

Аналитический метод исследования готовности энергетических предприятий

НЕЧАЕВ В. В.

Тольятти

В связи с включением коэффициента готовности в число управляющих отраслевых критериев возрос практический интерес к определению и содержанию понятия готовности, соотношению надежности и готовности, показателям и методам аналитического исследования готовности систем, нормированию, планированию и оценке фактически достигнутой величины готовности.

Используемые показатели надежности, такие как коэффициенты рабочего времени, вынужденных простоев, использования установленной мощности, оперативной готовности, плановых простоев и среднее время наработки на отказ [Л. 1], одновременно могут служить и характеристиками готовности, однако они не в полной мере отражают смысл понятия готовности, связанной прежде всего с интуитивными представлениями о возможностях энергоисточника, находящегося в конкретных эксплуатационных состояниях.

Применительно к энергоисточнику проблема управления надежностью на практике равноценна проблеме управления готовностью, поэтому эффективность практического использования показателей готовности зависит от степени их конкретной связи с эксплуатационными режимами, величиной и интенсивностью использования резерва, характеристиками различных состояний энергетического оборудования, уровнем его эксплуатации и ремонта.

ГОСТ 13377-75, вводя коэффициент готовности как один из комплексных показателей надежности, не дает отдельного определения готовности, хотя известны трудности, вызываемые отсутствием стандартизации этого понятия [Л. 2]. Последнее может быть получено из анализа конкретных связей меж-

ду энергоисточником и потребителем, возникающих в процессе покрытия нагрузок.

Соотношение понятий надежности и готовности. На рис. 1 приведен упрощенный граф, отображающий функциональную структуру технологических преобразований энергии на ТЭС. Его особенностью является наличие сильной связи между всеми структурными элементами. Каждый предшествующий и следующий за ним элементы связаны отношением «источник-потребитель». Это отношение является структурной основой построения энергетических систем на всех иерархических уровнях их функционирования и на всех этапах последовательных преобразований энергии и ее потребления.

В конечном счете такая структура с сильными связями, включающая параллельные и последовательные устройства преобразования энергии, средства передачи, потребителей электроэнергии и тепла, принципиально может быть сведена к системе, состоящей из двух подсистем: эквивалентного энергоисточника и эквивалентного потребителя. Поэтому все вопросы, связанные с соотношением категорий надежности и готовности и определением готовности, можно рассматривать на примере структурной пары взаимосвязанных элементов, изображаемых графом рис. 2.

Пусть на интервале времени t потребность потребителя характеризуется упорядоченным множеством нагрузок и их вероятностей

$$\{q, P_q(t), t\}_{q=1, 2, \dots, m},$$

а функционирование источника — множеством значений потенциальных мощностей и соответствующим

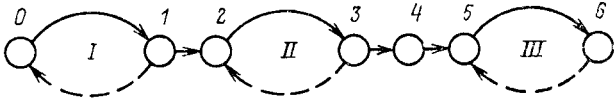


Рис. 1. Граф технологических преобразований ТЭС.

I, II, III — циклы энергетических преобразований: термохимический топливный цикл (ТХЦ), пароводяной (ПВЦ) и электрический (ЭЦ); 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 — соответственно: природа (источник первичной энергии), топочные камеры котлоагрегатов, пароводяные тракты котлоагрегатов, турбины, роторы синхронных генераторов, статоры синхронных генераторов, эквивалентный потребитель электроэнергии. 0-1, 2-3, 5-6, (1-0, 3-2, 6-5) — соответственно: прямые передачи высокопотенциальных и обратные передачи обрабатывших промежуточных носителей электроэнергии и тепла. 1-2, 3-4, 4-5 — потоки энергии соответственно: радиационный и конвективный от топочной камеры к поверхностям пароводяного тракта котлоагрегата, механический от турбины к ротору генератора, электромагнитный от ротора к статору генератора.

щим ему множеством состояний и их вероятностей на этом же интервале

$$\{z_i, P_i(t), t\}_{i=1, 2, \dots, n}.$$

Тогда надежность $S(t)$ удовлетворения потребностей потребителя [Л. 3]

$$S(t) = \sum_i P_i(t) Q_i(t), \quad (1)$$

где $Q_i(t)$ — условная вероятность покрытия нагрузки потребителя, вычисленная при условии пребывания энергоисточника в состоянии i . Суммирование в (1) производится по всем возможным на интервале t состояниям энергоисточника.

Условимся называть простыми основными состояниями любого энергетического агрегата следующие четыре состояния: работа, резерв, плановый ремонт, вынужденный (в том числе и аварийный) простой, а простыми промежуточными состояниями, через которые осуществляется переход агрегата из одного основного состояния в другое, — пуск, останов и работу с неисправностью (ограничением мощности или производительности). Тогда каждое i -е состояние энергоисточника, включающего n равноценных агрегатов, будет представлять собой его частную конфигурацию в момент времени t , описываемую вектором распределения входящих в энергоисточник агрегатов, или его суммарной мощности в пространстве основных состояний:

$$\left. \begin{aligned} z_i(t) &= \{z_{1i}, z_{2i}, z_{3i}, z_{4i}, t\}, \\ v_i(t) &= \{v_{1i}, v_{2i}, v_{3i}, v_{4i}, t\}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $z_{1i}, z_{2i}, z_{3i}, z_{4i}$ — проекции вектора i -го состояния на элементарные оси простых состояний, представляющие собой числа агрегатов, находящихся соответственно в работе, резерве, плановом ремонте и вынужденном простое, а $v_{1i}, v_{2i}, v_{3i}, v_{4i}$ — то же, но применительно к относительным значениям установленной мощности агрегатов, находящихся соответственно в работе, резерве, плановом ремонте и вынужденном простое. Особенностью функционирования отдельного агрегата является то, что в каждый момент времени его состояние характеризуется только одной единичной координатой при нулевых значениях остальных, например, $\{1, 0, 0, 0\}$ — агрегат в работе, $\{0, 0, 1, 0\}$ — агрегат в плановом ремонте и т. д.

Из анализа выражения (1) следует, что надежность энергоснабжения $S(t)$ характеризует соотношение между потребностью потребителя и готовностью энергоисточника, устанавливая численную вероятностную меру этого соотношения. Из (1) следует также, что практическое определение $S(t)$ возможно, если каждому состоянию энергоисточника поставлена в соответствие его потенциальная мощность в этом состоянии, которая и должна сравниваться с величиной нагрузок потребителя. Знание готовности в этих условиях необходимо для нахождения потенциальных мощностей энергоисточника и их вероятностей на заданном интервале времени. В зависимости от характеристик промежуточных состояний пуска, останова и работы с неисправностью, может оказаться, что каждому из введенных выше основных состояний будет соответствовать ряд значений потенциальной мощности.

Таким образом, применительно к энергоисточнику готовность есть интегральная функция распределения вероятностей потенциальной мощности энергоисточника, функционирующего на интервале t в фиксированном множестве состояний, а коэффициент готовности — вероятность того, что в произвольный момент времени на интервале t эта мощность окажется не меньше некоторого заранее заданного значения, например, номинальной мощности.

Если определение надежности $S(t)$ не требуется, а исследование готовности представляет самостоятельную задачу, целесообразно в целях упрощения расчетов приписать каждому i -му состоянию энергоисточника коэффициент готовности K_{Gi} , считая эквивалентными с точки зрения готовности состояния, характеризующиеся одинаковой потенциальной выработкой.

Таким образом, готовность, как вероятностная характеристика потенциальных возможностей энергоисточника на интервале времени t , определяется количеством его состояний, вероятностей этих состояний и их коэффициентов готовности:

$$\Gamma(t) = \{z_i(t), P_i(t), K_{Gi}, t\}_{i=1, 2, \dots, n}. \quad (3)$$

Готовность отдельного энергетического агрегата.

На рис. 3 представлен размеченный граф функционирования энергетического агрегата в четырех основных состояниях, при этом промежуточные состояния пуска и останова объединены в основное состояние «резерв», а промежуточное состояние работы с неисправностью — в основное состояние «работа». Такое объединение возможно, если вероятностные характеристики промежуточных состояний будут учтены при определении коэффициентов готовности агрегата в каждом из основных состояний.

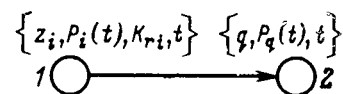


Рис. 2. Граф отношения «источник — потребитель». 1 — готовность энергоисточника; 2 — потребность потребителя; 1-2 — канал передачи энергии.

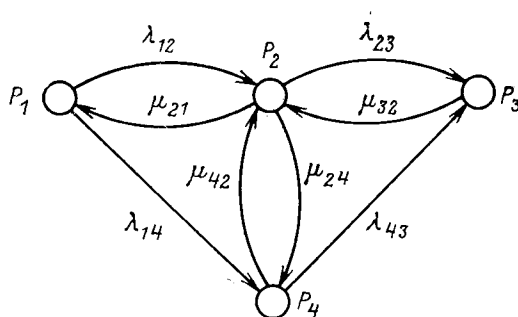


Рис. 3. Граф переходов энергетического агрегата в основных состояниях.

P_1, P_2, P_3, P_4 — вероятности пребывания агрегата в состояниях: работа, резерв, плановый ремонт, вынужденный простой; λ_{ij}, μ_{ij} — интенсивности переходов между состояниями.

Схема возможных переходов агрегата из одного основного состояния в другое определена с учетом вытекающих из практики эксплуатации условий:

вывод в плановый ремонт (без предварительной полной потери работоспособности) осуществляется с обязательным переходом агрегата через резерв, где он остается некоторое случайное время, в течение которого агрегат может быть затребован в работу, а ремонт отменен;

переход в состояние вынужденного простоя осуществляется при возникновении неисправности, обуславливающей полную потерю агрегатом работоспособности на период восстановления. В это состояние агрегат переходит, минуя резерв, и не может быть затребован в любое другое состояние до окончания восстановления;

переход в работу из любого состояния может быть осуществлен только через резерв, длительность пребывания в котором определяется потребностью в мощности, временем пуска, расходами и также является случайной величиной;

из вынужденного простоя агрегат может быть переведен в состояние планового ремонта;

из резерва агрегат может перейти в вынужденный простой, если в процессе пуска или нахождения в холодном резерве потеряна его работоспособность.

Оценка вида потоков событий, заключающихся во взаимных переходах между состояниями 1—4 и выяснение вида функций распределений времен пребывания агрегата в этих состояниях, могут быть сделаны только в результате статистической обработки данных об опыте эксплуатации. Анализ опыта эксплуатации позволяет считать возможной замену реальных потоков событий — переходов пуассоновскими, а реальных функций распределения длительностей пребывания агрегата в каждом из четырех состояний — экспоненциальными распределениями. В этом случае средние частоты потоков событий

$$w_{ij}(t) = \frac{n_{ij}(t + \Delta t)}{C_i(t + \Delta t)},$$

где $n_{ij}(t + \Delta t)$ — число событий — переходов из состояния i в состояние j на интервале Δt , $C_i(t + \Delta t)$ — число часов пребывания агрегата в состоянии i на интервале Δt , могут быть приравнены к интенсивностям $\lambda_{ij}(t)$ и $\mu_{ij}(t)$ пуассоновских потоков собы-

тий и экспоненциальных функций распределения вероятностей времен пребывания агрегата в соответствующих состояниях.

Опыт показывает, что интенсивности потоков событий — переходов агрегата из работы в резерв или вынужденный простой, из резерва в работу или плановый ремонт и из планового ремонта в резерв не остаются неизменными в течение года, а для каждой конкретной электростанции имеют свой характерный вид. Поэтому многолетние наблюдения по каждому из потоков событий должны быть вначале сгруппированы по характерным внутригодовым интервалам для выявления устойчивых внутригодовых изменений интенсивностей потоков — переходов, а затем по каждому году наблюдений для выявления тенденций изменения их среднегодовых значений.

Для прогнозирования поведения агрегата или системы следует по кривым изменения интенсивностей по годам наблюдений рассчитать среднегодовые значения $\lambda_{ij}(t)$ и $\mu_{ij}(t)$ на планируемый год, а затем внутригодовые колебания этих значений по установленным статистическим соотношениям.

Таким образом, функционирование энергетического агрегата в четырех основных состояниях, образующих восемь потоков взаимных переходов между ними, представляет собой неоднородный марковский процесс и описывается системой дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова для схемы «гибель — размножение». Эта система может быть составлена на основании общего правила:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = - \sum_{j=0}^n \lambda_{ij}(t) P_i(t) + \sum_{j=0}^n \lambda_{ji}(t) P_j(t), i \neq j \quad (4)$$

в соответствии с которым

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -P_1(t) [\lambda_{12}(t) + \lambda_{14}(t)] + P_2(t) \mu_{21}(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -P_2(t) [\lambda_{23}(t) + \lambda_{24}(t) + \mu_{21}(t)] + \\ &\quad + P_1(t) \lambda_{12}(t) + P_3(t) \mu_{32}(t) + P_4(t) \mu_{42}(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= -P_3(t) \mu_{32}(t) + P_2(t) \lambda_{23}(t) + \\ &\quad + P_4(t) \lambda_{43}(t); \\ \frac{dP_4(t)}{dt} &= -P_4(t) [\lambda_{43}(t) + \mu_{42}(t)] + P_1(t) \lambda_{14}(t) + \\ &\quad + P_2(t) \lambda_{24}(t). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решение системы (5) можно упростить, если заменить интенсивности $\lambda_{ij}(t)$ и $\mu_{ij}(t)$ их средними значениями на каждом из характерных интервалов года и перейти от неоднородного марковского процесса к последовательности однородных, число которых равно числу k интервалов разбиения. Учитывая далее, что граф рис. 3 не имеет поглощающих состояний, каждое состояние обладает свойством транзитивности, а процесс в целом хорошей перемешиваемостью, можно нестационарный процесс заменить стационарным [Л. 4], положив $t = \infty$ и $\frac{dP_i(t)}{dt} = 0$ на каждом расчетном интервале.

В результате от системы (5) перейдем к k системам алгебраических уравнений, решение которых относительно финальных вероятностей P_i с учетом нормировочного условия $\sum_i P_i = 1$ не представляет трудностей.

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -P_1(r)(\lambda_{12}(r) + \lambda_{14}(r)) + P_2(r)\mu_{21}(r); \\ 0 &= -P_2(r)(\lambda_{23}(r) + \lambda_{24}(r) + \mu_{21}(r)) + \\ &+ P_1(r)\lambda_{12}(r) + P_3(r)\mu_{32}(r) + P_4(r)\mu_{42}(r); \\ 0 &= -P_3(r)\mu_{32}(r) + P_2(r)\lambda_{23}(r) + P_4(r)\lambda_{43}(r); \\ 0 &= -P_4(r)(\lambda_{43}(r) + \mu_{42}(r)) + P_1(r)\lambda_{14}(r) + \\ &+ P_2(r)\lambda_{24}(r), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $r=0, 1, 2, \dots, k$ — номер расчетного интервала года.

Найдем теперь коэффициенты готовности агрегата в каждом из основных состояний. Если рассматривать как идеальное в смысле готовности ($K_r=1$) такое состояние, из которого агрегат может мгновенно перейти в состояние работы с номинальной мощностью, то в любом реальном состоянии, кроме действительной работы с номинальной мощностью, это условие не выполняется.

Находясь в работе, агрегат подвергается систематическим разгрузкам различной величины и продолжительности по графику или по заданию диспетчера. Последующий набор полной нагрузки определяется допустимой скоростью увеличения мощности или производительности агрегата и оперативностью действий персонала. Кроме того, при наложении неисправностей, связанных с ограничением мощности, агрегат не может быть полностью нагружен в течение времени существования этой неисправности. Очевидно коэффициент готовности агрегата в состоянии работы будет зависеть от частот разгрузок ω_1 и неисправностей ω_n , относительных значений глубины разгрузки v_1 и ограничения мощности при неисправности v_n , а также от среднего времени загрузки разгруженного агрегата τ_1 и среднего времени существования неисправности τ_n :

$$K_{r(1)} = 1 - \frac{1}{2} \omega_1 v_1 \bar{\tau}_1 - \omega_n v_n \bar{\tau}_n. \quad (7)$$

Аналогично из состояния резерва агрегат может быть введен в работу только по прошествии времени пуска и его коэффициент готовности в этом состоянии:

$$K_{r(2)} = 1 - \omega_{\text{пуск}} \bar{\tau}_{\text{пуск}}, \quad (8)$$

где $\omega_{\text{пуск}}$ — частота пусков агрегата при переходах из резерва в работу; $\bar{\tau}_{\text{пуск}}$ — среднее время одного пуска в час.

Состояние профилактического ремонта в ряде случаев характеризуется значительной готовностью агрегата, если ремонт затрагивает быстро восстанавливаемые узлы, или осуществляется без нарушения его работоспособности. Коэффициент готовности в таких случаях

$$K_{r(3)} = 1 - \omega_{\text{рем}} \bar{\tau}_{\text{рем}}^{\min}, \quad (9)$$

где $\omega_{\text{рем}}$ — частота плановых ремонтов; $\bar{\tau}_{\text{рем}}^{\min}$ — средняя минимально возможная в условиях конкретной электростанции длительность ремонтов, дополненная средними затратами времени на перевод агрегата из ремонта в резерв.

Коэффициент готовности агрегата, находящегося в состоянии вынужденного простоя, всегда равен нулю. Общий коэффициент готовности агрегата, циркулирующего на расчетном r -м интервале во всех состояниях

$$K_r(r) = \sum_i K_{ri} P_i. \quad (10)$$

Частоты $\omega_{\text{пуск}}$ и $\omega_{\text{рем}}$ в выражениях (8) и (9) могут быть приняты равными рассмотренным выше интенсивностям μ_{21} и μ_{32} , а определение частот ω_1 и ω_n и других величин в выражениях (7) — (9) требует проведения отдельных статистических исследований.

Из выражений (7) — (9) следует, что коэффициент готовности агрегата определяется показателями его маневренности, режимом работы и использования резерва, характером и организацией ремонта, а также уровнем эксплуатации оборудования.

Найденные выше состояния z_i , их вероятности P_i , коэффициенты готовности агрегата в каждом состоянии K_{ri} и расчетные интервалы t_r полностью определяют состав множества (3), а следовательно, и готовность отдельного энергетического агрегата.

Готовность систем, состоящих из групп энергетических агрегатов. На рис. 4 изображен в общем виде размеченный граф связей i -го состояния системы, состоящей из n параллельных агрегатов, с другими ее состояниями.

Каждое сложное состояние системы согласно (2) записано четырьмя координатами, при этом $z_{1i} + z_{2i} + z_{3i} + z_{4i} = n$ для всех $i=1, 2, \dots, m$. По рис. 4 с учетом общего правила (4) для i -го состояния системы может быть составлено следующее дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dP_i'(t)}{dt} = & -P_i(t)[z_{1i}(\lambda_{12} + \lambda_{14}) + z_{2i}(\mu_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{24}) + \\ & + z_{3i}\mu_{32} + z_{4i}(\lambda_{43} + \mu_{42})] + P_{1i}(t)\mu_{21}(z_{2i} + 1) + \\ & + P_{2i}(t)\lambda_{12}(z_{1i} + 1) + P_{3i}(t)\mu_{42}(z_{4i} + 1) + \\ & + P_{4i}(t)\mu_{32}(z_{3i} + 1) + P_{5i}(t)\lambda_{23}(z_{2i} + 1) + \\ & + P_{6i}(t)\lambda_{24}(z_{2i} + 1) + P_{7i}(t)\lambda_{43}(z_{4i} + 1) + \\ & + P_{10i}(t)\lambda_{14}(z_{1i} + 1). \end{aligned} \quad (11)$$

Анализ общего вида связей i -го состояния системы и его уравнения показывает, что при выбранной схеме функционирования отдельного агрегата, характеризующейся четырьмя основными состояниями и восемью потоками переходов, максимальное количество связей i -го состояния с другими, а следовательно, и максимальное количество членов в правой части уравнения (11), равно 16 и наибольшее число состояний системы, которые могут быть связаны с i -м состоянием, равно 10.

Для получения системы дифференциальных уравнений необходимо для каждого состояния со-

ставить схему его связей и записать по ней дифференциальное уравнение. Процесс составления дифференциальных уравнений может быть формализован на ЭВМ, при этом запись состояний, схема связей каждого из них и интенсивности переходов могут быть представлены в табличной форме. Как и для случая одного агрегата, функционирование системы описывается неоднородным марковским процессом, в наборе состояний системы отсутствуют поглощающие состояния и каждое из состояний обладает свойством транзитивности. Поэтому неоднородный марковский процесс функционирования системы также может быть сведен к последовательности однородных, а последние представлены стационарными процессами

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = 0, t = \infty.$$

Поскольку число дифференциальных уравнений, описывающих функционирование системы, равно числу возможных ее состояний, важно определить количество состояний системы и найти разумные пути их сокращения. Число состояний S системы, состоящей из n однотипных агрегатов, каждый из которых может находиться в любом из N основных состояний, определяется числом различных разме-

щений из n неразличимых объектов в N различных ячейках (в этом случае мы не различаем однотипные агрегаты по номерам):

$$C_n^N = \frac{(N+n-1)!}{(N-1)!n!}.$$

Большое число состояний затрудняет практическое использование метода даже в случае сведения системы дифференциальных уравнений к k системам алгебраических уравнений. Однако это оказывается и не нужным, так как вероятность большинства состояний настолько мала, что без особой погрешности они могут быть исключены из рассмотрения.

Необходимо учитывать то, что интенсивности $\lambda_{ij}(t)$ и $\mu_{ij}(t)$, получаемые в результате обработки данных статистических наблюдений, плохо отражают поведение системы в критических ситуациях. Особенность поведения системы в таких ситуациях заключается в том, что интенсивности являются не только функциями времени, но и функциями состояний, которые могут быть восприняты системой в этот период как критические.

Это означает, что в критических ситуациях будут резко возрастать $\mu_{ij}(t)$ и снижаться $\lambda_{ij}(t)$.

При этом все состояния системы разбиваются на две группы: группу допустимых состояний и

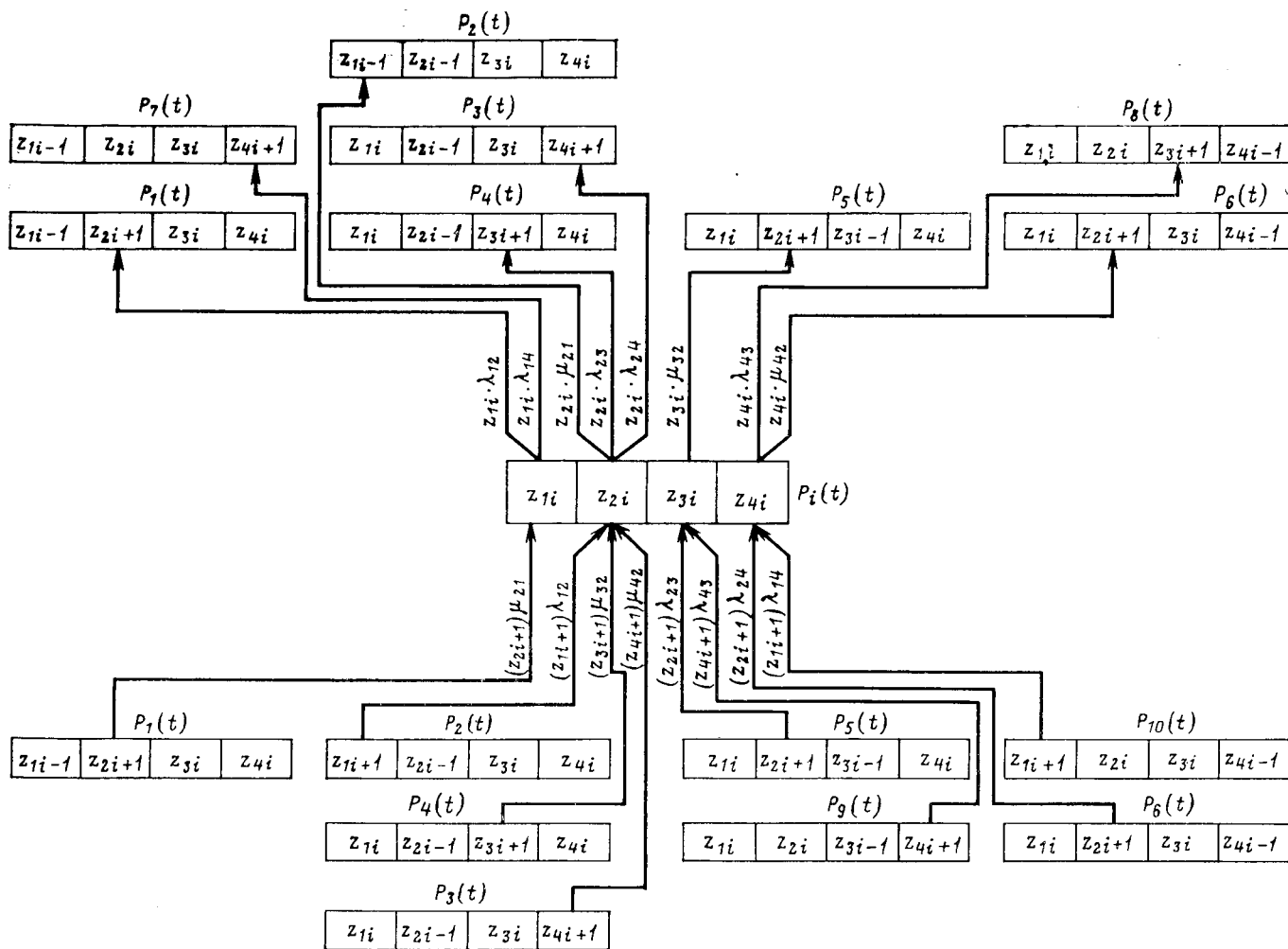


Рис. 4. Размеченный граф связей i -го состояния системы из n параллельных агрегатов с другими состояниями.

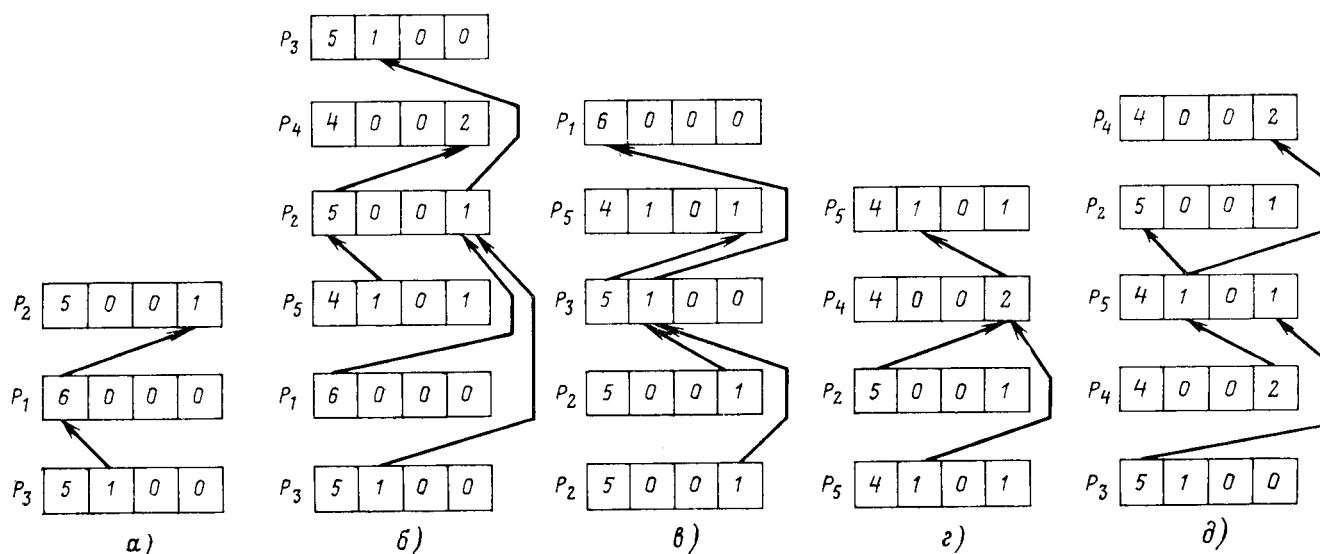


Рис. 5. Граф связей состояний интервала I.

группу критических состояний, у которых распределение агрегатов по основным состояниям на единицу меньше или больше установленных $\min$ и $\max$. Остальные состояния системы как практически невозможные исключаются из рассмотрения. Введение критических состояний позволяет свести общее число состояний системы в зависимости от расчетного интервала года к 5—15 практически значимым состояниям, что обеспечивает упрощение математического аппарата при нахождении вероятности исследуемых состояний системы. Коэффициент готовности системы, находящейся в i -м состоянии, может быть найден путем взвешивания коэффициентов готовности основных состояний относительными значениями мощности системы, находящейся в работе, резерве, плановом ремонте и вынужденном простое.

$$K_{Gi} = v_{i1}K_{G1} + v_{i2}K_{G2} + v_{i3}K_{G3}.$$

Пример. На электростанции установлены шесть турбогенераторов Т-100-130-1 ТВФ-120/2, функционирующих в четырех основных состояниях в соответствии с графом переходов рис. 3. По условиям работы ТЭЦ в системе выделены пять характерных расчетных интервалов внутри года:

I (декабрь предыдущего года, январь и февраль) — период зимнего максимума электрических и тепловых нагрузок;

II (март, апрель) — период спада зимних нагрузок;

III (май, июнь) — паводковый период интенсивного использования гидроресурсов и начала плановых ремонтов на ТЭС;

IV (июль, август, сентябрь) — период экономии гидроресурсов и проведения капитальных ремонтов;

V (октябрь, ноябрь) — период подъема зимних нагрузок.

В результате анализа кривых среднегодовых интенсивностей и их внутригодовых изменений составлена таблица прогноза λ_{ij} и μ_{ij} (1/ч) для интервалов расчетного 1975 г.

Номер подынтервала	$\lambda_{12} \cdot 10^3$	$\lambda_{11} \cdot 10^3$	$\mu_{21} \cdot 10^3$	$\lambda_{23} \cdot 10^3$	$\lambda_{21} \cdot 10^3$	$\mu_{32} \cdot 10^3$	$\mu_{12} \cdot 10^3$	$\lambda_{13} \cdot 10^3$
I	0,200	0,150	142	58,1	6,5	24,1	108	7,4
II	0,110	0,815	51,1	25,5	9,3	28,0	108	7,4
III	1,66	0,278	10,6	2,65	0,6	2,33	108	7,4
IV	1,23	0,790	41,8	15,1	8,9	3,02	108	7,4
V	0,712	1,023	158	38,5	17,3	14,6	108	7,4

В каждом из основных состояний для всех расчетных интервалов определен перечень значимых состояний, приведенный в таблице, включающий группу допустимых и группу критических состояний. Пронумеровав от 1 до m все состояния на расчетных интервалах, построим для каждого из них размеченные графы связей, как показано на рис. 5. По полученным m графам для каждого из пяти расчетных интервалов составим пять систем по m дифференциальных уравнений в каждой.

Полагая $\frac{dP_i(t)}{dt} = 0$ и опуская t в $P_i(t)$, получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} 0 &= -P_1 6\lambda_{14} + P_3 \mu_{21}; \\ 0 &= -P_2 (\mu_{42} + 5\lambda_{14}) + P_1 6\lambda_{14} + P_3 \lambda_{24} + P_5 \mu_{21}; \\ 0 &= -P_3 (\mu_{21} + \lambda_{21} + 5\lambda_{14}) + P_2 \mu_{42}; \\ 0 &= -P_4 2\mu_{42} + P_2 5\lambda_{14} + P_5 \lambda_{24}; \\ 0 &= -P_5 (\mu_{21} + \lambda_{21}) + P_3 5\lambda_{14} + P_4 2\mu_{42}, \end{aligned}$$

решение которой с учетом нормировочного условия $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$ дает следующие значения для вероятностей состояний первого интервала: $P_1 = 0,9854$; $P_2 = 0,0083$; $P_3 = 0,0062$; $P_4 = 0,00003$; $P_5 = 0,00007$.

С учетом доверительных границ продолжительность пребывания системы в критических состояниях 4 и 5 τ_k при длительности первого интервала 2160 ч составит:

$$\begin{aligned} \tau_k^{\min} &= 2160 (P_4^{\min} + P_5^{\min}) = 0,065 \text{ ч}; \\ \tau_k^{\max} &= 2160 (P_4^{\max} + P_5^{\max}) = 0,756 \text{ ч}, \end{aligned}$$

что позволяет сделать вывод о высокой готовности турбинного оборудования рассматриваемой ТЭЦ в зимний период работы. Повторив аналогичные вычисления для остальных четырех интервалов года, получим наборы вероятностей, соответствующие множествам состояний данной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гладышев Г. П., Горин В. И., Яковлев Г. Г. Надежность блоков тепловых электростанций США в 1960—1971 гг. — «Энергохозяйство за рубежом», 1975, № 2.
2. Справочник по надежности. М., «Мир», 1969.
3. Patton A. D. Short-term reliability calculation. — «IEEE Transaction», 1970, PAS-89, № 4.
4. Тараканов К. В., Овчаров А. А., Тырышкин А. Н. Аналитические методы исследования систем. М., «Сов. радио», 1974.
5. Некоторые вопросы надежности электроэнергетических систем. — «Электричество», 1975, № 5. Авт.: В. А. Веников, Е. В. Пугачин, В. А. Туфанов, Ю. А. Фокин.

[7.05.1976]

Расчет вольт-амперной характеристики униполярного коронного разряда в системе электродов «провод — две плоскости»

ФАИН В. Б.

Челябинск

В ряде установок электронно-ионной технологии (ЭИТ) используются коронирующие системы с несимметричным расположением провода между двумя параллельными плоскостями (рис. 1, а).

При проектировании подобных установок возникает необходимость в аналитическом выражении для вольт-амперной характеристики (ВАХ) коронного разряда. Решение этой задачи в системе электродов «провод — две плоскости» имеется только для двух предельных случаев: провод находится посередине между плоскостями [Л. 1 и 2]; провод находится настолько далеко от одной из плоскостей, что можно пренебречь ее влиянием и рассматривать систему электродов «провод — плоскость» [Л. 1 и 3].

Ниже дается решение задачи для общего случая несимметричного расположения провода между плоскостями. Решение выполнено двумя методами: методом Дойча [Л. 1] и методом Васяева — Верещагина [Л. 4 и 5].

Расчет ВАХ по методу Дойча. Формула ВАХ (основные этапы ее вывода даны в приложении):

$$I = (P_1 k_1 + P_2 k_2) \frac{\varepsilon_0 \pi^2 U (U - U_0)}{d^2 \sin^2 \pi \frac{b}{d} \ln \frac{2d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi r_0}} \quad (1)$$

где I — ток на единицу длины коронирующего электрода; k_1 и k_2 — средние подвижности ионов, идущих соответственно на нижнюю и верхнюю плоскости; ε_0 — электрическая постоянная ($\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ ф/м); U — напряжение, приложенное к электродам; U_0 — начальное напряжение коронного разряда; P_1 и P_2 — коэффициенты, которые являются функциями отношения $\frac{b}{d}$ и находятся из выражений:

$$P_1 = 2 \int_0^{\pi(1-b/d)} \frac{d\beta}{S_1\left(\beta, \frac{b}{d}\right)}; \quad (2)$$

$$P_2 = 2 \int_{\pi(1-b/d)}^{\pi} \frac{d\beta}{S_1\left(\beta, \frac{b}{d}\right)}. \quad (3)$$

Здесь

$$S_1\left(\beta, \frac{b}{d}\right) = \int_0^{\infty} \frac{\alpha d\alpha}{\left(\operatorname{ch} \alpha \cos \beta + \cos \pi \frac{b}{d}\right)^2 + \operatorname{sh}^2 \alpha \sin^2 \beta}. \quad (4)$$

Если время жизни ионов в рассматриваемой системе электродов не превышает 0,5 мс, то можно считать подвижность ионов неизменной [Л. 3].

В этом случае $k_1 = k_2 = k$, и выражение (1) упрощается:

$$I = P \frac{\varepsilon_0 k \pi^2 U (U - U_0)}{d^2 \sin^2 \pi \frac{b}{d} \ln \frac{2d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi r_0}}, \quad (5)$$

где $P = P_1 + P_2$.

Функции $P_1(b/d)$, $P_2(b/d)$ и $P(b/d)$ были табулированы на ЦВМ в интервале значений b/d от 0,5 до 0,9 и приводятся ниже.

b/d	0,50	0,57	0,60	0,65	0,70	0,75	0,81	0,85	0,90
P_1	3,32	2,25	1,86	1,29	0,84	0,50	0,23	0,12	0,05
P_2	3,32	4,54	5,09	6,02	6,92	7,77	8,65	9,13	9,58
P	6,64	6,79	6,95	7,31	7,76	8,27	8,88	9,25	9,63

Естественно, что при $b/d = 0,5$ выражение (5) переходит в известную формулу для системы электродов «провод посередине между двумя плоскостями» [Л. 1]:

$$I = 6,64 \frac{\varepsilon_0 \pi^2 k}{d^2 \ln \frac{2d}{\pi r_0}} U (U - U_0) \quad (6)$$

с единственным различием: в [Л. 1], где двойное интегрирование выполнялось графически, т. е. менее точно, коэффициент получился равным 6,27 (в сопоставимой форме записи).

Если расстояние b от провода до одной из плоскостей стремится к нулю, то можно воспользоваться приближенным равенством $\sin \pi \frac{b}{d} \approx \pi \frac{b}{d}$. Тогда выражение (5) переходит в известную формулу

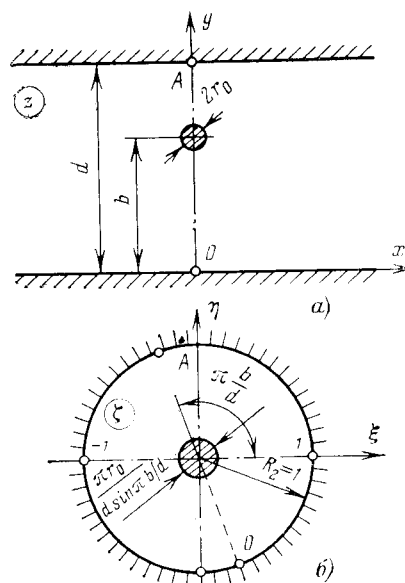


Рис. 1. Система электродов «провод — две плоскости». а — исходная система; б — плоскость конформного отображения исходной области на кольцо.

для системы электродов «провод-плоскость» [Л. 1]:

$$I = P \frac{\varepsilon_0 k U (U - U_0)}{b^2 \ln \frac{2b}{r_0}}, \quad (7)$$

причем коэффициент P стремится к значению, данному в [Л. 1], т. е. к 9,8 (в сопоставимой форме записи).

Расчет начального напряжения коронного разряда. При напряжении U_0 в отсутствие пространственного заряда напряженность на поверхности провода равна начальной напряженности коронного разряда E_0 . Из расчета электростатического поля в данной системе электродов

$$U_0 = E_0 r_0 \ln \frac{2d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi r_0}. \quad (8)$$

Напряженность E_0 можно найти по формуле Пика [Л. 6] или по более точной формуле, данной в [Л. 7].

Расчет ВАХ по методу Васяева — Верещагина. Конформное отображение рассматриваемой области на кольцо (рис. 1,б) осуществляется функцией

$$\zeta = \frac{i \sin \pi \frac{b}{d} - e^{\frac{\pi}{d} z} + \cos \pi \frac{b}{d}}{i \sin \pi \frac{b}{d} + e^{\frac{\pi}{d} z} - \cos \pi \frac{b}{d}}. \quad (9)$$

Внутренний и внешний радиусы кольца равны соответственно:

$$R_1 = \frac{\pi r_0}{2d \sin \pi \frac{b}{d}}, \quad (10)$$

$$R_2 = 1. \quad (11)$$

Часть коэффициента конформного отображения, соответствующая нулевому приближению, выражается формулой

$$K_0 = \left(\frac{\pi}{2d \sin \pi \frac{b}{d}} \right)^2 \left(1 + r^4 + 4r^2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} \right), \quad (12)$$

где r — текущий радиус в кольце.

Уравнение нулевого приближения для потенциала при пренебрежении членами, содержащими функции первого и последующих приближений:

$$K_0 f_0'' + K'_0 f_0' f_0' + K_0 f_0' f_0'' = 0, \quad (13)$$

где $f_0 = \varphi_0'' + \frac{\varphi_0'}{r}$; $\varphi_0'' = \frac{d^2 \varphi_0}{dr^2}$; $\varphi_0' = \frac{d\varphi_0}{dr}$; $K'_0 = \frac{dK_0}{dr}$; φ_0 — функция нулевого приближения потенциала.

Применяя подстановку

$$Q = r \frac{d\varphi_0}{dr}, \quad (14)$$

преобразуем уравнение (13):

$$Q^2 = C_1 \int \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^2 + 4\tilde{y} \cos^2 \pi \frac{b}{d} + 1} + C_2, \quad (15)$$

где $\tilde{y} = r^2$; C_1 и C_2 — постоянные интегрирования.

Постоянная C_2 находится из граничного условия:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R_1} = - \frac{2E_0 d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi U}. \quad (16)$$

Вид решения уравнения (15) зависит от знака дискриминанта знаменателя:

$$D = 4 \left(1 - 4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} \right), \quad (17)$$

поэтому в зависимости от отношения $\frac{b}{d}$ для нулевого приближения $\frac{d\varphi_0}{dr}$ получаются три различных аналитических выражения.

Окончательно в результате интегрирования уравнения нулевого приближения имеем:

$$\frac{d\varphi_0}{dr} = - \frac{1}{r} \sqrt{\frac{1}{\ln^2 R_1} \left(\frac{U_0}{U} \right)^2 + C_1 \Phi(r)}, \quad (18)$$

где

$$\Phi(r) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \cos^4 \pi \frac{b}{d}}} \times \\ & \times \operatorname{arctg} \frac{(r^2 - R_1^2) \sqrt{1 - 4 \cos^4 \pi \frac{b}{d}}}{1 + R_1^2 r^2 + 2(r^2 + R_1^2) \cos^2 \pi \frac{b}{d}} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

при $0,25 < \frac{b}{d} < 0,75$;

$$\frac{r^2 - R_1^2}{(r^2 + 1)(R_1^2 + 1)} \quad (20)$$

при $\frac{b}{d} = 0,25$ и $\frac{b}{d} = 0,75$;

$$\Phi(r) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2 \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1}} \times \\ & \times \ln \frac{\left(r^2 + 2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} - \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1} \right) \times}{\left(r^2 + 2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} + \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1} \right) \times} \\ & \times \left(R_1^2 + 2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} + \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1} \right) \\ & \rightarrow \frac{\times \left(R_1^2 + 2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} - \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1} \right)}{\times \left(R_1^2 + 2 \cos^2 \pi \frac{b}{d} + \sqrt{4 \cos^4 \pi \frac{b}{d} - 1} \right)} \end{aligned} \right. \quad (21)$$

при $1 > \frac{b}{d} > 0,75$ и $0,25 > \frac{b}{d} > 0$.

Постоянная C_1 находится из граничного условия

$$\int_{R_1}^1 \left(\frac{d\varphi_0}{dr} \right) dr = 1. \quad (22)$$

Выражение для тока короны I

$$I = 2\pi r_0 \rho_0 k E_0, \quad (23)$$

где ρ_0 — значение плотности объемного заряда на поверхности провода в нулевом приближении.

Поскольку при $r=R_1$ выражение $\Phi(r)$ обращается в нуль, то для плотности объемного заряда ρ_0 получается одно аналитическое выражение для всего диапазона изменения параметра b/d :

$$\rho_0 = [-\varepsilon_0 U K_0 \nabla^2 \varphi_0]_{r=R_1} = \frac{\varepsilon_0 U^2 \pi^2 C_1}{4 E_0 r_0 d^2 \sin^2 \pi \frac{b}{d}}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (23), получаем формулу ВАХ

$$I = C_1 \frac{\pi^3}{2} k \varepsilon_0 \frac{U^2}{d^2 \sin^2 \pi \frac{b}{d}}. \quad (25)$$

Численные расчеты постоянной C_1 , проведенные на ЦВМ в характерном для практики диапазоне изменения параметров r_0/d , b/d и U_0/U , позволили аппроксимировать зависимость

$C_1\left(\frac{r_0}{d}, \frac{b}{d}, \frac{U_0}{U}\right)$ формулой

$$C_1 = A \left(1 - \frac{U_0}{U}\right), \quad (26)$$

где

$$A = 1,6 - 0,45 \sin^2 \pi \frac{b}{d} + \frac{\pi r_0}{d \sin \pi \frac{b}{d}} \times \\ \times (5,68 - 1,86 \sin^2 \pi \frac{b}{d}).$$

Погрешность аппроксимации в среднем не превышает 10—15%. На рис. 2 результаты численного расчета постоянной C_1 сопоставлены с результатами ее расчета по аппроксимирующей формуле (26) при нескольких конкретных значениях параметров r_0/d и b/d . Как видно из рис. 2, при очень больших напряжениях ($U \geq 10 U_0$) погрешность аппроксимации может несколько превышать 15%, но это не имеет существенного значения, поскольку такие напряжения чаще всего оказываются за границей пробоя.

Подстановка (26) в (25) дает формулу ВАХ, пригодную для практического использования,

$$I = A \frac{\pi^3 \varepsilon_0 k}{2 d^2 \sin^2 \pi \frac{b}{d}} U (U - U_0). \quad (27)$$

При $\frac{b}{d} = 0,5$ формула (27) переходит в известную формулу для системы электродов «провод посередине между двумя плоскостями» [Л. 2]:

$$I = \left(1,15 + 12 \frac{r_0}{d}\right) \frac{\pi^3 \varepsilon_0 k}{2 d^2} U (U - U_0). \quad (28)$$

При $\frac{b}{d} \rightarrow 0$ формула (27) переходит в известное выражение для системы электродов «провод — плоскость» [Л. 3]:

$$I = \left(1,6 + 5,68 \frac{r_0}{b}\right) \frac{\pi^3 \varepsilon_0 k}{2 b^2} U (U - U_0). \quad (29)$$

Сопоставление теории с экспериментом. На рис. 3 сопоставлены экспериментальные ВАХ, полученные в [Л. 8] для одиночного проволоочного коронирующего электрода при искусственной ионизации воздуха в помещении и теоретические ВАХ, рассчитанные по формулам (1) и (27).

Основная трудность практического расчета состоит в определении подвижности ионов, от которой прямо пропорционально зависит ток короны. При строгом подходе необходимо учитывать зависимость средней подвижности ионов от времени жизни и различие подвижности для разных силовых линий [Л. 3]. Для определения подвижности ионов использовалась приближенная методика, заключающаяся в следующем. Непосредственно в формулу ВАХ подставлялось средневзвешенное значение подвижности:

$$k = \frac{P_1 k_1 + P_2 k_2}{P_1 + P_2}. \quad (30)$$

Коэффициенты P_1 и P_2 табулированы выше в зависимости от отношения b/d . Средняя подвижность ионов, идущих на нижнюю плоскость, вычислялась по данным [Л. 3]:

$$k_1 = \frac{k'_1 + k''_1}{2}, \quad (31)$$

где k'_1 — средняя подвижность ионов на линии симметрии, проходящей через провод; k''_1 — средняя подвижность ионов на силовой линии, проходящей через точку на плоскости на расстоянии $0,5 b$ от линии симметрии.

Значения k'_1 и k''_1 находились из выражений:

$$k'_1 = (k'_{1\max} + k'_{1\min})/2; \quad (32)$$

$$k''_1 = (k''_{1\max} + k''_{1\min})/2, \quad (33)$$

где индексы $\max$ и $\min$ означают вычисление по верхней и нижней границе зависимости средней подвижности ионов от времени жизни [Л. 9].

Для расчета подвижностей в качестве первого приближения принималось значение подвижности

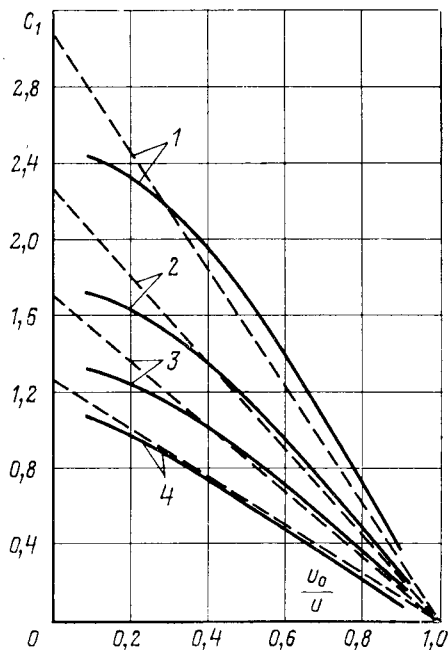


Рис. 2. Сравнение результатов численного расчета постоянной C_1 с аппроксимацией.

— — численный расчет; — — — аппроксимация по формуле (26)
1 — $b/d=0,81$, $r_0/d=0,043$; 2 — $0,70$, $0,05$; 3 — $0,56$, $0,043$; 4 — $0,56$, $0,008$.

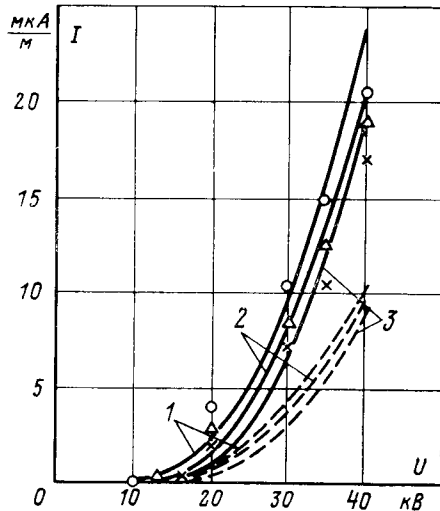


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики для системы электродов «провод—две плоскости» при $d=2,9$ м и $b=2,5$ м.

— расчет по методу Васяева-Верещагина; --- расчет по методу Дойча. 1 — $r_0=0,1$ мм; 2 — $0,15$ мм; 3 — $0,22$ мм. О — экспериментальные данные [Л. 18] при $r_0=0,1$ мм; Δ — то же при $r_0=0,15$ мм; + — то же при $r_0=0,22$ мм.

$\hat{k}_1 = 1,5 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Далее приближенно определялось

время жизни ионов:

при вычислении подвижности k'_1

$$t = \frac{b}{\hat{k}_1 E'} = \frac{b^2}{\hat{k}_1 U}; \quad (34)$$

при вычислении подвижности k''_1

$$t = \frac{\sqrt{b^2 + b^2/4}}{\hat{k}_1 E''} = 1,25 \frac{b^2}{\hat{k}_1 U}, \quad (35)$$

где E' и E'' — средние значения напряженности поля соответственно по линии симметрии и по прямой, проходящей через провод и точку на плоскости на расстоянии $0,5 b$ от линии симметрии.

Из уравнения зависимости средней подвижности ионов от времени жизни [Л. 9] находилось уточненное значение подвижности $\hat{k}_2$ (второе приближение). Далее определялось уточненное значение времени жизни и расчет повторялся несколько раз до тех пор, пока расхождение между двумя последними приближениями не становилось менее 5%. Подвижность k_2 ионов, идущих на верхнюю плоскость, вычислялась аналогично.

Таким образом, при расчете ВАХ на рис. 3 подвижность определялась в функции напряжения U . Она изменялась от $0,83 \frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ при $U=20$ кВ до $1,4$

$\frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ при $U=40$ кВ.

Как видно из рис. 3, ВАХ, рассчитанные по методу Дойча, существенно отличаются от экспериментальных (средняя погрешность 50—60%), в то время как ВАХ, рассчитанные по методу Васяева-Верещагина, значительно лучше совпадают с экспериментальными данными (средняя погрешность менее 20%, а без учета начального участка ВАХ — менее 10%). Начальное напряжение, рассчитанное по формуле (8) (расчет E_0 проводился по [Л. 7]), во всех случаях совпало с экспериментальным.

Приложение. Плотность тока в текущей точке на поверхности некоронирующего электрода [Л. 1]:

$$j = \frac{\varepsilon_0 (U - U_0) k E_s}{\int_0^{\pi} \left| \frac{dz}{d\omega} \right|^2 \varphi d\varphi}, \quad (\text{П-1})$$

где E_s — напряженность электростатического поля у некоронирующего электрода; z — комплексная координата точки; ω — комплексный потенциал электростатического поля в данной системе электродов; φ — потенциал электростатического поля.

Комплексный потенциал поля в рассматриваемой системе электродов

$$\omega = \psi + i\varphi, \quad (\text{П-2})$$

где ψ — поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$:

$$\omega = \frac{2U}{2d \sin \pi \frac{b}{d}} \operatorname{arctg} \left(\operatorname{th} \frac{\pi z}{2d} \operatorname{ctg} \frac{\pi b}{2d} \right). \quad (\text{П-3})$$

Тогда знаменатель выражения (П-1)

$$L = \left[\frac{2ad}{\pi(1+a^2)} \right]^2 \int_0^{\pi r_0} \frac{\alpha d\alpha}{\left(\operatorname{ch} \alpha \cos \beta + \cos \pi \frac{b}{d} \right)^2 + \operatorname{sh}^2 \alpha \sin^2 \beta} \times \quad (\text{П-4})$$

где

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\pi b}{2d}; \quad \alpha = \frac{\varphi}{U} \ln \frac{2d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi r_0};$$

$$\beta = \frac{\psi}{U} \ln \frac{2d \sin \pi \frac{b}{d}}{\pi r_0}.$$

Как следует из проведенных расчетов, для реальных значений параметров можно заменить верхний предел интеграла в (П-4) на ∞ , делая ошибку в сторону завышения значения интеграла в среднем не более 2,5%.

Тогда

$$L = \left[\frac{2ad}{\pi(1+a^2)} \right]^2 s_1 \left(\beta, \frac{b}{d} \right). \quad (\text{П-5})$$

Напряженность электростатического поля у плоскостей ($\alpha=0$)

$$E_s = E_{\alpha=0} = \frac{\pi(1+a^2)U}{2d \sin \pi \frac{b}{d}} s_2 \left(\beta, \frac{b}{d} \right), \quad (\text{П-6})$$

где

$$s_2 \left(\beta, \frac{b}{d} \right) = \cos \beta + \cos \pi \frac{b}{d}. \quad (\text{П-7})$$

Подставляя (П-5) и (П-6) в (П-1), получаем после некоторых преобразований выражение для плотности тока на плоскостях:

$$j = \frac{\varepsilon_0 k \pi^3 U (U - U_0)}{d^3 \sin^3 \pi \frac{b}{d} \ln \frac{b}{\pi r_0}} \frac{s_2 \left(\beta, \frac{b}{d} \right)}{s_1 \left(\beta, \frac{b}{d} \right)}. \quad (\text{П-8})$$

Интегрируя плотность тока по периметру некоронирующего электрода, получаем формулу (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Deutsch W. Über die Dichteverteilung unipolarer Ionenströme — «Annalen der Physik», 1933, 5 Folge, Bd 16, H. 5, S. 588—612.
2. Васяев В. И., Соболев В. А. Расчет поля коронного разряда в системе электродов «провод — две плоскости». — «Труды МЭИ», 1972, вып. 114, с. 131—133.
3. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., «Энергия», 1974. 480 с. Авт.: И. П. Верещагин, В. И. Левитов, Г. З. Мирзабекян, М. М. Пашин.
4. Васяев В. И., Верещагин И. П. Метод расчета напряженности поля при коронном разряде. — «Электричество», 1971, № 5, с. 58—62.
5. Васяев В. И., Верещагин И. П. К расчету характеристик униполярного коронного разряда в системе электродов

- «ряд проводов между плоскостями». — «Электричество», 1972, № 5, с. 34—40.
6. Пик Ф. Диэлектрические явления в технике высоких напряжений. М. — Л., Госэнергоиздат, 1934. 362 с.
 7. Разевиг Д. В. О начальных напряжениях в однородном и неоднородном электрических полях. — «Электричество», 1968, № 6, с. 85—86.
 8. Багиров Н. М. Разрядный ток с коронирующих проволочных электродов при искусственной ионизации воздуха в помещениях. — «Труды ВСХИЗО», 1971, вып. 43, с. 132—138.
 9. Литвинов В. Е. Влияние переменного характера подвижности ионов на параметры униполярного коронного разряда. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1974. (МЭИ).

[6.5.1976]

УДК 621.313.322-81.001.2

Мощные синхронные генераторы с беззубцовым статором

Инж. КИЛЬДИШЕВ В. С., канд. техн. наук РУЖИНСКИЙ Л. Н.

Харьков

Одним из эффективных путей увеличения единичной мощности турбогенераторов является создание нового конструктивного исполнения статора, обмотка которого располагается в немагнитном зубцовом слое на гладкой поверхности ферромагнитного сердечника. При этом существенно уменьшаются потоки рассеяния прямолинейной части обмотки статора, а также габариты машины, что позволяет увеличить мощность турбогенератора в единице объема при сохранении его параметров на приемлемом уровне.

В течение нескольких лет в НИИ завода «Электротяжмаш» совместно с ХПИ им. В. И. Ленина проводились поисковые работы в этом направлении. В результате был разработан ряд проектов мощных турбогенераторов с беззубцовым статором, а также освоена инженерная методика электромагнитного расчета беззубцовых машин.

В статье кратко излагаются результаты исследований и намечаются задачи, связанные с внедрением указанных машин в производство.

Особенности конструкции. Основные особенности конструкции беззубцового статора касаются типа обмотки статора, способа крепления стержней в прямолинейной части машины, исполнения стержня, системы охлаждения статора.

Наиболее предпочтительными являются однослойная или двухслойная укороченные обмотки, дающие обычную «корзиночную» лобовую часть. Применение однослойной обмотки перспективно в генераторах единичной мощностью около 2 ГВт с беззубцовым статором и обычным ротором, так как однослойная обмотка по сравнению с двухслойной приводит к меньшему увеличению зазора. Двухслойная обмотка может найти применение в криотурбогенераторах, а также в беззубцовых генераторах мощностью несколько гигаватт.

Способы крепления обмотки беззубцового статора в прямолинейной части машины нашли широкое отражение в патентной и технической литера-

туре [Л. 1—5]*. Известные конструктивные решения крепления обмотки беззубцового статора делятся на монолитную и разборную структуры. Разборная более перспективна по сравнению с монолитной из-за технологичности и ремонтоспособности. Она, как правило, предполагает жесткое крепление стержней с целью предотвращения их перемещений в тангенциальном и радиальном направлениях. Требуемая жесткость может быть достигнута применением материалов, пропитанных полимеризующимися при запечке смолами.

На рис. 1 показаны варианты крепления однослойной и двухслойной обмоток статора. Конструкция крепления двухслойной обмотки разработана в соответствии с изобретением [Л. 5]. Крепление стержней от тангенциальных перемещений осуществляется с помощью треугольных вырезов на сердечнике статора. Обмотка уложена таким образом, что ее нижний слой воспринимает усилие верхнего слоя. От радиальных перемещений обмотка крепится с помощью системы колец и распорок. Преимуществом такого крепления является возможность получения высокого коэффициента заполнения активного слоя, а также то, что усилия воспринимаются непосредственно стальными выступами сердечника статора.

Важными вопросами, требующими проведения большого объема исследований, являются: изучение поведения материалов при циклической нагрузке, создание новых типов материалов, обладающих высокими прочностными показателями и малыми потерями на упругий гистерезис, изучение фрикционной коррозии материалов, которая может возникать при вибрации сердечника статора и др.

* Полный перечень известных в настоящее время автором патентов, авторских свидетельств и описаний вариантов крепления обмотки беззубцового статора насчитывает более 20 наименований.

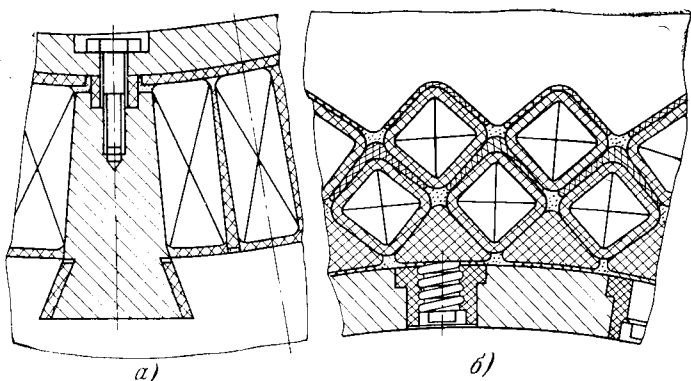


Рис. 1. Способы крепления стержней.

а — однослойная обмотка [Л. 3]; б — двухслойная обмотка [Л. 5].

Не менее важной проблемой является создание надежной конструкции стержня статора. В данной работе при проектировании обмотки беззубцового статора ставилась задача обеспечения допустимого значения коэффициента увеличения добавочных потерь на вихревые токи с точки зрения нагрева стержней и к.п.д. машины.

На рис. 2 показаны варианты конструкции стержней беззубцового статора. Стальные немагнитные трубки, по которым проходит охлаждающий агент, обвиты одним или несколькими слоями круглых или прямоугольных проводников. Отдельные группы проводников с охлаждающими каналами транспонируются между собой в прямолинейной части машины либо применяется головочная транспозиция. Создание транспонированного стержня подобной конструкции затрудняется технологическими причинами. Чтобы иметь надежную конструкцию стержня беззубцового статора необходимо освоить производство новых типов обмоточных нагревостойких проводов с утонченной изоляцией, стальных немагнитных труб требуемых профилей, разработать новые типы изоляционных материалов.

Охлаждение беззубцового статора не представляет особых трудностей. Для отведения тепла от обмотки возможно применение водяного или масляного охлаждения по одной из схем, освоенных в турбогенераторах традиционной конструкции. Система охлаждения стали сердечника беззубцового статора существенно упрощается по сравнению с обычным турбогенератором. При беззубцовом исполнении статора появляется реальная возможность применять полное водяное охлаждение и исключить водород из системы охлаждения машины. Одной из реальных систем охлаждения беззубцового статора остается также газовое охлаждение (водородом или газообразным гелием в случае криотурбогенератора).

Электромагнитные расчеты. Наибольшие затруднения при проектировании турбогенераторов с беззубцовым статором возникают в определении индуктивного сопротивления рассеяния прямолинейной части обмотки статора, электродинамических усилий (э.д.у), действующих на стержни, добавочных потерь в обмотке статора на вихревые токи. Некоторые из перечисленных задач электромагнитного расчета беззубцовых генераторов ре-

шались на основе получения аналитических выражений векторного магнитного потенциала поля, создаваемого обмотками в зазоре машины. Двумерное плоскопараллельное поле рассчитывалось в полярной системе координат с применением метода Фурье [Л. 6 и 7]. Область решения задачи изображена на рис. 3. В результате решения уравнений поля были получены аналитические выражения векторного магнитного потенциала для сопряженных областей всего поперечного сечения машины, а также для области, расположенной за ферромагнитным экраном. Ограничимся записью $A(r, \varphi)$ в зазоре.

Поле, создаваемое фазой обмотки статора:

для $p\nu \neq 2$, $R_1 \geq r \geq R_p$

$$A_{1a} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1, 3, \dots}^{\infty} C_{\nu} \left[\frac{2+p\nu}{p\nu} (R_2^{2-p\nu} - R_1^{2-p\nu}) + \Lambda_{\nu} W_{\nu} \right] \times \\ \times \left(r^{p\nu} - R_p^{2p\nu} \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1} r^{-p\nu} \right) \sin p\nu\varphi; \quad (1)$$

$$R_2 \geq r \geq R_1, \quad \alpha_i + \alpha_0 \geq \varphi \geq \alpha_i$$

$$A_{2a} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1, 3, \dots}^{\infty} C_{\nu} \left\{ \left(\frac{2+p\nu}{p\nu} R_2^{2-p\nu} + \Lambda_{\nu} W_{\nu} \right) r^{p\nu} - \right. \\ \left. - \left(\Lambda_{\nu} R_3^{2p\nu} + \frac{2-p\nu}{p\nu} R_2^{2+p\nu} \right) r^{-p\nu} - 2r^2 \right\} \sin p\nu\varphi; \quad (2)$$

$$R_3 \geq r \geq R_2$$

$$A_{3a} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1, 3, \dots}^{\infty} C_{\nu} \Lambda_{\nu} (W_{\nu} r^{p\nu} - R_3^{2p\nu} r^{-p\nu}) \sin p\nu\varphi. \quad (3)$$

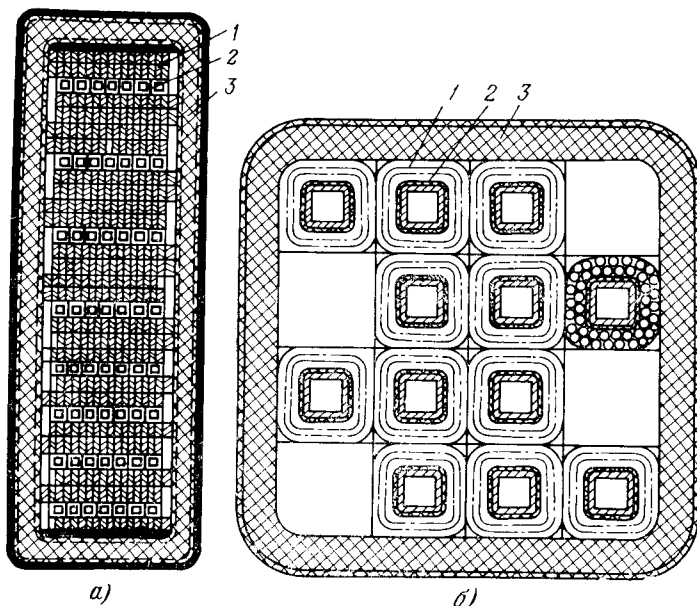


Рис. 2. Конструкция стержня обмотки статора.

1 — группа проводников; 2 — трубка из немагнитной стали; 3 — корпусная изоляция.

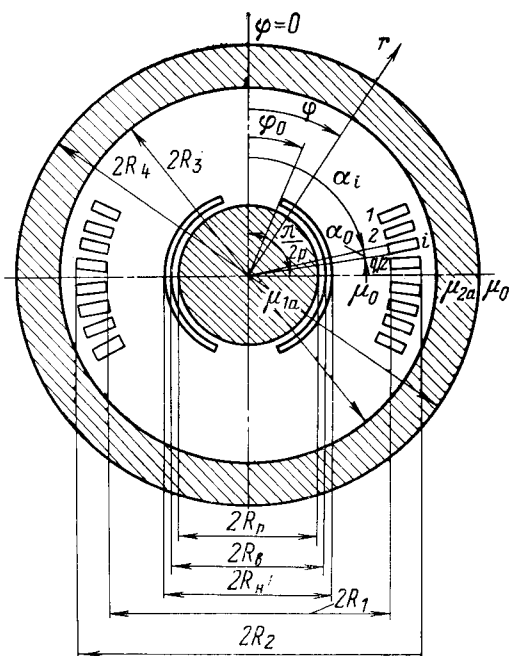


Рис. 3. Область решения задачи.

В (1)–(3) введены следующие коэффициенты, сокращающие объем записи:

$$C_{я} = \frac{8\mu_0\sigma_n \sin p\nu (\alpha_0/2)}{\pi\nu (4 - p^2\nu^2)} \sum_{i=1}^{q/2} \sin p\nu \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right);$$

$$\Lambda_{я} = \frac{\frac{2+p\nu}{p\nu} R_p^{2p\nu} \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1} (R_2^{2-p\nu} - R_1^{2-p\nu}) - \frac{2-p\nu}{p\nu} (R_2^{2+p\nu} - R_1^{2+p\nu})}{R_3^{2p\nu} - R_p^{2p\nu} W_{я} \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1}}$$

$$W_{я} = \frac{\kappa^{2p\nu} - 1}{\kappa^{2p\nu} \frac{1+\mu_2}{1-\mu_2} - \frac{1-\mu_2}{1+\mu_2}}; \quad \kappa = R_4/R_3.$$

В случае $p\nu=2$ к выражениям (1)–(3) следует применить правило Лопиталья, так как они становятся неопределенностями.

В результате преобразований получим следующие выражения ($p\nu=2$):

$$A_{1я} = \frac{1}{2} C_{я2} \left(2 \ln \frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{8} \Lambda_{я2} W_{я2} \right) \times$$

$$\times \left(r^2 - R_p^4 \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1} r^{-2} \right) \sin 2\varphi; \quad (4)$$

$$A_{2я} = \frac{1}{16} C_{я2} \left[(1 + \Lambda_{я2} W_{я2}) r^2 - \right.$$

$$\left. - (\Lambda_{я2} R_3^4 + R_2^4) r^{-2} - 4r^2 \ln \frac{r}{R_2} \right] \sin 2\varphi; \quad (5)$$

$$A_{3я} = \frac{1}{16} C_{я2} \Lambda_{я2} (W_{я2} r^2 - R_3^4 r^{-2}) \sin 2\varphi. \quad (6)$$

В (4)–(6) обозначено

$$C_{я2} = \frac{1}{\pi} 8\mu_0\sigma_n \sin \alpha_0 \sum_{i=1}^{q/2} \sin 2 \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right);$$

$$\Lambda_{я2} = \frac{(R_2^4 - R_1^4) + 4R_p^4 \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1} \ln \frac{R_1}{R_2}}{R_p^4 W_{я2} \frac{1-\mu_1}{1+\mu_1} - R_3^4};$$

$$W_{я2} = \frac{\kappa^4 - 1}{\kappa^4 \frac{1+\mu_2}{1-\mu_2} - \frac{1-\mu_2}{1+\mu_2}}.$$

При численных расчетах множитель $\sum_{i=1}^{q/2} \sin p\nu \times$
 $\times \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right)$, входящий в выражение для коэффициента $C_{я}$, с достаточной степенью точности можно принимать равным $qk_{w\nu}/2$ для всех значений q , где $k_{w\nu}$ — обмоточный коэффициент для ν -й гармонической поля; q — число пазов на полюс и фазу.

Поле, создаваемое обмоткой возбуждения. Расположив обмотку возбуждения относительно ферромагнитных поверхностей аналогично обмотке статора, можно записать выражения для векторного магнитного потенциала поля, создаваемого обмоткой возбуждения, по аналогии с (1)–(3). При этом следует заменить коэффициенты $C_{я}$, $\Lambda_{я}$ на $C_{в}$, $\Lambda_{в}$, а радиусы R_1 , R_2 на $R_{в}$, $R_{н}$, где

$$C_{в} = 4\mu_0\sigma_{в} \cos p\nu\varphi_0 / \pi\nu (4 - p^2\nu^2).$$

Выражение для $\Lambda_{в}$ записывается аналогично выражению для $\Lambda_{я}$ за исключением радиусов R_1 и R_2 , вместо которых подставляются $R_{в}$ и $R_{н}$. Также аналогично получаются выражения для случая $p\nu=2$. Выражение для $C_{в2}$ в этом случае запишется в виде:

$$C_{в2} = 4\mu_0\sigma_{в} \cos 2\varphi_0 \pi.$$

В (1)–(6) обозначено: $\sigma_{я} = 2I_a/\alpha_0 a_1 (R_2^2 - R_1^2)$ — распределенная плотность тока в стержне; $\sigma_{в} = \frac{2I_{в2}}{2\pi R_{в}} = \frac{\pi}{2p} \left(\frac{1}{q} - \varphi_0 \right) (R_{н}^2 - R_{в}^2)$ — то же в обмотке возбуж-

дения; α_0 — угловая мера стержня; φ_0 — половина угла раскрытия большого зуба ротора; p — число пар полюсов машины; ν — порядок гармонической составляющей поля, $\alpha_i = \frac{\pi}{3p} \left[\frac{1}{q} (i-1) + 1 \right] + \frac{\pi}{6pq} - \frac{\alpha_0}{2}$ — угловое расстояние i -го стержня фазы диа-

метральной обмотки от оси симметрии фазы; R_p — радиус бочки ротора; R_1 , R_2 — радиусы расположения стержней обмотки статора; $R_{в}$, $R_{н}$ — то же для обмотки возбуждения; R_3 , R_4 — внутренний и наружный радиусы сердечника статора; μ_1 , μ_2 — относительные магнитные проницаемости материалов бочки ротора и сердечника статора.

Положив в (1)–(6) $\mu_1=1$ (или $R_p=0$), получим выражения $A(r, \varphi)$ для криотурбогенератора

с ферромагнитным беззубцовым экраном. Приняв $\mu_1 = \mu_2 = 1$ (или $\mu_1 = 1, \kappa = 1$), получим выражения для расчета поля в неэкранированном криотурбогенераторе.

Вращающееся поле машины. Аналитические выражения для $A(r, \varphi, t)$ вращающегося поля записываются путем замены переменных в выражениях для $A(r, \varphi)$. Для обмотки статора множитель $\sin p\nu\varphi$ заменяется множителем

$$\sum_{m=0,1,2} \sin \left(-\omega t - m \frac{2\pi}{3} \right) \times \\ \times \sin p\nu \left(\varphi - \frac{\pi}{2p} + \varphi_c - m \frac{2\pi}{3p} \right),$$

а для обмотки возбуждения множителем $\sin p\nu(\varphi - \varphi_v)$, где φ_c — угол между произвольно выбранной полярной осью $\varphi = 0$ и осью поля статора в момент времени $t = 0$; φ_v — угол между полярной осью и осью d поля обмотки возбуждения; ω — угловая частота; t — время; $m = 0, 1, 2$ — оператор сдвига.

Угол φ_v при работе машины в установившемся режиме выражается зависимостью $\varphi_v = -\frac{\omega t}{p} + \psi - \varphi_c$, где ψ — угол между осями полей обмотки статора и обмотки возбуждения. Угол ψ определялся с использованием выражения для взаимной энергии, запасенной обмотками в воздушном зазоре машины [Л. 8], в результате было получено следующее приближенное выражение:

$$\psi \approx \frac{1}{p} \arcsin \frac{2P_a}{3p\omega I_a I_b M_{\text{ва}}}, \quad (7)$$

где P_a — активная мощность машины; $M_{\text{ва}}$ — максимальный коэффициент взаимнойиндукции между фазой обмотки статора и обмоткой возбуждения.

Зная угол ψ , можно вычислить суммарные составляющие индукции магнитного поля, создаваемого обмотками в зазоре машины в момент времени t . Значение магнитных проницаемостей ферромагнитных участков и их нелинейную зависимость $\mu = f(B)$ можно определять для одной точки

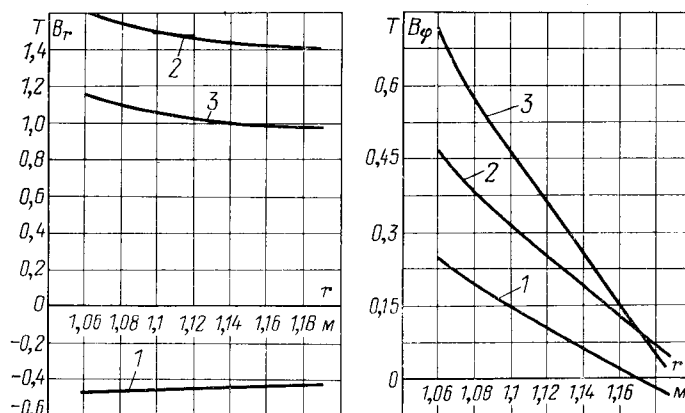


Рис. 4. Изменение индукции по высоте стержня статора турбогенератора мощностью примерно 2 ГВт, $2p = 4$.

1 — поле статора; 2 — поле ротора; 3 — суммарное поле (амплитудные значения).

ферромагнитного участка, которая выбирается, например, на среднем радиусе нейтральной линии.

Изложенный аналитический метод лег в основу расчета распределения магнитного поля в мощных турбогенераторах с беззубцовым статором, в том числе и криотурбогенераторах, при различных режимах работы. На рис. 4 приведены результаты расчета поля в области расположения стержней обмотки статора турбогенератора мощностью примерно 2 ГВт, 1500 об/мин. Расчеты позволили определить максимальные значения радиальной и тангенциальной составляющих индукции в области обмотки статора, которые для исследуемого турбогенератора оказались соответственно равными 1,15 и 0,7 Т при работе машины в режиме номинальной нагрузки.

Расчет индуктивных сопротивлений установившегося режима работы. Индуктивные сопротивления определялись по методу [Л. 9], в результате были получены следующие выражения для расчета $x_{dп}$, x_{ad} , $x_{п}$.

Индуктивное сопротивление прямолинейной части обмотки статора:

для $p\nu \neq 2$

$$x_{dп} = \frac{96\mu_0\omega l_t}{\alpha_0^2 a^2 i \pi p (1 - \xi^2)^2} \sum_{v=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin^2 p\nu \alpha_0 \frac{2}{\gamma^3 (4 - p^2 \gamma^2)}}{\times \left\{ 2 \left(1 + \frac{p\nu \tilde{\Lambda}_1 W_3}{2 + p\nu} \right) (1 - \xi^{2+p\nu}) - \right.} \\ \left. - 2 \left(1 + \frac{p\nu \tilde{\Lambda}_2 \eta^{-2p\nu}}{2 - p\nu} \right) (1 - \xi^{2-p\nu}) - \right.} \\ \left. - p\nu (1 - \xi^4) \right\} \left[\sum_{i=1}^{i=\frac{q}{2}} \sin p\nu \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right) \right]^2; \quad (8)$$

для $p\nu = 2$

$$x_{dп} = \frac{6\mu_0\omega l_t \sin^2 \alpha_0}{\alpha_0^2 a^2 i \pi (1 - \xi^2)^2} [4(1 + \xi^4) \ln \xi + \\ + \tilde{\Lambda}_1 W_3 (1 - \xi^4) + 2(1 - \xi^4) + 4\tilde{\Lambda}_2 \eta^{-4} \ln \xi] \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^{i=q/2} \sin 2 \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right) \right]^2. \quad (9)$$

В (8) и (9) введены следующие коэффициенты, сокращающие объем записи:

$$\tilde{\Lambda}_1 = \frac{\xi^{2p\nu} \frac{2 + p\nu}{p\nu} \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} (1 - \xi^{2-p\nu}) - \eta^{2p\nu} \frac{2 - p\nu}{p\nu} (1 - \xi^{2+p\nu})}{1 - \xi^{2p\nu} W_3 \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1}}; \\ \tilde{\Lambda}_2 = \frac{\eta^4 (1 - \xi^4) + 4\xi^4 \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} \ln \xi}{\xi^4 \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} W_3 - 1}.$$

В (8) и (9) обозначено: l_t — активная длина машины; $\xi = R_1/R_2$ — относительная толщина обмотки статора; $\eta = R_2/R_3$ — относительное приближение обмотки статора к сердечнику; $\xi = R_p/R_3$ —

относительный радиус бочки ротора; $\kappa = R_4/R_3$ — относительная высота ферромагнитного сердечника (экрана).

Индуктивное сопротивление реакции якоря: для $p \neq 2$

$$x_{ad} = \frac{192\mu_0\omega\omega_a k_{w1} l_t}{\pi^2 p^2 \left(\frac{\pi}{2p} - \varphi_0 \right) \alpha_0 \alpha_1 (1 - \xi^2) (1 - \vartheta^2) k_f} \times \\ \times \left(\frac{R_H}{R_2} \right)^p \frac{\sin \frac{p\alpha_0}{2} \cos p\varphi_0}{4 - p^2} [(1 - \xi^2 - p)(2 + p) + p\Lambda_{13} W_{13}] \times \\ \times \left[\frac{1 - \vartheta^2 + p}{2 + p} - p^{-2} \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} \frac{1 - \vartheta^2 - p}{2 - p} \right] \times \\ \times \sum_{i=1}^{i=q/2} \sin p \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right); \quad (10)$$

для $p = 2$

$$x_{ad} = \frac{3\mu_0\omega\omega_a k_{w1} l_t \sin \alpha_0 \cos 2\varphi_0}{\pi^2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi_0 \right) \alpha_0 \alpha_1 (1 - \xi^2) (1 - \vartheta^2) k_f} \times \\ \times \left(\frac{R_H}{R_2} \right)^2 \left(4 \ln \frac{1}{\xi} + \Lambda_{13} W_{13} \right) \times \\ \times \left[(1 - \vartheta^4) + 4p^{-4} \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} \ln \vartheta \right] \times \\ \times \sum_{i=1}^{i=q/2} \sin 2 \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right). \quad (11)$$

В (10) и (11) обозначено:

$$\Lambda_{13}^* = \Lambda_{13}^*|_{v=1}; \quad W_{13} = W_{13}|_{v=1};$$

ω_a — число витков в фазе обмотки статора; k_f — коэффициент формы поля обмотки возбуждения; $\vartheta = \frac{R_B}{R_H}$ — относительная толщина обмотки возбуждения; $\rho = \frac{R_H}{R_p}$ — относительное приближение обмотки возбуждения к бочке ротора.

Выражения для расчета $x_{дп}$ и $x_{ад}$ криотурбогенератора с ферромагнитным беззубцовым экраном получаются из (8) — (11) при $\mu_1 = 1$ (или $\xi = 0$, $\rho^{-1} = 0$).

Индуктивное сопротивление рассеяния прямолинейной части фазы обмотки статора:

$$x_{\pi} = \frac{2}{3} (x_{дп} - x_{ад}). \quad (12)$$

Расчеты индуктивных сопротивлений турбогенераторов мощностью 1200—2000 МВт с беззубцовым статором показали, что величина x_{π} при выносе обмотки статора в воздушный зазор снижается примерно в 7—8 раз по сравнению с x_{π} турбогенератора традиционной конструкции такой же мощности. Столь существенное снижение x_{π} приводит к соответственному уменьшению величин x''_a и x'_d . Это обстоятельство усложняет проблему обеспече-

ния механической надежности турбогенераторов рассматриваемой конструкции в переходных режимах работы.

Электродинамические усилия, действующие на стержни обмотки статора в установившемся режиме работы. Расчет э. д. у. рассмотрен в [Л. 10]. Составляющие усилий находились интегрированием произведения соответствующей составляющей индукции магнитного поля на плотность тока по площади, занятой рассматриваемым стержнем. Запишем результирующие выражения для расчета э. д. у. в случае $p \neq 2$, так как случай $p \neq 2$ рассмотрен в [Л. 10].

Тангенциальная составляющая э. д. у., действующего на единицу длины i -го стержня k -й фазы обмотки статора от собственного поля:

$$F_{\varphi i k c} = \frac{0,444 I^2 a \mu_0 \sin \left(\omega t - k \frac{2\pi}{3} \right)}{a^2 a^2 \pi (1 - \xi^2)^2} \times \\ \times \{ R_1^{-1} [(16\xi - 9) - \xi^4 (7 - 12 \ln \xi)] + \\ + 3R_2^{-1} \Lambda_{12}^* W_{12} (1 - \xi^3) - 9R_1^{-1} \vartheta^{-4} \Lambda_{12}^* (1 - \xi) \} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^{i=q/2} \sin 2 \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \times \\ + \sum_m^{0,1,2} \sin \left(-\omega t - m \frac{2\pi}{3} \right) \times \\ \times \cos 2 \left[-\alpha_i - (m + k) \frac{\pi}{3} - \frac{\alpha_0}{2} \right]; \quad (13)$$

то же от поля обмотки возбуждения

$$F_{\varphi i k b} = - \frac{2I a I_B \mu_0 \omega_B \sin \left(\omega t - k \frac{2\pi}{3} \right) \sin \alpha_0 \cos 2\varphi_0}{\alpha_0 \alpha_1 \pi (1 - \xi^2) (1 - \vartheta^2) \left(\frac{\pi}{4} - \varphi_0 \right)} \times \\ \times \left[\frac{1}{3} R_H^{-2} \Lambda_{B2}^* W_{B2} (1 - \xi^3) - R_1^{-1} \eta^{-2} \varepsilon^{-2} \Lambda_{B2}^* (1 - \xi) \right] \times \\ \times \cos 2 \left(-\alpha_i + \frac{\pi}{4} - \varphi_0 - k \frac{\pi}{3} - \varphi_B - \frac{\alpha_0}{2} \right). \quad (14)$$

Радиальная составляющая э. д. у., действующего на единицу длины i -го стержня k -й фазы обмотки статора от собственного поля:

$$F_{r i k c} = - \frac{0,444 I^2 a \mu_0 \sin \left(\omega t - k \frac{2\pi}{3} \right) \sin^2 \alpha_0}{a^2 a^2 \pi (1 - \xi^2)^2} \times \\ \times \{ R_1^{-1} [(8\xi - 9) + \xi^4 (1 - 12 \ln \xi)] - \\ - 3R_2^{-1} \Lambda_{12}^* W_{12} (1 - \xi^3) - 9R_1^{-1} \eta^{-4} \Lambda_{12}^* (1 - \xi) \} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^{i=q/2} \sin 2 \left(\alpha_i + \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \times \\ \times \sum_m^{0,1,2} \sin \left(-\omega t - m \frac{2\pi}{3} \right) \times \\ \times \sin 2 \left[-\alpha_i - (m + k) \frac{\pi}{3} - \frac{\alpha_0}{2} \right]; \quad (15)$$

то же от поля обмотки возбуждения

$$F_{rikB} = - \frac{2I_a I_B \mu_0 \omega_B \sin \left(\omega t - k \frac{2\pi}{3} \right) \sin \alpha_0 \cos 2\varphi_0}{\alpha_0 a_1 \pi (1 - \xi^2) (1 - \vartheta^2) \left(\frac{\pi}{4} - \varphi_0 \right)} \times \\ \times \left[\frac{1}{3} R_{II}^{-2} \tilde{\Lambda}_{B2}^* W_{32} (1 - \xi^2) + R_I^{-1} \eta^{-2} \varepsilon^{-2} \tilde{\Lambda}_{B2}^* (1 - \xi) \right] \times \\ \times \sin 2 \left(-\alpha_i + \frac{\pi}{4} - \varphi_c - k \frac{\pi}{3} - \varphi_B - \frac{\alpha_0}{2} \right), \quad (16)$$

где

$$\tilde{\Lambda}_{B2}^* = \frac{\varepsilon^4 (1 - \vartheta^4) + 4\xi^4 \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} \ln \vartheta}{\xi^4 W_{32} \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} - 1}.$$

В (14)–(17) обозначено: $k=0, 1, 2$ — фазы обмотки статора; $\varepsilon = R_{II}/R_3$ — относительное приближение обмотки возбуждения к ферромагнитному сердечнику статора.

Суммарные составляющие э. д. у., действующих на единицу длины i -го стержня k -й фазы обмотки статора, находились суммированием соответствующих составляющих э. д. у. от собственного поля обмотки статора и от поля обмотки возбуждения.

Расчеты показали, что в обмотке беззубцового статора максимальное тангенциальное усилие, действующее на один стержень, превышает среднее тангенциальное усилие, определяемое из номинального момента машины, примерно в 2,3–2,4 раза. В двухполюсном турбогенераторе мощностью около 2 ГВт при номинальной нагрузке расчетное значение максимального тангенциального усилия достигало 29,5 кН/м, а в четырехполюсном генераторе такой же мощности — 35 кН/м. Увеличение среднего радиуса расположения обмотки и числа стержней статора в четырехполюсном генераторе приводило к увеличению тангенциального э. д. у. не в 2 раза, как вращающего момента, а лишь в 1,2 раза. Максимальное радиальное усилие примерно в 3 раза меньше тангенциального. Из-за больших э. д. у. и цикличности их изменения вопро-

сы разработки надежной конструкции крепления и обеспечения механической надежности обмотки беззубцового статора приобретают первостепенное значение.

Сравнительные результаты проектирования. Сравнение результатов расчета турбогенераторов мощностью 2 ГВт 1500 об/мин традиционной конструкции и конструкции с беззубцовым статором и обычным ротором показало, что размещение обмотки статора в немагнитном зубцовом слое приводит к уменьшению активной длины машины примерно на 1,4–1,6 м, наружного диаметра статора примерно на 0,3–0,35 м, массы поковки ротора примерно на 40–50 т, транспортной массы статора примерно на 180–190 т, общей массы генератора примерно на 235–245 т, затрат на изготовление генератора примерно на 20%. Некоторые сравнительные результаты проектирования генераторов рассматриваемой конструкции приведены также в [Л. 4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Davies E. J. Airgap windings for large turbogenerators. — «Proc. Inst. Elec. Eng.», 1971, vol. 118, № 3–4.
2. Spooner E. Fully slotless Turbogenerators. — «Proc. Inst. Elec. Eng.», 1973, vol. 120, № 12.
3. Morgan J. W. H., Wilkins J. T. Pat. № 881468 (Great Britain), 1958.
4. Ружинский Л. Н., Толкунов В. П., Черемисов И. Я. Особенности проектирования мощных турбогенераторов с обмоткой статора, расположенной в воздушном зазоре. — «ЭП. Электрические машины», 1974, № 10 (44).
5. Статор электрической машины. А. С. № 415769 (СССР). Опул. в бюл. — «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1974, № 6. Авт.: Н. Г. Гринченко, В. Ф. Пенской, Л. Н. Ружинский и др.
6. Хэг Б. Электромагнитные расчеты. ОНТИ, 1934.
7. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М. — Л., Физматгиз, 1962.
8. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. М, Изд.-во иностр. лит., 1961.
9. Бертинов А. И., Миронов О. М., Головкин А. В. Индуктивные сопротивления криогенной синхронной машины с ферромагнитным экраном. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1972, № 4.
10. Ружинский Л. Н., Толкунов В. П. Электродинамические усилия в обмотке статора, расположенной в воздушном зазоре мощного турбогенератора. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1975, № 2.

[28.5.1976]



УДК 621.313:621.59

Магнитное поле и э. д. с. криогенных электрических машин

РУБИНРАУТ А. М., СЕМЕНОВА Т. Н.

Москва

Разрабатываемые в настоящее время криогенные электрические машины конструктивно отличаются от обычных. Ферромагнитные материалы в конструкции ротора и статора машины отсутствуют (за исключением наружного ферромагнитного экрана, который необходим для ограничения магнитного поля в окружающем пространстве), поэтому магнитный поток в криогенной электрической машине не является «организованным». Индуктор представляет собой систему прямоугольных катушек с обмотками из сверхпроводников или сверх-

чистых металлов. Для обеспечения рабочей температуры обмотки индуктор помещается в криостат. Обмотка якоря выполняется из обычных проводников.

Чтобы определить магнитный поток, а затем и э. д. с., следует рассмотреть картину распределения магнитного поля, возбуждаемого током индуктора. Для расчета целесообразно ограничить области, в которых определяются значения магнитной индукции, зонами обмотки якоря и индуктора.

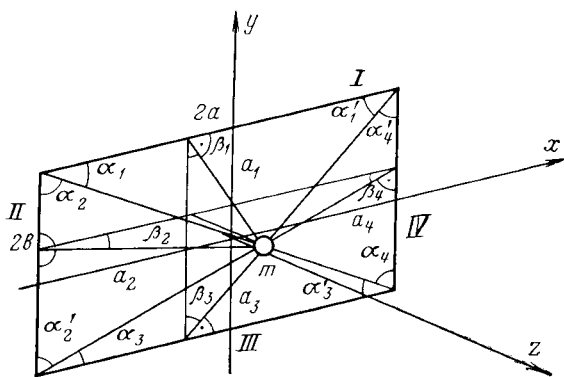


Рис. 1. Элементы обмотки.

В зоне обмотки индуктора определяется максимальное значение магнитной индукции, которое должно быть ниже критического при данной плотности тока в сверхпроводнике. Именно максимальная индукция магнитного поля определяет расчетное значение тока возбуждения машины. Распределение индукции в зоне обмотки якоря позволяет определить рабочий магнитный поток и э. д. с., наводимую в обмотке якоря.

Задача по нахождению картины поля электрической машины, рассматриваемая в [Л. 1], сводится к определению векторного потенциала в цилиндрических зонах, при этом принимается основное допущение о том, что электрическая машина имеет бесконечную длину. Такое допущение позволяет рассматривать двумерную задачу. В ряде случаев обмотка возбуждения электрической машины имеет длину катушки, соизмеримую с ее шириной, поэтому необходимо было решать задачу с учетом конечных размеров сторон катушки.

Рассмотрим магнитное поле, создаваемое многовитковой прямоугольной катушкой возбуждения.

Магнитная индукция в любой точке может быть представлена как сумма векторов индукции от каждого витка катушки. Для облегчения расчета целесообразно разбить периметр витка на прямолинейные участки, определить составляющие магнитной индукции от каждой прямолинейной части витка. И, наконец, используя принцип наложения, просуммировать значения отдельных составляющих магнитной индукции. Таким образом, первоначальная задача сводится к нахождению поля от отрезка тока конечной длины.

Используя закон Био—Савара, с помощью интегрирования и тригонометрических преобразований получаем выражение магнитной индукции в точке m от одной из сторон прямоугольного витка длиной $2a$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha'_1). \quad (1)$$

(Принятые обозначения понятны из рис. 1).

Выразив необходимые тригонометрические соотношения для 1-го участка из рис. 1, определим проекцию вектора B_1 на ось z :

$$B_{z1} = B_1 \cos \beta_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{(b-y)^2 + z^2}} \times \\ \times \left[\frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2 + z^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + (b-y)^2 + z^2}} \right] \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + z^2}}. \quad (2)$$

Учитывая меняющиеся геометрические размеры витков и тригонометрически преобразуя (2), получаем в прямоугольной системе координат формулы для определения составляющих магнитной индукции от любого прямоугольного контура в точке $m(x, y, z)$:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \left[\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + (a-x)^2 + z^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{b-y}{\sqrt{(b-y)^2 + (a-x)^2 + z^2}} \right] \frac{1}{(a-x)^2 + z^2} - \right. \\ \left. - \left[\frac{b+y}{\sqrt{(b+y)^2 + (a+x)^2 + z^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{b-y}{\sqrt{(a+x)^2 + (b-y)^2 + z^2}} \right] \frac{1}{(a+x)^2 + z^2} \right\} z; \\ B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \left[\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + (b+y)^2 + z^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + (b+y)^2 + z^2}} \right] \times \right. \\ \times \frac{1}{(b+y)^2 + z^2} - \left[\frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + (b-y)^2 + z^2}} + \right. \\ \left. \left. + \frac{(a-x)}{\sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2 + z^2}} \right] \frac{1}{(b-y)^2 + z^2} \right\} z; \\ B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{(b-y)^2 + z^2} + \frac{1}{(a-x)^2 + z^2} \right] \times \right. \\ \times \frac{(b-y)(a-x)}{\sqrt{(b-y)^2 + (a-x)^2 + z^2}} + \left[\frac{1}{(a-x)^2 + z^2} + \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{(b+y)^2 + z^2} \right] \frac{(a-x)(b+y)}{\sqrt{(a-x)^2 + (b+y)^2 + z^2}} + \right. \\ \left. \left. + \left[\frac{1}{(b+y)^2 + z^2} + \frac{1}{(a+x)^2 + z^2} \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{(b+y)(a+x)}{\sqrt{(b+y)^2 + (a+x)^2 + z^2}} + \left[\frac{1}{(b-y)^2 + z^2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{1}{(a+x)^2 + z^2} \right] \frac{(b-y)(a+x)}{\sqrt{(b-y)^2 + (a+x)^2 + z^2}} \right\}. \quad (3)$$

Аналогичные формулы были получены ранее из выражения векторного потенциала [Л. 2].

Катушку возбуждения электрической машины можно представить в виде множества прямоугольных контуров с током. Для расчета магнитного поля на ЦВМ сечение катушки разбиваем на квадраты и заменяем обмотку прямоугольными витками, полагая, что весь ток, соответствующий данному квадрату, протекает по его осевой линии. Точность расчета повышается с увеличением числа разбиений, однако беспредельно уменьшать сечение квадратов нецелесообразно, следует ограничиться размером реального сверхпроводника. Для учета закруглений катушки в лобовых частях криволинейный отрезок заменяется вписанными прямыми отрезками.

Была составлена программа для ЦВМ «Минск-22», с помощью которой рассчитываются значение модуля магнитной индукции и составляющие по осям.

Исходные данные: геометрические размеры и электрические параметры катушки, число разбиений сечения обмотки и координаты точек, в которых нужно исследовать магнитное поле.

Команды программы организуют вычисление шагов по длине (ширине) и высоте катушки и определение размеров первого витка, расположенного на расстоянии полушага от внешних контуров обмотки. От этого витка ЦВМ вычисляет составляющие B_x , B_y и B_z в первой заданной точке, затем шагом по ширине и высоте перебираются все витки, принадлежащие обмотке, находятся составляющие индукции и складываются с предыдущими. В процессе счета проверяются условия изменения знаков составляющих индукции. Суммарные составляющие умножаются на выписанные коэффициенты, постоянные для данной обмотки, и вычисляется максимальная индукция $B_m = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$. Затем весь учет повторяется для следующей исследуемой точки.

Описанная программа может использоваться для расчета магнитной индукции любой катушки прямоугольной формы. Она также применяется для расчета многополюсной магнитной системы электрической машины. В данном случае необходимо геометрически суммировать составляющие магнитной индукции соседних катушек. Расположение обмоток индуктора и якоря электрической машины для двухполюсной магнитной системы показано на рис. 2.

Правильность составленной программы была проверена контрольным расчетом. В качестве опытной была взята катушка, намотанная на прямоугольный каркас круглым медным проводом диаметром 4 мм. Число витков катушки равно 453. По обмотке пропускался постоянный ток 15 А, и с помощью гауссметра измерялось максимальное значение индукции в контрольных точках. Для этих же

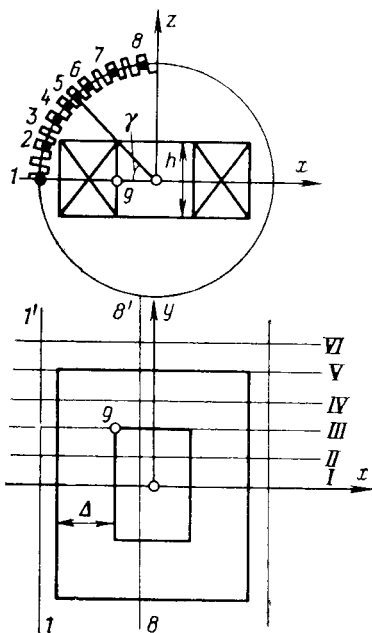


Рис. 2. Расположение катушки возбуждения и стержней якоря (двухполюсная магнитная система).

точек был проведен и расчет на ЦВМ по разработанной программе. Длина катушки 25 см, ширина 21 см и высота 6 см. Сравнение опытных и расчетных значений магнитной индукции показало их сходимость с точностью до 5%.

Кроме сравнения экспериментальных и расчетных данных целью измерений на опытной катушке было определение в зоне прямоугольной обмотки точки с максимальным значением магнитной индукции (точка 9).

Для определения э. д. с. электрической машины рассчитывается магнитная индукция в стержнях обмотки якоря. При этом берутся точки, расположенные на средней линии стержней одной полуфазы обмотки якоря, как это показано на рис. 2. Радиальная составляющая магнитной индукции, определяющая э. д. с., наводимую в обмотке якоря, вычисляется по формуле

$$B_r = B_x \cos \gamma + B_z \sin \gamma, \quad (4)$$

где γ — угол расположения расчетной точки относительно оси x .

За результатами решения задачи по определению магнитного поля, полученными с помощью ЦВМ, удобно проследить на одном из примеров. Рассмотрим магнитное поле синхронного генератора со следующими основными данными: длина катушки $2a=0,410$ м; ширина катушки $2b=0,252$ м; высота катушки $h=0,124$ м; ширина обмотанной части катушки $\Delta=0,075$ м; $l\omega=700\,000$; диаметр обмотки якоря $D_a=0,406$ м.

На рис. 3 показано изменение радиальной составляющей магнитной индукции B_r в зависимости от угла γ для различных сечений. Форма кривой оказывается близкой к трапеции. Раскладывая кривую на высшие гармонические, выделяем первую, как это показано на рисунке. В дальнейшем расчет проводится для 1-й гармоники радиальной составляющей магнитной индукции. Правомочность такого решения обеспечивается мерами избавления от высших гармонических в э. д. с. обмотки статора: включением обмотки в звезду и введением укороченного шага обмотки.

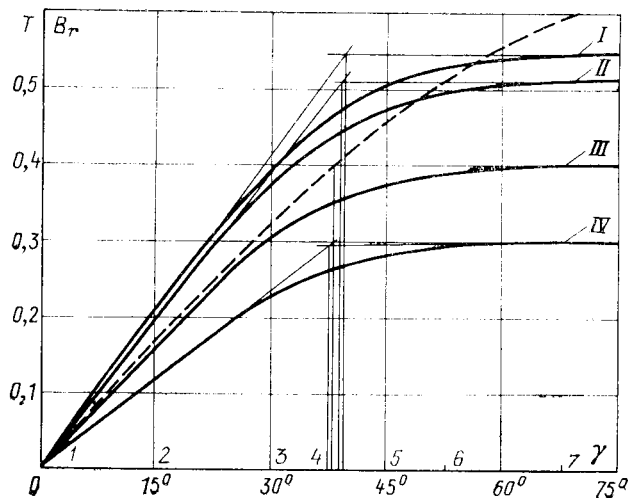


Рис. 3. Изменение радиальной составляющей индукции и выделение первой гармонической.

Радиальная составляющая индукции в нашем случае меняется не только от положения стержня на цилиндрической поверхности статора, но также и по его длине вдоль оси. Значения радиальной составляющей индукции для 1-й гармоники в каждом стержне фазы в зависимости от его длины показаны на рис. 4.

Таким образом, получена полная картина магнитного поля в зоне обмотки якоря.

Для определения э. д. с., наводимой в стержнях обмотки якоря, воспользуемся методом последовательных разбиений. Электродвижущая сила, наведенная в элементе стержня длиной Δl :

$$\Delta e = B_{r\Delta l} \Delta l v, \quad (5)$$

где $B_{r\Delta l} = \frac{\int_0^{\Delta l} B_r dl}{\Delta l}$ — среднее значение радиальной составляющей индукции на участке Δl ; v — линейная скорость магнитного поля относительно проводника.

Суммируя отдельные составляющие, определяем э. д. с. стержня:

$$e = \Sigma \Delta e. \quad (6)$$

Электродвижущая сила фазы обмотки статора генератора получается суммированием векторов э. д. с. отдельных стержней:

$$\vec{E}_\Phi = \Sigma \vec{e}. \quad (7)$$

Все операции по определению э. д. с. машины проводятся с помощью специальной подпрограммы на ЦВМ.

Для предварительной оценки проектирования криогенных электрических машин желательно иметь простые аналитические зависимости, которые можно получить на основе (3). Основное допущение — замена катушки одним центральным витком прямоугольного контура с током $I = \omega I_B$ и сторо-

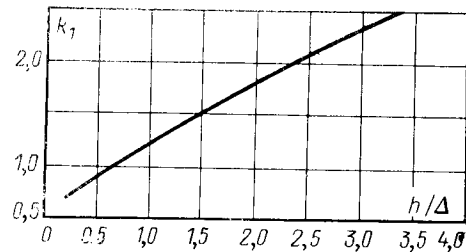


Рис. 5. Зависимость поправочного коэффициента k_1 от h/Δ .

нами $2a$ и $2b$, соответствующими средней линии катушки.

Подставив в (3) значение z , соответствующее удалению обмотки якоря генератора R_A , а также координаты точек $x=0$, $y=0$, определяем магнитную индукцию в середине обмотки:

$$B_{RA} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \left[\frac{1}{a^2 + R_A^2} + \frac{1}{b^2 + R_A^2} \right] \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + R_A^2}}. \quad (8)$$

Магнитную индукцию в крайней точке по длине стержня якоря, которая соответствует минимальному значению, получаем, подставив в (3) значения $z=R_A$, $x=0$, $y=b$:

$$B_{RB} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \left[\frac{1}{a^2 + R_A^2} + \frac{1}{4b^2 + R_A^2} \right] \frac{ab}{\sqrt{a^2 + 4b^2 + R_A^2}}. \quad (9)$$

Среднее значение магнитной индукции в зоне обмотки якоря

$$B_R = \frac{B_{RA} + B_{RB}}{2}. \quad (10)$$

На основе принятого допущения можно из (3) также получить выражение максимального значения индукции в зоне обмотки возбуждения электрической машины. Для этого необходимо подставить координаты точки (9): $x=a-\Delta/2$; $y=b-\Delta/2$; $z=0$.

Как показывают расчеты, значение индукции в точке (9) получается выше значения, подсчитанного на ЦВМ с помощью большого числа разбиений. Поправочный коэффициент, учитывающий это обстоятельство, зависит от отношения высоты катушки h к ширине намотки Δ .

На рис. 5 показана зависимость поправочного коэффициента k_1 от соотношения h/Δ . Зависимость получена на ЦВМ путем вариации основных размеров катушки. Максимальное значение индукции в зоне сверхпроводящей обмотки возбуждения определяется из выражения:

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 I}{4\pi k_1} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\Delta/2} + \left[\frac{1}{(\Delta/2)^2} + \frac{\Delta}{2(2b-\Delta/2)} + \frac{1}{(2b-\Delta/2)^2} \right] \frac{1}{\sqrt{(\Delta/2)^2 + (2b-\Delta/2)^2}} + \left[\frac{1}{(2b-\Delta/2)^2} + \frac{1}{(2a-\Delta/2)^2} \right] \times \frac{(2a-\Delta/2)(2b-\Delta/2)}{\sqrt{(2a-\Delta/2)^2 + (2b-\Delta/2)^2}} + \left[\frac{1}{(\Delta/2)^2} + \frac{1}{(2a-\Delta/2)^2} \right] \frac{(2a-\Delta/2)\Delta/2}{\sqrt{(2a-\Delta/2)^2 + (\Delta/2)^2}} \right\}. \quad (11)$$

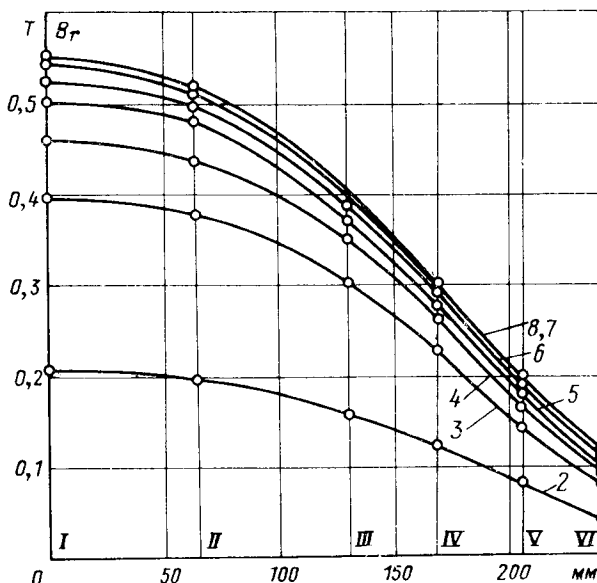


Рис. 4. Распределение радиальной составляющей магнитной индукции вдоль стержней обмотки якоря.

Выражение (11) позволяет определить допустимое значение п. с. обмотки возбуждения. После этого по (10) уточняем значение магнитной индукции в зоне обмотки якоря. Магнитный поток, пронизывающий обмотку якоря, находим из определенной в результате исследований картины распределения магнитной индукции. Для первой гармонической составляющей имеем:

$$\Phi = \frac{2}{\pi} k_t B_R \tau l,$$

где k_t — коэффициент 1-й гармоники; исследования показывают, что значения этого коэффициента лежат в пределах 1,17—1,2.

Электродвижущая сила, наведенная в фазе обмотки якоря:

$$E_\Phi = 4,44 k_{\text{об}} f \omega \Phi.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stekly Z. I. I., Woodson H. H. A study of alternators with superconducting field windings. — «IEEE Trans. on Power Appar. and Systems», 1966, vol. 85, № 3, p. 264—274.
2. Исследование сверхпроводящей магнитной системы без стального сердечника. — «Электричество», 1966, № 6. Авт.: Е. Я. Казовский, В. Н. Шахтарин, С. Н. Болтухова, Н. Н. Михайлов.

[13.1.1975]

УДК [621.3.045:538.122].001.24

Применение метода магнитных зарядов к расчету индуктивных параметров контуров электрических машин

Доктор техн. наук ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., канд. техн. наук КУЗНЕЦОВ В. А.

Московский энергетический институт

Методы расчета характеристик электрических машин могут быть условно разделены на две категории. В первой при расчетах вводится целая система допущений, существенно упрощающих реальную картину магнитного поля, широко используются понятия магнитной цепи, поверхности сердечников принимаются гладкими и магнитно-эквипотенциальными, используются понятия интегральных сосредоточенных параметров и намагничивающих сил. В течение длительного периода в приложении к машинам с обычными соотношениями размеров методы первого типа дают вполне удовлетворительную для практики точность, подвергаясь ревизии только в случаях необычной конструкции или повышенных электромагнитных нагрузок.

Вместе с тем, особенно в последнее время, настойчиво разрабатываются методы, основанные на более точном знании реального магнитного поля с последующим переходом к расчету различных зависимостей, характеристик, потерь, параметров и т. п. Однако и при более точном расчете магнитного поля в электрической машине приходится всегда идти на ряд упрощающих допущений, без которых решение не может быть достигнуто. В разных задачах система этих допущений может носить самый различный характер. В статье изложен метод расчета индуктивных параметров контуров обмоток электрических машин с применением понятий скалярного магнитного потенциала.

Предположим, две зубчатые поверхности произвольного вида разделены воздушным зазором δ . Магнитную проницаемость сердечников на данном этапе решения будем считать равной бесконечности. На сердечниках может быть расположена любая система обмоток. Магнитное поле считается плоскопараллельным. Целью расчета является определение различных магнитных проводимостей для потоков и потокоцеплений на единицу расчетной длины.

Может быть показано, что любая обмотка эквивалентна в магнитном отношении системе катушек — контуров, образованных из соседних проводов слоя обмотки. В дальнейшем результирующее поле рассматривается как результат наложения полей от отдельных контуров, каждый из которых охватывает один зубец (если зубчатость имеет место). Применение особого приема позволяет рассчитывать поля этих контуров в предположении бесконечно большой проводимости зазора вне контура. Поле такого рода сосредоточено в зоне, прилегающей к обтекаемому током контуру. Определение этой зоны, в которой сосредоточена подавляющая часть энергии магнитного поля и почти весь магнитный поток, проводится приближенно на основании несложных формул.

Проводимости для расчета магнитных потоков и потокоцеплений являются функциями взаимного расположения сердечников. Перемещая сердечники один относительно другого и рассчитывая магнитные поля для каждого конкретного положения, можно определить кривые изменения всех проводимостей. Периодичность изменения проводимостей зависит от периодичности структуры зубчатых сердечников.

Для расчета поля контура при указанных условиях могут быть использованы различные методы расчета. Одним из наиболее универсальных является метод конечных разностей, для которого сложность границ области не является существенным препятствием. Если можно пренебречь кривизной сердечников, целесообразно применение прямоугольной или даже квадратной сетки, постоянной или переменной плотности. При этом желательно, чтобы основные размеры области поля были кратны размерам ячеек сетки, хотя вполне возможно пойти на некоторые искажения в зонах, где поле заранее может быть оценено как слабо влияющее на основные результаты. Например, глубина пазов может быть воспроизведена приближенно и т. д.

В области решения можно выделить три зоны, соответственно относящиеся к пазам сердечников и к воздушному зазору. Наиболее экономно поле в этих зонах может быть описано с помощью трех массивов чисел, принадлежащих различным зонам. Одна из зон (предпочтительнее зона воздушного зазора) задается координатами ее углов в индексированной форме, что позволяет программировать задачу в общем виде, не учитывая конкретное взаимное расположение сердечников. В каждом определенном случае расчета остается лишь убедиться в правильности выбранных граничных условий.

Численное решение магнитного поля может быть получено с использованием понятий либо векторного, либо скалярного магнитного потенциала. Опыт показывает, что для задач с большой протяженностью границ, для которых справедливы граничные условия второго рода, т. е. задано значение нормальной производной искомой функции, сходимость решения при итерационном процессе очень слабая [Л. 1]. При применении векторного магнитного потенциала задачи решаются именно для таких граничных условий, так как тангенциальная составляющая индукция на поверхности раздела сталь — воздух равна нулю, если магнитная проницаемость стали может быть принята бесконечной, т. е.

$$|B_t| = \frac{\partial A}{\partial n} = 0,$$

где A — векторный магнитный потенциал.

При прохождении границы такого рода при обходе области происходит «отражение» значений остатков конечно-разностной схемы без изменения обратно в область решения. Снятие остатков происходит только в относительно коротких зонах, где значение векторного магнитного потенциала может быть точно указано.

Для областей такого рода лучшей сходимостью обладает метод скалярного магнитного потенциала или метод магнитных зарядов [Л. 2]. Основные идеи этого метода известны достаточно давно. В последние годы ряд исследователей [Л. 3—6] делает попытки использования его для расчета не только безвихревых полей, но и для полей в областях с токами.

В соответствии с методом магнитных зарядов вводится понятие магнитной массы m , создающей на расстоянии r индукцию

$$B = \frac{m}{4\pi r^2}. \quad (1)$$

Подобно электрическим зарядам магнитные массы могут различаться знаком, и аналогично уравнению для электрических зарядов для магнитных масс (зарядов) может быть записано:

$$\operatorname{div} \bar{B} = \rho, \quad (2)$$

где ρ — плотность магнитной массы, Вб/м³.

Магнитные заряды представляют собой искусственно вводимую физическую величину. Но магнитное поле, создаваемое ими, эквивалентно магнитному полю токов.

Поверхность S , натягиваемая на контур l (рис. 1), может быть представлена разделенной на

множество контуров, каждый из которых имеет площадь ΔS_i и обтекается током контура i . Действие тока каждого такого контура может быть отождествлено с действием элементарного диполя с магнитным моментом p_i :

$$\bar{p}_i = i \Delta S_i \bar{n} = i \Delta \bar{S}_i, \quad (3)$$

который является векторной величиной ($\bar{n}$ — единичный вектор, направленный по нормали к площадке; $\Delta \bar{S}_i$ — вектор, равный по модулю ΔS_i и имеющий направление, перпендикулярное к площадке).

Если поверхность имеет некоторую толщину b , т. е. в сущности является слоем (рис. 1), то внутренний объем этого слоя условно может быть заполнен намагниченной средой с магнитной проницаемостью μ_0 . Для каждого элементарного объема V_i с поперечным сечением ΔS_i намагниченность J определится как

$$\bar{J} = \frac{p_i}{V_i} = \frac{i \Delta S_i \bar{n}}{\Delta S_i b} = \frac{i \bar{n}}{b}. \quad (4)$$

В случае равномерного распределения тока с плотностью j по сечению контура $a \times b$ намагниченность будет:

$$J = \frac{i}{b} = \frac{jab}{b} = ja. \quad (5)$$

Устремляя размеры площадки ΔS_i к нулю, получаем возможность заменить внутреннюю область контура магнитными диполями с намагниченностью J . Магнитные заряды, образующие диполи, могут быть распределены либо объемно, либо по поверхности контура, образуя двойной магнитный слой (магнитный листок, магнитную оболочку).

Магнитный потенциал любой точки M окружающего пространства от действия тока i , протекающего по контуру l , создается двойным магнитным слоем, расположенным на поверхности S , натягиваемой на контур l . Причем потенциал этой точки M зависит только от произведения тока i на телесный угол Ω , под которым виден из этой точки контур с током

$$\varphi = \frac{i}{4\pi} \Omega \quad (6)$$

и не зависит от формы поверхности, натягиваемой на контур. Под телесным углом Ω , как известно, понимается отношение площади, ограниченной кривой l' проекции контура l на сферу произвольного радиуса R с центром в точке M , к поверхности этой сферы. То обстоятельство, что форма поверхности, натягиваемой на контур, может быть выбрана про-

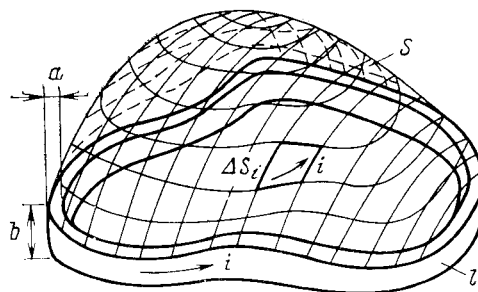


Рис. 1.

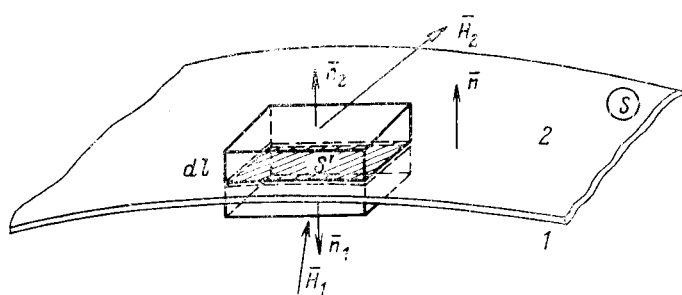


Рис. 2.

извольной, оказывается весьма существенным при выборе конкретной схемы решения задачи и представляет довольно широкие возможности для упрощения граничных условий, улучшения сходимости и повышения точности при численном решении.

Соотношение (6) аналогично выражению потенциала поля, создаваемого двойным слоем электрических зарядов [Л. 2]. Вообще для магнитных зарядов справедливы все зависимости, полученные для электрических зарядов. Электростатическая теорема Гаусса, выражающая зависимость потока вектора напряженности поля сквозь произвольную замкнутую поверхность S с суммой зарядов внутри нее, по аналогии может быть записана для магнитных зарядов:

$$\oint_S \vec{H} d\vec{S} = \frac{\Sigma m}{\mu_0 \mu}, \quad (7)$$

где $\mu_0 \mu$ — магнитная проницаемость среды, в которой расположены заряды.

Поле, образуемое магнитными зарядами, потенциально:

$$\vec{H} = -\text{grad} \varphi. \quad (8)$$

Потенциальность поля нарушается в случае пересечения при обходе областей вихревого поля, где

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}, \quad (9)$$

поэтому такие варианты обхода являются запрещенными. Это относится и к поверхностям, натягиваемым на контуры; они также считаются непроницаемыми. Из (2) и (8) следует, что

$$\text{div} (\text{grad} \varphi) = -\frac{\rho}{\mu_0 \mu}, \quad (10)$$

т. е. уравнение Пуассона для магнитных зарядов аналогично уравнению для электрических зарядов:

$$\text{div} (\text{grad} \varphi_0) = -\frac{\rho_0}{\epsilon \epsilon_0},$$

где φ_0 — электрический потенциал; ρ_0 — плотность электрического заряда.

Магнитные заряды, сосредоточенные на поверхностях двойного магнитного слоя, создают скачок напряженности магнитного поля на поверхности раздела слой — окружающая среда.

Применим теорему Гаусса к слою S , разделяющему области 1 и 2 (рис. 2). Слой имеет поверхностную плотность магнитных зарядов σ . Рассмотрим призму с образующими dl , перпендикулярными к поверхности S' , вырезающими из слоя столь малый элемент сечением S' , что его можно считать плоским и равномерно заряженным. Заряд внутри

призмы будет $\sigma S'$. По (7) поток вектора магнитной напряженности в воздухе будет:

$$N = \oint H_n dS = \sigma S' / \mu_0. \quad (11)$$

Непосредственное вычисление этого же потока через векторы напряженностей $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$, имеющих место в областях 1 и 2, приводит к выражению

$$N = [H_1 \cos(\vec{H}_1, \vec{n}_1) + H_2 \cos(\vec{H}_2, \vec{n}_2)] S' + N',$$

где N' — поток вектора напряженности поля $\vec{H}$ через боковую поверхность призмы.

Устремляя высоту призмы dl к нулю, при неизменном основании S' , т. е. уменьшая долю N' , получим:

$$N = (H_{2n} - H_{1n}) S' = \sigma S' / \mu_0$$

или

$$H_{2n} - H_{1n} = \sigma / \mu_0, \quad (12)$$

где H_{1n} , H_{2n} — проекции векторов $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ на нормаль $\vec{n}$ к поверхности S .

Очевидно, что плотность магнитных зарядов σ может иметь и положительный и отрицательный знак. Последнее соотношение (12) дает наиболее правильное толкование природы магнитных зарядов. Поверхности с распределенными магнитными зарядами не представляют собой ни эквипотенциальных поверхностей, ни поверхностей с одинаковой разностью потенциалов между ними. Налагаемое условие (12) определяет скачок, разрывность напряженности магнитного поля при прохождении поверхности. Значение этого скачка для среды с магнитной проницаемостью μ_0 совпадает с намагниченностью (5)

$$\sigma / \mu_0 = J, \quad (13)$$

и плотность магнитных зарядов может быть рассчитана как

$$\sigma = \mu_0 \frac{i}{b} = \mu_0 j a, \quad (14)$$

причем знак σ определяется знаком магнитной массы, образующей поверхностный слой, т. е. тем, является ли данная магнитная масса «источником» или «стоком» поля. Плотность магнитной массы внутри магнитного слоя будет:

$$\rho = \frac{\sigma}{b} = \mu_0 j \frac{a}{b}. \quad (15)$$

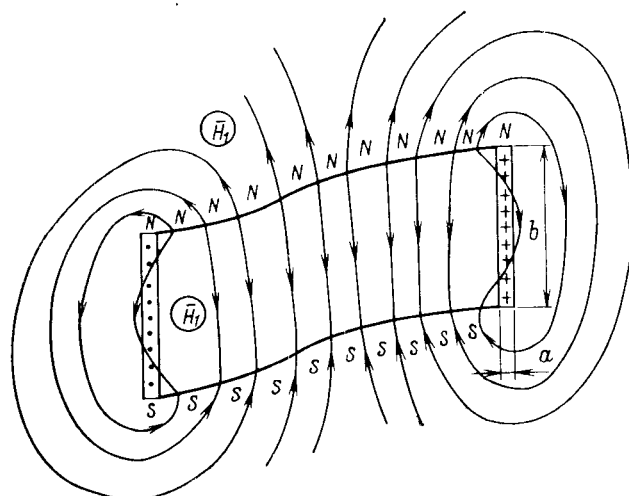


Рис. 3.

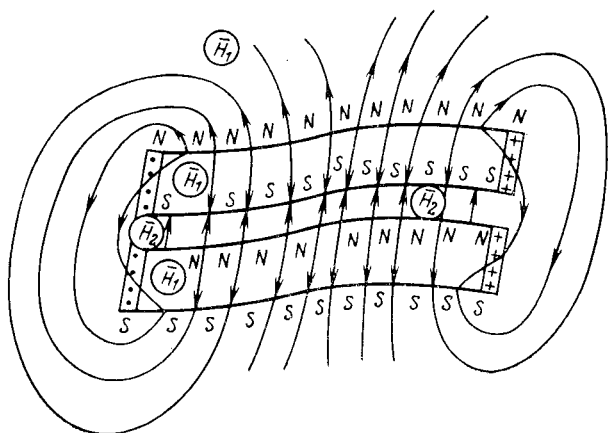


Рис. 4.

Магнитные заряды, распределенные на поверхностях магнитного слоя, создают магнитное поле не только снаружи, но и внутри слоя. Легко видеть, что из-за нарушения непрерывности силовых линий магнитного поля на поверхностях двойного магнитного слоя поле внутри слоя не воспроизводится ни по значению, ни по знаку. Например, для контура, находящегося в воздухе, магнитные заряды на поверхностях слоя, опирающегося на контур, создают поле, существенно более сильное и противоположного знака (рис. 3). При проходе через слой свойство потенциальности поля нарушается, что и обуславливает необходимость условия непроницаемости слоя. Вместе с тем любая точка K (рис. 4) внутри слоя может быть представлена как наружная, если выполнить условный тонкий разрез вдоль слоя по плоскости, на которой находится точка K . Магнитный слой теперь разделен на две части и магнитное поле в точке K является результатом наложения полей двух частей слоя, разделенных плоскостью разреза (см. рис. 4). Если толщина плоскости разреза пренебрежимо мала, то ее влияние на реальное поле незначительно. Вместе с тем точка K становится внешней по отношению к контуру с током. Поле в этой точке может быть также найдено суммированием напряженности поля $\vec{H}_1$ от исходного распределения магнитных зарядов по поверхности, натянутой на контур, и напряженности $\vec{H}_2$ от зарядов, образовавшихся в зоне условного разреза:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2. \quad (16)$$

Плотность поверхностных магнитных зарядов в зоне разреза σ не зависит от положения плоскости разреза и H_2 (везде, кроме зоны поперечного сечения контура) определяется по (14), т. е.

$$H_2 = i/b = ja = \sigma/\mu_0. \quad (17)$$

В зоне поперечного сечения контура плотность поверхностных магнитных зарядов может считаться убывающей по линейному закону в направлении внешней стороны контура, если плотность тока в контуре одинакова во всех точках. Изменение H_2 происходит также в соответствии с линейным законом.

Для выбранной формы поверхности, натянутой на контур (см. рис. 4), вектор напряженности $\vec{H}_1$

противоположен вектору напряженности реального поля, а вектор $\vec{H}_2$ — совпадает с ним.

Изложенный принцип магнитных зарядов, примененный к единичному контуру, легко распространяется на совокупность контуров или на многослойные обмотки. Такие обмотки могут быть разделены на ряд контуров, каждый из которых заменяется двойным магнитным слоем. В зоне взаимного перекрытия сторон контуров с зарядами разных знаков заряды могут полностью или частично компенсироваться. В случае многослойной катушки с равномерным заполнением сечения обмотки проводом магнитные заряды на смежных поверхностях соседних слоев, образующих катушку, нейтрализуют друг друга (толщиной изоляции пренебрегаем), оставляя нескомпенсированными заряды лишь на торцевых поверхностях катушки (рис. 3).

Вне объема источников поля напряженность магнитного поля от действия этих зарядов может быть вычислена любым путем. Внутри катушки магнитное поле находится сложением напряженности $\vec{H}_1$ и напряженности $\vec{H}_2$, определяемой аналитически по (17). Форма поверхности, натягиваемой на контур, как отмечалось, может быть выбрана произвольной. Для повышения точности определения $\vec{H}$ желательно $\vec{H}_2$ делать максимально близкой к $\vec{H}$, уменьшая тем самым долю поля $\vec{H}_1$ от действия магнитных зарядов, которая рассчитывается чаще всего численным методом. Есть также основания утверждать, что уменьшение составляющей H_1 положительно влияет на сходимость итерационного процесса при численных расчетах H_1 .

Для среды с магнитной проницаемостью μ_0 уравнение (10) в конечно-разностной форме двумерной квадратной сетке с шагом h записывается для центрального узла 0 , окруженного узлами $1, 2, 3, 4$ в виде

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 + h^2\rho/\mu_0 = 0. \quad (18)$$

С учетом (15) последнее уравнение преобразуется к виду:

$$\sum_{i=1}^4 \varphi_i - 4\varphi_0 + h\sigma/\mu_0 = 0 \quad (19)$$

или с учетом (17) к виду:

$$\sum_{i=1}^4 \varphi_i - 4\varphi_0 + hH_2 = 0, \quad (20)$$

в котором оно и удобно для решения. Следует отметить, что H_2 в последнем уравнении имеет знак,

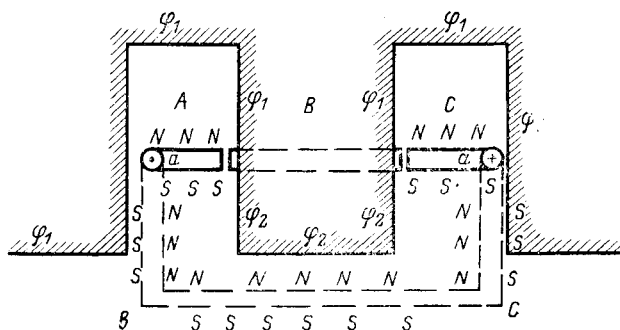


Рис. 5.

определяемый знаком поверхностного заряда σ в данной точке. Легко видеть, что последние соотношения удовлетворяют и ранее полученному выражению для скачка напряженности магнитного поля при проходе через заряженную поверхность (12). Если точка O может считаться лежащей на заряженной поверхности, а точки 1 и 3 соответственно принадлежат областям 1 и 2 , то нормальные составляющие напряженности в этих областях будут:

$$H_{1n} = \varphi_1 - \varphi_0 \text{ и } H_{2n} = \varphi_0 - \varphi_3,$$

что с учетом (12) приводит к

$$H_{2n} - H_{1n} = \varphi_0 - \varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_0 = -i_1 - i_3 = -\sigma h / \mu_0.$$

Последнее выражение является частным случаем (20). Таким образом, плотность поверхностного магнитного заряда имеет положительный знак для «северных» полюсов диполей и отрицательный для «южных» полюсов.

Если окажется, что воображаемые поверхности, натягиваемые на контуры, пересекают ферромагнитные части, то определенные значения магнитных потенциалов приходится вводить и на ферромагнитных поверхностях. Любое пересечение контура с током i ферромагнитной поверхности может быть представлено как введение потенциального скачка величиной i в месте следа контура. Если след тока находится не на ферромагнитной поверхности, то можно прибегнуть к следующему приему. Контур aa (рис. 5), охватывающий зубец, условно разделяется на три части: A , B и C . Две из них (A и C) находятся полностью в воздухе и образованы реальными сечениями контура и бесконечно тонкими токовыми слоями, несущими полный ток контура. Поле от этих частей может быть смоделировано как поле двойного магнитного слоя вышеописанным способом. Ввиду того, что эти слои не пересекают ферромагнитных поверхностей, никакого влияния на магнитные потенциалы этих поверхностей они не оказывают. Часть контура B , стороны которого на ферромагнитных поверхностях, создает скачки потенциала в зонах пересечения контура с зубцом, причем $\varphi_2 - \varphi_1 = i$.

В принципе совершенно необязательно считать поверхность, натягиваемую на контур, плоскостью, даже если в действительности и так. Возможный вариант такой поверхности, обходящей ферромагнитную область, показан на рис. 5 штриховой линией $abca$. При таком способе выполнения поверхности отпадает необходимость вводить какое-либо распределение магнитного потенциала по ферромагнитным поверхностям, на которых удобно принимать его значение равным нулю. Это обстоятельство, очевидно, улучшает сходимость решения и повышает его точность. Однако при определении плотности магнитных зарядов по поверхностям контуров приходится внимательно задавать их особенно в зонах перегиба поверхностей.

В качестве примера задания граничных условий и плотности магнитных зарядов можно взять катушку с числом витков w_k , током i_k , сидящую на зубце, магнитная проницаемость материала которого считается бесконечной (рис. 6). Разделяя катушку на три части (A , B , C) аналогично способу, рассчитываем результирующее поле как результат

наложения полей от отдельных частей. Эпюры распределения поверхностных зарядов по торцевым плоскостям катушек очевидны из рис. 6, причем максимальное значение плотности поверхностного магнитного заряда определится как

$$\sigma_{\max} = \mu_0 \frac{i_k w_k}{b}.$$

В зоне поперечного сечения катушки σ возрастает линейно от внешнего края катушки, если плотность витков ее постоянна. Аналогично плотности магнитных зарядов изменяется внутри катушки напряженность H_2 , максимальная величина которой достигает внутри катушки значения

$$H_{2\max} = i_k w_k / b.$$

При данном варианте поверхности, натянутой на контур, вектор H_2 направлен строго по вертикали, т. е. его горизонтальная составляющая во всех точках равна нулю. По ферромагнитной поверхности в зонах abc и hlm потенциал φ_1 может считаться равным нулю. Вдоль линии cd и gh он изменяется линейно; максимальное значение потенциала, имеющее место по линии $defg$ равно $i_k w_k$. По всей границе ферромагнитной поверхности тангенциальная составляющая напряженности поля $H_t = 0$, т. е. $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$, что удовлетворяется только при учете H_2 или токовых слоев на поверхностях ферромагнетика.

После определения магнитного потенциала φ в области решения напряженность поля $\vec{H} = \vec{H}_1$ в каждой точке вне магнитного слоя рассчитывается по (8), а внутри его с учетом $\vec{H}_2$ по (16). Для расчета магнитных проводимостей различного вида необходимо знать магнитный поток между теми точками, которые ограничивают зону, в которой и определяется проводимость. Если, например, необходимо найти проводимость для потока, входящего в поверхность gh при возбуждении поля током катушки aa (рис. 7):

$$\Lambda_{gh} = \frac{\Phi_{gh}}{\mu_0 I_a w_a}, \quad (21)$$

то по результатам расчета поля надо определить магнитный поток Φ_{gh} на единицу длины. Он может быть вычислен интегрированием нормальной по от-

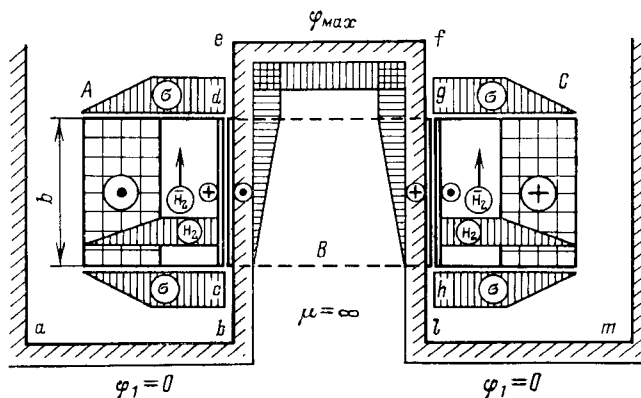


Рис. 6.

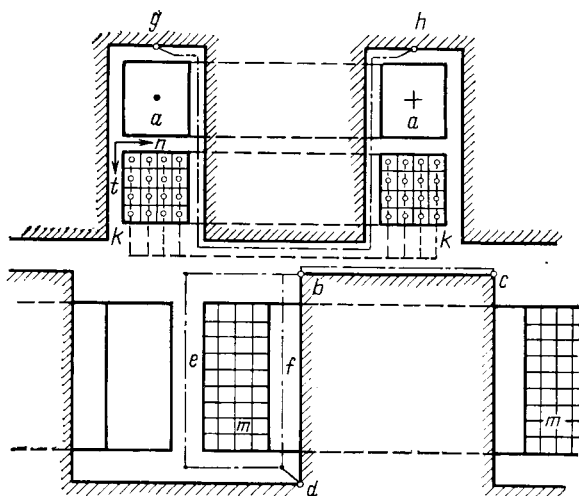


Рис. 7.

ношению к линии интегрирования gh составляющей индукции магнитного поля:

$$\Phi_{gh} = \int_g^h B_n dt = -\mu_0 \int_g^h \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial n} + H_2(x, y) \right\} dt, \quad (22)$$

где n и t — соответственно нормальное и тангенциальное направления по отношению к линии интегрирования; $H_2(x, y)$ — составляющая напряженности поля, имеющая место, если линия интегрирования проходит внутри возбужденного магнитного слоя.

Очевидно, что для варианта обхода, например контура bc , показанного на рис. 7 штрих-пунктирной линией, учет $H_2(x, y)$ не требуется. Наличие поправки H_2 под интегралом зависит от направления обхода, и для точек g и h , лежащих вне магнитного слоя, практически всегда имеется возможность выбрать такой вариант обхода, чтобы обратить H_2 в нуль. Для расчета потока между точками b и d пути обхода bed и bfd в случае протекания тока по катушке mm требуют различных поправок H_2 . При первом варианте она равна нулю; для второго рассчитывается по (17). При невозбужденной катушке mm H_2 , очевидно, равна нулю для любого вида обхода. При выборе варианта обхода не всегда целесообразно стараться обратить H_2 в нуль, так как это может привести к усложнению вида кривой, вдоль которой интегрируется магнитный поток, что утяжеляет программу расчета.

Проводимости для расчета потокоцеплений на единицу длины для катушек находятся с помощью двойного интегрирования магнитного потока по сечению катушек. Потокоцепление взаимной индукции катушки kk с катушкой aa (рис. 7), например, определится как

$$\Lambda_a^k = \frac{\sum_r \sum_s \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \Delta t}{N_{kka}}, \quad (23)$$

где числитель, деленный на число ячеек N_{kka} , на которое разбито поперечное сечение катушки kk , представляет собой среднее арифметическое значение потока, сцепленного с катушкой. Суммирование потоков по сечению проводится для S точек катушки в направлении t и для точек r в направлении n . Пути, вдоль которых рассчитываются потоки для отдельных частей сечения катушки, обозначены на рис. 7 штриховыми линиями.

Описанным методом рассчитывались магнитные поля рассеяния и параметры обмоток возбуждения и обмоток статора гидрогенераторов различных конструкций. Зона расчета обычно включала в себя несколько сот (300—1000) ячеек. Криволинейные границы аппроксимировались ступенчатыми. Расчет проводился при разных коэффициентах релаксации, максимальный остаток составлял от 0,1 до 0,01% максимального значения скалярного потенциала. В случаях, когда перед первой итерацией повсюду было задано нулевое значение потенциала, решение достигалось за несколько десятков итераций (40—70). Время решения для различных задач и разных коэффициентов ускорения колебалось от 1,7 с до 10 мин. При применении векторного магнитного потенциала решение зачастую достигалось на 500—800 итерациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Silvester P. Modern electromagnetic fields. Prentice-Hall, 1968.
2. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М., «Наука», 1966.
3. Carpenter C. J. Theory and application of magnetic shells. — «Proc. IEE», 1967, vol. 114, № 7.
4. Carpenter C. J. Numerical solution of magnetic fields in the vicinity of current-carrying conductors. — «Proc. IEE», 1967, vol. 114, № 11.
5. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. М., «Энергия», 1974.
6. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Интегральные уравнения для расчета трехмерного квазистационарного электромагнитного поля. — «Изв. вузов. Электромеханика», 1972, № 3.

[5.7.1976]

Сравнительная оценка эквивалентных схем замещения двигателей с экранированными полюсами

Канд. техн. наук ГОЛУБКОВ Н. Е.

Филиал Куйбышевского политехнического института

Двигатели с экранированными полюсами относятся к однофазным асинхронным машинам, подключаемым к сети с помощью только одной обмотки.

Несмотря на это при исследованиях их известными методами, предложенными для анализа двухфазных асинхронных машин, они также рассматриваются как двухфазные. Подобные двигатели представляются в виде двухфазной асинхронной машины, сохраняющей угол сдвига обмоток, равный 90° , «единственное принципиальное отличие которой от обычного конденсаторного электродвигателя состоит в способе образования вращающегося поля» [Л. 1], или в виде машины, получаемой из обычного конденсаторного двигателя путем пространственного сдвига его вспомогательной обмотки относительно главной на угол, в общем случае отличный от 90° [Л. 2].

В статье с помощью единой методики синтезируются эквивалентные схемы замещения двигателя с экранированными полюсами, использующиеся при исследованиях двигателей, и проводится их сравнительная оценка.

Учитывая, что теория двигателя с экранированными полюсами является более сложной, чем теория любой другой электрической машины [Л. 3], при синтезировании эквивалентных схем для уменьшения объема расчетов, магнитные поля рассматриваемых двигателей считаются синусоидальными. Допускается также, что все двигатели удовлетворяют общепринятым упрощающим положениям [Л. 4]. При анализе двигателя с экранированными полюсами его статор сохраняет явно выраженные полюсы и сосредоточенную обмотку, а обмотки заменяющих его машин выполнены распределенными.

Из-за экранирующего действия короткозамкнутых витков рабочий поток двигателя расщепляется на два потока, сдвинутых между собой во времени. Замыкаясь через смещенные вдоль окружности части наконечников полюсов, эти потоки оказываются сдвинутыми и в пространстве. Поэтому при суммировании они образуют вращающееся эллиптическое поле в заторе.

Передача энергии из первичных обмоток рассматриваемых двигателей во вторичные, как и в трансформаторах, происходит индуктивным путем. На основании этого при синтезировании схем замещения двигателей воспользуемся методом обобщенного трансформатора.

Учитывая, что отстающий поток каждого двигателя сцепляется со всеми обмотками машины, а опережающий — только с основной обмоткой статора и с обмоткой ротора, как в [Л. 5], обобщенный трансформатор представим совокупностью двух трансформаторов со взаимозависимыми режимами за счет общих основных обмоток статора и общих обмоток ротора — двухобмоточного с опережающим потоком Φ_A и трехобмоточного с отстающим потоком Φ_B .

Найдем схемы замещения трансформаторов, представляющих все рассматриваемые двигатели. При этом в статье для уменьшения объема вычислений ограничимся анализом только неподвижных двигателей. Для этого же допустим, что в рассматриваемых двигателях нет взаимного влияния обмоток через поля рассеяния, замыкающиеся по воздуху.

Из-за явно выраженных полюсов с расположенными на них сосредоточенными обмотками сердечник статора реального двигателя с экранированными полюсами оказывается подобным сердечнику обычного трансформатора. В нем, как и в однофазном статическом трансформаторе, результирующий поток не вращается, а только пульсирует, оставаясь относительно основной сосредоточенной обмотки статора неподвижным в пространстве. В связи с этим при сдвиге слагаемых э. д. с., наводимых в распределенной обмотке ротора «фазными» потоками, сдвинутыми во времени и в пространстве, слагаемые э. д. с. обмотки статора от тех же потоков оказываются сдвинутыми только во времени.

В этом случае основные уравнения двигателя с экранированными полюсами, получаемые при пренебрежении влиянием обмоток через поля рассеяния из [Л. 6], принимают вид:

$$I_A = I_1 + I''_2; \quad (1)$$

$$I_B = I_1 + I''_2 + I'_3; \quad (2)$$

$$U_1 = I_1 z_1 - \dot{E}_1 = I_1 (r_1 + jx_1) - \dot{E}_A - \dot{E}_B; \quad (3)$$

$$0 = I''_2 z'_2 - \bar{n} \dot{E}_1 = I'_2 (r'_2 + jx'_2) - \bar{n} \dot{E}_A - \bar{n} \dot{E}_B; \quad (4)$$

$$0 = I'_3 z'_3 - \dot{E}_B = I'_3 (r'_3 + jx'_3) - \dot{E}_B, \quad (5)$$

где U_1 — напряжение сети; I_1 — ток основной обмотки; I''_2 , I'_3 — расчетные токи в обмотке ротора и короткозамкнутых витках, имеющих приведенные параметры; I_A и I_B — токи намагничивающих контуров двух- и трехобмоточных трансформаторов, соответствующих неэкранированным и экранированным частям сердечника двигателя; z_1 , z'_2 , z'_3 — сопротивления обмоток статора, ротора и короткозамкнутых витков, приведенные к числу витков основной обмотки; $\dot{E}_1$ — результирующая э. д. с. основной обмотки; $\dot{E}_A$ и $\dot{E}_B$ — э. д. с., наводимые в обмотках с приведенными параметрами пульсирующими потоками Φ_A и Φ_B соответственно; $\bar{n}$ — условный обмоточный коэффициент роторной обмотки, учитывающий изменение результирующей э. д. с. этой обмотки с появлением угла пространственного сдвига по сравнению с э. д. с., определяемой через слагаемые, сдвинутые только во времени, т. е. по сравнению с э. д. с. обычного трансформатора.

В соответствии с определением условный обмоточный коэффициент роторной обмотки равен отношению комплексных э. д. с., найденных с учетом и без учета угла пространственного сдвига между слагаемыми и представляет собой обратную величину комплексного коэффициента повторного приведения э. д. с. [Л. 6]:

$$\bar{n} = \frac{\sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos \phi \cos \beta}}{\sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos \psi}} e^{j\Delta\psi}; \quad (6)$$

$$\Delta\psi = \arctg \frac{E_A \sin \psi}{E_A \cos \psi + E_B \cos \beta} - \arctg \frac{E_A \sin \phi}{E_A \cos \phi + E_B}, \quad (7)$$

где ψ и β — углы сдвига между «фазными» потоками во времени и в пространстве соответственно.

После приведения при делении уравнения (4) на $\bar{n}$ э. д. с. роторной обмотки к э. д. с. основной обмотки статора без изменения тока, что соответствует введению в цепь обмотки ротора дополнительной э. д. с., недостающей до э. д. с. основной обмотки, с одновременным включением в эту цепь добавочного сопротивления, падение напряжения на котором компенсирует дополнительную э. д. с., последнее уравнение принимает вид:

$$0 = \dot{I}''_2 (r''_2 + jx''_2) - \dot{E}_A - \dot{E}_B, \quad (8)$$

где

$$z''_2 = z'_2 / \bar{n} = r''_2 + jx''_2.$$

Как показано в приложении, входное сопротивление двигателя с экранированными полюсами, полученное путем совместного решения уравнений (1) — (3), (5) и (8), оказывается равным:

$$z = z_1 + \frac{1}{\frac{1}{z''_2} + \frac{1}{z_A + \frac{1}{z_B \parallel z'_3}}}. \quad (9)$$

Синтезированная при чтении уравнения (9) справа налево и снизу вверх схема приведена на рисунке. Как видно из этой схемы, из-за шунтирования короткозамкнутыми витками части потока намагничивающий контур схемы разделяется на два участка, соответствующих экранированным и неэкранированным частям магнитопровода двигателя. За счет почти чисто активного сопротивления короткозамкнутых витков фазовые углы эквивалентных комплексных сопротивлений последовательно соединенных участков оказываются различными. Это указывает на сдвиг э. д. с. и, следовательно, «фазных» потоков в сердечнике статора только во времени. Роторная цепь полученной схемы содержит дважды приведенные сопротивления, определяемые с учетом сдвига в зазоре машины «фазных» потоков не только во времени, но и в пространстве. Таким образом, несмотря на вращающееся поле в зазоре, схема замещения двигателя с экранированными полюсами представляет собой схему однофазной машины, намагничивающий контур которой расщеплен. При шунтировании короткозамкнутыми витками участка намагничивающей

цепи схема учитывает сдвиг фазных потоков в статоре только во времени, а дважды приведенными параметрами обмотки ротора — сдвиг этих потоков в зазоре машины и во времени и в пространстве. Из-за появления в цепи ротора добавочного сопротивления, вводимого в нее в процессе повторного приведения параметров, схема сохраняет эквивалентность с двигателем только по токам в обмотках, но не является полностью эквивалентной. Поэтому после расчетов по этой схеме токов энергетические расчеты должны проводиться не по дважды приведенным сопротивлениям схемы, а по действительному сопротивлению обмотки ротора.

Найдем схемы замещения двигателей, используемых при анализе в качестве двигателей с экранированными полюсами. Для этого сначала рассмотрим общий случай, когда «фазные» потоки сдвинуты на произвольные углы.

Из-за сдвига обмоток в пространстве рабочий поток двухфазного двигателя относительно всех его обмоток оказывается вращающимся. Слагаемые э. д. с. основной обмотки статора от «фазных» потоков в этом случае, как и обмотки ротора, сдвигаются не только во времени, но и в пространстве. Так как одновременный сдвиг слагаемых во времени и в пространстве приводит к изменению результирующих э. д. с. кратно условному обмоточному коэффициенту, то по аналогии с [Л. 5] для основных обмоток двигателя имеем

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 z_1 - \bar{n} \dot{E}_1 = \dot{I}_1 (r_1 + jx_1) - \bar{n} \dot{E}_A - \bar{n} \dot{E}_B; \quad (10)$$

$$0 = \dot{I}''_2 z'_2 - \bar{n} \dot{E}_1 = \dot{I}''_2 (r'_2 + jx'_2) - \bar{n} \dot{E}_A - \bar{n} \dot{E}_B. \quad (11)$$

В этом случае уравнения (1), (2) и (5) системы сохраняются без изменений. После умножения уравнения (5) на $\bar{n}$ и последующего совместного его решения с уравнениями (1), (2), (10) и (11) относительно входного сопротивления получаем:

$$z = z_1 + \frac{1}{\frac{1}{z'_2} + \frac{1}{z'_A + \frac{1}{z'_B \parallel z'_3}}}, \quad (12)$$

где $z'_A = z_A \bar{n}$; $z'_B = z_B \bar{n}$; $z'_3 = z'_3 \bar{n}$.

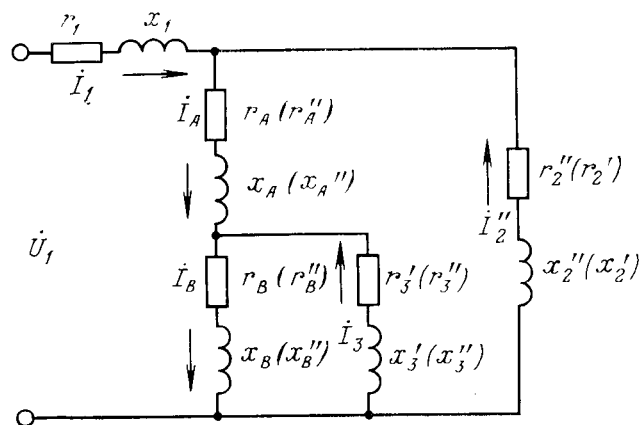


Схема замещения неподвижного двигателя с экранированными полюсами (в скобках — значения параметров для двигателя с распределенными обмотками на статоре).

Синтезированная по уравнению (12) схема структурно повторяет схему, приведенную на рисунке. Как и в первой схеме, намагничивающий контур схемы также разделен на два разнородных участка. Следовательно, схема учитывает расщепление поля на два фазных поля, не совпадающих по времени. Кроме того, путем изменения сопротивлений намагничивающего контура и короткозамкнутых витков кратно условному обмоточному коэффициенту, схема учитывает сдвиг потоков и в пространстве.

Одновременное изменение э. д. с. основных обмоток показывает на одинаковые условия, в которых находятся основные обмотки двигателя, что возможно только при наличии вращающихся полей и в статоре, и в роторе. Таким образом, полученная схема правильно отражает особенность исследуемого двигателя, отличающую его от двигателя с экранированными полюсами; эта схема также сохраняет эквивалентность с двигателем только по токам в элементах, но не является полностью эквивалентной, так как содержит фиктивное сопротивление в контуре короткозамкнутых витков.

Двигатель, фазные потоки которого сдвинуты на 90° , представляет собой частный случай рассмотренного выше двигателя. Поэтому схема замещения и выводы, полученные при произвольном угле сдвига слагаемых, целиком распространяются и на этот двигатель.

Из анализа основных уравнений и схем замещения двигателей с распределенными обмотками на статорах можно сделать вывод, что при сохранении слагаемых неизменными, равными слагаемым э. д. с. двигателя с экранированными полюсами, сдвиг фазных потоков в пространстве приводит к изменению расчетного сопротивления не обмотки ротора, как в двигателе с экранированными полюсами, а намагничивающего контура и короткозамкнутых витков. В связи с тем, что сопротивления этих элементов прямо пропорциональны условному обмоточному коэффициенту, определяемому по уравнению (6), то при отсутствии пространственного сдвига они, а также и э. д. с. основных обмоток, оказываются максимальными. По мере увеличения угла сдвига с сохранением тех же условий, что и в двигателе с экранированными полюсами, т. е. при таких же слагаемых э. д. с., обмоточный коэффициент и, следовательно, сопротивления элементов с дважды приведенными параметрами и результирующие э. д. с. основных обмоток, уменьшаются. Если бы можно было выполнить двигатель с углом сдвига, большим чем 90° , фазные потоки оказались бы направленными встречно. В этом случае при сдвиге равных по значению, но совпадающих по времени фазных потоков на 180° произошло бы полное размагничивание машины. В реальных же условиях при сдвиге на угол, больший чем 90° , происходит изменение пространственного положения отстающего потока, приводящего к изменению направления вращения поля.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод, что полученные схемы правильно отражают физические процессы, протекающие в исследуемых двигателях. Во всех случаях путем расщепления намагничивающих контуров на участки схе-

мы учитывают наличие в машинах расщепленных результирующих магнитных полей. Схемы имеют единую структуру и отличаются друг от друга только элементами с дважды приведенными параметрами. Так как с помощью этих элементов в схемах учитываются особенности статорных полей, то, несмотря на структурное подобие схем, эти отличия оказываются принципиальными, позволяющими сделать вывод, что соответствующие схемам двигатели не являются эквивалентными.

Из рисунка видно, что элементом с дважды приведенными параметрами схемы двигателя с экранированными полюсами является сопротивление обмотки ротора, значение которого изменяется обратно пропорционально изменению условного обмоточного коэффициента, уменьшающегося с ростом пространственного угла. Следовательно, с увеличением угла пространственного сдвига между «фазными» потоками расчетное сопротивление обмотки ротора и эквивалентное сопротивление разветвленной части эквивалентной схемы возрастают. Это приводит к увеличению входного сопротивления схемы, вследствие чего ток в основной обмотке статора уменьшается. Увеличение сопротивления разветвленной части схемы сопровождается перераспределением напряжений на ее последовательно соединенных участках, что приводит к росту напряжения на разветвленной части схемы и, следовательно, к увеличению слагаемых э. д. с. Так как пусковой момент двигателя с экранированными полюсами пропорционален произведению слагаемых э. д. с. на синусы углов их сдвига во времени и в пространстве, то вследствие роста слагаемых он продолжает увеличиваться и при несколько больших углах, чем 90° . Таким образом, увеличение угла пространственного сдвига между «фазными» потоками двигателя с экранированными полюсами от нуля до значений, больших чем 90° , приводит к увеличению пускового момента и вместе с этим за счет уменьшения тока в цепи, к улучшению его энергетических характеристик. Оценим эффект от увеличения угла сдвига между потоками двигателя с распределенными обмотками.

Отметим прежде всего, что в этом двигателе пространственный угол может изменяться только до 90° , так как при больших углах направление вращения поля изменяется на обратное.

Как было рассмотрено выше, при тех же условиях, что и в двигателе с экранированными полюсами, увеличение пространственного угла сдвига между фазными потоками двигателя с распределенными обмотками сопровождается уменьшением сопротивлений намагничивающего контура. В результате этого уменьшается и входное сопротивление схемы, что приводит к росту тока и, следовательно, потерь в основной обмотке статора. Таким образом, увеличение пускового момента за счет увеличения пространственного угла с сохранением тех же слагаемых э. д. с., что и в двигателе с экранированными полюсами, сопровождается не улучшением, а ухудшением характеристик. Следовательно эффект от сдвига в подобном двигателе противоположен. Учитывая это, можно сделать вывод, что несмотря на внешнее сходство схем замещения, замена двигателей с экранированными

полюсами двухфазными машинами с распределенными обмотками хотя и позволяет вскрыть при анализе общие для всех асинхронных машин закономерности, но не является эквивалентной и поэтому не может вскрыть особенностей исследуемых двигателей.

Приложение. Заменим э. д. с. обмоток падениями напряжений на участках намагничивающего контура

$$-\dot{E}_A = I_A \bar{z}_A; \quad (13)$$

$$-\dot{E}_B = I_B z_B, \quad (14)$$

где z_A и z_B — сопротивления намагничивающих цепей соответственно неэкранированных и экранированных частей намагничивающего контура, соответствующих двух- и трехобмоточному трансформаторам.

При делении уравнения (3) на ток для входного сопротивления получаем:

$$z = z_1 - \frac{\dot{E}_1}{\dot{I}_1}. \quad (15)$$

После совместного решения уравнений (1), (8) и (13) находим:

$$\dot{I}_1 = -\frac{\dot{E}_A}{z_A} - \frac{\dot{E}_1}{z''_2}. \quad (16)$$

Совместным решением уравнений (1), (2), (5), (13) и (14) находим:

$$\frac{\dot{E}_A}{z_A} = \frac{\dot{E}_1}{z_A + \frac{1}{\frac{1}{z_B} + \frac{1}{z'_3}}}. \quad (17)$$

После совместного решения уравнений (15)–(17) получаем уравнение (9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ланген А. М. К расчету электродвигателей с короткозамкнутым витком на полюсе. — «Вестник электропромышленности», 1956, № 9.
2. Сагайдак В. А. Графический метод расчета оптимальных параметров вспомогательной обмотки однофазного двигателя с расщепленными полюсами. — «Изв. вузов», 1962, № 12.
3. Сорокер Т. Г., Лопухина Е. М. Основы теории однофазного двигателя с короткозамкнутым витком на полюсе. — «Электричество», 1951, № 7.
4. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. М., «Энергия», 1973.
5. Голубков Н. Е. Основные уравнения и векторная диаграмма двигателя с экранированными полюсами. — «Электричество», 1974, № 9.
6. Голубков Н. Е. О схеме замещения однофазного асинхронного двигателя с экранированными полюсами. — «Изв. вузов. Электромеханика», 1975, № 1.

16.01.1976

УДК 621.313.17.042.4:538.122

Магнитное поле в воздушном зазоре гистерезисно-реактивного двигателя

Канд. техн. наук МАСТЯЕВ Н. З., инженеры МАРКОВ Ю. Г., ПИКУЛИН В. П.

Московский энергетический институт

Малая перегрузочная способность (при удовлетворительных характеристиках) гистерезисных двигателей делает в ряде случаев невыгодным, а иногда и невозможным их применение. Для устранения этих недостатков были предложены комбинации гистерезисных двигателей с другими типами синхронных машин и, в частности, с реактивным двигателем [Л. 1 и 2]. При этом перегрузочная способность гистерезисно-реактивных двигателей может быть существенно увеличена при сохранении характеристик двигателя в точке номинальной мощности на уровне гистерезисных двигателей. Анализ характеристик гистерезисно-реактивного двигателя не возможен без знания законов распределения поля в воздушном зазоре и роторе машины. Аналогичная задача рассматривалась при анализе электрических машин различного типа в предположении бесконечной магнитной проницаемости материала ротора [Л. 3 и 4].

Применительно к гистерезисно-реактивному двигателю такие допущения являются слишком грубыми, а учет насыщения только зубцовой зоны, сделанной в [Л. 5], не позволяет оценить влияние конечной проницаемости спинки ротора на форму поля. В настоящей статье исследуется форма поля в зазоре и в роторе гистерезисно-реактивного двигателя с учетом конечной магнитной проницаемости гистерезисного слоя. Поскольку магнитная

система статора в гистерезисно-реактивных двигателях не насыщена, то насыщение спинки и зубцов статора не учитывается.

При решении этой задачи приняты следующие упрощающие допущения:

поле в роторе и в зазоре плоскопараллельное; распределенная н. с., созданная обмоткой статора, заменяется эквивалентным распределением магнитного потенциала по поверхности расточки статора (магнитная система статора не насыщена).

рассеяние ротора отсутствует (т. е. поля вне ротора нет);

поверхность статора гладкая;

магнитная проницаемость ротора конечна и постоянна;

гистерезис материала ротора отсутствует.

Задача исследования магнитного поля состоит в том, чтобы найти функцию φ_k , удовлетворяющую уравнению Лапласа и заданным граничным условиям в исследуемой области

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial y^2} &= 0; \\ \varphi_k &= u_k(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При выводе расчетных уравнений исследуемая область разбивается на четыре прямоугольника, как показано на рис. 1, для каждого из которых

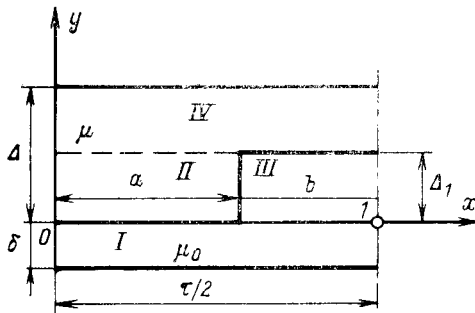


Рис. 1. К выводу расчетных уравнений.

решение уравнения (1) находится методом Фурье, а затем, используя граничные условия, находится решение задачи в целом.

Геометрические размеры магнитной цепи представляем в относительных единицах, приняв в качестве базового размера половину полюсного деления t . При этом потенциал точек расточки статора ($y = -\delta$) изменяется по косинусоидальному закону с максимальным значением $U_m = 1$ и периодом 2τ .

Решение для каждой из выделенных областей пишется в виде

$$u(x, y) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\pi x),$$

где

$$a_0 = 2 \int_0^1 u(x, y) \cos(n\pi x) dx.$$

Решение задачи начинаем с определения функции $u_1(x, y)$, которая должна удовлетворять уравнению (1) и следующим граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} u_1|_{y=0} &= f(x) = \begin{cases} F_1(x) & \text{при } 0 \leq x \leq a; \\ F_2(x) & \text{при } a \leq x \leq 1; \end{cases} \\ u_1|_{y=-\delta} &= U_m \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right); \\ \frac{\partial u_1}{\partial x}\bigg|_{x=0} &= \frac{\partial u_1}{\partial x}\bigg|_{x=1} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Общее решение (1) в области прямоугольника I с учетом граничных условий (2) получим в виде:

$$u_1(x, y) = \frac{a_{00} - a_{0\delta}}{2\delta} y + \frac{a_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{n0} \frac{\operatorname{sh}[n\pi(y + \delta)]}{\operatorname{sh}(n\pi\delta)} - a_{n\delta} \frac{\operatorname{sh}(n\pi y)}{\operatorname{sh}(n\pi\delta)} \right] \cos(n\pi x), \quad (3)$$

где

$$a_{n\delta} = U_m \frac{\pi(-1)^n}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (n\pi)^2}. \quad (4)$$

Граничные условия для прямоугольника II

$$\left. \begin{aligned} u_2|_{y=\Delta_1} &= F_3(x); \quad u_2|_{y=0} = F_1(x); \\ \frac{\partial u_2}{\partial x}\bigg|_{x=0} &= 0; \quad \frac{\partial u_2}{\partial x}\bigg|_{x=a} = f(y). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из линейности уравнения Лапласа следует, что функцию $u_2(x, y)$ с неоднородными граничными условиями можно представить в виде суммы трех функций:

$$u_2 = u_2^{(1)} + u_2^{(2)} + u_2^{(3)} \quad (6)$$

при граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} u_2^{(1)}|_{y=\Delta_1} &= 0; \quad u_2^{(1)}|_{y=0} = F_1(x); \\ \frac{\partial u_2^{(1)}}{\partial x}\bigg|_{x=0} &= 0; \quad \frac{\partial u_2^{(1)}}{\partial x}\bigg|_{x=a} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2^{(2)}|_{y=\Delta_1} &= 0; \quad u_2^{(2)}|_{y=0} = 0; \\ \frac{\partial u_2^{(2)}}{\partial x}\bigg|_{x=0} &= 0; \quad \frac{\partial u_2^{(2)}}{\partial x}\bigg|_{x=a} = f(y); \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2^{(3)}|_{y=\Delta_1} &= F_3(x); \quad u_2^{(3)}|_{y=0} = 0; \\ \frac{\partial u_2^{(3)}}{\partial x}\bigg|_{x=0} &= 0; \quad \frac{\partial u_2^{(3)}}{\partial x}\bigg|_{x=a} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6v)$$

После необходимых преобразований получим общее решение для области II в виде:

$$\begin{aligned} u_2(x, y) &= \frac{b_{00}^{(1)}}{2} - \frac{b_{00}^{(1)}}{2\Delta_1} y + \sum_{m=1}^{\infty} b_{m0}^{(1)} \frac{\operatorname{sh}\left[\frac{m\pi}{a}(\Delta_1 - y)\right]}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}\Delta_1\right)} \times \\ &\times \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) + \sum_{m=1}^{\infty} D_m \operatorname{ch}\left(\frac{m\pi}{\Delta_1}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{\Delta_1}y\right) + \\ &+ \frac{b_{0\Delta_1}^{(3)}}{2\Delta_1} y + \sum_{m=1}^{\infty} b_{m\Delta_1}^{(3)} \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}y\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}\Delta_1\right)} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Определение гармонической функции для области III проводится так же, как и для области II. Общее решение при этом имеет вид:

$$\begin{aligned} u_3(x, y) &= \frac{c_{00}^{(1)}}{2} - \frac{c_{00}^{(1)}}{2\Delta_1} y + \sum_{k=1}^{\infty} c_{k0}^{(1)} \frac{\operatorname{sh}\left[\frac{\pi k}{b}(\Delta_1 - y)\right]}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b}\Delta_1\right)} \times \\ &\times \cos\left[\frac{\pi k}{b}(x - a)\right] - \sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{\operatorname{ch}\left[\frac{\pi k}{\Delta_1}(x - 1)\right]}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{\Delta_1}b\right)} \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi k}{\Delta_1}y\right) + \frac{c_{0\Delta_1}^{(3)}}{2\Delta_1} y + \sum_{k=1}^{\infty} c_{k\Delta_1}^{(3)} \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b}y\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b}\Delta_1\right)} \times \\ &\times \cos\left[\frac{\pi k}{b}(x - a)\right]. \end{aligned} \quad (8)$$

при граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} u_3|_{y=0} &= F_2(x); \quad u_3|_{y=\Delta_1} = F_4(x); \\ \frac{\partial u_3}{\partial x}\bigg|_{x=a} &= f(y); \quad \frac{\partial u_3}{\partial x}\bigg|_{x=1} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

Граничные условия при определении гармонической функции для прямоугольника IV имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u_4|_{y=\Delta_1} &= \begin{cases} F_3(x) & \text{при } 0 \leq x \leq a; \\ F_4(x) & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \end{cases} \quad u_4|_{y=\Delta} = 0; \\ \frac{\partial u_4}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial u_4}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9a)$$

Общее решение при данных граничных условиях имеет вид:

$$u_1(x, y) = \frac{d_{0\Delta 1}}{2(\Delta_1 - \Delta)} y + \frac{d_{0\Delta 1} \Delta}{2(\Delta_1 - \Delta)} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{d_{l\Delta 1} \operatorname{sh}[l\pi(y - \Delta)]}{\operatorname{sh}[l\pi(\Delta_1 - \Delta)]} \cos(l\pi x). \quad (9)$$

Неизвестные постоянные, входящие в (3), (7) — (9) находятся из условий сопряжения, которые отражают равенство нормальных составляющих индукций и тангенциальных составляющих напряженности поля на смежных границах.

Умножая выражение $\frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0}$ на $2 \cos(i\pi x) dx$ и интегрируя по x от 0 до 1, получаем:

$$2 \int_0^1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx = \begin{cases} a_{i0} i\pi \operatorname{cth}(i\pi\delta) - \frac{a_{n\delta} i\pi}{\operatorname{sh}(i\pi\delta)} & \text{при } i \neq 0; \\ \frac{a_{00} - a_{0\delta}}{2} & \text{при } i = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогичным образом определяем:

$$2 \int_0^1 \frac{\partial u_4}{\partial y} \Big|_{y=\Delta_1} \cos(p\pi x) dx = \begin{cases} d_{p\Delta 1} p\pi \operatorname{cth}[p\pi(\Delta_1 - \Delta)] & \text{при } p \neq 0; \\ \frac{d_{0\Delta 1}}{\Delta_1 - \Delta} & \text{при } p = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Учитывая условия сопряжения на общих границах, имеем:

$$\left. \begin{aligned} 2 \int_0^1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx &= 2 \int_0^a \mu \frac{\partial u_2}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx + \\ &+ 2 \int_a^1 \frac{\partial u_3}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx; \\ 2 \int_0^1 \frac{\partial u_4}{\partial y} \Big|_{y=\Delta_1} \cos(p\pi x) dx &= 2 \int_0^a \frac{\partial u_2}{\partial y} \Big|_{y=\Delta_1} \times \\ &\times \cos(p\pi x) dx + \frac{2}{\mu} \int_a^1 \frac{\partial u_3}{\partial y} \Big|_{y=\Delta_1} \cos(p\pi x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При $i \neq 0$ с использованием (10) — (12) находим выражения для a_{i0} и $d_{p\Delta 1}$ в виде двух бесконечных

систем уравнений с двумя бесконечными системами неизвестных:

$$\left. \begin{aligned} a_{i0} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} a_{n0} + \sum_{l=1}^{\infty} B_{il} d_{l\Delta 1} + \theta_i; \\ d_{p\Delta 1} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{pn} a_{n0} + \sum_{l=1}^{\infty} B_{pl} d_{l\Delta 1} + \theta_p, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где коэффициенты A_{in} , B_{il} , θ_i , A_{pn} , B_{pl} и θ_p имеют достаточно сложные выражения [см. приложение (П-2) — (П-14)].

Проведенные на ЦВМ расчеты по полученным уравнениям для различных соотношений геометрических параметров ротора и значений магнитной

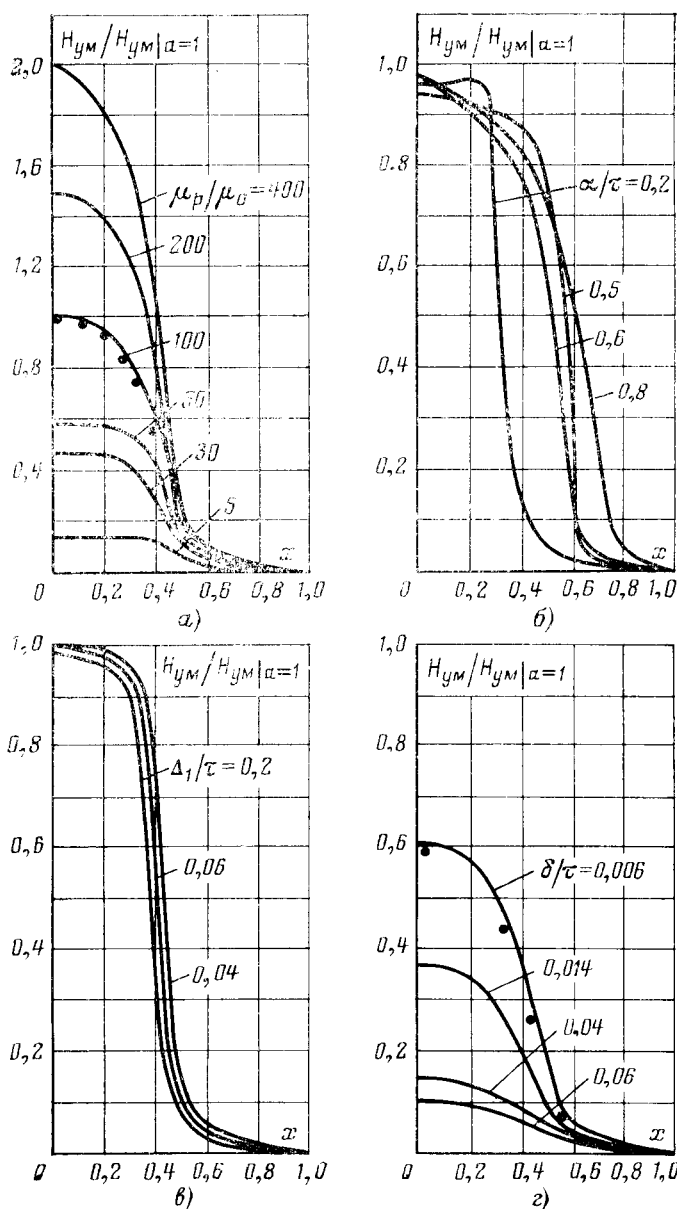


Рис. 2. Графики влияния различных параметров на форму поля. а — влияние проницаемости материала ($\delta=0,002\tau$; $a=0,4\tau$; $\Delta=0,4\tau$; $\Delta_1=0,12\tau$); б — влияние ширины полюса ($\delta=0,002\tau$; $\Delta=0,4\tau$; $\Delta_1=0,12\tau$; $\mu=100\mu_0$); в — высота полюса ($a=0,4\tau$; $\Delta=0,4\tau$; $\delta=0,002\tau$; $\mu=100\mu_0$); г — воздушного зазора ($a=0,4\tau$; $\Delta=0,4\tau$; $\Delta_1=0,12\tau$; $\mu=100\mu_0$). • — значения, полученные на модели.

проницаемости материала позволили определить форму кривых поля в воздушном зазоре машины. При этом бесконечные системы уравнений были ограничены 15 членами суммирования при определении коэффициентов (II-2) — (II-8) и 20 уравнениями системы (13).

При необходимости расчеты кривых распределения поля могут быть выполнены для любого участка магнитной цепи. Результаты решения для ряда вариантов были проверены на сеточной модели и показали удовлетворительную сходимость с аналитическим расчетом.

На рис. 2 показано влияние различных параметров ротора на форму поля в воздушном зазоре.

Из представленных результатов следует, что наиболее существенно на форму поля оказывает влияние ширина полюса a (рис. 2,б). Снижение проницаемости материала (рис. 2,а) и увеличение воздушного зазора (рис. 2,в) приводит к уменьшению поля в зазоре по абсолютному значению, но не оказывают существенного влияния на форму поля. Увеличение высоты полюса Δ_1 при $\Delta_1 \geq 0,04\tau$ практически не влияет на форму поля (рис. 2,в).

Результаты исследования поля в воздушном зазоре гистерезисно-реактивного двигателя использованы для анализа магнитного состояния материала ротора, что позволило рассчитать рабочие характеристики машины, но это является предметом отдельного обсуждения.

Полученные результаты расчета поля в зазоре при односторонней зубчатости с учетом конечной проницаемости материала ротора могут быть использованы не только для расчетов гистерезисно-реактивных двигателей, но и при учете насыщения зубцов и спинки ротора в машинах с аналогичной конструкцией ротора.

Приложение. Совместное решение уравнений (10) — (12) позволило определить:

при $i = 0$

$$a_{00} = \frac{2 \frac{\delta}{\Delta_1} (\mu - 1) \left[- \sum_{n=1}^{\infty} a_{n0} \frac{\sin(n\pi a)}{n\pi} + \sum_{l=1}^{\infty} d_{l\Delta_1} \frac{\sin(l\pi a)}{l\pi} \right] + \frac{a_{0\delta}}{\alpha} \left[1 - \frac{\Delta_1 - \Delta}{\mu \Delta_1} (\mu a + b) \right], \quad (\text{II-1})$$

где $\alpha = 1 + \frac{\mu a + b}{\Delta_1} \left(\delta - \frac{\Delta_1 - \Delta}{\mu} \right)$;

при $i \neq 0$ — выражения для коэффициентов системы уравнений (13):

$$A_{in} = \frac{2 \sin(i\pi a) \sin(n\pi a)}{i^2 \pi^3 n \Delta_1 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \left[\frac{\delta (\mu - 1)^2}{\Delta_1 \alpha} - \frac{(\Delta_1 - \Delta) (\mu - 1)^2}{\mu \Delta_1 \alpha} - \frac{\mu b + a}{ab} \right] - \frac{4\mu}{ia^2 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{m=1}^{\infty} m \operatorname{cth}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right) C_{im}^{(1)} C_{nm}^{(1)} - \frac{4\mu \sin(i\pi a) \sin(n\pi a) \Delta_1}{n\pi^3 ab \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{j=1}^{\infty} M_{ji} - \frac{4\mu \sin(i\pi a) \Delta_1}{\pi a \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \times \sum_{j=1}^{\infty} j M_{ji} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{C_{mj}^{(3)} C_{nm}^{(1)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right)} + \frac{4\mu \sin(i\pi a) \Delta_1}{\pi b \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{j=1}^{\infty} j M_{ji} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_{kj}^{(4)} C_{nk}^{(2)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right)} - \frac{4}{ib^2 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{k=1}^{\infty} k \operatorname{cth}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right) C_{ik}^{(2)} C_{nk}^{(2)}; \quad (\text{II-2})$$

$$B_{il} = \frac{2 \sin(i\pi a) \sin(l\pi a)}{i^2 \pi^3 l \Delta_1 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \left[- \frac{\delta (\mu - 1)^2}{\Delta_1 \alpha} + \frac{(\Delta_1 - \Delta) (\mu - 1)^2}{\mu \Delta_1 \alpha} + \frac{\mu b + a}{ab} \right] + \frac{4\mu \sin(i\pi a) \sin(l\pi a) \Delta_1}{\pi^3 lab \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j M_{ji} - \frac{4\mu \sin(i\pi a) \Delta_1}{\pi a \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{j=1}^{\infty} j M_{ji} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{L_{mj}^{(1)} C_{lm}^{(1)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right)} + \frac{4\mu \sin(i\pi a) \Delta_1}{\pi b \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{j=1}^{\infty} j M_{ji} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_{kj}^{(2)} C_{lk}^{(2)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right)} + \frac{4\mu}{ia^2 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m C_{im}^{(1)} C_{lm}^{(1)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right)} + \frac{4}{ib^2 \operatorname{cth}(i\pi \delta)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k C_{ik}^{(2)} C_{lk}^{(2)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right)}; \quad (\text{II-3})$$

$$\theta_i = \frac{(1 - \mu) \sin(i\pi a) a_{0\delta}}{\Delta_1 i^2 \pi^2 \alpha \operatorname{cth}(i\pi \delta)} + \frac{a_{n\delta}}{\operatorname{ch}(i\pi \delta)}; \quad (\text{II-4})$$

$$A_{pi} = \frac{2 \sin(p\pi a) \sin(i\pi a)}{\mu p^2 \pi^3 n \Delta_1 \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \left[\frac{\delta (\mu - 1)^2}{\Delta_1 \alpha} - \frac{(\Delta_1 - \Delta) (\mu - 1)^2}{\mu \Delta_1 \alpha} - \frac{\mu b + a}{ab} \right] - \frac{4}{pa^2 \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m C_{pm}^{(1)} C_{im}^{(1)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right)} - \frac{4 \sin(p\pi a) \sin(i\pi a) \Delta_1}{n\pi^3 ab \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j M_{jp} - \frac{4 \sin(p\pi a) \Delta_1}{\pi a \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j j M_{jp} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{C_{mj}^{(3)} C_{im}^{(1)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a} \Delta_1\right)} + \frac{4 \sin(p\pi a) \Delta_1}{\pi b \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j j M_{jp} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_{kj}^{(4)} C_{ik}^{(2)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right)} - \frac{4}{\mu b^2 \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k C_{pk}^{(2)} C_{ik}^{(2)}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1\right)}; \quad (\text{II-5})$$

$$B_{pi} = \frac{2 \sin(p\pi a) \sin(i\pi a)}{p^2 \pi^3 l \Delta_1 \operatorname{cth}[p\pi (\Delta_1 - \Delta)]} \left[- \frac{\delta (\mu - 1)^2}{\Delta_1 \alpha} + \frac{(\Delta_1 - \Delta) (\mu - 1)^2}{\mu \Delta_1 \alpha} + \frac{\mu b + a}{ab} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{p a^2 \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{m=1}^{\infty} m \operatorname{cth} \left(\frac{m \pi}{a} \Delta_1 \right) C_{lm}^{(1)} C_{pm}^{(1)} + \\
& + \frac{4 \sin (p \pi a) \sin (l \pi a) \Delta_1}{l \pi^3 a b \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{j=1}^{\infty} M_{jp} - \frac{4 \sin (p \pi a) \Delta_1}{\pi a \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]} \times \\
& \times \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j M_{jp} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{L_{mj}^{(1)} C_{lm}^{(1)}}{\operatorname{sh} \left(\frac{m \pi}{a} \Delta_1 \right)} + \\
& + \frac{4 \sin (p \pi a) \Delta_1}{\pi b \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j M_{jp} \times \\
& \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_{kj}^{(2)} C_{lk}^{(2)}}{\operatorname{sh} \left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1 \right)} + \frac{4}{\mu b^2 p \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]} \times \\
& \times \sum_{k=1}^{\infty} k \operatorname{cth} \left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1 \right) C_{lk}^{(2)} C_{pk}^{(2)}; \quad (II-6)
\end{aligned}$$

$$\theta_p = \frac{(1 - \mu) \sin (p \pi a) a_{05}}{\mu \Delta_1 p^2 \pi^2 a \operatorname{cth} [p \pi (\Delta_1 - \Delta)]}; \quad (II-7)$$

$$M_{ji} = \frac{1}{j^2 + p^2 \Delta_1^2} \frac{\operatorname{th} \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} b \right) + \operatorname{th} \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} a \right)}{\operatorname{th} \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} b \right) + \mu \operatorname{th} \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} a \right)}; \quad (II-8)$$

$$C_{im}^{(1)} = \begin{cases} \frac{i \pi (-1)^m}{(i \pi)^2 - \left(\frac{m \pi}{a} \right)^2} \sin (i \pi a) & \text{при } i \pi \neq \frac{m \pi}{a}; \\ \frac{a}{2} & \text{при } i \pi = \frac{m \pi}{a}; \end{cases} \quad (II-9)$$

$$C_{ik}^{(2)} = \begin{cases} -\frac{i \pi}{(i \pi)^2 - \left(\frac{k \pi}{b} \right)^2} \sin (i \pi a) & \text{при } i \pi \neq \frac{\pi k}{b}; \\ \frac{b}{2} \cos \left(\frac{\pi k}{b} a \right) & \text{при } i \pi = \frac{\pi k}{b}; \end{cases} \quad (II-10)$$

$$L_{mj}^{(1)} = \frac{2}{\Delta_1^2} \frac{j \pi (-1)^{j+1}}{\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} \right)^2} \operatorname{sh} \left(\frac{m \pi}{a} \Delta_1 \right); \quad (II-11)$$

$$L_{kj}^{(2)} = \frac{2}{\Delta_1^2} \frac{j \pi (-1)^{j+1}}{\left(\frac{\pi k}{b} \right)^2 + \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} \right)^2} \operatorname{sh} \left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1 \right); \quad (II-12)$$

$$C_{mj}^{(3)} = \frac{2}{\Delta_1^2} \frac{j \pi}{\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} \right)^2} \operatorname{sh} \left(\frac{m \pi}{a} \Delta_1 \right); \quad (II-13)$$

$$C_{kj}^{(4)} = \frac{2}{\Delta_1^2} \frac{j \pi}{\left(\frac{\pi k}{b} \right)^2 + \left(\frac{j \pi}{\Delta_1} \right)^2} \operatorname{sh} \left(\frac{\pi k}{b} \Delta_1 \right). \quad (II-14)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Певзнер О. Б. Синхронный гистерезисно-реактивный двигатель с улучшенной формой активного слоя ротора. — «Вопросы радиоэлектроники. Серия ТПС», 1968, вып. 3.
2. Марков Ю. Г. Исследование гистерезисно-реактивного двигателя и возможности использования его в качестве привода гироскопа. — «Труды МЭИ. Электромеханика гироскопа», 1974, вып. 187.
3. Зечихин Б. С. Магнитное поле в зазоре индукторной машины в режиме холостого хода. — «Электромеханика», 1960, № 1.
4. Кононенко Е. В. Синхронные реактивные машины. М., «Энергия», 1970.
5. Иванов-Смоленский А. В., Мнацаканян М. С. Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью. — «Электричество», 1972, № 3, с. 57—61.

[6.1.1976]



УДК 621.771.2.001.1

Оптимальные режимы работы главного привода реверсивных обжимных станков

Канд. техн. наук КУЗИКОВ В. С., инж. МАЛЫЙ А. А.

Жданов

Работа главного привода реверсивных обжимных станков характеризуется циклическим режимом. Задача оптимального с точки зрения быстродействия управления такими приводами заключается в том, чтобы обеспечить заданное перемещение вала двигателя за минимальное время. Это связано с расчетом оптимальных диаграмм тока и скорости двигателя при заданном уровне потерь в якоре и заданном перемещении вала двигателя. Реализация оптимального управления на каждом проходе должна позволить довести до максимума эффективность использования обжимного стана и увеличить его производительность.

Однако работа главного привода обжимных станков характеризуется наличием целого ряда огра-

ничений. В частности, необходимо учитывать ограничение по максимально допустимому току (ограничение по управлению), по нагреву двигателя и его скорости (ограничения по фазовым координатам). Кроме того, оптимизация режимов главного привода, когда металл находится в валках, осложняется необходимостью учета ненулевых граничных условий. Время же паузы в работе обжимного стана в основном лимитируется временем работы вспомогательных механизмов, а не временем работы главного привода.

Обычные методы классического вариационного исчисления [Л. 2] не позволяют успешно решать задачи такого рода. Для их решения можно с успехом использовать принцип максимума Л. С. Пон-

трягния [Л. 1]. Авторы [Л. 3] рассмотрели частные вопросы оптимальных режимов работы главного привода блюминга, однако сделали это без учета ограничений по току якорной цепи и по скорости двигателя, которые практически имеют место.

В [Л. 4] принцип максимума для определения оптимального управления двигателем постоянного тока рассматривается только при нулевых граничных условиях.

В настоящей статье на основе принципа максимума дается обобщенная методика оптимального управления главным приводом обжимного стана с учетом ненулевых граничных условий и одновременном учете ограничений как по току, так и по скорости. Исходные уравнения записываем в относительных единицах. Основное уравнение движения при потоке возбуждения, равном номинальному:

$$i - \mu_{ст} = \frac{dv}{dt},$$

где $v = \omega/\omega_n$ — угловая скорость вращения двигателя; $v = d\varphi/dt$; φ — угол поворота вала двигателя; $i = I/I_n$ — ток якоря двигателя; $\mu_{ст} = M_{ст}/M_n$ — статический момент; $t = T/T_m$; $T_m = J\omega_n/M_n$ — постоянная времени; T — время, с.

При расчетах считаем заданными перемещение вала двигателя и допустимое количество тепла, выделяемое в якоре двигателя за время перемещения:

$$Q = \int_0^t i^2 dt.$$

За критерий оптимальности примем максимальное быстродействие, которое определяет производительность обжимного стана. Будем оптимизировать только время нахождения металла в валках (машинное время).

Введя фазовые координаты $x_1 = \varphi$, $x_2 = v$, $x_3 = Q$ фазового пространства X и принимая в качестве

управляющего воздействия и ток якоря $i (i = u)$, записываем систему дифференциальных уравнений в фазовых координатах в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} &= u - \mu_{ст}; \\ \frac{dx_3}{dt} &= u^2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Учитывая поставленные условия, задачу определения оптимальной токовой диаграммы можно свести к нахождению быстрейшего попадания фазовых координат из точки $x_0 (x_1 = \varphi_3; x_2 = v_3; x_3 = Q_3)$ в точку $x_1 (x_1 = \varphi_n; x_2 = v_n; x_3 = Q_n)$, где φ_3, v_3, Q_3 — угол перемещения вала двигателя, скорость двигателя и потери в якоре двигателя в момент захвата металла валками; φ_n, v_n, Q_n — угол перемещения вала двигателя, скорость двигателя и потери в якоре двигателя в момент выброса металла из валков.

Учитываем наличие ограничений по току $u \leq u_m = i_m$ и по скорости $x_2 \leq x_{m2} = v_m$. Необходимо определить законы изменения оптимального управления $u(t) = i(t)$ и оптимальной траектории $x(t)$, при которых функционал

$$\int_0^{t_1} dt = \min,$$

где t_1 — время перехода системы (1) из начального состояния x_0 в конечное x_1 ; $t_1 = t_m$ — время нахождения слитка в валках.

Данная постановка задачи с учетом ненулевых граничных условий отражает характерные особенности работы обжимного стана и приводит к получению наиболее общей методики решения.

Оптимальная токовая диаграмма и траектория могут быть разбиты на отдельные участки (рис. 1). В том случае, когда происходит разгон привода до установившейся скорости на участке $t_0 \leq t \leq t_1$ и торможение на участке $t_2 \leq t \leq t_1$, т. е. в том случае, когда нет ограничений по координате x_2 , оптимальная траектория удовлетворяет условиям принципа максимума без ограничений на фазовые координаты для оптимальности по быстродействию [Л. 1]. Для этого случая функция Гамильтона имеет вид [Л. 4]:

$$H(\psi(t), x(t), u(t)) = c_1 x_2 + (c_2 - c_1 t) u - (c_2 - c_1 t) \mu_{ст} - c_3 u^2, \quad (2)$$

где ψ — выбранные вспомогательные функции времени; $\psi_1 = c_1$; $\psi_2 = c_2 - c_1 t$; $\psi_3 = -c_3$.

Поскольку постоянные интегрирования c имеют разные значения на отрезках $t_0 \leq t \leq t_1$ и $t_2 \leq t \leq t_1$, то необходимо внести следующие обозначения:

$$\psi(t) = \psi^-(t) \text{ при } t_0 \leq t \leq t_1;$$

$$\psi(t) = \psi^*(t) \text{ при } t_2 \leq t \leq t_1.$$

На участке траектории $x(t)$, где достигается ограничение по координате $x_2 (t_1 \leq t \leq t_2)$, при оптимальном управлении должны выполняться условия

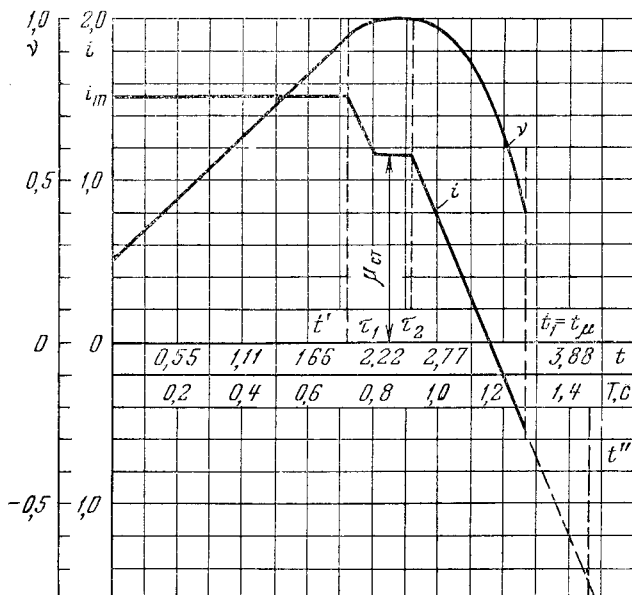


Рис. 1. Графики оптимального изменения тока и скорости двигателя для IV прохода ($v_3 = 0,25$; $v_n = 0,4$; $i_m = 1,521$; $\mu_{ст} = 1,159$; $\varphi = 2,485$; $Q = 5,11$).

принципа максимума для ограниченных фазовых координат [1, 1]. При этом функция Гамильтона

$$H(\psi^+(t), x(t), u(t)) = c_1^+ x_2 + c_3^+ u_{\text{ст}}^2, \quad (3)$$

где ψ^+ — выбранная вспомогательная функция на участке $(\tau_1 \leq t \leq \tau_2)$.

Вывод оптимального управления (оптимальной токовой диаграммы), проведенный на базе принципа максимума, дает следующие результаты:

$$u(t) = u_m \text{ при } t_0 \leq t \leq t'. \quad (4)$$

(Когда $u(t)$ находится за областью допустимых значений.)

$$u(t) = \frac{c_2 - c_1 t}{2c_3} \text{ при } t' \leq t \leq \tau_1; \quad (5)$$

$$u(t) = \mu_{\text{ст}} \text{ при } \tau_1 \leq t \leq \tau_2; \quad (6)$$

$$u(t) = \frac{c_2^* - c_1 t}{2c_3} \text{ при } \tau_2 \leq t \leq t''; \quad (7)$$

$$u(t) = u_m \text{ при } t'' \leq t \leq t_1 \quad (8)$$

(когда $u(t)$ находится за областью допустимых значений — u_m), где c_1, c_2, c_2^*, c_3 — постоянные интегрирования для различных участков движения электропривода.

Законы оптимальной траектории $x(t)$ определяем с учетом ненулевых граничных условий. Интегрируя выражение (1) на отрезке времени $t_0 \leq t \leq t'$ для $i = u = u_m$ и учитывая, что при $t = t_0 = 0$: $x_1(t_0) = \varphi_3$; $x_2(t_0) = v_3$; $x_3(t_0) = Q_3$, находим законы изменения скорости пути и потерь в виде:

$$x_2(t) = u_m t - \mu_{\text{ст}} t + v_3; \quad (9)$$

$$x_1(t) = \frac{u_m t^2}{2} - \frac{\mu_{\text{ст}} t^2}{2} + v_3 t + \varphi_3; \quad (10)$$

$$x_3(t) = u_m^2 t + Q_3. \quad (11)$$

Подставляя $x_2(t)$ из (9) и $u(t)$ из (4) в (2), получаем функцию Гамильтона в виде:

$$H(\psi(t), x(t), u(t)) = c_2 u_m + c_1 v_3 - c_2 \mu_{\text{ст}} - c_3 u_m^2. \quad (12)$$

На отрезке $t' \leq t \leq \tau_1$, где ток изменяется по линейному закону, интегрируя (1) для $u = \frac{c_2 - c_1 t}{2c_3}$ и

учитывая, что в точке t' в силу непрерывности $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ выполняются следующие соотношения:

$$x_2(t') = u_m t' - \mu_{\text{ст}} t' + v_3;$$

$$x_1(t') = \frac{u_m t'^2}{2} - \frac{\mu_{\text{ст}} t'^2}{2} + \varphi_3 + v_3 t';$$

$$x_3(t') = u_m^2 t' + Q_3,$$

получаем:

$$x_2(t) = \frac{c_2}{2c_3} (t - t') - \frac{c_1}{4c_3} (t^2 - t'^2) - \mu_{\text{ст}} (t - t') + x_2(t'); \quad (13)$$

$$x_1(t) = \frac{c_2}{4c_3} (t^2 - t'^2) - \frac{c_1}{12c_3} (t^3 - t'^3) - \frac{\mu_{\text{ст}}}{2} (t^2 - t'^2) + \gamma (t - t') + x_1(t'); \quad (14)$$

$$x_3(t) = \frac{c_2^2}{4c_3^2} (t - t') - \frac{c_2 c_1}{4c_3} (t^2 - t'^2) + \frac{c_1^2}{12c_3} (t^3 - t'^3) + u_m^2 t' + Q_3, \quad (15)$$

где

$$\gamma = \frac{c_1 t'^2}{4c_3} - \frac{c_2 t'}{2c_3} + u_m t' + v_3.$$

Подставляя $x_2(t)$ из (13) и $u(t)$ из (5) в (2), получаем функцию Гамильтона для отрезка $t' \leq t \leq \tau_1$ в виде:

$$H(\psi(t), x(t), u(t)) = \frac{c_2}{4c_3} - \mu_{\text{ст}} c_2 + \frac{c_1 c_2}{2c_3} t' + \frac{c_1^2}{4c_3} t'^2 + c_1 u_m t' + c_1 v_3. \quad (16)$$

Из условия постоянства функции H на отрезке $t_0 \leq t \leq \tau_1$ следует, что $H(\psi(t), x(t), u(t))_{t_0 \leq t \leq t'} = H(\psi(t), x(t), u(t))_{t' \leq t \leq \tau_1}$. Приравняв правые части (12) и (16), находим момент времени перехода с участка, где ток равен постоянной величине, на участок линейного закона изменения тока:

$$t' = \frac{c_2 - 2c_3 u_m}{c_1}. \quad (17)$$

Подставляя в (5) выражение (17), устанавливаем, что функция $u(t)$ не имеет разрыва в точке t' . На отрезке $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$, интегрируя систему (1) для значений $u(t) = \mu_{\text{ст}}$ будем иметь:

$$x_2(t) = x_{m2}; \quad (18)$$

$$x_1(t) = x_{m2} (t - \tau_1) + x_1(\tau_1); \quad (19)$$

$$x_3(t) = \mu_{\text{ст}}^2 (t - \tau_1) + x_3(\tau_1), \quad (20)$$

где $x_1(\tau_1)$ и $x_3(\tau_1)$ находим соответственно из (14) и (15) для значений $t = \tau_1$.

Подставляя $x_2(t)$ из (18) в (3), находим при $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$:

$$H(\psi(t), x(t), u(t)) = x_{m2} c_1 - c_3 \mu_{\text{ст}}^2. \quad (21)$$

Учитывая условия касания вектора $\psi^+(\tau)$ границы области фазового пространства $g(x) = 0$ в точке τ_1 и обозначая через $\{\bar{\psi}, \bar{N}\}$ — скалярное произведение вектора $\bar{\psi}$ на вектор нормали к $g(x)$, получаем:

$$\{\bar{\psi}, \bar{N}\} = \frac{\partial g(x)}{\partial x_1} \psi_1 + \frac{\partial g(x)}{\partial x_2} \psi_2 + \frac{\partial g(x)}{\partial x_3} \psi_3 = c_2^+ - c_1 \tau_1 = 0,$$

откуда

$$\tau_1 = \frac{c_2^+}{c_1} = \frac{c_2 + \mu_{\text{ст}}}{c_1}. \quad (22)$$

Из условия непрерывности функции $x_2(t)$ следует, что в точке τ_1

$$x_2(\tau_1)_{t' \leq t \leq \tau_1} = x_2(\tau_1)_{\tau_1 \leq t \leq \tau_2}.$$

Приравняв правые части (13) и (18), получаем:

$$\frac{c_2}{2c_3} (\tau_1 - t') - \frac{c_1}{4c_3} (\tau_1^2 - t'^2) - \mu_{\text{ст}} (\tau_1 - t') + x_2(t') = x_{m2}. \quad (23)$$

Подставляя значение t' из (17) в (23) и решая его относительно τ_1 , найдем выражение для момента времени, при котором ток переходит с линейного

участка на участок, где он постоянен:

$$\tau_1 = \frac{c_2}{c_1} - \frac{2c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}} \pm \pm 2 \sqrt{\frac{c_3}{c_1} \left(\frac{c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}}^2 - \frac{c_2}{c_1} \mu_{\text{CT}} - \frac{c_3}{c_1} u_m^2 + \right.} \\ \left. + \frac{c_2}{c_1} u_m - x_{m2} + v_3 \right)}. \quad (24)$$

Из условия скачка следует, что $\phi_0^- = \phi_0^+$, поэтому

$$H(\psi(t), x(t), u(t))_{0 \leq t \leq \tau_1} = H(\psi(t), x(t), u(t))_{\tau_1 \leq t \leq \tau_2}.$$

Приравнявая правые части (16) и (21) и подставляя значение t' из (17), находим:

$$u_m \frac{c_2}{c_1} - u_m - u_m^2 \frac{c_3}{c_1} - \mu_{\text{CT}} \frac{c_2}{c_1} + \\ + \mu_{\text{CT}}^2 \frac{c_3}{c_1} - x_{m2} - v_3 = 0. \quad (25)$$

В соответствии с (25) подкоренное выражение (24) обращается в нуль, следовательно,

$$\tau_1 = \frac{c_2}{c_1} - \frac{2c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}}. \quad (26)$$

Подставив τ_1 из (26) в (5), находим, что при $t = \tau_1$ управление $u(t)$ не имеет разрыва:

$$u(\tau_1) = \mu_{\text{CT}}.$$

Из (22) и (26) следует, что

$$\frac{\mu_1}{c_1} = -2 \frac{c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}}. \quad (27)$$

Интегрируя систему (1) на отрезке $\tau_2 \leq t \leq t''$ для значений управления $u(t) = \frac{c_2^* - c_1 t}{2c_3}$ и учитывая непрерывность функций $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$, получаем:

$$x_2(t) = \frac{c_2^*}{2c_3} (t - \tau_2) - \frac{c_1}{4c_3} (t^2 - \tau_2^2) - \mu_{\text{CT}} (t - \tau_2) + x_{m2}; \quad (28)$$

$$x_1(t) = \frac{c_2^*}{4c_3} (t^2 - \tau_2^2) - \frac{c_1}{12c_3} (t^3 - \tau_2^3) + \\ + \frac{\mu_{\text{CT}}}{2} (t^2 - \tau_2^2) + \gamma_2 (t - \tau_2) + x_1(\tau_2), \quad (29)$$

где

$$\gamma_2 = \frac{c_1 \tau_2^2}{4c_3} - \frac{c_2^* \tau_2}{2c_3} + \mu_{\text{CT}} \tau_2 + x_{m2};$$

$$x_3(t) = \frac{c_2^*}{4c_3} (t - \tau_2) - \frac{c_2^* c_1}{4c_3^2} (t^2 - \tau_2^2) + \\ + \frac{c_2^*}{12c_3} (t^3 - \tau_2^3) + x_3(\tau_2), \quad (30)$$

$x_1(\tau_2)$ определяется из (19) при подстановке $t = \tau_2$; $x_3(\tau_2)$ находится из (20) при подстановке $t = \tau_2$.

Подставляя (28) и (7) в (2), получаем функцию Гамильтона:

$$H(\psi(t), x(t), u(t))_{\tau_2 \leq t \leq t''} = \frac{c_2^*}{4c_3} \tau_2^2 - \frac{c_1 c_2^*}{2c_3} \tau_2 + \\ + c_1 \mu_{\text{CT}} \tau_2 - c_2^* \mu_{\text{CT}} + c_1 x_{m2} + \frac{c_2^*}{4c_3}. \quad (31)$$

Из условия скачка для точки τ_2 имеем $\phi_0^+ = \phi_0^*$, следовательно,

$$H(\psi(t), x(t), u(t))_{\tau_2 \leq t \leq t''} = H(\psi(t), x(t), u(t))_{\tau_1 \leq t \leq \tau_2}. \quad (32)$$

Приравнявая согласно (32) правые части выражений (31) и (21), получаем:

$$\tau_2^2 + \frac{4c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}} \tau_2 - \frac{2c_2^*}{c_1} \tau_2 - \frac{4c_3 c_2^*}{c_1^2} \mu_{\text{CT}} + \\ + \frac{4c_3^2}{c_1^2} \mu_{\text{CT}}^2 + \frac{c_2^*}{c_1^2} = 0. \quad (33)$$

Из (33) определим момент перехода фазовой траектории на линейный участок:

$$\tau_2 = \frac{c_2^*}{c_1} - \frac{2c_3}{c_1} \mu_{\text{CT}}. \quad (34)$$

Подставляя значение τ_2 из (34) в (7), имеем $u(\tau_2) = \mu_{\text{CT}}$, т. е. функция $u(t)$ не имеет разрыва в точке сопряжения τ_2 .

Интегрируя систему (1) для значений управления $u = -u_m$ на отрезке $t'' \leq t \leq t_1$, находим:

$$x_2(t) = x_2(t'') - u_m(t - t'') - \mu_{\text{CT}}(t - t''); \quad (35)$$

$$x_1(t) = x_1(t'') + x_2(t'')(t - t'') - \frac{u_m}{2} (t^2 - t''^2) + \\ + u_m t''(t - t'') - \frac{\mu_{\text{CT}}}{2} (t^2 - t''^2) + \mu_{\text{CT}} t''(t - t''); \quad (36)$$

$$x_3(t) = u_m^2(t - t'') + x_3(t''), \quad (37)$$

где $x_1(t'')$, $x_2(t'')$, $x_3(t'')$ определяются из (28), (29) и (30) при подстановке $t = t''$.

Подставляя в (2) значения $\psi(t)$, $x(t)$, $u(t)$ для $t'' \leq t \leq t_1$, получаем:

$$H(\psi(t), x(t), u(t)) = t'' \left(\frac{c_2^* c_1}{2c_3} + c_1 u_m \right) + \\ + \tau_2 \left(c_1 \mu_{\text{CT}} - \frac{c_2^* c_1}{2c_3} \right) - \frac{c_2^*}{4c_3} t''^2 + \\ + \frac{c_1^2 \tau_2^2}{4c_3} + c_1 x_{m2} - c_2^* u_m^2 - c_2^* \mu_{\text{CT}} - c_3 u_m^2. \quad (38)$$

С учетом постоянства функции $H(\psi(t), x(t), u(t))$ на отрезке времени $\tau_2 \leq t \leq t_1$ имеем:

$$H(\psi(t), x(t), u(t))_{\tau_2 \leq t \leq t''} = H(\psi(t), x(t), u(t))_{t'' \leq t \leq t_1}. \quad (39)$$

Согласно равенству (39) приравняем правые части (38) и (31) и, решая относительно t'' , находим:

$$t'' = \frac{c_2^*}{c_1} + 2 \frac{c_3}{c_1} u_m. \quad (40)$$

Подставляя значение t'' в (7)

$$u(t'') = -u_m, \quad (41)$$

устанавливаем, что $u(t)$ не имеет разрыва в точке сопряжения $t = t''$.

Для определения значений вспомогательных постоянных c и времени t_1 через параметры рассматриваемой системы имеются четыре уравнения. Три из них вытекают из граничных условий при $t = t_1$:

$$x_2(t_1) = x_B; \quad x_1(t_1) = \varphi_B; \quad x_3(t_1) = Q_B.$$

Четвертое уравнение дает соотношение (25).

Вводя обозначения $c_2/c_1=\beta_2$, $c_3/c_1=\beta_1$, $c^*_2/c_1=\beta_3$, подставляя их в (35)–(37) для значений $t=t_1$ и учитывая, что $x_{m2}=v_m$ и $u_m=i_m$, после преобразований получаем:

из (25)

$$\beta_1 = \frac{\beta_2}{b} - \frac{v_m}{ab} - \frac{v_3}{ab}; \quad (42)$$

из (37)

$$\beta_3 - \beta_2 = \frac{i_m^2}{ab} t_1 - \frac{Q_B - Q_3}{ab} - \frac{8}{3} \frac{i_m^3}{ab} \beta_1; \quad (43)$$

из (35)

$$\beta_1 = \frac{t_1}{a} - \frac{v_m - v_B}{ab} - \frac{\beta_3}{a}; \quad (44)$$

из (36)

$$\begin{aligned} \beta_2^2 \frac{a}{2} - \beta_3^2 \frac{b}{2} - \beta_1^2 \left(\frac{4}{3} i_m^3 - 2 \mu_{CT} ab \right) - 2 \beta_1 \beta_2 \mu_{CT} a - \\ - \beta_2 (v_m - v_3) - \beta_3 \beta_2 ab + 2 \beta_1 \mu_{CT} (v_m - v_3) + v_m t_1 + \\ + \beta_1 t_1 ab - \frac{t_1^2}{2} b + \beta_3 t_1 b + \varphi_3 = \varphi_B, \end{aligned} \quad (45)$$

где $a = i_m - \mu_{CT}$; $b = i_m + \mu_{CT}$; $ab = i_m^2 - \mu_{CT}^2$.

Система алгебраических уравнений (42)–(45) позволяет выразить постоянные β_1 , β_2 , β_3 и время t_1 через значения i_m , v_m , Q_B , Q_3 , φ_B , φ_3 , v_B , v_3 :

$$\beta_1 = \frac{t_1 \mu_{CT} - Q_B + Q_3 + i_m (2v_m - v_3 - v_B) + \mu_{CT} (v_B - v_3)}{\frac{2}{3} i_m^3 + 2 i_m \mu_{CT}^2}; \quad (46)$$

$$\beta_2 = \frac{t_1 \mu_{CT}^2 b - (Q_B - Q_3) b + \frac{8}{3} i_m^3 \frac{v_m - v_3}{a} + (v_3 - v_B) ab}{\frac{2}{3} i_m^3 + 2 i_m \mu_{CT}^2}; \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \beta_3 = \frac{t_1 \left(\frac{2}{3} i_m^3 + \mu_{CT}^2 b \right) + (Q_B - Q_3) a -}{\frac{2}{3} i_m^3 +} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{-\frac{8}{3} i_m^3 \frac{v_m - v_B}{b} + (v_3 - v_B) ab}{+ 2 i_m \mu_{CT}^2}. \end{aligned} \quad (48)$$

Используя (42)–(45), могут быть получены уравнения для случая, когда отсутствуют ограничения по скорости $t_1 = t_2$ (это характерно для первых пропусков прокатки на обжимных станах). Из (26) и (34) получим: $c_2/c_1 = c^*_2/c_1$, т. е. $\beta_2 = \beta_3$. Приравняв правые части выражений (47) и (48) и разрешая полученное уравнение относительно v_m , получаем:

$$v_m = \frac{3}{8} \left(\frac{Q_B - Q_3}{i_m^3} + \frac{t_1}{3 i_m} \right) ab + \frac{v_3 b + v_B a}{2 i_m}. \quad (49)$$

Подставляя в (46) и (47) значение v_m из (49), находим:

$$\beta_1 = \frac{3}{8 i_m} \left(t_1 - \frac{Q_B - Q_3}{i_m^2} \right); \quad (50)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} \left(t_1 + t_1 \frac{\mu_{CT}}{i_m} - \frac{v_3 - v_B}{i_m} \right). \quad (51)$$

Полученные в статье формулы были использованы для оптимизации характерных режимов работы слябинга 1150 Ждановского металлургического завода имени Ильича. Оптимизация проведена для участков машинного времени $0 \leq t \leq t_1$.

На рис. 1 даны кривые оптимального с точки зрения быстродействия изменения тока и скорости

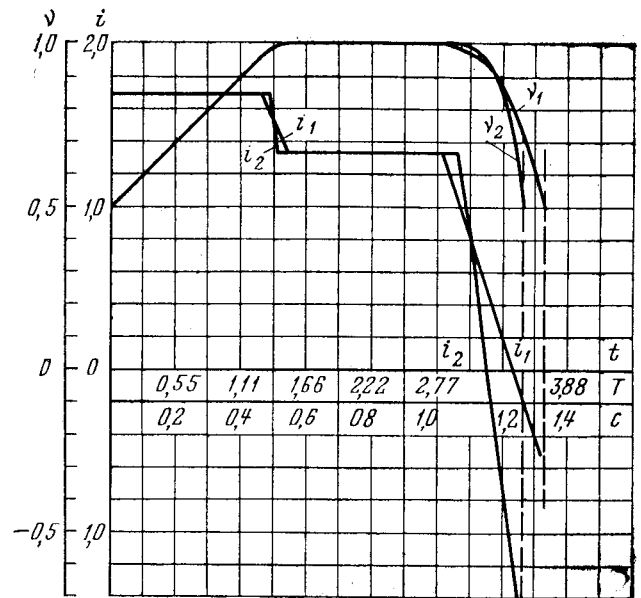


Рис. 2. Графики оптимального изменения тока и скорости двигателя для IV прохода с различным заданным количеством тепла ($v_{31}=v_{32}=0,5$; $v_{B1}=v_{B2}=0,5$; $i_{m1}=i_{m2}=1,698$; $\mu_{CT1}=\mu_{CT2}=1,336$; $\varphi_1=\varphi_2=3,038$; $Q_1=6,31$; $Q_2=7,1$).

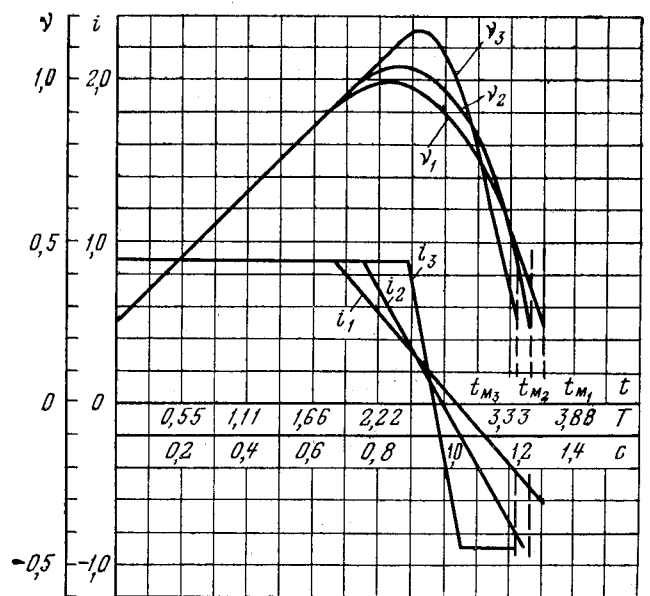


Рис. 3. Графики оптимального изменения тока и скорости двигателя для I прохода с различным заданным количеством тепла ($v_{31}=v_{32}=v_{33}=0,25$; $v_{B1}=v_{B2}=v_{B3}=0,25$; $i_{m1}=i_{m2}=i_{m3}=0,882$; $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=2,475$; $Q_1=1,75$; $Q_2=2,0$; $Q_3=2,4$; $v_{m1}=0,994$; $v_{m2}=1,046$; $v_{m3}=1,153$).

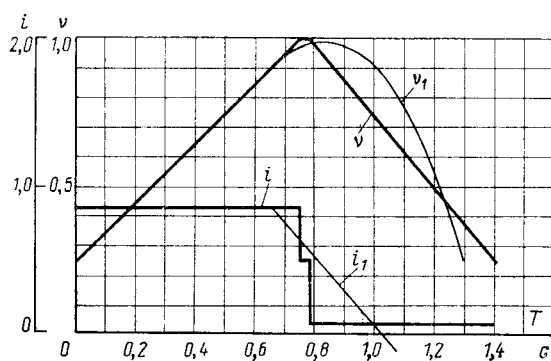


Рис. 4. Сравнение графиков тока i и скорости v оптимальных по быстродействию с общепринятыми в прокатке диаграммами i и v (графики построены при одинаковом количестве заданного тепла).

двигателя главного привода при прокатке слитка на IV проходе. Кривые построены для прокатки с участком установившегося значения скорости двигателя.

Анализируя оптимальные кривые, можно установить, что на значительном участке разгона они совпадают с принятыми в практике линейными тахограммами, которым соответствует постоянное значение якорного тока [Л. 5]. Исключением является участок $t' - t_1$, где скорость согласно рис. 1 изменяется по закону параболы, а ток якорной цепи по линейному закону, однако этот участок сравнительно мал. На участке торможения кривые изменения скорости отличаются от принятых в практике линейных тахограмм. В процессе торможения оптимальное управление главным приводом должно обеспечить изменение скорости двигателя по закону параболы при изменении тока якорной цепи по линейному закону.

На рис. 2 приведены оптимальные графики тока и скорости для VI прохода прокатки слитка с различным заданным количеством тепла, выделяемого в двигателе. Кривые i_1, v_1 и i_2, v_2 построены для заданных значений тепла Q_1 и Q_2 , причем $Q_1 < Q_2$. Из анализа кривых видно, что с ростом заданного

тепла Q уменьшаются участки с параболическим изменением скорости двигателя, увеличивается время работы привода на установившейся скорости, при этом время нахождения слитка в валках уменьшается.

На рис. 3 приведены кривые оптимального изменения тока якорной цепи и скорости двигателя для I прохода прокатки, когда скорость не достигает установившегося значения (отсутствует ограничение по скорости). Кривые построены для различных значений заданного тепла Q_1, Q_2, Q_3 , выделяемого в двигателе, причем $Q_1 < Q_2 < Q_3$.

Графики работы двигателей с оптимизацией по быстродействию сопоставлены с общепринятыми в практике, когда ток в процессе разгона и торможения изменяется по прямоугольной диаграмме, а скорость по линейному закону. Сопоставление произведено при одинаковом количестве тепла, выделяемого в двигателе.

На рис. 4 сравниваются кривые для I пропуска прокатки. Эффект в быстродействии достигается в основном на участке торможения, так как при разгоне оптимальные диаграммы тока и скорости практически совпадают с общепринятыми. Для данного пропуска машинное время прокатки уменьшилось на 7%. Для пропусков, где имеется установившийся участок скорости, машинное время прокатки уменьшается в среднем на 5%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математическая теория оптимальных процессов. ГИМФ, 1969. Авт.: Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко.
2. Петров Ю. П. Оптимальное управление электроприводом. М., «Энергия», 1971.
3. Вороневский Б. Б., Святославский В. А. Оптимальные режимы главных приводов блюминга. — «Электричество», 1964, № 7.
4. Святославский В. А. Применение принципа максимума для расчета оптимального управления двигателем постоянного тока с независимым возбуждением. — «Электричество», 1963, № 9.
5. Слежановский О. В. Реверсивный электропривод постоянного тока. М., «Металлургия», 1967.

[19.12.1975]



УДК 62-83.534:621.3.018.782.3

Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах

Доктор техн. наук, проф. КЛЮЧЕВ В. И., канд. техн. наук ТЕЛИЧКО Л. Я.

Московский энергетический институт

Электромеханическая связь, обусловленная зависимостью скорости двигателя от нагрузки на его валу, при определенных сочетаниях параметров благотворно влияет на динамику электромеханической системы с упругой связью, вызывая эффект демпфирования электроприводом упругих механических колебаний [Л. 1]. Максимальное использование демпфирующей способности электропривода дает

возможность существенно снижать динамические нагрузки двигателя и механизма, поэтому определение сочетаний параметров электромеханических систем, отвечающих этому условию, представляет важную практическую задачу.

В статье анализируются условия, обеспечивающие минимальную колебательность двухмассовой электромеханической системы (рис. 1) в переход-

ных процессах при динамической механической характеристике электропривода $M=f(\omega_1, t)$, которую с достаточным приближением можно представить соотношением:

$$M = M_{к.з} - \beta \omega_1 - T_\beta \frac{dM}{dt}, \quad (1)$$

где $M_{к.з}$ — установившийся момент короткого замыкания; β — жесткость статической механической характеристики; T_β — электромагнитная постоянная времени.

Такую динамическую механическую характеристику при приемлемых для инженерных расчетов допущениях имеет целый ряд различных электроприводов. Прежде всего уравнение (1) соответствует разомкнутой системе «управляемый преобразователь — двигатель» (УП — Д) при постоянном потоке двигателя. В этом случае

$$M_{к.з} = \frac{c_M}{R_{я\Sigma}} e_{пр}; \quad \beta = \frac{c_e c_M}{R_{я\Sigma}}; \quad T_\beta = T_\beta = \frac{L_{я\Sigma}}{R_{я\Sigma}},$$

где c_e, c_M — постоянные э. д. с. и момента двигателя; $e_{пр}$ — э. д. с. преобразователя; $R_{я\Sigma}, L_{я\Sigma}$ — суммарные сопротивление и индуктивность рассеяния якорной цепи

Тот же вид имеет уравнение динамической характеристики системы УП — Д, замкнутой безынерционной жесткой обратной связью по скорости. При этом изменяется жесткость статической характеристики

$$\beta = \frac{c_e c_M}{R_{я\Sigma}} (1 + k'_{o.c}); \quad k'_{o.c} = \frac{k_y k_{o.c}}{c_e},$$

где $k_y, k_{o.c}$ — коэффициенты усиления преобразователя и жесткой обратной связи по скорости.

В системе УП — Д, замкнутой безынерционной гибкой связью по току ($k_{г.т}$) изменяется только эквивалентная постоянная времени:

$$T_\beta = T_\beta + k_{г.т}.$$

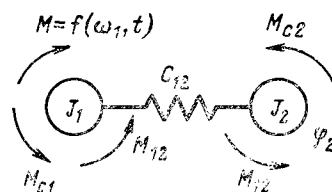
Аналогичная жесткая связь по току ($k_{o.т}$) изменяет все параметры уравнения (1):

$$\beta = \frac{c_e c_M}{R_{я\Sigma} (1 + k'_{o.т})}; \quad T_\beta = \frac{T_\beta}{1 + k'_{o.т}},$$

$$\text{где } k'_{o.т} = \frac{k_y k_{o.т}}{R_{я\Sigma}}.$$

В последние годы получает развитие новая система электропривода, в которой двигатель постоянного тока питается не от источника напряжения, а от источника тока и управляется воздействием на цепь возбуждения. Система «источник тока — двигатель» (ИТ — Д) выгодно отличается простотой и обладает оригинальными свойствами, благоприятными для ряда производственных механизмов. В замкнутой системе ИТ — Д форма механической характеристики зависит от вида применяемых обратных связей. В частности, введение жесткой отрицательной обратной связи по скорости позволяет формировать линейную механическую характеристику двигателя с конечной жесткостью. Если пренебречь гистерезисом, вихревыми токами и насы-

Рис. 1. Расчетная схема электропривода.



щением магнитной цепи двигателя, зависимость $M=f(\omega_1, t)$ при $I_\beta = I_{\beta 1} = \text{const}$ принимает вид уравнения (1) с параметрами:

$$\beta = \frac{k_{y.в} k_{o.c} k_{\Phi} I_{\beta 1}}{r_\beta}; \quad T_\beta = T_\beta,$$

где $T_\beta = \frac{L_\beta}{r_\beta}$ — постоянная времени обмотки возбуждения двигателя; $k_{y.в}$ — коэффициент усиления безынерционного возбудителя;

$$k_\Phi = \frac{\Phi}{I_\beta}; \quad k_M = \frac{M}{I_\beta \Phi}.$$

Известно, что уравнение (1) с известным приближением представляет и естественную динамическую механическую характеристику асинхронного двигателя в области малых скольжений ($s \leq s_k$), причем параметры уравнения выражаются через параметры асинхронного двигателя так [Л. 2]:

$$M_{к.з} = \frac{2M_k}{s_k}; \quad \beta = \frac{2M_k}{\omega_{0.н} s_k}; \quad T_\beta = \frac{1}{\omega_{0.н} s_k},$$

где s_k — критическое скольжение двигателя; M_k — критический момент двигателя; $\omega_{0.н}$ — синхронная частота вращения.

Наконец, уравнение (1) справедливо для всех двигателей с линейной или линеаризованной механической характеристикой при $T_\beta \approx 0$.

Вышесказанное свидетельствует о том, что уравнение (1) может служить основой для обобщенного анализа динамических свойств двухмассовой электромеханической системы применительно к широкому классу электроприводов постоянного и переменного тока.

С учетом (1) движение исследуемой системы описывается следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} M_{к.з} - \beta \omega_1 - T_\beta \frac{dM}{dt} - M_{с1} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + M_{12}; \\ M_{12} - M_{с2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $M_{12} = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)$ — момент нагрузки упругой механической связи; $M_{с1}, M_{с2}$ — постоянные моменты нагрузки на валу первой и второй масс.

В качестве прямой оценки колебательности электромеханической системы в переходных процессах целесообразно принять логарифмический декремент $\lambda = 2\pi\alpha/\Omega$, где α, Ω — действительная и мнимая части той пары комплексно-сопряженных корней, которая дает наименьшее затухание колебаний. Поэтому в дальнейшем можно ограничиться рассмотрением однородного дифференциального и соответствующего характеристического уравнений системы. Если воспользоваться известным приемом замены действительного времени t относительным

$\tau = \Omega_{12}t$, то с помощью (1) и (2) после преобразований можно получить однородное дифференциальное уравнение для упругого момента в виде

$$\gamma T_3 T_M \Omega_{12}^2 \frac{d^4 M_{12}}{d\tau^4} + \gamma T_M \Omega_{12}^2 \frac{d^3 M_{12}}{d\tau^3} + \gamma (1 + T_3 T_M \Omega_{12}^2) \frac{d^2 M_{12}}{d\tau^2} + \gamma T_M \Omega_{12} \frac{dM_{12}}{d\tau} + M_{12} = 0, \quad (3)$$

где $T_M = \frac{J_1}{\beta}$; $\Omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$; $\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1}$.

При $\beta = 0$ и $T_3 = 0$ уравнение (3) описывает свободные недемпфированные колебания двухмассовой системы с частотой Ω_{12} , а при $\beta = \infty$ — недемпфированные колебания с частотой $\Omega_0 = \sqrt{c_{12}/J_2}$. Демпфирование колебаний электроприводом имеет место при конечной жесткости механической характеристики, причем при изменении β от нуля логарифмический декремент вначале монотонно возрастает (область слабой электромеханической связи), достигает максимума и при дальнейшем возрастании β до бесконечности монотонно стремится к нулю (область жесткой электромеханической связи) [Л. 3]. Выбор сочетаний параметров системы, обеспечивающий максимум λ , очевидно, и отвечает условию ее оптимизации по критерию минимума колебательности в переходных процессах.

Рассмотрим случай, когда при изменении β от 0 до ∞ произведение $T_3 T_M$ остается постоянным (например, варьирование $k_{0, \tau}$ в системе УП — Д с безынерционным преобразователем). При этом характеристическое уравнение (3) может быть представлено в виде

$$\gamma \theta p^4 + \gamma \psi(x) p^3 + \gamma (1 + \theta) p^2 + \gamma \psi(x) p + 1 = 0, \quad (4)$$

где $\theta = T_3 T_M \Omega_{12}^2$ — обобщенный параметр; $\psi(x) = T_M \Omega_{12}^2$ — варьируемый параметр.

При изменениях жесткости β от 0 до ∞ , обусловленных соответствующими изменениями параметра системы x (например, $k_{0, \tau}$), варьируемый параметр $\psi(x)$ изменяется также от 0 до ∞ и при $\psi(x) = \psi_{\text{опт}}(x)$ выявляет максимум демпфирующей способности электропривода. Этот максимум, как свидетельствует (4), при данном γ однозначно определяется обобщенным параметром θ , который в силу принятого условия от $\psi(x)$ не зависит.

Как показано в [Л. 3], удобным вспомогательным обобщенным параметром является коэффициент электромеханической связи, косвенно связанный с демпфирующей способностью электропривода. Его определение на частоте свободных колебаний системы Ω_{12} не требует вычисления корней характеристического уравнения. Необходимость использования ЦВМ для решения характеристического уравнения (4) с целью определения логарифмического декремента дает возможность установить количественное соотношение между логарифмическим декрементом и коэффициентом электромеханической связи. Знание такой связи может быть полезным при косвенной оценке демпфирующей способности электроприводов в случаях, когда динамическая механическая характеристика имеет более

сложный вид, чем (1), и характеристическое уравнение более высокий порядок, чем (4). Для системы УП — Д с инерционным преобразователем, имеющим постоянную времени T_n , замкнутой жесткими обратными связями по ω_1 и I_π и гибкой связью по I_π , коэффициент электромеханической связи определяется следующим соотношением:

$$k_{э.с.} = \frac{1}{T_n \Omega_{12}} \sqrt{\frac{\Omega_{12}^2 T_n^2 + (1 + k'_{0, \tau})^2}{T_n^2 T_\pi \Omega_{12}^2 + \Omega_{12}^2 (T_n + T_\pi + k'_{0, \tau})^2 - 2 T_n T_\pi (1 + k'_{0, \tau}) + k'_{0, \tau} + (1 + k'_{0, \tau})^2}}, \quad (5)$$

где $k'_{0, \tau} = \frac{k_y}{R_{я\pi}} k_{0, \tau}$.

Определение корней характеристического уравнения четвертого и более высокого порядков затруднительно даже при применении ЦВМ. Поэтому анализ целесообразно начать с рассмотрения тех областей сочетаний параметров электромеханической системы, в которых движение ее удовлетворительно описывается уравнением третьего порядка. Такие условия имеют место в следующих случаях:

при сочетаниях параметров, когда эквивалентная электромагнитная постоянная T_n может быть принята равной нулю;

для электроприводов инерционных механизмов при $\gamma > 5-10$ [Л. 3], когда массы механизма практически не участвуют в механическом колебательном процессе и можно приближенно принять $J_2 \approx 0$.

В указанных случаях для определения логарифмического декремента можно получить следующее аналитическое выражение:

$$\lambda = \frac{2\pi}{V^3} \frac{\sqrt[3]{A + \sqrt{A^2 + B^3}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{A^2 + B^3}} + 2}{\sqrt[3]{A + \sqrt{A^2 + B^3}} - \sqrt[3]{A - \sqrt{A^2 + B^3}}}. \quad (6)$$

При $T_3 = 0$ коэффициенты (6) могут быть представлены в виде:

$$A = 4,5 \frac{\gamma - 3}{\gamma} [\psi(x)]^2 - 1; \quad B = 3 [\psi(x)]^2 - 1. \quad (7)$$

При $T_3 \neq 0$, но при $\gamma = \infty$ те же коэффициенты имеют следующие выражения:

$$A = 4,5 \theta \frac{1 - 2\theta}{[\psi(x)]^2}; \quad B = 3 \theta \frac{1 + \theta}{[\psi(x)]^2}. \quad (8)$$

Рассматривая (6) — (8), можно установить, что максимум логарифмического декремента при $T_3 = 0$ зависит только от соотношения моментов инерции γ , а при $\gamma \approx \infty$ — только от обобщенного параметра $\theta = T_3 T_M \Omega_{12}^2 = T_3 T_M \Omega_0^2$. В этом и в другом случае максимум имеет место при определенных значениях $\psi_{\text{опт}}(x) = T_{\text{м.опт}} \Omega_{12}$, т. е. оптимальная жесткость механической характеристики пропорциональна частоте свободных колебаний упругой системы. Поэтому для демпфирования низкочастотных колебаний, например раскачивания грузов при работе механизмов передвижения и поворота кранов, требуются весьма мягкие механические характеристики привода. Высокочастотные колебания, напротив, эффективно демпфируются при жесткой характеристике привода.

Однозначная зависимость между логарифмическим декрементом и коэффициентом электромехани-

ческой связи (5), установленная в [Л. 3], в рассматриваемых частных случаях дает возможность достаточно просто проанализировать динамические свойства исследуемой системы.

На рис. 2,а представлены полученные с помощью ЦВМ по (5)–(7) универсальные зависимости $k_{э,с} = f(\gamma)$ при $\lambda = \text{const}$ для случая $T_0 \approx 0$. Соотношение (5) в данном случае принимает следующий вид ($T_0 = k'_{0,с} = 0$):

$$k_{э,с} = \frac{1}{T_M \Omega_{12}} = \frac{1}{\psi(x)}. \quad (9)$$

На рис. 2,б приведены аналогичные зависимости $k_{э,с} = f(\theta)$ для случая $\gamma \approx \infty$, рассчитанные по соотношениям (6), (8) и (5), причем (5) после преобразований при тех же условиях может быть записано так:

$$k_{э,с} = \frac{1}{V[\psi(x)]^2 + \theta^2}. \quad (10)$$

Кривые рис. 2 позволяют определить логарифмический декремент электромеханической системы по коэффициенту электромеханической связи, вычисляемому с помощью (9) или (10), и известному значению γ или θ . Анализируя рис. 2,а, можно убедиться в том, что ослабление электромеханической связи при уменьшении приведенного момента инерции механизма затрудняет использование демпфирующей способности электропривода при $\gamma < 2$. Электромагнитная инерция при $\gamma = \infty$, как показывает рис. 2,б, является фактором, ухудшающим демпфирование, поэтому при $\theta > 2$ реализовать эффективное затухание электромеханических колебаний затруднительно.

В общем случае для любых сочетаний параметров исследуемой электромеханической системы с помощью ЦВМ проведен анализ максимально возможной демпфирующей способности электропривода. Выполнены многочисленные расчеты корней уравнений (4) и в результате обработки расчетных материалов получены приведенные на рис. 3 зависимости $\lambda_M = f(\theta)$ при $\gamma = \text{const}$, дающие представление о значениях максимумов λ , достигаемых при соответствующих θ и γ за счет варьирования величины $\psi(x) = T_M \Omega_{12}$. Зависимости показывают, что при конечных значениях γ увеличение обобщенного параметра θ из-за возрастания электромагнитной инерции (T_0) может в определенных пределах приводить к увеличению демпфирующей способности привода.

Электромагнитная инерция в этом случае, как и в одностепенной системе, увеличивает колебательность вала двигателя. Однако, когда электромеханическая связь ослаблена вследствие малости второй массы, этот эффект приводит к увеличению реакции вала двигателя

на колебания второй массы и тем самым создает более благоприятные условия для отвода энергии механических колебаний в электрическую часть системы. Как следствие амплитуда колебаний скорости первой массы увеличивается, но затухание колебаний в системе возрастает. Чем меньше вторая масса, тем более существенное снижение колебательности электромеханической системы удастся получить за счет увеличения колебательности двигателя.

Одновременно с расчетами кривых $\lambda_M = f(\theta)$ при $\gamma = \text{const}$ по (10) вычислялись соответствующие значения $k_{э,с,М}$, которые представлены пунктирными кривыми 1', 2', 3' и 4' на рис. 3. Использование этих кривых лежит в основе предлагаемой методики оптимизации системы по критерию минимума колебательности в переходных процессах.

Анализируя зависимости $\lambda_M = f(\theta)$ при $\gamma = \text{const}$ (рис. 3), можно заключить, что плавная кривая 8, проведенная через точки максимумов, соответствующих различным γ , характеризует предельные значения возможной демпфирующей способности электропривода в рассматриваемой системе. В соответствии с этой кривой предельная демпфирующая способность и в общем случае зависит только от соотношения инерционных масс системы γ (выше это было показано для частного случая $T_0 = 0$). Кривая 8' на рис. 3 представляет значения $k_{э,с,М}$, соответствующие предельной демпфирующей способности, и свидетельствует о том, что необходимым условием минимума колебательности электромеханической системы является существенность электромеханической связи ($k_{э,с} \approx 1$). Для расчетов зависимостей $k_{э,с,М} = f(\theta)$ использовалась формула (10), справедливая при любых значениях γ .

Изложенный анализ динамических свойств системы проведен при условии $T_0 T_M = \text{const}$ независимо от изменений жесткости механической характеристики электропривода. Это условие не выполняется, например, в системе с безынерционной жесткой обратной связью по скорости, в которой при изменении $k_{0,с}$ эквивалентная постоянная T_0 остается неизменной. Уравнение (4) для этого случая можно записать в виде:

$$\gamma \theta' p^4 + \gamma p^3 + \gamma [\psi(k'_{0,с}) + \theta'] p^2 + \gamma p + \psi(k'_{0,с}) = 0, \quad (11)$$

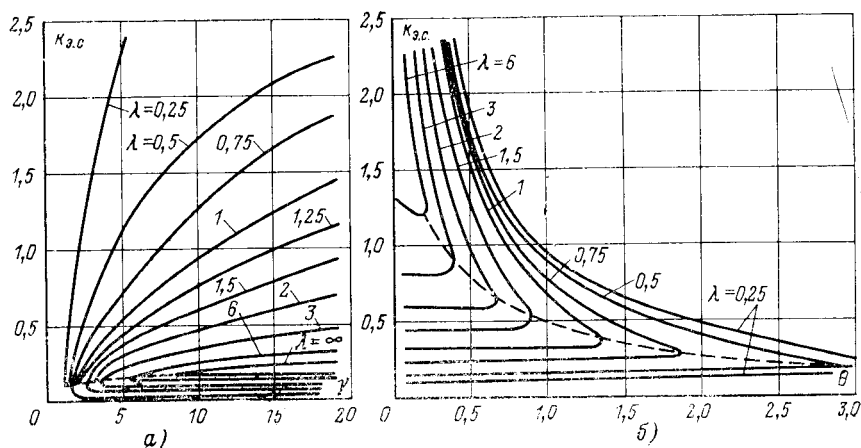


Рис. 2. Зависимости $k_{э,с} = f(\gamma)$ при $T_0 \approx 0$ (а) и $k_{э,с} = f(\theta)$ при $\gamma = \infty$ (б); пунктир — для $k_{э,с,М} = f(\gamma)$ и $k_{э,с,М} = f(\theta)$.

где $\theta' = T_n \Omega_{12}$ — обобщенный параметр;

$\psi(k'_{э.с.}) = \frac{T_n \Omega_{12}}{1 + k'_{э.с.}}$ — варьируемый параметр.

При изменении коэффициента обратной связи по скорости от $+\infty$ до -1 варьируемый параметр изменяется от 0 до ∞ , выявляя максимум логарифмического декремента, который в данном случае зависит только от γ и θ' . Путем аналогичных расчетов на ЦВМ были получены зависимости $\lambda_M = f(\theta')$ и $k_{э.с.М} = f(\theta')$ при $\gamma = \text{const}$, которые показали, что предельные значения логарифмического декремента λ_M и соответствующие им значения коэффициента электромеханической связи $k_{э.с.М}$ пол-

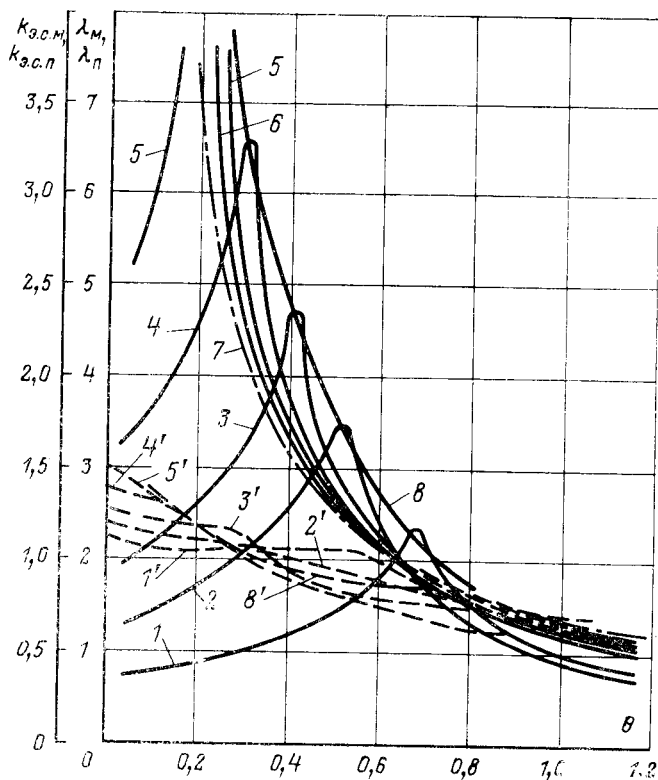


Рис. 3. Обобщенные характеристики максимального и предельного демпфирования в исследуемой системе.

1, 1' — $\gamma = 1,5$; 2, 2' — $\gamma = 2$; 3, 3' — $\gamma = 2,5$; 4, 4' — $\gamma = 3,5$; 5, 5' — $\gamma = 5$; 6 — $\gamma = 7$; 7 — $\gamma = \infty$; 8 — $\lambda_M = f(\theta)$; 8' — $k_{э.с.М} = f(\theta)$.

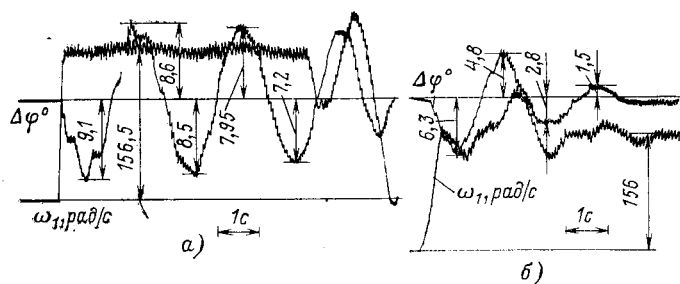


Рис. 4. Осциллограммы пуска электропривода механизма передвижения тали при жесткой (а) и оптимальной (б) электро-механических связях.

ностью совпадают с представленными на рис. 3. Таким образом было доказано, что возможный минимум колебательности исследуемой системы не зависит от способа изменения ее обобщенных параметров и определяется только соотношением инерционных масс γ .

Кривые рис. 3 дают исчерпывающую информацию об искомых оптимальных сочетаниях параметров рассматриваемой системы и могут быть использованы при проектировании электроприводов в следующем порядке.

По исходным значениям T_n , T_M и Ω_{12} вычисляется значение $\theta_{исх1}$ и по кривой $\lambda_M = f(0)$, соответствующей заданному значению γ , определяется возможный максимум логарифмического декремента $\lambda_{M,исх}$ при исходной электромагнитной постоянной T_n . Если $\lambda_{M,исх}$ существенно меньше λ_P при данном γ , то рассматривается возможность изменения эквивалентной постоянной T_n в направлении увеличения возможного логарифмического декремента до $\lambda = \lambda_P$. По новому значению $\theta_{исх2}$ и соответствующей кривой $k_{э.с.М} = f(0)$ определяется оптимальный коэффициент электромеханической связи $k_{э.с.опт}$, с помощью его аналитического выражения вычисляется $\psi_{опт}(x)$ и находится искомая оптимальная жесткость механической характеристики. Как показано выше, эта методика применима во всех случаях, когда уравнение динамической механической характеристики электропривода может быть представлено в виде (1).

Эффективность предлагаемой методики оптимизации электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах иллюстрируется представленными на рис. 4 осциллограммами переходных процессов электропривода механизма передвижения тележки тали с грузом на крюке ($\gamma = 1,7$).

На рис. 4,а приведена осциллограмма пуска этого электропривода включением асинхронного короткозамкнутого двигателя в сеть. Пуск протекает с большими ускорениями первой массы, поэтому скорость ω_1 быстро достигает значений, соответствующих рабочему участку естественной характеристики. Вследствие высокой жесткости механической характеристики возникающие колебания груза не вызывают существенных изменений скорости двигателя (жесткая электро-механическая связь), поэтому колебания груза затухают слабо ($\lambda = 0,09$).

На рис. 4,б представлена осциллограмма пуска того же механизма, но при искусственно сформированной линейной механической характеристике, имеющей оптимальную жесткость, рассчитанную изложенным методом при $T_n = 0$. Нетрудно видеть, что увеличение колебаний скорости двигателя уменьшает общую колебательность системы, и раскачивание груза прекращается примерно за 1,5 периода. Оптимизация приводит к увеличению логарифмического декремента с 0,09 до 1, что удовлетворительно совпадает с данными рис. 3.

Решение рассматриваемой задачи осложняется в тех случаях, когда электромагнитная инерция преобразователя или цепи управления существенно влияет на динамику системы в области частот электро-механических колебаний. Для системы, замкнутой жесткой обратной связью по току, с по-

мощью (5) удается получить следующее простое выражение оптимального относительного коэффициента обратной связи при $T_{II} \neq 0$:

$$k'_{0, \text{т. опт}} = T_{II} T_{II} \Omega^2 - 1. \quad (12)$$

В более сложных случаях для ориентировочных оценок области оптимальных сочетаний параметров электромеханической системы в соответствии с кривой $k_{0, \text{с.п}} = f(0)$ на рис. 3 может быть использовано условие $k_{0, \text{с.п}} \approx 1$. Однако следует иметь в виду, что оно является необходимым, но не достаточным условием высокой демпфирующей способности привода, поэтому выбор параметров та-

ким способом требует проверки полученных динамических свойств системы путем моделирования на ЦВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключев В. И. Анализ электромеханической связи при упругих колебаниях в электроприводе. — «Электричество», 1971, № 9.
2. Пинчук И. С. Переходные процессы в асинхронных электроприводах при периодической нагрузке. — «Электричество», 1957, № 9.
3. Динамика электропривода с упругой механической связью. — «Электричество», 1973, № 3. Авт.: В. И. Ключев, В. И. Яковлев, Л. Я. Теличко и др.

[17.2.1975]

УДК 62-83:531.3

О динамике электропривода постоянного тока с массивной упругой связью

Доктор техн. наук ЦЕХНОВИЧ Л. И., канд. техн. наук ХАРЛАН Б. А.

Днепропетровск

В теоретических исследованиях по динамике электроприводов с упругими связями последние считают лишенными масс, а массы системы предполагают сосредоточенными. Такие представления не всегда достаточно соответствуют действительности. В частности, шахтный подъемный канат, длинный транспортер, поезд являются упругими связями, масса которых распределена по длине. В подобной системе колебания упругого происхождения могут влиять на переходные процессы в приводе [Л. 1], так же как при сосредоточенных массах, и нарушать проектные предположения, в которых не учтены физические особенности агрегата. Механизмы, содержащие указанные массивные связи, в технике имеют значительное распространение, а изучение особенностей их динамики представляет сложную задачу. Несмотря на наличие публикаций в отечественной и зарубежной литературе, признать ее решенной нет оснований.

В статье излагается математическое описание переходного процесса в системе, включающей упругую связь с распределенной массой, и рассматривается правомерность замены такого описания упрощенным, в котором понятие о распределенной массе отсутствует.

Расчетная схема и уравнения движения. Рассмотрим расчетную схему, которая может служить основанием для ряда различных приложений (рис. 1). Она содержит генератор G , двигатель D и упругий стержень C , сечение которого постоянно, а масса равномерно распределена по длине. Приводной конец стержня связан с двигателем жесткой механической передачей P , преобразующей вращательное движение в поступательное, а к неприводному концу стержня присоединена некоторая сосредоточенная масса.

Для описания переходного процесса в двигателе воспользуемся уравнением э. д. с. в следующем преобразованном виде [Л. 2]:

$$T_{M1} T_{\Sigma} \frac{d^2 M_1}{dt^2} + T_{M1} \frac{dM_1}{dt} + M_1 = M_2 + \frac{J_1}{k_E} \frac{dE_r}{dt}, \quad (1)$$

где T_{M1} — электромеханическая постоянная времени якоря:

$$T_{M1} = \frac{J_1}{k_M k_E} r; \quad (2)$$

T_{Σ} — электромагнитная постоянная времени, равная L/r ; M_1 — электромагнитный вращающий момент двигателя; M_2 — момент сил сопротивления, создаваемый на валу двигателя упругим усилием в приводном конце стержня, через передачу P .

Рассмотрим усилия в упругом стержне. Движение последнего описывается волновым уравнением [Л. 3, 4]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) имеет известное решение:

$$u = f_1(at - x) + f_2(at + x). \quad (4)$$

Функции f_1 и f_2 должны удовлетворять граничным и начальным условиям. В литературе освещено определение этих функций для задач, в которых заданы во времени силы, действующие на концы

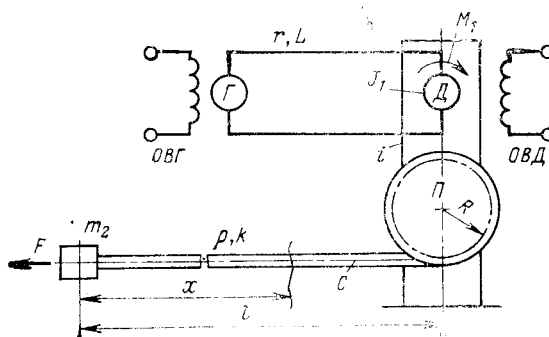


Рис. 1. Расчетная схема.

стержня, или движения последних [Л. 5]. В таких задачах граничные условия можно представить как пулевые, что существенно упрощает решение. Особенность настоящего случая состоит в том, что движение приводного конца стержня необходимо рассматривать совместно с движением электродвигателя.

Уравнение движения якоря

$$M_1 - M_2 - \frac{1}{iR} J_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = 0, \quad (5)$$

где

$$M_2 = iRk \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l}. \quad (6)$$

Если стержень C составляет с горизонтом угол φ , то в правую часть последнего уравнения следует добавить слагаемое

$$iRg(m_2 + \rho l) \sin \varphi, \quad (7)$$

где g — ускорение силы тяжести.

Из уравнений (1), (5) и (6) можно исключить M_1 и M_2 и прийти к уравнению

$$\left| T_{m_1} T_g \left(m_1 \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} + k \frac{\partial^2 u}{\partial t^2 \partial x} \right) + T_{m_1} \left(m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right) + m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{x=l} = Q, \quad (8)$$

где приведенная к концу стержня масса якоря и механической передачи равна:

$$m_1 = \frac{J_1}{i^2 R^2}, \quad (9)$$

а

$$Q = \frac{1}{iR} \frac{J_1}{k_E} \frac{dE_r}{dt}. \quad (10)$$

Уравнение (8) представляет граничное условие для приводного конца стержня, а для неприводного конца граничным условием служит уравнение движения массы, которая присоединена к этому концу:

$$\left| k \frac{\partial u}{\partial x} - m_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{x=0} - F = 0. \quad (11)$$

Подставляем теперь решение (4) в уравнения (8) и (11). Обозначив буквой p дифференцирование по аргументу $at - x$ или $at + x$, получаем на основании уравнения (8):

$$\begin{aligned} & T_{m_1} T_g m_1 a^4 p^4 [f_1(at-l) + f_2(at+l)] + \\ & + T_{m_1} T_g k a^2 p^3 [-f_1(at-l) + f_2(at+l)] + \\ & + T_{m_1} m_1 a^3 p^3 [f_1(at-l) + f_2(at+l)] + \\ & + T_{m_1} k a p^2 [-f_1(at-l) + f_2(at+l)] + \\ & + m_1 a^2 p^2 [f_1(at-l) + f_2(at+l)] - Q = 0. \end{aligned}$$

Заменяем

$$at+l=z, \quad at-l=z-2l, \quad m_1=n_1 \rho l, \quad a^2 \rho=k.$$

После преобразований получается:

$$\begin{aligned} & [n_1 l a^2 T_{m_1} T_g p^2 + a T_{m_1} (n_1 l + a T_g) p + n_1 l + \\ & + a T_{m_1}] p^2 f_2(z) = -[n_1 l a^2 T_{m_1} T_g p^2 + a T_{m_1} (n_1 l - \\ & - a T_g) p + n_1 l - a T_{m_1}] p^2 f_1(z-2l) + Q/k. \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогичным образом на основании уравнения (11) находим:

$$m_2 a^2 p^2 f_1(at) + m_2 a^2 p^2 f_2(at) + k p f_1(at) - k p f_2(at) + F = 0.$$

Заменяем

$$at=z, \quad m_2=n_2 \rho l, \quad a^2 \rho=k$$

и после преобразований получаем:

$$(n_2 l p + 1) p f_1(z) = -(n_2 l p - 1) p f_2(z) - F/k. \quad (13)$$

С помощью уравнений (12) и (13) можно исследовать поведение рассматриваемого агрегата, выбирая пужным образом продолжение функций f_1 и f_2 на всю интересующую область координат и времени.

Уравнение (12) связывает функции f_1 и f_2 при значениях аргумента, различающихся на $2l$. Уравнения такого типа для некоторых сравнительно простых механических задач [Л. 4—6] известны в литературе под названием продолжающих. Левая часть уравнения (12) определяется структурой системы, а правая — также видом возмущающей функции. От начальных условий уравнение (12) не зависит.

Уравнение (13) связывает функции f_1 и f_2 при одинаковом значении аргумента.

Эти уравнения интегрируются по интервалам. В пределах каждого интервала аргумент z увеличивается на $2l$. Решение строится с учетом того, что в интервале, предшествовавшем рассматриваемому, функция $f_1(z)$ найдена. В частном случае до начала динамического процесса она равна нулю. Подставляя $f_1(z-2l)$ в правую часть уравнения (12), найдем $f_2(z)$ для рассматриваемого интервала. Затем, подставив найденную функцию $f_2(z)$ в правую часть уравнений (13), найдем $f_1(z)$ для рассматриваемого интервала. Таким образом можно определять функции $f_1(z)$ и $f_2(z)$ для любого момента времени в любом сечении стержня. Произвольные постоянные определяются из условий сопряжения найденных решений.

Во многих случаях и, в частности для рассматриваемых здесь задач, за разыскиваемые функции удобно принимать не $f_1(z)$ и $f_2(z)$, а их производные.

Рассмотрим теперь интегрирование однородного уравнения, соответствующего (12), считая искомой функцией $p f_2(z)$. Характеристическое уравнение

$$\left[p^2 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_g} \right) p + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{A T_g} + \frac{1}{T_{m_1} T_g} \right) \right] p = 0. \quad (14)$$

Константу системы $A = \frac{n_1 l}{a}$ назовем механической

постоянной времени. Она представляет промежуток времени, в течение которого волна деформации пробегает отрезок $n_1 l$, двигаясь со скоростью a .

Корни характеристического уравнения (14) представим так:

$$p_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{a}; \quad p_3 = 0,$$

где

$$\begin{aligned} q_{1,2} = & -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_g} \right) \pm \\ & \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_g} \right)^2 - \frac{1}{T_g} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_{m_1}} \right)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Считая последний радикал равным нулю, приходим к условию:

$$\frac{T_{M1}}{T_9} = 2 + \frac{T_{M1}}{A} \pm 2 \sqrt{1 + \frac{T_{M1}}{A}}.$$

Это условие разграничивает зоны, в которых корни $p_{1,2}$ оказываются действительными различными или комплексными сопряженными (рис. 2). Следует отметить, что представление о жестких связях приводит к иному, известному условию разграничения:

$$T_M = 4T_9, \quad (16)$$

т. е.

$$\frac{T_{M1}}{T_9} = \frac{4n_1}{1 + n_1 + n_2}. \quad (17)$$

Пример анализа переходного процесса. Примем для простоты, что напряжение питания постоянно, так что Q в формуле (12) равно нулю. Пусть до начала переходного процесса система двигалась равномерно, при постоянной силе статического сопротивления F и постоянном моменте двигателя

$$M_1 = M_{10} = iRF.$$

В начальный момент времени сопротивление якорной цепи двигателя мгновенно уменьшается. В первом интервале значений z , когда $l < z < 3l$, правая часть уравнений (12) обращается в нуль, ибо до момента начала отсчета не было переходного процесса. Уравнение (12) приобретает вид:

$$\left[p^2 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_9} \right) p + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{AT_9} + \frac{1}{T_{M1}T_9} \right) \right] p^2 f_2(z) = 0. \quad (18)$$

Корни p_1, p_2, p_3 уравнения (18) определяются по (15).

Действительные корни. Представим решение уравнения (18) в виде

$$p f_2(z) = C_{11} \exp p_1(z-l) + C_{12} \exp p_2(z-l) + C_{13}. \quad (19)$$

Рассмотрим начальные условия и найдем постоянные интегрирования:

начальное упругое усилие в приводном конце стержня

$$k \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l, t=0} = kp [-f_1(z-2l) + f_2(z)]_{z=l} = F; \quad (20)$$

начальное ускорение приводного конца стержня

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l, t=0} = a^2 p^2 [f_1(z-2l) + f_2(z)]_{z=l} = 0; \quad (21)$$

начальная скорость нарастания электромагнитного момента двигателя

$$\frac{dM_1}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{M_{11} - M_{10}}{T_9},$$

где

$$M_{11} = M_{10} \frac{r|_{t>0}}{r|_{t<0}},$$

и согласно (5), (6), (9) и (21)

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt} \Big|_{t=0} &= iR \left[m_1 \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + k \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right]_{x=l, t=0} = \\ &= iR \{ m_1 a^3 p^3 [f_1(z-2l) + f_2(z)] + \\ &+ kap^2 [-f_1(z-2l) + f_2(z)] \}_{z=l} = \frac{M_{11} - M_{10}}{T_9}. \quad (22) \end{aligned}$$

В выражениях (20)–(22) первые слагаемые в квадратных скобках нули, потому что $z-2l$ меньше l , а до первого интервала переходной процесс отсутствовал. Подставив в (20)–(22) решение (19), после преобразований можно прийти к постоянным интегрированиям:

$$C_{11} = \frac{M_{11} - M_{10}}{iRT_9 Akq_1 (q_1 - q_2)};$$

$$C_{12} = -\frac{q_1}{q_2} C_{11}; \quad C_{13} = \frac{q_1 - q_2}{q_2} C_{11} + \frac{F}{k}.$$

Подставив C_{11}, C_{12}, C_{13} в (19), получаем:

$$\begin{aligned} p f_2(z) &= \frac{M_{11} - M_{10}}{iRT_9 Akq_1 (q_1 - q_2)} \left[\exp p_1(z-l) - \right. \\ &\left. - \frac{q_1}{q_2} \exp p_2(z-l) + \frac{q_1 - q_2}{q_2} \right] + \frac{F}{k}. \end{aligned}$$

Теперь можно составить выражение момента двигателя. Согласно (5), (6) и (9)

$$M_1 = iR \left[m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k \frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=l}. \quad (23)$$

Подставив сюда согласно (4)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = p f_2(z), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 p^2 f_2(z)$$

и считая в формуле (23), что

$$z-l = at + l-l = at,$$

приходим после преобразований к такому результату:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{M_{11} - M_{10}}{AT_9 (q_1 - q_2)} \left[\left(\frac{1}{q_1} + A \right) \exp q_1 t - \right. \\ &\left. - \left(\frac{1}{q_2} + A \right) \exp q_2 t - \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} \right] + M_{10}. \quad (24) \end{aligned}$$

Функцию $f_1(z)$, которая необходима, например, чтобы определить упругое усилие в произвольном сечении стержня, можно найти, подставив $f_2(z)$ в правую часть уравнения (13).

Перейдем теперь ко второму интервалу значений z , в котором $3l < z < 5l$. Подставив $f_1(z-2l)$ в уравнение (12) и проинтегрировав последнее, получаем:

$$\begin{aligned} p f_2(z) &= C_{21} \exp p_1(z-3l) + C_{22} \exp p_2(z-3l) + C_{23} + \\ &+ D_{21}(z-3l) \exp p_1(z-3l) + D_{22}(z-3l) \exp p_2(z-3l) + \\ &+ D_{23} \exp \left(-\frac{z-4l}{n_2 l} \right). \quad (25) \end{aligned}$$

Сопоставим решение (19) для первого и (25) для второго интервалов. Первые три слагаемые в обоих решениях представляют интегралы однородных уравнений, соответствующих (12), и поэтому аналогичны между собой.

В первом интервале правая часть уравнения (12) равна нулю, и поэтому (19) есть общее решение этого уравнения. Во втором интервале правая часть уравнения (12) отлична от нуля, и в (25) четвертое, пятое и шестое слагаемые представляют частный интеграл, соответствующий правой части. Коэффициенты D_{21} , D_{22} и D_{23} определяются обычным образом, а для разыскания постоянных интегрирования C_{21} , C_{22} и C_{23} служат три условия сопряжения интервалов. В конце первого интервала при

$$t=2l/a-0$$

и в начале второго при

$$t=2l/a+0$$

имеют одинаковые значения соответственно следующие величины: упругое усилие в приводном конце стержня, электромагнитный момент двигателя, скорость изменения этого момента.

Найдя C_{21} , C_{22} , C_{23} , можно согласно (23) составить выражение момента двигателя во втором интервале. Этот результат может быть использован для числовых расчетов, но в общем виде громоздок и поэтому не приводится. Переход к третьему интервалу можно сделать аналогично, однако острые динамические явления обычно заканчиваются в первых двух, одной из причин чего является механическое затухание.

Комплексные корни. Если $q_{1,2}=\alpha \pm \beta i$, то решение уравнения (18) имеет вид:

$$pf_2(z) = \left[C_{11} \sin \frac{\beta}{a} (z-l) + C_{12} \cos \frac{\beta}{a} (z-l) \right] \exp \frac{\alpha}{a} (z-l) + C_{13}. \quad (26)$$

Из начальных условий первого интервала (20)–(22) можно найти C_{11} , C_{12} , C_{13} аналогично тому, как это сделано при действительных корнях, и на основании формулы (23) прийти к моменту:

$$M_1 = \frac{M_{11} - M_{10}}{AT_2(\alpha^2 + \beta^2)} \left[\left(\frac{A\alpha^2 + A\beta^2 + \alpha}{\beta} \sin \beta t - \cos \beta t \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \alpha t + 1 \right] + M_{10}. \quad (27)$$

Для второго интервала по аналогии с (25) получается:

$$pf_2(z) = \left[C_{21} \sin \frac{\beta}{a} (z-3l) + C_{22} \cos \frac{\beta}{a} (z-3l) \right] \exp \frac{\alpha}{a} (z-3l) + C_{23} + \\ + (z-3l) \left[D_{21} \sin \frac{\beta}{a} (z-3l) + D_{22} \cos \frac{\beta}{a} (z-3l) \right] \exp \frac{\alpha}{a} (z-3l) + \\ + D_{23} \exp \left(-\frac{z-4l}{n_2 l} \right). \quad (28)$$

Величины C_{21} , C_{22} , C_{23} определяются из условий сопряжения, а момент двигателя согласно (23), причем зависимости (19) и (25) заменяются соответственно на (26) и (28).

Случай небольшой индуктивности. Если пренебречь индуктивностью, т. е. $T_0=0$, то уравнение (18) вырождается в следующее:

$$\left[p + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_{M1}} \right) \right] p^2 i_2(z) = 0,$$

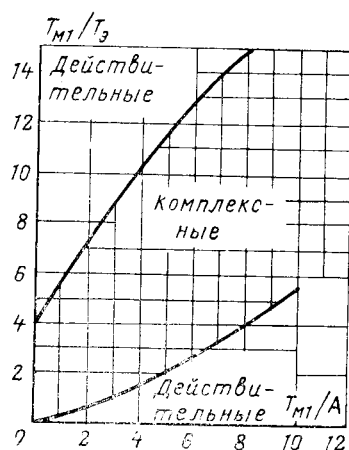


Рис. 2. Зоны действительных и комплексных корней характеристического уравнения.

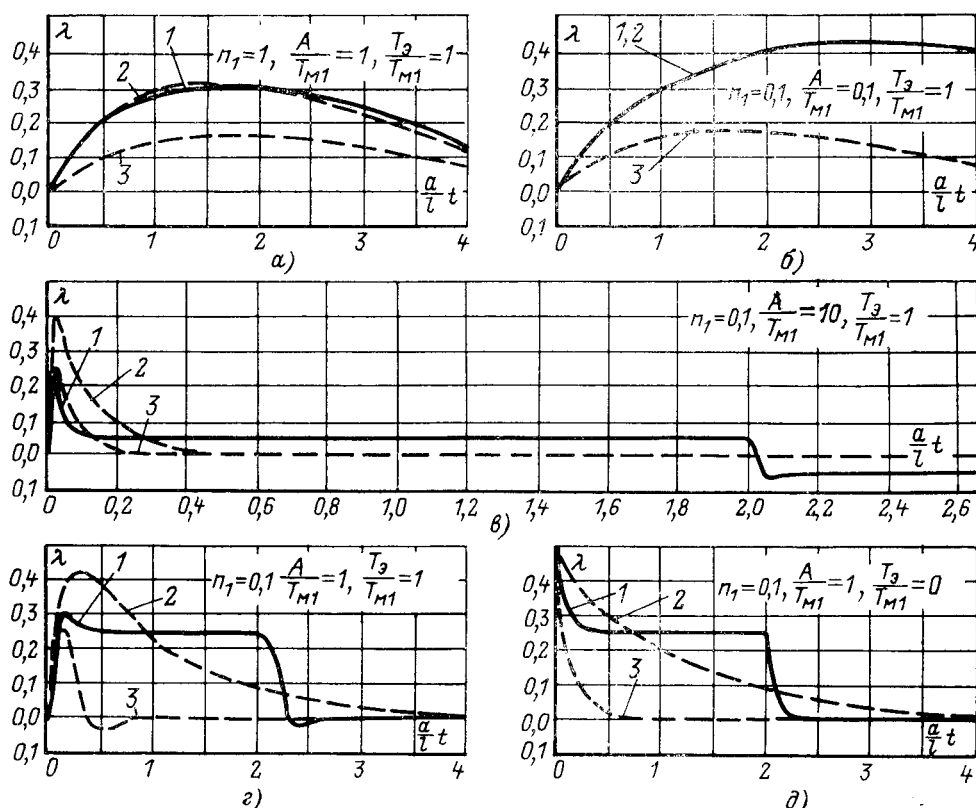


Рис. 3. Некоторые результаты вычислений.

1 — кривые соответствуют решениям, изложенным в статье; 2 — получены в предположении, что массы системы соединены в одно жесткое целое; 3 — массы, кроме m_1 , отсутствуют.

поэтому

$$p_1 = -\frac{1}{a} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{T_{M1}} \right); \quad p_2 = 0;$$

$$p f_2(z) = C_{11} \exp p_1(z-l) + C_{12}.$$

Одним начальным условием является равенство (20), а второе состоит в том, что если индуктивность отсутствует, то

$$M_1|_{t=0} = M_{10}. \quad (29)$$

Найдя C_{11} и C_{12} из (20) и (29), получаем согласно (23)

$$M_1 = \frac{M_{11} - M_{10}}{1 + T_{M1}/A} \left[\exp \left(-\frac{1}{A} - \frac{1}{T_{M1}} \right) t - 1 \right] + M_{10}.$$

Для второго интервала

$$p f_2(z) = C_{21} \exp p_1(z-3l) + C_{22} + (z-3l) D_{21} \exp p_1(z-3l) + D_{22} \exp \left(-\frac{z-4l}{n_2 l} \right).$$

Разыскивать C_{21} и C_{22} следует по условиям сопряжения интервалов.

Скорость двигателя. Из уравнения э. д. с. для цепи якорей после элементарных преобразований получается выражение скольжения:

$$s = \frac{T_{M1}}{J_1 \omega_0} \left(T_3 \frac{dM_1}{dt} + M_1 \right),$$

где ω_0 — скорость холостого хода, и в которое следует подставить момент M_1 , предварительно выраженный в функции времени.

Числовые подсчеты. Оценка приближенных постановок задачи. Ряд вычислений по приведенным зависимостям выполнен на ЦВМ для системы, из которой для некоторого сокращения подсчетов исключена масса m_2 . Вычисления производились в относительных единицах. Перейти к последним можно, написав формулу (24) так:

$$\lambda = \frac{M_1 - M_{10}}{M_{10}} = \frac{M_{11} - M_{10}}{M_{10}} \frac{1}{T_3 q_1 - T_3 q_2} \times \\ \times \left[\left(\frac{1}{A q_1} + 1 \right) \exp \left(\frac{A q_1}{n_1} \frac{at}{l} \right) - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{A q_2} + 1 \right) \exp \left(\frac{A q_2}{n_1} \frac{at}{l} \right) - \frac{1}{A q_1} + \frac{1}{A q_2} \right].$$

Здесь λ представляет избыточный момент двигателя, отнесенный к статическому моменту.

Произведения $A q_{1,2}$ и $T_3 q_{1,2}$, как видно из (15), определяются безразмерными соотношениями постоянных A , T_{M1} , T_3 . Поэтому систему можно характеризовать тремя безразмерными критериями подобия, например n_1 , A/T_{M1} , T_3/T_{M1} .

В качестве удобного безразмерного аргумента было принято отношение at/l — длина пути упругой волны за время t , отнесенная к длине стержня.

Характерные результаты, полученные при $M_{11}/M_{10}=1,5$, представлены на рис. 3 и свидетельствуют о том, что протекание переходных процессов может быть весьма разнообразным в зависимости от значений указанных критериев.

Все изложенное позволяет составить некоторые заключения относительно правомерности практикуемой упрощенной постановки задач динамики электропривода с массивной упругой связью.

1. Если приведенная масса m_1 значительно превосходит остальные, то ее инерция, естественно, позволяет строить описание переходного процесса в двигателе, не считаясь с упругими явлениями, т. е. полагая все массы системы соединенными в жесткое целое.

2. В случае близких по значению масс указанное приближение также оправдывается. Это иллюстрирует рис. 3,а, на котором кривые 1 и 2 мало различаются, хотя $n_1=1$.

3. То же приближение может быть оправдано и в определенных других случаях: если механическая постоянная времени значительно меньше постоянных времени электропривода, то последний не успевает реагировать на упругие воздействия, которые сравнительно быстро изменяются, и также ведет себя как при массах, связанных в жесткое целое, независимо от величин этих масс. Это видно на рис. 3,б, для $n_1=0,1$ и $A/T_{M1}=0,1$.

4. Если механическая постоянная времени значительно превосходит электрические, то переходный процесс в приводе заканчивается быстро по сравнению с длительностью упругих изменений.

Поэтому можно, рассматривая привод, пренебречь всеми массами, кроме m_1 . Сказанное подтверждается следующим: когда $A \gg T_{M1}$ и $A \gg T_3$, то формула (15) выражается в следующей:

$$q_{1,2} \approx -\frac{1}{2T_3} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_3^2} - \frac{1}{T_{M1}T_3}};$$

условия (16) и (17) приобретают вид:

$$T_{M1} = 4T_3,$$

а выражение электромагнитного момента обращается в

$$M_1 = (M_{11} - M_{10}) [\exp(-t/T_{M1}) - 1] + M_{10}.$$

Три последних соотношения известны. Они получаются обычными приемами теории электропривода, если принять m_1 за полную приведенную массу всей системы и соответственно принять T_{M1} , подсчитанную по формуле (2), за электромеханическую постоянную всей системы. Иллюстрацией этих рассуждений служит рис. 3,в для $A/T_{M1}=10$.

Хотя здесь $n_1=0,1$, так что масса m_1 сравнительно невелика, кривые 1 и 3 близки одна к другой, а это значит, что прочие массы в рассматриваемой задаче не следует принимать в расчет.

5. Когда электрические и механическая постоянные времени имеют значения одного порядка, а параметр n_1 невелик, то, как видно из рис. 3,г и д, между кривыми 1 и 2, 3 существуют значительные различия. В этих случаях рассмотренные здесь варианты приближенной постановки задачи не дают правильных представлений о протекании переходного процесса и оправдывается применение аппарата, изложенного в статье.

Приложение. Принятые обозначения:

r , L — сопротивление и индуктивность цепи якорей; E_r — э. д. с. генератора; J_1 , m_1 — момент инерции и приведенная

масса якоря двигателя; i , R — передаточное число и расчетное плечо механической передачи между двигателем и стержнем; ρ , k — масса и жесткость сечения стержня; a — скорость упругой деформации стержня; l — длина стержня; m_2 — сосредоточенная масса на неприводном конце стержня; x и u — координата и перемещение сечения стержня; F — сила сопротивления, действующая извне на неприводной конец стержня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Funke H., Winterberg H. Betriebverhalten einer langer Förderbandanlage mit Kopf, Heck und Mittelantrieb. — «Braunkohle», 1964, № 6.

2. Цехнович Л. И. О динамике электропривода постоянного тока с упругой связью. — «Электричество», 1968, № 6.

3. Уравнения в частных производных математической физики. М., «Высшая школа». 1970. Авт.: Кошляков Н. С. и др.

4. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.

5. Лазарян В. А. Исследование неустановившихся режимов движения поездов. М., Трансжелдориздат, 1949.

6. Флоринский Ф. В. Динамика шахтного подъемного каната. М., Углетехиздат. 1955.

[24.11.1975]

УДК 62-501.72

Метод организации статистического моделирования сложных систем автоматического управления

Доктор техн. наук ВАСИЛЬЕВ Д. В., канд. техн. наук САБИНIN О. Ю.,
инж. САБИНINA Н. В.

Ленинград

Основным методом исследования сложных систем автоматического управления, находящихся под воздействием случайных факторов, в настоящее время является статистическое моделирование на вычислительных машинах. Широкому распространению этого метода способствуют простота его реализации и возможность использования для анализа систем управления практически любой сложности.

Однако метод статистического моделирования имеет существенный недостаток — низкую скорость сходимости. Поэтому для достижения заданной точности результата обычно требуется проведение большого числа испытаний, что приводит в силу сложности математического описания систем автоматического управления к огромным затратам машинного времени.

Для сокращения затрат машинного времени при исследовании сложных систем управления был разработан ряд методов, основанных в большинстве случаев на изменении вида оценочной функции [Л. 1 и 2]. Предлагаемый в статье метод организации статистического моделирования систем управления предполагает изменение не только соотношений для оценок искомой вероятностной характеристики, но также и закона распределения случайных величин, входящих в математическое описание процесса. Основой для предлагаемого метода служит специальная выборочная процедура — существенная выборка, планирование которой осуществляется с помощью упрощенной модели исследуемой системы. Разработанный метод требует при решении широкого круга задач значительно меньших затрат машинного времени при той же точности результатов, чем другие методы организации статистического моделирования.

Распределение случайных величин в выборке и оценка вероятностных характеристик. При исследовании систем автоматического управления, работающих в условиях случайных воздействий и помех, стремятся определить значения вероятностных характеристик системы (критериев эффективности)

J , которые представляют собой математические ожидания случайных величин z , характеризующих качество функционирования системы.

При определении вероятностных характеристик систем автоматического управления методом статистического моделирования существенная выборка состоит в том, что розыгрыш случайных величин $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$, входящих в математическое описание процесса с функцией плотности вероятностей $f(x)$ заменяется розыгрышем их с функцией плотности вероятностей $g(\bar{x})$, обеспечивающей понижение дисперсии оценки [Л. 3].

Теоретическое исследование метода существенной выборки свидетельствует о его высокой эффективности, однако он не может быть непосредственно использован для организации статистического моделирования сложных систем управления, поскольку отсутствуют практические рекомендации по выбору функции $g(\bar{x})$, а известно соотношение для определения оптимальной функции плотности вероятностей $g_{\text{опт}}(\bar{x})$, обеспечивающей теоретический минимум дисперсии оценки, или предполагает известное значение искомой вероятностной характеристики J , или требует предварительного статистического моделирования [Л. 3 и 4]. При этом затраты машинного времени для решения всей задачи не могут быть меньше, чем при использовании обычного метода Монте-Карло.

Рассмотрим метод определения функции плотности вероятностей $g(\bar{x})$, близкой к оптимальной. Метод основан на использовании для планирования выборки упрощенной модели исследуемого процесса и позволяет учитывать при организации статистического моделирования сложных систем управления как априорную информацию об исходной модели системы, так и информацию, получаемую в процессе моделирования.

Под упрощенной моделью исследуемого процесса понимается совокупность соотношений (формул, уравнений, неравенств, операторов и т. д.), которые позволяют определять значения величины z , характеризующей исход исследуемого процесса, в зави-

симости от значений всех или части случайных факторов, входящих в описание исходной модели, за время, меньшее, чем время воспроизведения процесса на исходной модели.

Пусть $\Phi(\bar{x})$ — оператор исходной модели исследуемого процесса; $\Phi^*(\bar{x})$ — оператор упрощенной модели; $f(\bar{x})$ — функция плотности вероятностей случайных величин, заданная в математическом описании исследуемого процесса; N — объем выборки; $\bar{x}^i$ — i -я реализация вектора случайных величин; Ω — пространство случайных векторов.

Зададим функцию плотности вероятностей случайных величин при статистическом моделировании системы в виде:

$$g_0(\bar{x}) = \frac{|\Phi^*_{1y}(\bar{x})| f(\bar{x})}{J^*_{1y}} \quad (1)$$

и будем использовать для оценки искомого значения вероятностной характеристики J величину

$$\bar{J}_c = \frac{J^*_{1y}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Phi(\bar{x}^i)}{|\Phi^*_{1y}(\bar{x}^i)|}, \quad (2)$$

где

$$J^*_{1y} = \int_{\Omega} |\Phi^*_{1y}(\bar{x})| f(\bar{x}) d\bar{x}; \quad (3)$$

$$\Phi^*_{1y}(\bar{x}) = \begin{cases} \Phi^*(\bar{x}), & \text{если } \Phi^*(\bar{x}) \neq 0; \\ \varepsilon, & \text{если } \Phi^*(\bar{x}) = 0; \end{cases} \quad (4)$$

$\varepsilon > 0$ (ε — некоторая положительная постоянная величина, оптимальное значение которой будет определено ниже).

Заметим, что для розыгрыша случайных величин с функцией плотности $g_0(\bar{x})$ не требуется задания аналитического выражения для $\Phi^*(\bar{x})$, поскольку для реализации случайных величин может быть использован датчик Неймана [Л. 5].

Нетрудно показать, что если возможно аналитически вычислить величину J^*_{1y} , то при статистическом моделировании системы с розыгрышем случайных величин с функцией плотности вероятностей $g_0(\bar{x})$, оценка (2) вероятностной характеристики J является несмещенной, а дисперсия ее достигает минимального значения при совпадении операторов исходной и упрощенной моделей.

Если аналитически определить J^*_{1y} не удастся, то тогда величина J^*_{1y} может быть вычислена или методом Монте-Карло, или с помощью известных квадратурных формул. Однако применение квадратурных формул для вычисления J^*_{1y} приводит к появлению систематической ошибки результата статистического моделирования, что не имеет места при использовании метода Монте-Карло.

Предположим, что J^*_{1y} вычисляется методами численного интегрирования и ошибка в определении равна Δ . Поскольку датчик Неймана обладает таким свойством, что при вычислении J^*_{1y} с ошибкой розыгрыш случайных величин все равно будет происходить по закону $g_0(\bar{x})$, определяемому соотно-

шением (1), то математическое ожидание оценки $\bar{J}_c$ равно:

$$\begin{aligned} M[\bar{J}_c] &= (J^*_{1y} + \Delta) M\left[\frac{\Phi(\bar{x})}{\Phi^*_{1y}(\bar{x})}\right] = \\ &= (J^*_{1y} + \Delta) \frac{J}{J^*_{1y}} = J + \Delta \frac{J}{J^*_{1y}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Как видно из (5), ошибка в вычислении J^*_{1y} приводит к тому, что оценка $\bar{J}_c$ становится смещенной, что весьма нежелательно при статистическом моделировании систем управления.

Рассмотрим теперь случай, когда значение J^*_{1y} определяется методом Монте-Карло. Оценку критерия эффективности при этом запишем в виде:

$$\bar{J}_{cy} = \frac{\bar{J}^*_{1y}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Phi(\bar{x}^i)}{\Phi^*_{1y}(\bar{x}^i)}, \quad (6)$$

где $\bar{J}^*_{1y}$ — несмещенная оценка величины J^*_{1y} , полученная в результате проведения N_y эксперимента на упрощенной модели:

$$\bar{J}^*_{1y} = \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} |\Phi^*_{1y}(\bar{x}^i)|. \quad (7)$$

Если выборки объема N и N_y производить независимо друг от друга, то оценка (6) вероятностной характеристики J будет несмещенной. Действительно, в этом случае

$$M[\bar{J}_{cy}] = M[\bar{J}^*_{1y}] \cdot \frac{M[\Phi(\bar{x})]}{M[|\Phi^*_{1y}(\bar{x})|]} = J. \quad (8)$$

Таким образом, применение метода Монте-Карло для определения J^*_{1y} предпочтительнее, чем использование квадратурных формул.

Оптимальные значения объемов выборок и параметра закона распределения. Определим значения объемов выборок на исходной и упрощенной моделях N и N_y , а также значение параметра ε функции плотности вероятностей $g_0(\bar{x})$, обеспечивающие минимум затрат машинного времени на вычисление оценки вероятностной характеристики J с заданной дисперсией $D_{\bar{J}}$.

Дисперсия оценки $\bar{J}_{cy}$ равна:

$$D_{cy} = \frac{D^*_{1y}}{N_y} \frac{D^*_{2y}}{N} + J^2_{1y} \frac{D^*_{2y}}{N} + \frac{J^2}{J^2_{1y}} \frac{D^*_{1y}}{N_y}, \quad (9)$$

где

$$D^*_{1y} = \int_{\Omega} \Phi^2_{1y}(\bar{x}) f(\bar{x}) d\bar{x} - J^2_{1y}, \quad (10)$$

$$D^*_{2y} = \frac{1}{J^2_{1y}} \int_{\Omega} \frac{\Phi^2(\bar{x})}{|\Phi^*_{1y}(\bar{x})|} f(\bar{x}) d\bar{x} - \left(\frac{J}{J^*_{1y}}\right)^2. \quad (11)$$

Выражение (9) может быть получено применением к соотношению (6) теоремы о дисперсии произведения двух независимых случайных величин и путем некоторых несложных преобразований.

Машинное время решения задачи при использовании рассматриваемой выборочной процедуры равно:

$$T = T'_1 N + T_2 N_y + T_3, \quad (12)$$

где $T'_1 = T_1 + kT_2$; T_1 — время одной реализации исследуемого процесса на исходной модели; T_2 — время одной реализации на упрощенной модели; T_3 — дополнительные затраты машинного времени, не зависящие от N и N_y ; k — средний объем выборки на упрощенной модели, необходимый для получения с помощью датчика Неймана одной реализации вектора случайных величин, распределенного с функцией плотности вероятностей $g_0(\bar{x})$.

Требуется найти соотношения для объемов выборок на исходной и упрощенной моделях N и N_y , обеспечивающие минимум величины T , определяемой выражением (12), при условии, что дисперсия оценки D_{cy} равна заданному значению дисперсии D_ξ .

Решение этой задачи может быть получено методом неопределенных множителей Лагранжа с учетом следующих естественных условий:

$$T_1 > 0; \quad T_2 > 0; \quad T_3 > 0; \quad D_{1y}^* > 0; \\ D_{2y}^* > 0, \quad D_\xi > 0.$$

Оптимальные значения объемов выборок равны:

$$N = \frac{V \overline{D_{1y}^* D_{2y}^*} \sqrt{\frac{T_2}{T'_1} [D_\xi + J^2] + J_{1y}^{*2} D_{2y}^*}}{D_\xi}; \\ N_y = \frac{V \overline{D_{1y}^* D_{2y}^*} \sqrt{\frac{T_2}{T'_1} [D_\xi + J^2] + \left(\frac{J}{J_{1y}^*}\right)^2 D_{1y}^*}}{D_\xi},$$

а минимальные затраты машинного времени будут определяться выражением:

$$T = \frac{2 V \overline{D_{1y}^* D_{2y}^*} \sqrt{T_2 T'_1 [D_\xi + J^2]} +}{D_\xi} + \\ + T_2 D_{1y}^* \frac{J^2}{J_{1y}^{*2}} + T'_1 D_{2y}^* \frac{J_{1y}^{*2}}{J^2} + T_3. \quad (13)$$

При выборе ε в выражении для оператора $\Phi_y^*(\bar{x})$, естественно искать такое значение ε , которое будет обеспечивать минимум общих затрат машинного времени на достижение требуемой точности результата.

Поскольку по определению упрощенной модели время одного воспроизведения исследуемого процесса на исходной модели T_1 значительно больше времени одной реализации на упрощенной модели T_2 , то выражение (13) для затрат машинного времени может быть приближенно записано в виде:

$$T = \frac{T_1}{D_\xi} D_{2y}^* J_{1y}^{*2}. \quad (14)$$

Для определения ε , минимизирующего затраты машинного времени, преобразуем (14), учитывая (11):

$$T = \frac{T_1}{D_\xi} \left(J_{1y}^* \int_{\Omega} \frac{\Phi^2(\bar{x})}{|\Phi_y^*(\bar{x})|} f(\bar{x}) d\bar{x} - J^2 \right);$$

обозначим

$$\Omega_1 = \{\bar{x} : \Phi^*(\bar{x}) \neq 0\}, \quad \Omega_2 = \Omega - \Omega_1.$$

Тогда

$$T = \frac{T_1}{D_\xi} \left\{ (J_{1y}^* + \varepsilon) \left(J_{2y}^* + \frac{J^2}{\varepsilon} \right) - J^2 \right\}, \quad (15)$$

где

$$J_{1y}^* = \int_{\Omega_1} |\Phi^*(\bar{x})| f(\bar{x}) d\bar{x}; \\ J_{2y}^* = \int_{\Omega_2} \frac{\Phi^2(\bar{x})}{|\Phi(\bar{x})|} f(\bar{x}) d\bar{x}; \\ J_2 = \int_{\Omega_2} \Phi^2(\bar{x}) f(\bar{x}) d\bar{x}; \\ \omega = \int_{\Omega_2} f(\bar{x}) d\bar{x}.$$

Дифференцируя (15) по ε , приравнявая производную нулю и учитывая условие $\varepsilon > 0$, получаем, что экстремума T достигает при

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{J_{1y}^* J_{2y}^*}{\omega J_{2y}^*}}.$$

Нетрудно проверить, что этот экстремум является минимумом, который равен:

$$T_0 = \frac{T_1}{D_\xi} \{ (\sqrt{J_{2y}^* J_{1y}^*} + \sqrt{\omega J_2})^2 - J^2 \}. \quad (16)$$

Эффективность метода организации статистического моделирования. Эффективность метода может быть оценена по уменьшению затрат машинного времени на достижение требуемой точности результата, которое он обеспечивает по сравнению со статистическим моделированием по обычной схеме метода Монте-Карло.

Определим прежде всего условие, при котором рассматриваемый метод организации статистического моделирования оказывается эффективнее обычного метода Монте-Карло. Затраты машинного времени на получение оценки с дисперсией D_ξ при моделировании по обычной схеме могут быть приближенно определены по выражению:

$$T_{M-K} = \frac{T_1 D_{M-K}^*}{D_\xi}, \quad (17)$$

где T_1 — время одной реализации исследуемого процесса на исходной модели;

$$D_{M-K}^* = \int_{\Omega} \Phi^2(\bar{x}) f(\bar{x}) d\bar{x} - J^2.$$

Используя соотношение (16) и (17), после некоторых преобразований получим условие, при выполнении которого предлагаемый метод организации статистического моделирования оказывается более эффективным, чем метод Монте-Карло:

$$\sqrt{J_{2y}^* J_{1y}^*} + \sqrt{\omega J_2} < \sqrt{J_2 + J_1}, \quad (18)$$

где

$$J_1 = \int_{\Omega_1} \Phi^2(\bar{x}) f(\bar{x}) d\bar{x}.$$

В процессе статистического моделирования можно проверить выполнение условия (18) и в случае его невыполнения переходить к статистическому моделированию по обычной схеме метода Монте-Карло. Такое построение алгоритма гарантирует, что затраты машинного времени на решение задачи никогда не будут больше затрат машинного времени при моделировании по обычной схеме метода Монте-Карло при той же точности результата.

Рассмотрим теперь важный для практики случай, когда при исследовании системы управления в качестве оцениваемой вероятностной характеристики принята вероятность некоторого события (вероятность превышения выходной величины системы заданного уровня, вероятность отказа, вероятность правильного распознавания, вероятность ложной тревоги и т. д.).

Тогда независимо от конкретного содержания задачи и математического описания исследуемого процесса, оператор исходной модели $\Phi(\bar{x})$ может быть записан в виде:

$$\Phi(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{x} \in \Omega'; \\ 0, & \text{если } \bar{x} \notin \Omega'; \quad \Omega' \subset \Omega. \end{cases}$$

Здесь Ω' — то множество значений $\bar{x}$, при которых наступает событие, вероятность которого требуется оценить.

Важно иметь в виду, что множество Ω' определяется только через полное математическое описание исследуемого процесса.

Оператор упрощенной модели для рассматриваемого класса задач естественно также представить в виде:

$$\Phi^*(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{x} \in \Omega'_0; \\ 0, & \text{если } \bar{x} \notin \Omega'_0, \end{cases} \quad \Omega'_0 \subset \Omega.$$

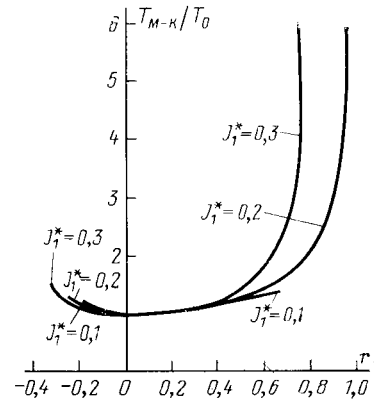
Здесь Ω'_0 — множество значений $\bar{x}$, при которых на упрощенной модели наступает событие, вероятность которого должна быть определена в процессе моделирования.

В рассматриваемом случае для величин $J_1, \omega, J_1^*, J_2^*$ оказываются справедливыми соотношения: $J_1 = J_2^*, \omega + J_1^* = 1$, с учетом которых неравенство (18) может быть преобразовано к виду

$$(\sqrt{\omega J_1} - \sqrt{(1-\omega) J_2})^2 > 0. \quad (19)$$

Поскольку неравенство (19) получено при произвольном задании оператора $\Phi^*(\bar{x})$, следовательно, для рассмотренного класса задач применение предлагаемого метода организации статистического моделирования при любой точности упрощенной модели приводит к сокращению затрат машинного времени при той же точности результата.

На рисунке представлены графики, показывающие, во сколько раз затраты машинного времени при статистическом моделировании с использованием предлагаемого метода T_0 меньше затрат машинного времени при статистическом моделировании по обычной схеме $T_{м-к}$ при различных значениях коэффициента корреляции r между случайными величинами z и z' , характеризующими исход



исследуемого процесса соответственно на исходной и упрощенной моделях. Зависимости построены для случая оценки вероятности события при $J=0,2$ для трех значений величины J_1^* , которая при рассматриваемой вероятностной характеристике равна значению вероятности события, вычисленному по упрощенной модели с оператором $\Phi^*(\bar{x})$. Как видно из приведенных графиков, даже при значительных отклонениях оператора упрощенной модели $\Phi^*(\bar{x})$ от оператора исходной модели $\Phi(\bar{x})$, предлагаемый метод организации статистического моделирования позволяет существенно сократить затраты машинного времени на решение задачи по сравнению со статистическим моделированием по обычной схеме при той же точности результата.

Построение оператора упрощенной модели. При построении оператора следует стремиться к тому, чтобы сделать как можно меньше значение

$$R = \int_{\Omega} [\Phi(\bar{x}) - \Phi^*(\bar{x})]^2 f(\bar{x}) d\bar{x}$$

при условии, что время, необходимое на вычисление одного значения оператора упрощенной модели T_2 будет существенно меньше времени воспроизведения исследуемого процесса на исходной модели.

Поскольку значения оператора $\Phi(\bar{x})$ могут быть определены только путем воспроизведения исследуемого процесса, то для определения $\Phi^*(\bar{x})$ целесообразно использовать алгоритмы, основанные на методе стохастической аппроксимации [Л. 6].

В этом случае функция $\Phi^*(\bar{x})$ представляется в виде:

$$\Phi^*(\bar{x}) = \sum_{\alpha=1}^{N_0} C_{\alpha} \Phi_{\alpha}^*(\bar{x}),$$

где C_{α} — неизвестные коэффициенты; $\Phi_{\alpha}^*(\bar{x})$ — линейно независимые функции.

Коэффициенты C_{α} уточняются в процессе статистического моделирования на основе рекуррентных соотношений, полученных в [Л. 6].

При статистическом моделировании систем управления в качестве всех или некоторых функций $\Phi_{\alpha}^*(\bar{x})$ могут быть взяты операторы упрощенных моделей исследуемой системы, построенных по априорным данным о моделируемом процессе, исходя из физического содержания задачи [Л. 1, 4, 7, 8].

Такой подход позволяет учитывать при планировании выборки как информацию, получаемую в процессе статистического моделирования, так и априорную информацию об исследуемом процессе.

Вывод. Применение разработанного метода при решении ряда практических задач исследования систем управления позволило в 2—3 раза уменьшить затраты машинного времени по сравнению со статистическим моделированием по обычной схеме метода Монте-Карло. В частности, использование предлагаемого метода при решении одной из задач, статистическое моделирование которой по обычной схеме требовало более 200 ч машинного времени, позволило получить результат с заданной точностью примерно за 70 ч.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пугачев В. Н. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М., «Советское радио», 1973. 256 с.

2. Горский А. А. Применение метода выделения главной части к анализу точности сложных систем. — «Автоматика и телемеханика», 1969, № 3, с. 42—53.

3. Ермаков С. М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971. 327.

4. Анализ нелинейных систем автоматического управления со случайными параметрами на основе асимптотических оценок. — «Электричество», 1970, № 8, с. 46—51. Авт.: Д. В. Васильев, Ю. Я. Зубарев, М. И. Мельцер, О. Ю. Сабинин.

5. Полляк Ю. Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., «Советское радио», 1971. 400 с.

6. Цыпкин Я. З. О восстановлении характеристики функционального преобразователя по случайно наблюдаемым точкам. — «Автоматика и телемеханика», 1963, № 11, с. 1947—1950.

7. Войхонский В. Л., Сабинин О. Ю. Алгоритм экономичной организации статистического моделирования сложных систем обработки информации и управления. — «Изв. вузов. Приборостроение», 1973, № 9, вып. XVI, с. 33—37.

8. Метод организации статистических исследований нелинейных нестационарных систем управления конечным состоянием. — «Электричество», 1976, № 10, с. 50—54. Авт.: Д. В. Васильев, В. И. Галицкий, А. А. Знаменский, О. Ю. Сабинин. [18.5.1976]

УДК 621.372.001.21

Применение конечного преобразования Лапласа к анализу установившихся процессов в электрических цепях с несинусоидальными периодическими э. д. с. и токами

Канд. техн. наук ГОНЧАРЕНКО Р. Б.

Ленинград

Развитие полупроводниковой техники привело к широкому применению различного рода триггеров, генераторов импульсов, вентиляльных силовых преобразователей и других электрических переключающих цепей. В таких цепях при периодическом переключении полупроводниковых приборов в установившемся режиме возникают периодические несинусоидальные напряжения и токи сложной формы.

В общем виде переключающие цепи описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для которых отсутствуют универсальные методы аналитического решения. Поэтому даже анализ установившихся процессов в переключающих цепях является достаточно сложным и достоин самостоятельного рассмотрения.

Если принять, что полупроводниковые приборы работают в ключевом режиме в некоторой линейной электрической цепи с сосредоточенными параметрами и задаться длительностью отдельных интервалов процесса, то электрическую цепь на этих интервалах можно описать отдельными системами обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами или одной системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с дискретно изменяющимися коэффициентами. Классическим методом анализа таких цепей является метод стыковки решений на отдельных интервалах процесса [Л. 1]. Этот метод является достаточно трудоемким, так как приводит к гро-

моздким выкладкам, связанным с нахождением начальных условий на отдельных интервалах. Процессы в рассматриваемых цепях можно описать с помощью разностных уравнений [Л. 2 и 3]. При допущении, что активные сопротивления цепи равны нулю, разностные уравнения оказываются простыми и их решение легко получить классическими методами [Л. 2]. Учет активных сопротивлений цепи усложняет разностные уравнения, что приводит к необходимости использовать для их решения дискретное преобразование Лапласа или z-преобразование [Л. 3 и 4]. При этом соответствующие операторные выражения оказываются весьма громоздкими.

В отдельных случаях к анализу процессов в переключающих цепях удается применить метод эквивалентных источников, который позволяет заменить переключающую цепь в целом или ее отдельные элементы источниками тока или э. д. с., формой которых следует задаться заранее [Л. 5—7]. При этом удается описать переключающую цепь одной системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Для нахождения установившегося решения таких уравнений обычно используется метод гармонических составляющих, а само решение получается в виде бесконечного ряда.

В этом случае решение в замкнутой форме можно получить с помощью метода гармонического синтеза [Л. 8—10].

С помощью конечного преобразования Лапласа можно весьма просто найти замкнутое установившееся решение системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и уменьшить общее число начальных условий при отыскании установившегося периодического решения системы дифференциальных уравнений с дискретно изменяющимися коэффициентами. В случае учета активных сопротивлений цепи конечное преобразование Лапласа приводит к более простым операторным выражениям, чем дискретное преобразование Лапласа или z -преобразование.

Вопросу применения конечного преобразования Лапласа посвящено много работ, имеющих, однако, несколько частный характер. Отсутствуют достаточно простые формулы обратного преобразования, аналогичные формулам Хевисайда. Не рассмотрены определенные возможности конечного преобразования Лапласа при его использовании для анализа процессов в цепях, описываемых дифференциальными уравнениями с дискретно изменяющимися коэффициентами.

В данной статье обобщены сведения о конечном преобразовании Лапласа, приведены формулы обратного преобразования и показана возможность применения конечного преобразования к дифференциальным уравнениям с дискретно изменяющимися коэффициентами.

Будем понимать под периодической функцией времени t с периодом T некоторую функцию $f(t)$, для которой при $t \geq 0$

$$f(t) = f(t + T). \quad (1)$$

Используя теорему запаздывания, получим для периодической функции изображение по Лапласу

$$\begin{aligned} \bar{f}(p) &= \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = (1 + \\ &+ e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots) \int_0^T e^{-pt} f(t) dt. \end{aligned} \quad (2)$$

В [Л. 11] показано, что при $\operatorname{Re}(p) > 0$ бесконечный ряд в (2) сходится и

$$1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-pT}}. \quad (3)$$

Тогда для периодической функции

$$\bar{f}(p) = \frac{1}{1 - e^{-pT}} \int_0^T e^{-pt} f(t) dt. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) являются известными и используются всеми авторами, анализирующими периодические режимы с помощью преобразования Лапласа [Л. 4—12].

Примем, что установившийся режим достигается при $t \rightarrow \infty$, причем $t = lT + t'$, где $l \rightarrow \infty$ и есть целое число, а $0 \leq t' < T$.

Поскольку в установившемся режиме напряжения или токи цепи являются постоянными или периодическими [Л. 13], они полностью описываются конечным интегральным преобразованием

$$\tilde{f}(p) = \int_0^T e^{-pt'} f(t') dt', \quad (5)$$

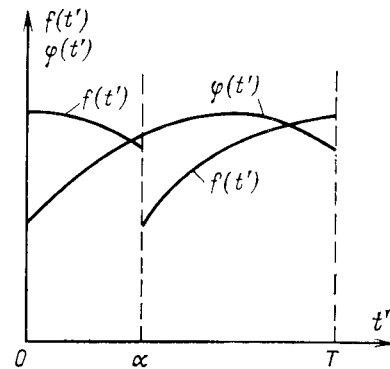


Рис. 1. Периодическая функция $\varphi(t')$ и запаздывающая $f(t')$.

которое в дальнейшем будем называть периодическим преобразованием Лапласа. При анализе установившихся режимов преобразование (5) удобнее преобразования (2), поскольку преобразование (5) для изображений периодических функций связано с преобразованием Лапласа простым выражением

$$\tilde{f}(p) = (1 - e^{-pT}) \bar{f}(p) \quad (6)$$

и в то же время периодические функции имеют более простые изображения в форме (5).

Основные соотношения преобразования (5) для функций, удовлетворяющих условию (1), приведены в таблице. Выражения Т-1, Т-2, Т-4, Т-5 для периодического преобразования Лапласа формально имеют такой же вид, как и для традиционного преобразования Лапласа, что является следствием выражения (6). Рассмотрим некоторые особенности преобразования $\tilde{f}(p)$.

Теорема запаздывания (Т-3). Найдем изображение по (5) для периодической функции

$$f(t') = \begin{cases} \varphi(t' + T - \alpha) & \text{при } 0 \leq t' < \alpha; \\ \varphi(t' - \alpha) & \text{при } \alpha \leq t' < T, \end{cases}$$

где $\varphi(t')$ — также периодическая функция времени.

Функции $\varphi(t')$ и $f(t')$ показаны на рис. 1. По формуле (5)

$$\begin{aligned} \tilde{f}(p) &= \int_0^{\alpha} e^{-pt'} \varphi(t' + T - \alpha) dt' + \\ &+ \int_{\alpha}^T e^{-pt'} \varphi(t' - \alpha) dt'. \end{aligned} \quad (7)$$

Примем, что $t' - \alpha = \tau$. Учитывая условие (1) для $\varphi(\tau)$, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(p) &= e^{-p\alpha} \int_0^{\alpha} e^{-p\tau} \varphi(\tau + T) d\tau + e^{-p\alpha} \int_{\alpha}^T e^{-p\tau} \varphi(\tau) d\tau = \\ &= e^{-p\alpha} \int_0^T e^{-p\tau} \varphi(\tau) d\tau = e^{-p\alpha} \tilde{\varphi}(p). \end{aligned} \quad (8)$$

Изображение производной. Обозначим $\varphi(t') \Rightarrow \tilde{\varphi}(p)$; $f(t) = \varphi'(t')$, тогда [Л. 11]

$$f(p) = \int_0^T e^{-pt'} \varphi'(t') dt' = p\tilde{\varphi}(p) + e^{-pT} \varphi(T) - \varphi(0). \quad (9)$$

Для непрерывной периодической функции $\varphi(0) = \varphi(T)$ и

$$\varphi'(t') \Rightarrow p\varphi(p) - (1 - e^{-pT})\varphi(0). \quad (10)$$

Если $\varphi(t')$ есть периодическая функция, обращающаяся в нуль на интервале от λ до T , то

$$\tilde{f}(p) = \int_0^\lambda e^{-pt'} \varphi'(t') dt' = p\tilde{\varphi}(p) + e^{-p\lambda} \varphi(\lambda) - \varphi(0). \quad (11)$$

Определение коэффициентов ряда Фурье. Рассмотрим периодическую функцию

$$f(t') = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos \frac{2\pi kt'}{T} + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{2\pi kt'}{T}. \quad (12)$$

Покажем, что коэффициенты ряда (12) просто определяются по периодическим изображениям Лапласа. Действительно

$$\begin{aligned} a_0 &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\tilde{f}(p)}{T} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_0^T e^{-pt'} f(t') dt' = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t') dt'; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} a_k - jb_k &= \lim_{p \rightarrow \frac{2\pi jk}{T}} \frac{2}{T} \tilde{f}(p) = \frac{2}{T} \int_0^T e^{-\frac{2\pi jkt'}{T}} f(t') dt' = \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t') \cos \frac{2\pi kt'}{T} dt' - \frac{2j}{T} \int_0^T f(t') \sin \frac{2\pi kt'}{T} dt'. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, преобразование $\tilde{f}(p)$ позволяет просто найти как среднее значение оригинала за период, так и амплитуды гармонических составляющих.

Формулы обращения периодического преобразования. Учитывая (2), для нахождения оригинала $\tilde{f}(p)$ можно использовать формулу Римана — Меллина [Л. 11]

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} e^{pt} \tilde{f}(p) (1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots + \\ &+ e^{-pIT}) dp. \end{aligned} \quad (15)$$

Если среди особых точек подынтегральной функции в (15) не имеется точек разветвления, то по теореме Коши о вычетах

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \text{Res}_{p=p_k} e^{pt} \tilde{f}(p) (1 + e^{-pT} + e^{-2pT} + \dots + e^{-pIT}). \quad (16)$$

Непосредственное применение выражений (15) и (16) к периодическому изображению Лапласа дает оригинал, состоящий из периодической и непериодической частей. Учитывая, что установившееся значение, если оно существует, достигается при $t \rightarrow \infty$, оригинал $\tilde{f}(p)$ можно найти как

$$f(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(tT + t'). \quad (17)$$

А. Рассмотрим

$$f(p) = \frac{F_1(p)(1 - e^{-pT})}{pF_2(p)}, \quad (18)$$

где $F_1(p)$ и $F_2(p)$ полиномы от p порядка m и n соответственно, причем $n > m$.

Пусть корни p_k полинома $F_2(p)$ простые, не равны нулю и $\text{Re}(p_k) < 0$.

Применим (16) к (18). Тогда

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} e^{p_k(tT+t')}. \quad (19)$$

Тогда

$$f(t') = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)}. \quad (20)$$

Б. Рассмотрим

$$\tilde{\varphi}(p) = \frac{1}{p - p_k}, \quad (21)$$

где $\text{Re}(p_k) < 0$.

Используя (15) и (17), получим:

$$\begin{aligned} \varphi(t') &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{e^{pt}}{(p - p_k)} (1 + e^{-pT} + \dots \\ &\dots + e^{-pIT}) dp = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{e^{p(tT+t')}}{p - p_k} (1 + e^{-pT} + \dots \\ &\dots + e^{-pIT}) dp = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{e^{pt'}}{p - p_k} (e^{pIT} + \\ &+ e^{p(t-1)T} + \dots + 1) dp = e^{p_k t'} \sum_{l=0}^{\infty} e^{p_k lT}. \end{aligned} \quad (22)$$

При $\text{Re}(p_k) < 0$ последняя сумма совпадает с (3)

и

$$\varphi(t') = \frac{e^{p_k t'}}{1 - e^{p_k T}}. \quad (23)$$

В. Пусть теперь

$$\tilde{f}(p) = \frac{F_1(p)(1 - e^{-p\alpha})}{pF_2(p)}, \quad (24)$$

где $F_1(p)$ и $F_2(p)$ есть некоторые полиномы, удовлетворяющие условиям раздела А, причем $0 < \alpha \leq T$.

Разложим $\frac{F_1(p)}{pF_2(p)}$ на элементарные дроби относительно p . Тогда

$$\tilde{f}(p) = \frac{F_1(0)(1 - e^{-p\alpha})}{pF_2(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)(1 - e^{-p\alpha})}{p_k F_2'(p_k)(p - p_k)}. \quad (25)$$

Оригинал первого слагаемого выражения (25) находится по (Т-9). Оригиналы выражений, входящих под знак суммы, находятся с помощью (23) и теоремы запаздывания (Т-3). Тогда оригинал

(24) для установившегося режима будет:

$$f(t') = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} \varphi(0, \alpha) + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(pk)}{pkF'_2(pk)(1 - e^{pkT})} \times \\ \times \begin{cases} [e^{pk t'} - e^{pk(t'+T-\alpha)}] & \text{при } 0 \leq t' < \alpha, \\ [e^{pk t'} - e^{pk(t'-\alpha)}] & \text{при } \alpha \leq t' < T. \end{cases} \quad (26)$$

1°. Пусть

$$\tilde{f}(p) = \frac{F_1(p) [1 - e^{-(p-j\omega)T}]}{F_2(p)(p-j\omega)}, \quad (27)$$

причем полиномы $F_1(p)$ и $F_2(p)$ удовлетворяют условиям раздела А. Рассмотрим наиболее интересный случай, когда $\text{Im } \omega = 0$. Разложим отношение $F_1(p)$ к $F_2(p)(p-j\omega)$ на элементарные дроби

Номер формул	Основные соотношения периодического преобразования Лапласа	
	$f(t')$	$\tilde{f}(p)$
T-1	$\sum_{k=1}^{k=n} C_k f_k(t')$	$\sum_{k=1}^{k=n} C_k \tilde{f}_k(p)$
T-2	$\varphi(\alpha t')$	$\tilde{\varphi}\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
T-3	$\varphi(t' + T - \alpha)$ при $0 \leq t' < \alpha$ $\varphi(t' - \alpha)$ при $\alpha \leq t' < T$	$e^{-p\alpha} \tilde{\varphi}(p)$
T-4	$e^{-\lambda t'} \varphi(t')$	$\tilde{\varphi}(p + \lambda)$
T-5	$\int_0^{t'} \varphi(t') dt'$	$\frac{1}{p} \tilde{\varphi}(p)$
T-6	$\frac{d\varphi(t')}{dt}$	$p \tilde{\varphi}(p) - \varphi(0) + \varphi(T) e^{-pT}$
T-7	1	$\frac{1}{p} (1 - e^{-pT})$
T-8	$\sigma(\alpha, T) = \begin{cases} 1 & \text{при } \alpha \leq t' < T; \\ 0 & \text{при } 0 \leq t' < \alpha \end{cases}$	$\frac{1}{p} (e^{-p\alpha} - e^{-pT})$
T-9	$\sigma(0, \alpha) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t' < \alpha; \\ 0 & \text{при } \alpha \leq t' < T \end{cases}$	$\frac{1}{p} (1 - e^{-p\alpha})$
T-10	$\delta_n(0) = \begin{cases} 1 & \text{при } t' = 0; \\ 0 & \text{при } t' \neq 0 \end{cases}$	1
T-11	t'	$\frac{1}{p^2} (1 - e^{-pT})$
T-12	$\begin{cases} t' & \text{при } \alpha \leq t' < T; \\ 0 & \text{при } 0 \leq t' < \alpha \end{cases}$	$\frac{1}{p^2} (e^{-p\alpha} - e^{-pT})$
T-13	$\begin{cases} t' & \text{при } 0 \leq t' < \alpha; \\ 0 & \text{при } \alpha \leq t' < T \end{cases}$	$\frac{1}{p^2} (1 - e^{-p\alpha})$
T-14	$e^{-\lambda t'}$	$\frac{1 - e^{-(p+\lambda)T}}{p + \lambda}$
T-15	$\sin \alpha t'$	$\frac{\alpha - (p \sin \alpha T + \alpha \cos \alpha T) e^{-pT}}{p^2 + \alpha^2}$
T-16	$\cos \alpha t'$	$\frac{p - (p \cos \alpha T - \alpha \sin \alpha T) e^{-pT}}{p^2 + \alpha^2}$

относительно p . Получим:

$$\tilde{f}(p) = \frac{F_1(j\omega) [1 - e^{-(p-j\omega)T}]}{F_2(j\omega) (p-j\omega)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(pk) [1 - e^{-(p-j\omega)T}]}{(pk-j\omega) F'_2(pk) (p-pk)}. \quad (28)$$

Оригинал первого слагаемого выражения (28) можно найти по (Т-14). Оригинал слагаемых (28), входящие под знак суммы, найдем с помощью (Т-3) и (23). Тогда в установившемся режиме

$$\tilde{f}(t') = \frac{F_1(j\omega) e^{j\omega t'}}{F_2(j\omega)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(pk) (1 - e^{j\omega T}) e^{pk t'}}{(pk-j\omega) F'_2(pk) (1 - e^{pk T})}. \quad (29)$$

Определение начальных условий. Для цепей, описываемых линейной системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, токи и напряжения могут быть найдены [при $\varphi(0) = \varphi(T)$, $\varphi'(0) = \varphi'(T)$, ..., $\varphi^{(n-1)}(0) = \varphi^{(n-1)}(T)$] из операторного уравнения

$$p^n \tilde{\varphi}(p) + a_n p^{(n-1)} \tilde{\varphi}(p) + \dots + a_2 p \tilde{\varphi}(p) + a_1 \tilde{\varphi}(p) = \tilde{f}(p) + [p^{(n-1)} \varphi^{(n-1)}(0) + \dots + a_2 \varphi(0)] (1 - e^{-pT}). \quad (30)$$

Тогда начальные условия войдут в операторное выражение для $\varphi(p)$ в виде

$$\frac{p [p^{(n-1)} \varphi^{(n-1)}(0) + \dots + a_2 \varphi(0)] (1 - e^{-pT})}{p (p^n + a_n p^{(n-1)} + \dots + a_2 p + a_1)}. \quad (31)$$

В соответствии с (20) установившееся значение для оригинала выражения (31) обращается в нуль. Таким образом, начальные условия в оригинал для $\tilde{\varphi}(p)$ не входят, что является естественным, так как в цепях, где $\operatorname{Re}(p_k) < 0$, процессы, вызванные начальными возмущающими воздействиями, к моменту установившегося режима успевают затухнуть [Л. 11, с. 274, 275]. По этой же причине в цепях, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с дискретно изменяющимися коэффициентами, при разбиении процесса во времени на отдельные процессы в цепях с постоянными параметрами, начальные значения $\varphi(0)$, $\varphi'(0)$, ..., $\varphi^{(n-1)}(0)$ не влияют на установившееся значение переменной. При этом, если число дискретных изменений параметров за период T будет S , то общее число граничных условий, подлежащих определению, будет $(S-1)n$, т. е. на n меньше, чем в случае использования обычного метода стыковки решений.

Пример 1. Цепь с постоянными параметрами при отсутствии мнимых полюсов у изображения $\tilde{f}(p)$.

Рассмотрим процессы в последовательно включенных индуктивности L и активном сопротивлении R при питании их периодическими прямоугольными импульсами с амплитудой E и длительностью α . Эта задача рассматривалась в [Л. 12] для $\alpha = T/2$ с помощью метода, вытекающего из более общего метода [Л. 11]. В [Л. 14] приведено решение этой задачи с помощью периодического преобразования Лапласа.

Учитывая (Т-6) и (Т-9) таблицы при $i(0) = i(T)$, получаем для периодического изображения тока следующее опе-

раторное уравнение:

$$L p \tilde{i}(p) - L (1 - e^{-pT}) i(0) + R \tilde{i}(p) = \frac{E}{p} (1 - e^{-p\alpha}).$$

Решение этого уравнения в операторной форме

$$\tilde{i}(p) = \frac{E (1 - e^{-p\alpha})}{p (Lp + R)} + \frac{pL (1 - e^{-pT}) i(0)}{p (Lp + R)}. \quad (32)$$

Используя выражения (20) и (26), получим из (32) без каких-либо промежуточных преобразований

$$i(t') = \frac{E}{R} \sigma(0, \alpha) + \frac{E}{R (1 - e^{-pT})} \times \begin{cases} [e^{-pt'} - e^{-p(t'+T-\alpha)}] & \text{при } 0 \leq t' < \alpha, \\ [e^{-pt'} - e^{-p(t'-\alpha)}] & \text{при } \alpha \leq t' < T, \end{cases} \quad (33)$$

где $\rho = R/L$.

Естественно, что при $\alpha = \frac{T}{2}$ (33) совпадает с выраже-

ниями [Л. 12]. Следует отметить, что использование (20) и (26) существенно упрощает получение выражения (33) по сравнению с методом [Л. 12].

Пример 2. Цепь с постоянными параметрами при наличии двух мнимых полюсов у изображения $\tilde{f}(p)$.

При анализе процессов в выпрямителях с мгновенной коммутацией выпрямитель можно заменить источником периодической э. д. с., имеющей вид отрезков синусоиды. Тогда в соответствии с (Т-15) таблицы у $\tilde{f}(p)$ появятся мнимые сопряженные полюса. Рассмотрим установившийся процесс в последовательной RL -цепи при питании ее от идеального однофазного двухполупериодного выпрямителя с амплитудой напряжения E .

Дифференциальное уравнение цепи будет:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E \sin \omega t, \quad (34)$$

причем $T = \frac{\pi}{\omega}$.

Учитывая, что $i(0) = i(T)$, и применяя (Т-6) и (Т-14) таблицы, получим следующее операторное выражение:

$$\tilde{i}(p) = \frac{E}{L} \left[\frac{1 - e^{-(p-j\omega)T}}{2j(p-j\omega)(p+\rho)} - \frac{1 - e^{-(p+j\omega)T}}{2j(p+j\omega)(p+\rho)} + \frac{p(1 - e^{-pT}) i(0)}{p(p+\rho)} \right]. \quad (35)$$

Используя выражения (20) и (29), из (35) получим:

$$i(t') = \frac{E}{L} \left[\frac{e^{j\omega t'}}{2j(p+j\omega)} - \frac{e^{-j\omega t'}}{2j(p-j\omega)} - \frac{(1 - e^{j\omega T}) e^{-\rho t'}}{2j(p+j\omega)(1 - e^{-\rho T})} + \frac{(1 - e^{-j\omega T}) e^{-\rho t'}}{2j(p-j\omega)(1 - e^{-\rho T})} \right] = \frac{E}{R^2 + \omega^2 L^2} \left[R \sin \omega t' - \omega L \cos \omega t' + \frac{2\omega L e^{-\rho t'}}{1 - e^{-\rho T}} \right]. \quad (36)$$

Применим к (35) выражение (13):

$$i_{cp} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\tilde{f}(p)}{T} = \frac{2}{\pi} \frac{E}{R},$$

что совпадает с известными выражениями для среднего значения тока двухполупериодного выпрямителя.

Пример 3. Цепь с дискретно изменяющимися параметрами. Рассмотрим установившийся периодический процесс в последовательной RL -цепи, питаемой постоянным напряжением. Примем, что в установившемся режиме на интервале $0 \leq t' < \gamma$ $R=r_1$ и на интервале $\gamma \leq t' < T$ $R=r_2$. Для определенности примем, что активное сопротивление изменяется во времени в соответствии с рис. 2а. В установившемся режиме ток в цепи будет изменяться по рис. 2б. Рассматриваемая задача встречается при анализе процессов в RL -автогенераторе на однопериодном транзисторе.

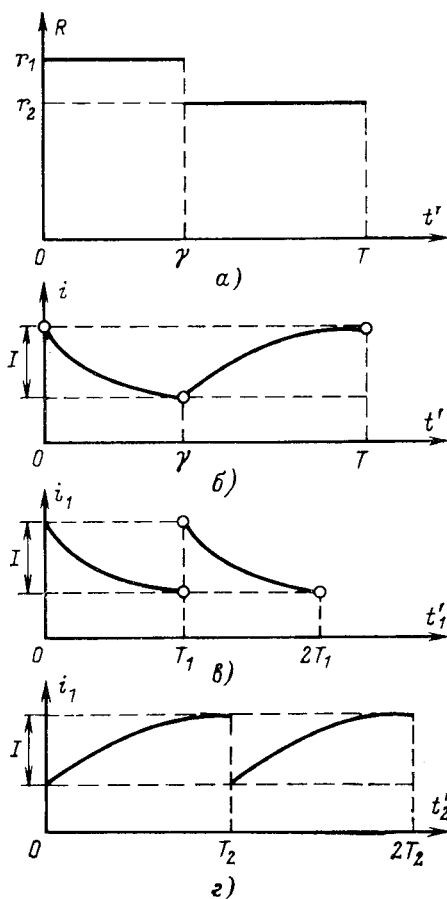


Рис. 2. Графики процессов в цепи с дискретно изменяющимся активным сопротивлением.

Разобьем во времени процесс на два установившихся, происходящих в цепях с постоянными параметрами. Тогда в первой цепи ток i_1 будет изменяться во времени t'_1 в соответствии с рис. 2, в и во второй цепи ток i_2 будет изменяться во времени t'_2 в соответствии с рис. 2, г. Поскольку ранее принято, что $0 \leq t' < T$, следует считать, что $0 \leq t'_1 < T_1$ и $0 \leq t'_2 < T_2$. Поскольку i_1 и i_2 являются периодическими, они условно продолжены на интервалах $T_1 \leq t'_1 < 2T_1$ и $T_2 \leq t'_2 < 2T_2$.

Запишем операторные уравнения для рассматриваемых двух цепей

$$Lp\tilde{i}_1(p) - Lt_1(0) + Li_1(T_1 - \varepsilon)e^{-pT_1} + r_1\tilde{i}_1(p) = \frac{E}{p}(1 - e^{-pT_1}); \quad (37)$$

$$Lp\tilde{i}_2(p) - Li_2(0) + Li_2(T_2 - \varepsilon)e^{-pT_2} + r_2\tilde{i}_2(p) = \frac{E}{p}(1 - e^{-pT_2}), \quad (38)$$

где $\varepsilon > 0$ есть бесконечно малая величина.

В соответствии с рис. 2 скачок тока в точках разрыва непрерывности i_1 и i_2 определим, как

$$I = i_1(0) - i_1(T_1 - \varepsilon)$$

или

$$I = i_2(T_2 - \varepsilon) - i_2(0).$$

Тогда

$$\tilde{i}_1(p) = \frac{E(1 - e^{-pT_1})}{p(Lp + r_1)} + \frac{LIe^{-pT_1}}{Lp + r_1} + \frac{(1 - e^{-pT_1})i_1(0)}{r_1(Lp + r_1)}, \quad (39)$$

$$\tilde{i}_2(p) = \frac{E(1 - e^{-pT_2})}{p(Lp + r_2)} - \frac{LIe^{-pT_2}}{Lp + r_2} + \frac{p(1 - e^{-pT_2})i_2(0)}{p(Lp + r_2)}. \quad (40)$$

Обозначим $p_1 = \frac{r_1}{L}$ и $p_2 = \frac{r_2}{L}$. Используем для первых и третьих слагаемых (39) и (40) выражение (20); ко вторым слагаемым изображений токов — (Т-3) и (23). Тогда в установившемся режиме

$$i_1(t'_1) = \frac{E}{r_1} + I \frac{e^{-p_1 t'_1}}{1 - e^{-p_1 T_1}}; \quad (41)$$

$$i_2(t'_2) = \frac{E}{r_2} - I \frac{e^{-p_2 t'_2}}{1 - e^{-p_2 T_2}}. \quad (42)$$

Ток I можно найти из условия $i_1(T_1 - \varepsilon) = i_2(0)$. Дальнейшие преобразования достаточно просты и здесь не приводятся. В случае использования классического метода стыковки решений на интервалах нам следовало бы решать большее число уравнений стыковки, а именно

$$i_1(0) = i_2(T_2 - \varepsilon); \quad i_1(T_1 - \varepsilon) = i_2(0).$$

Рассмотренные примеры показывают, что поскольку периодическое преобразование Лапласа является частным случаем общезвестного преобразования Лапласа, затраты времени на изучение этого метода должны быть минимальными, а сам метод существенно упрощает анализ установившихся режимов линейных цепей.

Выводы. 1. Формулы (20), (23), (26) и (29) позволяют весьма просто найти в замкнутой форме выражения для установившихся значений токов и напряжений в цепях с постоянными параметрами.

2. Для цепей с постоянными параметрами периодическое преобразование Лапласа позволяет анализировать установившиеся режимы, не определяя начальные условия процесса.

3. Для цепей с дискретно изменяющимися параметрами периодическое преобразование Лапласа позволяет уменьшить общее число граничных условий, подлежащих определению при стыковке решений на интервалах процесса.

4. Выражения (13) и (14) позволяют определить амплитуды гармонических составляющих в цепях с постоянными параметрами непосредственно по периодическим изображениям Лапласа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шиллинг В. Схемы выпрямителей, инверторов и преобразователей частоты. М. — Л., Госэнергоиздат, 1950. 464 с.
2. Поссе А. В. Применение метода разностных уравнений для расчета переходных процессов в преобразователях. — «Труды НИИПТ», 1972, сб. 18, с. 3—28.
3. Тиристорные преобразователи высокой частоты. Л., «Энергия», 1973. 200 с. Авт.: Е. И. Беркович, Г. В. Ивенский, Ю. С. Иоффе и др.
4. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963. 968 с.
5. Чиженко И. М., Руденко В. С., Сенько В. И. Основы преобразовательной техники. М., «Высшая школа», 1974. 430 с.
6. Глазенок Т. А., Гончаренко Р. Б. Полупроводниковые преобразователи частоты в электроприводах. Л., «Энергия». 184 с.
7. Гончаренко Р. Б., Новиков С. П. Анализ установившегося режима автомобильного генератора переменного тока, работающего на выпрямительную нагрузку. — «Труды МЭИ», 1975, вып. 258, с. 65—70.
8. Заездный А. М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. Л., «Энергия», 1972. 527 с.
9. Пухов Г. Е. Комплексное исчисление и его применение к расчету периодических и переходных процессов в системах с постоянными, переменными и нелинейными параметрами. Таганрог, 1956. 369 с.

10. Проектирование статических преобразователей. М., «Энергия», 1974. 408 с. Авт.: П. В. Голубев, В. М. Карпенко, М. Б. Коновалов и др.

11. Конторович М. И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. Изд. 4. М., «Советское радио», 1975. 320 с.

12. Жуйков В. Я., Руденко В. С., Сенько В. И. К вопросу о расчете установившихся режимов полупроводниковых пре-

образователей. — В кн.: Устройства преобразовательной техники. Киев, «Наукова думка», 1969, вып. 3, с. 48—54.

13. Терминология теоретической электротехники. М., Изд. АН СССР, 1958. 46 с.

14. Гончаренко Р. Б. Новый метод анализа процессов в преобразовательных устройствах. — В кн.: Тиристорные системы электропривода и промышленной автоматики. Л., Изд. ЛДНТП, 1974, с. 57—61.

[28.5.1976]

УДК 538.26:621.3.012.8

Схема замещения магнитной цепи с распределенной н. с.

Доктор техн. наук, проф. БУЛЬ Б. К.

Московский энергетический институт

Магнитные цепи постоянного и переменного тока с распределенной н. с. получили исключительно большое распространение и используются в конструкции различных электромагнитов, реле, преобразователей, электромагнитных муфт и других устройств. Поэтому практический интерес представляет расчет схемы замещения магнитной цепи с учетом поля рассеяния, магнитных сопротивлений сердечников и воздушных зазоров.

В начале рассмотрим схемы замещения (рис. 1), которые широко используются для расчета [Л. 2—7 и 11]. Назовем их упрощенными схемами, поскольку они не имеют строгого математического доказательства. Анализ погрешностей расчета магнитных цепей по упрощенным схемам замещения, насколько известно автору, отсутствует.

Для примера рассмотрим цилиндрическую магнитную систему (рис. 2), у которой вполне можно пренебречь магнитным сопротивлением ярма 3 или рассчитывать только правую часть магнитной цепи, замененной на две эквивалентные [Л. 9]. Тогда расчет без учета магнитного сопротивления стали (рис. 1, а) предельно прост и проводится по уравнениям:

$$F_K = \Phi_e R_{\mu e}; \quad \Phi_m = \Phi_e + \Phi_s; \quad \tau_s = \frac{\Phi_m}{\Phi_e} = 1 + \frac{1}{2} G_s R'_{\mu e}, \quad (1)$$

где F_K — н. с. катушки; Φ_m , Φ_s и Φ_e — потоки максимальный, рассеяния и в сердечнике на границе потоков выпучивания и рассеяния; τ_s — коэффициент рассеяния; G_s — проводимость рассеяния; $R'_{\mu e}$ — полное магнитное сопротивление воздушных зазоров δ_1 и δ_2 .

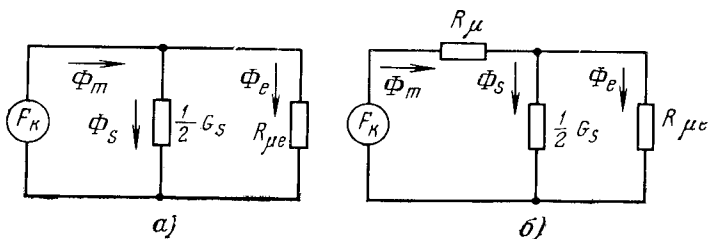


Рис. 1. Упрощенные схемы замещения без учета (а) и с учетом (б) магнитного сопротивления стали.

Используя (1), легко определить значения величин при заданных F_K , Φ_e и Φ_m . Погрешности расчета магнитной системы (рис. 2) при воздушных зазорах $\delta = \delta_1 = \delta_2 = 4,4$ и $0,57$ мм приведены в таблице. Как видим, погрешности ряда важных параметров достаточно велики, особенно при малом зазоре (около 140%), когда сильно сказывается влияние магнитных сопротивлений стали сердечников 1 и 2 (рис. 2).

Рассмотрим расчет по упрощенной схеме замещения (рис. 1, б) с учетом магнитного сопротивления стали сердечников 1, 2 и якоря 4. Запишем расчетные уравнения:

$$F_K = \Phi_m R_{\mu} + \Phi_e R_{\mu e}; \quad (2)$$

$$\tau_s = \frac{\Phi_m}{\Phi_e} = 1 + \frac{1}{2} G_s R_{\mu e} = 1 + \frac{1}{2} G_s (R_{\delta 1} + R_{\delta 2} + R_{\mu 4}); \quad (3)$$

$$F_K = \Phi_e (R_{\mu} \tau_s + R_{\mu e}) = \Phi_m \left(R_{\mu} + \frac{R_{\mu e}}{\tau_s} \right). \quad (4)$$

Здесь суммарное магнитное сопротивление сердечников 1 и 2

$$R_{\mu} = R_{\mu 1} + R_{\mu 2} = \rho_{R1} \frac{l_1}{s_1} + \rho_{R2} \frac{l_2}{s_2}, \quad (5)$$

где ρ_{R1} и ρ_{R2} , l_1 и l_2 , s_1 и s_2 — удельные магнитные сопротивления, длины и сечения сердечников 1 и 2; магнитные сопротивления воздушных зазоров (с учетом поля выпучивания) и якоря 4:

$$R_{\mu e} = R_{\delta 1} + R_{\delta 2} + R_{\mu 4}. \quad (6)$$

Расчет при заданном Φ_e прост, так как позволя-ет определить $R_{\mu 4}$ и, следовательно, Φ_m [по (3)], а с помощью выражений $B_{1m} = \Phi_m / s_1$ и $B_{2m} = \Phi_m / s_2$ найти магнитные сопротивления сердечников 1 и 2 по (5). Максимальная погрешность составляет примерно 66% (см. таблицу).

Расчет при заданном Φ_m несколько усложняется, так как неизвестно $R_{\mu 4}$. Поэтому вначале находим τ_s по (3) при $R_{\mu 4} = 0$ и подсчитываем $\Phi'_e = \tau'_s \Phi_m$, затем определяем $R_{\mu 4}$. После этого, уже во втором приближении, находим τ''_s , Φ''_e и F_K по

Погрешности расчета магнитной системы по упрощенной и предлагаемой схемам замещения магнитной цепи

Тип схемы замещения	Задаю	Погрешность, %					
		$\delta = 4,4 \text{ мм}$			$\delta = 0,57 \text{ мм}$		
		$\Delta \Phi_e$	ΔF_K	$\Delta \Phi_m$	$\Delta \Phi_e$	ΔF_K	$\Delta \Phi_m$
Упрощенная схема замещения при $R_\mu = 0$	Φ_e	—	—22,2	3,3	—	—56,7	3,9
	F_K	28	—	32,1	131	—	139
	Φ_m	—3,1	—24,3	—	—3,7	—58,2	—
То же при $R_\mu \neq 0$	Φ_e	—	55,1	3,5	—	66,4	6,3
	F_K	—11,8	—	—8,6	—9,3	—	—4,2
	Φ_m	—3,3	34,8	—	6,1	27,7	—
Предлагаемая схема замещения	Φ_e	—	—6,9	1,7	—	1,5	3,1
	F_K	6,7	—	7,1	—0,7	—	2,3
	Φ_m	<1	—7	—	—1,9	—5,3	—

(4). Максимальные погрешности расчета в этом случае достигают 35% (см. таблицу).

Расчет при заданном F_K еще сложнее, так как неизвестны потоки Φ_e и Φ_m и, следовательно, $R_{\mu 1}$ и $R_{\mu 2}$. Для решения задачи задаемся тремя значениями Φ'_e , Φ''_e и Φ'''_e . Например, при заданном Φ'_e определяем $R'_{\mu 1}$ и подсчитываем τ'_s и Φ'_m [по (3)]. С помощью выражений $B'_{m1} = \Phi'_m / s_1$ и $B'_{m2} = \Phi'_m / s_2$ по кривой $\rho_R(B)$ для соответствующей марки стали [Л. 9] находим ρ'_{R1} и ρ'_{R2} , а также $R'_{\mu 1}$ и $R'_{\mu 2}$, затем по (2) подсчитываем:

$$F'_K = \Phi'_m (R'_{\mu 1} + R'_{\mu 2}) + \Phi'_e (R_{\delta 1} + R_{\delta 2} + R'_{\mu 4}). \quad (7)$$

Повторяя подобный расчет при заданных значениях Φ''_e и Φ'''_e , находим F''_K и F'''_K и строим кривую $F_K(\Phi_e)$ (рис. 3). По заданной F_K определяем истинное значение Φ_e , по которому рассчитываем $R_{\mu 1}$, τ_s и Φ_m [по (3)]. Как видим из таблицы, расчет при заданном значении F_K дает удовлетворительные результаты, максимальная погрешность не превышает 12%. Однако этот вариант расчета на практике используется меньше, чем расчет при заданном значении Φ_e , когда известна электромагнитная сила.

В основу получения новой схемы замещения магнитной цепи с распределенной н. с. положены дифференциальные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} - g_s (\dot{z}_{\mu 1} + \dot{z}_{\mu 2}) \dot{U}_x &= 0; \\ \frac{d^2 \dot{\Phi}_x}{dx^2} + g_s \left[\frac{F_K}{l_K} - (\dot{z}'_{\mu 1} + \dot{z}'_{\mu 2}) \dot{\Phi}_x \right] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $\dot{U}_x$, $\dot{\Phi}_x$ — комплексные разность магнитных потенциалов между сердечниками 1 и 2 и поток в сердечнике для координаты x (рис. 4,а); g_s — суммарная удельная магнитная проводимость рассеяния между сердечниками 1 и 2 на длине l_s ; F_K , l_K — н. с. и длина катушки; $\dot{z}_{\mu 1}$, $\dot{z}_{\mu 2}$ — комплексные маг-

нитные сопротивления сердечников 1 и 2 на единицу длины, равные:

$$\begin{aligned} \dot{z}'_{\mu 1} &= \dot{z}_{\mu 1} \frac{1}{s_1} = (\rho_{R1} + j\rho_{x1}) \frac{1}{s_1}; \\ \dot{z}'_{\mu 2} &= \dot{z}_{\mu 2} \frac{1}{s_2} = (\rho_{R2} + j\rho_{x2}) \frac{1}{s_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где ρ_{R1} , ρ_{x1} и ρ_{z1} ; ρ_{R2} , ρ_{x2} и ρ_{z2} — активные, реактивные и полные удельные магнитные сопротивления стали сердечников 1 и 2; s_1 и s_2 — поперечные сечения сердечников 1 и 2.

При получении новой схемы замещения и расчетных уравнений приняты следующие допущения и ограничения: g_s — величина постоянная; удельные и полные магнитные сопротивления стали сердечников в пределах зоны поля рассеяния неизменны и определяются по среднему значению магнитного потока Φ_{cp} ; магнитным сопротивлением ярма 3 пренебрегаем (магнитная цепь исследуется, начиная от максимального потока Φ_m).

Решение (8) при учете только первых двух членов разложения гиперболического синуса и косинуса можно написать в виде:

$$\dot{\Phi}_m = \frac{\dot{F}_K}{\dot{z}_K} \left[\left(1 + \frac{1}{6} G_s \dot{z}_\mu \right) + \frac{1}{2} G_s \dot{z}_{\mu c} \right]; \quad (10)$$

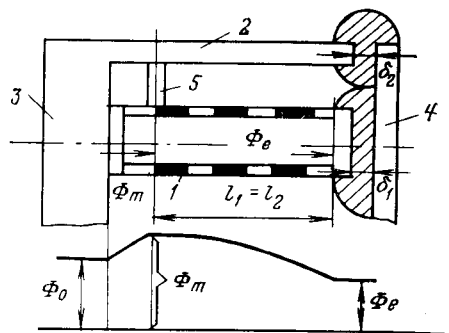


Рис. 2. Магнитная цепь цилиндрической формы.

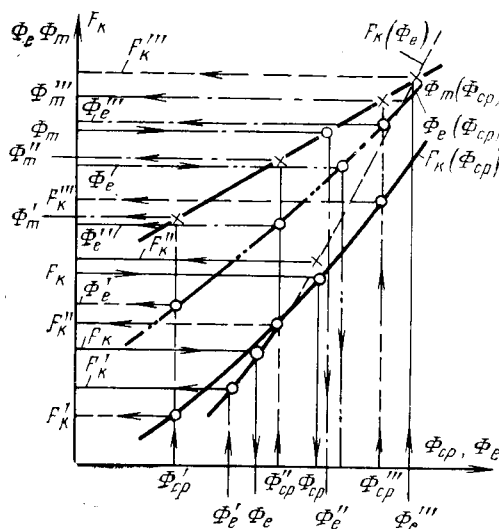


Рис. 3. К графическому определению величин Φ_{cp} и Φ_e по заданным значениям Φ_e , Φ_m и F_K .

$$\dot{\Phi}_{\text{ср}} = \frac{\dot{F}_K}{\dot{z}_K} \left[\left(1 + \frac{1}{6} G_s \dot{z}_\mu \right) + \frac{1}{3} G_s \dot{z}_{\mu e} \right]. \quad (11)$$

Поток на границе поля рассеяния и выпучивания

$$\dot{\Phi}_e = \frac{\dot{F}_K}{\dot{z}_K} \left(1 + \frac{1}{6} G_s \dot{z}_\mu \right). \quad (12)$$

В уравнении (12)

$$\dot{z}_K = \dot{z}_\mu \left(1 + \frac{1}{6} G_s \dot{z}_\mu \right) + \dot{z}_{\mu e} \left(1 + \frac{1}{2} G_s \dot{z}_\mu \right), \quad (13)$$

где полное комплексное магнитное сопротивление сердечников 1 и 2

$$\dot{z}_\mu = \dot{z}_{\mu 1} + \dot{z}_{\mu 2} = \dot{z}'_{\mu 1} l_1 + \dot{z}'_{\mu 2} l_2 = (\rho_{R1} + j\rho_{x1}) \frac{l_1}{s_1} + (\rho_{R2} + j\rho_{x2}) \frac{l_2}{s_2}; \quad (14)$$

l_1, l_2 — длины сердечников 1 и 2 ($l_1 = l_2 = l_s$); полная проводимость рассеяния между сердечниками 1 и 2 в случае переменного тока

$$G_s = \sqrt{2} g_s l_s. \quad (15)$$

Полное комплексное магнитное сопротивление зоны за пределами границы поля рассеяния CD (при $x = l_s$) для магнитной системы электромагнита переменного тока (рис. 4, а) получаем из схемы замещения (рис. 4, б):

$$\dot{z}_{\mu e} = R_{\delta 1} + \dot{z}_{\mu 4} + \frac{R''_{\delta 2} (R'_{\delta 2} + \dot{z}_{\mu 3})}{R'_{\delta 2} + R''_{\delta 2} + \dot{z}_{\mu 3}}, \quad (16)$$

где $R_{\delta 1}$, $R'_{\delta 2}$ и $R''_{\delta 2}$ — активные магнитные сопротивления воздушных зазоров с учетом поля выпучивания (рис. 4, а); $\dot{z}_{\mu 4} = R_{\mu 4} + jx_{\mu 4} = (\rho_{R4} + j\rho_{x4}) \frac{l_4}{s_4}$ — комп-

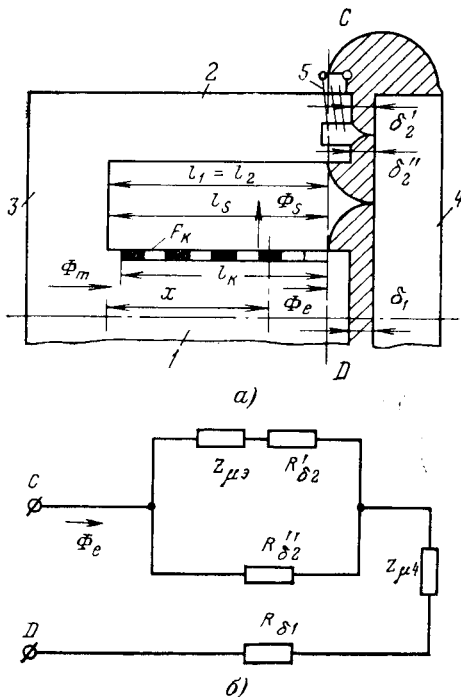


Рис. 4. Магнитная цепь (а) и схема замещения участка CD (б).

лексное магнитное сопротивление якоря 4; $R_{\mu 4}$ и ρ_{R4} , $x_{\mu 4}$ и ρ_{x4} — полные и удельные активные и реактивные магнитные сопротивления стали якоря 4; $\dot{z}_{\mu 3}$ — комплексное магнитное сопротивление экрана 5 [Л. 9].

Поток рассеяния из (10) и (12)

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_m - \dot{\Phi}_e = \frac{\dot{F}_K}{\dot{z}_K} \left(\frac{1}{2} G_s \dot{z}_{\mu e} \right). \quad (17)$$

Из (10) — (12) и (17) следует:

$$\dot{\Phi}_{\text{ср}} = \dot{\Phi}_e + \frac{2}{3} \dot{\Phi}_s; \quad \dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_{\text{ср}} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_s. \quad (18)$$

Преобразуя (11) — (13), получаем:

$$\dot{F}_K = \dot{\Phi}_e \dot{z}_{\mu e} + \dot{\Phi}_{\text{ср}} \dot{z}_\mu. \quad (19)$$

На основе (18) и (19) получена схема замещения магнитной цепи переменного тока, показанная на рис. 2, где $\dot{y}_{s1}$, $\dot{y}_{s2}$ — комплексные магнитные проводимости рассеяния; определим их через параметры магнитной цепи и коэффициент рассеяния [уравнения (10) и (12)]:

$$\tau_s = \frac{\dot{\Phi}_m}{\dot{\Phi}_e} = 1 + \frac{G_s \dot{z}_{\mu e}}{2 + \frac{1}{3} G_s \dot{z}_\mu}. \quad (20)$$

Из схемы замещения имеем

$$\dot{F}_K = \frac{\dot{\Phi}_s}{3\dot{y}_{s1}}; \quad \dot{\Phi}_e \dot{z}_{\mu e} - \frac{\left(\frac{2}{3} \dot{\Phi}_s \right)}{\dot{y}_{s2}} = 0. \quad (21)$$

Выразим $\dot{\Phi}_s$, $\dot{\Phi}_{\text{ср}}$ и $\dot{F}_K$ через комплексный коэффициент рассеяния:

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_m - \dot{\Phi}_e = \tau_s \dot{\Phi}_e - \dot{\Phi}_e = \dot{\Phi}_e (\tau_s - 1); \quad (22)$$

$$\dot{\Phi}_{\text{ср}} = \dot{\Phi}_e + \frac{2}{3} \dot{\Phi}_s = \frac{1}{3} \dot{\Phi}_e (1 + 2\tau_s); \quad (23)$$

$$\dot{F}_K = \dot{\Phi}_e \dot{z}_{\mu e} + \dot{\Phi}_{\text{ср}} \dot{z}_\mu = \dot{\Phi}_e \left\{ \dot{z}_{\mu e} + \dot{z}_\mu \left[1 + \frac{2}{3} (\tau_s - 1) \right] \right\}, \quad (24)$$

тогда, учитывая (22) — (24), получаем из (21) комплексные проводимости рассеяния:

$$\dot{y}_{s1} = \frac{\tau_s - 1}{3\dot{z}_{\mu e} + \dot{z}_\mu (1 + 2\tau_s)}; \quad \dot{y}_{s2} = \frac{2(\tau_s - 1)}{3\dot{z}_{\mu e}}. \quad (25)$$

Если не учитывать магнитного сопротивления стали ($\dot{z}_\mu = 0$), то

$$\dot{y}_{s1} = G_{s1} = \frac{G_s}{6}; \quad \dot{y}_{s2} = G_{s2} = \frac{G_s}{3}, \quad (26)$$

и полная проводимость рассеяния цепи

$$G_{s1} + G_{s2} = \frac{1}{2} G_s, \quad (27)$$

т. е. мы получили проводимость рассеяния, которая широко используется для расчета магнитных цепей с учетом магнитного сопротивления стали [Л. 1, 2, 4—7 и 9].

Таким образом, решение на основе дифференциальных уравнений приводит к схеме замещения, в которой комплексные проводимости рассеяния $\dot{y}_{s1}$

и $\dot{y}_{s2}$ зависят не только от проводимости воздушных путей потока рассеяния, но и от комплексных сопротивлений: стали сердечников 1 и 2, электромагнитного экрана и рабочих воздушных зазоров.

Для расчета $\dot{\Phi}_e$, $\dot{\Phi}_m$ и F_K выразим их через среднее значение потока $\dot{\Phi}_{cp}$, значения $\dot{y}_{s1}$ и $\dot{y}_{s2}$ и коэффициент рассеяния τ_s .

Учитывая (19) — (21) и (25), запишем:

$$\dot{\Phi}_e = \dot{\Phi}_{cp} \frac{\dot{z}_\mu}{\dot{z}_{\mu e} + \left(\frac{\dot{y}_{s2}}{2\dot{y}_{s1}} - 1 \right)} = \dot{\Phi}_{cp} \frac{3}{(1 + 2\tau_s)}; \quad (28)$$

$$\dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_e \tau_s = \dot{\Phi}_{cp} \frac{3\tau_s}{(1 + 2\tau_s)}; \quad (29)$$

$$F_K = \dot{\Phi}_{cp} \frac{\dot{z}_\mu}{\left(1 - \frac{2\dot{y}_{s1}}{\dot{y}_{s2}} \right)} = \dot{\Phi}_{cp} \left(\dot{z}_\mu + \frac{3\dot{z}_{\mu e}}{1 + 2\tau_s} \right). \quad (30)$$

Для экспериментальной проверки полученных формул автор использовал магнитную систему цилиндрической формы (рис. 2), опытные данные которой на постоянном токе даны в [Л. 8—10]. Расчет ведется для двух зазоров 4,4 и 0,57 мм. Магнитное сопротивление ярма 3 заметно сказывается при $\delta=0,57$ мм, и максимум потока смещается от ярма вправо (рис. 2). Если установить между сердечниками 1 и 2 магнитный шунт 5 с магнитным сопротивлением, равным нулю [Л. 9], магнитная система разбивается на два самостоятельных магнитопровода (левую и правую), для каждого из которых применимы уравнения (28) — (30). Для постоянного тока и правой части магнитопровода необходимо брать только активные составляющие величин $\dot{z}_{\mu e} = R_{\mu e}$ и $\dot{z}_\mu = R_\mu$, входящих в (28) — (30).

Рассмотрим методику расчета правой части магнитопровода и сравним полученные результаты с опытными данными. При расчете магнитной цепи обычно задается только один из трех параметров $\dot{\Phi}_e$, $\dot{\Phi}_m$ или F_K , поэтому однозначно из (28) — (30) определить их не представляется возможным, так как неизвестно значение $\dot{\Phi}_{cp}$, а следовательно, и значения магнитных сопротивлений сердечников 1, 2 и 4 (при заданных $\dot{\Phi}_m$ или F_K). Рассмотрим три варианта расчета, для которых размеры магнитной цепи известны.

Задан поток $\dot{\Phi}_e$. Находим $\dot{\Phi}_m$ и F_K с учетом магнитного сопротивления стали. В (28) и (20) известны только проводимость рассеяния G_s , магнитное сопротивление воздушного зазора $R_{\mu e}$ [из (6)].

Величину $R_{\mu 4}$ определяем по заданному потоку $\dot{\Phi}_e$. Таким образом, имеем одно уравнение (28) с двумя неизвестными $\dot{\Phi}_{cp}$ и R_μ . Чтобы найти $\dot{\Phi}_{cp}$, которое соответствовало бы исходной величине $\dot{\Phi}_e$, задаемся тремя значениями $\dot{\Phi}_{cp}$ и по $B_1 = \frac{\dot{\Phi}_{cp}}{S_1}$ и $B_2 = \frac{\dot{\Phi}_{cp}}{S_2}$ определяем значения индукции в сердечниках 1 и 2. По этим значениям для выбранной марки стали находим по три значения ρ_{R1} и ρ_{R2} [Л. 9] и суммар-

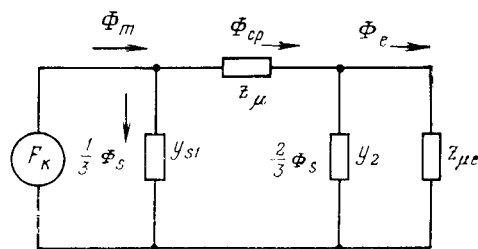


Рис. 5. Схема замещения магнитной цепи с распределенной н. с.

ные магнитные сопротивления R'_μ , R''_μ и R'''_μ [уравнение (5)]. Для трех значений $\dot{\Phi}'_{cp}$, $\dot{\Phi}''_{cp}$ и $\dot{\Phi}'''_{cp}$ по (28) и (20) подсчитываем $\dot{\Phi}'_e$, $\dot{\Phi}''_e$ и $\dot{\Phi}'''_e$ и строим кривую $\dot{\Phi}_e = f(\dot{\Phi}_{cp})$ (рис. 3), из которой по заданному $\dot{\Phi}_e$ определяем истинное значение $\dot{\Phi}_{cp}$, что позволяет по индукциям в сердечниках 1 и 2 из кривой $\rho_R(B)$ найти ρ_{R1} и ρ_{R2} , а следовательно, и R_μ [уравнение (5)]. Зная R_μ по (20) подсчитываем τ_s и находим $\dot{\Phi}_m$ [по (29)] и F_K [по (30)]. В этом случае при указанных зазорах максимальная погрешность не превышает 6,9% (см. таблицу).

Задан поток $\dot{\Phi}_m$. Определяем $\dot{\Phi}_e$ и F_K . Расчет в этом случае несколько отличается от первого варианта. Задаемся $\dot{\Phi}'_{cp}$ и определяем в первом приближении без учета магнитного сопротивления якоря $R_{\mu 4}$

$$\tau'_{s1} = 1 + \frac{G_s (R_{s1} + R_{s2})}{2 + \frac{1}{3} G_s R'_\mu}, \quad (31)$$

по (28) подсчитываем в первом приближении $\dot{\Phi}'_{e1}$ и по нему определяем:

$$B_4 = \frac{\dot{\Phi}'_{e1}}{S_4} \text{ и } R_{\mu 4} = \rho_{R4} \frac{l_4}{S_4}. \quad (32)$$

Во втором приближении находим τ'_s по (20) и $\dot{\Phi}'_e$ по (28) уже с учетом $R_{\mu 4}$ (6). Аналогично находим $\dot{\Phi}''_{cp}$ и $\dot{\Phi}'''_{cp}$. Необходимо отметить, что два приближения следует брать в том случае, когда расчет ведется для малых зазоров и сопротивление $R_{\mu 4}$ влияет на параметры.

Строим по трем значениям кривую $\dot{\Phi}_m(\dot{\Phi}_{cp})$ и из нее по заданному потоку $\dot{\Phi}_m$ определяем истинное значение $\dot{\Phi}_{cp}$; аналогично первому варианту находим R_μ и τ_s и затем по (28) и (30) подсчитываем $\dot{\Phi}_e$ и F_K . Максимальная погрешность в этом случае при указанных зазорах не превышает 7%.

Задана н. с. F_K . Находим $\dot{\Phi}_e$ и $\dot{\Phi}_m$. Расчет проводим аналогично второму варианту для трех значений $\dot{\Phi}_{cp}$, по (30) строим кривую $F_K = f(\dot{\Phi}_{cp})$ (рис. 3) и по заданной F_K определяем $\dot{\Phi}_{cp}$. Затем находим $\dot{\Phi}_e$ по (28) и $\dot{\Phi}_m$ по (29). В этом случае максимальные погрешности при $\delta=4,4$ и 0,57 мм соответственно равны 7,1 и 2,3%.

Выводы. Расчет магнитной цепи по упрощенной схеме без учета магнитного сопротивления стали R_μ может быть рекомендован только как сугубо приближенный при больших воздушных зазорах и

в пределах линейной части кривой намагничивания (при малых значениях ρ_R).

2. Расчет по упрощенной схеме с учетом R_μ дает удовлетворительные результаты только при заданном F_K . Однако он редко используется на практике.

3. Расчет по предлагаемой схеме замещения дает достаточно хорошие результаты (см. таблицу) до значений индукции в сердечниках, равных примерно 1,8 Т.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сотсков Б. С. Основы расчета и проектирования электромеханических элементов автоматических и телемеханических устройств. М., «Энергия», 1965. 576 с.

2. Ступель Ф. А. Электромеханические реле. Основы теории, проектирования и расчета. Изд. Харьковского государственного университета, 1955. 355 с.

3. Любчик М. А. Силовые электромагниты аппаратов и устройств автоматизации постоянного тока. М., «Энергия», 1968. 152 с.

4. Сливинская А. Г. Электромагниты и постоянные магниты. М., «Энергия», 1972. 248 с.

5. Сахаров П. В. Проектирование электрических аппаратов. М., «Энергия», 1971. 560 с.

6. Новиков Ю. Н. Теория и расчет электрических аппаратов. М., «Энергия», 1970. 327 с.

7. Марков Э. Т. Судовые электрические аппараты. Л., «Судостроение», 1971. 407 с.

8. Тихомирова З. Т. Оценка методов расчета магнитных цепей с воздушным зазором приборов и аппаратов. — «Электричество», 1961, № 1, с. 42—48.

9. Буль Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей. М., «Энергия», 1964. 464 с.

10. Буль Б. К. Метод расчета магнитных цепей с воздушным зазором и распределенной н.с. — «Электричество», 1969, № 10, с. 64—68.

11. Kallenbach E. Der Gleichstrommagnet. Akademische Verlagsgesellschaft geest & portig K.-G. Leipzig, 1969. 256 с. [6.3.1975]

УДК 621.314.26-52.001.24

Расчет параметров входного и выходного токов полностью управляемых непосредственных преобразователей с циклическим алгоритмом управления

Канд. техн. наук МЫЦЫК Г. С.

Московский энергетический институт

Для оценки качества выходного тока статических преобразователей электрической энергии и для оценки их реакции на питающую сеть необходимо знание параметров этих токов. Такими параметрами являются их действующие значения, содержание основных гармоник, коэффициент гармоник этих токов, а также угол сдвига фаз основных гармоник тока относительно основных гармоник напряжения.

Указанная задача определения параметров токов решается здесь применительно к сравнительно новому и перспективному по своим свойствам и функциональным возможностям классу — классу непосредственных преобразователей частоты (НПЧ) на полностью управляемых ключевых элементах с двусторонней проводимостью. В тиристорном варианте выполнения такие преобразователи известны как НПЧ с искусственной коммутацией (ИК) и с циклическим алгоритмом управления [Л. 1—3]. Суть алгоритма состоит в том, что фазы сети подключают к фазам нагрузки периодически через равные интервалы с прямым порядком их чередования. Частота основной гармоники выходного напряжения ω_{21} при этом равна разности частоты питающей сети ω_1 и частоты переключения ключей ω_M [Л. 1]: $\omega_{21} = \omega_1 - \omega_M$.

Такие НПЧ называют также НПЧ с однократной модуляцией [Л. 4]. Однако по аналогии с НПЧ с естественной коммутацией, где преобразователи различают по закону модуляции выходного напряжения, различать НПЧ с ИК по алгоритму управления их ключами представляется более целесообразным. При этом достигается единство смыслового

подхода к терминологии в обоих классах НПЧ, а также большая информативность и однозначность терминов.

Наиболее распространены НПЧ с ИК по нулевой, по мостовой схеме или по схемам с расщепленным входом. Существуют также и комбинированные решения. О классификации и принципах практической реализации преобразователей этого класса сказано в [Л. 5].

Здесь рассматриваются симметричные НПЧ с ИК, т. е. такие преобразователи, у которых числа входных и выходных фаз равны $m_1 = m_2$.

Как известно, качество выходного напряжения (тока) определяется эквивалентным числом входных фаз $m_{1\varphi}$, участвующих в формировании выходного напряжения (тока). Рассматриваемые здесь НПЧ с ИК имеют $m_{1\varphi} = 2; 3; 6$.

Для симметричных НПЧ с ИК при одном и том же эквивалентном числе фаз $m_{1\varphi}$ независимо от структуры их силовой части спектры входных токов, так же как и спектры выходных токов, одинаковы. Это обстоятельство освобождает от необходимости производить запись входных и выходных токов для каждой из структурных разновидностей НПЧ с ИК отдельно.

Представляется целесообразным обратить внимание на более широкие возможности применения таких НПЧ, которые не ограничиваются непременно наличием трансформаторов.

Задача определения параметров токов НПЧ с циклическим алгоритмом управления в том или ином виде получила свое отражение в [Л. 1—4].

Однако характерным для указанных работ является лишь изложение самого метода записи выходных и входных токов для частных случаев. В [Л. 2 и 3] приводятся результаты вычисления некоторых параметров токов, однако в виде, не всегда пригодном для оперативного практического их использования, причем сама методика вычисления параметров токов не приводится. В настоящей статье приводятся метод и результаты вычисления искажений входных и выходных токов в функции всех независимых переменных спектров (ω_1/ω_m , φ_{21}) и устанавливается взаимосвязь этого безразмерного параметра с действующими значениями этих токов и со значениями их основных гармоник, а также фазового сдвига основной гармоники входного тока i_{11} с аналогичным параметром выходного тока i_{21} .

Анализ будет проводиться при допущении идеальности ключевых элементов НПЧ и неучете активных и реактивных сопротивлений фаз питающей сети для случая симметричной статической активно-индуктивной нагрузки.

Операция периодического включения — отключения ключевых элементов НПЧ представляет собой амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ) 2-го рода. Запись выходного напряжения рассматриваемых НПЧ осуществляется путем использования метода коммутирующих (или коммутационных) функций, суть которого известна из радиотехники [Л. 8] и согласно которому результат амплитудной модуляции представляется произведением модулируемого сигнала (входного напряжения) на модулирующее воздействие (алгоритм переключения ключа НПЧ).

Выходное напряжение j -й фазы m_2 -фазной нагрузки определяется при этом как сумма результатов АИМ 2-го рода m_1 числа входных напряжений U_{1i} посредством связанных с ними ключевых элементов:

$$U_{2j} = \sum_{i=1}^{m_1} U_{1i} \psi_i, \quad (1)$$

где

$$\psi_i = \frac{1}{m_1} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{k\pi}{m_1} \times \times \cos k \left[\omega_m t + \theta_m + (i-1) \frac{2\pi}{m_1} \right]; \quad (2)$$

ψ_i — элементарная коммутационная функция, записанная в виде ряда Фурье. Физически представляет собой элементарный алгоритм переключения ключа (связывающего i -ю фазу сети с j -й фазой нагрузки), выраженный в коде 1—0 (открыт — закрыт).

Элементарные коммутационные функции и элементарные алгоритмы удобны для анализа нулевых схем НПЧ. Для анализа мостовых схем НПЧ и схем с расщепленным входом более удобны эквивалентные коммутационные функции (и эквивалентные алгоритмы), представляющие собой разность двух элементарных коммутационных функций типа (2), сдвинутых между собой на угол π (рис. 1):

$$\psi_i^{\pm}(\omega_m t) = \psi_i(\omega_m t) - \psi_i(\omega_m t \pm \pi). \quad (3)$$

Выходной ток j -й фазы i_{2j} находится делением напряжения каждой гармоники спектра (1) на соответствующее ей комплексное сопротивление нагрузки, а входной ток i -й фазы определяется аналогично (1):

$$i_{1i} = \sum_{j=1}^{m_2} i_{2j} \psi_i(i), \quad (4)$$

где $\psi_i(i)$ — алгоритм типа (2) ключа, связывающего j -ю фазу нагрузки с i -й фазой сети.

Следует заметить, что для симметричных НПЧ по нулевой схеме $m_1 = m_2 = m_{13}$. Для симметричных НПЧ по мостовой схеме $m_{13} = 2m_1 = 2m_2$, так что упомянутое удобство эквивалентных коммутационных функций для анализа схем этих двух групп состоит в некотором упрощении операций суммирования в выражениях (1) и (4) (за счет уменьшения в 2 раза чисел m_1 , m_2).

Выходные и входные фазные токи, определенные по этому методу при синусоидальном питаю-

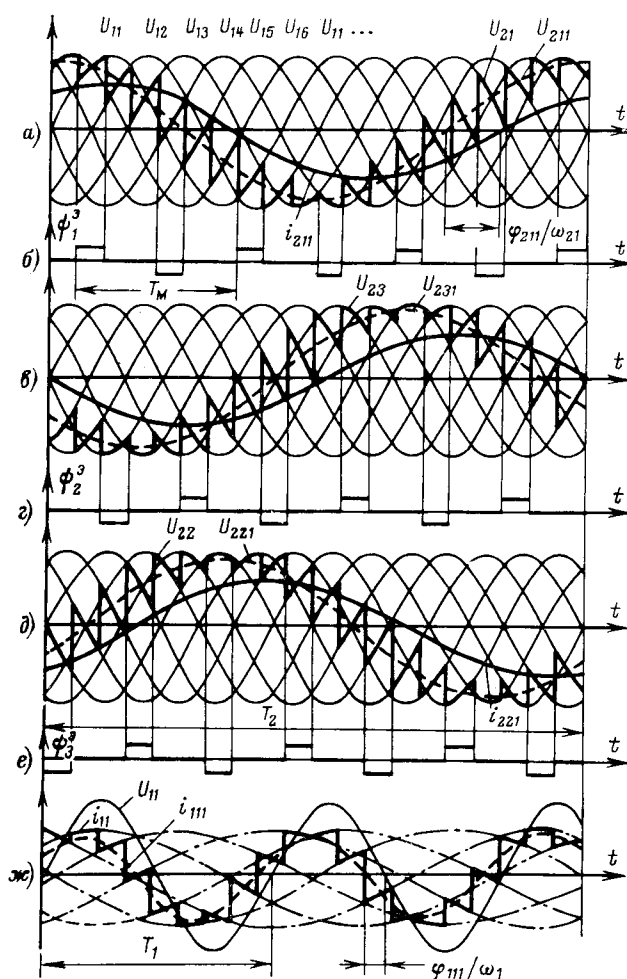


Рис. 1. Временные диаграммы процессов в НПЧ при активно-индуктивной нагрузке с углом нагрузки $\varphi_{21} \approx 33^\circ$ (первая цифра в индексе обозначает первичную или вторичную сторону; вторая — номер фазы; третья — номер гармоники).

а, в, д — выходные фазные напряжения U_{21} , U_{22} , U_{23} и токи i_{21} , i_{22} , i_{23} , представленные для упрощения основными гармониками; б, г, е — эквивалентные алгоритмы переключения НПЧ — Ψ_{21}^+ , Ψ_{22}^+ и Ψ_{23}^+ ; ж — напряжение U_{11} и ток i_{11} с его основной гармоникой i_{11} для 1-й фазы.

щем напряжении могут быть записаны так для НПЧ с $m_{10}=2$:

$$i_2 = \frac{2U_{1m}}{\pi} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{k} \left\{ \frac{1}{|Z_{2k}|} \sin [(\omega_1 - k\omega_M)t + \theta_1 - k\theta_M - \varphi_{2k}] + \frac{1}{|Z_{2k}^*|} \sin [(\omega_1 + k\omega_M)t + \theta_1 + k\theta_M - \varphi_{2k}^*] \right\}; \quad (5)$$

$$i_1 = \frac{4U_{1m}}{\pi} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{1}{kn} \sin \frac{k\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{|Z_{2k}|} \sin [\{\omega_1 - \omega_M(k \mp n)\}t + \theta_1 - \theta_M(k \pm n) - \varphi_{2k}] + \frac{1}{|Z_{2k}^*|} \sin [\{\omega_1 + \omega_M(k \mp n)\}t + \theta_1 + \theta_M(k \pm n) - \varphi_{2k}^*] \right\}, \quad (6)$$

где U_{1m} — амплитуда входного напряжения; θ_1 и θ_M — углы отсчета функций U_{1i} и ψ_i .

$$Z_{2k} = \sqrt{r_2^2 + (\omega_1 - k\omega_M)^2 L_2^2}, \\ Z_{2k}^* = \sqrt{r_2^2 + (\omega_1 + k\omega_M)^2 L_2^2} \quad (7)$$

— сопротивления для нижних и верхних боковых частот соответственно;

$$\varphi_{2k} = \arctg \frac{(\omega_1 - k\omega_M) L_2}{r_2}, \quad \varphi_{2k}^* = \arctg \frac{(\omega_1 + k\omega_M) L_2}{r_2} \quad (8)$$

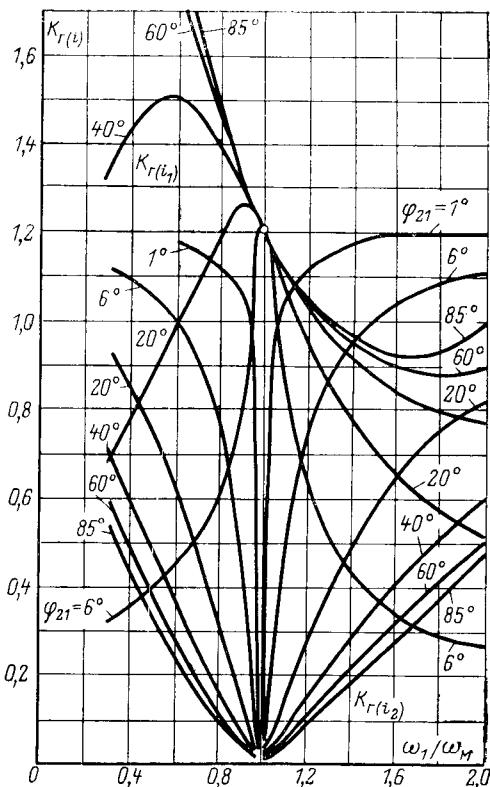


Рис. 2. Зависимость коэффициентов гармоник входного и выходного токов для НПЧ с $m_{10}=2$, $m_1=m_2=1$ и $m_1=m_2=3$.

— аргументы сопротивлений Z_{2k} и Z_{2k}^* соответственно; r_2 и L_2 — параметры нагрузки.

Для НПЧ $m_{10}=3$

$$i_2 = \frac{3U_{1m}}{\pi} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{3}}{k |Z_{2k}|} \sin \{[\omega_1 + k(-1)^l \omega_M]t + \theta_1 + k(-1)^l \theta_M - \varphi_{2k}\}; \quad (9)$$

$$i_1 = \frac{9U_{1m}}{\pi^2} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{3} \sin \frac{n\pi}{3}}{kn |Z_{2k}|} \times \\ \times \sin \{[\omega_1 + [(-1)^l k + (-1)^{q+1} n] \omega_M]t + \theta_1 + [(-1)^l k + (-1)^{q+1} n] \theta_M - \varphi_{2k}\}, \quad (10)$$

где

$$|Z_{2k}| = \sqrt{r_2^2 + [\omega_1 + k(-1)^l \omega_M]^2 L_2^2}; \quad (7a)$$

$$\varphi_{2k} = \arctg \frac{[\omega_1 + k(-1)^l \omega_M] L_2}{r_2}; \quad (8a)$$

l и q — порядковые номера значащих членов ряда по k и n соответственно.

Для НПЧ с $m_{10}=6$

$$i_2 = \frac{6U_{1m}}{\pi} \sum_{k=1, 5, 7, \dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{6}}{k |Z_{2k}|} \sin \{[\omega_1 + (-1)^l k \omega_M]t + \theta_1 + k(-1)^l \theta_M - \varphi_{2k}\}; \quad (11)$$

$$i_1 = \frac{36U_{1m}}{\pi} \sum_{k=1, 5, 7, \dots}^{\infty} \sum_{n=1, 5, 7, \dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{6} \sin \frac{n\pi}{6}}{kn |Z_{2k}|} \times \\ \times \sin \{[\omega_1 + \omega_M \{k(-1)^l + n(-1)^{q+1}\}]t - \varphi_{2k} + \theta_1 + \theta_M [k(-1)^l + n(-1)^{q+1}]\}. \quad (12)$$

Здесь Z_{2k} , φ_{2k} , l и q определяются аналогично (7a) и (8a), причем $k=6k' \pm 1$ и $n=6n' \pm 1$, где $k'=0, 1, 2, \dots, \infty$, $n'=0, 1, 2, \dots, \infty$.

Выше приведенные спектры токов отличаются тем, что при изменении соотношения входной (ω_1) и выходной (ω_{21}) частот (или соотношения ω_1/ω_M , что в принципе одно и то же) отношение частот высших гармоник тока к частоте его основной гармоники в общем случае не является целым числом, причем число это изменяется при изменении этого соотношения (ω_1/ω_{21} или ω_1/ω_M). Эта особенность наглядно проявляется в зависимости коэффициентов гармоник тока от этого аргумента (рис. 2 и 3).

Необходимо заметить, что выходные и входные токи преобразователей частоты данного класса (как с искусственной, так и с естественной коммутацией) в общем случае соотношения входной и выходной частот представляют собой относительно сложные функции, периоды повторяемости которых не совпадают с периодами основных гармоник этих токов.

Это означает, в частности, что при использовании классических выражений для определения таких параметров токов, как их действующее значение или коэффициент гармоник, следует оперировать понятием период повторяемости функции, а не период основной гармоники. В случае, когда отноше-

ние ω_1/ω_M — иррациональное число, входной и выходной токи преобразователя являются непериодическими функциями, а полученные результаты вычисления их параметров при этом, вообще говоря, являются приближенными, что не дает, однако, заметного ущерба в практических расчетах.

Для получения искоемых параметров приведенных спектров токов воспользуемся относительной формой записи сопротивлений для высших гармоник выходного тока. Для этого примем сопротивление для основной гармоники выходного тока равным единице [Л. 1]:

$$Z_{21} = \sqrt{r_2^2 + (\omega_1 - \omega_M)^2 L_2^2} = 1, \quad (13)$$

и выразим через его параметры r_2 , L_2 и аргумент

$$\varphi_{21} = \arctg \frac{(\omega_1 - \omega_M) L_2}{r_2} \quad (14)$$

аргументы и сопротивления для высших гармоник тока:

$$\varphi_{2k}^{(*)} = \arctg \frac{a(\mp)\gamma k}{a-1} \lg \varphi_{21}; \quad (15)$$

$$Z_{2k}^{(*)} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{a(\mp)\gamma k}{a-1} \lg \varphi_{21}\right)^2}{1 + \lg^2 \varphi_{21}}}, \quad (16)$$

где $a = \omega_1/\omega_M$ (для упрощения записи); $\gamma = 1$ для НПЧ с $m_{10} = 2$, причем знак минус перед γ соответствует параметрам φ_{2k} и Z_{2k} для нижних боковых частот, а знак плюс параметрам φ_{2k}^* и Z_{2k}^* для верхних боковых частот; $\gamma = (-1)^l$ — для НПЧ с $m_{10} = 3; 6$, причем перед γ знак плюс.

Коэффициент гармоник напряжения является неполной и поэтому не всегда объективной характеристикой качества выходной электроэнергии НПЧ [Л. 6], поэтому здесь в качестве параметра, определяющего искажения, будем использовать коэффициент гармоник тока. Этот показатель отражает не только содержание высших гармоник в спектре напряжения, но и зависимость их от частотных параметров спектра ω_1/ω_M и φ_{21} . В общем случае при принятом условии (13) можно записать:

$$K_{\Gamma(i_2)} = \frac{1}{I_{21m}} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (I_{2km}^2 + I_{2km}^{*2})} = \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{Z_{2k}^2} + \frac{1}{Z_{2k}^{*2}} \right)}. \quad (17)$$

Здесь I_{21m} и I_{2km} , I_{2km}^* — амплитуда основной и амплитуды гармоник (неосновных) нижних и верхних боковых частот выходного тока соответственно.

В спектрах (9) и (11) верхние и нижние боковые частоты чередуются с изменением k , а в спектре (5) они существуют при каждом k , так что при записи $K_{\Gamma(i_2)}$ для спектров (9) и (11) необходимость в специальном обозначении (или выделении) звездочкой верхних боковых частот отпадает.

Прежде чем перейти к определению искажений входного тока, отметим некоторые свойства рассматриваемых НПЧ [Л. 6].

1. При отсутствии пауз между переключениями ключей НПЧ действующие значения входного и выходного напряжений равны:

$$U_{1д} = U_{2д}. \quad (18)$$

2. При тех же условиях действующие значения входных и выходных токов связаны следующим соотношением:

$$I_{1д} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} I_{2д}. \quad (19)$$

Для симметричных НПЧ $m_1 = m_2$ и $I_{1д} = I_{2д}$.

3. При $\omega_1/\omega_M < 1$ и $\varphi_{21} > 0$ аргумент основной гармоники входного тока $\varphi_{11} < 0$. Этот случай для НПЧ проиллюстрирован на рис. 1. При $\omega_1/\omega_M > 1$ и $\varphi_{21} > 0$ угол $\varphi_{11} > 0$. Это свойство замечено, например, еще в [Л. 1 и 7] и очевидно из рассмотрения (14) и (6), (10), (12).

4. Преобразователи обладают свойством обратимости, т. е. реверсивны как по активной, так и по реактивной мощности.

5. Как будет показано ниже, такие НПЧ обладают также так называемым здесь свойством «зеркальности» искажений, состоящим в том, что максимальные искажения выходных токов, которые

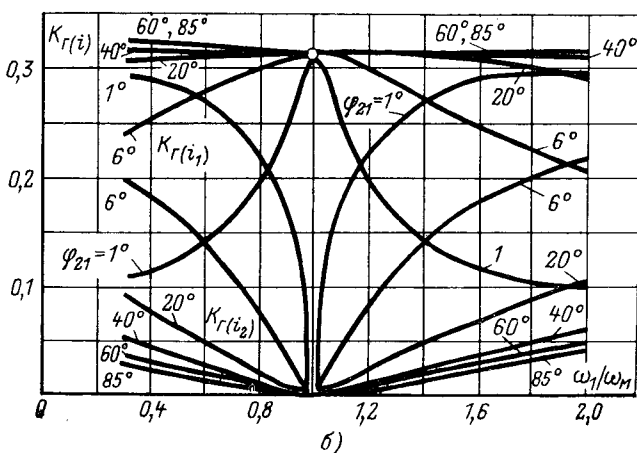
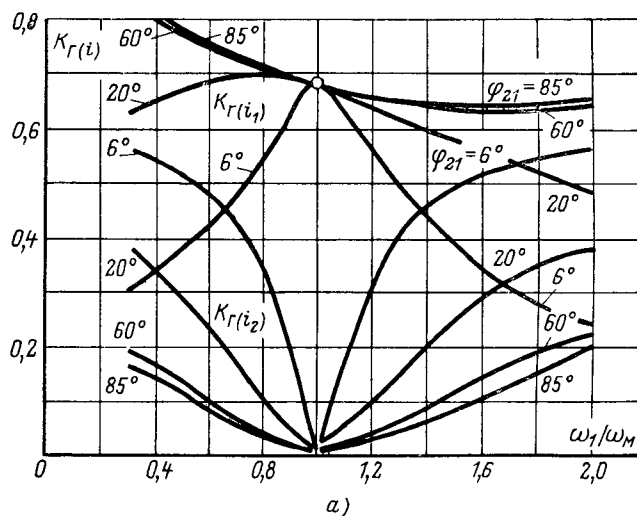


Рис. 3. Зависимость коэффициентов гармоник входного и выходного токов для НПЧ.

а — с $m_{10} = 3$, $m_1 = m_2 = 3$; б — с $m_{10} = 6$, $m_1 = m_2 = 3$.

имеют место при активной нагрузке, равны максимальным искажениям входных токов при $\omega_1/\omega_M \rightarrow 1$ и $\varphi_{21} > 0$, и наоборот, отсутствие искажений во входном токе при активной нагрузке соответствует случаю, когда при $\omega_1/\omega_M \rightarrow 1$ и $\varphi_{21} > 0$ $K_{r(i2)} \rightarrow 0$.

6. Для таких преобразователей в сравнении с НПЧ с естественной коммутацией характерно отсутствие субгармоник в выходном напряжении при сравнительно широкой области изменения параметра ω_1/ω_M . Системы управления при этом более просты, так как строятся по программному принципу, а не по принципу слежения.

Запишем коэффициент гармоник спектра выходного напряжения через действующее значение этого напряжения $U_{2\lambda}$ и амплитуду его основной гармоники U_{21m} , в общем случае определяемую так [Л. 6]:

$$U_{21m} = \frac{m_{13}}{\pi} \left(\sin \frac{\pi}{m_{13}} \right) U_{1m}; \quad (20)$$

$$K_{r(U2)} = \sqrt{\frac{2U_{2\lambda}^2}{U_{21m}^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m_{13}}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \right)^2} - 1}. \quad (21)$$

Коэффициент гармоник выходного напряжения при принятых допущениях не зависит ни от соотношения ω_1/ω_M , ни от угла нагрузки φ_{21} и является величиной постоянной при данном m_{13} .

Для определения искажений входного тока используем свойство (19) и формулу, аналогичную (21):

$$K_{r(i1)} = \sqrt{\frac{2I_{2\lambda}^2}{I_{21m}^2} - 1}. \quad (21a)$$

Из анализа спектров (6), (10) и (12) следует, что каждая из гармоник первичного тока с kn -м номером, в том числе и основная гармоника ω_1 , представляет собой сумму бесконечного числа гармоник с убывающими амплитудами и возрастающими (знакопеременными с ростом числа k) фазовыми углами. Здесь нас интересует лишь основная гармоника. Она формируется из составляющих, которые образуются при номерах $k=n$ и записываются так:

для НПЧ с $m_{13}=2$

$$i_{11} = \frac{4U_{1m}}{\pi^2} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{2}}{k^2} \left[\frac{1}{|Z_{2k}|} \sin(\omega_1 t + \theta_1 - \varphi_{2k}) + \frac{1}{|Z_{2k}^*|} \sin(\omega_1 t + \theta_1 - \varphi_{2k}^*) \right]; \quad (22)$$

для НПЧ с $m_{13}=3$

$$i_{11} = \frac{9U_{1m}}{\pi^2} \sum_{k=1, 2, \dots}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{3}}{k^2 |Z_{2k}|} \sin(\omega_1 t + \theta_1 - \varphi_{2k}); \quad (23)$$

для НПЧ с $m_{13}=6$:

$$i_{11} = \frac{9U_{1m}}{\pi^2} \sum_{k=1, 5, 7, \dots}^{\infty} \frac{1}{k^2 |Z_{2k}|} \sin(\omega_1 t + \theta_1 - \varphi_{2k}). \quad (24)$$

Амплитуда основной гармоники этого тока может быть определена или вручную графически при геометрическом суммировании небольшого числа удерживаемых членов ряда, или же при вычислении на ЦВМ с необходимой точностью по формуле

$$I_{11m} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{\infty} I_{11km} \cos \varphi_{11k} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{\infty} I_{11km} \sin \varphi_{11k} \right)^2}, \quad (25)$$

где

$$\sin \varphi_{11k} = \frac{(a + \gamma k) \operatorname{tg} \varphi_{21}}{|a - 1| \sqrt{1 + \left[\frac{a + \gamma k}{a - 1} \right]^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{21}}}; \quad (26)$$

$$\cos \varphi_{11k} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{a + \gamma k}{a - 1} \right]^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{21}}}; \quad (27)$$

I_{11km} — амплитуды k -х составляющих основной гармоники, а φ_{11k} — их аргумент.

Эти k -е составляющие без звездочек и со звездочками I_{11km}^* и их аргументы φ_{11k}^* для всех спектров (22) — (24) вычисляются аналогично с учетом упомянутого значения γ . Аргумент основной гармоники определяется так:

$$\varphi_{11} = \arccos \frac{1}{I_{11m}} \sum_{k=1}^{\infty} I_{11km} \cos \varphi_{11k}. \quad (28)$$

Результаты вычисления этого параметра тока представлены в [Л. 3 и 6].

Действующее значение выходного тока найдем по вычисленному значению коэффициента гармоник $K_{r(i2)}$ по формуле (17) на основании использования формулы для $K_{r(i2)}$ в модификации (21a):

$$I_{2\lambda} = \frac{I_{21m}}{\sqrt{2}} \sqrt{K_{r(i2)}^2 + 1} = \frac{U_{1m}}{|Z_{21}|} \frac{m_{13}}{\pi \sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \sqrt{K_{r(i2)}^2 + 1}. \quad (29)$$

Подставляя в (21a) значение $I_{2\lambda}$ из (29), получим взаимосвязь основной гармоники входного тока с коэффициентами гармоник $K_{r(i1)}$ и $K_{r(i2)}$:

$$I_{11m} = I_{21m} \sqrt{\frac{K_{r(i2)}^2 + 1}{K_{r(i1)}^2 + 1}} = \frac{U_{1m}}{|Z_{21}|} \frac{m_{13}}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \sqrt{\frac{K_{r(i2)}^2 + 1}{K_{r(i1)}^2 + 1}}. \quad (30)$$

Таким образом, достаточно однажды вычислить зависимости $K_{r(i2)} = f(\omega_1/\omega_M, \varphi_{21})$ и $K_{r(i1)} = f(\omega_1/\omega_M, \varphi_{21})$, чтобы затем в каждом конкретном случае применения НПЧ можно было найти остальные параметры токов $I_{2\lambda}$ и I_{11m} .

Амплитуда основной гармоники выходного тока I_{21m} легко определяется непосредственно из (5), (9) и (11).

Результаты вычисления на ЦВМ базисных параметров $K_{r(i1)}$ по формуле (21a) и $K_{r(i2)}$ по форму-

ле (17) с точностью до 20-го значащего члена ряда представлены на рис. 2 и 3.

При чисто активной нагрузке первичный ток синусоидален, $K_{r(i1)}=0$, а $K_{r(i2)}$ имеет значение (21). Учитывая это, выражение (30) приобретает вид:

$$I_{1/m} = \frac{U_{1m}}{|Z_{21}|} = \left| \frac{\text{при } U_{1m}=1}{Z_{21}=1} \right| = 1.$$

К такому же результату можно прийти, используя выражения (22)–(24), при подстановке $|Z_{2k}| = |Z_{21}| = r_2 = 1$ с последующим вычислением соответствующих сумм.

При нагрузке с аргументом $\varphi_{21} > 0$ $\omega_1/\omega_M \rightarrow 1$ искажения выходного тока стремятся к нулю и тем быстрее, чем ближе φ_{21} к $\pi/2$, а искажения выходного тока стремятся к искажениям выходного тока при чисто активной нагрузке (21). Учитывая это и используя (30), получим:

$$\lim I_{1/m} = \frac{U_{1m}}{|Z_{21}|} \left(\frac{m_{13}}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \right)^2.$$

$$\text{при } \omega_1/\omega_M \rightarrow 1 \\ \varphi_{21} > 0$$

В заключение следует отметить особое свойство рассматриваемых НПЧ при значении параметра $\omega_1/\omega_M=1$. Число гармоник в спектрах (5), (9) и (11) в этом случае уменьшается в 2 раза за счет слияния (бывших) смежных верхних и нижних боковых частот в одну гармонику, а основная гармоника превращается в постоянную составляющую, причем ее содержание, как и содержание высших гармоник, зависит от углов θ_1 и θ_M . Сам же НПЧ при однофазном выходе превращается в управляемый реверсивный выпрямитель с углом управления θ_M .

Исследование параметров входных и выходных токов аналогичным методом для реверсивного выпрямителя с $m_{13}=3$ выполнено в [Л. 6].

Выводы. 1. Качество электроэнергии на входе и выходе рассмотренных НПЧ целесообразно характеризовать частотно зависимыми показателями — коэффициентами гармоник тока $K_{r(i1)}$ и $K_{r(i2)}$. Эти параметры удобно использовать в качестве базисных для определения остальных параметров токов.

2. Предложенный метод расчета позволил получить обобщенные зависимости параметров токов во всей рабочей области изменения их основных аргументов ω_1/ω_M и φ_{21} .

3. Полученные с помощью ЦВМ результаты расчета справедливы для всех известных разновидностей структур симметричных НПЧ (с $m_1=m_2$) и могут быть использованы для расчета необходимых показателей НПЧ (например, входного коэффициента мощности), а также при решении задач согласования НПЧ с электромеханическими устройствами в каждом отдельном случае применения.

В частности, полученный материал позволяет определить целесообразное соотношение частот ω_1/ω_M или целесообразный диапазон изменения этого соотношения, а следовательно, и соотношения ω_1/ω_2 при заданной (допустимой) степени искажения входных или выходных токов.

Наиболее целесообразной областью изменения соотношения частот ω_1 и ω_M является область $\omega_1/\omega_M < 1$. В этом случае имеет место изменение знака реактивной составляющей входного тока по отношению к аналогичной составляющей тока нагрузки. Это обстоятельство позволяет использовать такие НПЧ также в качестве управляемых статических компенсаторов реактивной мощности.

4. Искажения входного (выходного) токов НПЧ тем меньше при прочих равных условиях, чем больше число выходных (входных) фаз и чем больше m_{13} .

5. Области и масштабы применения НПЧ с ИК сейчас определяются результирующим эффектом, обусловленным рассмотренными выше положительными свойствами этих преобразователей и некоторой усложненностью их силовой части (за счет блоков принудительной коммутации тиристоров). Создание эффективных, полностью управляемых ключей переменного тока, является условием значительного расширения областей применения преобразователей с таким (циклическим) алгоритмом управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мاستяев Н. З., Мыцык Г. С. Некоторые соотношения между вторичными и первичными величинами в автономном источнике стабильной частоты. — «Доклады научно-технической конференции по итогам НИР за 1968—1969 гг.». М., МЭИ, 1969, с. 34—40.
2. Мастяев Н. З., Мыцык Г. С. Критерии оценки способов преобразования частоты для преобразователей с непосредственной связью. — «Электротехника», 1972, № 1, с. 4—8.
3. Коробан Н. Т., Мастяев Н. З., Мыцык Г. С. Сравнительный анализ передаточных характеристик полностью управляемых преобразователей частоты с непосредственной связью с различным числом входных фаз. — В кн.: Повышение эффективности устройств преобразовательной техники. Киев, «Наукова думка», 1972, ч. 2, с. 213—219.
4. Карташов Р. П. Анализ первичных токов и напряжений в преобразователях частоты с однократной модуляцией. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. Киев, 1972, «Наукова думка», вып. 35, с. 55—59.
5. Коробан Н. Т., Мастяев Н. З., Мыцык Г. С. Построение и классификация непосредственных преобразователей частоты с искусственной коммутацией. — В кн.: Современные задачи преобразовательной техники. Киев, ИЭД АН УССР, 1975, ч. 2, с. 132—140.
6. Мыцык Г. С. Исследование и разработка способов преобразования параметров электроэнергии с помощью статических преобразователей. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1972. 37 с. (МЭИ).
7. Мыцык Г. С., Еременко В. Г. Гармонический анализ полностью управляемых преобразователей частоты без звена постоянного тока. — «Доклады научно-технической конференции по итогам НИР за 1968—1969 гг.». М., МЭИ, 1969, с. 27—33.
8. Котельников В. А., Николаев А. М. Основы радиотехники. Ч. I. М., Связьиздат, 1950. 372 с.

[21.6.1976]



Реализация требуемой характеристики фильтра для электроподвижного состава с широтно-импульсным регулированием

Канд. техн. наук ПАВЛОВ И. В.

Москва

В СССР и за рубежом все шире применяется электроподвижной состав (ЭПС) с импульсным тиристорным регулированием напряжения на тяговых двигателях.

Использование силовой полупроводниковой электроники открывает большие возможности коренного усовершенствования ЭПС и повышения его тягово-энергетических показателей [Л. 1]. При этом представляется возможным создание ЭПС с плавным бесконтакторным регулированием напряжения на тяговых двигателях при безреостатном пуске, осуществление рекуперативного торможения до остановки, понижение номинального напряжения двигателей по отношению к напряжению сети и стабилизация напряжения на двигателях.

Внедрение импульсного регулирования имеет важное значение на электропоездах, режим эксплуатации которых характеризуется частыми пусками и остановками и сопровождается большими потерями электроэнергии в случае применения обычного реостатного пуска и торможения.

Однако при работе тиристорного ЭПС источником высших гармоник тока в тяговой сети помимо тяговой подстанции становится и подвижной состав, что может привести к увеличению напряжения помех, индуктированных в цепях линий связи. В связи с этим встает проблема сглаживания напряжения на выходе ЭПС. Разработке конструкций сглаживающих фильтров (СФ) для ЭПС посвящен ряд работ [Л. 2—5], в которых даны полезные рекомендации по повышению эффективности СФ, однако отсутствуют обоснования требуемой частотной характеристики коэффициента сглаживания СФ, необходимой и достаточной для обеспечения условий, при которых не будет превзойден допустимый уровень помех в цепях связи. Без знания этой характеристики не представляется возможным осуществить оптимальную реализацию СФ для ЭПС.

Применение тиристорных широтно-импульсных преобразователей на ЭПС постоянного тока вызывает появление в тяговой сети гармонических составляющих тока с частотами, кратными частоте преобразователя. Рабочая частота одной фазы преобразователя определяется нагрузочной способностью тиристоров и обычно выбирается в диапазоне 400—500 Гц. Для устойчивой работы импульсного преобразователя параллельно ему устанавливают конденсатор большой емкости, чтобы исключить влияние на электромагнитные процессы в преобразователе индуктивности тяговой сети участка, значение которой изменяется при движении ЭПС. Поскольку сопротивление этого конденсатора для токов высших гармоник весьма невелико, импульсный преобразователь Π вместе с конденсатором C_1 (рис. 1) можно рассматривать как генератор гармоник напряжения, а выводы a и b считать выходом этого генератора.

Если при работе преобразователя изменение во времени напряжения на конденсаторе C_1 аппроксимировать кусочно-линейной функцией, то эффек-

тивное значение гармонических составляющих напряжения преобразователя определится по формуле [Л. 1]:

$$U_k = \frac{I}{\sqrt{2} \pi^2 k^2 m^2 f_{\Phi} C_1} \sin \pi k \lambda, \text{ В}, \quad (1)$$

где I — ток нагрузки преобразователя, А; k — номер гармоники ($k=1$ соответствует частоте $m f_{\Phi}$); C_1 — емкость конденсатора преобразователя, Ф; f_{Φ} — частота одной фазы, Гц; m — число фаз преобразователя; λ — коэффициент заполнения.

Установив требуемую характеристику сглаживающего фильтра на примере ЭПС типа ЭР2И [Л. 6]. На электросекциях ЭР2И применено широтно-импульсное тиристорное регулирование напряжения, при этом на каждом ее моторном вагоне преобразователь состоит из двух фаз, которые синхронизированы и работают со сдвигом 180° . Каждая фаза питает два двигателя, соединенных последовательно. Такая схема позволяет при основной частоте преобразователя 410 Гц получить на выходах конденсатора C_1 переменную составляющую с основной частотой 820 Гц уменьшенной амплитуды, причем составляющая с частотой 410 Гц исчезает.

Таким образом, на электросекции ЭР2И эквивалентное мешающее напряжение на выходе преобразователя во время пуска обусловлено гармониками с частотой 820, 1640 и 2460 Гц. При пуске в течение нескольких десятков секунд коэффициент заполнения λ равномерно изменяется от 0 до 1, что вызывает изменение гармоник напряжения на выходе преобразователя с частотой 820 Гц дважды от нуля до максимального значения в соответствии с (1).

Гармоника напряжения с частотой 1640 Гц при этом трижды претерпевает аналогичное изменение, а гармоника с частотой 2460 Гц — четырежды. С ростом частоты максимальное значение гармоник напряжения уменьшается.

Эквивалентное мешающее напряжение на выходе преобразователя

$$U_{\Sigma, \text{м}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=3} (p_k U_k)^2}, \text{ В}, \quad (2)$$

где p_k — коэффициент акустического воздействия для k -й гармоники напряжения; U_k — действующее напряжение k -й гармоники на выходе преобразователя, В.

На рис. 2 представлены результаты расчетов по (1) и (2) эквивалентного мешающего напряжения

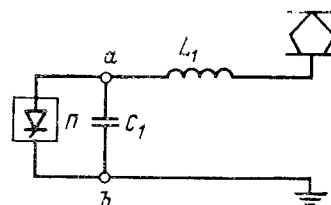


Рис. 1. Схема ЭПС с тиристорным широтно-импульсным регулированием напряжения.

на выходе преобразователя во время пуска при изменении λ . Как видно из рисунка, во время пуска электросекции ЭР2И при $C_1=420$ мкФ (кривая 1) эквивалентное мешающее напряжение дважды возрастает от нуля до максимального значения, достигающего 28 В, и полностью определяется аналогичным изменением во времени гармоники напряжения с частотой 820 Гц.

Кривая 2 на рис. 2 показывает изменение мешающего напряжения на выходе преобразователя, если уменьшить емкость конденсатора C_1 до 280 мкФ, при этом характер изменения напряжения сохраняется, а максимальное его значение составляет 42 В.

Сравнение результатов расчета по (1) и (2) и измерений максимальных значений эквивалентного мешающего напряжения на выходе преобразователя при различной емкости C_1 показало достаточную их сходимость.

Следует подчеркнуть, что конденсатор C_1 выполняет одновременно три функции: обеспечивает устойчивую работу импульсного преобразователя, осуществляет сглаживание его выходного напряжения, а также напряжения на тяговых двигателях.

Если для уменьшения тока высших гармоник в тяговой сети, вызываемых переменной составляющей напряжения на выходе импульсного преобразователя Π , последовательно с токоприемником каждой электросекции ЭР2И включить воздушный реактор с индуктивностью L_1 (рис. 1), то эквивалентный мешающий ток в контактной сети, вызванный ЭПС, определится по формуле:

$$I_{\Sigma, \text{м}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=3} \left(\frac{p_k U_k}{Z_k} \right)^2}, \quad (3)$$

где Z_k — суммарное сопротивление реактора L_1 и выходного сопротивления участка тяговой сети, заключенного между тяговой подстанцией и электропоездом (при одностороннем питании), Ом;

$$Z_k = 2\pi k m f_{\phi} L_1 + Z_{\text{вх.т.}}$$

Входное сопротивление участка тяговой сети, заключенного между подстанцией и электропоездом

$$Z_{\text{вх.т.}} = Z_{\text{т}} \operatorname{th} \gamma_{\text{т}} l_{\text{эл}},$$

где $Z_{\text{т}}$ — волновое сопротивление тяговой сети для k -й гармоники; $\gamma_{\text{т}}$ — постоянная распространения тяговой сети для k -й гармоники, 1/км; $l_{\text{эл}}$ — расстояние между подстанцией и электропоездом, км.

Расчеты по (3) показали, что максимальный эквивалентный мешающий ток электросекции ЭР2И при $L_1=10$ мГ и $l_{\text{эл}}=20$ км составляет 630 мА.

Полученные теоретически и экспериментально значения эквивалентных мешающих напряжений на выходе преобразователя электросекции ЭР2И, а также эквивалентного мешающего тока во много раз превышают соответствующие значения, обусловленные переменной составляющей напряжения на шинах тяговых подстанций постоянного тока при установке на них сглаживающих устройств, рекомендуемых действующими правилами защиты [Л. 7]. Так, при установке сглаживающих устройств

№ 2 эквивалентное мешающее напряжение на шинах подстанций составляет 0,5—0,7 В, а эквивалентный мешающий ток в контактной сети равен примерно 10 мА.

Из представленного выше анализа следует, что при оборудовании электросекций ЭР2И по схеме рис. 1 помехи в цепях воздушных линий связи, обусловленные индуктивным влиянием ЭПС, в десятки раз превышают уровень помех от тяговых подстанций, который близок к норме. Это вызывает необходимость разработки эффективных СФ для ЭПС.

Требуемая характеристика СФ для электросекции ЭР2И, необходимая и достаточная по условию допустимого напряжения шума в цепях воздушных линий связи, индуктируемого тяговой сетью при работе на электрифицированном участке постоянного тока нескольких электропоездов из электросекций ЭР2И, может быть установлена из следующих соотношений.

Допустим, в результате индуктивного влияния на рассматриваемую цепь связи всех источников помех напряжение шума в ней достигает нормы $[U_{\text{ш}}]=1,5$ мВ. Примем при этом, что дополнительные кратковременные помехи, обусловленные совпадением режимов пуска электропоездов, не приведут к превышению этой нормы, так как будет соответственно улучшено сглаживание выпрямленного напряжения фильтрами на тяговых подстанциях.

Если коэффициент сглаживания фильтра подстанций на всех частотах тонального спектра улучшен на $\Delta\%$, то допустимое напряжение шума в цепи связи, обусловленное индуктивным влиянием только электропоездов при пуске, составит:

$$[U_{\text{ш.эл}}] = \sqrt{(\alpha [U_{\text{ш}}])^2 - \left\{ \left(1 - \frac{\Delta}{100} \right) \alpha [U_{\text{ш}}] \right\}^2}, \quad (4)$$

где α — часть нормы помех, индуктированных тяговой сетью железной дороги; если на рассматриваемом участке отсутствуют влияющие ЛЭП, то $\alpha=1$.

Расчеты по (4) показали, что при $[U_{\text{ш.эл}}]=0,7$ мВ значение Δ должно составлять 10% при $\alpha=1$ и 20% при $\alpha=0,8$. Превышение реализуемого коэффициента сглаживания фильтров подстанций по сравнению с требуемым на 10—20% обычно имеет место при проектировании вследствие дискретного ряда значений индуктивности сглаживающих реакторов, которые могут быть практиче-

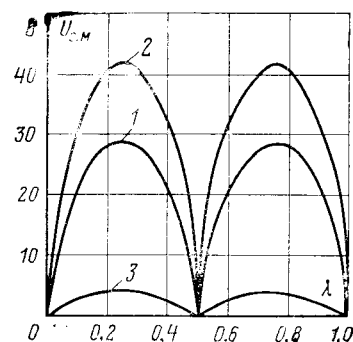


Рис. 2. Изменение эквивалентного мешающего напряжения электросекции ЭР2И в зависимости от коэффициента заполнения.

1 — $C_1=420$ мкФ; 2 — $C_1=280$ мкФ; 3 — $C_1=280$ мкФ и фильтрах по схемам на рис. 3, б и в (значения $U_{\Sigma, \text{м}}$ увеличены в 10 раз).

ски применены на тяговых подстанциях (например, 3; 5 и 7 мГ).

Поскольку одинаковые напряжения генераторов гармоник всех электросекций данного электропоезда подключены параллельно (между контактной сетью и рельсами), мешающий ток в тяговой сети от всего электропоезда определяется мешающим напряжением одной электросекции и не зависит от их количества в электропоезде. При расположении на длине каждой межподстанционной зоны электрифицированного участка нескольких электropоездов могут совпадать максимальные мешающие напряжения при пуске двух электропоездов. Вызываемое последним обстоятельством увеличение мешающего влияния тяговой сети характеризуется коэффициентом

$$p_1 = \sqrt{N} = 1,42, \quad (5)$$

где N — количество электропоездов, одновременно работающих в режиме пуска.

Вследствие последовательного включения с токоприемником каждой электросекции ЭР2И реактора с индуктивностью L_1 (см. рис. 1) мешающий ток в тяговой сети ограничивается. Степень снижения индуктивного мешающего влияния при этом пропорциональна коэффициенту

$$p_2 = \frac{Z_{\text{вх.т}}}{2\pi k m f_{\phi} L_1 + Z_{\text{вх.т}}}. \quad (6)$$

При условии $L_1 = 10$ мГ, $k m f_{\phi} = 820$ Гц, $l_{\text{эл}} = 20$ км имеем $p_2 = 0,45$.

Как показано выше, мешающее влияние электропоездов ЭР2И вызвано токами в тяговой сети с частотами 820, 1640 и 2460 Гц.

Методика расчета мешающего влияния тяговой сети, обусловленного переменной составляющей выпрямленного напряжения подстанции [Л. 7], по-

зволяет определить удельное напряжение шума $u_{\text{ш.к}}$, индуктированное в цепи воздушной линии связи при приложении одного вольта напряжения данной частоты между контактной сетью и землей. Результаты расчета напряжения $u_{\text{ш.к}}$ для частот, генерируемых преобразователем электросекции ЭР2И, сведены в таблицу.

Показатель	Значение показателя при частоте (Гц)		
	820	1640	2460
Удельное напряжение шума в цепи связи $u_{\text{ш.к}}$, мВ/В	2,14	1,55	1,02
Напряжение на выходе преобразователя $U_{k \text{ max}}$ ($C_1 = 280$ мкФ), В	40	10	4,4
Требуемый коэффициент сглаживания $[k_{\text{сгл.к}}]$	136/80	25/100	7/28

Примечания. Исходные данные: стальная цепь воздушной линии связи на трассах, общая длина влияющего участка тяговой сети постоянного тока 100 км, длина каждой межподстанционной зоны 20 км, ширина сближения 20 м, проводимость земли $25 \cdot 10^{-3}$ См/м. Числитель — результаты расчета по (7), знаменатель — при уменьшении гармоник напряжения 1640 и 2460 Гц в 4 раза и $n = 1$.

Требуемый коэффициент сглаживания СФ, устанавливаемого на ЭПС, для k -й гармоники напряжения может быть найден по формуле:

$$[K_{\text{сгл.к}}] = \frac{p_1 p_2 u_{\text{ш.к}} U_{k \text{ max}} \sqrt{n}}{[U_{\text{ш.эл}}]}, \quad (7)$$

где n — число влияющих гармоник напряжения.

В таблице представлены максимальные значения гармоник напряжения на выходе преобразователя электросекции ЭР2И, рассчитанные по (1) при $C_1 = 280$ мкФ, и значения требуемого коэффициента сглаживания, полученные по (7).

Как видно из таблицы, требуемый коэффициент сглаживания достигает весьма больших значений и уменьшается с увеличением частоты. Ниже показано, что сглаживающее действие Г-образных фильтров, применение которых позволяет обеспечить защиту цепей связи от помех, улучшается с повышением частоты. Поэтому целесообразно сильнее сгладить напряжения гармоник с частотой 1640 и 2460 Гц, чтобы уменьшить требуемое сглаживание наиболее низкой гармоники 820 Гц. Гармоники 1640 и 2460 Гц практически не будут вызывать увеличения индуктированных помех в цепях связи, если уменьшить их примерно в 4 раза по сравнению с тем, что требуется по формуле (7).

Представленная методика определения требуемой частотной характеристики может быть использована при выборе СФ для любых типов ЭПС с широтно-импульсным регулированием.

Выбор оптимального СФ для ЭПС целесообразно проводить с учетом следующих показателей: наиболее близкой реализации требуемой частотной характеристики коэффициента сглаживания; минимальных стоимости, массы и габаритов; длительной стабильности сглаживающего действия при эксплуатации ЭПС, а также удобства настройки и обслуживания.

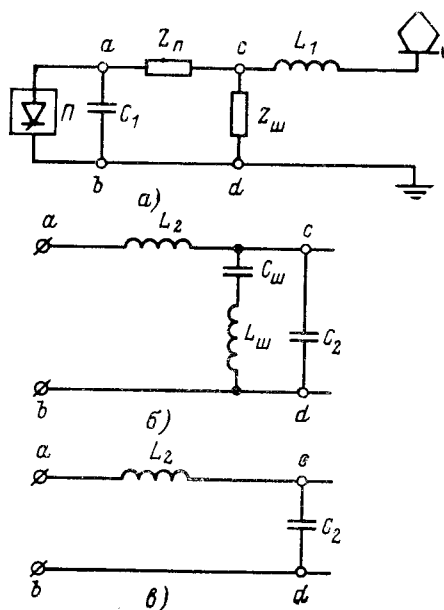


Рис. 3. Схемы ЭПС с импульсным преобразователем и Г-образным фильтром (а), резонансно-аперийодического фильтра (б), LC-фильтра (в).

В результате сравнительной оценки возможности и целесообразности применения на электросекции СФ ряда конструкций установлено, что требуемую частотную характеристику фильтра можно реализовать включением между выходом преобразователя (выводы *a* и *b*) и реактором L_1 однозвенного Г-образного фильтра (рис. 3, *a*). Сглаживание гармоник напряжения, генерируемых каким-либо источником, зависит от соотношения полных сопротивлений продольной $Z_{\text{п}}$ и поперечной (шунтирующей) $Z_{\text{ш}}$ частей фильтра.

Для однозвенного Г-образного фильтра коэффициент сглаживания по напряжению, равный отношению напряжения на выходе генератора гармоник (между точками *a* и *b* на рис. 3, *a*) к напряжению на выходе фильтра (между точками *c* и *d*), для произвольной частоты f_k составит:

$$K_{\text{сгл}k} = 1 + \frac{Z_{\text{п}}}{Z_{\text{ш}}} \quad (3)$$

Для Г-образного LC-фильтра величины, входящие в (8), определяются так:

$$Z_{\text{п}} = j2\pi f_k L_2; \quad Z_{\text{ш}} = -j \frac{1}{2\pi f_k C_2}$$

Если параллельно емкости C_2 подключить резонансный шунт, то

$$Z_{\text{п}} = j2\pi f_k L_2; \quad Z_{\text{ш}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

причем

$$Z_1 = -j \frac{1}{2\pi f_k C_2}; \quad Z_2 = R_{L_{\text{ш}}} + j \left(2\pi f_k L_{\text{ш}} - \frac{1}{2\pi f_k C_{\text{ш}}} \right),$$

где $R_{L_{\text{ш}}}$ — активная составляющая сопротивления катушки с индуктивностью $L_{\text{ш}}$.

Анализ показал, что близким к оптимальному является СФ для электросекций ЭР2И, выполненный с применением Г-образного фильтра по схеме на рис. 3, *b*. При этом между конденсатором $C_1 = 280$ мкФ и реактором $L_1 = 10$ мГ дополнительно установлен Г-образный фильтр с параметрами: $C_2 = 140$ мкФ; $L_2 = 10$ мГ; $C_{\text{ш}} = 10$ мкФ; $L_{\text{ш}} = 3,8$ мГ; $R_{L_{\text{ш}}} = 0,5$ Ом, причем резонансный шунт $L_{\text{ш}}C_{\text{ш}}$ настроен на частоту 820 Гц. Общая масса СФ с таким Г-образным фильтром составляла примерно 1 т, он имеет небольшие габариты и может быть размещен в ячейке тамбура вагона и на его крыше.

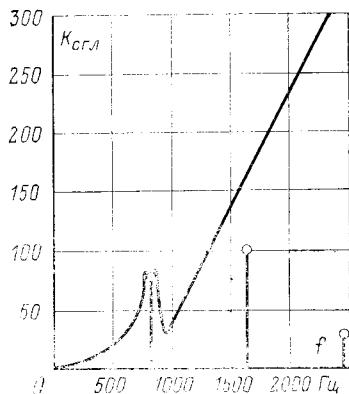
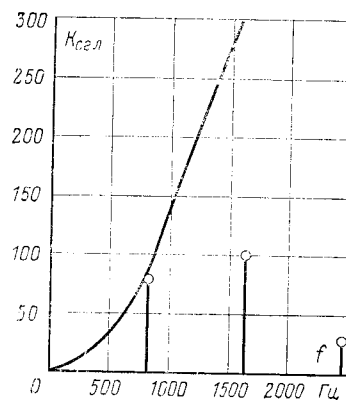


Рис. 4. Зависимость коэффициента сглаживания резонансно-аперiodического фильтра для электросекций ЭР2И от частоты (вертикали — требуемый коэффициент).

Рис. 5. Зависимость коэффициента сглаживания LC-фильтра для электросекций ЭР2И от частоты (вертикали — требуемый коэффициент).



Требуемая и реализуемая частотные характеристики этого фильтра представлены на рис. 4.

Следует отметить, что такой резонансно-аперiodический фильтр обладает некоторыми особенностями. В связи с наличием резонансного шунта требуется периодическая настройка фильтра, а конструкция крепления катушек индуктивности $L_{\text{ш}}$ должна обеспечивать длительную стабильность этой настройки при работе ЭПС. Кроме того, необходимо обеспечить стабилизацию частоты пульсации на выходе преобразователя в достаточно узких пределах (примерно 820 ± 10 Гц).

Указанные требования можно не выполнять, если между конденсатором C_1 и реактором L_1 установить LC-фильтр по схеме на рис. 3, *a*, который не требует настройки и строгой стабилизации частоты преобразователя ЭПС. Требуемая и реализуемая частотные характеристики этого фильтра показаны на рис. 5 ($L_2 = 10$ мГ, $C_2 = 280$ мкФ). Масса, габариты и стоимость СФ примерно такие же, как у предыдущего, и благодаря упомянутым эксплуатационным преимуществам он применен на электросекциях ЭР2И.

На рис. 2 показано изменение мешающего напряжения на выходе ЭПС, рассчитанного в зависимости от коэффициента заполнения при пуске электросекции ЭР2И с рекомендованными СФ. Как видно, мешающее напряжение на выходе ЭПС не превышает 0,4 В, при этом доминирующей является гармоника с частотой 820 Гц.

В заключение следует отметить, что требуемой степени снижения мешающего напряжения на выходе ЭПС можно достигнуть и путем увеличения только емкости C_1 . Как показали расчеты по (1), при этом необходимо увеличить емкость более, чем до 20 тыс. мкФ. Однако такой способ, используемый на ЭПС за рубежом, нельзя признать рациональным [Л. 8].

Экспериментальные исследования подтвердили высокую эффективность предложенных в статье СФ. Это позволило обеспечить работу ЭПС постоянного тока с широтно-импульсным регулированием без превышения помех, индуцированных в цепях воздушных линий связи [Л. 9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихменев Б. Н., Трахтман Л. М. Подвижной состав электрических железных дорог. М., «Транспорт», 1969.
2. Буре И. Г., Шевченко В. В. Входные фильтры статических преобразователей электрического подвижного состава постоянного тока. — «Электричество», 1970, № 5.

ски применены на тяговых подстанциях (например, 3; 5 и 7 мГ).

Поскольку одинаковые напряжения генераторов гармоник всех электросекций данного электропоезда подключены параллельно (между контактной сетью и рельсами), мешающий ток в тяговой сети от всего электропоезда определяется мешающим напряжением одной электросекции и не зависит от их количества в электропоезде. При расположении на длине каждой межподстанционной зоны электрифицированного участка нескольких электропоездов могут совпадать максимальные мешающие напряжения при пуске двух электропоездов. Вызываемое последним обстоятельством увеличение мешающего влияния тяговой сети характеризуется коэффициентом

$$p_1 = \sqrt{N} = 1,42, \quad (5)$$

где N — количество электропоездов, одновременно работающих в режиме пуска.

Вследствие последовательного включения с токоприемником каждой электросекции ЭР2И реактора с индуктивностью L_1 (см. рис. 1) мешающий ток в тяговой сети ограничивается. Степень снижения индуктивного мешающего влияния при этом пропорциональна коэффициенту

$$p_2 = \frac{Z_{\text{вх.т}}}{2\pi k m f_{\phi} L_1 + Z_{\text{ах.т}}} \quad (6)$$

При условии $L_1 = 10$ мГ, $k m f_{\phi} = 820$ Гц, $L_{\text{эл}} = 20$ км имеем $p_2 = 0,45$.

Как показано выше, мешающее влияние электропоездов ЭР2И вызвано токами в тяговой сети с частотами 820, 1640 и 2460 Гц.

Методика расчета мешающего влияния тяговой сети, обусловленного переменной составляющей выпрямленного напряжения подстанции [Л. 7], по-

зволяет определить удельное напряжение шума $u_{\text{ш.к}}$, индуктированное в цепи воздушной линии связи при приложении одного вольта напряжения данной частоты между контактной сетью и землей. Результаты расчета напряжения $u_{\text{ш.к}}$ для частот, генерируемых преобразователем электросекции ЭР2И, сведены в таблицу.

Показатель	Значение показателя при частоте (Гц)		
	820	1640	2460
Удельное напряжение шума в цепи связи $u_{\text{ш.к}}$, мВ/В	2,14	1,55	1,02
Напряжение на выходе преобразователя $U_{k \max}$ ($C_1 = 280$ мкФ), В	40	10	4,4
Требуемый коэффициент сглаживания $[k_{\text{сгл.к}}]$	136/80	25/100	7/28

Примечания. Исходные данные: стальная цепь воздушной линии связи на траверсах, обшая длина влияющего участка тяговой сети постоянного тока 100 км, длина каждой межподстанционной зоны 20 км, ширина сближения 20 м, проводимость земли $25 \cdot 10^{-3}$ См/м. Числитель — результаты расчета по (7), знаменатель — при уменьшении гармоник напряжения 1640 и 2460 Гц в 4 раза и $n = 1$.

Требуемый коэффициент сглаживания СФ, устанавливаемого на ЭПС, для k -й гармоники напряжения может быть найден по формуле:

$$[k_{\text{сгл.к}}] = \frac{p_1 p_2 u_{\text{ш.к}} U_{k \max} \sqrt{n}}{[U_{\text{ш.эл}}]}, \quad (7)$$

где n — число влияющих гармоник напряжения.

В таблице представлены максимальные значения гармоник напряжения на выходе преобразователя электросекции ЭР2И, рассчитанные по (1) при $C_1 = 280$ мкФ, и значения требуемого коэффициента сглаживания, полученные по (7).

Как видно из таблицы, требуемый коэффициент сглаживания достигает весьма больших значений и уменьшается с увеличением частоты. Ниже показано, что сглаживающее действие Г-образных фильтров, применение которых позволяет обеспечить защиту цепей связи от помех, улучшается с повышением частоты. Поэтому целесообразно сильнее сгладить напряжения гармоник с частотой 1640 и 2460 Гц, чтобы уменьшить требуемое сглаживание наиболее низкой гармоники 820 Гц. Гармоники 1640 и 2460 Гц практически не будут вызывать увеличения индуктированных помех в цепях связи, если уменьшить их примерно в 4 раза по сравнению с тем, что требуется по формуле (7).

Представленная методика определения требуемой частотной характеристики может быть использована при выборе СФ для любых типов ЭПС с широтно-импульсным регулированием.

Выбор оптимального СФ для ЭПС целесообразно проводить с учетом следующих показателей: наиболее близкой реализации требуемой частотной характеристики коэффициента сглаживания; минимальных стоимости, массы и габаритов; длительной стабильности сглаживающего действия при эксплуатации ЭПС, а также удобства настройки и обслуживания.

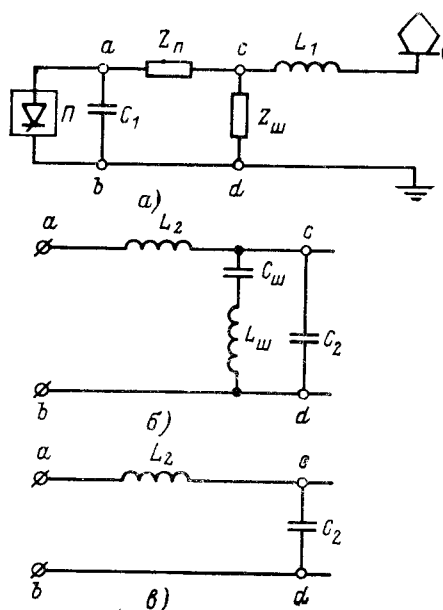


Рис. 3. Схемы ЭПС с импульсным преобразователем и Г-образным фильтром (а), резонансно-аперийодического фильтра (б), LC-фильтра (в).

В результате сравнительной оценки возможности и целесообразности применения на электросекции СФ ряда конструкций установлено, что требуемую частотную характеристику фильтра можно реализовать включением между выходом преобразователя (выводы *a* и *b*) и реактором L_1 однозвенного Г-образного фильтра (рис. 3,а). Сглаживание гармоник напряжения, генерируемых каким-либо источником, зависит от соотношения полных сопротивлений продольной Z_n и поперечной (шунтирующей) $Z_{ш}$ частей фильтра.

Для однозвенного Г-образного фильтра коэффициент сглаживания по напряжению, равный отношению напряжения на выходе генератора гармоник (между точками *a* и *b* на рис. 3,а) к напряжению на выходе фильтра (между точками *c* и *d*), для произвольной частоты f_k составит:

$$K_{сгл} k = 1 + \frac{Z_n}{Z_{ш}}. \quad (6)$$

Для Г-образного LC-фильтра величины, входящие в (8), определяются так:

$$Z_n = j2\pi f_k L_2; \quad Z_{ш} = -j \frac{1}{2\pi f_k C_2}$$

Если параллельно емкости C_2 подключить резонансный шунт, то

$$Z_n = j2\pi f_k L_2; \quad Z_{ш} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

причем

$$Z_1 = -j \frac{1}{2\pi f_k C_2}; \quad Z_2 = R_{L_{ш}} + j \left(2\pi f_k L_{ш} - \frac{1}{2\pi f_k C_{ш}} \right),$$

где $R_{L_{ш}}$ — активная составляющая сопротивления катушки с индуктивностью $L_{ш}$.

Анализ показал, что близким к оптимальному является СФ для электросекций ЭР2И, выполненный с применением Г-образного фильтра по схеме на рис. 3,б. При этом между конденсатором $C_1 = 280$ мкФ и реактором $L_1 = 10$ мГ дополнительно установлен Г-образный фильтр с параметрами: $C_2 = 140$ мкФ; $L_2 = 10$ мГ; $C_{ш} = 10$ мкФ; $L_{ш} = 3,8$ мГ; $R_{L_{ш}} = 0,5$ Ом, причем резонансный шунт $L_{ш}C_{ш}$ настроен на частоту 820 Гц. Общая масса СФ с таким Г-образным фильтром составляла примерно 1 т, он имеет небольшие габариты и может быть размещен в ячейке тамбура вагона и на его крыше.

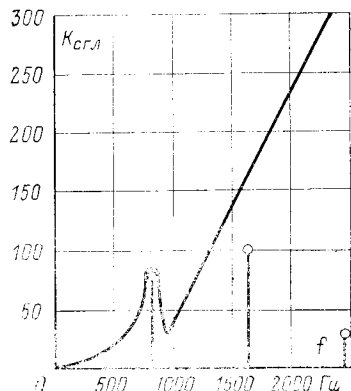
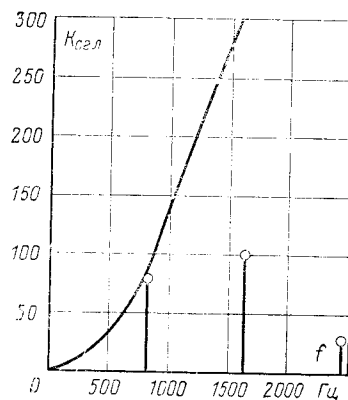


Рис. 4. Зависимость коэффициента сглаживания резонансно-аперического фильтра для электросекций ЭР2И от частоты (вертикали — требуемый коэффициент).

Рис. 5. Зависимость коэффициента сглаживания LC-фильтра для электросекций ЭР2И от частоты (вертикали — требуемый коэффициент).



Требуемая и реализуемая частотные характеристики этого фильтра представлены на рис. 4.

Следует отметить, что такой резонансно-аперический фильтр обладает некоторыми особенностями. В связи с наличием резонансного шунта требуется периодическая настройка фильтра, а конструкция крепления катушек индуктивности $L_{ш}$ должна обеспечивать длительную стабильность этой настройки при работе ЭПС. Кроме того, необходимо обеспечить стабилизацию частоты пульсации на выходе преобразователя в достаточно узких пределах (примерно 820 ± 10 Гц).

Указанные требования можно не выполнять, если между конденсатором C_1 и реактором L_1 установить LC-фильтр по схеме на рис. 3,в, который не требует настройки и строгой стабилизации частоты преобразователя ЭПС. Требуемая и реализуемая частотные характеристики этого фильтра показаны на рис. 5 ($L_2 = 10$ мГ, $C_2 = 280$ мкФ). Масса, габариты и стоимость СФ примерно такие же, как у предыдущего, и благодаря упомянутым эксплуатационным преимуществам он применен на электросекциях ЭР2И.

На рис. 2 показано изменение мешающего напряжения на выходе ЭПС, рассчитанного в зависимости от коэффициента заполнения при пуске электросекции ЭР2И с рекомендованными СФ. Как видно, мешающее напряжение на выходе ЭПС не превышает 0,4 В, при этом доминирующей является гармоника с частотой 820 Гц.

В заключение следует отметить, что требуемой степени снижения мешающего напряжения на выходе ЭПС можно достигнуть и путем увеличения только емкости C_1 . Как показали расчеты по (1), при этом необходимо увеличить емкость более, чем до 20 тыс. мкФ. Однако такой способ, используемый на ЭПС за рубежом, нельзя признать рациональным [Л. 8].

Экспериментальные исследования подтвердили высокую эффективность предложенных в статье СФ. Это позволило обеспечить работу ЭПС постоянного тока с широтно-импульсным регулированием без превышения помех, индуктированных в цепях воздушных линий связи [Л. 9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихменев Б. Н., Трахтман Л. М. Подвижной состав электрических железных дорог. М., «Транспорт», 1969.
2. Бурс И. Г., Шевченко В. В. Входные фильтры статических преобразователей электрического подвижного состава постоянного тока. — «Электричество», 1970, № 5.

Влияние неоднородности земли на импульсные характеристики заземлителей

Кандидаты техн. наук МИШКИН В. М., РЯБКОВА Е. Я.

Москва

На импульсное сопротивление заземлителя в неоднородной земле Z_n , как и на его стационарное сопротивление R_n оказывают влияние электрические параметры верхних слоев земли [Л. 1].

Соотношение импульсного и стационарного сопротивлений заземлителя в неоднородной земле, как и в случае однородной земли [Л. 2], определяет импульсный коэффициент заземлителя:

$$\alpha_n = \frac{Z_n}{R_n}. \quad (1)$$

Расчет стационарного сопротивления заземлителей в неоднородной двухслойной земле может быть выполнен достаточно точно [Л. 1 и 3]. Для расчета импульсного сопротивления Z_n необходимо знать импульсный коэффициент заземлителя в неоднородной земле α_n . Импульсное сопротивление и, следовательно, коэффициент α_n заземлителя в двухслойной земле зависит от удельных сопротивлений верхнего ρ_1 и нижнего ρ_2 слоев, толщины верхнего слоя, размеров, конструкции и положения заземлителя относительно границы раздела слоев и параметров волны тока молнии.

Определение импульсных сопротивлений заземлителей выполнялось с помощью метода физического моделирования. Модели заземлителей помещались в ванне, заполненной двумя слоями песка с различным удельным сопротивлением. Рассматривались две двухслойные модели земли с толщиной верхнего слоя $H=5$ м* и удельными сопротивлениями слоев $\rho_1=850$, $\rho_2=195$ Ом·м и $\rho_1=1450$, $\rho_2=150$ Ом·м. Относительное удельное сопротивление верхнего слоя ρ_1/ρ_2 составляло примерно 4,5 и 10 соответственно. В качестве модельных принимались одиночные вертикальные электроды длиной $l_n=2,5-5$ и 10 м, двухлучевые заземлители с длиной лучей $l_n=10$ и 20 м и двухлучевые заземлители с той же длиной лучей, но с вертикальными электродами $l_n=2,5, 5$ и 10 м, при расстоянии между электродами $a=10$ м. Диаметр вертикальных электродов — 6 см, лучевых — 2 см.

Горизонтальные лучевые заземлители располагались в верхнем слое на глубине $h=0,5$ м от поверхности земли. Вертикальные электроды в зависимости от их длины находились полностью в верхнем слое или пересекали границу раздела слоев, но их верхние концы располагались также на глубине $h=0,5$ м. Измерения проводились при импульсах тока до 150 кА с постоянной длительностью фронта около 3,5 мкс.

* Здесь и далее все размеры даны для натуры.

В работе ставилась задача определить влияние неоднородности земли на импульсное сопротивление Z_n и импульсный коэффициент α_n и выяснить возможности расчета импульсного сопротивления заземлителей в неоднородной земле Z_n с использованием импульсных коэффициентов для однородной земли α_0 , принятых по эквивалентному удельному сопротивлению $\rho=\rho_2$ для стационарного режима, т. е. при растекании тока промышленной частоты.

Для решения этих двух задач сопоставлялись значения коэффициента α_n для заземлителя в неоднородной земле и коэффициента α_0 этого же заземлителя в однородной земле с удельным сопротивлением, равным удельному сопротивлению нижнего слоя $\rho=\rho_2$ или удельному сопротивлению ρ , эквивалентному по стационарному режиму.

На рис. 1 приведены зависимости импульсных коэффициентов от тока $\alpha_n=f(I)$ для одиночных вертикальных электродов в неоднородной земле и для сопоставления зависимости $\alpha_0=f(I)$ для этих же электродов в однородной земле с удельным сопротивлением ρ_2 , найденные по данным [Л. 2]. Значения коэффициентов α_n всегда меньше значений α_0 при одинаковых импульсных токах. Причиной этого является усиление искровых процессов вокруг электрода в слое с большим удельным сопротивлением. Снижение α_n по отношению к α_0 тем значительнее, чем больше ток, стекающий с заземлителя.

Действительно, искровые процессы тем интенсивнее, чем больше плотность тока j , стекающего с заземлителя, и удельное сопротивление земли ρ , приводящие к напряженности в поле заземлителя

$$E=j\rho, \quad (2)$$

превышающей пробивную напряженность земли $E_{пр}$.

С увеличением длины вертикального электрода при одинаковых значениях импульсного тока происходит снижение интенсивности искровых процессов за счет уменьшения плотности стекающего тока, а при проникновении электрода в нижний слой еще и за счет снижения удельного сопротивления земли. Это ведет к уменьшению расходов между значениями коэффициентов α_n и α_0 .

Сопоставление значений коэффициентов α_n и α_0 для горизонтальных двухлучевых заземлителей без вертикальных и с вертикальными электродами свидетельствует о таком же характере влияния неоднородности (рис. 2). Значительное увеличение поверхности этих заземлителей по сравнению с одиночными вертикальными электродами, еще более сни-

3. Штибен Г. А. Выбор фильтров для электроподвижного состава с импульсным регулированием напряжения. — «Электротехника», 1972, № 4.

4. Гомола Г. Г., Штибен Г. А. Теоретический анализ входного фильтра преобразователя ЭПС постоянного тока с импульсным регулированием напряжения. — «Труды ЦНИИ МПС», 1972, вып. 478.

5. Берзник Л. В., Вaleyнис Я. А. Определение параметров сглаживающих фильтров для системы импульсного безреостатного пуска электроподвижного состава постоянного тока. — «Труды ВНИИ вагоностроения», 1968, вып. 8.

6. Электропоезд серии ЭР2И с импульсным регулированием. — «Электрическая и тепловая тяга», 1975, № 1. Авт.: Н. И. Краснобаев, М. Т. Глушков, Я. А. Ванг и др.

7. Правила защиты устройств проводной связи от влияния тяговой сети электрических железных дорог постоянного тока. М., «Транспорт», 1969, ч. 1.

8. Tochibana Kyoze, Tsuboi Takashi, Kariva Shizuo. Theoretical analysis of inductive interference caused by DC hopper-controlled car. — «Hitachi Rev.», 1970, vol. 19, № 5.

9. Мешающее влияние на цепи связи электроподвижного состава с широтно-импульсным регулированием на участках с электрической тягой постоянного тока. — «Вестник Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта», 1974, № 6. Авт.: К. А. Любимов, И. В. Логат, Т. М. Сосновская.

жает плотность тока при одинаковых значениях стекающего тока i , следовательно, ослабляет влияние искровых процессов. С увеличением размеров сложного заземлителя расхождения между значениями коэффициентов α_n и α_0 уменьшаются. Например, при токе 50 кА для двухлучевого заземлителя без вертикальных электродов и с таковыми соотношение коэффициентов $\frac{\alpha_n}{\alpha_0} = 0,42; 0,48; 0,7$ и $0,9$ соответственно при $l_n = 0;$

2,5; 5 и 10 м значительно больше, чем для одиночных вертикальных электродов соответствующей длины (рис. 1).

Таким образом, влияние неоднородности земли на импульсный коэффициент заземлителей снижается и отношение $\frac{\alpha_n}{\alpha_0}$ стремится к единице во всех случаях, когда уменьшается плотность тока, стекающего с заземлителя, а также при увеличении части длины электродов, находящейся в нижнем, более проводящем слое.

Следует отметить, что при рассмотренной неоднородности земли, т. е. при $\rho_1 > \rho_2$, относительное увеличение стационарного сопротивления $\frac{R_n}{R_0}$ будет больше относительного увеличения импульсного сопротивления

$$\frac{Z_n}{Z_0} = \frac{R_n \alpha_n}{R_0 \alpha_0}, \quad (3)$$

т. к. как всегда $\frac{\alpha_n}{\alpha_0} < 1$.

Для заземлителей в неоднородной земле с верхним более проводящим слоем, т. е. при $\rho_1 < \rho_2$, будет иметь место ослабление искровых процессов в верхнем слое, что приведет к увеличению импульсного коэффициента заземлителя α_n по сравнению с α_0 .

Для выяснения возможности расчета импульсного сопротивления заземлителей в неоднородной земле с использованием импульсных коэффициентов, принятых по эквивалентному удельному сопротивлению стационарного режима, рассмотрена закономерность расхождений между значениями коэффициентов α_{p_2} и α_n . Для этого значения импульсных коэффициентов α_n , полученные для заземлителей в неоднородной земле, сравнивались с импульсными коэффициентами α_{p_2} , принятыми по эквивалентному удельному сопротивлению для стационарного режима [Л. 2].

Сравнением двух выражений для импульсного сопротивления заземлителей в неоднородной земле

$$Z_n = \alpha_n R_n \quad (4)$$

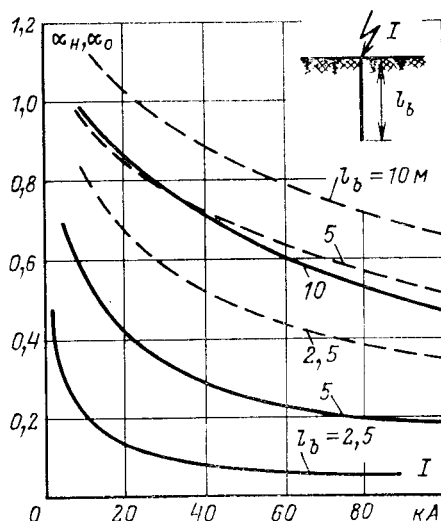


Рис. 1. Зависимость импульсных коэффициентов вертикальных электродов от тока.

— в неоднородной земле, $\rho_1=1450$ Ом·м, $\rho_2=150$ Ом·м;
- - - в однородной земле, $\rho=150$ Ом·м.

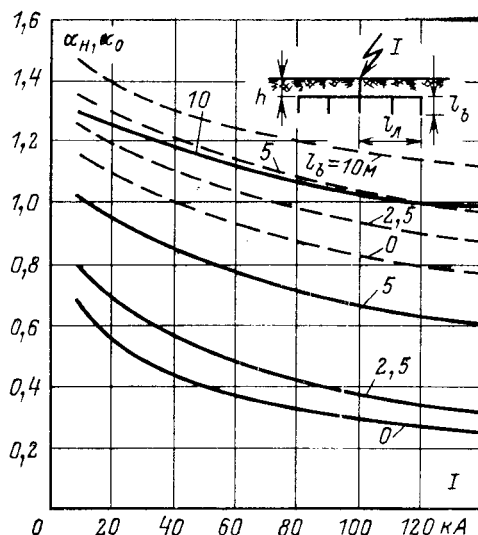


Рис. 2. Зависимость импульсных коэффициентов двухлучевых заземлителей ($l_n=20$ м) от тока.

— в неоднородной земле, $\rho_1=1450$ Ом·м, $\rho_2=150$ Ом·м;
- - - в однородной земле, $\rho=150$ Ом·м.

и

$$Z_n = \alpha_{p_2} \Delta R_n \quad (5)$$

определяется поправочный коэффициент для расчета Z_n

$$\Delta = \frac{\alpha_n}{\alpha_{p_2}}. \quad (6)$$

Отклонение коэффициента Δ от единицы характеризует погрешность расчета Z_n по коэффициенту α_{p_2} , принятому по эквивалентному удельному сопротивлению стационарного режима ρ_2 .

На рис. 3 для одиночных вертикальных электродов приводятся зависимости $\alpha_n = f(I)$, полученные из измерений импульсных сопротивлений Z_n в двухслойной земле при $\rho_1 > \rho_2$, а также зависимости $\alpha_{p_2} = f(I)$, соответствующие эквивалентному удельному сопротивлению ρ_2 стационарного режима.

Отношение $\frac{\alpha_n}{\alpha_{p_2}}$ определяет поправочный коэффициент Δ для расчета Z_n по выражению (5). Как видно из сравнения этих зависимостей, при всех длинах одиночных электродов и любом токе I значения α_n меньше α_{p_2} , и, следовательно, поправочный коэффициент $\Delta = \frac{\alpha_n}{\alpha_{p_2}}$ меньше единицы.

Наибольшая разница между значениями α_n и α_{p_2} наблюдается при условиях, наиболее благоприятных для развития искровых процессов, а именно при наибольшем токе $I=100$ кА и электроде длиной 2,5 м, полностью расположенном в верхнем слое земли толщиной $H=5$ (рис. 3, кривые 1).

Большая разница между значениями α_n и α_{p_2} не может быть следствием только небольшого превышения удельного сопротивления верхнего слоя ($\rho_1=1450$ Ом·м) над эквивалентным удельным сопротивлением стационарного режима ($\rho_2=1370$ Ом·м), определяющим значение α_{p_2} . Действительно, зависимость импульсного коэффициента вертикального электрода длиной 2,5 м от тока в области значений ρ_1 и ρ_2 невелика [Л. 2]. Значительное снижение импульсного сопротивления Z_n , а следовательно, и импульсного коэффициента α_n вертикального электрода при $l_n < H$ объясняется, по-видимому, наличием зоны искрообразования, увеличивающей размеры заземлителя и направленными токами в земле, приближающими электрод к более проводящему нижнему слою.

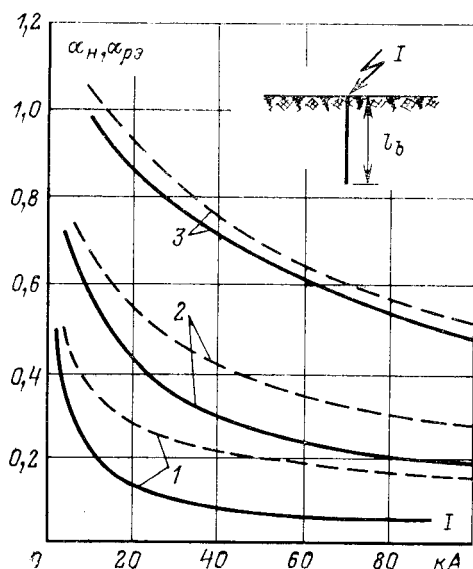


Рис. 3. Зависимость импульсных коэффициентов вертикальных электродов от тока.

— в неоднородной земле, $\rho_1=1450$ Ом·м, $\rho_2=150$ Ом·м;
 --- в эквивалентной по стационарному режиму однородной земле, $I=I_0=2,5$ м, $\rho_3=1570$ Ом·м; 2—5 м, 580 Ом·м; 3—10 м, 270 Ом·м.

Тип заземлителя	Значение l_b , м	Значение поправочного коэффициента Δ для расчета сопротивления Z_H при $I=100$ кА и $H=5$ см	
		$\rho_1/\rho_2=10$	$\rho_1/\rho_2=4,5$
Вертикальный электрод	2,5	0,5	0,78
	5	0,7	0,88
	10	0,93	0,98
Двух-лучевой	$l_d=20$ м	0	0,85
		2,5	0,8
		5	0,91
	$l_d=10$ м	0	0,74
		2,5	0,78
		5	0,88
		10	0,95

С увеличением длины вертикального электрода, а именно при длине $l_b > H$, когда часть электрода находится в более проводящем слое земли (рис. 3, кривые 2 и 3), влияние тока на интенсивность искровых процессов и, следовательно, влияние неоднородности земли на сопротивление Z_H снижается. Расхождение между значениями α_n и α_{ρ_3} уменьшается и поправочный коэффициент Δ стремится к единице (см. таблицу). Расхождение между значениями коэффициентов α_n и α_{ρ_3} для двухлучевого горизонтального заземлителя без вертикальных электродов (рис. 4, кривые 1) существенно меньше, чем для вертикального электрода длиной 2,5 м (рис. 3, кривые 1), а следовательно, и поправочный коэффициент Δ ближе к единице. Расхождение меньше не только при одинаковом токе, но и при одинаковой средней плотности стекающего тока, приближенно характеризующей интенсивность искровых процессов в земле.

Например, при одинаковой средней плотности тока $j = 4 \frac{A}{cm^2}$, для горизонтального двухлучевого заземлителя с $l_d=20$ м ($I=100$ кА) коэффициент $\Delta=0,83$, а для вертикального электрода длиной 2,5 м ($I=18,8$ кА) $\Delta=0,5$.

Причиной этого является меньшее влияние искрового процесса из-за более удаленного расположения горизонтального заземлителя от границы с нижним, более проводящим слоем земли по сравнению с вертикальным электродом. Такое объяснение подтверждается также увеличением разницы между значениями α_n и α_{ρ_3} для горизонтального двухлучевого

заземлителя с вертикальными электродами длиной 2,5 м (рис. 4, кривые 2) по сравнению с горизонтальным заземлителем без вертикальных электродов (рис. 4, кривые 1). Здесь повлияло, очевидно, приближение вертикальных электродов к границе раздела слоев несмотря на снижение плотности тока, стекающего с увеличенной поверхности лучевого заземлителя с вертикальными электродами.

Дальнейшее увеличение длины вертикальных электродов у горизонтального заземлителя до 5 и 10 м ослабляет искровой процесс из-за уменьшения плотности стекающего тока и перехода части длины электродов в землю с меньшим удельным сопротивлением ($\rho_2=150$ Ом·м). В результате разница между значениями α_n и α_{ρ_3} уменьшается (рис. 4, кривые 3 и 4). Значения поправочного коэффициента Δ для двухлучевых заземлителей при $\frac{\rho_1}{\rho_2}=10$ приведены в таблице.

Как видно из таблицы, коэффициент Δ стремится к единице с уменьшением отношения $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ и с увеличением размеров

заземлителей. Естественно, что с уменьшением толщины верхнего слоя H и тока I поправочный коэффициент Δ также будет стремиться к единице из-за уменьшения влияния искровых процессов, являющихся причиной расхождения коэффициентов α_n и α_{ρ_3} .

Проведенный анализ показывает, что при расчете импульсного сопротивления заземлителей в неоднородной земле с верхним менее проводящим слоем ($\rho_1 > \rho_2$) с использованием импульсных коэффициентов α_{ρ_3} , принятых по эквивалентному удельному сопротивлению ρ_0 для стационарного режима, в расчет вносится ошибка, преувеличивающая значение импульсного сопротивления заземлителя. Найденные значения поправочного коэффициента Δ , вводимые в расчет сопротивления Z_H по выражению (5) и компенсирующие эту ошибку, при рассмотренном соотношении $\rho_1 > \rho_2$ всегда меньше единицы.

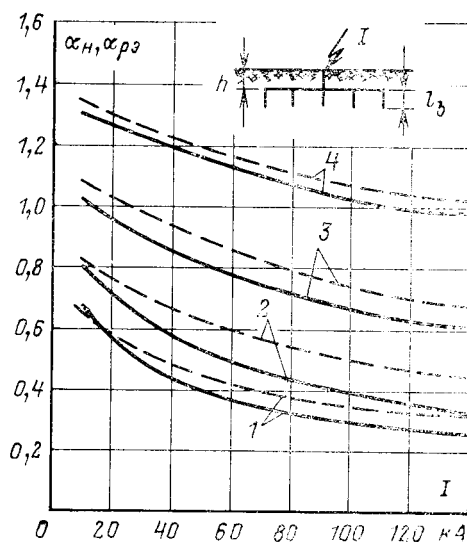


Рис. 4. Зависимость импульсных коэффициентов двухлучевых заземлителей ($l_d=20$ м) от тока.

— в неоднородной земле, $\rho_1=1450$ Ом·м, $\rho_2=150$ Ом·м;
 --- в эквивалентной по стационарному режиму однородной земле, $I=I_0=0$, $\rho_3=1300$ Ом·м; 2—2,5 м, 1200 Ом·м; 3—5 м, 750 Ом·м; 4—10 м, 260 Ом·м.

Очевидно, что расчет импульсного сопротивления заземлителя в неоднородном грунте с верхним более проводящим слоем $\rho_1 < \rho_2$ с использованием импульсных коэффициентов внесет ошибку, преуменьшающую импульсное сопротивление заземлителя и, следовательно, поправочный коэффициент Δ будет больше единицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сопротивление искусственных заземлителей опор линий электропередач в неоднородной земле. — «Электричество»,

1970, № 10. Авт.: А. А. Воронина, В. М. Мишкин, Е. Я. Рябова, А. И. Якобс.

2. Рябова Е. Я., Мишкин В. М. Исследование импульсных характеристик заземлителей опор линий электропередачи высокого напряжения в однородной земле. — «Электричество», 1976, № 8.

3. Якобс А. И., Коструба С. И., Живаго В. Т. Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЦВМ. — «Электричество», 1967, № 8.

[26.4.1976]

УДК 62-83.621.3.016.352

Поведение асинхронного электропривода при случайной нагрузке

Доктор техн. наук МУСИН А. М.

ВИЭСХ

При выявлении условий устойчивой работы асинхронного электропривода возникают трудности, связанные с нелинейностью характеристик электропривода. Предлагается приближенный метод анализа режима и проверки динамической устойчивости электропривода, снимающий эти трудности.

Уравнение, описывающее механические переходные процессы в асинхронном электроприводе, имеет вид:

$$\frac{ds_*}{dt_*} + \frac{2s_*}{s_*^2 + 1} = m_c(t), \quad (1)$$

где $s_* = \frac{s}{s_k}$ — скольжение, отн. ед.; s_k — критическое

скольжение; $t_* = \frac{t}{B}$ — время отн. ед.; $B =$

$\frac{J\omega_0 s_k}{M_k}$ — электромеханическая постоянная време-

ни электропривода; J — приведенный момент инерции; ω_0 — син-

хронная угловая скорость; $m_c = \frac{M_c}{M_k}$ — момент сил сопротивления, отн. ед.; M_k — максимальный (опрокидывающий) момент двигателя.

Уравнение (1) является нелинейным. Для того чтобы получить аналитическое решение задачи в [Л. 1 и 2] рекомендуется идеализировать нагрузочную диаграмму заменой синусоидой.

В [Л. 3] расчет динамической устойчивости рекомендуется вести по линеаризованной механической характеристике. При этом для аппроксимации используется формула:

$$m_d = \frac{M_d}{M_k} = 1,39 \frac{s}{s_k}, \quad (2)$$

где M_d — момент двигателя.

На рис. 1 показаны механические характеристики, построенные по упрощенной формуле Клосса (кривая 1) и по уравнению (2) (прямая 2). В области больших скольжений тангенс угла наклона прямой 2 в несколько раз больше тангенса угла наклона кривой 1. Именно на этом участке механической характеристики происходят те явления, от которых зависит динамическая устойчивость. При случайной нагрузке максимальное значение момента сопротивления часто на 30—50% выше, чем максимальный момент двигателя. В таких случаях расчет по линеаризованной характеристике 2 дает заведомо неверный результат.

Для анализа нелинейных систем при действии случайных возмущающих сил применяют метод статистической линеаризации [Л. 4 и 5]. Однако при наличии нелинейных инерционных звеньев решение задачи усложняется, так как выбор коэффициентов линеаризации зависит не только от вида нелинейности, но также и от характера изменения сигнала на входе.

В предлагаемом приближенном методе расчет динамической устойчивости производится без линеаризации механической характеристики. Рассмотрим переходный процесс при работе асинхронного двигателя в зоне критического скольжения. На рис. 2 представлены зависимости момента сопротивления, момента двигателя и скольжения от времени. В точке А момент сопротивления становится больше критического момента двигателя. В течение времени t_1 существует опасность потери устойчивости. Скольжение двигателя изменяется от некоторого начального значения $s_{нач}$ до конечного $s_{кон}$. Если при этом $s_{кон} < 1$, электропривод считается устойчивым. Площадь фигуры ABC характеризует перегрузку, которая может быть преодолена только за счет запаса кинетической энергии маховых масс. Площадь фигуры ABCD характеризует работу маховых масс при увеличении скольжения двигателя до критического значения. Устойчивость будет обеспечена, если изменение кинетической энергии в системе при снижении скорости до критического значения будет больше энергии, необходимой для преодоления перегрузки, численно равной площади выброса нагрузочной диаграммы $m_c = f(t)$ за уровень критического момента двигателя. Это положение можно представить в виде неравенства:

$$\Delta \mathcal{E}_k > \mathcal{E}_b, \quad (3)$$

где $\Delta \mathcal{E}_k$ — изменение кинетической энергии движущихся масс электропривода при снижении скорости до критического значения; $\mathcal{E}_b$ — энергия выброса за уровень $m_d = 1,0$.

В свою очередь

$$\Delta \mathcal{E}_k = J \frac{\omega_{нач}^2 - \omega_{кон}^2}{2} = J \omega_0 (s_{кон} - s_{нач}) \frac{\omega_{нач} + \omega_{кон}}{2}, \quad (4)$$

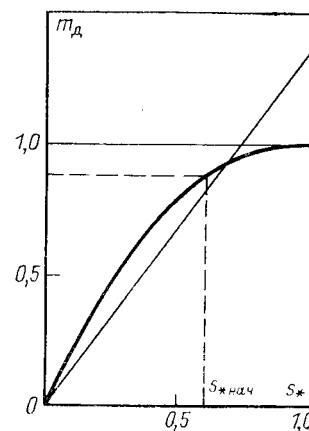


Рис. 1. Механическая характеристика асинхронного двигателя и ее линеаризация.

где $\omega_{нач}$, $\omega_{кон}$ — угловая скорость в начале и в конце перегрузки.

Энергия выброса за уровень $m_d=1,0$:

$$\mathcal{E}_B = \int_0^{t_1} M_c(\cdot) \omega(t) dt - \int_0^{t_1} M_k \omega(t) dt, \quad (5)$$

где t_1 — время перегрузки.

Полагаем

$$\omega(t) \approx \omega_{cp} = \frac{\omega_{нач} + \omega_{кон}}{2}. \quad (6)$$

После подстановки (4) и (6) в (3) и некоторых преобразований с учетом принятых обозначений условие устойчивости принимает вид:

$$B(s_{*кон} - s_{*нач}) > \int_0^{t_1} m_c(t) dt - t_1. \quad (7)$$

Правая часть выражения (7) представляет собой площадь выброса нагрузки за уровень $m_d=1,0$. Обозначим

$$F_B = \int_0^{t_1} m_c(t) dt - t_1. \quad (8)$$

При выборе $s_{*кон}$ следует руководствоваться конкретными требованиями в отношении допустимого снижения скорости. Чаще всего принимают $s_{*кон}$, равным критическому значению. Однако можно считать устойчивым электропривод, у которого скольжение временно становится больше критического с последующим возвратом двигателя на рабочую часть механической характеристики. Выбранное значение допустимого скольжения следует принять за единицу. Электромеханическую постоянную времени электропривода также следует рассчитывать с учетом принятого значения $s_{*кон}$. Это позволит избежать погрешностей, связанных с неточностями при определении критического скольжения двигателя.

При случайной нагрузке $s_{*нач}$ каждый раз будет различным. Для того чтобы выполнялось неравенство (7), достаточно указать наибольшее из возможных значений $s_{*нач}$. В качестве такового можно принять $s_{*нач}=0,6$. В соответствии с упрощенной формулой Клосса этому значению скольжения соответствует $m_d=0,88$. Таким образом, предполагается, что в начале переходного процесса (точка D на рис. 2) момент двигателя не превышает 0,88 критического значения. Нарушение этого условия возможно в двух случаях:

если большие перегрузки следуют одна за другой с небольшими интервалами времени; такие случаи исключаются из рассмотрения как события, имеющие нулевую вероятность;

если момент сопротивления изменяется настолько медленно, что при этом отсутствуют механические переходные процессы; тогда отпадает необходимость рассматривать динамическую устойчивость, можно ограничиваться анализом статической устойчивости.

С учетом принятых значений скольжения $s_{*нач}$ и $s_{*кон}$ неравенство (7) принимает вид:

$$\frac{F_B}{B} < 0,4. \quad (9)$$

Полученное выражение позволяет проверить динамическую устойчивость электропривода, не решая уравнение (1) и не прибегая к линеаризации механической характеристики.

Условие (7) будет справедливым как для детерминированных периодических нагрузок, так и для случайных стационарных нагрузок.

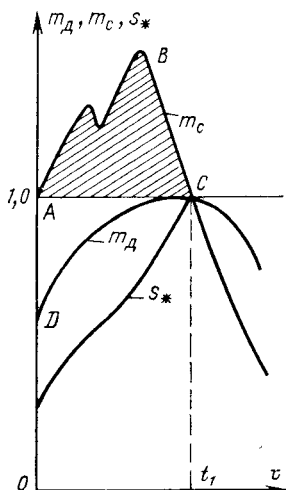


Рис. 2. Изображение переходного процесса при перегрузке.

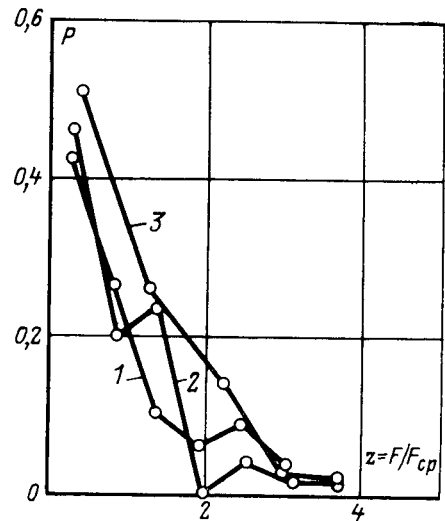


Рис. 3. Полигон распределения площадей выброса нагрузочной диаграммы. По оси абсцисс отложены площади выбросов (отн. ед.). За единицу принята оценка математического ожидания. По оси ординат отложены вероятности выбросов, оцениваемые по их частоте появления.

1 — за уровень 12 кВт; 2 — 14 кВт; 3 — 16 кВт.

Допущение $s_{*нач} \leq 0,6$ правомерно для определенного диапазона частот нагрузок. В [Л. 6] даны результаты решения на ЦВМ уравнения (1) для синусоидальной правой части. Сравнение этих результатов с результатами, полученными предлагаемым приближенным методом, показывают правомерность применения неравенства (9) для относительных частот в пределах $1,35 > v > 0,3$, где $v = \omega_{нг} B$ ($\omega_{нг}$ — угловая скорость изменения нагрузки).

При случайной нагрузке площади выбросов представляют собой случайные величины, имеющие свой закон распределения вероятностей. Для того, чтобы можно было воспользоваться выражением (9), необходимо определить расчетное значение площади выброса, взятое с заданной вероятностью. Будем считать, что расчетное значение площади выброса в k_F раз больше среднего значения. Тогда условие динамической устойчивости принимает вид:

$$\frac{k_F F_{cp}}{B} < 0,4. \quad (10)$$

Значения F_{cp} и k_F могут быть определены интегрированием выбросов нагрузки за уровень $m_d=1,0$.

Результаты измерения подвергаются статистической обработке. На рис. 3 показан полигон распределения площадей выбросов за уровни 12, 14 и 16 кВт нагрузочной диаграммы дробилки кормов ДКУ-1,0. Из графиков видно, что характер распределения площадей выбросов достаточно устойчив при разных уровнях. Задавшись требуемой обеспеченностью, которая выбирается по конкретным условиям, можно определить коэффициент k_F и затем по выражению (10) проверить динамическую устойчивость электропривода. Для рассмотренного примера можно принять $k_F=2$. Фрагмент диаграммы показан на рис. 4.

Для нагрузочных диаграмм, которые могут быть представлены в виде стационарных случайных функций с нормальным распределением вероятностей, могут быть использованы методы расчета выбросов случайной функции [Л. 4]. Если заданы математическое ожидание m_0 и корреляционная функция $k_M(\tau)$, то средняя площадь, ограниченная реализацией случайной функции и заданным уровнем (средняя площадь выброса) определяется по формуле:

$$F_{cp} = \frac{\sigma_m^2 \sqrt{2\pi}}{\sigma_v} + \frac{(m_0 - a) \sigma_m \pi}{\sigma_v} \times \left[1 - \Phi\left(\frac{a - m_0}{\sigma_m}\right) \right] \exp\left[\frac{1}{2} \left(\frac{a - m_0}{\sigma_m}\right)^2\right], \quad (11)$$

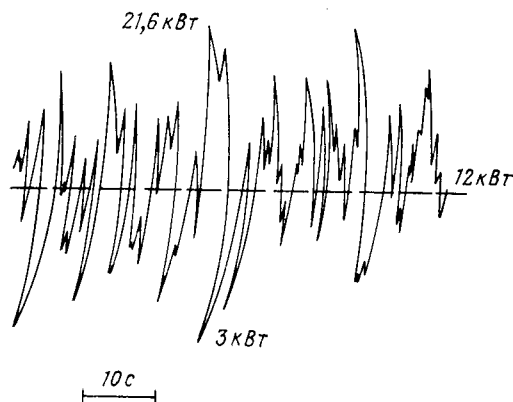


Рис. 4. Фрагмент нагрузочной диаграммы трактора.

где σ_m — среднеквадратическое отклонение момента сопротивления, отн. ед.; σ_v — среднеквадратическое отклонение производной момента сопротивления, отн. ед.; m_0 — математическое ожидание момента сопротивления, отн. ед.; a — заданный уровень (в рассматриваемом случае $a=1,0$);

$$\Phi\left(\frac{a-m_0}{\sigma_m}\right) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^a e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

— интегральная функция Лапласа (интеграл вероятностей).
Для стационарной функции [Л. 4]

$$\sigma_v^2 = -\frac{d^2}{d\tau^2} k_m(0), \quad (12)$$

где $k_m(0)$ — значение корреляционной функции $k_m(\tau)$ при $\tau=0$.

При анализе случайной нагрузочной диаграммы необходимо подбирать аппроксимирующую корреляционную функцию $k_m(\tau)$ таким образом, чтобы она имела производную в нуле. Для аппроксимации корреляционной функции часто используют функцию вида:

$$k_m(\tau) = \sigma_m^2 e^{-\delta\tau} \left(\cos \beta\tau + \frac{\delta}{\beta} \sin \beta\tau \right), \quad (13)$$

где δ — коэффициент затухания корреляционной связи; β — угловая скорость изменения нагрузки, при которой дисперсия имеет максимальное значение.

После подстановки (13) в (12)

$$\sigma_v^2 = \sigma_m^2 V \delta^2 + \beta^2. \quad (14)$$

С учетом (14), а также принятого значения $a=1,0$

$$F_{cp} = \frac{1}{V \delta^2 + \beta^2} \left\{ V 2\pi \sigma_m + (m_0 - 1,0) \pi \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \Phi\left(\frac{1,0-m_0}{\sigma_m}\right) \right] \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1,0-m_0}{\sigma_m} \right)^2 \right] \right\}. \quad (15)$$

Параметры корреляционной функции β и δ , характеризующие спектральный состав нагрузки, можно использовать для проверки допустимости пренебрежения электромагнитными переходными процессами. Для случайной нагрузки, имеющей корреляционную функцию вида (13), рекомендуется применять неравенство

$$\frac{1}{\pi} V \delta^2 + \beta^2 < f_0, \quad (16)$$

где $f_0 = \frac{1}{2\pi T_s B}$ — собственная частота колебаний электропривода; T_s — электромагнитная постоянная времени двигателя.

Рассмотрим применение предлагаемой методики на конкретном примере. Пусть нагрузочная диаграмма имеет корреляционную функцию

$$k_m(\tau) = 0,25 e^{-0,4\tau} (\cos 1,8\tau + 0,22 \sin 1,8\tau),$$

где среднеквадратическое отклонение момента $\sigma_m=0,25$. Постоянная времени электропривода $B=0,2$ с. Требуется проверить динамическую устойчивость электропривода по условию (10) и по линеаризованной в соответствии с выражением (2) механической характеристике.

После подстановки в (15) принятых значений σ_m , δ и β получаем:

$$F_{cp} = \frac{1}{V 0,4^2 + 1,8^2} \left\{ V 2\pi 0,25 + (0,5 - 1,0) \pi \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \Phi\left(\frac{1,0-0,5}{0,25}\right) \right] \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1,0-0,5}{0,25} \right)^2 \right] \right\} = 0,0545 \text{ с.}$$

Подставив полученное значение в уравнение (10), убеждаемся, что динамическая устойчивость электропривода не обеспечена.

В соответствии с правилом «трех сигм» значение возможной перегрузки (отн. ед.) составляет

$$m_{c \max} = m_0 + 3\sigma_m = 0,5 + 3 \cdot 0,25 = 1,25,$$

что на 25% больше максимального момента. Если произвести проверку по уравнению (2), устойчивость получается обеспеченной при любых значениях B . Линеаризация механической характеристики в этом случае недопустима, так как дает большую погрешность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гейлер Л. Б. Электропривод в тяжелом машиностроении. М., Машгиз, 1958.
2. Рюденберг Р. Переходные процессы в электроэнергетических системах. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
3. Голован А. Т. Основы электропривода. М., Госэнергоиздат, 1959.
4. Пугачев Б. С. Теория случайных функций. М., Физматгиз, 1962.
5. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1962.
6. Мусин А. М. Динамическая устойчивость электропривода с нелинейной механической характеристикой при синусоидальной нагрузке. — «Механизация и электрификация сельскохозяйственного сельского хозяйства», 1969, № 12.
7. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.

[19.3.1976]

УДК 621.313.33.001.24

Расчет асинхронных двигателей при заданных значениях электромагнитных нагрузок

Канд. техн. наук ЗАЙЧИК В. М.

Воронеж

В статье обосновывается построение алгоритма расчета симметричных асинхронных двигателей, позволяющего спроектировать машину при заданном значении наружного диа-

метра пакета статора D_a и выбранных электромагнитных нагрузках $B_{\alpha.c.}$, $B_{\alpha.c.}$, $B_{\alpha.p.}$, $B_{\alpha.p.}$, B_{δ} , A , j . Диаметр D_a обычно выбирается из ряда стандартных значений или определяется

условиями монтажа двигателя в изделии. Для малых машин электромагнитные нагрузки обычно лежат в пределах: $B_{з.с} = 1,2-1,7$ Т; $B_{з.р} = 1,3-1,8$ Т; $B_{я.с} = 1-1,5$ Т; $B_{я.р} = 1,1-1,6$ Т; $B_{\delta} = 0,3-0,7$ Т; $A = 10\,000-23\,000$ А/м; $j = (4-7) \times 10^6$ А/м² при $750 \text{ Вт} > P_2 > 50 \text{ Вт}$; $j = (5-12) \cdot 10^6$ А/м² при $P_2 \leq 50 \text{ Вт}$.

Традиционная схема проектирования электрических машин предусматривает следующий порядок расчета:

задаются магнитной индукцией в воздушном зазоре B_{δ} , линейной нагрузкой A и произведением $\eta \cos \varphi$;

определяют главные размеры D и l с помощью равенства [Л. 1]:

$$D^2 l = \frac{9P_2}{B_{\delta} A \eta \cos \varphi}; \quad (1)$$

находят остальные размеры статора и ротора, а также число витков;

проверяют значения $B_{з.с}$, $B_{з.р}$, $B_{я.с}$, $B_{я.р}$, j и в случае необходимости корректируют размеры;

рассчитывают η и $\cos \varphi$, после чего сравнивают их произведение с принятым; в случае значительного расхождения сравниваемых величин процедура расчета повторяется при уточненном значении произведения $\eta \cos \varphi$.

Такая схема расчета имеет некоторые недостатки.

Во-первых, равенство (1) содержит η и $\cos \varphi$, точные значения которых в начале расчета неизвестны.

Во-вторых, главные размеры D и l , найденные из (1), не дают истинного представления об объеме двигателя, так как D и l определяют габариты «ядра» машины, тогда как наружный диаметр пакета статора D_a неизвестен.

В-третьих, имеются определенные трудности в выборе размеров, обеспечивающих допустимые значения магнитных индукций $B_{з.с}$, $B_{з.р}$, $B_{я.с}$, $B_{я.р}$ и плотности тока j . Проектировщик должен обладать достаточным опытом, чтобы избежать необходимости корректировать выбранные размеры.

Для преодоления отмеченной трудности в статье выводится уравнение, связывающее диаметры D и D_a при заданных значениях B_{δ} , $B_{з.с}$, $B_{я.с}$, A и j . Кроме того, приведенная ниже процедура позволяет задавать наружный диаметр D_a в начале расчета. Наконец, применяя предлагаемый метод, проектировщик не должен задаваться произведением $\eta \cos \varphi$. Это обстоятельство возможно не имеет большого значения для крупных машин, у которых произведение $\eta \cos \varphi$ изменяется в сравнительно узких пределах, но для малых машин интервал возможных значений $\eta \cos \varphi$ довольно широк, что вызывает обычно дополнительные трудности при расчете.

В предлагаемой ниже расчетной методике приняты следующие допущения: длины пакетов статора и ротора равны; добавочные потери не учитываются.

Формула для определения диаметра D . Общая площадь статорных пазов может быть выражена так:

$$\Delta_{п.с} = \frac{\pi}{4} (D_a^2 - D^2) - \Delta_{з.с} - \Delta_{я.с}. \quad (2)$$

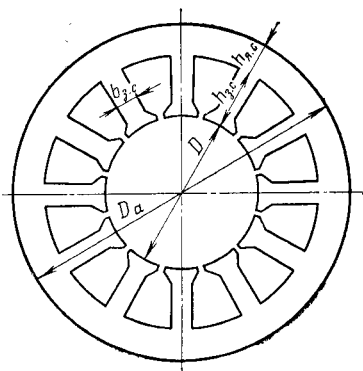


Рис. 1.

Как следует из рис. 1, площади $\Delta_{п.с}$ и $\Delta_{з.с}$ можно представить равенствами:

$$\Delta_{п.с} = \pi h_{я.с} (D_a - h_{я.с}); \quad (3)$$

$$\Delta_{з.с} = b_{з.с} Z_1 h_{з.с} = b_{з.с} Z_1 [0,5 (D_a - D) - h_{я.с}]. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что в последней формуле не учтены выступающие концы зубцов, образующие пазовую щель (усики зубцов).

Подставив в равенство (2) вместо $\Delta_{п.с}$ и $\Delta_{з.с}$ их значения из (3) и (4), получим выражение для площади пазов статора:

$$\Delta_{п.с} = \frac{\pi}{4} (D_a^2 - D^2) - b_{з.с} Z_1 [0,5 (D_a - D) - h_{я.с}] - \pi h_{я.с} (D_a - h_{я.с}). \quad (5)$$

Поскольку

$$b_{з.с} = \frac{\pi D B_{\delta}}{Z_1 k_{ef1} B_{з.с}}; \quad (6)$$

$$h_{я.с} = \frac{0,59 D B_{\delta}}{p B_{я.с} k_{ef1}}, \quad (7)$$

приведенное выше равенство можно записать в виде:

$$\Delta_{п.с} = \frac{\pi}{4} \left\{ D_a^2 - D^2 - \frac{D^2 B_{\delta}}{B_{з.с} k_{ef1}} \left[2 \left(\frac{D_a}{D} - 1 \right) + \frac{B_{з.с}}{p B_{я.с}} \left(2,36 \frac{D_a}{D} - \frac{2,36 B_{\delta}}{B_{з.с} k_{ef1}} - \frac{1,4 B_{\delta}}{p B_{я.с} k_{ef1}} \right) \right] \right\}. \quad (8)$$

С другой стороны, общая площадь статорных пазов может быть выражена через линейную нагрузку A и плотность тока j :

$$\Delta_{п.с} = \frac{\pi D A}{k_{з.с} j}. \quad (9)$$

Из (8) и (9) выводится функциональная зависимость, связывающая диаметры D и D_a и имеющая вид ¹:

$$D = \frac{D_a}{\frac{B_{\delta}}{k_{ef1}} \left(\frac{1}{B_{з.с}} + \frac{1,18}{p B_{я.с}} \right) + \frac{2A}{j k_{з.с} D_a} + \sqrt{\left(\frac{2A}{j k_{з.с} D_a} \right)^2 + \left(1 - \frac{B_{\delta}}{B_{з.с} k_{ef1}} \right)^2} + \frac{4AB_{\delta}}{j k_{з.с} D_a k_{ef1} \left(\frac{1}{B_{з.с}} + \frac{1,18}{p B_{я.с}} \right)}. \quad (10)$$

Когда диаметр D_a задан, с помощью равенства (10) можно определить диаметр расточки D , обеспечивающий необходимые электрические и магнитные нагрузки (A , j , B_{δ} , $B_{з.с}$, $B_{я.с}$).

Размеры поперечного сечения. Ширину зубца статора $b_{з.с}$ и высоту яра $h_{я.с}$ можно определить из (6) и (7). Высота зубца статора

$$h_{з.с} = \frac{D_a - D}{2} - h_{я.с}. \quad (11)$$

Воздушный зазор может быть найден по формуле [Л. 2]:

$$\delta = 0,2 \cdot 10^{-3} + \frac{D}{900}. \quad (12)$$

Внутренний диаметр роторного пакета d для машины малой мощности может быть определен из конструктивных соображений:

$$d = (0,25-0,3) D. \quad (13)$$

¹ Профессор А. И. Бертинов, рассматривая «активный слой» в целом, т. е. без расчленения его на зубцы и пазы, нашел зависимость между D и D_a несколько иного вида [Л. 5, с. 40]. Интересно отметить, что к формуле А. И. Бертинова приводит и соотношение (10), если: принять $B_{з.с} = \infty$, что соответствует случаю, когда ширина зубцов бесконечно мала, и заменить коэффициент $k_{з.с}$ коэффициентом $k_{а.с}$ заполнения активного слоя голой медью.

Порядок расчета. Задаться величиной D_a ; определить D по (10); δ по (12); d по (13); $b_{з.с}$ по (6); $h_{я.с}$ по (7); $h_{з.с}$ по (11); $b_{з.р}$ по (14); $h_{я.р}$ по (15); $h_{з.р}$ по (16). Все другие размеры поперечного сечения: пазовые открытия, высота усиков и т. п. находят обычным путем.

Найти: $\Delta_{з.с}$ по (4); $\Delta_{я.с}$ по (3); $\Delta_{п.с}$ по (2); $\Delta_{п.р}$ по (44); a_1 по (45); a_2 по (46); l_e по (47); по общепринятой методике выполнить расчет магнитной цепи и установить значения величин F_δ ; F ; k_B ; α_δ ; далее найти $\tilde{P}$ по (22); $\tilde{P}_{об}$ по (23); $\tilde{P}_{об1}$ по (24); $\tilde{P}_c$ по (25); $P_{мех}$ по (26); $\tilde{Q}_\mu$ по (27); предварительно задаться значениями S ; α ; q_μ ; определить по (29); ω по (48); r_1 по (49); r'_2 по (50); x_1 по (51); x'_2 по (52); I_μ по (39); r_m по (53); x_m по (54); c_1 по (55); r_k по (56); x_k по (57); $P_{мех}$ по (20); γ по (35); a по (36); b по (37); L по (39); N по (34); I'_2 по (32); $P_{от2}$ по (31); S по (30); q_μ по (38); α по (40); сравнить вычисленные значения S , q_μ и α с принятыми; если окажется, что расхождение сравниваемых величин превышает 5%, то повторить расчет при уточненных значениях S , q_μ и α ; вычислить P_Σ по (43); η по (41); $\cos \varphi$ по (42).

Приложение.

$$\Delta_{п.р} = \frac{\pi}{4} [(D - 2\delta)^2 - d^2] - b_{з.р} Z_2 h_{з.р} - \pi h_{я.р} (d + h_{я.р}); \quad (44)$$

$$a_1 = (1 - 1,3) h_{з.р}; \quad (45)$$

$$a_2 = \frac{\Delta_{п.р}}{2\gamma_1 \nu Z_2 \sin \frac{180^\circ p}{Z_2}}, \quad (46)$$

где ν обычно равно 0,65—0,8 [Л. 3];

$$l_e = 2,82 \frac{\beta D}{p}; \quad (47)$$

$$\omega = \frac{U \alpha p}{2\pi k_B \alpha_\delta f k_{об} B_\delta D l}; \quad (48)$$

(ω округляется до ближайшего реализуемого значения);

$$r_1 = \frac{4\rho_c \omega^2 m (l + l_e)}{\Delta_{п.с} k_{з.с}}; \quad (49)$$

$$r'_2 = \frac{4\rho_p (\omega k_{об})^2 m}{\Delta_{п.р} k_{с.к}^2} \left(l + \frac{\pi \nu D}{Z_2 \sin \frac{180^\circ p}{Z_2}} \right); \quad (50)$$

$$x_1 = 0,316 \cdot 10^{-4} f \omega^2 \frac{m}{Z_1} l \lambda_1, \quad (51)$$

где λ_1 — коэффициент магнитной проводимости рассеяния статорной обмотки;

$$x'_2 = 0,316 \cdot 10^{-4} f \omega^2 \frac{m k_{об}^2}{Z_2 k_{с.к}^2} l \lambda_2, \quad (52)$$

где λ_2 — коэффициент магнитной проводимости рассеяния беличьей клетки;

$$r_m = \frac{P_c}{m I_\mu^2} = \frac{\tilde{P}_c l}{m I_\mu^2}; \quad (53)$$

$$x_m = 2,51 \cdot 10^{-6} \frac{m f (k_{об} \omega)^2 D l F_\delta}{p^2 \delta k_B F}; \quad (54)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2}{r_m^2 + x_m^2}}; \quad (55)$$

$$r_k = c_1 (r_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma) + c_1^2 r'_2; \quad (56)$$

$$x_k = c_1 (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma) + c_1^2 x'_2. \quad (57)$$

Принятые обозначения:

a_1 — ширина короткозамыкающего роторного кольца (радиальный размер), м;

a_2 — толщина короткозамыкающего кольца (осевой размер), м;

Λ — линейная нагрузка, А/м;

B_δ — магнитная индукция в воздушном зазоре, Т;

$B_{з.с} B_{з.р}$ — магнитная индукция в зубцах статора (ротора), Т;

$B_{я.с} (B_{я.р})$ — магнитная индукция в ярме статора (ротора), Т;

$b_{з.с} (b_{з.р})$ — ширина зубца статора (ротора), м;

c_1 — отношение фазного напряжения к э. д. с. в режиме идеального холостого хода;

D — диаметр расточки статора, м;

D_a — наружный диаметр пакета статора, м;

d — внутренний диаметр пакета ротора, м;

F — н. с. магнитной цепи машины, А;

F_δ — н. с., приходящаяся на воздушный зазор, А;

f — частота питающей сети, Гц;

$h_{з.с} (h_{з.р})$ — высота зубца статора (ротора), м;

$h_{я.с} (h_{я.р})$ — толщина ярма статора (ротора), м;

I_μ — ток намагничивания, А;

I_1 — ток статора, А;

I'_2 — приведенное значение тока ротора, А;

j — плотность тока в статорной обмотке, А/м²;

k_δ — коэффициент воздушного зазора;

k_B — коэффициент формы кривой поля;

$k_{з.с}$ — коэффициент заполнения паза статора проводником (пензолитированным);

$k_{эф1} (k_{эф2})$ — коэффициент заполнения пакета статора (ротора) сталью по длине;

$k_{об}$ — обмоточный коэффициент;

$k_{с.к}$ — коэффициент скоса пазов ротора;

l — длина пакета, м;

l_e — длина лобовой части, м;

m — число фаз;

n — частота вращения поля статора, об/мин;

P — расчетная (кажущаяся) мощность, В·А;

$P_{мех}$ — механические потери, Вт;

$P_{об1} (P_{об2})$ — потери в обмотке статора (ротора), Вт;

P_c — основные потери в стали статора, Вт;

p — число пар полюсов;

$p_{уд.з} (p_{уд.я})$ — удельные потери в стали зубца (ярма) статора при действующей индукции, Вт/кг;

Q — реактивная потребляемая мощность, В·А;

Q_μ — часть реактивной мощности, обусловленная током I_μ ;

$Q_\mu = I_\mu m U$;

q_μ — отношение Q Q_μ ;

r_k — активное сопротивление короткого замыкания;

r_m — активное сопротивление контура намагничивания, Ом;

r_1 — активное сопротивление фазы статора, Ом;

r'_2 — активное сопротивление ротора, приведенное к статорной обмотке, Ом;

S — отношение частоты вращения ротора к частоте вращения поля статора;

U — фазное напряжение, В;

ω — число витков фазы статора;

x_1 — индуктивное сопротивление рассеяния статорной обмотки, Ом;

x'_2 — индуктивное сопротивление рассеяния беличьей клетки, приведенное к обмотке статора, Ом;

x_k — индуктивное сопротивление короткого замыкания, Ом;

x_m — индуктивное сопротивление контура намагничивания, Ом;

$Z_1 (Z_2)$ — число зубцов статора (ротора);

α — отношение э. д. с., наведенной в фазе статорной обмотки в номинальном режиме, к фазному напряжению U ;

α_δ — коэффициент полезного перекрытия;

β — коэффициент укорочения шага статорной обмотки;

γ_{Fe} — удельная масса стали, кг/м³;

- δ — воздушный зазор, м;
 $\Delta_{\Sigma.с}(\Delta_{\Sigma.р})$ — общая площадь зубцов статора (ротора) в поперечном разрезе, м²;
 $\Delta_{п.с}(\Delta_{п.р})$ — общая площадь пазов статора (ротора) в поперечном разрезе, м²;
 $\Delta_{я.с}(\Delta_{я.р})$ — площадь ярма статора (ротора) в поперечном разрезе, м²;
 ν — отношение плотности тока в короткозамыкающих кольцах беличьей клетки к плотности тока в стержнях;
 $\rho_c(\rho_p)$ — удельное сопротивление материала статорной (роторной) обмотки, Ом·м;
 η — к. п. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бергер А. Я. Выбор главных размеров электрических машин. Л., «Энергия», 1972.
2. Лопухина Е. М., Сомихина Г. С. Расчет асинхронных микродвигателей однофазного и трехфазного тока. М., Госэнергоиздат, 1961.
3. Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А., Сергеев П. С. Проектирование электрических машин. М., «Энергия», 1969.
4. Петров Г. Н. Электрические машины, ч. 2. М., Госэнергоиздат, 1963.
5. Бертинов А. И. Авиационные электрические генераторы. М., Оборонгиз, 1959.

[27.1.1976]

УДК 621.318.12::678.4.001

Анализ магнитных параметров эластичных магнитов

БЕЗЪЯЗЫКОВА Т. Г., АИЗИКОВИЧ Б. В., АЛЕКСЕЕВ А. Г., КОВАЧЕВА З. А., КОРНЕВ А. Е.

Ленинград — Москва

В последние годы в радиоэлектронике и в технике связи нашли широкое применение эластичные магниты. Керамические магниты и магниты на основе специальных сплавов, обладая высокими магнитными свойствами, отличаются высокой жесткостью и твердостью, что ограничивает их применение в элементах радиоаппаратуры. Эластичные магниты, состоящие из керамического магнитного материала и сплавов по магнитным параметрам, но обладая эластичностью и гибкостью, становятся незаменимыми для различных электронных систем, герметизирующих устройств и везде, где постоянный магнит должен повторить кривизну и неровности металлической поверхности. Следовательно, в зависимости от своего назначения эластичные магниты, применяемые в различных конструкциях, должны иметь различные магнитные и физико-механические свойства, определяемые общими требованиями к конструкции.

Эластичные магниты представляют собой композиционные материалы на основе каучуков с магнитотвердыми наполнителями, в качестве которых могут быть использованы порошки ферритов бария, стронция и другие [Л. 1—3]. Магнитотвердые резины, из которых изготавливаются эластичные магниты, характеризуются следующими зависимостями: кривой размагничивания $B=f(H)$;

максимальным энергетическим произведением $(BH)_{\max}$; прямой возврата $k_B=f(B)$, причем k_B согласно [Л. 3] можно считать равным μ , реверсивной проницаемости.

Теоретическая рабочая точка постоянных магнитов, выбираемая при их расчете, лежит на обобщенной (аналитической) кривой размагничивания, и в большинстве случаев целесообразно работать в рабочей точке, соответствующей максимальному произведению магнитной индукции на напряженность магнитного поля, т. е. наибольшей плотности магнитной энергии.

Максимальное энергетическое произведение $(BH)_{\max}$, так же как и все остальные магнитные и физико-механические характеристики эластичных магнитотвердых материалов (при неупорядоченном расположении частиц магнитного наполнителя в материале), определяется типом магнитного наполнителя, его удельной поверхностью (т. е. размером частиц), коэффициентом объемного наполнения p . При увеличении значения p магнитные характеристики увеличиваются, а некоторые физико-механические параметры (в частности, относительное удлинение) ухудшаются, материал становится менее эластичным и ломким.

Исследование магнитных свойств эластичных магнитотвердых материалов проводилось на образцах резины на основе смеси изопренового каучука СКИ-3 и нитрильного каучука СКН-40 с использованием в качестве магнитного наполнителя порошка феррита бария $BaO \cdot 6Fe_2O_3$. Коэффициент объемного наполнения в этих резинах изменялся от 0,236 (60%) до 0,65 (90% вес.). Измерение параметров кривой размагничивания и линий магнитного возврата проводилось на баллистической

установке БУ-3 с использованием пермеаметра сильных полей согласно известным методам [Л. 4]. Образцы для измерений представляли собой цилиндрические стержни длиной $l=20$ мм и диаметром $d=7$ мм. Размеры образцов выбирались из такого соотношения длины образца к диаметру, при котором можно при измерениях пренебречь влиянием размагничивающего фактора формы образца.

На рис. 1 представлены характерные кривая размагничивания, семейство линий магнитного возврата, кривая энергетического произведения и прямая магнитного возврата. На рис. 2 приведены некоторые физико-механические характеристики для образцов с различным объемным наполнением. Можно отметить, что для значений $p < 0,65$ общий вид кривых рис. 1 сохраняется при уменьшении значений магнитных параметров, при этом кривая размагничивания становится более прямолинейной. Из полученных данных следует, что с увеличением содержания магнитотвердого наполнителя в резинах остаточная индукция B_r , коэрцитивная сила H_c и значение максимума энергетического произведения $(BH)_{\max}$ увеличивается, а эластические и прочностные свойства (в частности, относительное удлинение и прочность при разрыве) ухудшаются. При этом следует отметить, что в области высоких значений наполнений ($p > 0,45$) наблюдается незначительное увеличение прочности при разрыве, что согласуется с ранее полученными данными для композиций полиарных каучуков с порошком никель-цинкового феррита типа 600НН [Л. 5] и, по-видимому, объясняется образованием связей между частицами наполнителя и каучуком.

Таким образом, в зависимости от требований, предъявляемых к магнитотвердым резинам, из которых изготавливаются эластичные магниты, магнитные свойства этих материалов можно изменять в широких пределах, варьируя величину объемного наполнения.

Так как кривые размагничивания исходных ферритов практически прямолинейны, то, как и следовало ожидать, кривые размагничивания эластичных изотропных магнитотвердых материалов на их основе также близки по своему виду к прямой линии, т. е. к предельной кривой намагничивания. Кроме того, было обнаружено, что линии магнитного возврата идут под незначительным углом к кривой размагничивания, что является существенным достоинством эластичных магнитотвердых материалов. При этом следует отметить, что с уменьшением наполнения p угол между кривой размагничивания и линиями возврата уменьшается.

При аналитическом расчете характеристик эластичных магнитов использовались следующие выражения для аппроксимации кривых размагничивания и прямых магнитного возврата [Л. 2 и 3]:

$$B = B_r - \frac{H_c - H}{H_c - \alpha H}; \quad (1a)$$

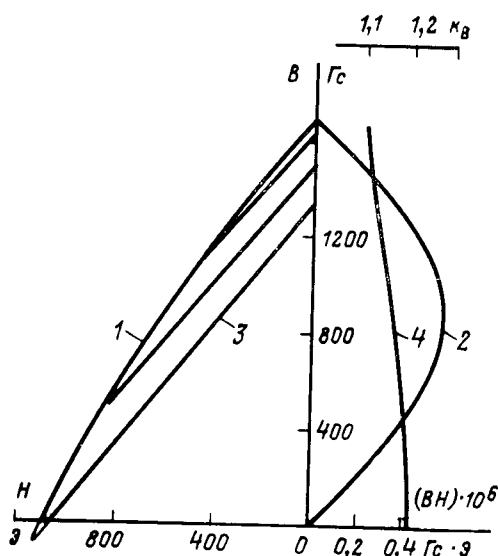


Рис. 1. Кривая размагничивания (1), линии возврата (2), кривая энергетического произведения (3) и прямая магнитного возврата (4) для магнитотвердых резин с содержанием наполнителя $p=0,65$.

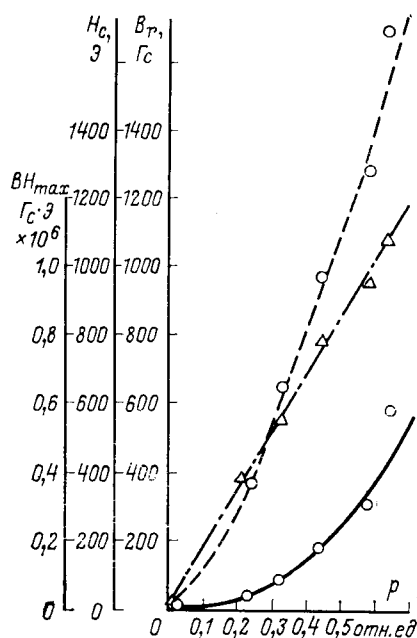


Рис. 3. Зависимости магнитных параметров магнитотвердых резин от содержания наполнителя, рассчитанные по формулам (3) в сравнении с экспериментом. — — — — — магнитная индукция $B_r=f(p)$; — — — — — коэрцитивная сила по индукции $H_c=f(p)$; — — — — — максимальное значение энергетического произведения $(BH)_{\max}=f(p)$; O, Δ, ● — эксперимент.

$$k_B = \frac{B_r}{H_c} (1 - \alpha), \quad (16)$$

где H , B — текущие значения напряженности и индукции магнитного поля в точках кривой размагничивания; B_r — остаточная индукция, Гс; H_c — коэрцитивная сила по индукции, Э; $\alpha = 2 \frac{B_r H_c}{B_d H_d} - \frac{B_r H_c}{B_d H_d}$ — коэффициент выпуклости

Рис. 2. Зависимость физико-механических характеристик магнитотвердых резин от содержания наполнителя.

1 — прочность при разрыве $\sigma=f(p)$; 2 — относительное удлинение $Z=f(p)$.

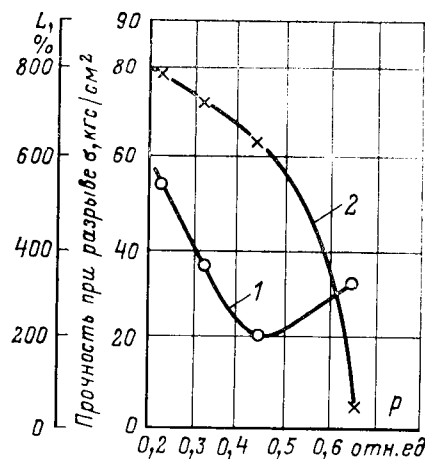
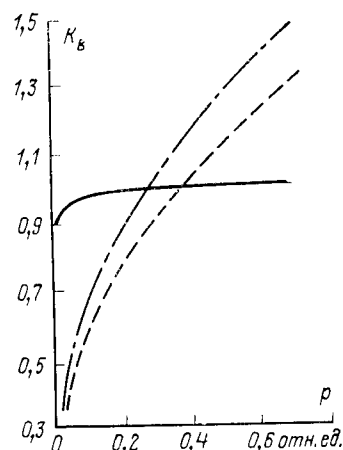


Рис. 4. Зависимость проницаемости возврата для магнитотвердых резин от содержания наполнителя.

— — — — — рассчитанная по формулам (16) и (3); — — — — — (26) и (3); — — — — — расчетная зависимость $k_B=f(p)=B_r/H_c$ для предельной кривой размагничивания, рассчитанная по формулам (3); ● — эксперимент.



(B_d , H_d — координаты точки кривой размагничивания, соответствующей максимуму энергетического произведения); k_B — проницаемость возврата.

Другой использовавшейся аппроксимацией являлись выражения вида:

$$B = B_r k \frac{j H_c - H}{k j H_c - H} - H; \quad (2a)$$

$$k_B = 1 + \frac{B_r}{j H_c} ab, \quad (26)$$

где $k = \frac{(q + c)(d + f - c) - d}{q + f - 1}$; $j H_c = H_c \frac{1 - d/k}{1 - d}$ — коэрцитивная сила по намагниченности; $q = \frac{B_d}{B_r}$; $f = \frac{H_d}{H_c}$;

$c = \frac{H_d}{B_r}$; $d = \frac{H_c}{B_r}$;

$$a = 0,635 \left(\frac{k-1}{k} \right)^{0,423}; \quad b = 0,8 + h [0,289 + h(1,38 - 2,08h)];$$

$$h = k \frac{j H_c - H}{k j H_c - H}.$$

Кроме того, при создании эластичных магнитов различного назначения необходимо знать аналитические выражения, описывающие связь параметров кривой размагничивания с содержанием магнитного наполнителя в магнитотвердой резине p . Для этого на основании экспериментальных данных для различных значений методом наименьших квадратов бы-

ли выбраны следующие эмпирические зависимости:

$$\left. \begin{aligned} B_r &= 2900p^{1,4}; \\ H_c &= 1700p; \\ B_d &= 1500p^{1,4}; \\ H_d &= 870p; \\ (BH)_{\max} &= 1,3 \cdot 10^6 p^{2,4}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

На рис. 3 представлены теоретические кривые, построенные по формулам (3) в сравнении с экспериментальными данными.

Физический смысл выбранных коэффициентов в (3) очевиден: значение множителя перед p выражает «предельные» значения параметров кривой размагничивания при $p \rightarrow 1$, т. е. зависит в основном от типа магнитного наполнителя, а показатель степени — зависимость параметров магнитотвердых резин от дисперсности частиц наполнителя. Подобные «предельные» значения соответствовали бы плотной упаковке частиц с $p \rightarrow 1$, но получение такой системы является нереальным, и поэтому выбранные коэффициенты можно считать «условными» величинами.

В связи с этим следует ограничить справедливость (3) значением наполнения $p \leq 0,7$ (92% вес.). Отметим, что данные зависимости хорошо согласуются с параметрами барьерных магнитопластов, приведенными в [Л. 3].

Использование выражений (1)–(3) при аналитическом построении кривых размагничивания материалов с разным содержанием ферромагнитного наполнителя при сравнении с экспериментальными данными дает одинаковую погрешность, приемлемую при инженерных расчетах.

На рис. 4 представлены зависимости проницаемости возврата от содержания магнитного наполнителя $k_p = j(p)$. Расчет по формулам (16) и (3) дает лучшее согласование с экспериментом, чем по формулам (26) и (3), так как при $p < 0,27$ значения k_p , определенные по формулам (26) и (3) больше $\mu'_r = B_r/H_c$, соответствующих предельной кривой раз-

магничивания, что противоречит физическому смыслу. Значения $k_p < 1$, которые имеют место на расчетных кривых в области $p < (0,3-0,4)$, по-видимому, объяснимы тем, что в этой области согласно формуле (3) значения B_r становятся меньше H_c (см. рис. 3), т. е. для проницаемости возврата, соответствующей даже предельной кривой размагничивания, при этих наполнениях имеем $k_p < 1$. Следует отметить, что полученный результат нуждается в дальнейшем уточнении, но для практических целей использования эластичных магнитотвердых материалов (что соответствует области значений p от 0,2 до 0,7, т. е. от 50 до 92% вес.) при выбранном виде зависимостей магнитных параметров от содержания наполнителя [(формулы (3)] для получения аналитических выражений для описания свойств магнитотвердых резин применима формула (1).

Сочетание зависимостей (1) и (3) при использовании магнитотвердых резин на основе порошка феррита бария в качестве наполнителя дает возможность выбирать значения объемного наполнения для достижения заданных магнитных и физико-механических свойств эластичных постоянных магнитов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев А. Г., Маркович Л. М. Обмен опытом в радиоэлектронной промышленности. Изд. НИИЭИР, 1970, № 12, с. 17–18.
2. Сливинская А. Г., Гордон Л. В. Постоянные магниты. М., «Энергия», 1965.
3. Постоянные магниты. Под ред. Ю. М. Пятина. М., «Энергия», 1971.
4. Кифер И. И. Испытания ферромагнитных материалов. М., «Энергия», 1969.
5. Исследования в области физики и химии каучуков и резин. — «Труды ЛТИ им. Ленсовета», 1973, № 3, с. 98–101. Авт.: А. Г. Алексеев и др.

[29.4.1976]

УДК 621.3.064.42.001.24

Анализ отключающей способности вакуумных дугогасительных камер с торцевыми контактами

ВОЗДВИЖЕНСКИЙ В. А.

Москва

Область применения вакуумных дугогасительных камер (ВДК) в настоящее время значительно расширяется. Если первоначально они использовались лишь для отключения переменного тока, то в последнее время благодаря уникальным характеристикам по быстродействию и скорости восстановления напряжения ВДК успешно применяют для отключения мощных импульсных цепей, для коммутации постоянного тока [Л. 1], для синхронного отключения переменного тока [Л. 2]. Теория гашения дуги в ВДК к настоящему времени недостаточно развита и не позволяет прогнозировать их коммутационные характеристики в различных режимах.

В большинстве конструкций ВДК применяется торцевая контактная система. В этом случае поверхности, подвергавшиеся воздействию дуги, обращены внутрь изоляционного промежутка и, как показано в [Л. 3 и 4], изоляционные свойства промежутка будут сохраняться до тех пор, пока какой-либо участок контактной поверхности не нагреется дугой до критической температуры $T_{кр}$, при которой давление пара в промежутке будет равно примерно 10^{-2} мм рт. ст. Если нагрев электродов дугой превысит $T_{кр}$, то в парах материала электродов развивается пробой, аналогичный пробую газового промежутка, и произойдет отказ в гашении дуги. Для оценки отключающей способности в [Л. 3 и 4] производился расчет температуры поверхности контактов к моменту погасания дуги, который позволил выявить ряд важ-

ных зависимостей отключающей способности ВДК от теплофизических констант материала электродов.

Недостатком этих расчетов является усреднение теплового потока по поверхности контактов, что приводит к значительным ошибкам при вычислении отключающей способности в сторону ее завышения.

Причину этих расхождений следует искать в неравномерном характере нагрева контактной поверхности дугой.

В [Л. 5] показано, что дуга на размыкающихся контактах в начале имеет очень небольшое сечение, а затем расширяется, причем время расширения сравнимо с временем горения дуги в выключателе. Светимость дуги выше в центре, что заставляет считать, что и внутри области, занятой дугой, тепловой поток распределен неравномерно. В расчете отключающей способности реальных выключателей необходимо учесть отмеченные особенности распределения теплового потока. Это можно сделать, предположив, что тепловой поток линейно спадает от максимального значения в центре расширения дуги к нулю на границе области, занятой дугой. В этом случае плотность потока на поверхности контактов будет равна:

$$q(t) = q_0 \left[1 - \frac{2\rho}{D(t)} \right], \quad (1)$$

где q_0 — плотность теплового потока в центре расширения дуги; ρ — радиальная координата; $D(t)$ — диаметр дуги.

Для нахождения температуры поверхности воспользуемся уравнением теплопроводности в форме:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T, \quad (2)$$

где Δ — оператор Лапласа с начальными условиями $T_{t=0} = T_0$.

Для нахождения решения уравнения (2) в нашем случае удобно воспользоваться методом мгновенных источников тепла, который дает для поверхностных источников на бесконечном полупространстве [Л. 7]:

$$T = \frac{2}{8(\pi a)^{3/2} c \gamma} \int_0^{\tau} q(t) \exp \left[\frac{-r^2}{4a(\tau-t)} \right] \frac{dt}{(\tau-t)^{3/2}} + T_0, \quad (3)$$

где a — температуропроводность; λ — теплопроводность; $c\gamma$ — объемная теплоемкость материала контакта; $q(t)$ — плотность теплового потока на поверхности; r — расстояние от точки воздействия теплового потока до расчетной точки; t — время от момента зажигания дуги; τ — момент времени, для которого определяется температура.

Замена ограниченного контакта полубесконечностью возможна, если $a \sqrt{t_d} \ll D_k$, где t_d — время горения дуги, D_k — диаметр контакта, что выполняется для любых материалов электродов при $t_d < 10^{-2}$ с и $D_k > 10$ мм, т. е. в подавляющем большинстве случаев. Наибольшая температура будет достигнута в центре расширения дуги с координатами $\rho = z = 0$, поэтому дальнейшие расчеты температуры будем проводить именно для этой точки. Интегрируя элементарные источники тепла по области, занятой дугой, с учетом распределения теплового потока по формуле (1) получим:

$$T = \frac{3}{(\pi a)^{3/2} c \gamma} \int_0^{\tau} \left\{ 2a(\tau-t) \left[1 + \exp \left(-\frac{D^2(t)}{16a(\tau-t)} \right) \right] - \frac{V \tau [4a(\tau-t)]^{3/2}}{2D(t)} \operatorname{erfi} \left[\frac{D(t)}{2\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] \right\} \frac{i(t) u(t) dt}{D^2(t) (\tau-t)^{3/2}} + T_0. \quad (4)$$

В этом выражении предполагается, что тепловая мощность, рассеиваемая на одном электроде, равна половине мощности дуги.

Дальнейший расчет можно произвести только в том случае, если будет известен конкретный вид зависимости $D(t)$. С этой целью нами было проведено скоростное фотографирование начальной стадии вакуумной дуги отключения в области токов 3000—8000 А. Эта область токов охватывает предельные значения токов отключения для таких распространенных материалов контактов, как вольфрам и медь. По СФР-граммам измерялся диаметр области, занятой катодными пятнами. При длительности горения от 0,25 до 10 мс данные по диаметру дуги получены при обмере следов, оставленных дугой на катоде. Было отмечено, что в указанной области токов диаметр дуги слабо зависит от тока, изменяясь только от времени, прошедшего с момента зажигания дуги.

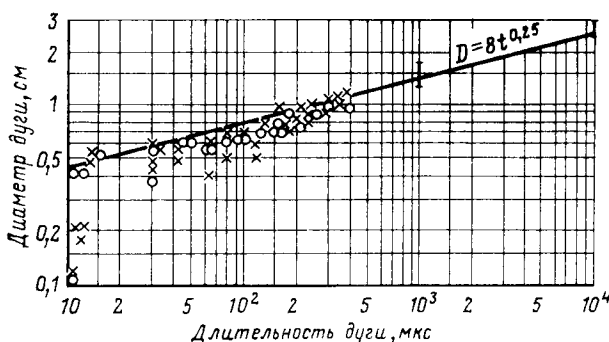


Рис. 1. График изменения диаметра дуги в процессе горения (измерения по СФР-граммам).

○ — катод из меди; × — из вольфрама; — — измерения по следам на катоде из вольфрама.

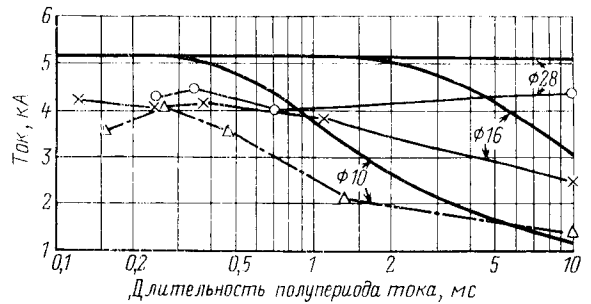


Рис. 2. Зависимость отключающей способности торцевых вольфрамовых контактов на контуре LC с меняющейся частотой от длительности полупериода тока.

○ — × — эксперимент; — — расчет по уравнению (7).

Как видно из рис. 1, при неизменных условиях опыта диаметр дуги подвержен статистическому разбросу, причем в пределах этого разброса диаметры дуги и на медном и на вольфрамовом катоде близки между собой. Учитывая, что область воздействия теплового потока должна несколько превосходить размеры области, занятой катодными пятнами, зависимость диаметра дуги от времени можно аппроксимировать степенной функцией:

$$D(t) = A t^n, \quad (5)$$

где $A = 8 \cdot 10^{-2}$ для вольфрамового катода; $n = 0,25$.

Оценки показывают, что при такой зависимости $D(t)$ большую часть времени горения дуги $D \gg a \sqrt{t_d}$ и формулу (4) можно упростить:

$$T = \frac{6}{\pi^{3/2} \sqrt{\lambda c \gamma}} \int_0^{\tau} \frac{u i dt}{D^2(t) \sqrt{\tau-t}} + T_0. \quad (6)$$

При вычислении температуры по формулам (4) или (6) можно различать два случая.

1. За время горения дуга не достигает краев контакта. Расчет при этом ведется непосредственно по формуле (4) или (6) с учетом зависимости (5).

2. К моменту времени $t_1 < \tau$ дуга занимает всю поверхность контакта, и с этого момента дальнейшее расширение прекращается. Вычисление температуры производится по формуле

$$T = \frac{6}{\pi^{3/2} \sqrt{\lambda c \gamma}} \left(\int_0^{t_1} \frac{u i dt}{D^2(t) \sqrt{\tau-t}} + \int_{t_1}^{\tau} \frac{u i dt}{D_k^2 \sqrt{\tau-t}} \right) + T_0. \quad (7)$$

Очевидно, что в последнем случае температура будет выше, чем при свободном расширении дуги, и, следовательно, отключающая способность будет ниже.

Формула (7) с учетом формулы (5) позволяет рассчитать зависимости предельного тока отключения от диаметра контакта, формы тока в цепи и длительности горения дуги, для чего в левую часть следует подставить значение $T_{кр}$ для данного материала контактов. Если отключаемый ток не превышает 10 кА и дуга не подвергается воздействию организованного магнитного поля, напряжение на дуге можно считать постоянным. В табл. 1 приведена зависимость отключающей способности ВДК с вольфрамовыми контактами от диаметра контактов, рассчитанная по формуле (7), и экспериментальные данные, взятые из работы [Л. 6]. При расчете было принято: $i = I_m \sin 314t$ А; $\tau = 10^{-2}$ с; $\lambda = 102$ Вт/(м²·град); $c = 150$ Дж/(кг·град); $\gamma = 19 \cdot 10^3$ кг/м³; $T_{кр} = 3400^\circ\text{C}$; $T_0 = 300^\circ\text{C}$; $U_d = 30$ В.

Расчет по приведенной методике дает вполне удовлетворительное согласование с опытом, в то время как расчеты по [Л. 3 и 4], выполненные без учета истинного диаметра дуги, приводят к значительному расхождению с экспериментом.

Значительный интерес представляет анализ отключающей способности ВДК при уменьшении времени горения дуги. Расчет по формуле (7) для формы токов в дуге в виде полуволны синусоиды с различной частотой приведен на рис. 2.

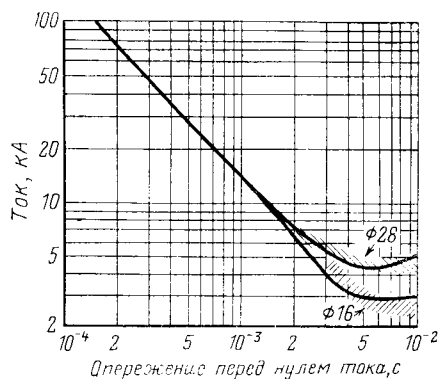


Рис. 3. Зависимость отключающей способности вольфрамовых торцевых контактов в синхронном режиме при частоте тока 50 Гц от длительности дуги.

[1] — экспериментальные данные [Л. 2]; — расчет по формуле (6).

На этом же рисунке приведены результаты экспериментов на колебательном контуре с напряжением 15 кВ. Разряд контактной дуги включался при межконтактном зазоре 4—5 мм. Отключением считалось гашение дуги в первом же переходе тока через нуль. Сравнение расчета и опыта показывает, что в этом случае имеется удовлетворительное совпадение.

Первостепенное значение для создания синхронных выключателей имеет зависимость отключающей способности от фазы размыкания контактов. Эксперименты в этой области очень сложны, поэтому воспользуемся полученными формулами для предсказания поведения ВДК в данном режиме.

Расчет был проведен по формуле (6) для случая свободного расширения дуги на контактах при токе в дуге $i = I_m \sin 314[t - (10^{-2} - \tau)]$. Согласно формуле (5) при свободном расширении дуги на вольфрамовых электродах в течение времени менее 10^{-2} с она будет иметь диаметр не более 30 мм.

На рис. 3 приведены результаты расчета и экспериментальные данные, взятые из работы [Л. 2] для вольфрамовых электродов диаметром 28 мм. В данном случае расчет также удовлетворительно совпадает с экспериментом, причем расчет предсказывает весьма парадоксальный результат — отключающая способность минимальна при времени горения дуги около $5 \cdot 10^{-3}$ с. Этот минимум связан со значительным нагревом поверхности контактов сосредоточенной дугой во время ее возникновения в максимуме тока. При больших временах горения дуга успевает расшириться к моменту прохождения максимума тока и нагрев электродов снижается. Как следует из рис. 3, значительное увеличение отключающей способности в режиме синхронного отключения тока на контактах без принудительного магнитного дутья можно получить лишь при временах размыкания контактов менее 10^{-3} с.

Приведенная методика расчета отключающей способности ВДК позволяет объяснить anomальное поведение отключающей способности в случае применения электродов из разного материала.

В табл. 2 приведены данные экспериментов по определению отключающей способности ВДК с контактами из меди и вольфрама диаметром 16 мм на высокочастотном контуре LC при напряжении 15 кВ и длительности полупериода тока 0,5 мс.

Эти результаты становятся понятными, если учесть, что катод вакуумной дуги является мощным источником частиц.

Таблица 1

D_k , мм	Значение включающего тока, кА		
	эксперимент [Л. 6]	по уравнению [7]	расчет [Л. 3 и 4]
8	0,9	0,9	2,0
10	1,4	1,4	3,4
16	2,4	3,2	8,5
28	4,5	5,1	26

Таблица 2

Материал		Отключающая способность, кА	
анода	катода	опыт	расчет
W	W	4,0	5,2
Cu	Cu	5,0	5,0
W	Cu	2,0	2,2
Cu	W	0,7	—

В случае, если катод изготовлен из меди, а анод из вольфрама, медная частица, прилипнув к аноду, снизит критическую температуру вольфрама с 3400°C до критической температуры меди 1300°C , так как уже при температуре вольфрама 1300°C медная частица станет интенсивным источником пара и вызовет пробой промежутка. Таким образом, в данном случае в расчет по формуле (7) следует подставлять U_d , $D(t)$ и $T_{кр}$ для меди, а теплофизические константы для вольфрама. Как видно из результата расчета, приведенного в табл. 2, он хорошо согласуется с экспериментом. Если катод из вольфрама, а анод из меди, медный анод постоянно бомбардируется раскаленными частицами вольфрама с температурой значительно выше, чем $T_{кр}$ для меди. В этом случае на медном аноде постоянно возникают очаги с высокой плотностью пара и отключающая способность снижается до такой величины тока, при которой вольфрамовый катод еще генерирует достаточно крупные частицы. Как видно из таблицы, это происходит при токе около 700 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коммутация цепи индуктивного накопителя энергии с помощью вакуумного выключателя. — «Электричество», 1970, № 4. Авт.: А. В. Реймерс, А. А. Цветкова, Ю. П. Иванов, В. П. Жильцов.
2. Баракаев Х. Ф., Воздвиженский В. А., Раховский В. И. Синхронное отключение высоковольтных цепей вакуумным выключателем. — «Электротехника», 1969, № 3.
3. Лукацкая И. А. Высоковольтные силовые вакуумные дугогасительные камеры. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. М., 1964. 25 с.
4. Reese M. P. The Vacuum Switch. Part 2. Extinction of an a.c. Vacuum arc. — «Proc. of the IEE», 1963, vol. 110, № 4.
5. Селикатова С. М., Лукацкая И. А. Начальная стадия вакуумной дуги отключения. — «ЖТФ», 1972, т. XII, вып. 7.
6. Лукацкая И. А., Попов Н. А., Воскресенский С. И. Дугогасительные камеры вакуумных выключателей нагрузки. — «Электротехника», 1969, № 7.
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.

[19.12.1975]

Динамические характеристики широтно-импульсных стабилизаторов напряжения

Канд. техн. наук СОБОЛЕВ Л. Б., инж. СОЛОМАХА О. Н.

Московский авиационный институт

Проектирование широтно-импульсных стабилизаторов напряжения (ШИСН) представляет собой комплексную задачу, связанную с расчетом энергетических, статических и динамических характеристик. Первые два вопроса достаточно полно освещены в современной литературе. Анализ динамических характеристик ШИСН наталкивается на трудности, присущие исследованию нелинейных импульсных систем.

Схема рассматриваемого ШИСН с последовательным ключом и однозвенным LC-фильтром приведена на рис. 1. Транзисторный ключ K управляется широтно-импульсным модулятором второго рода (ШИМ-2), принцип действия которого основан на сравнении сигнала рассогласования с развертывающим сигналом пилообразной или треугольной форм.

Примем обычные в таких случаях допущения:

полупроводниковые приборы в режиме переключения являются идеальными ключами;

токи в фильтре безразрывные;

потери в реактивных элементах можно пренебречь.

Кроме того, для упрощения записи введем следующие обозначения: $U_n = V$, $U_{on} = G$, $u_{вых} = x$, $u_{\Sigma} = e$. Тогда поведение ШИСН можно описать системой двух нелинейных разностных уравнений в естественном фазовом пространстве [Л. 1]. Первое уравнение представляет собой матричное уравнение фильтра

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x'_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ x'_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1(\tau_n) \\ r_2(\tau_n) \end{bmatrix} V, \quad (1)$$

где $\begin{bmatrix} x_n \\ x'_n \end{bmatrix}^T$ — вектор состояния системы в естественном фазовом пространстве; h_{ij} — элементы переходной матрицы при $t=T$; $r_i(\tau_n)$ — элементы вектор-функции воздействия на фильтр; T , τ_n — период и длительность импульсов ШИМ-2 соответственно. Второе уравнение описывает работу ШИМ-2. Для модулятора с прямой линейной разверткой оно имеет вид:

$$\alpha \tau_n = G - h_{11}(\tau_n) x_n - h_{12}(\tau_n) x'_n - r(\tau_n) V, \quad (2)$$

где G — опорное напряжение; $h_{ij}(\tau_n)$ — элементы 1-й строки переходной матрицы при $t=\tau_n$ и $r(\tau_n) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} \Big|_{t=\tau_n}$.

Уравнения (1) и (2) в силу нелинейного характера являются чрезвычайно сложными для анализа. Отсюда понятным становится стремление к приближенному описанию процессов в ШИСН, основанному на замене ШИМ-2 безынерционным звеном [Л. 2] или «эквивалентным» амплитудно-импульсным модулятором первого рода [Л. 3]. Однако подобная замена в ряде случаев может привести к неверным результатам, поскольку она не учитывает динамических свойств ШИМ-2 и их влияния на поведение всей замкнутой системы.

В статье для анализа ШИСН предлагается использовать метод логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ), который достаточно нагляден и получил широкое распространение в инженерной практике. Особенностью нелинейных систем является то, что они описываются не одной, а семейством ЛЧХ. В предлагаемой интерпретации метод ЛЧХ включает в себя три этапа.

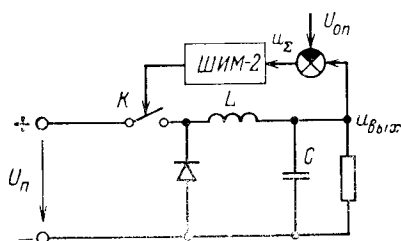


Рис. 1. Схема ШИСН с последовательным ключом.

Первый — преобразование уравнений динамики ШИСН, записанных в естественном фазовом пространстве, в соответствующие уравнения разностного фазового пространства. Второй — линеаризация полученных выражений в области возможных режимов работы модулятора и нахождение по ним семейства передаточных функций разомкнутого контура ШИСН в Z - и ω -преобразованном виде (эта часть является развитием подхода, предложенного в [Л. 4]).

Третий — построение семейства дискретных ЛЧХ по передаточным функциям с коэффициентами, зависящими от фазовых координат и параметров системы, и анализ по ним динамических характеристик ШИСН.

Преобразование уравнений ШИСН. Применяя к системе (1) алгоритм преобразования уравнений [Л. 5], запишем уравнение фильтра в разностном фазовом пространстве

$$\begin{aligned} x_{n+2} - (h_{11} + h_{22}) x_{n+1} + (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) x_n = \\ = V [r_1(\tau_{n+1}) + h_{12}r_2(\tau_n) - h_{22}r_1(\tau_n)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение модулятора в разностном фазовом пространстве получим подстановкой в (2) значения x'_n , выраженного из первого уравнения системы (1):

$$\begin{aligned} \alpha \tau_n - G \left\{ 1 - h_{11}(\tau_n) + \frac{h_{12}(\tau_n) [h_{11}(\tau_n) - 1]}{h_{12}} \right\} + \\ + V \left\{ r(\tau_n) - r_1(\tau_n) \frac{h_{12}(\tau_n)}{h_{12}} \right\} = \frac{h_{12}(\tau_n)}{h_{12}} \varepsilon_{n+1} + \\ + \left[h_{11}(\tau_n) - h_{11} \frac{h_{12}(\tau_n)}{h_{12}} \right] \varepsilon_n, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varepsilon_n = G - x_n$, $\varepsilon_{n+1} = G - x_{n+1}$ — тактовые значения модулирующего сигнала (ошибки замкнутой системы).

Линеаризация уравнений и передаточная функция ШИСН. Основываясь на широко используемой в теории нелинейных систем идее, что исследование нелинейной системы может быть сведено к исследованию совокупности линейных моделей, проведем линеаризацию уравнений (3) и (4) в точках фазового пространства, относящихся к области модуляции ШИМ-2. Для этой цели разложим нелинейные функции (непрерывно дифференцируемые по своим аргументам) в ряд Тейлора и ограничимся лишь вторым его членами. Координаты точек разложения, принадлежащих указанной области, обозначим следующим образом: $\tau_n = \tau^*_0$, $\tau_{n+1} = \tau^*_1$, $\varepsilon_n = \varepsilon^*_0$, $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon^*_1$. (Для установившихся режимов будет справедливо $\tau^*_0 = \tau^*_1 = \tau$, $\varepsilon^*_0 = \varepsilon^*_1 = \varepsilon$.) Тогда

$$\delta x_{n+2} + a_1 \delta x_{n+1} + a_0 \delta x_n = b_1(\tau^*_1) \delta \tau_{n+1} + b_0(\tau^*_0) \delta \tau_n; \quad (5)$$

$$c_0(\tau^*_0, \varepsilon^*_0, \varepsilon^*_1) \delta \tau_n = d_1(\tau^*_0) \delta \varepsilon_{n+1} + d_0(\tau^*_0) \delta \varepsilon_n, \quad (6)$$

где

$$a_1 = -(h_{11} + h_{22}); \quad a_0 = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21};$$

$$b_1(\tau^*_1) = V \left. \frac{\partial r(\tau_{n+1})}{\partial \tau_{n+1}} \right|_{\tau_{n+1}=\tau^*_1};$$

$$b_0(\tau^*_0) = V \left[h_{12} \left. \frac{\partial r_2(\tau_n)}{\partial \tau_n} \right|_{\tau_n=\tau^*_0} - h_{22} \left. \frac{\partial r_1(\tau_n)}{\partial \tau_n} \right|_{\tau_n=\tau^*_0} \right];$$

$$\begin{aligned} c_0(\tau^*_0, \varepsilon^*_0, \varepsilon^*_1) = \alpha - G \frac{\partial}{\partial \tau_n} \left[h_{11}(\tau_n) - \right. \\ \left. - h_{12}(\tau_n) \frac{h_{11}(\tau_n) - 1}{h_{12}} \right]_{\tau_n=\tau^*_0} + V \frac{\partial}{\partial \tau_n} \left[r(\tau_n) - \right. \\ \left. - r_1(\tau_n) \frac{h_{12}(\tau_n)}{h_{12}} \right]_{\tau_n=\tau^*_0} + \varepsilon^*_0 \frac{\partial}{\partial \tau_n} \left[h_{11}(\tau_n) - \right. \\ \left. - h_{11} \frac{h_{12}(\tau_n)}{h_{12}} \right]_{\tau_n=\tau^*_0} + \frac{\varepsilon^*_1}{h_{12}} \frac{\partial h_{12}(\tau_n)}{\partial \tau_n} \Big|_{\tau_n=\tau^*_0}; \end{aligned}$$

$$d_1(\tau^*_0) = \frac{h_{12}(\tau^*_0)}{h_{12}}; \quad d_0(\tau^*_0) = \left[h_{11}(\tau^*_0) - h_{11} \frac{h_{12}(\tau^*_0)}{h_{12}} \right].$$

Подвергнув уравнения (5) и (6) последовательно Z и ω -преобразованиям и рассматривая отношение $\delta x(\omega)/\delta \varepsilon(\omega)$ как передаточную функцию линеаризованного ШИСН, придем к следующему выражению

$$W(\omega) = \frac{k^* (T^* \omega + 1) (T^*_{\phi} \omega + 1)}{T'^2_{\phi} \omega^2 + 2\xi' T'_{\phi} \omega + 1}, \quad (7)$$

где

$$k^* = \frac{(b_1 + b_0)(d_1 + d_0)}{c_0(1 + a_1 + a_0)}; \quad T^*_1 = \frac{b_1 - b_0}{b_1 + b_0} \frac{T}{2};$$

$$T^*_{\phi} = \frac{d_1 - d_0}{d_1 + d_0} \frac{T}{2}; \quad T'_{\phi} = \sqrt{\frac{1 - a_1 + a_0}{1 + a_1 + a_0}} \frac{T}{2};$$

$$\xi' = \frac{1 + a_0}{V(1 + a_0)^2 - a_1^2}.$$

(Здесь и далее опущены аргументы коэффициентов.)

Полученное выражение совпадает по характеру с передаточной функцией соответствующей амплитудно-импульсной системы с фиксатором нулевого порядка [Л. 6], но отличается зависимостью коэффициентов от режима работы ШИСН. Можно дать следующее толкование этим коэффициентам: k^* отражает нелинейность коэффициента усиления ШИМ-2; T^*_1 — переменную длительность фиксации и T^*_{ϕ} — фазопережающие свойства ШИМ-2.

Частотные характеристики ШИСН. Частотные характеристики дискретных систем получают в результате подстановки $\omega = j\lambda$, где λ — абсолютная псевдочастота. Учет соотношений постоянных времени фильтра и периода дискретизации, имеющих место в реальных ШИСН, позволяет с достаточной точностью принять $T'_{\phi} = T_{\phi}$, $\xi' = \xi$ (T_{ϕ} , ξ — коэффициенты передаточной функции соответствующей непрерывной системы). Кроме того, для сравнения с непрерывной системой выделим статический коэффициент усиления $k_{ст} = \frac{V}{\alpha T}$. Тогда деформация частотных характеристик за

счет полинома числителя позволит оценить степень влияния нелинейного звена (ШИМ-2) и импульсного характера системы.

Для упрощения анализа введем отклонения $\Delta\gamma^* = \gamma^* - \gamma^*_0$, $\Delta\varepsilon^* = \varepsilon^* - \varepsilon^*_0$ и оценим динамические свойства ШИСН в двух режимах:

«малых» отклонений от установившегося режима ($\Delta\gamma^* = \Delta\varepsilon^* = 0$);

конечных (максимально возможных) отклонений, которые можно приближенно оценить в результате наложения гармонического сигнала собственной частоты (ω_c) соответствующей непрерывной системы на разветвляющее напряжение частоты коммутации (ω_k):

$$\Delta\gamma^*_{\max} = (1,5 - 2) \frac{\omega_c}{\omega_k}, \quad \Delta\varepsilon^*_{\max} = \alpha T \Delta\gamma^*_{\max}. \quad (8)$$

Учет влияния $\Delta\gamma^*$ и $\Delta\varepsilon^*$ позволяет выявить особенности динамических характеристик в режиме конечных отклонений от положения равновесия и уточнить предельные значения параметров, соответствующие границе устойчивости системы.

Пример. В качестве примера рассмотрим ШИСН с кратными полюсами фильтра ($\xi = 1$), для которого коэффициенты передаточной функции линеаризованного ШИСН принимают вид:

$$k^* = \frac{V(e^{-\bar{\beta}} + \gamma^*_{\phi}(1 - e^{-\bar{\beta}})) [e^{-\bar{\beta}} \gamma^*_{\phi} + e^{\bar{\beta} \Delta\gamma^*} (1 - \gamma^*_{\phi} - \Delta\gamma^*)]}{\alpha T + Ge^{-\bar{\beta} \gamma^*_{\phi}} [(1 - \bar{\beta} \gamma^*_{\phi})(e^{\bar{\beta}} - 1) - \bar{\beta}] + V \{ e^{-\bar{\beta} \gamma^*_{\phi}} [1 + \bar{\beta}(1 - \gamma^*_{\phi})] - [1 + \bar{\beta}(1 - 2\gamma^*_{\phi})] \} - \Delta\varepsilon^* [e^{-\bar{\beta}(1 - \gamma^*_{\phi})} (1 - \bar{\beta} \gamma^*_{\phi})]};$$

$$T^*_1 = \frac{e^{\bar{\beta} \Delta\gamma^*} (1 - \gamma^*_{\phi} - \Delta\gamma^*) - e^{-\bar{\beta}} \gamma^*_{\phi}}{e^{\bar{\beta} \Delta\gamma^*} (1 - \gamma^*_{\phi} - \Delta\gamma^*) + e^{-\bar{\beta}} \gamma^*_{\phi}} \frac{T}{2},$$

$$T^*_{\phi} = \frac{\gamma^*_{\phi} (1 + e^{-\bar{\beta}}) - e^{-\bar{\beta}}}{e^{-\bar{\beta}} + \gamma^*_{\phi} (1 - e^{-\bar{\beta}})} \frac{T}{2},$$

где $\bar{\beta} = \frac{T}{T_{\phi}}$ — параметр, характеризующий фильтрующие свойства ШИСН.

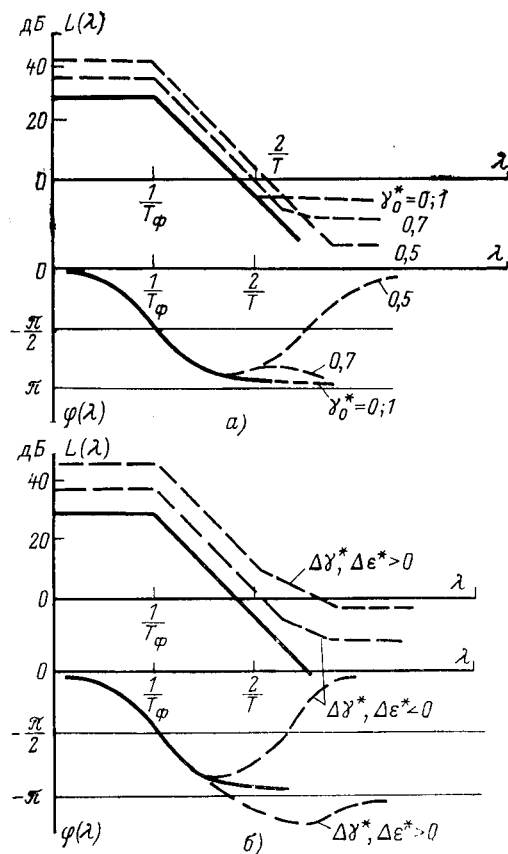


Рис. 2. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура ШИСН в режиме малых (а) и конечных отклонений (б) ($\bar{\beta} = 0,2$, $k_{ст} = 50$).

— характеристики соответствующей непрерывной системы; --- рассматриваемого ШИСН.

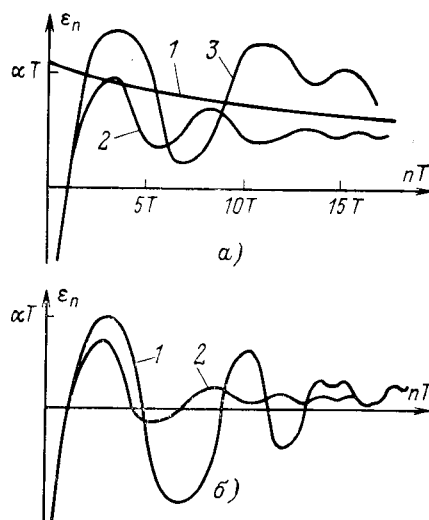


Рис. 3. Влияние параметра $\bar{\beta} = \frac{T}{T_{\phi}}$ (а — $\gamma_{уст} = 0,5$; $k_{ст} = 50$)

и вида разветвляющего напряжения (б — $\gamma_{уст} = 0,1$; $k_{ст} = 50$; $\bar{\beta} = 0,2$) на характер переходного процесса в ШИСН.

1 — огибающая процесса в «эквивалентной» непрерывной системе; 2 — $\bar{\beta} = 0,2$; 3 — $\bar{\beta} = 0,4$; 1' — ШИМ-2 с «прямой» линейной разверткой; 2' — с «обратной» линейной разверткой.

На рис. 2 приведены ЛЧХ ШИСН в режимах «малых» и конечных отклонений. Из этих характеристик видно, что приращения $\Delta\gamma^*$ и $\Delta\epsilon^*$ соответствующего знака (знак зависит от типа развертывающего напряжения) уменьшают запасы по фазе и амплитуде и, следовательно, при определении предельных значений параметров следует их учитывать в соответствии с выражением (8).

Отмеченные особенности характерны только для ШИМ-2 с «прямой» линейной разверткой. Анализ частотных характеристик стабилизатора, содержащего ШИМ-2 с «обратной» линейной разверткой, указывает на противоположный характер влияния приращений $\Delta\gamma^*$ и $\Delta\epsilon^*$: при уменьшении их запасы по фазе и амплитуде уменьшаются, а при увеличении — увеличиваются. Это позволяет указать наиболее предпочтительные режимы работы ШИСН с рассмотренными типами модуляторов: ШИМ-2 с «прямой» линейной разверткой обеспечивает больший запас устойчивости и лучшее качество процессов в стабилизаторе при значениях γ , близких к единице, а ШИМ-2 с «обратной» разверткой — при значениях γ , близких к нулю.

Моделирование процессов в ШИСН проводилось на аналоговой машине. Приведенные осциллограммы процессов подтверждают правильность сделанных выводов об особенностях динамических характеристик ШИСН, выражающихся в наличии корректирующих свойств ШИМ-2 в «малом» (рис. 3,а) и лучшее качество процессов в стабилизаторе с «обратной» разверткой при значениях γ , близких к нулю (рис. 3,б). При уменьшении отношения периода коммутации к постоянной времени фильтра ($\beta=0,1; 0,05$) поведение ШИСН становилось близким к поведению соответствующей непрерывной системы (кривая 1). Предельные значения параметров, полученные расчетным и экспериментальным путем, совпали достаточно точно. Полученные результаты для ШИСН с кратными полюсами фильтра могут быть распространены на ШИСН с фильтрами, которые имеют как простые различные, так и комплексно-сопряженные полюса. Близость динамических характеристик (при одинаковом коэффициенте сглаживания) наблюдается при условии, что декремент затухания лежит в пределах $0,4 \leq \xi \leq 1,4$. При этом деформация ЛЧХ в низко- и высокочастотной областях практически не приводит к изменению динамических характеристик ШИСН.

Выводы. 1. В «малой» окрестности установившихся режимов качество процессов в ШИСН может быть лучше, чем в «эквивалентной» непрерывной системе.

2. Неустойчивость рабочих режимов имеет место при отсутствии запасов по амплитуде ($k^* > 0$) и по фазе ($k^* < 0$), что наблюдается при увеличении $k_{ст} = \frac{V}{\alpha T}$ и при увеличении $\bar{\beta}$ (пульсаций).

3. В качестве условия, позволяющего проводить анализ ШИСН непрерывными методами, можно рекомендовать следующее соотношение $\omega_k/\omega_c \geq 5$.

(Использование условия теоремы Котельникова $\frac{\omega_k}{\omega_c} \geq 2$

в данном случае приводит к неверным результатам). Предлагаемое условие вытекает из того, что при его выполнении деформации ЛЧХ, обусловленные нелинейностью и импульсным характером ШИСН, лежат в высокочастотной области и практически не оказывают влияния на динамические свойства системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. Киев, «Техника», 1970.
2. Лаптев Н. Н. Переходные и установившиеся процессы в импульсных стабилизаторах напряжения. — «Электричество», 1968, № 9.
3. Булин-Соколов И. В., Миронов С. М. Исследование дискретных систем автоматического регулирования частоты вращения микродвигателей постоянного тока. — «Электричество», 1970, № 8.
4. Поспелов Г. С., Шеленков В. М. Исследование релейных систем с помощью уравнений в конечных разностях. — В кн.: Точные методы исследования нелинейных систем. М., 1971.
5. Саликов Л. М., Соболев Л. Б. Преобразование уравнений динамики нестационарных импульсных систем управления. — «Автоматика и телемеханика», 1971, № 10.
6. Динамика цифровых следящих систем. М., «Энергия», 1970. Авт.: Ю. Н. Николаев, В. П. Петухов, Г. Н. Феклисов, Б. К. Чесоданов.

[26.4.1976]

Уважаемый читатель!

Редакция журнала «Электричество» продолжает информировать Вас о книгах, выпускаемых издательством «Энергия» в 1977 г.

В нашем журнале уже были помещены списки книг из второй части плана.

В настоящем номере мы публикуем полный список по тематике журнала.

ИЗ ЧАСТИ ПЕРВОЙ ПЛАНА

Справочная литература

Автоматизированные системы управления предприятиями (методы создания). Справочное пособие. Под ред. В. Г. Шорина. 40 л. 2 р. 45 к.

Барсуков Ф. И., Болошин И. А., Вавилов П. Ф. и др. Справочник по элементам радиоэлектронных устройств. Под ред. В. Н. Дулина и М. С. Жука. 65 л. 3 р. 60 к.

Гальперин В. В. Справочник по воздушным и кабельным сетям в районах многолетнемерзлых грунтов. 11,5 л. 71 к.

Райцельский Л. А. Справочник по осветительным сетям. Изд. 3-е, перераб. и доп. 18 л. 1 р. 04 к.

Белоцерковский В. В., Боязный Я. М., Чусов Н. П. Справочник электромонтажника. Механизация электромонтажных работ. 15,5 л. 92 к.

Справочник по проектированию систем передачи информации в энергетике. Под ред. В. Х. Ишкина и С. С. Рокотяна. 21 л. 1 р. 29 к.

Справочник по проектированию электроэнергетических систем. Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шаширо. Изд. 2-е, перераб. и доп. 21 л. 1 р. 29 к.

Справочник по ремонту турбогенераторов. Под ред. Н. И. Устинова. 32,5 л. 1 р. 81 к.

Справочник по электроизмерительным приборам. Под ред. К. К. Илюнина. Изд. 2-е, перераб. 71 л. 3 р. 74 к.

Справочник по электротреблению в промышленности. Под ред. Г. П. Минина и Ю. В. Копытова. Изд. 2-е, доп. 34,5 л. 1 р. 97 к.

Тарабрин Б. В., Якубовский С. В., Барканов Н. А. и др. Справочник по интегральным микросхемам. Под ред. Б. В. Тарабрина. 40 л. 2 р. 24 к.

Шелихов А. А., Селиванов Ю. П. Вычислительные машины. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. 16 л. 94 к.

Электрооборудование и автоматика электротермических установок. Справочник. Под ред. А. П. Альтгаузена, М. Я. Сменянского, М. Д. Бершицкого. 44 л. 2 р. 38 к.

Научная и производственно-техническая литература

Айзенфельд А. И., Шалыт Г. М. Определение мест короткого замыкания на линиях с ответвлениями. 10,5 л. 33 к.

Алексенко Г. В., Ашрятов А. К., Веремей Е. В., Фрид Е. С. Испытание мощных трансформаторов и реакторов. Изд. 2-е, перераб. и доп. 36 л. («Трансформаторы»). 1 р. 94 к.

Анисимов В. И. Топологический расчет электронных схем. 15,5 л. 1 р. 01 к.

Арендарчук А. В., Катель Н. М., Липов В. Я. и др. Общепромышленные электропечи непрерывного действия, 21 л. 1 р. 19 к.

Аршила С. В., Борисевич Е. С., Жилевич И. И. Электрографические светолучевые осциллографы. 11 л. 55 к.

Астафьев В. Е., Борзунов А. И., Веретенников В. Г., Морозова М. Ф. Экономика, организация и планирование электротехнического производства. Учебник для техникумов. Изд. 2-е, перераб. 23 л. 90 к.

Бажанов С. А., Воскресенский В. Ф. Профилактические испытания оборудования высокого напряжения. 16,5 л. 97 к.

Бокуняев А. А. Релейные стабилизаторы постоянного напряжения. 5,5 л. 28 к.

Балашов Е. П., Лаврентьев Б. Ф., Тимофеев А. О., Шумилов Л. А. Замещающие устройства повышенной надежности. 15,5 л. 1 р. 22 к.

Барановский В. И., Гусев Б. И., Иванов В. И. и др. Производство цветных киескопов. 24 л. 1 р. 44 к.

Баркан Я. Д. Автоматизация управления конденсаторами. 6 л. 30 к.

Батерс Дж. Голлография и ее применение. Пер. с англ. 12,5 л. 83 к.

Батоврин А. А., Дашевский П. Г., Лебедев В. Д. и др. Цифровые системы управления электроприводами. 16,5 л. 96 к.

Белинский Г. В., Выдрик Г. А. Технология электровакуумной и радиотехнической керамики. Учебник для техникумов. 21 л. 93 к.

Бессуднов Е. П. Обнаружение мест дефектов изоляции обмоток электрических машин постоянного тока. 9 л. 45 к.

Блюмин Г. З. Двигатели с внешним ротором для высокоскоростного электропривода. 10 л. 50 к.

Бобылев О. В., Никулин Н. В., Русанов П. В., Цыганов В. И. Технология производства электроизоляционных материалов и изделий. Учеб. пособие для вузов. Изд. 2-е, перераб. 26 л. 1 р. 05 к.

Богданов Э. О. Фоторезисторы и их применение. 10,5 л. 66 к.

Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М. Электротехнические материалы. Учебник для вузов. Изд. 6-е, перераб. и доп. 26 л. 1 р. 10 к.

Бойченко В. И., Дзеккер Н. П. Контактные соединения токоведущих шин. 10,5 л. 66 к.

Боровиков В. А., Косарев В. К., Ходот Г. А. Электрические сети энергетических систем. Изд. 3-е, перераб. и доп. 26 л. 1 р. 08 к.

Бромберг Э. М., Куликовский К. Л. Тестовые методы повышения точности измерений. 12 л. 60 к.

Бронфман А. И. Режимы работы вентиляхных разрядников при грозовых перенапряжениях. 8 л. 40 к.

Булгаков Н. И. Группы соединения трансформаторов. Изд. 3-е, перераб. и доп. 5 л. 25 к.

Бураковский Т., Гизильский Е., Салая А. Электрические инфракрасные излучатели. Пер. с польск. 31 л. 2 р. 37 к.

Быков Ю. М. Непосредственные преобразователи частоты с автономным источником энергии. 8 л. 40 к.

Васильев Н. П., Розенталь Ю. Д., Боярченко М. А. Логические устройства на магнитных средах с управляемым движением доменов. 12 л. 60 к.

Вешеневский С. П. Характеристики двигателей в электроприводе. Изд. 6-е, доп. 27 л. 1 р. 59 к.

Видинцев Ю. Д. Дозаторы непрерывного действия. 14 л. 70 к.

Власов В. Г., Иванов В. Л., Тимофеева Л. И. Взрывозащищенный тиристорный электропривод переменного тока. 11 л. 55 к.

Гинзбург Л. Д. Высоковольтные трансформаторы и дроссели с эпоксидной изоляцией. 14,5 л. 86 к.

Голованов О. В., Дуванов С. Г., Смирнов В. Н. Моделирование сложных дискретных систем на ЭВМ третьего поколения. 9 л. 45 к.

Гончаров А. В., Лазарев В. П., Пархоменко В. М., Штейн А. Б. Техника магнитной видеозаписи. Изд. 2-е, перераб. и доп. 21 л. 1 р. 29 к.

Горбатов В. А., Кафаров В. В., Павлов Н. Г. Логическое управление технологическими процессами. 20 л. 1 р. 11 к.

Городецкий В. И., Дмитриев А. К., Марков В. М. и др. Элементы теории испытаний и контроля технических систем. 14,5 л. 1 р. 15 к.

Горшелев В. Д., Красноцветова З. Г., Федорцев Б. Ф. Основы проектирования радиоприемников. 30 л. 1 р. 63 к.

Грибанов Ю. И., Мальков В. Л. Выборочные оценки спектральных характеристик стационарных случайных процессов. 7,5 л. 38 к.

Гусейнов Ф. Г. Упрощение расчетных схем электрических систем. 10,5 л. 74 к.

Гуторов М. М. Сборник задач по основам электротехники. Изд. 2-е, перераб. Учеб. пособие для вузов. 12 л. 55 к.

Дасоян М. А., Агуф И. А. Основы расчета, конструирования и технологии производства свинцовых аккумуляторов. 12,5 л. 86 к.

Юелла Торре, Бобек А. Цилиндрические магнитные домены. Пер. с англ. 13 л. 86 к.

Дельвинг Г. Н., Траскунов П. М., Царюк Н. М. Управление качеством в электроприборостроении. 12,5 л. 76 к.

Дмитриев Г. В., Кузнец М. И. Электрооборудование электровакуумного производства. Учебник для техникумов. 17 л. 84 к.

Дорофеев А. Л., Никитин А. И., Рубин А. Л. Индукционная толщинометрия. Изд. 2-е, перераб. и доп. 11 л. 55 к.

Дроздов А. Д., Аллилуев А. А., Засыпкин А. С., Савин М. М. Автоматизация энергетических систем. Учеб. пособие для вузов. 26 л. 1 р. 05 к.

Дроздов Б. В., Слепов Н. Н. Применение широтно-импульсной модуляции. Под ред. А. А. Булгакова, 11 л. 55 к.

Дулин В. Н. Электронные приборы. Учебник для вузов. Изд. 3-е, перераб. и доп. 24 л. 1 р. 08 к.

Жежеленко И. В. Показатели качества электроэнергии на промышленных предприятиях. 8 л. 40 к.

Жемеров Г. Г. Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью. 16 л. 94 к.

Зайдельман Р. Л. Надежность лопаточного аппарата паровых турбин. 10,5 л. 53 к.

Идельчик В. И. Расчеты установившихся режимов электрических систем. 14,5 л. 1 р. 02 к.

Имбрицкий М. И. Ремонт арматуры мощных энергетических блоков. 15 л. 89 к.

Инструктивные материалы Госэнергонадзора. 31 л. 1 р. 68 к.

Карасев Р. И. Переходные процессы на линиях большой протяженности. Изд. 2-е, перераб. и доп. 11 л. 88 к.

Каялов Г. М., Кашдан А. Э., Ковалев И. Н., Куренной Э. Г. Основы теории и практики построения промышленных электрических сетей. 26 л. 1 р. 44 к.

Кляппер Дж., Френкл Дж. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты. Пер. с англ. 27 л. 1 р. 92 к.

Коген-Далли В. В., Комаров Е. В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами. 16 л. 94 к.

Конюхов Н. Е., Шаповалов В. М., Плют А. А. Оптоэлектронные измерительные преобразователи. 10,5 л. 66 к.

Кот А. А., Десва З. В. Водородный режим мощных энергоблоков ТЭС. 11 л. 55 к.

Кочубевский И. Д., Стражмейстер В. А., Калининская Л. А. и др. Динамическое моделирование и испытания систем. 19 л. 1 р. 09 к.

Кугушев А. М., Голубева Н. С. Основы радиоэлектроники. Учеб. пособие для вузов. 20 л. 94 к.

Купершмидт Я. А. Точность телеизмерений. 11 л. 55 к.

Лабунцов В. А., Тугов Н. М. Динамические режимы эксплуатации мощных тиристоров. 11 л. 55 к.

Лазарев В. Г., Пийль Е. И. Синтез управляющих автоматов. Изд. 2-е, перераб. и доп. 22 л. 1 р. 29 к.

Липатов Д. П. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения. Учеб. пособие для вузов. Изд. 2-е, исп. и доп. 18,5 л. 79 к.

Лисовский Г. С., Хейфиз М. Э. Главные схемы и электрическое оборудование подстанций 35–70 кВ. Изд. 2-е, перераб. и доп. 26 л. 1 р. 44 к.

Мазурин О. В., Рехсон С. М. Отжиг спаяв стекла с металлом. 9 л. 45 к.

Малов В. В. Пьезорезонансные датчики. 15 л. 89 к.

Марченко А. Н. Управляемые полупроводниковые резисторы. 10,5 л. 53 к.

Мастяев В. Я. Генераторы высокой частоты на импульсных тиратронах для индукционного нагрева. 6 л. 30 к.

Маршак И. С. Импульсные источники света. Изд. 2-е, перераб. и доп. 29,5 л. 1 р. 62 к.

Мелик-Шахназаров А. М., Лейтман М. Б. Компенсационные измерительные преобразователи электрических величин. 13 л. 65 к.

Микуцкий Г. В., Скитальцев В. С. Высоко-частотная связь по линиям электропередачи. Изд. 2-е, перераб. и доп. 26 л. 1 р.

Михайлов В. В., Гудков Л. В., Терещенко А. В. Рациональное использование топлива и энергии в промышленности. 14,5 л. 74 к.

Мкртчян С. О. Проектирование логических устройств ЭВМ на нейронных элементах. 16 л. 94 к.

Назаренко У. П., Межеричский Н. А. Эксплуатация и повышение экономичности воздушных компрессорных установок. 12,5 л. 63 к.

Нестеров Б. З. Электросварочные генераторы повышенной частоты. 6 л. («Электросварочное оборудование»). 48 к.

Основы теории и практики построения промышленных электрических сетей. 26 л. 1 р. 44 к.

Палатник Л. С., Сорокин В. К. Материаловедение в микроэлектронике. 19 л. («Электронное материаловедение»). 1 р. 19 к.

Перельман Б. Л., Брежнева К. М. Высоко-частотные транзисторы и их применение. 11 л. 55 к.

Полякова Л. В., Лейн В. М. Отображение измерительной информации. 10,5 л. 87 к.

Поскробко А. А., Братолюбов В. Б. Бесконтактные коммутирующие и регулирующие полупроводниковые устройства на переменном токе. 13 л. 79 к.

Правила технической эксплуатации электрических станций и сетей. Изд. 13-е, перераб. и доп. 20 л. 1 р. 14 к.

Прангишвили И. В., Лементуев В. А., Соппин М. С. Элементы ЗУ на МДП-структурах. 12 л. 60 к.

Проблемы создания АСУ ТП с применением электронно-вычислительной техники. Сборник докладов научной сессии АН СССР и Государственного Комитета по науке и технике. Под ред. Б. И. Петрова и Д. Г. Жимерина. 16 л. 94 к.

Рабинович С. Г. Погрешности измерений. 21 л. 1 р. 18 к.

Розенсон Э. З., Теняков Е. И. Измерительные уравновешенные мосты постоянного тока. 8 л. 56 к.

Романов В. А. Автоматическое оптимальное управление производственными процессами. 21 л. 1 р. 18 к.

Синяевский В. П. Расчет и конструирование электрокерамических конструкций. Учебник для техникумов. Изд. 2-е, перераб. 11 л. 36 к.

Скворцов И. М., Лапидус И. И., Орлов Б. В. и др. Технология и аппаратура газовой эпитаксии кремния и германия. 12 л. 60 к.

Скороходов Е. А., Билибин К. И. Механизация и автоматизация производства обмоток электроэлементов. 19 л. 1 р. 13 к.

Соскин Э. А. Основы диспетчеризации и телемеханизации промышленных систем энергоснабжения. Учеб. пособие для вузов. 20,5 л. 86 к.

Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. Изд. 4-е, перераб. и доп. 46 л. 2 р. 54 к.

Тафт В. А. Спектральные методы расчета нестационарных цепей и систем. 21 л. 1 р. 82 к.

Тетельбаум И. М., Шнейдер Ю. Р. Практика работы на аналоговых вычислительных машинах (400 схем для АВМ). 17 л. 99 к.

Токарев Б. Ф., Морозкин В. П., Тодос П. И. Двигатели постоянного тока для подводной техники. 10,5 л. 53 к.

Толстов Ю. Г. Автономные инверторы тока. 14,5 л. 87 к.

Третьяков В. М., Холодный С. Д. Сушка и пропитка кабелей. 11 л. 55 к.

Тубис Я. Б., Белов Г. К. Температурная защита асинхронных двигателей в сельскохозяйственном производстве. 5,5 л. 28 к.

Усов С. В., Кантан В. В., Кизеветтер Е. Н. и др. Электрическая часть электростанций. Учебник для вузов. 40 л. 1 р. 53 к.

Уэймаут Д. Газоразрядные лампы. Под ред. Г. Н. Рохлина и М. И. Фугенфiroва. Пер. с англ. 27,5 л. 2 р. 04 к.

Федосенко Р. Я., Мельников А. Я. Эксплуатационная надежность электросетей сельскохозяйственного назначения. 18,5 л. 1 р. 07 к.

Фрер Ф., Орттенбургер Ф. Основные звенья регулируемого привода постоянного тока. Пер. с нем. 15 л. 1 р. 13 к.

Фридман Е. И. Герметизация радиоэлектронной аппаратуры. 17 л. 99 к.

Чеквакин А. Н., Семин В. Н., Стародуб К. Я. Основы автоматики. Учебник для техникумов. 24 л. 93 к.

Черников Г. Б., Евликов А. А. Трансформаторы тока в схемах преобразователей. 9 л. 45 к.

Что надо знать о пользовании электроэнергией и газом в быту. Изд. 5-е, перераб. и доп. 4,5 л. 23 к.

Шимони К. Физическая электроника. Пер. с нем. 48 л. 3 р. 35 к.

Щетинин Т. А. Динамика электроприводов с индукционными муфтами. 6 л. 30 к.

Электрификация СССР (1967—1977 годы). Под ред. П. С. Непорожного. 26 л. 2 р. 22 к.

Электроэнергетика стран СЭВ. Под ред. П. С. Непорожного. 23 л. 2 р. 07 к.

Яворский В. Н., Макшапов В. И., Ермолин В. П. Проектирование нелинейных следящих систем с тиристорным управлением исполнительным двигателем. 15,5 л. 1 р. 22 к.

Ястребенецкий М. А., Соляник Б. Л. Надежность промышленных автоматических систем в условиях эксплуатации. Изд. 2-е, перераб. 8,5 л. 43 к.

Библиотека теплотехника

Маргулова Т. Х. Атомная энергетика и ее будущее. 5 л. 25 к.

Чиняев И. А. Поршневые насосы в теплоэнергетике. 5 л. 25 к.

Библиотека светотехника

Шефтель Е. Б. Освещение лечебных учреждений. 6,5 л. 33 к.

Библиотека по автоматике

Гетманов А. Г., Дехтяренко П. И., Мандровский-Соколов Б. Ю. и др. Автоматическое управление вибрационными испытаниями. 6,5 л. 34 к.

Азимов Р. К. Измерительные преобразователи с тепловыми распределенными параметрами. 5,5 л. 29 к.

Артамонов Г. Т., Тюрин В. Д. Анализ информационно-управляющих систем со случайным интервалом квантования сигнала по времени. 7,5 л. 39 к.

Аскеров Ч. И., Гамидов В. В. Эквивалентные представления дискретных устройств. 7 л. 39 к.

Бабурин В. В. Электромеханические печатающие устройства. 7,5 л. 39 к.

Батанов Л. А. Автоматизация проектирования цифровых вычислительных систем. 8,5 л. 44 к.

Гринберг И. П., Таранов С. Г. Самонастраивающиеся измерительные усилители с пробным сигналом. 7,5 л. 39 к.

Дмитренко Л. П. Реле и регуляторы уровня сыпучих материалов. 5,5 л. 29 к.

Дятлов В. А., Кабанов А. Н., Милов Л. Т. Контроль динамических систем. 6 л. 42 к.

Иванов А. П., Абрамов С. Б. Регистрация и сбор первичной информации в АСУП. 7 л. 36 к.

Каблицкий В. А., Грейнер Г. Р., Май В. П. и др. Стендовая проверка и макетирование бесконтактных логических схем. 5,5 л. 29 к.

Каминский М. Л., Каминский В. М. Монтаж трубных проводок систем автоматизации. 7 л. 36 к.

Савицкий С. К. Инженерные методы идентификации энергетических объектов. 5 л. 25 к.

Смирнов Б. С., Баду Е. И. Устройства автоматической смены масштабов для АВМ. 5 л. 35 к.

Харазов К. И. Переключатели с магнитоуправляемыми контактами. 6,5 л. 34 к.

Библиотека по радиоэлектронике

Горелик С. Л., Кац Б. М. Электронно-лучевые трубки в системах обработки информации. 65 л. 33 к.

Библиотека технолога радиоэлектронной аппаратуры

Барил М. А., Самойликов В. К. Газовые системы оборудования производства полупроводниковых приборов и интегральных схем. 5,5 л. 28 к.

Грачев А. А., Кожевников А. П., Лебига В. А., Россошинский А. А. Ультразвуковая микросварка в электронной технике. 10,6 л. 50 к.

ИЗ ЧАСТИ ВТОРОЙ ПЛАНА

Научная и производственно-техническая литература

Алиев Т. М., Мелик-Шахназаров А. М., Шайн И. Л. Автокомпенсационные измерительные устройства переменного тока. 19 л. 1 р. 10 к.

Анисков В. В., Витенберг И. М., Либерева А. Б. и др. Моделирование задач исследования операций (аналоговые методы и средства). 15 л. 89 к.

Бабинский О. Ш., Лехтман Л. И. Технология жкрутки кабелей. 7 л. 36 к.

Баринберг А. Д. Магнитогидродинамические аппараты защиты, контроля и управления. 8 л. 40 к.

Воздушные линии электропередачи. Сборник переводных статей Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-74). Под ред. В. В. Бургдорфа. 10,5 л. 69 к.

Герасимьяк Р. П. Тиристорный электропривод для кранов. 6 л. 30 к.

Глотов В. Г. Ферритовые сердечники для запоминающих устройств ЭВМ. 10,5 л. 54 к.

Горбенко Л. А., Месенжник Л. З. Кабели и провода для геофизических работ. 12,5 л. 67 к.

Гуревич А. Л., Русинов Л. А., Могильницкий А. М. и др. Автоматизация обработки масс-спектрометрической информации. 11 л. 55 к.

Гуревич Э. И. Тепловые испытания и исследования электрических машин. 18,5 л. 1 р. 40 к.

Евтеев Ю. И., Кущев Б. И., Пикунин В. С. и др. Аппаратурная реализация дискретного преобразования Фурье. 9 л. 45 к.

Казакевич В. В., Родов А. Б. Системы автоматической оптимизации. 14 л. 71 к.

Карпенко Л. Н. Световые системы управления высоковольтными аппаратами. 10,5 л. 87 к.

Кесс Ю. Ю., Ревако В. М. Типовые модули в АСУП. 7 л. 1 р.

Костин К. Ф. Подпятники на гидравлических опорах для мощных гидроагрегатов. 6 л. 30 к.

Кудряшов Г. Ф., Старостин Л. И. Передвижная энергетика. Устройство, эксплуатация и техническое обслуживание. 15,5 л. 99 к.

Кулзаде К. Н., Ализаде П. Г., Хайкин И. Е., Софи-Заде Т. Б. Синхронный электропривод с пульсирующей нагрузкой. 5 л. 25 к.

Лихтиндер Б. Я., Широков С. М. Многомерные измерительные устройства. 16 л. 94 к.

Неразрушающий контроль качества изделий электромагнитными методами. 14,5 л. 87 к.

Новиков О. Я. Устойчивость электрической дуги. 10,5 л. 66 к.

Перенапряжения и координация изоляции. Сборник переводных статей Международной конференции по большим электрическим машинам (СИГРЭ-74). Под ред. А. К. Лохашина. 12,5 л. 83 к.

Пешель М. Применение статистических методов в технике регулирования. Пер. с нем. 9 л. 60 к.

Портной М. Г., Рабинович Р. С. Управление режимами работы энергосистем для обеспечения их устойчивости. 20,5 л. 1 р. 58 к.

Простяков А. А. Индукционные печи и миксеры для плавки. 15,5 л. 93 к.

Радин В. И., Загорский А. Е., Шакарян Ю. Г. Управляемые электрические генераторы при переменной частоте. 10,5 л. 53 к.

Растрыгин Л. А., Манджаров Н. Е. Введение в идентификацию объектов управления. 12 л. 61 к.

Ринкевичус Б. С. Лазерная анемометрия. 9 л. 72 к.

Рожков Л. И. Исследование избыточности систем передачи данных с помощью ЭВМ. 12,5 л. 64 к.

Розенталь Э. С. Электроустановочные изделия для светильников с люминесцентными лампами. 5 л. 26 к.

Сандлер А. С., Тарасенко Л. М. Динамика каскадных асинхронных электроприводов. 10,5 л. 54 к.

Синхронные генераторы. Сборник переводных статей Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-74). Под ред. И. А. Глебова и Л. Г. Мамиконяна. 7 л. 46 к.

Солодухо Я. Ю., Богословский А. П., Плеханов С. Н., Шоруков А. Х. Тиристорные электроприводы с реверсорами. 5 л. 26 к.

Столлов Л. И., Зыков Б. Н. Моментные двигатели с постоянными магнитами. 7 л. 36 к.

Талалов И. И. Параметры и характеристики явнополусных синхронных машин. 16,5 л. 1 р. 31 к.

Трансформаторы. Сборник переводных статей Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-74). Под ред. С. И. Рабиновича. 9 л. 59 к.

Хачатуров А. А. Несинхронные включения и расщепление в энергосистемах. Изд. 2-е, доп. 12 л. 84 к.

Чванов В. А. Динамика автономных инверторов с естественной коммутацией. 10,5 л. 53 к.

Чубаров Е. П. Контроль и регулирование со сканирующим лучевым воздействием. 11 л. 56 к.

Шварцман Л. Г. Муфты силовых кабелей высокого напряжения. 10,5 л. 54 к.

Шелихов С. А., Шелихова Т. С. Рольганговые двигатели серии АР. 10,5 л. 54 к.

Электропередача сверхвысокого напряжения. Сборник переводных статей Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-74). Под ред. С. С. Роко- тана. 10,5 л. 69 к.

Эндрюс Г. Применение вычислительных машин для обработки изображений. Пер. с англ. 10 л. 71 к.

Библиотека электротермиста

Васильев С. З., Маергойз И. И., Пушкарев Л. И. Установки экзогаза. 7 л. 36 к.

Колкер М. И., Полищук Я. А., Обухов С. Г., Яров В. М. Электропечи сопротивления с широтно-импульсным управлением с применением тиристоров. 5 л. 26 к.

Павлов Н. А. Инженерные тепловые расчеты индукционных нагревателей. 7 л. 35 к.

Поскачей А. А., Свенчанский А. Д. Пирометры излучения в установках нагрева. 7,5 л. 38 к.

Аннотации на эти книги приведены в плане выпуска литературы издательства «Энергия» на 1977 год, который имеется во всех книжных магазинах.



Второе Всесоюзное совещание «Применение частотных методов в электроэнергетических исследованиях»

(18—20 мая 1976 г., Новосибирск)

Совещание было организовано Сибирским научно-исследовательским институтом энергетики совместно с Новосибирским областным правлением НТОЭ и ЭП.

Основные задачи совещания — обмен информацией, координация работ по определению основных направлений на 1976—1980 гг. На совещании были заслушаны и обсуждены обобщающие доклады и сообщения в рамках следующих основных вопросов:

методика экспериментального определения динамических характеристик отдельных элементов энергетической системы; анализ экспериментальных и расчетных динамических характеристик, оценка их точности, сравнение результатов, полученных разными методами;

определение области применения динамических характеристик для целей исследования переходных процессов в электроэнергетических системах;

разработка новых методов исследования на основе использования динамических характеристик;

возможности применения динамических характеристик при управлении сложными электроэнергетическими системами.

В работе совещания приняло участие более 150 человек из 38 организаций страны. Были заслушаны и обсуждены обобщающие доклады и сообщения по 98 работам.

В обзорном докладе СибНИИЭ (Воронин В. К., Лукашов Э. С.) были изложены основные результаты, полученные по данному научному направлению как у нас в стране, так и за рубежом. При рассмотрении энергосистемы как сложной и многовзаимной системы авторегулирования представляется целесообразным единообразное описание динамических свойств отдельных звеньев их частотными характеристиками. Такой подход широко применяется при экспериментальном определении динамических свойств элементов энергосистемы (генераторы, системы регулирования возбуждения и скорости, турбины, узлы нагрузок, отдельные подсистемы) и удобен при использовании полученных результатов для решения широкого круга задач.

В докладе Страхова С. В. (МНИИТ) была подробно рассмотрена роль частотных методов в исследовании переходных процессов в электроэнергетических системах. Значительное внимание было обращено на терминологию.

Группа докладов посвящена методике экспериментального определения частотных характеристик электрических машин и других энергетических объектов, требованиям к специальной аппаратуре, методическим вопросам постановки натурных испытаний. Эти результаты излагались в докладах ИЭД АН УССР (Коваленко В. П.), ВНИИЭ (Якушов В. М., Соколов Н. И., Карпин Я. А.), ДПИ (Рогозин Г. Г., Горин В. Я.), ВНИИЭлектромаш (Лернер Л. Г.), СибНИИЭ (Воронин В. К., Иванов Б. И.), СЭИ СО АН СССР (Горский Ю. М., Коцарева К. Т., Чернышев Н. А.), ВНИИЭМ (Микляев М. С.) и др. Эти работы тесно связаны с подготовкой проекта ГОСТ по определению параметров электрических машин частотными методами.

Большое внимание совещание уделило обсуждению результатов исследований частотных характеристик электрических машин, особенно современных крупных турбогенераторов, учет параметров массива ротора которых необходим при проведении широкого круга работ. В этом направлении было представлено значительное число докладов ведущими энергетическими научно-исследовательскими и учебными организациями страны, среди которых ВНИИЭ, ИЭД АН УССР, ДПИ, АЗНИИЭ, ИЭП, СибНИИЭ, Львовский ПИ, ВНИИЭМ, МЭИ, КПИ и другие организации.

Обсуждалась методика экспериментального получения частотных характеристик электрических машин, было проведено сопоставление результатов, обращалось внимание на оценку

возможной погрешности. Особое внимание во многих докладах было уделено учету насыщения магнитной цепи машины.

Частотные характеристики электрических машин и полученные на их основе электромагнитные параметры имеют как самостоятельное значение, так и служат исходной информацией при проведении исследований режимов работы машин и энергосистем. Естественно, что в работе совещания значительное внимание уделялось этим вопросам. В докладе Горшкова А. П., Овчинникова Е. А. (ИЭИ) рассмотрено применение частотных характеристик для анализа малых колебаний. Частотные характеристики широко используются при исследовании переходных процессов в синхронных двигателях, что было отмечено в докладах Рогозина Г. Г., Пятлиной Н. Г., Метленко Г. П., Сивокобыленко В. Ф., Павлюкова В. А. (ДПИ). Расчет частотного пуска машин с массивным ротором был посвящен доклад Соловьева А. И. (МЭИ). Получение достоверных результатов при аналитическом исследовании асинхронных режимов возможно только при полном учете электромагнитных контуров машин. Эти материалы нашли свое отражение в работах СибНИИЭ и ИЭИ.

За последнее время значительно расширились как аналитические, так и экспериментальные исследования крупных синхронных машин, систем возбуждения и АРВ как элементов сложной автоматически регулируемой системы. Результатам этих работ посвящены доклады, представленные МЭИ, ОРГРЭС, ВНИИЭ, УЗНИИЭ и А. ВНИИЭлектромаш, АЗНИИЭ, СибНИИЭ, СЭИ СО АН СССР, Научно-исследовательским институтом энергетики ЧССР, Болэнергореммаладкой и др.

Частотные характеристики находят все более широкое применение при исследовании устойчивости энергосистем. Результаты этих работ были изложены в докладах Воронина В. К., Лизалека Н. Н. (СибНИИЭ), Вайнера И. Г., Алексеева С. В., Федоровой Т. Л. (ВНИИЭ), Борисова Р. И., Козырева В. Д. (ТПИ), Лебякина Д. П., Прахина Б. Я., Рыжова О. И., Братолюбова А. А., Андриянова В. А., Макарина М. В. (ИЭИ).

До настоящего времени наименее изученным элементом энергосистемы остается нагрузка. В докладах УПИ и ОДУ Урала, ОДУ Казахстана излагались результаты экспериментального определения статических частотных характеристик крупных узлов нагрузки. Определение динамических параметров нагрузки было рассмотрено в докладе Лукашова Э. С., Князевой О. А., Воронина В. К., Зырянова В. М., Халева В. К., Подшивалова В. И., Захаркина О. В. (СибНИИЭ), Гусейнова Ф. Г., Рахманова Н. Р., Рейфмана И. Д. (АЗНИИЭ). Однако работы в этом направлении только начаты.

В значительной группе докладов излагались результаты исследований сложных энергосистем с привлечением частотных методов. В докладе Лукашова Э. С., Калужного А. Х., Соколова Ю. В. (СибНИИЭ) был изложен новый принцип анализа запаса статической устойчивости при учете регулирующего эффекта энергосистемы по частоте. Исследованию статической устойчивости были посвящены доклады Гамилко В. А., Горюнова Ю. П., Кандрашкиной В. Н., Щербачева О. В., Груздева И. А., Екимовой М. М., Женько Г. Н., Кучумовой Е. О., Темирбулатова Р. А. (ДПИ), Лебякина Д. П., Макариной М. В. (ИЭИ), Любиной В. С., Кусякиной Л. С. (ВЭИ), Рагозина А. А., Орсовой А. А. (Ленинградское отделение института «Гидропроект»), Журавлева Ю. М., Блиндера И. Д. (АЗНИИЭ и А) и др.

В решении совещания отмечается, что в настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по частотным характеристикам крупных электрических машин и других элементов энергосистемы. Проведено сопоставление

Профессор Х. С. ВАЛЕЕВ

(К 70-летию со дня рождения)

3 декабря 1976 г. исполнилось 70 лет со дня рождения крупного специалиста в области электротехнической керамики, лауреата Государственной премии СССР, доктора технических наук, профессора, члена КПСС с 1928 г. Хады Сабировича Валеева — заведующего электрофизической лабораторией Всесоюзного научно-исследовательского и проектно-технологического института электрокерамики. После окончания в 1931 г. физико-технического отделения Восточно-педагогического института в Казани Х. С. Валеев поступил в аспирантуру Энергетического института имени Г. М. Кржижановского и в 1936 г. защитил кандидатскую диссертацию, которая была посвящена индуцированным грозовым перенапряжениям и защите от них с помощью заземленных тросов; эта работа имела важное народнохозяйственное значение.

Дальнейшие исследования Х. С. Валеева были направлены на изучение параметров молнии при прямом ударе, а также процессов, имеющих место при растекании токов молнии в земле. Им впервые были получены осциллограммы прямого удара молнии.

Во время Великой Отечественной войны (участником которой он был) Хады Сабирович занимался исследованиями и разработкой новых видов электрокерамических материалов для решения ряда актуальных народнохозяйственных задач в связи с созданием нового электротехнического оборудования. Им были исследованы и разработаны керамические материалы различного назначения с заранее заданными свойствами при работе под постоянным напряжением и под переменным напряжением различной частоты.

На основе теоретических и экспериментальных исследований и установлен-



ных им фундаментальных закономерностей в области электрофизики диэлектрических и полупроводниковых материалов Х. С. Валеевым создана широкая гамма новых электронизоляционных, конденсаторных и полупроводниковых материалов, с применением которых были разработаны конструкция и технология изготовления серии высоковольтных высокочастотных конденсаторов, высоковольтных силовых конденсаторов, конденсаторов для импульсной и люминесцентной светотехники, а также серии высоковольтных и низковольтных резисторов с нелинейной вольт-амперной характеристикой для защиты электрических установок от атмосферных и коммутационных перенапряжений. Для изготовления резисторов с высокой нелинейно-

стью Х. С. Валеевым впервые был создан новый класс нелинейных материалов на основе окиси цинка с добавкой различных оксидов, способных образовывать соединения с кристаллической структурой типа шпинели. Аналогичные материалы появились за рубежом (в Японии, США, странах Западной Европы) лишь спустя много лет после разработок Х. С. Валеева.

Научно-теоретические и экспериментальные исследования и получившие промышленное освоение с большим экономическим эффектом разработки Х. С. Валеева были высоко оценены партией и правительством. В 1945 г. ему была присуждена Государственная премия СССР; другие труды были отмечены правительственными наградами.

В 1969 г. Хады Сабирович после защиты обобщенного доклада на весьма широкую тему «Изыскания, исследования и разработки электротехнической керамики для электропромышленности» стал доктором технических наук, в 1972 г. ему было присвоено ученое звание профессора.

Хады Сабирович — автор большого числа изобретений, оформленных авторскими свидетельствами; он имеет также более 100 опубликованных научных трудов, является одним из старейших авторов журнала «Электричество».

Помимо большой производственной работы Х. С. Валеев занимался подготовкой научных и инженерных кадров в Московском энергетическом институте и успешно осуществляет руководство аспирантурой во ВНИИ электрокерамики.

Горячо поздравляя Хады Сабировича со славной юбилейной датой, от души желаем ему новых больших творческих успехов в его разносторонней научной, производственной и педагогической деятельности.

Группа товарищей и учеников

разных методов определения динамических характеристик. Разработаны технические условия на приборы и специальную аппаратуру, необходимую для широкого проведения натурных испытаний. Подготовлен проект ГОСТ по определению параметров электрических машин частотными методами.

Со времени проведения первого Всесоюзного совещания (1971 г., Новосибирск) расширилось применение частотных методов для анализа переходных процессов и устойчивости энергосистем.

В решении совещания обращается внимание на необходимость дальнейшего развития работ по экспериментальному определению частотных характеристик звеньев энергосистем, в том числе с учетом нелинейности. Особое внимание необходимо обратить на изучение динамических свойств комплексов узлов нагрузки.

Назрела необходимость при выпуске головных образцов крупных синхронных машин при стендовых испытаниях снимать частотные характеристики входных сопротивлений по осям. То же самое должно быть предусмотрено для асинхронных машин и регуляторов возбуждения.

Решением совещания предусматривается необходимость расширения работ по созданию более полных математических моделей синхронных и асинхронных машин и узлов нагрузки на базе частотных методов, определению и использованию частотных характеристик сложных многоконтурных объектов энергосистем. Обращается особое внимание на более широкое внедрение разработанных методов в практику и эксплуатацию энергосистем.

Доктор техн. наук Лукашов Э. С.,
канд. техн. наук Воронин В. К.

После непродолжительной тяжелой болезни скончался один из ведущих специалистов в области электрооборудования и управления станками, заведующий отделом перспектив программного управления ЭНИМС, лауреат Государственной премии СССР Владимир Григорьевич Зусман.

С 1928 по 1936 г. В. Г. Зусман работал в промышленности, пройдя путь от электромонтера до инженера-электрика. В 1936 г. В. Г. Зусман перешел на преподавательскую работу в Одесский индустриальный институт, в 1939 г. защитил кандидатскую диссертацию и в 1940 г. был утвержден в звании доцента. В июле 1940 г. В. Г. Зусман поступил на работу в ЭНИМС, где в течение 36 лет работал сначала старшим научным сотрудником, затем руководителем электротехнического подразделения ЭНИМС.

С 1956 г. В. Г. Зусман, предвидя перспективу широкого использования в станкостроении электронных систем управления, начинает работать в области создания устройств числового программного управления (ЧПУ) станками.

Под его руководством были заложены основы проектирования устройства ЧПУ в Советском Союзе и изготовлены первые отечественные станки с ЧПУ, получившие в 1959 г. высшие награды на Брюссельской всемирной выставке. Уже



в этих станках были применены современные решения по структуре устройства и исполнению основных узлов.

В последующие годы В. Г. Зусман возглавил широкий фронт разработок по системам ЧПУ, направлял работы стан-

козаводов в этой области и заводов Минприбора и Минэлектротехпрома, изготавливающих комплектующие изделия и системы управления для станков с ЧПУ. Одной из таких работ была разработка и широкое внедрение шаговых приводов для станков с ЧПУ, за участие в которой В. Г. Зусману в 1968 г. было присвоено высокое звание лауреата Государственной премии СССР. Производственную работу В. Г. Зусман сочетал с преподавательской деятельностью во Всесоюзном заочном энергетическом институте, МИРЭА и Институте усовершенствования руководящих кадров Минстанкопрома.

Большую научно-производственную работу В. Г. Зусман сочетал с активным участием в общественной жизни — в комитетских и советах ГКНТ СССР, ИТО Машипром.

Глубокие знания, широкая эрудиция, большой практический опыт, исключительная работоспособность, умение сплотить большой коллектив для выполнения сложных комплексных работ выдвинули В. Г. Зусмана в число ведущих специалистов Советского Союза в области электрооборудования и систем управления станками. Светлая память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей



Редколлегия и редакция журнала «Электричество» с глубоким пригорбием сообщают, что 18 декабря 1976 г. скончался Герой Социалистического Труда, лауреат Ленинской премии, старейший член редколлегии журнала, академик МИХАИЛ ПОЛИЕВКОВИЧ КОСТЕНКО.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Афанасьев В. В., Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ипатов П. М., Костенко М. В., Костенко М. П., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Петров И. И. (зам. главного редактора), Рабинович С. И., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Чиликин М. Г., Шаталов А. С.

Научные редакторы: Б. Н. Евсеев (зав. редакторским отделом), Л. С. Кудимова

Адрес редакции: 103012, Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: Москва, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. П. Левченко

Сдано в набор 16/XI 1976 г.
Усл. печ. л. 12,0

Подписано к печати 27/XII 1976 г.
Уч.-изд. л. 14,45

Т-23315
Зак. 876

Формат 69×90/8
Цена 80 коп.

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

СОДЕРЖАНИЕ

Нечаев В. В. — Аналитический метод исследования готовности энергетических предприятий	1	трических цепях с несинусоидальными периодическими э. д. с. и токами	52
Файн В. Б. — Расчет вольт-амперной характеристики униполярного коронного разряда в системе электродов «провод — две плоскости»	7	Буль Б. К. — Схема замещения магнитной цепи с распределенной н. с.	58
Кильдишев В. С., Ружинский Л. Н. — Мощные синхронные генераторы с беззубцовым статором	11	Мыцык Г. С. — Расчет параметров входного и выходного токов полностью управляемых непосредственных преобразователей с циклическим алгоритмом управления	62
Рубинраут А. М., Семенова Т. Н. — Магнитное поле и э. д. с. криогенных электрических машин	16	Павлов И. В. — Реализация требуемой характеристики фильтра для электроподвижного состава с широтно-импульсным регулированием	68
Иванов-Смоленский А. В., Кузнецов В. А. — Применение метода магнитных зарядов к расчету индуктивных параметров контуров электрических машин	20		
Голубков Н. Е. — Сравнительная оценка эквивалентных схем замещения двигателей с экранированными полюсами	26	СООБЩЕНИЯ	
Мастяев Н. З., Марков Ю. Г., Пикулин В. П. — Магнитное поле в воздушном зазоре гистерезисно-реактивного двигателя	29	Мишкин В. М., Рябкова Е. Я. — Влияние неоднородности земли на импульсные характеристики заземлителей	72
Кузиков В. С., Малый А. А. — Оптимальные режимы работы главного привода реверсивных обжимных станков	33	Мусин А. М. — Поведение асинхронного электропривода при случайной нагрузке	75
Ключев В. И., Теличко Л. Я. — Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах	38	Зайчик В. М. — Расчет асинхронных двигателей при заданных значениях электромагнитных нагрузок	77
Цехнович Л. И., Харлан Б. А. — О динамике электропривода постоянного тока с массивной упругой связью	43	Безъязыкова Т. Г., Айзикович Б. В., Алексеев А. Г., Ковачева З. А., Корнев А. Е. — Анализ магнитных параметров эластичных магнитов	81
Васильев Д. В., Сабинин О. Ю., Сабинина Н. В. — Метод организации статистического моделирования сложных систем автоматического управления	48	Воздженский В. А. — Анализ отключающей способности вакуумных дугогасительных камер с торцевыми контактами	83
Гончаренко Р. Б. — Применение конечного преобразования Лапласа к анализу установившихся процессов в электрических цепях с несинусоидальными периодическими э. д. с. и токами		Соболев Л. Б., Соломаха О. Н. — Динамические характеристики широтно-импульсных стабилизаторов напряжения	86
		ХРОНИКА	92



CONTENTS

An Analytical Method for Investigating the Availability of Power Plants — V. V. Nechayev	1	Non-Sinusoidal EMFs and Currents — R. B. Goncharenko	52
Calculating the Volt-Ampere Characteristics of Unipolar Corona Discharges in the Electrode System «Conductor — Two Planes» — V. B. Fine	7	The Equivalent Circuit for a Magnetic Circuit With Distributed Magnetizing Force — B. K. Bull	58
Large Synchronous Generators With a Toothless Stator — V. S. Kildishev, L. N. Rudjinski	11	Calculating Input and Output Current Parameters of Completely Controlled Converters With a Cyclic Control Algorithm — G. S. Mitsik	62
The Magnetic Field and EMF of Cryogenic Electric Machines — A. M. Rubinraut, T. N. Semenova	16	Implementation of the Required Characteristics of a Filter for Electrified Rolling Stock Having Pulse Width Control — I. V. Pavlov	68
Application of a Magnetic Charge Method for Calculating the Inductive Parameters of Electric Machine Circuits — A. V. Ivanov-Smolenski, V. A. Kuznetsov	20		
A Comparison of Equivalent Circuits for Shaded Pole Motors — N. E. Golubkov	26	REPORTS	
The Magnetic Field in the Air Gap of a Hysteresis Reluctance Motor — N. Z. Mastyaev, U. G. Markov, V. P. Pikulin	29	How the Non-Uniformity of the Earth Influences the Impulse Characteristics of Grounding Devices — V. M. Mishkin, E. J. Riabkova	72
Optimizing Operating Conditions for the Main Drive of Reversible Blooming Mills — V. S. Kuzikov, A. A. Maly	33	The Performance of an Asynchronous Drive for a Stochastic Load — A. M. Musin	75
Optimizing an Electric Drive With Elastic Coupling for Minimizing Transient Oscillations — V. I. Kliutichev, C. J. Telichko	38	Designing Induction Motors for Given Values of Electromagnetic Loads — V. M. Zaitchik	77
On the Dynamics of a D. C. Electric Drive With Massive Flexible Coupling — L. I. Tsekhonovitch, B. A. Harlan	43	Analysis of the Magnetic Parameters of Elastic Magnets — T. G. Bezyazikova, B. V. Aizikovitch, A. G. Alekseyev, Z. A. Kovacheva, A. E. Kornev	81
A Method of Organizing Statistical Simulation of Complex Automatic Control Systems — D. V. Vasiliev, O. U. Sabinin, N. V. Sabinina	48	Analysis of the Interrupting Capacity of Vacuum Arc Quenching Chambers With Butt Contacts — V. A. Vozdvidjenski	83
Application of LaPlace's Finite Transformation for Steady-State Analysis of Electric Circuits With Periodic		The Dynamic Characteristics of Pulse-Width Voltage Stabilizers — L. B. Sobolev, O. N. Solomakha	86
		CHRONICLE	92

Рефераты публикуемых статей

УДК 621.311.1

Аналитический метод исследования готовности энергетических предприятий. Печасов В. В. — «Электричество», 1977, № 1.
Излагается упрощенный аналитический метод расчета готовности основного и вспомогательного оборудования электростанций, использующий математическую модель однородного стационарного марковского процесса без поглощающих состояний. Дано определение и рассмотрено содержание понятия готовности как множества состояний системы и их вероятностей на характерном расчетном интервале времени.

Рассмотрена готовность системы, состоящей из параллельно работающих агрегатов. Приведен пример расчета готовности такой системы. Библ. 5.

УДК 537.527.3.001.24

Расчет вольт-амперной характеристики униполярного коронного разряда в системе электродов «провод — две плоскости». Файн В. Б. — «Электричество», 1977, № 1.

Решена задача о вольт-амперной характеристике униполярного коронного разряда в системе электродов «провод — две плоскости» для общего случая несимметричного расположения провода между плоскостями. Решение выполнено двумя методами: методом Дойча и методом Васяева — Верещагина. Составление полученных выражений с экспериментальными данными показало, что метод Васяева — Верещагина обеспечивает существование более высокую точность и может быть рекомендован для практических расчетов. Библ. 9.

УДК 621.313.322-81.001.2

Мощные синхронные генераторы с беззубцовым статором. Князь-Диншев В. С., Ружинский Л. Н. — «Электричество», 1977, № 1.

Изложены принципы и результаты проектирования мощных турбогенераторов с обмоткой статора, расположенной в воздушном зазоре. Рассмотрены конструктивные особенности беззубцового статора, приведены методы расчета распределения магнитного поля в зазоре машины, основных индуктивных сопротивлений установившегося режима работы, а также электродинамических усилий, действующих на прямолинейную часть стержней обмотки статора в установившемся режиме. Библ. 10.

УДК 621.313:621.59

Магнитное поле и э. д. с. криогенных электрических машин. Рубингаут А. М., Семенова Т. Н. — «Электричество», 1977, № 1.

На основе закона Био—Савара методом последовательных разбиений решается трехмерная задача по определению картины магнитного поля вокруг сверхпроводящей обмотки возбуждения электрической машины без ферромагнитного экрана. Составлены алгоритмы и программа для решения задачи на ЦВМ «Минск-22». Приведены результаты экспериментальных исследований на модели.

С помощью полученного распределения магнитного поля в зоне обмотки якоря определено значение э. д. с., наведенной в отдельных стержнях и фазе. Выведены зависимости для приближенного расчета магнитного потока и э. д. с. электрической машины. Библ. 2.

УДК [621.3.045:538.122].001.24

Применение метода магнитных зарядов к расчету индуктивных параметров контуров. Иванов-Смоленский А. В., Кузнецов В. А. — «Электричество», 1977, № 1.

Излагаются основы использования понятия скалярного магнитного потенциала для расчета магнитных полей в электрических устройствах, содержащих ненасыщенные магнитные сердечники и обмотки с токами. Описано использование модифицированного метода магнитных зарядов для расчета вихревых полей, причем время расчета на ЦВМ оказывается существенно меньше, чем при применении векторного магнитного потенциала. Приведены формулы для расчета индуктивных параметров обмоток и показаны наиболее удобные способы определения этих параметров. Библ. 6.

УДК 621.313.13.012.8

Сравнительная оценка схем замещения двигателей с экранированными полюсами. Голубков Н. Е. — «Электричество», 1977, № 1.

Подвываясь методом обобщенного трансформатора, синтезируются схемы замещения неподвижного двигателя с экранированными полюсами и заменяющих его при исследованиях двухфазных асинхронных машин с распределенными обмотками на статоре. Путем сравнительной оценки схем показывается, что допускаемая при исследованиях замена двигателя с экранированными полюсами двухфазными машинами, имеющими распределенные обмотки, не является эквивалентной. Библ. 6.

УДК 621.313.17.012.4:538.122

Магнитное поле в воздушном зазоре гистерезисно-реактивного двигателя. Мастяев П. З., Марков Ю. Г., Пикунин В. П. — «Электричество», 1977, № 1.

Рассматривается поле в воздушном зазоре гистерезисно-реактивного двигателя при холостом ходе с учетом конечной магнитной проницаемости ротора. По полученным уравнениям с помощью ЦВМ рассчитано поле в зазоре для ряда соотношений размеров и магнитной проницаемости ротора. Результаты вычислений проверены с помощью моделирования поля на сеточной модели. Библ. 5.

УДК 621.571.2.001.1

Оптимальные режимы работы главного привода реверсивных обжимных станков. Кузнецов В. С., Малый А. А. — «Электричество», 1977, № 1.

Дан метод нахождения оптимальных режимов работы главного привода реверсивных обжимных станков. В качестве критерия оптимальности выбран минимум времени прокатки. Расчеты выполнены с учетом ограничений по максимально допустимому току двигателя (ограничение по управлению), а также с учетом ограничений по нагреву двигателя, углу поворота вала и скорости вращения (ограничения по фазовым координатам). Поскольку оптимизировалось машинное время прокатки, расчеты по оптимизации производились с учетом ненулевых граничных условий. Расчеты выполнены на основании принципа максимума Л. С. Понтрягина. Библ. 5.

УДК 62-83.531:621.3.018.782.3

Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах. Ключев В. И., Теличко Л. Я. — «Электричество», 1977, № 1.

Анализируются условия минимальной колебательности двухмассовой электромеханической системы в переходных процессах. Получены универсальные зависимости, дающие исчерпывающую информацию об оптимальных сочетаниях параметров и позволяющие получить весьма простую инженерную методику проектирования электроприводов с упругими механическими связями. Библ. 3.

УДК 62-83:531.3

О динамике электропривода постоянного тока с массивной упругой связью. Цехнович Л. И., Харлан Б. А. — «Электричество», 1977, № 1.

Рассматривается задача о переходном процессе в системе, которая состоит из привода ГД, длинного стержня с распределенной массой, механической передачи, преобразующей вращательное движение якоря двигателя в поступательное движение стержня, и дискретной массы, присоединенной к неприводному концу стержня и находящейся под действием внешней силы статического сопротивления.

Такая расчетная схема может служить основой для представления различных реальных агрегатов, например, длинного транспортера.

Излагается анализ переходного процесса и приводятся в относительных величинах результаты вычислений. Устанавливаются положения, которые позволяют по значениям безразмерных параметров, характеризующих систему, определить в ряде случаев, насколько правомочны различные приемы упрощенной постановки задачи, в которых упругость связи и поведение распределенной массы не принимаются во внимание. Библ. 6.

УДК 62-501.72

Метод организации статистического моделирования сложных систем автоматического управления. Васильев Д. В., Сабинин О. Ю., Сабинина Н. В. — «Электричество», 1977, № 1.

Предлагается метод ускоренного проведения статистического моделирования сложных систем автоматического управления, основанный на планировании с помощью упрощенной модели специальной выборочной процедуры — существенной выборки. Оценивается эффективность метода и предлагается подход к построению оператора упрощенной модели исследуемой системы, позволяющий учитывать как априорную информацию к моделируемой системе, так и информацию, получаемую в процессе статистического моделирования. Применение рассматриваемого метода позволяет значительно сократить затраты машинного времени на проведение исследований широкого круга сложных систем автоматического управления при той же точности результатов. Библ. 7.

УДК 621.372.001.24

Применение конечного преобразования Лапласа к анализу установившихся процессов в электрических цепях с несинусоидальными периодическими э. д. с. и токами. Гончаренко Р. Б. — «Электричество», 1977, № 1.

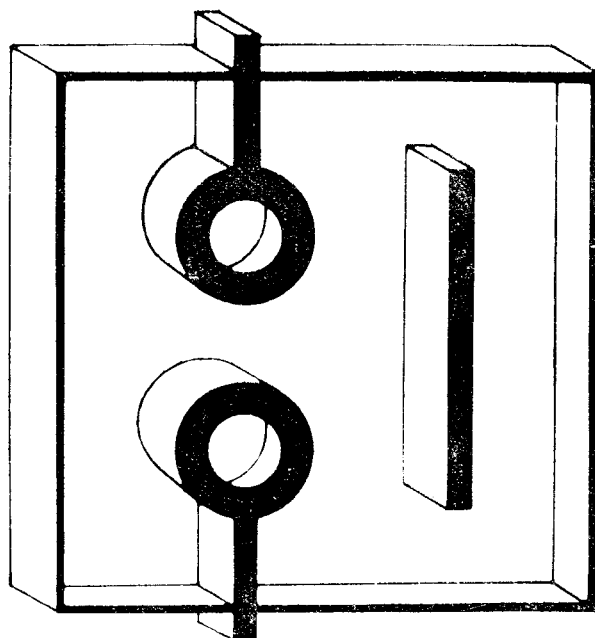
Приведены основные соотношения для конечного преобразования Лапласа при его приложении к периодическим функциям времени. Даны простые формулы обратного преобразования, аналогичные известным формулам Хевисайда, позволяющие просто находить установившиеся замкнутые решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Рассмотрены примеры применения конечного преобразования Лапласа к анализу установившихся процессов в электрических цепях с несинусоидальными периодическими э. д. с. и токами, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с постоянными и дискретно изменяющимися коэффициентами. Библ. 14.

УДК 538.26:621.3.012.8

Схема замещения магнитной цепи с распределенной н. с. Буль Б. К. — «Электричество», 1977, № 1.

На основе решения дифференциальных уравнений для магнитной цепи с распределенной н. с. получены формулы, которые позволяют составить новую схему замещения для расчета магнитной цепи с учетом комплексного магнитного сопротивления стали, размагничивающего действия электромагнитных экранов и полей рассеяния и вычисления. Экспериментально определены магнитные потоки и при различных заданных параметрах точности расчета по предлагаемой и известной схемам замещения магнитной цепи.

Расчет по новой схеме замещения дает хорошие результаты до индукции примерно 1,8 Т.



**НИЗКОВОЛЬТНАЯ И ВЫСОКОВОЛЬТНАЯ
АППАРАТУРА
КОНТАКТОРЫ
РЕЛЕ
АВТОМАТИЧЕСКИЕ ВЫКЛЮЧАТЕЛИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЩИТЫ
ПУСКОВЫЕ УСТРОЙСТВА
РАЗЪЕДИНИТЕЛИ
С ПРЕВОСХОДНОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ**



Electroimpex

**Общество с ограниченной
ответственностью**

**София, Болгария
ул. Джорджа Вашингтона, 17
телефон 88—49—91
телекс 022—575**

Запросы на проспекты и каталоги следует направлять по адресу:
103074, Москва, пл. Ногина, 2/5. Отдел промышленных каталогов
Государственной публичной научно-технической библиотеки СССР.
Приобретение товаров у иностранных фирм осуществляется орга-
низациями и предприятиями в установленном порядке через
МИНИСТЕРСТВА и ВЕДОМСТВА, в ведении которых они находятся.
В О «Внешторгреклама»