

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1978



ИЗДАТЕЛЬСТВО • ЭНЕРГИЯ •

2

От редакции

*Публикуя настоящую статью, редакция журнала хотела не только отметить дату рождения крупного ученого, много сделавшего для отечественной энергетики, П. С. Жданова (1903—1949 гг.), но и обратить внимание читателей журнала и авторов публикуемых в нем статей на необходимость тщательного изучения работ, которые были сделаны предшествующим поколением ученых и инженеров-исследователей.*

УДК 621.311.016.35.001.1

## Развитие методов исследования устойчивости электрических систем

(К 75-летию со дня рождения П. С. Жданова)

Доктор техн. наук, проф. ВЕНИКОВ В. А., доктор техн. наук, проф. ЦУКЕРНИК Л. В.

Создание инженерной методики анализа устойчивости сложных автоматически регулируемых электроэнергетических систем и в наше время все еще представляет не решенную полностью задачу. Попытки решения ее на основе методов фазового пространства, тензора Римана—Кристоффеля (Г. Крон), прямого метода Ляпунова и других возможных методов пока не дали результатов, которые можно было бы считать удовлетворяющими инженеров, работающих в области проектирования и эксплуатации энергосистем. Все еще возникают споры относительно влияния тех или иных факторов, способов описания различного рода процессов. При этом часто не обращают должного внимания на уже проведенные исследования и повторяют их иногда на более низком теоретическом уровне.

В свете современного состояния проблемы мы должны оценить поистине колоссальную работу, проделанную П. С. Ждановым в 30—40-х годах нашего столетия, работу, которая, опираясь на мировой опыт исследований устойчивости динамических систем применительно к сложным электроэнергетическим системам, наметила оригинальные аналитические и расчетные приемы, выявила возможности технических средств улучшения их режимов и автоматизации.

Результаты первого этапа научной деятельности П. С. Жданова были отражены в написанной им совместно с С. А. Лебедевым монографии «Устойчивость параллельной работы электрических станций», вышедшей первым изданием в 1933 г. и вторым — в 1934 г. [Л. 1 и 2]. Эта монография явилась первым в мире систематизированным изложением комплекса вопросов, составляющих острую проблему устойчивости, и мероприятий, ее обеспечивающих. Монография изучалась рядом поколений советских инженеров, инженеров московской научной школы, одним из основоположников кото-

рой мы по праву считаем П. С. Жданова. Следует отметить, что впервые необходимость изучения электромеханических переходных процессов в электрических системах возникла в начале 20-х годов в США и Германии, где и были проведены первые исследования по переходным процессам, результаты которых публиковались в статьях ряда авторов, из которых особенно выделяются работы Р. Парка, предложившего в 1928 г. дифференциальные уравнения синхронной электрической машины.

В Советском Союзе в связи с осуществлением ленинского плана электрификации страны по этой проблеме появились статьи Л. И. Сиротинского, В. П. Хашинского, Н. Н. Щедрина, а в монографии А. А. Смурова по технике высокого напряжения целый раздел посвящен устойчивости дальних электропередач переменного тока. Одновременно с зарубежными публикациями в отечественных журналах («Электричество» и др.) рассматривались теория и основные методы анализа динамической устойчивости относительно простых энергосистем (метод «площадей», метод «шаг за шагом» и др.).

В 1932 г. была опубликована работа Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова, в которой методами нелинейной механики анализировалась устойчивость параллельной работы нерегулируемых синхронных машин. В 1930—1935 гг. А. А. Горев в ряде статей и монографии «Введение в теорию устойчивости параллельной работы электрических систем» публикует полученные им уравнения, аналогичные уравнениям Парка (позже Парка—Горева), и выводит критерии устойчивости, ориентируясь на теорию А. А. Ляпунова, рассмотревшего еще в 1892 г. общую задачу об устойчивости движения.

Одновременно и в дальнейшем П. С. Жданов развивает оригинальные научные исследования, также базирующиеся на фундаментальной теории

и методах анализа механики и электротехники [Л. 2—12]. Основное внимание П. С. Жданов уделяет проблеме устойчивости невозмущенного (в смысле Ляпунова) движения сложных электроэнергетических систем, объединяющих синхронные и асинхронные машины, связанные электрической сетью с нагрузками в ее узлах (по принятой в советской литературе терминологии — проблеме статической устойчивости энергосистем).

В отличие от монографий [Л. 1 и 2], в которых статическая устойчивость трактовалась лишь как предел передаваемой мощности электрических цепей переменного тока, а анализ ее проводился с помощью алгебраических уравнений, П. С. Жданов переходит к более строгому исследованию устойчивости, выводя дифференциальные уравнения малых свободных колебаний сложной электроэнергетической системы, характеристический определитель которых позволяет применить классические алгебраические критерии устойчивости. При этом даже для рассматриваемой схемы замещения системы, в которой в явном виде не учитывалась динамика автоматического регулирования возбуждения (АРВ) и скорости (АРС) машин, П. С. Жданов показал принципиальную возможность не только апериодического нарушения устойчивости (что соответствовало упрощенной трактовке ее как статического предела передаваемой мощности), но и нарушения устойчивости в виде самораскачивания.

Из этих работ следует особо отметить докторскую диссертацию П. С. Жданова [Л. 9] и опубликованную за год до его смерти книгу [Л. 12], рекомендованную в качестве учебника для энергетических и электротехнических вузов. В этой книге были частично использованы автором главы из [Л. 1 и 2], однако основная часть материала и, в частности, главы, посвященные статической устойчивости, были написаны заново.

За тридцать лет, которые прошли с момента выхода этой книги, появился ряд работ, посвященных переходным процессам в электрических системах (книги В. А. Веникова, Л. П. Веретенникова, С. А. Ульянова, И. М. Марковича, А. А. Хачатурова и др.). Все эти работы в той или иной мере отражали влияние работ П. С. Жданова и его последней книги, которая представляет интерес и в настоящее время.

Кратко характеризуя не переиздававшуюся с 1940 г. работу [Л. 9], нужно отметить, что полученные в ней результаты и основной разработанный П. С. Ждановым метод анализа статической устойчивости сложных энергосистем имеют большое теоретическое значение. В практическом отношении при дополнении метода П. С. Жданова учетом автоматического регулирования и при осуществленной реализации его в программе для ЦВМ он в настоящее время может быть отнесен к условно эталонным при сравнительной оценке других методов и программ, основанных на тех же предпосылках или предлагающих различные упрощения задачи<sup>1</sup>.

В этом отношении следует указать, что за рубежом и в СССР еще в конце 30-х годов появилось много полезных, но строго не обоснованных предложений оценивать статическую устойчивость по различным критериям, названным практическими, представляющими собой производные от какого-либо одного параметра режима системы по другому  $dP_1/dP_2$ , например,  $dP/d\delta$ ,  $dE/dU$  и т. д. П. С. Жданов своими работами вносит в методику анализа устойчивости нерегулируемых систем как простых, так и сложных, содержащих большое количество станций, достаточную ясность, выявляя также природу лавины напряжения, уточняя методы анализа устойчивости нагрузки и построения ее статических и динамических характеристик. Далее И. М. Марковичем и С. А. Соваловым было дано строгое определение условий применения практических критериев устойчивости [Л. 13].

В 1936—1940 гг. внимание инженеров привлекают возможности автоматического регулирования возбуждения, эффективно внедряющегося в электрические системы. Так, в 1940—1941 гг. в системе Азэнерго И. А. Сыромятниковым проводится улучшение устойчивости применением средств автоматики и в первую очередь регуляторов возбуждения, оказавшихся особенно действенными средствами борьбы с лавиной напряжения. В ряде систем (Московской, Ленинградской, Уральской и др.) также начинается широкое использование средств режимной автоматики [Л. 14—16]. Регулирование возбуждения к этому времени применяется и в зарубежных энергосистемах для поддержания напряжения, однако ему еще не уделяют большого внимания как средству улучшения устойчивости.

Относящиеся к 1937—1938 гг. работы С. А. Лебедева показали практическую возможность режима искусственной (обусловленной действием регулятора) устойчивости, теоретически рассматривавшейся ранее в работах А. А. Горева и М. М. Ботвинника, и были большим шагом именно в этом направлении, интерес к которому за рубежом (В. Фрей, К. Лаванши, Ч. Конкордия, Г. Крон) появился значительно позже. Как продолжение этих исследований, можно рассматривать работы Л. В. Цукерника, разработавшего систему компаундирования генераторов, и ряда специалистов (Г. Р. Герценберг, М. В. Мееров, В. А. Веников, И. А. Глебов и др.), разработавших (1950—1955 гг.) так называемое «сильное регулирование» возбуждения и экспериментально исследовавших его на физических моделях энергосистем, содержащих дальние передачи (Куйбышев — Москва и др.); «сильное регулирование» сыграло большую роль наряду с другими мероприятиями, такими как автоматическая разгрузка, реализация результирующей устойчивости, автоматическое повторное включение (И. А. Сыромятников, Л. Г. Мамиконянц, И. М. Маркович, С. А. Совалов, С. С. Рокотян, Д. И. Азарьев, Е. Д. Зейлидзон и др.).

В работах П. С. Жданова влияние пропорционального и сильного регулирования учитывалось упрощенно, т. е. введением той или иной расчетной э. д. с., в предположении отсутствия самораскачивания, что на определенном этапе исследований было вполне разумно, но далее потребовало разра-

<sup>1</sup> Программа для этой цели разработана в Институте электродинамики АН УССР И. С. Недзельским под руководством Л. В. Цукерника.

ботки методов расчета, учитывающих возможность самораскачивания, обусловленного как неправильной настройкой регуляторов, так и спецификой поведения «сильно регулируемой» системы у предела устойчивости. Работы С. А. Лебедева, направленные на решение этой проблемы, основанные на методе малых колебаний, способствовали отработке и внедрению сильного регулирования и были развиты далее И. В. Литкенс, Г. В. Михневичем, И. Д. Урусовым, О. В. Шербачевым, М. Л. Левинштейном и др. Эти работы содержали разработку тех или иных удобных для данных конкретных задач приемов изучения характеристических уравнений достаточно высоких порядков, основанных на методах Гурвица, Рауса, Михайлова, *D*-разбиения и т. д.

П. С. Жданов в своих исследованиях уделял много внимания различного рода проблемам переходных процессов, возникающих в системах, содержащих дальние передачи [Л. 17], устойчивости этих передач [Л. 18]. Его внимание привлекал также ряд специальных задач, касающихся методики эквивалентирования участков сложных систем, особых режимов, проявляющихся в виде динамических перенапряжений [Л. 19 и 20], а также асинхронный ход синхронных машин в системах и их ресинхронизация [Л. 6 и 7]. Исследованиям такого рода режимов и всем этим проблемам за рубежом уделялось несравненно меньшее внимание.

При рассмотрении упомянутых вопросов в историческом аспекте следует подчеркнуть, что в силу ряда особенностей развития энергетики внимание к тем или иным проблемам теории и тем или иным путям улучшения устойчивости у П. С. Жданова, как и вообще у специалистов Советского Союза, и за рубежом было различно. В наших энергосистемах улучшение устойчивости и качества переходных процессов достигалось не только повышением напряжения электропередач и конструктивными изменениями их параметров и параметров генераторов, но и режимными мероприятиями, к которым относилась автоматическая разгрузка электрических систем, синхронное и несинхронное автоматическое повторное включение, автоматическое регулирование возбуждения и специальная его форсировка, применение асинхронного хода, обеспечение условий результирующей устойчивости, деление системы на несинхронно работающие части и т. д.

В зарубежных системах (США и др.) при меньшем, чем у нас, внимании к режимным мероприятиям, акцент делался на усиление связей и резервирование, требующих вложения значительных средств. Именно разработке режимных мероприятий было посвящено много проведенных П. С. Ждановым исследований и консультаций.

Более детально касаясь основ теоретических исследований П. С. Жданова, относящихся к установлению критериев статической устойчивости, надо отметить то, что знак синхронизирующей мощности является частным случаем (в условиях работы станции на шины бесконечной мощности) более общего критерия — знака определителя избыточных моментов. Существенное влияние на этот определитель оказывают производные моментов машин по частоте системы. П. С. Жданов отмечает, что это влияние в выполненных им примерных расчетах

расширяет область устойчивости сложных систем. Поэтому помимо требования положительного знака определителя избыточных моментов, должны быть удовлетворены и другие необходимые условия устойчивости, которые зависят от постоянных инерции, постоянных времени и реактансов генераторов, т. е. должна быть учтена возможность самораскачивания [Л. 9].

П. С. Жданов указывает, что нельзя считать обоснованными попытки распространить критерий  $dP/d\delta$  на сложные схемы с несколькими генераторными станциями и нагрузками конечной мощности, что в действительности предел статической устойчивости электрических систем по самораскачиванию на такой низкой частоте, при которой практически он может быть оценен как предел апериодической устойчивости [Л. 9], зависит от постоянных инерции генераторных станций и асинхронных двигателей нагрузки. П. С. Жданов учел в теории устойчивости системы, которую он назвал «полной», такие факторы, как изменения индивидуальной скорости вращения машин и переходные электромагнитные процессы в синхронных генераторах. Эти факторы количественно исследуются им для типовой схемы двух генераторных станций (удаленной и местной), работающих на общую нагрузку, в которой в явном виде учитывается эквивалентный асинхронный двигатель.

П. С. Жданов впервые сформулировал также целесообразную теорию позиционной системы, т. е. системы, в которой мощности или моменты генераторов зависят только от относительных углов роторов машин. Нагрузки в такой системе могут быть представлены неизменными полными сопротивлениями или статическими характеристиками активной и реактивной мощности в зависимости от напряжения. В последнем случае предполагается, что постоянные инерции асинхронных двигателей нагрузки очень малы, в результате чего скольжение двигателей непосредственно следует за изменением напряжения при малых отклонениях относительных углов генераторов.

Критерий статической устойчивости позиционной системы при произвольном числе генераторных станций получен П. С. Ждановым на основе анализа характеристического уравнения с четными степенями полинома. В случае двух генераторных станций критерием устойчивости является знак удельного относительного ускорения.

Полагая вращающие моменты машин численно равными значениям их мощностей, можно написать следующие уравнения малых колебаний генераторных станций двухмашинной позиционной системы [Л. 9 и 12]:

$$\left. \begin{aligned} M_1 \frac{d^2 \Delta \delta_1}{dt^2} + \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12} &= 0; \\ M_2 \frac{d^2 \Delta \delta_2}{dt^2} + \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

или

$$\frac{d^2 \Delta \delta_{12}}{dt^2} + \alpha_{12}^2 \Delta \delta_{12} = 0, \quad (2)$$

где

$$\Delta\delta_{12} = \Delta\delta_1 - \Delta\delta_2;$$

$$\alpha_{21}^{12} = \frac{1}{M_1} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{M_2} \frac{dP_2}{d\delta_{12}}.$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$p_2 + \alpha_{21}^{12} = 0. \quad (3)$$

Система устойчива, если корни характеристического уравнения чисто мнимые. Следовательно, критерием устойчивости является положительный знак  $\alpha_{21}^{12}$ :

$$\alpha_{21}^{12} = \frac{1}{M_1} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{M_2} \frac{dP_2}{d\delta_{12}} > 0. \quad (4)$$

Этот критерий, известный под названием критерия Вагнера—Эванса, отражающий влияние постоянных инерции генераторных станций  $M_1$  и  $M_2$ , устанавливает, как указывает П. С. Жданов, более широкую область устойчивой работы, нежели это считалось ранее, когда в практических расчетах пользовались критерием положительного знака синхронизирующей мощности  $\frac{dP_1}{d\delta_{12}}$ .

Однако по сравнению с критерием апериодической устойчивости «полной» системы по выражению (4) предел устойчивости снижается, с точностью до малого параметра соответствуя границе самораскачивания на низкой частоте, что имеет весьма большое теоретическое и практическое значение.

Таким образом, первый же шаг, направленный к уточнению критерия статической устойчивости, расширяет ее область в связи с влиянием постоянных инерции генераторных станций. Если нарушение устойчивости имеет колебательный характер, это влияние еще значительнее. Большое внимание в своих исследованиях П. С. Жданов уделяет вариациям частоты; его предложения, приемлемые и в наше время для большинства практических расчетов, были глубоко продуманы и обоснованы, причем для более сложных случаев они рассматривались как первый этап исследования.

Подход к задаче был при этом следующим. Уравнения малых колебаний (1) и (2) были получены в предположении, что мощности и моменты на валу машин зависят только от относительного угла между роторами машин  $\delta_{12}$ . Однако в действительности мощности и моменты в некоторой мере зависят и от скоростей вращения машин, которые при качаниях непрерывно изменяются. С изменением скорости вращения данного генератора изменяются частоты его э. д. с. и обусловленного ею тока. Величина э. д. с. генератора изменяется даже при постоянном токе возбуждения генератора. Однако последний обычно претерпевает изменения, если возбудитель расположен на валу генератора. С частотой изменяются реактивные сопротивления системы. Изменяются, наконец, активные и реактивные мощности нагрузок, если даже допустить, что вследствие малых значений постоянных инерции скорость вращения асинхронных двигателей следует за изменениями скоростей генераторов.

Считаясь с колебаниями скорости генераторов, нельзя приравнивать мощность и момент машины,

необходимо учитывать, что производные момента  $\partial T/\partial\omega$  и мощности  $\partial P/\partial\omega$  по скорости  $\omega$  неодинаковы. В уравнения малых колебаний машин должны быть введены именно моменты.

В случае двух машин момент каждой из них является функцией трех переменных: относительно угла  $\delta_{12}$  и скоростей машин  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , т. е.:

$$T_1 = f_1(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2);$$

$$T_2 = f_2(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2).$$

Полагая для малых изменений

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_1 &= \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2; \\ \Delta T_2 &= \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

можно написать уравнения малых колебаний системы в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta_{12}}{dt} - \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + M_1 \frac{d\Delta\omega_1}{dt} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + M_2 \frac{d\Delta\omega_2}{dt} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\Delta\omega_1 = \frac{d\Delta\delta_1}{dt} \quad \text{и} \quad \Delta\omega_2 = \frac{d\Delta\delta_2}{dt}.$$

Собственно говоря, в правой части последних двух уравнений (6) должны стоять изменения моментов турбин, которые также зависят от скорости вращения  $\omega_1$  или  $\omega_2$ . Однако эти изменения могут быть учтены в уравнениях (6) путем исправления коэффициентов  $\partial T_1/\partial\omega_1$  и  $\partial T_2/\partial\omega_2$ , определяющих изменение мощности генераторов в зависимости от тех же переменных  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Приравнявая нулю определитель системы (6)

$$\begin{vmatrix} p & -1 & 1 \\ \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} & \left(pM_1 + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1}\right) & \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} & \left(pM_2 + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2}\right) \end{vmatrix} = 0, \quad (7)$$

можно получить характеристическое уравнение, которое легко приводится к следующему виду:

$$p^3 + \lambda_1 p^2 + (\alpha_{21}^{12} + \lambda_2) p + \lambda_3 = 0. \quad (8)$$

Относительное ускорение

$$\alpha_{21}^{12} = \frac{1}{M_1} \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{M_2} \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \quad (9)$$

здесь то же, что и в уравнении (3). Влияние моментов, зависящих от скорости, проявляется лишь в коэффициентах  $\lambda$ :

$$\lambda_1 = \frac{1}{M_1} \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} + \frac{1}{M_2} \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2};$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{M_1 M_2} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} \right);$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{M_1 M_2} \left[ \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} \right) - \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \right) \right].$$

Характеристическое уравнение (8) является уравнением третьего порядка и имеет, следовательно, три корня в отличие от уравнения (3), дающего лишь два значения  $p$ . Таким образом, влияние моментов, зависящих от скорости, прежде всего выражается в появлении нового корня  $p_3$ , с которым связывается существование апериодического движения вида  $e^{p_3 t}$ .

Следовательно, совершенно четко выявляется положение о том, что если допустить неизменяемость корней  $p_1$  и  $p_2$ , то под влиянием моментов, зависящих от скорости, условия устойчивости позиционной системы должны быть дополнены требованием положительного знака свободного члена характеристического уравнения, отражающего влияние этих моментов.

Это положение может быть распространено на систему с любым числом генераторов.

Поскольку постоянные инерции  $M_1$  и  $M_2$  всегда положительны, их можно отбросить и формулировать условие устойчивости в виде

$$\frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial T_2}{\partial \omega} - \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial T_1}{\partial \omega} > 0, \quad (10)$$

где

$$\frac{\partial T_1}{\partial \omega} = \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial T_2}{\partial \omega} = \frac{\partial T_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2}$$

представляют собой производные моментов машин по скорости при одновременном и одинаковом изменении скоростей обеих машин, иными словами, — при изменении частоты системы.

Таким образом, вопрос о необходимости учета индивидуальных скоростей машин, неоднократно возникавший (и возникающий как «новый» иногда и сейчас), П. С. Ждановым для апериодической устойчивости снят полностью, а для колебательной — при учете малостей добавок к коэффициентам характеристического уравнения.

Рассматривая (10) как определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_2}{\partial \omega} \end{vmatrix}, \quad (11)$$

П. С. Жданов называет его определителем избыточных моментов.

При малом изменении относительного угла  $\delta_{12}$  и частоты системы  $\omega$  на валу машин возникают избыточные моменты:

$$\Delta T_1 = \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega} \Delta \omega;$$

$$\Delta T_2 = \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega} \Delta \omega,$$

где  $\Delta$  является определителем этой системы уравнений.

Если нарушение устойчивости связывается с несоблюдением условия  $\Delta > 0$ , то, очевидно, в предельном с точки зрения устойчивости режиме работы системы определитель  $\Delta$  становится равным нулю, меняя знак плюс на минус. Предельный режим работы системы при  $\Delta = 0$ , указывает П. С. Жданов, характеризуется тем положением, что в этом режиме возможны изменения углов и частоты, при ко-

торых равновесие моментов на валу машин не нарушается и, следовательно, не возникает никаких усилий, стремящихся возратить систему в исходное состояние.

Отметим, что определитель избыточных моментов входит в качестве сомножителя в выражение синхронизирующей мощности (вернее, синхронизирующего момента), если только при определении последнего учесть изменения частоты. Так, например, если в случае двух генераторных станций увеличить момент турбины первой станции на величину  $\Delta T_1$ , то угол  $\Delta \delta_{12}$  и частота системы  $\omega$  изменятся таким образом, что момент генератора первой станции уравновесит изменившийся момент турбины, а момент второй машины останется неизменным.

Уделяя много внимания влиянию систем возбуждения на устойчивость, П. С. Жданов показывает, что при обычно принятых системах возбуждения определитель избыточных моментов (11) изменяет знак позже определителя ускорения (9). Таким образом, показывается, что предел устойчивости в рассматриваемых условиях достигается при  $\alpha^{12}_{21} = 0$ , и знак  $\Delta$  не влияет практически на оценку устойчивости. Одновременно делается замечание о влиянии переходных электромагнитных процессов в генераторах.

При этом подчеркивается, что если неустойчивость системы связывается с изменением знака определителя  $\Delta$ , то неустойчивым является одно из нормальных движений системы экспоненциального характера. Если же система становится неустойчивой в связи с нарушением какого-либо другого необходимого условия, то одно из нормальных движений имеет колебательный характер с отрицательным затуханием.

Условие  $\Delta > 0$  является необходимым условием статической устойчивости сложной системы при любом числе генераторных станций. Для  $m$  генераторных станций П. С. Жданов приводит определитель избыточных моментов в виде выражения

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{1m}} & \frac{\partial T_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{1m}} & \frac{\partial T_2}{\partial \omega} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T_m}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial T_m}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial T_m}{\partial \delta_{1m}} & \frac{\partial T_m}{\partial \omega} \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Возникал и возникает иногда и сейчас (причем некоторые исследователи, не знакомые с работами П. С. Жданова, ставят его как «новый») вопрос о влиянии динамических характеристик нагрузки и в этом свете правомерности системы уравнений малых колебаний, полученных в предположении, что постоянные инерции асинхронных двигателей нагрузки равны нулю. В соответствии с этим при определении производных моментов генераторов по углу и по скорости были использованы статические характеристики эквивалентного асинхронного двигателя, вытекающие из его схемы замещения при определенной зависимости тормозного момента от скорости вращения двигателя. Правомерность такого допущения проверялась П. С. Ждановым на

основе более общих уравнений малых колебаний (13), в которых эквивалентный двигатель нагрузки рассматривался как динамический элемент, обладающий инерцией:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta_{12}}{dt} - \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial T_1}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + M_1 \frac{d\Delta\omega_1}{dt} + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 + \\ + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 + \frac{\partial T_1}{\partial \omega_M} \Delta\omega_M &= 0; \\ \frac{\partial T_2}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + \frac{\partial T_2}{\partial \omega} \Delta\omega_1 + M_2 \frac{d\Delta\omega_2}{dt} + \\ + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 + \frac{\partial T_2}{\partial \omega_M} \Delta\omega_M &= 0; \\ - \frac{\partial T_M}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \frac{\partial T_M}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 - \\ - \frac{\partial T_M}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 + M_M \frac{d\Delta\omega_M}{dt} - \\ - \left( \frac{\partial T_M}{\partial \omega_M} - \frac{dT_M}{d\omega_M} \right) \Delta\omega_M &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Моменты генераторов в уравнениях (13) зависят уже не только от относительного угла  $\delta_{12}$  и скоростей генераторов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , но и от скорости вращения двигателя  $\omega_M$ .

Проведя огромное количество расчетов и рассмотрев многочисленные экспериментальные данные, П. С. Жданов приходит к выводу о том, что влияние моментов, зависящих от скорости машин, учтенное в полном объеме, без каких-либо упрощающих допущений, в рассмотренных им достаточно общих случаях невелико. Это подтверждает допустимость приближенной оценки влияния моментов, зависящих от скорости, как весьма малого параметра разумно принятой во многих исследованиях устойчивости систем.

Исследуя характер малых колебаний электрических систем, П. С. Жданов, разумеется, не мог пройти мимо вопроса о влиянии переходных электромагнитных процессов в генераторах. В проведенных до него исследованиях обычно предполагалось, что э. д. с. генераторов изменяются, следуя непосредственно за скоростью машин и за напряжением возбудителей.

Составляя уравнения переходных электромагнитных процессов и добавляя их к уравнениям малых колебаний генераторов и асинхронного двигателя, П. С. Жданов получил новые уравнения, содержащие члены вида  $\frac{\partial T}{\partial E_d} \Delta E_{d\text{сн}}$ , отражающие влия-

ние свободных токов на моменты машин. Многочисленные расчеты устойчивости, проведенные разными способами, позволили придти к выводу о том, что значение предела передаваемой мощности при различной величине постоянных (параметров), характеризующих электромагнитные процессы, возрастает с увеличением постоянной времени  $T_d$ , приближаясь к значению, устанавливаемому знаком определителя избыточных моментов. При этом в случае больших постоянных времени генераторы в первом приближении можно заменить переходны-

ми реактивными сопротивлениями  $x'_d$ . Именно этой грубой схемой замещения стали пользоваться (и пользуются сейчас) в практических расчетах.

Таким образом, П. С. Жданов устанавливает и впервые с исчерпывающей четкостью формулирует положение о том, что на статическую устойчивость электрических систем влияют постоянные инерции генераторных станций, вариации частоты системы и переходные электромагнитные процессы в генераторах. Он количественно оценивает влияние каждого из этих факторов и, в частности, приходит к выводу о том, что практический критерий статической устойчивости — положительный знак синхронизирующей мощности — приводит к некоторой недооценке уровня устойчивости. Уточненный критерий устойчивости, в котором фигурируют постоянные инерции генераторных станций, расширяет область устойчивости при обычных характеристиках нагрузки.

К дальнейшему увеличению предела статической устойчивости приводят переходные электромагнитные процессы в генераторах. Свободные токи обмотки возбуждения, возникающие при качании машин, уменьшают действующее реактивное сопротивление генераторов и увеличивают устойчивость в тем большей степени, чем больше постоянные времени обмотки возбуждения, если только нарушение устойчивости не связывается с переменной знака определителя избыточных моментов. Определитель избыточных моментов, являющийся свободным членом характеристического уравнения малых колебаний, не зависит ни от постоянных инерции, ни от постоянных времени машин. При этом определенное влияние на этот определитель оказывают производные моментов машин по частоте системы.

Положительный знак определителя избыточных моментов является одним из необходимых условий устойчивости. Исследования, проведенные П. С. Ждановым, показывают, что и это условие приводит к более широкому пределу устойчивости, нежели знак синхронизирующей мощности. В большинстве случаев учет всех указанных факторов не обязателен, так как их влияние лежит в пределах точности исходных данных, как правило, заданных приблизительно (5%). Однако в ряде случаев, например при одинаковой номинальной мощности генераторных станций, разница в предельной величине передаваемой мощности, отражающая влияние рассматриваемых факторов, доходит до 10%.

Уделяя основное внимание статической устойчивости системы в целом и критериям этой устойчивости, П. С. Жданов занимался также вопросами динамических перенапряжений, возникающих при несимметричных коротких замыканиях, динамической устойчивости, процессами выпадения из синхронизма, асинхронным ходом и ресинхронизацией.

Много внимания уделялось исследованию устойчивости нагрузки или лавине напряжения, причем был введен исключительно важный критерий, который можно было бы назвать критерием П. С. Жданова. Это критерий  $dE/dU$ , переход через нуль которого указывает на возникновение лавины напряжения. Следует заметить, что уже после введения этого критерия, закономерно связывающего независимую переменную  $E$  с зависимой от режима пере-



менной  $U$ , в литературе появились различного рода предложения по определению устойчивости нагрузок, оперирующие с неполными частными и поэтому справедливыми в ограниченных условиях (или просто ошибочными) критериями.

Напоминая в этой статье о необходимости изучения классических работ в каждой области техники (а работы П. С. Жданова могут быть отнесены к таковым), мы хотим подчеркнуть особую важность в настоящее время сохранять тот разумный технико-практический и строго научный подход, который был свойствен исследованиям этого крупного инженера и ученого.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев С. А., Жданов П. С. Устойчивость параллельной работы электрических систем. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1933.
2. Лебедев С. А., Жданов П. С. Устойчивость параллельной работы электрических систем. 2-е изд. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1934.
3. Жданов П. С. Устойчивость параллельной работы станций, питающих асинхронную нагрузку. — Электричество, 1931, № 14.
4. Жданов П. С. Устойчивость при передаче больших мощностей. — Электричество, 1931, № 23, 24.
5. Жданов П. С. Заземление нейтралей и проблема устойчивости. — Электричество, 1932, № 13.
6. Жданов П. С. Синхронизация машин при нарушениях устойчивости. — Электричество, 1934, № 6.
7. Жданов П. С. Асинхронный режим в электрической системе. — Электричество, 1936, № 21.
8. Жданов П. С. Статическая устойчивость протяженных систем электропередачи. — Электричество, 1937, № 11.
9. Жданов П. С. О статической устойчивости сложных электрических систем. — В кн.: Устойчивость электрических систем. Труды ВЭИ. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1940, с. 100—194.
10. Лебедев С. А., Жданов П. С. Устойчивость параллельной работы синхронных компенсаторов. — Бюллетень ВЭИ, 1941, № 5.
11. Жданов П. С., Веников В. А. Устойчивость электрических систем при перегрузках. — Электричество, 1946, № 3.
12. Жданов П. С. Устойчивость электрических систем. М.: Госэнергоиздат, 1948.
13. Жданов П. С. О статье И. М. Марковича и С. А. Соколова. — Электричество, 1945, № 3.
14. Жданов П. С., Лебедев С. А., Цукерник Л. В. Исследование устойчивости в сетях Ленэнерго. — Электрические станции, 1934, № 7.
15. Жданов П. С., Майер Р. И., Маркович И. М. Аварийное регулирование на Сталиногорской ГРЭС. — Электрические станции, 1937, № 6.
16. Жданов П. С. Компаундированные схемы возбуждения синхронных машин. — Вестник электропромышленности, 1943, № 9.
17. Жданов П. С. Перспективы передачи переменным током электроэнергии на большие расстояния. — Электричество, 1946, № 4.
18. Жданов П. С., Веников В. А., Розанов Г. М. Электропередача 400 кВ переменного тока. — Электричество, 1948, № 11.
19. Жданов П. С. О симметричных составляющих. — Электричество, 1944, № 9.
20. Жданов П. С., Веников В. А. Динамические перенапряжения в линиях электропередач при несимметричных коротких замыканиях. — Электричество, 1948, № 10.

[31.8.1977]

УДК 621.311.05.001.24

## Метод экстраполяции внеплановых отклонений перетоков мощности по межсистемным линиям

Кандидаты техн. наук АХУНДОВ Э. Б., АНИЩЕНКО В. А., ПЕТРОВ В. В.

БелЭНИИ

Для обеспечения оптимального режима работы энергообъединения желательно в максимальной степени использовать возможности обмена потоками мощности между энергосистемами. Основным ограничением при поддержании оптимального режима энергообъединения по активной мощности является недостаточная пропускная способность слабых межсистемных ВЛ (МВЛ).

Опыт работы энергообъединений показал, что эффективным средством повышения пропускной способности МВЛ является автоматическое регулирование перетоков активной мощности (АРПМ) по МВЛ при помощи специально выделяемых электростанций [Л. 1].

Система АРПМ, выполняя задачу поддержания и ограничения запланированных перетоков мощности, уменьшает величину внеплановых отклонений перетоков мощности. Это позволяет увеличить расчетную передаваемую по МВЛ мощность при одном и том же коэффициенте запаса устойчивости.

С другой стороны, привлечение электростанций к АРПМ приводит к росту скоростей изменения их мощностей и соответствующему снижению надежности и экономичности их работы.

В статье разбирается разработанный на основе вероятностного анализа перетоков мощности аппарат экстраполяции внеплановых отклонений перетоков и рассматривается возможность его применения в системах АРПМ с целью повышения эффективности их работы.

**Фильтрация внеплановых отклонений перетоков мощности.** Известно, что отклонения нагрузки и частоты энергосистемы и связанные с ними отклонения перетоков мощности от запланированных значений могут рассматриваться как нормальный случайный процесс, достаточно близкий к стационарному и эргодическому [Л. 2 и 3].

В [Л. 4] обобщены методы обработки случайных колебаний перетоков мощности по МВЛ и произведена оценка стабильности их вероятностных характеристик, полученных в результате анализа перетоков мощности в СССР и за рубежом.

Автокорреляционная функция (АКФ) отклонений перетока мощности  $\delta P(t)$  достаточно точно аппроксимируется экспоненциальной функцией, соответствующей недифференцируемому случайному процессу

$$K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|}, \quad (1)$$



где  $D$  — дисперсия отклонений перетока мощности от запланированного значения;  $\tau$  — интервал между моментами времени, для которых рассматривается АКФ;  $\alpha$  — коэффициент, характеризующий быстроту затухания АКФ.

На рис. 1 представлены нормированные автокорреляционные функции, полученные в результате вероятностной обработки внеплановых отклонений перетока активной мощности по одной из МВЛ 330 кВ (отсчет отклонений перетока производился с дискретностью 20 с).

Практически целесообразно экстраполировать не все отклонения перетока, а отфильтрованные низкочастотные отклонения перетока  $\delta P_n(t)$ . Это обусловлено частотными характеристиками регулирующих переток электростанций, которые практически приводят к тому, что высокочастотные возмущения не воспринимаются регулируемыми электростанциями. Кроме того, необходимо учитывать относительно небольшую дисперсию высокочастотных отклонений и малую вероятность их влияния на надежность параллельной работы энергосистем.

Для фильтрации отклонений перетока мощности может быть использован оператор экспоненциального сглаживания [Л. 5]

$$L_\Phi(s) = \frac{1}{Ts + 1}, \quad (2)$$

где  $T$  — постоянная времени оператора сглаживания;  $s$  — оператор Лапласа.

Спектральная плотность  $S_n(\omega)$  и дисперсия  $D_n$  низкочастотных отклонений перетока мощности определяются соотношениями:

$$S_n(\omega) = S(\omega) |L_\Phi(i\omega)|^2; \quad (3)$$

$$D_n = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) d\omega, \quad (4)$$

где  $S(\omega)$  — спектральная плотность отклонений перетока мощности на входе фильтра.

АКФ вида (1) соответствует спектральная плотность

$$S(\omega) = \frac{\alpha D}{\pi(\omega^2 + \alpha^2)}. \quad (5)$$

После подстановки (5) в (3) и (4) получаем:

$$S_n(\omega) = \frac{\alpha D}{\pi(\omega^2 + \alpha^2)(T^2\omega^2 + 1)}; \quad (6)$$

$$D_n = \frac{D}{1 + \alpha T}. \quad (7)$$

**Экстраполяция внеплановых отклонений перетоков мощности.** Задача синтеза оптимального оператора экстраполяции по методу Винера — Колмогорова [Л. 6] сводится к определению физически реализуемой передаточной функции  $L_2(s)$  по критерию минимума среднеквадратичной ошибки  $\varepsilon(t)$  между идеальной (желаемой) оценкой выходного сигнала  $\delta P_n(t)$  и физически реализуемой  $\delta P_2(t)$  (рис. 2). При этом идеальная передаточная функция имеет вид  $N(s) = e^{s\Delta}$ .

Решение данной задачи дает оптимальный оператор экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности, состоящий из усилительного и

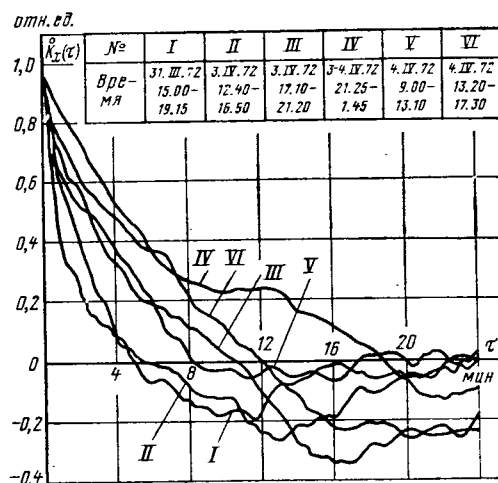


Рис. 1. Нормированные автокорреляционные функции внеплановых отклонений перетока мощности.

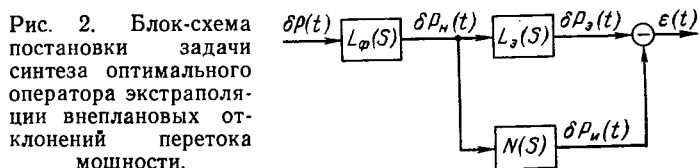


Рис. 2. Блок-схема постановки задачи синтеза оптимального оператора экстраполяции внеплановых отклонений перетока мощности.

$$L_2(s) = k_1 + k_2 s. \quad (8)$$

Для отклонений перетока со спектральной плотностью вида (6) коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  принимают значения:

$$k_1 = \frac{e^{-\alpha\Delta} - \alpha T e^{-\Delta/T}}{1 - \alpha T}, \quad k_2 = \frac{T(e^{-\alpha\Delta} - e^{-\Delta/T})}{1 - \alpha T}, \quad (9)$$

где  $\Delta$  — интервал времени, на который производится экстраполяция.

Экстраполируемое низкочастотное отклонение перетока мощности  $\delta P_2(t + \Delta)$  в соответствии с формулами (8) и (9) определяется следующим образом:

$$\delta P_2(t + \Delta) = \frac{e^{-\alpha\Delta} - \alpha T e^{-\Delta/T}}{1 - \alpha T} \delta P_n(t) + \frac{T(e^{-\alpha\Delta} - e^{-\Delta/T})}{1 - \alpha T} \delta P'_n(t). \quad (10)$$

Дисперсия ошибки экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности определяется как

$$D_\varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) |L_2(i\omega) - N(i\omega)|^2 d\omega = \frac{T(1 - k_1^2) - \alpha k_2^2}{T(1 + \alpha T)} D. \quad (11)$$

На рис. 3 представлены зависимости дисперсии ошибки экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности в функции от интервала времени экстраполяции при разных постоянных времени оператора сглаживания. При расчетах был принят коэффициент  $\alpha = 0.05$  мин<sup>-1</sup>, полученный в результате аппроксимации экспериментальных автокорреляционных кривых на рис. 1. Дисперсия низко-

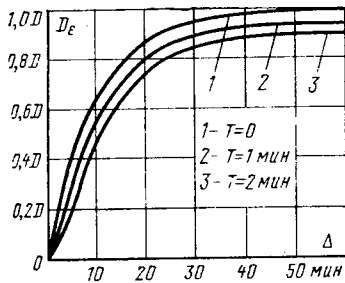


Рис. 3. Дисперсия ошибки экстраполяции внеплановых отклонений перетока мощности.

частотных отклонений перетока мощности составила  $D_H=0,95D$  при  $T=1$  мин и  $D_H=0,91D$  при  $T=2$  мин.

Поскольку истинная автокорреляционная функция рассмотренных реализаций случайного процесса отличается от аппроксимирующей кривой с коэффициентом  $\alpha=0,05$  мин<sup>-1</sup>, расчеты дисперсии ошибки по формуле (11) были дублированы прямыми расчетами по формуле

$$D_e = M \{ [\delta P_s(t + \Delta) - \delta P_H(t + \Delta)]^2 \}, \quad (12)$$

где  $M$  — символ математического ожидания;  $\delta P_s(t + \Delta)$  — экстраполированные на интервал времени  $\Delta$  низкочастотные отклонения перетока мощности, рассчитанные по формуле (10);  $\delta P_H(t + \Delta)$  — фактические низкочастотные отклонения перетока мощности, взятые с дискретностью 20 с.

Расхождения между значениями дисперсий, рассчитанных по формулам (11) и (12), не превышали 5—10% на всем диапазоне (0—60 мин) интервалов времени экстраполяции.

Результаты расчета дисперсии ошибки  $D_e$  свидетельствуют о возможности экстраполяции низкочастотных отклонений перетоков мощности с разной степенью точности в зависимости от интервала времени экстраполяции.

Анализ приведенных на рис. 3 зависимостей также показывает, что точность экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности повышается с ростом постоянной времени оператора сглаживания. Постоянная времени обуславливается инерционностью регулирующих электростанций.

Максимальная амплитуда экстраполированного отклонения перетока мощности и время ее появления определяются зависимостями:

$$\delta P_{\text{эmax}}(t + \Delta) = \frac{[\alpha \delta P_H(t) + \alpha T \delta P'_H(t)] \frac{1}{1 - \alpha T}}{\alpha [\alpha \delta P_H(t) + \delta P'_H(t)] \frac{1}{1 - \alpha T}}; \quad (13)$$

$$\Delta = \frac{T}{\alpha T - 1} \ln \left\{ \alpha \frac{\delta P_H(t) + T \delta P'_H(t)}{\alpha \delta P_H(t) + \delta P'_H(t)} \right\}. \quad (14)$$

Траектории уравнения экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности (10) в функции от интервала времени  $\Delta$  при заданном отклонении и разных производных отклонения в начальный момент времени, за который может быть принят любой текущий момент, представлены на рис. 4.

**Применение экстраполяции в системе АРПМ.** Рассмотрим одно из возможных применений аппарата экстраполяции внеплановых отклонений пере-

тока мощности. При работе системы АРПМ в режиме ограничения предельных значений перетока мощности осуществляется быстрое регулирование в зоне колебаний перетока, опасных из-за нарушения устойчивости параллельной работы, и медленное регулирование в зоне неопасных колебаний перетока.

Система ограничения перетока может быть записана в виде

$$\delta P_{\text{пер}}(t) = \begin{cases} k_0 \int_0^t \delta P(t) dt, & \text{если } \delta P(t) + P_{\text{пл}} \leq P_{\text{уст}}; \\ k \delta P(t) + k_0 \int_0^t \delta P(t) dt, & \text{если } \delta P(t) + P_{\text{пл}} > P_{\text{уст}}, \end{cases} \quad (15)$$

где  $\delta P_{\text{пер}}(t)$  — изменение мощности регулирующих станций;  $P_{\text{пл}}$  — запланированное значение перетока мощности;  $P_{\text{уст}}$  — уставка ограничителя перетока мощности;  $k, k_0$  — коэффициенты настройки системы АРПМ.

При выборе уставки ограничителя перетока мощности  $P_{\text{уст}}$  в уравнении (15) следует иметь в виду, что с увеличением  $P_{\text{уст}}$  можно увеличивать среднюю величину передаваемого перетока мощности  $P_{\text{рас}}$  за счет уменьшения величины внеплановых колебаний  $\delta P^*$ . Однако при этом приходится считаться с ростом интенсивности работы регулирующих станций. Очевидно, в каждом конкретном случае необходимо оценивать экономический выигрыш от передачи дополнительного потока мощности и путем его сопоставления с ухудшением экономичности регулирующих станций определять целесообразную величину уставки ограничителя перетока мощности.

Согласно существующим нормам [Л. 9] величина расчетного передаваемого по МЛЭП перетока мощности определяется как

$$P_{\text{рас}} = \frac{P_{\text{пр}} - \delta P^*}{k_H + 1}, \quad (16)$$

где  $P_{\text{пр}}$  — предельный передаваемый по МВЛ переток мощности, определяемый из условий устойчивости;  $\delta P^*$  — величина, учитывающая внеплановые (нерегулярные) колебания перетока мощности;  $k_H$  — нормативный коэффициент запаса устойчивости.

Очевидно, значение перетока мощности, взятое в конкретный момент времени, может превышать среднюю величину  $P_{\text{рас}}$ , но не должно превосходить величины

$$P_{\text{рас}}^* = \frac{\Gamma P_{\text{пр}}}{k_H + 1}, \quad (17)$$

где  $P_{\text{рас}}^*$  назовем величиной расчетного перетока мощности без учета нерегулярных колебаний.

Оператор ограничения перетока (15) не учитывает, что далеко не каждое значение перетока, достигшее величины  $P_{\text{уст}}$ , превысит в последующие моменты времени величину  $P_{\text{рас}}^*$ . Значительную часть времени система АРПМ работает по существу вхолостую, так как встречаются такие отклонения

перетока, которые не вызывают перегрузки МВЛ, хотя и достигают величины  $P_{уст}$ .

Экстраполяция максимального отклонения перетока мощности по отклонению перетока и его производной в текущий момент времени позволяет ответить на вопрос, превысит ли переток мощности величину  $P^*_{рас}$  и в зависимости от ответа произвести переключение на быстрое регулирование или оставить медленное.

Устройство экстраполяции в данном случае может выполнять роль своеобразного «ключа», управляющего выбором закона регулирования перетока мощности.

Система ограничения перетока мощности с экстраполяцией описывается следующим образом:

$$\delta P_{рег}(t) = \begin{cases} k_0 \int_0^t \delta P(t) dt, & \text{если } \delta P(t) + P_{пл} \leq P_{уст} \text{ или} \\ & \delta P_{эмакс}(t + \Delta) + \varepsilon + P_{пл} \leq P^*_{рас}; \\ k \delta P(t) + k_0 \int_0^t \delta P(t) dt, & \text{если } \delta P(t) + P_{пл} > P_{уст} \text{ и } \delta P_{эмакс}(t + \Delta) + \varepsilon + P_{пл} > P^*_{рас}. \end{cases} \quad (18)$$

В отличие от системы ограничения без экстраполяции (15) область медленного регулирования в системе (18) расширена. Медленное регулирование в системе (18) осуществляется и в случае, когда фактический переток  $\delta P(t) + P_{пл}$  будет больше уставки  $P_{уст}$ , если только экстраполированный максимальный переток  $\delta P_{эмакс}(t + \Delta) + \varepsilon + P_{пл}$  не превышает расчетной величины  $P^*_{рас}$ .

Введение в логическое условие перехода к быстрому регулированию в уравнении (18) величины  $\varepsilon$  обусловлено тем, что экстраполяция осуществляется с погрешностью, определяемой формулой (11). Если значение уставки ограничителя относительно невелико, погрешностью экстраполяции можно пренебречь и принять  $\varepsilon = 0$ . Если в этом случае экстраполированное максимальное значение перетока  $\delta P_{эмакс}(t + \Delta) + P_{пл}$  окажется меньше фактического, которое в момент времени  $(t + \Delta)$  превысит величину  $P^*_{рас}$ , то переход к быстрому регулированию, хотя и с некоторым опозданием, будет осуществлен. Это обуславливается тем, что по мере приближения по оси времени к максимальному значению перетока погрешность экстраполяции будет в соответствии с формулой (11) уменьшаться и логическое условие перехода к быстрому регулированию выполнится.

Если значение  $P_{уст}$  близко к значению  $P^*_{рас}$  и опоздание с переходом на быстрое регулирование недопустимо, то принимается значение  $\varepsilon \neq 0$ , учитывающее возможную вариацию экстраполируемого максимального значения перетока мощности.

**Оценка эффективности применения экстраполяции в системе АРПМ.** Для оценки эффективности работы системы АРПМ с применением экстраполяции необходимо получить вероятностные зависимости между выходными и входными параметрами системы, описываемой выражением (18). В явном аналитическом виде эти зависимости получить невозможно, так как система АРПМ с экстраполяцией

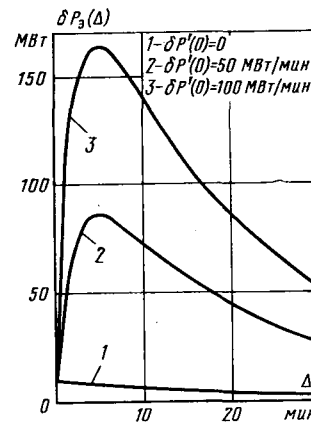


Рис. 4. Траектории уравнений экстраполяции внеплановых отклонений перетока мощности.

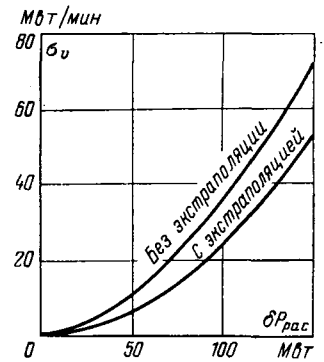


Рис. 5. Среднеквадратичное значение скорости изменения мощности регулирующих станций.

ей представляет нелинейную динамическую систему. Для решения задачи могут быть использованы различные методы последовательных приближений, в частности, метод статистической линеаризации Казакова — Бутона [Л. 10]. В соответствии с этим методом нелинейное звено (18) эквивалентуется линейным звеном, равноценным с точки зрения передачи сигнала при данном статистическом характере внеплановых отклонений перетока мощности.

Коэффициент статистической линеаризации определяется выражением

$$k_{ст} = \frac{1}{2} (k_{11} + k_{12}), \quad (19)$$

где  $k_{11}$  и  $k_{12}$  являются оценками нелинейности (18) сверху и снизу.

Коэффициент  $k_{11}$  определяется по критерию равенства математических ожиданий и дисперсий на выходе реального нелинейного (18) и эквивалентного ему линейного звеньев. За критерий для определения коэффициента  $k_{12}$  принимается минимум среднеквадратичной ошибки от замены оператора (18) линейной зависимостью.

Дисперсия отклонений перетока мощности при наличии регулирования  $D^*$  определяется как решение системы уравнений [Л. 10]:

$$\left. \begin{aligned} D^* &= \frac{D}{(1 + k_{ст})^2}; \\ k_{ст} &= \gamma_1 \left( k, k_0, \frac{P_{уст}}{\sqrt{D^*}} \right); \\ p \{ \delta P(t) > [P^*_{рас} - P_{пл}] \} &= \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{P_{рас} - P_{пл} - \delta P^*}{\sqrt{D^*}} \right) \right]; \\ \delta P^* &= \gamma_2 \left( \frac{P_{уст}}{\sqrt{D^*}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где  $\delta P^*$  — изменение математического ожидания отклонений перетока мощности при наличии регулирования;  $\gamma_2 \left( \frac{P_{уст}}{\sqrt{D^*}} \right)$  и  $\gamma_1 \left( k, k_0, \frac{P_{уст}}{\sqrt{D^*}} \right)$  — нелинейности,

обусловленные оператором (18);  $\Phi\left(\frac{P_{\text{рас}}^* - P_{\text{пл}} - \delta P^*}{\sqrt{D^*}}\right) -$   
интеграл вероятности.

Вероятностный анализ, проведенный на основе зависимостей (18)—(20) для одной из МВЛ 330 кВ, позволил получить зависимость среднеквадратичного значения скорости  $\sigma$  изменения мощности регулирующих станций от величины повышения расчетного передаваемого по слабой МВЛ перетока мощности  $\delta P_{\text{рас}}$ . Указанные зависимости (рис. 5) построены для случаев автоматического ограничения предельных значений перетоков без экстраполяции и с экстраполяцией для одной и той же величины уставки ограничителя.

Введение экстраполяции в систему АРПМ позволяет уменьшить требуемые скорости изменения мощности регулирующих станций при одном и том же значении  $\delta P_{\text{рас}}$  или повысить значение  $\delta P_{\text{рас}}$  при одном и том же среднеквадратичном значении скорости изменения мощности. Возможен и промежуточный вариант, при котором одновременно обеспечивается некоторое уменьшение скоростей изменения мощности регулирующих станций и повышение расчетного передаваемого перетока мощности.

В соответствии с рис. 5 среднеквадратичное значение скорости изменения мощности регулирующих ТЭС благодаря экстраполяции отклонений перетока может быть снижено на 25—40% для слабой МВЛ, связывающей систему мощностью порядка 12 000 МВт с мощным энергообъединением. При неизменной скорости изменения мощности  $\sigma$  примерно так же может быть увеличено  $\delta P_{\text{рас}}$ .

**Вывод.** Экстраполяция внеплановых отклонений перетоков активной мощности позволяет повысить

эффективность работы систем автоматического регулирования перетоков путем повышения расчетного передаваемого по слабой линии перетока мощности и уменьшения интенсивности работы регулирующих станций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучкин М. Д., Совалов С. А. Основные режимные требования к регулированию межсистемных перетоков и принципы регулирования. — В кн.: Автоматическое регулирование перетоков мощности по межсистемным связям. М.: Энергия, 1965.
2. Shevallier A., Passerieux P., Holleville M. Etude et predetermination des fluctuation de puissance sur une liaison d'interconnexion de deux reseaux. — Bull. Soc. Franc. electriciens, 1954, vol. 43.
3. Gaden D. Essai d'un procede pour caracteriser la clientele d'un reseau selon la variability de sa consommation. Son application a l'etablissement des precision sur la tonue de la frequence. — Bull. ASE, 1955, № 2.
4. Тимченко В. Ф. Колебания нагрузки и обменной мощности энергосистем. М.: Энергия, 1975.
5. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М.: Советское радио, 1968.
6. Цянь Сюэ Сэнь. Техническая кибернетика. М.: Иностранная литература, 1956.
7. Петров В. В., Анищенко В. А., Семашко П. С. Вычислительное устройство для экстраполяции случайных колебаний активной нагрузки межсистемной линии электропередачи. — В кн.: Материалы II республиканской научно-технической конференции по применению вычислительной техники в энергетике. Минск, ИНТИ, 1968.
8. Использование вероятностных характеристик колебаний нагрузки энергосистемы для регулирования активных нагрузок и перетоков мощности/ Ахундов Э. Б., Анищенко В. А., Белюсова Р. И., Петров В. В. — В кн.: Электроэнергетика. Минск: Высшая школа, 1973, вып. 3.
9. Основные положения и временные руководящие указания по определению устойчивости энергетических систем. М.: Энергия, 1964.
10. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1962.

[12.8.1977]

УДК [621.313.322:621.316.722].001.24

## Сильное регулирование возбуждения синхронных генераторов автономных систем

Доктор техн. наук, проф. ВИЛЕСОВ Д. В., канд. техн. наук КЕБКО В. Д.,  
инж. ПЕДАН Э. В., канд. техн. наук ТОЛЧЕЕВ В. Н.

Ленинград

Автономным, в частности, транспортным электроэнергетическим системам присуща соизмеримость мощностей источников электроэнергии и отдельных потребителей. Переходные процессы, обусловленные толчками нагрузки в системе, вызывают заметное ухудшение качества электроэнергии, выражающееся в появлении динамических выбросов — провалов и всплесков напряжения, которые отрицательно влияют на работу потребителей. Нормальная работа потребителей в автономных электроэнергетических системах требует ограничения динамических измерений напряжения по величине и длительности их существования.

Одним из перспективных направлений улучшения качества электроэнергии в переходных режи-

мах является использование интенсивного регулирования возбуждения.

**Закон регулирования.** Применительно к задаче стабилизации напряжения автономного генератора при внезапном изменении режима нагрузки термин «интенсивное регулирование» будет означать предельно быструю подачу на обмотку возбуждения генератора такого напряжения возбуждения, которое существенно превышает его номинальное значение. Наиболее совершенно интенсивное регулирование возбуждения реализуется схемами релейного управления без запаздывания со значительными предельными регулирующими воздействиями. Релейное управление позволяет осуществлять поддержание стабильности напряжения как в статическом,

так и в динамическом режимах. При этом достаточно иметь единственный контур релейного управления, обеспечивающий закон регулирования в виде

$$U_f = 0,5 U_{fn} [1 + Z(U_0 - U)] \quad (1)$$

или

$$U_f = U_{fn} Z(U_0 - U), \quad (2)$$

где  $U$  — регулируемое напряжение;  $U_0$  — эталонное напряжение (задающее воздействие);  $U_{fn}$  — потолочное значение напряжения возбуждения;  $Z$  — неэлементарная функция переключения:

$$Z(U_0 - U) = 0 \text{ при } U_0 - U \leq 0,$$

$$Z(U_0 - U) = 1 \text{ при } U_0 - U > 0.$$

Выражение (1) относится к однополярному, а (2) — к разнополярному регулированию. Значение  $U_{fn}$  существенно (в 10—15 раз) превосходит среднее значение напряжения возбуждения при холостом ходе генератора  $U_{f0}$  и определяется с одной стороны требованиями к качеству процесса регулирования возбуждения, а с другой — возможностями технической реализации повышенных уровней возбуждения.

Интенсивное регулирование может также использоваться в сочетании с традиционными схемами регулирования, выполняя лишь функции форсировки или дефорсировки в переходных режимах при отклонениях напряжения от эталонного сверх установленного значения.

**Периодическая составляющая напряжения.** Количественная оценка влияния интенсивного регулирования на изменение напряжения в динамических режимах может быть произведена с помощью дифференциальных уравнений генератора и реактивной нагрузки [Л. 1]. Эти уравнения позволяют получить следующее выражение для мгновенного значения модуля изображающего вектора симметричной составляющей напряжения генератора:

$$U = \frac{\rho}{x_d + x_n} + \left( \frac{1}{x'_d + x_n} - \frac{\rho}{x_d + x_n} \right) e^{-\frac{t}{T_{d1}}} + \left( \frac{1}{x''_d + x_n} - \frac{1}{x'_d + x_n} \right) e^{-\frac{t}{T_{d2}}}, \quad (3)$$

где

$$\frac{1}{T_{d1,2}} = \frac{x_n(T_{d0} + T_D) + x_d(\sigma_{df}T_{d0} + \sigma_{dD}T_D)}{2\sigma_{fD}T_{d0}T_D(x_n + x''_d)} \mp \sqrt{\left[ \frac{x_n(T_{d0} + T_D) + x_d(\sigma_{df}T_{d0} + \sigma_{dD}T_D)}{2\sigma_{fD}T_{d0}T_D(x_n + x''_d)} \right]^2 - \frac{x_n + x_d}{\sigma_{fD}T_{d0}T_D(x_n + x''_d)}}. \quad (4)$$

Здесь  $\sigma_{df}$ ,  $\sigma_{fD}$ ,  $T_{d0}$ ,  $T_D$  — коэффициенты рассеяния и постоянные времени обмоток по [Л. 2];  $\rho = \frac{U_{fn}}{U_{f0}}$  — коэффициент форсировки.

На рис. 1 приведены расчетные кривые изменения напряжения генератора 50 кВт 400 В, 50 Гц при набросе нагрузки ( $z_n = 1$  отн. ед.,  $\cos \varphi \approx 0$ ). Генератор имеет регуляторы, обеспечивающие различные уровни форсировки возбуждения. Минимальный уровень  $\rho$  ( $\rho_1 = 3,5$ ) соответствует штатной системе амплитудно-фазового компаундирования.

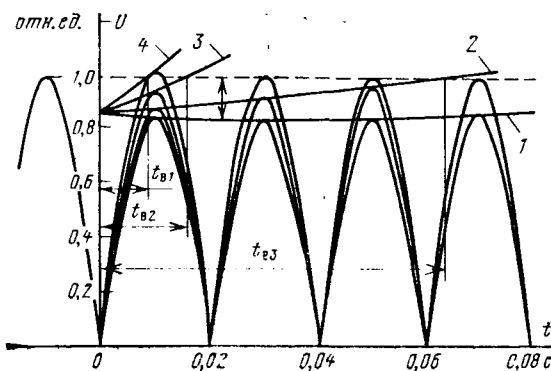


Рис. 1. Изменение напряжения генератора при включении нагрузки.

1 — амплитудно-фазовое компаундирование ( $\rho = 3,5$ ); 2—4 — релейный регулятор ( $\rho_2 = 10$ ,  $\rho_3 = 30$ ,  $\rho_4 = 50$ ).

Как видно из рис. 1, использование интенсивного регулирования позволяет заметно сократить время восстановления напряжения генератора после подключения нагрузки, а также уменьшить его начальный провал. Здесь начальный провал для определенности оценивался по отклонению амплитуды напряжения от номинального значения спустя 0,005 с после изменения режима в предположении, что включение нагрузки производилось при нулевой начальной фазе напряжения.

На рис. 1 видно, что чрезмерное повышение кратности форсировки возбуждения (свыше 15—20) мало эффективно.

При отключении нагрузки используется дефорсировка возбуждения, которая влияет на амплитуду периодической составляющей напряжения и время ее восстановления аналогично рассмотренному влиянию форсировки при включении нагрузки.

**Влияние свободных составляющих напряжения.** Применение интенсивного регулирования позволяет сокращать до десятков миллисекунд длительность процесса восстановления напряжения после изменения нагрузки. Понятно, что при столь быстротечном процессе время существования свободных (апериодических) составляющих напряжения генератора становится соизмеримым с длительностью всего процесса. В связи с этим возникает задача учета этих составляющих. В силу того, что их возникновение не зависит от наличия или отсутствия автоматического регулятора напряжения (АРН) и его типа, целесообразно сначала произвести оценку апериодических составляющих применительно к генератору без регулятора.

Необходимое для такой оценки аналитическое описание мгновенных значений напряжения фаз генератора без демпферной обмотки может быть получено после совместного решения уравнений Горева — Парка и уравнений нагрузки. Время затухания свободных токов в обмотке возбуждения значительно больше времени затухания свободных токов в статоре. Это позволило авторам допустить постоянство потокосцепления от основного магнитного потока по продольной оси в течение времени существования свободных составляющих напряжения и токов в статорной цепи и получить в простой аналитической форме выражения для напряжения генератора после внезапного включения сопротив-

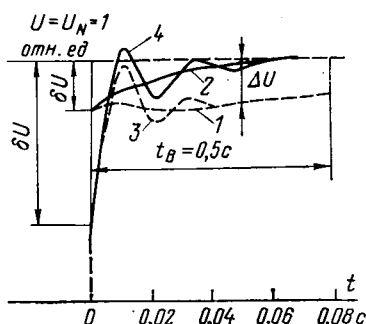


Рис. 2. Динамика изменения модуля изображающего вектора напряжения генератора при включении нагрузки ( $z_n=1,0$  отн. ед.,  $\cos \varphi_n=0$ ). 1, 2 — с демпферной обмоткой; 3, 4 — без демпферной обмотки; 1, 3 — регулятор с амплитудно-фазовым регулированием; 2, 4 — релейный регулятор.

ления нагрузки  $z_n=R_n+jx_n$  (частота вращения синхронная):

$$U_d=e^{-at}(c_1 \cos bt + c_2 \sin bt) - c_1, \dots, \quad (5)$$

$$U_q=e^{-at}(c_3 \cos bt + c_4 \sin bt) - c_5, \dots, \quad (6)$$

$$U = \sqrt{U_d^2 + U_q^2}, \dots, \quad (7)$$

$$U_A = U_d \cos(\gamma + t) - U_q \sin(\gamma + t). \quad (8)$$

Здесь  $a$ ;  $b$ ;  $c_1 \div c_5$  — коэффициенты, зависящие от параметров генератора и нагрузки,  $\gamma$  — начальная фаза, определяемая положением ротора по отношению к фазе  $A$  в момент наброса нагрузки.

Как видно из выражений (5)–(7), модуль изображающего вектора напряжения  $U$  имеет затухающую периодическую составляющую.

В момент коммутации нагрузки ( $t=0$ ) составляющая  $U_d$  остается равной нулю, а  $U_q$  и  $U$  мгновенно принимают значение:

$$U = |U_q| = \left| 1 - \frac{x_n}{x_n + x_q} \right|. \quad (9)$$

Одновременно возникает провал модуля напряжения

$$\delta U = 1 - U = \frac{x_q}{x_q + x_n} \quad (10)$$

и провал фазного напряжения

$$\delta U_A = 1 - U_A = \frac{x_q}{x_q + x_n} + \frac{x_n}{x_q + x_n} (1 - \sin \gamma), \quad (11)$$

которые в дальнейшем будем называть мгновенными.

Физическая картина явления может быть пояснена на следующем примере. Пусть источник синусоидальной э. д. с. с внутренним активным сопротивлением  $R_1$  и индуктивностью  $L_1$  работает на активно-индуктивную нагрузку  $R_2, L_2$ . В момент включения ключа, шунтирующего нагрузку сопротивлением  $R_3$ , токи  $i_1, i_2$  индуктивностей  $L_1, L_2$  подчиняются очевидным условиям:  $i_1(-0)=i_1(+0)$ ,  $i_2(-0)=i_2(+0)$  и  $i_1(-0)=i_2(-0)$ . Тогда из уравнения Кирхгофа  $i_1(+0)+i_2(+0)+i_3(+0)=0$  вытекает, что ток, протекающий через ключ,  $i_3(+0)=0$ . Следовательно, напряжение на сопротивлении  $R_3$  в момент коммутации будет равно  $U_3(+0)=i_3(+0)R_3=0$  и значение максимально возможного мгновенного провала напряжения  $\delta U_{\max}$  составит 100%.

Из выражения (11) следует, что при набросе чисто активной нагрузки ( $x_n=0$ ;  $z_n=R_n$ ) напряжения  $U_A$  и  $U$  мгновенно становятся равными нулю

независимо от соотношения мощностей источника и потребителя.

Такие изменения напряжения несмотря на их кратковременность могут привести к сбою в работе ряда потребителей электроэнергии: устройств вычислительной техники (см. например, [Л. 3]), тиристорных преобразователей и т. п.

Получение аналитических зависимостей, аналогичных (5)–(8) для генератора, имеющего демпферную обмотку, весьма затруднительно, поскольку кроме повышения порядка исходных уравнений необходимо учитывать затухание свободных токов в демпферных контурах. Вместе с тем получение аналитического описания мгновенного провала напряжения не представляет больших трудностей. Решив исходную систему уравнений генератора и нагрузки при  $t=+0$ , можно найти:

$$\delta U = \frac{x''_q}{x''_q + x_n}, \quad (12)$$

$$\delta U_A = \frac{x''_q}{x''_q + x_n} + \frac{x_n}{x''_q + x_n} (1 - \sin \gamma). \quad (13)$$

Весь процесс изменения напряжения с учетом АРН применительно к генераторам как с демпферными обмотками, так и без них рассчитывался на АВМ.

Результаты одного из таких расчетов иллюстрируются графиками рис. 2. Как видно из рис. 2, в момент подключения нагрузки возникает мгновенный провал  $\delta U$  ( $\delta U_A$ ). Далее через полпериода возрастание напряжения сопровождается всплеском его модуля, а спустя еще полпериода — новым провалом. Колебания прекращаются практически через 2,0–2,5 периода, причем периодическая составляющая напряжения к этому моменту оказывается ниже своего начального уровня на величину  $\Delta U$  ( $\Delta U_A$ ).

Штатный регулятор, выполненный по схеме амплитудно-фазового компаундирования, восстанавливает напряжение генератора за 0,5 с (кривые 1, 3). Для генератора с интенсивным регулированием (кривые 2, 4) восстановление кривой модуля изображающего вектора напряжения до нормального установившегося значения после первоначального мгновенного провала завершается приблизительно одновременно с окончанием переходного процесса в статоре, т. е. через 0,02–0,03 с. Характерной особенностью изменения напряжения генератора в этом случае является (при слабой демпферной обмотке) превышение одной из его полуолн номинального значения при низком общем уровне симметричной составляющей напряжения (кривая 4). Последнее может привести (иногда на практике это и наблюдается) к преждевременному (ложному) срабатыванию измерительного органа регулятора напряжения, что нужно иметь в виду при разработке быстродействующих АРН.

**Экспериментальные данные.** Проверка основных результатов теоретических исследований проводилась на генераторе 50 кВт, 400 В, 50 Гц, снабженном штатным регулятором напряжения (амплитудно-фазовое компаундирование) и релейным регулятором с  $p=10$ . В последнем случае использовался независимый источник возбуждения — возбудитель с частотой 400 Гц и выпрямлением.

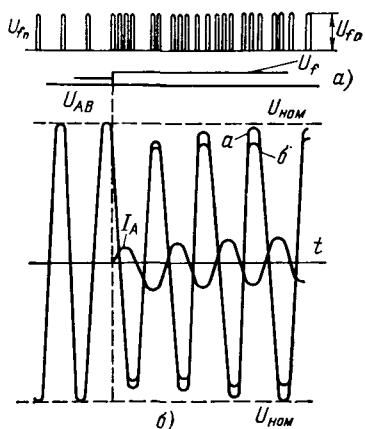


Рис. 3. Включение нагрузки на генератор.

а — регулятор с амплитудно-фазовым компаундированием; б — релейный регулятор ( $\rho=10$ ).

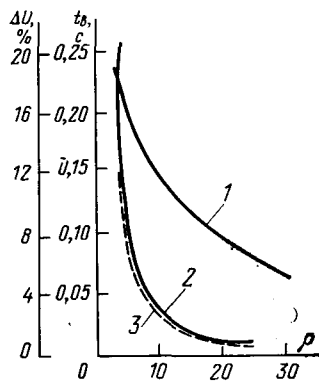


Рис. 4. Зависимость показателей качества электроэнергии от кратности форсировки возбуждения (генератор 50 кВт, включение нагрузки  $z_n=x_n=2$  отн. ед.).

1 — провал напряжения  $\Delta U$ , 2 — время восстановления напряжения  $t_b$ , 3 — значения интеграла  $J$ .

Изменение модуля изображающего вектора напряжения при проведении экспериментальных исследований оценивалось с помощью выпрямленных по схеме Ларионова линейных напряжений генератора. Мгновенному изменению величины  $U$  соответствует пропорциональный скачок выпрямленного напряжения  $U_b$ , легко измеряемый на осциллограмме. Динамика изменения  $U$  при включении нагрузки может быть прослежена по огибающей амплитудных значений  $U_b$ , частота возникновения которых в шесть раз превышает частоту тока статора. На рис. 3 приведены осциллограммы включения на генератор реактивной нагрузки  $z_n=jx_n=1,5$  отн. ед. Как видно из рисунка, использование интенсивного регулирования позволило на конкретном генераторе уменьшить провал напряжения в 1,5 раза и время его восстановления в три раза.

Следует отметить, что вследствие колебаний модуля изображающего вектора  $U$  по причинам, указанным ранее, происходил перерыв в форсировке возбуждения раньше, чем напряжение генератора полностью восстанавливалось (на измерительный орган регулятора подавалось статорное напряжение, выпрямленное по схеме Ларионова).

Для подтверждения эффекта возникновения мгновенного провала на генератор, работавший на холостом ходу, набрасывалась активная нагрузка. Во всех трех фазах наблюдается мгновенный провал напряжения, значение которого практически составляет 100% (напряжение уменьшается до нуля).

**Качество электроэнергии и уровень форсировки возбуждения.** При интенсивном регулировании восстановление напряжения после мгновенного скачка

завершается почти одновременно с окончанием переходного процесса в статоре и провал напряжения, как его обычно понимают, вообще может отсутствовать. Поэтому исключается возможность применения обычных критериев оценки качества напряжения в переходных режимах. Для таких случаев оценку качества напряжения можно выполнить с помощью интеграла динамической ошибки симметричной составляющей регулируемого напряжения, вычисляемого с начала переходного процесса ( $t=0$ ) до момента восстановления напряжения  $t_k$  [Л. 2]:

$$J = \int_{t=0}^{t_k} ||U_N| - |U(t)|| dt. \quad (14)$$

Интеграл (14) пригоден для оценки качества напряжения и по экспериментальным данным, так как модуль изображающего вектора напряжений может быть зафиксирован, как уже указывалось, с помощью напряжения  $U_b$ . Интегральные характеристики позволяют определить наиболее рациональные потолки напряжения возбуждения.

Зависимость интеграла (14) от коэффициента форсировки (рис. 4, кривая 3) показывает, что рациональный предел форсировки возбуждения  $\rho=10-15$ :

Определяя рациональные значения форсировок, следует также иметь в виду, что при повышении  $\rho$  возникает эффект увеличения провалов частоты. В общем случае снижение частоты в автономной электроэнергетической системе при пуске асинхронных двигателей при равных прочих условиях тем больше, чем больше потребляемая двигателем активная мощность и длительность пуска. Системы с интенсивным регулированием обеспечивают меньший провал периодической составляющей напряжения и меньшее время его восстановления. Следовательно, с одной стороны увеличивается потребляемая мощность, а с другой — сокращается время пуска. Так как изменение частоты зависит от большого числа факторов, результирующий эффект высоких форсировок может быть различным.

Оценка влияния  $\rho$  на изменение частоты показала, что применительно к генераторам средней мощности максимальное снижение частоты в некоторых случаях может увеличиваться примерно в 1,5 раза по сравнению с обычными регуляторами, если система АРН обеспечивает повышение форсировок до 20-кратных значений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лайбль Т. Теория синхронной машины при переходных процессах. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1957.
2. Вилесов Д. В. Показатели качества стабилизации напряжения в автономных электрических системах. — Электричество, 1961, № 12, с. 32—36.
3. Гуревич И. С. Защита ЭВМ от внешних помех. М.: Энергия, 1975.

[4.1.1977]



# Повышение устойчивости функционирования защит, включенных на сумму токов

Кандидаты техн. наук КОРОЛЕВ Е. П., ЛИБЕРЗОН Э. М.

Горький

Увеличение уровней тока короткого замыкания (к. з.) и постоянных времени первичной сети, характерное для современных энергосистем, приводит к возрастанию погрешностей измерительных трансформаторов, в первую очередь трансформаторов тока (ТТ). Это ухудшает устойчивость функционирования быстродействующих устройств защиты [Л. 1].

Как свидетельствует анализ [Л. 2—4], наиболее неблагоприятные условия для правильного функционирования защиты создаются в случаях, когда ее измерительные органы (ИО) включены на сумму вторичных токов нескольких ТТ. К таким схемам относятся продольные дифференциальные токовые защиты (шин, генераторов, трансформаторов, блоков генератор — трансформатор), а также широко используемые схемы включения защит линий в случаях, когда линии подключаются через два выключателя («полуторная» схема, схемы «многоугольников» и т. д.).

Особенность перечисленных схем включения защит состоит в том, что погрешность работы ТТ, совместно питающих токовую цепь защиты, существенно искажает ток в ИО.

На рис. 1,б для иллюстрации приведена кривая тока ( $i_3$ ) в ИО линейной защиты, включенной на сумму вторичных токов двух ТТ при внешнем к. з. в точке  $K_1$  (рис. 1,а).

Для наглядности ТТ приняты идеализированными — с прямоугольной характеристикой намагничивания [Л. 5], а характер внешней нагрузки — активным.

В интервале точной трансформации обоих ТТ ( $\Delta t_1$  на рис. 1,б) измеряемый ток  $i_3$  соответствует току в защищаемой линии. Если магнитопровод одного из ТТ насыщается в момент  $t_1$ , а второй ТТ

работает без существенного насыщения, ток  $i_3$  резко искажается и в интервале  $\Delta t_2$  изменяет свое направление, т. е. не соответствует току в линии не только по модулю, но и по фазе.

Изменение направления тока в защите может приводить к ее излишним срабатываниям, поскольку первые ступени защит линий напряжением 500 кВ и выше стремятся выполнять с временем действия около 20 мс, а их измерительные органы должны работать еще быстрее.

Следует отметить, что насыщение только одного из двух ТТ в переходном процессе к. з. достаточно вероятно, так как магнитопроводы ТТ могут иметь различную остаточную индукцию.

Неудовлетворительная устойчивость функционирования защит линий в рассмотренных схемах для особо ответственных электропередач напряжением 750 кВ и выше иногда приводит к вынужденному решению — устанавливать дополнительный комплект ТТ на линии с включением на него релейных устройств. Это значительно повышает стоимость подстанции.

Возможен более экономичный вариант — использование быстродействующих устройств, блокирующих защиту при внешних к. з. и предотвращающих ее излишнее срабатывание.

Имеется ряд предложений по реализации блокирующих устройств (БУ), в которых обычно применяются реле с торможением. В таких устройствах в качестве рабочих и тормозных сигналов используются различные сочетания токов (геометрические или арифметические суммы и разности).

Общим и весьма существенным недостатком БУ с торможением является трудность реализации основного его свойства — сверхвысокого быстродействия ( $t_{ср} < 10$  мс) в условиях переходных процессов и насыщения магнитопроводов ТТ.

Действительно, как следует из рис. 1,б только в интервале  $\Delta t_1$ , когда обеспечивается правильная трансформация токов  $i_1$  и  $i_2$ , рабочий сигнал (например,  $i_2 - i_1$ ), обеспечивающий срабатывание БУ и блокирование защиты, превышает тормозной сигнал (например,  $i_2 + i_1$ ). В интервале  $\Delta t_2$  рабочий и блокирующий сигналы могут оказаться примерно одинаковыми и защита блокироваться не будет. Таким образом, для гарантии правильного действия БУ необходимо, чтобы оно срабатывало в интервале точной трансформации ( $\Delta t_1$ ) и имело задержку на возврат, несколько превышающую интервал  $\Delta t_2$ . Учитывая, что при неблагоприятном сочетании ряда факторов интервал  $\Delta t_1$  может быть весьма мал (3—4 мс) [Л. 6], выполнение БУ с тормозной характеристикой встречает значительные трудности.

Наиболее перспективным представляется быстродействующее устройство, успевающее сработать в течение нескольких миллисекунд (до насыщения магнитопроводов ТТ) и блокирующее защиту при внешних к. з. Устройства защиты, реализующие этот принцип, разрабатываются на базе полупро-

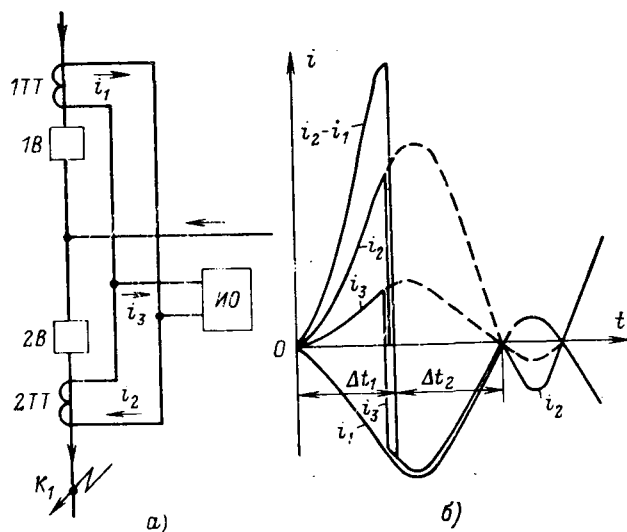


Рис. 1. Схема включения защиты на сумму токов (а) и эпюры токов в схеме с учетом насыщения ТТ (б).

водниковой техники и начинают применяться [Л. 7 и 8].

В Горьковском отделении института «Энергосетьпроект» авторами было разработано БУ, которое базируется на следующих основных принципах:

ток небаланса в дифференциальной цепи, вызванный насыщением одного из  $ТТ$  плеч защиты ( $1ТТ$  или  $2ТТ$  на рис. 1,а), появляется спустя определенный интервал времени ( $\Delta t_1$ ) после возникновения внешнего к. з.; поэтому при внешнем к. з. существует сдвиг между моментами возникновения токов в плечах защиты (возникают одновременно с появлением тока к. з.) и тока небаланса в дифференциальной цепи (возникает после насыщения  $ТТ$  хотя бы одного плеча);

при внутренних к. з. ток в дифференциальной цепи появляется одновременно с возникновением к. з.

Упрощенная блок-схема БУ, реализующая перечисленные принципы, приведена на рис. 2. Схема состоит из двух взаимно блокируемых каналов — канала блокировки (КБ) и канала запрета блокирования (КЗБ), каждый из которых содержит элементы памяти и запрета. На вход КБ поступает сигнал, сформированный схемой совпадения знаков (СС) мгновенных значений фазных токов  $i_1$  и  $i_2$  (совпадение соответствует полярностям при внешнем к. з.). Сигнал с выхода КБ поступает на запрет в срабатывании КЗБ и на реагирующий орган (РО).

На вход КЗБ поступают сигналы от датчиков дифференциальных токов ( $i_3$ ) (геометрическая сумма токов плеч одноименных фаз), а сигнал с его выхода подается только на запрет в срабатывании КБ.

Таким образом, выделяется и запоминается опережающий сигнал одного из каналов — КБ или КЗБ, причем последующее поступление сигналов по любому из каналов уже не изменяет состояния схемы. Возврат схемы в исходное состояние осуществляется через заданное время после исчезновения входных сигналов ( $t_{\text{возвр}} > \Delta t_2$ ). Датчики фазных токов (ДФТ) и датчики дифференциальных токов (ДДТ) выполнены на трансреакторах, осуществляющих операцию дифференцирования токов и обеспечивающих наименьшие времена срабатывания. Функциональная схема БУ с цепями формирования входных сигналов приведена на рис. 3.

Вторичные обмотки ДФТ объединяются через вентили в две группы для формирования сигналов из условно положительных  $p$  и отрицательных  $n$  полярностей. Выходы всех ДДТ объединяются через выпрямительный мост и формируют сигналы запрета в срабатывании КБ ( $d$ ). Для исключения неопределенности в работе БУ при одновременном кратковременном (менее 1 мс) появлении сигналов  $p$ ,  $n$  и  $d$  (может иметь место в начале переходного процесса при внешнем к. з.) сигналы  $p$  и  $n$  поступают на вход логической части схемы с задержкой 1—1,15 мс. Задержка может быть введена и после схемы совпадения.

Пусковой орган КЗБ выполнен более быстродействующим — время задержки (около 0,1 мс) выбрано по соображениям помехоустойчивости. Помимо этого, чувствительность КЗБ в 1,25—1,5 раза выше,

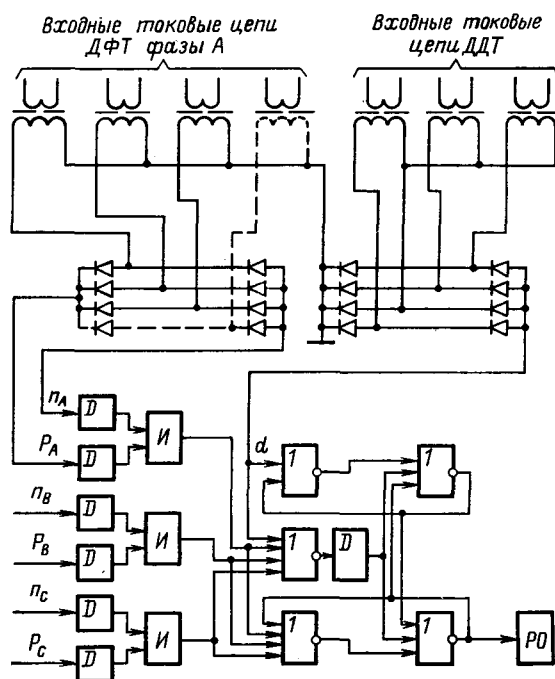
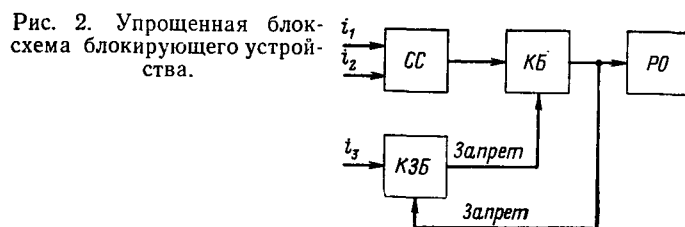


Рис. 3. Функциональная схема БУ.

чем КБ. Это обеспечивает опережающее действие КЗБ при одновременном появлении сигналов на входах КБ и КЗБ.

Для обеспечения быстродействия БУ выполнено на бесконтактных унифицированных логических элементах и реле с магнитоуправляемыми контактами. Принципиально разработан вариант БУ на базе интегральных микросхем серии К-511.

Следует отметить, что высокое быстродействие БУ в сочетании с памятью предъявляет жесткие требования к помехоустойчивости КЗБ.

В частности, помехи, возникающие при внешних к. з., сопровождающихся интенсивным переходным процессом, не должны приводить к ложному срабатыванию КЗБ, поскольку в этом случае защита может оказаться незаблокированной. Поэтому предусмотрены мероприятия по обеспечению защиты БУ от помех, а также от воздействия коммутационных и атмосферных перенапряжений.

Испытания помехоустойчивости БУ проводились в соответствии с Британским стандартом (испытательными импульсами с фронтом 1 мкс, «хвостом» 50 мкс, амплитудой 5 кВ при энергии источника 0,5 Дж).

Устройство изготовлено авторами и установлено в опытную эксплуатацию на ЛЭП-500 кВ Усть-Илимская ГЭС — Братская ГЭС.

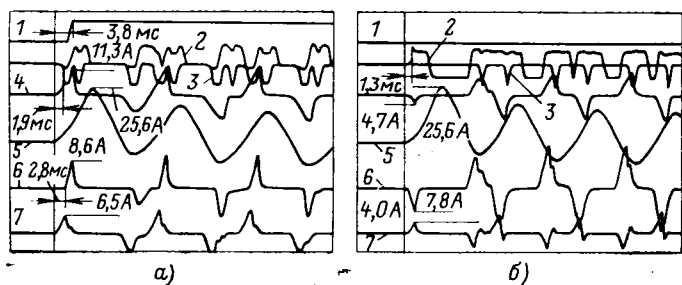


Рис. 4. Осциллограммы работы БУ [момент включения  $-\pi/2$ ;  $T_1=0,02$  с; токовая погрешность в первую половину ИТТ (4) — 60%; 2ТТ (7) — 68%].

а — при внешнем к. з.; б — при к. з. в защищаемой зоне; 1 — ток в контактах выходного реле; 2 — ток на выходе пускового органа КЗБ; 3 — ток в контактах пусковых реле КБ (при совпадении л и р); 4 — вторичный ток ИТТ; 5 — первичный ток; 6 — дифференциальный ток; 7 — вторичный ток 2ТТ.

Предварительные результаты испытаний БУ в НИЦ ВВА (Бескудниково), на Горьковской ГЭС и в лаборатории показали полное соответствие с заложенными в него принципами. Было проведено в общей сложности около 1000 опытов при высоких переходных погрешностях ТТ (до  $\varepsilon \approx 90\%$ ). Во всех случаях БУ работало правильно: при внешних к. з. блокировало защиту за время 5—10 мс в зависимости от момента возникновения к. з. и характера переходного процесса в первичной сети; при внутренних к. з. разрешало работать защите в самых неблагоприятных условиях — сдвиге фаз между токами плеч до  $85^\circ$  и высоких переходных погрешностях ТТ. Времена срабатывания измерительных органов БУ при двукратном токе уставки не превышают: для КБ (реле с герконом КЭМ-2) 4,5 мс и для КЗБ (бесконтактный элемент типа Т-202) 3,5 мс.

Расчет наибольшего времени срабатывания каналов БУ и времени насыщения магнитопроводов ТТ показал, что время срабатывания во всем диапазоне начальных фаз тока к. з.  $\varphi_1$  меньше соответствующего времени насыщения магнитопровода ТТ. Осциллограммы, иллюстрирующие работу БУ, приведены на рис. 4.

Рассмотрим возможные области применения разработанного БУ.

**Защиты линий, включенные на сумму вторичных токов двух и более ТТ.** Блокируются только первые ступени защиты. Уставка срабатывания КЗБ БУ выбирается из условий:

$$I_{\text{ср КЗБ}} \geq K_n I_{\text{л}}; \quad (1)$$

$$I_{\text{ср КЗБ}} \geq K_n I_{\text{н}}; \quad (2)$$

где  $K_n$  — коэффициент надежности ( $K_n \approx 1,2$ );  $I_{\text{л}}$  — ток качаний или максимальный ток нагрузки линии без учета бросков тока при включении линии (в качестве расчетного принимается большее значение);  $I_{\text{н}}$  — наибольший ток по защищаемой линии при к. з. «за спиной».

При наличии параллельных линий следует проверить выполнение еще одного условия:

$$I_{\text{ср КЗБ}} > I_{\text{л}}; \quad (3)$$

где  $I_{\text{л}}$  — ток в защищаемой линии при к. з. на шинах противоположной подстанции.

Выражения (1) — (3) определяют ток срабатывания КЗБ. Уставка срабатывания КБ выбирается по условию

$$I_{\text{ср КБ}} = (1,25 - 1,5) I_{\text{ср КЗБ}}. \quad (4)$$

Если  $I_{\text{ср КБ}} > I_{\text{к.з.}}$ , БУ оказывается нечувствительным, защита линии не блокируется и функционирует обычным порядком, т. е. чувствительность БУ не ограничивает чувствительности защиты. При больших токах близкого внешнего к. з. (точка  $K_1$  на рис. 1, а), когда имеет место наибольшая вероятность излишнего срабатывания защиты, токи в ДФТ обычно велики, БУ срабатывает и блокирует защиту.

**Дифференциальная токовая защита шин.** Типовые схемы дифференциальной токовой защиты шин с быстроснабжающимися трансформаторами при больших кратностях токов обладают следующими недостатками: сечение жил контрольных кабелей в токовых цепях защиты часто непомерно велико; ток срабатывания защиты, выбранный по условию отстройки от тока небаланса, получается большим, что снижает чувствительность защиты; возможно замедление срабатывания защиты, вызванное насыщением ТТ.

Использование разработанного БУ позволяет в значительной степени ликвидировать отмеченные недостатки.

Поскольку БУ блокирует защиту при внешних к. з., этот режим не является расчетным и уставка дифференциального реле должна быть отстроена только от тока нагрузки наиболее загруженного присоединения (для недействия при обрыве соединительных проводов), что в несколько раз повышает чувствительность защиты. Кроме того, возможно применение более быстродействующих и чувствительных токовых реле, например, типа РТ-40 (в принципе, при небольшой переделке БУ может выполнять функцию ИО защиты без использования токового реле).

Наконец, БУ допускает работу ТТ с повышенными погрешностями (токовая погрешность в установившемся режиме к. з. 40%), что позволяет снизить сечение жил контрольного кабеля.

Уставка срабатывания КБ БУ для защиты шин должна выбираться по условию

$$I_{\text{ср КБ}} = \frac{I_{\text{к.з. min}}}{K_n}, \quad (5)$$

где  $I_{\text{к.з. min}}$  — наибольший из токов, притекающих к шинам при внешнем к. з. в минимальном режиме.  $I_{\text{ср КЗБ}}$  определяется из (4).

Помимо отмеченного, важным достоинством БУ является возможность его установки на действующих подстанциях, где вследствие увеличения токов к. з. устойчивость функционирования защиты шин становится неудовлетворительной. Затраты на установку БУ невелики, причем не требуется длительное отключение подстанции.

Недостатком разработанного БУ является возможность отказа в срабатывании защиты при быстром (менее чем за 35 мс) переходе внешнего к. з. во внутреннее, что является следствием наличия «памяти» в канале блокирования.

Вероятность такого перехода для защит шин представляется крайне малой; тем не менее до накопления опыта эксплуатации БУ целесообразно защиту выполнять с двумя степенями чувствительности: первую быстродействующую и чувствительную ступень с блокировкой при внешних к. з. и вторую ступень — более грубую, например, на реле с быстронасыщающимися трансформаторами, в качестве резервной без блокировки.

**Продольная дифференциальная токовая защита обмотки статора генераторов от многофазных к. з.** Принципиально осуществляется аналогично рассмотренной защите шин. Обязательным является выполнение с двумя степенями по чувствительности, поскольку для вращающихся машин переход внешнего к. з. во внутреннее более вероятен.

Если не учитывать вероятность обрыва соединительных проводов, что считается допустимым [Л. 1], чувствительность защиты за счет использования БУ может быть увеличена ( $I_{ср.з} = (0,15 + 0,2)I_{ном}$ ). Это положение было подтверждено при испытаниях БУ на генераторе 60 мВ·А Горьковской ГЭС.

**Дифференциальные токовые защиты трансформаторов, автотрансформаторов и блоков.** По принципу действия БУ не различает бросок тока намагничивания при включении трансформатора от тока при повреждении в трансформаторе. Поэтому без изменений в логике БУ оно не может широко использоваться для защит трансформаторов, автотрансформаторов и блоков генератор — трансформатор.

**Выводы.** 1. Устойчивость функционирования защит, включенных на сумму вторичных токов нескольких трансформаторов тока (линий, шин, гене-

раторов), может быть существенно повышена путем использования быстродействующих устройств, блокирующих защиту при внешних к. з.

2. Разработано, изготовлено и испытано блокирующее устройство с временем срабатывания 5—10 мс с параметрами, практически не критичными к погрешностям трансформаторов тока в переходном режиме к. з.

3. Целесообразно внедрение нескольких подобных устройств в электроустановках для накопления опыта эксплуатации. При опытной эксплуатации необходимо обратить особое внимание на помехозащищенность канала запрета блокирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем. М.: Энергия, 1976.
2. Дроздов А. Д., Гармаш В. А. Блокирующее реле для защит линий электропередачи 500 кВ. — Электрические станции, 1970, № 8.
3. Висяшев А. Н. Особенности работы защит при включении их на сумму вторичных токов. — Электрические станции, 1970, № 10.
4. Либерзон Э. М., Королев Е. П. Работа упрощенной схемы дифференциальной токовой защиты трансформаторов. В кн.: Научно-технический сборник ЭСП. М.: Энергия, 1972, № 6.
5. Метод расчета токовой и угловой погрешностей трансформатора тока при глубоком насыщении сердечника/Дмитриев К. С., Казанский В. Е., Королев Е. П., Либерзон Э. М. — Электричество, 1967, № 12, с. 39—43.
6. Универсальные характеристики трансформаторов тока в переходном режиме короткого замыкания/Кужиков С. Л., Иванков В. И., Колесникова Л. Д. и др. — Электричество, 1975, № 2, с. 9—14.
7. Хауг, Форстер. Электронная защита шин. — В кн.: Современная релейная защита. М.: Энергия, 1970, с. 187—198.
8. Forford Th. A half cycle bus differential relay. Int. Conf. Develop. Power Syst. Protect, 1975. London, 1975, p. 79—85. [8.12.1976]



УДК 621.316.925

## Выбор уставок дистанционной защиты от коротких замыканий на землю<sup>1</sup>

Доктор техн. наук ФАБРИКАНТ В. Л., инж. ШАБАНОВ В. А.,  
канд. техн. наук ШНЕЙДЕР Я. А.

Рижский политехнический институт

Широко распространенные ступенчатые токовые защиты нулевой последовательности от коротких замыканий на землю линий 110—220 кВ в ряде случаев не удовлетворяют требованиям чувствительности и быстродействия. В связи с этим в последнее время большое внимание уделяется вопросу разработки дистанционной защиты от всех видов короткого замыкания как от междуфазных (ДЗМ), так и от замыканий на землю (ДЗЗ). Внедрение таких защит невозможно без достаточно простой и удобной методики расчета уставок ДЗЗ (сопротивления срабатывания  $Z'_y$  и коэффициента компенсации  $k'$ ), обеспечивающих высокую селективность и чувствительность.

<sup>1</sup> В порядке обсуждения.

В статье рассматривается выбор уставок ДЗЗ линий без ответвлений с учетом изложенных требований. Сложность выбора оптимальных  $Z'_y$  и  $k'$  обусловлена многообразием режимов, влиянием взаимной индукции в ряде случаев и отличием отношения сопротивлений прямой и нулевой последовательностей для различных элементов сети [Л. 1].

Ниже при анализе предполагается совпадение по фазе полного тока поврежденной фазы  $I_\phi$  и тока нулевой последовательности  $I_0$  и равенство углов уставки и сопротивления на зажимах защиты. Такое допущение значительно упрощает анализ и делает его независимым от выполнения и характеристики дистанционного органа. В то же время это не слишком сильно отличается от истины для однофазных коротких замыканий. Предполагается так-

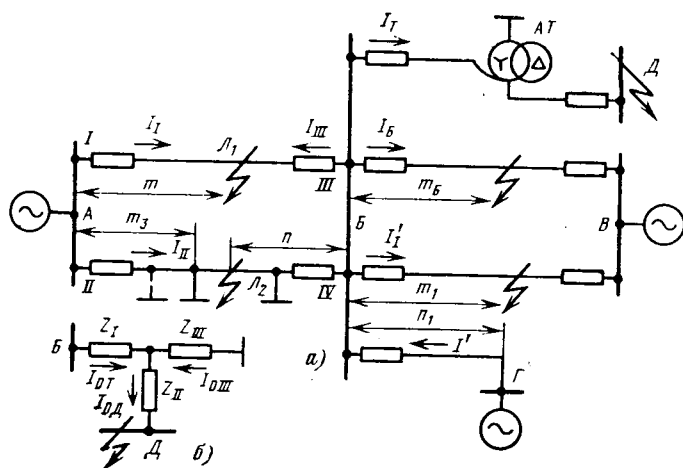


Рис. 1. Схема электропередачи (а) и схема замещения авто- трансформатора для токов нулевой последовательности (б).

же равенство сопротивлений прямой и обратной последовательностей для всех элементов сети.

**Выбор уставок первой ступени защиты.** При коротком замыкании на расстоянии  $m$  (рис. 1) напряжение поврежденной фазы на шинах подстанции А

$$U_{\phi} = mZ_{1л} (I_{\phi I} + kI_{0I} + k_m I_{0II}), \quad (1)$$

где  $I_{\phi I}$  — полный ток поврежденной фазы линии  $\mathcal{L}_1$ ;  $I_{0I}$  и  $I_{0II}$  — токи нулевой последовательности линий  $\mathcal{L}_1$  и  $\mathcal{L}_2$ ;  $k_m = Z_{0м}/Z_{1л}$  — коэффициент взаимоиנדукции;  $Z_{0м}$  — сопротивление взаимоиנדукции нулевой последовательности;  $k = (Z_{0л} - Z_{1л})/Z_{1л}$ ;  $Z_{0л}$  и  $Z_{1л}$  — сопротивления нулевой и прямой последовательностей линии  $\mathcal{L}_1$ .

При отключенной и заземленной с обеих сторон линии  $\mathcal{L}_2$  (режим I), обходя контур, образованный заземленной линией, находим

$$I_{0II} = (1 - m) \frac{k_m}{k + 1} I_{0III} - m \frac{k_m}{k + 1} I_{0I}. \quad (2)$$

При параллельной работе линий (режим III), обходя контур, образованный параллельными линиями, находим

$$I_{0II} = mI_{0I} - (1 - m)I_{0III}. \quad (3)$$

Подставляя (2) или (3) в (1), с учетом  $I_{0III} = \frac{1 - k_{т0}}{k_{т0}} I_{0I}$ , где  $k_{т0} = \frac{I_{0I}}{I_{0I} + I_{0III}} = \frac{I_{0I}}{I_{0к}}$  — коэффи-

циент токораспределения нулевой последовательности, находим:

$$U_{\phi} = mZ_{1л} \left[ I_{\phi I} + kI_{0I} + \frac{1 - m}{k_{т0}} (k - k_1) I_{0I} \right], \quad (4)$$

где  $k_1 = k - \frac{k_m^2}{k + 1}$  в режиме I;  $k_1 = k$  в режиме II (параллельная линия отключена);  $k_1 = k + k_m$  в режиме III. С учетом выражения (4) в любом режиме сопротивление на зажимах защиты

$$Z_3 = U_{\phi} / (I_{\phi I} + k'I_{0I}) \text{ равно:} \\ Z_3 = mZ_{1л} \frac{1 + k_{1m}I^*}{1 + k'I^*}, \quad (5)$$

где

$$I^* = I_{0I} / I_{\phi I}; \quad k_{1m} = k_1 + \frac{1 - m}{k_{т0}} (k - k_1).$$

Выражение (5) справедливо и в том случае, если две линии расположены на общих опорах (или проходят рядом) только на некотором участке  $n_1$  (режим IV, рис. 1). При этом  $k_{1m} = k - n_1 k_m k_p$  при  $n_1 < m$ , где  $k_p = I'_{0I} / I_{0I}$ , либо  $k_{1m} = k - m k_m k_p$  при  $n_1 > m$ . Если в режиме I на отключенной и заземленной линии наложено третье заземление на расстоянии  $m_3$  (рис. 1), то

$$k_{1m} = k_1 + \frac{|m - m_3|}{m(1 - m_3)} \frac{1 - m}{k_{т0}} (k - k_1).$$

Для обеспечения селективности сопротивление уставки первой ступени должно быть отстроено от минимального значения  $Z_3$  при коротком замыкании в конце линии ( $m=1$ ) в режиме, когда значение  $k_1$  минимально, а значение  $I^*$  максимально (рассматривается  $k_{1min} \leq k'$ ), т. е.

$$Z'_y = k_n Z_{1л} \frac{1 + k_{1min} I^*_{max}}{1 + k' I^*_{max}}, \quad (6)$$

где  $k_n < 1$  — коэффициент запаса;  $k_1$  — значение  $k_{1m}$  при  $m=1$ .

Режим каскадного отключения линии  $\mathcal{L}_2$  выключателем II (рис. 1) не является расчетным для выбора уставки первой ступени как по сравнению с режимом II [Л. 2], так и по сравнению с режимом I. Действительно, при коротком замыкании на линии  $\mathcal{L}_2$  на расстоянии  $n$  (рис. 1) от подстанции Б и при отсутствии подпитки этой подстанции (худший случай)

$$Z_3 = (1 + n) Z_{1л} \frac{1 + \left( k - \frac{2n}{1 + n} k_m \right) I^*}{1 + k' I^*}.$$

Дифференцируя по  $n$ , получаем  $\partial Z_3 / \partial n \equiv \equiv 1 - (2k_m - k) I^*$ . Так как в рассматриваемом случае  $I^* = 1/3$ , то с учетом средних значений  $k_m \approx 2$  и  $k \approx 2,5$ ,  $\partial Z_3 / \partial n > 0$  и значение  $Z_3$  минимально при  $n=0$ . При этом  $k_1 = k$ , т. е. больше, чем значение  $k_1$  в режиме I и равно значению  $k_1$  в режиме II.

В отличие от ДЗМ зона действия первой ступени ДЗЗ не равна  $k_n Z_{1л}$ , а изменяется в широких пределах в зависимости от  $k'$ ,  $k_{1m}$  и  $I^*$ . Определение зоны действия  $m$  связано с большой вычислительной работой. Поэтому для оценки чувствительности первой ступени должен быть применен косвенный критерий. В качестве такого критерия может служить коэффициент чувствительности  $k_{\chi I} = Z'_y / Z_3$ . Из (5) и (6) находим

$$k_{\chi I} = \frac{k_n}{m} \frac{1 + k_{1min} I^*_{y}}{1 + k' I^*_{y}} \frac{1 + k' I^*}{1 + k_{1m} I^*}, \quad (7)$$

где  $I^*_{y}$  — значение  $I^*$  в режиме выбора уставки.

Следует выбрать коэффициент  $k'$  так, чтобы коэффициент чувствительности  $k_{\chi I}$  был максимальным при любом  $m$ . Для этого дифференцируем (7) по  $k'$  и получаем  $\partial k_{\chi I} / \partial k' \equiv I^* - I^*_{y}$ . Разность  $I^* - I^*_{y}$  может быть и положительной и отрицательной. Если  $I^* - I^*_{y} < 0$ , то наибольшему значению  $k_{\chi I}$  соответствует наименьшее значение  $k' = k_{1min}$ ; при этом  $Z'_y = k_n Z_{1л}$ . Если же  $I^* - I^*_{y} > 0$ , то наибольшему значению  $k_{\chi I}$  соответствует наибольшее значение

$k' \rightarrow \infty$ , что равносильно исключению тока  $I_\Phi$ ; при этом

$$Z'_y = k_n Z_{1л} \frac{1 + k_{1\min} I^*_y}{I^*_y}.$$

На рис. 2 изображены эквивалентные схемы прямой и нулевой последовательностей электропередачи. При коротком замыкании на расстоянии  $n$  от шин подстанции  $B$  коэффициенты токораспределения прямой и нулевой последовательностей равны:

$$\left. \begin{aligned} k_{T1} &= \frac{nZ_1 + Z_{1II}}{Z_{1I}}; \\ k_{T0} &= \frac{nZ'_0 - Z_{0II}}{Z_{00}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $Z'_0 = Z_{0л}(1 - Z_{0м}^2/Z_{0л}^2)$  в режиме I и  $Z'_0 = Z_{0л}$  в режиме II. С учетом  $I^* = k_{T0}/(2k_{T1} + k_{T0})$  (нагрузка не учитывается), дифференцируя  $I^*$  по  $n$ , находим

$$\partial I^*/\partial n = Z'_0 Z_{1II} - Z_1 Z_{0II}.$$

Отсюда следует, что в случае  $Z_{0II}/Z_{1II} < Z'_0/Z_1$ ,  $\partial I^*/\partial n > 0$ , и с приближением точки короткого замыкания к шинам подстанции  $A$  значение  $I^*$  растет. Таким образом, случай  $I^* > I^*_y$  вполне реален.

Теоретически с целью обеспечения наивысшей чувствительности каждая ступень защиты должна иметь два реле: одно реле с  $k' = k_{1\min}$ , обеспечивающее наивысшую чувствительность при  $I^* < I^*_y$ , и второе реле с  $k' \rightarrow \infty$ , обеспечивающее наивысшую чувствительность при  $I^* > I^*_y$ , или же устройство, переключающее  $Z'_y$  и  $k'$  в зависимости от знака разности  $I^* - I^*_y$  (устройство, условие срабатывания которого  $I_0 > I_\Phi I^*_y$ ). Такое решение не всегда приемлемо с точки зрения сложности. Поэтому в зависимости от конкретных условий (например, от соотношения  $I^*$  и  $I^*_y$  в основном режиме) следует выбрать один из вариантов:  $k' = k_{1\min}$  или  $k' \rightarrow \infty$ .

Не исключая отдельных случаев, когда оптимальным является  $k' \rightarrow \infty$ , приведем некоторые доводы в пользу выбора  $k'_{\text{опт}} = k_{1\min}$ .

При выборе  $k' = k_{1\min}$  сопротивление уставки выбирается обычным образом и одинаково для ДЗМ и ДЗЗ, что упрощает эксплуатацию и выполнение защиты.

При выборе  $k' = k_{1\min}$  селективность обеспечивается независимо от режимов сети (значений  $I^*$ ). При учете же реальных значений  $I^*$ , что необходимо при  $k' \rightarrow \infty$ , с изменением режимов сети уставки должны пересматриваться, что усложняет эксплуатацию защиты. По этой причине, например, не рекомендуется снижение уставки для обеспечения селективности.

При выборе  $k' = k_{1\min}$  вид короткого замыкания (одно- или двухфазное на землю) не влияет на значение сопротивления уставки. В случае  $k' \rightarrow \infty$  необходимость учета двухфазных коротких замыканий на землю при выборе уставки усложняет расчеты и в наиболее тяжелых режимах приводит к снижению сопротивления уставки, и, следовательно, к снижению чувствительности при однофазных коротких замыканиях на землю.

Например, если линия подключена к мощной системе ( $Z_{0г} \approx Z_{1г}$ ) и питание с противоположного

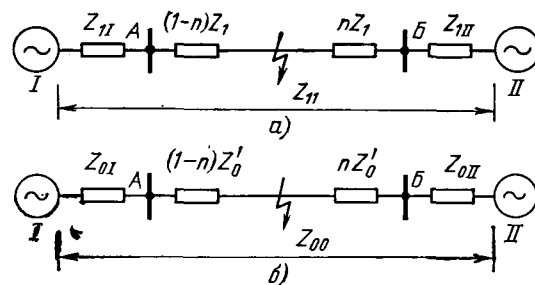


Рис. 2. Эквивалентные схемы прямой (а) и нулевой (б) последовательностей электропередачи.

конца слабое ( $k_{T1} \approx 1$ ;  $k_{T0} \approx 1$ ), при  $k_{1\min} = 1$  имеем  $\bar{Z}_y^{(1)} = 4k_n Z_{1л}$  и  $Z_y^{(1,1)} = 3,6k_n Z_{1л}$ .

В случае  $I^* > I^*_y$  большую чувствительность обеспечивает защита с  $k' \rightarrow \infty$ , а при  $I^* < I^*_y$  — защита с  $k' = k_{1\min}$ . Однако при одинаковом отклонении ( $I^* - I^*_y$ ) для защиты с  $k' = k_{1\min}$  проигрыш в первом случае меньше, чем выигрыш во втором. Например, при  $I^*_y = 0,4$ ,  $I^* = 0,5$ ,  $k_{1\min} = 1$ ,  $k_{1м} = 2$  чувствительность ДЗЗ с  $k' = k_{1\min}$  снижается на 3,8%, а при  $I^* = 0,3$  чувствительность ДЗЗ с  $k' \rightarrow \infty$  — на 15,4%.

При выборе  $k' = k_{1\min}$  обеспечивается повышение чувствительности в наиболее тяжелых режимах (при больших токах короткого замыкания). Например, если линия подключена к мощной системе ( $Z_{0г} \approx Z_{1г}$ ) и питание с противоположного конца сильно ослаблено ( $k_{T1} \approx 1$ ;  $k_{T0} \approx 1$ ), то  $I^* \approx 1/3$ . Расчет уставки ведется в режиме, когда  $I^*_y$  максимально, что обычно имеет место в условиях, противоположных указанным выше; при этом (в пределе, когда питание отключено,  $I^*_y = 1$ ). Действительно, с отключением источников питания  $k_{T1}$  уменьшается сильнее, чем  $k_{T0}$ , поскольку в работе остается множество трансформаторов с заземленной нейтралью, и, следовательно,  $I^*$  увеличивается.

Наибольшую чувствительность ДЗЗ имеет в режиме I, наименьшую — в режиме III. Но в режиме III в качестве основной используется, как правило, поперечная дифференциальная защита [Л. 3], имеющая простое выполнение, абсолютную селективность и быстрое действие, а ДЗЗ является резервной защитой. В режимах I и II ДЗЗ является основной защитой, поэтому эти режимы являются расчетными с точки зрения повышения чувствительности.

Как следует из (7), чувствительность защиты повысится, если увеличить значение  $k_{1\min}$ . Для этого достаточно исключить из рассмотрения при выборе уставки режим I. Добиться этого можно либо автоматическим переключением коэффициента компенсации при переходе на режим I [Л. 2], либо по способу, предложенному К. А. Бринкисом. В заземляющую шину разъединителя устанавливается трансформатор тока или группа из трех трансформаторов тока. Поскольку трансформатор тока включается в цепь заземлителя, он относительно дешев (не требует высоковольтной изоляции). При заземлении параллельной линии с обеих сторон

в защиту будет подаваться ток компенсации; при этом сопротивление на зажимах защиты в режиме I  $Z_3 = mZ_{1л}$  и длина защищаемой зоны  $l_3 = k_n Z_{1л}$  не зависит от режимов сети (в отличие от предложения [Л. 2]), а  $k_{1\min} = k$ .

Если же поперечная дифференциальная защита или трансформатор тока в заземляющей шине не установлены, что с учетом изложенного следует выбрать значение  $k'$ , обеспечивающее наивысшую чувствительность в основном режиме.

**Выбор уставок второй ступени защиты.** Сопротивление уставки второй ступени ДЗЗ должно быть согласовано с сопротивлениями срабатывания первых ступеней защит, установленных на линиях, присоединенных к шинам предыдущей подстанции Б (рис. 1), включая защиту, установленную на параллельной линии, и должно быть отстроено от коротких замыканий за автотрансформатором, присоединенным к шинам подстанции Б [Л. 4].

При коротком замыкании в конце первой зоны защиты Б (на расстоянии  $m_B$ , рис. 1, режим V) напряжение поврежденной фазы на шинах подстанции А

$$U_\phi = Z_{1л1}(I_{\phi I} + k_1 I_{0I}) + Z_{yB}(I_B + k'_B I_{0B}),$$

где  $Z_{yB}$  и  $k'_B$  — сопротивление уставки первой ступени и коэффициент компенсации защиты, установленной на подстанции Б;  $(I_B + k'_B I_{0B})$  — ток в защите, установленной на подстанции Б. Сопротивление уставки второй ступени при этом равно [Л. 4]

$$Z_y^{II} = k_{н1} \left[ Z_{1л1} \frac{I_{\phi I} + k_{1\min} I_{0I}}{I_{\phi I} + k' I_{0I}} + k_{н2} Z_{yB} \frac{I_B + k'_B I_{0B}}{I_{\phi I} + k' I_{0I}} \right],$$

где  $k_{н1}$  и  $k_{н2}$  — коэффициенты запаса по [Л. 4]. Вводя обозначения  $k_{p1} = I_{1Б}/I_{1I}$  и  $k_{p0} = I_{0Б}/I_{0I}$  для коэффициентов разветвления токов прямой и нулевой последовательностей, получаем

$$Z_y^{II} = k_{н1} (Z_{1л1} + k_{н2} Z_{yB} k_{p1\min}) \frac{1 + k_{1\min}^{II} I^*}{1 + k' I^*}, \quad (9)$$

где

$$k_{1\min}^{II} = \frac{k_{1\min} + [k_{p0\min}(1 + k'_B) - k_{p1\min}] k_{н2} Z_{yB}^I / Z_{1л1}}{1 + k_{p1\min} k_{н2} Z_{yB}^I / Z_{1л1}}.$$

При  $k_{p0\min} = k_{p1\min} = 1$

$$k_{1\min}^{II} = \frac{k_{1\min} + k'_B k_{н2} Z_{yB}^I / Z_{1л1}}{1 + k_{н2} Z_{yB}^I / Z_{1л1}}.$$

Если на обоих участках или параллельные, или одиночные линии, т. е.  $k'_B = k_{1\min}$ , то  $k_{1\min}^{II} = k_{1\min}$ .

При коротком замыкании за автотрансформатором на шинах подстанции Б (режим VI) напряжение поврежденной фазы на шинах подстанции А (рис. 1), с учетом  $k_{p1} = I_{1т}/I_{1I}$  и  $k_{p0} = I_{0т}/I_{0I}$ :

$$U_\phi = Z_{1л1}(I_{\phi I} + k_1 I_{0I}) + Z_{I-II}(2k_{p1} I_{1I} + k_{p0} I_{0I}) + Z_{II} I_{0II}.$$

Сопротивление  $Z_{II}$  обычно весьма мало (может быть как положительным, так и отрицательным), ток  $I_{0II}$  также невелик, так как третья обмотка обычно маломощная. Пренебрегая последним слагаемым, получаем

$$Z_y^{II} = k_{н1} (Z_{1л1} + k_{p1\min} Z_{т}) \frac{1 + k_{1\min}^{II} I^*}{1 + k' I^*}, \quad (10)$$

где

$$k_{1\min}^{II} = \frac{k_{1\min} + (k_{p0\min} - k_{p1\min}) Z_{т} / Z_{1л1}}{1 + k_{p1\min} Z_{т} / Z_{1л1}};$$

$$Z_{т} = Z_{I-II}.$$

В качестве расчетного должно приниматься наименьшее из значений  $Z_y^{II}$  по (9) и (10).

Чувствительность второй ступени защиты оценивается при коротком замыкании на шинах подстанции Б (рис. 1) и с учетом (3) определяется выражением:

$$k_\chi = \frac{Z_y^{II}}{Z_3} = \frac{Z_{расч}}{Z_{1л1}} \frac{1 + k_{1\min}^{II} I^*}{1 + k' I^*} \frac{1 + k' I^*}{1 + k_{1\min}^{II} I^*}, \quad (11)$$

где  $Z_{расч}$  определяется расчетным режимом для выбора уставки и равно  $k_{н1} (Z_{1л1} + k_{н2} k_{p1\min} Z_{yB}^I)$  в режиме V и  $k_{н1} (Z_{1л1} + k_{p1\min} Z_{т})$  в режиме VI.

Выражения (11) и (7) аналогичны. Поэтому значение  $k'$ , обеспечивающее наивысшую чувствительность, также определяется знаком разности  $I^* - I_y^*$ . Большинство доводов, приведенных в пользу  $k' = k_{1\min}$ , справедливы и в этом случае. Например, в наиболее тяжелых режимах (при выборе уставки по согласованию с первой ступенью параллельной линии при ее каскадном отключении [Л. 2]) всегда  $I^* - I_y^* < 0$  и наивысшая чувствительность обеспечивается при  $k' = k_{1\min}^{II}$ . При  $k' = k_{1\min}^{II}$  на выбор сопротивления срабатывания не влияют вид короткого замыкания и режимы сети, а значение уставки ДЗЗ такое же, как и для ДЗМ.

В связи с разнообразием режимов и спецификой дистанционной защиты от замыканий на землю в некоторых случаях требуется установка третьей ступени защиты [Л. 2]. Уставки третьей ступени выбираются аналогично выбору уставок второй ступени.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей. М.: Госэнергониздат, 1957.
2. Рубинчик В. А. Исследование вопросов осуществления дистанционной защиты от коротких замыканий на землю: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1975. В надзаг.: М-во высшего и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.
3. Правила устройства электроустановок. М.: Энергия, 1965.
4. Руководящие указания по релейной защите. М.: Энергия, 1966, вып. 7.



# Скручивающие моменты на валу турбоагрегата при отключении коротких замыканий

Академик ГЛЕБОВ И. А., доктор техн. наук, проф. КАЗОВСКИЙ Е. Я.,  
канд. техн. наук ОСТРОУМОВ Э. Е., канд. техн. наук РУБИСОВ Г. В.

Ленинград

Одна из важнейших проблем современного турбогенеростроения — обеспечение механической прочности конструктивных элементов турбоагрегата в динамических режимах. Для оценки запасов механической прочности валопровода в качестве расчетного обычно рассматривается режим внезапного к. з. на выводах генератора из режима номинальной нагрузки.

С повышением единичной мощности турбоагрегатов увеличиваются удельные электромагнитные, тепловые и механические нагрузки на конструктивные элементы машины, поэтому становятся весьма актуальными исследования малоизученных переходных режимов генератора (отключение кратковременных к. з., АПВ, последовательные к. з. и др.), в которых электромагнитные, тепловые и механические нагрузки могут оказаться выше, чем при внезапных к. з. В [Л. 1—3] проведен расчетно-теоретический анализ вращающего электромагнитного момента генератора и скручивающего момента, действующего на валопровод турбоагрегата при отключении внезапного трехфазного к. з. из режима номинальной нагрузки генератора, работающего параллельно с сетью бесконечной мощности, без отключения его от сети.

Целью статьи является экспериментальное исследование и сопоставление с результатами расчета на ЦВМ скручивающего момента, действующего на вал турбоагрегата при отключении кратковременных симметричных и несимметричных к. з. из режима номинальной нагрузки генератора, работающего параллельно с сетью конечной мощности, без отключения его от сети (рис. 1).

При анализе электромагнитных переходных процессов в генераторе и механических переходных процессов в валопроводе турбоагрегата используем принцип наложения. При отключении кратковременного к. з. генератора без отключения его от сети на режим неустойчившегося к. з. накладывается новый переходный режим, определяемый восстановлением напряжения, приложенного к выводам генератора. При определенных условиях (по длительности к. з., по соотношению электромагнитных параметров генератора и системы) к вращающему электромагнитному моменту генератора, возникающему при неустойчившемся к. з., добавляется по методу наложения вращающий электромагнитный момент при отключении к. з. от включения невозбужденного генератора под восстанавливаю-

щееся напряжение сети. В результате после отключения кратковременного к. з. вращающий электромагнитный момент может существенно превысить таковой при внезапном к. з.

Аналогично на крутильные колебания валопровода турбоагрегата, вызванные воздействием вращающего электромагнитного момента генератора, возникающего при к. з., после отключения неустойчившегося к. з. накладывается новый переходный механический процесс в валопроводе, связанный с появлением при отключении к. з. дополнительного вращающего электромагнитного момента. При неблагоприятном наложении этих переходных механических процессов (в зависимости от величины всплеска вращающего электромагнитного момента после отключения неустойчившегося к. з.) скручивающий момент, действующий на валопровод агрегата, может достичь значений, превышающих таковые при внезапном к. з. на выводах генератора из режима нагрузки.

Экспериментальное исследование изменения скручивающего момента в генераторной шейке вала крупного турбоагрегата при отключении внезапных коротких замыканий выполнено на электродинамической модели ВНИИЭлектромаш.

В качестве модельного аналога использована синхронная машина типа МГ-15-1000. В табл. 1 приведены номинальные данные и основные параметры машины, являющейся моделью турбогенератора мощностью 300 МВт.

Модельный генератор включен через трансформатор на шины мощной электросистемы и работает при номинальной нагрузке. На этих шинах проводились внезапные двух- и трехфазные короткие замыкания различной длительности. Электромагнитные параметры трансформатора и системы, приведенные к номинальным данным модельного генера-

Таблица 1

Параметр	Генератор	
	оригинал (ТГВ-300)	модель
$S$ , МВ·А	353	$26,5 \cdot 10^{-3}$
$P$ , МВт	300	$22,5 \cdot 10^{-3}$
$Q$ , МВ·Ар	198	$14,8 \cdot 10^{-3}$
$M$ , т·м	97,5	$21,9 \cdot 10^{-3}$
$V$ , кВ	20	$220 \cdot 10^{-3}$
$I$ , кА	10,18	$69,5 \cdot 10^{-3}$
$i_f$ , А	2900	1,04
$u_f$ , В	440	80
$x_d$ , о. е.	2,21	2,18
$x'_d$ , о. е.	0,3	0,3
$x''_d$ , о. е.	0,195	0,2
$r_s$ , о. е.	0,2	0,3
$T_{d0}$ , с	7	7
$T'_d$ , с	0,95	0,96
$T''_d$ , с	0,119	0,103
$T_\sigma$ , с	0,434	0,24

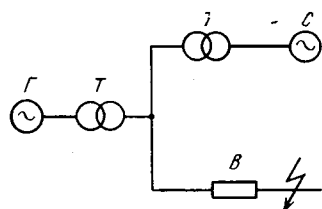


Рис. 1. Схема исследований режимов к. з. и отключения к. з. генератора, работающего параллельно с сетью конечной мощности.  
Г — генератор; Т — трансформатор;  
С — сеть; В — выключатель.

тора (в относительных единицах):  $x_{тр}=0,076$ ;  $r_{тр}=0,014$ ;  $x_c=0,167$ ;  $r_c=0,027$ .

Валопровод турбоагрегата 300 МВт представлен в модели двухмассовой механической системой валопровода модельного агрегата. При этом соблюдалось равенство основных частот свободных механических колебаний, а также равенство соотношений моментов инерции турбины и генератора в модели и оригинале. В экспериментах, результаты которых приведены в статье, основная частота свободных колебаний валопровода  $f_0=15,7$  Гц, а отношение момента инерции двигателя к сумме моментов инерции двигателя и генератора  $\frac{J_{дв}}{J_r + J_{дв}}=0,68$ .

При экспериментальном исследовании скручивающих моментов в генераторной шейке вала турбоагрегата при внезапных к. з. использовано разработанное во ВНИИэлектромаш тензометрическое устройство, позволяющее измерять скручивающий момент на валу модельного агрегата и регистрировать его на шлейфовом осциллографе. Устройство состоит из следующих основных частей:

промежуточного торсионного вала с пониженной механической жесткостью, соединяющего модельный генератор с приводным двигателем;

измерительного уравновешенного моста, в плечи которого включены тензодатчики, наклеенные на поверхность торсионного вала (мост питается от аккумуляторной батареи большой емкости);

полупроводникового четырехкаскадного усилителя постоянного тока балансного типа на транзисторах, имеющего коэффициент усиления по напряжению  $k_v=500$ , причем первые два каскада усилителя расположены внутри вращающегося торсионного вала и сигнал с измерительного моста поступает непосредственно на эти каскады, а через токосъемное устройство на последующие два каскада усилителя;

токосъемного устройства, состоящего из шести посеребренных бронзовых контактных колец и двенадцати медно-графитовых щеток.

Для измерения скручивающего момента на поверхность торсионного вала в двух диаметрально противоположных точках наклеены две пары одинаковых тензодатчиков (сопротивление каждого датчика равно 120 Ом). В каждой из пар оси тензодатчиков взаимно перпендикулярны и направлены под углом  $45^\circ$  к оси вала.

Измеренные таким способом напряжения на поверхности торсионного вала пропорциональны действующему на вал скручивающему моменту. Статическая характеристика устройства имеет наклон  $0,05$  мА/кгм.

Результаты обработки осциллограмм скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата при трех- и двухфазном к. з. из режима номинальной нагрузки, а также при отключении этих к. з., приведены в табл. 2.

Генератор в рассматриваемых режимах остается присоединенным к сети. Длительность к. з. в опытах внезапного трехфазного к. з. составляла  $0,055-0,26$  с, а в опытах двухфазного к. з.  $0,03-0,17$  с. Отключение к. з. осуществляется размыканием контактов выключателя, когда ток в размы-

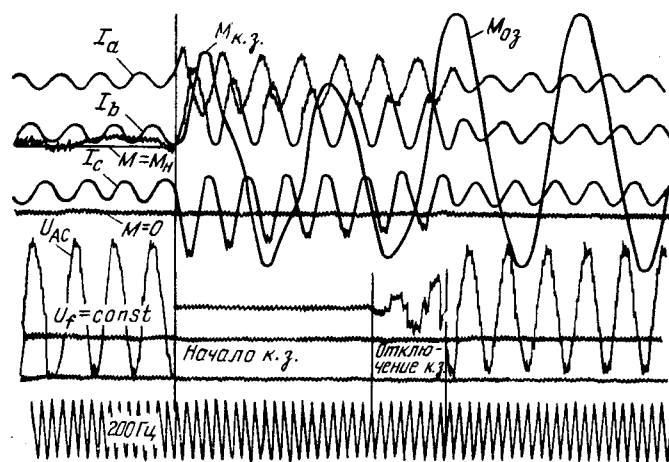


Рис. 2. Осциллограммы внезапного трехфазного к. з. на высокой стороне трансформатора включенного в сеть блока и отключения неустойчившегося трехфазного к. з.

каемой фазе проходит через нулевое значение. Время отключения к. з. в проведенных опытах составляет  $1,5-2$  периода переменного тока.

Из табл. 2 видно, что максимальный скручивающий момент, действующий на валопровод агрегата при трехфазном к. з.  $M_{к.з.}$  в  $2,1-2,7$  раза превышает скручивающий момент при номинальной нагрузке  $M_H$ . Разброс полученных значений максимального скручивающего момента  $M_{к.з.}$  на  $10-15\%$  среднего значения  $M_{к.з.(ср)}=2,4M_H$  объясняется неодновременностью замыкания фаз выключателя при к. з., вследствие чего имеет место последовательный переход двухфазного к. з. в трехфазное через малый интервал времени.

Приведенное в табл. 2 расчетное значение скручивающего момента, действующего на валопровод турбоагрегата, при трехфазном к. з. за трансфор-

Таблица 2

Длительность к. з. $t_k$ , с	Трехфазное к. з.		Длительность к. з. $t_k$ , с	Двухфазное к. з.	
	$\frac{M_{к.з.}}{M_H}$	$\frac{M_{0.3}}{M_H}$		$\frac{M_{к2}}{M_H}$	$\frac{M_{02}}{M_H}$
0,055—0,08	2,52	2,55	0,03—0,065	1,4	1,66
0,075—0,092	2,31	2,05	0,05—0,06	2,08	1,83
0,085—0,112	2,25	2,16	0,055—0,06	1,84	1,62
0,092—0,135	2,35	2,7	0,06—0,075	1,61	1,86
0,095—0,145	2,73	3,28	0,065—0,075	2,25	2,4
0,1—0,14	2,265	2,92	0,065—0,075	1,95	2,12
0,1—0,137	2,318	2,88	0,05—0,1	1,58	1,84
0,115—0,135	2,46	2,76	0,07—0,095	1,67	1,53
0,12—0,15	2,35	2,25	0,08—0,1	1,58	1,63
0,132—0,155	2,185	1,71	0,08—0,115	1,685	1,525
0,13—0,15	2,35	1,83	0,085—0,12	2,32	1,95
0,132—0,16	2,35	1,68	0,09—0,12	2,16	1,89
0,135—0,16	2,7	2,44	0,1—0,135	1,405	1,81
0,145—0,182	2,1	1,93	0,1—0,15	1,29	1,77
0,14—0,205	2,24	2,05	0,1—0,16	1,925	1,97
0,155—0,195	2,14	2,23	0,12—0,15	1,69	1,72
0,16—0,19	2,4	2,6	0,12—0,16	1,28	1,5
0,17—0,19	2,42	2,79	0,12—0,16	1,38	1,54
0,17—0,207	2,45	2,8	0,135—0,16	2,48	2,16
0,22—0,26	2,2	2,05	0,135—0,17	1,22	1,445
расчет	2,46	3,7 ( $t_k=0,1$ с)	расчет	2,6	—

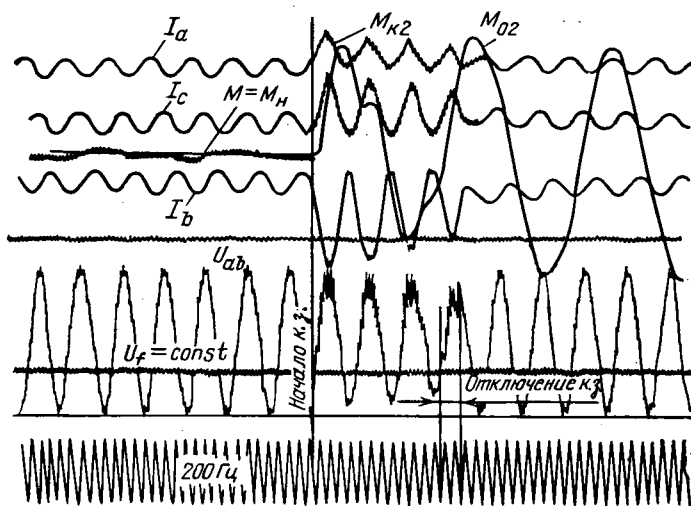


Рис. 3. Осциллограммы внезапного двухфазного к. з. на высокой стороне трансформатора включенного в сеть блока и отключения неустойчившегося двухфазного к. з.

матором из режима номинальной нагрузки близко к среднему значению  $M_{к.з(ср)}$ , полученному экспериментально.

Максимальные значения скручивающего момента  $M_{0.3}$ , действующего на валопровод агрегата после отключения кратковременного трехфазного к. з., генератора, включенного в сеть, как видно из табл. 2, в 1,68—3,28 раза превышают скручивающий момент при номинальной нагрузке  $M_n$ . В шести случаях из двадцати, указанных в табл. 2, максимальный скручивающий момент после отключения трехфазного к. з.  $M_{0.3}$  превысил средний скручивающий момент при трехфазном к. з.  $M_{к.з(ср)}$ . Наибольшее отношение  $M_{0.3}/M_{к.з(ср)}=1,4$ .

На рис. 2 приведена осциллограмма внезапного трехфазного к. з. из режима номинальной нагрузки на высокой стороне трансформатора и отключения неустойчившегося к. з. без отключения генератора от сети. На осциллограмме записаны токи статора  $I_a, I_b, I_c$ , напряжение генератора  $U_{ab}$  и скручивающий момент  $M$ , действующий на валопровод агрегата.

Максимальный скручивающий момент, действующий на валопровод турбоагрегата при двухфазном к. з. из режима номинальной нагрузки  $M_{к2}$ , зависит от положения ротора по отношению к фазным обмоткам статора в момент к. з. В опытах табл. 2 максимальный скручивающий момент при двухфазном к. з. в 1,22—2,48 раза превышает скручивающий момент, действующий на валопровод при номинальной нагрузке  $M_n$ . Максимальные значения скручивающего момента  $M_{02}$ , действующего на валопровод турбоагрегата после отключения кратковременного двухфазного к. з. из режима номинальной нагрузки, генератора, включенного в сеть, в 1,5—2,4 раза превышает скручивающий момент при номинальной нагрузке.

Наибольшее значение скручивающего момента, полученное при двухфазном к. з. из режима номинальной нагрузки и равное  $2,48M_n$ , близко к расчетному, приведенному в табл. 2.

Всплески скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата после отключения двухфазного к. з. из режима номинальной нагрузки генератора, включенного в сеть, в тринадцати случаях из двадцати превышают на 5—40% соответствующие им всплески скручивающего момента при двухфазном к. з., но только в одном случае скручивающий момент после отключения кратковременного двухфазного к. з. приближается к наибольшему, опытному значению скручивающего момента при внезапном двухфазном к. з. из режима номинальной нагрузки.

На рис. 3 представлена осциллограмма двухфазного к. з. (из режима номинальной нагрузки) на высокой стороне трансформатора и отключения неустойчившегося к. з. без отключения генератора от сети. Кроме скручивающего момента  $M$ , действующего на валопровод турбоагрегата, на осциллограмме записаны фазные токи статора и линейное напряжение  $U_{ab}$  генератора.

Из табл. 2 видно, что максимальные значения скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата, при двух- и трехфазном к. з. (без учета дополнительного момента, вызванного переходом двухфазного к. з. в трехфазное) практически равны, хотя электромагнитный вращающий момент при двухфазном к. з. может быть больше, чем при трехфазном. Максимальный всплеск скручивающего момента после отключения кратковременного трехфазного к. з. на 40% больше, чем максимальное значение скручивающего момента после отключения кратковременного двухфазного к. з. Поэтому в статье сопоставление экспериментальных данных с результатами расчета переходного процесса на ЦВМ проведено лишь для случая отключения трехфазного к. з. из режима номинальной нагрузки генератора, включенного в сеть.

Для определения наибольших возможных в данных опытах всплесков скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата после отключения трехфазного к. з., проведены расчеты на ЦВМ электромагнитного вращающего момента генератора и скручивающего момента, действующего на вал агрегата при внезапном трехфазном к. з. и после отключения кратковременного трехфазного к. з., при этом сделаны следующие допущения:

скорость генератора остается неизменной (синхронной) в течение всего переходного процесса; действием регулятора приводного двигателя и регулятора возбуждения генератора пренебрегаем; пренебрегаем неодновременностью замыкания и размыкания контактов выключателя при к. з. и при отключении к. з.; влиянием сопротивления дуги в выключателе и влиянием изменения магнитного насыщения генератора и трансформатора также пренебрегаем; пренебрегаем затуханием крутильных колебаний валопровода.

Расчет проведен по экспериментально определенным электромагнитным параметрам генератора и системы (табл. 1). На рис. 4,а приведены расчетные значения электромагнитного вращающего момента генератора при к. з. и после отключения к. з. через время  $t_k=0,10$  с и  $0,11$  с (кривые 1 и 2) с учетом затухания электромагнитных процессов,

Отношение максимальных амплитуд вращающего электромагнитного момента после отключения внезапного трехфазного к. з. из режима номинальной нагрузки без отключения генератора от сети с учетом реальных значений электромагнитных параметров генератора и системы при длительностях к. з. 0,11 и 0,10 с составляет 1,6.

Максимальные расчетные значения вращающего электромагнитного момента генератора при трехфазном к. з. и после отключения к. з. использованы для расчета скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата при трехфазном к. з. и после отключения к. з. Результаты расчетов скручивающего момента показали, что максимальные значения скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата после отключения к. з. генератора, включенного в сеть, получаются при длительности к. з.  $t_k \approx 0,10, 0,11$  и  $0,16$  с и равны  $(3,5-3,7)M_H$ , что примерно в 1,5 раза превышает максимальный скручивающий момент, имеющий место при трехфазном к. з. Такая периодичность (период порядка 0,6 с) подтверждается результатами экспериментов (см. табл. 2) и объясняется, как показал теоретический анализ, тем, что при длительности к. з., равной приблизительно нечетному числу полупериодов свободных крутильных колебаний валопровода, имеет место максимальный всплеск скручивающего момента. При частоте свободных колебаний валопровода 15,7 Гц длительности к. з.  $t_k \approx 0,1$  и  $0,16$  с приблизительно соответствуют 3 и 5 полупериодам свободных крутильных колебаний валопровода. Длительность к. з.  $t_k \approx 0,11$  с мало отличается от нечетного числа полупериодов свободных колебаний, но при этом вращающий электромагнитный момент генератора после отключения к. з. достигает максимального значения (рис. 4,а), поэтому полученный всплеск скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата после отключения трехфазного к. з., достиг также примерно  $3,5M_H$ .

При длительности трехфазного к. з.  $0,11 < t_k < 0,16$  расчетные значения скручивающего момента после отключения к. з. могут снижаться до минимального значения примерно  $(1,5-1,8)M_H$ , т. е. становится на 25-40% меньше, чем скручивающий момент, имеющий место при внезапном трехфазном к. з.

На рис. 4,б приведены расчетные значения скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата при внезапном трехфазном к. з. (кривая 7) из режима номинальной нагрузки генератора, включенного в сеть, а также наибольший (кривая 4) и наименьший (кривая 5) всплески скручивающего момента после отключения трехфазного к. з. соответственно через  $t_k = 0,10$  и  $0,12$  с после начала к. з. Здесь же для сравнения нанесена опытная кривая изменения скручивающего момента при трехфазном к. з. из режима номинальной нагрузки и после отключения к. з. генератора, включенного в сеть, взятая из рис. 2 (с учетом неодновременности отключения трех фаз  $t_k = 0,1-0,14$  с).

Из рис. 4,б видно, что экспериментальное значение максимального всплеска скручивающего момента  $M$  после отключения к. з. при  $t_k = 0,1-0,14$  с лежит в диапазоне, ограниченном расчетными кри-

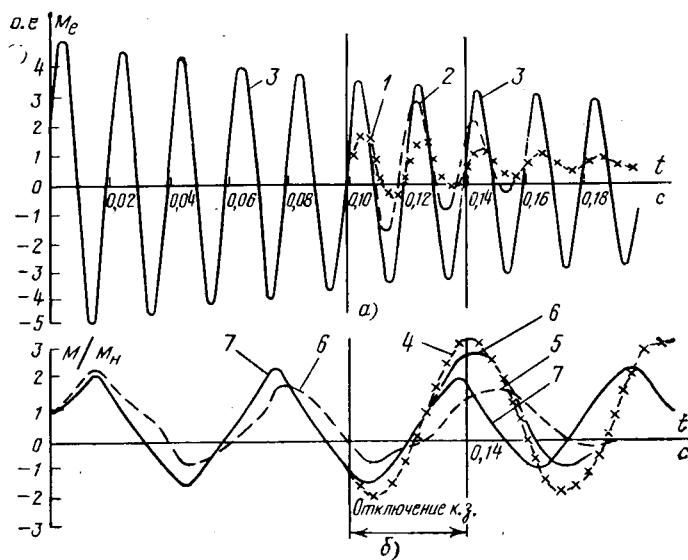


Рис. 4. Вращающий (а) электромагнитный момент генератора (кривые 1-3) и скручивающий (б) момент, действующий на валопровод агрегата (кривые 4-7) при внезапном трехфазном к. з. из режима номинальной нагрузки и после отключения неустойчившегося трехфазного к. з.

1 -  $t_k = 0,10$  с; 2 -  $t_k = 0,11$  с; 3 - внезапное к. з.; 4 -  $t_k = 0,10$  с; 5 -  $t_k = 0,12$  с; 6 - экспериментальная кривая скручивающего момента при к. з. и после отключения к. з.; 7 - расчетная кривая скручивающего момента при к. з.

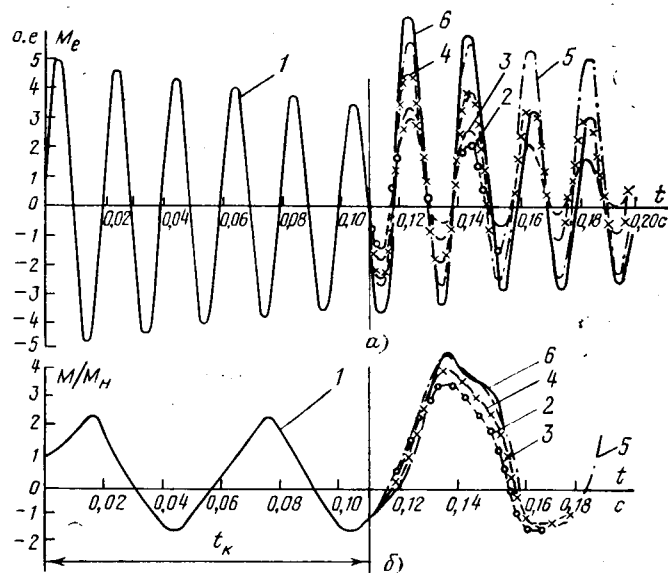


Рис. 5. Расчетные вращающий электромагнитный момент генератора (а) и скручивающий момент (б), действующий на валопровод агрегата при внезапном трехфазном к. з. и после отключения неустойчившегося к. з. через  $t_k = 0,11$  с.

1 - режим внезапного трехфазного к. з.; 2 -  $x_c = 0,167$  отн. ед.,  $\alpha_c = 0,16$ ; 3 -  $x_c = 0,12$  отн. ед.,  $\alpha_c = 0,16$ ; 4 -  $x_c = 0,05$  отн. ед.,  $\alpha_c = 0,16$ ; 5 -  $x_c = 0,01$  отн. ед.,  $\alpha_c = 0,16$ ; 6 -  $x_c = 0,01$  отн. ед.,  $\alpha_c = 0,5$ .

выми 4 и 5 для времени  $t_k = 0,10$  с (соответствующего максимальному значению  $M$ ) и  $t_k = 0,12$  с (соответствующего минимальному значению  $M$ ). Из сопоставления расчетных и опытных данных следует, что максимальные всплески скручивающего момента, действующего на вал агрегата после отключения неустойчившегося трехфазного к. з. генератора, работающего параллельно с сетью, без

отключения генератора от сети, полученные экспериментально, примерно на 20% меньше соответствующих расчетных значений.

Очевидно, при определенных условиях, связанных с работой выключателя (разброс времени срабатывания выключателя, время гашения дуги и т. д.), и при данном соотношении электромагнитных параметров генератора и системы после отключения кратковременного трехфазного к. з. генератора, включенного в сеть, может иметь место максимальный всплеск скручивающего момента, действующего на вал агрегата, приближающийся к расчетному максимальному значению скручивающего момента  $3,5M_H$ , т. е. почти в 1,5 раза превышающий таковой при внезапном трехфазном к. з. генератора из режима номинальной нагрузки.

Для выявления влияния мощности системы, на которую включен исследуемый генератор, проведены расчеты электромагнитного вращающего момента генератора и скручивающего момента, действующего на вал агрегата, при внезапном трехфазном к. з. длительностью  $t_k=0,11$  с и после отключения к. з. для значений реактивного сопротивления системы  $x_c=0,167, 0,12, 0,10, 0,05$  и  $0,01$  о. е. Коэффициент затухания электромагнитных процессов в системе принят в этом случае неизменным  $\alpha_c=0,16$ .

Из рис. 5,а и б, на котором приведены результаты этих расчетов, видно, что при уменьшении относительного значения реактивного сопротивления с 0,167 до 0,01 о. е. всплеск вращающего электромагнитного момента генератора после отключения трехфазного к. з. длительностью  $t_k=0,11$  с увеличился с 2,95 до 5,7 о. е., т. е. в 1,93 раза, а всплеск скручивающего момента на валу агрегата при этом увеличился с  $3,6M_H$  до  $4,6M_H$ , т. е. в 1,28 раза.

Максимальный вращающий электромагнитный момент генератора и максимальный скручивающий момент, действующий на вал агрегата после отключения кратковременного трехфазного к. з. без отключения генератора от сети при  $x_c=0,01$  о. е. и  $\alpha_c=0,16$  соответственно в 1,14 и 1,92 раза превышают максимальные вращающий электромагнитный момент и скручивающий момент генератора из режима номинальной нагрузки.

**Выводы.** 1. Применение тензометрического метода определения скручивающего момента в шейке вала модельного турбоагрегата позволило впервые экспериментально получить предсказанный ранее [Л. 1] эффект повышения скручивающего момента, действующего на валопровод агрегата после отключения неуставившихся симметричных и несимметричных к. з. генератора, работающего параллельно с сетью конечной мощности.

2. Расчетно-теоретическое и экспериментальное исследование режимов отключения симметричных и несимметричных неуставившихся к. з. из режима номинальной нагрузки генератора, включенного в сеть конечной мощности, при типовом соотношении параметров генератора и системы показало, что максимальный скручивающий момент, действующий на валопровод агрегата после отключения трехфазного к. з. из режима нагрузки, примерно на 40% превышает максимальный скручивающий момент при трехфазном к. з. из режима нагрузки.

3. Полученные в статье результаты свидетельствуют о необходимости учета возможности повышения механических напряжений в валопроводе турбоагрегатов после отключения кратковременного к. з. для создания необходимого запаса прочности турбоагрегата и его узлов.

4. Соответствующий анализ запасов механической прочности после отключения неуставившихся к. з. генератора, включенного в сеть, должен быть проведен для других узлов генератора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казовский Е. Я., Насибов В. А., Рубисов Г. В. Переходные процессы при отключении кратковременных к. з. синхронных машин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972, № 5.
2. Läge K., Lambrecht D. Die Auswirkung dreipoliger Netzkurzschlüsse mit Kurzschlußfortschaltung auf die mechanische Beanspruchung von Turbosätzen. — ETZ-A, 1974, Bd 95, H. 10, S. 508—514.
3. Kazovsky E. J., Rubisov G. V. The transient performance of large turbo- and hydro-generators operating in a large network at short-time short-circuit tripping. — Electra, 1972, № 22, p. 39—45.

[4.3.1976]

УДК [62-83:621.376].001.24

## Основы бикомплексного исчисления и его применение к расчету электромеханических систем с модуляцией

Канд. техн. наук ЛУКОВНИКОВ В. И.

Томский политехнический институт

Системы и устройства, использующие модулированные сигналы, давно известны и широко применяются в радиотехнике, электронной технике, оптико-механике. В последнее время они начинают распространяться в электромеханике в качестве электроприводов колебательного движения.

Питание балансно-модулированными напряжениями (токами) электродвигателей как прямолинейного, так и вращательного движения, позволяет

создать качающееся вдоль воздушного зазора магнитное поле и тем самым возбудить колебательный режим работы.

Известно применение подобных электромеханических устройств как колебательного привода мотала [Л. 1], испытательных разрушающей [Л. 2, 3] и градуировочной установок [Л. 4], имитатора вибраций [Л. 5], регулятора напряжения [Л. 6], оптико-механического измерителя угла [Л. 7, 8].

В качестве исполнительных механизмов в них используются асинхронные электродвигатели линейного [Л. 1] и вращательного [Л. 2, 3, 6, 8] движения, электродвигатели постоянного тока [Л. 4], шаговые электродвигатели [Л. 9].

Дальнейшее развитие таких безредукторных управляемых колебательных электроприводов сдерживается отсутствием единого удобного аналитического метода исследования их. Использование для этой цели известного комплексного исчисления хотя и возможно, но приводит к необходимости представления модулированных сигналов в виде совокупности периодических сигналов с частотами, равными сумме и разности модулирующей и несущей частот, что делает анализ громоздким и ненаглядным. Особенно сложным является случай, когда частоты модулирующей и несущей несоизмеримы, поскольку при этом модулированный сигнал становится квазипериодическим [Л. 11].

В данной статье предлагается символическое исчисление, которое далее будет называться бикомплексным, позволяющее почти вдвое упростить запись и аналитические преобразования по сравнению с комплексным методом. Следует иметь в виду, что в статье не решается задача построения математически строгой теории бикомплексного исчисления. Выводы и доказательства носят характер разъяснения.

Колебательные режимы в электродвигателях создаются сигналами, балансно-модулированными по амплитуде [Л. 4, 5] и частоте [Л. 1, 9], линейно модулированными по фазе [Л. 2, 3, 8], или их комбинациями. Такие сигналы представляются в виде произведений двух периодических функций.

Пусть в произведении

$$F(t) = a(t)b(t) \quad (1)$$

периодические функции  $a(t)$  и  $b(t)$  удовлетворяют условиям Дирихле и имеют любые вещественные, в том числе и несоизмеримые, периоды  $2\pi/\Omega$  и  $2\pi/\omega$ . Осуществив комплексное преобразование  $\dot{A}_\nu$  и  $\dot{B}_\mu$  по [Л. 10], получим:

$$\left. \begin{aligned} a(t) &\doteq \dot{A}_\nu = a_\nu \cos \alpha_\nu + ia_\nu \sin \alpha_\nu; \\ b(t) &\doteq \dot{B}_\mu = b_\mu \cos \beta_\mu + jb_\mu \sin \beta_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\nu, \mu$  — номера гармоник для  $\Omega$  и  $\omega$ ;  $i, j$  — разные мнимые единицы, соответствующие различным частотам  $\Omega$  и  $\omega$ ;

$$\left. \begin{aligned} a_\nu \sin \alpha_\nu &= \frac{\Omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} a(t) \cos \nu \Omega t dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a(\theta/\Omega) \cos \nu \theta d\theta; \\ a_\nu \cos \alpha_\nu &= \frac{\Omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} a(t) \sin \nu \Omega t dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a(\theta/\Omega) \sin \nu \theta d\theta; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} b_\mu \sin \beta_\mu &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} b(t) \cos \mu \omega t dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} b(\theta_1/\omega) \cos \mu \theta_1 d\theta_1; \\ b_\mu \cos \beta_\mu &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} b(t) \sin \mu \omega t dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} b(\theta_1/\omega) \sin \mu \theta_1 d\theta_1, \end{aligned} \right\}$$

причем  $\theta = \Omega t$ ,  $\theta_1 = \omega t$ .

Подставив (3) в (2), после перемножения  $\dot{A}_\nu$  и  $\dot{B}_\mu$  с учетом формулы Эйлера получим интегральное преобразование, которое назовем бикомплексным, учитывая его двухчастотную природу:

$$\begin{aligned} \dot{F}_{\nu, \mu} &= \dot{A}_\nu \dot{B}_\mu = \\ &= ij \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} a(\theta/\Omega) b(\theta_1/\omega) e^{-i\nu\theta} e^{-j\mu\theta_1} d\theta d\theta_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) является прямым бикомплексным преобразованием. При использовании им следует иметь в виду, что в соответствии с определением переменные  $\theta$  и  $\theta_1$  независимы.

Обратное бикомплексное преобразование определим как

$$F(t) = F(\theta/\Omega, \theta_1/\omega) = \frac{1}{4ji} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \dot{F}_{\nu, \mu} e^{i\nu\theta} e^{j\mu\theta_1}. \quad (5)$$

Тогда в целом двойное бикомплексное преобразование в интегральной форме примет вид:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} e^{i\nu\theta + j\mu\theta_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} a(\theta/\Omega) b(\theta_1/\omega) \times \\ &\times e^{-(i\nu\theta + j\mu\theta_1)} d\theta d\theta_1. \end{aligned} \quad (6)$$

В дальнейшем бикомплексные величины будут обозначаться двумя точками сверху, бикомплексное преобразование будет кратко записываться:  $\dot{F}_{\nu, \mu} = BK_{\nu, \mu}[F(t)]$  или  $\dot{F}_{\nu, \mu} \doteq F(t)$ , а величины  $F(t)$  и  $\dot{F}_{\nu, \mu}$  для краткости будут называться оригинал и изображение.

Укажем, что комплексное преобразование является частным случаем бикомплексного, поскольку при постоянных  $a(t)$  или  $b(t)$ , когда  $\nu=0$  или  $\mu=0$  интегральные преобразования (4) — (6) становятся равными с точностью до постоянных сомножителей  $2i$  или  $2j$  известным выражениям комплексного преобразования периодических функций.

В табл. 1 сведены правила бикомплексного исчисления, которые получаются путем несложных выкладок непосредственно из введенных преобразо-

Таблица 1

Номер п/п	Правила бикомплексного исчисления	
	Операции	Результаты
1.	$BK_{\nu, \mu} [mF(t)], \text{ где } m = \text{const}$	$mBK_{\nu, \mu} [F(t)]$
2.	$BK_{\nu, \mu} \left[ \sum_{n=1}^N F_n(t) \right]$	$\sum_{n=1}^N BK_{\nu, \mu} [F_n(t)]$
3.	$BK_{\nu, \mu} [e^{\pm i\kappa\Omega t} e^{\pm j\lambda\omega t} F(t)], \text{ где } \kappa, \lambda — \text{целые числа}$	$BK_{\nu \mp \kappa, \mu \mp \lambda} [F(t)]$
4.	$0,25(ji)^{-1} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} e^{i\nu\theta} e^{j\mu\theta_1} (\ddot{F}_{\nu, \mu} e^{\pm i\nu\theta_a} e^{\pm j\mu\theta_b}),$ где $\theta_a < 2\pi, \theta_b < 2\pi$	$a(t - \tau_a) b(t - \tau_b), \text{ где } \tau_a = \theta_a/\Omega, \tau_b = \theta_b/\omega$
5.	$BK_{\nu, \mu} [F(t) \cos(\kappa\Omega t + \alpha) \cos(\lambda\omega t + \beta)],$ где $\lambda, \kappa — \text{целые числа}$	$0,25\ddot{F}_{\nu-\kappa, \mu-\lambda} e^{i\alpha+j\beta} + \ddot{F}_{\nu-\kappa, \mu+\lambda} e^{i\alpha-j\beta} + \ddot{F}_{\nu+\kappa, \mu-\lambda} \times$ $\times e^{-i\alpha+j\beta} + \ddot{F}_{\nu+\kappa, \mu+\lambda} e^{-i\alpha-j\beta}$
6.	$BK_{\nu, \mu} [F(t) \Phi(t)], \text{ где сомножители в } F(t) \text{ и } \Phi(t) \text{ имеют}$ одинаковые периоды $2\pi/\Omega$ и $2\pi/\omega$	$0,25(ji)^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{\Phi}_{n, m} \ddot{F}_{\nu-n, \mu-m} \text{ или}$ $0,25(ji)^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{F}_{n, m} \ddot{\Phi}_{\nu-n, \mu-m}$
7.	$BK_{\nu, \mu} \left[ \frac{d^n F(t)}{dt^n} \right]$	$(i\nu\Omega + j\mu\omega)^n BK_{\nu, \mu} [F(t)]$
8.	$BK_{\nu, \mu} \left[ \underbrace{\int \int \int \dots \int}_n F(t) dn^n \right]$	$(i\nu\Omega + j\mu\omega)^{-n} BK_{\nu, \mu} [F(t)]$

Таблица 2

Номер п/п	Бикомплексные изображения некоторых функций	
	Функции	Изображения
1.	$A - \text{const}$	$4Aji \text{ при } \nu = \mu = 0;$ $0 \text{ при } \nu \neq 0 \text{ или (и) } \mu \neq 0$
2.	$A \sin(\omega t + \beta)$	$2Aie^{j\beta} \text{ при } \nu = 0, \mu = 1;$ $0 \text{ при } \nu \neq 0 \text{ или (и) } \mu \neq 1$
3.	$A \sin(\Omega t + \alpha)$	$2Aje^{i\alpha} \text{ при } \nu = 1, \mu = 0;$ $0 \text{ при } \nu \neq 1 \text{ или (и) } \mu \neq 0$
4.	$A \sin(\Omega t + \alpha) \sin(\omega t + \beta)$	$Ae^{i\alpha} e^{j\beta} \text{ при } \nu = \mu = 1;$ $0 \text{ при } \nu \neq 1 \text{ или (и) } \mu \neq 1$
5.	$\sum_{n=1}^N A_n \sin(a_n \Omega t +$ $+ a_n) \sin(b_n \omega t + \beta_n),$ где $a_n, b_n — \text{целые числа}$	$\sum_{n=1}^N A_n e^{i a_n} e^{j \beta_n} \text{ при } \nu = a_n,$ $\mu = b_n;$ $0 \text{ при } \nu \neq a_n \text{ или (и) } \mu \neq b_n$

ваний (4)–(6). При пользовании правилами следует принимать во внимание, что

$$\ddot{F}_{-\nu, -\mu} = \ddot{F}_{\nu, \mu}^*; \ddot{F}_{-\nu, \mu} = -\ddot{F}_{\nu, \mu}^*; \ddot{F}_{\nu, -\mu} = -\ddot{F}_{\nu, \mu}^* \quad (7)$$

где обозначенные звездочками с точками и без точек сопряженные бикомплексные величины определены равенствами в соответствии с (2) и (4):

$$\ddot{F}_{\nu, \mu}^* = \ddot{A}_{\nu}^* \ddot{B}_{\mu}^*; \ddot{F}_{\nu, \mu} = \ddot{A}_{\nu} \ddot{B}_{\mu}; \ddot{F}_{\nu, \mu}^* = \ddot{A}_{\nu}^* \ddot{B}_{\mu}^* \quad (8)$$

Иногда удобно при выкладках использовать следующую формулу:

$$\ddot{F}_{\nu, \mu} + \ddot{F}_{-\nu, \mu} + \ddot{F}_{\nu, -\mu} + \ddot{F}_{-\nu, -\mu} = (\ddot{A}_{\nu} - \ddot{A}_{\nu}^*)(\ddot{B}_{\mu} - \ddot{B}_{\mu}^*)$$

Бикомплексные изображения векторных функций, найденные по соотношению (4) с учетом изложенных правил, представлены в табл. 2.

Изображение  $Ae^{i\alpha} e^{j\beta}$  назовем бикомплексной амплитудой бигармонической функции  $A \sin(\Omega t + \alpha) \times \sin(\omega t + \beta)$ , а величину  $i\Omega + j\omega$  — бикомплексной частотой, поскольку роль их при расчете электрических цепей с бигармоническими напряжениями (токами) аналогична роли комплексных амплитуды и частоты при расчете цепей с гармоническими напряжениями (токами). Аналогичные понятия вводятся и для  $\nu, \mu$  — бигармонических составляющих функции  $F(t)$ .

Рассмотрим правила осуществления операций с бикомплексными величинами:

$$\begin{aligned} \ddot{A} &= Ae^{i\alpha} e^{j\beta} = A(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + j \sin \beta) = \\ &= A \cos \alpha \cos \beta + jA \cos \alpha \sin \beta + iA \sin \alpha \cos \beta + \\ &+ jiA \sin \alpha \sin \beta = a + jb + ic + kd. \end{aligned} \quad (9)$$



Отметим, что здесь  $j, i$  — такие мнимые единицы, для которых  $j^2 = i^2 = -1$ , но  $j \neq \pm i$ , а  $k = ji$  — вещественная единица, для которой  $k^2 = 1$ , но  $k \neq \pm 1$ . Похожие специальные единицы успешно использовались ранее, например, [Л. 12, 13].

Операция суммирования бикомплексных величин (9) определяется формулой:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ddot{A}_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + j \sum_{n=1}^{\infty} b_n + i \sum_{n=1}^{\infty} c_n + k \sum_{n=1}^{\infty} d_n, \quad (10)$$

а умножения —

$$\prod_{n=1}^{\infty} \ddot{A}_n = \left[ \prod_{n=1}^{\infty} A_n \right] \exp \left[ i \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n + j \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \right]. \quad (11)$$

Делятся они согласно выражению, полученному из условия выполнения действия умножения (11):

$$\ddot{A} = \frac{\ddot{A}_1}{\ddot{A}_2} = \frac{a_1 + jb_1 + ic_1 + kd_1}{a_2 + jb_2 + ic_2 + kd_2} = \frac{\ddot{A}_1 \ddot{A}_2^* (A_2^2 - k\delta)}{A_2^4 - 2\delta}, \quad (12)$$

где  $\delta = a_2 d_2 - b_2 c_2$ ;  $\ddot{A}_2^* = a_2 - jb_2 - ic_2 + kd_2$  и  $A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2}$  — полностью сопряженное число и модуль бикомплексного числа  $\ddot{A}_2$ .

Деление на числа, кратные  $1 \pm k$ , невозможно. Такое своеобразие закона деления определяется тем, что только при  $ad = bc$  бикомплексное число описывает одну бигармоническую функцию. При этом закон деления принимает естественный, похожий на закон деления комплексных величин, вид:

$$\ddot{A} = \ddot{A}_1 / \ddot{A}_2 = A^{-2} \ddot{A}_1 \ddot{A}_2^*.$$

В общем случае  $ad \neq bc$  и бикомплексное число описывает сумму двух бигармонических функций одной бикомплексной частоты. Это в свою очередь обусловлено тем, что сумму любого числа бигармонических функций в общем случае аналитически можно свести по меньшей мере к сумме двух бигармонических функций.

Бикомплексное число общего вида всегда можно представить в виде

$$\ddot{A} = \ddot{A}_1 + \ddot{A}_2 = (a_1 + jb_1 + ic_1 + kd_1) + (a_2 + jb_2 + ic_2 + kd_2),$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_1 d_1 = b_1 c_1; \quad a_2 d_2 = b_2 c_2; \quad a_1 + a_2 = a; \\ b_1 + b_2 = b; \quad c_1 + c_2 = c; \quad d_1 + d_2 = d. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Бигармоническую функцию можно определить вектором  $\ddot{A}$ , вращающимся с угловой скоростью  $\Omega$  в системе координат  $X_1 O Y_1$ , которая в свою очередь вращается с угловой скоростью  $\omega$  в неподвижной системе координат  $X O Y$ , поскольку проекция  $\text{mod} [\ddot{A}_4]$  на ось  $OX$  проекции  $\text{mod} [\ddot{A}_3 + \ddot{A}_4]$  вектора  $\ddot{A}$  на ось  $OY_1$  равна согласно рис. 1  $A \sin(\Omega t + \alpha) \sin(\omega t + \beta)$ .

Рассматриваемую плоскость можно считать бикомплексной, если положить, что оси  $OX$ ,  $OY$  соответствуют вещественной (1) и мнимой ( $j$ ) осям плоскости  $XOY$  и вещественной ( $-k$ ) и мнимой ( $i$ )

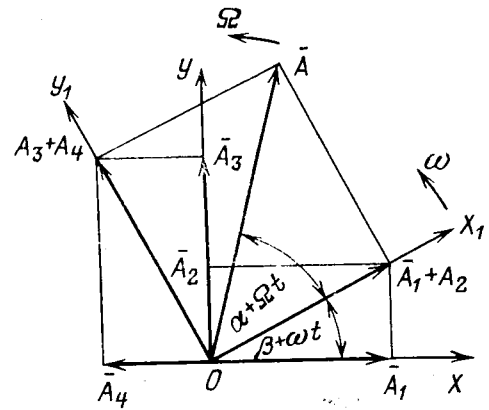


Рис. 1. К векторному представлению бигармонической функции.

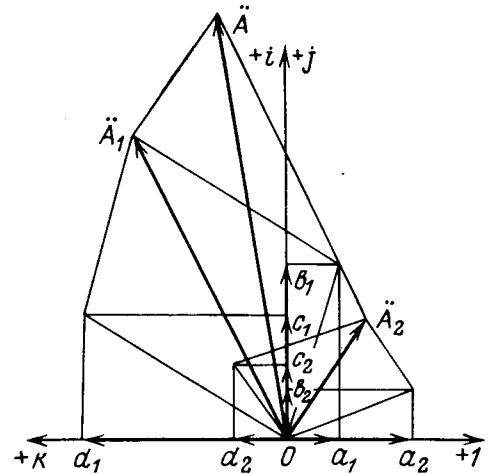


Рис. 2. К определению бикомплексной величины общего вида через ее составляющие.

осям плоскости  $X_1 O Y_1$ . Тогда вектор  $\ddot{A}$  можно трактовать как бикомплексную функцию

$$\begin{aligned} \ddot{A}(t) &= A e^{i(\Omega t + \alpha)} e^{j(\omega t + \beta)} = A \cos(\Omega t + \alpha) \cos(\omega t + \beta) + \\ &+ j A \cos(\Omega t + \alpha) \sin(\omega t + \beta) + i A \sin(\Omega t + \alpha) \cos(\omega t + \beta) + \\ &+ k A \sin(\Omega t + \alpha) \sin(\omega t + \beta) = \\ &= \text{mod} [\ddot{A}_1] + j \text{mod} [\ddot{A}_2] + i \text{mod} [\ddot{A}_3] + k \text{mod} [\ddot{A}_4]. \end{aligned} \quad (14)$$

При этом бикомплексная амплитуда  $\ddot{A} = \ddot{A}(t)|_{t=0}$  определится начальным положением вектора  $\ddot{A}$ . Это видно и из рис. 1, поскольку при  $t=0$   $\text{mod} [\ddot{A}_1] = a$ ,  $\text{mod} [\ddot{A}_2] = b$ ,  $\text{mod} [\ddot{A}_3] = c$ ,  $\text{mod} [\ddot{A}_4] = d$ .

Такая связь бикомплексных величин и вектора  $\ddot{A}$  имеет место лишь при  $ab = cd$ . В общем же случае, когда  $ab \neq cd$ , согласно (13) следует строить вектор  $\ddot{A}$  как сумму векторов  $\ddot{A}_1$  и  $\ddot{A}_2$  (рис. 2), соответствующих бикомплексным величинам  $\ddot{A}_1$  и  $\ddot{A}_2$  по (13). Кроме того, по рис. 2 можно увидеть, как осуществляется обратный процесс определения  $\ddot{A}_1$  и  $\ddot{A}_2$ , если известен вектор  $\ddot{A}$ , соответствующий бикомплексной величине  $\ddot{A}$  общего вида.

Проиллюстрируем применение изложенных основ бикомплексного исчисления на примере расчета

колебательного режима работы линейного асинхронного двигателя (ЛАД).

Систему уравнений, описывающих ЛАД с симметричными индуктором и бегуном, согласно [Л. 14, 15] можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_{as} &= i_{as} r_s + L_s \frac{di_{as}}{dt} + M \frac{di_{ar}}{dt}; \\ u_{\beta s} &= i_{\beta s} r_s + L_s \frac{di_{\beta s}}{dt} + M \frac{di_{\beta r}}{dt}; \\ 0 &= i_{ar} r_r + L_r \frac{di_{ar}}{dt} + M \frac{di_{as}}{dt} - \frac{\pi}{\tau} v (M i_{\beta s} + L_r i_{\beta r}); \\ 0 &= i_{\beta r} r_r + L_r \frac{di_{\beta r}}{dt} + M \frac{di_{\beta s}}{dt} - \frac{\pi}{\tau} v (M i_{as} + L_r i_{ar}); \\ \frac{\pi}{\tau} M (i_{\beta s} i_{ar}' - i_{as} i_{\beta r}') &= L_{\text{мех}} \frac{dv}{dt} + \\ &+ R_{\text{мех}} v + \frac{1}{C_{\text{мех}}} \int v dt, \end{aligned} \right\} (15)$$

где  $u_{as}$ ,  $u_{\beta s}$ ;  $i_{as}$ ,  $i_{\beta s}$ ;  $i_{ar}$ ,  $i_{\beta r}$ ;  $r_s$ ,  $r_r$ ;  $L_s$ ,  $L_r$  — напряжения питания, токи, активные сопротивления и полные индуктивности фазных обмоток индуктора  $s$  и бегуна  $r$ ;  $M$  — максимальная взаимная индуктивность между обмотками индуктора и бегуна;  $v$  — скорость изменения положения бегуна;  $\tau$  — полюсное деление;  $L_{\text{мех}}$ ,  $R_{\text{мех}}$ ,  $C_{\text{мех}}^{-1}$  — коэффициенты инерционной, демпфирующей и позиционной сил нагрузки.

Будем рассматривать колебательный режим, возбуждаемый по способу линейной фазовой модуляции [Л. 8], когда питающие напряжения:

$$u_{as} = U_a \sin \omega t; \quad u_{\beta s} = U_\beta \sin(\omega t + \Omega t). \quad (16)$$

Применим к системе (15) бикомплексное преобразование:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{U}_{asv, \mu} &= r_s \ddot{I}_{asv, \mu} + L_s (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{asv, \mu} + \\ &+ M (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{arv, \mu}; \\ \ddot{U}_{\beta sv, \mu} &= r_s \ddot{I}_{\beta sv, \mu} + L_s (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{\beta sv, \mu} + \\ &+ M (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{\beta rv, \mu}; \\ 0 &= r_r \ddot{I}_{arv, \mu} + L_r (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{arv, \mu} + \\ &+ M (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{asv, \mu} - \\ &- \frac{\pi}{\tau} M V_{\beta s}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta sv, \mu} - \\ &- \frac{\pi}{\tau} L_r V_{\beta r}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta rv, \mu}; \\ 0 &= r_r \ddot{I}_{\beta rv, \mu} + L_r (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{\beta rv, \mu} + \\ &+ M (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{I}_{\beta sv, \mu} + \\ &+ \frac{\pi}{\tau} M V_{as}(v, \mu) \ddot{I}_{asv, \mu} + \\ &+ \frac{\pi}{\tau} L_r V_{ar}(v, \mu) \ddot{I}_{arv, \mu}; \\ \frac{\pi}{\tau} M [\ddot{I}_{ar}(v, \mu) \ddot{I}_{arv, \mu} - \ddot{I}_{\beta r}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta rv, \mu}] &= \\ = L_{\text{мех}} (iv\Omega + j\mu\omega) \ddot{V}_{v, \mu} + R_{\text{мех}} \ddot{V}_{v, \mu} + \\ + C_{\text{мех}}^{-1} (iv\Omega + j\mu\omega)^{-1} \ddot{V}_{v, \mu}. \end{aligned} \right\} (17)$$

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} z_{sv, \mu} &= r_s + L_s (iv\Omega + j\mu\omega); \\ z_{mv, \mu} &= M (iv\Omega + j\mu\omega); \\ z_{rv, \mu} &= r_r + L_r (iv\Omega + j\mu\omega); \quad z_{\text{мех} v, \mu} = \\ &= L_{\text{мех}} (iv\Omega + j\mu\omega) + R_{\text{мех}} + C_{\text{мех}}^{-1} (iv\Omega + j\mu\omega)^{-1}; \\ R_{as}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} M V_{as}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{asv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{V}_{n, m} \ddot{I}_{asv-n, \mu-m}; \\ R_{\beta s}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} M V_{\beta s}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{\beta sv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{V}_{n, m} \ddot{I}_{\beta sv-n, \mu-m}; \\ R_{ar}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} L_r V_{ar}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} L_r \ddot{I}_{arv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{V}_{n, m} \ddot{I}_{arv-n, \mu-m}; \\ R_{\beta r}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} L_r V_{\beta r}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} L_r \ddot{I}_{\beta rv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{V}_{n, m} \ddot{I}_{\beta rv-n, \mu-m}; \\ A_{\beta r}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{\beta r}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{\beta rv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{I}_{\beta rn, m} \ddot{I}_{asv-n, \mu-m}; \\ A_{ar}(v, \mu) &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{ar}(v, \mu) = \\ &= \frac{\pi}{\tau} M \ddot{I}_{arv, \mu}^{-1} \frac{1}{4ji} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ddot{I}_{arn, m} \ddot{I}_{\beta sv-n, \mu-m}. \end{aligned} \right\} (18)$$

Тогда система (17) переписывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{U}_{asv, \mu} &= z_{sv, \mu} \ddot{I}_{asv, \mu} + z_{mv, \mu} \ddot{I}_{arv, \mu}; \\ \ddot{U}_{\beta sv, \mu} &= z_{sv, \mu} \ddot{I}_{\beta sv, \mu} + z_{mv, \mu} \ddot{I}_{\beta rv, \mu}; \\ 0 &= z_{rv, \mu} \ddot{I}_{arv, \mu} + z_{mv, \mu} \ddot{I}_{asv, \mu} - \\ &- R_{\beta s}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta sv, \mu} - R_{\beta r}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta rv, \mu}; \\ 0 &= z_{rv, \mu} \ddot{I}_{\beta rv, \mu} + z_{mv, \mu} \ddot{I}_{\beta sv, \mu} + \\ &+ R_{as}(v, \mu) \ddot{I}_{asv, \mu} + R_{ar}(v, \mu) \ddot{I}_{arv, \mu}; \\ A_{ar}(v, \mu) \ddot{I}_{arv, \mu} - A_{\beta r}(v, \mu) \ddot{I}_{\beta rv, \mu} &= z_{\text{мех} v, \mu} \ddot{V}_{v, \mu}. \end{aligned} \right\} (19)$$

Согласно правилу Крамера из первых четырех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{I}_{asv, \mu} &= \frac{D_{asv, \mu}}{D_{v, \mu}}; \quad \ddot{I}_{\beta sv, \mu} = \frac{D_{\beta sv, \mu}}{D_{v, \mu}}; \\ \ddot{I}_{arv, \mu} &= \frac{D_{arv, \mu}}{D_{v, \mu}}; \quad \ddot{I}_{\beta rv, \mu} = \frac{D_{\beta rv, \mu}}{D_{v, \mu}}, \end{aligned} \right\} (20)$$

где

$$D_{v, \mu} = \begin{vmatrix} z_{sv, \mu} & 0 & z_{mv, \mu} & 0 \\ 0 & z_{sv, \mu} & 0 & z_{mv, \mu} \\ z_{mv, \mu} & -R_{\beta s}(v, \mu) & z_{rv, \mu} & -R_{\beta r}(v, \mu) \\ R_{\alpha s}(v, \mu) & z_{mv, \mu} & R_{\alpha r}(v, \mu) & z_{rv, \mu} \end{vmatrix};$$

$$d_{v, \mu} = \begin{vmatrix} \ddot{U}_{\alpha sv, \mu} \\ \ddot{U}_{\beta sv, \mu} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (21)$$

а определители  $D_{\alpha sv, \mu}$ ,  $D_{\beta sv, \mu}$ ,  $D_{\alpha rv, \mu}$ ,  $D_{\beta rv, \mu}$  получаются из  $D_{v, \mu}$  последовательной заменой его столбцов, начиная с первого, на столбец  $d_{v, \mu}$ .

Выражения (20) и (21) представляют собой общее решение задачи в неявном рекуррентном бикомплексном виде. Они позволяют построить аналитические зависимости для фазных токов  $i_{\alpha s}(t)$ ,  $i_{\beta s}(t)$ ,  $i_{\alpha r}(t)$ ,  $i_{\beta r}(t)$  и закона колебаний бегуна  $v(t)$  с любой точностью.

Изложенный здесь метод бикомплексного исчисления может найти применение при расчете и анализе радиотехнических, электронных, оптико-механических устройств с модулированными сигналами, а в электромеханике он может использоваться не только для исследования собственно колебательных режимов работы, но и при рассмотрении колебаний скорости и э. д. с. электрических машин, вызванных модуляцией и сопутствующих нормальному режиму.

Метод бикомплексных амплитуд, непосредственно получающийся из бикомплексного исчисления, успешно используется при проектировании колебательных электроприводов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ямпольский Я. С. Магнитофугальные ударные машины. — Электричество, 1925, № III, с. 646—653.
2. Deutsch Pat. № 548001. Einrichtung zur Erzeugung einer periodisch reversierenden Drehbewegung/Rosenberg E. 1932.
3. Siebel A. Handbuch der Werkstoffprüfung. Bd 1 und 2. Berlin, 1940.
4. Менчиков В. М., Шумилин В. П. Образцовая установка для градуировки угловых акселерометров ОКМ-1. — Измерительная техника, 1974, № 2, с. 15—18.
5. Евстигнеев Л. Ф. Возбуждение маятникообразных колебаний и шаговых режимов асинхронного двигателя подмагничиванием импульсным постоянным током. — Промышленная энергетика, 1970, № 6, с. 23—25.
6. А. с. № 51097 (СССР). Устройство для автоматического регулирования напряжения генератора переменного тока/Фельдбаум А. А. Оpubл. в Б. И., 1947, № 5.
7. А. с. № 241029 (СССР). Способ определения углового рассогласования между двумя оптическими изображениями/Госьков П. И., Кочегуров В. А., Иванченков В. П., Луковников В. И. Оpubл. в Б. И., 1969, № 13.
8. А. с. № 353248 (СССР). Способ создания колебательных движений вала асинхронного двигателя/Луковников В. И., Госьков П. И. Оpubл. в Б. И., 1973, № 29.
9. Ивоботенко Б. А., Маханьков В. Е. Линейный шаговый электропривод. Науч. тр./Московский энерг. ин-т, 1972, вып. 149, с. 73—78.
10. Пухов Г. Е. Комплексное исчисление и его применение к расчету периодических и переходных процессов в системах с постоянными, переменными и нелинейными параметрами. Таганрог, 1956.
11. Levy P. Cours d'Analyse. Vol. 1. Paris, 1930.
12. Иванов Л. Л. Начала аналитической теории разрывных функций и расчет нелинейных электрических цепей. — Электричество, 1960, № 9, с. 23—29.
13. Смирнов К. А. Символический метод для расчета токов, выраженных как произведение двух синусоидальных величин. — Электричество, 1962, № 7, с. 10—13.
14. Соколов М. М., Сорокин Л. К. Электропривод с линейными асинхронными двигателями. М.: Энергия, 1974.
15. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. М.: Энергия, 1973.

[26.9.1977]

## Разряд в RLC-контуре при сильной нелинейности активного сопротивления

ГЕРАСИМОВ Л. С., ИКРЯНИКОВ В. И., ПИНЧУК А. И.

Новосибирск

Явление электрического взрыва проводника (ЭВП) находит все большее применение в практике физического эксперимента и в технике высоких напряжений. Проблема управляемого термоядерного синтеза требует способов и устройств для получения электромагнитных импульсов с энергией до 100 МДж при мощности  $10^{13}$  Вт. Анализ показывает, что эта задача может быть решена только с помощью индуктивных накопителей энергии, которые по объемной плотности энергии превосходят емкостные накопители более чем в 1000 раз. Однако сама возможность использования индуктивных накопителей определяется наличием быстродействующих размыкателей тока в мегаамперном диапазоне при напряжениях в несколько мегавольт. Основные надежды в создании таких элементов связываются в настоящее время с явлением ЭВП [Л. 1]. Для правильного выбора параметров эксперименталь-

ных установок необходимо знание закономерностей развития отдельных стадий явления.

Эффект изменения сопротивления вследствие джоулева нагрева присутствует (в принципе) всегда при протекании тока через металлический проводник. В большинстве случаев им можно с полным основанием пренебречь, однако при сильноточных разрядах этот эффект может заметно проявляться, а при ЭВП он становится существенной чертой явления. На рис. 1 представлена электрическая схема, используемая обычно для осуществления электрического взрыва. Эта схема применяется как для экспериментального исследования явления, так и для получения высоковольтных импульсов вместо генераторов по схеме Аркадьева — Маркса [Л. 2].

Разряду в LC-контуре с учетом джоулева нагрева проводника посвящены работы [Л. 3—7]. Однако в них рассмотрена только начальная стадия про-

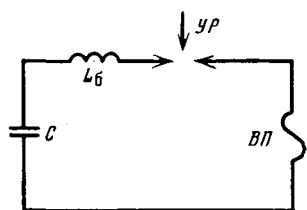


Рис. 1. Электрическая схема установки для осуществления электрического взрыва проводника.

С — емкостный накопитель энергии;  $L_B$  — паразитная индуктивность батареи; УР — управляемый разрядник; ВП — взрывающийся проводник.

цесса, когда значения тока в цепи существенно меньше амплитуды. Трудность исследования разряда в большем временном диапазоне связана с тем, что решения для тока и сопротивления получаются в виде степенных рядов, которые сходятся тем хуже, чем больше время от начала процесса. Между тем в [Л. 3] получены только первые (низшие) члены разложения, а в [Л. 7] найдено по два члена для каждого ряда. Ясно, что такие решения могут правильно описывать только небольшую начальную часть процесса. В [Л. 5, 6] предложены полуэмпирические решения, которые можно использовать лишь после обработки специального эксперимента.

В настоящей статье сделана попытка получить решение, пригодное для прогнозирования хода разряда вплоть до точки плавления, причем длительность твердой стадии может составлять шестую часть периода. Для целей исследования ЭВП этого вполне достаточно, так как обычно эксперимент ставится таким образом, что взрыв происходит в районе первого максимума тока.

**Метод решения.** Будем решать задачу при следующих предположениях:

нагревание проводника равномерно по сечению; вся поглощенная энергия идет на нагревание (отсутствует теплообмен с внешней средой и нет перемещений массы проводника).

Обозначим через  $R$  постоянное сопротивление цепи,  $r$  — изменяющееся сопротивление нагревающего проводника;  $r_0$  — его начальное значение (при  $t=0$ );  $U_0$  — зарядное напряжение конденсатора;  $Q$  — поглощенное проводником джоулево тепло.

Уравнение цепи запишется в виде<sup>1</sup>

$$LI'' + (R+r)I' + r'I + (1/C)I = 0 \quad (1)$$

(штрих означает дифференцирование по времени).

Если  $r$  зависит только от  $Q$ , то уравнение проводника будет:

$$r' = rI^2 f(Q), \quad (2)$$

где  $f(Q) = dr/dQ$ .

Известно [Л. 1], что внутри твердой стадии зависимость  $r$  от  $Q$  приближенно можно представить линейной функцией:

$$r = r_0(1 + \beta Q/m),$$

где  $m$  — масса проводника,  $\beta$  — тепловой коэффициент сопротивления, средний для температурного интервала от  $T=20^\circ\text{C}$  до точки плавления.

<sup>1</sup> Видно, что в терминах механики это уравнение описывает движение масс  $L$ , укрепленной на пружине с жесткостью  $1/C$  в среде, где сила трения пропорциональна скорости движения, а коэффициент трения  $(R+r)$  изменяется в зависимости от рассеянной энергии.

Тогда  $f(Q) = k = \beta r_0/m$ , и из уравнения (2)  $r$  выражается через так называемый интеграл действия:

$$r = r_0 \exp \left( k \int_0^t I^2 dt \right).$$

Подставляя это равенство в (1) и переходя к безразмерным величинам  $I^* = I/I_m$ ,  $\tau = t/\sqrt{LC}$ ,  $r^*_0 = r_0/\rho$ ,  $R^* = R/\rho$ ,  $Q^*_0 = \beta CU_0^2/(2m)$ , ( $I_m = U_0/\rho$ ,  $\rho = \sqrt{L/C}$ ), получим:

$$I^{*''} + R^* \left[ 1 + (r^*_0/R^*) \exp \left( 2r^*_0 Q^*_0 \int_0^\tau I^{*2} d\tau \right) \right] I^* + \left[ 1 + 2r^{*2}_0 Q^*_0 I^{*2} \exp \left( 2r^*_0 Q^*_0 \int_0^\tau I^{*2} d\tau \right) \right] I^* = 0. \quad (3)$$

Вторые слагаемые в скобках уравнения (3) характеризуют степень нелинейности рассматриваемой системы. Если эти слагаемые малы по сравнению с 1, то система относится к слабо нелинейным. Этот случай имеет место, когда малы два параметра:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= (r^*_0/R^*) \exp \left( 2r^*_0 Q^*_0 \int_0^\tau I^{*2} d\tau \right) \ll 1; \\ \varepsilon_2 &= 2r^{*2}_0 Q^*_0 I^{*2} \exp \left( 2r^*_0 Q^*_0 \int_0^\tau I^{*2} d\tau \right) \ll 1. \end{aligned}$$

Наличие интегралов приводит к тому, что система, близкая к линейной в исходном состоянии, по мере развития процесса во времени может заметно отклониться от линейности. Значение этого интеграла внутри твердой стадии ограничено условием

$$\exp \left( 2r^*_0 Q^*_0 \int_0^\tau I^{*2} d\tau \right) = r/r_0 \leq r_\tau/r_0,$$

где  $r_\tau$  — сопротивление проводника в точке плавления.

Учитывая еще, что  $I^* \leq 1$ , условия малости  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  получаем в виде

$$\varepsilon_1 = r^*_\tau/R^* \ll 1; \quad \varepsilon_2 = 2r^*_0 r^*_\tau Q^*_0 \ll 1. \quad (4)$$

Известно [Л. 8], что для слабо нелинейных систем хорошо разработаны так называемые асимптотические методы исследования. Отметим лишь, что эффективность этих методов в нашем случае даже при выполнении условий (4) не является бесспорной, так как они разработаны применительно к консервативным системам, для которых уравнение содержит  $y'$  только с малым параметром. Видно, что уравнение (3) не отвечает этому требованию. Что касается рассматриваемых здесь систем с большой нелинейностью ( $\varepsilon_1 > 1$ ,  $\varepsilon_2 > 1$ ), то их исследование «... является с математической точки зрения весьма трудной проблемой, требующей индивидуального подхода в каждом конкретном случае» ([Л. 8], с. 15).

Будем решать задачу методом ряда Маклорена, но не для полного тока  $I$ , а лишь той его части, которая обязана своим появлением эффекту изменения сопротивления проводника с нагревом. Итак, положим  $I = i_1 + i$ , где  $i_1$  — невозмущенная составляющая (ток в том же контуре и с тем же провод-

ником, но при отсутствии эффекта его нагревания),  $i$  — искомая (возмущенная) составляющая. Наше решение есть разложение не по степеням малого параметра (так как  $\varepsilon_1 > 1$  и  $\varepsilon_2 > 1$ ), а по степеням времени  $t$ . При этом мы не опасаемся расходимости ряда в силу ограниченности временного диапазона. Поскольку ток контура мы представили в виде двух составляющих, то естественно в выражении для  $r$  выделить ту часть, которая обусловлена невозмущенной составляющей:

$$r = r_0 \exp \left[ k \int_0^t (i_1 + i)^2 dt \right] = r_0 \varphi(t) \exp \left( k \int_0^t i^2 dt \right), \quad (5)$$

где  $\varphi(t) = \exp \left[ k \int_0^t (2i_1 i + i^2) dt \right]$  — подлежащая определению функция сопротивления.

Таким образом, вместо двух искоемых функций  $I$  и  $r$  в системе уравнений (1) и (2) мы имеем теперь четыре функции:  $i$ ,  $r$ ,  $\varphi$ ,  $i_1$ . Однако мы получили при этом два дополнительных уравнения: невозмущенной цепи

$$Li''_1 + (R + r_0)i'_1 + (1/C)i_1 = 0 \quad (6)$$

и уравнение (5) связи  $r$  и  $\varphi$ .

Вычтем из уравнения (1) уравнение (6), а (5) перепишем в более удобной форме, тогда получим следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} Li'' + (R + r)i' + (r' + 1/C)i + \\ + (r - r_0)i'_1 + r'i_1 = 0; \\ r'/r = k(i^2_1 + 2i_1 i + i^2); \\ \varphi'/\varphi = (r'/r) - ki^2_1; \\ Li''_1 + (R + r_0)i'_1 + (1/C)i_1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

**Построение решения.** Для отыскания решения этой системы уравнений в виде степенных рядов для  $i$  и  $r$  необходимо проделать следующие операции.

1. Вычислить  $n$  производных  $r$  из уравнения проводника (2) и в полученных выражениях считать  $t = 0$ . В результате этой операции  $r^{(n)}(0) = r_0^{(n)}$  выразится через  $i'(0) = i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n-2)}, i'_1(0) = i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-2)}$ , т. е. получим:

$$r_0^{(n)} [i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n-2)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-2)}].$$

2. Прodelать ту же операцию с уравнением цепи (7). В результате получим уравнения, связывающие между собой  $i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n)}, r'_0, r''_0, \dots, r_0^{(n-2)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-1)}$ :

$$F[i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n)}, r'_0, r''_0, \dots, r_0^{(n-2)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-1)}] = 0.$$

3. Подставить результат п. 1 в результате п. 2 и получить уравнения:

$$F[i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-1)}] = 0.$$

4. Вычислить  $(n-2)$  производных от уравнения невозмущенной цепи (6) и считать в них  $t=0$ , в результате чего определяется значение  $i_{1,0}^{(n)}$ .

5. Результат п. 4 подставить в результат п. 3 и вычислить значения  $i_0^{(n)}$ .

6. Записать ряд Маклорена для  $i$ :

$$i = \sum_{m=0}^n (i_0^{(m)}/m!) t^m.$$

7. Вычислить  $(n-1)$  производную от уравнения связи (5) и считать в них  $t=0$ , в результате чего получим выражение

$$\varphi_0^{(n)} [r'_0, r''_0, \dots, r_0^{(n)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-2)}].$$

8. Подставить результат п. 1 в результат п. 7. Тогда получим

$$\varphi_0^{(n)} [i'_0, i''_0, \dots, i_0^{(n-2)}, i'_{1,0}, i''_{1,0}, \dots, i_{1,0}^{(n-2)}].$$

9. Подставив результаты пп. 4 и 5 в п. 8, вычислить значения  $\varphi_0^{(n)}$ .

10. Записать ряд Маклорена для  $\varphi$ :

$$\varphi = \sum_{m=0}^n (\varphi_0^{(m)}/m!) t^m.$$

Опуская громоздкие выкладки и вводя обозначения  $q_0 = r/R_0$  (добротность контура),  $R_0 = R + r_0$ , запишем ряды для  $i$  и  $\varphi$ :

$$i = -\frac{2}{15} \frac{U_0}{p} r_0^{*2} Q_0^* \tau^5 (1 - a_1 \tau - a_2 \tau^2 + a_3 \tau^3 + a_4 \tau^4 - a_5 \tau^5); \quad (8)$$

$$a_1 = \frac{29/24}{q_0}; \quad a_2 = \frac{2}{7} - \frac{17/24}{q_0^2};$$

$$a_3 = \frac{1}{q_0} \left( \frac{17}{48} - \frac{11/28}{q_0^2} \right) + \frac{5}{24} r_0^* Q_0^*;$$

$$a_4 = \frac{19}{504} - \frac{1}{q_0^2} \left( \frac{365}{1512} - \frac{103/672}{q_0^2} \right) - r_0^* Q_0^* \left( \frac{26}{189} r_0^* + \frac{85/216}{q_0} \right);$$

$$a_5 = \frac{1}{q_0} \left( \frac{2917}{60480} - \frac{683/5760}{q_0^2} + \frac{2047/40320}{q_0^4} \right) + r_0^* Q_0^* \left( \frac{209}{2160} - \frac{7811}{30240} \frac{r_0^*}{q_0} - \frac{1739/4320}{q_0^2} \right);$$

$$\varphi = 1 - \frac{8}{105} r_0^{*3} Q_0^{*2} \tau^7 (1 - b_1 \tau - b_2 \tau^2 + b_3 \tau^3); \quad (9)$$

$$b_1 = \frac{287/192}{q_0}, \quad b_2 = \frac{19}{54} - \frac{177/144}{q_0^2};$$

$$b_3 = \frac{1}{q_0} \left( \frac{197}{360} - \frac{1049/1440}{q_0^2} \right) + \frac{7}{48} r_0^* Q_0^*.$$

**Вычисление длительности твердой стадии.** В уравнении (5) считаем  $r=r_T$ ,  $t=t_T$  ( $t_T$  — момент достижения точки плавления, т. е. длительность твердой стадии) и находим

$$\ln \frac{r_T}{r_0} = \ln \varphi(\tau_T) + k \int_0^{\tau_T} i^2 dt.$$

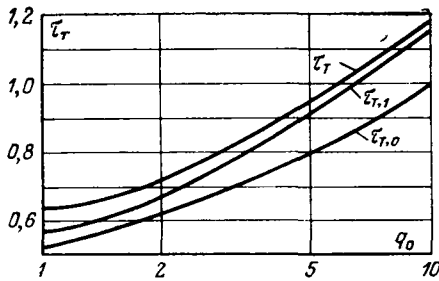


Рис. 2. Кривые длительности твердой стадии, определенной из аналитического решения методом итераций ( $\tau_{\tau,0}$ ,  $\tau_{\tau,1}$ ) и численным интегрированием ( $\tau_{\tau}$ ) при различных  $q_0$ .

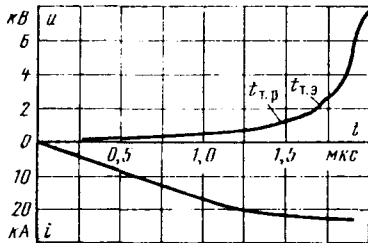


Рис. 3. Осциллограммы тока ( $i$ ) и напряжения на проволочке ( $U$ ) при электрическом взрыве.

$t_{\tau,p}$  — расчетная длительность твердой стадии;  $t_{\tau,3}$  — экспериментальная.

При  $q > 0,5$

$$i_1 = \frac{U_0}{\rho \sqrt{1 - 1/(4q^2)}} e^{-\tau/(2q_0)} \sin \sqrt{1 - 1/(4q^2)} \tau;$$

$$k \int_0^{\tau} i^2 dt = Q^*_{\tau} r^*_{\tau} q_0 - \frac{Q^*_{\tau} r^*_{\tau}}{2C_1} \times$$

$$\times \left( \frac{1}{C_1 q_0} \sin^2 C_1 \tau_{\tau} + \sin 2C_1 \tau_{\tau} + 2C_1 q_0 \right) e^{-\tau_{\tau}/q_0};$$

$$\ln \frac{r_{\tau}}{r_0} = \ln \varphi(\tau_{\tau}) + Q^*_{\tau} r^*_{\tau} q_0 -$$

$$- \frac{Q^*_{\tau} r^*_{\tau}}{2C_1} \left( \frac{1}{C_1 q_0} \sin^2 C_1 \tau_{\tau} + \sin 2C_1 \tau_{\tau} + 2C_1 q_0 \right) e^{-\tau_{\tau}/q_0},$$

где

$$C_1 = \sqrt{1 - 1/(4q^2)}.$$

Логарифмируя последнее равенство, получаем трансцендентное уравнение для  $\tau_{\tau}$ :

$$\frac{\tau_{\tau}}{q_0} = \ln \frac{1 + \frac{\sin^2 C_1 \tau_{\tau}}{2(C_1 q_0)^2} + \frac{\sin 2C_1 \tau_{\tau}}{2C_1 q_0}}{1 + \frac{1}{Q^*_{\tau} r^*_{\tau} q_0} \ln \frac{\varphi(\tau_{\tau})}{r_{\tau}/r_0}}.$$

Будем решать это уравнение методом итераций. Нулевое приближение  $\tau_{\tau,0}$  для  $\tau_{\tau}$  получим, считая  $\varphi(\tau_{\tau})=1$  (это соответствует  $i=0$ ) и пренебрегая вторым слагаемым в числителе. Кроме того,  $\ln r_{\tau}/r_0$  мало отличается от 1 (для  $\text{Cu } r_{\tau}/r_0=5,96$ ,  $\ln r_{\tau}/r_0=1,78$ , а для  $\text{Al } r_{\tau}/r_0=4,32$ ,  $\ln r_{\tau}/r_0=1,46$ ) и в практически интересных случаях  $Q^*_{\tau} r^*_{\tau} q_0 \gg 1$ ,  $q_0 > 1$ . Пользуясь разложениями в ряд для  $\ln$  и  $\sin$ , при этих условиях находим

$$\tau_{\tau,0} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\ln r_{\tau}/r_0}{Q^*_{\tau} r^*_{\tau} C_1^2}}. \quad (10)$$

Последующие приближения для  $\tau_{\tau}$  находятся из рекуррентного соотношения

$$\frac{\tau_{\tau,k+1}}{q_0} = \ln \frac{1 + \frac{\sin^2 C_1 \tau_{\tau,k}}{2(C_1 q_0)^2} + \frac{\sin 2C_1 \tau_{\tau,k}}{2C_1 q_0}}{1 + \frac{1}{Q^*_{\tau,k} r^*_{\tau,k} q_0} \ln \frac{\varphi(\tau_{\tau,k})}{r_{\tau,k}/r_0}}.$$

При принятых выше условиях  $\tau_{\tau} < 1$ . Для  $\varphi(\tau_{\tau,0}) = \varphi_{\tau,0}$  находим из (9)

$$\varphi_{\tau,0} = 1 - \frac{6}{35} \frac{r^*_{\tau}}{C_1^2} \ln^2 \frac{r_{\tau}}{r_0} \tau_{\tau,0} (1 - b_1 \tau_{\tau,0} - b_2 \tau_{\tau,0}^2 + b_3 \tau_{\tau,0}^3).$$

**Результаты.** Из выражений (8) и (9) видно, что разряд определяется тремя безразмерными параметрами ( $r^*_{\tau}$ ,  $q_0$  и  $Q^*_{\tau}$ ). При  $\tau < 1$  ( $t < T/6$ ) ряды (8) и (9) сходятся. Для оценки быстроты сходимости нужно знать численные значения коэффициентов  $a_n$ ,  $b_n$ . Вычислим их для случая электрического взрыва, когда  $CU_0^2/2 \geq Q_c$  ( $Q_c$  — энергия сублимации). Согласно [Л. 1] для  $\text{Cu } Q_c/m=6$  кДж/г,  $\beta=10,4$  г/кДж, для  $\text{Al } Q_c/m=13,5$  кДж/г,  $\beta=5,03$  г/кДж. Следовательно,  $Q^*_{\tau} \geq 70$ . Кроме того, считаем  $q_0 > 1$  и  $R=0$  ( $r^*_{\tau}=1/q_0$ ). Теперь видно, что выражения для  $a_n$ ,  $b_n$  существенно упрощаются:

$$a_1 = 29/(24q_0), \quad a_2 = (2/7) - 17/(21q_0^2),$$

$$a_3 \approx (5/24) (Q^*_{\tau}/q_0),$$

$$a_4 \approx (19/504) - (803/1512) (Q^*_{\tau}/q_0^2),$$

$$Q_5 \approx (a^*_{\tau}/q_0) [(209/2160) - 1249/(1890q_0^2)],$$

$$b_1 = 287/(192q_0),$$

$$b_2 = (19/54) - 177/(144q_0^2),$$

$$b_3 \approx (7/48) Q^*_{\tau}/q_0.$$

Так как обычно  $q_0 < 10$ , то из коэффициентов  $a_n$  наибольший  $a_3$ , а из  $b_n$  —  $b_3$ . Поэтому ряд для  $i$ , определенный в [Л. 7] двумя членами (содержащими  $\tau^5$  и  $\tau^6$ ) не применим при  $\tau$  порядка 1, так как он не содержит главного члена ( $\tau^8$ ). Что касается ряда (9) для  $\varphi$ , то он существенно компактнее ряда для  $r$ , полученного в [Л. 7] (ряд для  $\varphi$  начинается с  $\tau^7$ , а ряд для  $r$  — с  $\tau^3$ ). Это результат выделения из  $r$ -й части, которая обусловлена невозмущенной составляющей тока.

Для оценки погрешности предлагаемой методики расчета было выполнено вычисление  $\tau_{\tau}$  методом итераций ( $\tau_{\tau,0}$  и  $\tau_{\tau,1}$ ) и методом прямого численного интегрирования на ЭВМ уравнений (1) и (2) (см. таблицу и рис. 2). Видно, что при  $q_0 > 1$  предложенный метод позволяет достичь приемлемой для практики точности уже после двух итераций.

Добротность $q_0$	Значение			
	$\tau_{\tau,0}$	$\tau_{\tau,1}$	$\tau_{\tau}$	$\delta$ , %
10	1,03	1,16	1,18	1,7
2	0,615	0,673	0,710	5,2
1	0,527	0,560	0,618	9,4

Сопоставление расчета с экспериментом представлено на рис. 3. Осуществлялся электрический взрыв медной проволоки диаметром 0,29 мм, длиной 100 мм (масса  $m=0,0584$  г, начальное сопротивление  $r_0=0,0262$  Ом). Параметры LC-контур:  $C=2,6 \cdot 10^{-6}$  Ф;  $L=0,94 \cdot 10^{-6}$  Г;  $T=9,8$  мкс;  $q_0=5,66$  (с учетом сопротивления проволоки). Зарядное напряжение  $U_0=20$  кВ,  $Q_0=CU_0^2/2=520$  Дж,  $Q^*_{\tau}=92,5$ .

Расчет методом итераций дал следующие значения для  $\tau_1$ :  $\tau_{10}=0,864$ ;  $\tau_{11}=1,41$ ;  $\tau_{12}=0,972$ ;  $\tau_{13}=0,985$ ;  $\tau_{14}=0,990$ . Длительность твердой стадии, соответствующая значению  $\tau_{14}$ ,  $t_{т.р}=1,55$  мкс. Экспериментальное значение  $t_{т.э}$  определялось по характерному излому на осциллограмме падения напряжения на проволочке ( $U$ ) и составляло 1,65 мкс. Расхождение может быть вызвано двумя причинами. Во-первых, несоответствием табличного значения  $\beta$  действительному, а также неточностями измерения параметров  $T$ ,  $r_0$ ,  $q_0$ . Отсюда, между прочим, следует, что если  $T$ ,  $r_0$ ,  $q_0$  измерены без больших погрешностей, то по значению  $t_{т.э}$  можно определить тепловой коэффициент  $\beta$ . Поскольку  $\beta = \alpha/C_p$  ( $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления,  $C_p$  — теплоемкость), то электрический взрыв проводника можно использовать для экспериментального определения отношения  $\alpha/C_p$ , среднего в температурном интервале от комнатной температуры до точки плавления. Второй причиной расхождения может явиться то известное обстоятельство, что при быстром нагреве плавление мо-

жет начаться при температуре, превышающей точку плавления при обычных условиях (явление перегретого кристалла) [Л. 9].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
2. Explodierende Drähte zur Erzeugung von Megavolt Impulsen in Hochspannungsprüfkreisen/ Von Kind D., Salge J., Schiweck L., Newi G. — ETZ-A, 1971, Bd 92, No 1.
3. Bennet F. D. Initial Heating Rates and Energy Inputs for Exploding Wires. — Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No 1, p. 147.
4. Nash C. P., Olsen C. W. Initial Phase of the Exploding Wire Phenomenon. — Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No 2, p. 209.
5. Good S. C. In Exploding Wires. Vol. III. Edited by W. G. Chase and H. K. Moore. Plenum Press. Inc., New York, 1964.
6. Maninger R. C. In Exploding Wires. Vol. III. Edited by W. G. Chase and H. K. Moore. Plenum Press Inc. New York, 1964.
7. Hobson A., Manka C. K. Premelt Variation of Current, Temperature and Resistance in Exploding Wires. — J. Appl. Phys., 1966, vol. 37, No 4, p. 1897.
8. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
9. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975.

[27.7.1977]



УДК 621.314.682.015.38.001.24

## Анализ влияния обратных токов полупроводниковых вентиляей на значение коммутационных перенапряжений

Канд. техн. наук ГРИНШТЕЙН Б. И.

Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского

Исследованию электромагнитных процессов в преобразовательных установках с точки зрения возникновения коммутационных перенапряжений посвящен ряд отечественных и зарубежных работ [Л. 1—8]. Однако главное внимание в этих работах уделялось выбору соотношения параметров электрической цепи, при котором значения коммутационных перенапряжений были бы минимальны. Реальные вентили силовой схемы преобразователя заменялись при этом ключами мгновенного действия, которые выключались в моменты, когда протекающий через них ток менял свое направление.

Разработка мощных высоковольтных преобразователей на основе полупроводниковых вентиляей обусловила необходимость выполнения анализа электромагнитных процессов с учетом не только параметров электрической цепи, но и с учетом электрофизических явлений, происходящих в самих полупроводниковых вентиляях [Л. 9—11]. В частности, в послекоммутационный период после прохождения через нуль прямого тока в полупроводниковом вентиеле начинается процесс восстановления объемного заряда неосновных носителей. Этот процесс сопровождается протеканием во внешней цепи обратного тока, значение которого при значительных скоростях коммутации может быть одного порядка с амплитудой прямого тока. Наличие обратных токов во внешней цепи в моменты размыкания эквивалентных ключей, соответствующих

восстановлению полупроводниковыми вентилями запирающей способности, может приводить к появлению перенапряжений, существенно больших напряжений источника.

Для анализа этого явления рассмотрим эквивалентные расчетные схемы рис. 1, а—в. Нетрудно показать, что при наличии в индуктивности  $L$  в момент размыкания ключа  $K$  тока  $I_0$  для схемы рис. 1, а можно получить выражения:

$$U_C = \frac{1}{\omega C} [I_0 \sin \omega t - \hat{I} (\cos \omega t - 1)], \quad (1)$$

где

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \hat{I} = \frac{E}{\rho};$$

 $U_C$  — напряжение на конденсаторе  $C$ ; $E$  — напряжение источника э. д. с.

Найдем значение аргумента  $\varphi$ , при котором напряжение на конденсаторе  $U_C$  имеет максимальное значение  $U^m_C$ , а также значение  $U^m_C$ :

$$\dot{U}_C = \frac{1}{C} (I_0 \cos \omega t + \hat{I} \sin \omega t) = 0;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\alpha}; \quad (2)$$



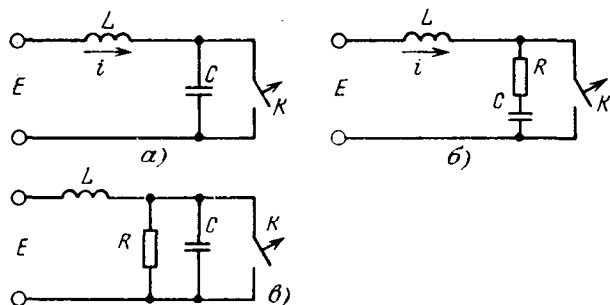


Рис. 1. Эквивалентные расчетные схемы коммутационных перенапряжений.

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}, \quad \cos \varphi = -\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}};$$

$$U_c^m = \frac{1}{\omega C} \left( I_0 \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} + \hat{I} \left( \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} + 1 \right) \right) =$$

$$= E \left( 1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} + \frac{1}{\alpha \sqrt{1+\alpha^2}} \right) =$$

$$= E \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha^2}} \right), \quad (3)$$

где  $\alpha = \frac{\hat{I}}{I_0}$ .

Увеличение напряжения на конденсаторе относительно напряжения источника питания, т. е. ударный коэффициент, в зависимости от значения тока  $I_0$  можно представить в виде

$$K_y = \frac{U_c^m}{E} = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha^2}}. \quad (4)$$

В частности, при нулевом обратном токе, что соответствует  $\alpha \rightarrow \infty$ , ударный коэффициент  $K_y = 2$ , как и следовало ожидать. При увеличении обратного тока значение  $K_y$  возрастает и в пределе может быть сколь угодно большим.

Следует указать, что аргумент  $\varphi$  зависит также от значения обратного тока, как это следует из выражения (2), но изменяется в пределах

$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi.$$

Известны различные способы снижения коммутационных перенапряжений, действующих на элементы электрической цепи, среди которых наиболее употребительны емкостно-омические или нелинейные цепочки демпфирования.

Рассмотрим наиболее употребительные типовые эквивалентные расчетные схемы с емкостно-омическими цепочками, представленные на рис. 1, б, в, с учетом наличия тока  $I_0$  в индуктивности в моменты размыкания ключа К.

Нетрудно показать, что для схемы рис. 1, б можно получить выражение заряда в цепи в виде

$$q = e^{-\delta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t) + D,$$

где

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Используя начальные условия, а именно, что при  $t=0$

$$q=0; \quad \dot{q}=I_0; \quad \ddot{q} = \frac{E - I_0 R}{L}$$

определяются коэффициенты  $A, B, D$ :

$$0 = A + D; \quad I_0 = \omega B - \delta A;$$

$$\frac{E - I_0 R}{L} = A(\delta^2 - \omega^2) - 2\omega\delta B,$$

т. е.

$$A = -\frac{E}{L(\delta^2 + \omega^2)} = -EC;$$

$$B = \frac{I_0}{\omega} \frac{\delta E}{\omega L(\delta^2 + \omega^2)} = \frac{I_0}{\omega} - \frac{\delta}{\omega} EC;$$

$$D = EC.$$

Таким образом, выражение для заряда в цепи имеет вид

$$q = e^{-\delta t} \left[ \left( \frac{I_0}{\omega} - \frac{\delta}{\omega} EC \right) \sin \omega t - EC \cos \omega t \right] + EC, \quad (5)$$

а для тока в цепи

$$i = \dot{q} = e^{-\delta t} \left[ \left( \frac{E}{\omega L} - \frac{\delta}{\omega} I_0 \right) \sin \omega t + I_0 \cos \omega t \right]. \quad (6)$$

Значение коммутационного перенапряжения в цепи  $U_{кн}$ , равное напряжению на демпферной цепочке, можно определить, используя выражения (5) и (6):

$$U_{кн} = \frac{q}{C} + \dot{q}R = e^{-\delta t} \left\{ \left[ \frac{\delta}{\omega} E + \left( \frac{1}{\omega C} - R \frac{\delta}{\omega} \right) I_0 \right] \sin \omega t + (RI_0 - E) \cos \omega t \right\} + E. \quad (7)$$

Найдем значение аргумента  $\varphi$ , при котором напряжение на демпферной цепи имеет максимальное значение, а также значение  $U_{кн}^m$ . Продифференцировав выражение (7) и приравняв производную нулю, определяем выражение для аргумента  $\varphi$  в зависимости от параметров цепи и тока  $I_0$ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{R}{L} E + \frac{I_0}{C} - 2I_0 R \delta}{I_0 \left( \frac{\delta}{\omega C} - R \delta \frac{\delta}{\omega} + \omega R \right) + \left( \frac{\delta}{\omega} \frac{R}{L} - \frac{1}{LC \omega} \right) E}. \quad (8)$$

Обозначив отношение  $\frac{R}{\rho} = z$ , преобразуем полученные выражения:  $\omega = \frac{\delta}{z} \sqrt{4 - z^2}$ , причем  $0 < z < 2$ ;

$$\frac{1}{LC} = \frac{4\delta^2}{z^2}; \quad \frac{1}{RC} = \frac{2\delta}{z^2}.$$

Подставив в (8) и используя ранее введенное обозначение  $\alpha = \frac{\hat{I}}{I_0}$ , получаем выражение

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z^2 - \alpha z - 1}{z^3 - \alpha z^2 - 3z + 2\alpha} \sqrt{4 - z^2}. \quad (9)$$

Ударный коэффициент в зависимости от параметров цепи и тока  $I_0$  определяется в виде

$$K_y = \frac{U_{\text{кн}}^m}{E} = 1 + \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{z}{\sqrt{4-z^2}}} \times \left[ \frac{2 + \alpha z - z^2}{\sqrt{4-z^2}} \sin \varphi + (z - \alpha) \cos \varphi \right]. \quad (10)$$

Выражения (9) и (10) преобразуются соответственно в (2) и (4), если  $z=0$ .

Для схемы рис. 1, в выражение для заряда, протекающего через конденсатор  $C$  при размыкании ключа  $K$ , имеет вид

$$q_c = e^{-\delta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t) + D, \quad (11)$$

где

$$\delta = \frac{1}{2RC}; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2C^2}}.$$

Начальные условия при  $t=0$ :

$$q_c = 0; \quad \dot{q}_c = I_0; \quad \ddot{q}_c = \frac{E}{L} - \frac{I_0}{RC}.$$

Нетрудно определить значения коэффициентов в уравнении (11):

$$A = -EC; \quad B = \frac{I_0}{\omega} - \frac{E\delta}{\omega C}; \quad D = EC.$$

Затем подставив их в выражение (11), получим:

$$q_c = e^{-\delta t} \left[ \left( \frac{I_0}{\omega} - EC \frac{\delta}{\omega} \right) \sin \omega t - EC \cos \omega t \cos \omega t \right] + EC.$$

Значение коммутационного перенапряжения в цепи  $U_{\text{кн}}$ , равное в этом случае значению напряжения на конденсаторе, можно определить как

$$U_{\text{кн}} = \frac{q_c}{C} = e^{-\delta t} \left[ \left( \frac{I_0}{\omega C} - E \frac{\delta}{\omega} \right) \sin \omega t - E \cos \omega t \right] + E. \quad (12)$$

Найдем выражение для определения аргумента  $\varphi$ , при котором напряжение на конденсаторе имеет максимальное значение, а также значение  $U_{\text{кн}}$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{4z^2 - 1}}{1 - 2\alpha z}, \quad (13)$$

где  $z = \frac{R}{\rho} > 0,5$ .

Ударный коэффициент для данной расчетной схемы в зависимости от параметров цепи и тока  $I_0$  определяется как

$$K_y = \frac{U_{\text{кн}}^m}{E} = 1 + \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{1}{\sqrt{4z^2 - 1}}} \times \left[ \frac{2z - \alpha}{\sqrt{4z^2 - 1}} \sin \varphi - \alpha \cos \varphi \right]. \quad (14)$$

Устремив  $z = \frac{R}{\rho} \rightarrow \infty$ , что соответствует отсут-

ствию демпфирования в схеме, можно из выражений (13) и (14) получить соответственно выражения (2) и (4).

Таким образом, полученные выражения (2) и (4); (9) и (10), (13) и (14) позволяют для основных эквивалентных схем, используемых для рас-

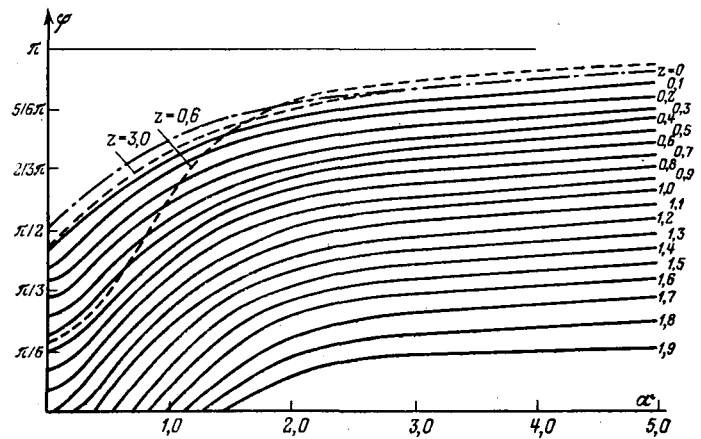
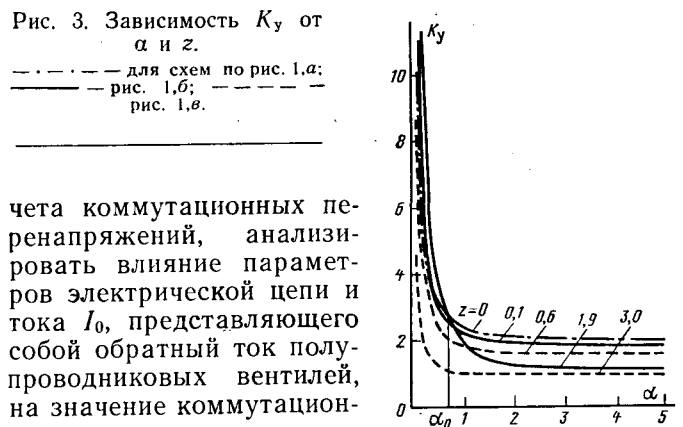


Рис. 2. Зависимость  $\varphi$  от  $\alpha$  и  $z$ .

--- для схем по рис. 1, а; — рис. 1, б; --- рис. 1, в.

Рис. 3. Зависимость  $K_y$  от  $\alpha$  и  $z$ .

--- для схем по рис. 1, а; — рис. 1, б; --- рис. 1, в.



чета коммутационных перенапряжений, анализировать влияние параметров электрической цепи и тока  $I_0$ , представляющего собой обратный ток полупроводниковых вентилялей, на значение коммутационных перенапряжений.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов аргумента  $\varphi$  и ударного коэффициента  $K_y$  по полученным выше выражениям в зависимости от  $\alpha$  и  $z$  для трех основных эквивалентных схем, причем для схемы рис. 1, б значение  $z$  варьировалось в пределах от 0 до 1,9, а для схемы рис. 1, в — от 0,5 до 3,0.

Следует отметить, что графическая интерпретация характеристик  $\varphi = f(\alpha, z)$ ,  $K_y = F(\alpha, z)$  для схемы рис. 1, а и в может быть непосредственно получена из выражений (2) и (4), (13) и (14).

Для схемы рис. 1, б использование выражений (9) и (10) при рассмотрении коммутационных перенапряжений требует дополнительного анализа этих формул в области малых значений  $\alpha$ , т. е. при больших значениях обратного тока  $I_0$ , что как раз представляет практический интерес.

Нетрудно заметить, что знак аргумента  $\varphi$  в выражении (9) зависит от соотношения числителя и знаменателя. Для числителя в выражении (9) легко получить соотношения, определяющие знак числителя в зависимости от  $\alpha$  и  $z$ . Положим, что

$$z^2 - \alpha_{\text{к.ч}} z - 1 = 0,$$

т. е.

$$\alpha_{\text{к.ч}} = \frac{z^2 - 1}{z}. \quad (15)$$

Следовательно, если  $\alpha > \alpha_{\text{к.ч}}$ , то числитель отрицателен; при  $\alpha < \alpha_{\text{к.ч}}$  числитель положителен; при  $\alpha =$

$=\alpha_{к.ч}$  числитель равен нулю. Поскольку  $\alpha$  изменяется в пределах от 0 до  $\infty$ , то из выражения (15) следует, что при  $z < 1$  числитель отрицателен при любых возможных значениях  $\alpha$ . Если же  $z > 1$ , то знак числителя определяется так, как это сформулировано выше.

Получим аналогичные условия для определения знака знаменателя в выражении (9). Положим, что

$$z^3 - \alpha_{к.зн} z^2 - 3z + 2\alpha_{к.зн} = 0,$$

т. е.

$$\alpha_{к.зн} = \frac{z(z^2 - 3)}{z^2 - 2}. \quad (16)$$

При  $z^2 - 2 > 0$  найдем, что знаменатель отрицателен, если

$$\frac{z^3 - 3z}{z^2 - 2} = \alpha_{к.зн} < \alpha,$$

в противном случае, т. е.  $\alpha_{к.зн} > \alpha$ , знаменатель положителен. Если же  $z^2 - 2 < 0$ , то знаменатель отрицателен, если  $\alpha_{к.зн} > \alpha$ ; при  $\alpha_{к.зн} < \alpha$  знаменатель положителен. Выше сформулированные условия позволяют правильно определять значение аргумента  $\varphi$  в выражении (9) для любых значений  $\alpha$  и  $z$ . Однако выполненные расчеты показали, что как только значение  $z$  становилось больше единицы в области малых значений  $\alpha$ , аргумент  $\varphi$ , рассчитываемый по формуле (9), принимал отрицательные значения, что противоречило физическому смыслу и приводило к неправильным конечным результатам в определении  $K_y$ . При анализе полученных данных было выяснено, что при использовании выражения (9) мы получаем значение аргумента  $\varphi$  в диапазоне  $-\infty < \varphi < \infty$ , при котором значение перенапряжений имеет максимум, в то время как нас интересует максимальное значение этих перенапряжений в диапазоне  $0 < \varphi < \infty$ , т. е. после начала переходного процесса. Очевидно, что при  $\varphi > 0$  выражение (9) полностью справедливо, но как только  $\varphi$  становится отрицательным, то приходится использовать максимальное значение функции  $U_{кп}$ , которое в этом случае соответствует значению аргумента  $\varphi$ , равному нулю.

Используя выше сформулированные условия и выражения (15) и (16) было получено основное условие, реализованное в алгоритме машинной программы: если  $\alpha \leq \alpha_{к.ч}$ , то  $\varphi = 0$ , иначе  $\varphi$  считается по формуле (9). Следует отметить, что и выражение (10) также при  $\varphi = 0$  упрощается:

$$K_y = 1 + \frac{z - \alpha}{\alpha} = \frac{z}{\alpha}, \quad (17)$$

т. е. при  $\alpha \leq \alpha_{к.ч}$  значение  $K_y$  считается по формуле (17), в противном случае справедливо выражение (10).

Результаты расчета для схемы рис. 1,б, приведенные на рис. 2 и рис. 3, получены при реализации сформулированных дополнительных условий для определения значения аргумента  $\varphi$ .

Из анализа полученных данных следует, что значение обратного тока полупроводниковых вентилях существенно влияет на значение коммутационных перенапряжений, особенно в области малых значений  $\alpha$ . Малые значения ( $\alpha < 1$ ) имеют место, в частности при работе относительно низковольт-

ных полупроводниковых преобразователей, у которых невелико значение  $I$  и значителен обратный ток  $I_0$ , а также при работе средне- и высоковольтных преобразователей, если амплитуды обратных токов полупроводниковых вентилях достигают значений около 100 А.

Из результатов расчета, представленных на рис. 3, можно также оценить значение демпфирующего сопротивления для схемы рис. 1,б по допустимым значениям коммутационных перенапряжений. Как следует из рис. 3 в зависимости от  $z$  кривые  $K_y = \Phi(\alpha)$  для схемы рис. 1,б могут пересекаться с соответствующей кривой для  $z = 0$  при различных значениях  $\alpha$ , обозначаемых  $\alpha_0$ . Точки этих кривых при  $\alpha = \alpha_0$  характерны тем, что при работе полупроводниковых преобразователей с обратными токами, которые соответствуют  $\alpha < \alpha_0$ , целесообразным является уменьшение значения демпфирующего сопротивления для уменьшения коммутационных перенапряжений. Если же в преобразовательной схеме обратным токам соответствуют значения  $\alpha > \alpha_0$ , то для той же самой цели значение демпфирующего сопротивления следует увеличивать. Очевидно, что значения  $\alpha_0$  находятся в области больших обратных токов, для которой справедливо выражение (17). Используя (4) и (17), можно определить характерные значения  $\alpha_0$  для любого значения  $z$ :

$$1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha_0^2}} = \frac{z}{\alpha_0}, \quad (18)$$

т. е.

$$\alpha_0 = \frac{z^2 - 1}{2z}.$$

Как следует из (18), исследуемые кривые  $f(\alpha, z)$  пересекаются с кривой  $f(\alpha, 0)$  лишь при значениях  $z > 1$ .

Основные расчетные формулы были получены при замене полупроводниковых вентилях ключами мгновенного действия, т. е. при справедливости предположения о мгновенной коммутации обратного тока  $I_0$  с цепи вентилях на шунтирующую цепочку. В реальных преобразовательных схемах эта коммутация может происходить немгновенно. Предположим, что ток в цепи вентилях спадает по экспоненциальному закону за время  $t_1$ :

$$\dot{q}_b = I_0 \left(1 - \frac{t}{t_1}\right). \quad (19)$$

Оценим влияние немгновенной коммутации обратного тока на точность результатов, получаемых по расчетным формулам, справедливыми для мгновенной коммутации, на примере схемы рис. 1,а. Если, начиная с момента  $t = 0$ , ток через ключ  $K$  будет изменяться в соответствии с выражением (19), то справедливы уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} &= \dot{q}_c + \dot{q}_b; \\ \ddot{q} + \frac{1}{LC} q &= \frac{E}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Принимая во внимание выражение (19), можно получить

$$\ddot{q} + \omega^2 q = \frac{E}{L} + I_0 \omega^2 \left(t - \frac{t^2}{2t_1}\right), \quad (21)$$

и общее решение имеет вид

$$q = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + Kt^2 + Ft + M. \quad (22)$$

При начальных условиях, т. е. при  $t=0$ ,  $q=0$ ,  $\dot{q}=I_0$ , можно определить значения коэффициентов в выражении (22), т. е.

$$q = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{E}{L} + \frac{I_0}{t_1} \right) (1 - \cos \omega t) + I_0 t - \frac{I_0}{2t_1} t^2. \quad (23)$$

Соответственно выражения для тока в индуктивности и напряжения на емкости имеют вид:

$$\dot{q} = \frac{1}{\omega} \left( \frac{E}{L} + \frac{I_0}{t_1} \right) \sin \omega t + I_0 \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right); \quad (24)$$

$$U_C = (1 - \cos \omega t) \left( E + \frac{I_0 L}{t_1} \right), \quad (25)$$

и в момент  $t_1$

$$\dot{q} = \left( \frac{E}{\omega L} + \frac{I_0}{\omega t_1} \right) \sin \omega t_1 = I_0 \left( \alpha + \frac{1}{\omega t_1} \right) \sin \omega t_1; \quad (26)$$

$$U_C = (1 - \cos \omega t_1) \left( E + \frac{I_0 L}{t_1} \right). \quad (27)$$

Обычно для большинства преобразовательных схем время коммутации  $t_1$  существенно меньше периода колебаний контура  $LC$ , т. е.  $\sin \omega t_1 \approx \omega t_1$  и  $1 - \cos \omega t_1 \approx 0$ . Тогда справедливо

$$\dot{q} \approx I_0 (1 + \alpha \omega t_1) = I_0 \left( 1 + \alpha \frac{2\pi t_1}{T} \right);$$
$$U_C \approx 0.$$

Поскольку  $\alpha \leq 1$  и  $t_1 \ll T$ , то  $\dot{q} \approx I_0$ , т. е. в момент окончания коммутации обратного тока на шунтирующую цепочку значения тока в индуктивности и напряжения на конденсаторе при принятом допущении ( $t_1 \ll T$ ), примерно, такие же, как и при мгновенной коммутации. Это значит, что основные расчетные формулы, полученные при предположении мгновенной коммутации, справедливы для оценки значений коммутационных перенапряжений и в случае немгновенной коммутации при условии  $t_1 \ll T$ . Уточненные значения коммутационных перенапряжений могут быть получены при решении соответствующих уравнений, если в качестве начальных условий для тока в индуктивности и напряжения на конденсаторе принять значение из выражений (26) и (27).

**Выводы.** 1. Значение обратных токов полупроводниковых вентилях могут оказывать существен-

ное влияние на значение коммутационных перенапряжений. Даже при оптимальных параметрах демпферной цепочки ударный коэффициент  $K_u$  может быть значительно больше 2. Поэтому значения обратных токов должны учитываться при анализе коммутационных перенапряжений, особенно в мощных относительно низковольтных 1—20 кВ преобразовательных схемах.

2. При выборе демпфирующего сопротивления необходимо учитывать относительное значение обратных токов в соответствии с (18): если  $\alpha < \alpha_0$ , то целесообразно уменьшать демпферное сопротивление вплоть до минимально возможного; при  $\alpha > \alpha_0$  следует увеличивать демпферное сопротивление до максимально возможного, ограниченного допустимым значением скорости нарастания напряжения на полупроводниковых вентилях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bertele H., Wasserrab Th. Umschalterschwingungen in Stromrichter-Anlagen. — Elektrotechnik und Maschinenbau, 1942, No 31/32.
2. Самodelкин В. Б. О расчете восстанавливающегося напряжения на вентилях в трехфазной мостовой схеме. — Электричество, 1952, № 12, с. 40—45.
3. Шехтман М. Г. Демпфирование колебаний анодного напряжения после погасания вентилях преобразователей. — Известия НИИПТ, 1958, № 3.
4. Лытаев Р. А. Некоторые вопросы методики определения формы восстанавливающегося напряжения на ионных вентилях: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1965. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образов. СССР, Моск. энергет. ин-т.
5. Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока. М.: Энергия, 1973.
6. Чернышев А. А. Расчет емкости  $RC$ -цепи инвертора. — В кн.: Сборник трудов ЛИИЖТ. Л.: Энергия, 1974, вып. 368, с. 38—41.
7. Skudelny H. C. Verluste in  $RC$ -Beschlaltungen von Stromrichterelementen. — BBC-Nachr., 1968, Bd 50, S. 21—29.
8. Находкина В. Г., Толстов Ю. Г., Тарасов А. Н. Демпфирование высокочастотных колебаний напряжений в высоковольтных преобразователях. — Электричество, 1976, № 3, с. 50—54.
9. Расчет послекоммутационного периода в трехфазном мостовом преобразователе при применении вентилях с лавинными характеристиками/ Гринштейн Б. И., Жмуров В. П., Скороваров В. Е. и др. — Электричество, 1970, № 2, с. 32—37.
10. Thile G. Richtlinien für die Bemessung der Trägerspeichereffekt-Beschaltung von Thyristoren. — ETZ-A, 1969, Bd 90, H. 14, S. 347—352.
11. McMurray W. Optimum snubbers for power semiconductors. — IEEE Trans. Ind. Appl., 1972, vol. 8, No 5, p. 593—600.

[5/11.1976]



# О расчете мощных тоководов повышенной частоты

ТОЗОНИ О. В., РУДЕНКО Л. В.

Киев

Расчет токовода по методу [Л. 1] сводится к решению интегрального уравнения, описывающего распределение плотности тока в сечении проводов, после чего по формулам определяются все интегральные характеристики электромагнитного процесса и электрические параметры рассчитываемой конструкции. В [Л. 2] построенные таким путем алгоритмы и программы были применены для расчета большого числа различных конструкций трехфазных и однофазных промышленных тоководов, работающих при частоте 50 Гц. При этом исходили из практически равномерного распределения тока по толщине шин.

С увеличением частоты распределение тока по толщине шины становится неравномерным и при решении задачи его неравномерность нельзя не учитывать.

При численном решении интегрального уравнения учет неравномерности распределения тока приводит к необходимости разбиения сечения шин на участки  $\Delta S$  не только по высоте, но и по толщине. Порядок получающейся при этом системы алгебраических уравнений, обеспечивающей необходимую точность решения задачи, увеличивается почти в 10 раз. Решение такой системы становится практически невозможным.

В данной статье для расчета однофазных тоководов повышенной частоты предложена модификация метода [Л. 1].

Предлагаемая модификация использует дополнительную, априорную информацию об искомом распределении тока в сечении однофазных тоководов повышенной частоты, представляющих собой пакет параллельных шин прямоугольного сечения. Чтобы получить эту информацию, рассмотрим поле одиночной шины с синусоидальным током. Из соображений механической прочности толщину шины  $2a$  делают не менее 10 мм. Высота шин  $2b$ , применяемых в промышленных тоководах повышенной частоты, значительно превышает толщину ( $b \geq 10a$ ). При повышенных частотах глубина проникновения электромагнитного поля в металл значительно меньше толщины шины (например, при  $f=500$  Гц  $\Delta \approx 3$  мм, при  $f=5000$  Гц  $\Delta \approx 1$  мм). Следовательно, магнитное поле практически полностью затухает в шине, магнитные линии пронизывают ее только по концам сечения в пределах глубины проникновения. Вне шины магнитное поле плоскопараллельное и квазистационарное (удовлетворяет уравнению Лапласа). Магнитные линии охватывают сечение шины, проходя почти параллельно вертикальным отрезкам контура сечения. Картина линий приведена на рис. 1.

Структура переменного магнитного поля шины подобна структуре стационарного магнитного поля постоянного тока, протекающего в идеально проводящей ( $\gamma=\infty$ ) бесконечно тонкой ( $2a=0$ ) полосе высотой  $2d=2(b-\Delta)$ . Комплексный потенциал такого поля известен [Л. 3]:

$$W(z) = A_0(x, y) + j\varphi_0(x, y) = c_1 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 - d^2}}{d}, \quad (1)$$

где  $z=y-jx$ ;  $c$  — постоянная, пропорциональная току в шине;  $A_0$  — векторный магнитный потенциал;  $\varphi_0$  — сопряженная  $A_0$  гармоническая функция.

Силовые магнитные линии  $A_0(x, y) = \text{const}$  функции (1) образуют семейство софокусных эллипсов, охватывающих отрезок длиной  $2d$ .

На поверхности шины вектор магнитного поля непрерывен. Поэтому можно считать, что вне шины и на ее поверхности магнитное поле описывается функцией (1).

Внутри шины плоскопараллельное переменное магнитное поле индуцирует электрическое поле  $\vec{E} = \vec{E}e_z$ , связанное с ним уравнениями

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \vec{B}; \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A}, \quad (2)$$

откуда следует, что

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = j\omega \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} = -j\omega \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Монохроматическое электромагнитное поле проникает в массивное металлическое тело на каждом участке его гладкой поверхности, почти так же, как плоская волна в плоскую металлическую стенку [Л. 4 и 5]. Поэтому можно считать, что внутри металлической шины вблизи ее гладкой поверхности (кроме окрестности угловых точек сечения) электромагнитное поле с расстоянием  $x_0$  от поверхности меняется по закону:

$$\vec{E}(x_0) \approx \vec{E}_m e^{-(1+j)kx_0} = \sqrt{\frac{\omega}{\mu_0 \gamma}} B_{me} e^{-(1+j)kx_0}, \quad (4)$$

где  $B_{mz} = B_y$  — значение касательной компоненты вектора магнитной индукции на вертикальном участке поверхности шины;  $k = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \gamma}{2}}$ ;  $\mu_0$ ,  $\gamma$  — магнитная проницаемость и удельная электропроводность материала шины.

Полагая в выражениях (3) и (4)  $A = A_0$  и  $B_y = -\frac{\partial A_0}{\partial x} \Big|_{x=a}$  не трудно найти вторые производные напряженности  $E$  на поверхности шины. Их отношение удовлетворяет неравенству

$$\begin{aligned} N(y) &= \frac{\partial^2 E}{\partial x_0^2} \Big|_{x_0=0} : \frac{\partial^2 E}{\partial y_0^2} \Big|_{x_0=0} \geq \\ &\geq \sqrt{\omega \mu_0 \gamma} \frac{\sqrt{(d^2 + a^2 - y^2)^2 + 4a^2 y^2} \times}{a \cos \left( \frac{3}{2} \arctg \frac{2ay}{d^2 + a^2 - y^2} \right) +} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{\times \cos \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{2ay}{d^2 + a^2 - y^2} \right)}{+ y \sin \left( \frac{3}{2} \arctg \frac{2ay}{d^2 + a^2 - y^2} \right)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Анализ формулы (5) показал, что для всех размеров прямоугольных шин, применяемых в промышленности, выполняется соотношение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 E}{\partial y^2}. \quad (6)$$

Так, например, даже для шины сечением  $1 \times 10$  см при частоте  $f=10^3$  Гц формула (5) дает

$N(0) > 317$ ,  $N(d) > 36$ . Если токовод состоит из чередующихся прямых и обратных шин прямоугольных сечений, то в результате сжатия кривизна магнитных линий в зазорах между шинами будет еще меньшей, а следовательно, неравенство (5) только усилится.

Приведенные оценки показывают, что при условии  $2b \gg 2a \gg \Delta$  почти на всей поверхности шины структура проникающего электромагнитного поля подобна структуре плоской волны, проникающей в плоскую стенку. Поэтому на большей части сечения шины (кроме концевых участков ее сечения) уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial y^2} + k^2 \dot{E} = 0 \quad (7)$$

без заметной погрешности можно заменить обыкновенным уравнением

$$\frac{d^2 \dot{E}}{dx^2} + k^2 \dot{E} = 0, \quad (8)$$

решение которого имеет вид [Л. 6]:

$$\dot{E}(x) = C_1 e^{-\eta x} + C_2 e^{\eta x}, \quad (9)$$

где  $\eta = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma} = (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0\gamma}{2}} = (1+j)\beta$ ; ось  $Ox$  направлена перпендикулярно плоскости шины, начало координат взято в центре ее сечения.

В шине распределение тока меняется и по высоте, т. е. зависит от координаты  $y$ . Эту зависимость учтем изменением величины  $C_1$ ,  $C_2$  по высоте шины. Примем, что в каждой шине тоководов электрическая напряженность изменяется по закону

$$\dot{E}(x, y) = C_1(y) e^{-\eta x} + C_2(y) e^{\eta x}. \quad (10)$$

Приняв такое распределение, мы допустим ощутимую погрешность только вблизи торцов сечений. Когда высота сечения шин гораздо больше их толщины, влияние этой погрешности на интегральные характеристики тоководов ничтожно.

Интегральное уравнение, формулирующее задачу распределения электрического поля в сечении тоководов, имеет вид [Л. 1]:

$$\begin{aligned} \dot{E}(Q) - j\lambda \int_D \dot{E}(M) \left( \ln r_{QM} - \frac{1}{D} \int_D \ln r_{QM} dS_Q \right) dS_M = \\ = \dot{E}_0(Q) - \frac{1}{D} \int_D \dot{E}_0(Q) dS_Q, \end{aligned} \quad (11)$$

где обозначены  $r_{QM} = \sqrt{(x_M - x_Q)^2 + (y_M - y_Q)^2}$ ;  $D$  — сечение всех проводов тоководов;  $\dot{E}_0(Q)$  — часть сторонней э. д. с., приходящейся на единицу длины провода;  $\lambda = \mu_0 \gamma f$ .

Оси координат выберем так, чтобы шины тоководов располагались симметрично относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  (рис. 3). Учитывая условия симметрии, преобразуем уравнение (11) к виду

$$\dot{E}(Q) - j\lambda \int_{D/4} \dot{E}(M) \ln \frac{r_{QM1} r_{QM3}}{r_{QM2} r_{QM4}} dS_M = \dot{E}_0(Q). \quad (12)$$

Приняв распределение напряженности по (10), сведем решение задачи к отысканию напряженности  $\dot{E}$  только на контурах сечений шин тоководов.

Рассмотрим три точки  $P(x_0, y_0)$ ,  $P_1(x_0 - a, y_0)$ ,  $P_2(x_0 + a, y_0)$  в сечении шины толщиной  $2a$ .

Выразим значение величин  $C_1$ ,  $C_2$  через значения напряженности  $\dot{E}(P_1)$ ,  $\dot{E}(P_2)$  на контуре сечения шины.

Для этого составим систему двух уравнений, подставив в (10) координаты точек  $P_1$  и  $P_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}(P_1) = \dot{E}(x_0 - a, y_0) &= C_1(y_0) e^{-\eta x_{P1}} + \\ &+ C_2(y_0) e^{\eta x_{P1}}; \\ \dot{E}(P_2) = \dot{E}(x_0 + a, y_0) &= C_1(y_0) e^{-\eta x_{P2}} + \\ &+ C_2(y_0) e^{\eta x_{P2}}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из (13) найдем:

$$\left. \begin{aligned} C_1(y_0) &= \frac{\dot{E}(P_1) e^{\eta x_{P2}} - \dot{E}(P_2) e^{\eta x_{P1}}}{e^{2\eta a} - e^{-2\eta a}}; \\ C_2(y_0) &= \frac{\dot{E}(P_2) e^{-\eta x_{P1}} - \dot{E}(P_1) e^{-\eta x_{P2}}}{e^{2\eta a} - e^{-2\eta a}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставив значения  $C_1$ ,  $C_2$  в выражение (10), получим выражение напряженности в любой точке  $M(x, y_0)$  сечения шины ( $x_0 - a \leq x \leq x_0 + a$ ) через значения напряженности в соответствующих точках на поверхности шины:

$$\begin{aligned} \dot{E}(M) = \dot{E}(x, y_0) = \\ = \frac{\dot{E}(P_1) \operatorname{sh} \eta (x_{P2} - x) - \dot{E}(P_2) \operatorname{sh} \eta (x_{P1} - x)}{\operatorname{sh} 2\eta a}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отделив вещественную  $E_a$  и мнимую  $E_p$  составляющие напряженности  $\dot{E}(M)$ , получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_a(M) &= E_a(P_1) K_1 - E_p(P_1) N_1 - E_a(P_2) K_2 + \\ &+ E_p(P_2) N_2; \\ \dot{E}_p(M) &= E_a(P_1) N_1 + E_p(P_1) K_1 - E_a(P_2) N_2 - \\ &- E_p(P_2) K_2, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где обозначены:

$$\left. \begin{aligned} K_i &= \frac{d \operatorname{sh} \beta (x_{Pj} - x) \cos \beta (x_{Pj} - x) + \\ &+ b \operatorname{ch} \beta (x_{Pj} - x) \sin \beta (x_{Pj} - x)}{d^2 + b^2}; \\ N_i &= \frac{d \operatorname{ch} \beta (x_{Pj} - x) \sin \beta (x_{Pj} - x) - \\ &- b \operatorname{sh} \beta (x_{Pj} - x) \cos \beta (x_{Pj} - x)}{d^2 + b^2}; \\ d &= \operatorname{sh} 2\beta a \cos 2\beta a; \quad b = \operatorname{ch} 2\beta a \sin 2\beta a, \\ i, j &= 1, 2, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

причем, когда  $i=1$ , то  $j=2$ , и наоборот, когда  $i=2$ , то  $j=1$ .

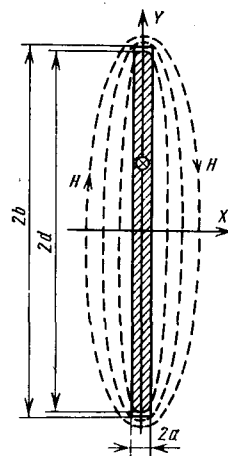


Рис. 1.

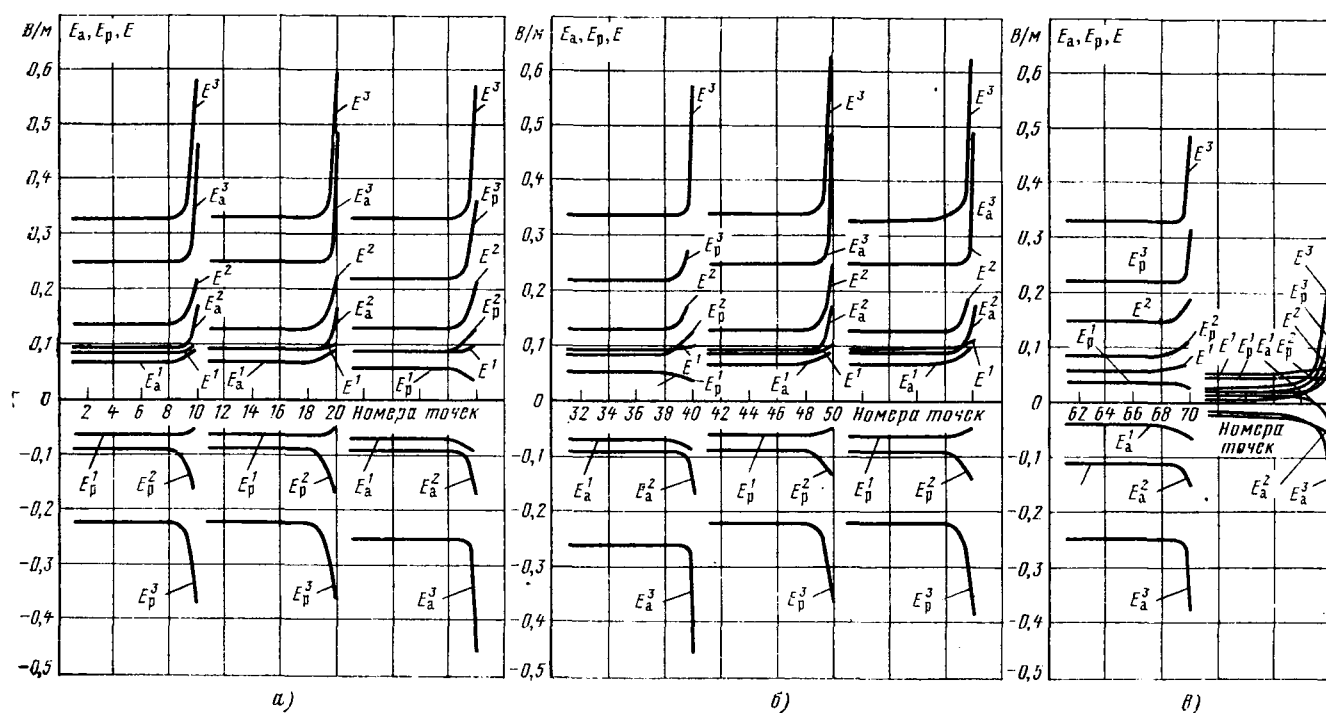


Рис. 2.

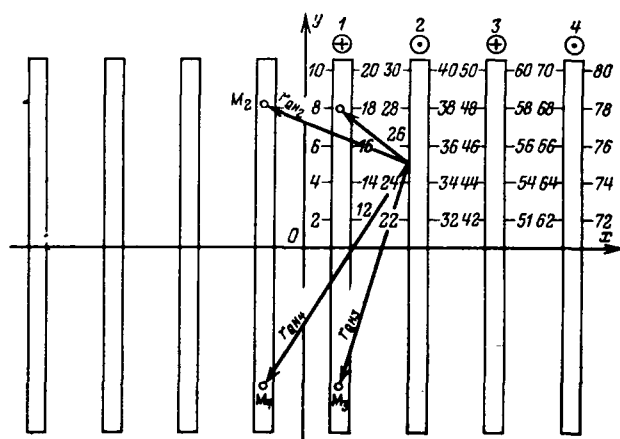


Рис. 3.

Подставив выражение (16) в уравнение (12) и отделив вещественную и мнимую части, получим:

$$\begin{aligned}
 & E(Q) + \lambda \int_{D/4} [E_a(P_1)N_1 + E_p(P_1)K_1 - \\
 & - E_a(P_2)N_2 - E_p(P_2)K_2] \ln \frac{r_{QM1} r_{QM3}}{r_{QM2} r_{QM4}} dS_M = \\
 & = E_{oa}(Q); \\
 & E_p(Q) - \lambda \int_{D/4} [E_a(P_1)K_1 - E_p(P_1)N_1 - \\
 & - E_a(P_2)K_2 + E_p(P_2)N_2] \ln \frac{r_{QM1} r_{QM3}}{r_{QM2} r_{QM4}} dS_M = \\
 & = E_{op}(Q).
 \end{aligned} \quad (18)$$

Решение системы интегральных уравнений (18) можно найти приближенно, заменив ее конечной

Таблица 1

Высота шин, м	Частота, Гц	Номер шины	Расчетный параметр						Электromагнитная нагрузка, В/м	Мощность, Вт/м	
			Ток в шине, А				Сопротивление шины, Ом/м×10 <sup>-5</sup>				
			модуль	активная составляющая	реактивная составляющая	полное	активная составляющая	реактивная составляющая			
0,2	2500	1	5605	354	—5594	72,8	4,59	72,6	74,2	1500	
		2	5632	—373	5620	72,4	4,79	72,3	—53,2	1507	
		3	5665	355	—5654	72,0	4,51	71,9	39,3	1546	
		4	3097	—166	3093	132	7,08	132	—38,3	710	
0,2	50	1	5451	4006	—3697	2,29	1,68	1,55	70,9	152	
		2	5481	—4088	3651	2,28	1,70	1,52	—51,0	150	
		3	5770	3983	—4175	2,16	1,49	1,56	44,6	169	
		4	3344	—2010	2673	3,73	2,24	2,98	—43,6	115	
0,2	500	1	5621	743	—5572	15,3	2,03	15,2	73,4	602	
		2	5617	—776	5563	15,3	2,12	15,2	—53,7	597	
		3	5649	737	—5601	15,2	1,99	15,1	40,3	615	
		4	3113	—348	3093	27,7	3,10	27,5	—38,6	317	
0,2	500	1	2648	338	—2626	15,5	1,98	15,4	16,4	131	
		2	2645	—338	2624	15,5	1,98	15,4	—12,1	131	
		3	2650	338	—2628	15,5	1,98	15,4	9,5	131	
		4	2641	—338	2620	15,5	1,99	15,4	—7,7	130	
		5	2644	325	—2624	15,5	1,91	15,4	6,4	131	
		6	2629	—335	2608	15,6	1,99	15,5	—5,3	128	
		7	2672	340	—2650	15,5	1,96	15,4	4,5	134	
		8	1468	—166	1459	28,0	3,17	27,8	—6,9	69	
0,4	500	1	2658	328	—2638	8,00	0,989	7,94	9,3	65	
		2	2656	—328	2636	8,01	0,989	7,95	—7,8	65	
		3	2660	329	—2639	8,00	0,989	7,94	6,7	65	
		4	2654	—328	2634	8,01	0,991	7,95	—5,8	65	
		5	2651	314	—2632	8,02	0,951	7,97	5,1	65	
		6	2648	—327	2628	8,03	0,992	7,97	—4,4	65	
		7	2665	331	—2641	7,99	0,992	7,93	3,9	66	
		8	1407	—158	1398	15,1	1,69	15,0	—4,4	36	
0,4	500	1	5649	669	—5609	8,04	0,953	7,99	42,3	296	
		2	5656	—698	5613	8,03	0,992	7,97	—34,8	295	
		3	5682	706	—5638	8,00	0,994	7,94	29,3	301	
		4	3013	—337	2994	15,1	1,69	15,1	—25,2	162	

системой линейных алгебраических уравнений [Л. 7]. Коэффициенты такой системы выражаются через интегралы от произведений величин (17) на



Таблица 2

Частота	Отношение значений электрической напряженности в различных точках сечения пакета шин											
	$\frac{E(10)}{E(1)}$	$\frac{E(20)}{E(11)}$	$\frac{E(30)}{E(21)}$	$\frac{E(40)}{E(31)}$	$\frac{E(50)}{E(41)}$	$\frac{E(60)}{E(51)}$	$\frac{E(70)}{E(61)}$	$\frac{E(80)}{E(71)}$	$\frac{E(11)}{E(1)}$	$\frac{E(31)}{E(21)}$	$\frac{E(51)}{E(41)}$	$\frac{E(71)}{E(61)}$
50	1,14	1,14	1,09	1,09	1,19	1,17	1,26	1,26	0,99	0,99	1,05	0,94
500	1,68	1,68	1,65	1,62	1,73	1,82	1,32	3,67	1,00	1,01	0,97	0,14
2500	1,78	1,78	1,75	1,71	1,83	1,91	1,49	9,81	1,00	1,02	0,98	0,07

ядро уравнения (12). От точности их вычисления зависит точность решения всей задачи, поэтому вычислять их целесообразно следующим образом: сначала проинтегрировать точно по координате  $y$ , затем — приближенно по координате  $x$ , воспользовавшись для этого формулами Филон [Л. 8], так как подынтегральная функция при больших значениях  $\beta$  быстро осциллирует.

Решая систему алгебраических уравнений с помощью клеточной модификации метода оптимальных исключений [Л. 9], найдем распределение электрической напряженности по высоте контуров сечений шин токовода.

Значение электрической напряженности в любой точке сечения шины можно вычислить по формуле (16). Интегрированием напряженности по сечению каждой шины определяется ток в шине:

$$I = I_a + jI_p = 2\gamma \left[ \int_{D_m} \dot{E}_a(M) dS_M + j \int_{D_m} \dot{E}_p(M) dS_M \right], \quad (19)$$

где  $D_m$  — половина сечения шины.

Полное сопротивление шины определяется формулой

$$Z = R + jX = \frac{\dot{E}_0}{I} = \frac{\dot{E}_0}{\gamma} \times \left\{ \frac{\int_{D_m} E_a(M) dS_M}{\left[ \int_{D_m} E_a(M) dS_M \right]^2 + \left[ \int_{D_m} E_p(M) dS_M \right]^2} - j \frac{\int_{D_m} E_p(M) dS_M}{\left[ \int_{D_m} E_a(M) dS_M \right]^2 + \left[ \int_{D_m} E_p(M) dS_M \right]^2} \right\}. \quad (20)$$

Значение электромагнитной силы, приходящейся на каждую шину, можно определить по формулам, приведенным в [Л. 1]. По изложенному алгоритму была составлена программа для расчета электромагнитного поля однофазных тоководов прямоугольного сечения на ЭЦВМ БЭСМ-6.

Ниже приведены примеры расчета электромагнитного поля в пакетах алюминиевых шин. Во всех примерах номинальный ток равен 20 000 А, толщина шин — 0,01 м, расстояние между шинами — 0,03 м. Число шин в пакетах, высота сечения шин и частота тока указаны в табл. 1.

На рис. 2 приведено распределение электрической напряженности на поверхности шин по их высоте в первой четверти сечения пакета. Частоте 50 Гц соответствуют кривые, обозначенные  $E_a^1$ ,  $E_p^1$ ,  $E^1$ , частоте 500 Гц —  $E_a^2$ ,  $E_p^2$ ,  $E^2$ , частоте 2500 Гц —  $E_a^3$ ,  $E_p^3$ ,  $E^3$ . Пакет из восьми шин высотой 0,2 м. Нумерация шин, чередование направлений тока в шинах и нумерация точек показаны на рис. 3.

В табл. 1 приведены интегральные характеристики для половины пакетов из 8 и 16 шин.

В табл. 2 дано отношение значений модуля электрической напряженности в некоторых точках сечения пакета шин (рис. 3) при различных частотах.

Для того чтобы воспользоваться результатами расчетов при других значениях номинального тока, необходимо значение тока в шине умножить на коэффициент  $g_1 = 0,5/10^{-4}$ , а значение электромагнитной силы и потерь мощности умножить на коэффициент  $g_2 = 0,25/10^{-8}$ .

**Выводы.** 1. При фиксированной частоте значение электрической напряженности по высоте сечения шин почти не меняется.

2. На торцах сечений шин электрическая напряженность значительно больше, чем в их средней части.

3. Значение электрической напряженности на поверхности шин увеличивается при повышении частоты.

4. С ростом частоты усиливается неравномерность распределения электрической напряженности по толщине в крайних шинах пакета.

5. При фиксированной частоте с увеличением числа шин в пакете и их высоты распределение тока в пакете становится более равномерным, уменьшаются потери мощности и силы электромагнитного взаимодействия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. Киев: Техника, 1967.
2. Тозони О. В., Колерова Т. Я. Многофазные промышленные тоководы. Киев: Наукова думка, 1966.
3. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электро-технике. М.: Энергия, 1975.
4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Советское радио, 1957.
5. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. Л.: Энергия, 1967.
6. Негушил А. В., Поливанов К. М. Основы электротехники. Ч. III. М.: Госэнергоиздат, 1956.
7. Конторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.: Гостехиздат, 1952.
8. Тратнер К. Дж. Интегральные преобразования в математической физике. М.: Гостехиздат, 1956.
9. Воеводин В. В. Численные методы алгебры. Теория и алгоритмы. М.: Наука, 1966.

[23.4.1976]

# Экстремальное управление позиционным механизмом во времени

КОЖЕВНИКОВ К. И.

Ростов-на-Дону

При проектировании и эксплуатации напряженно работающих позиционных механизмов много внимания уделяется разработке способов уменьшения нагрева двигателя с целью увеличения производительности установки и повышения надежности работы привода [Л. 1, 2]. Одним из таких способов является применение экстремального управления программирующего работу механизма во времени. Программирование заключается в распределении суммарного времени работы за цикл между отдельными перемещениями рабочего органа таким образом, чтобы коэффициент нагрузки двигателя по нагреву имел минимальное значение. Для этой цели применяется оптимизирующая вычислительная машина, воздействующая на уставки регуляторов привода.

Приведенные в этой статье результаты могут быть использованы при проектировании системы экстремального управления для одиночных механизмов, а также для комплекса механизмов, связанных определенной последовательностью выполнения технологических операций, когда система управления включает в себя подсистемы отыскания локальных оптимумов и подсистему более высокого уровня для определения оптимального соотношения между суммарными временами работы и паузы отдельных механизмов при заданной продолжительности технологического цикла комплекса; взаимодействие подсистем подчиняется расчету глобального оптимума. Такие комплексы механизмов применяются, например, в металлургическом производстве.

Заметим, что в [Л. 3] исследуется экстремальное управление при иных условиях — с фиксацией времени отработки каждого перемещения, что исключает разработанный здесь процесс оптимизации.

Рассматриваемый привод имеет двигатель постоянного тока независимого возбуждения; скорость вращения регулируется изменением напряжения якоря при номинальном магнитном потоке. Вентиляция двигателя принудительная. Приводной механизм работает с повторяющимися технологическими циклами; производительность механизма обратно пропорциональна продолжительности цикла. Статический момент создается силами трения, значение его невелико, что позволяет исходить из среднего за цикл статического момента.

В статье применяются следующие относительные единицы и символы:  $\tau = \frac{t}{B_n}$  — время ( $B_n = \frac{GD^2 n_n}{375 M_n}$  — механическая постоянная времени привода, с);  $\alpha = \frac{A}{A_n}$  — угол, отработанный валом двигателя ( $A_n = \frac{B_n n_n}{60}$  — угловая постоянная привода, об);  $i = \frac{I}{I_n}$  — ток якоря двигателя ( $I_n$  — номинальный ток, А);  $j = \frac{J}{J_n}$  — динамический ток якоря;  $v =$

$= \frac{n}{n_n}$  — угловая скорость двигателя ( $n_n$  — номинальная частота вращения, об/мин);  $\Delta \varepsilon = \int_0^{\tau} i^2 d\tau = \frac{\Delta \mathcal{E}}{\Delta P_n B_n}$  —

потеря энергии в обмотке якоря двигателя ( $\Delta P_n$  — потеря мощности в обмотке якоря при номинальном токе, Вт).

Все величины в двухдвигательном приводе относятся к одному двигателю.

## Оптимальная программа работы механизма во времени

$$\tau_{p1}^0, \tau_{p2}^0, \dots, \tau_{pr}^0, \dots, \tau_{pR}^0 \quad (1)$$

должна минимизировать коэффициент нагрузки двигателя по нагреву

$$\Delta p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{\tau_p + \tau_0} \quad (2)$$

при условии, что технологический процесс, отрабатываемый механизмом, и его производительность заданы. В соответствии с этим условием полагаем фиксированными:

перемещения рабочего органа механизма

$$\alpha_{p1}, \alpha_{p2}, \dots, \alpha_{pr}, \dots, \alpha_{pR}; \quad (3)$$

суммарное время работы

$$\tau_p = \sum_{r=1}^R \tau_{pr}; \quad (4)$$

суммарное время паузы  $\tau_0$ .

Здесь  $\Delta \varepsilon_p$  — потеря энергии в обмотке якоря за время  $\tau_p$

$$\Delta \varepsilon_p = \int_0^{\tau_p} i^2 d\tau = \sum_{r=1}^R \Delta \varepsilon_{pr}, \quad \Delta \varepsilon_{pr} = \int_0^{\tau_{pr}} i^2 d\tau; \quad (5)$$

$R$  — число перемещений рабочего органа за цикл; дополнительный индекс  $r$  относит символ к перемещению номер  $r$ ; коэффициент нагрузки двигателя (2) определяется по методу средних потерь в обмотке якоря.

Согласно [Л. 5] потеря энергии в обмотке якоря за время одного перемещения

$$\Delta \varepsilon_{pr} = F_{pr} \frac{\alpha_{pr}^2}{\tau_{pr}^3} + i_c^2 \tau_{pr}, \quad (6)$$

где  $i_c$  — статический ток якоря;  $F_{pr}$  — коэффициент, зависящий от формы диаграммы тока якоря  $i(\tau)$ .

Соответственно принятому критерию оптимальности в качестве эталона добротности используется оптимальная по нагреву диаграмма тока якоря [Л. 2]. Современные регуляторы привода реализуют во всех включениях двигателя коэффициент  $F_n$  порядка 12,5, мало отличающийся от оптимального значения, равного 12 [Л. 3, 5, 6], что позволяет считать

$$F_{n1} = F_{n2} = \dots = F_{nR} = F_{nc}$$

Используя это равенство и соотношения (2), (4)—(6), находим выражение для коэффициента нагрузки двигателя по нагреву:

$$\Delta p = \frac{F_p \sum_{r=1}^R \frac{\alpha_{pr}^2}{\tau_{pr}^3} + i_c^2 \tau_p}{\tau_p + \tau_0}. \quad (7)$$

Решение сформулированной выше задачи (1)—(4) сводится к исследованию функции  $\Delta p(\tau_{p1}, \tau_{p2}, \dots, \tau_{pR})$ , представленной уравнением (7), на условный экстремум с добавочным уравнением (4). В результате этого находим оптимальную по нагреву двигателя программу работы механизма во времени:

$$\tau_{px}^0 = \frac{\tau_p}{\sum_{r=1}^R V \alpha_{pr}} V \alpha_{px} \quad (8)$$

и соответствующий этой программе минимальный коэффициент нагрузки двигателя по нагреву:

$$\Delta p^0 = \frac{F_p \left[ \sum_{r=1}^R V \alpha_{pr} \right]^4}{(\tau_p + \tau_0) \tau_p^3} + i_c^2 \frac{\tau_p}{\tau_p + \tau_0}, \quad (9)$$

где  $x=1, 2, 3, \dots, R$  — номер перемещения, для которого определяется время работы.

Оптимальные уставки регуляторов привода, соответствующие оптимальной программе работы механизма (8), определяются исходя из соотношений [Л. 5]:

$$v_{mx}^0 = F_c \frac{\alpha_{px}}{\tau_{px}^0}; \quad (10)$$

$$i_{mx}^0 = F_T \frac{\alpha_{px}}{(\tau_{px}^0)^2} + i_c, \quad (11)$$

где  $F_c, F_T$  — коэффициенты, зависящие от формы диаграммы тока якоря  $i(\tau)$ ; по соображениям, изложенным выше при выборе коэффициента  $F_p$ , имеем  $F_{c1}=F_{c2}=\dots=F_{cR}=F_c$ ;  $F_{T1}=F_{T2}=\dots=F_{TR}=F_T$ .

Применяя эти равенства и (8), определяем по (10) и (11) формулы для расчета оптимальных уставок регуляторов привода:

$$v_{mx}^0 = \frac{F_c}{\tau_p} \left[ \sum_{r=1}^R V \alpha_{pr} \right] V \alpha_{px}; \quad (12)$$

$$i_{mx}^0 = \frac{F_T}{\tau_p^2} \left[ \sum_{r=1}^R V \alpha_{pr} \right]^2 + i_c, \quad (13)$$

где  $F_c=1,60 \div 1,65$ ;  $F_T=4,9 \div 5,1$  [Л. 6]; плюс перед  $i_c$  в (11) и (13) выбран потому, что пик тока якоря в диаграмме, близкой к оптимальной, возникает при ускорении привода.

Если в качестве эталона принять не оптимальную, а лучшую по нагреву прямоугольную диаграмму тока [Л. 2], то схемы регуляторов привода существенно упростятся, а реализованные коэффициенты изменятся:  $F_p$  увеличится на 10—15%;  $F_T$  уменьшится на 20—25%,  $F_c$  останется на прежнем уровне.

Как видно из (13), оптимальная программа работы механизма во времени (8) предполагает постоянство пика тока якоря при отработке всех перемещений технологического цикла, что существенно упрощает реализацию экстремального управления. Это положение представляет интерес и для теории электропривода.

Формулы (12) и (13) в именованных единицах измерения записываются следующим образом:

$$n_{mx}^0 = \frac{F_c}{t_p} \frac{60u}{K_{сн}} \left[ \sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}} \right] V \overline{S_{px}}; \quad (14)$$

$$I_{mx}^0 = \frac{F_T}{t_p^2} \frac{60u}{K_{сн}} \frac{B_n I_n}{n_n} \left[ \sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}} \right]^2 + I_c, \quad (15)$$

где  $S_p$  — перемещение рабочего органа приводного механизма, мм;  $t_p$  — суммарное время работы, с;  $u$  — передаточное число редуктора;  $K_{сн}$  — опраляющее число, мм/об (отношение перемещения рабочего органа механизма к углу поворота тихоходного вала редуктора).

Эффективность оптимальной программы работы механизма (8) определяется в результате исследования влияния отклонений от этой программы на показатели режима двигателя.

Рассмотрим привод, выполняющий  $R/2$  перемещений  $S_{p1}$  и  $R/2$  перемещений  $S_{p2}$  при произвольном чередовании  $S_{p1}$  и  $S_{p2}$ , и при  $i_c=0$ . Символы  $S_{p1}$  и  $S_{p2}$  назначаются так, чтобы

$$c = \frac{S_{p1}}{S_{p2}} \geq 1.$$

Воспользовавшись (7)—(13), найдем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta p}{\Delta p^0} &= \frac{1}{(1 + \sqrt{c})} \left[ \frac{\sqrt{c}}{\left(1 + \frac{\delta_{B1}}{100}\right)^3} + \frac{1}{\left(1 - \frac{\delta_{B1}}{100} \sqrt{c}\right)^3} \right]; \\ \frac{I_{mx}}{I_{mx}^0} &= \begin{cases} \frac{1}{\left(1 - \frac{\delta_{B1}}{100} \sqrt{c}\right)^2}, & \delta_{B1} \geq 0; \\ \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_{B1}}{100}\right)^2}, & \delta_{B1} \leq 0; \end{cases} \\ \frac{n_{mx}}{n_{mx}^0} &= \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{\delta_{B1}}{100}}, & \delta_{B1} \leq \frac{\sqrt{c}-1}{c+1}; \\ \frac{1}{\left(1 - \frac{\delta_{B1}}{100} \sqrt{c}\right) \sqrt{c}}, & \delta_{B1} \geq \frac{\sqrt{c}-1}{c+1}. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Здесь  $\delta_{B1}$  — отклонение времени работы от его оптимального значения для перемещения  $S_{p1}$ :

$$\delta_{B1} = \frac{t_{p1} - t_{p1}^0}{t_{p1}^0} 100.$$

Сравнительно небольшое отклонение времени работы от его оптимального значения может вызывать существенное ухудшение режима двигателя: если, например,  $c=4$  и  $\delta_{B1}=+20\%$ , тогда нагрузка

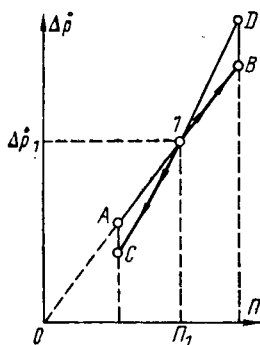


Рис. 1.

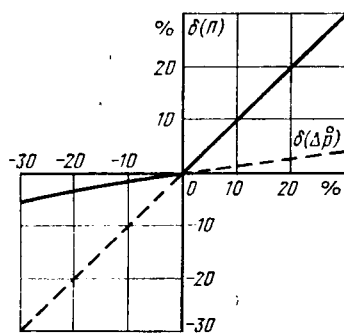


Рис. 2.

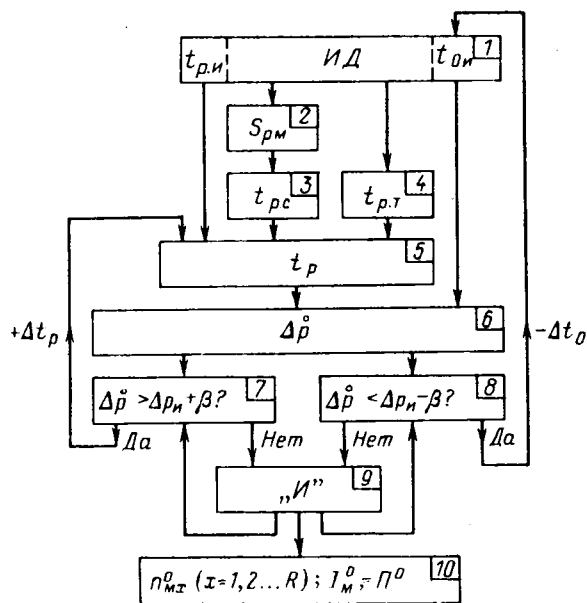


Рис. 3.

двигателя по нагреву увеличится почти в 2 раза, пик тока якоря возрастет в 2,8 раза, а максимальная скорость снизится только на 16,5%.

Оптимальный закон регулирования коэффициента нагрузки двигателя по нагреву определяется по критериям: достижение максимального увеличения производительности механизма при заданном повышении коэффициента нагрузки, а также минимального уменьшения производительности при заданном снижении коэффициента нагрузки. Согласно (9)

$$\Delta\rho^0 = \frac{F_n \left[ \frac{60uB_n}{k_{сн}n_n} \left( \sum_{r=1}^R \sqrt{S_{pr}} \right)^2 \right]^2}{(t_p + t_0) t_p^3} + \left( \frac{I_c}{I_n} \right)^2 \frac{t_p}{t_p + t_0}. \quad (17)$$

Производительность механизма

$$\Pi = \frac{B_{пр}}{t_p + t_0}, \quad (18)$$

где  $B_{пр}$  — постоянная, зависящая от технологических параметров и от выбранных единиц измерения.

Исследуем зависимость между коэффициентом нагрузки двигателя по нагреву (17) и производительностью механизма (18) для двух предельных способов регулирования.

Первый способ. Регулирование  $\Delta\rho^0$  осуществляется изменением  $t_0$  при фиксированном  $t_p = t_{p(1)}$ . Из (17) и (18) найдем

$$\Delta\rho^0 = \frac{1}{B_{пр}} \left\{ \frac{F_n \left[ \frac{60uB_n}{k_{сн}n_n} \left( \sum_{r=1}^R \sqrt{S_{pr}} \right)^2 \right]^2}{t_{p(1)}^3} + \left( \frac{I_c}{I_n} \right)^2 t_{p(1)} \right\} \Pi, \quad (19)$$

где  $\Delta\rho^0$  и  $\Pi$  связаны линейной зависимостью.

Второй способ. Регулирование  $\Delta\rho^0$  осуществляется изменением  $t_p$  при фиксированном  $t_0 = t_{0(1)}$ . Применяв в (17) подстановки из (18), найдем

$$\Delta\rho^0 = \frac{1}{B_{пр}} \left\{ F_n \left[ \frac{60uB_n}{k_{сн}n_n} \left( \sum_{r=1}^R \sqrt{S_{pr}} \right)^2 \right]^2 \frac{\Pi^4}{(B_{пр} - t_{0(1)}\Pi)^4} + \left( \frac{I_c}{I_n} \right)^2 (B_{пр} - t_{0(1)}\Pi) \right\}. \quad (20)$$

Функция  $\Delta\rho^0(\Pi)$ , заданная уравнением (20), имеет в области действительного и положительного аргумента лишь один экстремум — минимум, который возникает при условии

$$j_{м.к} = \frac{F_n I_c}{\sqrt{F_n} \sqrt{4 \frac{t_{p.к}}{t_{0(1)}} + 3}}, \quad (21)$$

где  $j_{м.к}$ ,  $t_{p.к}$  — критические значения динамического тока и суммарного времени работы.

Для оценки реализуемости соотношения (21) сравним критический режим с базовым режимом двигателя.

Имеем:

$$\frac{j_{м.к}}{j_{м.б}} = \left( \frac{t_{p.б}}{t_{p.к}} \right)^2; \quad \frac{t_{p.б}}{t_{0(1)}} = \frac{\epsilon_6}{1 - \epsilon_6}; \quad \frac{\Pi_к}{\Pi_б} = \frac{t_{p.б} + t_{0(1)}}{t_{p.к} + t_{0(1)}}, \quad (22)$$

где  $\epsilon_6$  — относительная продолжительность включения; дополнительный индекс «б» соответствует базовому режиму.

Из (21) и (22)

$$\frac{i_c}{j_{м.б}} = \frac{\sqrt{F_n}}{F_n} \left[ \frac{\frac{\epsilon_6}{1 - \epsilon_6}}{\frac{1}{(1 - \epsilon_6) \frac{\Pi_к}{\Pi_б}} - 1} \right]^2 \times \sqrt{\frac{4}{(1 - \epsilon_6) \frac{\Pi_к}{\Pi_б}} - 1}. \quad (23)$$

В качестве базового используем режим, обеспечивающий необходимую производительность рассматриваемых напряженно работающих механизмов, тогда

$$\frac{i_c}{j_{м.б}} = \frac{0,2 \div 0,4}{1 \div 2} = 0,1 \div 0,4$$

и посредством (23) устанавливаем, что критическая производительность механизма  $\Pi_k$ , минимизирующая коэффициент нагрузки двигателя по нагреву  $\Delta p^\circ$ , существенно меньше, чем необходимая производительность  $\Pi_6$ . Если, например,  $\epsilon_6=0,5$ ;  $F_{\Pi}=12,5$ ;  $F_T=4,96$ , тогда  $\Pi_k$  меньше  $\Pi_6$  в 1,8—3,5 раза.

Итак, при регулировании коэффициента нагрузки  $\Delta p^\circ$  изменением  $t_p$  с фиксированным  $t_0$  функция  $\Delta p^\circ(\Pi)$  в области реализуемых значений производительности механизма монотонно возрастает.

На рис. 1 по (19) и (20) построены графики зависимости  $\Delta p^\circ(\Pi)$  для рассмотренных выше предельных способов регулирования; принято, что в начале регулирования  $\Pi=\Pi_1$  и  $\Delta p^\circ=\Delta p^\circ_1$  при  $t_p=t_{p(1)}$  и  $t_0=t_{0(1)}$ .

На линии  $A-I-B$  изменяется только  $t_0$ ; на линии  $C-I-D$  изменяется только  $t_p$ ; внутри области  $ABDC$  одновременно варьируются и  $t_0$  и  $t_p$  согласно (17) и (18).

Анализ графиков рис. 1 позволяет установить оптимальный закон регулирования коэффициента нагрузки двигателя по нагреву:

максимальное увеличение производительности механизма при заданном увеличении коэффициента нагрузки достигается в том случае, если суммарное время работы сохраняется неизменным  $t_p=t_{p(1)}$ , а суммарное время паузы уменьшается (линия  $I-B$  на рис. 1);

минимальное уменьшение производительности механизма при заданном уменьшении коэффициента нагрузки достигается в том случае, если суммарное время паузы сохраняется неизменным  $t_0=t_{0(1)}$ , а суммарное время работы  $t_p$  увеличивается (линия  $I-C$  на рис. 1).

Для оценки эффективности оптимального закона регулирования коэффициента нагрузки двигателя по нагреву достаточно рассмотреть работу привода без учета действия небольшого в данных механизмах статического момента. Согласно (17) и (18)

при  $t_p=t_{p(1)}$

$$\frac{\Delta p^\circ}{\Delta p^\circ_1} = \frac{\Pi}{\Pi_1}; \quad (24)$$

при  $t_0=t_{0(1)}$

$$\frac{\Delta p^\circ}{\Delta p^\circ_1} = \frac{\epsilon_1^2 \left( \frac{\Pi}{\Pi_1} \right)^4}{\left[ 1 - (1 - \epsilon_1) \frac{\Pi}{\Pi_1} \right]^3}, \quad (25)$$

где  $\epsilon_1$  — относительная продолжительность включения исходного режима.

По формулам (22) — (25) при  $\epsilon_1=0,5$  построены графики (рис. 2) для оптимального регулирования (сплошные линии) и для регулирования с максимальным отклонением от оптимума — вместо  $t_0$  изменяется  $t_p$  и вместо  $t_p$  изменяется  $t_0$  (пунктирные линии). По осям координат отложены изменения производительности механизма  $\delta(\Pi)$  и коэффициента нагрузки двигателя  $\delta(\Delta p^\circ)$ :

$$\delta(\Pi) = \frac{\Pi - \Pi_1}{\Pi_1} 100,$$

$$\delta(\Delta p^\circ) = \frac{\Delta p^\circ - \Delta p^\circ_1}{\Delta p^\circ_1} 100.$$

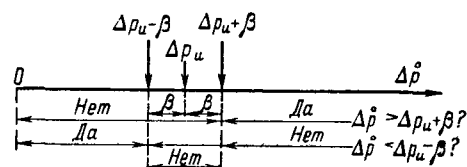


Рис. 4.

Оптимальное регулирование обладает высокой эффективностью. Например, нужно снизить коэффициент нагрузки на 15%, тогда при оптимальном регулировании за счет увеличения  $t_p$  производительность уменьшится на 2,5%, а при регулировании за счет увеличения  $t_0$  уменьшение производительности достигает 15%.

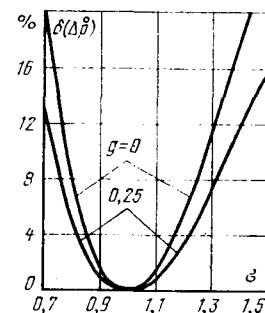


Рис. 5.

Основной узел блок-схемы алгоритма оптимизирующей вычислительной машины для вычисления локального экстремума, представленный на рис. 3, отражает определение оптимальных уставок регуляторов привода и оптимального закона регулирования нагрузки двигателя по нагреву.

Блок 1 хранит исходные данные (ИД): неизменные параметры  $B_H$ ,  $n_H$ ,  $I_H$ ,  $\frac{60u}{K_{сн}}$ ,  $i_c$ ,  $i_{м.д.}$ ,  $F_c$ ,  $F_T$ ,  $F_{\Pi}$ ; перемещения рабочего органа механизма для технологического цикла  $S_{p1}$ ,  $S_{p2}$ , ...,  $S_{pR}$ ; исходные значения суммарного времени работы  $t_{p.и}$  и паузы  $t_{0и}$ , коэффициента нагрузки двигателя по нагреву  $\Delta p_{и}$ .

Блок 2 находит максимальное перемещение:

$$S_{p.м} = \max\{S_{p1}, S_{p2}, \dots, S_{pR}\}. \quad (26)$$

Блоки 3 и 4 рассчитывают минимально допустимые значения суммарного времени работы из условий: скорость двигателя не должна быть больше номинальной  $t_{p.с}$  и пик тока якоря не должен быть выше допустимого  $t_{p.т}$ . Расчет выполняется по формулам, полученным из (14) и (15):

$$t_{p.с} = \frac{60u}{K_{сн}} \frac{F_c}{n_H} \left[ \sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}} \right] V \overline{S_{pм}}; \quad (27)$$

$$t_{p.т} = \sqrt{\frac{60u}{K_{сн}} \frac{F_T B_H}{n_H (i_{м.д.} - i_c)}} \sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}}, \quad (28)$$

где  $i_{м.д.}$  — допустимый пик тока якоря.

Блок 5 выбирает суммарное время работы

$$t_p = \max\{t_{p.и}, t_{p.с}, t_{p.т}\}. \quad (29)$$

Блок 6 вычисляет по (17) нагрузку двигателя на нагрев  $\Delta p^\circ$ . Блоки 7—9 формируют оптимальный закон регулирования коэффициента нагрузки двигателя по нагреву: если  $\Delta p^\circ > \Delta p_{и} + \beta$ , увеличивается  $t_p$ ; если  $\Delta p^\circ < \Delta p_{и} - \beta$  уменьшается  $t_0$  (рис. 4).

Регулирование прекращается по достижении соотношения:

$$\Delta p_{и} - \beta \leq \Delta p^\circ \leq \Delta p_{и} + \beta.$$

Зона нечувствительности  $2\beta$  предусматривается в связи с дискретным изменением  $t_p$  и  $t_0$ . Значение этой зоны и интервалы времени  $\Delta t_p$ ,  $\Delta t_0$  выбираются с учетом необходимой точности и быстродействия регулирования.

Блок 10 вычисляет по (14), (15) и (17) оптимальные уставки регуляторов привода  $n_{м.с.}$ ,  $I_{м.с.}$  и реализованную производительность механизма  $\Pi^\circ$ .

Выбор передаточного числа редуктора для привода с экстремальным управлением выполняется согласно принятому критерию оптимальности. Подставляя в (17)

$$B_H = \frac{GD^2 n_H}{375 M_H}, \quad GD^2 = \delta_H GD^2_{я} + \frac{GD^2_{м}}{u^2}, \quad \frac{I_c}{I_H} = \frac{M_{с.м}}{u M_H},$$

получим

$$\Delta p^0 = \frac{1}{t_p + t_0} \left[ \frac{F_n \left( \sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}} \right)^4}{39 t_p^3 K_{cp}^2 M_{cm}^2} \left( \delta_n G D_{я}^2 u + \frac{G D_{м}^2}{u^2} \right)^2 + \frac{M_{cm}^2 t_p}{M_{н}^2 u^2} \right], \quad (30)$$

где  $G D_{я}^2$  — маховой момент якоря, кгс·м<sup>2</sup>;  $\delta_n$  — коэффициент, учитывающий маховой момент соединительной муфты и редуктора;  $G D_{м}^2$  — маховой момент механизма, отнесенный к скорости тихоходного вала редуктора, кгс·м<sup>2</sup>;  $M_{cm}$  — статический момент на тихоходном валу редуктора, кгс·м.

Испытанием функции  $\Delta p^0(u)$ , заданной (30), устанавливаем, что минимум коэффициента нагрузки двигателя по нагреву достигается при передаточном числе редуктора:

$$u_0 = \sqrt[4]{\frac{G D_{м}^2}{\delta_n G D_{я}^2} + \frac{39}{F_n} \left[ \frac{K_{cp} M_{cm}}{\delta_n G D_{я}^2} \right]^2 \left[ \frac{t_p}{\sum_{r=1}^R V \overline{S_{pr}}} \right]^4}. \quad (31)$$

Отклонение передаточного числа и от его оптимального значения (31) вызывает увеличение коэффициента нагрузки против возможного минимума

$$\delta(\Delta p^0) = \frac{\sigma^2 + \frac{1}{\sigma^2} - 2}{1 + g} 50, \quad (32)$$

где  $\delta(\Delta p^0) = \frac{\Delta p^0 - \Delta p^0_0}{\Delta p^0_0} 100$ ;  $\sigma = \frac{u}{u_0}$ ;  $g = \frac{G D_{м}^2}{\delta_n G D_{я}^2 u_0^2}$ ;

$\Delta p^0_0 = \Delta p^0(u_0)$  — коэффициент нагрузки двигателя при  $u = u_0$ .

По формуле (32) на рис. 5 построены графики, иллюстрирующие влияние передаточного числа редуктора на нагрев двигателя. Как видно, только небольшие отклонения передаточного числа от оптимума (на  $\pm 8-12\%$ ) мало влияют на нагрев двигателя.

**Влияние номинальных параметров двигателя на его режим.** Коэффициент нагрузки двигателя по нагреву согласно (15), (30), (31) обратно пропорционален показателю двигателя

$$q = \frac{M_{н}^2}{G D_{я}^2}; \quad (33)$$

кратность пика тока якоря обратно пропорциональна  $\sqrt{q}$ .

Эти правила могут быть использованы при прогнозировании режима двигателя в вариантных расчетах, а также при проектировании серии двигателей, предназначенных для приводов с экстремальным управлением [Л. 7].

**Приложение.** Пример расчета уставок регуляторов привода с экстремальным управлением для механизма перемещения верхнего вала блюминга [150].

Характеристика механизма:  $u = 4,46$ ;  $K_{cp} = 48$  мм;  $i_c = 0,30$ .

Номинальные данные двигателя: ПВ-129-8К:  $P_n = 360$  кВт;  $n_n = 920$  об/мин;  $M_n = 382$  кгс·м;  $I_n = 975$  А;  $i_{м.д} = 2,5$ .

Характеристика привода:  $G D^2 = 278$  кгс·м<sup>2</sup>;  $F_n = 12,6$ ;  $F_t = 4,97$ ;  $F_c = 1,61$ .

Технологические данные: перемещение верхнего вала  $S_p$  и время выполнения параллельных технологических операций  $t_r$  для цикла прокатки бруса  $350 \times 350$  мм<sup>2</sup> из слитка 8 т:

$r = x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$S_{pr}$ , мм	75	20	80	80	80	195	80	80	80	5	375
$t_{tr}$ , с	1,5	3,0	1,5	1,5	1,5	3,0	1,5	1,5	1,5	3,0	4,0

Минимально допустимое суммарное время работы из условия нормального нагрева прокатного двигателя  $t_{p,n} = 27$  с, суммарное время паузы  $t_0 = 14,5$  с\*.

\* Такая ситуация характерна для установок, работающих с производительностью выше проектной.

Перемещения верхнего вала за цикл прокатки распадутся на две группы, каждая из которых нуждается в отдельном рассмотрении. Первая группа перемещений с номерами  $x = 1, 3-9, 11$ .

Для этой группы

$$t_{p,n}^I = t_{p,n} - (t_{r2} + t_{r10}) = 21 \text{ с.}$$

По (27) и (28) находим  $t_{p,c}^I = 18,1$  с,  $t_{p,r}^I = 15$  с. Выбираем по (29) суммарное время работы  $t_p^I = 21$  с.

Оптимальное время отработки отдельных перемещений, найденных по формуле

$$t_{px}^I = \frac{t_p^I}{\sum V \overline{S_{pr}}} V \overline{S_{px}}, \quad (П-1)$$

полученной из (8), больше чем соответствующие времена выполнения параллельных технологических операций  $t_{rx}$ , поэтому, согласно [Л. 3], минимум нагрева двигателя достигается в том случае, если  $t_{px} \geq t_{rx}$ . Таким образом, первая группа перемещений обрабатывается при оптимальной программе работы механизма во времени. Согласно (14) и (15)

$$n_{mx}^0 = 41 V \overline{S_{px}}, \quad I_m^0 = 1400 \text{ А.} \quad (П-2)$$

Вторая группа перемещений с номерами  $x = 2$  и 10. Оптимальное по нагреву двигателя распределение суммарного времени работы  $t_{p,n}^I = t_{p,n} - t_{p,r}^I = 6$  с между рассматриваемыми перемещениями по формуле (П-1):  $t_{p2}^0 = 4$  с,  $t_{p10}^0 = 2$  с. Учитывая приведенные в таблице данные, полагаем  $t_{p2} = t_{p2}^0 = 4$  с,  $t_{p10} = t_{p10}^0 = 3$  с, однако при этом производительность установок понижается на 2,3% и не гарантируется необходимая точность обработки перемещений перед последним («отделочным») проходом ( $S_{p10} = 5$  мм).

Принимаем режим двигателя, близкий к оптимальному, построенный на рациональных предположениях: лик тока якоря сохраняется неизменным во всех включениях цикла  $I_m = 1400$  А, максимальные частоты вращения, учитывающие необходимое быстроедействие и точность остановки  $n_{m2} = 150$  об/мин,  $n_{m10} = 40$  об/мин. Воспользовавшись (14), (30) и уравнениями кинематики, получим  $t_{p2} = 1,23$  с,  $t_{p10} = 0,78$  с.

Применение рационального режима вместо оптимального оправдывается и небольшим повышением тепла, выделенного в обмотке якоря — около 4,5% суммарного.

Рассчитанные уставки регуляторов привода: регулятора тока якоря  $I_m = 1400$  А; регулятора частоты вращения, скорректированные из расчета на пять ступеней:

$x$	1	2	3-5	6	7-9	10	11
$n_{mx}$ , об/мин	370	150	370	575	370	40	800

Коэффициент нагрузки двигателя по нагреву, вычисленный по методу эквивалентного тока якоря, составляет 62%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тищенко Н. А. Проблемы надежности электродвигателей. — Электричество, 1961, № 11, с. 7-14; № 12, с. 16-20.
2. Кожевников К. И. Диаграмма тока двигателя вспомогательных механизмов прокатных станов. Электричество, 1956, № 6, с. 15-22.
3. Кожевников К. И. Экстремальное программное управление механизмом перестановки верхнего вала обжимного прокатного стана. — Электричество, 1965, № 6, с. 32-39.
4. Перспективы применения УВМ в автоматизированном электроприводе/Слежановский О. В. и др. — Электротехника, 1976, № 9.
5. Кожевников К. И. Выбор передаточного числа редуктора приводов вспомогательных механизмов прокатных станов. — Электричество, 1957, № 7, с. 14-19.
6. Кожевников К. И., Коцгуб П. Х. Системы управления, реализующие режим двигателя, близкий к оптимальному. — Электромеханика, 1970, № 4, с. 452-462.
7. Кожевников К. И. Особенности проектирования серии двигателей постоянного тока для напряженного динамического режима. — Электромеханика, 1970, № 11, с. 1193-1199.

# Автоматизированный электропривод моталки для стана непрерывного литья и проката меди

Канд. техн. наук АБАЛЯН Р. А.

Ташкент

Статья посвящена исследованию процесса намотки медной катанки и алюминиевого сектора с точки зрения алгоритмизации автоматического управления приводом моталки и на основе анализа существующих систем разработке и рациональному построению системы автоматического регулирования натяжения катанки на участке между станом и моталкой непосредственно в процессе намотки.

Процесс намотки катанки, выходящей из прокатного стана на цилиндрический каркас, имеет свою специфику: участвуют гибкий и упругий элементы катанки; радиус намотки и момент инерции барабана являются переменными величинами; катанка и алюминиевый сектор при выходе из стана имеют высокую температуру, обладают малым удельным натяжением; незначительное изменение натяжения приводит к неравномерности сечения. Для увеличения производительности стана, получения высокого качества и устранения обрывов и вытяжки при намотке алюминиевого сектора и медной катанки устанавливается определенное натяжение, которое должно поддерживаться в пределах 1—3% заданного значения во всех режимах работы стана [Л. 1—3].

Для привода моталки в основном применяются косвенные регуляторы натяжения [Л. 4.—6] (статические и астатические), действующие в функции загрузки привода моталки. При построении этих регуляторов исходят из того, что если развиваемая двигателем моталки мощность неизменна, то при постоянных потерях и установившейся скорости прокатки натяжение наматываемого материала сохраняется постоянным.

Анализ [Л. 1—4 и 6] характера изменения потерь в системе и динамических составляющих системы, их влияние на точность косвенных регуляторов натяжения показал, что мощность потерь оказывает существенное влияние на абсолютное значение ошибки регулирования натяжения, особенно при прокатке цветных металлов, когда мощность потерь превышает мощность, затрачиваемую на натяжение. Установлено [Л. 6 и 7], что потери являются сложной функцией многих переменных (скорости, диаметра намотки, смазки, системы, массы бунта, материала и сечения наматываемого изделия, его температуры и др.), практически компенсация потерь в косвенных регуляторах осуществляется весьма приближенно по средней величине, при этом точность невысока и составляет 10—40% [Л. 3, 5 и 6]. Для обеспечения более точного регулирования натяжения при значительных диапазонах изменения натяжения и скорости, а также при малых их относительно упругих удлинениях следует отдать предпочтение системе непосредственного измерения.

Обзором выявлены недостатки существующих методов измерения натяжения (низкая точность, большие габариты и др.), обоснована необходи-

мость создания конструкции измерителя натяжения [Л. 1—3], обладающего возможностью измерять натяжение в широком диапазоне с точностью 0,5—1% [Л. 2 и 3].

Таким образом, с поставленной в статье задачей непосредственно связаны следующие вопросы:

исследование и разработка методики определения составляющих статического момента, необходимых при расчете мощности привода моталки применительно к прокатным и волочильным станам и кабельным машинам;

математическое описание объекта автоматического регулирования с учетом упругой деформации наматываемого изделия, переменности момента инерции и радиуса намотки;

разработка конструкции измерителя натяжения, обладающего возможностью измерять натяжение в широком диапазоне с высокой точностью, исследование его статических и динамических свойств;

проведение теоретических и экспериментальных исследований (с применением АВМ) по созданию систем непосредственного измерения и автоматического регулирования натяжения (САРН) медной катанки и алюминиевого сектора между станом и моталкой.

Исследованию объекта управления предшествует изучение характера изменения составляющих статического и динамического момента привода моталки в функции радиуса намотки.

Статическое равновесие моментов

$$M_d = M_{с.п} = \frac{M_c}{i_m \eta_m} = \frac{M_F + M_{пот} + M_{взг}}{i_m \eta_m}, \quad (1)$$

где  $M_d = C\Phi I_n$  — момент, развиваемый двигателем;  $M_c$  — статический момент на валу приемного барабана;  $M_{с.п}$  — статический момент, приведенный к валу двигателя;  $i_m$  — передаточное число редуктора;  $\eta_m$  — к. п. д. механизма моталки.

Составляющие статического момента:  
момент натяжения

$$M_F = F \left[ R_0 + \left( m - \frac{1}{2} \right) d \right]; \quad (2)$$

момент потерь в опорах оси барабана

$$M_{пот} = \frac{\pi^2 d^2 \gamma \left\{ \left[ (m-1) R_0 + \frac{(m-1)^2}{2} d \right] (i-1) + \right.}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\left. + \left[ R_0 + \left( m - \frac{1}{2} \right) d \right] (i' - 1) + \frac{1}{2} \left[ R_0 + \right. \right.}{4} \rightarrow$$

$$\left. \left. + \left( m - \frac{1}{2} \right) d \right] \varphi \right\} f D_{ср}}{4}; \quad (3)$$



момент изгиба

$$M_{изг} = \frac{\sigma_T d^3}{48} \left\{ \frac{1,5Ed}{\sigma_T R_m} \arcsin^2 \frac{2\sigma_T R_m}{Ed} + \right. \\ \left. + 5 - 2 \left( \frac{2\sigma_T R_m}{Ed} \right)^2 \sqrt{1 - \left( \frac{2\sigma_T R_m}{Ed} \right)^2} \right\}, \quad (4)$$

где  $F$  — натяжение наматываемого изделия;  $R_0$  — начальный радиус намотки;  $R_m = R_0 + \left(m - \frac{1}{2}\right)d$  —

текущий радиус намотки;  $m$  — число слоев;  $d$  — диаметр наматываемого изделия;  $f$  — коэффициент трения в опорах оси барабана;  $D_{ср}$  — средний диаметр подшипника опоры;  $\gamma$  — плотность материала;  $i$  — количество витков в  $(m-1)$  слое;  $\varphi$  — угол сектора в  $m$  слое;  $\sigma_T$  — предел текучести материала;  $E$  — модуль продольной упругости материала.

Из (3) следует, что момент потерь в функции радиуса намотки изменяется по закону квадратичной параболы. С уменьшением сечения наматываемого изделия и для материалов с малым удельным натяжением (мягкого алюминия и меди) значение момента потерь соизмеримо с моментом натяжения; учет этого факта очень важен при выборе способа регулирования натяжения.

Определено, что момент изгиба для мягкого алюминия (сечением до 185 мм<sup>2</sup>) не превышает 2%, твердого алюминия 4,5%, мягкой меди 11,8% и твердой меди 65% значения суммарного статического момента системы. При выборе мощности привода моталки для намотки твердого алюминия, мягкой и твердой меди моментом изгиба пренебрегать нельзя, а при намотке изделий круглого сечения меди и алюминия сечением до 400 мм<sup>2</sup>, момент изгиба в функции радиуса намотки изменяется незначительно и в расчетах им можно пренебречь.

Уравнения (1)–(4) позволяют построить график  $M_{с.п} = f(R_m)$ . Для построения графика изменения статического момента в функции времени прежде находится зависимость

$$t = \frac{2\pi(i-1) \left[ R_0(m-1) + \frac{(m-1)^2}{2}d \right] +}{v_2} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+ 2\pi \left[ R_0 + \left(m - \frac{1}{2}\right)d \right] (i' - 1) + R_m \varphi}{v_2}, \quad (5)$$

где  $v_2$  — скорость намотки катанки (сектора) на приемное устройство. Задаваясь дискретно номером слоя  $m$  при известных  $v_2$ ,  $R_0$ ,  $i_m$  и  $d$ , вычисляем текущее время в функции радиуса намотки. По этим зависимостям строим нагрузочную диаграмму привода моталки  $M_{с.п} = f(t)$  для определения мощности привода. Результаты аналитических и экспериментальных исследований совпадают с точностью от 5 до 12%.

Выражение для динамического момента имеет вид:

$$M_{дин} = J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{i_m}{R_m^2} \left( R_m \frac{dv_2}{dt} - v_2 \frac{dR_m}{dt} \right),$$

где первая составляющая обусловлена ускорением движущейся катанки, вторая — увеличением радиу-

са намотки. Пренебрегая второй составляющей ввиду ее малости, имеем

$$M_{дин} = \frac{J i_m}{R_m} \frac{dv_2}{dt}.$$

Здесь  $J$  — суммарный статический момент инерции системы.

Общее выражение для момента инерции записываем в виде суммы моментов инерции двигателя  $J_d$ , механизма  $J_m$  и намотки  $J_n$ :

$$J = J_d + J_m + J_n = J_d + J_m + \\ + \frac{Q_{(m-1)(i-1)} [R_{0(m-1)}^2 + R_{0i}^2] + Q_{m(i'-1)} [R_{0m}^2 + R_{0(m-1)}^2]}{2i_m^2}, \quad (6)$$

где  $Q_{(m-1)(i-1)} = \frac{\pi^2 d^2 \gamma}{2} \left[ R_0 + \left(m - \frac{1}{2}\right)d \right] (i-1)$  — масса  $(m-1)$  слоев намотанного материала круглого сечения с полными  $(i-1)$  витками;  $Q_{m(i'-1)} = \frac{\pi^2 d^2 \gamma}{2} \left[ R_0 + \left(m - \frac{1}{2}\right)d \right] (i'-1)$  — масса  $m$ -го слоя наматываемого материала круглого сечения с неполными  $(i'-1)$  витками.

Как видно, момент инерции в функции массы намотки изменяется по закону параболы четвертой степени и значительно (на порядок) превышает суммарный момент инерции двигателя и механизма.

В качестве объекта управления системы автоматического регулирования натяжения (САРН) рассматривается участок натяжения, включающий отрезок катанки (сектора) между станом и моталкой и управляемый привод моталки. При исследовании динамики моталки со стороны двигателя использовались динамические характеристики двигателя постоянного тока, управляемого изменением напряжения якоря и возбуждения двигателя, и в операторном виде уравнения движения механизма. Соответствующая структурная схема приведена на рис. 1,а, где  $T_1$ ,  $T_2$  — постоянные времени цепей якоря и возбуждения;

$$k_1 = \frac{1}{R_a}; \quad k_2 = C = \frac{PN}{2\pi a}; \quad k_3 = \frac{1}{i_m \gamma}; \\ k_4 = i_m C; \quad k_5 = \frac{1}{R_b}; \quad k_7 = \frac{sE}{l}; \quad k_8 = \frac{1}{i_m \gamma_m};$$

$R_a$  — сопротивление якорной цепи двигателя;  $C$  — постоянная двигателя;  $R_b$  — сопротивление цепи возбуждения двигателя;  $U_a$ ,  $E_d$ ,  $I_a$  — напряжение, э. д. с. и ток в цепи якоря;  $\omega_2$  — угловая скорость приемного барабана;  $i_b$ ,  $\Phi$  — ток и поток возбуждения двигателя;  $k_6 = R_m$  — текущий радиус намотки;  $v_1$  — линейная скорость выхода металла из стана;  $k_7$  — коэффициент жесткости изделия;  $l$  — расстояние между выходной клетью стана и моталкой;  $s$  — сечение наматываемого изделия.

Для исследования динамических свойств объекта управления с учетом переменности радиуса намотки  $R_m$  и момента инерции  $J$  проводится линеаризация системы. Линеаризованная структура объекта управления<sup>1</sup> приведена на рис. 1,б.

<sup>1</sup> Коэффициенты  $k_4$ ,  $k_6$ ,  $k_7$ ,  $k_9$ ,  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{13}$  для общности обозначения приняты в соответствии со структурной схемой САРН (рис. 2).

Для исследования влияния различных параметров на устойчивость объекта был использован метод корневого годографа. Задача анализа динамических свойств объекта сводится к определению пределов изменения его параметров: момента инерции системы привода и радиуса намотки. В соответствии со структурной схемой (рис. 1,б) запишем передаточную функцию разомкнутой системы для объекта управления:

$$W(p) = \frac{k_9 k_{10} k_{12} k_{13} (T_1 p + 1)}{(T_1 p^2 + p + k_4 k_7 k_9) p}; \quad (7)$$

характеристическое уравнение

$$p(p^2 + \frac{1}{T_1} p + \frac{k_4 k_7 k_9}{T_1}) k_9 k_{10} k_{12} k_{13} (T_1 p + 1) = 0,$$

соответственно

$$P(p) = p(p^2 + Ap + B); \quad Q(p) = p + \frac{1}{T_1},$$

где  $A = \frac{1}{T_1}$ ;  $B = \frac{k_4 k_7 k_9}{T_1}$ ;  $k = k_9 k_{10} k_{12} k_{13}$  — переменный параметр технологического объекта управления;  $kQ$ ,  $P$  — соответственно числитель и знаменатель передаточной функции разомкнутой системы [уравнение (7)].

Воспользовавшись правилами корневого годографа, определяем траектории, описываемые корнями характеристического уравнения в комплексной плоскости корней при изменении коэффициента  $k$  в пределах от 0 до  $\infty$ .

Анализ показывает, что при всех значениях коэффициентов  $k$  корни характеристического уравнения не переходят в правую полуплоскость корней. Действительный полюс  $\alpha$  замыкается на действительный нуль  $\beta$  и большого влияния на качество системы не оказывает, поэтому можно рассматривать исходную систему (рис. 1,б) как систему второго порядка. Изменения коэффициента усиления будут находиться в худшем случае в пределах  $15 \leq k \leq 1500$ . Следовательно, так как в объекте будут два комплексных сопряженных полюса, реальный процесс будет колебательным затухающим.

Для предварительного определения управляющей части системы автоматического регулирования натяжения нами использован метод логарифмических частотных характеристик. При линеаризации структурной схемы объекта управления и управляющей части предполагаемой структуры системы автоматического регулирования натяжения использовались известные уравнения звеньев привода моталки.

Линеаризованная и преобразованная структурная схема предполагаемой САРН приведена на рис. 2,а, где  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  — постоянные времени соответствующих звеньев;  $k_1$  — коэффициент пропорциональности между угловой скоростью выходной клетки стана и напряжением тахогенератора (ТГК);  $k_2$  — коэффициент усиления тиристорного преобразователя (БВ-1);

$k_3 = \frac{\Delta E'_d}{\Delta E_d}$  — коэффициент делителя, определяющий обратную связь по э. д. с. двигателя;

$$k_4 = \frac{1}{R_a}; \quad k_5 = C\Phi; \quad k_6 = CI_{a0}; \quad k_7 = i_m C\Phi;$$

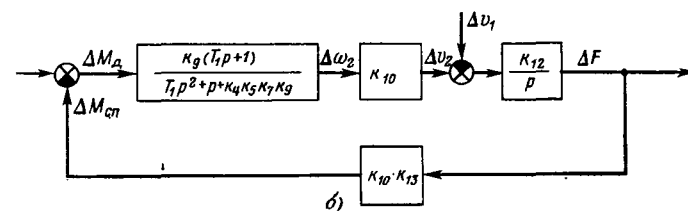
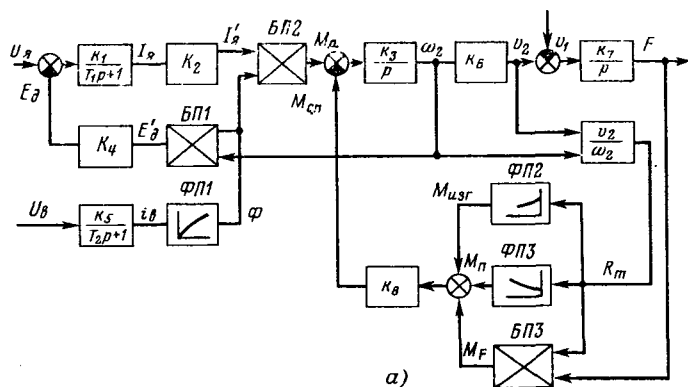


Рис. 1.

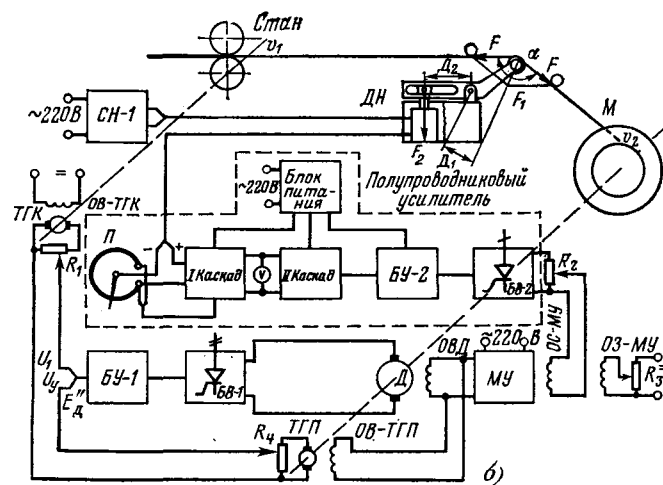
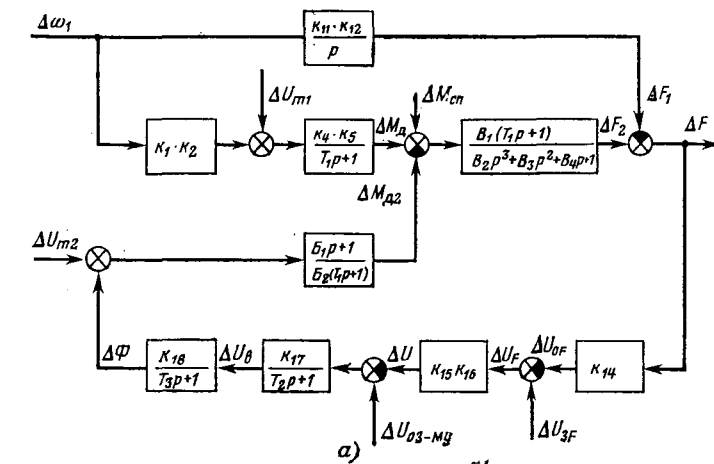


Рис. 2.

$$k_8 = i_m C\omega_{20}; \quad k_9 = \frac{1}{i_m I}; \quad k_{10} = \frac{v_{20}}{\omega_{20}};$$

$R_a$  — сопротивление цепи якоря двигателя;  $k_9$  — ко-

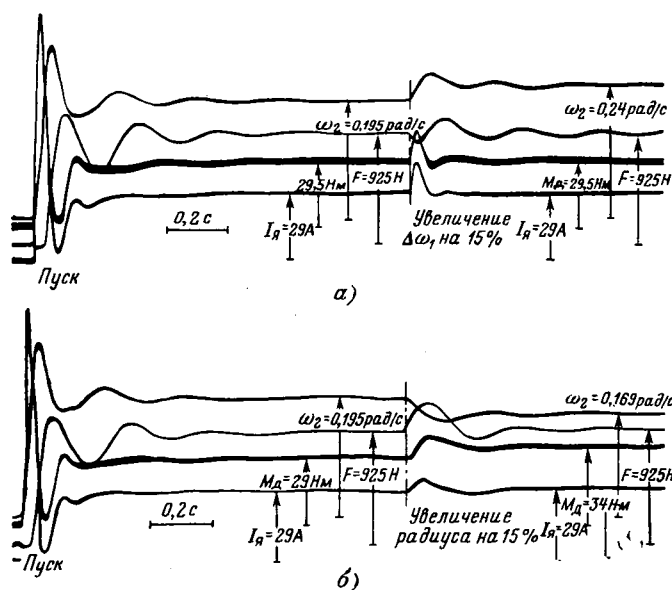


Рис. 3.

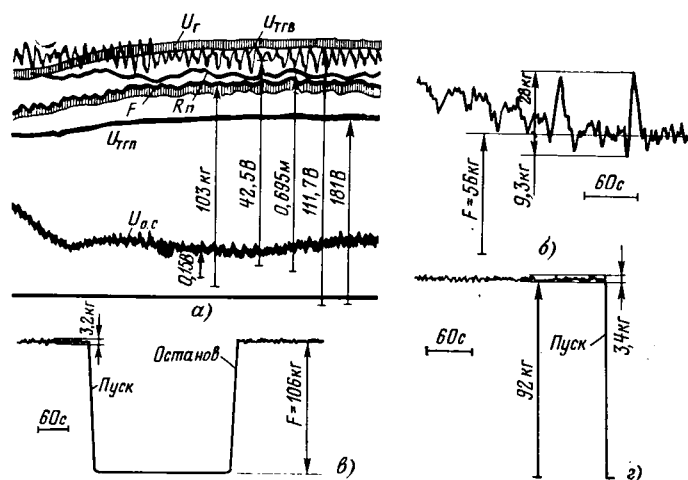


Рис. 4.

эффицент передачи двигателя;  $k_{11}=R_k$  — радиус выходной клетки стана;  $k_{12}=sE/l$  — коэффициент жесткости изделия;  $\omega_{20}$ ,  $\Phi_0$ ,  $R_{m0}$ ,  $I_{я0}$  — базовые значения угловой скорости, потока возбуждения, текущего радиуса намотки и тока якоря;  $k_{14}$  — коэффициент пропорциональности между натяжением и выходным сигналом датчика;  $k_{15}$  — коэффициент усиления I каскада полупроводникового усилителя;  $k_{16}$  — общий коэффициент усиления II каскада полупроводникового усилителя и тиристорного преобразователя (БВ-2);  $k_{17}$  — коэффициент усиления магнитного усилителя по напряжению;  $k_{18} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta U_b}$  —

коэффициент передачи обмотки возбуждения.

Коэффициенты  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$ , входящие в передаточные функции отдельных элементов структуры (рис. 2), имеют следующие значения:

$$B_1 = \frac{k_6 T_1}{k_6 - (k_2 k_3 + 1) k_4 k_5 k_8}; \quad B_2 = \frac{1}{k_6 - (k_2 k_3 + 1) k_4 k_5 k_8};$$

$$B_1 = \frac{1}{k_{10} k_{13}}; \quad B_2 = \frac{T_1}{k_9 k_{10}^2 k_{12} k_{13}}; \quad B_3 = \frac{1}{k_9 k_{10}^2 k_{12} k_{13}};$$

$$B_4 = \frac{(k_2 k_3 + 1) k_4 k_5 k_7 + T_1 k_{10}^2 k_{12} k_{13}}{k_{10}^2 k_{12} k_{13}}.$$

При составлении исходных уравнений электропривода принимаем следующие допущения: пренебрегаем пульсацией выпрямленного тока и напряжения, падением напряжения, нелинейностью коэффициента  $\cos \alpha$  тиристорного преобразователя; не учитываем влияние вихревых токов и реакцию якоря в электрических машинах; индуктивность якорной цепи считаем постоянной величиной, магнитный усилитель представляем как простое апериодическое звено.

Схема рис. 2,а представляет собой систему независимого двухдиапазонного регулирования скорости электропривода, состоящую из двух самостоятельных регуляторов, один из которых воздействует через силовой вентильный преобразователь на якорную цепь двигателя, а другой — через магнитный усилитель на цепь возбуждения. Особенность системы — наличие узлов разделения режимов, назначение которых состоит в запрете изменения якорного напряжения при переходных процессах потока двигателя, и, наоборот, в запрете изменения потока при работе привода до основной скорости.

Для синтеза данной системы можно воспользоваться принципом суперпозиции, т. е. для параллельных контуров осуществить коррекцию управляющей части так, чтобы они удовлетворяли принципу инвариантности относительно входа; при расчете остальных цепей эти цепи можно не учитывать.

Получено условие абсолютной инвариантности для контура I (рис. 2,а):

$$W_{к.у1}(p) = k_{к.у1}(B_2 p^2 + B_3 p + B_4 + 1/p),$$

где

$$k_{к.у1} = \frac{k_{10} k_{11} k_{12} k_{13}}{k_{12} k_3 k_5}.$$

Вид оператора  $W_{к.у1}(p)$  указывает на то, что в системе достигается лишь частичная инвариантность ошибки с точностью до  $\xi$  по отношению к управляющему воздействию  $\Delta\omega_1$ .

Пользуясь методом ЛЧХ, определяем управляющую часть САУ для контура II. Синтез корректирующих устройств системы позволил предварительно определить ее динамические свойства, вид корректирующих устройств, что дало возможность использовать полученные данные для окончательного уточнения параметров корректирующих устройств в процессе математического моделирования.

Анализом (см. рис. 2,а) выявлено, что в системе имеют место следующие возмущения, обусловленные изменением положения задатчика натяжения  $\Delta U_{зф}$ , напряжений питания якоря  $\Delta U_{м1}$  и возбуждения  $\Delta U_{м2}$ , приращения статического момента на валу двигателя  $\Delta M_c$  от скачкообразного роста радиуса намотки  $\Delta R_m$ , скорости выхода металла  $\Delta\omega_1$  за счет изменения скорости прокатного или волочильного станов.

Для всех возмущающих воздействий проанализированы динамические режимы работы САУ при-

вода моталки. При этом для анализа качества системы был использован метод математического моделирования. Осциллограммы переходного процесса в САРН при скачкообразном изменении входных воздействий ( $\Delta\omega_1$ ,  $\Delta R_m$ ) на 15% установившихся значений характеризуют следующие динамические показатели системы: время переходного процесса  $T_p=0,55$  с; максимальное перерегулирование  $\sigma_{\max}=16,5\%$  (рис. 3,а и б).

Для физической реализации управляющей части привода моталки по системе непосредственного измерения натяжения разработана, исследована и изготовлена специальная конструкция измерителя натяжения с применением тензометрического силоизмерительного датчика типа Р-0,1; Р-0,2; Р-0,5; Р-1,0 (рис. 2,б). Натяжение наматываемого изделия создает момент  $F_1 D_1$  относительно оси, который уравнивается моментом  $F_2 D_2$ , поэтому усилие, действующее на силоизмерительный датчик  $F_2$ , пропорционально натяжению катанки  $F$  и определяется выражением

$$F_2 = 2 \frac{D_1}{D_2} F \cos \frac{\alpha}{2},$$

где  $\alpha$  — угол, образованный катанкой на направляющих роликах.

Отличительной особенностью разработанной конструкции датчика является возможность измерения усилия в широком диапазоне (1 : 800 и выше) с точностью 0,5—1%. Расширение диапазона измерения в отличие от существующих осуществляется изменением не угла охвата металла, а расстояния от силоизмерительного датчика до оси поворота измерительного рычага  $D_2$ , а также путем смены силоизмерительных датчиков, рассчитанных на разные усилия и имеющих одинаковые геометрические размеры. Для этой цели применены варианты вторичных приборов для измерения и регистрации натяжения катанки с использованием электронного потенциометра и полупроводникового измерительного комплекта, построенного на принципе компенсационного метода измерения.

Были реализованы два варианта управляющей части привода моталки в плане усовершенствования существующих систем электроприводов постоянного тока. В качестве первого варианта была рассмотрена система Г—Д с ЭМУ для регулирования скорости привода моталки изменением напряжения якорной цепи. В дальнейшем будем именовать эту систему САРН-I. В качестве второго варианта была рассмотрена система «тиристорный преобразователь—двигатель» при регулировании скорости двигателя изменением напряжения якоря и возбуждения — САРН-II (рис. 2,б). Первый вариант является частным случаем второго, поэтому последнему в данном случае уделено большее внимание.

Исследование динамики данного электропривода было проведено методом структурного моделирования на АВМ.

Для САРН-I установлено, что с ростом радиуса намотки переходные процессы протекают лучше, перерегулирование натяжения уменьшается.

Более тщательному исследованию подвергнута САРН-II. На структурной модели была проведена

проверка качества системы при одновременном воздействии нескольких управляющих и возмущающих воздействий, изменяющихся ступенчато в реальных пределах (см. рис. 3,а и б). Определены оптимальные параметры параллельно корректирующих устройств для желаемого качества системы.

Анализ результатов исследования показал, что применение системы «тиристорный преобразователь—двигатель» позволило сократить время переходного процесса по сравнению с системой Г—Д в 3—6 раз. Перерегулирование выходного параметра изменения возмущающих воздействий в реальных пределах уменьшается в 2—3 раза.

Исследования на модели позволили не только определить оптимальные параметры и динамические свойства САРН, но и дали возможность значительно сократить сроки наладки и внедрения опытно-промышленного образца привода моталки. На основе теоретических и экспериментальных исследований разработана и прошла опытно-промышленную проверку система непосредственного измерения и автоматического регулирования натяжения сектора на станах СМВ-1,5М.

Показатели реальной САРН-I видны на осциллограмме переходного процесса при управляющем входном воздействии (рис. 4) и на диаграммах записи ручного и автоматического регулирования натяжения (рис. 4,б и г). Эффективность работы реальной системы САРН-II (пуск и установившийся режим) иллюстрируется на диаграмме записи процесса автоматического регулирования натяжения (рис. 4,в). Как видно из рис. 4, натяжение поддерживается в пределах зоны нечувствительности электронного (САРН-I) и полупроводникового (САРН-II) усилителей с достаточной точностью (1—3%). Наличие колебаний вызвано плохим качеством приемного устройства, эксцентриситетом приемного барабана и другими дефектами механизма моталки.

В настоящее время САРН-I и САРН-II сданы в промышленную эксплуатацию, с их внедрением заметно повысилось качество выпускаемой продукции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высочанский В. С. О предельной точности регулирования натяжения моталок станов холодной прокатки. — Электричество, 1962, № 6.
2. Абалян Р. А. Система непосредственного измерения и автоматического регулирования натяжения катанки между прокатным станом и приемным устройством. — Труды УзНИИ энергетик и автоматики, 1970, вып. 12.
3. Абалян Р. А. Система автоматического регулирования натяжения для моталки. — Труды института кибернетики с ВЦ АН УзССР, 1972, № 50.
4. Макеев И. Ф. Постоянство натяжения в функции электромагнитной мощности двигателя моталки: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1955. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.
5. Петров И. И., Сиротин А. А., Чиликин М. Г. Электропривод и автоматизация промышленных установок. М.: Госэнергоиздат, 1960.
6. Труды IV Всесоюзной конференции по автоматизированному электроприводу. М.: Энергия, 1966.
7. Бычков В. П., Усыпин Ю. С. Статические погрешности косвенных регуляторов натяжения моталок станов холодной прокатки. — Изв. вузов. Электротехника, 1966, № 3.

[2.10.1975]

## Исследование свойств реле полного сопротивления с нелинейным преобразованием одной величины

Канд. техн. наук СОМОВ И. Я.

Волгоград

Нелинейные преобразования величин могут использоваться не только в таких простейших защитах, как максимальная токовая, но и более сложных. Покажем пример использования нелинейных преобразований в цепях реле с двумя входными величинами. Основными элементами такого реле являются линейные преобразователи [Л. 1 и 2]. Изменение коэффициентов передачи линейных преобразователей позволяет изменять зону и направленность действия реле.

Нелинейные преобразователи изменяют свой коэффициент передачи автоматически, без каких-либо переключений в схеме. Можно, например, нормальному режиму защищаемого объекта ставить в соответствие работу преобразователя с одним значением коэффициента передачи, а аварийному — с другим, тогда переход защищаемого объекта из нормального режима в аварийный будет автоматически вызывать изменение параметров реле.

Дополним преобразовательную цепь реле сопротивления нелинейным преобразователем. В результате получим сложную нелинейную преобразовательную цепь (рис. 1), состоящую из одного нелинейного (НП) и пяти линейных преобразователей (ЛП). Будем иметь в виду реле, работающее на сравнении абсолютных значений выпрямленных напряжений, комплексные выражения которых имеют вид [Л. 1]:

$$\dot{U}_I = K_{2p} \dot{I}_p; \quad (1)$$

$$\dot{U}_{II} = \dot{K}_{3p} \dot{U}_p - \dot{K}_{4p} \dot{I}_p. \quad (2)$$

Пусть нижняя ветвь преобразовательной цепи рис. 1 имеет функцию преобразования

$$U_{I \text{ вых}} = |K_5 \dot{K}_{2p} \dot{I}_p| 1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p|) - K_5 U_{In} 1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{In}) - \delta(-2)(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{In}) + K_6 (|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{I0}) 1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{In}), \quad (3)$$

где  $1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p|)$  и  $1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{In})$  — обычная и запаздывающая единичные функции Хевисайда;  $\delta(-2)(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{In})$  — запаздывающая единичная функция порядка (— 2) (запаздывающая единичная наклонная функция [Л. 3]);  $\chi = K_6/K_5$  — коэффициент нелинейности функции (3).

График функции (3) представляет собой ломанную линию, состоящую из двух участков. Координата точки излома графика функции (3)

$$U_{In} = \frac{U_{I0}}{1 - 1/\chi} = K_{2p} I_{p.n} = K_{2p} X_{II} I_{\max \text{ раб}}, \quad (4)$$

где  $I_{p.n} = X_{II} I_{\max \text{ раб}}$  — значение тока, соответствующее точке излома;  $X_{II}$  — коэффициент пропорциональности;  $I_{\max \text{ раб}}$  — значение тока  $I_p$ , соответствующее максимальному рабочему току.

На первом участке, т. е. при  $|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| < U_{In}$ , все слагаемые (3), кроме первого, обращаются в нуль и

$$U_{I \text{ вых}} = K_5 |\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| 1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p|). \quad (5)$$

Учитывая свойства единичной функции Хевисайда  $1(|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p|)$  для  $|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| > 0$ , выходное напряжение определится описывающей функцией

$$U_{I \text{ вых}} = K_5 |\dot{K}_{2p} \dot{I}_p|. \quad (6)$$

Соответственно, на втором участке

$$U_{I \text{ вых}} = K_6 (|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{I0}). \quad (7)$$

На основании выражений (2), (6) и (7) получим уравнение характеристики срабатывания реле при работе на первом и втором участках функции преобразования:

$$K_5 |\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| = |\dot{K}_{3p} \dot{U}_p - \dot{K}_{4p} \dot{I}_p|; \quad (8)$$

$$K_6 (|\dot{K}_{2p} \dot{I}_p| - U_{I0}) = |\dot{K}_{3p} \dot{U}_p - \dot{K}_{4p} \dot{I}_p|. \quad (9)$$

Характеристика реле при работе на первом участке функции преобразования представляет собой окружность с радиусом, измененным в  $K_5$  раз по сравнению с характеристикой обычного реле.

Из выражения (9) получим

$$\left| \frac{K_6 \dot{K}_{2p}}{K_{3p}} \right| - \left| \frac{U_{I0}}{\dot{K}_{3p} \dot{I}_p} \right| = \left| Z_p - \frac{\dot{K}_{4p}}{\dot{K}_{3p}} \right|. \quad (10)$$

Левая часть (10) представляет собой разность модулей двух комплексных чисел и может быть выражена через модули входящих в нее комплексных постоянных  $\dot{K}_{2p}$  и  $\dot{K}_{3p}$  и комплексной переменной  $\dot{I}_p$ . Модуль тока  $\dot{I}_p$  можно выразить через его относительную величину (кратность)  $X$  и максимальный рабочий ток  $I_{p \text{ раб}} = X I_{\max \text{ раб}}$ . Величина  $U_{I0}$  по формуле (4) также выражается через  $I_{\max \text{ раб}}$ . Учитывая это, после преобразования получаем:

$$\frac{K_6 K_{2p}}{K_{3p}} \left( 1 - \frac{X_{II} (1 - 1/\chi)}{X} \right) = \left| Z_p - \frac{\dot{K}_{4p}}{\dot{K}_{3p}} \right|. \quad (11)$$

Выражение (11) представляет собой уравнение некоторой замкнутой линии в комплексной плоскости  $r, jx$ . Зависимость левой части уравнения (11) от кратности тока делает его в общем случае неопределенным. Для устранения неопре-

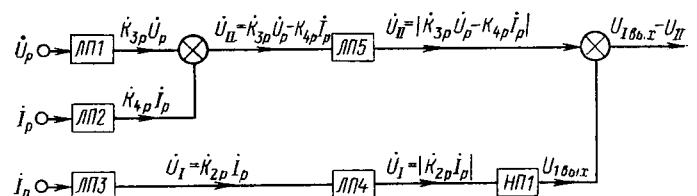


Рис. 1. Преобразовательная цепь реле полного сопротивления с нелинейным преобразованием рабочего напряжения.

деленности необходимо принять конкретные значения  $X_{\text{ср min}}$  и  $X_{\text{ср max}}$ . Эти значения определяются из уравнения (9), записанного для условия максимальной чувствительности:

$$K_6 (K_{2p} I_p - U_{I0}) = K_{3p} U_p - K_{4p} I_p. \quad (12)$$

Зависимость  $U_p(I_p)$  определяется для каждого конкретного случая. Пусть в относительных единицах

$$U_{p*} = U_{p0*} - K_p X, \quad (13)$$

где  $K_p$  — угловой коэффициент;  $U_{p0*}$  — значение  $U_{p*}$  при  $X=0$ .

С учетом (13) и значения  $U_{10} = K_{2p} X_H I_{\max \text{ раб}} \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) =$   
 $= K_{2p} X_H \left(1 - \frac{1}{\chi}\right)$ , уравнение (12) в относительных едини-  
цах будет иметь вид:

$$K_5 K_{2p} \left[ (X - X_n) \left( 1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] = K_{3p} U_{p0*} - X (K_{3p} K_p + K_{4p}). \quad (14)$$

Из выражения (14) следует:

$$X = X_{\text{cp min}} = \frac{K_{3p}U_{p0*} + K_6K_{2p}X_H \left(1 - \frac{1}{\chi}\right)}{K_6K_{2p} + K_{3p}K_D + K_{4p}}. \quad (15)$$

Для определения максимальной кратности перепишем уравнение (14), поменяв местами слагаемые в его правой части:

$$K_6 K_{2p} \left[ (X - X_{\text{н}}) \left( 1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] = X (K_{3p} K_p + K_{4p}) - K_{3p} U_{p0*}. \quad (16)$$

Из (16) следует:

$$X = X_{\text{cp max}} = \frac{K_6 K_{2p} X_{\text{H}} \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) - K_{3p} U_{p0*}}{K_6 K_{2p} - K_{3p} K_D - K_{4p}}. \quad (17)$$

Положение характеристики срабатывания реле относительно начала координат при известных коэффициентах выражений (1) и (2) определяется величиной  $K_6$ . Например, если требуется получить характеристику, проходящую через начало координат (рис. 2), то коэффициент  $K_6$  определяется из условия равенства левой части уравнения (11) модулю отношения  $|K_{4p}/K_{3p}| = \dot{\sigma}$  при  $X = X_{\text{сн max}}$ :

$$K_6 = \frac{K_{4p}}{K_{2p} \left( 1 - \frac{X_n \left( 1 - \frac{1}{\chi} \right)}{X_{cp \max}} \right)}. \quad (18)$$

Сопротивление максимальной чувствительности реле с такой характеристикой определяется суммой двух слагаемых, представляющих собой левую часть уравнения (14), записанную соответственно при  $X = X_{\text{ср. min}}$  и  $X = X_{\text{ср. max}}$ :

$$Z_{\text{M}} = \frac{K_6 K_{2\text{p}}}{K_{3\text{D}}} \left( 2 - X_{\text{u}} \left( 1 - \frac{1}{\chi} \right) \left( \frac{1}{X_{\text{cp min}}} + \frac{1}{X_{\text{cp max}}} \right) \right). \quad (19)$$

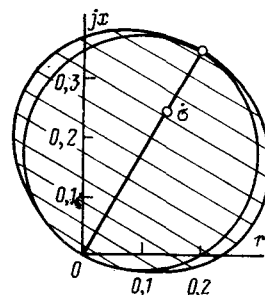
Рис. 2 показывает, что полученная по уравнению (11) характеристика по форме незначительно отличается от окружности с диаметром, равным  $Z_{\text{мг}}$ , однако свойства реле с выбранным нелинейным преобразованием рабочего напряжения весьма существенно отличаются от свойств обычного реле. Это объясняется различным поведением функции рабочего напряжения в зонах отстройки и срабатывания.

Факт срабатывания и возврата реле сопротивления в исходное положение может определяться либо значениями  $Z_p$ , либо значениями  $y$  (отношения рабочего напряжения  $U_1$  к тормозному напряжению  $U_{II}$ ).

Для  $y$  из (12) с учетом (13), (14) и  $I_{\max \text{ раб}} = 1$ , получим:

$$y = \frac{K_6 K_{2p} \left[ X - X_B \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \right]}{K_{3p} (U_{n\sigma} - X) - K_{4p} X}. \quad (20)$$

Рис. 2. Характеристика срабатывания реле полного сопротивления с нелинейным преобразованием рабочего напряжения при  $K_{2p} = j0,3647$ ;  $K_{3p} = 1$ ;  $K_{4p} = 0,1923 + j0,333$ ;  $K_6 = 1$ ;  $\chi = \infty$ ;  $x_n = K_{n,p} = 1,1$ ;  $K_p = 0,1$ ;  $x_{cp \min} = 1,65$ ;  $x_{cp \max} = 5$ .



На основании (20) можно записать выражения для  $y_{\text{ср}}^{\text{ст}}$  и  $y_{\text{ср}}$  [Л.4]. Например, для реле, отстраиваемого от рабочего режима с наиболее неблагоприятными значениями тока и напряжения,

$$y_{\text{cp}}^{\text{OT}} = K_B K_3 K_{3, \text{II}} \frac{K_6 K_{2\text{p}} \left[ K_{\text{H, p}} - X_{\text{H}} \left( 1 - \frac{1}{\chi} \right) \right]}{K_{3\text{II}} (U_{* \text{ min}} - K_D K_{\text{H, D}}) - K_{4\text{D}} K_{\text{H, D}}}; \quad (2')$$

$$y_{cp} = \frac{K_6 K_{2p} \left[ \frac{X_{cp}}{K_r} - X_H \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \right]}{K_{3p} \left( U_{*max} - K_p \frac{X_{cp}}{K_r} \right) - K_{4p} \frac{X_{cp}}{K_r}}. \quad (22)$$

Из (21) и (22)

$$\frac{X_{cp}}{K_r} = \frac{y_{cp}^{\sigma} K_{3p} U_{*max} + K_6 K_{2p} X_H \left(1 - \frac{1}{\chi}\right)}{K_6 K_{2p} + y_{cp}^{\sigma} (K_{3p} K_D + K_{4p})}. \quad (23)$$

Выражения (21) — (23) описывают свойства реле полного сопротивления с рассматриваемым нелинейным преобразованием рабочего напряжения. В частности, при  $\chi = \infty$  ( $K_s = 0$ ) и  $X_n = K_{н.р} y_{ср}^{\text{от}} = 0$ . Подставляя это значение  $y_{ср}^{\text{от}}$  в (23) и учитывая  $\chi = \infty$  и  $X_i = K_{н.р}$ , получаем:

$$X_{\text{ср}}/K_r = K_{\text{н.р.}} \quad (24)$$

Таким образом, предельные свойства реле полного сопротивления и максимальной токовой защиты в рассмотренных условиях описываются одним и тем же выражением. Выражение (24) показывает, что дистанционная защита, как и максимальная токовая, с предельной чувствительностью может быть выполнена на реле с  $K_8=0$ . Этот вывод имеет большое практическое значение.

Выражения (20)–(22) дают величины, обратные тем, с которыми обычно приходится иметь дело при анализе дистанционных защит. Поэтому для практических расчетов удобнее использовать выражения, получаемые из отношения  $U_{II}$  и  $U_I$ , т. е. выражения, обратные (20)–(22). В этом случае при  $\chi = \infty$  и  $X_{II} = K_{II,р} \sigma y = \infty$ .

Это означает, что реле имеет глухую отстройку от рабочего режима, чем и объясняются свойства, описываемые выражением (24).

**Выводы.** 1. Нелинейные преобразования величин в цепях реле полного сопротивления являются эффективным средством улучшения его свойств.

2. Реле с нелинейным преобразованием рабочего напряжения имеют глухую отстройку от рабочего режима, предельную чувствительность, возможность использования реагирующего органа с любым коэффициентом возврата.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А. М. Основы релейной защиты. М.: Госэнергиздат, 1961.
2. Фабрикант В. Л. Основы теории построения измерительных органов релейной защиты и автоматики. М.: Высшая школа, 1968.
3. Процессы автоматического управления и обобщенное дифференцирование. Сапёрштейн Н. Д., Сапожников Р. А., Файншмидт В. Л., Родин Б. П. М.: Высшая школа, 1973.
4. Сомов И. Я. Исследование свойств релейных защит с нелинейными преобразователями. — Электричество, 1975, № 5.

[10.3.1977]

# Разрядные напряжения равномерно и неравномерно загрязненных изоляторов

Инж. КОРБУТ Е. В., канд. техн. наук МЕРХАЛЕВ С. Д., инж. РЕЙН Б. М.,  
канд. техн. наук СОЛОМОНИК Е. А.

НИИПТ

Для оценки поведения изоляторов разных типов при разрядной степени загрязнения широко распространено испытание изоляторов с искусственным равномерным загрязнением поверхности. Ряд авторов предлагает использовать полученную в лабораторных условиях зависимость разрядных напряжений равномерно загрязненных изоляторов от характеристик слоя загрязнения (удельной поверхностной проводимости, поверхностной плотности загрязнения, поверхностной плотности солей в пересчете на NaCl и др.) для перехода от измеренных характеристик слоя естественного загрязнения к разрядным напряжениям изоляторов. Изоляторы, загрязненные в естественных условиях, в результате воздействия целого ряда факторов, как правило, загрязнены неравномерно. В связи с этим правомерность использования характеристик изоляторов с равномерным искусственным загрязнением для оценки их поведения при неравномерном естественном загрязнении требует специального анализа, который может быть проведен при некоторых одинаковых для обоих случаев условиях.

При анализе электрической прочности загрязненных изоляторов в качестве исходных условий обычно принимается либо равенство полных сопротивлений изоляторов, либо равенство полного количества загрязняющего вещества (равенство средних плотностей загрязнения).

Разрядные характеристики изоляторов с фиксированными (искусственными) условиями неравномерности загрязнения рассмотрены в ряде исследований, результаты которых являются весьма противоречивыми. Авторы [Л. 1] считают, что разрядные характеристики неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов совпадают при равенстве их полных сопротивлений, а в [Л. 2 и 3] указано на совпадение разрядных характеристик при равенстве общего количества осевшего на изолятор загрязнения. Сведения о разрядных характеристиках неравномерно загрязненных изоляторов различной конфигурации, а также пределы, в которых действуют указанные закономерности, в литературе отсутствуют. Наконец, в литературе не рассмотрен вопрос о том, каким путем следует подходить к сопоставлению разрядных характеристик неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов.

Сравнение разрядных напряжений при неравномерном и равномерном загрязнении следует производить для разных типов изоляторов. Поэтому более целесообразно использовать не равенство полных сопротивлений или количества загрязнений, а равенство удельных характеристик загрязнения. В статье используются эквивалентная удельная поверхностная проводимость неравномерно загрязненного изолятора  $\kappa_R$ , под которой понимается величина удельной поверхностной проводимости изолятора того же типа, но с равномерным загрязнением при равенстве полного поверхностного сопротивления обоих изоляторов и средняя удельная поверхностная проводимость неравномерно загрязненного изолятора  $\kappa_S$ , под которой понимается величина удельной поверхностной проводимости изолятора того же типа, но с равномерным загрязнением при одинаковом количестве загрязняющего вещества на обоих изоляторах [Л. 4]. Таким образом, разрядные напряжения неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов могут быть сопоставлены, если  $\kappa_R = \kappa$  или  $\kappa_S = \kappa$ , где  $\kappa$  — удельная поверхностная проводимость равномерно загрязненного изолятора.

При этом зависимости разрядных напряжений равномерно загрязненных изоляторов от удельной поверхностной проводимости слоя загрязнения рассматриваются как исходные (эталонные) данные, используемые для сравнения с разрядными напряжениями тех же изоляторов, но с различной степенью неравномерности загрязнения.

Известно, что разрядные напряжения равномерно загрязненного изолятора заданной конфигурации связаны с удельной поверхностной проводимостью слоя загрязнения зависимостью

$$U_p = A/\kappa^\beta, \quad (1)$$

где  $A$  и  $\beta$  — постоянные [Л. 5].

Разрядное напряжение неравномерно загрязненных изоляторов при заданной степени неравномерности загрязнения может быть связано с параметрами  $\kappa_R$  и  $\kappa_S$  аналогичными зависимостями:

$$U_R = B/\kappa_R^\beta = C/\kappa_S^\beta. \quad (2)$$

где  $B$ ,  $C$ ,  $\beta_R$  и  $\beta_S$  — постоянные, определяемые степенью неравномерности загрязнения. Правдоподобно предположить, что зависимости разрядных напряжений от удельных поверхностных проводимостей аналогичны, т. е.  $\beta = \beta_R = \beta_S$ .

С учетом названных условий сопоставления для отношений разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов будем иметь:

$$\alpha_R = \frac{U_R}{U_p(\kappa = \kappa_R)} = \frac{B}{A} = \frac{U_R}{U_p(\kappa \neq \kappa_R)} \left( \frac{\kappa_R}{\kappa} \right)^\beta; \quad (3)$$

$$\alpha_S = \frac{U_R}{U_p(\kappa = \kappa_S)} = \frac{C}{A} = \frac{U_R}{U_p(\kappa \neq \kappa_S)} \left( \frac{\kappa_S}{\kappa} \right)^\beta. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) могут быть использованы для определения отношений  $\alpha_R$  и  $\alpha_S$  по экспериментальным значениям  $U_R$ , если известна зависимость  $U_p = f(\kappa)$ .

Применим предложенный способ сравнения к простейшему случаю неравномерного загрязнения, искусственно нанесенного на поверхность изолятора, а именно, различному загрязнению его верхней и нижней поверхностей (двухступенчатое загрязнение типа «верх — низ»).

Для исследований использовались подвесные тарелочные изоляторы типов ПФ6-1 (с гладкой конусной тарелкой), ПФЕ-11 и ПС6-Б (нормального исполнения), ПСГ6-А (грязеустойкий двукрылый), ПФГ5-А (ПР-3,5 — грязеустойкий колоколообразный с гладкой внутренней и развитой внешней поверхностью) и ПФГ16-Б (грязеустойкий с вытянутым вниз ребром). Исследования проводились при постоянном напряжении отрицательной полярности и переменном напряжении промышленной частоты.

Источником постоянного напряжения служила выпрямительная установка, выполненная по схеме удвоения напряжения. Умножающая емкость установки составляла 0,12 мкФ, сглаживающая (выходная) емкость — 30 мкФ. Испытуемая гирлянда соединялась с выходной емкостью через резистор с сопротивлением 350 Ом.

Источником высокого переменного напряжения частоты 50 Гц служил испытательный трансформатор 500 кВ, 3000 кВ·А, собранный по симметричной схеме (выходное напряжение 250 кВ). Напряжение на первичную обмотку высоковольтного трансформатора подавалось от регулируемого трансформатора 6/0, ..., 6,3 кВ, 3200 кВ·А. Ток короткого замыкания схемы при напряжениях, использованных в работе (40—80 кВ), составлял 8—15 А. Проведенные измерения показали, что мощность испытательных установок как на переменном, так и постоянном напряжении удовлетворяет требованиям ГОСТ 10390-71 для испытания изоляторов при степенях загрязнения, применявшихся в данной работе.

В качестве загрязняющего вещества применялась масса, идущая на изготовление фарфоровых изоляторов, а нужная проводимость слоя загрязнения достигалась изменением как плотности слоя загрязнения  $\gamma$ , так и процентного содержания NaCl в загрязняющем веществе. Зная поверхностную плотность содержания товарной соли в слое загрязнения ( $\gamma_{\text{NaCl}}$ ), по экспериментально определенной в НИИПТ формуле вычислялась удельная поверхностная проводимость  $\kappa = 160\gamma_{\text{NaCl}} + 1$ , где  $\kappa$  в мкСм, а  $\gamma_{\text{NaCl}}$  в мг/см<sup>2</sup>.

Отношение удельных поверхностных проводимостей верхней  $\kappa_v$  и нижней ( $\kappa_n$ ) поверхностей тарелки изолятора (степень неравномерности загрязнения) при испытаниях изменялось в пределах  $\alpha_T = \kappa_v/\kappa_n = 0,02—50$ . Как верхняя, так и нижняя поверхности загрязнялись по возможности равномерно (среднеквадратичное отклонение плотности загрязнения



отдельных зон верхней или нижней поверхности изолятора около 2%). Среднеквадратичное отклонение средней плотности загрязнения различных изоляторов с одинаковыми заданными условиями загрязнения составляло около 10%. Двукрылые изоляторы типа ПСГ6-А загрязнялись в двух вариантах: в качестве «нижней» поверхности изолятора условно рассматривалась нижняя поверхность нижнего крыла, а вся остальная часть поверхности изолятора рассматривалась как «верхняя» поверхность; в качестве «верхней» поверхности изолятора рассматривалась верхняя поверхность верхнего крыла, а вся остальная часть поверхности рассматривалась как «нижняя» поверхность. Этим обеспечивалось принятое в работе двухступенчатое загрязнение.

Увлажнение изоляторов производилось сконденсированным водяным паром, имитировавшим туман, для чего гирлянда изоляторов помещалась в закрытую камеру размером  $(4,5 \times 5 \times 5) \text{ м}^3$ .

При испытаниях определялось 50%-ное разрядное напряжение гирлянд, состоявших из трех — пяти изоляторов. К испытуемым загрязненным гирляндам до начала увлажнения прикладывалось заданное напряжение, которое поддерживалось неизменным до перекрытия гирлянды или в течение 20 мин при отсутствии перекрытия. Воздействующее напряжение от опыта к опыту изменялось методом «вверх — вниз» равными ступенями (5—7% откладываемого напряжения). Каждый опыт проводился на вновь запыленных изоляторах, причем при каждой степени неравномерности загрязнения проводилось не менее 10 опытов.

Результаты испытаний изоляторов с различной степенью неравномерности загрязнения приведены в табл. 1 (постоянное напряжение) и в табл. 2 (переменное напряжение). В тех же таблицах даны разрядные напряжения равномерно загрязненных изоляторов, соответствующие значениям  $\alpha = \alpha_s$  и  $\alpha = \alpha_R$  для неравномерного загрязнения. Методику обобщенного представления разрядных напряжений неравномерно загрязненных изоляторов проиллюстрируем на конкретном примере изолятора типа ПФ6-1. С этой целью на рис. 1 и 2 построены зависимости разрядного градиента изолятора этого типа от удельной поверхностной проводимости при равномерном загрязнении (кривая 1) и нанесены экспериментальные точки, взятые из табл. 1 для различных значений  $\alpha_R$  и  $\alpha_s$ . Через каждую экспериментальную точку проведены кривые, построенные по выражениям (1) и (2), при условии равенства показателей степени  $\beta = \beta_R = \beta_s$ . Каждая кривая соответствует зависимости разрядного градиента изолятора от средней удельной поверхностной проводимости  $\alpha_s$  или от эквивалентной удельной поверхностной проводимости  $\alpha_R$  при определенном значении  $a_T = \alpha_s / \alpha_R$ . Из рис. 1 видно, что все экспериментальные точки для неравномерного загрязнения лежат выше кривой для равномерного загрязнения, причем с ростом степени неравномерности разрядный градиент неравномерно загрязненных изоляторов увеличивается. По кривым рис. 1 определяется отношение разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов при одинаковом количестве загрязняющего вещества для различной степени неравномерности. Например, для неравномерности  $a_T = 0,1$  отношение разрядных напряжений  $\alpha_s = U_R / U_p = E_R / E_p = 1,2$  во всем диапазоне изменения средней удельной поверхностной проводимости.

Из рис. 2 видно, что все экспериментальные точки для неравномерного загрязнения лежат ниже кривой для равномерного загрязнения при  $\alpha = \alpha_R$ . По кривым рис. 2 определяется отношение разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов при одинаковом полном сопротивлении для различной степени неравномерности. Например, для неравномерности  $a_T = 0,1$  отношение разрядных напряжений  $\alpha_R = U_R / U_p = E_R / E_p = 0,85$ .

Для практических целей результаты исследований более удобно представить в виде зависимостей отношения 50%-ных разрядных напряжений при неравномерном и равномерном загрязнении от отношения удельных поверхностных проводимостей верхней и нижней поверхностей изолятора (рис. 3 и 4). При этом в соответствии с принятым выше условием  $\beta = \beta_R = \beta_s$  каждому значению  $a_T$  соответствует только одно значение  $\alpha = U_R / U_p$ .

Развитие разряда по поверхности неравномерно загрязненного изолятора зависит от тока утечки, который, в свою очередь, зависит от поверхностного сопротивления и распределения напряжения вдоль длины пути утечки. Уменьшение тока утечки затрудняет развитие разряда, вызывая повышение разрядного напряжения. Неравномерное перераспределение напряжения вдоль длины пути утечки способствует развитию

Рис. 1. Зависимость разрядного градиента от удельной поверхностной проводимости  $\alpha_s$  при разной степени неравномерности загрязнения для изолятора ПФ6-1.

1 —  $a_T = 1$ ; 2 — 2,84 и 0,35; 3 — 0,1; 4 — 10; 5 — 0,02; 6 — 50.

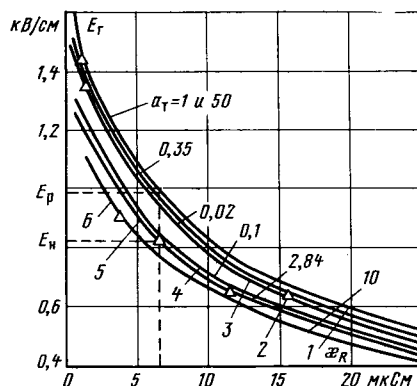
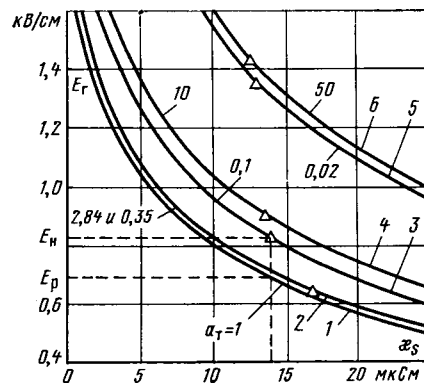


Рис. 2. Зависимость разрядного градиента от удельной поверхностной проводимости  $\alpha_R$  при разной степени неравномерности загрязнения для изолятора ПФ6-1.

1 —  $a_T = 1$  и 50; 2 — 0,35; 3 — 0,02; 4 — 0,1; 5 — 2,84; 6 — 10.

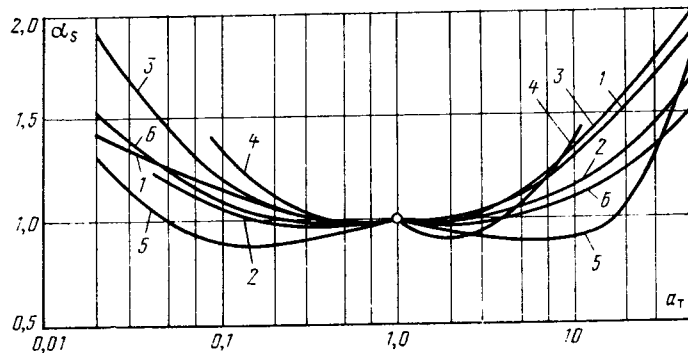


Рис. 3. Отношение разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов при одинаковой средней плотности загрязнения в зависимости от степени неравномерности.

1 — для изолятора ПФЕ-11; 2 — ПС6-Б; 3 — ПФ6-1; 4 — ПСГ16-Б; 5 — ПСГ6-А; 6 — ПФГ5-А.

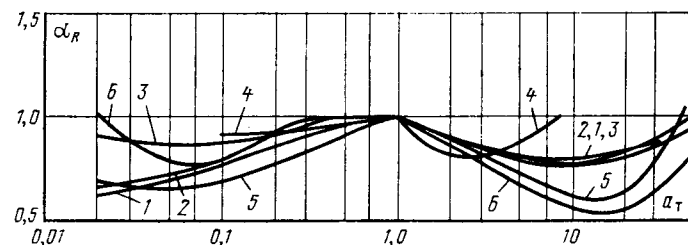


Рис. 4. Отношение разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов при одинаковом полном сопротивлении в зависимости от степени неравномерности.

1 — для изолятора ПФЕ-11; 2 — ПС6-Б; 3 — ПФ6-1; 4 — ПСГ16-Б; 5 — ПСГ6-А; 6 — ПФГ5-А.



Таблица 1

## Результаты испытаний изоляторов при постоянном напряжении и неравномерном загрязнении поверхности

Тип изолятора	Количество изоляторов в гирлянде	Поверхностная плотность загрязнения $\gamma$ , мг/см <sup>2</sup>		Поверхностная плотность $\gamma_{NaCl}$ , мг/см <sup>2</sup>		Удельная поверхностная проводимость		$a_T$	Удельная поверхностная проводимость		Разрядное напряжение $U_n$ , кВ		$E_{г'}$ , кВ/см	Разрядное напряжение $U_p$ , кВ	
		верх	низ	верх	низ	$x_{в'}$ , мксм	$x_{н'}$ , мксм		$x_{S'}$ , мксм	$x_{R'}$ , мксм	гирлянды	одного изолятора		$x = x_S$	$x = x_R$
ПФ6-1	4	1	3	0,05	0,15	8,8	25	0,35	16,7	15,6	35,5	8,9	0,64	35,0	36,0
	4	3	1	0,15	0,05	25	8,8	2,84	16,7	11,2	35,5	8,9	0,64	35,0	42,0
	3	2	3	0*	0,15	2,5	25	0,1	13,9	6,3	34,6	11,5	0,82	29,0	39,2
	3	3	2	0,15	0*	25	2,5	10	13,6	3,6	37,7	12,5	0,90	28,6	47,0
	3	0	3	0*	0,15	0,5	25	0,02	13,0	1,5	56,8	18,9	1,35	30,0	61,8
	3	3	0	0,15	0*	25	0,5	50	12,6	0,75	60,5	20	1,42	30,4	60,5
ПФЕ-11	4	1	3	0,05	0,15	8,8	25	0,35	18,7	16,5	42,3	10,6	0,59	42,5	44,0
	4	3	1	0,15	0,05	25	8,8	2,84	15,2	10,8	43	10,7	0,6	41,5	53,6
	3	2	3	0*	0,15	2,5	25	0,1	16,0	7,0	38,8	12,9	0,72	32,0	50,0
	3	3	2	0,15	0*	25	2,5	10	11,4	3,4	52	17,3	0,96	39,2	63,5
	3	0	3	0*	0,15	0,5	25	0,02	15,3	1,7	44,3	14,7	0,82	33,3	70,0
	2	3	0	0,15	0*	25	0,5	50	10,2	0,7	53,5	26,7	1,48	28,0	54,5
ПСГ16-Б	3	1	3	0,05	0,15	8,8	25	0,35	19,5	18,3	46	15,2	0,85	46,0	48,5
	3	3	1	0,15	0,05	25	8,8	2,84	13,7	10,3	50,5	16,8	0,93	56,0	63,0
	2	2	3	0*	0,15	2,5	25	0,1	18,5	7,7	42,7	21,3	1,18	32,0	47,5
	2	3	2	0,15	0*	25	2,5	10	9,0	3,2	61,5	30,7	1,7	45,0	58,5

\* Поваренная соль не добавлялась.

Таблица 2

## Результаты испытания изоляторов при переменном напряжении и неравномерном загрязнении поверхности

Тип изолятора	Количество изоляторов в гирлянде	Поверхностная плотность загрязнения $\gamma$ , мг/см <sup>2</sup>		Поверхностная плотность $\gamma_{NaCl}$ , мг/см <sup>2</sup>		Удельная поверхностная проводимость		$a_T$	Удельная поверхностная проводимость		Разрядное напряжение $U_n$ , кВ		$E_{г'}$ , кВ/см	Разрядное напряжение $U_p$ , кВ	
		верх	низ	верх	низ	$x_{в'}$ , мксм	$x_{н'}$ , мксм		$x_{S'}$ , мксм	$x_{R'}$ , мксм	гирлянды	одного изолятора		$x = x_S$	$x = x_R$
ПС6-Б	5	1	3	0,05	0,15	8,8	25,0	0,35	18,8	16,8	42,5	8,6	0,66	44,0	47,4
	5	3	1	0,15	0,05	25,0	8,8	2,84	15,0	10,7	53,2	10,6	0,82	50,0	57,0
	5	1	3	0,01	0,15	2,5	25,0	0,10	16,2	7,2	50,5	10,1	0,78	49,5	64,5
	5	3	1	0,15	0,01	25,0	2,5	10,00	11,1	3,3	56,5	11,3	0,87	56,5	75,5
	5	1	3	0,01	0,30	2,5	50,0	0,05	31,7	8,0	44,2	8,9	0,68	37,0	62,5
	5	3	1	0,30	0,01	50,0	2,5	20,00	20,7	3,4	59,0	11,8	0,91	43,2	75,6
ПСГ6-А (1-й вариант загрязнения)	5	1	3	0,05	0,15	8,8	25,0	0,35	15,0	14,9	47,5	9,5	0,73	62,7	62,7
	5	3	1	0,15	0,05	25,0	8,8	2,84	18,8	12,5	54,0	10,8	0,83	73,0	68,2
	5	1	3	0,01	0,15	2,5	25,0	0,10	11,0	5,8	62,0	12,4	0,96	70,5	85,0
	5	3	1	0,15	0,01	25,0	2,5	10,00	16,4	3,8	51,5	10,3	0,79	60,0	97,0
	5	1	3	0,01	0,30	2,5	50,0	0,05	20,4	6,3	53,0	10,6	0,82	55,7	81,6
	5	3	1	0,30	0,01	50,0	2,5	20,00	32,0	3,9	56,5	11,3	0,87	46,5	97,0
ПСГ6-А (2-й вариант загрязнения)	5	1	3	0,05	0,15	8,8	25,0	0,35	20,8	18,3	54,5	10,9	0,84	54,5	60,0
	5	3	1	0,15	0,05	25,0	8,8	2,84	12,9	10,1	67,0	13,4	1,03	67,0	73,0
	5	1	3	0,01	0,15	2,5	25,0	0,10	19,0	9,0	50,0	10,0	0,77	56,0	75,5
	5	3	1	0,15	0,01	25,0	2,5	10,00	8,3	3,4	73,0	14,5	1,12	78,0	88,0
	5	1	3	0,01	0,30	2,5	50,0	0,05	37,7	10,4	47,0	9,4	0,72	47,0	74,5
	5	3	1	0,30	0,01	50,0	2,5	20,00	14,6	3,1	65,0	13,0	1,00	64,0	98,5
	2	3	0	0,15	0	25,0	0,5	50,00	6,2	0,6	65,0	32,5	2,50	34,2	60,0
	4	0	3	0	0,15	0,5	25,0	0,02	18,6	2,3	60,0	15,0	1,15	33,3	90,0
ПФГ5-А	5	3	1	0,15	0,05	25,0	8,8	2,84	19,3	12,3	65,0	13,0	0,66	63,8	80,5
	5	1	3	0,05	0,15	8,8	25,0	0,35	14,4	13,9	76,0	15,2	0,77	74,0	76,0
	5	3	1	0,15	0,01	25,0	2,5	10,00	17,1	4,1	64,0	12,6	0,65	67,5	110,0
	5	1	3	0,01	0,15	2,5	25,0	0,10	10,4	5,0	85,5	17,0	0,86	85,5	108,0
	5	3	1	0,30	0,01	50,0	2,5	20,00	33,3	4,3	62,0	12,4	0,63	48,8	113,0
	5	1	3	0,01	0,30	2,5	50,0	0,05	19,0	5,4	81,0	16,2	0,82	63,3	104,0
	3	3	0	0,15	0	25,0	0,5	50,00	16,4	0,9	63,5	21,2	1,07	40,6	76,5
	3	0	3	0	0,15	0,5	25,0	0,02	9,1	1,1	79,5	26,4	1,33	55,0	79,5

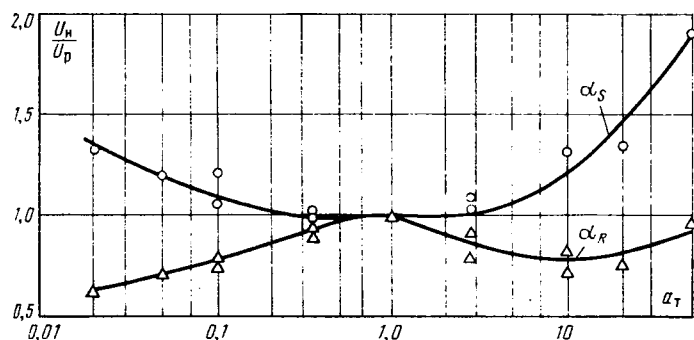


Рис. 5. Обобщенная зависимость отношения  $U_n/U_p$  от степени неравномерности загрязнения для изоляторов ПС6-Б и ПФЕ-11.

разряда в зоне высокого потенциала, что может привести к каскадному перекрытию изолятора и снижению разрядного напряжения.

При одинаковом сопротивлении неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов (рис. 4) на развитие разряда действует фактор перераспределения напряжения, который способствует снижению разрядных напряжений, так как при этом создаются условия для каскадного перекрытия изолятора: сначала может перекрыться участок поверхности, к которому приложена большая часть напряжения (наименее загрязненный участок), а за ним и остальная часть изолятора. При больших степенях неравномерности ( $\alpha_t = 50$  и более) на участке с наименьшей плотностью загрязнения имеет место очень высокая плотность тока, поэтому создается большая сухая зона, тормозящая развитие разряда и приводящая к повышению разрядного напряжения. Однако при всех значениях неравномерности  $\alpha_t$ , принятых в работе, коэффициент  $\alpha_R \leq 1$ .

При одинаковой средней плотности загрязнения (рис. 3) увеличение степени неравномерности влечет за собой как увеличение сопротивления, так и перераспределение напряжения. Увеличение сопротивления способствует повышению разрядного напряжения, так как при этом уменьшается ток утечки и загроуждается развитие разряда по поверхности изолятора; перераспределение напряжения вдоль пути утечки способствует снижению разрядного напряжения. При малых степенях неравномерности  $\alpha_t = 0,1-10$  факторы, влияющие на развитие разряда, примерно компенсируют друг друга, и величина  $\alpha_s$  близка к единице; при более высоких степенях неравномерности преобладающее влияние оказывает увеличение сопротивления, вследствие чего  $\alpha_s$  становится существенно больше единицы. Повышению  $\alpha_s$  способствует также образование больших сухих зон на участках с малой плотностью загрязнения.

Разрядные характеристики неравномерно загрязненных изоляторов даже при простейшей двухступенчатой неравномерности однозначно не определяются ни значением полного сопротивления изолятора (параметром  $\alpha_R$ ), ни общим количеством загрязняющего вещества, осевшего на изолятор (параметром  $\alpha_s$ ), а зависят также от степени неравномерности загрязнения. Однако, если оценивать разрядные напряжения неравномерно загрязненных изоляторов по средней плотности

загрязнения ( $\alpha_s$ ), не учитывая степень неравномерности, то возможная ошибка может привести только в сторону увеличения уровня изоляции.

Расхождение между значениями разрядных напряжений равномерно и неравномерно загрязненных изоляторов меньше 10% можно считать практически несущественным. Поэтому оценивать разрядные напряжения неравномерно загрязненных изоляторов по кривым для равномерно загрязненных можно при изменении  $\alpha_s$  в интервале  $0,1 < \alpha_t < 6$ , а при измерении  $\alpha_R$  — в интервале  $0,2 < \alpha_t < 2$ . Таким образом, и по этому показателю измерение  $\alpha_s$  имеет преимущество.

Предложенный метод обработки экспериментальных данных позволяет выполнить сопоставление разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов различной конфигурации. Для изоляторов с подобной конфигурацией безразмерные зависимости  $\alpha_R$  и  $\alpha_s$  от  $\alpha_t$  могут быть представлены в унифицированном виде. Например, данные, приведенные на рис. 5, показывают хорошее совпадение сравнительных разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов нормального исполнения — ПС6-Б (переменное напряжение) и ПФЕ-11 (постоянное напряжение). Для изоляторов, существенно различающихся по конфигурации, безразмерные зависимости  $\alpha_R$  и  $\alpha_s$  от  $\alpha_t$  не могут быть представлены одной обобщенной кривой. Это подтверждают данные, приведенные на рис. 3 и 4, где экспериментальные точки, полученные для изоляторов типов ПФ6-1, ПСГ16-Б, ПСГ6-А и ПФГ5-А, невозможно охарактеризовать одной кривой.

Если для определенного района известен характер загрязнения (например, широко распространенный случай «верх — низ» для тарелочных изоляторов) и степень неравномерности, более целесообразно испытывать изоляторы различной конфигурации с искусственным неравномерным загрязнением. В результате таких исследований могут быть получены более достоверные, чем при испытании с равномерным загрязнением, данные по сравнительным характеристикам изоляторов разных типов (показатели изоляторов в ряду качества, коэффициенты эффективности использования длины пути утечки).

**Выводы.** 1. Разрядные напряжения неравномерно загрязненных изоляторов не определяются однозначно параметрами  $\alpha_s$  и  $\alpha_R$ , а зависят также от степени неравномерности загрязнения.

2. При оценке разрядных напряжений неравномерно загрязненных изоляторов по средней плотности загрязнения ( $\alpha_s$ ) без учета степени неравномерности возможная ошибка может привести только в сторону увеличения уровня изоляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nasser E. Verhalten von Isolatoren bei unterschiedlich verteilter Fremdschicht. — ETZ-A, 1963, Bd. 84, H. 11.
2. Ефимов А. В. Изоляторы. М.: Госэнергоиздат, 1941.
3. Александров Г. Н., Иванов В. Л., Кизеветтер В. Е. Электрическая прочность наружной высоковольтной изоляции. Л.: Энергия, 1969.
4. Мерхалев С. Д., Рейн Б. М., Соломоник Е. А. Параметры неравномерного слоя загрязнения изоляторов. — В кн.: Изв. НИИПТ. Л.: Энергия, 1976, № 23.
5. Соломоник Е. А. Исследование и расчет разрядных характеристик загрязненных изоляторов. — В кн.: Изв. НИИПТ. М.—Л.: Энергия, 1965, № 11.

[10.6.1977]

# Влияние индуктивности источника питания на электрические характеристики озонатора

Канд. техн. наук НЕВСКИЙ С. Е.

г. Дзержинск

Озон является эффективным окислителем и с каждым годом все шире применяется для очистки воды и в технологических процессах. Для получения озона в озонаторах используется электрический разряд в присутствии диэлектрического барьера. Наиболее распространенным является трубчатый озонатор, в котором стеклянная трубка располагается внутри металлической трубки так, чтобы между ними был небольшой (не выше 4 мм) промежуток, представляющий собой разрядную зону. Длина трубок много больше длины разрядного промежутка. Одним электродом служит металлическая трубка, другой электрод образуется проводящим покрытием, нанесенным на внутреннюю поверхность стеклянной трубки.

Через разрядный промежуток пропускается поток воздуха или кислорода при давлении несколько выше атмосферного и в этом потоке под действием приложенного к электродам высокого переменного напряжения возникает электрический разряд, при котором получается озон. Основной характеристикой, определяющей выход озона, является активная мощность разряда [Л. 1].

В связи с расширяющимся применением озона количество озонаторных установок непрерывно увеличивается и их единичная мощность достигает 600 кВт·А. По отношению к электрической цепи озонатор представляет собой нелинейную активно-емкостную нагрузку, существенным недостатком которой является низкий коэффициент мощности (0,3–0,5). Другим недостатком озонаторной нагрузки является значительное искажение формы потребляемого тока, что приводит к дополнительному ухудшению коэффициента мощности и оказывает вредное воздействие на электрическую сеть.

Известно, что большое влияние на электрические характеристики озонатора оказывает индуктивность, которая практически всегда присутствует в цепи. Однако существующая электрическая теория озонаторов [Л. 1] не учитывает это влияние и не позволяет расчетным путем определить характеристики при наличии в цепи индуктивности.

В данной статье предлагается методика анализа процессов в цепи озонатора с учетом индуктивности и сопротивления, вносимых источником питания, исследуется влияние индуктивности на электрические характеристики, в частности, на коэффициент мощности и искажение формы тока. Рассматривается индуктивность, включенная последовательно, так как такое включение индуктивности оказывает наиболее существенное влияние на процессы в цепи.

Разряд в озонаторе имеет дискретный характер и состоит из большого числа точечных разрядов [Л. 2]. Однако при анализе электрических характеристик можно принять с достаточной точностью разрядный ток непрерывным и считать, что напряжение на разрядном промежутке во время разряда остается постоянным [Л. 1, 3]. В этом случае озонатор характеризуется электрическими параметрами: напряжением горения разряда  $U_r$ , емкостью диэлектрических барьеров  $C_6$  и емкостью разрядного промежутка  $C_n$ .

Под действием приложенного напряжения происходит изменение параметров озонатора, связанное с периодическим зажиганием разряда и его угасанием, и в цепи постоянно имеет место переходный процесс. Полупериод питающего напряжения разбивается на два интервала — разряда и отсутствия разряда. В течение этих интервалов времени озонатор рассматривается как линейный элемент и для анализа применяется метод припасовывания. На рис. 1 разомкнутое положение ключа  $K$  соответствует интервалу отсутствия разряда, замкнутое — интервалу разряда.

Выразим ток, напряжение и время в относительных единицах:

$$\bar{i} = \frac{i}{\omega C_6 U}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U}, \quad \bar{t} = \omega t,$$

где  $U$  — действующее значение напряжения питания;  $\omega$  — угловая частота этого напряжения.

Тогда озонатор будет характеризоваться двумя параметрами: относительным значением напряжения горения разряда

$$\bar{U}_r = \frac{U_r}{U}$$

и безразмерным коэффициентом, зависящим от соотношения емкостей

$$m = \sqrt{1 + C_6/C_n}.$$

Введем также коэффициент

$$\nu = \omega \sqrt{LC_6},$$

характеризующий индуктивность и равный отношению частоты источника питания к резонансной частоте цепи в интервале разряда.

Обычно для цепи (см. рис. 1)  $r < 2 \sqrt{L/C_6}$  и решение дифференциального уравнения соответствует колебательному процессу. В результате для тока при отсутствии разряда получим

$$i_b = \bar{I}_b \cos(\bar{t} - \varphi_b) \pm (\bar{A}_1 \cos \bar{\omega}_b \bar{\Delta t}_b + \bar{A}_2 \sin \bar{\omega}_b \bar{\Delta t}_b) e^{-\frac{\Delta \bar{t}_b}{2Q}},$$

а при разряде

$$\bar{i}_p = \bar{I}_p \cos(\bar{t} - \varphi_p) \pm (\bar{A}_3 \cos \bar{\omega}_p \bar{\Delta t}_p + \bar{A}_4 \sin \bar{\omega}_p \bar{\Delta t}_p) e^{-\frac{\Delta \bar{t}_p}{2Q}},$$

где  $\Delta t$  — время от начала соответствующего интервала до данного момента;  $Q = \omega L/r$  — добротность катушки индуктивности;

$$\bar{I}_b = \sqrt{\frac{2}{\nu^4/Q^2 + (\nu^2 - m^2)^2}}; \quad \bar{I}_p = \sqrt{\frac{2}{\nu^4/Q^2 + (\nu^2 - 1)^2}};$$

$$\bar{\omega}_b = \sqrt{m^2/\nu^2 - 1/4Q^2}; \quad \bar{\omega}_p = \sqrt{1/\nu^2 - 1/4Q^2};$$

$$\varphi_b = \arctg Q(1 - m^2/\nu^2); \quad \varphi_p = \arctg Q(1 - 1/\nu^2).$$

Зная ток, можно по обычным формулам найти напряжение на элементах схемы.

Обозначим момент угасания разряда  $\bar{t}_1$ , а момент зажигания разряда  $\bar{t}_2$ . Для решения задачи необходимо определить постоянные интегрирования  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3, \bar{A}_4$  и моменты времени  $\bar{t}_1$  и  $\bar{t}_2$ . Четыре уравнения для определения постоянных следуют из законов коммутации — в моменты  $\bar{t}_1$  и  $\bar{t}_2$  ток в цепи и напряжение на озонаторе не изменяются скачком. Одно уравнение определяется условием угасания разряда: разряд в озонаторе гаснет в момент перехода тока через нуль. В этот момент начинается перезарядка емкости  $C_n$  и напряжение на разрядном промежутке становится меньше напряжения горения разряда  $U_r$ . Последнее уравнение следует из условия зажигания разряда: в момент  $\bar{t}_2$  напряжение на разрядном промежутке равно  $\bar{U}_r$ .

В результате получим систему нелинейных алгебраических уравнений с шестью неизвестными:

$$\bar{I}_b \cos(\bar{t}_1 - \varphi_b) = \bar{A}_1;$$

$$-\bar{I}_p \cos(\bar{t}_1 - \varphi_p) = (\bar{A}_3 \cos \beta + \bar{A}_4 \sin \beta) e^{-\frac{\beta}{2Q\omega_p}};$$

$$N_1 = \bar{A}_3 - (\bar{A}_1 \cos \gamma + \bar{A}_2 \sin \gamma) e^{-\frac{\gamma}{2Q\omega_b}};$$

$$N_2 - N_1/2Q = \bar{\omega}_p \bar{A}_4 + \bar{\omega}_b (\bar{A}_1 \sin \gamma - \bar{A}_2 \cos \gamma) e^{-\frac{\gamma}{2Q\omega_b}};$$

$$N_3 = \bar{A}_1/2Q + \bar{\omega}_b \bar{A}_2 + \bar{\omega}_p (\bar{A}_4 \cos \beta - \bar{A}_3 \sin \beta) e^{-\frac{\beta}{2Q\omega_p}};$$

$$\frac{2m^2 \bar{U}_r}{m^2 - 1} = \bar{I}_b m^2 \sin(\bar{t}_1 - \varphi_b) - \bar{I}_p \sin(\bar{t}_2 - \varphi_p) -$$

$$- \nu^2 (\bar{\omega}_p \bar{A}_4 - \bar{\omega}_b \bar{A}_2 + \bar{A}_3/2Q - \bar{A}_1/2Q);$$

где

$$\beta = \bar{\omega}_p (\pi + \bar{t}_1 - \bar{t}_2); \quad \gamma = \bar{\omega}_p (\bar{t}_2 - \bar{t}_1);$$

$$N_1 = \bar{I}_p \cos(\bar{t}_2 - \varphi_p) - \bar{I}_b \cos(\bar{t}_2 - \varphi_b);$$

$$N_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [m^2 \bar{I}_b \sin(\bar{t}_2 - \varphi_b) - \bar{I}_p \sin(\bar{t}_2 - \varphi_p)];$$

$$N_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} [\bar{I}_p \sin(\bar{t}_1 - \varphi_p) - m^2 \bar{I}_b \sin(\bar{t}_1 - \varphi_b)] + \frac{\bar{I}_p}{2Q} \cos(\bar{t}_1 - \varphi_p).$$

Из этих уравнений видно, что длительность процесса разряда, определяемая моментами времени  $\bar{t}_2$  и  $\bar{t}_1$ , и значения постоянных  $\bar{A}_1$ — $\bar{A}_4$  зависят от безразмерных коэффициентов  $m$  и  $v$ , добротности  $Q$  и от относительного значения напряжения горения разряда  $\bar{U}_r$ , причем наибольшее влияние оказывают  $v$  и  $\bar{U}_r$ .

Получить решение в общем виде не представляется возможным, поэтому данная система решалась на ЦВМ. При разработке алгоритма решения была использована возможность понижения размерности задачи. Система шести уравнений сводилась численными методами к системе двух нелинейных уравнений относительно моментов времени  $\bar{t}_1$  и  $\bar{t}_2$ , которая в свою очередь решалась методом Ньютона—Рафсона. Далее численным интегрированием определялись: действующее значение тока

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\bar{t}_1}^{\bar{t}_2} \bar{i}^2 d\bar{t} + \frac{1}{\pi} \int_{\bar{t}_2}^{\bar{t}_1 + \pi} \bar{i}^2 d\bar{t}};$$

активная мощность разряда озонатора

$$\bar{P}_2 = \frac{\bar{U}_r}{\pi} \int_{\bar{t}_2}^{\bar{t}_1 + \pi} \bar{i}_p d\bar{t};$$

амплитуда напряжения на озонаторе

$$\bar{U}_{2m} = v^2 (\bar{\omega}_b \bar{A}_2 + \bar{A}_1 / 2Q) + m^2 \bar{I}_b \sin(\bar{t}_1 - \varphi_b),$$

действующие значения напряжения на озонаторе, 1-й гармоники тока и другие характеристики. Машинное время расчета одной точки для ЦВМ «Найри-2» составляет 3—4 мин.

При решении задачи заданными считаются  $\bar{U}_r$ ,  $v$ ,  $m$ ,  $Q$ . В процессе решения контролируется значение перенапряжений  $U_{2m}/U_r$ , характеризующее степень превышения амплитуды напряжения озонатора под напряжением горения разряда. Разряд в озонаторе зажигается, если

$$\frac{U_{2m}}{U_r} > \frac{m^2}{m^2 - 1} = 1 + \frac{C_p}{C_0}.$$

Чем больше перенапряжение, тем длительней интервал разряда. Максимальное значение перенапряжения ограничивается допустимым напряжением озонатора.

Следует отметить, что для активной мощности разряда можно получить аналитическую формулу:

$$P_2 = \frac{2}{\pi} \omega C_0 U_r^2 \left[ \frac{U_{2m}}{U_r} - \left( 1 + \frac{C_p}{C_0} \right) \right],$$

которая совпадает с соответствующим выражением, полученным при синусоидальном напряжении на озонаторе [Л. 1].

Осциллограммы тока и напряжения представлены на рис. 2. При малой индуктивности или при ее отсутствии напряжение на озонаторе практически синусоидально, а форма тока резко искажена (рис. 2, а). На кривой тока можно выделить интервалы разряда и отсутствия разряда. При значительной индуктивности форма тока становится практически синусоидальной, а напряжение на озонаторе искажается, при этом напряжение приобретает благоприятную для озонатора, с точки зрения коэффициента мощности, остроугольную форму с коэффициентом амплитуды больше, чем  $\sqrt{2}$  (рис. 2, б).

Как видно из рис. 3, коэффициент гармоник  $K_g$ , равный отношению действующего значения высших гармоник тока к действующему значению 1-й гармоники, при введении индуктивности сначала увеличивается. Это можно объяснить резонансом по 3-й гармонике. При дальнейшем увеличении индуктивности  $K_g$  резко падает.

Важное значение для рассматриваемой цепи имеет определение амплитуды напряжения на озонаторе, так как это

Рис. 1. Эквивалентная схема электрической цепи озонатора.

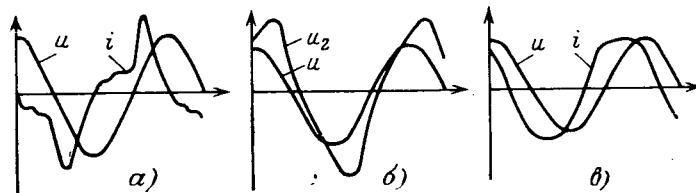
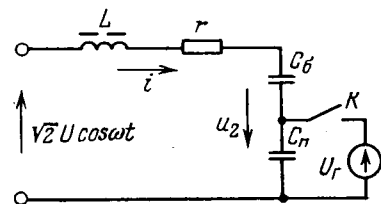
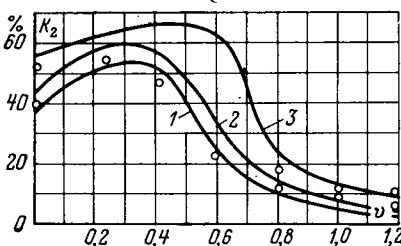


Рис. 2. Осциллограммы тока  $i$  и напряжения  $u_2$  озонатора для  $u$  — напряжения питания.  $v=0,15$  (а) и  $v=0,8$  (б).

Рис. 3. Зависимость для коэффициента гармоник.  $1 - U_{2m}/U_r = 3,5$ ;  $2 - 2,9$ ;  $3 - 1,9$ ;  $\circ, \ominus$  — эксперимент.



значение определяет режим его работы. При введении индуктивности амплитуда напряжения на озонаторе может повышаться в 1,5—2,5 раза по сравнению с амплитудой напряжения питания, причем степень увеличения зависит от перенапряжения  $U_{2m}/U_r$ , с которым работает озонатор. Чем больше перенапряжение, тем больше степень повышения амплитуды напряжения на озонаторе по сравнению с амплитудой напряжения питания при заданном значении  $v$ .

Индуктивность способствует увеличению отношения  $P_2/U_1$ , которое равно произведению коэффициента мощности и коэффициента полезного действия цепи. Уменьшение полной мощности, потребляемой из сети, происходит частично за счет компенсации емкостной реактивной мощности озонатора, частично за счет улучшения формы кривой тока. Изменяется также коэффициент мощности самого озонатора, определяемый отношением

$$\kappa_{03} = \frac{P_2}{U_1 I},$$

где  $U_2$  — действующее значение напряжения озонатора.

Изменение  $\kappa_{03}$  объясняется изменением формы напряжения, приложенного к озонатору. При сравнительно небольшой индуктивности ( $v=0,3$ — $0,5$ ) коэффициент амплитуды напряжения озонатора имеет наибольшее значение 1,6—1,7 и коэффициент мощности озонатора увеличивается. Затем коэффициент амплитуды уменьшается до значений 1,52—1,48 и коэффициент мощности падает, но остается более высоким, чем при синусоидальном напряжении ( $v=0$ ).

Увеличение коэффициента мощности озонатора можно объяснить следующим образом. При заданном действующем значении напряжения на озонаторе активная мощность разряда, зависящая от амплитуды напряжения  $U_{2m}$ , при остроугольной форме кривой напряжения будет больше, чем при синусоидальном напряжении. Действующее значение тока озонатора также растет с увеличением коэффициента амплитуды кривой напряжения. Однако возрастание активной мощности больше, чем тока, и в результате коэффициент мощности озонатора увеличивается.

Ориентироваться при выборе последовательной индуктивности на максимальный коэффициент мощности озонатора нецелесообразно, так как в этом режиме по-прежнему велико искажение формы тока и низок коэффициент мощности всей установки. Эти два показателя и являются основными при выборе индуктивности. Для достижения  $K_g \leq 20$ —15%, при

котором искажение формы тока практически незаметно, необходимо иметь  $\nu \geq 0,65-0,95$ . Выбор индуктивности для улучшения коэффициента мощности должен базироваться на технико-экономическом анализе.

Отличие экспериментальных точек от расчетных не превышает 20% для больших значений  $K_r$  и 10% для остальных характеристик, поэтому предложенную методику можно применять для расчета электрических характеристик озонатора в цепи с индуктивностью.

Результаты анализа рассмотренной схемы могут быть использованы и для расчета более сложных схем, в которых наряду с последовательной имеется также и параллельно включенная индуктивность. Ход анализа не изменится и в том случае, если приложенное напряжение несинусоидальное, на-

пример прямоугольной формы, что имеет место при питании озонатора от автономного инвертора напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов Ю. В., Емельянов Ю. М., Семиохин И. А. Химические реакции в тихом электрическом разряде. — В кн.: Современные проблемы физической химии. М.: изд. МГУ, 1968, № 2.
2. Gebrecht H., Melnhardt O. Über die stille elektrische Entladung in Ozonisatoren. — Ber. Bunsesges für phys. Chem., 1964, Bd 68.
3. Faes Y. Ozoneurs: leur théorie et application des techniques nouvelles a semi-conducteurs et leur alimentation. — Rev. gen. elec., 1975, vol. 84, No 1.

[27.6.1977]

УДК 621.3.084.004.5

## Оценка надежности приборов, контролирующих вывод проводов из корпусов методом электролитического замыкания

Инж. ЩЕГОЛЕВАТЫХ А. С.

Воронеж

Усложнение приборов, выпускаемых электро- и радиопрмышленностью, приводит к увеличению количества проводников, выходящих из корпуса устройства. Стремление к миниатюризации приводит к тому, что геометрические размеры проводников и расстояния между ними становятся все меньше и меньше. Это значительно повышает вероятность обрывов и коротких замыканий между проводниками.

В настоящее время контроль исправности выводов оснований корпусов выполняют главным образом с помощью зондов. Такой способ контактирования имеет низкую надежность, вызывает быстрый износ зондов, на поверхности проверяемых выводов остаются царапины, нарушающие защитные покрытия.

Исходя из анализа недостатков механического контактирования было решено заменить его электролитическим. Электролит, обеспечивая надежный контакт, не вызывает механических повреждений в точке контакта. Правда, при этом ускоряется электрохимическая коррозия. Но скорость протекания электрохимической коррозии зависит от времени протекания электрического тока, его направления, состава и концентрации электролита, состояния поверхности испытуемых выводов. Подбирая состав электролита и время контроля, можно обеспечить необходимую степень защиты проводников от коррозии.

Схема устройства контроля исправности выводов корпусов приведена на рис. 1. Устройство включает пары диодов  $D_1$  и  $D_2$ , устройство сравнения 1, схему управления 2, распределитель 3 и устройство индикации 4. Число пар диодов  $D_1$  и  $D_2$  должно быть не менее числа выводов корпуса. Устройство сравнения 1 обеспечивает сравнение напряжения на суммирующей точке 5  $U_\Sigma$  с напряжением уставки  $U_y$  и выдает сигнал «нуль», если  $U_\Sigma < U_y$ , и «единицу», если  $U_\Sigma > U_y$ .

Схема управления 2 осуществляет сдвиг на один разряд распределителя 3, если на ее выходе будет сигнал «единица». Распределитель 3 первоначально устанавливается так, чтобы на выходе младшего разряда был высокий потенциал относительно общей шины питания, а на всех остальных — низкий. При поступлении импульса сдвига высокий потенциал перемещается на один разряд, но на всех остальных выходах должны быть низкие потенциалы. Высокий потенциал на выходе распределителя 3 обеспечивает проверку только вывода корпуса, связанного с этим выходом через диод  $D_1$ .

Работа устройства заключается в последовательной выборке выводов корпуса и сравнения напряжения в точке 5 с напряжением уставки. Если  $U_\Sigma < U_y$ , то сдвига высокого потенциала на выходе распределителя 3 не происходит, а устройство индикации 4 указывает номер неисправного вывода корпуса.

Проверяемые основания корпусов должны иметь металлическое дно, к которому подводится напряжение питания через пружинный контакт. Для исключения видимых коротких замыканий выводы оснований корпусов должны быть обрезаны по габариту. Осуществление проверки исправности выводов корпуса начинают с установки в зажим проверяемого корпуса и помещения капли электролита внутрь основания корпуса, дно которого через пружинный контакт связано с шиной источника питания (рис. 1). При этом внешние концы выводов корпуса соединяются с общей точкой диодов  $D_1$  и  $D_2$ .

Работа устройства начинается со сброса распределителя 3 в исходное состояние, когда на младшем разряде распределителя 3 устанавливается высокий потенциал, а на всех остальных — низкий. При этом на выводах корпуса, связанных через диоды  $D_1$  с выходами распределителя 3, имеющими низкие потенциалы, формируется напряжение, недостаточное для открытия устройства сравнения 1, а на выводе корпуса, соединенного с выходом распределителя 3, имеющего высокий потенциал, появляется напряжение, достаточное для открытия устройства сравнения 1.

Диоды  $D_2$ , соединенные в общую точку 5, осуществляют дизъюнкцию для высокого потенциала. В случае короткого замыкания контролируемого вывода корпуса с любым из остальных потенциал на таком выводе становится ниже порога, необходимого для срабатывания устройства сравнения 1, обеспечивающего сдвиг распределителя 3. В случае обрыва контролируемого вывода ток через диод  $D_2$  от источника питания будет отсутствовать, поэтому потенциал в точке 5 будет также ниже порога срабатывания устройства сравнения, что вызовет фиксацию высокого потенциала на выходе распределителя, связанного через диод  $D_1$  с этим выводом. Если устройство индикации будет указывать номер вывода, на единицу больший числа выводов корпуса, это будет означать исправный корпус.

Достоинством данной схемы является одновременное выявление как обрывов, так и коротких замыканий контролируе-

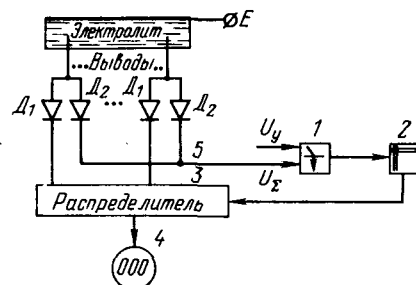


Рис. 1. Схема устройства контроля исправности выводов корпусов.

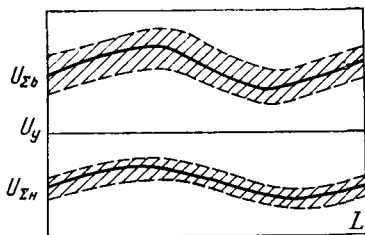
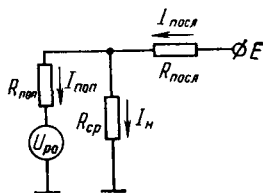


Рис. 2. Типичная картина изменения  $U_{\Sigma B}$  и  $U_{\Sigma H}$  по периметру  $L$  для прямоугольной формы корпуса.

Рис. 3. Модель растекания токов в цепи, связанной с проводником, к которому через диод  $D1$  с выхода распределителя приложен высокий потенциал.



мого вывода с любым другим. Преимуществом данной схемы является также возможность проверки корпусов с любым числом выводов, не превосходящим количества разрядов распределителя. Надежность работы описываемого устройства будет тем выше, чем сильнее выполняется неравенство

$$U_{\Sigma H} < U_y < U_{\Sigma B}, \quad (1)$$

где  $U_{\Sigma H}$  — напряжение в точке 5 при проверке неисправного вывода;  $U_{\Sigma B}$  — то же исправного вывода.

Типичная картина изменения разброса  $U_{\Sigma H}$  и  $U_{\Sigma B}$  по периметру для прямоугольного расположения концов выводов внутри основания корпуса приведена на рис. 2. Штриховой линией на этом рисунке показана граница 68%-ного разброса. Напряжение в точке 5 будет определяться из выражения

$$U_{\Sigma} = U_p + U_{D1} - U_{D2}, \quad (2)$$

где  $U_p$  — напряжение на выходе распределителя 3;  $U_{D1}$  — прямое падение напряжения на диоде  $D1$ ;  $U_{D2}$  — то же на диоде  $D2$ .

Ввиду того, что напряжение  $U_p$  для низкого потенциала будет меньше по значению, чем для высокого, то и абсолютное значение разброса  $U_{\Sigma H}$  будет ниже, чем для  $U_{\Sigma B}$ . Значение  $U_{\Sigma B}$  зависит от геометрии расположения выводов внутри корпуса, концентрации электролита, состояния поверхности проводников. Следовательно, надежность работы устройства в основном определяется значением разброса  $U_{\Sigma B}$ .

Для оценки этого значения рассмотрим упрощенную модель растекания токов в цепи, связанной с проводником, к которому через диод  $D1$  с выхода распределителя 3 приложен высокий потенциал. На схеме рис. 3:  $I_{\Sigma H}$  — ток, протекающий через последовательное сопротивление электролита  $R_{\Sigma H}$ ;  $I_{\Sigma B}$  — ток, протекающий через поперечное сопротивление электролита  $R_{\Sigma B}$ ;  $I_{\Sigma}$  — ток, протекающий через входную цепь

устройства сравнения;  $E$  — напряжение источника постоянного тока;  $U_{D0}$  — напряжение на выходе распределителя 3 при низком уровне выходного сигнала;  $R_{\Sigma p}$  — входное сопротивление устройства сравнения 1; выбирается по максимуму мощности полезного сигнала, потребляемой устройством сравнения:

$$R_{\Sigma p} = \arg \max_{R_{\Sigma p} \in R} \left( \frac{I_{\Sigma H}^2 R_{\Sigma p}}{I_{\Sigma H}^2 E} \right) = R_{\Sigma H} \sqrt{\frac{E R_{\Sigma H}}{(E - U_{D0})(R_{\Sigma H} + R_{\Sigma p})}}. \quad (3)$$

Здесь использованы усредненные значения сопротивлений, токов и напряжений, приведенных в модели (рис. 3).

Напряжение в точке 5 (рис. 1)

$$U_H = I_H R_{\Sigma p} = \frac{E R_{\Sigma H} + U_{D0} R_{\Sigma H}}{R_{\Sigma H} R_{\Sigma p} + R_{\Sigma H} R_{\Sigma p} + R_{\Sigma p} R_{\Sigma H}} R_{\Sigma p}. \quad (4)$$

Экспериментально установлено, что  $R_{\Sigma H}$  при постоянной концентрации раствора электролита изменяется слабо ( $\sigma_{R_{\Sigma H}} = 0,15 \bar{R}_{\Sigma H}$ ). Последовательное сопротивление  $R_{\Sigma H}$  зависит от геометрии расположения выводов внутри корпуса, поэтому его колебания оказывают определяющее влияние на надежность устройства в целом.

Наиболее малые колебания  $R_{\Sigma H}$  характерны для кругового расположения выводов внутри корпуса. Для этого случая относительная дисперсия имеет приблизительно то же значение, что и для поперечного сопротивления. Для прямоугольной конфигурации расположения концов выводов внутри корпуса установлено, что среднеквадратическое отклонение для последовательного сопротивления можно найти по эмпирической формуле:

$$\sigma_{R_{\Sigma H}} = 0,15 \bar{R}_{\Sigma H}, \quad (5)$$

где  $\gamma = \frac{l_{\max}}{l_{\min}}$  — отношение наибольшего расстояния между выводами внутри корпуса к наименьшему.

Оценка надежности срабатывания устройства сравнения 1 (рис. 1) произведена на ЦВМ методом Монте-Карло [Л. 1, 2]. Распределение параметров  $R_{\Sigma H}$  и  $R_{\Sigma p}$  было задано нормальным, а распределение падений напряжений на диодах  $D1$  и  $D2$ , транзисторах на выходе распределителя 3 — законом Вейбулла. Данные, необходимые для моделирования, были сняты на устройстве (рис. 1). По результатам моделирования построена зависимость безотказной работы устройства  $P$  от величины  $\gamma$ , анализ которой показывает, что надежность работы устройства контроля исправности выводов корпусов электролитическим замыканием понижается с увеличением  $\gamma$ . Экспериментальная проверка результатов моделирования подтвердила полученные расчетные значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1972.
2. Щеголеватых А. С., Остапенко Г. С. Оптимизация качественных показателей интегральных схем вычислительными методами. — Электроника. Науч. тр./Воронежский политех. ин-т, 1974, вып. 4.

[21.9.1977]

## К расчету электродинамической силы отброса контактов

НАМИТОВ К. К., БРЕЗИНСКИЙ В. Г., КРАСОВИЦКИЙ В. Б., ЮРЧЕНКО С. М.

ВНИИэлектроаппарат, Харьков

Как известно [Л. 1], при прохождении электрического тока через зону сопряжения электродов (электрический контакт) возникает электродинамическая сила, которая стремится разъединить контактирующие проводники и при больших токах фактически определяет внешнее усилие, необходимое для удержания контактов в замкнутом состоянии.

Существующие методы расчета электродинамической силы [Л. 1 и 2] основываются на упрощенной модели контакта, в рамках которой зона касания электродов предполагается точечной ( $a \rightarrow 0$ ), а радиус самого контакта  $b$  стремящимся к бесконечности. В этом приближении реально существующее на контакте распределение силовых линий тока заменяется идеализированным, создаваемым точечным источником на границе полупространства.

По такой схеме получена известная формула Двайта, которая принимается для расчета электродинамических сил как одноточечного, так и многоточечного контактов. В последнем случае электродинамическая сила уменьшается обратно пропорционально числу пятен. При этом считается, что она не зависит ни от расположения пятен, ни от размеров каждого контактного пятна.

В статье проведен в общем виде расчет электродинамической силы для многоточечного контакта без указанных выше ограничений, накладываемых при выводе формулы Двайта. Из общего аналитического выражения можно получить формулу и для расчета электродинамической силы одноточечного контакта.

Для нахождения электродинамической силы определены электромагнитные поля, возникающие в цилиндрическом проводнике конечного радиуса  $b$ , имеющего  $N$  проводящих площадок контактирования радиуса  $a_s$ , расположенных случайным образом в плоскости контактирования.

Проводящее пятно с номером  $s$  характеризуется координатами центра пятна  $r_s$  и  $\varphi_s$  (рис. 1). Плотность тока в каждом пятне определяется следующим образом:

$$j_s(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{I_s}{\pi a_s^2}, & |\vec{r} - \vec{r}_s| \leq a_s; \\ 0, & |\vec{r} - \vec{r}_s| > a_s, \end{cases} \quad (1)$$

где  $I_s$  — ток через  $s$ -е пятно.

Учитывая закон Ома

$$\vec{j}_s = \sigma E_s, \quad (2)$$

можно принять соотношение (1) в качестве граничного условия при решении уравнения для продольной составляющей напряженности электрического поля, которая определяется из [Л. 3]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

Используя условие

$$E_z|_{z=\infty} = \frac{I}{\pi b^2 \sigma}, \quad r \leq b, \quad (4)$$

решение (3) можно записать в виде

$$E_z(\vec{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n J_n(\gamma_n r) \exp(in\varphi - \gamma_n z) + \frac{I}{\pi b^2 \sigma}. \quad (5)$$

Компоненты электрического поля  $E_r$  и  $E_\varphi$  определяются и уравнения Максвелла:

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (6)$$

и с учетом граничных условий

$$E_\varphi|_{z=\infty} = E_r|_{z=\infty} = 0 \quad (7)$$

имеет вид:

$$E_r(\vec{r}) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n J'_n(\gamma_n r) \exp(in\varphi - \gamma_n z); \quad (8)$$

$$E_\varphi(\vec{r}) = -i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \frac{n}{\gamma_n r} J_n(\gamma_n r) \exp(in\varphi - \gamma_n z). \quad (9)$$

Магнитное поле определяется из уравнения

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} \quad (10)$$

и с учетом граничных условий

$$H_\varphi|_{z=\infty} = \frac{I}{2\pi b} \frac{r}{b}; \quad (11)$$

$$H_r|_{z=\infty} = 0 \quad (12)$$

имеет следующее решение при  $H_z = 0$ :

$$H_\varphi(\vec{r}) = \frac{I}{2\pi b} \frac{r}{b} - \sigma \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\gamma_n} J'_n(\gamma_n r) \exp(in\varphi - \gamma_n z); \quad (13)$$

$$H_r(\vec{r}) = i\sigma \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\gamma_n} \frac{n}{\gamma_n r} J_n(\gamma_n r) \exp(in\varphi - \gamma_n z). \quad (14)$$

Постоянная  $\gamma_n$  определяется из условия:

$$E_r|_{r=b} = 0, \quad (15)$$

откуда находим  $\gamma_n = \frac{\lambda_{nm}}{b}$ , где  $\lambda_{nm}$  —  $m$ -й корень функции Бесселя порядка  $n$  [ $J'_n(\lambda_{nm}) = 0$ ].

Учитывая, что найденные выражения для полей удовлетворяют исходным уравнениям при любом значении  $m$ , получаем выражения для электромагнитных полей в следующем виде:

$$E_r(\vec{r}) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{nm} J'_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \exp \left( in\varphi - \lambda_{nm} \frac{z}{b} \right); \quad (17)$$

$$E_\varphi(\vec{r}) =$$

$$= -i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{nm} \frac{nb}{\lambda_{nm} r} J_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \exp \left( in\varphi - \lambda_{nm} \frac{z}{b} \right); \quad (18)$$

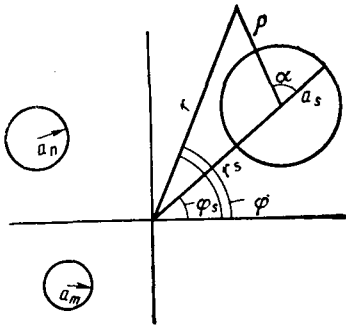


Рис. 1. Фронтальная проекция многоточечного контакта.

$$E_z(\vec{r}) = \frac{I}{\pi b^2 \sigma} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{nm} J_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \times \exp \left( i n \varphi - \lambda_{nm} \frac{z}{b} \right); \quad (19)$$

$$H_r(\vec{r}) = i \sigma b \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{nm} \frac{n b}{\lambda_{nm}^2} J_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \times \exp \left( i n \varphi - \lambda_{nm} \frac{z}{b} \right); \quad (20)$$

$$H_\varphi(\vec{r}) = \frac{I}{2 \pi b} \frac{r}{b} - \sigma b \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_{nm}}{\lambda_{nm}} J'_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \times \exp \left( i n \varphi - \lambda_{nm} \frac{z}{b} \right). \quad (21)$$

Коэффициенты  $\alpha_{nm}$  определяются из условия (2). После введения вспомогательной полярной системы координат  $\rho, \alpha$  с центром в точке  $r_s, \varphi_s$  (рис. 1), где  $r$  и  $\varphi$  связаны с  $\rho$  и  $\alpha$  соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} r &= (r_s^2 + \rho^2 + 2 r_s \rho \cos \alpha)^{\frac{1}{2}}; \\ \varphi &= \varphi_s + \arccos \frac{r_s + \rho \cos \alpha}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

получим выражение для определения коэффициентов  $\alpha_{lv}$ :

$$\alpha_{lv} \left( 1 - \frac{l^2}{\lambda_{lv}^2} \right) J_l^2(\lambda_{lv}) = \frac{1}{\pi b^2} \sum_{s=1}^N \frac{I_s \exp(-i l \varphi_s)}{\pi a^2 s \sigma} \times \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{a_s} \rho \exp \left( -i l \arccos \frac{r_s + \rho \cos \alpha}{r} \right) \times J_l \left( \lambda_{lv} \frac{r}{b} \right) d\rho, \quad (23)$$

где  $r = r(\rho, \alpha)$ .

Используя выражения для полей, найдем электродинамическую силу:

$$F_z = \mu \mu_0 \int [\vec{j} \vec{H}]_z dv = \mu \mu_0 \sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dz \times \int_0^{\infty} r dr \int_0^{\infty} (\epsilon_r \epsilon_\varphi - \epsilon_\varphi \epsilon_r) dz, \quad (24)$$

где вещественные амплитуды полей связаны с комплексными, задаваемыми формулами (17)–(21), следующим образом:

$$\vec{\epsilon} = \frac{1}{2} (\vec{E} + \vec{E}^*); \quad (25)$$

$$\vec{\kappa} = \frac{1}{2} (\vec{H} + \vec{H}^*). \quad (26)$$

Поставив выражения для полей в (24) и выполнив интегрирование, получим формулу для определения электродинамической силы, действующей на ограниченный по радиусу цилиндрический контакт с произвольным числом пятен, расположенных случайным образом в плоскости контактирования:

$$F_z = (F_z)_{\text{сим}} + (F_z)_{\text{несим}}, \quad (27)$$

где часть электродинамической силы, зависящая от числа пятен, размеров пятен и контакта

$$(F_z)_{\text{сим}} = - \frac{2 I b \mu_0}{\pi} \sum_{s=1}^N \frac{I_s}{a_s} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{om}^4} \frac{J_1 \left( \lambda_{om} \frac{a_s}{b} \right)}{J_0(\lambda_{om})} + \frac{2 b^2}{\pi} \mu \mu_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{om}^4} \frac{1}{J_0^2(\lambda_{om})} \times \left[ \sum_{s=1}^N \frac{I_s}{a_s} J_1 \left( \lambda_{om} \frac{a_s}{b} \right) \right]^2. \quad (28)$$

Часть электродинамической силы, зависящая от числа пятен, расположения и размеров пятен

$$(F_z)_{\text{несим}} = \frac{\mu \mu_0}{2 \pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left| \sum_{s=1}^N \mu_s^{nm} \frac{I_s}{a_s^2} \right|^2 \times \frac{1}{\lambda_{nm}^2 - n^2 J_n^2(\lambda_{nm})}. \quad (29)$$

Коэффициенты  $\mu_s^{nm}$  задаются интегралом:

$$\mu_s^{nm} = \exp(-i n \varphi_s) \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{a_s} \rho d\rho J_n \left( \lambda_{nm} \frac{r}{b} \right) \times \exp \left( -i n \arccos \frac{r_s + \rho \cos \alpha}{r} \right). \quad (30)$$

Из (28) и (29) можно определить электродинамическую силу для контакта, имеющего одну проводящую площадку с центром на оси контактирующих проводников. Полагая в (28) и (29)  $r_s = 0$ ,  $I_s = I$ ,  $a_s = a$ ,  $s = 1$ , получаем:

$$F_z = \frac{2 I^2 \mu \mu_0}{\pi} \frac{b}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1 \left( \lambda_m \frac{a}{b} \right)}{\lambda_m^4 J_0(\lambda_m)} \times \left[ \frac{b}{a} \frac{J_1 \left( \lambda_m \frac{a}{b} \right)}{J_0(\lambda_m)} - 1 \right], \quad (31)$$

где  $\lambda_m$  — корни функции Бесселя  $J'_0(\lambda_m) = J_1(\lambda_m) = 0$ .

На рис. 2 представлена зависимость электродинамической силы, определяемой по (31) и по формуле Двайта [Л. 1], от  $\frac{b}{a}$ .

В частном случае  $a \ll b$  в формуле (31) суммирование может быть заменено интегрированием:

$$F_z = \frac{I^2}{\pi} \mu \mu_0 \left( \frac{b}{a} \right)^2 \int_{\lambda_1}^{\infty} \frac{J_1^2 \left( s \pi \frac{a}{b} \right)}{(s \pi)^3} d(s \pi) = - \frac{I^2}{4 \pi} \mu \mu_0 \ln \left( \lambda_1 \frac{a}{b} \right), \quad (32)$$

где  $\lambda_1 \approx 3,83$  первый корень функции Бесселя  $J_1(\lambda_m) = 0$ .

Для многоточечного контакта делать расчеты по (29) довольно сложно, поэтому представляет интерес случай, когда радиусы проводящих площадок  $a_s$  малы по сравнению с их



Рис. 2. Зависимость электродинамической силы отброса симметричного контакта от отношения  $b/a$ .

1 — расчет по формуле (31); 2 — расчет по формуле Двайта.

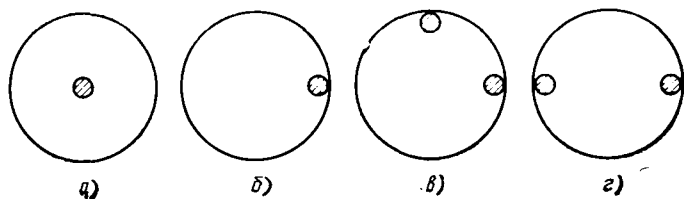
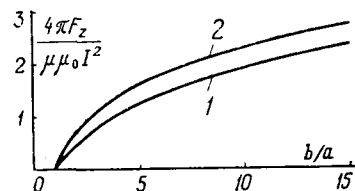


Рис. 3. Схематическое изображение в плоскости  $z=0$ .

а — контакта с областью касания, представляющей круг радиуса  $a$  с центром на оси контакта; б — несимметрично расположенной области контактирования при отношении расстояния от центра контактной площадки до оси контакта к радиусу контакта  $r/b=0,9$ ; в — контакта с двумя областями касания при отношении расстояния от центров областей касания до оси контакта к радиусу контакта  $r_1/b=r_2/b=0,9$ ; г — контакта с двумя областями касания при отношении расстояния от центров областей касания до оси контакта к радиусу контакта  $r_1/b=r_2/b=0,9$ ;  $\varphi_1=0$ ;  $\varphi_2=\pi$ .

расстоянием до оси, т. е.  $a_s \ll r_s$ . Формула (29) при этом значительно упрощается и принимает вид

$$(F_z)_{\text{несим}} = \frac{1}{2\pi} \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\lambda_{nm})} \times \left| \sum_{s=1}^N I_s \exp(-in\varphi_s) J_n\left(\lambda_{nm} \frac{r_s}{b}\right) \right|^2. \quad (33)$$

Симметричная составляющая силы остается без изменения и определяется по (28).

Полученные формулы могут быть использованы для численных расчетов электродинамической силы.

Рассмотрим цилиндрический контакт, область касания которого может быть представлена в виде круга с центром на оси контакта (рис. 3,а). Такой контакт будет называть симметричным. Для частного случая, когда площадь контактной площадки составляет 1% площади контакта ( $a=0,1$  b), электродинамическая сила (в ньютонах) определяется по (31):

$$F_z = (F_z)_{\text{сим}} = 1,92 \cdot 10^{-7} I^2. \quad (34)$$

Сдвигаем контактную площадку по радиусу контакта. Электродинамическая сила  $F_z$  увеличится, так как появляется добавочный член, учитывающий несимметричность расположения области контактирования (под несимметричностью подразумевается несовпадение центра области контактирования с осью контакта).

В том случае, когда область контактирования представляет несимметрично расположенный круг (рис. 3,б) радиуса  $a$ , симметричная часть силы остается без изменения, так как зависит от отношения  $a/b$ , а несимметричная часть определяется по формуле

$$(F_z)_{\text{несим}} = \frac{I^2 \mu_0}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_n^2\left(\lambda_{nm} \frac{r}{b}\right) \exp(-in\varphi)}{(\lambda_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\lambda_{nm})}. \quad (35)$$

При  $\frac{r}{b} = 0,9$  и  $\varphi = 0$  несимметричная часть силы

$$(F_z)_{\text{несим}} = 1,84 \cdot 10^{-7} I^2. \quad (36)$$

Таким образом, электродинамическая сила  $F_z$  несимметрично расположенной области контактирования, представляющей собой круг радиуса  $a$ , центр которого находится на расстоянии от оси контакта  $r=0,9b$  при отношении  $a/b=0,1$ , будет равна:

$$F_z = (F_z)_{\text{сим}} + (F_z)_{\text{несим}} = 3,76 \cdot 10^{-7} I^2, \quad (37)$$

Сравнивая результаты расчета, видим, что при одном и том же значении тока через контакт и при одинаковых ра-

диусах площадок контактирования электродинамическая сила будет меньше для контакта, центр площадки контактирования которого совпадает с осью контакта.

Представляют интерес сравнительные расчеты электродинамической силы для контакта с одной несимметрично расположенной контактной площадкой радиуса  $a$  при  $r/b=0,9$ ,  $\varphi=0$  и для контакта, имеющего две контактные площадки радиуса  $a_1$ , центры которых находятся на расстоянии  $r_1=r_2=0,9b$ ,  $\varphi_1=0$ ,  $\varphi_2=\pi/2$  (рис. 3,в) или  $\varphi_1=0$ ,  $\varphi_2=\pi$  (рис. 3,г). Причем токи, протекающие через контакты, изображенные на рис. 3,в и г, одинаковы и равны  $I$ , так что через каждую контактную площадку проходит ток  $I_1=I_2=I/2$ . Площадь контактной площадки (рис. 3,б) берем равной площади двух контактных площадок (3,в или г). Радиус контактной площадки с двумя проводящими площадками

$$a_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0,705 a.$$

Подставляя в формулу (31)  $I_1=I_2=\frac{I}{2}$  и  $a_1=a_2=0,705a$ , найдем симметричную часть электродинамической силы для контакта (рис. 3,в или г), имеющего две контактные площадки:

$$(F_z)_{\text{сим}} = 2,26 \cdot 10^{-7} I^2. \quad (38)$$

Несимметричная часть силы для контакта, имеющего две контактные площадки, расположенные как показано на рис. 3,в, определяется по формуле

$$(F_z)_{\text{несим}} = \frac{I^2}{4\pi} \mu_0 \sum_{n=1,3,5,7,\dots}^{\infty} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_n^2\left(\lambda_{nm} \frac{r}{b}\right)}{(\lambda_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\lambda_{nm})} + 2 \sum_{n=4,8,12,16,\dots}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_n^2\left(\lambda_{nm} \frac{r}{b}\right)}{(\lambda_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\lambda_{nm})}. \quad (39)$$

Для  $\frac{r}{b} = 0,9$

$$(F_z)_{\text{несим}} = 10^{-7} I^2. \quad (40)$$

Несимметричная часть силы для контакта, имеющего две контактные площадки, расположенные как показано на рис. 3,г, определяется по формуле

$$(F_z)_{\text{несим}} = \frac{I^2}{2\pi} \mu_0 \sum_{n=2,4,6,8,\dots}^{\infty} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_n^2\left(\lambda_{nm} \frac{r}{b}\right)}{(\lambda_{nm}^2 - n^2) J_n^2(\lambda_{nm})}. \quad (41)$$

Для  $\frac{r}{b} = 0,9$ ,  $\varphi_1=0$ ,  $\varphi_2=\pi$

$$(F_z)_{\text{несим}} = 0,44 \cdot 10^{-7} I^2. \quad (42)$$

Электродинамические силы для контактов рис. 3,в и г будут соответственно равны:  $F_z=3,26 \cdot 10^{-7} I^2$  и  $F_z=2,7 \cdot 10^{-7} I^2$ .

Таким образом, электродинамическая сила для контакта с одним несимметрично расположенным контактным пятном будет больше, чем с двумя контактными пятнами, расположенными как показано на рис. 3,в и г, при одном и том же значении тока через контакт и одной и той же площади контактирования.

Рассмотренные примеры свидетельствуют о заметном влиянии числа и расположения контактных пятен на значение электродинамической силы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Госэнергоиздат, 1959.
2. Хольм Р. Электрические контакты. М.: Изд-во иностранной литературы, 1961.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: ГИФМЛ, 1960.

[21.10.1975]

# Магнитный трансформатор тока с улучшенной защитой от тока в земле

КАЗАНСКИЙ В. Е., МЕЖАЛС Л. В.

Москва, Рига

В электрических сетях напряжением 35—220 кВ начинают применяться релейные защиты с магнитными трансформаторами тока (МТТ). Такие релейные защиты выпускает Рижский опытный завод Латвэнерго.

Магнитный трансформатор тока любого типа может применяться для контроля фазного тока трехфазной линии лишь при условии, что коэффициенты помех от токов других фаз данной линии и от тока в земле достаточно малы.

Коэффициент помехи от тока в заданной цепи определяется в соответствии с формулой

$$K_{п.з} = \frac{M_{п.з}}{M_{п.л}}, \quad (1)$$

где  $M_{п.з}$  — взаимная индуктивность МТТ и провода с контролируемым током;  $M_{п.л}$  — взаимная индуктивность МТТ и заданной цепи с током, создающим помеху.

У фазного МТТ следует оценивать по меньшей мере три коэффициента помех: от тока в ближней фазе  $K_{п.1}$ , от тока в дальней фазе  $K_{п.2}$  и от тока в земле  $K_{п.з}$ .

Следует отметить, что токи в других линиях также создают помехи, но их можно не учитывать, поскольку коэффициенты этих помех обычно меньше  $K_{п.1}$ ,  $K_{п.2}$  и  $K_{п.з}$ .

Значения коэффициентов помех зависят от конструктивной схемы и расположения МТТ. Всегда желательно располагать МТТ как можно ближе к проводу с контролируемым током. На рис. 1 показано типичное расположение фазных МТТ. Они устанавливаются на конструкциях разъединителей между проводами с контролируемыми токами и землей. Расстояние до провода с контролируемым током получается минимальным по условиям изоляции.

Коэффициенты  $K_{п.1}$  и  $K_{п.2}$  практически не зависят от уровня напряжения. У магнитных трансформаторов тока типа ТВМ они порядка 0,05 или 5%, что вполне допустимо. Значение же  $K_{п.з}$  зависит от высоты расположения МТТ над землей, а практически от высоты фундамента разъединителя, на конструкции которого установлен МТТ. При определении  $K_{п.з}$  предполагается, что ток в земле протекает по некоторому воображаемому проводу, который находится в земле под проводом с контролируемым током на расстоянии  $h_3$  от МТТ. При определении расстояния  $h_3$  можно принимать, что воображаемый провод с током в земле находится под поверхностью земли на том же уровне, что и заземляющий контур подстанции. При этом на подстанции 110 кВ расстояние  $h_3$  может составлять всего 3—4 м, а  $K_{п.з}$  = 15—20%, т. е. значительно больше, чем  $K_{п.1}$  и  $K_{п.2}$ .

На рис. 2 изображена конструктивная схема разработанного авторами статьи МТТ, который значительно лучше защищен от помех со стороны тока в земле. Он состоит из двух соленоидов, скрепленных таким образом, что их оси пересекаются под углом  $2\delta$  в точке  $O_3$  на расстоянии  $h_0$  от центра  $O$  МТТ. Магнитный трансформатор тока располагается таким образом, что провод с контролируемым током  $I_n$  находится выше центра  $O$  на продолжении линии  $O_3—O$ , а воображаемый провод с током  $I_z$  в земле располагается на той же линии, но ниже центра  $O$  на расстоянии  $h_3$ . При этом провода других фаз находятся справа (или слева) подобно проводу с током  $I_n$  (при расположении МТТ подобно рис. 1).

Обмотки соленоидов, образующих МТТ, соединены таким образом, что их э. д. с., возбуждаемые контролируемым током, арифметически складываются. При этом  $M_{п.з}$  в 2 раза больше, чем взаимная индуктивность одного соленоида и провода с контролируемым током  $I_n$ :

$$M_{п.з} = 2 \frac{\sin(\alpha_0 + \delta)}{H \sqrt{1 + \left(\frac{m}{H}\right)^2}} K, \quad (2)$$

где  $\tan \alpha_0 = m/H$ ;  $m$  — половина расстояния между центрами соленоидов;  $H$  — расстояние от провода с контролируемым током до центра  $O$  МТТ;  $K$  — постоянный коэффициент, зависящий от конструктивных данных МТТ и определяемый экспериментально.

Взаимная индуктивность МТТ и воображаемого провода с током в земле

$$M_{п.з} = 2 \frac{\sin(\alpha_3 - \delta)}{h_3 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{h_3}\right)^2}} K, \quad (3)$$

где  $\tan \alpha_3 = m/h_3$ .

Тогда коэффициент помехи от тока в земле

$$K_{п.з} = \frac{\sin(\alpha_3 - \delta)}{\sin(\alpha_0 + \delta)} \frac{H}{h_3} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{m}{H}\right)^2}{1 + \left(\frac{m}{h_3}\right)^2}}. \quad (4)$$

Последнее выражение показывает, что выбирая  $\delta = \alpha_3$ , можно с учетом принятых допущений полностью исключить помеху от тока в земле.

Кривая 2 на рис. 3 изображает зависимость  $K_{п.з}$  от  $h_3$ , полученную экспериментально для разработанного МТТ при  $h_0 = 3,2$  м. Эта кривая показывает, что даже при неизменном расстоянии  $h_0$  (или угле  $\delta$ ) значения  $K_{п.з}$  у такого МТТ значительно меньше, чем у МТТ типа ТВМ. В данном случае при  $h_3 \geq 2,5$  м у МТТ нового типа коэффициент помехи от тока в земле не превышает 5%, т. е. такого же порядка, как у МТТ типа ТВМ коэффициенты  $K_{п.1}$  и  $K_{п.2}$ .

Коэффициенты  $K_{п.1}$  и  $K_{п.2}$  для МТТ с улучшенной защитой от тока в земле можно определить следующим образом.

Взаимные индуктивности соленоидов, образующих МТТ, и провода с током  $I_n$  неодинаковы. Взаимная индуктивность левого соленоида и провода с током  $I_n$

$$M_{1n} = K \frac{1}{r_1} \sin(\alpha_1 + \delta),$$

где

$$r_1 = r_0 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{r_0}\right)^2} + 2 \frac{m}{r_0} \sin \alpha;$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{r_0}{H} \left( \frac{m}{r_0} + \sin \alpha \right);$$

$r_0$  и  $\alpha$  определяются по рис. 2.

Взаимная индуктивность правого соленоида и провода с током  $I_n$

$$M_{2n} = K \frac{1}{r_2} \sin(\alpha_2 + \delta),$$

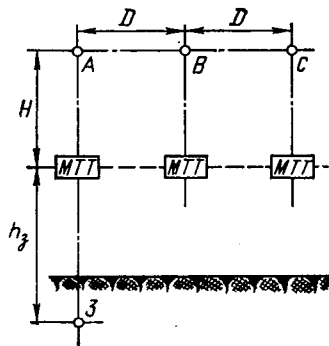


Рис. 1. Расположение фазных МТТ относительно трехфазной линии с горизонтальным расположением проводов.

A, B, C — провода линии; 3 — воображаемый провод, расположенный в земле.

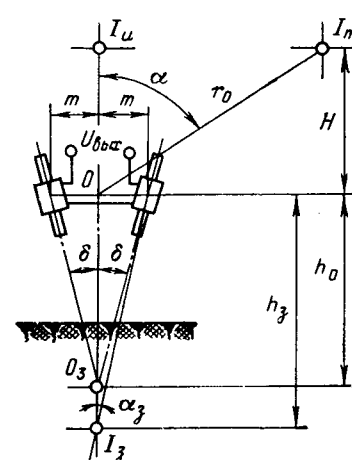
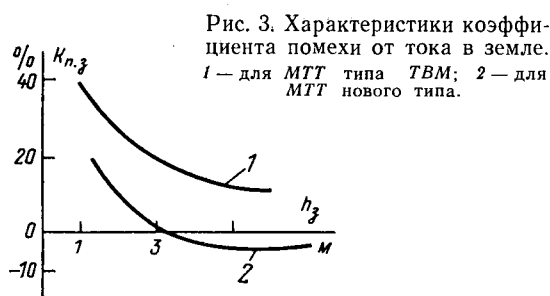


Рис. 2. Конструктивная схема МТТ с улучшенной защитой от тока в земле.



где

$$r_2 = r_0 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{r_0}\right)^2 - 2 \frac{m}{r_0} \sin \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{r_0}{H} \left( \frac{m}{r_0} - \sin \alpha \right).$$

В данном случае  $M_{\Pi} = M_{1\Pi} + M_{2\Pi}$ . При этом коэффициент помехи от тока  $I_{\Pi}$

$$K_{\Pi} = \frac{M_{1\Pi} + M_{2\Pi}}{M_{\Pi}} = \frac{0,5 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{H}\right)^2}}{\sin(\alpha_0 + \delta)} \frac{H}{r_0} \times$$

$$\times \left( \frac{\sin(\alpha_1 + \delta)}{\sqrt{1 + \left(\frac{m}{r_0}\right)^2 + 2 \frac{m}{r_0} \sin \alpha}} + \frac{\sin(\alpha_2 + \delta)}{\sqrt{1 + \left(\frac{m}{r_0}\right)^2 - 2 \frac{m}{r_0} \sin \alpha}} \right). \quad (5)$$

Это наиболее общее выражение для коэффициента помехи МТТ. Из него можно получить выражение (4) для  $K_{\Pi,3}$ , если принять  $\alpha = 180^\circ$  и  $r_0 = h_3$ .

При горизонтальном расположении проводов

$$\sin \alpha = \frac{D}{\sqrt{H^2 + D^2}},$$

а расстояние до ближней фазы  $r_0 = \sqrt{H^2 + D^2}$ .

Подставив эти значения  $r_0$  и  $\sin \alpha$  в выражение (5), получим формулу коэффициента помехи от тока ближней фазы:

$$K_{\Pi 1} = \frac{0,5 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{H}\right)^2}}{\sin(\alpha_0 + \delta) \sqrt{1 + \left(\frac{D}{H}\right)^2}} \times$$

$$\times \left( \frac{\sin(\alpha_1 + \delta)}{\sqrt{1 + \frac{m^2 + 2mD}{H^2 + D^2}}} + \frac{\sin(\alpha_2 + \delta)}{\sqrt{1 + \frac{m^2 - 2mD}{H^2 + D^2}}} \right), \quad (6)$$

где  $D$  — расстояние между проводами.

Если же принять

$$r_0 = \sqrt{H^2 + 4D^2};$$

$$\sin \alpha = \frac{2D}{\sqrt{H^2 + 4D^2}},$$

получим выражение для коэффициента помехи от тока дальней фазы:

$$K_{\Pi 2} = \frac{0,5 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{H}\right)^2}}{\sin(\alpha_0 + \delta) \sqrt{1 + 4 \left(\frac{D}{H}\right)^2}} \times$$

$$\times \left( \frac{\sin(\alpha_1 + \delta)}{\sqrt{1 + \frac{m^2 + 4mD}{H^2 + 4D^2}}} + \frac{\sin(\alpha_2 + \delta)}{\sqrt{1 + \frac{m^2 - 4mD}{H^2 + 4D^2}}} \right). \quad (7)$$

Приведенные выражения показывают, что при данных значениях  $H$ ,  $D$  и  $h_3$  можно подбором  $m$  и  $\delta$  обеспечить достаточно малые значения всех трех коэффициентов помех. В частности, при  $D=1,5H$  и  $h_3=2H$  все три коэффициента помех получаются, как показывают расчеты и эксперименты, меньше 5%, если выбрать  $m=0,2H$  и  $\delta=6^\circ$ .

Таким образом, разработанный МТТ лучше, чем МТТ типа ТВМ защищен от помех, особенно от помехи, создаваемой током в земле.

[7.9.1976]

## Распределение электрических зарядов на ленте из несовершенного диэлектрика, движущейся вблизи кругового цилиндра

СЛЫШАЛОВ В. К.

Ивановский энергетический институт им. В. И. Ленина

Расчет распределения зарядов на движущейся ленте из несовершенного диэлектрика (ткань, фото- и кинолента, бумага) и по поверхностям окружающих неподвижных проводящих или диэлектрических тел (части машин и оборудования, измерительная аппаратура) необходим для решения задач по оценке условий возникновения электрических разрядов в технологических схемах, определению значений наведенных на оборудовании и людях потенциалов и зарядов, по измерению плотностей зарядов статического электричества, проектированию схем нейтрализации зарядов и т. д. Для выявления основных закономерностей в формировании распределения зарядов на ленте целесообразно исследовать случай движения последней вблизи тела какой-либо простой геометрической формы.

В настоящей статье исследуется стационарный режим движения ленты, предварительно заряженной до плотности

$\sigma^0 = \text{const}$ , вблизи кругового цилиндра (проводящего или диэлектрического). Цилиндр не касается ленты\*; его ось перпендикулярна вектору скорости (рис. 1); средой, заполняющей промежуток, является воздух. Проводящие свойства ленты будем характеризовать измеряемой в экспериментах удельной поверхностной проводимостью  $g_0$ . Эта величина является интегральной характеристикой идеализированного объекта — ленты нулевой толщины. Поэтому для получения физически корректных результатов необходимо ограничить минимальный

\* Конструкция «заземленный цилиндр — лента» является простейшим устройством для нейтрализации зарядов. В более совершенных устройствах расположенный вблизи ленты цилиндр используется как датчик в звене обратной связи радиоактивного нейтрализатора с автоматическим регулированием выходного тока.

размер промежутка условием  $h-r_0 \gg 2a$  (рис. 1) и под искомым распределением зарядов на ленте понимать функцию  $\sigma(x) = \sigma_1(x) + \sigma_2(x)$ , где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — плотности зарядов в противоположащих точках верхней и нижней поверхностей ленты (рис. 1). Для цилиндра искомой является функция  $\sigma(\theta')$  — распределение индуцированных или появившихся вследствие поляризации диэлектрика зарядов.

Математически задача сводится к совместному решению интегральных уравнений для распределений  $\sigma(x)$  и  $\sigma(\theta')$ . Поскольку конфигурация тел системы достаточно проста, можно построить решение, пользуясь функциями:  $\Delta\sigma(x)$  — распределением плотности зарядов на ленте в поле линейного заряда элемента поверхности цилиндра, и  $\Delta\sigma(\theta')$  — распределением плотности зарядов на цилиндре в поле линейного заряда элемента поверхности ленты.

Распределение  $\Delta\sigma(\theta')$  известно [Л. 1]. Для проводящего незаряженного цилиндра, находящегося в поле линейного заряда  $\sigma(x)dx$ , имеем:

$$\Delta\sigma(\theta') = \frac{\sigma(x)dx}{\pi} \frac{r_0 - r \cos(\theta' - \theta)}{r_0^2 + r^2 - 2rr_0 \cos(\theta' - \theta)} =$$

$$= -\frac{\sigma(x)dx}{\pi r_0} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{r}\right)^k \cos k(\theta' - \theta). \quad (1)$$

Здесь вторая часть выражения записана согласно [Л. 2]. Положение точки на ленте удобно описывать в декартовых координатах  $(x, 0)$ , а на цилиндре в полярных  $(r_0, \theta')$ . С этой целью преобразуем (1) к виду:

$$\Delta\sigma(\theta') = -\frac{\sigma(x^*)dx^*}{\pi r_0^*} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r_0^*}{1+x^{*2}}\right)^k [F_k^c(x^*) \cos k\theta' + F_k^s(x^*) \sin k\theta'], \quad (2)$$

где

$$F_k^c(x^*) = (1+x^{*2})^{k/2} \cos k\theta' = C_k^0 x^{*k} - C_k^2 x^{*k-2} +$$

$$+ C_k^4 x^{*k-4} - \dots; F_k^s(x^*) = (1+x^{*2})^{k/2} \sin k\theta' =$$

$$= C_k^1 x^{*k-1} - C_k^3 x^{*k-3} + C_k^5 x^{*k-5} - \dots;$$

$$x^* = x/h; r_0^* = r_0/h.$$

Выражение (2) справедливо для проводящего незаряженного цилиндра. Если цилиндр заряжен с линейной плотностью заряда  $\tau_0$ , то следует добавить слагаемое  $\sigma_0 = \tau_0/2\pi r_0$ ; если цилиндр диэлектрический с относительной проницаемостью материала  $\epsilon$ , то

$$\Delta\sigma_\epsilon(\theta') = \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \Delta\sigma(\theta'). \quad (3)$$

Найдем распределение  $\Delta\sigma(x)$  на ленте в поле линейного заряда  $d\tau = \sigma(\theta')r_0 d\theta'$ , имеющего координаты  $x'; y'$  (рис. 1). Согласно [Л. 3]  $\Delta\sigma(x)$  удовлетворяет уравнению

$$v\Delta\sigma(x) - g_0 \bar{E}_x = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{E}_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^{+a} E_x dy$  — среднее по толщине ленты значение составляющей напряженности электрического поля  $E_x$ .

Залишем  $\bar{E}_x$  как напряженность на оси ленты толщиной  $2a$ , а затем в удобный момент положим  $a \rightarrow 0$ , т. е. перейдем к рассмотрению идеализированного объекта, характеристика которого нам задана. Имеем:

$$v\Delta\sigma(x) + \frac{g_0}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta\sigma(x'')(x-x'')}{(x-x'')^2 + a^2} dx'' =$$

$$= -\frac{g_0 d\tau (x-x')}{2\pi\epsilon_0 [(x-x')^2 + y'^2]}, \quad (5)$$

где  $x''$  — координата заряда  $\Delta\sigma(x'')dx''$ .

Интегральное уравнение (5) решается с помощью преобразования Фурье:

$$\tilde{\Delta\sigma}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\sigma(x) e^{i\omega x} dx.$$

Применяя таблицы [Л. 4], получим:

$$\tilde{\Delta\sigma}(\omega) = -d\tau e^{i\omega x'} \frac{e^{-|y'| |\omega|} \left( e^{-a|\omega|} + i\alpha \frac{\omega}{|\omega|} \right)}{\alpha^2 + e^{-2a|\omega|}};$$

$$\alpha = \frac{2\epsilon_0 v}{g_0}. \quad (6)$$

Полагая в (6)  $a \rightarrow 0$  и выполняя обратное преобразование по формуле

$$\Delta\sigma(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Delta\sigma}(\omega) e^{-i\omega x} d\omega =$$

$$= -\frac{d\tau}{2\pi(1+\alpha^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|y'| |\omega|} \left( 1 + i\alpha \frac{\omega}{|\omega|} \right) e^{-i\omega(x-x')} d\omega,$$

найдем:

$$\Delta\sigma(x^*) = -\frac{\sigma(\theta') r_0^* d\theta'}{\pi(1+\alpha^2)} \frac{|y'^*| + \alpha(x^* - x'^*)}{y'^{*2} + (x^* - x'^*)^2},$$

$$\left( x'^* = \frac{x'}{h}; y'^* = \frac{y'}{h} \right). \quad (7)$$

Для дальнейшего целесообразно представить (7) в форме, аналогичной (2). Имея в виду, что  $x^* = r_0^* \cos \theta'$  и  $|y^*| = 1 - r_0^* \sin \theta'$ , получим:

$$\Delta\sigma(x^*) = -\frac{\sigma(\theta') r_0^* d\theta'}{\pi(1+\alpha^2)} \times$$

$$\times \operatorname{Re} \left[ \frac{1-i\alpha}{(1-r_0^* \sin \theta') - i(x^* - r_0^* \cos \theta')} \right] =$$

$$= -\frac{\sigma(\theta') r_0^* d\theta'}{\pi(1+\alpha^2)} \left\{ \frac{1+\alpha x^*}{1+x^{*2}} \times \right.$$

$$\times \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{r_0^*}{1+x^{*2}} \right)^k F_k^c(x^*) \cos k\theta' + \right.$$

$$\left. + F_k^s(x^*) \sin k\theta' \right] \left. + \frac{x^* - \alpha}{1+x^{*2}} \times \right.$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{r_0^*}{1+x^{*2}} \right)^k [F_k^s(x^*) \cos k\theta' - F_k^c(x^*) \sin k\theta'] \left. \right\}. \quad (8)$$

Для заряженной ленты в выражение (8) должно быть добавлено слагаемое  $\sigma_0$ .

Найдем теперь распределения зарядов  $\sigma(\theta')$  и  $\sigma(x)$ .

Интегрируя выражение (2) по  $x^*$  и добавляя для общности слагаемое  $\sigma_0$ , получим

$$\sigma(\theta') = \sigma_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\theta' + B_k \sin k\theta'), \quad (9)$$

где

$$A_k = -\frac{1}{\pi r_0^*} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{r^*}{1+x^{*2}} \right)^k F_k^c(x^*) \sigma(x^*) dx^*;$$

$$B_k = -\frac{1}{\pi r_0^*} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{r^*}{1+x^{*2}} \right)^k F_k^s(x^*) \sigma(x^*) dx^*. \quad (10)$$

Для диэлектрического цилиндра с учетом (3) имеем:

$$A_{k\epsilon} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} A_k; \quad B_{k\epsilon} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} B_k. \quad (11)$$

Дальнейшее рассмотрение проведем для проводящего цилиндра, а затем преобразуем полученные результаты, используя (11).

Поскольку распределение  $\sigma(\theta')$  представлено рядом (9), для  $\sigma(x^*)$  можем записать

$$\sigma(x^*) = \sigma^0 + \sigma_0(x^*) + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \sigma_k^c(x^*) + B_k \sigma_k^s(x^*)]. \quad (12)$$

Функции  $\sigma_0(x^*)$ ,  $\sigma_k^c(x^*)$ ,  $\sigma_k^s(x^*)$  в (12) определяются следующим образом: поочередно полагаем в (8) функцию  $\sigma(\theta')$  равной  $\sigma_0$ ,  $\cos k\theta'$ ,  $\sin k\theta'$  и интегрируем по  $\theta'$  в пределах нуля до  $2\pi$ . Выполнив интегрирование, найдем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0(x^*) &= -\frac{2\sigma_0 [F_1^s + \alpha F_1^c(x^*)]}{1 + \alpha^2} \frac{r_0^*}{1 + x^{*2}}; \\ \sigma_k^c(x^*) &= -\frac{F_{k+1}^s(x^*) + \alpha F_{k+1}^c(x^*)}{1 + \alpha^2} \left(\frac{r_0^*}{1 + x^{*2}}\right)^{k+1}; \\ \sigma_k^s(x^*) &= -\frac{\alpha F_{k+1}^s(x^*) - F_{k+1}^c(x^*)}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times \left(\frac{r_0^*}{1 + x^{*2}}\right)^{k+1}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Подставляя выражения (13) в (12) и заменяя полученным рядом  $\sigma(x^*)$  в формулах (10), после интегрирования в (10) по  $x^*$  приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно  $A_k$ ,  $B_k$  ( $k=1, 2, \dots, \infty$ ): при  $k=1$  ( $m=1, 2, \dots$ )

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} d_{1,0} + \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ \sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+1} c_{1,n} (A_n + \alpha B_n) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+1} d_{1,n} (\alpha A_n - B_n) \right]; \\ B_1 &= -\sigma^0 + 2\sigma_0 r_0^* \frac{1}{1 + \alpha^2} d_{1,0} + \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ -\sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+1} c_{1,n} (\alpha A_n - B_n) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+1} d_{1,n} (A_n + \alpha B_n) \right]; \\ \text{при } k=2l-1 \quad (l=2, 3, \dots; m=1, 2, \dots) \\ A_k &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} d_{k,0} + \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ \sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+k} c_{k,n} (A_n + \alpha B_n) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+k} d_{k,n} (\alpha A_n - B_n) \right]; \\ B_k &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{1}{1 + \alpha^2} d_{k,0} + \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ -\sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+k} c_{k,n} (\alpha A_n - B_n) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+k} d_{k,n} (A_n + \alpha B_n) \right]; \end{aligned} \right\}$$

при  $k=2l$  ( $l=1, 2, \dots; m=1, 2, \dots$ )

$$\left. \begin{aligned} A_k &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{1}{1 + \alpha^2} c_{k,0} + \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ \sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+k} d_{k,n} (\alpha A_n - B_n) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+k} c_{k,n} (A_n + \alpha B_n) \right]; \\ B_k &= -2\sigma_0 r_0^* \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} c_{k,0} + \\ &+ \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[ \sum_{n=2m-1}^{\infty} r_0^{*n+k} d_{k,n} (A_n + \alpha B_n) - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n=2m}^{\infty} r_0^{*n+k} c_{k,n} (\alpha A_n - B_n) \right]. \end{aligned} \right\}$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} c_{k,n} &= (-1)^{\frac{n-k}{2}} 2^{-(n+k)} \frac{(n+k-1)!}{n! (k-1)!}; \\ d_{k,n} &= (-1)^{\frac{n-k+1}{2}} 2^{-(n+k)} \frac{(n+k-1)!}{n! (k-1)!}. \end{aligned} \right\}$$

Для частных задач о заряженном цилиндре, расположенном вблизи проводящей плоскости ( $\alpha=0$ ;  $\sigma^0=0$ ), и о цилиндре в равномерном поле ( $\alpha=\infty$ ) уравнения (14) дают, как и следовало ожидать, известные результаты.

В общем случае при  $0 \leq \alpha < \infty$  бесконечная система (14) может быть решена методом последовательных приближений [Л. 5]. Можно показать, что при  $\sigma^0 \neq 0$ ,  $\sigma_0 \neq 0$  решением являются суммы  $A_k = A'_k + A''_k$ ,  $B_k = B'_k + B''_k$ , причем величины  $A'_k$ ,  $B'_k$  характеризуют условие  $\sigma^0=0$ ,  $\sigma_0 \neq 0$  (не заряжена лента), а величины  $A''_k$ ,  $B''_k$  — условие  $\sigma^0 \neq 0$ ,  $\sigma_0=0$  (не заряжен цилиндр).

Согласно [Л. 5] за первое приближение следует принять свободные члены:

$$\left. \begin{aligned} A'_{k=2l-1} &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} d_{k,0}; \\ B'_{k=2l-1} &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{1}{1 + \alpha^2} d_{k,0}; \\ A'_{k=2l} &= 2\sigma_0 r_0^* \frac{1}{1 + \alpha^2} c_{k,0}; \\ B'_{k=2l} &= -2\sigma_0 r_0^* \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} c_{k,0}; \end{aligned} \right\} \quad (k=1, 2, \dots) \quad (15)$$

$$A''_1 = 0; \quad B''_1 = -\sigma^0;$$

$$A''_k = B''_k = 0 \quad (k=2, 3, \dots). \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в правую часть уравнений системы и суммируя получившиеся ряды, найдем второе приближение и т. д. В конечном итоге расчет коэффициентов  $A'_k(p)$ ,  $B'_k(p)$

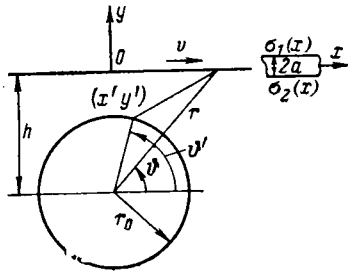


Рис. 1. Взаимное расположение ленты 1 и цилиндра 2.

для приближений номеров  $p = 2, 3, \dots$  сводится к использованию рекуррентных соотношений:

$$\left. \begin{aligned} A_k^{(p)} &= A_k^{(p-1)} + (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{2\sigma_0 \alpha}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_1^{(p)}(\alpha) (s_p^k - s_{p-1}^k); \\ B_k^{(p)} &= B_k^{(p-1)} + (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{2\sigma_0}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_2^{(p)}(\alpha) (s_p^k - s_{p-1}^k); \\ A_k^{(p)} &= A_k^{(p-1)} + (-1)^{k/2} \frac{2\sigma_0}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_2^{(p)}(\alpha) (s_p^k - s_{p-1}^k); \\ B_k^{(p)} &= B_k^{(p-1)} - (-1)^{k/2} \frac{2\sigma_0 \alpha}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_1^{(p)}(\alpha) (s_p^k - s_{p-1}^k). \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (k = 2l - 1; \\ l = 1, 2, \dots) \\ (k = 2l; \\ l = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (17)$$

В (17) обозначено:

$$f_1^{(p)}(\alpha) = \frac{f_1^{(p-1)} + f_2^{(p-1)}}{1 + \alpha^2}; \quad f_2^{(p)}(\alpha) = \frac{f_2^{(p-1)} - \alpha^2 f_1^{(p-1)}}{1 + \alpha^2};$$

$$s_p = \frac{r_0^*/2}{1 - \frac{r_0^*}{2} s_{p-1}},$$

причем  $f_1^{(1)} = f_2^{(1)} = 1$ ;  $s_1 = \frac{r_0^*}{2}$ .

Решение второй задачи ( $\sigma^0 \neq 0$ ,  $\sigma_0 = 0$ ) для приближений номеров  $p = 2, 3, \dots$  дает соотношения:

$$\left. \begin{aligned} A_k^{(p)} &= A_k^{(p-1)} - (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \frac{\sigma^0 \alpha}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_1^{(p-1)}(\alpha) s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2; \\ B_k^{(p)} &= B_k^{(p-1)} - (-1)^{\frac{k-1}{2}} k \frac{\sigma^0}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_2^{(p-1)}(\alpha) s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2; \\ A_k^{(p)} &= A_k^{(p-1)} - (-1)^{k/2} k \frac{\sigma^0}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_2^{(p-1)}(\alpha) s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2; \\ B_k^{(p)} &= B_k^{(p-1)} + (-1)^{k/2} k \frac{\sigma^0 \alpha}{1 + \alpha^2} \times \\ &\quad \times f_1^{(p-1)}(\alpha) s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (k = 2l - 1; \\ l = 1, 2, \dots) \\ (k = 2l; \\ l = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (18)$$

Поясним ход решения и приведем результаты для диэлектрического цилиндра. В соответствии с (11) правые части уравнений (14) должны быть умножены на  $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}$ , так что в первом приближении

$$A_1^{(1)} = 0; \quad B_1^{(1)} = -\sigma^0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1};$$

$$A_k^{(1)} = B_k^{(1)} = 0 \quad (k = 2, 3, \dots).$$

Погрешность второго приближения будет содержать множитель  $\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)^2$ , третьего  $\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)^3$  и т. д. В итоге для коэффициента  $A_{k=2l-1}^{(p)}$  найдем:

$$A_{k=2l-1}^{(p)} = A_{k=2l-1}^{(p-1)} - (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)^p \times$$

$$\times k \frac{\sigma^0 \alpha}{1 + \alpha^2} f_1^{(p-1)}(\alpha) s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2.$$

Аналогично запишутся выражения для  $B_{k=2l-1}^{(p)}$ ,  $A_{k=2l}^{(p)}$ ,  $B_{k=2l}^{(p)}$ .

Порядок вычислений по (17) и (18) не требует пояснений; процесс счета сходится при  $r_0^* < 1$ ,  $0 \leq \alpha < \infty$ ; нужное число приближений можно указать до расчета, определяя  $s_p^k - s_{p-1}^k$  или  $s_{p-1}^{k-1} \prod_{i=1}^{p-1} s_i^2$  по заданным значениям  $r_0^*$ . Например, для

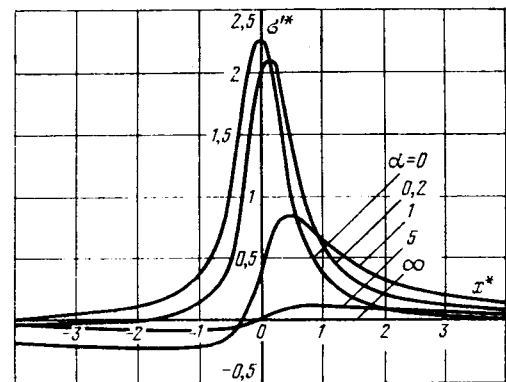


Рис. 2. Распределение зарядов на движущейся ленте; лента не заряжена.

$$\sigma^0 = 0; \quad r_0/h = 0,9; \quad x^* = x/h; \quad \sigma^{**} = \sigma' / \left(-\frac{\tau_0}{\pi h}\right).$$

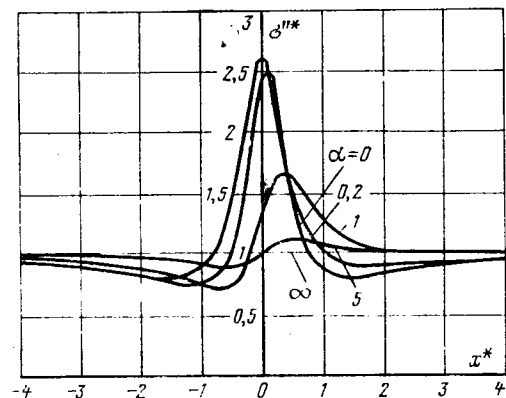


Рис. 3. Распределение зарядов на движущейся ленте; цилиндр не заряжен.

$$\sigma_0 = 0; \quad r_0/h = 0,9; \quad x^* = x/h; \quad \sigma^{**} = \sigma''/\sigma^0.$$

приводимых ниже результатов относительная погрешность в величинах всех коэффициентов уже при  $p=8$  была меньше принятого в начале расчета значения  $\delta=0,001$ .

На рис. 2 показано распределение плотности зарядов на движущейся ленте при  $\sigma^0=0$ ,  $\sigma_0 \neq 0$ . Расчеты выполнены по уравнениям (17) и (12). Рис. 2 иллюстрирует переход от электростатической задачи о цилиндре у проводящей плоскости ( $\alpha=0$ ) к задаче об уединенном цилиндре ( $\alpha=\infty$ ). По мере роста  $\alpha$  уменьшается величина избыточного заряда, наведенного на ленте  $\tau = -\frac{\tau_0}{1+\alpha^2}$ .

На рис. 3 приведено найденное по уравнениям (18) и (12) распределение плотности зарядов на ленте при  $\sigma^0 \neq 0$ ,  $\sigma_0=0$ . В этом случае избыточный наведенный заряд равен нулю. Условие  $\alpha=\infty$  соответствует электростатической задаче о цилиндре в равномерном поле. При  $\alpha=0$  приходим к нетривиальной задаче об изолированном цилиндре, помещенном вблизи одной из обкладок плоского конденсатора.

В заключение остановимся на физическом содержании полученных результатов. Уравнение (4), которому удовлетворяют распределения зарядов на ленте при ее движении в произ-

вольном плоскопараллельном электрическом поле, выражает закон непрерывности для суммы тока переноса  $v\Delta\sigma(x)$  и тока проводимости  $g_0 E_x$  [Л. 4]. Соответственно, критерий  $\alpha$  характеризует отношение тока переноса к току проводимости. Поэтому при  $\alpha \rightarrow 0$  (практически при  $\alpha < 0,1$ ) можно при расчете распределений не считаться с движением ленты, а при  $\alpha \rightarrow \infty$  (практически при  $\alpha > 10$ ) пренебречь ее проводящими свойствами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы расчета электростатических полей // Миролюбов Н. Н., Костенко В. М., Левинштейн М. Л., Тиходев Н. Н. М.: Высшая школа, 1963.
2. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1966.
3. Слышалов В. К., Хмылев Ю. И. Нейтрализация зарядов статического электричества на движущихся технологических материалах. — Электричество, 1973, № 11, с. 57—63.
4. Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. I. М.: Наука, 1970.
5. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.: Гостехиздат, 1949.

[29.4.1976]

УДК [621.319.4:537.212].001.24

## Электрическое поле на краю обкладки конденсатора при нелинейной конфигурации границы раздела сред

НАБОКА Б. Г.

Харьков

Задача расчета электрического поля на краю обкладок конденсаторов с учетом неоднородности диэлектрика возникает при оценке эффективности конструктивных мероприятий по выравниванию поля, основанных на создании областей с повышенной диэлектрической проницаемостью в зонах повышенной напряженности, при определении влияния краевых эффектов на емкость, проводимость, коэффициент абсорбции, тангенс угла потерь конденсаторов. В известных решениях подобных задач [Л. 1—3] приняты прямолинейные конфигурации всех границ раздела сред.

При кажущейся простоте таких расчетных моделей они часто не соответствуют действительности (микрофотографии поперечных разрезов конденсаторов свидетельствуют о том, что реальные границы раздела сред криволинейны), а решения получаются весьма громоздкими и, как правило, численными, а не аналитическими методами.

Ниже показано, что, используя конформное преобразование и обращение расчетной модели, удается получать точные аналитические формулы для ряда определенных криволинейных границ раздела сред, близких к реальным, а для произвольной формы границы — существенно упростить численные решения.

Рассмотрим следующую расчетную модель (рис. 1,а). Диэлектрик считаем изотропным, а конфигурацию поперечного разреза края конденсатора — прямоугольной (последнее положение не является обязательным и принято здесь лишь для простоты подбора функции  $w(z)$ ). Можно показать, что если конфигурацию границы раздела сред принять такой, как на рис. 1,б, т. е. близкую к реальной, то после конформного отображения расчетной модели на верхнюю полуплоскость комплексной плоскости  $z$  получим прямолинейные границы раздела сред (рис. 1,б). Функция  $w(z)$ , осуществляющая данное отображение известна: при прямоугольной форме края обкладки она приведена в [Л. 4], а при закругленной форме — в [Л. 5].

Далее обратим задачу, т. е. будем считать линии индукции эквипотенциалами, а эквипотенциалы — линиями индукции. Тогда обращенная задача представляет собой поле в системе двух разноименных линейных зарядов  $+q_0$  и  $-q_0$ , расположенных на расстоянии  $b=1-h/2$  по обе стороны от диэлектрической пластинки толщиной  $h=2a$ . Подобные задачи эффективно решаются аналитически с использованием принципа зеркальных отображений [Л. 6]. В частности, для данной

задачи плотность связанного заряда на границе раздела сред равна:

$$\sigma'(y) = \frac{q'_0}{\pi} \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k \left( \frac{L_k}{L_k^2 + y^2} + \frac{L_{k+1}}{L_{k+1}^2 + y^2} \right),$$

а составляющие вектора напряженности поля описываются уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_x &= \tilde{E}_x^0 + \tilde{E}_x^s; \\ \tilde{E}_y &= \tilde{E}_y^0 + \tilde{E}_y^s, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{\tilde{\epsilon}_2 - \tilde{\epsilon}_1}{\tilde{\epsilon}_2 + \tilde{\epsilon}_1} = \frac{1 - \epsilon_2/\epsilon_1}{1 + \epsilon_2/\epsilon_1};$$

$\tilde{\epsilon}_1, \tilde{\epsilon}_2$  — диэлектрические проницаемости сред в обращенной задаче, выбираемые обратно пропорциональными диэлектрическим проницаемостям сред  $\epsilon_1, \epsilon_2$  прямой задачи [Л. 7];  $q'_0 = q_0/\epsilon_2$  — расчетная плотность заряда;

$$L_k = b + kh;$$

$$\tilde{E}_x^0 = \frac{q'_0}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{x - (b + h/2)}{[x - (b + h/2)]^2 + y^2} - \frac{x + b + h/2}{(x + b + h/2)^2 + y^2} \right\};$$

$$\tilde{E}_y^0 = \frac{q'_0}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{y}{[x - (b + h/2)]^2 + y^2} - \frac{y}{(x + b + h/2)^2 + y^2} \right\};$$

$$\tilde{E}_x^s = \frac{q'_0}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{k+1} \left[ \frac{x - h/2}{|x - h/2|} \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \left( \frac{L_k + |x - h/2|}{(L_k + |x - h/2|)^2 + y^2} + \frac{L_{k+1} + |x - h/2|}{(L_{k+1} + |x - h/2|)^2 + y^2} - \right. \\ & \left. - \frac{x + h/2}{|x + h/2|} \left( \frac{L_k + |x + h/2|}{(L_k + |x + h/2|)^2 + y^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{L_{k+1} + |x + h/2|}{(L_{k+1} + |x + h/2|)^2 + y^2} \right) \right) \Bigg\}; \\ & \tilde{E}_y = \frac{q'_0}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{k+1} \left[ \frac{y}{(L_k + |x - h/2|)^2 + y^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{y}{(L_{k+1} + |x - h/2|)^2 + y^2} - \frac{y}{(L_k + |x + h/2|)^2 + y^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{y}{(L_{k+1} + |x + h/2|)^2 + y^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Связь между напряженностями поля в прямой и обращенной задаче вытекает из свойства дуальности электростатических полей [Л. 7]:

$$D_x = \beta \tilde{E}_y; \quad D_y = -\beta \tilde{E}_x, \quad (2)$$

где  $D_x, D_y$  — составляющие вектора электрической индукции в прямой задаче;  $E_x, E_y$  — составляющие вектора напряженности поля в обращенной задаче;  $\beta$  — коэффициент пропорциональности (Ф/м).

Подставляя (1) в (2) и определяя постоянный множитель

$$\frac{q'_0 \beta}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U}{\pi} \epsilon_2 \quad (3)$$

(например, интегрируя (2) вдоль окружности бесконечно малого радиуса с центром в точке  $z = +1 + j0$ ,  $\int_{\pi}^0 \sqrt{D_x^2 + D_y^2} d\varphi = -U\epsilon_2$ ), получаем тем самым решение поля конформно преобразованной задачи (рис. 1, б).

Координаты соответствующих точек в исходной задаче (рис. 1, а) определяется с помощью функции  $w(z)$ , а напряженность — по известной производной этой функции  $dw/dz$ :

$$\left. \begin{aligned} E_{wx} &= E_x \left/ \left| \frac{dw}{dz} \right| \right.; \\ E_{wy} &= E_y \left/ \left| \frac{dw}{dz} \right| \right. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Соотношения (4) используются только тогда, когда интересуется абсолютное значение напряженности в некоторой точке расчетной модели. Весь остальной анализ поля и вывод формул для краевой емкости, проводимости, коэффициенты абсорбции, тангенса угла потерь удобнее производить, ограничиваясь только выражениями (1)–(3). Так, для расчета степени изменения при переходе от однородной среды к неоднородной нормальной и тангенциальной составляющих напряженности поля на границе раздела сред получаем после подстановки (1) и (3) в (2) и перехода к пределу  $x \rightarrow h/2 + 0$  следующие безразмерные коэффициенты:

$$\begin{aligned} k_{vn} &= 1 + \frac{1}{\frac{y}{b^2 + y^2} - \frac{y}{(b+h)^2 + y^2}} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{k+1} \left( \frac{y}{L_k^2 + y^2} - \frac{y}{L_{k+2}^2 + y^2} \right); \\ k_{vt} &= 1 + \frac{1}{\frac{-b}{b^2 + y^2} - \frac{b+h}{(b+h)^2 + y^2}} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{k+1} \left( \frac{L_k}{L_k^2 + y^2} - \frac{L_{k+2}}{L_{k+2}^2 + y^2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

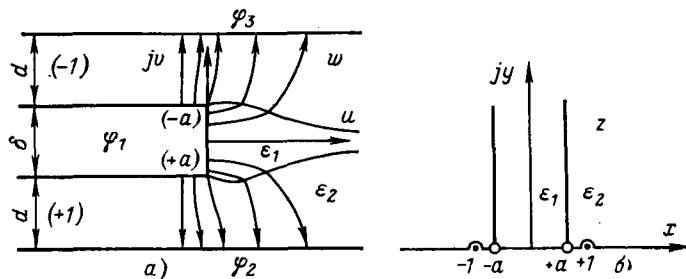


Рис. 1. Система электродов и конфигурация границы раздела сред, принятые в расчете.

а — расчетная модель (исходная задача); б — конформно-преобразованная (прямая) задача.

Рис. 2. Зависимости от координаты  $u/d$  коэффициентов  $k_{on}, k_{0\tau}$ , определяющих составляющие вектора напряженности на границе раздела сред в долях напряженности в равномерной части поля, и коэффициентов  $k_{vn}, k_{vt}$ , определяющих степень искажения поля диэлектриком ( $\delta/d = 1$ ;  $h = 2a$ ).  
1 —  $k_{0\tau}$ ; 2 —  $k_{on}$ ; 3 и 4 —  $k_{vt}$  и  $k_{vn}$  для  $v = 2$ ; 5 и 6 —  $k_{vt}$  и  $k_{vn}$  для  $v = 1/2$ ; 7 —  $k_{vt}$  для  $v = 20$ ; 8 —  $k_{vt}$  для  $v = 1/20$ .

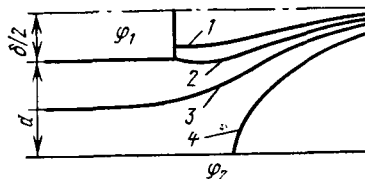
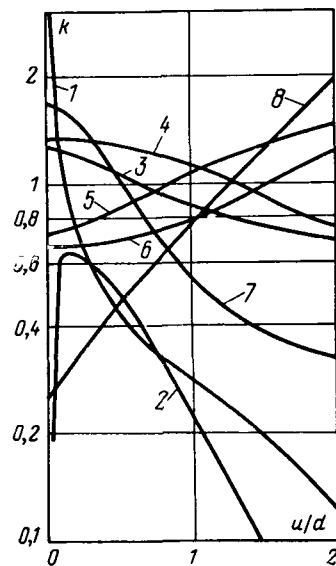


Рис. 3. Возможные конфигурации границы раздела сред, описываемые значениями параметра  $h$ , равными:

1 —  $h < 2a$ ; 2 —  $h = 2a$ ; 3 —  $h = 2$ ; 4 —  $h > 2$ .

На рис. 2 показаны зависимости коэффициентов искажения поля (5) на границе раздела сред от координаты  $u$  для системы (рис. 1, а) при  $\delta/d = 1$ . Параметр  $h = 2a$  определялся по формуле [Л. 4]:

$$h = 2a = 2\sqrt{1 - f^2}, \quad f = 1/(1 + \delta/2d).$$

На рис. 3 показаны другие возможные конфигурации границы раздела сред, описываемые значениями параметра  $h$ , отличными от  $2a$ . Уравнения (1)–(4) остаются для них в силе, только при  $h > 2$  в (3) вместо  $\epsilon_2$  будет  $\epsilon_1$ .

На рис. 1, а показаны линии индукции электрического поля при  $v = \epsilon_2/\epsilon_1 = 1/4, 5$ , построенные по уравнению линий электрической индукции, вытекающему из (2).

Отметим, что указанный подход позволяет просто получить аналитические решения целого ряда практических задач расчета плоских электростатических полей при нелинейных конфигурациях границ раздела двух и более диэлектрических сред. В тех же случаях, когда аналитическое решение обращенной задачи невозможно [поле рассчитывается при границах раздела сред, отличных от тех, которые дает функция  $w(z)$  при отображении прямых (окружностей, парабол и т. п.) из комплексной плоскости  $z$  на комплексную плоскость  $w$ ], расчет поля обращенной задачи выполняется численно, например методом интегральных уравнений [Л. 8].

При этом порядок системы интегральных уравнений для поля обращенной задачи будет ниже, чем для исходной,



а точность решения — выше, так как после конформного преобразования и обращения устраняются особенности, т. е. точки, в которых напряженность поля не определена.

**Выводы.** 1. Используя конформное преобразование и обращение расчетной модели, удается получать точные аналитические решения ряда практических задач расчета плоских электростатических полей в моделях с криволинейными, близкими к реальным, границами раздела диэлектрических сред.

2. При произвольной конфигурации границ раздела сред расчет поля моделей, для которых известна конформно-преобразующая функция, удобнее производить в обращенной задаче, используя затем свойство дуальности электростатических полей (2) для определения характеристики поля прямой задачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев Н. А. Электрическое поле у края плоского конденсатора с диэлектрической прокладкой. — ЖТФ, 1958, вып. XXVIII, № 6.

2. Минков И. М. Электростатическое поле конденсатора с диэлектрической прокладкой. — ЖТФ, 1960, вып. XXX, № 10, с. 1207—1209.

3. Конотоп В. В., Пенцов В. М., Рудаков В. В. К вопросу расчета электрического поля с учетом неоднородного диэлектрика у края обкладки конденсатора. — В кн.: Тезисы 1-й Всес. конф. «Электр. разряд в жидкости и его применение в технологии машиностроения и металлообработке». Ч. 1. Киев: Наукова думка, 1976, с. 87—88.

4. Fox M., Plessner K., Hall M. Theory of discharges at the edge in capacitors. — Proc. IEE, 1968, vol. 115, № 7, p. 1027—1033.

5. Исследование электрического поля конденсатора на краю обкладки с учетом ее толщины и закругления кромки/Хачатрян П. О., Акопян В. А., Сараджев В. А., Чатинян Ю. С. — В кн.: Межвуз. сборник научн. трудов. Электротехника, Ереван, 1976, вып. III, с. 176—192.

6. Негушил А. В. Расчеты потенциальных полей. — Труды МЭИ, М.: Госэнергоиздат, 1952, вып. IX, с. 3—25.

7. Фильчаков П. Ф., Панчишин В. П. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. Киев: Изд-во АН УССР, 1961.

8. Методы расчета электростатических полей / [Миролюбов Н. Н., Костенко М. В., Левинштейн М. Л., Тиходеев Н. Н.]. М.: Высшая школа, 1963.

[28.9.1977]

УДК 621.318.2.042.4.013.001.24

## Исследование магнитного поля в зазоре постоянных магнитов с конусообразными полюсами, армированными магнитно-мягким материалом

ГАРЬ Х. Л.

Вильнюс

Рассмотрим систему постоянных магнитов с конусообразными полюсами, сечение которых показано на рис. 1, а. Предполагается, что магниты изготовлены из идеального магнитного вещества. Поскольку нас будет интересовать лишь область с высокой однородностью магнитного поля, заменим, следуя [Л. 1 и 2], исходную осесимметричную магнитостатическую задачу на плоскую со значениями  $v = \pm 1$  потенциала  $v$  на полюсах. В [Л. 1] при решении этой задачи положения точек  $B$  и  $E$  фиксировались, а диаметр полюсных наконечников неограниченно увеличивался. Такой подход не позволяет изучить зависимость неоднородности поля от  $d/h$ . В [Л. 2] решение поставленной задачи выражается через сложные специальные функции. Между тем, как будет показано ниже, поле в области  $|x| < d/4$  довольно просто выражается через элементарные функции.

Отобразим конформно полосу  $-1 < v < 1$  в плоскости  $w$  (рис. 1, б) на область поля в плоскости  $z$ :

$$z = C \int_0^w dw \left( 1 + k^2 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi w}{2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Здесь  $k$  является решением трансцендентного уравнения

$$\frac{d}{h} = \int_0^{1/k} dq (1 - k^2 q^2)^{\frac{1}{2}} (q^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \times \times \left[ \int_0^1 dq (1 - k^2 q^2)^{\frac{1}{2}} (1 - q^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^{-1}; \quad (2)$$

$$C = \frac{\pi h}{4} \left[ \int_0^1 dq (1 - k^2 q^2)^{\frac{1}{2}} (1 - q^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^{-1}. \quad (3)$$

В используемых на практике системах  $d/h \gg 1$ . В этом случае  $k \ll 1$ . Для определения  $k$  представим первый интеграл в правой части уравнения (2) в виде суммы двух: один в пределах от 1 до  $1/\sqrt{k}$ , другой — от  $1/\sqrt{k}$  до  $1/k$ . В первом из них можно пренебречь произведением  $k^2 q^2$  по сравнению с 1, а во втором — единицей по сравнению с  $q^2$ . Полученные после

этих упрощений выражения можно проинтегрировать для рациональных значений  $\varphi = m/n$  [Л. 3]. Подставляя значения интегралов в (2), получим:

$$k = A \exp \left( -\frac{\pi d}{2h} \right); \quad A = \exp \left[ -\frac{n}{2m} + \frac{1}{2} \ln(4n) + A \right], \quad (4)$$

где

$$A_1 = \begin{cases} \frac{(1)^{m+1}}{2} \ln 2 + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} \left[ \frac{(\pi - \alpha_j)}{2} \sin(m\alpha_j) - \right. \\ \left. - \cos(m\alpha_j) \ln \left| 2 \sin \left( \frac{\alpha_j}{2} \right) \right| \right], & n = 2, 4, \dots; \\ (-1)^{m+1} \sum_{j=0}^{\frac{n-3}{2}} \left[ \cos(m\beta_j) \ln \left| 2 \cos \left( \frac{\beta_j}{2} \right) \right| + \right. \\ \left. + \frac{\beta_j}{2} \sin(m\beta_j) \right], & n = 3, 5, \dots; \\ \alpha_j = \frac{2j\pi}{n}, \quad \beta_j = \frac{(2j+1)\pi}{n}. \end{cases} \quad (5)$$

График зависимости  $A$  от  $\varphi$  приведен на рис. 2. При  $k \ll 1$  из (3) найдем

$$C = n/2. \quad (6)$$

Дифференцируя комплексный потенциал  $w$ , определим магнитное поле в области  $z$

$$-iH_x(z) - H_y(z) = \frac{dw}{dz} = \left[ C \left( 1 + k^2 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi w}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1}. \quad (7)$$

В области, где  $|k^2 \operatorname{sh}^2(\pi w/2)| \ll 1$  [что эквивалентно условию  $\operatorname{схр}[-2\pi(d/2 - |x|)/h] \ll 1$ ] из (1) имеем

$$w = 2z/h, \quad (8)$$

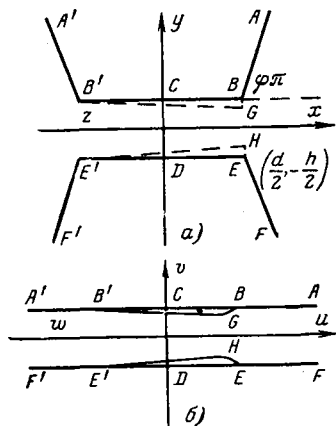


Рис. 1.

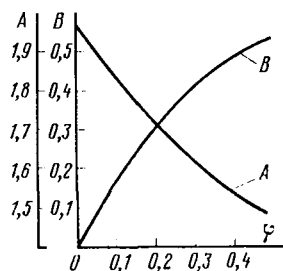


Рис. 2.

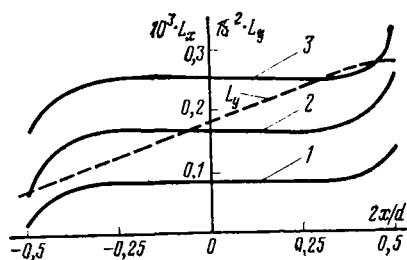


Рис. 3

Подставляя (8) в (7), получим явные выражения для компонент магнитного поля в указанной выше области:

$$\left. \begin{aligned} H_x(z) &= -\frac{2}{h} B \exp\left(-\frac{\pi d}{h}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{2\pi x}{h}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{h}\right); \\ H_y(z) &= -\frac{2}{h} \left\{ 1 + B \exp\left(-\frac{\pi d}{h}\right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ 1 - \operatorname{ch}\left(\frac{2\pi x}{h}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{h}\right) \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $B = \varphi A^2/2$ .

График зависимости  $B$  от  $\varphi$  приведен на рис. 2. Если в (9) заменить  $x$  на  $x = x_1 + d/2$  и затем перейти к пределу  $d/h \rightarrow \infty$ , то придем к выражениям для магнитного поля в системе, исследованной в [Л. 1].

Формулы (9) позволяют вычислить неоднородность магнитного поля, созданного конусообразными полюсами с параллельными наконечниками. На практике, однако, наконечники всегда выполняются с некой непараллельностью, величина которой задается отрезками  $BG$  и  $HE$ , малыми по сравнению с  $h$ . Поэтому необходимо исследовать влияние непараллельности полюсных наконечников на степень однородности магнитного поля. Обозначим уравнения линий  $B'GB$  и  $E'HE$  в плоскости  $z$  через  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , а уравнения соответствующих им кривых в области  $w$  через  $v_1(u)$  и  $v_2(u)$ . Основываясь на результатах [Л. 4], комплексный потенциал  $\omega$  магнитного поля можно записать в следующем виде:

$$\omega = w + \frac{1}{4} \int_{-t_0}^{t_0} [1 - v_1(t)] \operatorname{th}\left(\frac{\pi(w + i - t)}{4}\right) dt + \frac{1}{4} \int_{-t_0}^{t_0} \left[ 1 + v_2(t) \operatorname{cth}\left(\frac{\pi(w_0^* + i - t)}{4}\right) \right] dt, \quad (10)$$

где

$$t_0 = \frac{d}{h} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{2}{A} \quad (11)$$

есть абсцисса точки  $B$  в области  $w$ .

Обозначим координаты точек на прямых  $B'B$  и  $E'E$  в области  $z$  через  $z_0 = x_0 \pm ih/2$ , а координаты их образов в области  $w$  через  $w_0 = u_0 \pm i$ . Из формул (1) и (8) находим

$$x_0 = \begin{cases} u_0 \frac{h}{2} & u_0 \leq u_1; \\ \frac{d}{2} + R(u_0) & u_0 \geq u_1, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d}{2h} + \frac{1}{\pi} \ln \frac{u}{A}; \\ R(u_0) &= -\frac{h}{\pi} \int_{c_1}^{1/k} \frac{dq}{q} (1 - k^2 q^2)^{-\varphi} = \\ &= \frac{h}{2\pi} \left[ \frac{n}{m} a^m + \ln(1 - a) + R_1(a) \right], \\ c_1 &= \operatorname{ch}\left(\frac{\pi u_0}{2}\right), \quad a = (1 - k^2 c_1^2)^{1/n}. \end{aligned} \quad (13)$$

Величина  $R_1(a)$  зависит от четности  $n$ . Для четных значений  $n$

$$\begin{aligned} R_1(a) &= (-1)^m \ln(1 + a) + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} \cos(m\alpha_j) \ln[1 - 2a \cos(\alpha_j) + a^2] - \\ &- 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} \sin(m\alpha_j) \left[ \operatorname{arctg}\left(\frac{a - \cos \alpha_j}{\sin \alpha_j}\right) + \frac{\pi}{2} - \alpha_j \right]; \end{aligned} \quad (14)$$

для нечетных

$$\begin{aligned} R_1(a) &= (-1)^m \left\{ \sum_{j=0}^{\frac{n-3}{2}} \cos(m\beta_j) \ln(1 + 2a \cos \beta_j + a^2) + \right. \\ &+ \left. \sum_{j=0}^{\frac{n-3}{2}} \sin(m\beta_j) \left[ 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{a + \cos \beta_j}{\sin \beta_j}\right) + 2\beta_j - \pi \right] \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Перейдем теперь к определению  $v_{1,2}(t)$ . Обозначим координаты точек на линиях  $B'GB$  и  $E'HE$  в плоскости  $z$  через  $z_0 + i\Delta y$ , а координаты их образов в плоскости  $w$  через  $w_0 + i\Delta w$ . Из формул (1) и (6) находим:

$$i\Delta y = \frac{h}{2} \int_{w_0}^{w_0 + \Delta w} dw \left( 1 + k^2 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi w}{2} \right)^{-\varphi}. \quad (16)$$

Раскладывая правую часть (16) в ряд Тейлора, найдем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta w &= \frac{a^n - [a^n (\varphi+1) - 2i\Delta y b (\varphi+1)/h]^{1/(\varphi+1)}}{b}; \\ b &= \frac{\pi}{2} k^2 \operatorname{sh}^2(\pi u_0). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Таким образом, все величины, входящие в определение комплексного потенциала  $\omega$ , найдены. Величину неоднородности магнитного поля определим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} L_x(z) &= \frac{H_x(z)}{H_y\left(0, \frac{h}{4}\right)}; \\ L_y(z) &= \frac{H_y(z) - H_y\left(0, \frac{h}{4}\right)}{H_y\left(0, \frac{h}{4}\right)}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Графики зависимости  $L_x$  и  $L_y$  от  $x$  при разных значениях  $y$  приведены на рис. 3. Расчеты показывают, что неоднородность поля, возникающая из-за непараллельности полюсных наконечников, есть величина порядка  $BG/h$ . Отсюда следует, что для получения магнитных систем с высокой однородностью магнитного поля ( $L_x, L_y < 10^{-4}$ ), необходимо налагать жесткие требования ( $BG < 10^{-4}h$ ) на параллельность полюсных наконечников.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герберг А. Н., Кирсанова Н. М. Расчет топографии магнитного поля в зазоре постоянных магнитов с конусообраз-

ными полюсами. — Электронная техника. Серия 7. Ферритовая техника, 1970, вып. 2, с. 70—76.

2. Преображенский А. А., Шарыгин Н. В., Васильев Б. А. Расчет зависимости изменения напряженности магнитного поля при варьировании рабочего зазора системы в заданных пределах. — Изв. вузов. Приборостроение, 1976, № 2, с. 57—62.

3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1965.

[15.6.1977]

УДК 621.314.632 : 621.382.233.0 26.001.57

## Упрощенное математическое моделирование тиристорных преобразователей

КРЫЛОВ О. А., МАЗИЯ Л. В., СИРОТКИН И. Д.

Москва

При исследовании методами аналогового математического моделирования систем автоматизированного управления, содержащих тиристорные преобразователи обычно основное внимание уделяется качеству переходных процессов системы, анализу влияния различного рода обратных связей и формированию регулирующих воздействий. В этих случаях силовая часть выпрямительного или инверторного устройства принимается безынерционной и вводится среднее значение выпрямленного напряжения [Л. 1—3]. Однако такой подход не всегда может обеспечить необходимую точность получаемых результатов.

Общие принципы построения математической модели, воспроизводящей реальную кривую выпрямленного напряжения при произвольных углах управления и коммутации вентилей показаны в [Л. 4].

В работах [Л. 5, 6] приводятся примеры построения математических моделей трехфазных мостовых схем на аналоговых вычислительных машинах. Модель [Л. 5] воспроизводит произвольный режим работы мостовой схемы, но требует дополнительных мероприятий по стабилизации решающих усилителей: отрицательным последствием этих мероприятий является снижение точности получаемых результатов. Модель [Л. 6] работает при одном определенном порядке коммутации вентилей (например, при чередовании проводящих ток вентилей по два и по три) и требует дополнения аналоговой машины внешним устройством, задающим этот порядок коммутации.

В настоящей статье описана модель, позволяющая воспроизводить процессы в преобразователях, собранных по различным схемам (мостовая, нулевая, с уравнительным реактором), и также работающих при определенном порядке коммутации вентилей. В этом смысле модель является упрощенной. Особенность предлагаемой методики состоит в том, что напряжение преобразователя на стороне постоянного тока  $u_d$  определяется как разность напряжения холостого хода  $u_{d0}$  при нулевом угле управления и падения напряжения, величина которого зависит от угла управления  $\alpha$ , индуктивности и активного сопротивления обмотки трансформатора. Моделирование осуществляется на базе стандартных решающих элементов аналоговой машины, число которых сведено к минимуму за счет использования в модели одного контура коммутации.

Рассмотрим  $m$ -фазную нулевую схему (рис. 1). В межкоммутационном интервале времени, когда ток проводит вентиль в фазе  $I$ , напряжение на нагрузке определяется выражением

$$u_d = e_1 - Ri_d - Lpi_d = e_1 - Ri_d(1 + \tau_{kp}),$$

где  $e_1$  — э. д. с. фазы  $I$  трансформатора;  $R, L$  — сопротивление и индуктивность обмотки трансформатора;  $i_d$  — выпрямленное значение тока;

$\tau_k = \frac{L}{R}$  — постоянная времени контура коммутации.

В общем виде, т. е. для всех фаз трансформатора, получаем:

$$u_d = e_j - Ri_{dj}(1 + \tau_{kp}), \quad (1)$$

где  $e_j$  поочередно принимает значения  $e_1, e_2, \dots$  (рис. 2);  $i_{dj} = i_d$  — ток, протекающий по  $j$ -й обмотке трансформатора.

Для интервала коммутации, когда ток проводят вентили в фазах  $1$  и  $2$ , напряжение на нагрузке может быть представлено в виде

$$u_d = e_1 - Ri_d - Lpi_d + Ri_{k1} + Lpi_{k1},$$

т. е. для любого интервала коммутации получим

$$u_d = e_j - Ri_d(1 + \tau_{kp}) + Ri_{kj}(1 + \tau_{kp}). \quad (2)$$

Введем релейные функции  $T_{kj}$ , принимающие значения  $T_{kj} = 1$  в интервале коммутации  $j$ -го вентилей и  $T_{kj} = 0$  во всех остальных интервалах времени. Тогда уравнения (1) и (2) можно объединить в одно, справедливое для всех интервалов времени:

$$u_d = e_j - Ri_d(1 + \tau_{kp}) + R \sum_{j=1}^m i_{kj}(1 + \tau_{kp}) T_{kj}. \quad (3)$$

Обозначив через  $u_{d0}$  напряжение холостого хода преобразователя (ограничивающую синусоидальных э. д. с. трансформатора) можно записать

$$e_j = u_{d0} - \sum_{j=1}^m e_{kj} T_{aj}, \quad (4)$$

где  $e_{kj} = e_{j+1} - e_j$ ;  $T_{aj}$  — релейная функция, принимающая значения  $T_{aj} = 1$  от момента естественного зажигания  $(j+1)$ -го вентилей до момента окончания коммутации  $j$ -го вентилей и  $T_{aj} = 0$  в остальной части периода.

Таким образом, окончательно получаем:

$$u_d = u_{d0} - \sum_{j=1}^m e_{kj} T_{dj} - Ri_d(1 + \tau_{kp}) + \sum_{j=1}^m Ri_{kj}(1 + \tau_{kp}) T_{kj}. \quad (5)$$

Для контура коммутации вентилей  $1$  справедливо уравнение

$$e_2 - e_1 = 2Ri_{k1}(1 + \tau_{kp}) - Ri_d(1 + \tau_{kp}),$$

т. е. для контура коммутации любого вентилей имеем

$$e_{kj} = 2Ri_{kj}(1 + \tau_{kp}) - Ri_d(1 + \tau_{kp}). \quad (6)$$

Уравнения для схемы с уравнительным реактором и мостовых схем будут аналогичны уравнениям (5) и (6). Обобщ-

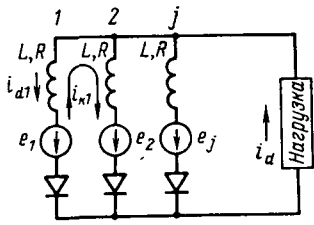


Рис. 1. Электродвижущие силы и токи в  $m$ -фазной нулевой схеме.

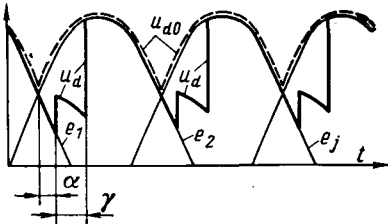


Рис. 2. Кривая выпрямленного напряжения  $m$ -фазной нулевой схемы.

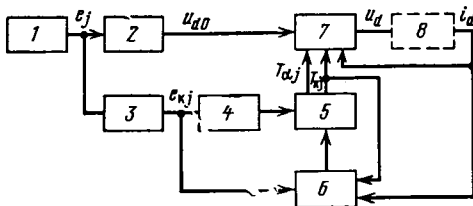


Рис. 3. Структурная схема модели тиристорных преобразователей.

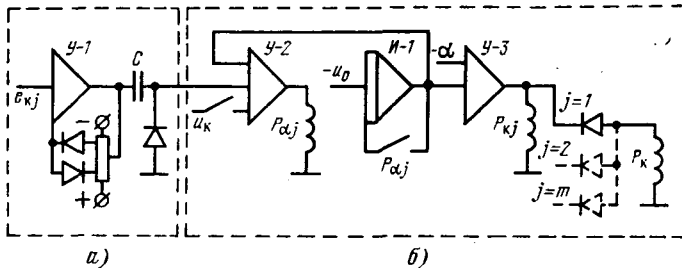


Рис. 4. Электронные схемы модели.  
а — «начало отсчета»; б — формирование релейных функций.

щенные уравнения имеют следующий вид:

$$u_d = u_{d0} - k'_m k_y \sum_{j=1}^m e_{kj} T_{\alpha j} - k_m k_y R i_d (1 + \tau_k p) + k'_m k_y \sum_{j=1}^m R i_{kj} (1 + \tau_k p) T_{kj}; \quad (7)$$

$$e_{kj} = 2R i_{kj} (1 + \tau_k p) - k_y k''_m R i_d (1 + \tau_k p). \quad (8)$$

Значения коэффициентов  $k_y$ ,  $k_m$ ,  $k'_m$ ,  $k''_m$  представлены в таблице.

Схема соединений	$k_y$	$k_m$	$k'_m$	$k''_m$
$m$ -фазная нулевая	1	1	1	1
$m$ -фазная с уравнительным реактором	0,5	1	1	1
2-фазная мостовая схема	1	2	2	2
$m$ -фазная мостовая, $m$ — нечетное	1	2	2	1
$m$ -фазная мостовая, $m-2$ — четное	1	1	2	1

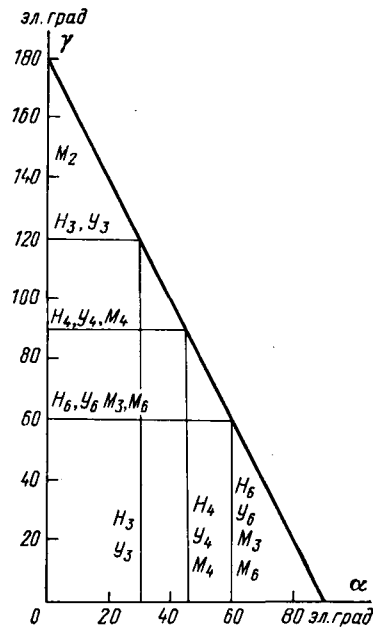


Рис. 5. Области предельных углов управления и коммутации для активной и индуктивной нагрузки.

$H$  — нулевая схема;  $Y$  — схема с уравнительным реактором;  $M$  — мостовая схема; индекс характеризует число фаз.

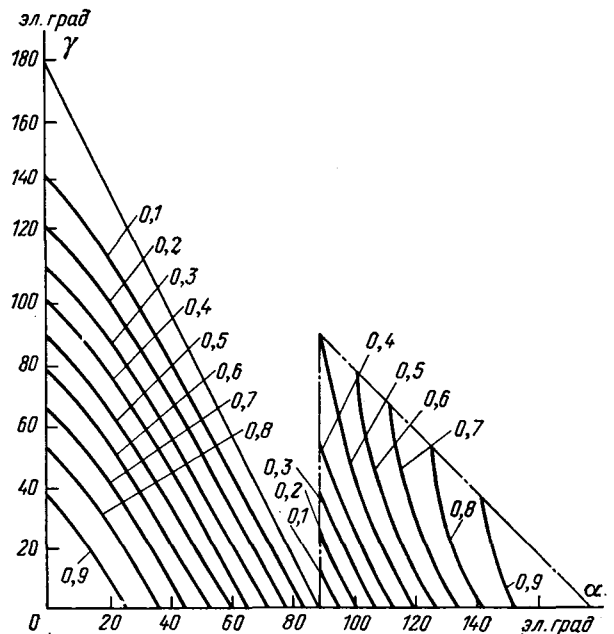


Рис. 6. Области предельных углов управления и коммутации при работе выпрямителя на противо-э. д. с. и инвертора от источника постоянного напряжения.

Подставив в (7) значение  $i_k$  из (8), получим зависимость выпрямленного напряжения на нагрузке в функции напряжения холостого хода преобразователя, э. д. с. обмоток трансформатора и тока нагрузки

$$u_d = u_{d0} - k_y k'_m \sum_{j=1}^m e_{kj} T_{\alpha j} - k_y k_m R i_d (1 + \tau_k p) + 0,5 k_y k'_m \sum_{j=1}^m [e_{kj} + k''_m k_y R i_d (1 + \tau_k p)] T_{kj}. \quad (9)$$

Уравнение (8) представим в виде

$$-\frac{e_{kj}}{1 + \tau_k p} + (2k_y - k_y k''_m) R i_d = u_k. \quad (10)$$

На основании (10) определяется момент окончания коммутации в  $j$ -м контуре ( $u_k = 0$ ), что соответствует  $i_k = k_y i_d$ .

Принимая во внимание, что рассматриваемые процессы коммутации одновременно протекают не более чем в одном контуре, уравнение (10) можно записать в более общей форме:

$$-\frac{1}{(1 + \tau_k p)} + (2k_y - k_y k''_m) R i_d = u_k. \quad (11)$$

Таким образом, решение одного уравнения (11) позволяет определить моменты окончания коммутации во всех контурах.

Структурная схема аналоговой модели, воспроизводящей выпрямленное напряжение преобразователя, приведена на рис. 3.

На выходе генератора гармонических колебаний 1 формируются э. д. с. фаз трансформатора. Напряжение холостого хода преобразователя  $u_{d0}$  формируется с помощью диодной схемы и операционного усилителя (блок 2), а э. д. с. коммутации — как разность э. д. с. фаз трансформатора (блок 3). В тех случаях, когда выходные напряжения генератора гармонических колебаний воспроизводят не фазные, а линейные э. д. с. трансформатора, необходимость в блоке 3 отпадает.

Схема „начало отсчета“ (блок 4) обеспечивает определение момента прохождения через нуль э. д. с.  $e_{kj}$  при условии  $\frac{de_{kj}}{dt} > 0$  (точка естественного зажигания вентилей). Эта схема

изображена на рис. 4. Там же показана схема формирования релейных функций  $T_{kj}$ ,  $T_{aj}$  (блок 5 на рис. 3), характеризующих наличие или отсутствие процессов коммутации и управления вентилей. Эти функции моделируются замкнутым или разомкнутым положением контактов поляризованных реле  $P_{kj}$ ,  $P_{aj}$ . В момент времени, соответствующий точке естественного зажигания вентилей усилитель  $U=1$  выдает сигнал на усилитель  $U=2$ , что вызывает срабатывание реле  $P_{aj}$ , которое остается включенным до окончания коммутации за счет сигнала, поступающего с интегратора И-1.

Включение реле  $P_{kj}$  происходит в момент начала коммутации, определяемый величиной угла управления  $\alpha$ . В течение процесса коммутации реле  $P_{kj}$  остается включенным. Окончание коммутации соответствует  $u_k = 0$ , а смена знака  $u_k$  приводит к переключению реле  $P_{aj}$  и сбросу напряжения на интеграторе И-1. После этого реле  $P_{kj}$  приходит в исходное состояние и размыкает цепь сигнала  $u_k$  на входе усилителя  $U=2$ , возвращая тем самым реле  $P_{aj}$  в первоначальное положение. Схема оказывается подготовленной к повторному включению.

Блок 6 (рис. 3) воспроизводит решение уравнения (11). Сигналы  $e_{kj}$  через контакты реле  $P_{kj}$  поступают на вход интегрирующего усилителя с отрицательной обратной связью. Выходной сигнал интегратора и сигнал, пропорциональный  $i_d$  подаются на суммирующий усилитель, на выходе которого формируется напряжение  $u_k$ . Для сброса напряжения на интеграторе в момент окончания коммутации и подготовки схемы модели к очередному включению цепь обратной связи интегратора шунтируется контактом реле  $P_k$  (рис. 4), определяющим коммутационные и межкоммутационные периоды работы схемы.

Формирование напряжения  $u_d$  (блок 7) согласно (9) производится на одном суммирующем усилителе. Ток нагрузки  $i_d$  определяется как функция напряжения  $u_d$  и заданных параметров нагрузки (блок 8).

При проведении исследований на модели необходимо соблюдать условие одновременного протекания процессов коммутации не более, чем в одном контуре. В качестве контроля могут служить кривые предельных углов управления и коммутации, построенные на плоскости  $\alpha, \gamma$ . Область, ограниченная этими кривыми и осями координат, характеризует зону правильной работы модели. На рис. 5 построены кривые для активной и индуктивной нагрузки. Горизонтальные линии показывают предельные значения углов коммутации в различных схемах, вертикальные линии — углов управления при работе на активную нагрузку, наклонная линия ограничивает область допустимых углов при работе на индуктивную нагрузку. Эта область сужается, если нагрузкой является противо-э. д. с. двигателя. На рис. 6 показаны семейства кривых при работе вентильной схемы в выпрямительном режиме на противо-э. д. с. двигателя и в инверторном режиме от источника постоянного напряжения. Значения противо-э. д. с. двигателя и напряжения источника питания даны в относительных единицах, причем в качестве базисной величины принято среднее значение  $u_{d0}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богачков М. Л., Новицкий В. Г. Моделирование преобразователей электропередачи постоянного тока. — В кн.: Сборник «Электроэнергетика». М.: Наука, 1964.
2. Дунаевский С. Я., Крылов О. А., Мазия Л. В. Моделирование элементов электромеханических систем. М.: Энергия, 1966.
3. Типикин А. М. Математическое моделирование внешней характеристики управляемого выпрямителя. — Изв. вузов. Электромеханика, 1966, № 10.
4. Болдырев Е. А. Принцип расчета электрических цепей с идеальными вентилями. — Электричество, 1973, № 12, с. 67—69.
5. Груздев И. А., Кучумов Л. А., Соколов Н. И. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических расчетах. М.: Энергия, 1964.
6. Богрий В. С., Русских А. А. Математическое моделирование тиристорных преобразователей. М.: Энергия, 1972.

[12.2.1976]

## Влияние параметров схемы замещения магнитного подвеса с резонансной цепью на его силовые характеристики

Канд. техн. наук ГАЛКИН В. И.

ВНИИЭМ

Магнитный подвес с резонансной цепью благодаря простоте конструктивного исполнения находит применение в самых разнообразных электромагнитных устройствах: в интегрирующих гироскопах поплавкового типа, в высокоскоростном транспорте для стабилизации экипажа, в электрических машинах [Л. 1—5]. Для надежного проектирования и правильной оценки его возможностей разработчику важно знать, каким образом параметры подвеса влияют на его силовые характеристики и область функционирования, в каком направлении необходимо воздействовать на эти параметры (выбором размера воздушного зазора, частоты питания, значения включае-

мого емкостного сопротивления и т. д.), чтобы спроектировать магнитный подвес с желаемыми характеристиками.

В известных теоретических работах на эту тему [Л. 2—4] рассматривается, как правило, наиболее простой случай — последовательная цепочка  $r, L, C$ , где  $r$  — омическое сопротивление обмотки полюса подвеса. Полная схема замещения магнитного подвеса является, безусловно, более сложной (рис. 1, а). В ее состав кроме индуктивного сопротивления  $x_d$ , обусловленного магнитным сопротивлением гладкого воздушного зазора, емкостного сопротивления  $x_c$  и активного сопро-

тивления обмотки полюса  $r_1$  входят: индуктивное сопротивление рассеяния обмотки полюса  $x_1$ ; активное сопротивление от потерь в стали магнитопровода  $r_\mu$ ; индуктивное сопротивление, обусловленное магнитным сопротивлением стали магнитопровода  $x_\mu$ . Попытки учесть рассеяние и потери в стали [Л. 6, 7] приводили к сложным и трудоемким для анализа соотношениям, не позволявшим аналитическими методами определять область функционирования подвеса.

В настоящей статье поставленная задача — исследование влияния отдельных параметров полной схемы замещения магнитного подвеса (рис. 1, а) на его силовые характеристики решается путем рассмотрения ряда вспомогательных схем замещения (рис. 1, б—д), удобных для качественного и количественного анализа этого влияния, в которых для этих целей могут быть использованы аналитические методы.

Вначале рассматривается последовательная схема соединения  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_c$  (рис. 1, б), принятая в дальнейшем за базовую. Затем, добавляя к ней элементы  $x_1$ ,  $x_\mu$ ,  $r_\mu$  схемы рис. 1, а исследуется, как каждый из этих элементов в отдельности изменяет силовые характеристики и область функционирования магнитного подвеса с последовательной схемой замещения (рис. 1, б). Качественно это влияние будет сохраняться и в полной схеме замещения (рис. 1, а).

Исследования ведутся на основе уравнения [Л. 8], выведенного для двухполюсного подвеса с магнитно-разобшенными полюсами. Для схемы замещения (рис. 1, а) оно запишется в виде:

$$F_{II} = F_0 \left[ \frac{M^2 + N^2}{\left( M - \frac{x_c - x_1}{x_{\delta_0}} \epsilon \right)^2 + \left( N + \frac{r_1}{x_{\delta_0}} \epsilon \right)^2} - \frac{M^2 + N^2}{\left( M + \frac{x_c - x_1}{x_{\delta_0}} \epsilon \right)^2 + \left( N - \frac{r_1}{x_{\delta_0}} \epsilon \right)^2} \right], \quad (1)$$

где

$$M = 1 + \frac{r_1}{r_\mu} - (x_c - x_1) \left( \frac{1}{x_{\delta_0}} + \frac{1}{x_\mu} \right);$$

$$N = r_1 \left( \frac{1}{x_{\delta_0}} + \frac{1}{x_\mu} \right) + \frac{x_c - x_1}{r_\mu};$$

$F_0$  — сила магнитного притяжения со стороны одного полюса, когда ротор находится посередине между полюсами  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$ ;

$x_{\delta_0}$  — индуктивное сопротивление при том же положении ротора;

$\epsilon$  — относительный эксцентриситет.

Уравнение было получено при допущениях: изменяемая часть магнитной энергии сосредоточена в гладком воздушном зазоре;

при смещениях ротора сопротивления  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $x_\mu$  и  $r_\mu$  остаются неизменными.

При исследовании схем замещения (рис. 1) воспользуемся общепринятыми в теории магнитного подвеса с резонансной цепью понятиями: добротностью схемы замещения  $Q$  (отношение индуктивного сопротивления схемы замещения к активному) и точкой настройки  $\gamma$  (отношение активного сопротивления схемы замещения к полному), определяемыми в точке исходного положения ротора, как правило, когда  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$ .

Последовательное включение  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_c$  (рис. 1, б). В рассматриваемой схеме

$$Q = \frac{x_{\delta_0}}{r_1}; \quad \gamma = \frac{r_1}{z_0}, \quad (2)$$

где  $z_0 = \sqrt{r_1^2 + (x_{\delta_0} - x_c)^2}$ .

Связь между  $\gamma$  и значением включаемой емкости определяется соотношением:

$$x_c = r_1 \left( Q - \frac{\sqrt{1 - \gamma^2}}{\gamma} \right). \quad (3)$$

Учитывая (2), (3) и то, что для рассматриваемой схемы  $x_\mu = r_\mu = \infty$ , уравнение для определения центрирующей силы

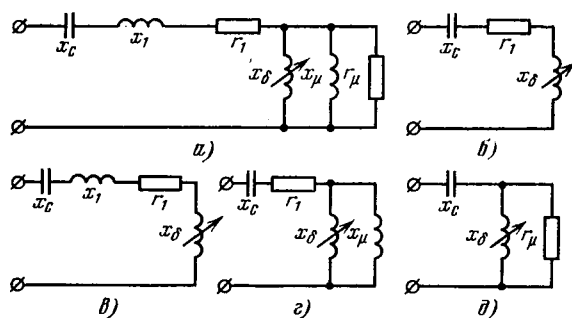


Рис. 1. Исследуемые схемы замещения магнитного подвеса.

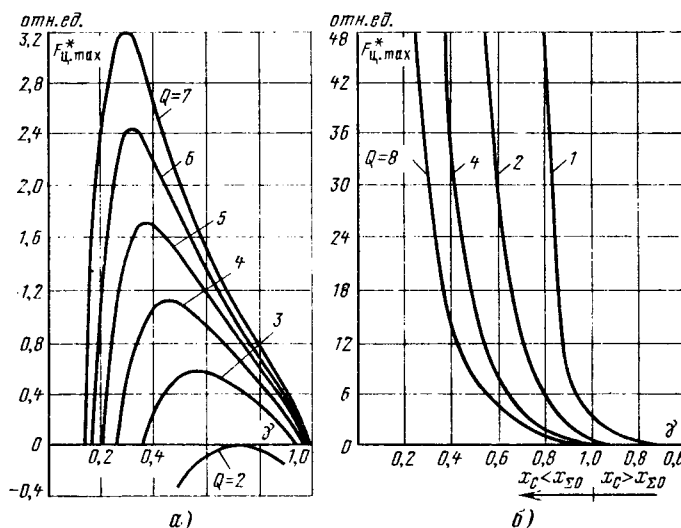


Рис. 2. Кривые зависимости  $F^*_{II, \max} = f(\gamma)$ .

а — для последовательной схемы замещения (рис. 1, б); б — для схемы замещения с параллельным включением  $r_\mu$  (рис. 1, д).

(1) после ряда преобразований может быть записано через параметры  $Q$ ,  $\gamma$  и  $\epsilon$ :

$$F^*_{II} = \frac{F_{II}}{F_0} = \frac{4\epsilon\alpha}{1 - 2\epsilon^2(\alpha^2 - Q^2\gamma^4) + \epsilon^4(\alpha^2 + Q^2\gamma^4)^2}, \quad (4)$$

где  $\alpha = Q\gamma\sqrt{1 - \gamma^2} - 1$ .

Исследование этого уравнения на экстремум по  $\epsilon$  дает следующее выражение для эксцентриситета, при котором значение центрирующей силы при заданных  $Q$  и  $\gamma$  будет максимальным:

$$\epsilon_m = \frac{\sqrt{(\alpha^2 - Q^2\gamma^4) + \sqrt{(\alpha^2 - Q^2\gamma^4)^2 + 3(\alpha^2 + Q^2\gamma^4)^2}}}{\sqrt{3}(\alpha^2 + Q^2\gamma^4)}. \quad (5)$$

На рис. 2, а приведены кривые, показывающие характер зависимости  $F^*_{II, \max} = f(\gamma)$  при заданных  $Q$ . Более подробно характер изменения центрирующих сил проанализирован в [Л. 9].

Из уравнения (4) видно, что условием функционирования подвеса, т. е. условием появления центрирующей силы, является выполнение неравенства

$$Q > \frac{1}{\gamma\sqrt{1 - \gamma^2}}. \quad (6)$$

Таким образом, область функционирования магнитного подвеса при последовательном соединении  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_c$  ограничена параболой с вершиной в точке  $\gamma = 0,707$ ,  $Q = 2$  (рис. 3, кривая 1). Это указывает на то, что известное условие функционирования подвеса  $Q > 2$  [Л. 4] является лишь частным случаем, справедливым при  $\gamma = 0,707$ .

Так как точка настройки фактически определяется выбором значения включаемой емкости, то, используя соотноше-

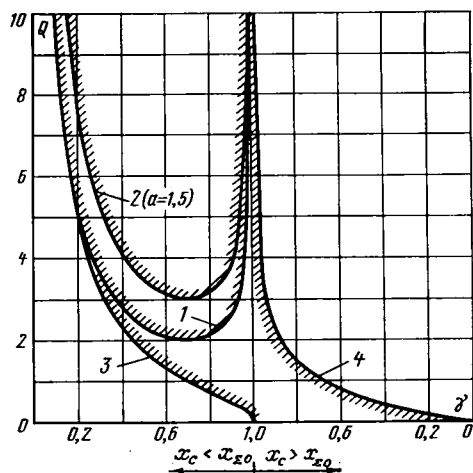


Рис. 3. Области функционирования магнитного подвеса для разных схем замещения.

1 — для схемы рис. 1, б; 2 — рис. 1, в; 3, 4 — рис. 1, д.

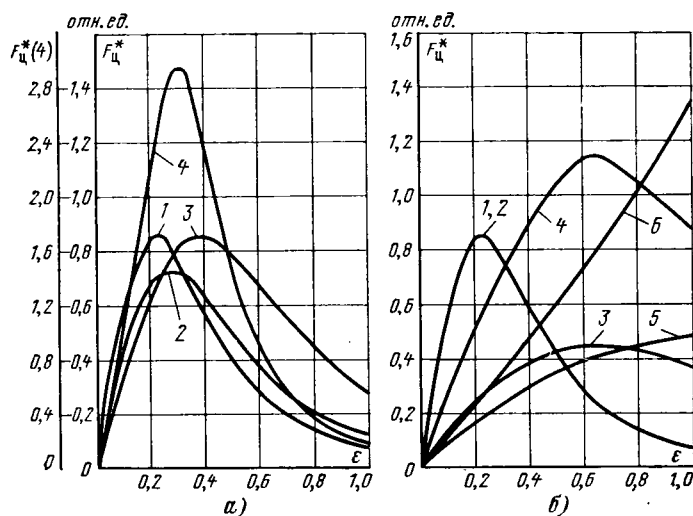


Рис. 4. Силовые характеристики схем замещения.

а — при одинаковых значениях  $Q=5$  и  $\gamma=0,707$ : 1 — рис. 1, б; 2 — рис. 1, в ( $a=1,2$ ); 3 — рис. 1, в, ( $b=1,67$ ); 4 — рис. 1, д; б — при одинаковых  $\gamma=0,707$ , но изменяющихся  $Q$ : 1 — рис. 1, б ( $Q=5$ ); 2 — рис. 1, в ( $Q=6$ ,  $a=1,2$ ); 3 — рис. 1, в, ( $Q=3$ ,  $b=1,67$ ); 4 — при смешанном соединении  $r$  ( $Q=2,45$ ;  $r_1=0,2$ ;  $r_\mu=5$ ;  $x_{\delta_0}=1$ ); 5 — рис. 1, а ( $Q=2,93$ ;  $r_1=0,2$ ;  $x_1=0,2$ ;  $r_\mu=5$ ;  $x_\mu=1,5$ ;  $x_{\delta_0}=1$ ); 6 — рис. 1, д ( $Q=1,5$ ).

ние (3), условие функционирования подвеса (6) можно записать и в виде

$$Q > \frac{1}{\sqrt{x^*_{\text{с}}(1-x^*_{\text{с}})}}, \quad (7)$$

где  $x^*_{\text{с}} = x_{\text{с}}/x_{\delta_0}$  — значение включаемой емкости в относительных единицах.

Схема последовательного соединения  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_{\text{с}}$  с учетом индуктивного сопротивления рассеяния  $x_1$  (рис. 1, в). Наличие индуктивного сопротивления рассеяния в схеме  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_{\text{с}}$  приводит к увеличению добротности схемы и уменьшению  $\gamma$  при прежнем  $x_{\text{с}}$ :

$$Q = \frac{x_{\Sigma_0}}{r_1} = \frac{x_{\delta_0}}{r_1} \left( 1 + \frac{x_1}{x_{\delta_0}} \right) = \frac{x_{\delta_0}}{r_1} a; \quad \gamma = \frac{r_1}{z_0}, \quad (8)$$

где

$$z_0 = \sqrt{r_1^2 + [(x_{\delta_0} + x_1) - x_{\text{с}}]^2}; \quad (9)$$

$a$  — коэффициент, учитывающий увеличение добротности схемы.

С учетом принятых обозначений уравнение (1) для определения центрирующей силы запишется:

$$F^*_{\text{ц}} = \frac{4a^2\epsilon\beta}{a^4 - 2\epsilon^2a^2(\beta^2 - Q^2\gamma^4) + \epsilon^4(\beta^2 + Q^2\gamma^4)^2}, \quad (10)$$

где  $\beta = Q\gamma\sqrt{1-\gamma^2} - a$ .

Выражение для эксцентриситета, при котором центрирующая сила будет наибольшей, в этом случае запишется в виде:

$$\epsilon_m = a \frac{\sqrt{(\beta^2 - Q^2\gamma^4) + \sqrt{(\beta^2 - Q^2\gamma^4)^2 + 3(\beta^2 + Q^2\gamma^4)^2}}}{\sqrt{3(\beta^2 + Q^2\gamma^4)}}. \quad (11)$$

Условие функционирования подвеса теперь будет определяться, как это видно из (10), неравенством

$$Q > \frac{a}{\gamma\sqrt{1-\gamma^2}}, \quad (12)$$

т. е. минимально допустимая добротность по сравнению с последовательной схемой (рис. 1, б) увеличится в  $a$  раз (рис. 3, кривая 2). Если перейти к емкостным сопротивлениям, то это условие запишется в виде:

$$Q > \frac{a}{\sqrt{(1-a+x^*_{\text{с}})(a-x^*_{\text{с}})}}. \quad (13)$$

Анализ уравнений (10) и (11) и сравнение их с (4) и (5) показывают, что при одинаковых значениях добротности и  $\gamma$  наличие сопротивления рассеяния приводит к уменьшению максимальной центрирующей силы подвеса и увеличению эксцентриситета, при котором она возникает (рис. 4, а, кривые 1, 2). Если силовые характеристики подвеса при наличии  $x_1$  и заданных  $Q$  и  $\gamma$  сравнивать с силовыми характеристиками подвеса без  $x_1$  при том же  $\gamma$ , но  $Q$ , в  $a$  раз меньше, то они будут совершенно одинаковыми (рис. 4, б, кривые 1, 2). Это означает, что при практическом проектировании магнитного подвеса с учетом рассеяния можно воспользоваться силовыми характеристиками подвеса без учета рассеяния (рис. 2, а), но для  $Q$ , в  $a$  раз меньшего. Для того чтобы  $\gamma$  были одинаковыми, необходимо, как это видно из (9), увеличить  $x_{\text{с}}$  на  $x_1$ .

Таким образом, индуктивное сопротивление рассеяния  $x_1$  лишь формально увеличивает добротность схемы замещения магнитного подвеса. На самом деле работоспособность магнитного подвеса будет определяться отношением изменяемой части  $x_{\Sigma_0}$  к активному сопротивлению  $Q = x_{\delta_0}/r_1$ . Наличие  $x_1$  потребует лишь соответствующего увеличения емкостного сопротивления.

Схема при параллельном включении с  $x_\delta$  индуктивного сопротивления  $x_\mu$  (рис. 1, з). Добротность и точка настройки такой схемы замещения будут определяться следующими соотношениями:

$$Q = \frac{x_{\Sigma_0}}{r_1} = \frac{x_{\delta_0}}{r_1} \left( \frac{x_\mu}{x_{\delta_0} + x_\mu} \right) = \frac{x_{\delta_0}}{r_1 b}; \quad \gamma = \frac{r_1}{z_0}, \quad (14)$$

где

$$z_0 = \sqrt{r_1^2 + \left( x_{\delta_0} - \frac{b-1}{b} x_{\delta_0} - x_{\text{с}} \right)^2}; \quad (15)$$

$b$  — коэффициент, учитывающий уменьшение добротности схемы замещения  $r_1$ ,  $x_\delta$ ,  $x_{\text{с}}$  при включении  $x_\mu$ .

Уравнение для определения центрирующей силы магнитного подвеса при такой схеме замещения имеет вид:

$$F^*_{\text{ц}} = \frac{4\epsilon b^2 a}{b^4 - 2\epsilon^2 b^2 (a^2 - Q^2\gamma^4) + \epsilon^4 (a^2 + Q^2\gamma^4)^2}. \quad (16)$$

Исследование этого уравнения на максимум по  $\epsilon$  показывает, что

$$\epsilon_m = b \frac{\sqrt{(a^2 - Q^2\gamma^4) + \sqrt{(a^2 - Q^2\gamma^4)^2 + 3(a^2 + Q^2\gamma^4)^2}}}{\sqrt{3(a^2 + Q^2\gamma^4)}}, \quad (17)$$

т. е. эксцентриситет, при котором возникает максимальная центрирующая сила, при параллельном включении индуктивного сопротивления  $x_\mu$  будет в  $b$  раз больше, чем без него

$$\epsilon_m(b>1) = b\epsilon_m(b=1).$$

Максимальная центрирующая сила при условии одинаковых  $Q$  и  $\gamma$  останется неизменной (рис. 4,а, кривые 1, 3). Область функционирования также не изменится и будет описываться тем же неравенством, что и при  $b=1$  (6).

При включении в схему  $r_1$ ,  $x_2$ ,  $x_C$  параллельно с  $x_2$  индуктивного сопротивления  $x_\mu$  происходит как уменьшение центрирующей силы в результате уменьшения добротности (14), так и уменьшение жесткости в результате увеличения эксцентриситета (рис. 4,б, кривые 1, 3). В практических расчетах для оценки степени уменьшения максимальной центрирующей силы можно воспользоваться кривыми (рис. 2,а) последовательной схемы, сравнивая силы при  $Q$  для схемы с включенным  $x_\mu$  и  $bQ$  для последовательной схемы, когда  $x_\mu = \infty$ .

Для обеспечения одинаковых  $\gamma$  емкостное сопротивление схемы с параллельным  $x_\mu$  должно быть уменьшено на  $x_{20}(b-1)/b$  (15). Следовательно, на эту величину будет уменьшена область функционирования подвеса по  $x_C$ .

Параллельное включение с  $x_2$  активного сопротивления  $r_\mu$  (рис. 1, д). Уравнение центрирующей силы для этого случая запишется:

$$F^*_{\text{ц}} = \frac{4\epsilon Q \rho (Q \mp \gamma) (\gamma \pm Q \eta)}{\rho^2 - 2\epsilon^2 Q^2 (Q \mp \gamma)^2 [2(\gamma \pm Q \eta)^2 - \rho^2] + \epsilon^4 Q^4 (Q \mp \gamma)^4}, \quad (18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{x_{20}}{r_{20}}; \quad \gamma = \frac{r_{20}}{z_0}; \quad \eta = \sqrt{1 - \gamma^2}; \\ x_{20} &= \frac{x_{20} r_\mu^2}{x_{20}^2 + r_\mu^2}; \quad r_{20} = \frac{r_\mu x_{20}^2}{x_{20}^2 + r_\mu^2}; \quad \rho = 1 + Q^2. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Связь между  $x_{C_2}$  и  $\gamma$  определяется соотношением

$$x_C = r_{20} \left( Q \mp \frac{\sqrt{1 - \gamma^2}}{\gamma} \right). \quad (20)$$

Взяв производную от  $F^*_{\text{ц}}$  по  $\epsilon$  и приравняв ее нулю, найдем:

$$\epsilon_m = \frac{\sqrt{[2(\gamma \pm Q \eta)^2 - \rho] + \sqrt{[2(\gamma \pm Q \eta)^2 - \rho]^2 + 3\rho^2}}}{\sqrt{3} Q (Q \mp \gamma)} \quad (21)$$

В отличие от ранее рассмотренных схем замещения магнитный подвес с параллельно включенным  $r_\mu$  работоспособен и при  $x_C > x_{20}$ . Поэтому уравнения (18), (20), (21) содержат члены со знаками  $+$  и  $-$ , где верхние знаки соответствуют значению  $\gamma$  при  $x_C < x_{20}$ , а нижние — при  $x_C > x_{20}$ . Условие функционирования подвеса определяется неравенствами:

для области  $x_C < x_{20}$

$$Q > \frac{\sqrt{1 - \gamma^2}}{\gamma}; \quad (22)$$

для  $x_C > x_{20}$

$$Q < \frac{\gamma}{\sqrt{1 - \gamma^2}}; \quad (23)$$

для  $x_C = x_{20}$  ( $\gamma = 1$ )

$$0 < Q < \infty. \quad (24)$$

На рис. 3 область функционирования подвеса ограничена кривыми 3, 4. Как показывает неравенство (24), в этой области при  $\gamma=1$  подвес работоспособен при любом значении  $Q$ , большем 0 и меньшем  $\infty$ . Это режим, когда в точке настройки имеет место резонанс напряжений.

Если рассматривать функционирование подвеса в координатах  $Q$ ,  $x^*_{C_2}$ , то он в отличие от схемы с последовательным включением  $r_1$  будет работоспособным во всем диапазоне  $Q$  при любом значении  $x^*_{C_2}$  от 0 до 1. Это объясняется тем, что, как видно из (19), с изменением воздушного зазора изменяется не только эквивалентное индуктивное сопротивление схемы замещения  $x_2$ , но и эквивалентное активное сопротив-

ление  $r_2$ , причем последнее изменяется более интенсивно. На рис. 4,б (кривая 6) показана силовая характеристика такого подвеса при  $Q=1,5$ .

На рис. 2, б приведено семейство кривых  $F^*_{\text{цmax}} = f(\gamma)$  рассчитанное для разных значений  $Q$ . Максимальная центрирующая сила при заданном  $Q$  в области  $x_C < x_{20}$  асимптотически приближается к границе функционирования подвеса, а в области  $x_C > x_{20}$  стремится к нулю.

Сравнение силовых характеристик магнитного подвеса при последовательном и параллельном включении  $r$  показывает, что во втором случае при одинаковых  $Q$  и  $\gamma$  подвес развивает большую центрирующую силу (рис. 4,а, кривые 1, 4).

Включение в последовательную схему  $r_1$ ,  $x_2$ ,  $x_C$  параллельно с  $x_2$  активного сопротивления  $r_\mu$  приведет к уменьшению добротности и величины центрирующей силы. Однако, если сравнивать силовые характеристики магнитного подвеса при последовательной и смешанной схемах замещения при одинаковых  $Q$ , то во втором случае центрирующая сила будет больше.

На рис. 4 в качестве примера приведены семейства кривых, иллюстрирующих влияние параметров схемы замещения магнитного подвеса на его силовые характеристики. На рис. 4,а сравниваются силовые характеристики схем рис. 1,б—д с характеристикой схемы рис. 1,б при одинаковых  $Q$  и  $\gamma$ . На рис. 4,б показано, как изменяются силовые характеристики магнитного подвеса со схемой замещения рис. 1,б вследствие изменения добротности при включении в нее различных сопротивлений.

При расчете магнитного подвеса необходимо пользоваться полной схемой замещения (рис. 1,а) и уравнением для определения центрирующей силы (1), учитывая выявленное влияние параметров. Однако в ряде случаев использованные при исследовании вспомогательные схемы замещения (рис. 1,б—д) имеют и самостоятельное значение.

При расчете магнитного подвеса с полной схемой замещения область функционирования (область возможного выбора  $x_C$ ) может быть определена только с помощью численного метода анализа уравнения (1). Для практических расчетов с некоторым запасом ее можно определить с помощью неравенства, полученного из условия  $F_{+2}/F_0 > 1$  [Л. 8]:

$$x_1 + D - \sqrt{D^2 - r_1^2} < x_C < x_1 + D + \sqrt{D^2 - r_1^2}, \quad (25)$$

где

$$D = \frac{x_{20} x_\mu}{2x_{20} + (2 + \epsilon) x_\mu};$$

$F_{+2}$  — сила притяжения со стороны увеличивающегося воздушного зазора.

Выводы. 1. В результате проведенных исследований установлено, что для классической схемы замещения  $r_1$ ,  $x_2$ ,  $x_C$  существует целая область возможного функционирования магнитного подвеса, а условие  $Q > 2$  является лишь частным случаем кривой, ограничивающей эту область.

2. Индуктивное сопротивление рассеяния увеличивает минимально допустимую добротность подвеса в  $a$  раз. Значение и характер изменения центрирующих сил остаются такими же, что и для схемы  $r_1$ ,  $x_2$ ,  $x_C$ , но при  $Q$ , в  $a$  раз большем.

3. Включение параллельно с  $x_2$  индуктивного сопротивления не вызывает изменения области функционирования подвеса по  $\gamma$ , но приводит к уменьшению центрирующей силы вследствие уменьшения добротности схемы замещения в  $b$  раз. Для определения максимальной центрирующей силы могут быть полностью использованы силовые характеристики последовательной схемы (рис. 2,а). Однако эксцентриситет, при котором эти силы будут иметь место, увеличится в  $b$  раз.

4. Магнитный подвес с параллельно включенным активным сопротивлением обладает большей центрирующей силой, чем подвес с последовательно включенным  $r$ , и работоспособен при любом значении  $Q$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Forgacs R. L. Evacuated Tube Vehicles Versus Jet Aircraft for High-Speed Transportation. — IEEE, 1973, vol. 61, No 5, p. 604—616.



2. Gilinson P. J., Frazier R. H., Denhard W. G. A Magnetic Bearing for Floated Inertial Instruments. — Inst. Aero. Sci., Boston, 1960, May.

3. Никитин Е. А., Шестов С. А. Магнитное центрирование поплавкового узла интегрирующего гироскопа. — В кн.: Проектирование элементов гироскопических систем. М.: Машиностроение, 1968, вып. 3, с. 27—37.

4. Никитин Е. А., Балашова А. А. Проектирование дифференцирующих и интегрирующих гироскопов и акселерометров. М.: Машиностроение, 1969.

5. Галкин В. И. Особенности методики расчета двигателей с магнитным подвесом ротора в рабочем поле по резонансной схеме. — Электротехника, 1976, № 7, с. 59—62.

6. Гаврилов Г. Г. К исследованию и расчету электромагнитных подвесов: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1971. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Моск. энергетич. ин-т.

7. Колесов Ю. А. Определение статических характеристик магнитного подвеса. — Электричество, 1975, № 11, с. 41—44.

8. Галкин В. И. Магнитный подвес высокоскоростных микроэлектродвигателей: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1974. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Моск. энергетич. ин-т.

9. Шаров В. С., Галкин В. И. Максимальная центрирующая сила при магнитном подвесе ротора с резонансной схемой регулирования. — Электричество, 1975, № 4, с. 70—72.

[26.5.1977]

УДК 537.222

## О перераспределении зарядов в системе перемещающихся проводников

Инж. ВОРОНЦОВ В. Ф., канд. физ.-мат. наук НИКОЛАЕНКО В. Н.

Саратов

При разработке оптимальных конструкций электростатических измерительных систем, применяющихся в настоящее время во многих областях физики и техники [Л. 1—5], приходится находить взаимосвязи между изменениями зарядов, наведенных на различных электродах при их взаимном перемещении.

Известны работы [Л. 6—12], в которых получены выражения для наведенных зарядов и токов. Однако эти выражения не позволяют получить инженерные формулы, с помощью которых можно было бы проводить синтез электростатических измерительных систем. Действительно, при использовании известной теоремы Шокли — Рамо [Л. 6 и 7], обычно применяемой в таких случаях, приходится решать трехмерную краевую задачу для уравнения Лапласа при сложной форме границ, соответствующей конструкции исследуемой системы. Конечно аналитическое выражение, удобное для синтеза систем, удастся получить при этом только при ряде упрощающих предположений, существенно снижающих точность решения.

Авторами получены новые выражения для наведенных зарядов, позволяющие в отличие от теоремы Шокли — Рамо свести расчеты к решению трехмерной краевой задачи для уравнения Лапласа при более простой форме границ, чем в исследуемой системе.

Поскольку полученные выражения могут быть использованы при решении других задач физики и техники, дадим вывод этих выражений при постановке задачи в общем виде.

Определим изменения заряда  $q_{nk}$ , наведенного на  $k$ -м проводнике неподвижным зарядом  $q$ , при внесении в систему  $N$  «заземленных» проводников (электродов)  $i$ -го электрода, имеющего также нулевой потенциал. При этом изменение заряда  $\Delta q_{nk}$  должно быть связано с величиной заряда, наведенного на  $i$ -м электроде, или с характеристиками невозмущенного поля в объеме  $i$ -го электрода конечных размеров.

Рассмотрим вторую формулу Грина

$$\int_V (\varphi \Delta \psi - \psi \Delta \varphi) dV = \oint_S \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS. \quad (1)$$

Будем считать, что  $\varphi$  — потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $q$  в системе  $N$  проводников и  $i$ -го электрода; а  $\psi$  — потенциал поля, которое возникло бы при задании на  $k$ -м электроде безразмерного единичного потенциала, удалении заряда  $q$  и  $i$ -го электрода на бесконечность.

Выберем такой объем интегрирования  $V$ , для всех точек которого удовлетворялось бы уравнение Лапласа для функций  $\varphi$  и  $\psi$ .

Если окружить заряд  $q$  очень малой сферой  $S_q$ , то этому условию будет удовлетворять объем всего пространства, за исключением объема сферы вокруг заряда  $q$  и объема всех электродов.

В этом случае для выбранного объема  $V$  уравнение (1) переписывается в виде

$$\oint_S \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2)$$

В соответствии с граничными условиями системы разобьем этот поверхностный интеграл на четыре:

по поверхности электродов, которые заземлены и для функции  $\varphi$ , и для функции  $\psi$  (обозначим эту поверхность  $S_0$ );  
по поверхности  $k$ -го электрода  $S_k$ ;  
по поверхности  $i$ -го электрода  $S_i$ ;  
по поверхности  $S_q$ .

При вычислении первого интеграла необходимо иметь в виду, что  $\varphi$  и  $\psi$  на  $S_0$  равны нулю, поэтому

$$\oint_{S_0} \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (3)$$

Второй интеграл берется по поверхности  $k$ -го электрода, на которой  $\varphi = 0$ ;  $\psi = +1$ , поэтому

$$\oint_{S_k} \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = - \oint_{S_k} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \quad (4)$$

Третий интеграл берется по поверхности  $i$ -го электрода (на ней  $\varphi = 0$ ). Следовательно,

$$\oint_{S_i} \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = - \oint_{S_i} \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \quad (5)$$

Переходя к четвертому интегралу, необходимо учесть, что он берется по поверхности малой сферы. Вследствие малости сферы можно допустить постоянство потенциалов на ее поверхности [Л. 6—9]:

$$\varphi_{q/S_q} = \text{const}; \quad \psi_{k/S_q} = \text{const},$$

тогда

$$\begin{aligned} \oint_{S_q} \left( \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS &= \varphi_{q/S_q} \times \\ &\times \oint_{S_q} \frac{\partial \psi}{\partial n} dS - \psi_{k/S_q} \oint_{S_q} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \end{aligned} \quad (6)$$

Применим теорему Остроградского — Гаусса к каждому из интегралов, поменяв предварительно вектора  $\vec{n}$ , направлен-

ные по нормали к  $S_k$ ,  $S_i$ ,  $S_q$  внутрь электродов, на  $n'$ , внешние по отношению к ним, что приведет к изменению знаков перед всеми интегралами.

В соответствии с предложенным

$$\oint_{S_k} \frac{\partial \varphi}{\partial n'} dS = -\frac{q_{nk}}{\epsilon_0}, \quad (7)$$

где  $q_{nk}$  — заряд, наведенный на  $k$ -м проводнике неподвижным зарядом  $q$ .

В интеграле (5) обе подынтегральные функции знакопостоянны по поверхности  $S_i$ , в связи с этим, применяя теорему о среднем и теорему Остроградского — Гаусса получим, что

$$\oint_{S_i} \frac{\partial \varphi}{\partial n'} dS = \psi_{k/S_i}(0) \frac{q_{ni}}{\epsilon_0}, \quad (8)$$

где  $\psi_{k/S_i}(0)$  — среднее значение  $\psi$  по поверхности  $S_i$  (нуль в скобках означает, что  $i$ -го электрода для поля  $\psi$  нет).

Интеграл (6) берется по поверхности малой сферы, внутри которой для функции  $\psi$  заряда нет, следовательно

$$\oint_{S_q} \frac{\partial \psi}{\partial n'} dS = 0, \quad (9)$$

и (6) преобразуется к виду

$$\oint_{S_q} \frac{\partial \psi}{\partial n'} dS = \psi_{k/S_q}(0) \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (10)$$

Учитывая (7), (8), (10) и (3), получим:

$$q_{nk} = -\psi_{k/S_q}(0) q - \psi_{k/S_i}(0) q_{ni}. \quad (11)$$

Таким образом заряд, наведенный на  $k$ -м электроде, равен сумме произведений возбуждающего заряда  $q$  на среднее значение потенциала поля  $k$ -го электрода  $\psi_k$  в точке, где находился бы  $q$ -й заряд, если бы на  $k$ -й электрод был подан безразмерный единичный положительный потенциал, остальные электроды заземлены, а  $q$ -й заряд и  $i$ -й электрод удалены на бесконечность, и заряда  $q_{ni}$ , наведенного на  $i$ -м заземленном электроде возбуждающим зарядом  $q$ , на среднее значение потенциала поля  $k$ -го электрода  $\psi_k$  по поверхности, которая замыкала бы  $i$ -й электрод, если бы на  $k$ -м электроде был задан потенциал +1, остальные электроды были заземлены, а заряд  $q$  и  $i$ -й электрод удалены на бесконечность.

Выражение (11) полностью характеризует взаимосвязь зарядов, наведенных в системе проводников возбуждающим зарядом  $q$ .

Полной характеристикой взаимосвязи  $q_{nk}$ ,  $q_{ni}$  и  $q$  является также выражение, аналогичное (11):

$$q_{ni} = -\psi_{i/S_q}(0) q - \psi_{i/S_k}(0) q_{nk}, \quad (12)$$

полученное при условии, что  $\psi$  — потенциал поля, которое возникло бы в исследуемой системе  $N$  «заземненных» проводников при задании на  $i$ -м электроде безразмерного единичного потенциала и удалении заряда  $q$  и  $k$ -го электрода на бесконечность.

Из (11) и (12) может быть получена связь заряда  $q_{nk}$  (или  $q_{ni}$ ) только с зарядом  $q$

$$q_{nk} = - \left[ \frac{-\psi_{k/S_q}(0) + \psi_{k/S_i}(0) \psi_{i/S_q}(0)}{\psi_{k/S_i}(0) \psi_{i/S_q}(0)} \right] q. \quad (13)$$

[При перемещении  $i$ -го электрода в цепи  $k$ -го электрода будет течь ток, выражение для которого нетрудно получить из (11) — (13).]

Сравним выражение теоремы Шокли — Рамо для наведенных зарядов

$$q_{nk} = -\psi_{k/S_q}(i) q \quad (14)$$

и вытекающее из него следствие

$$q_{nk} = \frac{\psi_{k/S_q}(i)}{\psi_{i/S_q}(k)} q_{ni}. \quad (15)$$

характеризующее взаимосвязь наведенных зарядов, с предложенными для этих целей соотношениями (13) и (11) соответственно. [В (14) и (15) знаки  $i$  и  $k$  в скобках означают, что для поля  $\psi$  присутствуют все электроды системы, включая  $i$ -й и  $k$ -й.]

Из сопоставления следует.

1. Функции  $\psi_k(0)$  и  $\psi_i(0)$  выражений (11) и (13), полученных авторами, являются решениями трехмерного уравнения Лапласа при более простой форме границ, чем в исследуемой системе.

Функции  $\psi_k(i)$  и  $\psi_i(k)$  из (14) и (15) (по теореме Шокли — Рамо) требуют решения такого же уравнения, но при форме границ, полностью соответствующей анализируемой системе.

2. Решение уравнения Лапласа для функции  $\psi_k(i)$  при сложной форме границ сводится к решению уравнения Лапласа для функции  $\psi_k(0)$  и  $\psi_i(0)$  при более простых формах границ с помощью выражения

$$\psi_{k/S_q}(i) = \frac{\psi_{k/S_i}(0) \psi_{i/S_q}(0) - \psi_{k/S_q}(0)}{-\psi_{k/S_i}(0) \psi_{i/S_q}(0)},$$

следующего из (13) и (14).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герштейн Г. М. Устройство для контроля формы изделий. А. С. № 152066 (СССР). Оpubл. в бюл. — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1962, № 23.
2. Таллер М. С., Николаенко В. Н. Устройство для контроля формы изделий. А. С. № 339762 (СССР). Оpubл. в бюл. — «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1972, № 17.
3. Воронцов В. Ф., Гросман М. И., Николаенко В. Н. Способ снятия потенциальной кривой коллектора электрической машины постоянного тока. А. С. № 518839 (СССР). Оpubл. в бюл. — «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1976, № 23.
4. Устройство для дистанционного измерения линейного износа щеток электрических машин. А. С. № 501443 (СССР). Оpubл. в бюл. — «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1976, № 4. М. И. Гроссман, А. Б. Гутерман, В. Н. Николаенко и др.
5. Способ настройки коммутации коллекторных электрических машин. А. С. № 382185 (СССР). Оpubл. в бюл. — «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1973, № 22. Авт.: М. И. Гроссман, В. Н. Николаенко, М. С. Таллер, А. С. Пчелин.
6. Ramo S. On currents induced by electron motion. — «Proc. IRE», 1939, vol. 27, No 9, p. 584.
7. Shocley W. Currents to conductors induced by a moving point charge. — «Journ. appl. Phys.», 1938, No 9, p. 635—636.
8. Герштейн Г. М. Общий случай наведения токов при движении заряда и незаряженных проводников. — «ЖТФ», 1963, № 5, т. 35, 530 с.
9. Фельд Я. Н. Наведение токов движущимися зарядами. — «Доклады АН СССР», 1953, № 3, т. 93, 447 с.
10. Ien G. On the induced current and energy balance in electronics. — «Proc. IRE», 1941, vol. 29, p. 464.
11. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных волн и колебаний электромагнитными потоками. М., Гостехиздат, 1953.
12. Рожанский Д. А. Проблемы дециметровых волн. Доклады, резолюции и материалы 1-й Всесоюзной конференции по колебаниям. М., Гостехтеоретиздат, 1933, № 1. с. 121—137. [23.5.1977]

# Номограмма для расчета двухключевой схемы подавления квадратурного напряжения

ГОСТЕВ В. И.

Киев

Системы переменного тока с асинхронными двухфазными электродвигателями находят широкое применение на практике. При амплитудном управлении двигателем на его вход обычно поступает напряжение рассогласования

$$u_{\Sigma}(t) = u_{\text{пр}}(t) + u_{\text{кв}}(t),$$

где напряжение  $u_{\text{пр}}(t) = U_{\text{пр}}(t) \sin(\omega_n t + \theta)$  — прямая, «полезная» составляющая, а напряжение  $u_{\text{кв}}(t) = U_{\text{кв}}(t) \times \cos(\omega_n t + \theta)$  — квадратурная составляющая (квадратурная помеха).

Квадратурная помеха в системах автоматического регулирования на переменном токе вызывается наличием элементов, генерирующих квадратурное напряжение, разницей в фазовых углах несущих, поступающих на элементы сравнения или суммирующие элементы, наводками и паразитными связями в монтаже. Несмотря на использование элементов с малыми остаточными напряжениями, специальных фазировочных устройств (для регулировки фазового сдвига  $\theta$ ), компенсирующих трансформаторов и т. п., квадратурная помеха может превышать значение полезного сигнала в 10—100 раз. Эта помеха способна насыщать усилители, вызывать дополнительное нагревание двигателя, смещать нуль в системе. Причины возникновения квадратурной помехи и ее влияние на нормальное функционирование систем переменного тока подробно описаны в [Л. 1, 2].

Для подавления изменяющегося по значению квадратурного напряжения разработаны специальные схемы. Одна из наиболее простых и весьма эффективных схем — двухключевая (рис. 1) проанализирована в [Л. 3].

Собственно схема подавления состоит из цепочки  $RC$  и двух синхронно работающих ключей  $K1$  и  $K2$ . Ключ  $K1$  замыкается в интервалах  $nT < t \leq (n+\gamma)T$  и  $(n+0,5)T < t \leq (n+0,5+\gamma)T$  и разомкнут в интервалах  $(n+\gamma)T < t \leq (n+0,5)T$  и  $(n+0,5+\gamma)T < t \leq (n+1)T$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$ ;  $\gamma$  — относительное время замыкания ключа  $K1$  (по отношению к периоду  $T$  несущей частоты  $\omega_n = 2\pi f_n$ ). Ключ  $K2$  замкнут, когда ключ  $K1$  разомкнут, и наоборот. Работа ключей обеспечивается с помощью специальной схемы формирования 1, которая питается напряжением несущей частоты  $u_n = U_n \sin \omega_n t$ . Ключи с удвоенной частотой замыкания описаны в [Л. 3, 4]. Как правило, напряжение с выхода схемы подавления подается через резонансный усилитель 2 с большим входным сопротивлением на обмотку управления двухфазного асинхронного электродвигателя.

Полученные в [Л. 3] расчетные формулы для двухключевой схемы подавления являются достаточно сложными и требуют больших вычислений для определения требуемых параметров схемы, при которых обеспечивается полное подавление квадратурной составляющей. Но даже при вычислении этих параметров остается невыясненным вопрос, являются ли выбранные параметры оптимальными.

На рис. 2 представлена номограмма, которая позволяет элементарно просто рассчитать и выбрать параметры схемы подавления оптимальным образом. При этом для полного расчета схемы достаточно наличия только этой номограммы и двух простейших формул, приведенных ниже.

На номограмме отображены рассчитанные на ЦВМ «Мир-2» по формуле (20) из [Л. 3] зависимости фазового угла  $\theta_{\max}$  от относительного времени замыкания  $\gamma$  при различных значениях параметра

$$q_1 = -\frac{T}{RC} = -\frac{1}{f_n RC}, \quad (1)$$

где  $R$  — суммарное сопротивление источника входного сигнала и ключа  $K1$  в замкнутом состоянии;  $C$  — значение емкости конденсатора в схеме;  $f_n$  — несущая частота, Гц. При начальной фазе входной несущей относительно моментов замыкания ключа  $K1$   $\theta_{\max}$ , схема полностью подавляет квадратурное напряжение и одновременно, как показано в [Л. 3], максимально передает полезный сигнал. Поэтому устанавливая  $\theta = \theta_{\max}$  (либо путем сдвига фазы коммутирующего ключа напряже-

ния, либо фазы несущей входного сигнала) легко настроить схему, например, с помощью осциллографа: при подаче на вход схемы напряжения  $\sin(\omega_n t + \theta_{\max})$ , напряжение на выходе схемы имеет максимальную амплитуду, при подаче на вход схемы напряжения  $\cos(\omega_n t + \theta_{\max})$  — напряжение на выходе схемы равно нулю.

На номограмме отображены также рассчитанные на ЦВМ «Мир-2» по формулам (12), (19) и (24) из [Л. 3] зависимости коэффициента передачи  $K_{\text{пр}}$  настроенной ( $\theta = \theta_{\max}$ ) двухключевой схемы от относительного времени замыкания  $\gamma$  при различных значениях параметра  $q_1$ . Коэффициент передачи  $K_{\text{пр}}$  представляет собой отношение амплитуды первой гармоники выходного напряжения схемы к амплитуде  $A$  входного сигнала вида  $A \sin(\omega_n t + \theta_{\max})$ . Из номограммы видно, что для каждого значения параметра  $q_1$  существует значение  $\gamma$ , при котором коэффициент  $K_{\text{пр}}$  — максимальный, причем больший по модулю значениям  $q_1$  соответствуют большие значения максимального коэффициента передачи схемы  $K_{\text{пр max}}$ . Надо отметить, что увеличение параметра  $q_1$  ограничивается возможностью уменьшения сопротивления  $R$  (для уменьшения  $R$  следует выбирать ключи с меньшим сопротивлением в замкну-

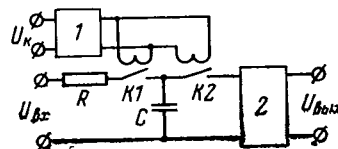


Рис. 1.

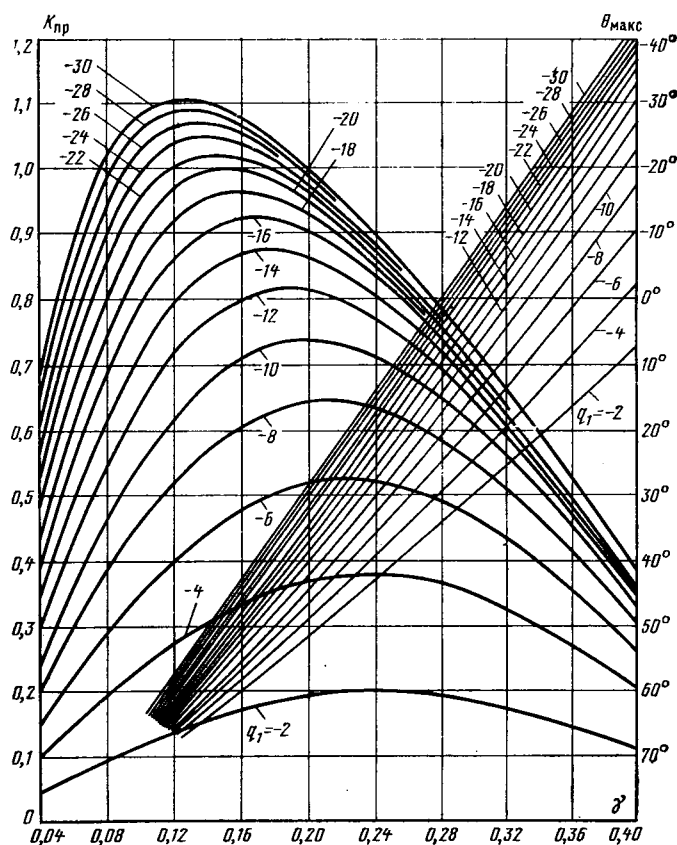


Рис. 2.

том состоянии) и минимально возможным значением емкости конденсатора [Л. 3]:

$$C_{\min} \approx \frac{10}{f_n R_2}, \quad (2)$$

где  $R_2$  — входное сопротивление усилителя 2 (для уменьшения  $C_{\min}$  надо увеличивать входное сопротивление усилителя 2).

Из номограммы также видно, что при значениях параметра  $q_1$ , лежащих в пределах от  $-2$  до  $-30$ , максимальные значения коэффициента передачи  $K_{\text{пр}}$  находятся для значений относительного времени замыкания  $\gamma$ , лежащих в пределах от 0,12 до 0,24.

При проектировании усилительного тракта системы переменного тока входное сопротивление  $R_2$  усилителя 2, на входе которого включается схема подавления, и несущая частота  $f_n$  являются известными. При использовании выбранных ключей с удвоенной частотой замыкания сопротивление  $R$  может быть рассчитано или определено экспериментально. Тогда на основании формул (1) и (2) легко находятся значения  $C_{\min}$  и  $q_1$ .

Для полученного параметра  $q_1$  по номограмме рис. 2 выбираем оптимальное значение относительного времени замыкания  $\gamma_{\text{опт}}$ , при котором обеспечивается максимальное для данного  $q_1$  значение коэффициента передачи схемы  $K_{\text{пр max}}$ , и для выбранного  $\gamma_{\text{опт}}$  определяем значение фазового угла  $\theta_{\text{max}}$ , необходимое для настройки схемы на полное подавление квадратурного напряжения.

Например, при  $R_2=100$  кОм и  $f_n=400$  Гц значение  $C_{\min}$ , определяемое по формуле (2), равно 0,25 мкФ. Допустим, что  $R=0,5$  кОм. Тогда при  $C=0,25$  мкФ по формуле (1) получаем:  $q_1=-20$ . Для этого значения  $q_1$  по номограмме находим:  $K_{\text{пр max}} \approx 1$  при  $\gamma_{\text{опт}} \approx 0,15$  и  $\theta_{\text{max}} \approx 51^\circ$ , т. е. входная несущая относительно моментов замыкания ключа  $K1$  должна иметь начальную фазу, равную  $51^\circ$ .

Как показала практика, номограмма рис. 2 позволяет весьма быстро и достаточно точно выбирать параметры двухключевой схемы подавления квадратурного напряжения, применяемой в системах автоматического регулирования, работающих на несущей частоте.

Более того, номограмма позволяет уточнить те значения параметров, которые часто трудно рассчитать или определить экспериментально (таким параметром, в частности, является сопротивление  $R$ , равное сумме сопротивлений источника входного сигнала и ключа  $K1$  в замкнутом состоянии). Например, при  $R_2=100$  кОм,  $f_n=400$  Гц,  $C=0,25$  мкФ и  $\gamma=0,12$  измеренное экспериментально значение коэффициента передачи настроенной схемы  $K_{\text{пр}}=0,4$ . Тогда на основании номограммы рис. 2 заключаем, что  $q_1=-6$  (и значение сопротивления  $R$  на основании формулы (1) равно примерно 1,67 кОм). Далее очевидно, что для данного  $q_1$  значение  $\gamma$  выбрано не оптимальным. Уточняем:  $\gamma_{\text{опт}} \approx 0,22$ . При таком  $\gamma$  коэффициент  $K_{\text{пр}} \approx K_{\text{пр max}} \approx 0,525$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азов А. К., Веселов В. А., Щербаков В. Н. Усилители следящих систем переменного тока. Л.: Энергия, 1972.
2. Гостев В. И. Подавители и компенсаторы квадратурной помехи. Киев: Техника, 1971.
3. Гостев В. И. Анализ и расчет схемы подавления квадратурной составляющей напряжения. — Электричество, 1976, № 5, с. 61—64.
4. Гостев В. И. Полупроводниковый синхронный ключ с удвоенной частотой замыкания. — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1976, № 3, с. 354—355.

[30.8.1977]

## Библиография

УДК 621.311.001.57(049.3)

### Веников В. А. Теория подобия и моделирования. М.: Энергия, 1976, 470 с.

Репензируемая работа В. А. Веникова, посвященная разработке теории подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики, безусловно, явилась заметным явлением в современной литературе по техническим наукам. Автор включил обширный оригинальный материал, характеризующий все то новое, что произошло в этой области исследования за период, прошедший после выхода первого издания его книги в 1966 г.

Характерной чертой данного учебного пособия является творческое изложение перспектив развития метода моделирования в условиях современной научно-технической революции.

Для второго издания текст существенно переработан: обновлен материал глав, сосредоточено изложение теории подобия во введении и 1-й главе, уточнена терминология. Однако в дальнейшей работе над книгой для ее последующих изданий автору следует продолжить работу по совершенствованию терминологии, обратив при этом особое внимание на приведение всех обозначений и единиц измерения в соответствие с ГОСТ.

Книга пользуется успехом у инженеров и научных работников, первое издание давно стало библиографической редкостью, а второе разошлось очень быстро. В новом издании книга весьма полезна студентам электротехнических и энергетических специальностей, а также всем студентам, которые в той или иной форме занимаются вопросами моделирования и теории подобия. В настоящее время этими вопросами начинают заниматься все более и более широко в самых различных областях. Не случайно материалы книги (первое издание) получили отклики в таких казалось бы далеких вопросах, как теория трения, строительные проблемы и так далее, вплоть до вопросов биологии.

Очень важно, что книга начинается с общих положений, освещающих место курса в образовании инженера и той роли, которую моделирование играет в современной технической науке и развитии инженерных методов.

Автор правильно начал изложение с обстоятельного рассмотрения вопросов теории познания и роли эксперимента, показывая, что моделирование вовсе не является неким частным приемом, заменяющим вычисления или даже аналитические исследования, но напротив, дополняет их. Модель занимает роль промежуточного объекта между натурой и анализом, служит средством уточнения теоретических положений. Роль модели отнюдь не уменьшается, а скорее возрастает при развитии современной вычислительной техники, которую теория подобия и моделирования дополняет своими возможностями — проверкой на опыте отвлеченных теоретических положений.

Автор правильно и глубоко подошел к общеполитическим концепциям основ подобия и моделирования, показывая их роль в свете марксистско-ленинской теории познания. Четкое определение понятия моделирования особенно важно в связи с тем, что в литературе очень часто этот термин приобретает всеобъемлющее толкование, и бывает трудно назвать такие научные вопросы, которые не охватывались бы этим термином. Так иногда всякое математическое описание процесса называется его формальной моделью, а словесное — неформальной. Внесение большей ясности в этот вопрос — несомненная заслуга автора.

В целом в книге дана достаточно полная и хорошо отвечающая общей теории терминология, уже в основном принятая теперь на вооружение в других работах. Книга в ее втором издании содержит много нового. Это — принципиальные вопросы общеполитической теории подобия, развитие теории

в виде пятого дополнительного положения, развитие вопросов вероятностного, кибернетического условного подобия. Большое число новых разнообразных примеров оживляет изложение. Следует отметить обстоятельный подход к постановке эксперимента и его точности. Автор совершенно правильно и обоснованно впервые поднимает вопрос о единстве теории подобия и теории планирования эксперимента, неразрывно связываемой с априорной моделью объекта исследования. Это правильно, так как и то и другое является ничем иным, как общей теорией эксперимента, которой и должно быть уделено внимание в будущем.

В целом книга удачно сочетает черты учебного пособия и научной монографии и является вкладом в создание теории эксперимента. При безусловно положительной оценке книги по ней имеется ряд частных замечаний, которые, не влияя на общую высокую положительную оценку книги, в основном сводятся к следующему.

В книге следовало бы уточнить понятия о математическом и аналоговом подобии, математическом, аналоговом и цифровом моделировании, а также структурном моделировании, которые часто встречаются в книге. Такого рода понятия необходимо вводить в том случае, если это диктуется развитием данного научного направления. В этой связи до последнего времени было несоответствие понятий «подобие» и «аналогия». Поэтому следует приветствовать введение понятия «аналоговое подобие», являющегося основой для математического моделирования, включающего аналоговое и цифровое моделирование.

Термин «аналоговое подобие» (а не мысленное и не математическое) следовало бы применять шире, хотя это понятие и связано с математическим моделированием. Иначе это затрудняет освоение предмета студентом.

К настоящему времени терминология, к сожалению, все еще не уточнена, и аналоговыми моделями называют модели, основанные на аналоговом подобии, хотя и различают модели прямой аналогии, аналоговые модели на электронных решающих элементах (на элементах непрерывного действия), аналоговые модели на статических (пассивных) элементах.

Модели прямой аналогии, в которых используется «прямая непосредственная аналогия между величинами, присущими одному явлению, и аналогичными величинами (формально такими же и также входящими в уравнения процессов) в другом явлении», широкого применения в электроэнергетике не имеют.

Аналоговые модели на электронных решающих и статических элементах достаточно широко используются, и в настоящее время появилась необходимость в уточнении терминологии, связанной с ними. Аналоговые модели, выполняемые с помощью решающих элементов, воспроизводят структуру уравнений по математическим операциям. При осуществлении моделирования составляется структурная схема модели. Отсюда этот вид модели еще в 50-х годах И. М. Тетельбаум назвал структурной моделью. Это же название принято и в книгах В. А. Веникова. Сразу же заметим, что это название не нашло широкого распространения и в практике моделирования. Чаще говорят о моделировании на ЦВМ, моделировании на АВМ и т. д.

Аналоговые модели, выполняемые с помощью статических (пассивных) элементов, воспроизводят схему замещения, т. е. структуру системы — оригинала. К ним относится большая группа аналоговых моделей — расчетные столы постоянного и переменного тока. В ряде случаев такие модели называют статическими моделями. Эти модели при моделировании установившегося режима соответствуют моделям прямой аналогии, однако, в переходных режимах используются алгоритмы и дискретный счет, почему отнести их к моделям прямой аналогии нельзя.

Несовершенство терминов «структурная аналоговая модель» и «модель — аналог» очевидно: в первом и во втором случаях имеет место модель — аналог, но почему-то это название дано лишь аналоговым моделям на статических элементах; в первом названии отражает принцип реализации аналогии, во втором — этот принцип в названии не отражен.

С этим можно было мириться, что и делалось, пока различные виды моделирования ограничивались относительно простыми задачами. В настоящее время, когда моделируются сложные системы (в том числе и электроэнергетические) под структурным моделированием понимается такое моделирование, когда достигается однозначное соответствие между структурной системой — оригиналом и структурной системой — моделью. Структурное моделирование становится основным приемом

моделирования больших систем. Оно используется при физическом, аналоговом и цифровом моделировании. При этом в аналоговом моделировании оно с самого начала использовалось в моделях на статических элементах (расчетные столы) и позднее в моделях на решающих элементах, когда стали моделировать более или менее сложные системы. В цифровом моделировании в настоящее время это единственный реальный путь решения задач для систем с переменным составом и структурой.

Исходя из изложенного, было бы целесообразно термин «структурное моделирование» пояснить и расширить именно в указанном понимании слова.

В новой редакции книги достаточно полно рассмотрены первая и вторая теоремы подобия, дополнительные положения подобия и способы определения критериев подобия. По сравнению с первым изданием уточнены формулировки ряда понятий, введено пятое дополнительное положение подобия об условиях подобия при вероятностном характере изучаемых явлений, а также рассмотрены особенности определения критериев и масштабных соотношений при нелинейности, неоднородности и анизотропии, критериев особых видов, различных и недостаточно четких определений одного и того же понятия в различных местах книги. Следовало бы, очевидно, сделать в этом отношении какие-то специальные оговорки, подчеркивающие особый подход или необходимость уточнений тех или иных формулировок.

Сказанное относится, например, к определению понятия «явление», которое приводится дважды. В первый раз явление определяется как совокупность изменений, происходящих в той или иной системе, а во второй оно определяется более полно, как совокупность процессов, описываемых уравнениями, связывающими параметры процессов и параметры системы, записанные в выбранной системе координат.

Было бы желательно уточнить формулировку полного и неполного подобия, более ясно выделив особенности, которые делают подобие неполным.

Следовало бы более четко сформулировать то, что автор понимает под структурой критерия подобия. Желательно, чтобы интересные соображения для использования функций линейных преобразований в качестве критерия подобия, когда произвольно применяется переменный масштаб, являющийся по сути дела новым коэффициентом для подготовки результатов, были бы уточнены.

Хотелось бы, чтобы в будущем более подробно были рассмотрены возможные осложнения, возникающие при широком применении таких коэффициентов, и показаны пути их устранения.

В отдельных местах книги используется неодинаковая символика: приводятся достаточно сложные и громоздкие математические выкладки. Видимо, было бы целесообразно перенести такого рода выкладки из основного текста в приложение, с тем чтобы сделать изложение основного текста единым и более простым.

К главе 2 относятся те же замечания. Ее недостатком является повторение материала, что в какой-то мере оправдано концентричностью, о которой автор говорит в предисловии.

Глава 3 насыщена очень серьезным материалом, и для облегчения его восприятия желательна дополнительная градация, введение заголовков и подзаголовков. Здесь можно было бы подробнее развить интересные вопросы оценки точности воспроизведения критериев и количественных отклонений в критериях модели и оригинала, расширить и уточнить раздел, относящийся к рассмотрению погрешностей, связанных с приближенностью моделирования и неточностью воспроизведения критериев подобия.

Необходимо подчеркнуть, что по ряду причин практически сложно точно воспроизвести критерии подобия при моделировании. Поэтому весьма важно, что автор обратил внимание на характер связей между критериями подобия и изучаемым процессом и показал пути установления количественных соотношений между ними с целью оценки неточности получаемых результатов на модели.

Впервые введенные в рассмотрение критериальные уравнения регрессии, несомненно, являются интересным и оригинальным новшеством в подобии моделирования. Однако следует подчеркнуть, что в некоторых случаях при изучении процессов в электрических системах использование методов планирования эксперимента и регрессионного анализа оказывается неоправданным, потому что основное математическое описание процессов в электрической системе достаточно известно,

Иными словами, имея основное математическое описание процессов, происходящих в системе, можно всегда более или менее точно определить те показатели, которые в противном случае нужно было бы определять методом планирования эксперимента.

Сказанное не означает, конечно, что метод планирования эксперимента не нужен для энергетических задач. Автор поступил вполне правильно, приведя этот метод в книге. Однако следовало подчеркнуть недостатки этого метода.

Глава 4 имеет большой объем и очень широкий диапазон рассматриваемых проблем. Более целесообразно сделать эту главу значительно короче, оставив в ней только рассмотрение явлений, непосредственно связанных с задачами электроэнергетики. В этом смысле в ней могли бы быть сосредоточены вопросы, касающиеся электрических машин и аппаратов, магнитных и электромагнитных явлений короны и математического моделирования, относящегося к задачам энергетики и энергетической экономики. Здесь же можно было оставить раздел, посвященный ускоренным испытаниям элементов энергосистем на надежность. Вопросы же, сопряженные с энергетикой (радиотехнические задачи, задачи теплоэнергетики, биофизики, механические явления и др.), перенести в приложение, а частично, в смысле общих характеристик, показывающих возможности моделирования, — во введение. Таким образом, можно избежать некоторой расплывчатости изложения.

Касаясь содержания отдельных параграфов, необходимо заметить, что было бы целесообразно расширить вопросы математического моделирования в экономике.

Вопросы ускоренных испытаний на надежность, несомненно, заслуживают развития. Более обстоятельное изложение вопросов ускоренных испытаний представляет несомненный

интерес для всех специалистов, работающих в области энергетики и техники. В последнее время появился ряд такого рода методов, которые внедряются достаточно медленно. Рассмотрение их в книге послужит определенным толчком для более широкого развития этих методов, исключительно важных в практическом отношении.

Следовало бы более тесно связать вопросы моделирования агрегатов с вопросами моделирования электрических машин, а приведенный обзор существующих физических моделей расширить, отразив ряд методов, применяемых в лабораториях физического моделирования разных стран.

Желательно было бы развить вопросы аналоговых и гибридных моделей и подробнее сказать об автоматически действующих моделях переходных процессов.

Касаясь переходных процессов, следовало бы дать подробные характеристики тех моделей, которые установлены в Великобритании, во Франции, в Италии, где успешно и быстро решаются многие современные задачи электроэнергетики.

Вопросы точности моделирования освещались в предыдущих главах, но тем не менее в практике инженера-проектировщика, эксплуатационника, инженера-исследователя до настоящего времени остается неясным вопрос о том, как сопоставить результаты, получаемые на ЦВМ и в виде осциллограмм, снятых на модели, с натурными осциллограммами. Этот очень серьезный вопрос следовало более подробно осветить в книге.

В целом, несмотря на сделанные замечания, несомненно, что выход второго издания книги В. А. Веникова, которая часто упоминается в отечественных и зарубежных научных трудах, является событием в электроэнергетической и технической литературе.

Доктор техн. наук НЕТУШИЛ А. В., доктор философ. наук НОВИК И. Б.,  
доктор техн. наук СТРАХОВ С. В.

## К 50-летию выхода в свет «Справочной книги для электротехников» (СЭТ)

*(Под общей редакцией М. А. Шателена, В. Ф. Миткевича,  
В. А. Толвинского, в 6 томах, общим объемом около 300 печ. л.,  
Ленинград, изд-во «Кубуч», 1928—1934 гг., 6000 экз., подписное  
издание).*

Содержание отдельных томов:

**Том 1.** Общий отдел; теоретические основы электротехники; электрические и магнитные измерения; электротехнические материалы; постоянные магниты, электромагниты, реле, индукторы, конденсаторы; выпрямители.

**Том 2.** Механический расчет линий передачи электрической энергии и антенн; пирометрия и терморегуляторы; электрические распределительные устройства; короткие замыкания в электрических системах сильного тока; релейная защита электрических установок, устройство заземлений; техническая термодинамика; топливо и смазочные материалы; проектирование и эксплуатация тепловых электрических станций; элементы оборудования тепловых электрических станций; гидроэлектрические установки; комбинированное производство тепловой и электрической энергии; ветроэлектрические станции.

**Том 3.** Электрическое освещение; распределение электрической энергии; передача электрической энергии и техника высокого напряжения; основы электрической тяги; рельсовый путь, контактная линия и подвижной состав электрических железных дорог.

**Том 4.** Основы проектирования электрического привода; привод кранов, лифтов, насосов, вентиляторов и компрессоров; электрический привод в горном деле, в металлургической промышленности и на нефтяных промыслах; электрический привод в фабрично-заводской промышленности; электродвижение судов; применение электрической энергии в сельском хозяйстве; применение электрической энергии в медицине; раз-

ные применения электрической энергии; электрические печи и их применение; электрическая сварка и резка металлов; электрохимия, элементы и аккумуляторы; проволоочная связь; радиотехника.

**Том 5.** Электрические машины (общая часть); машины постоянного тока; синхронные машины; трансформаторы.

**Том 6.** Индукционные машины; коллекторные машины переменного тока, вращающиеся преобразователи, специальные типы машин и трансформаторов; реостаты; ионные преобразователи с управляемым разрядом; телемеханика; практические и заводские данные электрических машин.

Состав сотрудников СЭТ: Г. А. Аглицкий, П. А. Азбукин, А. Е. Алексеев, И. И. Бентковский, Б. К. Блумберг, М. М. Богословский, П. В. Боролин, В. В. Болотов, Д. В. Васильев, Н. П. Верещагин, Н. П. Виноградов, Б. Е. Воробьев, А. А. Вульф, В. М. Вятских, В. В. Голов, А. А. Горев, С. М. Гохберг, А. И. Гурин, А. К. Ларманчев, Д. В. Ефремов, Д. А. Завалишин, Л. В. Залуцкий, А. М. Залесский, С. И. Зилитинкевич, А. П. Иванов, В. И. Иванов, В. П. Иванов, Ф. А. Кабанов, П. Л. Калантаров, М. Д. Каменский, Е. Н. Кизеветтер, М. П. Костенко, В. К. Крапивин, А. Р. Кудыпский, Б. И. Кузнецов, А. Б. Лебелев, Н. И. Левенсон, А. Г. Лурье, Г. А. Люст, Н. А. Магский, А. К. Меркульев, В. Ф. Миткевич, М. М. Михайлов, Л. Р. Нейман, К. И. Несмачный, Н. А. Петров, Л. М. Пиотровский, В. И. Полонский, Н. Н. Пономарев, В. К. Попов, И. М. Постников, Б. Н. Рясский, А. А. Сабанеев, Н. Н. Сидоров, С. Ф. Спиров, Ю. В. Скобельцин,

М. В. Соколов, А. А. Солодовников, А. В. Сорокин, Ф. Ф. Струнников, В. А. Суходский, Е. А. Тер-Маркарянц, П. М. Тиходеев, В. А. Толвинский, А. И. Тхоржевский, Ф. Н. Харалжа, В. П. Хашинский, П. П. Цепляев, Н. Н. Циклинский, Н. Н. Черносивтов, А. А. Чернышев, М. А. Шателен, В. И. Шаров, В. А. Шевалин, Е. Г. Шрамков, С. М. Шрейбер, Н. Н. Шедрин.

В 1927 г. электромеханический факультет Ленинградского политехнического института им. М. И. Калинина отмечал 25-летний юбилей. В коллективе профессоров и преподавателей факультета возникла мысль отметить это событие выпуском справочника для электротехников.

Редакционная коллегия справочника в предисловии провозгласила основной принцип своей работы: «Справочная книга для электротехников» имеет целью служить настольной книгой для электриков, принимающих активное участие в электропромышленности, электроснабжении и электростроительстве Союза ССР» и далее: «Выполнение в короткий срок такого большого и ответственного труда, как составление оригинального справочника, возможно только согласованными, дружными усилиями коллектива, связанного общностью школы и совместной работой, и при наличии дружной поддержки широких кругов инженеров-электриков».

Подготовка рукописей для справочника совпала с интенсивной разработкой 1-го пятилетнего плана хозяйственного строительства нашей страны и успешным выполнением плана ГОЭЛРО. Многие профессора и преподаватели ЛПИ принимали активное участие в этих работах и отчетливо понимали потребность электротехников в подобном справочнике.

В содержании справочника нашли отражение передовые идеи мировой электроэнергетики и итоги деятельности нашей электропромышленности, энергостроительства и эксплуатации. По общему признанию советские электротехники получили авторитетный настольный справочник, способствовавший их успешной работе в довоенный и в первый послевоенный периоды.

Ценной частью содержания справочника была исчерпывающая библиография журнальной и книжной литературы тех лет. Огромна заслуга авторов и редакторов в унификации терминологии и графических обозначений на электротехнических схемах. Во всех необходимых случаях содержание отдельных параграфов опиралось на существовавшие в то время электротехнические правила и нормы и на стандарты, которые тогда только начинали появляться.

Многие авторы, известные позднее своими учебниками и монографиями по электротехнике, первые литературные шаги сделали на страницах этого справочника, явившегося для них прекрасной школой под руководством авторитетных членов редколлегии.

Следует сказать, что душой справочника был профессор В. А. Толвинский, который помимо редактирования рукописей выполнял многие организационные работы, необходимые для выпуска справочника на высоком научном и полиграфическом уровне. Руководители издательства «Кубуч» С. Ф. Сиротов и Л. М. Софронович сделали все возможное, чтобы придать справочнику «наиболее удобный для пользования и возможно изящный вид».

Советские электроэнергетики старших поколений многим обязаны этой замечательной книге.

А. Д. Смирнов



## ВАЛЕРИЙ ИВАНОВИЧ ПОПКОВ

*(К 70-летию со дня рождения и 45-летию научной и общественной деятельности)*

3 февраля с. г. исполнилось 70 лет академику АН СССР, доктору технических наук Валерию Ивановичу Попкову, выдающемуся ученому в области электрофизики, техники высоких напряжений, линий электропередачи сверхвысокого напряжения, электронно-ионной технологии.

Научная деятельность Валерия Ивановича началась в 1932 г. во Всесоюзном электротехническом институте им. В. И. Ленина. Первые его исследования относились к весьма актуальной в то время проблеме — грозозащите линий электропередачи и, в частности, к характеристикам заземлителей молниеотводов при поражении их молнией. Однако в связи с отчетливо определившейся тенденцией роста рабочих напряжений линий электропередачи В. И. Попкова начинает интересоваться одно из сложных и примечательных явлений в технике высоких напряжений и электрофизике — коронный разряд; в ряде работ, выполненных в НИИОГАЗ в период 1933—1941 гг., он детально исследует явление коронного разряда в электрофильтрах. В. И. Попков ищет пути к созданию универсальной теории короны, основываясь на элементарных процессах, анализирует сложный механизм взаимодействия электронных и ионных потоков друг с другом и нейтральным газом во внешнем и внутреннем динамическом электрических полях.

В 1943 г. В. И. Попков вновь возвращается к этой теме уже в стенах Энергетического института имени Г. М. Кржижановского АН СССР. Здесь он разрабатывает собственную теорию короны, правомочность которой подтверждает экспериментами. Диссертация В. И. Попкова на эту тему, подготовленная в качестве кандидатской, по единодушному решению Ученого совета института была признана удовлетворяющей требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям. В 1947 г. Высшая аттестационная комиссия присвоила ему за эту работу ученую степень доктора технических наук.

Разносторонний подход к проблеме и основательность теоретических



предпосылок позволили В. И. Попкову вместе с сотрудниками впервые в мировой практике разработать новый оригинальный антенный метод измерения потерь энергии в короне на действующих линиях сверхвысокого напряжения без гальванического контакта с рабочими проводами.

Исследования коронного разряда, выполненные В. И. Попковым с сотрудниками, были высоко оценены Академией наук СССР, присудившей за эту работу в 1964 г. премию имени П. Н. Яблочкова.

В. И. Попков положил начало новому научному направлению в электротехнике — кинетике и динамике поведения диспергированных материалов в сильных электрических полях. Практические приложения этих процессов получили название электронно-ионной технологии, использующей перенос частиц в электрическом поле для разного рода покрытий, разделения, перемешивания, улучшения свойств материалов и т. п. Эти работы, получившие в последние годы большое развитие, координируются одним из научных советов при Государственном комитете СМ СССР по науке и технике, возглавляемым В. И. Попковым.

Лаборатория, руководимая Валерием Ивановичем Попковым, в последние годы уделяет много внимания изучению электрических свойств элегаза — одного из перспективных материалов в высоковольтной технике.

В. И. Попковым опубликовано более 90 научных трудов как в нашей, так и в зарубежной печати, получено 14 авторских свидетельств на изобретения. В печатных работах и выступлениях Валерий Иванович уделяет особое внимание развитию электрофизики в связи с внедрением в энергетическую практику сверхвысоких напряжений, разработкой проблем регулируемого термоядерного синтеза, новой аппаратуры с предельными техническими параметрами. Будучи председателем Научного совета по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» ОФТПЭ АН СССР он координирует деятельность ученых нашей страны в этой области.

В. И. Попков представляет нашу энергетическую науку в ряде авторитетных международных организаций. В 1974—1977 г. он был президентом Международной электротехнической комиссии (МЭК), членом ее, в настоящее время является первым вице-президентом.

С 1965 г. В. И. Попков — заместитель академика-секретаря Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР. с 1962 г. — главный редактор журнала «Известия АН СССР. Энергетика и автоматика», а затем «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт». В качестве члена президиума правления и заместителя председателя Всесоюзного общества «Знание» Валерий Иванович ведет большую работу по популяризации и пропаганде научных знаний в нашей стране.

Научная и общественная деятельность академика В. И. Попкова получила достойную оценку Родины. Он награжден орденами Ленина, Октябрьской революции, Трудового Красного Знамени и медалями.

Государственный комитет Совета Министров СССР  
по науке и технике  
Академия наук СССР  
Министерство энергетики и электрификации СССР  
Отделение физико-технических проблем  
энергетики АН СССР  
Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского  
Редакция журнала «Известия АН СССР.  
Энергетика и транспорт»  
Редколлегия журнала «Электричество»



**НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ ТИХОДЕЕВ**

(К 50-летию со дня рождения)

Доктору технических наук, профессору Николаю Николаевичу Тиходееву, известному ученому в области техники высоких напряжений, 7 декабря 1977 г. исполнилось 50 лет.

После окончания в 1952 г. Ленинградского ордена Ленина политехнического института им. М. И. Калинина, аспирантуры при нем и защиты в 1955 г. кандидатской диссертации Н. Н. Тиходеев работает в Научно-исследовательском институте постоянного тока. С 1959 г. он заведует лабораторией техники высоких напряжений. В 1966 г. он защитил докторскую диссертацию.

Выполненные Н. Н. Тиходеевым и руководимым им большим научным коллективом теоретические, лабораторные и натурные исследования позволили разработать теоретические основы и пути практической реализации ряда новых научных направлений в технике высоких напряжений. Это прежде всего: создание статистических методов координации изоляции электрических сетей, усовершенствование методов испытаний внутренней и внешней изоляции, внедрение новых средств для глубокого ограничения перенапряжений с учетом определяющей роли рабочего напряжения, всестороннее изучение факторов, связанных с реализацией линий электропередачи ультравысокого напряжения, разработка принципов конструирования газонезиорованных линий электропередачи.

Н. Н. Тиходеев принимал непосредственное участие в исследованиях, свя-



занных с проектированием и промышленным освоением электрических сетей 330—750 кВ, а также с проектированием первых линий переменного и постоянного тока сверхвысокого напряжения. Научную работу юбиляра отличает тесная связь с крупными практическими задачами энергетики.

Основные результаты исследований Н. Н. Тиходеева освещены в 115 статьях и докладах, 4 книгах и 6 изобретениях. Специалистам-высоковольтникам хорошо известны монографии «Статистические основы выбора изоляции линий электропередачи высших классов напряжения»

(1965 г.) и «Координация изоляции линий электропередачи» (1966 г.). В 1975 г. Н. Н. Тиходеев опубликовал книгу «Передача электроэнергии сегодня и завтра», которая была с интересом встречена широкой научной и инженерной общественностью.

Научную деятельность Н. Н. Тиходеев успешно сочетает с преподавательской. С 1969 г. он является профессором кафедры ТВН Ленинградского политехнического института имени М. И. Калинина, где читает курсы «Координация изоляции», «Внешняя изоляция», «Современные способы передачи электроэнергии», «ТВН».

Н. Н. Тиходеев ведет большую общественную работу. Он является членом Научно-технических советов Минэнерго СССР и Минэлектротехпрома СССР, членом бюро Научного совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики АН СССР, а также специализированного совета по присуждению ученых степеней. Входит в состав президиума ЦП НТОЭ и ЭП. Н. Н. Тиходеев — главный редактор сборника трудов НИИПТ «Передача энергии постоянным и переменным током», член редколлегии «Журнала технической физики» и «Писем в журнал технической физики» АН СССР.

Н. Н. Тиходеев награжден орденом Трудового Красного Знамени и медалями.

Группа товарищей

**МАРК ЕФИМОВИЧ ИЕРУСАЛИМОВ**

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, заведующего кафедрой техники высоких напряжений Киевского ордена Ленина политехнического института, члена КПСС с 1940 г. Марка Ефимовича Иерусалимова.

М. Е. Иерусалимов окончил электротехнический факультет Киевского политехнического института в феврале 1941 г. и был оставлен для преподавательской работы на кафедре электрических сетей, систем и техники высоких напряжений.

Начало его работы в институте прервала Великая Отечественная война. После окончания курсов командного состава при Военной электротехнической академии связи им. С. М. Буденного М. Е. Иерусалимов был направлен в действующую армию и принимал непосредственное участие в героической



обороне Ленинграда и в боях по прорыву блокады города.

После тяжелого ранения в 1944 г. М. Е. Иерусалимов возвратился в Киевский политехнический институт. С 1945 по 1951 г. он работал начальником учебной части института и одновременно читал курс «Техника высоких напряжений» для всех специальностей электроэнергетического факультета.

В 1951 г. он защитил кандидатскую диссертацию на тему «Рентгенодефектоскопия высоковольтных изоляторов», а в 1967 г. — докторскую на тему «Не разрушающие испытания изоляции высоковольтного электрооборудования».

С 1971 по 1975 г. М. Е. Иерусалимов заведует кафедрой электрических измерений и электротехнических материалов КПИ. На базе этой кафедры была создана специальность «Электроизоляционная и кабельная техника».

М. Е. Иерусалимов приложил много сил для постановки соответствующих профилирующих курсов и организации лабораторий. В 1975 г. он избирался на должность заведующего кафедрой техники высоких напряжений КПИ.

М. Е. Иерусалимов является специалистом широкого профиля в области техники высоких напряжений. Основные его научные работы посвящены разработке и исследованию методов контроля и испытания изоляции высоковольтного электрооборудования. Для научных работ М. Е. Иерусалимова характерна тесная связь с задачами практики, с производством.

М. Е. Иерусалимов имеет свыше 70 научных публикаций. Большое вни-

мание он уделяет вопросам учебно-методической работы. Кроме общего курса ТВН, М. Е. Иерусалимов читает профилирующие курсы «Перенапряжения в электроустановках», «Высоковольтная изоляция и профилактика». Учебные пособия «Техника высоких напряжений», «Методы профилактических испытаний изоляции высоковольтного электрооборудования», «Электрические разряды в газах», подготовленные при участии и под редакцией М. Е. Иерусалимова, широко используются в учебном процессе.

Многогранна общественная деятельность М. Е. Иерусалимова. Он является членом Научно-методической комиссии Министерства высшего и среднего специального образования СССР, пред-

седателем Республиканской секции электротехники высоких напряжений УкрНТОЭ и ЭП, членом редколлегии межвузовского сборника «Электрические сети и системы», членом советов по присуждению ученых степеней, членом Совета ветеранов Великой Отечественной войны института, неоднократно избирался в состав партийного бюро. М. Е. Иерусалимов награжден правительственными наградами, грамотами Минвуза УССР.

Разносторонность знаний, партийная принципиальность создали М. Е. Иерусалимову заслуженный авторитет и признание.

Группа товарищей

## АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ ВОЛЬДЕК



Советская наука понесла тяжелую утрату. Скончался видный ученый-электротехник, академик АН Эстонской ССР, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, лауреат Государственной премии Эстонской ССР, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электрические машины» ЛПИ имени М. И. Калинина Александр Иванович Вольдек.

А. И. Вольдек родился в апреле 1911 г. Он прошел большой трудовой путь от простого рабочего до крупного ученого, широко известного не только в нашей стране, но и за ее пределами.

В 1932 г. А. И. Вольдек поступил в Ленинградский политехнический институт и в 1938 г. с отличием закончил его, получив квалификацию инженера-электромашиностроителя. Работая в промышленности, А. И. Вольдек в период Великой Отечественной войны выполнял важное поручение по созданию, наладке и испытаниям новых автоматических рельсо-сварочных машин для восстановления железнодорожных путей.

Горячее стремление к знаниям привело А. И. Вольдека к поступлению в 1946 г. в аспирантуру при кафедре «Электрические машины» ЛПИ. Здесь проявилась его способность к исследованиям физических явлений в электрических машинах с использованием методов теории электромагнитного поля. После защиты кандидатской диссертации в 1950 г. он был направлен на работу в Таллинский политехнический институт, где заведовал кафедрой «Электрификация промышленных предприятий».

Помимо непосредственных вузовских обязанностей, А. И. Вольдек выполнял большую работу по организации и улучшению высшего электротехнического образования в Эстонской ССР. Завершением большого этапа исследований магнитных полей и параметров многофазных машин переменного тока явилась защита им в 1957 г. докторской диссертации.

В 1958 г. А. И. Вольдек был привлечен к работе по совместительству в Таллинский научно-исследовательский электротехнический институт АН ЭССР, где был заместителем директора по научной работе. С 1961 г. и до последнего

дня своей жизни А. И. Вольдек возглавлял кафедру «Электрические машины» Ленинградского политехнического института. Последние двадцать лет научная деятельность А. И. Вольдека была связана с проблемами теории и практики магнитогидродинамических машин с жидкометаллическим рабочим телом и линейных двигателей.

За работы в области магнитной гидродинамики А. И. Вольдеку в 1968 г. была присуждена Государственная премия Эстонской ССР, а в 1969 г. он был избран действительным членом АН Эстонской ССР. А. И. Вольдек является автором многочисленных печатных трудов, среди которых четыре учебника и монография. Его учебник для вузов «Электрические машины» был отмечен премией как одна из лучших книг 1966 г. В 1974 г. А. И. Вольдеку было присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

А. И. Вольдек проводил большую работу по подготовке высококвалифицированных кадров для вузов СССР и развивающихся стран. Плодотворной была его и научно-общественная деятельность в научно-технических и методических советах, в Высшей аттестационной комиссии по присуждению ученых степеней и званий, в редакциях журналов.

Советская наука и высшая школа потеряли одного из крупнейших специалистов. Память об Александре Ивановиче Вольдеке навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей

**СЕРГЕЙ ДАВИДОВИЧ ВОЛОБРИНСКИЙ**

Скончался один из старейших преподавателей ЛИИЖТ, доктор технических наук, профессор Сергей Давидович Волобринский.

С. Д. Волобринский родился в 1907 г. в Петербурге, трудовую деятельность начал в 1924 г. электромонтером на одной из фабрик Ленинграда. В 1931 г. после окончания Ленинградского политехнического института Сергей Давидович работал инженером, а затем главным инженером крупного энергостроительства, одновременно занимаясь преподавательской деятельностью в ЛИИЖТ. В 1946 г. он перешел на постоянную работу в ЛИИЖТ на кафедру «Электроснабжение железных дорог».

В 1947 г. С. Д. Волобринскому было присвоено ученое звание доцента, в 1951 г. он защитил кандидатскую диссертацию и в 1970 г. докторскую; в 1972 г. он утвержден в ученном звании профессора.

До последних дней жизни С. Д. Волобринский являлся ведущим лектором кафедры «Электроснабжение железных дорог» по ряду профилирующих дисциплин, руководил дипломным проектированием, работой аспирантов и соискателей. Богатый опыт практической и на-



учно-педагогической деятельности помогал ему успешно работать в составе методических комиссий МПС и института, Научно-методическом совете по электроснабжению Министерства высшего и среднего специального образования СССР, в Научном совете «Энергетика и электрификация» Государственного

комитета Совета Министров СССР по науке и технике.

С. Д. Волобринский руководил многими научно-исследовательскими работами, широко привлекая к исследованиям молодых сотрудников кафедры и студентов и постоянно уделяя внимание повышению их квалификации. Многие годы С. Д. Волобринский являлся председателем постоянно действующей Всесоюзной комиссии по электрическим нагрузкам НТОЭ и ЭП.

С. Д. Волобринским опубликовано свыше 50 научных трудов, в числе которых учебники для вузов железнодорожного транспорта и монографии. Он вел большую общественную работу, являясь членом общеполитической редколлегии и редактором сборников научных трудов электромеханического факультета, принимал участие в работе международных технических конференций.

С. Д. Волобринский награжден медалью «За доблестный труд в Великой Отечественной войне», отмечен грамотами МВ и ССО СССР, МПС и ЦК профсоюза железнодорожников.

Благодарная память о Сергее Давидовиче Волобринском останется жить в сердцах его товарищей и учеников.

Группа товарищей

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев, Л. С. Кудинова, А. Б. Желдыбин

Адреса редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор О. Д. Кузнецова

Сдано в набор 15.12.77.  
Усл. печ. л. 12,0

Подписано к печати 02.02.78.  
Уч.-изд. л. 14,90

T-01236  
Тираж 9429 экз.

Формат 60×90<sup>1/8</sup>. Печать высокая  
Зак. 415

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.  
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Советов Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

## Подготовка рукописей для журнала «Электричество»

1. Материал статьи должен быть изложен в строгой и вместе с тем понятной форме для широкого круга научных работников и инженеров, работающих в различных областях науки и техники. В частности, необходимо пояснить все малоизвестные термины и понятия. Надо помнить, что читателя прежде всего интересует физический смысл рассматриваемых явлений.

Если в статье сообщаются новые разработки (научных и технических проблем), то должны быть показаны их технико-экономические преимущества по сравнению с ранее известными. При изложении новых методов расчетов, исследований и т. п. необходимо давать их сравнительную оценку (по отношению к известным способам) с точки зрения их простоты и затрат времени на изучение и пользование ими.

Перед заглавием статьи желательно проставлять ее индекс в соответствии с универсальной десятичной классификацией (УДК).

Для того чтобы облегчить работу читателя с журналом, авторам необходимо придерживаться следующей структуры статей:

- а) краткое изложение состояния рассматриваемого вопроса и постановка задачи, решаемой в настоящей статье;
- б) метод решения задачи и принятые допущения;
- в) основное содержание статьи — физическая сущность, исходные и конечные математические выражения, эксперименты и расчеты, примеры, иллюстрации;
- г) обсуждение полученных результатов и сопоставление с известными ранее;

д) выводы и рекомендации;

е) приложения: доказательства использованных в статье положений, математические выкладки и преобразования;

ж) список литературы.

2. При написании статьи необходимо избегать применения громоздкого математического аппарата. Сведения, приводимые в статье, должны содержать лишь самый необходимый минимум формул.

Объем статьи с приложением не должен превышать 16 страниц машинописного текста.

3. Статья представляется в 2-х экземплярах (первый и второй), отпечатанных через два интервала с полями 4—5 см.

4. Формулы вписываются темными чернилами в отдельных строках, а не в тексте.

В том случае, если прописные и строчные буквы имеют одинаковое начертание, прописные буквы рекомендуется подчеркивать двумя черточками снизу, строчные — двумя черточками сверху. Греческие буквы следует заключать в кружок красным карандашом.

При вписывании индексов следует указать, какие из них латинские и какие русские.

5. Библиографический указатель (список литературы) составляется в порядке последовательности ссылок в тексте и согласно ГОСТ 7.1—76, при этом указываются:

а) для журнальных статей — фамилия и инициалы автора, название статьи, наименование журнала или сборника, год издания, том, номер, страницы начала и конца статьи;

б) для книг — фамилия и инициалы автора, название книги, наименование издательства, город (для центральных издательств СССР не нужно), год издания, общее количество страниц в книге.

Название иностранных работ и работ на языках народов СССР, а также фамилии авторов их должны быть приведены в оригинальной транскрипции и напечатаны на машинке.

В список литературы не следует включать неопубликованные материалы, а также материалы, отпечатанные литографским и подобными ему способами.

6. Рисунки не должны содержать лишнего данных, а все обозначения на рисунках обязательно должны соответствовать ГОСТ. Поясняющие надписи следует по возможности выносить в подпись к рисунку, причем они должны дополнять текст статьи, а не повторять его. Цифровые или буквенные обозначения, имеющиеся на рисунках, необходимо объяснить либо только в подписи к рисунку, либо только в тексте.

Следует учитывать, что при печати рисунки уменьшаются, поэтому детали их не должны быть мелкими, однако размер каждого рисунка не должен превышать 20×30 см.

Фотоснимки должны быть отпечатаны на белой глянцевой бумаге. Изображение должно быть контрастным, с резкой проработкой деталей. На одном экземпляре осциллограмм не должно содержаться никаких надписей.

Рисунки и фотоснимки не следует вклеивать в текст статьи; на обороте каждого из них необходимо указывать фамилию автора.

Количество рисунков не должно превышать 7 шт. на 1 авт. лист (не более 1 рис. на 3 стр. машинописного текста), причем необходимо учитывать, что буквенные подразделения графического материала (например, рис. 1,а, рис. 1,б и т. п.) редакция журнала «Электричество» считает за отдельные рисунки.

7. В таблицах все наименования следует указывать полностью, не сокращая слов.

8. К статье необходимо приложить реферат.

Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и основных его результатах.

Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья.

Средний объем реферата — 0,5 стр. машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×20 см) в 2-х экземплярах, с полем 4 см с левой стороны.

Сообщение о наличии в реферируемой работе библиографических источников необходимо давать в конце реферата. Например: Библ. 9.

9. В конце статьи должны быть указаны фамилия, имя и отчество автора, год рождения, домашний адрес, место работы, номера домашнего и служебного телефонов.

10. Рукописи статей должны сопровождаться письмом автора и необходимыми документами предприятия (учреждения).



## СОДЕРЖАНИЕ

Веников В. А., Цукерник Л. В. — Развитие методов исследования устойчивости электрических систем . . .	1
Ахундов Э. Б., Анищенко В. А., Петров В. В. — Метод экстраполяции внеплановых отклонений перетоков мощности по межсистемным линиям . . .	7
Вилесов Д. В., Кебко В. Д., Педан Э. В., Толчеев В. Н. — Сильное регулирование возбуждения синхронных генераторов автономных систем . . .	11
Королев Е. П., Либерзон Э. М. — Повышение устойчивости функционирования защит, включенных на сумму токов	15
Фабрикант В. Л., Шабанов В. А., Шнейдер Я. А. — Выбор уставок дистанционной защиты от коротких замыканий на землю . . .	18
Глебов И. А., Казовский Е. Я., Остроумов Э. Е., Руби- сов Г. В. — Скручивающие моменты на валу турбо- агрегата при отключении коротких замыканий . . .	22
Луковников В. И. — Основы бикомплексного исчисления и его применение к расчету электромеханических систем с модуляцией . . .	26
Герасимов Л. С., Икрянников В. И., Пинчук А. И. — Раз- ряд в RLC-контуре при сильной нелинейности актив- ного сопротивления . . .	31
Гринштейн Б. И. — Анализ влияния обратных токов полу- проводниковых вентилях на значение коммутационных перенапряжений . . .	35
Тозони О. В., Руденко Л. В. — О расчете мощных токо- водов повышенной частоты . . .	40
Кожевников К. И. — Экстремальное управление позицион- ным механизмом во времени . . .	44
Абалаев Р. А. — Автоматизированный электропривод мотал- ки для стана непрерывного литья и проката меди . . .	49
<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Сомов И. Я. — Исследование свойств реле полного сопро- тивления с нелинейным преобразованием одной вели- чины . . .	54

Корбут Е. В., Мерхалев С. Д., Рейн Б. М., Соломо- ник Е. А. — Разрядные напряжения равномерно и не- равномерно загрязненных изоляторов . . .	56
Невский С. Е. — Влияние индуктивности источника пита- ния на электрические характеристики озонатора . . .	60
Щеголеватых А. С. — Оценка надежности приборов, кон- тролирующих вывод проводов из корпусов методом электролитического замыкания . . .	62

## СООБЩЕНИЯ

Намитокков К. К., Брезинский В. Г., Красовицкий В. Б., Юрченко С. М. — К расчету электродинамической си- лы отброса контактов . . .	64
Казанский В. Е., Межалс Л. В. — Магнитный трансформа- тор тока с улучшенной защитой от тока в земле . . .	67
Слышалов В. К. — Распределение электрических зарядов на ленте из несовершенного диэлектрика, движущейся вблизи кругового цилиндра . . .	68
Набока Б. Г. — Электрическое поле на краю обкладки кон- денсатора при нелинейной конфигурации границы раз- дела сред . . .	72
Гарб Х. Л. — Исследование магнитного поля в зазоре по- стоянных магнитов с конусообразными полюсами, арми- рованными магнитно-мягким материалом . . .	74
Крылов О. А., Мазия Л. В., Сироткин И. Д. — Упрощенное математическое моделирование тиристорных преоб- разователей . . .	76
Галкин В. И. — Влияние параметров схемы замещения маг- нитного подвеса с резонансной цепью на его силовые характеристики . . .	78
Воронцов В. Ф., Николаенко В. Н. — О перераспределении зарядов в системе перемещающихся проводников . . .	82
Гостев В. И. — Номограмма для расчета двухключевой схемы подавления квадратурного напряжения . . .	84
<b>Библиография</b> . . .	85
<b>Хроника</b> . . .	89

## Contents

The Development of Methods for Power System Stability Studies — V. A. Venikov, L. V. Tsukernik . . .	1
A Method for Extrapolating Unplanned Deviations in Tie Line Power Flows — E. B. Akhundov, V. A. Anischen- ko, V. V. Petrov . . .	7
Excitation Regulation Employing Derivatives for Synchro- nous Generators in Independent Systems — D. V. Vile- sov, V. D. Kebko, E. V. Pedan, V. N. Tolcheyev . . .	11
Improving the Stability of Functioning of Relay Protection Responding to the Sum of Currents — E. P. Korolyev, E. M. Liberzon . . .	15
Selecting the Settings of Ground Fault Distance Relays — V. L. Fabrikant, V. A. Shabanov, J. A. Shneider . . .	18
Turbogenerator Shaft Torques After Fault Clearance — I. A. Glebov, E. J. Kazovski, E. E. Ostroumov, G. V. Ru- bisov . . .	22
Fundamentals of Bicomplex Calculus and Its Application for Calculating Electromechanical Systems With Modu- lation — V. I. Lukovnikov . . .	26
Discharge in an RLC Circuit Having Marked Nonlineari- ty — L. S. Gerasimov, V. I. Ikriannikov, A. I. Pinchuk . . .	31
How Reverse Currents in Semiconductor Valves Influence the Level of Switching Overvoltages — B. I. Greenstein . . .	35
On the Design of Large High Frequency Current Carrying Circuits — O. V. Tozoni, L. V. Rudenko . . .	40
Extremal Control of a Positioning Unit in Time — K. I. Kodjevnikov . . .	44
An Automatized Electric Drive for the Reeler of a Mill for Continuous Casting and Rolling of Copper — R. A. Abalyan . . .	49

## FROM OPERATING EXPERIENCE

A Study of the Properties of an Impedance Relay With Non-linear Transformation of One Quantity — I. J. So- mov . . .	54
--	----

Discharge Voltages of Uniformly or Nonuniformly Fouled Insulators — E. V. Korbut, S. D. Merhalev, B. M. Rein, E. A. Solomonik . . .	56
How the Inductance of the Supply Source Influences the Electrical Properties of an Ozonator — S. E. Nevski . . .	60
On the Reliability of Instruments Monitoring Bushings on Casings by an Electrolytic Shorting Method — A. S. Schegolovatkikh . . .	62

## REPORTS

Calculating the Electrodynamical Force of Contact Bounce — K. K. Namitokov, V. G. Brezinski, V. B. Krasovitski, S. M. Urchenko . . .	64
A Magnetic Current Transformer Having Improved Pro- tection Against Earth Return Currents — V. E. Kazan- ski, L. V. Medjals . . .	67
Distribution of Electric Charge on a Tape of Imperfect Dielectric Travelling Near a Round Cylinder — V. K. Sli- shalov . . .	68
The Electric Field at the Edge of a Capacitor Plate for a Non-linear Boundary Between Media — B. G. Naboka . . .	72
A Study of the Magnetic Field in the Gap of Permanent Magnets Having Cone-Shaped Poles Shaded With a Magnetically Soft Material — H. L. Garb . . .	74
Simplified Mathematical Simulation of Thyristor Con- verters — O. A. Krilov, L. V. Maziya, I. D. Sirotkin . . .	76
How the Parameters of the Equivalent Circuit of a Mag- netic Suspension With a Tuned Circuit Influence Its Power Characteristics — V. I. Galkin . . .	78
On Redistribution of Charge in a System of Travelling Conductors — V. F. Vorontsov, V. N. Nikolayenko . . .	82
A Nomograph for Calculating a Two-Key Circuit for Sup- pressing the Quadrature Voltage — V. I. Gostev . . .	84

<b>BIBLIOGRAPHY</b> . . .	85
<b>CHRONICLE</b> . . .	89

УДК 621.311.05.001.24

Метод экстраполяции внеплановых отклонений перетоков мощности по межсистемным линиям. Ахундов Э. Б., Анищенко В. А., Петров В. В. — «Электричество», 1978, № 2.

Рассматривается задача экстраполяции внеплановых отклонений перетоков активной мощности по слабым межсистемным ЛЭП с предельной фильтрацией низкочастотной составляющей. Отклонения перетоков активной мощности рассматриваются как нормальный случайный процесс, близкий к стационарному и эргодическому. Фильтрация низкочастотных отклонений перетока осуществляется оператором экспоненциального сглаживания. По методу Винера—Колмогорова синтезирован оптимальный оператор экстраполяции низкочастотных отклонений перетока мощности.

Разбирается система автоматического регулирования перетоков активной мощности с применением оператора экстраполяции. Библ. 10.

УДК [621.313.322:621.316.722].001.24

Сильное регулирование возбуждения синхронных генераторов автономных систем. Вилесов Д. В., Кебко В. П., Педен Э. В., Толчеев В. Н. — «Электричество», 1978, № 2.

В статье рассматривается ряд аспектов, связанных с интенсификацией возбуждения автономных синхронных генераторов. Показано, что целесообразна величина потолочного напряжения возбуждения должна быть в 10—15 раз больше напряжения холостого хода. При этом длительность восстановления напряжения при набросе нагрузки уменьшается до десятков миллисекунд, а величина провала напряжения — на 10÷40%. Оценивается влияние интенсивного регулирования на изменение скорости вращения генератора.

Приводятся выражения для расчета изменения напряжения при набросе нагрузки в случае использования интенсивного регулирования и экспериментальные данные, подтверждающие теоретические выводы. Библ. 3.

УДК 621.316.925.2

Повышение устойчивости функционирования защит, включенных на сумму токов. Королев Е. П., Либерзон Э. М. — «Электричество», 1978, № 2.

Приведено обоснование целесообразности разработки и применения быстродействующих (порядка 0,01с) устройств, блокирующих защиты, включенные на сумму токов, при внешних коротких замыканиях. Разработана и испытана схема такого блокирующего устройства (БУ) и определена наиболее перспективная область его применения. Показано, что при использовании БУ значительно повышается устойчивость функционирования и чувствительность защит, включенных на сумму токов. Библ. 8.

УДК 621.316.925

Выбор уставок дистанционной защиты от коротких замыканий на землю. Фабрикант В. Л., Шабанов В. А., Шнейдер Я. А. — «Электричество», 1978, № 2.

Рассматривается выбор сопротивления срабатывания и коэффициента компенсации дистанционной защиты от замыканий на землю линий без ответвлений. Показано, что оптимальное значение коэффициента компенсации с точки зрения повышения чувствительности зависит от величин отношения тока нулевой последовательности к полному току поврежденной фазы в режиме выбора уставки и в режиме проверки чувствительности. Приводится ряд доводов в пользу принятия минимального значения коэффициента компенсации во всех случаях. Библ. 5.

УДК 621.313.322—81.064.1.001.24

Скручивающие моменты на валу турбоагрегата при отключении коротких замыканий. Глубов И. А., Казовский Е. Я., Остроумов Э. К., Рубисов Г. В. — «Электричество», 1978, № 2.

Приведены результаты экспериментального исследования на электродинамической модели скручивающего момента, действующего на валопровод включенного в сеть конечной мощности турбоагрегата, после отключения кратковременных симметричных и несимметричных к. з. Экспериментальные данные сопоставлены с результатами расчета на ЦВМ. Показано влияние на скручивающий момент электромагнитных параметров системы, в которую включен генератор. Библ. 3.

УДК [62-83.:621.376].001.24

Основы бикомплексного исчисления и его применение к расчету электромеханических систем с модуляцией. Луковников В. И. — «Электричество», 1978, № 2.

Предлагается специальное интегральное преобразование функций, выраженных как произведение двух периодических функций разных периодов. Излагаются основные правила исчисления, названного бикомплексным и использующего указанное интегральное преобразование. Приводятся бикомплексные изображения некоторых элементарных функций. Устанавливается связь бигармонических функций, равных произведению двух гармонических функций разных периодов, с их бикомплексным изображением и векторным представлением. Приводится пример использования бикомплексного исчисления для расчета колебательного режима работы линейного асинхронного электродвигателя. Библ. 16.

УДК [621.372:537.52].001.24

Разряд в LC-контуре при наличии нелинейности активного сопротивления. Герасимов Л. С., Икрянников В. И., Пинчук А. И. — «Электричество», 1978, № 2.

Рассмотрен разряд в нелинейном LC-контуре. Найдены параметры, определяющие степень нелинейности. Получены решения в виде рядов по степеням безразмерного времени для возмущенных составляющих тока и сопротивления. Определены безразмерные критерии процесса. Получены соотношения для вычисления длительности твердой стадии при электрическом взрыве проводника. Библ. 9.

УДК 621.314.632.015.38.001.24

Анализ влияния обратных токов полупроводниковых вентилей на величину коммутационных перенапряжений. Гринштейн Б. И. — «Электричество», 1978, № 2.

Анализируются электромагнитные процессы в полупроводниковых преобразовательных схемах с учетом влияния специфики полупроводниковых вентилей. Показано, что значение коммутационных перенапряжений определяется для класса схем в значительной степени значением обратного тока.

Даны формулы для расчета коммутационных перенапряжений, сформулированы рекомендации по выбору параметров цепочек демпфирования. Библ. 11.

УДК 621.316.022.001.24

О расчете мощных тоководов повышенной частоты. Тозони О. В., Руденко Л. В. — «Электричество», 1978, № 2.

Изложен метод расчета электромагнитного поля в однофазных тоководах прямоугольного сечения с учетом неравномерности распределения тока в сечении при повышении частоты. В интегральное уравнение, формулирующее задачу расчета тоководов, введена добавочная, априорная, информация о распределении тока по сечению шины.

Интегральное уравнение решено приближенным методом, состоящим в замене интегральных уравнений конечной системой линейных алгебраических уравнений.

Приведены результаты расчетов различных тоководов при частотах 50, 500, 2500 Гц. Библ. 9.

УДК 62-83.001.24

Экспериментальное управление позиционным механизмом во времени. Кожевников К. И. — «Электричество», 1978, № 2.

Получены формулы для расчета оптимальных уставок регуляторов привода, которые минимизируют нагрев двигателей; рассмотрен оптимальный закон регулирования нагрева двигателя, разработан основной узел блок-схемы алгоритма оптимизирующей вычислительной машины; найдено оптимальное передаточное число редуктора и выявлено влияние номинальных параметров двигателя ( $GD^2$ ,  $M_n$ ) на его режим работы; дана оценка эффективности принятых решений; приводится числовой пример расчета.

Выявленные закономерности могут быть использованы при проектировании экстремального управления для одиночных механизмов и для комплекса механизмов, связанных определенной последовательностью выполнения технологических операций. Библ. 7.

УДК 621.316.925.451.001.24

Исследование свойств реле полного сопротивления с нелинейным преобразованием одной величины. Сомов И. Я. — «Электричество», 1978, № 2.

Рассматривается реле полного сопротивления с нелинейным преобразованием рабочего напряжения. Составляются выражения для функции преобразования, условий отстройки и условий срабатывания, на основе которых устанавливается зависимость свойств реле от параметров функции преобразования. Библ. 4.

УДК 621.315.624

Разрядное напряжение равномерно и неравномерно загрязненных изоляторов. Корбут Е. В., Мерхалев С. Д., Рейн Б. М., Соломоник Е. А. — «Электричество», 1978, № 2.

Излагаются результаты испытаний изоляторов с неравномерным искусственным загрязнением; произведено сопоставление разрядных напряжений неравномерно и равномерно загрязненных изоляторов. Показано, что разрядные напряжения неравномерно загрязненных изоляторов не определяются однозначно ни полным сопротивлением изоляторов, ни средней плотностью осевого ша на изолятор загрязнения, а зависят также от степени неравномерности загрязнения. При оценке разрядных напряжений неравномерно загрязненных изоляторов по средней плотности загрязнения без учета степени неравномерности возможна ошибка может привести только в сторону увеличения уровня изоляции. Библ. 5.

УДК 621.384.52.001.24

Влияние индуктивности источника питания на электрические характеристики озонатора. Невский С. Е. — «Электричество», 1978, № 2.

Предложена методика расчета электрических характеристик озонатора с учетом индуктивности и активного сопротивления источника питания. Исследовано влияние индуктивности на форму кривой тока и напряжения озонатора, коэффициент мощности, амплитуду напряжения озонатора. Даются результаты расчета электрических характеристик озонаторов на ЦВМ и экспериментальные данные. Библ. 3.

УДК 621.3.084.004.5

Оценка надежности приборов, контролирующих исправность выводов корпусов электролитическим замыканием. Щеголеватых А. С. — «Электричество», 1978, № 2.

Приводится принципиальная схема и описание работы прибора для контроля исправности выводов корпусов, использующего электролитическое замыкание внутри основания корпуса. Даются рекомендации по выбору оптимальных параметров некоторых элементов прибора. На основе метода Монте-Карло произведен анализ надежности работы устройства. Показано, что для прямоугольных корпусов надежность работы снижается с увеличением отношения большей стороны к меньшей. Экспериментальные исследования подтвердили математические расчеты. Библ. 2.

УДК 621.316.066.6.001.24

К расчету электродинамической силы отброса контактов. Намитов К. К., Брезинский В. Г., Красовицкий В. Б., Юрченко С. М. — «Электричество», 1978, № 2.  
В общем виде рассчитывается электродинамическая сила для многоточечного цилиндрического контакта конечного радиуса  $b$ , имеющего  $N$  проводящих площадок, контактирования радиуса  $a_N$ , расположенных случайным образом в плоскости контактирования. Показано, что электродинамическая сила зависит не только от размеров контактов и контактных площадок, но и от расположения контактных площадок. Библ. 3.

УДК 621.314.224.8

Магнитный трансформатор тока с улучшенной защитой от тока в земле. Казанский В. Е., Межалс Л. В. — «Электричество», 1978, № 2.  
Предложена конструкция магнитного трансформатора тока, более устойчивого по сравнению с существующими, к магнитным помехам от посторонних токов, в особенности от тока, протекающего в земле. Приведены формулы для расчета основных показателей помехоустойчивости предложенного магнитного трансформатора. Библ. 1.

УДК 537.212+621.319.74

Распределение электрических зарядов на ленте из несовершенного диэлектрика, движущейся вблизи кругового цилиндра. Слышалов В. К. — «Электричество», 1978, № 2.  
Решена задача о взаимном влиянии движущейся заряженной ленты из несовершенного диэлектрика и расположенного вблизи нее цилиндра (проводящего или диэлектрического).  
В итоге исходная задача приводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов ряда Фурье для распределения зарядов по цилиндру. Решение системы найдено аналитически в форме рекуррентных соотношений для приближений соседних номеров; приведены результаты расчета.  
Показано, что электростатические задачи о цилиндре в равномерном поле, цилиндре вблизи проводящей плоскости и цилиндре внутри плоского конденсатора (вблизи одной из обкладок) являются частными случаями рассмотренной задачи. Библ. 7.

УДК 537.222

О перераспределении зарядов в системе перемещающихся проводников. Воронцов В. Ф., Николаенко В. Н. — «Электричество», 1978, № 2.  
Предложена методика оценки перераспределения зарядов, введенных на различных заземленных проводниках возбуждающим зарядом  $q$  при их взаимном перемещении, требующая решения одной краевой задачи с неизменными граничными условиями в отличие от известной методики, основанной на теореме Шокли—Рамо, требующей решения двух краевых задач при вариациях граничных условий. Библ. 12.

УДК [621.319.4:537.212].001.24

Электрическое поле на краю обкладки конденсатора при нелинейной конфигурации границы раздела сред. Набока Б. Г. — «Электричество», 1978, № 2.  
Методами конформного преобразования, обращения и зеркальных отображений получены формулы, описывающие поле на краю обкладки конденсатора при нелинейных конфигурациях границ раздела сред. Библ. 8.

УДК 621.314.632::6217.382.233.026.001.57

Упрощенное математическое моделирование тиристорных преобразователей. Крылов О. А., Мазия Л. В., Сироткин И. Д. — «Электричество», 1978, № 2.  
Разработана методика моделирования выпрямительных устройств, охватывающая основные схемы соединения вентилей с естественной коммутацией при различной фазности сети переменного тока и различных видах нагрузки.  
Математическая модель воспроизводит кривую напряжения преобразователя со стороны постоянного тока как разность напряжения холостого хода при нулевом угле управления и падения напряжения, значение которого определяется углом управления, временем коммутации вентилей, значением активного сопротивления трансформатора.  
Все процессы коммутации моделируются с помощью одного контура, что позволяет сократить число решающих элементов.  
Правильная работа модели контролируется по приведенным кривым. Библ. 6.

УДК 621.318.2.042.4.013.001.24

Исследование магнитного поля в зазоре постоянных магнитов с конусообразными полюсами, армированными магнитно-мягким материалом. Гарб Х. Л. — «Электричество», 1978, № 2.  
В предположении, что  $\exp(-\pi d/h) \ll 1$  ( $d$  — диаметр полюсных наконечников,  $h$  — высота зазора), с помощью методов теории конформных отображений получены простые формулы, описывающие распределение магнитного поля в зазоре постоянных магнитов с конусообразными полюсами, армированными магнитно-мягким материалом. Исследуется влияние непараллельности полюсных наконечников на величину неоднородности магнитного поля. Делается вывод, что для получения высокой однородности поля необходимо налагать жесткие требования к параллельности полюсных наконечников. Библ. 4.

УДК [621.313.3.085.2:538.122].001.24

Влияние параметров схемы замещения магнитного подвеса с резонансной цепью на его силовые характеристики. Галки В. И. — «Электричество», 1978, № 2.  
Исследовано влияние параметров схемы замещения магнитного подвеса на его области функционирования и характер изменения центрирующих сил. Получена область функционирования магнитного подвеса для последовательной схемы замещения  $r, L, C$  и показано, как влияет на эту область учет рассеяния обмотки и сопротивления магнитопровода. Исследована область функционирования магнитного подвеса при параллельном включении  $r$ .  
Даны уравнения для определения центрирующих сил магнитного подвеса как для частных, так и для полной схем замещения. Библ. 9.