_2, x_3) + l Y_l(x_2, x_3) = 0, \quad (9)$$

где l — константа разделения, справедливого для поверхностных гармоник в наиболее употребительных системах координат (например, сферической и круговой цилиндрической), получаются две идентичные системы уравнений, каждая из которых содержит два неизвестных (для экономии места выписывается система уравнений лишь для гармоник вида $Y_{1nm}(x_2, x_3)$):

$$a_{nm}^{(1)} F'_{nm}(\xi_1) - a_{nm}^{(1)} P'_{nm}(\xi_1) = - \frac{hx_1}{h^2 x_2} pl [a_{nm}^{(1)} F_{nm}(\xi_1) + \\ + a_{nm}^{(2)} P_{nm}(\xi_1) + 2A_{nm} P_{nm}(\xi_1)]; \quad (10)$$

$$a_{nm}^{(1)} F'_{nm}(\xi_1) + a_{nm}^{(2)} P_{nm}(\xi_1) + 2A_{nm} P'_{nm}(\xi_1) = \\ = \frac{hx_1}{h^2 x_2} ql [a_{nm}^{(1)} F_{nm}(\xi_1) - a_{nm}^{(2)} P_{nm}(\xi_1)]. \quad (11)$$

При введении обозначений

$$a_1 = F_{nm}(\xi_1); \quad a_2 = F'_{nm}(\xi_1); \\ b_1 = P_{nm}(\xi_1); \quad b_2 = P'_{nm}(\xi_1); \quad c = \frac{hx_1}{h^2 x_2}$$

и использовании (1) и (2) для коэффициента экранирования и обратного действия получаются выражения:

$$S_N = \frac{(p+q)(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{(q-p)(a_2 b_1 - a_1 b_2) + 2a_1 b_1 c l p q + 2 \frac{a_2 b_2}{cl}}; \quad (12)$$

$$W_N = \frac{b^2 c l p q + \frac{b^2 c}{cl}}{\frac{(q-p)}{2} (a_1 b_2 - a_2 b_1) - a_1 b_1 c l p q - \frac{a_2 b_2}{cl}}. \quad (13)$$

При магнитостатическом экранировании $q \rightarrow \infty$ ($\omega\gamma=0$) формулы (12) и (13) преобразуются к виду:

$$S_N = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1 - 2a_1 b_1 c l p}; \quad (14)$$

$$W_N = \frac{2b^2 c l p}{a_1 b_2 - a_2 b_1 - 2a_1 b_1 c l p}. \quad (15)$$

При наличии немагнитного проводящего экрана $p=0$:

$$S_N = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1 - 2 \frac{a_2 b_2}{cl q}}; \quad (16)$$

$$W_N = \frac{b^2 c}{q c l (a_1 b_2 - a_2 b_1) - 2a_2 b_2}. \quad (17)$$

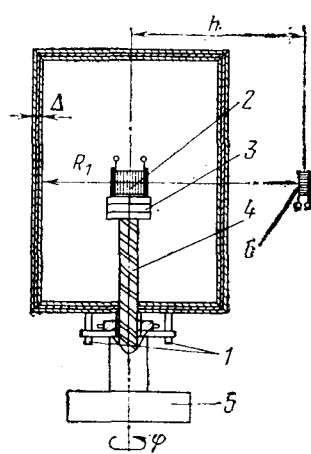


Рис. 3. Принципиальная схема экспериментальной установки.

При использовании формул (12)–(17) в заданных системах координат подставляются вместо a_1, a_2, b_1, b_2 соответствующие функции. Для примера можно привести запись коэффициентов S_N и W_N применительно к сферической и круговой цилиндрической оболочкам. Индекс «N» заменяется на «с» — для сферы и на «ц» — для цилиндра.

Сферическая экранирующая оболочка (координаты R, θ, φ):

$$\xi_1 = R_1; a_1 = R^n; a_2 = nR_1^{n-1}; b = R_1^{n-1}; \\ b_2 = -(n+1)R_1^{n-2}; l = n(n+1); c = \frac{1}{R_1^2}.$$

Формулы (12) и (13) записываются в виде:

$$S_c = \frac{(p+q)(2n+1)}{2\frac{pq}{R_1}n(n+1) - (p-q)(2n+1) - 2R_1}; \quad (18)$$

$$W_c = \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)\left(R_1 + \frac{pq}{R_1}n^2\right)}{\frac{(p-q)}{2}(2n+1) - \frac{pq}{R_1}n(n+1) + R_1}. \quad (19)$$

Цилиндрическая экранирующая оболочка (координаты R, φ, z):

$$\xi_1 = R_1; a_1 = I_m(nR_1); a_2 = I'_m(nR_1); \\ b_1 = K_m(nR_1); b_2 = K'_m(nR_1); l = n^2; c = \frac{1}{R_1^2}.$$

$$S_{\text{ц}} = \frac{(q+p)(\alpha_1 - \alpha_2)}{(q-p)(\alpha_1 - \alpha_2) - 2cn^2pq\beta_1 - 2\frac{\beta_2}{cn^2}}; \quad (20)$$

$$W_{\text{ц}} = \frac{cn^2pq\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{cn^2}}{\frac{(q-p)}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) - cn^2\beta_1pq - \frac{\beta_2}{cn^2}}, \quad (21)$$

где

$$\alpha_1 = I_m(nR_1)K'_m(nR_1); \beta_1 = I_m(nR_1)K_m(nR_1); \\ \gamma_1 = K_m^2(nR_1); \alpha_2 = I_m(nR_1)K_m(nR_1); \\ \beta_2 = I'_m(nR_1)K'_m(nR_1); \gamma_2 = [K'_m(nR_1)]^2.$$

Размерности величин, входящих в формулы (18)–(21):

$$q, p, R_1, \Delta \equiv [\text{м}]; \mu, \mu_0 \equiv [\text{Гн/м}]; \\ \omega \equiv [1/\text{с}]; \gamma \equiv [1/(\text{Ом} \cdot \text{м})].$$

Формулы для случаев $q \rightarrow \infty$ или $p=0$ получаются из (18)–(21) нетрудным образом, а поэтому не приводятся.

Правомерность выражений (18)–(21) легко проверить. Если положить в соответствующих выражениях из работ [Л. 5 и 6] $R_* = \frac{R_1 + \Delta}{R_1} \approx 1, n=p$, то получаются формулы, аналогичные (18)–(21).

Если положить $\mu \gg \mu_0, n=1, q \rightarrow \infty$, то (18)–(21) приводятся к формулам [Л. 4].

Обсуждение полученных результатов. Коэффициенты S_N и W_N были рассчитаны по приведенным в работе зависимостям и по формулам [Л. 5 и 6] применительно к цилиндрическому и сферическому экранам в диапазоне изменения параметров:

$$\frac{\delta}{R_1} \in [0,01 \div 0,05]; \frac{p}{R_1} \in [0 \div 100]; \\ \left| \frac{q}{R_1} \right| \in [0 \div 10]; n \in [1 \div 5].$$

Установлено, что до $n \leq 2$ для S_N и W_N получаются практически одинаковые результаты. При увеличении n , что соответствует увеличению порядка мультиполя, появляется погрешность ε , которая может быть рассчитана по приближенной формуле

$$\varepsilon \approx \left[\left(1 + \frac{\delta}{R_1} \right)^{n+1} - 1 \right] 100\%. \quad (22)$$

В инженерной практике приходится рассчитывать экранирование мультиполей до $n \leq 5$. Это приводит к погрешности $\varepsilon < 12\%$ при $\delta/R_1 \leq 0,02$, что нетрудно учесть, используя (22).

Следует отметить, что для дипольных источников, расположенных вне экранирующих аналитических оболочек, коэффициенты экранирования и обратного действия определяются аналогично.

Результаты расчетов для коэффициента экранирования дипольной компоненты ($n=1$) приведены на рис. 1, 2. При построении графиков для удобства использовался коэффициент $K_N^{(1)}$, который с коэффициентом $S_N^{(1)}$ связан зависимостью

$$|K_N^{(1)}| = |1/S_N^{(1)}|.$$

На рис. 1 представлены кривые изменения коэффициента $|K_c^{(1)}|$ сферы с радиусом $R_1 = 0,2$ м для центрального диполя. Кривая 1 рассчитана при $\delta/R_1 = 0,01, p/R_1 = 0, |q/R_1| \in [0 \div 0,1]$; кривая 2 — при $\delta/R_1 = 0,01; p/R_1 \in [0 \div 25], |q/R_1| = 0,04$; кривая 3 — при $\delta/R_1 \in [0,002 \div 0,012], p/R_1 = 0, |q/R_1| = a \frac{R_1}{\delta}$, где $a = 0,000445$.

Результаты эксперимента получены на трехслойной неферромагнитной проводящей сфере. Толщина каждого из слоев $\Delta = 0,002$ м, радиус внутреннего слоя $R_1 = 0,2$ м. Каждая из сфер выполнена с разъемом в диаметральной плоскости по горизонтали с некоторым смещением, обеспечивающим плотное прилегание слоев в месте стыковки. Проводимость материала $\gamma = 57 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Частоты, на которых выполнялся эксперимент, составляют $\omega_1 = 314$ 1/с, $\omega_2 = 2500$ 1/с.

На рис. 2 представлены кривые изменения коэффициента цилиндра с $R_1 = 0,25$ м для центрального радиального диполя. Длина цилиндра в 2,5 раза превышает диаметр цилиндра, поэтому толщина боковых стенок практически не влияет на распределение электромагнитного поля диполя. Кривая 1 рассчитана при $\delta/R_1 = 0,02, p/R_1 = 0, |q/R_1| \in [0 \div 1]$; кривая 2 — при $\delta/R_1 = 0,002, p/R_1 \in [0 \div 25]; |q/R_1| =$

$=0,4$; кривая 3 — при $\delta/R_1 \in [0,002 \div 0,012]$; $p/R_1 = 0$, $|q/R_1| = b \frac{R_1}{\delta}$, где $b = 0,000356$.

Результаты эксперимента получены на трехслойных цилиндрах с радиусом внутреннего слоя $R_1 = 0,25$ м, толщиной слоев $\Delta = 0,002$ м. Первая серия из трех цилиндров изготовлена из меди: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\gamma = 57 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м).

Экспериментальные данные, приведенные в работе, сняты на установке, принципиальная схема которой приведена на рис. 3. Здесь с помощью винтов 1 производилась замена цилиндрических экранов на сферические. Диполь моделировался катушкой 2 с размерами: высота 0,11 м, наружный диаметр 0,094 м, число витков $w = 4500$, намотка выполнена проводом марки ПЭ диаметром 2. Момент диполя определялся по зависимости из [Л. 11]. Катушка 2 устанавливалась на раздвижном столе 3, позволяющем производить перемещение в горизонтальной плоскости по двум направлениям. Перемещение по высоте осуществлялось с помощью червячной передачи 4. Изменение ориентации катушки относительно центра системы координат выполнялось с помощью угольников, крепящихся к столу 3. Вращение системы (источника с экранами) производилось с помощью поворотного стола 5.

В качестве измерительной использовалась катушка 6, устанавливаемая на расстоянии $h = 0,4$ м от центра экрана и имеющая следующие данные: высота 0,02 м, наружный диаметр 0,03 м, провод марки ПЭ диаметром 0,13. Измерительная катушка подключалась к анализатору гармоник фирмы Брюль и Кьер, с помощью которой снимались круговые диаграммы действующих величин магнитных

напряженностей результирующего поля, которые с целью экономии места не приводятся. Чувствительность измерительной системы составляла 10^{-3} А/м.

Сходимость результатов расчета и эксперимента удовлетворительная.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аполлонский С. М. Дипольное представление внешнего магнитного поля индукционного МГД-насоса. — МГ, 1976, № 3, с. 92—96.
2. Аполлонский С. М. Дипольные модели внешних переменных магнитных полей асинхронных двигателей. Деп. в ОВНИИЭМ, 1976, № 76-9/76.
3. Болтянский В. Г., Яглом И. М. Выпуклые фигуры и тела. Энциклопедия элементарной математики. М.: Наука, 1966, т. 5.
4. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. М.: Госэнергоиздат, 1957.
5. Державина А. Д., Емельянов А. В. Коэффициент экранирования сферического экрана, содержащего внутри многополюсный источник переменного электромагнитного поля. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 4, с. 75—83.
6. Емельянов А. В., Державина А. Д. Цилиндрические экраны при промышленной частоте помехонесущего электромагнитного поля. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 4, с. 66—74.
7. Кошляков Н. С., Светлов А. В., Строганов В. Г. Теория сферического экрана для переменного магнитного поля. М.: Изд-во АН СССР, 1936.
8. Price A. T. The induction of electric currents in non-uniform thin sheets and shells. — The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1949, No 2, p. 3.
9. Жуков С. В. О граничных условиях для определения переменных магнитных полей тонких металлических оболочек. — ЖТФ, 1969, № 1, т. 39, с. 1149—1153.
10. Курнев С. И., Карякина Р. С. О коэффициентах экранирования магнитного поля замкнутыми оболочками. — Изв. вузов. Электромеханика, 1975, № 9, с. 911—914.
11. Фролов Б. В. Применение теории магнитного диполя для расчета магнитных полей круговых контуров с токами. — Изв. вузов. Электромеханика, 1965, № 10, с. 1073—1077. [27.1.1977]

УДК 621.311.001.57

Моделирование больших систем электроэнергетики

(По материалам VII Всесоюзной конференции)

Доктор техн. наук ВЕНИКОВ В. А.

В конце 1977 г. в Таллине прошла VII Всесоюзная конференция, посвященная моделированию электроэнергетических систем.

Проведение таких конференций в нашей стране, начиная с 1955 г., стало традицией, и эти регулярные конференции проходят при возрастающем числе участников и докладчиков (с 20 докладов на первой конференции до 165 — на последней). Тематика докладов становится все более разнообразной, касается не только электроэнергетических систем, но и новых задач, появляющихся в системах, где энергетический подход играет чисто методологическую роль.

В «обычных» задачах моделирования систем энергетики также появились новые проблемы, обусловленные превалированием методов синтеза над методами анализа, учетом существенно влияющих нелинейностей, наличием неопределенностей и неполных данных в исходной информации. Последнее заставляет обращать большее внимание на сочетание методов теории подобия и методов планирования эксперимента, которые малоэффективны при достаточно полном математическом описании объекта, но при отсутствии такого описания приобретают особое значение. При этом они настолько хорошо увязываются с приемами теории подобия, что мысль о необходимости

разработки на их базе единой теории высказывалась в ряде выступлений.

Не имея возможности осветить все доклады, обсуждавшиеся на конференции, отметим прежде всего, что трудности, связанные с наличием нелинейности, успешно преодолевались развитием теории подобия в духе второго дополнительного положения к основной теореме. Здесь следует отметить новый и весьма полезный метод критериального программирования, при котором поиск наиболее целесообразных вариантов развития систем при неполной исходной информации позволяет выявлять сочетание параметров, остающихся неизменными по величине для групп явлений при изменении исходных данных (доклад Ю. Н. Астахова).

Критериальный метод, сочетающий теорию подобия и математическое программирование, уже успешно используется при решении ряда практических технико-экономических задач в области электроэнергетики: выявление наиболее рациональных параметров схем электроснабжения городов, обоснование необходимости глубокого регулирования напряжения, построение шкалы стандартных сечений проводов, разработка эффективных методов ускоренных испытаний, установление рациональных режимов управляемых линий электропередач. Среди

докладов этого плана можно упомянуть доклад М. Х. Валдма, посвященный методам синтеза математических моделей для оптимизации режимов энергетических систем в условиях неполной информации, где оптимизируемая система рассматривается как абстрактная, описывающая на языке математики технико-экономическую зависимость оптимального режима от входной информации, данной в явном или неявном виде. При этом применяются такие многоэтапные модели, которые позволяют оперировать с разными формами неполной информации. Эти формы могут носить характер вероятностных, неопределенно-вероятностных, неопределенных, когда известны лишь зоны возможных значений входных параметров (функций), расплывчатых форм, когда зоны возможных значений входных параметров четко не определены.

Прогнозирование и планирование электроэнергетических систем, представляющее сейчас исключительно актуальную задачу, нашло свое отражение в ряде исследований, представленных в докладах конференции. Так, например, в докладе А. И. Лазебника предложены модели различных видов, позволяющие подойти к решению основных групп упомянутых задач. В числе таких моделей рассмотрены: оптимизационные, предназначенные для рассмотрения совокупности вариантов развития и выбора из них наилучшего; оценочные — для более точной экономической оценки намеченных вариантов развития; имитационные — для детального технического анализа вариантов развития энергосистем в различных временных, территориальных и технологических аспектах.

Определенный интерес вызвал доклад В. П. Кавченко «Оценка показателей надежности технических устройств методами теории подобия и моделирования», в котором предложено применять методы теории подобия, использующие общность технических устройств в функциональном, конструктивном, технологическом решениях при малом объеме статистических данных в период эксплуатации, большой длительности и сложной технической реализации испытаний на надежность. Это позволяет объединить группы изделий-аналогов и проводить совместную обработку всей предшествующей информации о надежности.

Вопросы прогнозирования надежности при ускоренных испытаниях рассматриваются рядом авторов в качестве частной задачи стохастического моделирования, причем на основе подобия характеристик надежности элементов автоматики автономных электрических систем, анализа и обработки различной априорной информации удается получить математические модели прогнозирования надежности.

Применение методов теории подобия и моделирования повышает точность и достоверность оценки показателей надежности за счет возможности обобщений, получающихся при критериальных представлениях, в которых влияющие факторы автоматически осреднены, а несущественные опущены.

Общим характерным подходом к исследованию технологических процессов, как показал ряд докладов, должен быть подход энергетический. Так, в докладе М. Э. Пуусеппа указывалось и показывалось на конкретных примерах, что во многих отраслях электропромышленности для исследования технологических процессов производства необходимо более глубокое проникновение в физические основы процессов, выявление общих закономерностей организации функционирования, управления и усовершенствования технологии как развивающейся системы. Разработка этих проблем встречает, однако, большие трудности из-за огромного разнообразия, которые возможно преодолеть только критериальными обобщениями, получаемыми на основе теории подобия и моделирования.

Проблема взаимодействия техники и экологии, стоящая на пути современного научно-технического прогресса, также нашла свое отражение в работе конференции. Среди докладов, затрагивающих это направление, отметим такие (Д. А. Арзамасцев, С. С. Ананичев, Л. И. Мардер и др.), где рассматривалось создание экономико-статистических моделей энергетических систем с учетом экологии в условиях частичной неопределенности исходной информации. В докладах подчеркнуто, что для формирования моделей, позволяющих определять удельные капиталовложения в сооружение станций в условиях частичной неопределенности исходной информации следует применять экономико-статистический подход, основанный на априорной информации, используемой с помощью специальных методов многомерного статистического анализа (факторный, регрессионный). В докладах показано также, что такие модели имеют приемлемые для долгосрочного прогноза погрешности и соответственно достаточно узкие доверительные интервалы (до 15%).

Проблемы экономического моделирования вообще — в их широкой постановке, привлекли на конференции много внимания. В некоторых докладах (например, В. Е. Вершина) показано, что, хотя наиболее распространенной мерой оценки экономических процессов является денежная мера, она имеет недостатки и, прежде всего, неустойчивость. Исследования в направлении получения объективных оценок и экономике (путем учета затрат энергии живого труда и т. д.) вполне правомерны и должны найти место при рассмотрении различных аспектов построения энергетических моделей экономических систем и процессов. Теория, которая позволила бы решать теоретические и практические вопросы экономического анализа, пользуясь потоком энергий, о которой много говорилось, еще нет, но она может быть существенна и над ее созданием надо работать.

Полагая для экономических систем справедливым закон сохранения и превращения энергии, В. Е. Вершин показывает возможность построения основ теории функционирования энергетически равновесных экономических систем, выявляя ряд определяющих свойств их параметров. Это иллюстрируется статистическими данными, относящимися к ряду капиталистических и развивающихся стран, для которых докладчиком выполнены конкретные расчеты по использованию энергетических оценок, определяющих темпы экономического роста в целом, эффективность сельского хозяйства и топливодобывающей промышленности. Энергостоймостные характеристики и принципы взаимного преобразования энергетических и стоимостных координат систем показаны на примерах нефтегазодобывающей промышленности США.

В докладе М. А. Ханина и Н. Л. Дорфмана энергетический подход к исследованию экологических систем был представлен математической моделью системы, в которой в качестве основы приняты уравнения энергетического баланса, определяющие динамику среднего веса тела особей популяции, входящих в эту систему. С помощью уравнений энергетического баланса учитывается влияние экологических условий и биологических особенностей рассматриваемых видов. Модель создает возможность повышения уровня адекватности описания динамики популяции и биоценозов с учетом влияния на них экологических условий. Более полно эта тема раскрыта в докладе Д. С. Конторова, где на основе детальных расчетов показано, что, в частности, неосфера и техносфера оказывают необратимое влияние на биосферу и планетарные процессы, в связи с чем принцип охраны среды теряет силу и должен быть заменен принципом целенаправленного развития среды. Развитие техносферы и биосферы включает при этом ряд альтернативных аспектов, не разрешимых в рамках существующей теории.

Взаимодействие систем может быть описано априорной программой развития, эффективность которого представляется целевым функционалом, основанным на фундаментальных физических величинах. Решение раскрывает при этом различные виды взаимодействия. Характерными являются области ультраустойчивости, инфраустойчивости и ультраинфраустойчивости, обладающие специфическими свойствами в изменении скорости движения к равновесию и ускорения вблизи него. Планирование должно опираться на фундаментальную физическую теорию и системный подход.

Аналогичная тема рассматривалась в докладе Н. М. Мамедова с позиций методологических вопросов, связанных с моделированием взаимодействия технических систем и биосферы, возникающего в итоге деятельности человека в биосфере. Современная экологическая ситуация — подчеркивалось в докладе — требует переосмысливания исходных принципов «технического освоения мира», гармонизации взаимоотношений техники и биосферы. Стратегия развития техники должна содержать оценку последствий технической деятельности, что наиболее ярко выявляется посредством моделирования и оценок, вытекающих из подобия.

Тезис о том, что для моделирования взаимодействия технических, естественных, социальных систем основой должны служить представления о единстве природы и общества, вытекающие из диалектико-материалистического принципа монизма, подробно рассматривался в докладе Ю. М. Свирижева, выявившего свойства ряда глобальных моделей с точки зрения естественных наук и акцентировавшего проблему устойчивости биосферы, которая приобретает все более и более существенное значение, часто недооцениваемое техниками. Всем этим проблемам было уделено много внимания в общем докладе, посвященном роли моделирования в научно-техническом прогрессе, прочитанном И. Б. Новиком. Показывая универ-

сальность и интегративную роль метода моделей как одной из определяющих черт стиля мышления в современном естествознании и технике, докладчик подтвердил свои соображения методологическими наблюдениями над реальными тенденциями, наметившимися в последние годы в научно-техническом прогрессе. В докладе подчеркнут опосредующий характер моделей — их синтетичность, интенсифицирующая роль при необходимости в будущем «фундаментализации» технических наук и укреплении связи практических задач с естественно-научной теорией. Особо отмечена важность моделей для оптимизации природопреобразующих технических систем и учета их воздействий на биосферу.

Новым в научной направленности конференции было расширение методов теории подобия и моделирования на такие отрасли знания и группы явлений, которые ранее считались немоделируемыми. Таковы, например, работы в областях изучения биосферы, о которых упоминалось выше, биологических задач, решаемых на основе энергетического подхода. Не имея возможности даже перечислить все доклады этой тематики, упомянем для примера работу, посвященную исследованию зависимости энергетического обмена от размеров животных (А. И. Зотин и Р. С. Зотина), где выявлялись особенности энергетического обмена в живых организмах и давались на основе термодинамических критериальных соотношений объяснения наблюдаемых данных.

Выводы, приводящие к доказательству необходимости разбиения диссипативной функции систем, не имеющих уверенного обеспечения равновесия, на функцию внешней и функцию связанной диссипации, интересны для теории устойчивости любых сложных систем. В связи с этим высказывались соображения о применении термодинамической теории устойчивости при исследовании устойчивости электроэнергетических систем и создании соответствующих моделей. Энергетический подход к биологическим задачам оказался очень широким. В докладе И. Б. Бухарова, например, на основе этого подхода сделана попытка объяснения механизма гипертонии малого круга кровообращения, причем выявлена зависимость мощности, потребляемой сердцем, от функциональных параметров кровообращения. Оказалось, что энергетический подход позволяет объяснить легочную гипертонию как результат энергетической адаптации органов, участвующих в транспорте кислорода, к изменению внешних и внутренних условий, причем разработанная методика основывается на совершенно определенных аналогах с энергосистемными задачами.

В том же биоэнергетическом плане Р. Г. Савченко рассмотрела энергетический гомеостаз, подходя к нему на основе принципа обобщенного моделирования организации систем. В докладе показано, что стремление живой системы к сохранению равновесия, устойчивости своей внутренней среды, согласуется с таким хорошо известным энергетикам явлением, как динамическая устойчивость электрической системы. При этом высказаны соображения об общих принципах построения моделей биологических, технических и экономических систем. В последних они проявляются в виде координации обменного экономического процесса, закона сохранения капитала, находящегося в движении, обменных явлений в системе и т. д. При обсуждении отмечено, что формализация принципа гомеостаза, являясь одной из труднодоступных проблем, требует развития общих, пригодных для широкого класса, задач моделей, сочетающих признаки постоянства и переменности свойств моделируемой системы.

На конференции поднимался вопрос о том, что расширение тематики моделирования создает определенные трудности в оценке методов и их практического использования. С другой стороны, само понятие моделирования становится в процессе бурного развития этой научной дисциплины все менее и менее четким. В литературе насчитывается более 80 различного рода определений понятия модели и соответственно огромное количество разнообразных не только теоретических, но и практических трактовок использования этого метода.

Точка зрения И. Б. Новика о том, что расплывчатость понятий модели и моделирования закономерна и отвечает общепризнанным концепциям, которые широко используются этими представлениями, вызвала возражения. Подавляющее большинство участников конференции отмечало настоятельную необходимость общего, достаточно конструктивного определения. В результате дискуссии в решении конференции было рекомендовано определять моделирование как научный метод, позволяющий получать некоторые сведения об объекте с помощью промежуточного квазиобъекта, находящегося в определенном зафиксированном условиях подобия объективному

соотношению с исследуемым объектом, причем этот квазиобъект (модель) должен быть в состоянии давать полезные сведения об изучаемом объекте (натуре). При этом подчеркивалось, что некоторые критериальные соотношения должны обязательно присутствовать в методе моделирования, хотя было бы неправильным требовать здесь только численных или даже только количественных соотношений.

Эти критериальные соотношения могут при современном подходе к моделям и моделированию иметь любую форму. Они, например, могут быть представлены в виде преобразований на комплексной плоскости, в виде конформных преобразований или в виде словесного описания, фиксирующего условия подобия. Предложено далее считать неправильной терминологическую нечеткость, часто допускаемую в научнотехнической литературе, где под моделями понимается любая запись уравнений, любое математическое выражение или чертеж. Это приводит к путанице, а иногда к погрешностям и практическим ошибкам.

В развитии моделирования — отмечалось на конференции — имеется определенный спекулятивный аспект, проявляющийся в том, что совершенствование науки о моделировании путем глубоких исследований подменяется некими терминологическими «усовершенствованиями». В этом смысле характерна различного рода «новая терминология», проскальзывающая в ряде статей и переводов зарубежных книг. Например, термином «фракционный анализ» называют анализ размерностей; хорошо известные уравнения, записанные в относительных единицах, называют «нормированными»; динамическую модель определяют как систему интегрально-дифференциальных уравнений. В сущности не имеют смысла такие распространяющиеся выражения, как «критериальная модель», «обобщенная модель», «ситуационная модель», так как всякая модель обязательно должна быть в той или иной форме критериальной, а следовательно, и обобщенной, а отражая вполне определенные соотношения, она в той или иной мере является ситуационной. Представляя же исследуемый объект в виде промежуточного квазиобъекта, модель неизбежно является имитационной. «Терминологические новшества» в действительности только создают видимость нового шага в науке. Кстати, и пользование выражением «представление в терминах ...» вместо указания на то, с каких позиций ведется рассмотрение задачи (физики, математики и т. п.), незаконно. Само слово «термин» имеет три смысла: это либо слово, обозначающее (отражающее) определенное понятие, либо составной элемент суждения (в логике), либо в мифологии бог, охраняющий границы. Очевидно, что ни один смысловой оттенок не отвечает сути этого словосочетания, которое как сорняк начинает завоевывать поля наших технических журналов.

Упомянулось также и о бессмысленном переводе английского выражения *real time*, которое на русском языке стали произносить как «реальный масштаб времени». Между тем масштаб есть отношение двух величин, и он не может быть всегда реальным. Это псевдонаучное выражение, проникшее в техническую литературу, должно быть исключено из употребления. Не останавливаясь на других аналогичных вопросах, представляется все же необходимым от имени конференции довести до сведения читателей журналов и тем более членов их редакционных коллегий на необходимость исключения из журналов терминологических нечеткостей.

Давая общую оценку научной направленности конференции, следует отметить, что доклады, упомянутые в настоящем отчете, представляют характерные направления, причем новые (экологические, биологические) направления иногда для техников звучат необычно. Однако в числе 165 докладов конференции представляли интерес и были технически и практически значимы и доклады, отражавшие «старые» направления моделирования. Так, участники конференции подчеркнули важность и необходимость обращения пристального внимания на методологию физического подобия и моделирования в качестве закономерной основы всех, в том числе новых, научных построений.

Применение физического подобия и моделирования в учебном процессе особенно важно в силу их выдающейся воспитательной роли при формировании мышления будущего инженера. Эта значительность неслучайна: она, несомненно, связана с тем, что физический мир неким образом содержит сам в себе определенные масштабы явлений и они не могут по произволу увеличиваться или уменьшаться, воспринимаясь в то же время в разрезе соотношений подобия. Все получаемые представления всегда являлись, являются и будут

являться экстраполяционными представлениями, облегчить понимание которых, а в ряде случаев и выявить количественные соотношения призвано физическое подобие и моделирование. В этом экстраполяционном представлении для естествоиспытателя и инженера наряду с общими теоретическими концепциями в первую очередь важны факты.

Отход от фактических физических представлений при излишнем внимании к отвлеченно-математическому подходу без оценки реальной физической точности и технической ценности проводимых исследований приводит к появлению работ, носящих схоластический характер. Об этом упоминалось на конференции и в качестве примера указывалось, что исследования, уточняющие оптимизацию того или иного процесса и называемые «моделями оптимизации», иногда не имеют ни достаточной связи ни с методом моделирования, ни с исходной задачей и реальной точностью ее технических исходных данных, носят характер отвлеченных численно-математических упражнений. Очевидно, единственный способ избежать в будущем такого положения — это требовать от авторов обязательной реальной оценки проведенных ими исследований, которые должны быть связаны с физической моделью явления, понимаемой, разумеется, в широком смысле.

Нельзя ни упомянуть и о том, что дискуссии конференции не могли ни коснуться роли математики в технических и естественных науках.

Открывая заседание, докладчик — председатель конференции — цитировал две математические статьи, противоположные по своему названию. Одна (Е. Вигер) называлась «Непостижимая эффективность математики в естественных науках», другая (Д. Шварц) — «Пагубная роль математики в науке». При этом подчеркивалось, что, несмотря на столь одиозные названия, обе статьи были направлены на правильную оценку математики в естественных и технических науках и в этом смысле не противоречили друг другу. Но, как правильно говорилось во второй статье, слишком часто в технических науках создается положение, когда «любая нелепость, облаченная в импозантный математический мундир, выглядит очень солидно».

Сочетать математическое исследование с опытом и объединять теоретические и экспериментальные исследования, базируясь при этом на теории подобия и моделирования, — вот одна из основных и важнейших идей VII конференции по моделированию. Конечно и докладчик и участники конференции были при этом далеки от какой-либо недооценки роли математики, которая на кончике пера способна делать величайшие открытия. Однако здесь подчеркивалась необходимость помнить о том, что даже «чистая математичка» возникла из практических потребностей людей и, как писал в свое время В. И. Ленин, даже переход от конечных величин к бесконечным математика сама по себе не в состоянии собственными силами оправдать. Оправдание это состоит только в той правильности результатов, которые доказаны из других оснований. И вот вместе с этими-то «другими основаниями» и должны работать рука об руку с математикой те методы подобия и моделирования, которым была посвящена конференция.

Соображения, высказанные на конференции о путях развития моделирования, сводились примерно к следующему. Строгая научная теория, более четырех веков назад родившаяся из геометрии, далее развилась трудами Галилея,

Ньютона, Леонардо да Винчи и уже в наше время — Эренфест-Афанасьевой, Федермана, Кирпичева и многих других. Она превратилась в научную теорию, первый этап становления которой завершился в 40-х годах текущего столетия созданием современной теории подобия как основы метода моделирования. Эту теорию иногда называют классической, хотя вряд ли правильно употреблять здесь это слово.

В то же время возникла новая наука кибернетика. В кибернетику моделирование вошло как часть ее методологической основы. Кибернетика в полной мере раскрыла общенаучный характер метода моделирования и показала его глубокую связь со всей современной методологией научного познания от задач чисто технических до задач философских и таких областей знания, где до этого моделирование, как представлялось, не могло играть никакой существенной роли (например, биология, биосфера — экология и т. д.). Расширение области применения метода моделирования, разумеется, поставило ряд новых проблем по развитию его основы, т. е. теории подобия. К числу таких проблем относятся и развитие методов подобия для решения вероятностных задач, задач с неполной информацией, математического моделирования (называемого не вполне закономерно имитационным) и для различных видов кибернетического моделирования.

В дальнейших исследованиях должно форсироваться:

создание как единой отрасли науки объединенной теории подобия и теории планирования эксперимента, разделение которых в настоящее время не закономерно и не ведет к научному прогрессу;

повышение роли обработки в критериальной форме и, следовательно, в обобщенном виде всех результатов проводимых исследований, особенно в тех случаях, когда эти исследования носят массовый характер;

изучение соотношений надежности методами подобия и моделирования при представлении их в критериальной форме;

создание описаний физических явлений в дифференциальных, интегральных и интегродифференциальных формах и разработка путей и взаимного преобразования в критериальные соотношения;

изучение применения методов теории подобия в вероятностных задачах, задачах математической статистики и задачах неполной информации при плохо описанных математических явлениях.

Особое значение следует придать развитию путей и способов проникновения в непосредственно производственные задачи техники отработки эксперимента, представляемого в критериальной форме.

Исключительно важно использование методов моделирования в производственных задачах с правильным подходом к обобщению получаемых результатов и с надлежащей оценкой точности. Этот процесс, как подчеркивалось на конференции, идет, к сожалению, еще очень и очень медленно, и одной из основных задач является внимание исследователей, работающих в этой области к сферам практической деятельности.

Шире сочетать математическое исследование с опытом и объединить теоретические и экспериментальные исследования, базируясь при этом на теории подобия и моделирования, используя теорию планирования эксперимента, — вот одна из основных и важнейших идей VII конференции по моделированию и важнейший ее итог.

[19.12.1977]

Способ представления схем замещения для расчета режимов коротких замыканий в электрических системах

Инж. БЕЛЯКОВ Ю. С.

Петрозаводск

В основе алгоритмов программ ЦВМ, предназначенных для расчетов режимов коротких замыканий, лежит схема замещения электрической системы, которая, по сути дела, является моделью этой системы. Естественно, что от степени совершенства модели во многом зависит эффективность программ, время расчета, объем подготовки исходной информации и скорость получения конечных результатов.

Практика расчетов режимов короткого замыкания и уставок релейной защиты выдвигает следующие основные требования к программам в отношении принципов представления схем замещения:

подготовка исходных данных должна быть максимально упрощена, а участки сети представлены на своей ступени напряжения без приведения к расчетной;

электрические величины должны быть получены на каждом участке сети при своей ступени напряжения и с необходимым сдвигом по фазе, учитывающим различные группы соединений трансформаторов;

изменения в схеме замещения должны приводить к минимуму дополнительной вычислительной работы;

изменения коэффициентов трансформации, в первую очередь трансформаторных связей между подсистемами, должны легко учитываться, что особенно важно для трансформаторов с регулированием напряжения под нагрузкой.

Предлагаемый способ в определенной мере удовлетворяет перечисленным требованиям. По этому способу разбиваем сложную электрическую систему на подсистемы, а исходную схему на подсистемы [Л. 1 и 2]. Введение трансформаторных связей между подсистемами и разрезание магнитных связей между обмотками делает известные способы расчета более универсальными. При этом реальные трансформаторы заменяются идеальными, а их сопротивления рассеяния относятся к соответствующим подсистемам. Автотрансформаторы заменяются эквивалентными трансформаторами. Если разрезается линия, то в место разреза включается идеальный трансформатор, у которого коэффициент трансформации равен единице. Взаимоиндукция между линиями разных напряжений, находящихся в разных подсистемах, представляется как электромагнитная связь с помощью идеальных трансформаторов по известным правилам [Л. 3] и далее рассматривается как обычная трансформаторная связь с коэффициентом трансформации, равным единице. Сопротивление взаимоиндукции берется в натуральном виде без приведения к какой-либо подсистеме.

Пример разбиения схемы электрической системы (рис. 1) на четыре подсистемы дан на рис. 2, учет взаимоиндукции показан на рис. 3.

Каждая подсистема представлена $(M+1)$ -полюсником, характеризующимся матрицей узловых сопротивлений. Внутри подсистемы схема замещения может быть приведена к одной ступени напряжения или использован иерархический способ представления [Л. 2].

Известно [Л. 4], что все электрические величины внутри подсистемы (вообще говоря, внутри любой схемы) могут быть найдены, если известны входные (граничные) электрические величины. В данном случае под входными понимаются величины, относящиеся к узлам связи подсистем и к узлам подключения источников тока или напряжения (активных элементов схем). Далее задача решается с учетом взаимных параметров (сопротивления или проводимости) между входными [Л. 5] и внутренними узлами.

Таким образом, решение задачи сводится к нахождению $J + \sum_{i=1}^N F_i$ электрических величин, где J — число активных

элементов схемы, для которых требуется нахождение электрической величины; F_i — число полюсов связи i -й подсистемы с другими подсистемами; N — число подсистем.

Учитывая, что в местах трансформаторных соединений подсистем достаточно знать величину для одной подсистемы, так как другая однозначно определяется через коэффициент трансформации, необходимое и достаточное число величин составит

$$Q = J + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N F_i = J + F, \quad (1)$$

где F — число связей подсистем между собой; Q — число необходимых для расчета величин. Совокупность этих величин назовем расчетными переменными. Они образуют вектор обобщенного тока I_p или напряжения U_p . Совокупность мест действия расчетных переменных совместно с принятым условным направлением назовем расчетной системой координат. Составляющие I_p и U_p образуют матрицы-столбцы. Для отличия от комплексных чисел они обозначены без точки над буквой. Соответственно определяется и система координат подсистемы, для которой примем за положительное направление токов направление к узлу. В качестве расчетных переменных выберем токи, более удобные для практических расчетов.

Для каждой подсистемы справедливо матричное уравнение для входных величин [Л. 4], взятых в координатах подсистемы

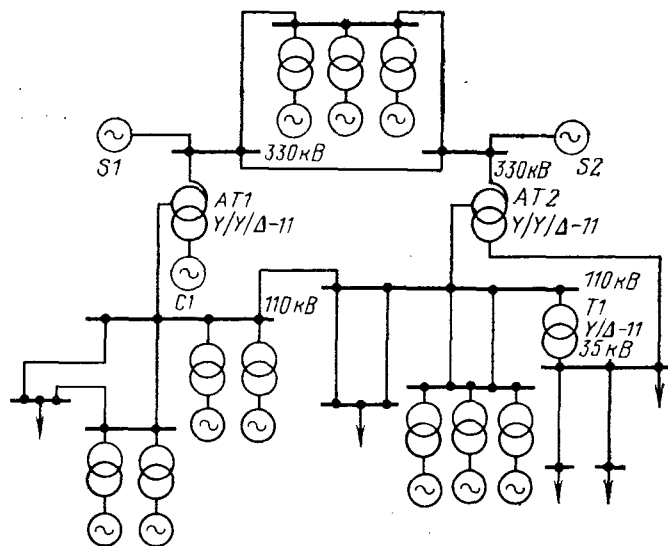


Рис. 1. Схема электрической системы трех напряжений.

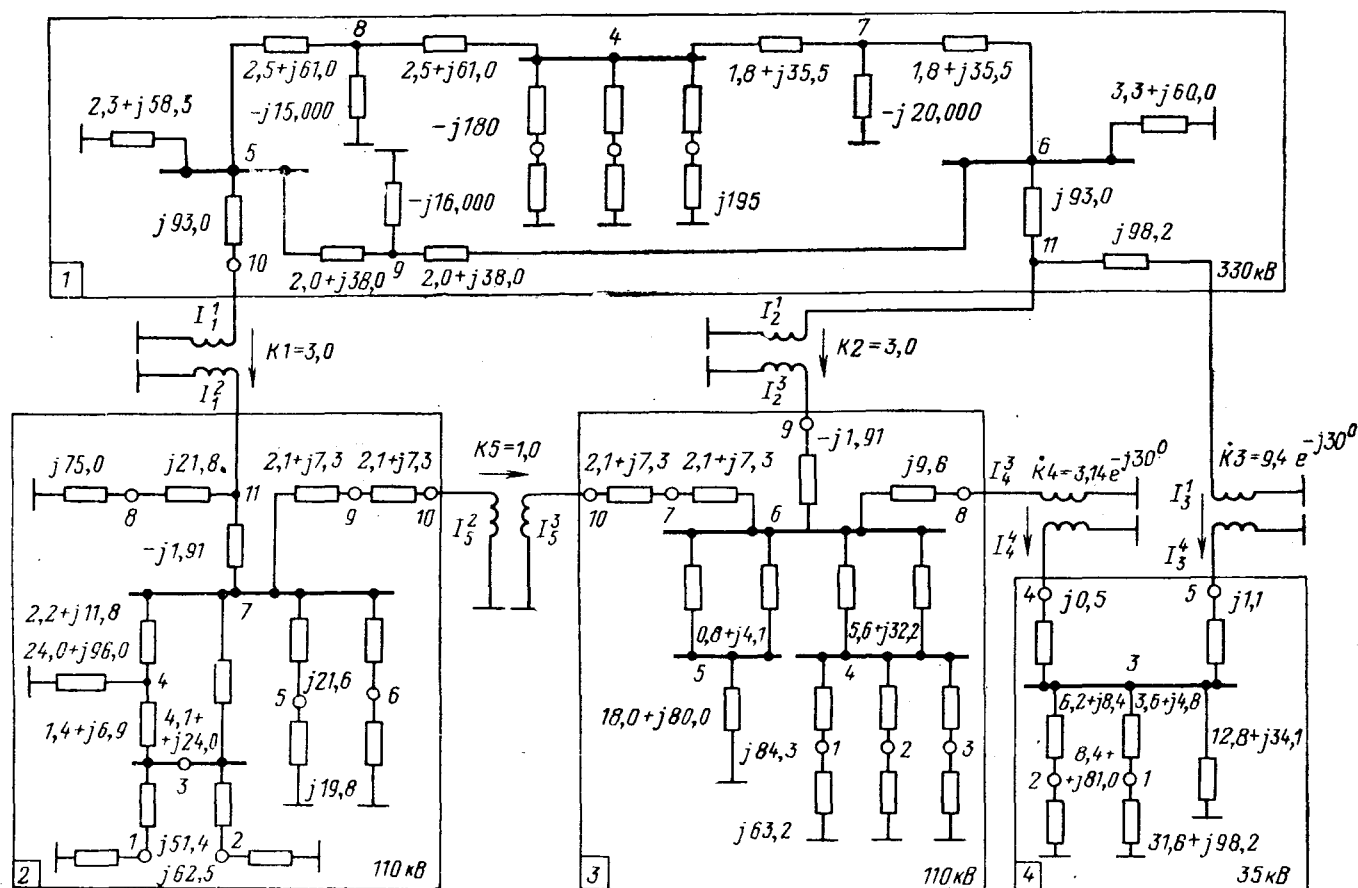


Рис. 2. Схема замещения электрической системы, разделенная на четыре подсистемы. Цифры в левом нижнем углу — номера подсистем. Номера связей определяются индексами коэффициентов трансформации. У токов связей нижний индекс означает номер связи, верхний — номер подсистемы. Стрелками показаны условные положительные направления расчетных токов.

в соответствии с принятым определением этих понятий:

$$Z_j I_j = U_j. \quad (2)$$

Задача состоит в том, чтобы уравнение (2) выразить через расчетные переменные, в данном случае через расчетный ток. Для этой цели выбираем его составляющие и координаты. Пример выбора дан в приложении. Заметим, что составляющие тока подсистемы I_j могут находиться в трех формах соответствия составляющим расчетного тока: совпадать, отличаться на величину коэффициента трансформации (или обратную ему величину), не иметь никакой связи. Кроме того, необходимо учитывать совпадение или различие условных направлений.

Для выражения указанной связи токов введем матрицу преобразования, которая должна удовлетворять основному условию:

$$I_j = G_j I_p, \quad (3)$$

где G_j — вводимая матрица; I_p — расчетный ток, и, как следствие, дополнительно:

$$U'_j = \tilde{G}_{tj} U_j, \quad (4)$$

где U'_j — обобщенное напряжение входных узлов подсистемы, выраженное в расчетных координатах; \tilde{G}_{tj} — транспонированное и комплексно-сопряженное значение G_j .

Если (3) устанавливает однозначное преобразование расчетного тока в ток подсистемы, то (4) определяет характер принадлежности напряжения подсистемы к составляющим напряжения контура, по которому циркулирует I_p . Такое преобразование необходимо для осуществления суммирования составляющих контура при составлении уравнения связи подсистем (цепи пересечений):

Учитывая условия (3), (4) и формы связи токов подсистемы и расчетного тока, можно сформулировать правило образования матрицы G_j : размерность матрицы $Q \times M$, где Q —

число расчетных координат, т. е. размерность расчетного пространства [см. формулу (1)]; M — число координат подсистемы. На пересечении соответствующих столбцов и строк стоят:

нули, если данная координата подсистемы не связана с расчетной, ± 1 , если координата подсистемы имеет прямую связь с соответствующей расчетной координатой;

$\pm k$, если координата подсистемы имеет трансформаторную связь с соответствующей расчетной координатой.

Знак у единицы и k выбирается в зависимости от совпадения или несовпадения условного направления составляющей расчетного тока и тока подсистемы (плюс при совпадении и наоборот). Значение коэффициента трансформации зависит от направления трансформирования тока в соответствии с формулой.

$$I_{aj} = k I_{\beta p}, \quad (5)$$

где I_{aj} — ток узла j -й подсистемы; $I_{\beta p}$ — расчетный ток связи β .

В электрических системах используются трансформаторы различных групп соединений, осуществляющие поворот векторов напряжения и тока на угол $\pm 30 N_T$ градусов, где N_T — номер группы, плюс относится к составляющим прямой последовательности, минус — к обратной. Отсюда вытекает необходимость использования комплексных коэффициентов трансформации в схемах замещения.

Исходя из условий (2) — (4), легко получить формулы преобразования сопротивлений подсистем для представления их в расчетной системе координат:

$$Z'_j = G_j Z_j G_j. \quad (6)$$

Разделим общее число M_j полюсов j -й подсистемы на две группы: q_j — для полюсов, имеющих связи с другими подсистемами и с активными элементами; p_j — для остальных полюсов.

Матрицу сопротивлений каждой подсистемы Z_j разобьем на блоки в соответствии с принятым разделением узлов:

$$Z_j = \begin{bmatrix} Z_{ppj} & Z_{pqj} \\ Z_{qpj} & Z_{qqj} \end{bmatrix}.$$

Соответственно разобьем и матрицу G_j , причем верхний блок будет нулевой, поскольку p_j полюса не имеют связи с расчетными координатами:

$$G_j = \begin{bmatrix} 0 \\ G'_{jj} \end{bmatrix}.$$

Формула (6) с учетом разбиений выглядит следующим образом:

$$Z'_j = \tilde{G}'_{ij} Z_{qqj} G'_j. \quad (7)$$

Далее, в матрицах Z_{qqj} и G'_j разделим элементы, относящиеся к внешним связям подсистемы и к другим выделенным узлам; на этом основании разобьем эти матрицы снова на блоки:

$$Z_{qqj} = \begin{bmatrix} Z_{iij} & Z_{iff} \\ Z_{fij} & Z_{fff} \end{bmatrix}; \quad G'_j = \begin{bmatrix} J_j & 0 \\ 0 & g_j \end{bmatrix},$$

где f — индекс, относящийся к внешним связям подсистемы; i — индекс остальных выделенных узлов; J_j — блок, определяющий выделенные узлы подсистемы и отражающий возможность подключения источников тока или напряжения на своей ступени напряжения; g_j — блок, характеризующий только внешние связи j -й подсистемы.

Подставляя полученные выражения в (7), имеем:

$$Z'_j = \begin{bmatrix} J_{ij} Z_{iij} J_j & J_{ij} Z_{iff} g_j \\ g_{ij} Z_{fij} J_j & g_{ij} Z_{fff} g_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{iij} & Z'_{iff} \\ Z'_{fij} & Z'_{fff} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Соответственно разобьем расчетный ток:

$$I_p = \begin{bmatrix} I_i \\ I_f \end{bmatrix}, \quad (9a)$$

где I_i — матрица токов подключенных источников; I_f — матрица токов связей, и напряжение подсистемы в расчетных координатах:

$$U'_j = \begin{bmatrix} U_{ij} \\ U_{fj} \end{bmatrix}. \quad (9b)$$

Подставляя в формулу (2) значение I_j из (3) и умножая обе части равенства на G_{ij} , получаем:

$$\tilde{G}_{ij} Z_j G_{ip} = \tilde{G}_{ij} U_j,$$

откуда с учетом (4) следует:

$$U'_j = Z'_j I_p. \quad (10)$$

Суммируем правые и левые части уравнения (10) по всем подсистемам:

$$\sum_{j=1}^{j=N} U'_j = \left(\sum_{j=1}^{j=N} Z'_j \right) I_p = Z_p I_p = U_p, \quad (11)$$

где N — число подсистем.

Расчетные величины формулы (11) в соответствии с (8), (9a) и (9b) разбиваются на блоки:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{iij} & Z_{iff} \\ Z_{fij} & Z_{fff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ I_f \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Легко заметить, что $U_f = 0$, так как каждый элемент этого блока представляет собой сумму двух напряжений, одинаковых по величине и противоположных по знаку, что обусловлено, в свою очередь, знаком соответствующей составляющей I_p по отношению к двум подсистемам.

Если к i -узлам приложить источники тока и решить уравнение относительно U_i , то матрица их пропорциональности будет матрицей узловых сопротивлений относительно выделенных узлов.

Уравнение (12) распадается на два:

$$\begin{cases} Z_{iij} I_i + Z_{iff} I_f = U_i; \\ Z_{fij} I_i + Z_{fff} I_f = 0, \end{cases} \quad (13)$$

откуда

$$(Z_{iij} - Z_{iff} Z_{fff}^{-1} Z_{fij}) I_i = U_i; \quad (14)$$

$$(Z_{iij} - Z_{iff} Z_{fff}^{-1} Z_{fij}) = Z''_{ii}. \quad (15)$$

Выражение в скобках есть матрица узловых сопротивлений относительно выделенных узлов. Из произвольности выбора узлов следует, что они могут находиться как в одной подсистеме, так и в разных. Знание Z''_{ii} позволяет строить комплексные схемы замещения для различных видов повреждений по известным правилам [Л. 5].

Зная U_i и I_i , можно из (13) найти I_f . Переход к токам подсистемы осуществляется по формуле (3) с учетом принятого разбиения, т. е.:

$$I_{fj} = g_j I_j. \quad (16)$$

Изменения, происходящие в подсистемах, учитываются пересчетом матрицы узловых сопротивлений только своей подсистемы. Расчет повторяется начиная с формулы (6).

Учет изменений коэффициентов трансформации связей происходит путем пересчета матрицы G'_j , расчет повторяется начиная с формулы (6).

Предлагаемый способ справедлив для любого количества активных элементов в схеме, т. е. расчеты коротких замыканий и сложных повреждений можно вести на основании заданных э. д. с. Однако применение метода наложения [Л. 5] позволяет дополнительно повысить его эффективность, в этом случае порядок матриц Z_{ii} и Z''_{ii} равен числу одновременных повреждений (на практике не более двух). Следовательно, при многократных расчетах, когда меняются заданные узлы, наиболее трудоемкая операция нахождения Z_{fff}^{-1} , порядок которой определяется количеством трансформаторных связей в схеме, выполняется один раз, дополнительные расчеты по выражению (15) требуют незначительных вычислений.

Следует заметить, что расчет коротких замыканий по предлагаемому способу невозможен для точек, являющихся узлами связей подсистем между собой, т. е. когда узел входит одновременно в состав узлов i и f . В этом случае две строчки и два столбца матрицы Z_p формулы (11) являются повторением друг друга и матрица становится особой. Такие ограничения не вызывают затруднений для реальных трансформаторных связей, если их сопротивления рассеяния относить одновременно к двум подсистемам, а сопротивления автотрансформаторов и трехобмоточных трансформаторов со схемой замещения в виде трехлучевой звезды — к двум или трем подсистемам в зависимости от практической необходимости.

В этих случаях узлы связей получаются фиктивными, например, АТ1 (рис. 2) отнесен к двум подсистемам, поскольку один синхронный компенсатор нет необходимости выделять в отдельную подсистему. АТ2 отнесен к трем подсистемам, ибо он связывает сеть трех фазных напряжений. В узлах 10, 11, 12 подсистемы 1; 11 подсистемы 2; 8, 9 подсистемы 3; 4, 5 подсистемы 4 не возникает необходимость расчета короткого замыкания. Сложнее обстоит дело при разрезе линии, в точках 10 подсистем 2 и 3 может возникнуть необходимость расчета короткого замыкания. Обойти это затруднение можно различными путями, например, вводя дополнительные узлы на разрезаемых линиях (9 и 7 соответственно в подсистемах 2 и 3) и обеспечивая возможности их перемещения.

На основе предлагаемого метода представления схем замещения составлена опытная программа расчета коротких замыканий на языке АЛГОЛ.

Выводы. 1. Предлагаемый способ представления схем замещения электрических систем для расчета режимов коротких замыканий, основанный на применении диапостики с разрезанием электромагнитных трансформаторных связей, позволяет не приводить участки сети разных напряжений к одной расчетной ступени, что значительно упрощает подготовку исходной информации и использование результатов расчета.

2. Введение матрицы преобразования подсистем G не только формализует расчеты для произвольных соединений подсистем между собой, но и позволяет учитывать изменения коэффициентов трансформации связей.

3. Способ позволяет получить матрицу узловых сопротивлений относительно заданных узлов полной исходной схемы, которая необходима для построения комплексных схем замещения различных видов повреждений, причем заданные узлы могут находиться в разных подсистемах.

4. При использовании метода наложения многократные расчеты, определяемые перемещением места повреждения, содержат незначительные дополнительные вычисления.

Приложение. На рис. 1 изображена схема электрической системы. Разобьем эту систему на четыре подсистемы. Схемы замещения каждой подсистемы даны на рис. 2. Узлы прону-

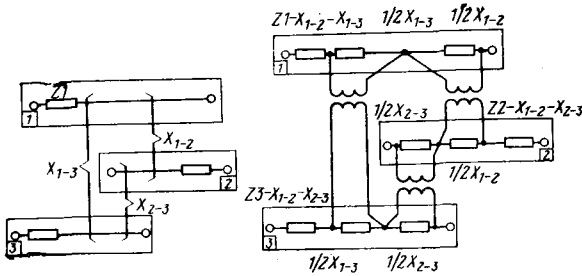


Рис. 3. Пример учета взаимоиндукции между линиями под-
схем разных номинальных напряжений.

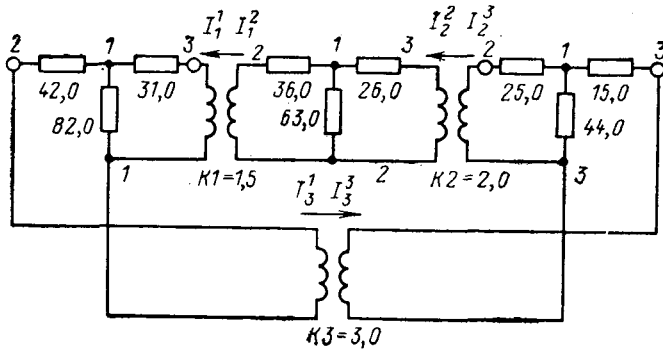


Рис. 4. Схема замещения системы, состоящая из трех подсхем.

мерованы так, что связи (узлы f) имеют последние номера в соответствии с формулой (8).

Выбираем расчетные токи: $I_1^1, I_2^2, I_3^3, I_4^4, I_5^5$. Далее уточняем заданные коэффициенты трансформации связей:

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_{ВН}}{\dot{U}_{НН}}$$

Матрицы узловых сопротивлений могут быть получены любым из известных способов [Л. 5].

Руководствуясь формулами (3)–(6), составляем для первой подсхемы матрицу преобразования (10, 11, 12 — координаты подсхем, 1, 2, 3, 4, 5 — расчетные координаты):

$$g_1 = \begin{vmatrix} 10 & -\frac{1}{K1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & -\frac{1}{K2} & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & -\frac{1}{K3} & 0 & 0 \\ -0,333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,333 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,106 \cdot e^{+j30} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

Аналогично для других подсхем

$$g_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$g_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{K4} & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -0,317e^{+j30} & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{vmatrix};$$

$$g_4 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Ниже приводятся значения токов короткого замыкания дополнительного режима в узле 3 подсхемы 4 при напряжении предшествующего режима в этом узле $U_{п.р.} = 35e^{+j30}$ кВ. Ток в месте короткого замыкания $12,69e^{-j57}$ кА. Токи подсхем в амперах, вычисленные по формуле (3):

$$I_1 = \begin{vmatrix} 10 & -2,96 - j5,61 \\ 11 & -27,14 + j270,93 \\ 12 & -8,95 + j489,23 \end{vmatrix}; \quad I_2 = \begin{vmatrix} 10 & -40,73 + j633,38 \\ 11 & +8,89 + j16,84 \end{vmatrix};$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} 8 & -31,88 + j2270,63 \\ 9 & +81,44 - j812,79 \\ 10 & +40,73 - j633,38 \end{vmatrix};$$

$$I_4 = \begin{vmatrix} 4 & +3664,79 - j6137,93 \\ 5 & +2388,47 - j3959,04 \end{vmatrix}.$$

Замечаем, что токи узлов 4, 5 подсхемы 4 сдвинуты на угол 30° по отношению к токам узла 8 подсхемы 3 и узла 12 подсхемы 1 (если скомпенсировать их противоположные направления); по амплитуде они отличаются на величину коэффициента трансформации.

Для того чтобы проследить ход расчета по предлагаемому способу, приводится подробный расчет простой схемы (рис. 4). Подсхема 1 представлена при напряжении 330 кВ, подсхема 2 при 220 кВ, подсхема 3 при 110 кВ, коэффициенты трансформации: $K1=1,5$, $K2=2$, $K3=3$. В дальнейшем расчете все сопротивления даны в омах, проводимости — в сименсах.

Составляем матрицы узловых сопротивлений подсхем при своих ступенях напряжения:

$$Z_1 = \begin{vmatrix} 82,0 & 82,0 & 82,0 \\ 82,0 & 124,0 & 82,0 \\ 82,0 & 82,0 & 113,0 \end{vmatrix}; \quad Z_2 = \begin{vmatrix} 63,0 & 63,0 & 63,0 \\ 63,0 & 99,0 & 63,0 \\ 63,0 & 63,0 & 89,0 \end{vmatrix};$$

$$Z_3 = \begin{vmatrix} 44,0 & 44,0 & 44,0 \\ 44,0 & 69,0 & 44,0 \\ 44,0 & 44,0 & 59,0 \end{vmatrix}.$$

Тонкой линией выделен блок Z_{ff} .

В качестве расчетных переменных выберем токи: I_1^1, I_2^2, I_3^3 . Их условные направления показаны на рис. 4 стрелками. Пусть для определения входных сопротивлений заданы узлы 1 подсхем 1 и 2. С учетом этих условий строим матрицу G для первой подсхемы:

$$G_1 = \begin{vmatrix} 1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Нулевой блок отсутствует, поскольку все узлы подсхемы участвуют в расчете. Тонкой линией показано разбиение, аналогичное для матриц Z .

Блоки

$$J_1 = \begin{vmatrix} +1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad g_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -0,333 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

могут быть получены, непосредственно минуя составление матрицы G . Для остальных подсхем:

$$J_2 = \begin{vmatrix} 0 & +1 \end{vmatrix}; \quad g_2 = \begin{vmatrix} -1,5 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad g_3 = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \end{vmatrix}.$$

По формуле (8) находим блок Z'_{ff} , не зависящий от заданных узлов:

$$Z'_{ff1} = \begin{vmatrix} 113,00 & 0 & -27,33 \\ 0 & 0 & 0 \\ -27,33 & 0 & 13,77 \end{vmatrix};$$

$$Z'_{ff2} = \begin{vmatrix} 222,75 & -94,50 & 0 \\ -94,50 & 89,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$Z'_{ff3} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 276,00 & -88,00 \\ 0 & -88,00 & 59,00 \end{vmatrix}.$$

Складывая их, получаем Z'_{ff} и находим обратную ему величину:

$$Z'_{ff} = \begin{vmatrix} 333,75 & -94,50 & -27,33 \\ -94,50 & 365,00 & -88,00 \\ -27,33 & -88,00 & 72,77 \end{vmatrix};$$

$$Y'_{ff} = 10^{-3} \cdot \begin{vmatrix} 3,809 & 1,878 & 3,702 \\ 1,878 & 4,794 & 6,503 \\ 3,702 & 6,503 & 22,999 \end{vmatrix}.$$

Снова, используя формулу (8), находим:

$$Z'_{fi1} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad Z'_{fi1} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 & -27,33 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$Z'_{fi1} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 \\ 0 & 0 \\ -27,33 & 0 \end{vmatrix};$$

$$Z'_{fi2} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 63,00 \end{vmatrix}; \quad Z'_{fi2} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -94,50 & 63,00 & 0 \end{vmatrix};$$

$$Z'_{fi2} = \begin{vmatrix} 0 & -94,50 \\ 0 & 63,00 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Суммируя, получаем:

$$Z_{fi} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 \\ 0 & 63,00 \end{vmatrix}; \quad Z_{fi} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 & -27,33 \\ -94,50 & 63,00 & 0 \end{vmatrix};$$

$$Z_{fi} = \begin{vmatrix} 82,00 & -94,50 \\ 0 & 63,00 \\ -27,33 & 0 \end{vmatrix}.$$

Далее по формуле (15) находим:

$$Z''_{ii} = \begin{vmatrix} 82,00 & 0 \\ 0 & 63,00 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 82,00 & 0 & -27,33 \\ -94,50 & 63,00 & 0 \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 3,809 & 1,878 & 3,702 \\ 1,878 & 4,794 & 6,503 \\ 3,702 & 6,503 & 22,99 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 82,00 & -94,50 \\ 0 & 63,00 \end{vmatrix} \times$$

$$\times 10^{-3} = \begin{vmatrix} 55,80 & 21,45 \\ 21,45 & 32,32 \end{vmatrix}.$$

Эти величины можно использовать при расчете одного или двух одновременных повреждений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям — диакоптика. — М.: Наука, 1972.
2. Крылов В. А. Математическое моделирование сложной электрической сети с использованием расчленения схемы на подсхемы для расчета на ЦВМ токов короткого замыкания. Проблемы технической электродинамики, 1972, вып. 36.
3. Неклепаев Б. Н. Учет взаимной индукции нескольких ВЛ разных напряжений на расчетных моделях с помощью связывающих трансформаторов. — В кн.: Расчеты токов короткого замыкания с использованием аналоговых устройств моделей и цифровых электронных вычислительных машин. М.: Энергия, 1976.
4. Адонц Г. Т. Многополюсник. Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1965.
5. Чернин А. Б., Лосев С. Б. Основы вычислений электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах. М.: Энергия, 1971.

[17.5.1977]

УДК [621.313.322-81 + 621.314.222.6].014.38.001.24

Последовательные короткие замыкания на стороне ВН блока турбогенератор — трансформатор и проблема их отключения

Канд. техн. наук ГАЛИШНИКОВ Ю. П., инж. МОИСЕЕВ В. С.

Караганда

Результаты анализа неодновременных коротких замыканий (к. з.) на выводах статора турбогенератора ТВФ-100-2, обособленного или подключенного посредством трансформатора к энергосистеме, изложены в [Л. 1], где количественно показано, как возникающие вследствие последовательных к. з. повышенные аperiodические составляющие токов, затухая в начале переходного процесса медленнее периодических, задерживают естественное прохождение токов к. з. через нуль и ставят тем самым в тяжелые условия быстродействующий выключатель.

Линия регрессии $T_d^{(3)}/T_d''^{(3)} = f(S)$, представленная на рис. 1, а в полулогарифмических координатах для двухполюсных турбогенераторов отечественного производства, свидетельствует о том, что с ростом номинальных мощностей S постоянные времени якоря $T_d^{(3)}$, характеризующие затухание аperiodического тока, увеличиваются гораздо быстрее сверхпереходных постоянных времени $T_d''^{(3)}$. Как следствие этого, рассматриваемая проблема тем острее, чем выше номинальные мощности турбогенераторов.

Последовательные к. з. на стороне высшего напряжения (ВН) блока турбогенератор-трансформатор, которым посвящена данная статья, представляют особый практический интерес. Во-первых, замыкания здесь по понятным причинам более вероятны, чем на выводах статора турбогенератора или в комплектном шинопроводе между турбогенератором и трансфор-

матором. Во-вторых, когда нейтраль соединенной по схеме звезды обмотки ВН блочного трансформатора заземлена, становятся возможными последовательные замыкания на землю, при которых, как показано ниже, условия в отношении значений аperiodических составляющих токов более неблагоприятны, чем при к. з. «двухфазное — трехфазное» [далее для краткости (2—3)] на выводах статора турбогенератора. Бесспорно, что трансформатор убыстряет затухание аperiodических токов, но, как красноречиво говорят графики рис. 1, б, где представлены данные отечественных трансформаторов, чем выше номинальные мощность и напряжение трансформатора, тем ниже его активное сопротивление короткого замыкания r_k , отнесенное к индуктивности к. з. X_k/ω , и тем, следовательно, слабее содействие трансформатора затуханию аperiodических токов.

Значительная работа по анализу ударных токов и электромагнитных моментов синхронного генератора при последовательных к. з. на стороне ВН энергоблока проведена в [Л. 2], но эффекты задержки прохождения токов таких к. з. через нуль требуют специального изучения.

Для анализа использована математическая модель, базирующаяся на следующих допущениях: скорость ротора турбогенератора постоянна; демпфирующее действие тела ротора учтено с помощью эквивалентной демпферной обмотки с постоянными параметрами; магнитное насыщение сердечника генератора неизменно, форсировка возбуждения отсутствует, эффектом явнополюсности ротора пренебрегаем; намагнич-

вающий ток трансформатора учтен, но реактивные сопротивления обмоток от потока сердечника приняты постоянными.

Модель, кратко описанная в [Л. 1] и представляющая собой систему линейных дифференциальных уравнений первой степени с периодически изменяющимися коэффициентами, реализована в виде программы на языке ФОРТРАН для ЦВМ «Минск-32». Замыканием во всех случаях предшествовала работа блока при напряжении на выводах статора турбогенератора 1,05 отн. ед. В расчетах использованы параметры турбогенератора ТГВ-500 и трансформатора ТДЦ-630/500 с соединением обмоток Y_0/Δ .

Последовательные к. з. (2—3) могут возникать в схемах как с заземленной, так и с изолированной нейтралью. Согласно результатам анализа, если первоначально замыкание появляется (при холостом ходе энергоблока) между фазами В и С в момент, когда линейное напряжение U_{BC} на шинах блока проходит через нуль (при этом с учетом группы соединения трансформатора угол между продольной осью ротора и магнитной осью фазы А турбогенератора равен $2\pi/3$, и затем с выдержкой времени, соответствующей повороту ротора на угол $\alpha_{з.п.} = \pi/2$, т. е. в момент $U_A = 0$, переходит в трехфазное, то к. з. оказывается наиболее тяжелым. В этом случае ударный ток обмотки ВН (фаза В) трансформатора равен 6,49 отн. ед., что на 18,4% больше ударного тока однофазного трехфазного к. з. Кроме того, кривая тока фазы В полностью смещена в одну сторону от оси времени, и наименьший ток фазы, оцениваемый сразу после того, как замыкание перешло в трехфазное, составляет 1,05 отн. ед. Назовем его наименьшим значением тока непрохождения через нуль при к. з. вида (2—3). К моменту срабатывания выключателя наименьший ток цепи вследствие затухания несколько снижается, но даже спустя 0,08 с после возникновения к. з. соответствующее значение равно 0,65 отн. ед.

Аналогичные данные о токах последовательных к. з. в нейтраль трансформатора приведены в таблице, откуда видно, в частности, что наиболее тяжелым из двухступенчатых замыканий является двухфазное к. з., переходящее в замыкание на землю (2—2₀), ударный ток которого на 49,1% превышает ударный ток одновременного трехфазного к. з. Соответственно электродинамические усилия, действующие при к. з. (2—2₀) на катушки трансформатора, в 2,44 раза больше таковых при одновременном трехфазном к. з. Наименьший ток одной из замкнутых фаз трансформатора к моменту срабатывания выключателя равен 0,75 отн. ед. При двухступенчатых к. з. других видов токи непрохождения через нуль также довольно значительны.

В таблице представлены данные о токах трехступенчатых замыканий. Например, рассмотрим постепенное к. з. вида «однофазное — двухфазное — трехфазное» (1₀—2₀—3₀), которое начинается как однофазное (фаза С) на землю в момент равенства нулю напряжения этой фазы. Затем происходит замыкание на землю фазы В при прохождении фазного напряжения через нуль. Последней на землю замыкается фаза А. Согласно таблице ударный ток (фаза С) в этом случае равен 7,83 отн. ед. или на 42,9% выше, чем при одновременном трехфазном к. з. Заметим, что непрохождением тока через нуль характеризуются две фазы С и В и к моменту срабатывания выключателя наименьшие токи этих фаз составляют 1,75 и 0,9 отн. ед. соответственно. Отношение мгновенного значения аperiodической составляющей тока к амплитуде периодической составляющей β в зависимости от времени для

фазы С показано на рис. 2 (кривая 1). Ступенчатость начальной кривой обусловлена скачкообразными изменениями аperiodической составляющей тока при переходах от одной ступени к. з. к другой. Механизм этих изменений подробно рассмотрен в [Л. 1]. На третьей ступени (трехфазное к. з. на землю) аperiodическая составляющая приобретает наибольшее значение и затем затухает с постоянной времени, которая определяется параметрами турбогенератора и трансформатора. Кривая 1 показывает, что аperiodическая составляющая тока сильно превышает амплитуду периодической.

Короткое замыкание (2—2₀—3₀), начинающееся как двухфазное, а затем переходящее в двухфазное на землю и далее в трехфазное на землю в отношении ударного тока тяжелее только что рассмотренного. Ток непрохождения через нуль в одной из фаз здесь также выше: ко времени срабатывания выключателя он равен 2,1 отн. ед. Однако в двух фазах трансформатора аperiodические составляющие токов относительно невелики.

При к. з. на линии ВН ее сопротивление способствует более быстрому затуханию аperiodических токов. Если энергоблок работает на линию соответственной мощности, то, как показывает анализ, в случае к. з. вида (2—3) аperiodический ток в наиболее неблагоприятной фазе уменьшается к моменту срабатывания выключателя до значения амплитуды периодического тока лишь при удалении точки к. з. от шин ВН на 30—50 км. Таким образом, проблема повышенных аperiodических составляющих токов существует при последовательных к. з., возникающих даже на заметном удалении от шин ВН.

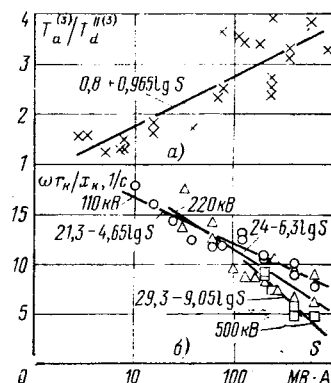
Согласно данным [Л. 1] предварительная нагрузка оказывает существенное влияние на токи последовательных к. з., возникающих на выводах статора турбогенератора. Как показал анализ, ее действие сходно и при к. з. на выводах ВН энергоблока. Так, если к. з. (2—3) происходит при номинальной нагрузке и отстающем $\cos \varphi = 0,85$, то в сравнении с таковым же к. з. из состояния холостого хода периодическая составляющая тока в обмотке ВН блочного трансформатора увеличивается, а аperiodическая уменьшается. В результате ударный ток почти неизменен, а наибольшая возможная асимметрия фазного тока уменьшается, так что ток наиболее неблагоприятной фазы проходит через нуль уже спустя 0,08 с, после начала замыкания. В случае чисто активной предварительной нагрузки условия при к. з. (2—3) близки к тем, которые имеют место, если предшествующим замыканию режимом является холостой ход. Эффект непрохождения тока через нуль сильнее всего проявляется при активно-емкостной нагрузке. Когда замыкание (2—3) происходит при нагрузке 330 МВт и опережающем $\cos \varphi = 0,9$, то к моменту срабатывания быстросрабатывающего выключателя (0,08 с) наибольший ток непрохождения одной из фаз может составлять 1,20 отн. ед. Аналогично обстоит дело, например, при последовательном к. з. (2—2₀).

Как вытекает из векторной диаграммы [Л. 1], требующееся при выборе выключателя отношение наибольшей величины аperiodической составляющей тока к амплитуде периодической при n -ступенчатом к. з. в энергоблоке для произвольного момента времени t можно определить с помощью следующего приближенного соотношения:

$$\beta = \frac{I_a^{(n)}}{I_{pm}^{(n)}} \frac{\gamma_{av}}{\gamma_{nt}} \quad (1)$$

Вид исследуемого к. з.	Значения токов блочного трансформатора при последовательных к. з. на выводах энергоблока, находящегося в режиме холостого хода			
	Ударный ток, отн. ед.	Возрастание ударного тока вследствие последовательных к. з., %	Наибольший ток непрохождения через нуль, отн. ед.	Ток непрохождения через нуль спустя 0,08 с после возникновения к. з., отн. ед.
2—3	6,49	18,4	1,05	0,65
1 ₀ —2 ₀	7,85	43,2	1,0	0,42
1 ₀ —3 ₀	7,04	28,5	1,45	0,83
2 ₀ —3 ₀	7,16	30,6	1,69	1,0
2—2 ₀	8,17	49,1	1,25	0,75
1 ₀ —2 ₀ —3 ₀	7,83	42,9	2,48	1,73
3—2 ₀ —3 ₀	8,17	49,1	2,93	2,1

Рис. 1. Изменение параметров отечественных двухполюсных турбогенераторов и двухобмоточных трансформаторов в зависимости от номинальных мощностей и напряжений.



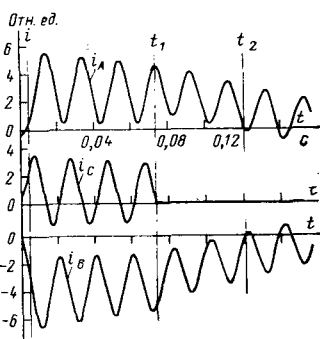


Рис. 4. Изменение токов блочного трансформатора при коротком замыкании вида (2—3).

приэлектродных падений напряжения и падения напряжения в столбе дуги, которое, в свою очередь, определяется как произведение градиента потенциала E_d на длину дуги l_d . Приэлектродные падения напряжения относительно малы и ими можно в данном случае пренебречь. Градиент потенциала дуги, строго говоря, не постоянен, зависит от тока дуги, убывая с ростом этого тока и наоборот [Л. 9]. Как следствие этого, напряжение дуги, остающееся примерно постоянным в течение полупериода тока, имеет пики вблизи нулей тока. Учитывая, что ввиду кратковременности их воздействие на коммутируемую цепь невелико, этими пиками для упрощения анализа можно пренебречь, что означает принятие постоянного градиента потенциала E_d . Таким образом, используется статическая вольт-амперная характеристика дуги в предположении, что величина E_d определяется действующим значением тока. Для воздушного выключателя ВВБ-500 по [Л. 10] принято $E_d = 15$ кВ/м. Точное определение длины дуги в произвольный момент времени весьма затруднительно, так как она зависит не только от расстояния между контактами, но и от условий в дугогасительной камере. В данном случае принято, что длина дуги равна суммарному расстоянию между контактами полюса выключателя, чему соответствует напряжение дуги при полностью разошедшихся контактах 6 кВ. Это напряжение вводится в разрываемую цепь скачком в момент начала расхождения контактов.

На рис. 4 приведены кривые фазных токов блочного трансформатора при к. з. (2—3) на выводах ВН, происшедшем при нагрузке блока 330 МВт и опережающем $\cos \varphi = 0,9$. Как видно, в этих условиях токи фаз А и В не имеют естественного прохождения через нуль, поэтому после расхождения контактов выключателя первой гаснет дуга в фазе С в момент времени t_1 . В результате токи фаз А и В, перераспределяясь, уравниваются. Их аperiodические составляющие под воздействием сопротивлений дуг отключения, начиная с момента t_1 затухают быстрее, чем прежде, и к моменту t_2 обеспечивается прохождение тока фаз А и В через нуль. Продолжительность горения дуг в фазах А и В составляет согласно рис. 4 не менее 0,46 с, что значительно больше величины, допустимой ГОСТ 687-70. Подобные условия имеют место и при других видах последовательных к. з.

Изложенное приводит к выводу о том, что для облегчения условий работы быстродействующего высоковольтного выключателя, предназначенного для отключения к. з. вблизи выводов ВН блока турбогенератор-трансформатор, необходимо предусматривать наряду с применением собственно токоограничивающих устройств также и специальные меры содействия скорейшему затуханию аperiodических токов. Такой мерой может быть, например, включение резисторов в нейтраль блочных трансформаторов. Кривые 2—6 на рис. 2 показывают, как изменяется во времени относительная величина аperiodического тока β наиболее неблагоприятной фазы при к. з. вида (1—2—3—0) при сопротивлениях резистора 0,001—0,009 отн. ед. Кроме того, следует, по мнению авторов, более определенно дифференцировать требования ГОСТ к выключателям с учетом их удаленности от источников энергии. Наконец, необходимы детальные исследования процессов дуготухания в быстродействующих выключателях переменного тока высокого напряжения при отключении токов с большими аperiodическими составляющими для повышения надежности выключателей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галишников Ю. П., Моисеев В. С. Токи последовательных коротких замыканий в турбогенераторах. — Электричество, 1977, № 6.
2. Рубисов Г. В., Иванов А. В. Последовательные короткие замыкания синхронной машины. — В кн.: Методы расчета турбо- и гидрогенераторов. Л.: Наука, 1975.
3. Буткевич Г. В. Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. М.: Энергия, 1973.
4. Чернышев Н. М. Об учете аperiodической составляющей в отключаемом токе. — Электричество, 1956, № 2.
5. Canay M., Werren L. Interrupting Sudden Asymmetric Short-Circuit Currents without Zero Transition. — The Brown Boveri Review, 1969, vol. 56, No. 10.
6. Eidinger A. Interruption of high asymmetric short-circuit currents having long delayed zeros — an acute problem for generator breakers. — IEEE Winter Power Meeting, 1972.
7. Canay M., Klein H. Asymmetric Short-Circuit Currents from Generators and the Effect of the Breaking Arc. — The Brown Boveri Review, 1974, No. 5.
8. Nelles D. Einfluß des Schalterlichtbogens auf die Nulldurchgänge von Kurzschlußströmen. — Elektrizitätswirtschaft, 1974, Bd 73, No. 22.
9. Основы теории электрических аппаратов/ Буль Б. К., Буткевич Г. В., Годжелло А. Г. и др. М.: Высшая школа, 1970.
10. Кукеков Г. А. Выключатели переменного тока высокого напряжения. Л.: Энергия, 1972.

[1.12.1977]

УДК 621.316.933.3.012.014.33.001.4

Влияние стабилизирующих импульсов тока на асимметрию характеристик карбидно-кремниевых резисторов вентильных разрядников

Канд. техн. наук БОГАТЕНКОВ И. М., инж. КОРИЦКИЙ П.

Ленинград, Варшава

В современных вентильных разрядниках в качестве нелинейного последовательного сопротивления используются резисторные диски, изготовленные на основе карбида кремния. Проводимость дисков зависит не только от значения приложенного к ним напряжения, но и от его полярности [Л. 1]. Такая асимметрия проводимости может приводить к значительному различию в амплитуде тока при изменении направления его протекания через диск. Зависимость вольт-амперной характеристики дисков нелинейного последовательного сопротивления от полярности приложенного напряжения обуславливает также и ее влияние на условия работы и испытаний разрядников.

Опубликован ряд работ, приводящих опытные данные о влиянии полярности на значение сопровождающего тока при комбинированных испытаниях разрядников. Сопровождающий ток в разрядниках с пассивными искровыми промежутками при несовпадающих полярностях импульса и полупериода промышленного напряжения превышает ток при совпадающих полярностях на 36% [Л. 2] и 26—37% [Л. 3]. В вентильных разрядниках с токоограничивающими узкошелевыми искровыми промежутками увеличение тока в этом случае может достигать 50—60% [Л. 4].

Такое увеличение сопровождающего тока при противоположных полярностях импульса и напряжения промышленной

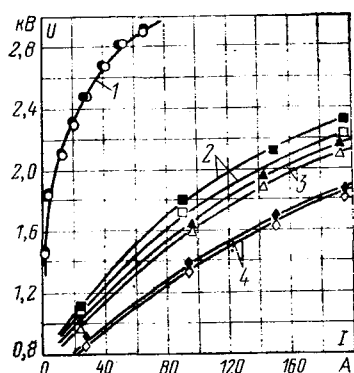


Рис. 1. Вольт-амперные характеристики диска нелинейного последовательного сопротивления разрядника, стабилизированного двумя импульсами тока противоположной полярности, при разной амплитуде стабилизирующих импульсов I_c .

1 — $I_c = 0$; 2 — $I_c = I_{ном} = 10$ кА; 3 — $I_c = 2I_{ном}$; 4 — $I_c = 10I_{ном}$.

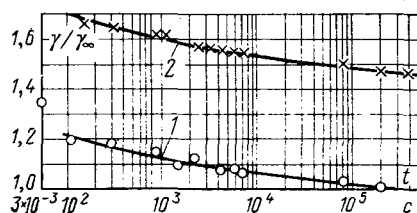


Рис. 2. Изменение сопротивления диска в прямом (кривая 1) и обратном (кривая 2) направлениях после протекания через диск номинального разрядного тока.

частоты объясняется характером развития переходных процессов при работе разрядников [Л. 3, 5 и 6]. Можно предположить, однако, что существенно большее влияние на изменение значения сопровождающего тока оказывает асимметрия характеристик дисков и в частности изменение их проводимости после протекания большого по значению униполярного импульсного тока.

Различное значение проводимости дисков нелинейного последовательного сопротивления разрядников при изменении направления протекания тока наблюдается у всех серийно выпускаемых дисков (испытаниям подвергались диски польского производства типа «вилит» и «тервит»). Появление такой зависимости тока от полярности приложенного напряжения возникает в процессе изготовления дисков после приложения к ним первых токовых воздействий, которыми являются стабилизирующие импульсы тока.

Вольт-амперные характеристики диска, не подвергшегося воздействию стабилизирующих импульсов, совпадают при протекании тока в обоих направлениях. Однако, как известно, нестабилизированные диски имеют неопределенные параметры и недостаточную пропускную способность [Л. 1]. Приложение к диску стабилизирующих импульсов приводит к снижению его сопротивления, формированию новой вольт-амперной характеристики диска и увеличению его пропускной способности. Одновременно возникает зависимость сопротивления диска от направления тока, уменьшающаяся при увеличении амплитуды стабилизирующих импульсов (рис. 1). Следует отметить, что вольт-амперные характеристики рис. 1 измерены после воздействия на диск диаметром 100 мм и высотой 30 мм типа «вилит», применяющийся в разряднике GZSMA, двух стабилизирующих импульсов разной полярности.

Изменение проводимости дисков в зависимости от амплитуды стабилизирующих импульсов тока позволяет предположить, что импульсы тока, соизмеримые по значению со стабилизирующими, которые будут воздействовать на разрядник при его срабатывании в сети или при комбинированных испытаниях, могут также оказывать влияние на параметры рабочего сопротивления. Исследование этого влияния при разных направлениях протекания сопровождающего тока представляется возможным при независимом воздействии на диски импульсного тока и напряжения промышленной частоты. На рис. 2 приведены кривые проводимости диска при постоянном

падении напряжения на нем от времени, прошедшего после воздействия нормированного импульсного тока. Проводимость диска определена при наибольшем допустимом напряжении промышленной частоты в относительных единицах, причем за базисную принята проводимость в прямом направлении, измеренная при достаточно большом времени t , по прошествии которого сопротивление диска в дальнейшем не изменяется. Под прямым направлением тока понимается направление, совпадающее с направлением последнего стабилизирующего импульса. Точки кривых при $t = 3 \cdot 10^{-3}$ с получены в процессе обычных комбинированных воздействий на диск нормированного импульсного тока.

Проведенные опыты показывают, что проводимость дисков непосредственно после протекания импульсного тока превышает ее значение, измеренное при том же напряжении на диске через некоторое время t . С ростом времени проводимость дисков уменьшается, достигая установившегося значения при $t \approx 10^5 - 10^6$ с, причем характер изменения проводимости в прямом и обратном направлениях оказывается одинаковым. Различия в этих проводимостях дисков не зависят от времени ее измерения. Это позволяет проводить исследования влияния импульсного тока на изменение вольт-амперных характеристик дисков при обоих направлениях протекания сопровождающего тока, спустя некоторое произвольное время после протекания импульсного тока. Полученные при этом результаты позволяют оценить влияние импульсного тока на сопровождающий, протекающий непосредственно вслед за импульсным при комбинированных испытаниях разрядника.

Дальнейшие исследования характеристик дисков разрядников проводились после воздействия на них нормированного импульса тока 8/20 мкс с амплитудой 10 кА. Оценка значения проводимости дисков в прямом и обратном направлениях, определяющая значение сопровождающего тока, производилась при пропускании через диск импульсов тока 3/8 мс с заданной амплитудой. Результаты расчетов подтверждены контрольными испытаниями, проведенными на типовой схеме для комбинированных испытаний разрядников с мощным источником напряжения промышленной частоты.

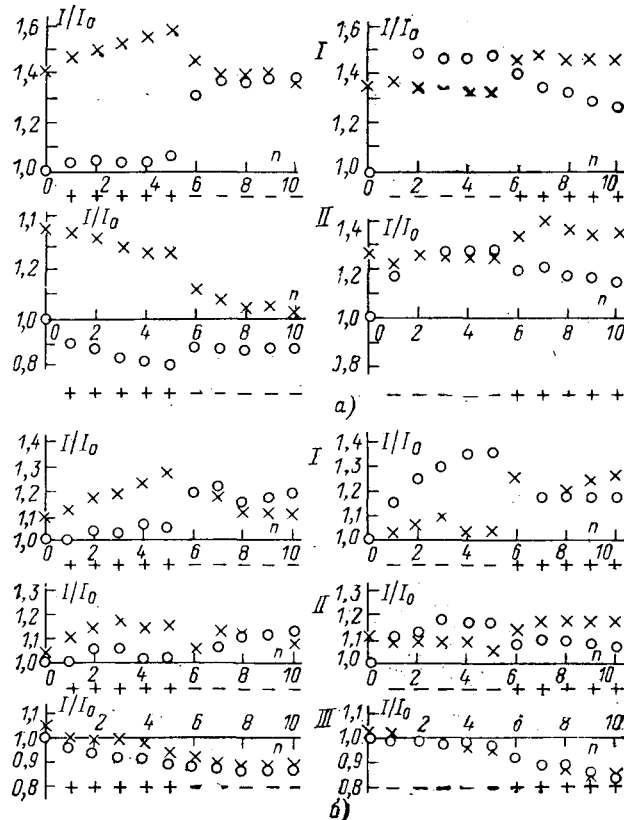


Рис. 3. Зависимость сопровождающего тока от числа n и полярности импульсов номинального разрядного тока $I_{ном}$ для дисков, стабилизированных двумя импульсами одинаковой полярности (а) и разной полярности (б).
I — амплитудой $I_{ном}$; II — $2I_{ном}$; III — $10I_{ном}$; O — прямое сопротивление дисков; X — обратное.

Исследования проводились на дисках одной партии, изготовленных в одинаковых технологических условиях. Изменение направления протекания через диск импульсного или сопровождающего тока достигалось переворачиванием диска в испытательной установке. Этим обеспечивались постоянные условия работы установки с точки зрения полярности зарядки батареи конденсаторов и направления протекания токов в ее элементах независимо от направления тока в диске. Измеряемые величины (сопровожающий ток и напряжение на диске) оказываются одной и той же полярности при разных направлениях тока в диске. Это позволяет повысить точность сравнительных измерений вольт-амперных характеристик при прямом и обратном направлениях протекания тока, поскольку измерение проводится в одной и той же части рабочей зоны электронно-лучевой трубки осциллографа и при неизменной калибровке импульсных вольтметров. Одновременное применение импульсных вольтметров и электронного осциллографа обеспечивает увеличение надежности измерений.

Значение протекающего через разрядник тока при комбинированных испытаниях оказывается различным в зависимости от значения и полярности стабилизирующих импульсов, приложенных к дискам при их производстве. Стабилизация дисков двумя импульсами тока одинаковой полярности приводит к появлению большой разницы между прямым и обратным сопротивлениями дисков (см. рис. 3а). Увеличение тока в обратном направлении при отсутствии предварительного воздействия расчетного импульсного тока ($n=0$, где n — число импульсных воздействий) составляет 25–40%. В случае, если первые импульсные воздействия на стабилизированный диск производятся при направлении импульсного тока, совпадающем с направлением стабилизирующих импульсов (плюс под осью абсцисс), эта разница сохраняется и даже несколько увеличивается. Если первые импульсные воздействия приложены к диску при направлении импульсного тока, противоположном направлению стабилизирующих импульсов, то разница в сопровождающих токах при совпадающих и несовпадающих полярностях существенно уменьшается за счет увеличения тока при совпадающих полярностях.

Однако и при этом ток при несовпадающих полярностях оказывается большим, чем при совпадающих (на 11–13% при стабилизирующих импульсах 10 кА — рис. 3И и 2–7% при стабилизирующих импульсах 20 кА — рис. 3П). При этом воздействующие на диск импульсы тока $I_{ном}$ приводят к «перестабилизации» диска. Его сопротивление в обратном направлении становится больше, чем в прямом, что приводит к увеличению сопровождающего тока в прямом направлении (т. е. также при несовпадающих полярностях импульсного и сопровождающего тока). Разница в значении проводимостей дисков и сопровождающих токов оказывается большей у дисков, стабилизированных меньшими импульсами тока. Изменение полярности импульса (через несколько воздействий) приводит к снижению разницы сопровождающих токов совпадающей и несовпадающей полярности, когда импульсный ток становится противоположным по направлению последнему стабилизирующему току, и к ее увеличению, если импульс совпадает с направлением стабилизирующего тока.

Стабилизация дисков двумя импульсами тока разной полярности (рис. 3б) снижает разницу между прямым и обратным сопротивлениями диска, причем большее по значению сопротивление наблюдается всегда при изменении его в направлении, совпадающем с направлением последнего стабилизирующего импульса. Увеличение проводимости диска при $n=0$ в обратном направлении не превышает в этом случае 10–12%. Однако приложение импульсов тока той же полярности, что и полярность последнего стабилизирующего импульса приводит к увеличению разницы проводимостей диска в двух направлениях. Соответственно увеличивается отношение сопровождающих токов, причем это увеличение будет тем больше, чем меньше амплитуда стабилизирующих импульсов.

При воздействии на диск импульсов тока противоположной полярности по сравнению с полярностью последнего стабилизирующего импульса также происходит «перестабилизация» диска и его проводимость в прямом направлении становится больше, чем в обратном. Изменение полярности импульса во всех случаях приводит к снижению разницы проводимостей дисков и величины сопровождающих токов совпадающей и несовпадающей полярности.

Таким образом, стабилизация дисков нелинейных последовательных сопротивлений разрядников двумя импульсами тока разной полярности приводит к меньшей разнице сопровождающих токов совпадающей и несовпадающей полярности, чем стабилизация импульсами одинаковой полярности. При проведении комбинированных испытаний разрядников сопровождающий ток несовпадающей полярности тем больше отличается от тока совпадающей полярности, чем меньше значение стабилизирующих импульсов. С этой точки зрения наиболее стабильными характеристиками обладают диски, тренированные импульсами разной полярности, амплитуда которых по крайней мере в 2 раза превышает амплитуду номинального разрядного тока.

Выводы. 1. Диски нелинейного последовательного сопротивления вентильных разрядников имеют вольт-амперную характеристику, зависящую от направления протекания тока. Это явление наблюдается у разных типов дисков, причем степень расхождения вольт-амперных характеристик зависит от технологии изготовления дисков. Для исследованных дисков это расхождение может привести к увеличению сопровождающего тока на 15–50%.

2. Наибольшая асимметрия имеет место при стабилизации дисков несколькими импульсами тока одинаковой полярности, значительно меньшая — при их стабилизации импульсами разной полярности. Степень асимметрии уменьшается, а стабильность вольт-амперной характеристики дисков возрастает при увеличении амплитуды стабилизирующих импульсов. Наиболее целесообразной является стабилизация двумя импульсами тока разной полярности с амплитудой, близкой к двойному значению расчетного импульсного тока.

3. Асимметричный характер проводимости дисков должен учитываться при проведении любых токовых испытаний разрядников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентильные разрядники высокого напряжения/ Шишман Д. В., Бронфман А. И., Пружинина В. И., Савельев В. П. М.: Энергия, 1971.
2. Kalb J. W., Yost A. G. Transient Durability Testing of Valve Type Lighting Arresters. — Trans. AIEE, 1955, vol. 74, p. 521–529.
3. Богатенков И. М., Каплан В. В., Нашатырь В. М. К вопросу о влиянии полярностей импульсного и сопровождающего тока при комбинированных испытаниях магнитно-вентильных разрядников. — Труды ЛПИ, 1965, № 258, с. 50–60.
4. Комбинированные испытания вентильных разрядников с токоограничивающими искровыми промежутками на сетевом испытательном стенде/ Богатенков И. М., Каплан В. В., Нашатырь В. М. и др. — Изв. вузов. Энергетика, 1969, № 2, с. 14–19.
5. Berger K. Ausgleichsvorgänge beim Ansprechen von Überspannungsableitern in Prüfanlagen und Netzen. — Bulletin Schweizerischer Elektrotechnischer Verein, 1941, No 12, p. 257.
6. Meyer H. Der Ausgleichsvorgänge beim Ansprechen von Überspannungsableitern und seine Berechnung unter Berücksichtigung der Spannungsabhängigkeit Widerstände. — Bulletin Schweizerischer Elektrotechnischer Verein, 1942, No. 4, p. 94.

[25.2.1976]



Аналитический метод определения коэрцитивной силы ферромагнитных материалов

НАБИЕВ М. А., АДЫГЕЗАЛОВ Ф. С., АЗИЗОВ Б. М.

Сумгаит

Исследования гистерезисных явлений в ферромагнитных материалах позволяют выдвинуть предположение о том, что между основной кривой намагничивания и гистерезисными кривыми одного и того же ферромагнитного материала существует зависимость. Исходя из этого предположения получены аналитические выражения, описывающие любую нисходящую (или восходящую) ветвь семейства гистерезисных петель в функции B_m . Эти формулы пока не отвечают желаемым требованиям, но тщательные исследования показали, что ими с достаточной точностью можно пользоваться, в частности для определения коэрцитивной силы некоторых магнитно-мягких материалов.

Предложенная формула имеет следующий вид:

$$H_c = \frac{B_k B_m}{B_k + B_m} \frac{1}{\mu_n \left[7 \pm \left(1 - \frac{B_m}{B_s} \right)^2 \right]},$$

где B_k — индукция, соответствующая точке касания основной кривой намагничивания с прямой, исходящей из начала координат (рис. 1); B_m — максимальная индукция данного гистерезисного цикла; μ_n — начальная магнитная проницаемость;

находится из экспериментальной кривой $\left(\mu_n = \frac{dB}{dH} \Big|_{H=0} \right)$;

B_s — максимальная индукция предельной петли гистерезиса; H_c — коэрцитивная сила.

Знак плюс в формуле берется при $B_s/B_k > 2$, минус — при $B_s/B_k \leq 2$.

Пользуясь данными экспериментально снятой кривой намагничивания, сначала строим кривую внутренней проницаемости, затем путем экстраполяции этой кривой определяем индукцию насыщения [Л. 1 и 2], которую можно использовать вместо B_s для практических расчетов.

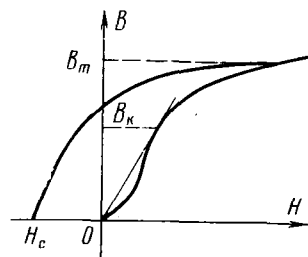


Рис. 1.

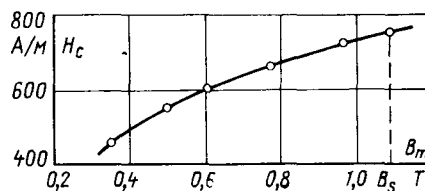


Рис. 2.

При наиболее точных расчетах для одного гистерезисного цикла экспериментально находится коэрцитивная сила и по приведенной формуле уточняется значение проницаемости; известно, что точное определение производной экспериментальной кривой сопряжено с определенными трудностями. Желательно при этом использовать предельную петлю гистерезиса, тогда одновременно можно найти значения B_s .

Для подтверждения достоверности полученной формулы экспериментам подвергались образцы сталей цилиндрической формы, имеющие разные размеры. В таблице приведены экспериментальные и соответственно расчетные значения коэрцитивной силы в зависимости от B_m для разных марок сталей. На рис. 2 для одной марки стали это сравнение показано графически.

Дальнейшее развитие работ в этом направлении может привести к определению других параметров или полному аналитическому описанию магнитных характеристик при циклическом перемагничивании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ротерс. Электромагнитные механизмы. М.: Госэнергоиздат, 1949.
2. Кифер И. И. Испытания ферромагнитных материалов (магнитные измерения). М.: Госэнергоиздат, 1962.

Ст. 40X			Ст. 5			Ст. 6			Ст. 40*		
B_m , Т	H_c , А/м (расчет)	H_c , А/м (опыт)	B_m , Т	H_c , А/м (расчет)	H_c , А/м (опыт)	B_m , Т	H_c , А/м (расчет)	H_c , А/м (опыт)	B_m , Т	H_c , А/м (расчет)	H_c , А/м (опыт)
1,0788	743,7898	743,5509	1,5322	324,1242	323,9650	1,3125	290,3662	290,2070	1,0800	777,9459	777,7866
0,9570	712,4204	714,5701	1,3406	312,0223	303,7420	1,0391	266,0032	266,7197	0,9300	740,3662	731,2898
0,7656	656,0509	667,0382	1,0933	290,5255	283,5191	0,7734	231,5287	213,3758	0,6000	632,0064	644,8248
0,6960	632,0064	627,4681	0,7501	246,6560	236,2261	0,6250	206,2102	181,3694	0,1680	308,2802	351,0350
0,6090	598,0892	596,6561	0,5187	203,3439	189,0127	0,3516	143,3121	—	—	—	—
0,4936	543,4713	543,8694	0,3751	167,5159	155,2548	—	—	—	—	—	—
0,3422	448,4873	448,8057	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\mu_n = 0,7477 \cdot 10^{-4}$ Г/м; $B_s = 1,0788$ Т; $B_k = 0,6090$ Т			$\mu_n = 1,3499 \cdot 10^{-4}$ Г/м; $B_s = 1,5322$ Т; $B_k = 0,3828$ Т			$\mu_n = 1,6866 \cdot 10^{-4}$ Г/м; $B_s = 1,3125$ Т; $B_k = 0,4640$ Т			$\mu_n = 0,6929 \cdot 10^{-4}$ Г/м; $B_s = 1,0800$ Т; $B_k = 0,5800$ Т		

[8.8.1977]

Численное моделирование переходных процессов электрических систем, содержащих вентильные преобразователи

Инж. КУМЗИН Е. К., канд. техн. наук РАГОЗИН А. А.

Ленинград

Исследование переходных процессов электрических систем с вентильными преобразователями, получившими широкое применение, является актуальной задачей. Как известно [Л. 1—5], применение классических методов расчета переходных процессов электрических систем с вентильными преобразователями встречает большие трудности. Наиболее целесообразным методом исследования таких процессов является численное решение их на ЦВМ.

Численному моделированию вентильных преобразователей в настоящее время уделяется большое внимание. Оно базируется в основном на методе, используемом при аналитических расчетах. Сущность такого моделирования заключается в формировании и решении различных систем дифференциальных и алгебраических уравнений, соответствующих разным структурным состояниям преобразователя, т. е. определенным сочетаниям проводящих и непроводящих в нем вентилей. При этом выбор той или иной совокупности уравнений, подлежащих решению на определенных интервалах времени работы преобразователя, производится в соответствии с логикой определения состояния каждого вентиля в отдельности. Изложенный выше метод моделирования позволяет воспользоваться известными в классической литературе [Л. 5] системами уравнений, используемыми при аналитических расчетах режимов преобразователя. Недостатком такого численного моделирования является необходимость формирования большого числа систем уравнений, соответствующих всем возможным структурным состояниям преобразователя в его нормальных и аномальных режимах. Это в существенной мере усложняет программирование.

В [Л. 6] предложен метод моделирования, базирующийся на использовании единой системы уравнений для всех структурных состояний преобразователя. Согласно [Л. 6] это стало возможным благодаря замещению вентилей в открытом и закрытом состояниях последовательно включенными индуктивными и активными сопротивлениями, значительно отличающимися от таковых в остальных частях схемы. Таким образом, полученная система уравнений содержит дифференциальные уравнения для определения токов с коэффициентами, зависящими от структурного состояния преобразователей, и алгебраические соотношения для отыскания падений напряжений на вентильях.

В статье излагается один из наиболее общих, по мнению авторов, путей приведения системы уравнений переходных процессов электрических систем с вентильными преобразователями к виду, удобному для численного моделирования на ЦВМ. Суть его заключается в преобразовании исходной системы дифференциальных уравнений мостового преобразователя [Л. 5] для проводящих ток контуров и алгебраического уравнения баланса токов выпрямленной стороны к уравнениям, решенным относительно производных токов каждого вентиля в отдельности. С помощью такого преобразования, как показано ниже, удается сформировать единую систему дифференциальных и алгебраических уравнений для нахождения токов в открытых вентильях и обратных напряжений на закрытых вентильях при любом структурном состоянии преобразователя. По данной методике составлены алгоритм и программа, а также приведены некоторые результаты численного решения уравнений переходных процессов электрической системы переменного тока, имеющей в своем составе преобразовательную установку.

Расчетная схема состоит из синхронной машины (совокупность генераторов электростанции) с АРВ сильного дей-

ствия, работающей через линию электропередачи на мощную энергосистему. К шинам любого промежуточного узла энергосистемы подключена трехфазная мостовая схема выпрямления (рассмотрение данной схемы обусловлено широким ее практическим применением и не ограничивает общность излагаемой ниже методики). Принятая схема позволяет решать широкий круг практических задач, связанных с исследованиями процессов при совместной работе электропередач переменного и постоянного тока, в энергосистемах, содержащих электролизные установки цветной металлургии и химии, в тиристорных (ионных) системах возбуждения, в различного рода устройствах управления режимами, например, в устройствах управляемого электрического торможения и т. д.

Уравнения электромагнитных переходных процессов в статорной и роторной цепях синхронной машины, записанные в осях $d, q, 0$ до шин станции с напряжением U_1 , процессов, протекающих в линии электропередачи на участке внешней цепи от шин напряжением U_1 до шин энергосистемы с напряжением U , а также уравнение движения ротора агрегата после приведения к канонической форме Коши имеют следующий вид:

$$pI = \omega_s X^{-1} [U_{вн} - RI - (1 + s) GI]; \quad (1)$$

$$pI_{вн} = \omega_s X_{вн}^{-1} [(U - U_1) - R_{вн} I_{вн} - (1 + s) G_{вн} I_{вн}]; \quad (2)$$

$$ps = \frac{M_T(s) - M_e}{T_J}; \quad (3)$$

$$p\delta = \omega_s s, \quad (4)$$

где I — вектор-столбец проекций токов статорной цепи на оси d, q , тока нулевой последовательности и э. д. с., индуцируемых в фазах статора от токов в контурах ротора (в системе относительных единиц, принятых А. А. Горевым, токи в контурах ротора и соответствующие им э. д. с. численно равны); $U_{вн}$ — вектор-столбец внешних приложенных напряжений к цепям статора (включая напряжение нулевой последовательности) и ротора синхронной машины; R — диагональная матрица, составленная из активных сопротивлений цепи статора и декрементов роторных контуров; X — квадратная матрица из реактивных сопротивлений и коэффициентов магнитной связи между отдельными контурами машины; G — квадратная матрица, образованная с помощью коэффициентов при $(1 + s)$; $I_{вн}, R_{вн}, G_{вн}, X_{вн}$ — матрицы, аналогичные I, R, G, X соответственно, относящиеся к участку внешней сети; $(U - U_1)$ — вектор-столбец напряжений, приложенных к участку внешней сети, включая напряжение нулевой последовательности.

Уравнения электромагнитных процессов в фазных координатах для мостового преобразователя с идеальными вентилями, полученные на основании второго закона Кирхгофа для пяти независимых контуров, можно представить в следующей матричной форме:

$$pX_k I_k + \omega_s R_k I_k + V_k = U_k, \quad (5)$$

где X_k, R_k — диагональные матрицы суммарных индуктивных и активных сопротивлений цепей контуров, содержащих сопротивления обмоток выпрямительного трансформатора, анодных реакторов и нагрузки; I_k — вектор-столбец контурных токов; U_k — вектор-столбец линейных напряжений, приложенных к контурам; V_k — вектор-столбец напряжений на вентильях, входящих в контур.

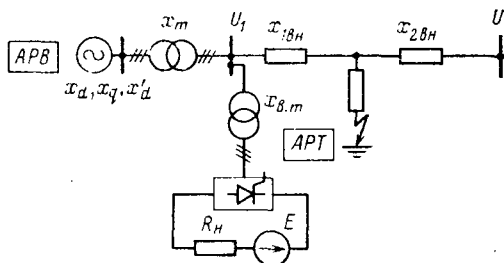


Рис. 1. Расчетная схема энергосистемы.

Основные параметры генератора и внешней сети.

$x_d=1,57$; $x_q=0,97$; $x'_d=0,42$; $x''_d=0,29$; $x'_q=0,3$; $T_{d0}=6,8$ с; $T_J=10$ с;
 $x_{TP}=0,12$; $x_{1BН}=0,1$; $x_{2BН}=0,9$; $x_{B,TP}=0,25$; $R_H=2$.

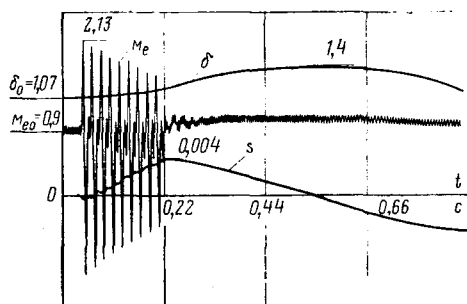


Рис. 2. Кривые электромагнитного момента и движения ротора генератора в переходном процессе.

Приведенные системы уравнений необходимо дополнить уравнениями баланса токов на шинах станций с напряжением U_1 , выраженных в единых осях:

$$I_{CT} + I_{BН} + I_{TP} = 0; \quad (6)$$

баланса токов на выпрямленной стороне

$$P_B I_B = 0; \quad (7)$$

соотношениями, связывающими контурные токи с токами вентиля,

$$I_K + P_K I_B = 0, \quad (8)$$

а также уравнениями преобразования координат токов и напряжений от осей $d, q, 0$ к a, b, c и обратно.

В выражениях (6)–(8): I_{CT} — вектор-столбец проекций тока статорной цепи синхронной машины на оси $d, q, 0$; I_{TP} — вектор-столбец проекций тока выпрямительного трансформатора на оси $d, q, 0$; I_B — вектор-столбец токов вентиля; P_B , P_K — матрицы соединений.

Для того чтобы система уравнений была определенной, к ней необходимо присоединить еще шесть граничных условий, характеризующих состояние каждого вентиля. Принимается, что вентиль может открыться, если анод вентиля имеет положительный потенциал относительно катода и на управляющий электрод вентиля подан отпирающий импульс. Вентиль запирается только при условии, что ток через него станет равным нулю.

Из изложенного следует, что полная система уравнений переходных процессов содержит дифференциальные уравнения и алгебраические связи. При этом токи, входящие в уравнения балансов (6) и (8), являясь интегрируемыми переменными, уже были определены относительно своих производных системами дифференциальных уравнений; в то же время неинтегрируемые переменные (напряжения на стороне переменного и постоянного тока), участвующие в образовании правых частей дифференциальных уравнений, оказались неразрешенными в явном виде.

Отмеченная специфика полученных уравнений накладывает известные ограничения на их численное решение на ЦВМ. В [Л. 7] дается методика, позволяющая достаточно просто привести систему уравнений (1)–(4) и (6) переходных процессов на стороне переменного тока [т. е. полагая в (6) $I_{TP} = 0$] к виду, удобному для численного решения на ЦВМ. Суть ее сводится к дифференцированию баланса токов (6)

с учетом $I_{TP} = 0$ и формированию на основании балансов правых частей производных токов новой системы алгебраических уравнений, содержащих в явном виде неинтегрируемые переменные. Данная методика была использована авторами работы при составлении алгоритмов, программ и расчетов переходных процессов гидрогенераторов при симметричных и несимметричных коротких замыканиях по полным уравнениям Парка — Горева [Л. 8].

Численное моделирование переходных процессов электрических систем, содержащих вентильные преобразователи, как уже отмечалось выше, вносит трудности, связанные не только с поиском дополнительных неинтегрируемых переменных, но и с многообразием структурных состояний преобразователя и необходимости в этой связи формирования большого количества систем уравнений.

Порядок операций, позволяющий привести полученную систему уравнений к виду, удобному для численного решения на ЦВМ, сводится к следующему.

Подставляя найденные из (8) токи I_K в (5) и присоединяя к полученной системе уравнений продифференцированное выражение (7), после некоторых преобразований и приведения к нормальной форме Коши нетрудно получить:

$$pI_B = Z_1 I_B + Z_2 V + Z_3 U_1, \quad (9)$$

где Z_1 , Z_2 , Z_3 — квадратные матрицы коэффициентов, включающих в себя параметры схемы; V , U_1 — векторы-столбцы напряжений на вентильях и линейных напряжениях шин станции.

Система дифференциальных уравнений (9) служит для определения тока любого открытого вентиля. В этом случае напряжения на открытых вентильях (считаем их идеальными) равны нулю.

Обратные напряжения на закрытых вентильях можно определить из системы алгебраических выражений вида:

$$Z_2 V + Z_3 U_1 = 0, \quad (10)$$

полученной из (9) путем приравнивания нулю токов и их производных в соответствующих вентильях.

Автоматический выбор необходимых для решения задачи уравнений из (9) и (10) базируется на использовании логики погасания и зажигания идеального вентиля, включающей в себя контроль за переходом через нуль токов в вентильях и обратных напряжений на них. На каждом временном интервале численного решения общее число подлежащих решению уравнений (9) и (10) сохраняется неизменным и составляет для рассматриваемой схемы выпрямления шесть, из которых число используемых в данный момент времен дифференциальных уравнений (9) равняется числу проводящих вентилях, а алгебраических уравнений (10) — числу непроводящих вентилях. При переходе тока какого-либо вентиля через нуль исключается дифференциальное уравнение (9) для определения тока данного вентиля и добавляется соответствующее алгебраическое уравнение (10).

Дополнение приведенной выше системы уравнений уравнениями процессов, происходящих в автоматическом регуляторе возбуждения синхронной машины, устройствах сеточного управления и автоматическом регуляторе угла зажигания вентилей по режимным параметрам и их производным, относящимся как к цепи постоянного тока, так и к электропередаче переменного тока, не вносит никаких дополнительных особенностей в построение изложенного алгоритма.

По разработанному алгоритму была составлена программа для ЦВМ типа М-222, БЭСМ-4. Программа позволяет решать широкий круг практических задач, связанных с исследованием электромагнитных и электромеханических переходных процессов электрических систем, содержащих вентильные преобразователи, при различных аварийных режимах в сети переменного и постоянного тока.

Дифференциальные уравнения решаются методом Рунге — Кутты 4-го порядка с автоматическим выбором шага; алгебраические уравнения — методом Гаусса. Так как аналитически достаточно трудно отыскать мгновенные значения токов при совместной работе электропередачи переменного тока и вентильного преобразователя, а следовательно, и начальные значения интегрируемых переменных, целесообразно расчет установившегося режима производить также на ЦВМ. Для этого можно воспользоваться теми же уравнениями переходных процессов, задав в качестве начальных токов их приближенные значения, обязательно сохраняя при этом баланс токов на стороне переменного и постоянного тока. Необходимость соблюдения последнего условия обусловлена примене-

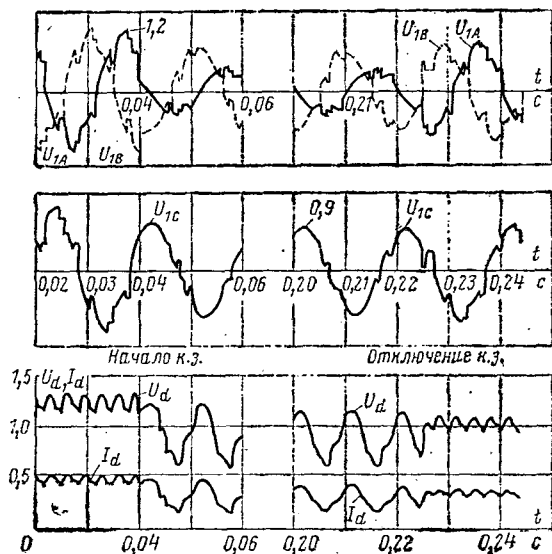


Рис. 3. Фазные напряжения на шинах станции, выпрямленное напряжение и ток в выпрямительной нагрузке в переходном процессе.

нием при составлении алгоритма дифференцирования баланса токов. Выполненные расчеты показали, что такой подход правилен и не сопряжен со значительными затратами машинного времени.

Результаты численного решения на ЦВМ уравнений переходных процессов в схеме энергосистемы рис. 1 при однополюсном коротком замыкании длительностью 0,18 с вблизи шин передающей электростанции, на шинах которой подключена трехфазная мостовая схема выпрямления, питающая ртутно-выпрямительную нагрузку с э. д. с. (электролизные устройства, регулируемый электропривод, в первом приближении электропередача постоянного тока и т. д.) приведены на рис. 2 и 3. Активная мощность выпрямительной нагрузки задавалась равной 0,4 номинальной мощности электростанции; приведенная к напряжению шин электростанции э. д. с. $E=0,3$. Учитывались действие автоматического регулятора возбуждения (АРВ) синхронного генератора и действие автоматического регулятора тока (АРТ) преобразовательной установки. Постоянные настройки АРТ: коэффициент усиления по току $k=50$ град./ед. тока, эквивалентная постоянная времени $T=0,05$ с. Исходный угол зажигания вентилей $\alpha=15^\circ$. При этом потребляемая нагрузкой реактивная мощность Q составляла 0,45.

На рис. 2 показаны кривые изменения электромагнитного момента M_e , угла δ электропередачи, скольжения s ; на рис. 3 иллюстрируется характер изменения фазных напряжений U_{1A} , U_{1B} , U_{1C} на шинах станции, выпрямленного напряжения U_d , тока в нагрузке I_d . Анализ результатов расчетов свидетельствует о достаточно хорошей точности расчетов на значительном отрезке времени процесса.

Выводы. 1. Разработанная методика численного моделирования позволяет сформировать единую систему дифференциальных и алгебраических уравнений переходных процессов электрических систем, содержащих вентильные преобразователи, при любом структурном состоянии преобразователя и в существенной мере облегчить программирование таких задач на ЦВМ.

2. Алгоритм и программа, разработанные с использованием этой методики, дают возможность решать широкий круг практических задач, связанных с исследованием переходных процессов электрических систем с вентильными преобразователями при аварийных режимах в сети переменного и постоянного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поссе А. В. Применение метода разностных уравнений для расчета переходных процессов в преобразователях. — Изв. НИИПТ, 1972, сб. 18.
2. Севрюгов А. В. Анализ установившихся и переходных процессов в мостовом преобразователе при несимметричных коротких замыканиях. — Изв. НИИПТ, 1970, сб. 16.
3. Слоним М. А. Применение метода разностных уравнений для расчета обратных зажигания в преобразовательных установках. «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1964, № 5.
4. Зборовский И. А., Янко-Триницкий А. А. Аналитический метод исследования переходных и установившихся процессов в трехфазной мостовой схеме выпрямления. — Электричество, 1966, № 12, с. 3—7.
5. Электропередача постоянного тока как элемент энергетических систем/ Нейман Л. Р., Глинтерник С. Р., Емельянов А. В., Новицкий В. Г. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
6. Дижур Д. П. Метод моделирования на ЦВМ вентильных преобразовательных схем. — Изв. НИИПТ, 1970, сб. 16.
7. Кумзин Е. К., Рагозин А. А. Методика расчетов переходных процессов энергосистем на ЦВМ по уравнениям Парка—Горева, записанным «в токах». — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1975, № 6.
8. Кумзин Е. К., Рагозин А. А. Алгоритм и программа расчета переходных процессов гидрогенераторов при симметричных и несимметричных коротких замыканиях по полным уравнениям Парка—Горева. — Реф. журнал Электротехника и энергетика, 1973, № 11, реф. 11Е118.

[25.11.1976]

УДК 621.316.925.2

Использование сочетания дифференциально-фазного и дифференциального принципов действия для защиты трансформаторов

Канд. техн. наук БАГИНСКИЙ Л. В., инж. ГЛАЗЫРИНА Г. М.,
канд. техн. наук ШАЛИН А. И.

Новосибирск

Малая эффективность функционирования защиты трансформаторов от повреждений в обмотках объясняется низкой эксплуатационной надежностью и недостаточной чувствительностью в некоторых режимах дифференциальной защиты, что связано с техническим несовершенством, а также техническим несовершенством газовой защиты.

Первая из указанных причин обусловила очень высокий процент излишних срабатываний дифференциальной защиты — до 28,9%. В [Л. 1] показано, что только 1—3% из них могут быть отнесены за счет недостаточных технических совершенства и аппаратной надежности, а остальные являются след-

ствием ошибок персонала, причем свыше 60% из них совершаются при профилактическом обслуживании.

Анализ статистических данных за 1971—1973 гг. показывает, что эти значения практически не изменились. При этом выявлено, что около 70% всех излишних срабатываний связано с ошибками при работах с токовыми цепями, около 15% — с вмешательством персонала в работу защиты (смена уставок, замена контрольных кабелей или реле, вызванная ростом уровня токов коротких замыканий), а также с отсутствием своевременного вмешательства при увеличении токов короткого замыкания. Поэтому наряду с улучшением обслуживания

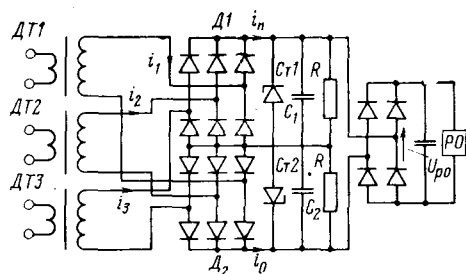


Рис. 1.

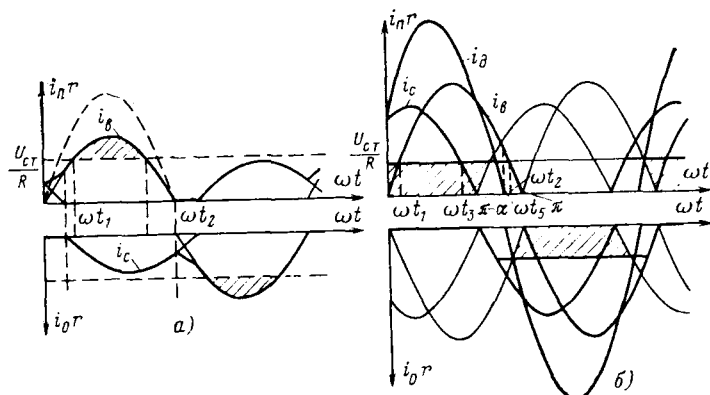


Рис. 2.

целесообразно применение устройств, реагирующих на неисправность токовых цепей, и создание защит, способных функционировать при погрешностях трансформаторов тока (ТТ), значительно превышающих 10%, чтобы исключить необходимость вмешательства обслуживающего персонала, вызванную развитием системы [Л. 2]. В статье рассматривается реализация только последнего средства улучшения эксплуатационной надежности.

В связи с низкой эффективностью функционирования газовой защиты целесообразно сделать дифференциальную защиту чувствительной к витковым замыканиям. Этого можно достичь снижением тока срабатывания $I_{с.з}$ до $(0,25-0,4)I_n$.

Для реализации описанных свойств могут быть применены защиты, использующие принципы дифференциально-фазный и дифференциальный с торможением. Дифференциальное реле с торможением способно чувствовать витковые замыкания, если отсутствует торможение. Существующие защиты, в том числе и разработанная ВНИИР [Л. 3], сохраняют торможение при внутренних коротких замыканиях. Поэтому защита ВНИИР может иметь $I_{с.з} = 0,3I_n$ только при нагрузке защищаемого трансформатора, не превышающей номинальную. В случае длительных перегрузок, достигающих $1,4I_n$, такая защита при максимальных размерах горизонтального участка тормозной характеристики и коэффициенте торможения может иметь $I_{с.з} = (0,3-1,3)I_n$ в зависимости от фазы тока нагрузки [Л. 3].

Еще большее заглубление возможно при коротких замыканиях, сопровождающихся токами отсоса. Схема защиты сложна, а реле имеет значительные габаритные размеры. И, наконец, рост погрешности ТТ влечет за собой не только увеличение тока небаланса, но и уменьшение тормозного сигнала. Поэтому эффективность торможения при больших погрешностях ТТ может оказаться недостаточной. По селективности более эффективен дифференциально-фазный принцип, но он не позволяет выполнить условие чувствительности к повреждениям в обмотках при наличии сквозного тока I_c , так как последний блокирует защиту. Поэтому целесообразно сочетать дифференциально-фазный принцип с дифференциальным таким образом, чтобы при сквозных нагрузочных токах защита работала как дифференциальная, а при сверхтоках, вызывающих значительные погрешности ТТ, — как дифференциально-фазная.

В качестве основы для построения таких реле послужило устройство для дифференциально-фазной защиты (см. рис. 1).

С помощью диодных полумостов Д1 и Д2 сигналы i_1-i_3 о токах плеч разделяются по знаку полупериодов. При достаточно больших токах плеч информация об их амплитуде теряется в блоке сравнения R благодаря стабилитронам Cт1, Cт2. Поэтому на реагирующий орган РО сигнал поступает лишь при условии несовпадения по фазе напряжений на плечах схемы сравнения, т. е. реле работает как дифференциально-фазное.

Весьма важно, что выполненное таким образом реле обеспечивает более высокое быстродействие при сверхтоках, чем традиционное диффазное, так как в качестве признака внутреннего короткого замыкания используется сам ток, а не бестоковые паузы. Поэтому время срабатывания определяется только углом блокирования $\Phi_{б.л.}$.

Работа такого реле в общем случае описывается уравнениями:

$$U_{PO} = \begin{cases} |i_n - i_0| R, & \text{если } (i_n R \wedge i_0 R) \leq U_{ст}; \\ |U_{ст} - i_0 R|, & \text{если } i_n R > U_{ст}; R < U_{ст}; \\ |i_n R - U_{ст}|, & \text{если } i_0 R > U_{ст}; i_n R < U_{ст}; \\ 0, & \text{если } (i_n R \wedge i_0 R) > U_{ст}, \end{cases} \quad (1)$$

где U_{PO} , $U_{ст}$ — напряжение на РО и напряжение открытия стабилитронов; R — сопротивление резистора плеча блока сравнения.

$$i_n = \begin{cases} \sum_k i_k & \text{для } i_k \geq 0; \\ 0 & \text{для } i_k < 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$i_0 = \begin{cases} 0 & \text{для } i_k \geq 0; \\ \sum_k i_k & \text{для } i_k < 0, \end{cases}$$

где i_k — мгновенные положительные и отрицательные значения вторичных токов датчиков тока; $k=1, 2, \dots, n$; n — число плеч в исследуемой защите.

Из этих уравнений видно, что реле может работать в трех принципиально различных режимах:

напряжения на блоке сравнения не достигают $U_{ст}$ (дифференциальный режим);

напряжения на блоке сравнения значительно больше $U_{ст}$ (дифференциально-фазный режим);

на одном из плеч блока сравнения $i_n R < U_{ст}$ ($i_0 R < U_{ст}$), на другом — $i_n R > U_{ст}$ ($i_0 R > U_{ст}$), или на одном из плеч напряжение $i_n R$ ($i_0 R$) превысило $U_{ст}$, но близко к нему, на другом — $i_0 R$ ($i_n R$) значительно превысило $U_{ст}$ (режим дифференциальный с торможением).

Следует отметить, что в случае защиты многообмоточного трансформатора расчетными по отстройке от внешних коротких замыканий являются условия совпадения по фазе первичных токов, втекающих в зону защиты, когда погрешность обуславливает ТТ, возбуждаемый втекающим током I_c , поэтому заменим втекающие в зону токи их суммой, т. е. положим $n=2$.

После преобразований уравнений (1), если РО чувствителен к среднему значению выпрямленного напряжения, когда $U_{PO} = U_{ср}$ (см. рис. 2,а), получим:

$$I_{ср} = I_{ср.0} + I_{св} \sin \omega \frac{t_2 - t_1}{2} - I_{ст} \frac{t_2 - t_1}{\pi}, \quad (3)$$

причем

$$U_{ст}/R = I_{ст}; \quad i_d = \sum_k i_k; \quad I_{сд} = I_{ср}; \quad u_{ср}/R = I_{ср.0},$$

$I_{сд}$ — среднее значение выпрямленного дифференциального тока; $u_{ср}$ — минимальное напряжение, при котором срабатывает РО; $I_{св}$ — ток, втекающий в зону действия защиты.

Уравнение (3) является характеристикой реле с торможением от среднего значения части втекающего тока, превышающей $I_{ст}$ (заштрихованная область рис. 2,а). Физически это означает, что утрата части рабочего сигнала за счет его стабилизации может рассматриваться как компенсация этой части тормозным сигналом. Коэффициент торможения в этом случае

нелинеен и изменяется от нуля до единицы. Действительно, при небольшом превышении I_b над $I_{ст}$

$$\omega t_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}, \text{ и } \sin \omega \frac{t_2 - t_1}{2} \approx \omega \frac{t_2 - t_1}{2}. \text{ Тогда}$$

$$I_{ср} = I_{ср0} + I_{вм} - I_{ст}, \quad (4)$$

т. е. торможение практически отсутствует ($I_{вм}$ — амплитуда втекающего тока). При $I_{св} \gg I_{ст}$ $\omega t_2 \rightarrow \pi$, $t_1 \rightarrow 0$, $\sin \omega \frac{t_2 - t_1}{2} \rightarrow 1$, тогда

$$I_{ср} = I_{ср0} + I_{св} - I_{ст}. \quad (5)$$

В выражении (5) $I_{ст}$ можно пренебречь, тогда $K_T = 1$.

Когда величина тока $I_{см}$ достигает тока стабилизации ($I_{см} \geq I_{ст}$), используя (1) — (3), получаем:

$$\begin{aligned} I_{ср} = I_{ср0} + I_{св} & \left[2 \cos^2 \omega \frac{t_s}{2} + \sin^2 \omega \frac{t_2}{2} + \right. \\ & + 2 \sin \omega \frac{t_2 + t_s}{2} \sin \omega \frac{t_2 - t_s}{2} \left. \right] + I_{с} \left[\sin^2 \frac{\alpha + \omega t_3}{2} + \right. \\ & + 2 \cos \frac{2\alpha + \omega t_s}{2} - 2 \sin \frac{2\alpha + \omega t_3 + \omega t_5}{2} \sin \frac{\omega t_5 - \omega t_3}{2} \left. \right] + \\ & + I_{ст} \frac{\omega t_{д.ф}}{\pi} + I_{ст} \frac{\omega t_{ф}}{\pi}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $t_{д.ф}$ соответствует дифференциально-фазной работе реле, когда $U_{PO} = 0$, так как $(I_n R \sqrt{I_0 R}) \geq U_{ст}$; $\omega t_{ф} = \pi - \alpha$.

При увеличении $I_{см}$ и $I_{в.м}$ (рис. 2,б) $t_{д.ф}$ растет, и реле входит в дифференциально-фазный режим работы, соответствующий внешнему короткому замыканию.

Из (3) и (6) следует, что при внутренних коротких замыканиях торможение практически не возникает, так как в дифференциально-фазном режиме при $\alpha = 0$ (см. рис. 2,б) вторичный коэффициент чувствительности $K_{r2} = \frac{U_{ст}}{U_{PO}} \approx 5 - 7$. Су-

щественное влияние на уменьшение полезного сигнала, как и для любой дифференциально-фазной защиты, оказывает увеличение α .

Таким образом, когда реле еще не приобрело свойств дифференциально-фазного, но уже не работает как дифференциальное, оно имеет свойства дифференциального реле с торможением либо от части большего тока, либо от комбинации частей большего и меньшего с нелинейным монотонно возрастающим вместе с этими токами коэффициентом торможения.

Однако рассмотренный вариант реле не приспособлен к работе с входными сигналами, обусловленными насыщением ТТ с активной нагрузкой, и поэтому имеет недостаточную величину угла $\phi_{бл}$. Для улучшения характеристик необходимо чтобы реле было способно воспринимать информацию в интервалы времени, когда ТТ и датчики тока ДТ работают в режиме идеальной трансформации. С этой целью в схеме реле рис. 3 предусмотрены конденсаторы $C1$ и $C2$. Одно из плеч блока сравнения состоит из R_3 и Δ_3 , другое — из R_5 , причем $R_3 = R_5$. Сигнал на PO может поступать только при $u_{R3} > u_{R5}$. Для увеличения быстродействия реле предусмотрен еще один блок сравнения (R_4 , Δ_4 , R_6), также питающийся от ДТ1—ДТ3, но присоединяемых по схеме с противоположной полярностью.

Рассматриваемая схема работает аналогично схеме рис. 1 с тем отличием, что при сквозных коротких замыканиях $C1$ и $C2$, заряжаясь в интервалы времени, когда ТТ и ДТ работают в режиме «идеальной» трансформации, увеличивают длительность сигнала, противодействующего рабочему, что особенно важно при насыщении ТТ и позволяет получать величину угла $\phi_{бл}$ до 70° при токе $10I_n$.

На рис. 4,а приведена характеристика срабатывания реле $I_{с.з} = f(I_c)$ в сквозном режиме, которая показывает, что при $I_c < I_n$ $I_{с.з} = 0,25I_n$. При $I_c > I_n$ ток срабатывания резко возрастает. Величина I_n отличается от $I_{ст}$ на величину $I_{ср0}$. На рис. 4,б изображена зависимость относительной допустимой погрешности по току $\psi_{доп} = f(I_b)$ для случая синусоидальных токов I_b и I_c при $\alpha = \pi$ (кривая 1) и $\alpha = 2/3\pi$ (кривая 2), которая определена в режиме, когда реле находится на грани срабатывания по формуле:

$$\psi_{доп} = \frac{I_b - I_{с.з}}{I_b} 100\%. \quad (7)$$

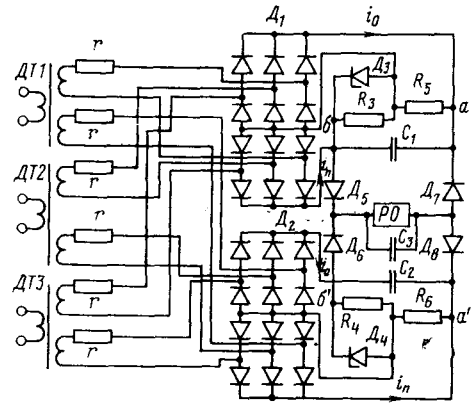


Рис. 3.

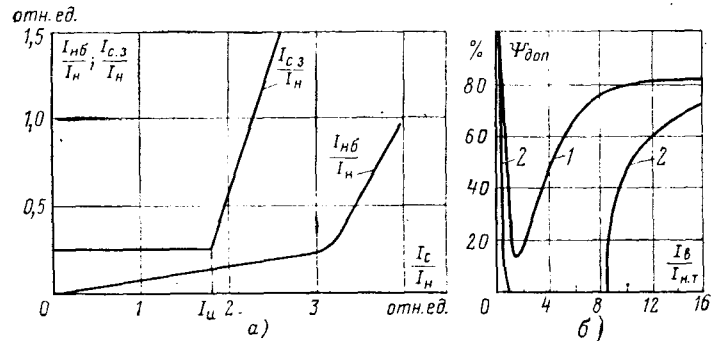


Рис. 4.

При внешних коротких замыканиях $\psi_{доп} > 80\%$ при $\alpha = \pi$ и $\psi_{доп} > 70\%$ при $\alpha = 2/3\pi$, если $I_n \geq 16I_n$.

Важным параметром настройки защиты является величина тока I_n (см. рис. 4,а), так как по условию селективности в форсированном нагрузочном режиме

$$I_{с.з} = k_n I_n (\Delta u_* + \Delta F_*), \quad (8)$$

где Δu_* — относительная величина регулирования коэффициента трансформации защищаемого трансформатора; ΔF_* — относительная величина различия вторичных токов ДТ; k_n — коэффициент запаса.

Поскольку в (8) принято, что при $I_c = I_n$ относительный ток намагничивания ТТ ϵ равен нулю, то ТТ должны выбираться по кривым предельной кратности, исходя из расчетного тока $I_p \geq 2I_n$. При $I_c \geq 2I_n$ ток срабатывания $I_{с.з}$ будет значительно больше ложного сигнала $I_c (\Delta u_* + \Delta F_* + \epsilon)$ (см. кривую 2 на рис. 4,а, рассчитанную при $\Delta u_* + \Delta F_* = 0,11$ для ТФНД-220, выбранного по $I_p = 2I_n$).

Вместе с тем защита должна быть чувствительной к внутренним коротким замыканиям при наличии токов отсоса [Л. 4]. Вопрос оценки последних весьма сложен, так как их величина зависит от соотношения мощностей синхронных и асинхронных двигателей различного напряжения, статической нагрузки, от интервала времени, в течение которого рассматривается процесс, от изменения во времени напряжения на нагрузке и т. д. [Л. 5]. Ниже приведен упрощенный анализ токов отсоса, имеющий целью показать, что даже в сложных режимах, когда нагрузка замещена эквивалентным сопротивлением обратной последовательности [Л. 5], токи отсоса имеют допустимые для рассматриваемой защиты значения.

В соответствии с [Л. 4] и с учетом сопротивления защищаемого трансформатора максимально возможное значение тока отсоса составляет $I_c = I_{отс} \approx 1,2I_n$ при $\alpha = 120^\circ$, т. е. $I_{отс}$ располагается вблизи границы зоны блокирования. Однако у трехобмоточных трансформаторов (автотрансформаторов) с одно- и двухсторонним питанием может возникнуть более тяжелый режим отсоса. При отсутствии источника питания со стороны обмотки с нулевым сопротивлением и трехфазном коротком замыкании со стороны трансформатора, где также отсутствует источник питания или отключен выключатель,

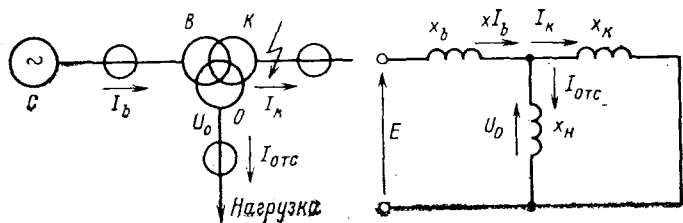


Рис. 5.

величина остаточного напряжения U_0 может быть практически любой и зависит от соотношения сопротивлений x_k и x_b (рис. 5). Здесь x_b — сумма сопротивлений питающей обмотки В защищаемого трансформатора и сопротивлений системы. В последующие моменты времени U_0 будет меняться в зависимости от изменения тока отсоса. Если U_0 таково, что асинхронные двигатели опрокинулись, то при заторможенных двигателях угол $\alpha \approx \pi$, а ток отсоса

$$I_{отс} = \frac{1}{k(x_k + x_n) + x_n} I_n \quad (9)$$

$$\text{где } k = \frac{x_b}{x_k}.$$

Анализ состава нагрузки по отраслям народного хозяйства [Л. 5 и 6] свидетельствует о том, что почти всегда при большом количестве асинхронных двигателей высокого напряжения в нагрузке большой удельный вес по мощности имеют и синхронные двигатели (21—98%). Исключение составляют газоконденсаторные станции, где асинхронные двигатели высокого напряжения могут потреблять 98% мощности. Эквивалентное реактивное сопротивление синхронных двигателей при питании со стороны 6 кВ защищаемого трансформатора $x_n = 0,17$, а при питании со стороны 35 кВ или 110 кВ $x_n = 0,21$ [Л. 5]. Такие двигатели могут опрокидываться при $U_0 = 0,6U_n$. В этом случае ток отсоса возрастает в соответствии с (9) до $3I_n$.

Наличие синхронных двигателей существенно увеличивает время подпитки точки короткого замыкания и затягивает затормаживание асинхронных двигателей. Поэтому имеет смысл рассматривать случай малого удельного веса синхронных двигателей в нагрузке при $U_0 \leq 0,5U_n$. Такая нагрузка характерна для нефтедобывающей промышленности. При 48% высоковольтных асинхронных двигателей она имеет эквивалентное реактивное сопротивление, приведенное к стороне 6 кВ, $x_n = 0,25$.

При одностороннем питании трансформатора (автотрансформатора) возможен режим, когда одновременно возникает как описанный выше вид тока, так и рассматриваемый в [Л. 4], если при двухфазном коротком замыкании на землю на стороне К (рис. 5) напряжения прямой последовательности на стороне Н снижаются до $U_{01} = (0,5—0,6)U_n$. Однако столь низкие U_{01} возможны лишь при весьма незначительных токах I_k , т. е. при большом сопротивлении x_b . Расчеты показывают, что последнее сильно снижает токи отсоса как на стороне Н, так и на стороне К. Поэтому такой режим легче, чем рассмотренный выше.

Большое влияние на выбор значения I_n может оказывать транзит мощности на одной из сторон защищаемого трансформатора, если схема первичных соединений такова, что транзитный ток I_T протекает через ТТ защиты (например, схема многоугольника). В этом случае в качестве номинального тока защищаемого объекта следует рассматривать суммарный ток $I_n + I_T$, а ток отсоса в соответствии с [Л. 4] $I_{отс} \approx 1,2I_n + 1,5I_T$. При этом $\alpha \approx 120^\circ$, т. е. вектор $I_{отс}$ лежит у границы зоны блокировки. Как видно из рис. 4,б (кривая 2), при суммарном втекающем токе $I_b \geq 8,3I_n$ любое различие между I_n и $I_{отс}$ вызовет срабатывание реле, а при $I_b = 1,6I_n$ для блокирования защиты требуется $I_{отс} \geq 0,28I_n$, т. е. $I_{отс} = 4,5(I_n + I_T)$. Разумеется, такие значения $I_{отс}$ невозможны, поэтому выбор I_n при наличии транзита определяется форсированным нагрузочным режимом. Вместе с тем следует отметить, что величина тока I_n может оказаться весьма значительной по отношению к I_b , что обусловит $I_{с.з} > 0,3I_n$.

Из изложенного следует, что величина I_n зависит от особенностей схемы включения защищаемого трансформатора и

характера его нагрузки. Целесообразно предусматривать две возможные настройки реле по величине I_n : для защиты двухобмоточных и большинства трехобмоточных трансформаторов (автотрансформаторов) — $(1,6—1,8)I_n$; для защиты трехобмоточных трансформаторов (автотрансформаторов) с одно- и двухсторонним питанием, снабжающих газоконденсаторные станции с асинхронным приводом, или трансформаторов, работающих в схемах первичных соединений с числом выключателей на цепь 1,5 или 2, при возможности транзита мощности — $(2,8—3)I_n$.

При таком выборе значений тока I_n реле будет работать как дифференциальное с торможением в случае внутреннего короткого замыкания, сопровождающегося токами отсоса. Вместе с тем, для первого вида настройки в соответствии с (8) ток $I_{с.з} = (0,25—0,4)I_n$ при любых реально возможных величинах Δu . При втором виде настройки реле с целью уменьшения тока срабатывания в характеристике срабатывания (рис. 4,а) целесообразно предусмотреть излом на горизонтальном участке при $I_{с.з} = 1,4I_n$, после которого характеристика должна иметь небольшой наклон. Тогда в выражении (8) $I_n = 1,4I_n$, а характеристика на рис. 4,б вытягивается вдоль оси $I_{с.з}$ таким образом, что ее минимум располагается около $I_b = 3I_n$. Поэтому значение тока $I_{с.з}$ не возрастает, и ток отсоса не вызывает блокирования защиты.

Описанное выше реле было исследовано с помощью АВМ на физических моделях и в производственных испытаниях. Исследования показали, что существует область значений емкостей $C1$, $C2$, обеспечивающая надежное несрабатывание защиты при внешних коротких замыканиях с большими фазовыми погрешностями ТТ и в то же время уверенное срабатывание в режимах внутренних коротких замыканий при $\alpha = 90—120^\circ$. Это позволяет при внешних коротких замыканиях использовать лишь незначительную часть тормозного сигнала, вырабатываемого блоком отстройки от броска тока намагничивания, что обуславливает столь же небольшое торможение при внутренних коротких замыканиях. Последнее обеспечивает высокое быстродействие реле. При этом искажение входного сигнала, вносимое ДТ в переходных процессах, надежно нейтрализуется действием емкостей $C1$ и $C2$. Точное согласование входных параметров реле с токами плеч защиты целесообразно осуществлять с помощью дополнительной вторичной обмотки ДТ, замкнутой на регулируемое активное сопротивление. При регулировании в пределах $\pm 20\%$ погрешность регулирования составляет около 1%. Три фазы описанного реле сконструированы в корпусе КРС-121 вместе с блокировкой от неисправности токовых цепей и токовыми блоками питания.

Рассматриваемое реле было испытано в переходных режимах с помощью установки, с достаточно высокой точностью моделирующей трехфазные броски тока намагничивания и токи короткого замыкания с постоянной времени до 0,3 с и использующей физические модели одноступенчатых и каскадных ТТ. Реле успешно прошло производственные испытания на трансформаторе укрупненного блока Красноярской ГЭС и автотрансформаторе 360 МВ·А Вухтарминской ГЭС, которые подтвердили надежную отстройку реле от бросков тока и от внешних коротких замыканий в переходных режимах. При коротком замыкании с максимальной аperiodической слагающей, имеющей постоянную времени 0,3 с, а также любых остаточных потоках в сердечниках ТТ при токе $5I_n$ и использовании одноступенчатых ТТ, время срабатывания составляет 30—35 мс. При каскадных ТТ задержка в срабатывании не превышает 1,5 периода.

Таким образом, реле, использующее сочетание дифференциального и дифференциально-фазного принципов действия, выполненное с помощью простой диодно-резисторной схемы, при токе срабатывания $(0,25—0,4)I_n$ имеет значение вторичного коэффициента чувствительности при внутреннем коротком замыкании. Свойства реле позволяют максимально снизить необходимость вмешательства обслуживающего персонала в работу защиты и дают возможность существенно повысить эксплуатационную надежность при сохранении быстродействия на достигнутом для дифференциальных защит трансформаторов уровне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дроздов А. Д. Причины неправильной работы дифференциальных защит генераторов, трансформаторов и сборных шин. — Электрические станции, 1963, № 3.
2. Багинский Л. В. К вопросу повышения надежности работы дифференциальной защиты трансформаторов и блоков

генератор-трансформатор. — В кн.: Надежность и экономичность энергосистем. Новосибирск, Наука, 1970, т. 2.

3. Дмитриенко А. М. Дифференциальная защита трансформаторов и автотрансформаторов. — Электричество, 1975, № 2.

4. Кузнецов С. Л., Кудин В. Г. Чувствительность, быстродействие и угол блокировки дифференциально-фазных защит шин. — Электрические станции, 1974, № 6.

5. Жуков В. В. Исследование влияния комплексной нагрузки на токи короткого замыкания в электрических системах: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1974. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.

6. Китушин В. Г., Хомлянская Л. Д. Состав узлов нагрузок по видам токоприемников и его определение. — Электричество, 1974, № 11.

[24.5.1977]

УДК 62-83:621.3.016.35

Анализ устойчивости астатической дискретной системы электропривода с импульсной коррекцией

Кандидаты техн. наук ТРАХТЕНБЕРГ Р. М., ХАНАЕВ А. В., инж. ГАЛАС В. П.

Ивановский энергетический институт им. В. И. Ленина

Повышение требований, предъявляемых к качественным показателям электроприводов различных машин и механизмов, приводит к необходимости поиска новых технических решений. Разработка астатических дискретных электроприводов постоянного тока (АДЭ) [Л. 1] позволила получить системы, обеспечивающие хорошие эксплуатационные характеристики.

Управление скоростью электродвигателя М (рис. 1) в функции фазового рассогласования частот эталонного генератора f_0 и датчика f_d обеспечивает электроприводу идеальный астатизм по средней скорости. Логическое устройство фазового сравнения частотных сигналов ЛУС замыкает систему по углу «в малом», исключая при этом опрокидывание регулирования и неоднозначность уставки скорости. Качественная динамика в АДЭ реализуется дискретным корректирующим устройством УК, а применение импульсного силового преобразователя СП значительно упрощает систему, исключая промежуточные преобразования сигналов. Отсутствие дополнительных инерционных звеньев, высокая частота импульсной модуляции и низкий уровень шумов в частотных сигналах позволяет получить в АДЭ высокое качество динамики.

Физическая картина процессов, протекающих в АДЭ, проста, но их математическое описание с учетом существенных особенностей системы (широтно-импульсной модуляции ПИ рода и многозначной логической нелинейности) не позволяет пока получить простые и удобные методы анализа динамики, необходимые в инженерной практике. В статье на основе теории импульсных систем [Л. 2] определяются условия устойчивости АДЭ с учетом наиболее распространенной дискретной фазовой коррекции.

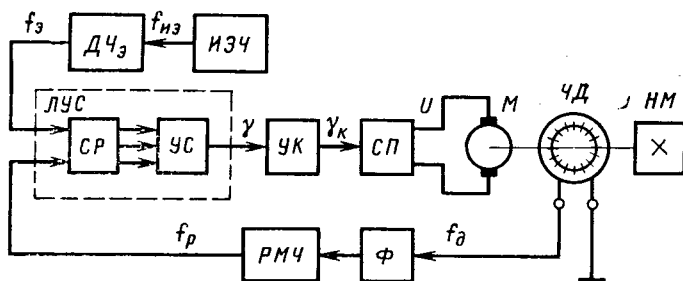


Рис. 1. Функциональная схема электропривода.

ИЭЧ — источник эталонной частоты; ДЧЗ — делитель эталонной частоты; ЛУС — логическое устройство сравнения импульсных сигналов; СР — схема разделения последовательностей импульсов (осуществляет запрет одновременно пришедших импульсов); УС — устройство фазового сравнения импульсных сигналов; УК — дискретное корректирующее устройство; СП — импульсный силовой преобразователь; М — электродвигатель постоянного тока; ЧД — частотный датчик скорости; Ф — формирователь сигнала датчика; РМЧ — регулятор масштаба частоты (умножитель, делитель); НМ — нагрузочный механизм.

Модель АДЭ (рис. 2), описывающая процессы с учетом широтно-импульсной модуляции ПИ рода, справедлива при работе устройства сравнения в линейной зоне, наличии режима непрерывных токов в якоре, а также постоянстве задания и возмущения. Линейность модели двигателя и фазового интегратора позволяет использовать принцип суперпозиции и рассматривать отдельно составляющие квазиустановившегося режима и отклонений от него. Полученная модель имеет нелинейный формирующий элемент ФЭ, который для дальнейшего анализа необходимо линеаризовать:

$$W_{\Phi, \varepsilon}(p) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{k_{\Phi}}{\Delta T} \frac{1 - e^{-p \Delta T_{\Phi, \varepsilon}}}{p} = k_{\Phi} T_{\varepsilon}. \quad (1)$$

При этом АДЭ в малых отклонениях сводится к амплитудно-импульсной системе с мгновенными импульсами. Передаточная функция приведенной непрерывной части без учета коррекции

$$W_{\text{п.н.ч}}(q) = \frac{1}{\omega^* (q_1 - q_2)} \left(\frac{q_1 - q_2}{q} + \frac{q_2}{q - q_1} - \frac{q_1}{q - q_2} \right), \quad (2)$$

где

$$q_{1,2} = T_{\varepsilon} p_{1,2} = -\frac{1}{2\tau_{\varepsilon}} \pm \sqrt{\frac{1}{4(\tau_{\varepsilon})^2} - \frac{1}{\tau_{\varepsilon} \tau_m}}; \quad \tau_{\varepsilon} = \frac{T_{\varepsilon}}{\omega^*};$$

$$\tau_m = \frac{T_m}{\omega^*}; \quad \omega^* = \frac{1}{k_1 T_{\varepsilon}} \text{ — заданная угловая скорость, отн. ед.};$$

$$k_1 = k_{\Phi} k_d k_f.$$

Передаточная функция разомкнутой импульсной системы с учетом относительного запаздывания γ_0 , вносимого дискретным корректирующим устройством,

$$W^*(q, 0) = e^{-q \gamma_0} W^*(q, 1 - \gamma_0) = \frac{1}{\omega^* (q_1 - q_2)} \left[\frac{q_1 - q_2}{e^q - 1} + q_2 \frac{e^{q_1(1-\gamma_0)}}{e^q - e^{q_1}} - q \frac{e^{q_2(1-\gamma_0)}}{e^q - e^{q_2}} \right]. \quad (3)$$

Положив в (3) $q = j\bar{\omega}$ ($\bar{\omega} = \omega T_{\varepsilon}$), получим частотную характеристику разомкнутой системы:

$$W^*(j\bar{\omega}) = \frac{1}{2\omega^* (q_1 - q_2)} \left\{ \left[(q_1 - q_2) \frac{\cos \bar{\omega} - 1}{1 - \cos \bar{\omega}} + q_2 e^{-q_1 \gamma_0} \frac{\cos \bar{\omega} - e^{q_1}}{\operatorname{ch} q_1 - \cos \bar{\omega}} - q_1 e^{-q_2 \gamma_0} \frac{\cos \bar{\omega} - e^{q_2}}{\operatorname{ch} q_2 - \cos \bar{\omega}} \right] - j \sin \bar{\omega} \left(\frac{q_1 - q_2}{1 - \cos \bar{\omega}} + \frac{q_2 e^{-q_1 \gamma_0}}{\operatorname{ch} q_1 - \cos \bar{\omega}} - \frac{q_1 e^{-q_2 \gamma_0}}{\operatorname{ch} q_2 - \cos \bar{\omega}} \right) \right\}. \quad (4)$$

Работа дискретной фазовой коррекции заключается в получении 1-й разности сигнала с ЛУС и введении ее в сигнал управления. Действие УК описывается уравнением

$$\Delta \gamma_k[n] = \Delta \gamma[n] + k_{\gamma} (\Delta \gamma[n] - \Delta \gamma[n-1]), \quad (5)$$

а его передаточная функция имеет вид

$$W^*(q) = 1 + k_{\gamma} (1 - e^{-q}). \quad (6)$$

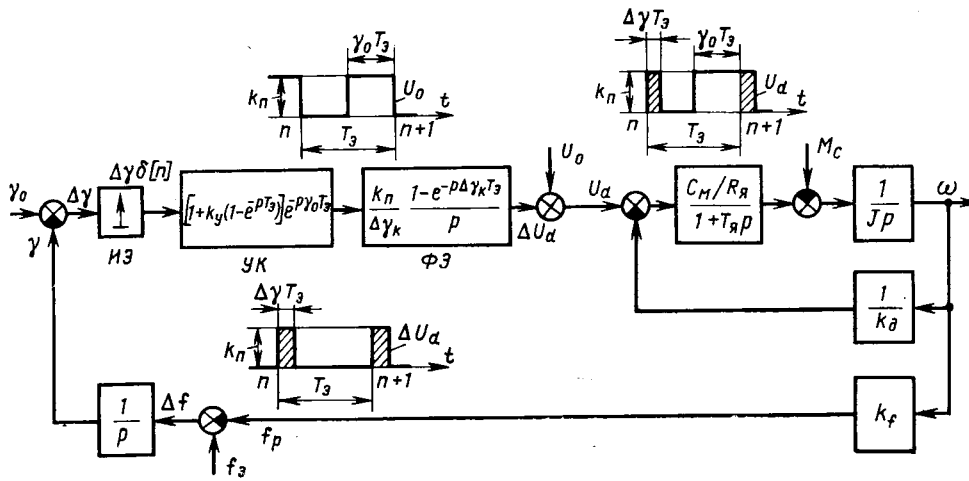


Рис. 2. Структурная схема электропривода.

ИЭ — импульсный элемент; ФЭ — формирующий элемент; Δf — ошибка регулирования по частоте; ω — угловая скорость двигателя; M_c — момент нагрузки; γ — скважность широтно-модулированного сигнала с выхода устройства сравнения; U_0 — установившееся значение скважности; U_K — скорректированное значение скважности; $\Delta \gamma$ — отклонение скважности; U_d — выходное напряжение импульсного силового преобразователя; U_0 — выходное напряжение преобразователя в квазистационарном режиме; k_n — напряжение источника питания силового преобразователя;

$$k_d = \frac{1}{C_e}; \quad R_n \text{ — активное сопротивление}$$

якорной цепи; k_y — коэффициент коррекции; k_f — коэффициент передачи частотного датчика; J — момент инерции двигателя и нагрузки; T_n — электромагнитная постоянная времени двигателя; $T_s = \frac{1}{f_s}$

период квантования; $\tau = \frac{t}{T_n}$ — относительное время.

Частотная характеристика дискретного корректирующего устройства

$$W^*_k(j\omega) = 1 + k_y(1 - \cos \omega) + j \sin \omega k_y. \quad (7)$$

С учетом (4) получим частотную характеристику всей разомкнутой импульсной системы АДЭ:

$$W^*_0(j\omega) = W^*_k(j\omega) W^*_1(j\omega) = \operatorname{Re} [W^*_0(j\omega)] + j \operatorname{Im} [W^*_0(j\omega)],$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} [W^*_0(j\omega)] &= \frac{1}{2\omega^*_3(q_1 - q_2)} \left(\frac{q_1 - q_2}{1 - \cos \omega} \right) \times \\ &\times \{ [1 + k_y(1 - \cos \omega)] (\cos \omega - 1) + k_y \sin^2 \omega \} + \\ &+ \frac{q_2 e^{-q_1 \tau_0}}{\operatorname{ch} q_1 - \cos \omega} \{ [1 + k_y(1 - \cos \omega)] (\cos \omega - e^{q_1}) + k_y \sin^2 \omega \} - \\ &- \frac{q_1 e^{-q_2 \tau_0}}{\operatorname{ch} q_2 - \cos \omega} \{ [1 + k_y(1 - \cos \omega)] (\cos \omega - e^{q_2}) + k_y \sin^2 \omega \}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} [W^*_0(j\omega)] &= -\frac{1}{4\omega^*_3 k_y (q_1 - q_2)} \sin \omega \left\{ \frac{q_1 - q_2}{1 - \cos \omega} \left(\frac{2k_y + 1}{2k_y} - \right. \right. \\ &- \left. \left. \cos \omega \right) + \frac{q_2 e^{-q_1 \tau_0}}{\operatorname{ch} q_1 - \cos \omega} \left[\frac{k_y(1 - e^{q_1}) + 1}{2k_y} - \cos \omega \right] - \right. \\ &- \left. \frac{q_1 e^{-q_2 \tau_0}}{\operatorname{ch} q_2 - \cos \omega} \left[\frac{k_y(1 + e^{q_2}) + 1}{2k_y} - \cos \omega \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Воспользуемся аналогом критерия Найквиста. Из уравнения

$$\operatorname{Im} [W^*_0(j\omega)] = 0 \quad (10)$$

найдем частоты $\bar{\omega}_{гр}$, при которых годограф $W^*_0(j\omega)$ пересекает действительную ось. Из соотношения

$$\operatorname{Re} [W^*_0(j\omega)] > -1, \quad \bar{\omega} = \bar{\omega}_{гр} \quad (11)$$

получим границы области устойчивости.

Одна из границ для случая $\omega_{гр1} = \pi$ может быть получена в явной форме:

$$\omega^*_{з, гр1} = \frac{(1 + 2k_y) \left[q_2 \left(1 - \frac{e^{q_1(0,5-\gamma)}}{\operatorname{ch} 0,5q_1} \right) - q_1 \left(1 - \frac{e^{q_2(0,5-\gamma)}}{\operatorname{ch} 0,5q_2} \right) \right]}{2(q_2 - q_1)} \quad (12)$$

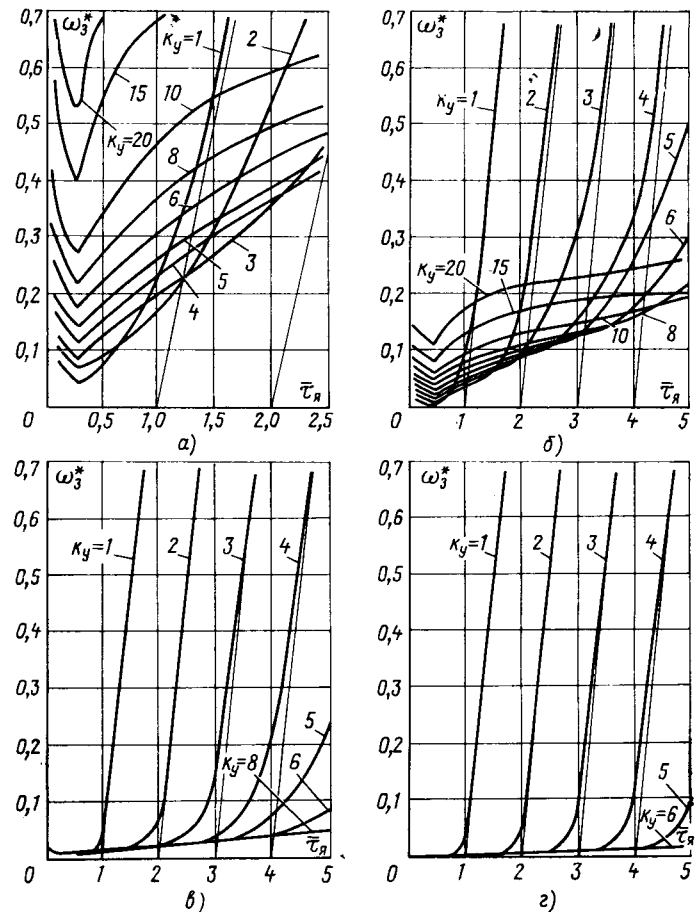


Рис. 3. Результаты расчета границ устойчивости АДЭ.

а — $\tau_m = 10$; б — $\tau_m = 50$; в — $\tau_m = 200$; г — $\tau_m = 1000$.

Другая граница определяется решением трансцендентных уравнений (10) относительно $\cos \omega_{з, гр2}$ и (11) относительно $\omega_{з, гр2}$.

Оценим устойчивость системы при $T_s \rightarrow 0$. Для этого вернемся к абсолютным значениям параметров $k_\omega = k_y/f_s$, ω , ω_3 , $q_{1,2}$ и в соответствии с условием (10) получим:

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \operatorname{Im} [W^*_0(j\omega, 0)] = \frac{k_1 p_1 p_2}{\omega(p^2_1 + \omega^2)(p^2_2 + \omega^2)} \times \times \{ \omega^2 [1 + k_\omega(p_1 + p_2)] - p_1 p_2 \} = 0, \quad (13)$$

откуда

$$\omega_{\text{гр}} = \frac{p_1 p_2}{1 + k_{\omega}(p_1 + p_2)}. \quad (14)$$

Подставляя в (11) значение ω из (14), получаем:

$$\lim_{T_{\Sigma} \rightarrow 0} \operatorname{Re} [W^*(j\omega, 0)] = k_1 \frac{1 + k_{\omega}(p_1 + p_2)}{p_1 + p_2} > -1. \quad (15)$$

Принимая во внимание, что $p_1 + p_2 = -\frac{1}{T_{\Sigma}}$, из (15) получаем условие устойчивости:

$$k_{\omega} > T_{\Sigma} - \frac{1}{k_1}, \quad (16)$$

или в безразмерных параметрах

$$\omega^*_{\Sigma} > \tau_{\Sigma} - k_{\Sigma}, \quad (17)$$

что совпадает с результатами исследования непрерывной модели АДЭ [Л. 1].

Результаты расчета по полученным выше соотношениям границ устойчивости АДЭ с учетом коррекции для различных электромеханических постоянных τ_m и коэффициентов коррекции k_{Σ} , выполненные с помощью ЦВМ, приведены на рис. 3. Здесь же нанесены прямые по уравнению (17). Как видно, анализ системы для параметров $\tau_{\Sigma} > 0,5$; $\tau_m > 100$, которые типичны для маломощных прецизионных приводов, может ориентировочно выполняться на основе простых зависимостей непрерывного приближения. Однако при работе на низких скоростях требуется учет импульсной модуляции.

Экспериментальная проверка результатов анализа устойчивости АДЭ в малом с учетом дискретности на макете электропривода с двигателем Д-25 ($T_{\Sigma} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ с; $T_m = 0,43$ с; $f_{\Sigma} = 500$ Гц), показала хорошее совпадение опытных и расчетных границ устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трахтенберг Р. М. Астатические дискретные системы электропривода постоянного тока. — Электричество, 1972, № 4.
2. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М.: Физматгиз, 1963.

[16.3.1977]

УДК 62-83:621.382.233.026

Тиристорный электропривод постоянного тока с неизменным максимальным коэффициентом мощности

Кандидаты техн. наук КАРИБОВ С. И., ГАРЕВСКИЙ В. Н.
и инженеры КАЧЛИШВИЛИ И. Н., СИГУА Т. П.

Тбилиси, Новосибирск

Развитие техники полупроводников позволило создать всевозможные преобразователи переменного тока в постоянный и наоборот. Обладая неоспоримыми преимуществами перед электромашинными преобразователями, они нашли широкое применение в электроприводах почти всех отраслей народного хозяйства. Вместе с тем, до относительно недавнего времени, пока вторичные мощности (мощности нагрузок) были незначительными по сравнению с первичными, основным энергетическим показателем таким, как к. п. д. и коэффициент мощности должного внимания не уделялось.

В настоящее время из-за возросшей большой доли тиристорных преобразователей в значительной степени искажается форма кривой сетевого напряжения, что приводит к ухудшению качества электроэнергии. Достаточно напомнить что, как в глубокорегулируемых, так в частично-регулируемых электроприводах постоянного тока, непрерывная циркуляция между источником и нагрузкой реактивного тока, соответствующего основной гармонике сетевого тока, а также высших гармоник, сопровождается большими активными потерями в токопроводящих приводах и в самих преобразователях. Другим отрицательным влиянием преобразователя на сеть является резкое изменение напряжения (толчки) в питающей сети.

С этой точки зрения представляет большой интерес исследование возможности плавного глубокого регулирования выпрямленного напряжения в приводах постоянного тока с минимальным искажением формы кривой сетевого тока, а также сохранения неизменного минимального угла сдвига фазы между током и напряжением.

В настоящее время вопросу улучшения формы кривой сетевого тока и увеличения коэффициента мощности в тиристорных приводах постоянного тока посвящено достаточно много работ (поэтому в статье не даются ссылки на обширный список литературы).

Вместе с тем, как в отечественной, так и в зарубежной литературе нет работ, где при плавном регулировании напряжения преследовалась цель сохранения минимального не-

изменного угла сдвига между током и напряжением и минимального искажения кривой сетевого тока¹.

В настоящей статье предлагается способ регулирования напряжения применительно к трехфазной сети. С нашей точки зрения мероприятия, направленные на улучшение основных энергетических показателей преобразователей и уменьшение их воздействия на питающую сеть, должны быть реализованы следующим образом:

для существующих тиристорных преобразователей обязательно должны разрабатываться специальные компенсирующие устройства с плавным регулированием значения и фазы

¹ Схема плавного регулирования выпрямленного напряжения применительно к однофазной сети переменного тока, когда коэффициент мощности сохраняется максимальным и неизменным, приводится в статье: Карибов С. И., Симонян В. Р. Способ регулирования выпрямительного напряжения с максимальным, неизменным коэффициентом. — Электричество, 1976, № 10, с. 71—73.

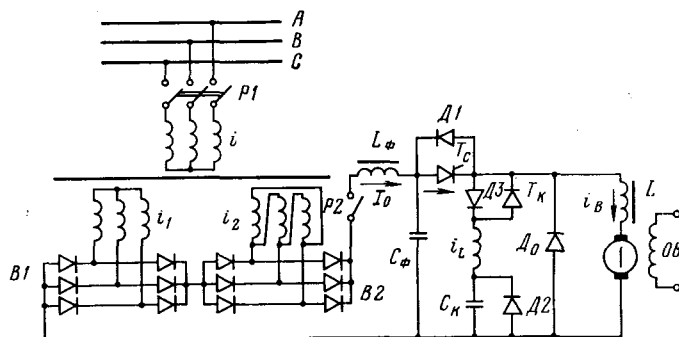


Рис. 1. Принципиальная схема электропривода постоянного тока с неизменным максимальным коэффициентом мощности.

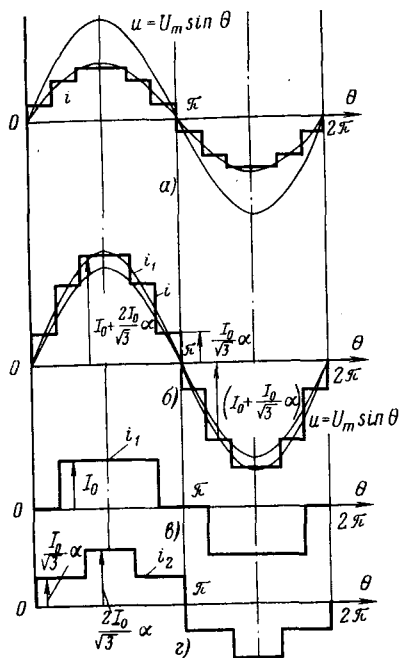


Рис. 2. Диаграммы первичных токов и напряжений схемы рис. 1.

реактивного тока и фильтры гармоник;

во вновь разрабатываемых тиристорных электроприводах регулирование должно осуществляться таким образом, чтобы минимально искажалась форма кривой сетевого тока, а также сохранялся минимальный неизменный угол сдвига между током и напряжением.

Принципиальная схема предлагаемого привода постоянного тока показана на рис. 1. Из схемы видно, что двигатель постоянного тока питается от двух-трехфазных выпрямителей В1 и В2, получающих питание от вторичных обмоток трехфазного трансформатора (могут быть и другие комбинации: например, два трансформатора, соединенные в Δ и т. д.).

Благодаря такому сочетанию вторичных обмоток первичный ток, представляющий сумму вторичных токов (для приведенного трансформатора), имеет форму, показанную для идеализированного тока на рис. 2, а и б.

Токи вторичных обмоток трансформатора i_1 и i_2 для случая идеального трансформатора и питания прерывателя от фильтра бесконечной мощности показаны на рис. 2, в и г.

По мере плавного увеличения напряжения на зажимах нагрузки (при постоянном токе нагрузки) и, следовательно, мощности нагрузки, во всем диапазоне регулирования меняется только лишь амплитуда первичного тока i .

При обозначениях, принятых на рис. 2, выражение для амплитуды k -й гармоники тока будет:

$$I_{mk} = \frac{4I_0}{\pi k} \sin \frac{\pi}{3} k \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \alpha \cos k \frac{\pi}{6} \right], \quad (1)$$

где α — коэффициент трансформации, определяемый по оптимальной форме результирующего тока; k — порядковый номер гармоники.

Из выражения (1) следует, что первичный ток, кроме первой гармоники, также содержит гармоники, начиная с одиннадцатой.

Относительное значение амплитуды высшей гармоники равно $\frac{1}{k}$.

Выражение для коэффициента мощности:

$$k_m = \frac{3}{\pi} \frac{1 + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \sqrt{3}\alpha + 1}}. \quad (2)$$

Взяв $\frac{\partial k_m}{\partial \alpha}$ и приравняв к нулю, найдем оптимальное зна-

чение α , при котором коэффициент мощности имеет максимальное значение. При этом $\alpha=1$, а максимальное значение коэффициента мощности равно 0,99.

Плавное регулирование напряжения на зажимах двигателя в схеме рис. 1 осуществляется с помощью прерывателя, состоящего из главного тиристора T_c , коммутрующих тиристора T_k , дросселя L_k , конденсатора C_k и вспомогательных диодов $D1, D2$.

Рассмотрим работу этого прерывателя в установившемся режиме при общепринятых допущениях, принимаемых для анализа подобных схем. Для большей наглядности в отдельных случаях будем принимать во внимание лишь только падение напряжения на диодах и тиристорах.

В начале интервала $0 \leq \theta \leq \theta_1$, управляющий импульс подается на силовой тиристор T_c . Через открытый тиристор T_c , диод $D3$, к нагрузке прикладывается напряжение конденсатора фильтра U . Одновременно с этим происходит заряд конденсатора C_k по цепи $T_c - D3 - L_k - C_k$.

При пренебрежении активными потерями цепи зарядки конденсатора напряжение на его зажимах и ток заряда соответственно будут равны:

$$u_c = u(1 - \cos \omega_0 t); \quad (3)$$

$$i_c = i_L = u \sqrt{\frac{C_k}{L_k}} \sin \omega_0 t, \quad (4)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_k L_k}}$ — угловая частота коммутующего контура.

В конце интервала θ_1 напряжение на конденсаторе достигает значения $2u$, а ток станет равным нулю. В начале

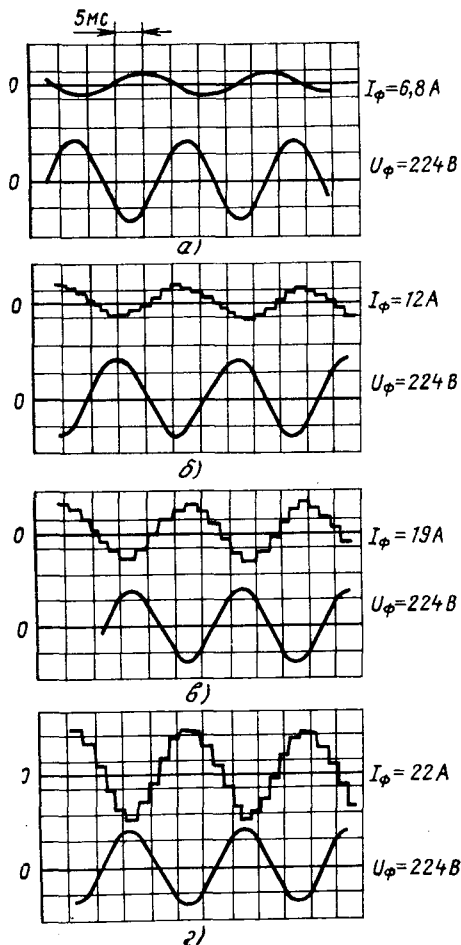


Рис. 3. Осциллограммы фазных тока и напряжения при различных мощностях нагрузки ($\alpha = \sqrt{3}$).

интервала $0 \leq \theta \leq \theta_3$ управляющий импульс подается на коммутирующий тиристор T_k . Благодаря этому становится возможным разряд коммутирующего конденсатора на фильтр по цепи $C_k - T_k - D1 - C_\phi$.

Выражения для напряжения на конденсаторе и тока запишутся в виде:

$$u_c = u(1 + \cos \omega_0 t); \quad (5)$$

$$i_c = -u \sqrt{\frac{C_k}{L_k}} \sin \omega_0 t. \quad (6)$$

В конце интервала θ_3 , когда значение тока разряда конденсатора станет равным мгновенному значению выпрямленного тока i_b , ток через силовой тиристор прекратится. Далее, ток конденсатора увеличивается и в середине интервала θ_4 достигает своего максимального значения. В последующем ток начинает уменьшаться и по мере его уменьшения одновременно происходит и уменьшение напряжения на конденсаторе C_k .

В течение этого интервала к тиристорам T_c прикладывается обратное напряжение, равное падению напряжения на диод $D1$.

Выражение для времени восстановления тиристора:

$$t_{\text{восст}} = \sqrt{L_k C_k} (\pi - 2 \arcsin x), \quad (7)$$

$$\text{где } x = \frac{i_{b \max}}{I_m} = \frac{I_b}{u \sqrt{\frac{C_k}{L_k}}} - \text{коэффициент нагрузки.}$$

Наиболее целесообразное его значение лежит в пределах $0,6 \leq x \leq 0,65$; $i_{b \max}$ — наибольшее значение пульсирующего выпрямленного тока.

Далее в течение интервала θ_5 происходит разряд конденсатора на нагрузку. Из-за большой постоянной времени цепи нагрузки ток меняется незначительно, поэтому напряжение на конденсаторе в этом интервале меняется по прямой линии.

В интервале θ_6 , когда напряжение конденсатора будет отрицательным и равным по значению падению напряжения на диоде $D2$, ток нагрузки замыкается через диод D_0 , и

энергия, накопленная в цепи коммутирующего дросселя L_k , рассеивается по контуру $L_k - T_k - D_0 - D_2$.

Для этого интервала имеет место уравнение

$$\omega L_k \frac{di_c}{d\theta} + i_c R = 0, \quad (8)$$

где R — эквивалентное активное сопротивление этого контура; ω — угловая частота питающей сети.

Из (8) для тока в этом интервале

$$i_c = i_b(\theta_5) e^{-\frac{R}{\omega L_k} \theta}, \quad (9)$$

$i_b(\theta_5)$ — мгновенное значение тока в конце интервала θ_5 .

В следующем полупериоде процесс протекает аналогичным образом. Экспериментальные исследования макетного образца мощностью около 15 кВт, показали полную сходимость теоретических кривых с реальными (рис. 3).

Экспериментально исследовались зависимости полной активной мощности и коэффициента мощности от степени регулирования.

Как и предполагалось, коэффициент мощности во всем диапазоне регулирования напряжения остается неизменным и максимальным. Некоторое расхождение между значением коэффициента мощности, вычисленным по (2), и экспериментальным объясняется наличием индуктивности рассеяния преобразовательного трансформатора.

В заключение необходимо отметить перспективность данного способа регулирования выпрямленного напряжения в глубокорегулируемых приводах постоянного тока, питающихся от трехфазной сети переменного тока. Внедрение аналогичных выпрямителей значительно повысит качество электроэнергии.

Что же касается массо-габаритных показателей дополнительного оборудования, состоящего из прерывателя постоянного тока (тириستоров, диодов, дросселей и конденсатора), то такие регуляторы просты и недороги. Достаточно напомнить, что в настоящее время на базе аналогичных регуляторов эксплуатируются электровозы постоянного тока мощностью более 5000 кВт.

[28.3.1977]



УДК 621.313.013.001.24

Расчет магнитного поля в зубцовой зоне электрической машины с учетом токов в пазах

Канд. техн. наук ОСНОВИЧ Л. Д., инж. ОСНОВИЧ В. Л.

Новосибирский электротехнический институт связи

Для оптимального проектирования высокоиспользованных электрических машин необходим достаточно точный расчет магнитного поля в зубцовой зоне. При этом для правильного определения потока и индуктивности пазового рассеяния, добавочных потерь в проводниках и зубцах нужно учитывать конечную глубину паза и реальное распределение тока в пазу. Если рассматривать машину при условии, что ширина зубца значительно больше воздушного зазора $b_z \gg \delta$, то, учитывая только одностороннюю зубчатость, получаем расчетную область поля вблизи паза, показанную на рис. 1, а; паз заполнен проводниками с током.

В дальнейшем будем рассматривать однослойную обмотку при средней плотности тока в пазу J . Случай многослойной обмотки рассчитывается аналогично. Токи учтем только в одном из сердечников, например, в статоре, что соответствует холостому ходу. Токи другого сердечника можно учесть аналогично и применить суперпозицию. Магнитное поле в области паза, занятой током, описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Если принять $\mu_{\text{ст}} = \infty$, то на контуре расчетной области, граничащем со сталью, касательная составляющая напряженности поля $H_t = 0$. Такая задача решалась многими при тех или иных упрощениях: без учета токов в пазу и при $h_n = \infty$ [Л. 1] или конечной глубине паза [Л. 2], при косвенном учете токов в пазу путем введения разности потенциалов между соседними зубцами и $h_n = \infty$ [Л. 3]. Между тем без особого усложнения эту задачу можно решить точно, что необходимо как для оценки погрешности упрощенных методов, так и для правильного расчета величин, определяемых полем в пазу: потока рассеяния паза, индуктивности рассеяния и т. д., на которые упомянутые упрощения влияют особенно сильно.

Точное решение поставленной задачи можно получить методом конформных отображений, для чего необходимо расчетное поле привести к безвихревому. С учетом [Л. 4] будем искать решение в виде

$$\vec{H} = \vec{H}_n + \vec{H}_v, \quad (2)$$

где $\vec{H}_n = -\operatorname{grad} \varphi_n$ — потенциальная составляющая \vec{H} , являющаяся решением уравнений (1) при $J = 0$; $\vec{H}_v = I(h_n - y) \vec{e}_x$ — вихревая составляющая \vec{H} , являющаяся частным решением уравнений (1) для области $J \neq 0$.

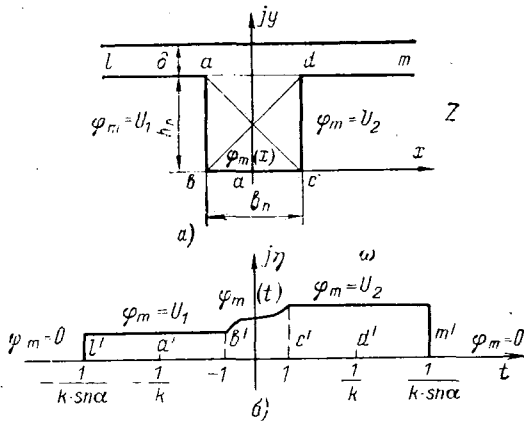


Рис. 1. Расчетная область поля в Z -плоскости (а) и конформное отображение расчетной области в Z -плоскости на верхнюю полуплоскость ω (б).

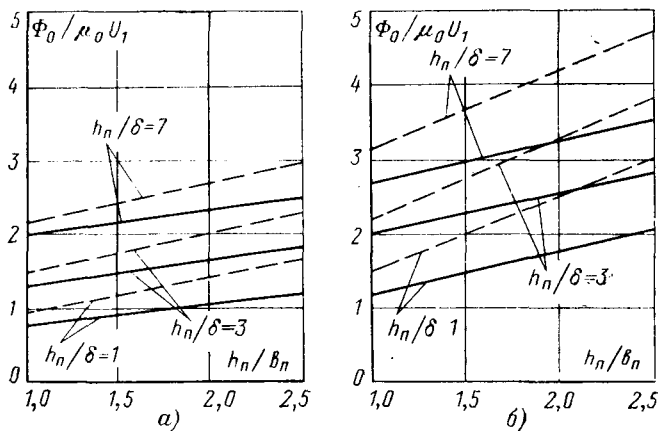


Рис. 2. Зависимость потока через боковую грань зубца от геометрии паза при $U_2/U_1=1,5$ (а) и $U_2/U_1=2$ (б).

— по точным формулам; --- по формулам [Л. 3].

Скалярный магнитный потенциал φ_m будет удовлетворять уравнению Лапласа $\nabla^2 \varphi_m = 0$. Граничные условия для потенциала φ_m получаются из (2) с учетом того, что на всей границе области рис. 1, а

$$H_t = H_{tл} + H_{тв} = 0. \quad (3)$$

На участке bc ($y=0$) условие (3) примет вид:

$$-\frac{\partial \varphi_m}{\partial x} + J h_n = 0$$

или

$$\varphi_m = J h_n x + C.$$

На остальных участках границы из условия (3) следует, что $\varphi_m = \text{const}$. С учетом непрерывности φ_m получим следующие граничные условия:

Участок границы	lm	lab	cdm	bc
Потенциал	$\varphi_m=0$	$\varphi_m=U_1$	$\varphi_m=U_1 + J b_n h_n = U_2$	$\varphi_m = J h_n x + (U_1 + U_2)/2$

Определив φ_m и \bar{H}_n , получим точное решение для области воздушного зазора, при этом граничные условия для φ_m соответствуют часто принимаемому в литературе случаю, когда катушка с током заменяется бесконечно тонкой; только располагать ее нужно не на поверхности зубца, а на дне паза. Разность потенциалов зубцов равна полному току в пазу. Потенциал U_1 определяется суммой токов в пазах между этим зубцом и тем, потенциал которого равен нулю.

Напряженность поля в пазах, как следует из (2), получается, если к найденному \bar{H}_n добавить \bar{H}_n . Для определения φ_m конформно отобразим область поля в плоскости Z (рис. 1, а)

на верхнюю полуплоскость ω (рис. 1, б) при соответствии точек, указанном на этом рисунке. Соответствующее решение получено в [Л. 2]. После несущественных преобразований этого решения получим:

$$Z = \frac{2\delta}{\pi} \frac{\text{sn } \alpha \text{ dn } \alpha}{\text{cn } \alpha} \int_0^\omega \frac{V \sqrt{1-k^2 \omega^2}}{(1-\omega^2 k^2 \text{sn}^2 \alpha) V \sqrt{1-\omega^2}} d\omega, \quad (4)$$

где $\text{sn } \alpha$, $\text{dn } \alpha$, $\text{cn } \alpha$ — эллиптические функции Якоби с модулем k .

Интеграл в (4) выражается через эллиптические интегралы [Л. 5 и 6]. Параметры k и α определяют из системы уравнений [Л. 2]*:

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_n}{\delta} &= \frac{4}{\pi} K \left[\frac{\text{sn } \alpha \text{ dn } \alpha}{\text{cn } \alpha} - \text{Zn}(\alpha) \right]; \\ \frac{h_n}{\delta} &= \frac{2}{\pi} K' \left[\frac{\text{sn } \alpha \text{ dn } \alpha}{\text{cn } \alpha} - \text{Zn}(\alpha) \right] - \frac{\alpha}{K}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\text{Zn}(\alpha)$ — дзета-функция Якоби [Л. 7]; K , K' — полные эллиптические интегралы 1-го рода соответственно модулей k и $k' = \sqrt{1-k^2}$.

Дальнейшее решение будем проводить с учетом того, что в электрических машинах, как правило, $b_n \gg \delta$ и $h_n > b_n$, чему соответствует $k \ll 1$ и $\text{sn } \alpha \approx 1$. Используя разложение эллиптических функций в ряд [Л. 5], можно (4) и (5) значительно упростить:

$$z = \frac{b_n}{\pi} \int_0^\omega \frac{V \sqrt{1-k^2 \omega^2}}{(1-\omega^2 k^2 \text{sn}^2 \alpha) V \sqrt{1-\omega^2}} d\omega; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \text{arctg} \left(0,5 \frac{b_n}{\delta} \right); \\ k &= 4 \exp \left(\frac{2\delta \alpha}{b_n} + \frac{\pi h_n}{b_n} \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для расчета поля в плоскости ω необходимо пересчитать закон изменения потенциала на границе области z в соответствующие точки действительной оси плоскости ω . Участку bc границы плоскости z соответствует участок $-1 < \omega = t < 1$ действительной оси, при этом из (6) можно получить (см. приложение):

$$x(t) = \frac{b_n}{\pi} \left[V \sqrt{2(1+t)} - V \sqrt{2(1-t)} + \frac{\pi-4}{2} t \right], \quad (8)$$

тогда для $-1 < t < 1$

$$\varphi(t) = \frac{U_2 - U_1}{\pi} \left[V \sqrt{2(1+t)} - V \sqrt{2(1-t)} + \frac{\pi-4}{2} t \right] + \frac{U_1 + U_2}{2}. \quad (9)$$

На остальных участках действительной оси значения потенциала постоянны.

Комплексный потенциал поля на плоскости ω , вещественная часть которого есть функция потока ψ , а мнимая равна φ_m , выражается интегралом Шварца:

$$W_n(\omega) = \psi + j\varphi_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_m(t)}{t-\omega} dt. \quad (10)$$

Вычислив соответствующий интеграл, получим:

$$W_n(\omega) = \frac{U_1}{\pi} \ln \frac{\omega - \frac{1}{k \text{sn } \alpha}}{\omega + \frac{1}{k \text{sn } \alpha}} + \frac{U_2 - U_1}{\pi^2} \left[V \sqrt{2(1-\omega)} \left(\ln \frac{V \sqrt{2} - V \sqrt{1-\omega}}{V \sqrt{2} + V \sqrt{1-\omega}} - j\pi \right) + \right.$$

* В уравнениях (5) [Л. 2] ошибочно стоят обратные знаки.

$$+ \sqrt{2(\omega+1)} \ln \frac{\sqrt{\omega+1} - \sqrt{2}}{\sqrt{\omega+1} + \sqrt{2}} + \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi-4}{2} \omega \right) \times \\ \times \ln \frac{\omega-1}{\omega+1} + \pi \ln \frac{\omega - \frac{1}{k \sin \alpha}}{\omega-1} + \pi + 4 \Big]. \quad (11)$$

Потенциальную составляющую напряженности магнитного поля, совпадающую с действительной напряженностью поля в воздушном зазоре, найдем в относительных единицах из выражения

$$\bar{H}^0_{\pi} = \frac{\bar{H}_{\pi}}{U_1/\delta} = -j\bar{M}, \quad (12)$$

где \bar{M} — комплекс, сопряженный производной dW_{π}/dz и выраженный в относительных единицах;

$$M = \frac{\delta}{b_{\pi}} \sqrt{\frac{1-\omega^2}{1-k^2\omega^2}} \left(\frac{U_2}{U_1} - 1 \right) \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\pi} (1 - \omega^2 k^2 \sin^2 \alpha) \times \right. \\ \times \left[\frac{1}{\sqrt{2(\omega+1)}} \ln \frac{\sqrt{\omega+1} - \sqrt{2}}{\sqrt{\omega+1} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2(1-\omega)}} \times \right. \\ \times \left. \left(\ln \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1-\omega}}{\sqrt{2} + \sqrt{1-\omega}} - j\pi \right) + \frac{\pi-4}{2} \ln \frac{\omega-1}{\omega+1} \right] - \\ \left. - k \sin \alpha (1 + \omega k \sin \alpha) - \frac{2k \sin \alpha}{\frac{U_2}{U_1} - 1} \right\}. \quad (13)$$

Напряженность поля в области паза найдем, добавив вихревую составляющую. Представив ее как комплекс и переходя к относительным единицам, получим для области паза:

$$\bar{H}^0 = \frac{\bar{H}_{\pi} + \bar{H}_{\alpha}}{U_1/\delta} = -j\bar{M} + \\ + \frac{\delta}{b_{\pi}} \left(\frac{U_2}{U_1} - 1 \right) (1 - y/h_{\pi}). \quad (14)$$

По (12)–(14) можно определить напряженность поля в любой точке ω . Соответствующее этому ω значение z определяется из (6) при k и α , которые для заданных $b_{\pi}/\delta \gg 1$ и $h_{\pi}/b_{\pi} > 1$ находят из (7).

По полученным точным формулам и приближенным [Л. 3], учитывающим ток в пазу введением разных потенциалов зубцов при $h_{\pi} = \infty$, были рассчитаны напряженности поля на гладкой поверхности и магнитного потока из боковой стенки зубца для тех же соотношений размеров и U_2/U_1 , что и в [Л. 3]. Как и следовало ожидать, распределение напряженности поля на гладкой поверхности в [Л. 3] практически совпадает с точным решением, так как при $h_{\pi}/b_{\pi} > 1$ конечная глубина паза и закон распределения потенциала вдоль его основания почти не влияют на поле в зазоре. Значения магнитного потока из боковой стенки зубца по точным формулам и по [Л. 3] значительно отличаются, погрешность может пре-

вышать 50%. Кривые потока из боковой стенки зубца с потенциалом U_2 по точным формулам и по [Л. 3] приведены на рис. 2. По формулам [Л. 3] определялся поток между углом зубца и точкой, соответствующей высоте h_{π} .

Приложение. Для пересчета линейного закона изменения потенциала на участке bc плоскости z на действительную ось плоскости ω при $-1 \leq \omega = t \leq 1$ упростим выражение (6) с учетом того, что $b_{\pi}/\delta \gg 1$ и $h_{\pi}/b_{\pi} > 1$ соответствует $k \ll 1$ и $\sin \alpha \approx 1$, тогда из (6)

$$z = x \approx \frac{b_{\pi}}{\pi} \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{b_{\pi}}{\pi} \arcsin t. \quad (П-1)$$

Подставив (П-1) в выражение потенциала, получим $\varphi(t)$ для $-1 \leq t \leq 1$, которое затем входит в интеграл Шварца (10) для комплексного потенциала. Однако при этом интеграл не выражается в элементарных функциях. Аппроксимируем (П-1) для $-1 \leq t \leq 1$ таким образом, чтобы достаточно хорошо отражались все особенности функции и интеграл (10) можно было взять. Характерная особенность функции (П-1) состоит в том, что ее производная на концах интервала ($t = \pm 1$) стремится к бесконечности, как $(1-t^2)^{-1/2}$, поэтому можно аппроксимировать ее:

$$\arcsin t \approx a\sqrt{1-t} + b\sqrt{1+t} + ct + d. \quad (П-2)$$

Выражение (П-2), кроме простейшей линейной аппроксимации, содержит члены, производные которых ведут себя на концах интервала так же, как у исходной функции. Коэффициенты a, b, c, d определим из условия совпадения значений левой и правой частей (П-2) и их производных на концах интервала, тогда получим

$$\arcsin t = -\sqrt{2(1-t)} + \sqrt{2(1+t)} + \frac{\pi-4}{2} t.$$

Расчеты показывают, что максимальная погрешность этой аппроксимации составляет примерно 1%. Аналогичный метод для аппроксимации целесообразно применять всегда для пересчета значений распределенного потенциала при расчете поля методом конформных отображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Carter F. W. Induction im Luftspalt und in der Pol-lücke. — J. Inst. Elektr. Engs., 1900, vol. 29.
2. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М.: Энергия, 1970.
3. Куркалов И. И. Магнитное поле в зазоре электрической машины при неодинаковых потенциалах зубцов якоря. — В кн.: Бесконтактные электрические машины. М.: Энергия, 1971, вып. 10.
4. Основич Л. Д. Приведение стационарного магнитного поля к потенциальному без источников. — Изв. СО АН СССР, 1969, № 8, вып. 2, с. 108–111.
5. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.
6. Беляков В. М., Кравцова Р. И., Раппопорт М. Г. Таблицы эллиптических интегралов. Изд. АН СССР, 1962.
7. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968.

[11.10.1977]

Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М.
Электротехнические материалы. Учебник для студентов электротехнических и энергетических специальностей вузов. Изд. шестое, перераб. Л.: Энергия, 1977. 352 с.

Рецензируемая книга имеет многолетнюю историю. Первое издание ее, составившееся в конце 40-х годов, вышло в свет в 1950 г., и уже в следующем 1951 г. оказался необходимым выпуск второго издания, которое в том же году было удостоено редкой для учебника оценки — Государственной премии СССР. Третье издание было выпущено в 1955 г., четвертое — в 1961 г. и под тем же номером, но с изменениями на 70 страницах — в 1963 г. Пятое (1969 г.) и настоящее, шестое, издания готовились к печати В. В. Пасынковым и Б. М. Тареевым уже без Н. П. Богородицкого, который скончался в июне 1967 г.; однако имя Николая Петровича Богородицкого сохранено в книге в знак памяти к нему как одному из виднейших деятелей в области науки о материалах в нашей стране и к его вкладу в создание общего плана книги и ее предыдущих изданий. С выходом в свет шестого издания суммарный тираж советских изданий рассматриваемой книги превысил четверть миллиона экземпляров. Все эти годы книга являлась и является единственным в СССР вузовским учебником по электротехническим материалам, утвержденным Министерством высшего и среднего специального образования СССР.

Книга издавалась также и за рубежом (Бухарест, 1952 г.; Харбин, 1952 г.; Братислава, 1953 г.; Шанхай, 1953 г.; София, 1954 г.; 1957 г.; Берлин, 1955 г.; Будапешт, 1955 г.; Пекин, 1957 г.).

Такой успех книги на протяжении почти трех десятилетий не случаен. Дело в том, что электроматериаловедение принадлежит к числу дисциплин как наиболее трудных для усвоения студентами-электриками, так и наиболее быстро развивающихся.

В рассматриваемой книге, в отличие от ранее выходивших в свет учебников по электротехническим материалам, значительная часть объема посвящена физическим и химическим основам дисциплины и сравнительно более скромная, хотя и достаточная для полноценного ознакомления студентов, часть объема занята чисто описательной частью курса, т. е. изложением свойств отдельных конкретных типов материалов и технологии их получения и переработки. Это делает книгу более интересной для студентов и дает им возможность более сознательно изучать свойства отдельных материалов на основе общих физических и химических явлений. Основным направлением современного материаловедения является разработка возможностей создания новых материалов с заранее заданными свойствами, что возможно лишь на основе глубокого изучения связи свойств материалов с их составом и строением. Соратник же электротехнических материалов быстро изменяется; к тому же свойства конкретных материалов излагаются в легко доступной студентам справочной литературе, а также в стандартах и технических условиях.

Кроме того, в каждом издании книги существенно перерабатывалась с целью ее усовершенствования и модернизации. Так, шестое издание, появившееся в свет через восемь лет после пятого издания, хотя и стало более компактным за счет устранения ряда второстепенных и устаревших сведений, характеризуется добавлением целого ряда сведений о материалах новейшей техники (таковы, например, данные о новых сверхпроводниках и криопробниках, о проводниковых и электроизоляционных материалах особо высокой нагревостойкости, важные сведения об электрофизических явлениях в полупроводниках и т. п.).

Общая структура книги и примерное соотношение объемов ее разделов мало отличаются от того, что было в предшествующем издании учебника. Основной объем книги составля-

ют: часть первая «Диэлектрики» (шесть глав, из которых первые пять посвящены общим вопросам физики диэлектриков, а шестая — конкретным видам диэлектрических, главным образом электроизоляционных материалов) и меньшая по объему часть вторая «Проводники, полупроводники и магнитные материалы» (три главы — седьмая, восьмая и девятая, в соответствии с видами материалов, перечисленными в заголовке этой части). Таким образом, в книге большее внимание уделено электроизоляционным материалам, причем и изложение курса после вводного краткого раздела «Общие сведения о строении вещества» начинается именно с рассмотрения теории диэлектрических (электроизоляционных) материалов. Такое построение книги, хотя и хорошо зарекомендовавшее себя в предыдущих изданиях учебника, очевидно, не является единственно возможным; так, вероятно, можно было бы выделить большую часть объема курса другим видам материалов, в частности полупроводниковым и магнитным, и начинать изложение с проводниковых материалов (теория которых, по крайней мере, на том уровне, на котором она обычно излагается в технических вузах, сравнительно более проста).

Следует отметить хорошее полиграфическое оформление учебника, в частности высокое качество тщательно подобранных иллюстраций, а также тщательность издательского редактирования. Однако в книге все же есть опечатки. Так, на стр. 34 и 222 для плотности тока дано обозначение I вместо принятого стандартом обозначения J . В весьма полезной таблице 6-1 (с. 107) «Свойства газов и сжиженных газов» для азота указано неправильное значение температуры кипения, а правильное значение этой температуры (209,3 К) попало в строку «Температура плавления».

Преимуществом книги являются четкое использование современной, научно обоснованной, стандартизованной терминологии (над разработкой стандартной терминологии в области электротехнических материалов много поработали и сами авторы книги на протяжении целого ряда лет) и, кроме того, использование Международной системы единиц физических величин (СИ) и рационализованной формы записи уравнений электромагнитного поля. И то, и другое очень существенно с точки зрения методики преподавания. Для облегчения «привыкания» студентов к единицам СИ в начале учебника приведена весьма полезная сводка соотношений между некоторыми устаревшими, но еще широко применяемыми в литературе, технической документации, единицами физических величин и соответствующими единицами СИ.

Таким образом, книге в целом может быть дана вполне положительная оценка. Следует полагать, что тираж, хотя и довольно значительный, быстро разойдется, и уже вскоре понадобится подготовка нового издания, в котором будет отражен прогресс техники электротехнических материалов за ближайшие годы.

Вместе с тем следует отметить, что книга в основном посвящена материалам «сильноточной» электротехники; в ней, к примеру, почти не рассматриваются активные (нелинейные) диэлектрики. Это полностью оправдывается целевым назначением книги; однако издание рецензируемой книги никоим образом не снижает необходимости срочной подготовки к изданию учебных пособий и учебников по материалам для ряда областей новой техники — по электрорадиоматериалам, по материалам квантовой электроники и оптоэлектроники, по специальным материалам для техники автоматики и телемеханики и др.

ВАЛЕЕВ Х. С., ВУЛЬФ Б. К., РЕЗ И. С., СОБОЛЕВСКИЙ М. В.

АКАДЕМИК Б. М. ВУЛ

(К 75-летию со дня рождения и 50-летию научной деятельности)



Бенцион Моисеевич Вул родился 22 мая 1903 г. в г. Белая Церковь. В начале 1928 г. он окончил электротехнический факультет Киевского политехнического института и был оставлен в аспирантуре этого института, а в 1929 г. направлен в аспирантуру Академии наук СССР. В 1930—1932 гг. он работал под руководством академика А. Ф. Иоффе в лаборатории физики диэлектриков Ленинградского физико-технического института. К этому времени относится их совместная научная работа, опубликованная в журнале «Электричество», «Краевой эффект при электрическом пробое». В исследовании, сохранившем свою актуальность до наших дней, был изучен имеющий большое научное и практическое значение вопрос о поверхностном пробое диэлектриков и впервые предложено техническое использование обладающего высокой диэлектрической проницаемостью рутила TiO_2 . При изучении пробоя твердых диэлектриков Б. М. Вулом было открыто и исследовано явление последовательного пробоя, также имеющего существенное значение для физики диэлектриков и техники высоких напряжений.

По окончании аспирантуры в 1933 г. Бенцион Моисеевич по предложению академика С. И. Вавилова организовал и возглавил лабораторию диэлектриков в физическом институте Академии наук СССР (ФИАН). Здесь Б. М. Вулом, в частности, была подробно исследована электрическая прочность сжатых (до 10 МПа) газов, а также воздуха при пониженных давлениях. Эти исследования были впоследствии развиты и опубликованы в книге Б. М. Вула «Исследование электрической прочности воздуха применительно к высотным полетам».

В годы Великой Отечественной войны, помимо работ по исследованию электрических свойств воздуха в высоких слоях атмосферы, Б. М. Вул руководил исследованиями по разработке керамических конденсаторов для военных радиостанций. В качестве диэлектрика в этих конденсаторах были исследованы соединения TiO_2 с оксидами различных металлов. Дальнейшие исследования этих систем оксидов привели в 1944 г. к фундаментальному открытию — установлению сегнетоэлектрических свойств титаната бария $\text{BaO} \cdot \text{TiO}_2$. За эту работу Бенцион Моисеевич был удостоен Государствен-

ной премии СССР. Результаты исследования исключительных свойств титаната бария были освещены в статье Б. М. Вула «Вещества с высокой и сверхвысокой диэлектрической проницаемостью» («Электричество», 1946, № 3).

Открытие исключительных свойств титаната бария повлекло за собой открытие и внедрение в промышленность ряда технологически удобных, обладающих высокой механической прочностью, влажностойкостью и регулировкой в широком диапазоне температур точкой Кюри керамических сегнето- и пьезоэлектрических материалов.

В начале 50-х годов в руководимой Бенционом Моисеевичем лаборатории ФИАН были развернуты в весьма широком масштабе исследования по физике полупроводников. Впервые в СССР была проведена вакуумная плавка германия и выращены его монокристаллы по методу Чохральского. Были детально исследованы $p-n$ -переходы и впервые в мире предложено их использование для создания нелинейных конденсаторов. Здесь же впервые были изготовлены диффузионные транзисторы. Лаборатория Б. М. Вула оказывала постоянную помощь научно-исследовательским институтам в разработке полупроводниковых диодов и транзисторов, а затем солнечных элементов и полупроводниковых лазеров, впервые созданных в ФИАН в содружестве лаборатории физики полупроводников и квантовой радиофизики. К этому времени относится опубликование проблемной статьи Б. М. Вула «Физические предпосылки технического использования полупроводников» («Электричество», 1955, № 7). Лаборатория Бенциона Моисеевича совместно с ВЗИ занималась также исследованием мощных полупроводниковых выпрямителей.

По предложению академика И. В. Курчатова в лаборатории Б. М. Вула были проведены исследования диэлектриков под действием мощного ионизирующего облучения, что было необходимо для проектирования атомных реакторов.

Был также разработан новый полупроводниковый материал — теллурид кадмия, перспективный для применения в детекторах и счетчиках радиоактивного излучения и в преобразователях лучистой энергии в электрическую. Результаты работ в этом направлении, проведенных в лаборатории Б. М. Вула, сведены в сборник «Теллурид кадмия» (1968 г.).

Из работ Б. М. Вула последних лет существенное значение имеет изучение компенсированного арсенида галлия при высокой концентрации примесей. Были прослежены переходы «металл — диэлектрик»; измерения распространены на область сильных магнитных полей и криогенных температур. Переход «металл — диэлектрик» был исследован также в двухмерной структуре на границе в бикристалле германия. Было установлено, что этот переход происходит при минимальном значении проводимости, поверхности, равной отношению квадрата заряда электрона к постоянной Планка.

Много внимания в руководимой Б. М. Вулом лаборатории уделялось работам по изучению экситонов. Результаты работ лаборатории в этом направлении сведены в вышедшем под редакцией Б. М. Вула сборнике «Экситоны в полупроводниках» (1971 г.).

Учитывая исключительно большое значение, которое приобретает изучение и практическое применение явления сверхпроводимости, Бенцион Моисеевич включил в тематику руководимой им лаборатории работы как по изучению физических основ этого явления, так и по технической разработке сверхпроводящих устройств.

Велика роль Бенциона Моисеевича как воспитателя высококвалифицированных инженерных и научных кадров. В различные годы он вел преподавательскую работу в Киевском и Ленинградском политехнических институтах, в Военно-воздушной академии им. Н. Е. Жуковского. Многие десятки его учеников, в том числе аспирантов и сотрудников ФИАН, стали докторами и кандидатами наук, руководителями научных учреждений и кафедр вузов.

Б. М. Вул опубликовал более 100 фундаментальных научных трудов. Многие годы он активно сотрудничает в старейшем научном журнале «Электричество». Велика его роль и как выдающегося популяризатора научных знаний. Будучи членом редакционных коллегий Большой Советской энциклопедии и физического энциклопедического словаря, он во многом способствовал высокому научному уровню этих изданий и лично составил для них ряд статей по ключевым вопросам физики и электротехники. Им опубликованы многочисленные научно-популярные работы: брошюра «Сегнетоэлектричество», статьи в газете «Правда», журналах «Природа», «Наука и жизнь» и др.

Большое участие принимал Бенцион Моисеевич в разработке фундаментальных философских вопросов физики — сборники «Диалектический материализм и современное естествознание» (1957 г.), «От классической физики к квантовой» (1968 г.) и др.

Член Коммунистической партии с 1922 г., Бенцион Моисеевич на протяжении многих лет был председателем Всесоюзного бюро электрической изоляции (ныне Секция электрической изоляции НТОЭ и ЭП), председателем Комиссии по диэлектрикам АН СССР, председателем Научного совета АН

СССР по комплексной проблеме «Физика и химия полупроводников». В 1939 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1972 г. — действительным членом Академии наук СССР. В течение ряда лет он был заместителем директора ФИАН и заместителем академика-секретаря Отделения физико-математических наук АН СССР. Бенцион Моисеевич является организатором и руководителем целого ряда научных конференций в нашей стране, а также виднейшим деятелем научной общест-венности в международных организациях. Он — многократный участник Пагуошских конференций; многие годы был членом Совета Европейского физического общества; в последние годы является вице-президентом Международного союза чистой и прикладной физики.

Заслуги Бенциона Моисеевича высоко оценены Родиной. Он награжден пятью орденами Ленина, орденами Октябрьской Революции и Красной Звезды, медалями. Помимо упомянутой выше Государственной премии СССР (1946 г.), ему присуждена в 1964 г. Ленинская премия, а в 1969 г. присвоено высокое звание Героя Социалистического Труда.

**Группа товарищей и учеников
Редакция и редколлегия
журнала «Электричество»**

ПРОФЕССОР В. Л. ФАБРИКАНТ

(К 70-летию со дня рождения)

19 марта 1978 г. исполнилось 70 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Вениамина Львовича Фабриканта, крупного ученого в области релейной защиты и автоматики энергосистем.

Инженерная и научная деятельность Вениамина Львовича началась в 1936 г. после окончания электроэнергетического факультета МЭИ. Он работал в Центральной лаборатории Мосэнерго инженером релейного цеха, а затем руководителем исследовательской бригады инженеров. С 1938 по 1960 г. В. Л. Фабрикант трудился в лаборатории релейной защиты института Теплоэлектропроект, где руководил работой по созданию новых устройств релейной защиты энергосистем. В 1941 г. он был в народном ополчении и участвовал в обороне Москвы.

За разработку направленной высокочастотной защиты в 1950 г. В. Л. Фабриканту совместно с другими релейщиками была присуждена Государственная премия СССР.

Вся трудовая деятельность Вениамина Львовича связана с плодотворной научно-исследовательской работой. В. Л. Фабрикант является автором 24 изобретений и более 100 печатных трудов, посвященных теоретическим и практическим вопросам в области релейной защиты, в том числе таких основополагающих как «Фильтры симметричных составляющих», «Теория обмоток реле переменного тока», «Принципы построения релейных органов с двумя электрическими величинами». В 1943 г.



он защитил кандидатскую, а в 1958 г. докторскую диссертацию.

Многогранную научную деятельность Вениамина Львовича успешно сочетает с педагогической. С 1943 г. он работал в МЭИ в должности доцента, а в 1960 г. был избран профессором Рижского политехнического института. В Риге В. Л. Фабрикант создал большую школу инженеров и научных работников в области релейной защиты и автоматики энергосистем. В Рижском политехническом институте им органи-

зована проблемная лаборатория по применению полупроводников в релейной защите и автоматике энергосистем.

За заслуги в развитии отечественной энергетики В. Л. Фабриканту в 1966 г. присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники Латвийской ССР. Большое внимание уделяет Вениамина Львович воспитанию молодых ученых. Им подготовлено 26 кандидатов технических наук, успешно работающих в вузах, научно-исследовательских институтах и энергосистемах нашей страны.

Являясь одним из ведущих релейщиков СССР, В. Л. Фабрикант много сил отдаст развитию отечественного релестроения. Он является членом Научно-технической комиссии по внедрению новых устройств релейной защиты в энергетических системах при Государственном комитете Совета Министров СССР по новой технике, Научно-методической комиссии МВнССО СССР по автоматизации производства и распределения электроэнергии.

Весьма плодотворно В. Л. Фабрикант работает над подготовкой учебных пособий. При его авторском участии и под его редакцией выпущены учебные пособия «Задачник по релейной защите», «Элементы устройств релейной защиты и автоматики энергосистем и их проектирование», «Задачник по элементам автоматических устройств».

Поздравляя Вениамина Львовича с семидесятилетием, желаем ему крепкого здоровья на многие годы и новых творческих успехов.

Группа товарищей



СОДЕРЖАНИЕ

Маергойз И. Д. — Расчет магнитостатических полей в неоднородных анизотропных и нелинейных средах . . .	1	Веников В. А. — Моделирование больших систем электро-энергетики . . .	64
Кривенцев В. И. — Алгоритм расчета электрических распределительных сетей автономных систем . . .	10	Из опыта работы	
Сендюров В. М. — Алгоритмизация электромеханических переходных процессов автономных электроэнергетических систем на основе упрощенных и полных уравнений Парка—Горева . . .	16	Беляков Ю. С. — Способ представления схем замещения для расчета режимов коротких замыканий в электрических системах . . .	68
Подгорный Э. В., Шаров Е. Т. — Переходные режимы электромагнитных трансформаторов постоянного тока . . .	20	Галишников Ю. П., Моисеев В. С. — Последовательные короткие замыкания на стороне ВН блока турбогенератор — трансформатор и проблема их отключения . . .	72
Васютинский С. Б. — Критерий преобразования схем замещения многообмоточных трансформаторов в более простые схемы . . .	26	Богатенков И. М., Корицкий П. — Влияние стабилизирующих импульсов тока на асимметрию характеристик карбидно-кремниевых резисторов вентильных разрядников . . .	75
Ветлугин Е. М. — Электрические схемы замещения трехфазного трансформатора с тяговой нагрузкой и бесконтактным плавным пофазным регулированием напряжения . . .	29	Набиев М. А., Адыгезалов Ф. С., Азизов Б. М. — Аналитический метод определения коэрцитивной силы ферромагнитных материалов . . .	78
Засыпкин А. С., Бердов Г. В., Середин М. М. — Применение обобщенной кривой затухания для расчета токов включения силовых трансформаторов . . .	32	Сообщения	
Зубков А. С. — Импульсные пьезокерамические генераторы с магнитострикционным приводом . . .	36	Кумзин Е. К., Рагозин А. А. — Численное моделирование переходных процессов электрических систем, содержащих вентильные преобразователи . . .	79
Кицис С. И., Амброс Ф. С. — Расчет стационарных режимов асинхронного генератора с обмоткой подмагничивания, присоединенной к выводам обмотки статора . . .	43	Багинский Л. В., Глазырина Г. М., Шалин А. И. — Использование сочетания дифференциально-фазного и дифференциального принципов действия для защиты трансформаторов . . .	81
Находкина В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. — Сравнение схем демпфирования высокочастотных колебаний напряжения при коммутациях вентилей в высоковольтных преобразователях . . .	50	Трахтенберг Р. М., Ханаев А. В., Галас В. П. — Анализ устойчивости астатической дискретной системы электропривода с импульсной коррекцией . . .	85
Тетельбаум Я. И. — Решение разностных уравнений для краевых задач эллиптического типа методами теории цепей . . .	57	Карибов С. И., Гаревский В. Н., Качлишвили И. Н., Сигуа Т. П. — Тиристорный электропривод постоянного тока с неизменным максимальным коэффициентом мощности . . .	87
Аполлонский С. М. — О расчете коэффициентов экранирования аналитических оболочек, содержащих внутри низкочастотный дипольный источник электромагнитного поля . . .	60	Основич Л. Д., Основич В. Л. — Расчет магнитного поля в зубцовой зоне электрической машины с учетом токов в пазах . . .	89
		Библиография . . .	92
		Хроника . . .	93

CONTENTS

Calculation of Magnetostatic Fields in Nonhomogeneous, Anisotropic and Non-Linear Media — I. D. Mayergois . . .	1	Modelling of Large Electric Power Systems — V. A. Vеников . . .	64
An Algorithm for Calculations in Distribution Networks of Independent Systems — B. I. Kriventsev . . .	10	FROM OPERATING EXPERIENCE	
Algorithmization of Electromechanical Transients in Independent Power Systems Based on Simplified and Complete Park-Gorev Equations — V. M. Sendiurev . . .	16	A Way of Representing Equivalent Circuits for Calculating Short Circuits in Power Systems — U. S. Belyakov . . .	68
Transients in Electromagnetic D. C. Transformers — E. V. Podgorny, E. T. Sharov . . .	20	Cascading Faults on the Oigh-Voltage Side of a Unit Connected Turbo-generator and Transformer, and How to Clear Them — U. N. Galishnikov, V. S. Moiseyev . . .	72
Criteria for Simplifying Transformations in Multi-Winding Transformer Equivalent Circuits — S. B. Vasiutinski . . .	26	The Influence of Stabilizing Current Pulses on Asymmetry in the Characteristics of Carbide-Silicon Resistors for Valve Type Arrestors — I. M. Bogatenkov, P. Koritski . . .	75
Equivalent Circuits for a Three-Phase Traction-Load Transformer With Smooth Contactless Phase-by-Phase Voltage Control — E. M. Vetlugin . . .	29	An Analytical Method for Determining the Coercive Force of Ferromagnetic Materials — M. A. Nabiyeu, F. S. Adigezalov, B. M. Azizov . . .	78
Application of a Generalized Damping Curve for Calculating Power Transformer Energizing Currents — A. S. Zasipkin, G. V. Berdov, M. M. Seredin . . .	32	REPORTS	
Piezoe-Ceramic Pulse Generators With a Magnetostrictional Drive — A. S. Zubkov . . .	36	Numerical Simulation of Transients in Electric Systems With Electronic Converters — E. K. Kumzin, A. A. Ragozin . . .	79
Calculating the Steady-State Performance of an Asynchronous Generator Having a Winding for Additional Magnetization Connected to the Stator Terminals — S. I. Kitsis, F. S. Ambros . . .	43	Employing a Combination of Differential-Phase and Differential Relaying Principles for Transformer Protection — L. V. Baginski, G. M. Glazirina, A. I. Shalin . . .	81
Comparison of Circuits for Damping High-Frequency Voltage Oscillations During Valve Commutation in HV Converters — V. G. Nakhodkina, A. N. Tarasov, U. G. Tolstov . . .	50	Analysis of the Stability of a Discrete Astatic Electric Drive System With Pulse Correction — R. M. Traxtenberg, A. V. Khanayev, Galas V. P. . . .	85
Solution of Difference Equations for Elliptical Boundary Problems Employing Circuit Theory — J. I. Tetelbaum . . .	57	A Thyristorized D. C. Drive With an Invariable Maximum Power Factor — S. I. Karirov, V. N. Garevski, I. N. Kachlishvili, T. P. Sigua . . .	87
On Calculating Screening Coefficients for Analytical Sheaths Enclosing a Low-Frequency Dipole Source of an Electromagnetic Field — S. M. Apollonski . . .	60	Calculating the Magnetic Field Around the Teeth in an Electric Machine With Account Taken of Slot Currents — L. D. Osnovitch, V. L. Osnovitch . . .	89
		BIBLIOGRAPHY . . .	92
		CHRONICLE . . .	93

УДК 538.311.001.24

Расчет магнитоэлектрических полей в неоднородных, анизотропных и нелинейных средах. — «Электричество», 1978, № 5.
Предложены новые итерационные методы расчета статических полей в неоднородных, анизотропных и нелинейных средах, обладающие гарантированной сходимостью при любом выборе начального приближения. Указаны области применения этих методов и приведены оценки для скорости сходимости. Для расчета статических магнитных полей в нелинейной ферромагнитной среде предложены приемы ускорения сходимости. Развита теория иллюстрируется конкретным примером расчета магнитного поля в сильно насыщенной С-образной магнитной системе. Библ. 18.

УДК 621.316.174:629.13].001.24

Алгоритм расчета электрических распределительных сетей автономных систем. Кривенцов В. И. — «Электричество», 1978, № 5.

Разработан алгоритм расчета на ЦВМ оптимальной автономной бортовой системы распределения электрической энергии с учетом особенностей транспортных средств. Алгоритм основан на использовании метода постоянных множителей Лагранжа. Получена система нелинейных уравнений, описывающих стационарную точку, которая решается итерационным методом для сети магистрального типа. Заменой переменных представляется возможным электрическую сеть любой конфигурации с разной допустимой потерей напряжения рассматривать как сеть магистрального типа. Библ. 4.

УДК 621.311.018.782.3.001.24

Алгоритмизация электромеханических переходных процессов автономных электроэнергетических систем на основе упрощенных и полных уравнений Парка—Горева. Сандюров В. М. — «Электричество», 1978, № 5.

Показана актуальность автоматизации исследований динамических режимов электроэнергетических систем на основе создания специализированных систем математического обеспечения. Условием решения задачи является установление закономерностей построения общих алгоритмов энергосистем на основе анализа схем распределения. Дан вывод общих алгоритмов автономных электроэнергетических систем радиального типа с произвольным числом ветвей, узловых точек, электрических машин на основе упрощенных и полных уравнений Парка—Горева. Сформулированы правила построения алгоритмов на основе графа энергосистем. Библ. 4.

УДК 621.314.224.8.024

Переходные режимы электромагнитных трансформаторов постоянного тока. Подгорный Э. Б., Шаров Е. Т. — «Электричество», 1978, № 5.

Установлены условия возникновения всплесков вторичного тока электромагнитных трансформаторов постоянного тока в практически встречающихся переходных режимах. Предложены меры по исключению этих всплесков. Библ. 9.

УДК 621.314.21.012.8

Критерии преобразования схем замещения многообмоточных трансформаторов в более простые схемы. Васютинский С. Б. — «Электричество», 1978, № 5.

Показано, что путем преобразования схем звездообразных многоугольников можно получить более простые схемы замещения: цепные и в виде звезд. Эти схемы являются точными при определенных условиях, которые выражаются в виде критериев. В остальных случаях они являются приближенными. Полученные критерии позволяют указать, какие расположения обмоток трансформатора соответствуют точным упрощенным схемам и в каких случаях приближенные схемы имеют наименьшие погрешности. Показана также связь между параметрами точных и приближенных схем замещения. Библ. 4.

УДК 621.313.17:538.652

Импульсные пьезоэлектрические генераторы с магнитоэлектрическим приводом. Зубков А. С. — «Электричество», 1978, № 5.

С точки зрения строения ПКМ рассматривается работа ПГ при больших механических нагрузках и приводится перечень основных факторов в значительной мере определяющих выходное напряжение в различных режимах.

По составленной расчетной схеме ПГ с МСП получены зависимости, определяющие механические (и выходное) напряжения в ПКЭ для различных комбинаций ПГ и МСП. Приводится анализ влияния конструктивного выполнения привода и ПГ на выходные характеристики.

На основании проведенных расчетов и экспериментальных исследований сделано заключение о целесообразности использования ПГ с МСП в качестве датчиков систем автоматического контроля и регулирования. Такие датчики имеют неоспоримые преимущества перед существующими датчиками генераторного типа аналогичного назначения. Библ. 6.

УДК 621.313.332.001.24

Расчет стационарных режимов асинхронного генератора с обмоткой подмагничивания, присоединенной к выводам обмотки статора. Кичис С. И., Амброс Ф. С. — «Электричество», 1978, № 5.

Предложена аналитическая методика расчета стационарных режимов асинхронного самовозбуждающегося генератора со стабилизирующей обратной связью по напряжению, реализованной с помощью дополнительной торoidalной обмотки подмагничивания на сплюснутый статор, и выходом на постоянном токе. Установлена аналитическая связь между основными величинами, характеризующими электромагнитный процесс в генераторе, с учетом влияния стабилизирующей обратной связи, обмоточных и конструктивных характеристик генератора.

Отмечены особенности электрической эквивалентной схемы и векторной диаграммы генератора в данном режиме. Учтено влияние цепи подмагничивания на такие характеристики режима, как частота генерируемых колебаний, сопротивление взаимной индукции и т. д. Анализ сделан на основании совместного рассмотрения свойств эквивалентной схемы, векторной диаграммы и магнитной цепи генератора. Библ. 14.

УДК 621.315.024

Сравнение схем демпфирования высокочастотных колебаний напряжения при коммутациях вентилей в высоковольтных преобразователях. Находкина В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. — «Электричество», 1978, № 5.

Применение в схемах высоковольтных преобразователей ВТВ связано с необходимостью тщательного демпфирования высокочастотных колебаний напряжения, возникающих в преобразователе при периодических коммутациях вентилей.

Исследованы и сопоставлены наиболее распространенные схемы демпфирования высокочастотных колебаний напряжения в трехфазных мостовых преобразователях, получены семейства кривых, показывающие зависимость ударного коэффициента напряжения на вентиле от параметров схемы, и выведены аналитические зависимости потерь мощности в демпфирующих резисторах от параметров демпфирующих цепочек. На основе сравнительного анализа выработаны рекомендации по выбору рациональной схемы включения демпфирующих цепочек в однодоставных и многодоставных преобразователях. Библ. 9.

УДК 537.212.001.24

Решение разностных уравнений для краевых задач эллиптического типа методами теории цепей. Тетельbaum Я. И. — «Электричество», 1978, № 5.

Предлагается метод машинного решения краевых задач эллиптического типа с помощью разностных уравнений большой размерности, когда моделируемая область не вписывается с необходимой точностью в размеры имеющейся вычислительной среды (сеточного процессора). Для этого используется разбиение на подобласти по методу диакоптики в приближенной постановке.

Для уменьшения числа переменных в уравнениях шивки сопряжение производится по ограниченному числу точек с помощью предлагаемого метода сеточных электродов, которыми являются входы многополюсников сопрягаемых подобластей. Для упрощения уравнений шивки, в основном до трехчленных, предложена упрощенная эквивалентная схема подобластей. Приведены результаты решения задач с большим количеством источников с оценкой точности решения. Библ. 7.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев, Л. С. Кудинова, А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: Москва, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 14.03.78

Подписано к печати 06.05.78

T-08255

Формат 60×90¹/₈

Печать высокая

Усл. печ. л. 12,0

Уч.-изд. л. 14,98

Тираж 9434 экз.

Зак. 591

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.